Lezioni di analisi matematica.pdf/140

[[Categoria:Pagine che usano RigaIntestazione|Lezioni di analisi matematica.pdf{{padleft:140|3|0]]

Questa osservazione rende intuitivo il teorema che dobbiamo ora esporre.

Si dice che una funzione reale $y = f(x)$ è *crescente*, se essa cresce al crescere della x, o più precisamente, se, indicati con x_1, x_2 due punti qualsiasi del gruppo *G* ove la $f(x)$ è definita tali che $x_1 > x_2$, si ha $f(x_1) > f(x_2)$.

La *y* si dice *decrescente*, se invece dalla $x_1 > x_2$ segue $f(x_1) < f(x_2)$, ossia se la *y* decresce al crescere della x (come per esempio, avviene se *y* è inversamente proporzionale ad $x > 0$). La $y = f(x)$ si dice *non crescente*, oppure *non decrescente* se dalla $x_1 \geq x_2$ segue $f(x_1) \leq f(x_2)$, oppure $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Se una funzione non è crescente, o non è decrescente in un dato gruppo *G* di punti, si dice che la funzione *varia sempre nello stesso verso* (*senso*) nel gruppo *G*.

TEOREMA *Se* f(x) *è una funzione definita nel gruppo* G, *che varia sempre nello steso verso e se in ogni intorno* (*per* *esempio sinistro*) *del punto* $\mathbf{x=a}$ *esistono punti di* G *distinti da* a, *esiste il* $\lim\limits_{\mathbf{x=a-0}} \mathbf{f(x)}$.

Supponiamo per fissar le idee che $f(x)$ non sia decrescente a sinistra del punto *a* e che si voglia dimostrare l'esistenza del $\lim\limits_{x=a-0} f(x)$. Noi dimostreremo che *tale limite è precisamente il limite superiore* L *dei valori che* f(x) *assume, quando* x *assume i valori di* G *più piccoli* (a sinistra) di *a*.

Distinguiamo due casi:

1° *L* è finito. Sia *n* un intero così grande che $\frac{1}{10^n}$ sia minore di un ε prefissato. Tra i citati valori di y ne esisterà almeno uno (per esempio quello $f(c)$ assunto da y nel punto $x = c < a$) che è uguale ad L fino alla n^{esima} decimale (e ciò per la stessa definizione di limite superiore). I valori che *y* assume nei punti *G* dell'intervallo (c, a) non possono nè superare il limite superiore *L*, nè essere inferiori a $f(c)$ (perchè *y* è per ipotesi funzione non decrescente).

Dunque tali valori (compresi tra $f(c)$ ed *L*) dovranno pure coincidere con *L* fino alla n^{esima} decimale.

In altre parole nei punti x di G dell'intervallo (c, a) vale la:

$$|f(x) - L| \leq \frac{1}{10^n} < \epsilon.$$

Per definizione di limite è dunque

$$\lim_{x=a} f(x) = L.$$

Informazioni su questa edizione elettronica:

Questo ebook proviene da Wikisource in lingua italiana[1]. Wikisource è una biblioteca digitale libera, multilingue, interamente gestita da volontari, ed ha l'obiettivo di mettere a disposizione di tutti il maggior numero possibile di libri e testi. Accogliamo romanzi, poesie, riviste, lettere, saggi.

Il nostro scopo è offrire al lettore *gratuitamente* testi liberi da diritti d'autore. Potete fare quel che volete con i nostri ebook: copiarli, distribuirli, persino modificarli o venderli, a patto che rispettiate le clausole della licenza Creative Commons Attribuzione - Condividi allo stesso modo 3.0 Unported[2].

Ma la cosa veramente speciale di Wikisource è che **anche tu** puoi partecipare.
Wikisource è costruita e amorevolmente curata da lettori come te. Non esitare a unirti a noi.

Nonostante l'attenzione dei volontari, un errore può essere sfuggito durante la trascrizione o rilettura del testo. Puoi segnalarci un errore a questo indirizzo:
http://it.wikisource.org/wiki/Segnala_errori

I seguenti contributori hanno permesso la realizzazione di questo libro:

- Teretru83
- Paperoastro
- Sarang
- Ftiercel

Il modo migliore di ringraziarli è diventare uno di noi :-)

A presto.

---

1. ↑ http://it.wikisource.org
2. ↑ http://www.creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.it