

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Zufallsgrößen und Verteilungen

1	Zufall und Wahrscheinlichkeit	17
1.1	Zufall.....	17
1.1.1	Vergangenheit und Gegenwart.....	17
1.1.2	Zufallsexperimente.....	17
1.2	Wahrscheinlichkeit zufälliger Ereignisse.....	18
1.2.1	Ausgangspunkt.....	18
1.2.2	Klassische Definition der Wahrscheinlichkeit.....	20
1.2.3	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie.....	21
1.2.4	Beziehungen zwischen zufälligen Ereignissen.....	22
1.2.5	Operationen mit zufälligen Ereignissen.....	22
2	Zufallsgröße und Verteilungsfunktion	23
2.1	Zufallsgröße.....	23
2.1.1	Definition.....	23
2.1.2	Drei Arten von Zufallsgrößen.....	24
2.2	Zugang zur Verteilungsfunktion.....	25
2.2.1	Verteilungsfunktion beim Würfeln.....	25
2.2.2	Verteilungsfunktion der Zufallsgröße „Münzwurf“.....	28
2.3	Eigenschaften von Verteilungsfunktionen alternativer Zufallsgrößen.....	30
2.4	Eigenschaften von Verteilungsfunktionen diskreter Zufallsgrößen.....	31
2.5	Vertiefendes Beispiel.....	32
3	Verteilungsfunktionen diskreter Zufallsgrößen	35
3.1	Allgemeines.....	35
3.1.1	Von der Zufallsgröße zur Verteilungsfunktion.....	35
3.1.2	Von der Verteilungsfunktion zur Zufallsgröße.....	36
3.2	POISSON-Verteilung.....	39
3.2.1	Das Telefonzentralen-Beispiel.....	39
3.2.2	Schätzung des Parameters λ	42
3.2.3	Nutzung von Excel: Bild einer POISSON-Verteilung.....	43
3.2.4	Nutzung von Excel: Sprunghöhen exakt angeben lassen.....	47
3.3	Binomial-Verteilung.....	47

3.3.1	Der Wettkampf	47
3.3.2	Schätzung des Parameters p	51
3.3.3	Nutzung von Excel: Bild einer Binomialverteilung.....	52
4	Stetige Verteilungsfunktionen und stetige Zufallsgrößen.....	55
4.1	Einführung	55
4.2	Die Normalverteilung	59
4.2.1	Einführung	59
4.2.2	Erzeugung des Bildes von $N(\mu, \sigma)$ mit Excel.....	61
5	Normalverteilte Zufallsgrößen	63
5.1	Eigenschaften normalverteilter Zufallsgrößen	63
5.2	Parameterschätzungen für die Normalverteilung	66
5.3	Normalverteilung mit einer Stichprobe erkennen	68
5.3.1	Aufgabenstellung, Grundsätzliches	68
5.3.2	Wann darf Normalverteilung angenommen werden?	68
5.3.3	Überprüfung der 3s-Bedingung.....	69
5.3.4	Histogramm.....	70
5.3.5	Das Excel-Werkzeug HISTOGRAMM.....	71
5.3.6	Glockenkurve	72
6	Normalverteilung, Glockenkurve, Quantile.....	75
6.1	Zusammenhänge, Dichtefunktion	75
6.2	Standardnormalverteilung	78
6.3	Quantile.....	79

Teil II: Aufgabe der beurteilenden Statistik

7	Statistische Tests: Einführung.....	81
7.1	Ausgangspunkt: Der unlösbare Konflikt.....	81
7.1.1	Totalerhebung gegen Stichprobe, Sicherheit gegen Zufall.....	81
7.1.2	Beurteilende Statistik.....	84
7.1.3	Strategie der beurteilenden Statistik	85
7.2	Beispiel: Entscheidungen mit Ablehnungsbereichen	88
7.2.1	Aufgabenstellung	88
7.2.2	Ablehnungsbereich.....	89

7.2.3	Quantile der Standardnormalverteilung: Begriff.....	90
7.2.4	Quantile der Standardnormalverteilung: Berechnung mit Excel.....	91
7.2.5	Quantile der Standardnormalverteilung: Ablesen aus der Tabelle	91
7.2.6	Ablehnungsbereich.....	92
7.2.7	Prüfgröße und ihre Berechnung mit Excel.....	92
7.2.8	Entscheidung	93
7.2.9	Andere Gegenhypothese: Rechts einseitige Fragestellung	93
7.2.10	Andere Gegenhypothese: Zweiseitige Fragestellung	95
7.3	Entscheidungen mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	96
7.3.1	Links einseitige Fragestellung.....	97
7.3.2	Rechts einseitige Fragestellung.....	98
7.3.3	Zweiseitige Fragestellung.....	99
7.4	Zusammenhänge.....	100
8	Grundgesamtheit und Stichprobe	103

Teil III: Eine Stichprobe

9	Parameterprüfung mit großen Stichproben.....	105
9.1	Gauss-Test zur Prüfung des Anteilwertes mit großen Stichproben	105
9.1.1	Aufgabenstellung.....	105
9.1.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen	105
9.1.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	105
9.1.4	Prüfgröße	105
9.1.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	106
9.1.6	Ablehnungsbereiche.....	106
9.1.7	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	107
9.1.8	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	107
9.1.9	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	108
9.1.10	Beispiel.....	108
9.2	Gauss-Test zur Prüfung des Erwartungswertes mit großen Stichproben	110
9.2.1	Aufgabenstellung.....	110
9.2.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen	110
9.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	110
9.2.4	Prüfgröße	110
9.2.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	111

9.2.6	Ablehnungsbereiche.....	111
9.2.7	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	112
9.2.8	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	112
9.2.9	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	113
9.2.10	Beispiel.....	113
10	Parametertests mit kleinen Stichproben	115
10.1	Gauss-Test zur Prüfung des Erwartungswertes bei bekannter Standardabweichung	115
10.1.1	Aufgabenstellung.....	115
10.1.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen	115
10.1.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	116
10.1.4	Prüfgröße	116
10.1.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	116
10.1.6	Ablehnungsbereiche.....	117
10.1.7	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	117
10.1.8	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	117
10.1.9	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	118
10.1.10	Die Excel-Funktion GTEST für schnelle zweiseitige Fragestellung	118
10.1.11	Entscheidung mit GTEST	119
10.1.12	Beispiel.....	119
10.2	Einfacher t-Test zur Prüfung des Erwartungswertes bei unbekannter Standardabweichung.....	120
10.2.1	Aufgabenstellung.....	120
10.2.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen	120
10.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	121
10.2.4	Prüfgröße	121
10.2.5	Einschub: Die Student'sche t-Verteilung.....	121
10.2.6	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	122
10.2.7	Ablehnungsbereiche.....	123
10.2.8	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	123
10.2.9	Einschub I: Excel und die Beschaffung der Quantile mit TINV	124
10.2.10	Einschub II: Quantile der t-Verteilung aus Tafeln ablesen.....	124
10.2.11	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	126
10.2.12	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	126
10.2.13	Die Excel-Funktion TTEST für schnelle zweiseitige Fragestellung	127
10.2.14	Entscheidung mit TTEST.....	127

10.2.15 Beispiel.....	128
10.3 Einfacher χ^2-Test zur Prüfung der Varianz	129
10.3.1 Aufgabenstellung.....	129
10.3.2 Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen	129
10.3.3 Signifikanzniveau und Stichprobe.....	129
10.3.4 Prüfgröße	130
10.3.5 Einschub: Die χ^2 -Verteilung.....	130
10.3.6 Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	131
10.3.7 Ablehnungsbereiche.....	132
10.3.8 Entscheidung mit Ablehnungsbereich	132
10.3.9 Einschub I: Quantile der χ^2 -Verteilung aus Tafeln ablesen	133
10.3.10 Einschub II: Excel und die Beschaffung der Quantile mit CHIIINV.....	133
10.3.11 Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	134
10.3.12 Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	135
10.3.13 Beispiel.....	135
11 Prüfung von Verteilungen.	137
11.1 χ^2-Anpassungstest zur Prüfung einer diskreten Verteilung.....	137
11.1.1 Aufgabenstellung.....	137
11.1.2 Hypothese und Gegenhypothese.....	137
11.1.3 Signifikanzniveau und Stichprobe.....	137
11.1.4 Prüfgröße	137
11.1.5 Quantil für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich.....	138
11.1.6 Ablehnungsbereich.....	139
11.1.7 Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich.....	139
11.1.8 Berechnung der Überschreitungswahrscheinlichkeit.....	139
11.1.9 Entscheidung mit der Überschreitungswahrscheinlichkeit	139
11.1.10 Schnelle Entscheidung mit CHITEST	140
11.1.11 Beispiel.....	140
11.2 χ^2-Anpassungstest zur Prüfung einer stetigen Verteilung mit bekannten Parametern.....	142
11.2.1 Aufgabenstellung.....	142
11.2.2 Hypothese und Gegenhypothese.....	142
11.2.3 Signifikanzniveau und Stichprobe.....	142
11.2.4 Prüfgröße	142
11.2.5 Quantil für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	143

11.2.6	Ablehnungsbereich.....	144
11.2.7	Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	144
11.2.8	Berechnung der Überschreitungswahrscheinlichkeit.....	144
11.2.9	Entscheidung mit der Überschreitungswahrscheinlichkeit	144
11.2.10	Schnelle Entscheidung mit CHITEST	144
11.2.11	Beispiel.....	145
11.3	χ^2-Anpassungstest zur Prüfung einer stetigen Verteilung mit unbekanntem Parametern.....	147
11.3.1	Aufgabenstellung.....	147
11.3.2	Hypothese und Gegenhypothese.....	147
11.3.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	147
11.3.4	Prüfgröße	148
11.3.5	Quantil für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	148
11.3.6	Ablehnungsbereich.....	148
11.3.7	Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich.....	148
11.3.8	Berechnung der Überschreitungswahrscheinlichkeit.....	148
11.3.9	Entscheidung mit der Überschreitungswahrscheinlichkeit	149
11.3.10	Schnelle Entscheidung mit CHITEST	149
11.3.11	Beispiel.....	149

Teil IV: Zwei verbundene Stichproben

12	Verbundene und nicht verbundene Stichproben.....	151
13	Parametervergleiche zweier verbundener Stichproben	153
13.1	Gauss-Test zum Vergleich der Anteilwerte großer Stichproben	153
13.1.1	Aufgabenstellung.....	153
13.1.2	Hypothese, Gegenhypothese und Fragestellungen	153
13.1.3	Signifikanzniveau und Stichprobe	153
13.1.4	Prüfgröße	154
13.1.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	154
13.1.6	Ablehnungsbereiche.....	155
13.1.7	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	155
13.1.8	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	155
13.1.9	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	156
13.1.10	Beispiel.....	156

13.2	Differenzen-t-Test zum Vergleich der Erwartungswerte normalverteilter Grundgesamtheiten	157
13.2.1	Aufgabenstellung	157
13.2.2	Hypothese, Gegenhypothese und Fragestellungen	157
13.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe	158
13.2.4	Prüfgröße	158
13.2.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	158
13.2.6	Ablehnungsbereiche	159
13.2.7	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	159
13.2.8	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten	159
13.2.9	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten	160
13.2.10	Die Excel-Funktion TTEST für schnelle zweiseitige Fragestellung	161
13.2.11	Entscheidung mit TTEST	161
13.2.12	Beispiel	161
14	Prüfung des Korrelationskoeffizienten	163
14.1	Begriff des Korrelationskoeffizienten	163
14.2	t-Test zur Prüfung des Korrelationskoeffizienten	164
14.2.1	Aufgabenstellung	164
14.2.2	Hypothese, Gegenhypothese und Fragestellungen	164
14.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe	164
14.2.4	Prüfgröße	164
14.2.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	165
14.2.6	Ablehnungsbereich	165
14.2.7	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	166
14.2.8	Berechnung der Überschreitungswahrscheinlichkeit	166
14.2.9	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten	166
14.2.10	Beispiel	166
15	Prüfung der Regressionsparameter	167
15.1	Begriff der Regressionsparameter	167
15.2	t-Tests zur Prüfung von Achsenabschnitt und Steigung	167
15.2.1	Aufgabenstellung	167
15.2.2	Hypothesen, Gegenhypothese und Fragestellungen	167
15.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe	168
15.2.4	Schnelle Ermittlung der Überschreitungswahrscheinlichkeiten	168
15.2.5	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten	168

15.2.6	Beispiel – Arbeit mit drei Excel-Funktionen.....	169
15.2.7	Beispiel – Excel-Werkzeug REGRESSION.....	170
16	Prüfung verbundener Stichproben auf Unabhängigkeit.....	173
16.1	Begriff: Abhängigkeit und Unabhängigkeit	173
16.2	χ^2 -Kontingenztest zur Prüfung der Unabhängigkeit.....	174
16.2.1	Aufgabenstellung.....	174
16.2.2	Hypothese und Gegenhypothese.....	174
16.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	174
16.2.4	Prüfgröße	175
16.2.5	Quantil für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	175
16.2.6	Ablehnungsbereich.....	175
16.2.7	Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich.....	175
16.2.8	Berechnung der Überschreitungswahrscheinlichkeit.....	176
16.2.9	Entscheidung mit der Überschreitungswahrscheinlichkeit.....	176
16.2.10	Beispiel.....	176
16.2.11	Schnelle Entscheidung mit CHITEST	179

Teil V: Zwei nicht verbundene Stichproben

17	Parametervergleiche nicht verbundener Stichproben	181
17.1	Gauss-Test zur Prüfung der Anteilwerte mit großen Stichproben	181
17.1.1	Aufgabenstellung.....	181
17.1.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen	181
17.1.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	181
17.1.4	Prüfgröße	182
17.1.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	182
17.1.6	Ablehnungsbereiche.....	182
17.1.7	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	183
17.1.8	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	183
17.1.9	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	184
17.1.10	Beispiel.....	184
17.2	Gauss-Test zum Vergleich von Erwartungswerten großer Stichproben	185
17.2.1	Aufgabenstellung.....	185
17.2.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen	185
17.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	186

17.2.4 Prüfgröße 186

17.2.5 Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich 187

17.2.6 Ablehnungsbereiche..... 187

17.2.7 Entscheidung mit Ablehnungsbereich 188

17.2.8 Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten..... 188

17.2.9 Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten..... 188

17.2.10 Beispiel..... 189

17.3 **Gauss-Test** zum Vergleich von Erwartungswerten
 kleiner Stichproben, wobei σ_1 und σ_2 bekannt sind 190

17.3.1 Aufgabenstellung 190

17.3.2 Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen 190

17.3.3 Signifikanzniveau und Stichprobe 190

17.3.4 Prüfgröße 191

17.3.5 Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich 191

17.3.6 Ablehnungsbereiche..... 192

17.3.7 Entscheidung mit Ablehnungsbereich 192

17.3.8 Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten..... 192

17.3.9 Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten..... 193

17.3.10 Beispiel..... 193

17.4 **Doppelter t-Test** zum Vergleich von Erwartungswerten
 kleiner Stichproben, wobei σ_1 und σ_2 unbekannt sind..... 195

17.4.1 Aufgabenstellung..... 195

17.4.2 Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen 195

17.4.3 Signifikanzniveau und Stichprobe 195

17.4.4 Prüfgröße 196

17.4.5 Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich 197

17.4.6 Ablehnungsbereiche..... 197

17.4.7 Entscheidung mit Ablehnungsbereich 198

17.4.8 Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten..... 198

17.4.9 Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten..... 199

17.4.10 Die Excel-Funktion TTEST für zweiseitige Fragestellung 199

17.4.11 Entscheidung mit TTEST..... 200

17.4.12 Beispiel..... 200

17.5 **F-Test** zum Vergleich der Varianzen 202

17.5.1 Aufgabenstellung 202

17.5.2 Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen 202

17.5.3 Signifikanzniveau und Stichprobe 202

17.5.4	Prüfgröße	202
17.5.5	Einschub I: Die F- Verteilung	203
17.5.6	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	204
17.5.7	Ablehnungsbereiche.....	204
17.5.8	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	205
17.5.9	Einschub II: Quantile der F-Verteilung aus Tafeln ablesen.....	205
17.5.10	Einschub III: Excel und die Beschaffung der Quantile mit FINV.....	206
17.5.11	Berechnung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	207
17.5.12	Entscheidung mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten.....	208
17.5.13	Die Excel-Funktion FTTEST für zweiseitige Fragestellung	208
17.5.14	Entscheidung mit FTTEST	209
17.5.15	Beispiel.....	209

Teil VI: Einfache Varianzanalyse

18	Einfache Varianzanalyse nicht verbundener Stichproben	211
18.1	Allgemeines, Aufgabenstellung.....	211
18.2	Klassisches Vorgehen	211
18.2.1	Gruppen.....	211
18.2.2	Aufgabenstellung.....	212
18.2.3	Hypothese, Gegenhypothese und Fragestellungen	212
18.2.4	Signifikanzniveau und Stichproben.....	213
18.2.5	Prüfgröße	213
18.2.6	Quantil für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich	214
18.2.7	Ablehnungsbereich.....	215
18.2.8	Entscheidung mit Ablehnungsbereich	215
18.2.9	Berechnung der Überschreitungswahrscheinlichkeit.....	215
18.2.10	Entscheidung mit der Überschreitungswahrscheinlichkeit	215
18.2.11	Beispiel: Klassische Durchführung der einfachen Variationsanalyse	216
18.3	Einfache Varianzanalyse mit dem Excel-Werkzeug ANOVA	217
18.3.1	Grundlagen	217
18.3.2	Arbeit mit ANOVA	217
	Weiterführende und vertiefende Literatur.....	221
	Sachwortverzeichnis	223
	Zusammenstellung der beschriebenen statistischen Tests.....	235