

積み木はどこまでずらすことが可能か

石川県立七尾高等学校

金岡 利宏

ねらい

幼い頃、積み木や空き缶を高く積み上げて遊んだ記憶がありますか。崩れないように、しかし次第に傾いていく中で、「そ〜っ」と乗せる緊張感はとても貴重な経験です。童心に返り、今一度挑戦してみましょう。そして真理と向き合い、知識を総動員し理解しましょう。

直方体の積み木を同じ方向へ少しずらしながら、どんどん高く積み上げていく。このとき、ある法則に従えば「無限に同じ方向へずらし続けることが可能」なのです。ん？この文章に書き損じはありません。無限にずらし続ける事が可能なのです。つまり、もとの場所からどんどん右へ移動しながら積み上げていくなれば、非常に高く積みさえすれば、最上段での右へのずれ方は無限に可能だということです。直感的ですが、「積み木の横幅を1とすると最上段の積み木は右へ2とか3移動させるのが限度、それ以上ではどのように積んでも崩れますよ。」と言われれば、「なんだ、そうなのか。」と納得する人が多いようですが、そうではありません。しかし、いきなり現実を突きつけられ、「ある法則に従えば、最上段は無限に右に移動することができます。」と言われても、素直に「はい、そうですか。解りました。」と元気に返事ができる人はそれほど多くはないでしょう。「え〜なぜ。そんなはずは・・・」と感じる人がほとんどではないでしょうか。しかし、真理は時として人間の想像や直感を超えるのです。

この教材は、無限における不思議な世界を少しでも多くの高校生に体験し、数学の魅力を実感してもらえる最も近道だと思い作りしました。

目次

1. 積み上げるルールの説明と予想
2. 発想の転換（積み木であるが積まずに下に滑り込ませる）
3. 崩れる限界のずらし方は横幅の $\frac{1}{2n}$ 倍(nは上段にある積み木の数)である
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \log n = \infty$ の意味
5. コンピュータ表計算ソフトで仮想実験
6. オイラーの ζ 関数による発散と収束の境界
7. 最も美しい数式 $e^{\pi i} = -1$ の証明
8. 成果
9. 生徒の感想