

Inhaltsverzeichnis

1	Verteilte ereignisdiskrete Systeme	1
1.1	Verteilte Systeme	1
1.2	Ereignisdiskrete Systeme (DES)	3
1.3	Verteilte Steuerungen	5
1.3.1	Hierarchische Steuerungen	5
1.3.2	Verteilte kooperative Steuerungen	6
1.3.3	Hybride Systembeschreibung	8
1.3.4	Echtzeit und Lokalität	10
2	System-Modellierung	13
2.1	Modell-Klassifikation	13
2.2	Modellierung verteilter Systeme	15
2.3	Modellierung ereignisdiskreter Systeme	18
2.3.1	Zustandsmodelle	18
2.3.2	Automaten	21
3	Graphentheorie	25
3.1	Grundlegende Begriffe	25
3.2	Graphen und Digraphen als Matrizen	29
3.3	Bäume	33
3.4	Baumalgorithmus	34
4	Markov-Theorie	39
4.1	Stochastische Zustandsmodelle	39
4.1.1	Stochastische Prozesse	39
4.1.2	Verweilzeit in einem Zustand	42
4.1.3	Übergangsrate aus einem Zustand	47
4.1.4	Markov-Folge	50
4.1.5	Kausale Systeme	52
4.2	Zeitdiskrete Markov-Ketten	53
4.2.1	Markov-Eigenschaft	53
4.2.2	Zeitdiskrete Zustandsübergänge	53

4.2.3	Homogene zeitdiskrete Markov-Ketten	57
4.2.4	Stationäre Wahrscheinlichkeitsverteilung	59
4.2.5	Zustandsverteilung	61
4.2.6	Zeitdiskrete Verweildauer in einem Zustand	72
4.2.7	Einteilung der Systemzustände	75
4.3	Zeitkontinuierliche Markov-Ketten	77
4.3.1	Markov-Eigenschaft	77
4.3.2	Wahrscheinlichkeitsdichte der Verweilzeit	78
4.3.3	Übergangsraten	80
4.3.4	Zusammenhang zwischen Übergangsrate und Verweilzeit	85
4.3.5	Homogene zeitkontinuierliche Markov-Ketten	86
4.3.6	Zustandsverteilung homogener zeitkontinuierlicher Markov-Ketten	87
4.3.7	Flussbalance zeitkontinuierlicher homogener Markov-Ketten	96
4.3.8	Birth-Death-Prozess	97
4.3.9	Poisson-Prozess	100
4.4	Ereignisprozesse	104
4.4.1	Ereignisrate	104
4.4.2	Poisson-Ereignisprozess	107
4.4.3	Lebensdauer zufällig angetroffener Ereignisintervalle	108
4.4.4	Bestimmung der Ereignisrate	112
4.5	Semi-Markov-Prozesse	116
4.5.1	Eingebettete Markov-Ketten	116
4.5.2	Verallgemeinerte Semi-Markov-Prozesse	118
4.5.3	Lebensdauer-Verteilung überlagerter Poisson-Ereignisprozesse	119
4.5.4	Zustandsübergang mit einem bestimmten Ereignisprozess	120
5	Warteschlangensysteme	123
5.1	Ereignisprozesse und Kundenzahl	123
5.1.1	Grundlegende Begriffe	123
5.1.2	Das Gesetz von Little	125
5.1.3	Kundenzahl im Warteschlangensystem	127
5.2	Poissonverteilte Kundenflüsse	128
5.2.1	M/M/1-Warteschlangensystem	128
5.2.2	M/M/m-Warteschlangensystem	134
5.2.3	M/E _r /1-Warteschlangensystem	136
5.2.4	M/H _r /1-Warteschlangensystem	139
5.2.5	Annäherung einer beliebigen Verteilung	140
5.2.6	M/M/1-Warteschlangensystem mit Rückkopplung	142
5.3	Warteschlangensysteme mit allg. Verteilungen	149
5.3.1	Modellierung als eingebettete Markov-Kette	149
5.3.2	M/G/1-Warteschlangensysteme	151
5.3.3	G/M/1-Warteschlangensysteme	162

5.4	Warteschlangen-Netzwerke	173
5.4.1	Wahrscheinlichkeitsdichte der Verlassensintervalle eines M/M/1-Warteschlangensystems	174
5.4.2	Vereinigung und Verzweigung schleifenfreier Kundenflüsse	177
5.4.3	Übergangsraten in schleifenfreien M/M/1-Warteschlangennetzen	180
5.4.4	Übergangsraten in schleifenbehafteten G/M/1-Warteschlangennetzen	181
5.4.5	Stationäre Zustandsverteilung schleifenbehafteter G/M/1-Warteschlangennetze	185
6	Max-Plus-Algebra	191
6.1	Max-Plus-algebraische Struktur	191
6.1.1	Max-Plus-Algebra	192
6.1.2	Min-Plus-Algebra	194
6.1.3	Binäre Max-Plus-Algebra	196
6.1.4	Max-Plus-Matrix-Dioide	197
6.1.5	Erweiterte Matrix-Dioide ([CG79])	203
6.2	Ordnungen und Vollständigkeit in Dioiden	204
6.2.1	Algebraische Struktur eines Dioiden	205
6.2.2	Die kommutativen Dioide $\mathbb{R}_{\max}, \mathbb{R}_{\min}$	207
6.2.3	Der Diod $\text{Sig}(D)$, ereignisdiskrete Signale	207
6.2.4	Der Diod $\mathbf{B}[[q, \vartheta]]$, Punktwolken ereignisdiskreter Signale	208
6.2.5	Der Matrix-Diod $D^{n \times n}$	210
6.2.6	Begriffe aus der Ordnungstheorie	211
6.2.7	Geordnete Dioide	214
6.3	Gleichungslösung in Dioiden	217
6.3.1	Residuierbare Abbildungen	218
6.3.2	Duale Residuierung der Addition	221
6.3.3	Residuierung der Multiplikation	223
6.3.4	Residuierung für Matrizen-Gleichungen	224
6.4	Der Stern-Operator in Dioiden	228
6.4.1	Gleichungslösung	228
6.4.2	Rekursive Berechnung für Matrizen	230
6.5	Max-Plus-Beschreibung von Digraphen	234
6.5.1	Matrix der maximalen Kantengewichte	235
6.5.2	Benötigte Ungleichungen	238
6.5.3	Lineares Gleichungssystem	240
6.5.4	Erweitertes lineares Gleichungssystem	241
6.5.5	Iterative Systemgleichung	242
6.5.6	Pfade minimalen Summenkantengewichts	248
6.6	Eigenwerte der Adjazenz-Matrix	253
6.6.1	Maximales mittleres Summenschleifengewicht	253
6.6.2	Eigenvektoren	258

6.6.3	Berechnung des Eigenwertes	261
6.6.4	Rekursive Bestimmung des Eigenwertes	264
6.7	Spektraler Projektor	268
6.7.1	Definition und Eigenschaften	268
6.7.2	Linearkombination von spektralen Projektoren	270
6.7.3	Zyklizität von Graphen	273
6.7.4	Konvergenz der Potenz normierter Matrizen	279
6.7.5	Iterative Systemgleichung bei Zyklizität $\gamma = 1$	289
7	Petrinetze	295
7.1	Zeitdiskrete Petrinetze	296
7.1.1	Definitionen	296
7.1.2	Netzinvarianten	303
7.1.3	Eigenschaften von Petrinetzen	307
7.1.4	Konkurrenzen und Konflikte	310
7.1.5	Spezielle Petri-Netz-Klassen	312
7.2	Zeitkontinuierliche Petrinetze	314
7.2.1	Zeitbewertung von Plätzen	314
7.2.2	Verzögerte Transitionen	316
7.2.3	Petrinetze mit stochastischen Zeitverzögerungen	322
7.2.4	Petrinetze mit deterministischen Zeitverzögerungen	326
7.3	Gefärbte Petrinetze (coloured PN, CPN)	332
7.3.1	Aktivierungs- und Schaltregeln	333
7.3.2	Konflikte in gefärbten Petrinetzen	336
7.3.3	Identische Funktion und Entfärbungsfunktion	338
7.4	Hierarchische Petrinetze	340
7.4.1	Hierarchische Struktur	340
7.4.2	Verfeinerung einer Transition	341
7.4.3	Verfeinerung eines Platzes	342
7.4.4	Zeitbewertung in der hierarchischen Struktur	343
7.5	Petrinetz-Steuerungen	346
7.5.1	Synchronisierte Petrinetze	346
7.5.2	Petrinetz-Regler	349
7.5.3	Belegungsentscheidung nach der aktuellen Anforderung	350
7.5.4	Prädiktive Belegungsentscheidung nach minimaler Planverschiebung	352
7.6	Anwendungsbeispiel Verkehrsregelung	355
7.6.1	Hierarchisches Petrinetzmodell	355
7.6.2	Petrinetz-Steuerung	357
8	Zeit in verteilten Systemen	361
8.1	Vektorzeit	361
8.1.1	Raum-Zeit-Diagramm	361
8.1.2	Kausalität in verteilten Systemen	366

8.1.3	Logische Zeit in verteilten Systemen	369
8.1.4	Vektorzeit in verteilten Systemen	372
8.1.5	Konsistenz der Vektorzeit	375
8.1.6	Hasse-Diagramm	377
8.1.7	Ausschluss von Vektorzeiten und Pfaden im Hasse-Diagramm	381
8.2	Abbildung kausaler Auftragsstrukturen	385
8.2.1	Einführung	386
8.2.2	Abbildung von Auftragsstrukturen in Digraphen	387
8.2.3	Vereinfachung der graphischen Auftragsstruktur	389
8.2.4	Umsetzung der graphischen Auftragsstruktur in Vektorzeiten	392
8.2.5	Hierarchische, auf mehrere Objekte erweiterte Auftragsstruktur	396
8.2.6	Auftragsbearbeitung mit Max-Plus-Dioiden	400
9	Anwendungen	403
9.1	Flussberechnung	403
9.1.1	Mittlere Verzögerungen in Nachrichtennetzen	403
9.1.2	Maximaler Fluss durch ein Netz	407
9.1.3	Algorithmus von Ford und Fulkerson	412
9.2	Analyse von Echtzeitsystemen mit Max-Plus-Dioiden	421
9.2.1	Systemaufteilung in Tasks	421
9.2.2	Berechnung der Abarbeitungsreihenfolge	422
9.2.3	Task-Ketten	425
9.2.4	Algebraische Repräsentation mit Max-Plus-Dioiden	427
9.2.5	Echtzeitanalyse	429
9.3	Fehlerkompensation in verteilten Systemen	436
9.3.1	Systemdarstellung	437
9.3.2	Eliminierung defekter Knoten	441
9.3.3	Funktionsverlagerung	442
9.3.4	Funktionssubstitution	444
10	Anhang	449
	Literaturverzeichnis	451
	Stichwortverzeichnis	455