

Körper- und Galoistheorie

Arbeitsblatt 26

Aufwärmaufgaben

AUFGABE 26.1. Was ist eigentlich ein „Winkel“?

AUFGABE 26.2. Zeige, dass man jeden vorgegebenen Winkel mittels Zirkel und Lineal halbieren kann.

AUFGABE 26.3. Es sei ein Kreis K und ein Punkt $P \in K$ gegeben. Konstruiere die Tangente an den Kreis durch P .

AUFGABE 26.4. Zeige, dass es auf dem Einheitskreis unendlich viele konstruierbare Punkte gibt.

AUFGABE 26.5. Bestimme für alle $n \leq 30$, ob das regelmäßige n -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist oder nicht.

AUFGABE 26.6. Zeige mit Hilfe des verschobenen Eisensteinkriteriums, dass das Polynom $X^3 - 3X - 1$ irreduzibel in $\mathbb{Q}[X]$ ist.

AUFGABE 26.7. Zeige, dass das Polynom $X^3 + 2X^2 - 5$ in $\mathbb{Q}[X]$ irreduzibel ist.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 26.8. (4 Punkte)

Es sei ein Kreis K und ein Punkt P außerhalb des Kreises gegeben. Konstruiere eine der Tangenten an den Kreis, die durch P läuft.

2

AUFGABE 26.9. (2 Punkte)

Beweise die Formel

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

aus den Additionstheoremen für die trigonometrischen Funktionen.

AUFGABE 26.10. (2 Punkte)

Beweise die Formel

$$X^u + 1 = (X + 1)(X^{u-1} - X^{u-2} + X^{u-3} - \dots + X^2 - X + 1)$$

für u ungerade.

AUFGABE 26.11. (4 Punkte)

Bestimme die Koordinaten der fünften Einheitswurzeln in \mathbb{C} .

AUFGABE 26.12. (4 Punkte)

Zeige, dass es nicht für jede konstruierbare Zahl $z \in \mathbb{C}$ einen Kreisteilungskörper K_n gibt mit $z \in K_n$.