

# Inhaltsverzeichnis

<b>Preface</b>	<b>vii</b>
<b>Zur Entstehung dieses Buches</b>	<b>xi</b>
<b>Einleitung: Vom Begriff der Funktion</b>	<b>1</b>
<b>1 Stereographische Projektion und die linearen Substitutionen</b>	<b>3</b>
1.1 Einführung der komplexen Zahlen . . . . .	3
1.1.1 Geometrische Interpretation der komplexen Zahlen und der Grundrechnungsarten nach Gauß . . . . .	4
1.1.2 Die Methode der stereographischen Projektion . . . . .	7
1.2 Die Transformation durch reziproke Radien . . . . .	11
1.3 Gruppencharakter der linearen Substitution . . . . .	15
1.4 Die linearen gebrochenen Substitutionen und die Kreisverwandtschaft	18
1.5 Winkeltreue der stereographischen Projektion . . . . .	26
1.6 Kinematische Deutung der linearen ganzen Substitution . . . . .	30
1.6.1 Die elliptische Substitution . . . . .	31
1.6.2 Die hyperbolische Substitution . . . . .	32
1.6.3 Die allgemeine ganze lineare Substitution . . . . .	32
1.6.4 Der parabolische Fall . . . . .	35
1.7 Die kinematische Deutung der linearen gebrochenen Substitution .	35
1.8 Grundlagen der Lie-Theorie . . . . .	41
1.9 Invarianz des Doppelverhältnisses . . . . .	45
1.10 Ein Übungsblatt zur Vorlesung . . . . .	48
<b>2 Begriff der analytischen Funktion</b>	<b>53</b>
2.1 Bedingungen der Konformität einer Abbildung . . . . .	53
2.2 Begriffe der analytischen Funktion . . . . .	59
2.2.1 Einfache Beispiele: Polynome und rationale Funktionen . .	60
2.2.2 Der allgemeine Begriff . . . . .	62
2.3 Rationale Funktionen als konforme Abbildungen . . . . .	69

2.4	Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen und Strömungstheorie	84
2.4.1	Inkompressibilität der Strömung	85
2.4.2	Wirbelfreiheit der Strömung	89
2.4.3	Strömungskurven	94
2.5	Formale Erzeugungsprinzipien analytischer Funktionen	106
2.6	Exponentialfunktion und Logarithmus	109
2.7	Die trigonometrischen Funktionen und ihre Umkehrungen	122
2.8	Die allgemeine Potenz $z^\alpha$	129
2.9	Historische Bemerkungen	135
<b>3</b>	<b>Der Cauchysche Integralsatz</b>	<b>139</b>
3.1	Vom Begriff der Kurve oder des Weges	139
3.2	Begriff des Kurvenintegrals	145
3.3	Erster Beweis des Cauchyschen Integralsatzes	151
3.4	Anwendung des Cauchyschen Integralsatzes	168
3.5	Zweiter Beweis des Cauchyschen Integralsatzes	172
<b>4</b>	<b>Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen</b>	<b>179</b>
4.1	Die Cauchysche Integralformel	179
4.2	Die Potenzentwicklung einer regulär analytischen Funktion	180
4.3	Die Potenzreihen im komplexen Gebiet	187
4.3.1	Formale Erzeugungsprinzipien analytischer Funktionen	195
4.4	Weitere unmittelbare Anwendungen der Cauchyschen Integrationsformel	201
4.5	Isolierte Singularitäten analytischer Funktionen	203
4.5.1	Hebbare Singularitäten	204
4.5.2	Polstellen	205
4.5.3	Wesentliche Singularitäten	207
4.5.4	Laurentreihen	208
4.6	Die Funktionen, die die einfachsten Singularitäten besitzen	212
4.7	Anwendungen des Cauchyschen Residuensatzes	216
<b>5</b>	<b>Mehrdeutige analytische Funktionen</b>	<b>231</b>
5.1	Die Riemannsche Fläche	231
5.2	Funktionentheorie auf der Riemannschen Fläche	240
5.3	Der Weierstraßsche Begriff der analytischen Fortsetzung	251
	<b>Literatur</b>	<b>264</b>