
Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Die Simulationspipeline	1
1.2	Einführung in die Modellierung	5
1.2.1	Allgemeines	5
1.2.2	Herleitung von Modellen	7
1.2.3	Analyse von Modellen	10
1.2.4	Klassifikation von Modellen	11
1.2.5	Skalen	12
1.3	Einführendes zur Simulation	14
1.3.1	Allgemeine Bemerkungen	14
1.3.2	Bewertung	15
2	Benötigtes Instrumentarium in Kurzform	19
2.1	Elementares und Diskretes	20
2.2	Kontinuierliches	21
2.2.1	Lineare Algebra	22
2.2.2	Analysis	23
2.2.3	Bedeutung für Modellbildung und Simulation	30
2.3	Stochastisches und Statistisches	30
2.3.1	Warum Zufall?	31
2.3.2	Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	32
2.3.3	Kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume	38
2.3.4	Asymptotik	41
2.3.5	Induktive Statistik	44
2.4	Numerisches	47
2.4.1	Grundlagen	48
2.4.2	Interpolation und Quadratur	52
2.4.3	Direkte Lösung linearer Gleichungssysteme	59
2.4.4	Iterationsverfahren	61
2.4.5	Gewöhnliche Differentialgleichungen	68
2.4.6	Partielle Differentialgleichungen	78

2.5 Bezüge Instrumentarium – Anwendungen 83

**Teil I Spielen – entscheiden – planen:
Ein Warm-up zur Modellierung**

3 Spieltheorie 89
3.1 Spiele in strategischer Normalform 90
3.2 Spiele ohne Annahmen über den Gegner 92
3.3 Reaktionsabbildungen 93
3.4 Dominante Strategien 95
3.5 Nash-Gleichgewichte 96
3.6 Gemischte Strategien 97
3.7 Ausblick 99

4 Gruppenentscheidungen 101
4.1 Individualpräferenzen und Gruppenentscheidungen 102
4.2 Beispiele für Entscheidungsverfahren 105
4.3 Bedingungen an Auswahlfunktionen, Satz von Arrow 109

5 Zeitpläne 115
5.1 Prozess-Scheduling (deterministisch) 117
5.2 Prozess-Scheduling (stochastisch) 123
5.3 Job-Shop-Probleme 129
5.4 Weitere Zeitplanprobleme 134

6 Wiener-Prozesse 137
6.1 Vom Bernoulli-Experiment zur Normalverteilung 138
6.2 Normalverteilte Einflussgrößen 140
6.3 Wiener-Prozesse 141
6.4 Anwendung: Entwicklung von Geldanlagen 146

**Teil II Verkehr auf Highways und Datenhighways:
Einmal durch die Simulationspipeline**

7 Makroskopische Simulation von Straßenverkehr 155
7.1 Modellansatz 156
7.2 Homogene Verkehrsströmung 158
7.2.1 Ein erstes Ergebnis 158
7.2.2 Geschwindigkeit, Fluss und Dichte 159
7.2.3 Fundamentaldiagramm 160
7.2.4 Modellverfeinerungen 161
7.3 Inhomogene Verkehrsströmung 164
7.4 Simulation einer einfachen Ringstraße 166

7.4.1	Ein erster Versuch	166
7.4.2	Eine verbesserte Simulation	169
7.5	Signal- und Verkehrsgeschwindigkeit	171
7.6	Zusammenfassung und Ausblick	176
8	Mikroskopische Simulation von Straßenverkehr	179
8.1	Modellansatz	180
8.1.1	Zelluläre Automaten	180
8.1.2	Straßenverkehr	182
8.2	Eine erste Simulation	184
8.3	Stochastische Erweiterung: Trödelfaktor	186
8.3.1	Freier Verkehrsfluss	187
8.3.2	Höhere Dichten, Staus aus dem Nichts	188
8.3.3	Validierung und Kalibrierung: Fundamentaldiagramm	190
8.4	Modellierung von Verkehrsnetzen	195
8.4.1	Verkehrsgraph	195
8.4.2	Kreuzungen	197
8.4.3	Pläne und Vorhaben	201
8.5	Modellverfeinerungen	207
8.6	Zusammenfassung und Ausblick	210
9	Stochastische Verkehrssimulation	211
9.1	Modellansatz	213
9.2	Wartesysteme	214
9.2.1	Stochastische Prozesse	215
9.2.2	Klassifizierung elementarer Wartesysteme	221
9.2.3	Beispiele zur Kendall-Notation	223
9.2.4	Leistungskenngrößen und erste Ergebnisse	223
9.3	Warteschlangennetze	226
9.3.1	Parameter in Warteschlangennetzen	227
9.3.2	Asymptotische Analyse	228
9.4	Analyse und Simulation	230
9.4.1	Markov-Prozesse und Markov-Ketten	232
9.4.2	Wartesysteme	237
9.4.3	Warteschlangennetze	241
9.4.4	Simulation	243
9.5	Zusammenfassung und Ausblick	245

**Teil III Dynamische Systeme:
Ursache, Wirkung und Wechselwirkung**

10	Populationsdynamik	251
10.1	Modell von Malthus	252
10.2	Verfeinerte Ein-Spezies-Modelle	252
10.2.1	Lineares Modell mit Sättigung	253
10.2.2	Logistisches Wachstum	253
10.3	Zwei-Spezies-Modelle	256
10.4	Ein diskretes Ein-Spezies-Modell	261
11	Regelung	265
11.1	Regelungstechnische Grundlagen	266
11.1.1	Regelkreis	267
11.1.2	Beschreibung linearer dynamischer Systeme	268
11.1.3	Anforderungen an den Regler	268
11.1.4	PID-Regler	270
11.2	Exemplarische Modellierung eines Mehrkörpersystems	271
11.2.1	Linearisiertes Modell mit Impuls- und Drallsatz	272
11.2.2	Vollständiges Modell mit Lagrange-Gleichungen	276
11.2.3	Simulation des Pendels	280
11.3	Fuzzy-Mengenlehre	281
11.3.1	Zugehörigkeit zu Fuzzy-Mengen	281
11.3.2	Operationen mit Fuzzy-Mengen	284
11.3.3	Linguistische Variablen	286
11.3.4	Fuzzy-Logik	287
11.4	Regelbasiertes Fuzzy-System	290
11.4.1	Fuzzifizierung	292
11.4.2	Inferenz	292
11.4.3	Defuzzifizierung	293
11.4.4	Beispiel	294
11.5	Fuzzy-Regelung des invertierten Pendels	294
11.5.1	Parameter und Randbedingungen	295
11.5.2	Aufschwingen des Pendels	296
11.5.3	Stabilisieren des Pendels	298
11.6	Ausblick	299
12	Chaostheorie	301
12.1	Einleitung	302
12.2	Von der Ordnung zum Chaos	303
12.2.1	Logistische Abbildung und deren Fixpunkte	303
12.2.2	Numerische Untersuchung und Bifurkationen	305
12.2.3	Übergang ins Chaos	308
12.3	Seltsame Attraktoren	311

12.3.1	Selbstähnlichkeit und fraktale Dimension	312
12.3.2	Hénon-Abbildung	315
12.3.3	Allgemeine zweidimensionale quadratische Abbildung . .	316
12.4	Chaotisches Verhalten eines angetriebenen Pendels	319
12.4.1	Modell des Pendels	319
12.4.2	Diskretisierung	320
12.4.3	Zyklen und Attraktoren	321

Teil IV Physik im Rechner: Aufbruch zum Zahlenfressen

13	Molekulardynamik	331
13.1	Modellierung von Molekülen und Wechselwirkungen	332
13.1.1	Fundamentale physikalische Kräfte	333
13.1.2	Potenziale für ungeladene Atome	333
13.1.3	Berechnung der auf ein Atom einwirkenden Kraft	338
13.2	Bewegungsgleichung und deren Lösung	338
13.2.1	Bewegungsgleichung	339
13.2.2	Euler-Verfahren	339
13.2.3	Velocity-Störmer-Verlet	340
13.2.4	Bemerkungen	341
13.3	Simulationsgebiet	342
13.3.1	NVT-Ensemble	343
13.3.2	Randbedingungen	344
13.4	Implementierung	344
13.4.1	Linked-Cells-Datenstruktur	345
13.5	Parallelisierung	348
13.6	Ausblick	350
14	Wärmeleitung	351
14.1	Herleitung der Wärmeleitungsgleichung	352
14.1.1	Anzahl an Dimensionen	354
14.2	Diskretisierung	355
14.2.1	3-Punkte-Stern	356
14.2.2	5-Punkte-Stern	358
14.2.3	Randbehandlung	360
14.3	Numerische Lösung der PDE	361
14.3.1	Einfache Relaxationsverfahren	361
14.3.2	Mehrgitterverfahren	363
15	Strömungsmechanik	369
15.1	Fluide und Strömungen	370
15.2	Mathematisches Modell	372
15.2.1	Navier-Stokes-Gleichungen	372

- 15.2.2 Anmerkungen zur Herleitung 374
- 15.3 Diskretisierung der Navier-Stokes-Gleichungen 375
 - 15.3.1 Finite Differenzen 375
 - 15.3.2 Behandlung der Ortsableitungen 376
 - 15.3.3 Behandlung der Zeitableitungen 377
 - 15.3.4 Behandlung der Randbedingungen 378
- 15.4 Numerische Lösung der diskretisierten Gleichungen 379
 - 15.4.1 Zeitschritt 379
 - 15.4.2 Ortsdiskrete Impulsgleichungen 381
 - 15.4.3 Ortsdiskrete Poisson-Gleichung für den Druck 381
 - 15.4.4 Zur Stabilität 381
- 15.5 Anwendungsbeispiel: Umströmung eines Hindernisses 382
- 15.6 Ausblick 384
 - 15.6.1 Aufgabenstellungen und Modelle 384
 - 15.6.2 Diskretisierungen 385
- 15.7 Anhang: Kleiner Exkurs zur Gittergenerierung 386
 - 15.7.1 Strukturierte Gitter 387
 - 15.7.2 Unstrukturierte Gitter 391
 - 15.7.3 Ansätze zur Behandlung veränderlicher Geometrien 394
- 16 Globale Beleuchtung in der Computergraphik 397**
 - 16.1 Größen aus der Radiometrie 398
 - 16.2 Die Rendering-Gleichung 400
 - 16.3 Techniken zur Lösung der Rendering-Gleichung 403
 - 16.3.1 Ray-Tracing 404
 - 16.3.2 Path-Tracing 405
 - 16.3.3 Weitere Ray-Tracing-Derivate 407
 - 16.4 Das Radiosity-Verfahren 408
 - 16.4.1 Grundprinzip 408
 - 16.4.2 Berechnung der Formfaktoren 410
 - 16.4.3 Lösung der Radiosity-Gleichung 412
 - 16.4.4 Anmerkungen und Verbesserungen 414
- Abschließende Bemerkungen 417**
- Literaturverzeichnis 419**
- Sachverzeichnis 423**