

## 2.13 Esercizi

### 2.13.1 Esercizi dei singoli paragrafi

#### 2.1 - Radici

2.1. Determina le seguenti radici quadrate razionali (quando è possibile calcolarle).

- |                             |                               |                             |
|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $\sqrt{9}$ ;             | g) $\sqrt{\frac{49}{81}}$ ;   | k) $\sqrt{0,04}$ ;          |
| b) $\sqrt{36}$ ;            | h) $\sqrt{\frac{121}{100}}$ ; | l) $\sqrt{0,09}$ ;          |
| c) $\sqrt{-49}$ ;           | i) $\sqrt{\frac{144}{36}}$ ;  | m) $\sqrt{0,0001}$ ;        |
| d) $\sqrt{64}$ ;            | j) $\sqrt{\frac{-1}{4}}$ ;    | n) $\sqrt{\frac{144}{9}}$ ; |
| e) $\sqrt{-81}$ ;           |                               | o) $\sqrt{0,16}$ .          |
| f) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ ; |                               |                             |

2.2. Determina le seguenti radici quadrate razionali (quando è possibile calcolarle).

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| a) $\sqrt{-0,09}$ ;             | f) $\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}}$ ; |
| b) $\sqrt{25 \cdot 16}$ ;       | g) $\sqrt{5 + \sqrt{14 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}}}$ .            |
| c) $\sqrt{36 \cdot 49}$ ;       |  |
| d) $\sqrt{0,04 \cdot 0,0121}$ ; |  |
| e) $\sqrt{\frac{1}{100}}$ ;     |  |

2.3. Senza usare la calcolatrice determina per ciascuna delle seguenti radici quadrate il valore approssimato a 1/10:  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ,  $\sqrt{\frac{17}{4}}$ .

2.4. Estrai le seguenti radici di espressioni letterali, facendo attenzione al valore assoluto.

- |                            |                             |                              |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$ ; | b) $\sqrt{4x^2 + 8x + 4}$ ; | c) $\sqrt{9 - 12a + 4a^2}$ . |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|

2.5. Senza usare la calcolatrice determina per ciascuna delle seguenti radici cubiche il valore approssimato a 1/10:  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[3]{4}$ ,  $\sqrt[3]{7}$ ,  $\sqrt[3]{100}$ ,  $\sqrt[3]{25}$ ,  $\sqrt[3]{250}$ .

2.6 (\*). Determina le seguenti radici (se esistono).

- |                       |                               |                                  |
|-----------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{27}$ ;   | e) $\sqrt[3]{125}$ ;          | h) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}$ ; |
| b) $\sqrt[3]{64}$ ;   | f) $\sqrt[3]{-216}$ ;         | i) $\sqrt[3]{\frac{1000}{27}}$ . |
| c) $\sqrt[3]{-1}$ ;   | g) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ ; |                                  |
| d) $\sqrt[3]{1000}$ ; |                               |                                  |

2.7 (\*). Determina le seguenti radici (se esistono).

- |  |  |
|--|--|
| a) $\sqrt[3]{0,001}$ ;   | e) $\sqrt[3]{25 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{122 + \sqrt[3]{27}}}}$ ; |
| b) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ ;                                   | f) $\sqrt[3]{27 \cdot \sqrt{64}}$ ;                              |
| c) $\sqrt[3]{-0,008}$ ;  | g) $\sqrt[9]{0}$ ;   |
| d) $\sqrt[3]{4 + \sqrt[3]{61 + \sqrt[3]{25 + \sqrt[3]{8}}}}$ ; | h) $\sqrt[8]{-1}$ ;  |
|  | i) $\sqrt[5]{-100000}$ .   |

**2.8 (\*)**. Determina le seguenti radici (se esistono).

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| a) $\sqrt[4]{0,0001}$ ;         | f) $\sqrt[10]{0}$ ;  |
| b) $\sqrt[4]{81}$ ;             | g) $\sqrt[4]{0,0081}$ ;  |
| c) $\sqrt[6]{64}$ ;             | h) $\sqrt[5]{34 - \sqrt[4]{14 + \sqrt{2 + \sqrt[3]{8}}}}$ ;      |
| d) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$ ; | i) $\sqrt{20 + \sqrt[3]{121 + \sqrt[4]{253 + \sqrt[5]{243}}}}$ . |
| e) $\sqrt[4]{-4}$ ;             |  |

**2.9 (\*)**. Determina le seguenti radici (se esistono).

- |                                   |  |   |
|-----------------------------------|--|---|
| a) $\sqrt{21 + \sqrt{16}}$ ;      | d) $\sqrt{\sqrt{0,16}}$ ;                      | g) $\sqrt{72 + \sqrt{80 + \sqrt{1}}}$ ; |
| b) $\sqrt[5]{31 + \sqrt[4]{1}}$ ; | e) $\sqrt[5]{32 \cdot 10^{-5}}$ ;              | h) $\sqrt{\frac{25a^4}{9}}$ ;           |
| c) $\sqrt[5]{240 + \sqrt{9}}$ ;   | f) $\sqrt{3\sqrt{37 - 4\sqrt{81}} \cdot 27}$ ; | i) $\sqrt[4]{620 + \sqrt[4]{625}}$ .    |

**2.10 (\*)**. Determina le seguenti radici (se esistono).

- |                      |  |  |
|----------------------|--|--|
| a) $\sqrt{24336}$ ;  | c) $\sqrt[4]{600 + \sqrt{25} \cdot \sqrt{25}}$ ; | e) $\sqrt[3]{a^6 + 9a^4 + 27a^2 + 27}$ ; |
| b) $\sqrt[5]{243}$ ; | d) $\sqrt[3]{8a^3 + 12a^2 + 6a + 1}$ ;           | f) $\sqrt[3]{1 - 6x + 12x^2 - 8x^3}$ .   |

## 2.2 - Condizioni di esistenza

**2.11 (\*)**. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- |                             |                                    |                                |
|-----------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{x+1}$ ;        | e) $\sqrt[3]{3xy}$ ;               | h) $\sqrt[5]{\frac{1}{x^3}}$ ; |
| b) $\sqrt{1-x}$ ;           | f) $\sqrt[4]{-2x^2y^2}$ ;          | i) $\sqrt{\frac{4-x}{x-3}}$ .  |
| c) $\sqrt{\frac{1}{x+1}}$ ; | g) $\sqrt[4]{\frac{x^2+1}{x-1}}$ ; |                                |
| d) $\sqrt{3x^2y}$ ;         |                                    |                                |

**2.12 (\*)**. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $\sqrt{x^2(x+1)}$ ;                    | e) $\sqrt{1+ x }$ ;                     | i) $\sqrt[3]{\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1}}$ ;                       |
| b) $\sqrt[3]{1+a^2}$ ;                    | f) $\sqrt{(a-1)(a-2)}$ ;                | j) $\sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} \cdot \sqrt[4]{\frac{x-1}{3-x}}$ . |
| c) $\sqrt[6]{2x-1}$ ;                     | g) $\sqrt{ x +1} \cdot \sqrt[3]{x+1}$ ; |   |
| d) $\sqrt{1-x} + 2\sqrt{\frac{1}{x-1}}$ ; | h) $\sqrt{ x-1 -1}$ ;                   |   |

**2.13 (\*)**. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- |                                   |  |   |
|-----------------------------------|--|---|
| a) $\sqrt{\frac{5-x}{x+2}}$ ;     | d) $\sqrt{\frac{a}{a^2-a-2}}$ ;          | g) $\sqrt{\frac{2}{x} + \frac{x}{2}}$ ; |
| b) $\sqrt{\frac{2y}{(2y+1)^2}}$ ; | e) $\sqrt{\frac{1}{b^2-4}}$ ;            | h) $\sqrt[6]{\frac{x-1}{ x }}$ ;        |
| c) $\sqrt{\frac{x-3}{1-x}}$ ;     | f) $\sqrt{\frac{(x-1)^2}{(x-3)(x+2)}}$ ; | i) $\sqrt[4]{\frac{4x^2+4+8x}{9}}$ .    |

**2.14 (\*)**. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{a^2b^3}; & \text{c) } \sqrt[4]{x^3-x^2}; & \text{e) } \sqrt[6]{\frac{7-x}{x-3}}. \\ \text{b) } \sqrt[6]{-x}; & \text{d) } \sqrt[4]{\frac{2}{2x+1}}; & \end{array}$$

**2.15 (\*)**. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[6]{\frac{(b^2+1+2b)^3}{729b^6}}; & \text{d) } \sqrt[4]{\frac{m+1}{m-1}}; & \text{g) } \sqrt{\frac{a+2}{a(a-4)}}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{x(x-1)}{x-4}}; & \text{e) } \sqrt[3]{x(x+2)^2}; & \text{h) } \sqrt{\frac{1}{b^2-4}}; \\ \text{c) } \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy}}; & \text{f) } \sqrt{\frac{1+a}{a^2}}; & \text{i) } \sqrt{\frac{a^3}{a^2+6a+9}}. \end{array}$$

**2.16 (\*)**. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}}; & \text{d) } \sqrt[3]{\frac{x^3}{x^3+1}}; & \text{i) } \sqrt{\frac{x}{|x+1|}}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{x^2-4}{x-2}}; & \text{e) } \sqrt{2x+3}; & \text{j) } \sqrt{\frac{1}{-x^2-1}}; \\ \text{c) } \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}; & \text{f) } \sqrt[3]{a^2-1}; & \text{k) } \sqrt{\frac{x^2+1}{x-1}} + \sqrt{x^2-1}. \\ \text{g) } \sqrt{x(x+1)(x+2)}; & \text{h) } \sqrt{|x|+1}; & \end{array}$$

### 2.3 - Potenze a esponente razionale

**2.17**. Calcola le seguenti potenze con esponente razionale.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 4^{\frac{3}{2}}; & \text{e) } 16^{\frac{5}{4}}; & \text{h) } \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{3}{2}}; \\ \text{b) } 8^{\frac{3}{3}}; & \text{f) } \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{4}}; & \text{i) } 25^{-\frac{3}{2}}; \\ \text{c) } 9^{-\frac{1}{2}}; & \text{g) } 125^{-\frac{2}{3}}; & \text{j) } 27^{\frac{4}{3}}. \\ \text{d) } 16^{\frac{3}{4}}; & & \end{array}$$

**2.18 (\*)**. Calcola le seguenti potenze con esponente razionale.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 32^{\frac{2}{5}}; & \text{d) } \left(-\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}; & \text{f) } (0,008)^{-\frac{2}{3}}; \\ \text{b) } 49^{-\frac{1}{2}}; & \text{e) } \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{5}{2}}; & \text{g) } 4^{0,5}; \\ \text{c) } \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}; & & \text{h) } 16^{0,25}; \\ & & \text{i) } 32^{0,2}; \\ & & \text{j) } 100^{0,5}. \end{array}$$

**2.19 (\*)**. Trasforma le seguenti espressioni in forma di potenza con esponente frazionario.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{2}; & \text{e) } \sqrt{\left(\frac{1}{3^3}\right)}; & \text{g) } \sqrt[3]{\frac{1}{25}}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{8^2}; & \text{f) } \sqrt[3]{\frac{1}{3^2}}; & \text{h) } \sqrt[5]{\frac{4^2}{3^2}}. \\ \text{c) } \sqrt[7]{5^3}; & & \\ \text{d) } \sqrt{3^3}; & & \end{array}$$

**2.20 (\*)**. Trasforma nella forma radicale le seguenti espressioni.

$$\text{a) } \left( (a^2 + 1)^{\frac{2}{3}} + 1 \right)^{\frac{1}{4}}; \quad \text{b) } \left( 1 + \left( 1 + a^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{5}} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

**2.21**. Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri:

$$0,000\,000\,001, \quad (0,1)^{10}, \quad (0,1)^{0,1}, \quad 10^{-10}, \quad \sqrt{0,000\,000\,000\,1}.$$

## 2.4 - Semplificazione di radici

**2.22**. Trasforma i seguenti radicali applicando la proprietà invariantiva.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{4} = \sqrt[8]{\dots}; & \text{c) } \sqrt[5]{5} = \sqrt[15]{\dots}; & \text{e) } \sqrt{2} = \sqrt[4]{16}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{9} = \sqrt[6]{\dots}; & \text{d) } \sqrt{2} = \sqrt[6]{\dots}; & \text{f) } \sqrt[3]{3} = \sqrt[9]{81}. \end{array}$$

**2.23**. Trasforma i seguenti radicali applicando la proprietà invariantiva.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{25}; & \text{c) } \sqrt[21]{a^7} = \sqrt[6]{\dots}, a > 0; & \text{e) } \sqrt[3]{27} = \frac{1}{\sqrt{\dots}}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{\frac{3}{2}} = \sqrt[8]{\frac{27}{8}}; & \text{d) } \sqrt[8]{a^{24}} = \sqrt[5]{\dots}, a > 0; & \text{f) } \sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} = \sqrt[7]{\dots} \end{array}$$

**2.24 (\*)**. Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{25}; & \text{d) } \sqrt[9]{27}; & \text{g) } \sqrt[4]{169}; \\ \text{b) } \sqrt[6]{8}; & \text{e) } \sqrt[4]{100}; & \text{h) } \sqrt[6]{121}; \\ \text{c) } \sqrt[8]{16}; & \text{f) } \sqrt[6]{144}; & \text{i) } \sqrt[6]{125}. \end{array}$$

**2.25 (\*)**. Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{49}; & \text{e) } \sqrt[4]{\frac{1}{16}}; & \text{g) } \sqrt[15]{\frac{64}{27}}; \\ \text{b) } \sqrt[6]{64}; & \text{f) } \sqrt[10]{\frac{25}{81}}; & \text{h) } \sqrt[9]{-3^3}; \\ \text{c) } \sqrt[12]{16}; & & \text{i) } \sqrt[6]{(-2)^4}. \\ \text{d) } \sqrt[6]{\frac{16}{121}}; & & \end{array}$$

**2.26 (\*)**. Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[12]{-4^6}; & \text{d) } \sqrt[4]{12^2 + 5^2}; & \text{g) } \sqrt[3]{2^6 \cdot 5^{15}}; \\ \text{b) } \sqrt[10]{-3^2}; & \text{e) } \sqrt[10]{3^2 + 4^2}; & \text{h) } \sqrt[4]{3^4 \cdot 4^6}; \\ \text{c) } \sqrt[6]{5^2 - 4^2}; & \text{f) } \sqrt[4]{10^2 - 8^2}; & \text{i) } \sqrt[5]{5^5 \cdot 4^{10} \cdot 2^{15}}. \end{array}$$

**2.27 (\*)**. Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[9]{27 \cdot 8 \cdot 125}; & \text{e) } \sqrt[6]{\left(\frac{13}{4} + \frac{1}{8}\right)^4}; & \text{h) } \sqrt[10]{2^{10} \cdot 3^{20}}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{625}; & \text{f) } \sqrt[6]{\left(1 + \frac{21}{4}\right)^3}; & \text{i) } \sqrt[6]{2^8 \cdot 3^6}. \\ \text{c) } \sqrt[6]{1\,000}; & \text{g) } \sqrt[16]{(-16)^4}; & \\ \text{d) } \sqrt[4]{2 + \frac{17}{16}}; & & \end{array}$$

2.28 (\*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[12]{3^6 \cdot 4^{12}}; & \text{e) } \sqrt[3]{64a^6b^9}; & \text{h) } \sqrt[4]{\frac{20a^6}{125b^{10}}}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 12^5}; & \text{f) } \sqrt[3]{x^6y^9(x-y)^{12}}; & \text{i) } \sqrt[8]{\frac{16x^5y^8}{81x}}. \\ \text{c) } \sqrt[6]{3^9 \cdot 8^2}; & \text{g) } \sqrt[5]{\frac{32a^{10}}{b^{20}}}; & \\ \text{d) } \sqrt[4]{9x^2y^4}; & & \end{array}$$

2.29 (\*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (\sqrt{a+1})^6; & \text{d) } \sqrt[6]{\frac{0,008x^{15}y^9}{8a^{18}}}; & \text{g) } \sqrt[6]{a^2+2a+1}; \\ \text{b) } \sqrt[9]{27a^6b^{12}}; & \text{e) } \sqrt[10]{\frac{121a^5}{ab^2}}; & \text{h) } \sqrt[9]{a^3+3a^2+3a+1}; \\ \text{c) } \sqrt[12]{(2x+3)^3}; & \text{f) } \sqrt{\frac{25a^4b^8c^7}{c(a+2b)^6}}; & \text{i) } \sqrt{3a^2+\sqrt{a^4}}. \end{array}$$

2.30 (\*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{x^4+2x^2+1}; & \text{e) } \sqrt[4]{\frac{16a^4b^6}{25x^2}}; & \text{h) } \sqrt{\frac{25a^4b^6}{a^4+4+4a^2}}; \\ \text{b) } \sqrt[10]{a^4+6a^2x+9x^2}; & \text{f) } \sqrt{\frac{2x^2-2}{8x^2-8}}; & \text{i) } \sqrt[9]{x^6+3x^5+3x^4+x^3}. \\ \text{c) } \sqrt[6]{8a^3-24a^2+24a-8}; & \text{g) } \sqrt[8]{a^4+2a^2x^2+x^4}; & \\ \text{d) } \sqrt[6]{\frac{9x^2}{y^6}}; & & \end{array}$$

2.31 (\*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[4]{a^2+6a+9}; & \text{g) } \sqrt[18]{\frac{a^9+3a^8+3a^7+a^6}{9a^7+9a^5+18a^6}}; \\ \text{b) } \sqrt[9]{8x^3-12x^2+6x+x^3}; & \text{h) } \sqrt[6]{\frac{(x^2+1-2x)^3b}{b^7(x^3+3x^2+3x+1)^2}}; \\ \text{c) } \sqrt[4]{a^4(a^2-2a+1)}; & \text{i) } \sqrt{\frac{(x^3+x^2y)(a+2)}{2x+2y+ax+ay}}. \\ \text{d) } \sqrt[4]{(x^2-6x+9)^2}; & \\ \text{e) } \sqrt[12]{(x^2+6x+9)^3}; & \\ \text{f) } \sqrt{a^2+2a+1}-\sqrt{a^2-2a+1}; & \end{array}$$

2.32 (\*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[2n]{16^n}; & \text{d) } \sqrt[3n]{27^n \cdot 64^2n}; & \text{g) } \sqrt[5]{25x^3y^4}; \\ \text{b) } \sqrt[4n]{\frac{2^{3n}}{3^{2n}}}; & \text{e) } \sqrt[2n^2]{16^{2n} \cdot 81^2n}; & \text{h) } \sqrt[12]{81a^6b^{12}}; \\ \text{c) } \sqrt[n^2]{\frac{6^{2n}}{5^{3n}}}; & \text{f) } \sqrt[n+1]{16^{2n+2}}; & \text{i) } \sqrt[5]{32x^{10}}. \end{array}$$

2.33 (\*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{27a^6b^9}; & \text{c) } \sqrt[4]{x^2+8xy+16y^2}; & \text{e) } \sqrt[3]{x^9y^3}. \\ \text{b) } \sqrt[10]{32x^5y^{15}}; & \text{d) } \sqrt{\frac{16x^4}{81y^6}}; & \end{array}$$

2.34 (\*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[15]{\frac{8x^3y^6}{125z^9}}; & \text{d) } \sqrt[27]{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} + \frac{3}{x} - 1}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{x^3+x^2y-xy^2-y^3}{x+y}}; & \text{e) } \sqrt[8]{\left(\frac{a^2-2a+1}{a^2+2a+1}\right)^2}; \\ \text{c) } \sqrt[9]{\frac{x^3y^6}{(81x^2-18x+1)^3}}; & \text{f) } \sqrt[12]{\frac{81(a^2-2a+1)^2}{625x^4y^{12}}}. \end{array}$$

## 2.5 - Moltiplicazione e divisione di radici

2.35 (\*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{45} \cdot \sqrt{5}; & \text{d) } \sqrt{75} \cdot \sqrt{12}; & \text{g) } \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{45}; \\ \text{b) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{18}; & \text{e) } \sqrt[3]{20} \cdot \sqrt{50}; & \text{h) } \sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{9}; \\ \text{c) } \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4}; & \text{f) } \sqrt{40} : (\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}); & \text{i) } \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[3]{6} : \sqrt[5]{12}. \end{array}$$

2.36 (\*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{27}; & \text{d) } \sqrt[7]{\frac{15}{2}} \cdot \sqrt[7]{\frac{28}{5}}; & \text{f) } \sqrt[5]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[5]{\frac{b}{a}}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{128}; & \text{e) } \sqrt[3]{\frac{21}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{12}{7}}; & \text{g) } \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b^2}{a^2}}; \\ \text{c) } \sqrt[4]{\frac{16}{7}} \cdot \sqrt[4]{\frac{7}{12}}; & & \end{array}$$

2.37 (\*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[6]{81} \cdot \sqrt[6]{81} : \sqrt[6]{9}; & \text{e) } \sqrt[6]{81} \cdot \sqrt{3}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{2 - \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{1 + \frac{5}{4}}; & \text{f) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}; \\ \text{c) } \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}; & \text{g) } \sqrt{\frac{10}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{3}} : \sqrt[6]{\frac{4}{9}}; \\ \text{d) } \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{8}; & \text{h) } \sqrt{2^3} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^3}. \end{array}$$

2.38 (\*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \left(\sqrt[3]{\frac{42}{13}} : \sqrt[3]{\frac{91}{36}}\right) : \sqrt[3]{13}; & \text{c) } \sqrt[3]{5 + \frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3}}; & \text{e) } \sqrt{15} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{8}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{24}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{2}}; & \text{d) } \sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[10]{2^4}; & \text{f) } \sqrt{1 + \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{2 + \frac{1}{4}}. \end{array}$$

2.39. [\*] Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{4a} \cdot \sqrt[3]{9a} \cdot \sqrt[3]{12a}; & \text{c) } \sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b^2}; & \text{e) } \sqrt{\frac{1}{a^4}} \cdot \sqrt{\frac{a^6b}{2}} : \sqrt{\frac{2b}{a}}; \\ \text{b) } \sqrt{3a} : \sqrt{\frac{1}{5}a}; & \text{d) } \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} : \sqrt[6]{x}; & \text{f) } \sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}a} : \sqrt[6]{3a}. \end{array}$$

2.40 (\*). Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{ax} \cdot \sqrt{xy} \cdot \sqrt[5]{ay}; & \text{c) } \sqrt{a^2 - b^2} : \sqrt{a + b}; & \text{e) } \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1-x^2}{1+x^2}}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{(x+1)^2} : \sqrt{x-1}; & \text{d) } \sqrt{a^2 - 3a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5}; & \text{f) } \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} : \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}. \end{array}$$

**2.41 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{a^2+2a+1}{2a}} \cdot \sqrt{\frac{1+a}{a^2}} : \sqrt{\frac{2}{a}}; & \text{d)} \sqrt{a^4b} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2}{b}}; \\ \text{b)} \sqrt{\frac{a+1}{a-3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-9}{a^2-1}}; & \text{e)} \sqrt[3]{\frac{a^2-4}{a+3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a+3}{a-2}}; \\ \text{c)} \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \cdot \sqrt{\frac{x-1}{x+3}} : \sqrt[3]{\frac{x^2-1}{x^2+x-6}}; & \text{f)} \sqrt{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}} : \sqrt{x+y}. \end{array}$$

**2.42 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}} : \sqrt{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}; & \text{d)} \sqrt{\frac{a+2}{a-1}} : \sqrt[3]{\frac{(a-1)^2}{a^2+4a+4}}; \\ \text{b)} \frac{\sqrt{4a^2-9} \cdot \sqrt{2a-3}}{\sqrt[3]{2a+3}}; & \text{e)} \sqrt{\frac{x^2-4}{x+1}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x^3-2x^2}}; \\ \text{c)} \sqrt{\frac{9-a^2}{(a+3)^2}} \cdot \sqrt{\frac{27+9a}{3-a}}; & \text{f)} \sqrt[4]{\frac{a+b}{a^2-b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-2b}{a+2b}} \cdot \sqrt[6]{a^2-4b^2}. \end{array}$$

**2.43 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{l} \text{a)} \sqrt{\frac{a^2b+ab^2}{xy}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+b)^2}{x^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2y^3}{(a+b)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x}{a^3b^2+a^2b^3}}; \\ \text{b)} \frac{\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y} - \frac{1}{x}}}{\sqrt{\frac{xy}{x+y}}}; \\ \text{c)} \sqrt{a-1} \cdot \sqrt{3x+2} \cdot \sqrt{\frac{a-1}{3x+2}}; \\ \text{d)} \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x-y}{x+y}}; \\ \text{e)} \sqrt{\frac{a+2}{a+5}} \cdot \sqrt{\frac{a+2}{3a}} \cdot \sqrt{\frac{3a}{a+5}}; \\ \text{f)} \sqrt[4]{\frac{x^2+2xy+y^2}{3x+2y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{9x^2+12xy+4y^2}{x+y}}. \end{array}$$

**2.44 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{l} \text{a)} \sqrt[6]{\frac{a^2-ab}{b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^2}{a^2-ab}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-ab}{b}}; \\ \text{b)} \sqrt{\frac{x^2-xy}{xy+y^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^3+2x^2y+xy^2}{x^3-2x^2y+xy^2}}; \\ \text{c)} (x-2) \cdot \sqrt{\frac{x+2}{x^2+5x+6}} \cdot \sqrt{\frac{x-2}{x^2+x-6}}; \\ \text{d)} \sqrt[8]{\frac{(x^2-y^2)^4}{x^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{xy^2}{(x+y)^2}} \cdot \sqrt{\frac{x^2y}{x-y}}; \\ \text{e)} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-b}{a+b}} \cdot \sqrt[10]{\frac{a+b}{a-b}}; \\ \text{f)} \sqrt{1 - \frac{b}{a+2b}} \cdot \sqrt[4]{1 + \frac{b}{a+b}} \cdot \sqrt[8]{\frac{a+2b}{2a+2b}}. \end{array}$$

**2.45 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{l} \text{a)} \sqrt[5]{\frac{4x-9}{4x}} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{16x^2-81}} \cdot \sqrt[5]{4x(4x+9)}; \\ \text{b)} \sqrt[3]{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}} \cdot \sqrt[4]{\frac{ab}{a^2+b^2-2ab}}; \\ \text{c)} \sqrt[6]{\frac{x^2+xy}{xy-y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x-y}{x+y}} \cdot \sqrt{\frac{xy+y^2}{x^2-xy}}; \\ \text{d)} \sqrt[6]{\frac{1}{a} + 4a - 4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a} + 4a + 4} \cdot \sqrt{\frac{a}{4a^2-1}}; \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} & \sqrt[5]{\frac{a+2b}{a-2b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-2ab}{ab+2b^2}} \cdot \sqrt[15]{\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-4ab+4b^2}}; \\ \text{f)} & \sqrt[5]{\frac{x^2-xy}{xy+y^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[15]{\frac{x^5+2x^4y+x^3y^2}{x^2y^3-2xy^4+y^5}}. \end{aligned}$$

**2.46 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt[3]{\frac{x}{x^2+xy} + \frac{x+y}{xy-y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2-y^2}{x+3y}}; \\ \text{b)} & \sqrt[3]{a^2+2ab+b^2} \cdot \sqrt{\frac{a}{a+b}}; \\ \text{c)} & \sqrt{x^2-y^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{x-y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{x+y}}; \\ \text{d)} & \sqrt[6]{\frac{x^6}{y^2(x^2-xy)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{(xy-y^2)^2}{x}} \cdot \sqrt[12]{x^9y^{10}}; \\ \text{e)} & \sqrt[3]{\frac{4xy}{x-y}} \cdot \sqrt{\frac{(x+y)^2}{4xy}} - 1; \\ \text{f)} & \sqrt{\frac{x-3}{x+3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^2}{3-x}} \cdot \sqrt[8]{\frac{(x+3)^3}{x^2}}. \end{aligned}$$

**2.47 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt[6]{\frac{a-2}{a+3}} \cdot \sqrt{\frac{a+2}{a-3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2-5a+6}{a^2+5a+6}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-9}{a^2-4}}; \\ \text{b)} & \sqrt[3]{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2+y^2}{2xy}} + 1 \cdot \sqrt[3]{\frac{xy}{x^2+y^2}}; \\ \text{c)} & \sqrt[3]{\frac{(a^3-1)^4}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a+1}{(a^2+a+1)^3}} \cdot \sqrt[12]{\frac{(a^2-1)^5}{(a^2+a+1)^7}}; \\ \text{d)} & \sqrt[4]{\frac{a^2-1}{a+b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2+ab}{a^2+a}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^3+a^2}{a^2(a-1)}}; \\ \text{e)} & \sqrt[4]{\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)} \sqrt{\frac{ab}{(a-b)(a+b)}}; \\ \text{f)} & \sqrt{\frac{x^2+xy}{xy-y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2y^2-2xy^3+y^4}{x^4+2x^3y+x^2y^2}} \cdot \sqrt[6]{x^4y^2 - x^3y^3 - x^2y^4 + xy^5}. \end{aligned}$$

## 2.6 - Portare un fattore sotto il segno di radice

**2.48 (\*)**. Trasporta dentro la radice i fattori esterni.

a) $2\sqrt{2}$ ;	f) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ ;	j) $2\sqrt[3]{2}$ ;	n) $-2\sqrt[3]{2}$ ;
b) $3\sqrt{3}$ ;	g) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ ;	k) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$ ;	o) $\frac{-1}{2}\sqrt[3]{4}$ ;
c) $2\sqrt{3}$ ;	h) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ ;	l) $4\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ ;	p) $\frac{-1}{5}\sqrt{5}$ ;
d) $3\sqrt{2}$ ;	i) $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$ ;	m) $-3\sqrt{3}$ ;	q) $-\frac{1}{3}\sqrt[3]{9}$ ;
e) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ;			r) $(1 + \frac{1}{2})\sqrt{2}$ .

**2.49 (\*)**. Trasporta dentro la radice i fattori esterni, discutendo i casi letterali.

a) $x\sqrt{\frac{1}{5}}$ ;	f) $a\sqrt{-a}$ ;	j) $\frac{a+1}{a+2}\sqrt{\frac{a^2+3a+2}{a^2+4a+3}}$ ;
b) $x^2\sqrt[3]{x}$ ;	g) $(a-1)\sqrt{a}$ ;	k) $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{x^2+x}{x-1}} - x$ ;
c) $a\sqrt{2}$ ;	h) $(x-2)\sqrt{\frac{1}{2x-4}}$ ;	l) $\frac{1}{x-1}\sqrt{x^2-1}$ .
d) $x^2\sqrt[3]{3}$ ;	i) $x\sqrt{\frac{1}{x^2+x}}$ ;	
e) $2a\sqrt{5}$ ;		



**2.50 (\*)**. Trasporta dentro la radice i fattori esterni, discutendo i casi letterali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x}{x+1} \sqrt{\frac{x+1}{x}}; & \text{c) } 3ab \sqrt[4]{\frac{ab^2}{3c^2}}; & \text{e) } \frac{1}{a+b} \sqrt{a^2 - b^2}; \\ \text{b) } (x+1) \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}; & \text{d) } x^3 \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}; & \text{f) } \frac{x}{x-1} \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{x}\right)^2}. \end{array}$$

**2.51 (\*)**. Trasporta dentro la radice i fattori esterni, discutendo i casi letterali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (a+b) \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}; & \text{d) } \frac{a-1}{a} \sqrt[3]{\frac{a^3}{(a^2-1)^2}}; & \text{g) } \frac{a^2b}{c} \sqrt[5]{\frac{c^2}{a^6b^3}}; \\ \text{b) } \frac{x-y}{xy} \sqrt{\frac{xy}{x^2-y^2}}; & \text{e) } \frac{a+1}{b} \sqrt[5]{\frac{ab^2-b^2}{a^2+a}}; & \text{h) } \left(2 - \frac{3}{5}\right) \sqrt{4 - \frac{3}{7}}. \\ \text{c) } \frac{3a-2}{3a+2} \sqrt{\frac{3a+2}{3a-2}}; & \text{f) } \left(a + \frac{1}{3}\right) \sqrt[5]{\frac{27}{(3a+1)^4}}; \end{array}$$

## 2.7 - Portare un fattore fuori dal segno di radice

**2.52 (\*)**. Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{250}; & \text{e) } \sqrt{20}; & \text{i) } \sqrt{98}; & \text{m) } \sqrt{75}; \\ \text{b) } \sqrt{486}; & \text{f) } \sqrt{0,12}; & \text{j) } \sqrt{50}; & \text{n) } \sqrt{40}; \\ \text{c) } \sqrt{864}; & \text{g) } \sqrt{45}; & \text{k) } \sqrt{300}; & \text{o) } \sqrt{12}; \\ \text{d) } \sqrt{3456}; & \text{h) } \sqrt{48}; & \text{l) } \sqrt{27}; & \text{p) } \sqrt{80}. \end{array}$$

**2.53 (\*)**. Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{\frac{18}{80}}; & \text{e) } \frac{2}{5} \sqrt{\frac{50}{4}}; & \text{j) } \sqrt[3]{24}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{4}{9}}; & \text{f) } \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8}{27}}; & \text{k) } \sqrt[3]{108}; \\ \text{c) } \sqrt{1 - \frac{9}{25}}; & \text{g) } \frac{5}{7} \sqrt{\frac{98}{75}}; & \text{l) } \sqrt[4]{32}; \\ \text{d) } \sqrt{\frac{10}{3} + \frac{2}{9}}; & \text{h) } \frac{1}{5} \sqrt{\frac{1000}{81}}; & \text{m) } \sqrt[4]{48}; \\ & \text{i) } \sqrt[3]{250}; & \text{n) } \sqrt[4]{250}; \\ & & \text{o) } \sqrt[5]{96}; \\ & & \text{p) } \sqrt[5]{160}. \end{array}$$

**2.54 (\*)**. Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{x^2y}; & \text{e) } \sqrt{9a^2b}; & \text{j) } \sqrt[3]{4a^4b^5}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{a^5}{b^2}}; & \text{f) } \sqrt{2a^2x}; & \text{k) } \sqrt[3]{27a^7b^8}; \\ \text{c) } \sqrt{\frac{a^2b^3c^3}{d^9}}; & \text{g) } \sqrt{x^3}; & \text{l) } \sqrt{18a^6b^5c^7}. \\ \text{d) } \sqrt{4ax^2}; & \text{h) } \sqrt{a^7}; & \\ & \text{i) } \sqrt[3]{16a^3x^4}; \end{array}$$

**2.55 (\*)**. Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[5]{729a^6b^9c^3}; & \text{c) } \sqrt[6]{\frac{x^2(x-y)^4}{1296}}; & \text{e) } \sqrt[4]{\frac{a^2+b^2+2ab}{b^2-2ab+a^2}}. \\ \text{b) } \sqrt[5]{3x^{10}y^7z^5}; & \text{d) } \sqrt[3]{\frac{125a^3b^2}{(a-b)^6}}; \end{array}$$

**2.56 (\*)**. Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{\frac{128}{125}x^2}; & \text{b) } \sqrt[3]{(a-b)^4}; & \text{d) } \sqrt{x^3y + 2x^2y^2 + xy^3}; \\ & \text{c) } \sqrt[5]{64a^5 + 32a^7}; & \text{e) } \sqrt[4]{16a^4 + 32}. \end{array}$$

**2.57 (\*)**. Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{a^2 + a^3}; & \text{d) } \sqrt[3]{3a^5b^2c^9}; & \text{g) } \sqrt[6]{a^{42}b^{57}}; \\ \text{b) } \sqrt{4x^4 - 4x^2}; & \text{e) } \sqrt[4]{16a^4b^5c^7x^6}; & \text{h) } \sqrt[7]{a^{71}b^{82}}; \\ \text{c) } \sqrt{25x^7 - 25x^5}; & \text{f) } \sqrt[5]{64a^4b^5c^6d^7}; & \text{i) } \sqrt{a^3 + \sqrt{a^5} + \sqrt{a^7}}. \end{array}$$

## 2.8 - Potenza di radice e radice di radice

**2.58 (\*)**. Esegui le seguenti potenze di radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (\sqrt{3})^2; & \text{e) } (2\sqrt{3})^2; & \text{i) } \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2; & \text{l) } \left(\frac{1}{a}\sqrt{a}\right)^2; \\ \text{b) } (\sqrt[3]{2})^3; & \text{f) } (3\sqrt{5})^2; & \text{j) } \left(\frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{2}{3}}\right)^2; & \text{m) } (2\sqrt[3]{3})^3; \\ \text{c) } (\sqrt{4})^2; & \text{g) } (5\sqrt{2})^2; & \text{k) } (a\sqrt{2a})^2; & \text{n) } (3\sqrt[3]{3})^3; \\ \text{d) } (\sqrt[4]{2})^6; & \text{h) } (-2\sqrt{5})^2; & & \text{o) } \left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}\right)^3; \\ & & & \text{p) } \left(\frac{1}{9}\sqrt[3]{9}\right)^3. \end{array}$$

**2.59 (\*)**. Esegui le seguenti potenze di radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (\sqrt{3})^3; & \text{d) } (\sqrt[3]{2})^6; & \text{g) } (\sqrt[3]{2})^6; & \text{j) } (\sqrt[4]{16a^2b^3})^2; \\ \text{b) } (2\sqrt{5})^3; & \text{e) } (\sqrt[3]{3})^6; & \text{h) } (\sqrt[6]{3})^4; & \text{k) } (\sqrt[3]{6a^3b^2})^4; \\ \text{c) } (3\sqrt{2})^3; & \text{f) } (\sqrt[3]{5})^5; & \text{i) } (\sqrt[6]{3ab^2})^4; & \text{l) } (\sqrt[3]{81ab^4})^4. \end{array}$$

**2.60 (\*)**. Esegui le seguenti radici di radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt[3]{\sqrt{2}}; & \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{15}}; & \text{e) } \sqrt{\sqrt{16}}; & \text{g) } \sqrt[5]{\sqrt{a^{10}}}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{\sqrt[3]{16}}; & \text{d) } \sqrt[5]{\sqrt{a^5}}; & \text{f) } \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}; & \text{h) } \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{a^{12}}}}. \end{array}$$

**2.61 (\*)**. Esegui le seguenti radici di radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{\sqrt[3]{3a}}; & \text{e) } \sqrt{2(a-b)} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4a-4b}}; \\ \text{b) } \sqrt{\sqrt[4]{3ab}}; & \text{f) } \sqrt{3(a+b)} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3a+3b}}; \\ \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt{(a+1)^5}}; & \\ \text{d) } \sqrt[4]{\sqrt{(2a)^5}}; & \end{array}$$

**2.62 (\*)**. Esegui le seguenti radici di radici.

- |  |  |
|--|--|
| a) $\sqrt[5]{y^2 \sqrt[3]{y}}$ ;               | d) $\sqrt{(a+1)\sqrt{\frac{1}{a^2-1}}}$ ;                |
| b) $\sqrt{\frac{2x+1}{\sqrt[5]{(2x+1)^4}}}$ ;  | e) $\sqrt{(a-b)\sqrt[3]{a^2-2ab+b^2}}$ ;                 |
| c) $\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt{\frac{1}{x^7}}}}$ ; | f) $\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} \cdot \sqrt{x+y-2\sqrt{xy}}$ . |

## 2.9 - Somma di radicali

**2.63 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- |   |  |
|---|--|
| a) $3\sqrt{2} + \sqrt{2}$ ;             | e) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$ ;                             |
| b) $\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$ ;             | f) $2\sqrt{7} - 7\sqrt{7} + 4\sqrt{7}$ ;                             |
| c) $8\sqrt{6} - 3\sqrt{6}$ ;            | g) $11\sqrt{5} + 6\sqrt{2} - (8\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$ ;              |
| d) $\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$ ; | h) $5\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - [2\sqrt{3} - (4\sqrt{7} - 3\sqrt{3})]$ . |

**2.64 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- |   |  |
|---|--|
| a) $\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{3}{4}\sqrt{2}$ ;         | f) $-3\sqrt{7} + 4\sqrt{2} + \sqrt{3} - 5\sqrt{7} + 8\sqrt{3}$ ;             |
| b) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ ; | g) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{6} - 7\sqrt{3} - 8\sqrt{5} - 9\sqrt{6}$ ; |
| c) $3\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{5}{6}\sqrt{2}$ ;        | h) $\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ;                    |
| d) $5\sqrt{10} - (6 + 4\sqrt{19}) + 2 - \sqrt{10}$ ;                | i) $5\sqrt{6} + 3\sqrt[4]{6} - 2\sqrt[4]{6} + 3\sqrt[3]{6} - 2\sqrt{6}$ ;    |
| e) $\sqrt{5} + \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$ ;                  | j) $\sqrt{75} + 3\sqrt{18} - 2\sqrt{12} - 2\sqrt{50}$ .                      |

**2.65 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- |  |   |
|--|---|
| a) $3\sqrt{128} - 2\sqrt{72} - (2\sqrt{50} + \sqrt{8})$ ;                          | d) $2\sqrt[3]{54} - \sqrt[4]{243} + 3\sqrt[4]{48} - \sqrt[3]{250}$ ;  |
| b) $3\sqrt{48} + 2\sqrt{32} + \sqrt{98} - (4\sqrt{27} + \sqrt{450})$ ;             | e) $\sqrt{\frac{32}{25}} - \sqrt{\frac{108}{25}} + \sqrt{\frac{27}{49}} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{8}{9}}$ ; |
| c) $\sqrt[4]{162} - \sqrt[3]{32} + 5\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}$ ; | f) $2\sqrt{\frac{27}{8}} + 5\sqrt{\frac{3}{50}} + 7\sqrt{\frac{27}{98}} - 5\sqrt{\frac{147}{50}}$ .                             |

**2.66 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- |   |  |
|---|--|
| a) $\frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{4}{5}\sqrt{b} - \sqrt{a} + 0,4\sqrt{b}$ ; | d) $2\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x}$ ;                       |
| b) $\sqrt[3]{a-b} + \sqrt[3]{a^4 - a^3b} - \sqrt[3]{ab^3 - b^4}$ ;        | e) $\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} + 2\sqrt{a+b}$ ;                            |
| c) $3\sqrt{x} - 5\sqrt{x}$ ;  | f) $\frac{1}{3}\sqrt{x} - \frac{4}{5}\sqrt{x} + 0,4\sqrt{a} - \frac{1}{2}\sqrt{a}$ ; |
|   | g) $2a\sqrt{2a} - 7a\sqrt{2a} + 3a\sqrt{2a} - \frac{1}{2}\sqrt{a}$ ;                 |

**2.67 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- |   |
|---|
| a) $6\sqrt{ab} - 3\sqrt{a} - 7\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 9\sqrt{b} + \sqrt{a}$ ;   |
| b) $3\sqrt{xy} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{y} + 2\sqrt{xy} - 3(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ ; |
| c) $3y^2\sqrt{x^2z} + \frac{2}{z}\sqrt{x^5z^3} - z^4\sqrt{\frac{x}{y^2}z}$ ;    |
| d) $\sqrt{25+25a^2} - \sqrt{64+64a^2} + \sqrt{9+9a^2}$ ;                        |
| e) $\sqrt{x^4 - x^3y} - \sqrt[3]{xy^3 - y^4} + \sqrt[3]{x - y}$ .               |

**2.68 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $\sqrt{\frac{3}{4}xy} - \sqrt{3xy} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9xy}{48}}$ ;  
 b)  $\sqrt{\frac{a^2}{a+b}} + \sqrt{\frac{4b^2}{9a+9b}} + \sqrt{\frac{a^2-4ab+4b^2}{4a+4b}}$ ;  
 c)  $\sqrt[3]{x^7} - \sqrt[3]{64y^3x^4} + \sqrt[3]{64y^6x}$ ;  
 d)  $\sqrt[3]{2x^3} - \frac{1}{5}\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54x^3} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{54} + \frac{1}{4}\sqrt[3]{16}$ ;  
 e)  $\frac{1}{10}\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{12}{5}} - \sqrt{\frac{147}{125}} + \sqrt{\frac{27}{500}}$ ;  
 f)  $\sqrt[9]{x^3y^6} + \sqrt[9]{x^3y^{22}} - 2\sqrt[9]{x^3y^{13}}$ .

**2.69 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+2)$ ;      e)  $(\sqrt{3}+1)^2$ ;      i)  $(6+2\sqrt{3})^2$ ;  
 b)  $(3\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}-3)$ ;      f)  $(\sqrt{3}-2)^2$ ;      j)  $(\sqrt{6}-\frac{1}{2}\sqrt{3})^2$ ;  
 c)  $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$ ;      g)  $(2+\sqrt{5})^2$ ;      k)  $(\sqrt{2}-1)^2$ ;  
 d)  $(\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ;      h)  $(4-\sqrt{3})^2$ ;      l)  $(2\sqrt{2}-1)^2$ .

**2.70 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $(\sqrt{3}+1)^2$ ;      e)  $(2\sqrt{7}-\sqrt{5})^2$ ;      i)  $(\sqrt{2}-1-\sqrt{5})^2$ ;  
 b)  $(\sqrt{3}-3)^2$ ;      f)  $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2$ ;      j)  $(\sqrt{3}-2\sqrt{2}+1)^2$ ;  
 c)  $(\sqrt{5}-2)^2$ ;      g)  $(\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$ ;      k)  $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$ ;  
 d)  $(2\sqrt{5}+3)^2$ ;      h)  $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ ;      l)  $(\sqrt[3]{2}-1)^3$ .

**2.71 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $(\sqrt[3]{3}+1)^3$ ;      g)  $(\sqrt{3}+\sqrt{3})\sqrt{3}\sqrt{3}$ ;  
 b)  $(\sqrt[3]{2}-2)^3$ ;      h)  $3\sqrt{3}+\sqrt{3}:\sqrt{3}-(1+\sqrt{3})^2$ ;  
 c)  $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})^3$ ;      i)  $6\sqrt{5}+2\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}-3\sqrt{5}+\sqrt{25}$ ;  
 d)  $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{4})$ ;      j)  $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{2a}+\sqrt[3]{4})$ ;  
 e)  $\left[(\sqrt[4]{2}+1)(\sqrt[4]{2}-1)\right]^2$ ;      k)  $(1+\sqrt{2})^2$ ;  
 f)  $(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9})$ ;      l)  $(2-\sqrt{2})^2$ .

**2.72 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ ;      e)  $(4\sqrt{3}-3\sqrt{7})^2$ ;      i)  $(x+\sqrt[3]{x})^3$ ;  
 b)  $(2\sqrt{2}-1)^2$ ;      f)  $(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$ ;      j)  $(2x+\sqrt{x})(2x-\sqrt{x})$ ;  
 c)  $(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})^2$ ;      g)  $(\sqrt{x}-1)^2$ ;      k)  $\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$ ;  
 d)  $(\sqrt{3}-2\sqrt{2})^2$ ;      h)  $(2x+\sqrt{x})^2$ ;      l)  $(\sqrt{a}+\frac{1}{a})(\sqrt{a}-\frac{1}{a})$ .

**2.73 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$ ;  
 b)  $(\sqrt{2}-1)^2 - (2\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$ ;  
 c)  $(\sqrt{3}+1)^2 + \sqrt{3}(\sqrt{3}-3) - 2(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)$ ;  
 d)  $(\sqrt{3}-3)^2 + (\sqrt{3}-3)^3 + 2\sqrt{27} - \sqrt{3}(2\sqrt{3}-2)$ ;

- e)  $(\sqrt{5}-2)^2 - (2\sqrt{5}+3)^2 + [(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2 + 1](\sqrt{5}+\sqrt{2})$ ;  
 f)  $(2\sqrt{7}-\sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{7}+\sqrt{5}+1)^2 - \sqrt{35}$ ;  
 g)  $(\sqrt{2}+1)^2 + (\sqrt{2}-1)^2$ ;  
 h)  $(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})$ .

**2.74.** Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $(\sqrt{x}-1)^2 + (2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)$ ;  
 b)  $(\sqrt{2}-1)^3 + (\sqrt{2}-1)^2\sqrt{2}-1$ ;  
 c)  $2\sqrt{54} - \sqrt[4]{243} + 3\sqrt[4]{48} - \sqrt[3]{250}$ ;  
 d)  $(\sqrt{10}-\sqrt{7})(2\sqrt{10}+3\sqrt{7})$ ;  
 e)  $\sqrt{48x^2y} + 5x\sqrt{27y}$ ;  
 f)  $\sqrt{5}\sqrt{15} - 4\sqrt{3}$ ;  
 g)  $(\sqrt{7}-\sqrt{5})(2\sqrt{7}+3\sqrt{5})$ ;  
 h)  $\sqrt{27ax^4} + 5x^2\sqrt{75a}$ .

**2.75 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $\sqrt{125} + 3\sqrt[6]{27} - \sqrt{45} - 2\sqrt[4]{9} + \sqrt{20} + 7\sqrt[8]{81}$ ;  
 b)  $\sqrt[3]{a\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}} \cdot \sqrt[9]{a^8}$ ;  
 c)  $\sqrt[5]{b\sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b^2\sqrt{b\sqrt{b^2}}} : \sqrt[5]{b^4\sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b}$ ;  
 d)  $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3}} - \frac{1}{y^2} + \sqrt[3]{xy^3-y^4} - \sqrt[3]{8x-8y}$ ;  
 e)  $(\sqrt{2}+3) \cdot (1-\sqrt{3})^2$ ;  
 f)  $(\sqrt[3]{2}+3) \cdot (1-\sqrt[3]{3})^2$ ;  
 g)  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-1}}$ ;  
 h)  $\sqrt[5]{b\sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b\sqrt{b\sqrt{b^2}}} : (\sqrt[5]{b\sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b})$ .

**2.76 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $3\sqrt[6]{\frac{4x^2}{y^2}} - 2\sqrt[9]{\frac{8x^3}{y^3}} + 2\sqrt[3]{\frac{2x}{y}}$ ;  
 b)  $(3\sqrt{2}-2)^2 - \sqrt{2}(6+2\sqrt{6}) + (1+2\sqrt{3})^2$ ;  
 c)  $a\sqrt[3]{\frac{b^2c^2}{a^2}} \sqrt{\frac{b}{ac}}$ ;  
 d)  $\sqrt[20]{a^9b^2} \sqrt[12]{a^3b^4} \sqrt[15]{a^5b}$ ;  
 e)  $(\sqrt{1+x} + \sqrt{x-2})(\sqrt{1+x} - \sqrt{x-2})$ ;  
 f)  $(5+3\sqrt{2})(2\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)$ ;  
 g)  $\sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}} \sqrt[4]{\frac{x-y}{x+y}} : \sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}$ ;  
 h)  $(x+\sqrt{y})^3 - (x-\sqrt{y})^3$ ;  
 i)  $\sqrt[9]{\frac{32x^5}{27y^3}} \sqrt[4]{\frac{27y^3}{4x^2}}$ ;  
 j)  $\sqrt{\frac{1}{2ab+1}} \sqrt{9a^2b^2x^4 18a^3b^3x^4}$ .

**2.77 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $\sqrt{\frac{4a^2-b^2}{a^2-b^2}} \sqrt{\frac{a-b}{2a+b}}$ ;  
 b)  $\sqrt{\frac{9a}{b}} \sqrt{\frac{b^2-2b}{3ab-6a}}$ ;  
 c)  $\sqrt{\frac{9a^2-6ab+b^2}{a^2-b^2}} \sqrt{\frac{a+b}{3a-b}}$ ;  
 d)  $\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} \sqrt{\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}}$ ;  
 e)  $\sqrt[3]{\frac{a}{a+3}} \sqrt{\frac{a}{a+3}} \sqrt{\frac{a}{a+3}} : \sqrt{\frac{a}{a+3}}$ ;  
 f)  $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \sqrt{\frac{1}{x-1}} \cdot \sqrt[4]{x+1}$ .

**2.78 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $\sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a(a+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+1)^3}{(a-1)^2}}$ ;  
 b)  $\left(\sqrt{\frac{1}{b^4} + \frac{1}{b^3}} + \sqrt{\frac{ab^5+ab^4}{a}} - 2\sqrt{b+1}\right) \cdot \frac{b^2}{(b+1)^2}$ ;  
 c)  $\left(\sqrt[3x]{y^x} \sqrt[4x]{y} + \sqrt[6]{y^2} \sqrt[2x]{y}\right) \cdot \sqrt[3]{y} \sqrt[4x^2]{\frac{1}{y}}$ ;  
 d)  $\sqrt[4]{\frac{b^2-1}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3b-3}{6b^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(b-1)^4}{4b^5}}$ ;  
 e)  $\sqrt[3]{\frac{a^2+2a+1}{ab-b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2-2a+1}{ab+b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^2(a-1)^2}{2a^2+4a+2}}$ ;  
 f)  $\sqrt[3]{\frac{x^2+2xy+y^2}{x+3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5x}{x^2+6x+9}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x+y}{5x}}$ .

**2.79 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $\sqrt[3]{\frac{x^2-x}{x+1}} \cdot \sqrt[15]{\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}} \cdot \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+1}}$ ;  
 b)  $\sqrt{\frac{25x^3+25x^2}{y^3-y^2}} + \sqrt{\frac{x^3+x^2}{y^3-y^2}} - x\sqrt{\frac{4x+4}{y^3-y^2}}$ ;  
 c)  $\left(\sqrt{\frac{1}{y^4} + \frac{1}{y^3}} + \sqrt{\frac{xy^5+xy^4}{x}} - 2\sqrt{y+1}\right) \cdot \frac{(y+1)^2}{y^2}$ ;  
 d)  $\sqrt[4]{\frac{a^2-a}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[12]{\frac{a^2-2a+1}{(a-1)^7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a^2-2a+1}{a^3-a^2} - \frac{1}{a-1}}$ ;  
 e)  $\sqrt{\frac{a^2b+ab^2}{xy}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+b)^2}{x^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2y^3}{(a+b)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x}{a^3b^2+a^2b^3}}$ ;  
 f)  $\sqrt[6]{\frac{1}{x} + 4x - 4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x} + 4x + 4} \cdot \sqrt{\frac{x}{4x^2-1}}$ .

**2.80 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $\sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a(a+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2}}$ ;  
 b)  $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{3} - 2} + \frac{3}{a} \cdot \sqrt[6]{\frac{9a^2(a+3)^3}{(a-3)^2}}\right) \cdot \sqrt{\frac{a^2-9}{3a}}$ ;  
 c)  $\sqrt[4]{\frac{a^3-a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[12]{\frac{a^2-2a+1}{(a-1)^7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a^2-2a+1}{a^3-a^2} - \frac{1}{a-1}}$ ;  
 d)  $\sqrt{1 - \frac{1}{y} + \frac{1}{4y^2}} \cdot \left(\sqrt[6]{\frac{1}{8y^3+12y^2+6y+1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4y^2}}\right)$ ;  
 e)  $\sqrt[3]{1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{4a^2}} \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{1}{4a^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{8a^3+12a^2+6a+1}}\right)$ ;  
 f)  $\sqrt{\frac{1}{5a} + \frac{1}{25a^2}} + \sqrt{\frac{25a^2-1}{20a^3-4a^2}} - \sqrt{\frac{5a+1}{100a^2}}$ .

**2.81 (\*)**. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a)  $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2}} + \sqrt[3]{xy^3 - y^4} - \sqrt[3]{8x - 8y}$ ;  
 b)  $\sqrt{\frac{x^2+xy+y^2}{4x^2}} + \sqrt{\frac{4x^3-4y^3}{x-y}} + \sqrt{4x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2}$ ;  
 c)  $\sqrt{\frac{a^3+2a^2+a}{a^2+6a+9}} + \sqrt{\frac{a^3+4a^2+4a}{a^2+6a+9}} - \sqrt{\frac{a^3}{a^2+6a+9}}$ ;  
 d)  $\sqrt{4x - 12y} + \sqrt{\frac{x^3-3x^2y}{y^2}} + \sqrt{\frac{xy^2-3y^3}{x^2}}$ ;  
 e)  $\left(\sqrt[6]{\frac{1}{x^2-2x+1}} + \sqrt[6]{\frac{64a^6}{x^2-2x+1}} + \sqrt[6]{\frac{a^{12}}{x^2-2x+1}}\right) \cdot \sqrt[3]{x-1}$ ;

$$f) \left( \sqrt[3]{y^x} \sqrt[4]{y} + \sqrt[6]{y^2} \sqrt[2]{y} \right) \cdot 4x^2 \sqrt{\frac{1}{y}}.$$

2.82 (\*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{aligned} a) & \sqrt{\frac{x^3 - xy^2 + x^2y - y^3}{x+y}} \cdot \sqrt{\frac{x-y}{(x-y)^2}}; \\ b) & \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{3a^2 + 5b^2}} \cdot \sqrt{\frac{2a+b}{a-b}} + \frac{a-3b}{a+b}; \\ c) & \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{a}-\sqrt{2}}{2\sqrt{a}+\sqrt{2}} - \frac{8\sqrt{2a}}{4a-2}; \\ d) & \sqrt[3]{\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2-2xy}} \cdot \sqrt{\frac{x-y}{x+y}}; \\ e) & \left( \sqrt[3]{\frac{x+1}{\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+1}}} + \sqrt{2x+1} \right)^2 : \sqrt{\frac{1}{3x+2} \sqrt[3]{9x^2 + x + 4}}; \\ f) & \frac{\sqrt{x-3} \sqrt[4]{x+2}}{\sqrt{x-4} \sqrt[4]{x+4}} \cdot \frac{\sqrt{x-\sqrt[4]{x-2}}}{\sqrt{x-1}}. \end{aligned}$$

2.83 (\*). Esegui trasformando i radicali in potenze con esponente frazionario.

$$\begin{aligned} a) & \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^3} \sqrt{\frac{1}{a}} : \sqrt{\frac{1}{a}}; & c) & \sqrt[3]{a\sqrt{a}} \cdot \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}}; \\ b) & \sqrt[5]{a\sqrt{a^3}} \cdot \sqrt{a\sqrt[7]{\frac{1}{a^2}}} : \sqrt[7]{a^4\sqrt{a}}; & d) & \sqrt[5]{b\sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b^2\sqrt{b\sqrt{b^2}}} : \sqrt[5]{b^4\sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b}. \end{aligned}$$

## 2.10 - Razionalizzazione del denominatore di una frazione

2.84 (\*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{aligned} a) & \frac{1}{\sqrt{3}}; & d) & \frac{10}{\sqrt{5}}; & g) & \frac{3}{\sqrt{27}}; & j) & \frac{2}{3\sqrt{6}}; \\ b) & \frac{2}{\sqrt{2}}; & e) & -\frac{2}{\sqrt{3}}; & h) & \frac{4}{\sqrt{8}}; & k) & -\frac{3}{4\sqrt{5}}; \\ c) & \frac{5}{\sqrt{10}}; & f) & \frac{4}{2\sqrt{2}}; & i) & -\frac{10}{5\sqrt{5}}; & l) & \frac{1}{\sqrt{50}}. \end{aligned}$$

2.85. Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{aligned} a) & \frac{9}{\sqrt{18}}; & d) & \frac{5}{\sqrt{125}}; & g) & \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{50}}; & j) & \frac{a}{\sqrt{a}}; \\ b) & \frac{7}{\sqrt{48}}; & e) & \frac{6}{5\sqrt{120}}; & h) & 3\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{324}}; & k) & \frac{x}{\sqrt{x}}; \\ c) & \frac{3}{\sqrt{45}}; & f) & \frac{1}{3\sqrt{20}}; & i) & \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{2}}}; & l) & \frac{ax}{\sqrt{2a}}. \end{aligned}$$

2.86 (\*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{aligned} a) & \frac{2a}{\sqrt{2}}; & d) & \frac{x^2}{a\sqrt{x}}; & g) & \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; & j) & \frac{\sqrt{3}+2}{2\sqrt{3}}; \\ b) & \frac{a}{2\sqrt{a}}; & e) & \frac{3x}{\sqrt{12x}}; & h) & \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}; & k) & \frac{\sqrt{3}-1}{3\sqrt{3}}; \\ c) & \frac{x}{3\sqrt{2x}}; & f) & \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; & i) & \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}; & l) & \frac{\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

2.87 (\*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{\sqrt{5}-5\sqrt{2}}{\sqrt{10}}; & \text{d)} \frac{9-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; & \text{g)} \frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x^2-y^2}}; & \text{j)} \frac{2}{\sqrt[3]{4}}; \\ \text{b)} \frac{\sqrt{16}+\sqrt{40}}{\sqrt{8}}; & \text{e)} \frac{3a-\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}; & \text{h)} \frac{x}{\sqrt{2x+1}}; & \text{k)} \frac{3}{\sqrt[3]{5}}; \\ \text{c)} \frac{\sqrt{10}+\sqrt{20}}{2\sqrt{5}}; & \text{f)} \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a+b}}; & \text{i)} \frac{1}{\sqrt[3]{2}}; & \text{l)} \frac{4}{\sqrt[3]{6}}. \end{array}$$

2.88. Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{1}{\sqrt[3]{2}}; & \text{d)} \frac{4}{\sqrt[3]{6}}; & \text{g)} \frac{2}{\sqrt[5]{9}}; & \text{j)} \frac{16}{\sqrt[3]{36}}; \\ \text{b)} \frac{2}{\sqrt[3]{4}}; & \text{e)} \frac{2}{3\sqrt[3]{2}}; & \text{h)} \frac{3}{2\sqrt[6]{27}}; & \text{k)} \frac{9}{\sqrt[4]{2025}}; \\ \text{c)} \frac{3}{\sqrt[3]{5}}; & \text{f)} \frac{6}{5\sqrt[3]{100}}; & \text{i)} \frac{10}{\sqrt[5]{125}}; & \text{l)} \frac{1}{\sqrt[5]{144}}. \end{array}$$

2.89 (\*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{ab}{\sqrt[3]{a^2b}}; & \text{d)} \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt[4]{27ab^2c^5}}; & \text{g)} \frac{\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{xy}}; & \text{j)} \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}; \\ \text{b)} \frac{ab^2}{\sqrt[3]{ab^2}}; & \text{e)} \frac{5x}{\sqrt[3]{x\sqrt{5}}}; & \text{h)} \frac{3-a\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9a}}; & \text{k)} \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}; \\ \text{c)} \frac{3a^2b}{\sqrt[4]{9ab^3}}; & \text{f)} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[5]{16a^2b^3c^4}}; & \text{i)} \frac{1-\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{4a^2x}}; & \text{l)} \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}. \end{array}$$

2.90 (\*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}; & \text{d)} \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}; & \text{g)} \frac{x}{\sqrt{x+1}}; & \text{j)} \frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{ab}}; \\ \text{b)} \frac{3}{\sqrt{2}+1}; & \text{e)} \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}; & \text{h)} \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}; & \text{k)} \frac{x}{\sqrt{y}-\sqrt{x+y}}; \\ \text{c)} \frac{2}{\sqrt{2}-1}; & \text{f)} \frac{3}{2+3\sqrt{3}}; & \text{i)} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}; & \text{l)} \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}-\sqrt{3}}. \end{array}$$

2.91. Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}; & \text{d)} \frac{a-x}{\sqrt{a}-2\sqrt{x}}; & \text{g)} \frac{-3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+1}; & \text{j)} \frac{3}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{9}}; \\ \text{b)} \frac{7}{\sqrt{7+2\sqrt{6}}}; & \text{e)} \frac{x+1}{\sqrt{x(x+1)}}; & \text{h)} \frac{2}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2}; & \text{k)} \frac{6}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{5}}; \\ \text{c)} \frac{a-2}{\sqrt{a}-2}; & \text{f)} \frac{4}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}; & \text{i)} \frac{(a+b)^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{ab}}; & \text{l)} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{9}}. \end{array}$$

2.92 (\*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{3}}; & \text{e)} \frac{2}{\sqrt[3]{2}-1}; & \text{i)} \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}; \\ \text{b)} \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt[3]{2}-1}; & \text{f)} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}}; & \text{j)} \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}; \\ \text{c)} \frac{3}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}; & \text{g)} \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}; & \text{k)} \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{3}}; \\ \text{d)} \frac{a-4b^2}{\sqrt{a}-2b}; & \text{h)} \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{3\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}; & \text{l)} \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}. \end{array}$$



**2.93 (\*)**. Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{6}}; & \text{c) } \frac{7}{3\sqrt{2+2}}; & \text{e) } \frac{30}{3+\sqrt[3]{3}}; \\ \text{b) } \frac{3}{2\sqrt[3]{3}}; & \text{d) } \frac{a}{\sqrt{a+a}}; & \text{f) } \frac{2\sqrt{6+1}}{\sqrt{3+\sqrt{2-2}}}. \end{array}$$

**2.94 (\*)**. Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{1}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}; & \text{c) } \frac{4\sqrt{4+x^2}}{\sqrt{4+x^2}-\sqrt{x^2-4}}; & \text{e) } \frac{2}{\sqrt{2+x}-\sqrt{x}}; \\ \text{b) } \frac{x+y}{\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}}; & \text{d) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}-\sqrt{x}-x}; & \text{f) } \frac{6+\sqrt{x^2-9}}{6-\sqrt{x^2-9}}. \end{array}$$

### 2.11 - Radicali doppi

**2.95 (\*)**. Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{12-\sqrt{23}}; & \text{d) } \sqrt{3+\sqrt{5}}; & \text{g) } \sqrt{4-\sqrt{7}}; & \text{j) } \sqrt{6-3\sqrt{3}}; \\ \text{b) } \sqrt{12+2\sqrt{5}}; & \text{e) } \sqrt{3-\sqrt{8}}; & \text{h) } \sqrt{5+\sqrt{21}}; & \text{k) } \sqrt{6+2\sqrt{5}}; \\ \text{c) } \sqrt{15+\sqrt{29}}; & \text{f) } \sqrt{4+2\sqrt{3}}; & \text{i) } \sqrt{6+4\sqrt{2}}; & \text{l) } \sqrt{6-\sqrt{11}}. \end{array}$$

**2.96 (\*)**. Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{7+3\sqrt{5}}; & \text{c) } \sqrt{7-\sqrt{33}}; & \text{e) } \sqrt{7-\sqrt{13}}; & \text{g) } \sqrt{8-\sqrt{55}}; \\ \text{b) } \sqrt{7+2\sqrt{10}}; & \text{d) } \sqrt{7+2\sqrt{6}}; & \text{f) } \sqrt{8+2\sqrt{15}}; & \text{h) } \sqrt{8+4\sqrt{3}}. \end{array}$$

**2.97**. Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{8-\sqrt{39}}; & \text{d) } \sqrt{5+2\sqrt{6}}; & \text{f) } \sqrt{\frac{5}{2}-\sqrt{6}}; & \text{h) } \sqrt{10+\sqrt{19}}. \\ \text{b) } \sqrt{8-4\sqrt{7}}; & \text{e) } \sqrt{\frac{15}{2}-\sqrt{\frac{86}{9}}}; & & \\ \text{c) } \sqrt{8+\sqrt{15}}; & & \text{g) } \sqrt{\frac{8}{5}-\sqrt{\frac{7}{4}}}; & \end{array}$$

**2.98 (\*)**. Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}; & \text{d) } \sqrt{a+2-2\sqrt{a+1}}; \\ \text{b) } \sqrt{a+1-2\sqrt{a}}; & \text{e) } \sqrt{2a+1+\sqrt{1+4a}}; \\ \text{c) } \sqrt{a+b+1+\sqrt{4(a+b)}}; & \text{f) } \sqrt{a+\sqrt{ab-\frac{b^2}{4}}}. \end{array}$$

### 2.12 - Equazioni, disequazioni, sistemi

**2.99 (\*)**. Semplifica le seguenti espressioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{\sqrt{x+2y+\frac{y^2}{x}}}{\sqrt{\frac{1}{x}+x+2}}; \\ \text{b) } \left(x\sqrt{\frac{y}{x}}+y\sqrt{\frac{x}{y}}\right)\left(x\sqrt{\frac{y}{x}}-y\sqrt{\frac{x}{y}}\right)\sqrt{xy}; \\ \text{c) } \frac{\sqrt[4]{x+y+2\sqrt{xy}}\cdot\sqrt[4]{x+y-2\sqrt{xy}}}{\sqrt{x-y}}; \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} & \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}; \\ \text{e)} & \frac{\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}} + \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2-1}}; \\ \text{f)} & \sqrt{2b} \left( \sqrt{\frac{2}{b}} - \sqrt{\frac{b}{2}} \right) + \sqrt{2b} \left( \sqrt{\frac{b}{2}} - \sqrt{\frac{2}{b}} \right). \end{aligned}$$

**2.100 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{2}x = 2; & \text{e)} & x - \sqrt{3} = 2(x - \sqrt{3}); \\ \text{b)} & \sqrt{2}x = \sqrt{12}; & \text{f)} & 2\sqrt{3}x - \sqrt{2} = \sqrt{2}; \\ \text{c)} & 2x = \sqrt{6}; & \text{g)} & 2x + \sqrt{5} = \sqrt{5}x + 2; \\ \text{d)} & \sqrt{2}x = \sqrt{6} + \sqrt{14}; & \text{h)} & (1 + \sqrt{2})x = \sqrt{2}(1 - \sqrt{2}). \end{aligned}$$

**2.101 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{1-x}{\sqrt{2}} - \frac{x}{\sqrt{8}} = x - \sqrt{2}; & \text{d)} & \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} = 2; \\ \text{b)} & 2x - (x + \sqrt{3})\sqrt{2} = 2x + 3\sqrt{5}; & \text{e)} & (x + \sqrt{2})^2 - (x + \sqrt{3})^2 = 6. \\ \text{c)} & \frac{x+1}{\sqrt{2}} + \frac{x+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x-1}{2}; \end{aligned}$$

**2.102 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{x-\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}-3x}{4} = 2x; & \text{c)} & \frac{\sqrt{3}}{3x-6} - \frac{1}{20-10x} = \sqrt{3} + 2; \\ \text{b)} & 2(x-1)^2 - \sqrt{2}x = 1 + 2x(x-2); & \text{d)} & \frac{3x-2}{\sqrt{8x-\sqrt{32}}} + \frac{5x}{4\sqrt{3x-8\sqrt{3}}} = 0. \end{aligned}$$

**2.103 (\*)**. Risolvi le seguenti disequazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{aligned} \text{a)} & 4x + \sqrt{2} < 2x - \sqrt{2}; & \text{d)} & 3(x - \sqrt{3}) < 2(x + \sqrt{3}) - \sqrt{6}; \\ \text{b)} & (\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} + \sqrt{2}x) < 3\sqrt{2}; & \text{e)} & \frac{x-\sqrt{2}}{2} \leq \frac{2x-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}. \\ \text{c)} & x\sqrt{2} + \sqrt{5} > \sqrt{10}; \end{aligned}$$

**2.104 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{aligned} \text{a)} & \begin{cases} \sqrt{2}x \geq 2 \\ (3 - \sqrt{2})x < \sqrt{2} \end{cases}; & \text{b)} & \begin{cases} 2(x - \sqrt{2}) > 3x - \sqrt{3} \\ (x - \sqrt{2})^2 > (x - \sqrt{3})^2 - \sqrt{3} \end{cases}. \end{aligned}$$

**2.105 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{aligned} \text{a)} & \begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases}; & \text{c)} & \begin{cases} x + 2y = \sqrt{2} - 1 \\ 2x - 2y = 2\sqrt{2} \end{cases}; \\ \text{b)} & \begin{cases} x - \sqrt{3} = 2 - y \\ x + 2 = y + \sqrt{3} \end{cases}; & \text{d)} & \begin{cases} \frac{2(x+\sqrt{3})}{\sqrt{2+2\sqrt{3}}} = \frac{y}{\sqrt{2}} \\ \frac{2x-y}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

**2.106 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + \sqrt{3}y = 2 \\ \sqrt{3}x - 4y = 1 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} \sqrt{3}x + 4\sqrt{2}y = 4 \\ \sqrt{12}x + 8\sqrt{2}y = 8 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} \sqrt{2}x - y = 1 \\ 2x + \sqrt{2}y = 0 \end{cases} ; & \text{e) } \begin{cases} 2x + 3\sqrt{2}y = 2 \\ \sqrt{3}x - y = -\sqrt{8} \end{cases} . \\ \text{c) } \begin{cases} 4x - 2\sqrt{5}y = \sqrt{2} \\ \sqrt{2}x + y = -2 \end{cases} ; & \end{array}$$

**2.107 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + y = 3\sqrt{5} \\ \sqrt{8}x + 2\sqrt{2}y = -5\sqrt{11} \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} \sqrt{2}x + 2y = 4 \\ 2x + \sqrt{32}y = -1 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x - 3\sqrt{3}y = \sqrt{27} \\ -\sqrt{3}x + \sqrt{243}y = 0 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x - y\sqrt{3} = 2 \\ x\sqrt{3} - y = 1 \end{cases} . \end{array}$$

**2.108 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x - 2y\sqrt{2} = \sqrt{2} \\ x\sqrt{2} + y = \sqrt{2} \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y\sqrt{2} = 0 \\ x + y = \sqrt{8} \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x\sqrt{2} + y = 1 \\ x + y\sqrt{2} = 0 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x\sqrt{3} + 4y\sqrt{2} = 4 \\ x\sqrt{12} + 8y\sqrt{2} = -4 \end{cases} . \end{array}$$

**2.109 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x - 3y\sqrt{3} = 0 \\ -x\sqrt{3} + 9y = 0 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x\sqrt{2} - 2y = -1 \\ x\sqrt{8} - y = 0 \end{cases} . \\ \text{b) } \begin{cases} x + y = 3\sqrt{5} \\ 2x - y = \sqrt{5} \end{cases} ; & \end{array}$$

### Esercizi di riepilogo

**2.110.** Vero o Falso? È dato un quadrato di lato  $3\sqrt{2}$ .

- a) Il suo perimetro è in numero irrazionale  
b) La sua area è un numero irrazionale

V	F
V	F

**2.111.** Vero o Falso? È dato un rettangolo di base  $\sqrt{12}$  e altezza 14.

- a) il suo perimetro è un numero irrazionale  
b) la sua area è un numero razionale  
c) il perimetro non esiste perché non si sommano razionali con irrazionali  
d) la misura del perimetro è un numero sia razionale che irrazionale

V	F
V	F
V	F
V	F

**2.112.** Vero o Falso? Un triangolo rettangolo ha i cateti lunghi rispettivamente  $\sqrt{3}$ cm e  $\sqrt{13}$ cm.

- a) l'ipotenusa ha come misura un numero razionale  
b) il perimetro è un numero irrazionale

V	F
V	F

c) l'area è un numero irrazionale

V  F

**2.113.** Vero o Falso? È dato un quadrato di lato  $1 + \sqrt{5}$ .

a) la misura della diagonale è un numero irrazionale

V  F

b) l'area è un numero irrazionale

V  F

**2.114.** Vero o Falso? È dato un rettangolo di base  $\sqrt{12}$  e altezza  $\sqrt{3}$ .

a) il perimetro è un numero irrazionale

V  F

b) l'area è un numero irrazionale

V  F

c) la misura della diagonale è un numero irrazionale

V  F

d) il quadrato della misura del perimetro è un numero irrazionale

V  F

**2.115.** Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 7cm. Determina, se esiste, una possibile misura dell'altro cateto in modo che questa sia un numero irrazionale e che l'ipotenusa sia, invece, un numero razionale.

**2.116.** Perché l'uguaglianza  $\sqrt{(-5)^2} = -5$  è falsa?

**2.117.** Determina il valore di verità delle seguenti affermazioni.

a) la radice terza del triplo di  $a$  è uguale ad  $a$ ;

b) dati due numeri reali positivi, il quoziente delle loro radici quadrate è uguale alla radice quadrata del quoziente;

c) il doppio della radice quadrata di  $a$  è uguale alla radice quadrata del quadruplo di  $a$ ;

d) dati due numeri reali positivi, la somma delle loro radici cubiche è uguale alla radice cubica della loro somma;

e) la radice cubica di 2 è la metà della radice cubica di 8;

f) dati un numero reale positivo, la radice quadrata della sua radice cubica è uguale alla radice cubica della sua radice quadrata;

g) sommando due radicali letterali simili si ottiene un radicale che ha la stessa parte letterale dei radicali dati.

**2.118.** Riscrivi in ordine crescente i radicali  $\sqrt{5}$ ,  $4\sqrt{2}$ ,  $2\sqrt{3}$ .

**2.119.** Verifica che il numero irrazionale  $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$  appartiene all'intervallo  $(1, 2)$  e rappresentalo sull'asse dei numeri reali.

**2.120.** Dati i numeri  $\alpha = \sqrt[3]{(\sqrt{30} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{30} + \sqrt{3})} + \sqrt[4]{(7\sqrt{2} - \sqrt{17}) \cdot (7\sqrt{2} + \sqrt{17})}$  e  $\beta = (3 + \sqrt{5}) \cdot (3 - \sqrt{5}) - \frac{3}{2 + \sqrt{5}}$ , quali affermazioni sono vere?

a) sono entrambi irrazionali;

d)  $\alpha$  è maggiore di  $\beta$ ;

b) solo  $\alpha$  è irrazionale;

e)  $\beta$  è irrazionale negativo.

c)  $\alpha$  è minore di  $\beta$ ;

**2.121.** Le misure rispetto al cm dei lati di un rettangolo sono i numeri reali  $l_1 = \sqrt[3]{1 - \frac{1}{8}} \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{2}{7}} \cdot \sqrt[3]{25}$  e  $l_2 = \sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot (\sqrt[8]{6})^3 : \sqrt[4]{\sqrt{6}}$ . Determinare la misura del perimetro e della diagonale del rettangolo.

**2.122.** Se  $x$  è positivo e diverso da 1, l'espressione  $E = \sqrt[4]{\frac{4}{\sqrt{x}-1} - \frac{4}{\sqrt{x}+1}} : \sqrt[4]{\frac{4}{\sqrt{x}-1} + \frac{4}{\sqrt{x}+1}}$  è uguale a:

- a)  $\sqrt[4]{\frac{1}{x}}$ ;      b)  $\sqrt[8]{\frac{1}{x}}$ ;      c)  $\frac{1}{x}$ ;      d)  $\sqrt[8]{x}$ ;      e) 0.

**2.123.** Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa. Per tutte le coppie  $(a; b)$  di numeri reali positivi con  $a = 3b$ , l'espressione  $E = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a+b}{a-b}$  ha il numeratore doppio del denominatore.

**2.124.** Calcola il valore delle seguenti espressioni letterali per i valori indicati delle lettere.

- a)  $x + 2\sqrt{3}$  per  $x = \sqrt{3}$       c)  $x^2 + x - 1$  per  $x = \sqrt{2}$       e)  $(x + 2\sqrt{2})^2$  per  $x = \sqrt{2}$   
 b)  $\sqrt{2}x + 3\sqrt{6}$  per  $x = \sqrt{3}$       d)  $x^2 + \sqrt{5}x - 1$  per  $x = \sqrt{5}$

**2.125.** Trasforma in un radicale di indice 9 il seguente radicale  $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{\frac{a-b}{b-a}}}{\sqrt{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2}}} : \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + 1$ .

**2.126 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni.

- a)  $\frac{x\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{x\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{3x+3}{\sqrt{3}}$ ;      b)  $\frac{\sqrt{3+x}}{x-\sqrt{3}} + \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} = 2$ .

**2.127.** Per quale valore di  $k$  il sistema lineare è determinato?  $\begin{cases} x\sqrt{3} + (k - \sqrt{3})y = 1 \\ -2x + y\sqrt{6} = -k \end{cases}$ .

**2.128.** L'insieme di soluzioni della disequazione  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})x < 0$  è:

- a)  $x \geq 0$ ;      b)  $x \leq 0$ ;      c)  $x > 0$ ;      d)  $x < 0$ ;      e)  $\mathbb{R}$ .

**2.129.** Data l'espressione  $E = \frac{2a-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{(a+2)\cdot\sqrt{2}}{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} - 1$ , stabilire se esistono valori di  $a$  che la rendono positiva.

**2.130.** Data la funzione  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$

- a) determina il suo dominio;  
 b) riscrivi la funzione razionalizzando il denominatore;  
 c) calcola  $f(2)$ ;  
 d) per quali valori di  $x$  si ha  $f(x) > 0$ ?  
 e) risolvi l'equazione  $f(x) = 0$ .

### 2.13.2 Risposte

**2.6.** b) 4, h)  $-\frac{4}{5}$ , i)  $\frac{10}{3}$ .

**2.7.** e) 3, h)  $\emptyset$ .

**2.8.** b) 3, d)  $\frac{2}{3}$ , h) 2.

2.9. c) 3, e) 0,2, i) 5.

2.10. d)  $2a + 1$ , e)  $a^2 + 3$ , f)  $1 - 2x$ .

2.11. a)  $\forall x \in \mathbb{R}$ , b)  $x \leq 1$ , c)  $x > -1$ , d)  $y \geq 0$ , f)  $x > 1$ .

2.12. a)  $x \geq -1$ , d)  $\emptyset$ , h)  $x \leq 0 \vee x \geq 2$ .

2.13. a)  $-2 < x \leq 5$ , e)  $b < -2 \vee b > 2$ .

2.14. a)  $b \geq 0$ , b)  $x \leq 0$ , c)  $x = 0 \vee x \geq 1$ , d)  $x > -\frac{1}{2}$ , e)  $3 < x \leq 7$ .

2.15. b)  $0 \leq x \leq 1 \vee x > 4$ , e)  $-2 < a < 0 \vee a > 4$ .

2.16. a)  $\forall x \in \mathbb{R}$ , d)  $\forall x \in \mathbb{R}$ , g)  $-2 < x < -1 \vee x > 0$ , i)  $x > 0$ , f)  $\emptyset$  k)  $x \geq 1$ .

2.18. a) 4, f) 25, i) 2.

2.19. c)  $5^{\frac{3}{7}}$ , g)  $25^{-\frac{1}{3}}$ .

2.20. a)  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{(a^2 + 1)^2 + 1}}$ .

2.24. c)  $\sqrt{2}$ , e)  $\sqrt{10}$ , i)  $\sqrt{5}$ .

2.25. b) 2, d)  $\sqrt[3]{\frac{4}{11}}$ , h)  $\sqrt[3]{-3}$ .

2.26. a)  $\emptyset$ , e)  $\sqrt[5]{5}$ , g) 12.500.

2.27. b) 5, d), e)  $\frac{9}{4}$ , g) 2.

2.28. a)  $4 \cdot \sqrt{3}$ , e)  $4a^2b^3$ , i)  $|y| \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |x|}{3}}$ .

2.29. a)  $\sqrt{(2x + 3)}$ , e)  $\sqrt[5]{\frac{11a^2}{b}}$ , i)  $2 \cdot |a|$ .

2.30. b)  $\sqrt[5]{|a^2 + 3x|}$ , f)  $\frac{1}{2}$ , h)  $\frac{5a^2|b|^3}{a^2 + 2}$ .

2.31. c)  $|a| \sqrt{|a - 1|}$ , d)  $|x - 3|$ , h)  $\frac{|x-1|}{|b||x+1|}$ , f)  $-2$  se  $a \leq -1$ ;  $2a$  se  $-1 < a \leq 1$ ;  $2$  se  $a > 1$ .

2.32. b)  $\sqrt[4]{\frac{8}{9}}$ , e)  $\sqrt[4]{6^4}$ , i)  $2x^2$ .

2.33. a)  $3a^2b^3$ , b)  $\sqrt{2xy^3}$ , c)  $\sqrt{x + 4y}$ , d)  $\frac{4x^2}{3y^2}$ , e)  $x^3y$ .

- 2.34. a)  $\sqrt[5]{\frac{2xy^2}{5z^3}}$ , b)  $|x^2 - y^2|$ , c)  $\sqrt[3]{\frac{xy^2}{(9x-1)^2}}$ , d)  $\sqrt[9]{\frac{1-x}{x}}$  se  $x \neq 0$ , e)  $\sqrt{\frac{|a-1|}{a+1}}$ , f)  $\sqrt[3]{\frac{3(a-1)}{5xy^3}}$ .
- 2.35. a) 15, d) 30, i) 1.
- 2.36. a)  $3\sqrt[4]{3}$ , b)  $4\sqrt[4]{8}$ , c)  $\sqrt[4]{\frac{4}{3}}$ , d)  $\sqrt[7]{42}$ , e)  $\sqrt[3]{9}$ , f) 1, g)  $\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$ .
- 2.37. c)  $\sqrt[6]{3^7}$ , e)  $\sqrt[6]{3^7}$ , h)  $\sqrt[6]{\frac{3^2 \cdot 5^3}{4^2}}$ .
- 2.38. a)  $\frac{6}{13}$ , b)  $\frac{5}{4}$ , c)  $\frac{4}{\sqrt[3]{3^2}}$ , d) 2, e) 60.
- 2.39. b)  $\sqrt{15}$ , c)  $2ab$ , e)  $\sqrt[6]{\frac{2^3 a^2}{3^4}}$ .
- 2.40. b)  $\sqrt[6]{\frac{(x+1)^4}{(x-1)^3}}$ , c)  $\sqrt{a-b}$ , e)  $\sqrt[6]{\frac{(1-x)^4}{(1+x)(1+x^2)^2}}$ .
- 2.41. b)  $\sqrt[6]{\frac{(a+1)(a+3)^2}{(a-3)(a-1)^2}}$ , c)  $\sqrt[6]{\frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+3)}}$ , f)  $\sqrt{\frac{x-y}{xy}}$ .
- 2.42. a)  $\sqrt{\frac{a+b}{ab}}$ , d)  $\sqrt[6]{\frac{(a+2)^7}{(a-1)^7}}$ , e)  $\sqrt[6]{\frac{x+2}{x^2(x+1)}}$ .
- 2.43. a)  $\sqrt[4]{\frac{a+b}{x}}$ , c)  $a-1$ , d)  $\sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}$ , e)  $\frac{a+2}{a+5}$ , f)  $\sqrt[4]{(x+y)(3x+2y)}$ .
- 2.44. a)  $\sqrt[4]{a(a-b)}$ , b)  $\sqrt{\frac{x}{y}}$ , c)  $\frac{x-2}{x+3}$ , d)  $xy$ , e)  $\sqrt[15]{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^4}$ , f)  $\sqrt[8]{\frac{a+b}{2(a+2b)}}$ .
- 2.45. a) 1, b)  $\frac{1}{\sqrt[12]{ab(a-b)^2}}$ , c)  $\sqrt[3]{\frac{y(x+y)}{x(x-y)}}$ , d)  $\sqrt[6]{\frac{2a+1}{2a-1}}$ , e)  $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ , f)  $\sqrt[10]{\frac{x^4(x+y)}{y^4(x-y)}}$ .
- 2.46. a)  $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$ , b)  $\sqrt[6]{a^3(a+b)}$ , c)  $\sqrt[12]{x^4(x+y)^3(x-y)^2}$ , d)  $xy$ , e)  $\sqrt[6]{\frac{(x-y)^4}{4xy}}$ .
- 2.47. a) 1, b)  $\sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}}$ , c)  $(a-1)\sqrt[4]{(a-1)^3}$ , d)  $\sqrt[12]{(a^2-1)(a+b)}$ , e)  $\sqrt[4]{\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}$ .
- 2.48. a)  $\sqrt{2^3}$ , g)  $\sqrt{\frac{3}{4}}$ , o)  $-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ .
- 2.49. b)  $\sqrt[3]{x^7}$ , g)  $\sqrt{(a-1)^2 a}$ .
- 2.50. a)  $\sqrt{\frac{x}{x+1}}$ , b)  $\sqrt{(x+1)(x+2)}$ , c)  $\sqrt[4]{\frac{27a^5 b^6}{c^2}}$ , d)  $\sqrt[3]{x(x^2-1)}$ , e)  $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$ , f)  $\sqrt[3]{\frac{x}{x-1}}$ .

- 2.51. a)  $\sqrt{a^2 - b^2}$ , b)  $\sqrt{\frac{x-y}{xy(x+y)}}$ , c)  $\sqrt{\frac{3a-2}{3a+2}}$ , d)  $\sqrt[3]{\frac{a-1}{(a+1)^2}}$ , e)  $\sqrt{\frac{a^2-1}{a}}$ , f)  $\sqrt[5]{\frac{3a+1}{9}}$ ,  
g)  $\sqrt[5]{\frac{a^4b^2}{c^3}}$ , h)  $\sqrt{8}$ .
- 2.52. a)  $5\sqrt{10}$ , b)  $9\sqrt{6}$ , c)  $12\sqrt{6}$ , d)  $24\sqrt{6}$ , k)  $10\sqrt{3}$ .
- 2.53. b)  $\frac{1}{6}\sqrt{97}$ , g)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ .
- 2.54. e)  $3|a|\sqrt{b}$ , C.E.  $b \geq 0$ .
- 2.55. a)  $\sqrt[5]{9a^2b^3c}$ , b)  $x^2yz\sqrt[5]{3y^2}$ , c)  $\sqrt[3]{\frac{x(x-y)^2}{36}}$ , d)  $\frac{5a\sqrt[3]{b^2}}{(a-b)^2}$ , e)  $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ .
- 2.56. a)  $xy\sqrt[4]{24xy^2}$ , b)  $(a-b)\sqrt[3]{a-b}$ , c)  $2a\sqrt[5]{2+a^2}$ , d)  $(x+y)\sqrt{xy}$ , e)  $2\sqrt[4]{a^4+2}$ .
- 2.57. b)  $|2x|\sqrt{x^2-1}$ , C.E.  $x \leq 1 \vee x \geq 1$ , i)  $(a+a^2+a^3)\sqrt{a}$ .
- 2.58. d)  $\sqrt{2^3}$ , l)  $2a^3$ , p)  $\frac{1}{9}$ .
- 2.59. j)  $\sqrt{2^4a^2|b^3|}$ .
- 2.60. h)  $\sqrt[3]{a^2}$ .
- 2.61. f)  $\sqrt[3]{3(a+b)}$ , C.E.  $a > b$ .
- 2.62. a)  $\sqrt[15]{y^7}$ , b)  $\sqrt[10]{2x+1}$ , c)  $\sqrt[12]{x}$ , d)  $\sqrt[4]{\frac{a+1}{a-1}}$ , e)  $\sqrt[6]{(a-b)^5}$ , f)  $x-y$ .
- 2.63. c)  $5\sqrt{6}$ , f)  $-\sqrt{7}$ , g)  $3(\sqrt{5}+3\sqrt{2})$ , h)  $7\sqrt{7}$ .
- 2.64. c)  $\sqrt{5} - \frac{1}{6}\sqrt{2}$ , j)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ .
- 2.65. a) 0, b) 0, c)  $\sqrt[4]{2} + 12\sqrt[3]{2}$ , d)  $\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[4]{3}$ , e)  $\frac{2}{15}\sqrt{2} - \frac{4}{7}\sqrt{3}$ , f) 0.
- 2.66. a)  $-\frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{5}\sqrt{b}$ , b)  $(1+a-b)\sqrt[3]{a-b}$ .
- 2.67. a)  $9\sqrt{b} - \sqrt{ab}$ , c)  $(3xy^2 + 2x^2 - \frac{z^4}{y})\sqrt{xz}$ , d) 0, e)  $(x-y+1)\sqrt[3]{x-y}$ .
- 2.68. a)  $-\frac{3}{8}\sqrt{3xy}$ , b)  $\frac{9a-2b}{6\sqrt{a+b}}$ , c)  $(x-2y)^2\sqrt[3]{x}$ , d)  $\frac{3-4x}{2}\sqrt[3]{2}$ , e)  $\sqrt{\frac{3}{5}}$ , f)  $(1-y)^2\sqrt[9]{x^3y^4}$ .
- 2.69. e)  $4+2\sqrt{3}$ , f)  $7-4\sqrt{3}$ , g)  $9+4\sqrt{5}$ , h)  $19-8\sqrt{3}$ , i)  $48+24\sqrt{3}$ , j)  $\frac{27}{4} - \sqrt{18}$ .
- 2.70. i)  $8-2\sqrt{2}-2\sqrt{10}+2\sqrt{5}$ , l)  $1-3\sqrt[3]{4}+3\sqrt[3]{2}$ .



2.71. i)  $3\sqrt{5} + 25$ .

2.72. f)  $-19 - 12\sqrt{6}$ , k)  $a + 2 + \frac{1}{a}$ .

2.73. a)  $x - y$ , g) 6.

2.74. b)  $8\sqrt{2} - 12$ .

2.75. c)  $\sqrt[5]{b^7}$ , h)  $\sqrt{b}$ .

2.76. a)  $3\sqrt[3]{\frac{2x}{y}}$ , b)  $35 - 18\sqrt{2}$ , c)  $b\sqrt[6]{\frac{bc}{a}}$ , d)  $a\sqrt[20]{ab^{15}}$ , e) 3, f)  $10\sqrt{3} - 6\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 1$ ,  
g)  $\sqrt[12]{\frac{x-y}{x+y}}$ , h)  $2(3x^2 + y)\sqrt{y}$ , i)  $\sqrt[4]{\frac{4x^2}{3y}}$ , j)  $3abx^2$ .

2.77. e)  $\sqrt[12]{\frac{a}{a+3}}$ , f)  $\sqrt[8]{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5}$ .

2.78. a)  $\sqrt[3]{\frac{a-1}{(a+1)^3}}$ , b)  $(b-1)^2\sqrt{b+1}$ , c)  $2\sqrt[3]{y^2}$ , d)  $\sqrt[12]{\frac{(b+1)^3}{b(b-1)}}$ , e)  $\sqrt[4]{\frac{(a-1)^2}{2}}$ , f)  $\frac{x+y}{x+3}$ .

2.79. a)  $\sqrt[3]{x}$ , c)  $(y-1)^2\sqrt{y+1}$ , d)  $\sqrt[12]{\frac{a^{11}}{(a^2-1)^6}}$ , e)  $\sqrt[24]{\frac{a^{10}b^{10}(a+b)^{11}}{x^{11}}}$ , f)  $\sqrt[6]{\frac{2x+1}{2x-1}}$ .

2.80. a)  $\sqrt[3]{\frac{a-1}{(a+1)^4}}$ , b)  $\sqrt[6]{\frac{27a^3}{a-3}}$ , c)  $\sqrt[6]{\frac{a-1}{a(a+1)^3}}$ , d)  $\sqrt{2y-1}$ , e)  $\sqrt[6]{4a^2(2a-1)}$ , f)  $\frac{3}{5a}\sqrt{5a+1}$ .

2.81. a)  $\frac{(1-y)^2}{y}\sqrt[3]{x-y}$ , b)  $\frac{(1+2x)^2}{2x}\sqrt{x^2+xy+y^2}$ , c)  $\sqrt{a}$ , d)  $\frac{(x+y)^2}{xy}\sqrt{x-3y}$ , e)  $(1+a)^2$ .

2.82. a)  $\sqrt{x+y}$ , b) 1, c) 0, d)  $\sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}$ , e)  $\sqrt{3x+2}$ , f) 1.

2.83. a)  $\sqrt{a^3}$ , b)  $\sqrt[4]{a^3}$ , c)  $\sqrt[9]{a^{19}}$ , d)  $\sqrt[5]{b^7}$ .

2.84. d)  $2\sqrt{5}$ , h)  $\sqrt{2}$ , j)  $\frac{\sqrt{6}}{9}$ , d), e), f).

2.86. c)  $\frac{\sqrt{2x}}{6}$ .

2.87. c)  $\frac{\sqrt{2+2}}{2}$ , l)  $\frac{2}{3}\sqrt[3]{36}$ .

2.89. b)  $\sqrt[3]{a^2b}$ .

2.90. d)  $3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$ .

2.93. a)  $6\sqrt{3}$ , b)  $\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$ , c)  $\frac{3\sqrt{2}-2}{2}$ , d)  $\frac{\sqrt{a-a}}{1-a}$ , e)  $\sqrt[3]{9} - 3\sqrt[3]{3} + 9$ , f)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2$ .

- 2.94. a)  $\frac{\sqrt[3]{x+3}}{x+3}$ , b)  $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{xy}$ , c) 1, d)  $-\sqrt{x^2 - \sqrt{x}} - x$ , e)  $\sqrt{2+x} + \sqrt{x}$ ,  
f)  $\frac{27+x^2+12\sqrt{x^2-9}}{45-x^2}$ .
- 2.95. d)  $\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 2.96. d)  $\sqrt{6} + 1$ .
- 2.98. a)  $\sqrt{x+2} + 1$ , b)  $\sqrt{a} - 1$ , c)  $\sqrt{x+y} + 1$ , d)  $\sqrt{a+1} - 1$ , e)  $\frac{\sqrt{8a+2} + \sqrt{2}}{2}$ ,  
f)  $\frac{\sqrt{4a-b} + \sqrt{b}}{2}$ .
- 2.99. a)  $\frac{x+y}{x+1}$ , b) 0, c) 1, d)  $\frac{8\sqrt{x}}{x-4}$ , e) x, f) 0.
- 2.100. a)  $\sqrt{2}$ , e)  $\sqrt{3}$ , f)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ , g) 1, h)  $4 - 3\sqrt{2}$ .
- 2.101. a)  $18 - 12\sqrt{2}$ , b)  $-\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{10}}{2}$ , c)  $-(1 + \sqrt{2})$ , e)  $-\frac{7}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ , f)  $\frac{-7(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{2}$ .
- 2.102. a)  $-\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}$ , b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , c)  $\frac{36+17\sqrt{3}}{30}$ , d)  $\frac{36-10\sqrt{6}}{29}$ .
- 2.103. a)  $x < -\sqrt{2}$ , b)  $x > \frac{\sqrt{2}-6}{2}$ , c)  $x > \frac{\sqrt{10}(\sqrt{2}-1)}{2}$ , d)  $x < 5\sqrt{3} - \sqrt{6}$ , e)  $x \geq \frac{4\sqrt{3}-4+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{7}$ .
- 2.104. a)  $\emptyset$ , b)  $\frac{\sqrt{3}-3+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} < x < \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ .
- 2.105. a)  $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$ , b)  $(\sqrt{3}; 2)$ , c)  $(\sqrt{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3})$ , d)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3}; 2\sqrt{2})$ .
- 2.106. a)  $(\frac{\sqrt{3}+8}{7}; \frac{2\sqrt{3}-1}{7})$ , b)  $(\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{1}{2})$ , c)  $(\frac{5\sqrt{5}-11\sqrt{2}}{6}; \frac{10-5\sqrt{10}}{6})$ , d)  $\mathbb{R}$ , e)  $(\frac{2-3\sqrt{6}}{5}; \frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{5})$ .
- 2.107. a)  $\emptyset$ , b)  $(\frac{9+9\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2})$ , c)  $(\frac{1}{2} + 4\sqrt{2}; -2 - \frac{\sqrt{2}}{4})$ , d)  $(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1; \frac{1}{2} - \sqrt{3})$ .
- 2.108. a)  $(\frac{\sqrt{2}+4}{5}; \frac{\sqrt{2}-2}{5})$ , b)  $(\sqrt{2}; -1)$ , c)  $(-\frac{4\sqrt{2}+12}{7}; \frac{18\sqrt{2}+12}{7})$ , d)  $\emptyset$ .
- 2.109. a)  $\mathbb{R}$ , b)  $(\frac{4\sqrt{5}}{3}; \frac{5\sqrt{5}}{3})$ , c)  $(\frac{\sqrt{2}}{6}; \frac{2}{3})$ .
- 2.126. a) -1, b)  $2 \cdot (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$ .