MODELOS PARA PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS

Pedro Alberto Morettin
Clélia Maria de Castro Toloi

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
Rua Luiz de Camões, 68 - 20.060 - Rio de Janeiro - RJ

CONTEÚDO DO VOLUME 2

P A R T E   5

MODELO BAYESIANO

PARTE 5

MODELO BAYESIANO

A maioria dos métodos de previsão se baseia numa análise da série histórica, fornecendo previsões demasiadamente dependentes das observações passadas. Isto não acarretaria nenhum problema se a série analisada continuasse a ter o mesmo padrão de comportamento no futuro, o que na maioria das vezes não ocorre, fazendo com que a previsão se torne inadequada a partir de um determinado instante. Por exemplo, uma série de produção de café sofre uma modificação quando ocorre uma geada ou quando há uma valorização de preço no mercado internacional. Tais efeitos são difíceis de se expressar quantitativamente e necessitam de distribuições de probabilidade para expressar suas ocorrências.

Baseados neste tipo de idéia, Harrison e Stevens desenvolveram um método Bayesiano de previsão que permite incorporar à série histórica informações transmitidas pelo analista. Tal método apresenta uma abordagem Markoviana que propicia um tipo de estimação essencialmente recursivo, que a cada instante atualiza a estimativa dos parâmetros combinando a estimativa anterior com a informação daquele instante. Em outras palavras, a estimativa anterior carrega consigo toda informação acerca do passado, suficiente para prever seu efeito no futuro. Isto estabelece uma analogia marcante com o conceito de estado, em teoria de controle, permitindo encarar o método Bayesiano como um método de estimação das variáveis de estado de um sistema linear dinâmico (SLD) e justificando a utilização, para a estimação, de uma relação de recorrência comum em teoria de controle: o filtro de Kalman.

No Capítulo 14 apresentamos a derivação do filtro de Kalman, dando atenção especial ao conceito de estado e a representação de séries temporais em modelo de espaço de estados. No Capítulo 15 é apresentada uma formulação alternativa do método Bayesiano de previsão de Harrison e Stevens.

CAPÍTULO **14**

O FILTRO DE KALMAN

14.1 - INTRODUÇÃO

O filtro de Kalman, um algoritmo de estimação recursivo, representa uma das maiores contribuições na teoria moderna de controle e sua importância pode ser constatada através de suas numerosas aplicações.

Descreveremos a utilização do filtro de Kalman (FK) em problemas de previsão, onde a série temporal é modelada por uma média, que varia no tempo, superposta a um ruído aditivo. Tal média é, por hipótese, uma combinação linear de funções conhecidas cujos coeficientes (parâmetros) são desconhecidos. Dessa maneira a série temporal pode ser representada por um sistema linear cujo vetor de estados é formado pelos coeficientes desconhecidos (parâmetros) e pelo valor da média do processo, no instante t. Nestas circunstâncias, o FK pode ser utilizado para obter estimativas ótimas do vetor de estados, com a vantagem de permitir a variação dos coeficientes através do tempo.

Mostraremos também que o modelo do FK pode ser visto como uma generalização do método de mínimos quadrados.

14.2 - ANÁLISE RECURSIVA DE MODELOS LINEARES DE REGRESSÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

Consideraremos o problema de regressão linear no qual uma variável Y se relaciona linearmente, por hipótese, com k variáveis independentes X_j, $j=1,2,\dots,k$, cujos valores são conhecidos, ou seja,

$$\underset{\sim}{Y} = \underset{\sim}{X}\underset{\sim}{\theta} + \underset{\sim}{V} \tag{14.1}$$

onde:

$\underset{\sim}{Y}$: vetor das observações $(t\times 1)$

$\underset{\sim}{X}$: matriz das variáveis independentes $(t\times k)$

$\underset{\sim}{\theta}$: vetor de parâmetros $(k\times 1)$

$\underset{\sim}{V}$: vetor de ruídos $(t\times 1)$

O problema se resume em estimar o vetor $\underset{\sim}{\theta}$ tendo como informação a matriz $\underset{\sim}{X}$ e o vetor $\underset{\sim}{Y}$. O método mais conhecido é o de Mínimos Quadrados, cuja solução é dada pela expressão

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = (\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X})^{-1}\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{Y} \tag{14.2}$$

onde o índice t indica que a estimativa foi realizada utilizando t observações. Assim, se quisermos atualizar (re-estimar) $\hat{\underset{\sim}{\theta}}$, utilizando uma nova observação, Z_{t+1}, precisamos inverter a nova matriz $\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X}$. Uma maneira de se evitar esse problema é utilizar uma abordagem recursiva.

Reescrevendo (14.2) da seguinte maneira,

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = \underset{\sim}{P}_t\underset{\sim}{b}_t \tag{14.3}$$

onde

$$\underset{\sim}{P}_t = (\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{X})^{-1} = \left[\sum_{i=1}^{t} \underset{\sim}{x}_i'\underset{\sim}{x}_i\right]^{-1}$$

$$\underset{\sim}{b}_t = (\underset{\sim}{X}'\underset{\sim}{Y}) = \sum_{i=1}^{t} \underset{\sim}{x}_i' y_i$$

$\underset{\sim}{x}_i$ é a i-ésima linha da matriz $\underset{\sim}{X}$ e

y_i o i-ésimo elemento do vetor $\underset{\sim}{Y}$,

podemos mostrar que (ver Mendes, 1978)

$$\underset{\sim}{P}_t = \underset{\sim}{P}_{t-1} - \underset{\sim}{P}_{t-1}\underset{\sim}{x}_t'(1+\underset{\sim}{x}_t\underset{\sim}{P}_{t-1}\underset{\sim}{x}_t')^{-1}\underset{\sim}{x}_t\underset{\sim}{P}_{t-1} \tag{14.4}$$

$$\underset{\sim}{b}_t = \underset{\sim}{b}_{t-1} + \underset{\sim}{x}_t' y_t \tag{14.5}$$

e, conseqüentemente,

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} - \underset{\sim}{P}_t(\underset{\sim}{x}_t'\underset{\sim}{x}_t\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} - \underset{\sim}{x}_t' y_t), \tag{14.6}$$

que é uma fórmula recursiva para a determinação de $\underset{\sim}{\theta}_t$ que se utiliza da estimativa imediatamente anterior ($\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1}$) e de um termo corretivo baseado na informação disponível no instante t.

As equações (14.4) e (14.6) formam o algoritmo determinístico, que não leva em conta as hipóteses a respeito da natureza estocástica dos resíduos, não fornecendo nenhuma informação estatística das estimativas. Se admitirmos válidas as hipóteses:

a) $E(\underset{\sim}{V}) = \underset{\sim}{0}$

b) $E(\underset{\sim}{V}\underset{\sim}{V}') = \sigma^2\underset{\sim}{I}$

c) o ruído $\underset{\sim}{V}$ e cada variável independente X_i, $i = 1, \ldots, t$, são independentes entre si,

temos que

$$E(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t) = \underset{\sim}{\theta}_t \tag{14.7}$$

$$\underset{\sim}{P}_t^* \triangleq \mathrm{Cov}(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t) = \sigma^2 \underset{\sim}{P}_t \tag{14.8}$$

Substituindo (14.7) e (14.8) em (14.4) e (14.6), obtemos o algoritmo estocástico

$$\underset{\sim}{P}_t^* = \underset{\sim}{P}_{t-1}^* - \underset{\sim}{P}_{t-1}^* \underset{\sim}{x}_t' [\sigma^2 + \underset{\sim}{x}_t \underset{\sim}{P}_{t-1}^* \underset{\sim}{x}_t']^{-1} \underset{\sim}{x}_t \underset{\sim}{P}_{t-1}^* \tag{14.9}$$

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} - \frac{\underset{\sim}{P}_t^*}{\sigma^2} (\underset{\sim}{x}_t' \underset{\sim}{x}_t \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} - \underset{\sim}{x}_t' y_t) \tag{14.10}$$

que possui as vantagens:

i) em relação ao algoritmo determinístico, pelo fato de incorporar **através** de P_t^* **uma informação** estatística que indica o grau de confiabilidade em $\hat{\theta}_t$;

ii) em relação à solução clássica, por não necessitar inversão de matrizes pois o termo $[\sigma^2 + \underset{\sim}{x}_t \underset{\sim}{P}_{t-1}^* \underset{\sim}{x}_t']$ é escalar;

iii) pode ser interpretado como um algoritmo de inferência Bayesiana do seguinte modo:

- a recursão é iniciada escolhendo-se um valor $\underset{\sim}{P}_0^*$ consistente com o nível de crença no valor $\hat{\underset{\sim}{\theta}}_0$,
- $(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_0, \underset{\sim}{P}_0^*)$ representa uma estimativa a priori que, após o conhecimento da primeira observação $(\underset{\sim}{x}_1, y_1)$ dá origem à estimativa a posteriori $(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_1, \underset{\sim}{P}_1^*)$ que por sua vez representa uma estimativa a priori para a segunda estimativa. Assim, com a chegada de novas informações, a estimativa a posteriori torna-se a

priori para a estimativa subseqüente, caracterizando um processo de inferência Bayesiana.

Contudo, tais estimativas, tanto a clássica como a recursiva, consideram implícita a hipótese de parâmetros constantes, não se levando em conta que passam evoluir (variar) no tempo segundo uma regra determinística, independentes dos valores assumidos pelas variáveis $(\underset{\sim}{x}_i, y_i)$, ou que possam sofrer uma variação esperada. Uma maneira de superar esse problema é a utilização do algoritmo linear dinâmico, que supõe que os parâmetros evoluem entre estágios subseqüentes, segundo uma regra determinística dinâmica, inerente ao processo, superposta a uma pertubação de caráter aleatório, que pode ser modelada através das equações

$$\underset{\sim}{\theta}_t = \underset{\sim}{G}_{t-1,t}\underset{\sim}{\theta}_{t-1} + \underset{\sim}{\Gamma}_{t-1,t}\underset{\sim}{w}_{t-1} \tag{14.11}$$

$$y_t = \underset{\sim}{x}_t\underset{\sim}{\theta}_t + V_t, \tag{14.12}$$

onde:

$\underset{\sim}{\theta}_t, y_t, \underset{\sim}{x}_t, V_t$ foram definidos anteriormente,

$\underset{\sim}{G}_{t-1,t}$: matriz de transição (k×k), conhecida,

$\underset{\sim}{\Gamma}_{t-1,t}$: matriz de entrada (k×M), conhecida,

$\underset{\sim}{w}_{t-1}$: vetor de pertubação dos parâmetros (M×1), que possibilita a variação estocástica dos mesmos e por hipótese são variáveis aleatórias de média zero, matriz de covariância $\underset{\sim}{W}$ e serialmente independentes.

A idéia é utilizar o conhecimento da forma de variação dos parâmetros ($\underset{\sim}{G}, \underset{\sim}{\Gamma}$ e propriedades estatísticas do vetor $\underset{\sim}{w}$) proporcionando uma informação adicional a priori na estimação de $\underset{\sim}{\theta}_t$. Tal algoritmo de estimação é composto de duas partes:

i) *Previsões* (estimações a priori) que são obtidas utilizando (14.11) e (14.12) e são dadas por

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} = \underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} \tag{14.13}$$

$$\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{P}^*_{t-1}\underset{\sim}{G}' + \underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{W}\underset{\sim}{\Gamma}' \tag{14.14}$$

onde os índices das matrizes $G_{t-1,t}$ e $\Gamma_{t-1,t}$ são omitidos por simplificação;

ii) *Correção*, que é obtida combinando (14.13) e (14.14) com os resultados obtidos para parâmetros constantes (equações (14.9) e (14.10)), isto é

$$\underset{\sim}{P}^*_t = \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} - \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{x}'_t[\sigma^2+\underset{\sim}{x}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{x}'_t]^{-1}\underset{\sim}{x}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} \tag{14.15}$$

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} - \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{x}'_t[\sigma^2+\underset{\sim}{x}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{x}'_t]^{-1}[\underset{\sim}{x}_t\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1}-y_t] \tag{14.16}$$

ou seja, o conhecimento do valor $(\underset{\sim}{x}_t, y_t)$ permite a correção das estimativas a priori, $\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1}$ e $\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}$, para $\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t$ e $\underset{\sim}{P}^*_t$ que servirão de base para as estimativas a priori para o instante t+1 e assim sucessivamente.

Se $\theta_0 \sim N_k(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_0, \underset{\sim}{P}^*_0)$ então, através de uma abordagem Bayesiana,

$$(\underset{\sim}{\theta}_t, y_t | y^{t-1}, x^t, \underset{\sim}{W}, \underset{\sim}{G}, \hat{\underset{\sim}{\theta}}_0, \underset{\sim}{P}^*_0) \sim N[\underset{\sim}{\mu}, \underset{\sim}{\Sigma}]$$

onde:

$$\underset{\sim}{\mu} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\theta}_{t|t-1} \\ \\ \underset{\sim}{x}_t \underset{\sim}{\hat{\theta}}_{t|t-1} \end{bmatrix}, \qquad \underset{\sim}{\Sigma} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} & \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{x}_t \\ \\ \underset{\sim}{x}_t \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} & \sigma^2 + \underset{\sim}{x}_t \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} \underset{\sim}{x}'_t \end{bmatrix}$$

e

$$(\underset{\sim}{\theta}_t | y^t, x^t, \underset{\sim}{W}, \underset{\sim}{G}, \underset{\sim}{\hat{\theta}}_0, \underset{\sim}{P}^*_0) \sim N(\underset{\sim}{\hat{\theta}}_t, \underset{\sim}{P}^*_t),$$

com $y^t = (y_1, \ldots, y_t)$ e $x^t = (\underset{\sim}{x}_1, \ldots, \underset{\sim}{x}_t)$.

Estas distribuições, a priori (14.17) e a posteriori (14.18), são obtidas pelo filtro de Kalman, a ser visto a seguir.

14.3 - FILTRO DE KALMAN

14.3.1 - Idéias Básicas

O FK é um algoritmo de estimação do vetor θ_t cujas equações permitem uma estimação recursiva de mínimos quadrados, como também uma formulação de métodos recursivos de análise e previsão de séries temporais. Apresentamos aqui a solução de Ho e Lee (1964), baseada em inferência Bayesiana, devido a sua maior relação com o método Bayesiano de previsão de Harrison e Stevens.

O problema de estimar um conjunto de parâmetros variando segundo uma forma conhecida a priori, como (14.11), a partir da equação da observação (14.12), é análogo ao de estimar o vetor de estados de um sistema linear dinâmico estocástico discreto:

$$\underset{\sim}{\theta}_t = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t-1} + \underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{w}_{t-1} \qquad (14.19)$$

a partir de um vetor de observações, relacionado linearmente ao vetor de estados,

$$\underset{\sim}{y}_t = \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t + \underset{\sim}{v}_t \tag{14.20}$$

onde:

t: índice de ordem

$\underset{\sim}{y}_t$: vetor de observações (M×1)

$\underset{\sim}{\theta}_t$: vetor de estados (k×1)

$\underset{\sim}{F}$: matriz de variáveis independentes (M×k)

$\underset{\sim}{G}$: matriz de sistema (k×k)

$\underset{\sim}{\Gamma}$: matriz de entrada (k×k)

$\underset{\sim}{v}_t$: vetor aleatório (M×1) com média nula e matriz de covariância $\underset{\sim}{V}$ representando o ruído da observação, e

$\underset{\sim}{w}_{t-1}$: vetor aleatório (k×1) com média nula e matriz de covariância $\underset{\sim}{W}$ representando a pertubação do sistema.

Os vetores aleatórios são, por hipótese, independentes entre si e entre estágios subsequentes.

As formas (14.11) – (14.12) e (14.19) – (14.20) são matematicamente equivalentes a menos de $\underset{\sim}{x}_t$ ser variável e $\underset{\sim}{F}$ (seu correspondente) constante, das matrizes $\underset{\sim}{G}$ e $\underset{\sim}{\Gamma}$ serem constantes e da observação ser um vetor (M×1).

Fundamentalmente, não existe diferença entre parâmetro e estado e a separação com que são normalmente tratados deve-se a razões históricas e ao fato de denominar-se parâmetro quando não há variação ou há uma variação lenta e estado quando a variação é relativamente rápida.

14.3.2 - Obtenção das Equações

O FK é um caso particular de estimação estocástica em que:

a) a equação de evolução dos estados é dada por (14.19) e a que relaciona o estado com o sistema por (14.20);

b) $\underset{\sim}{v}_t$ e $\underset{\sim}{w}_{t-1}$ são independentes e têm distribuições normais com média nula e matrizes de covariâncias $\underset{\sim}{V}$ e $\underset{\sim}{W}$, respectivamente;

c) $p(\underset{\sim}{\theta}_{t-1}|y^{t-1}) \sim N_k(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1}, \underset{\sim}{P}^*_{t-1})$;

d) $p(\underset{\sim}{w}_{t-1}, \underset{\sim}{v}_t | \underset{\sim}{\theta}_{t-1}, y^{t-1}) = p(\underset{\sim}{w}_{t-1}, \underset{\sim}{v}_t) = p(\underset{\sim}{w}_{t-1}) p(\underset{\sim}{v}_t)$.

O objetivo é obter a função densidade a posteriori de $\underset{\sim}{\theta}_t$, $p(\underset{\sim}{\theta}_t|y^t)$, que contém todas as informações estatísticas necessárias à estimação de $\underset{\sim}{\theta}_t$, segundo algum critério desejado.

De acordo com d), $\underset{\sim}{w}_{t-1}$ e $\underset{\sim}{v}_t$ independem do estado, e portanto

$$p(\underset{\sim}{\theta}_t, \underset{\sim}{y}_t | y^{t-1}) \triangleq \frac{p(\underset{\sim}{\theta}_t, \underset{\sim}{y}_t, y^{t-1})}{p(y^{t-1})} =$$

$$= \frac{p(\underset{\sim}{y}_t | \underset{\sim}{\theta}_t, y^{t-1}) p(\underset{\sim}{\theta}_t, y^{t-1})}{p(y^{t-1})}$$

logo,

$$p(\underset{\sim}{\theta}_t, \underset{\sim}{y}_t | y^{t-1}) = p(\underset{\sim}{y}_t | \underset{\sim}{\theta}_t) \cdot p(\underset{\sim}{\theta}_t | y^{t-1}).$$

Dessa maneira a função a posteriori

$$p(\underset{\sim}{\theta}_t|y^t) \triangleq \frac{p(\underset{\sim}{\theta}_t, \underset{\sim}{y}_t|y^{t-1})}{p(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1})}$$

se transforma em

$$p(\underset{\sim}{\theta}_t|y^t) = \frac{p(\underset{\sim}{y}_t|\underset{\sim}{\theta}_t)p(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1})}{p(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1})} \tag{14.21}$$

e depende da avaliação de três funções densidade de probabilidade, deduzidas abaixo

1. $p(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1}) \sim N_k(\underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1}, \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1})$

   onde $\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{P}^*_{t-1}\underset{\sim}{G}' + \underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{W}\underset{\sim}{\Gamma}'$

   PROVA - Utilizando (14.19) temos que

$$(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1}) \overset{d}{=} (\underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t-1} + \underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{w}_{t-1}|y^{t-1})$$

   onde $\overset{d}{=}$ significa que as duas variáveis aleatórias têm a mesma distribuição; mas, por hipótese, $\underset{\sim}{w}_{t-1}$ independe de y^{t-1} o que implica

$$(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1}) \overset{d}{=} ((\underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t-1}|y^{t-1}) + \underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{w}_{t-1})$$

   assim, $(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1})$ é uma combinação linear de duas normais independentes, $(\underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t-1}|y^{t-1})$ e $\underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{w}_{t-1}$, e, portanto, também tem distribuição normal com média e covariância dadas por

$$E(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1}) = E(\underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t-1}|y^{t-1}) + E(\underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{w}_{t-1}) =$$

$$= \underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} \quad \text{(de acordo com a hipótese c))}$$

$$\mathrm{Cov}(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1}) = \mathrm{Cov}(\underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t-1}|y^{t-1}) + \mathrm{Cov}(\underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{w}_{t-1}) =$$

$$= \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{G}' + \underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{W}\underset{\sim}{\Gamma}'$$

respectivamente.

2. $p(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1}) \sim N_M(\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\hat{\theta}}_{t-1}, \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}' + \underset{\sim}{V})$

PROVA - Utilizando (14.20) temos que

$$(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1}) \overset{d}{=} (\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t + \underset{\sim}{v}_t|y^{t-1})$$

mas, por hipótese, $\underset{\sim}{v}_t$ independe de y^{t-1}, portanto

$$(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1}) \overset{d}{=} ((\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1}) + \underset{\sim}{v}_t)$$

Dessa maneira $(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1})$ é uma combinação linear de duas normais independentes e, portanto, também tem distribuição normal com média e covariância dadas por

$$E(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1}) = E(\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\hat{\theta}}_t|y^{t-1}) + E(\underset{\sim}{v}_t) =$$

$$= \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\hat{\theta}}_{t-1} \text{ (dedução 1);}$$

$$\mathrm{Cov}(\underset{\sim}{y}_t|y^{t-1}) = \mathrm{Cov}((\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1}) + \underset{\sim}{v}_t) =$$

$$= \underset{\sim}{F}\mathrm{Cov}(\underset{\sim}{\theta}_t|y^{t-1})\underset{\sim}{F}' + \mathrm{Cov}(\underset{\sim}{v}_t) =$$

$$= \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}' + \underset{\sim}{V}$$

respectivamente.

3. $p(\underset{\sim}{y}_t|\underset{\sim}{\theta}_t) \sim N_M(\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t, \underset{\sim}{V})$

PROVA -

$$(\underset{\sim}{y}_t|\underset{\sim}{\theta}_t) \stackrel{d}{=} (\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t+\underset{\sim}{v}_t|\underset{\sim}{\theta}_t)$$

mas, por hipótese, $\underset{\sim}{v}_t$ independe de $\underset{\sim}{\theta}_t$, portanto

$$(\underset{\sim}{y}_t|\underset{\sim}{\theta}_t) \stackrel{d}{=} ((\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t|\underset{\sim}{\theta}_t)+\underset{\sim}{v}_t) \stackrel{d}{=}$$

$$\stackrel{d}{=} \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t + \underset{\sim}{v}_t.$$

Como $\underset{\sim}{v}_t$ tem distribuição normal, então $(\underset{\sim}{y}_t|\underset{\sim}{\theta}_t)$ também é normal com média e covariância dadas por

$$E(\underset{\sim}{y}_t|\underset{\sim}{\theta}_t) = E(\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t) + E(\underset{\sim}{v}_t) =$$

$$= \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t$$

$$Cov(\underset{\sim}{y}_t|\underset{\sim}{\theta}_t) = \underset{\sim}{F}\ Cov(\underset{\sim}{\theta}_t)\underset{\sim}{F}' + Cov(\underset{\sim}{v}_t) =$$

$$= \underset{\sim}{V}$$

respectivamente.

Substituindo as três distribuições obtidas em (14.21) obtemos a expressão

$$p(\underset{\sim}{\theta}_t|y^t) = \frac{\left\{\dfrac{1}{(2\pi)^{M/2}|\underset{\sim}{V}|^{\frac{1}{2}}}e^{-\frac{1}{2}A}\cdot\dfrac{1}{(2\pi)^{k/2}|\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}|^{\frac{1}{2}}}e^{-\frac{1}{2}B}\right\}}{\dfrac{1}{(2\pi)^{M/2}|\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'+\underset{\sim}{V}|^{\frac{1}{2}}}e^{-\frac{1}{2}C}}$$

onde

$$A = (\underset{\sim}{y}_t - \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t)'\underset{\sim}{V}^{-1}(\underset{\sim}{y}_t - \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{\theta}_t)$$

$$B = (\underset{\sim}{\theta}_t - \underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1})'\underset{\sim}{P}^{*-1}_{t|t-1}(\underset{\sim}{\theta}_t - \underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1})$$

e

$$C = (\underset{\sim}{y}_t - \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1})'(\underset{\sim}{F}P^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}' + \underset{\sim}{V})^{-1}(\underset{\sim}{y}_t - \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1})$$

que pode ser re-escrita

$$p(\underset{\sim}{\theta}_t|y^t) = \frac{|\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'+\underset{\sim}{V}|^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{k/2}|\underset{\sim}{V}|^{\frac{1}{2}}|\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}[(\underset{\sim}{\theta}_t-\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t)'\underset{\sim}{P}^{*-1}_t(\underset{\sim}{\theta}_t-\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t)]}, \tag{14.22}$$

onde

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} - \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'(\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_t\underset{\sim}{F}'+\underset{\sim}{V})^{-1}(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} - \underset{\sim}{y}_t) \tag{14.23}$$

$$\underset{\sim}{P}^*_t = \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} - \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'(\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_t\underset{\sim}{F}'+\underset{\sim}{V})^{-1}\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}, \tag{14.24}$$

$$\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{P}^*_{t-1}\underset{\sim}{G}' + \underset{\sim}{\Gamma}\underset{\sim}{W}\underset{\sim}{\Gamma}', \tag{14.25}$$

e

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} = \underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1}. \tag{14.26}$$

Portanto, a distribuição a **posteriori do** vetor de parâmetros no instante t é $N_k(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t, \underset{\sim}{P}^*_t)$

As expressões (14.23) e (14.24) são as equações de recorrência do filtro de Kalman e são equivalentes a (14.15) e (14.16) a menos das diferenças apontadas na seção (14.3.1).

A quantidade $L = \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'(\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{P}^*_t\underset{\sim}{F}'+\underset{\sim}{V})^{-1}$ é denominada "ganho do filtro de Kalman".

Para podermos utilizar essas equações no desenvolvimento de métodos recursivos de previsão de séries temporais é necessário descrevermos em representação de espaço de estados os modelos clássicos de séries temporais.

14.4 - REPRESENTAÇÃO DE MODELOS CONVENCIONAIS EM ESPAÇO DE ESTADOS

Vamos descrever, agora, alguns modelos clássicos de séries temporais em sua representação em espaço de estados ou modelo linear dinâmico (MLD).

No que segue, o símbolo δ denotará uma perturbação no parâmetro correspondente.

14.4.1 - Modelo de Regressão Linear

Esse modelo tem a equação de observação dada por

$$y_t = \underset{\sim}{x}_t \underset{\sim}{\beta}_t + \varepsilon_t$$

onde

y_t: observação escalar

$\underset{\sim}{x}_t$: vetor de variáveis independentes

$\underset{\sim}{\beta}_t$: vetor de coeficientes desconhecidos.

Se o modelo for estático, a equação do sistema será redundante, isto é,

$$\underset{\sim}{\beta}_t = \underset{\sim}{\beta}_{t-1} = \dots = \underset{\sim}{\beta}_0 .$$

Se os coeficientes forem dinâmicos, então a equação do sistema será dada por

$$\underset{\sim}{\beta}_t = \underset{\sim}{\beta}_{t-1} + \delta\beta_t.$$

Ambos os modelos são MLDs particulares em que $M = 1$, $\underset{\sim}{\theta}_t = \underset{\sim}{\beta}_t$, $\underset{\sim}{F} = \underset{\sim}{x}_t$, $\underset{\sim}{G} = \underset{\sim}{I}$ (matriz identidade), $\underset{\sim}{v}_t = \varepsilon_t$ e $\underset{\sim}{w}_{t-1} = \delta\beta_t$.

Um valor constante de $\underset{\sim}{W}_t$ $(=\text{Var}\,\delta\beta_t)$ reflete um decaimento constante com o tempo, das informações prévias, ao passo que se $\underset{\sim}{W}_t$ for variável, um valor muito grande refletirá um aumento de incerteza.

O fato dos modelos acima não exigirem variâncias constantes torna-os muito mais flexíveis, pois podemos considerá-las função do instante de estimação, o que é muito mais representativo da realidade.

O modelo estático é obtido quando $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_t^2$ e $\underset{\sim}{W}_t = \text{Var}(\delta\beta_t) = 0$.

14.4.2 - Modelo Estável

Esse modelo é apropriado em situações onde a característica mais importante do processo é seu nível e pode ser modelado por

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \delta\mu_t$$

onde μ_t é o verdadeiro nível do processo no instante t.

As equações acima formam em MLD onde $M = k = 1$, $\underset{\sim}{\theta}_t = \mu_t$, $\underset{\sim}{F} = \underset{\sim}{G} = 1$, $\underset{\sim}{V}_t = \text{Var}(\varepsilon_t)$, $\underset{\sim}{W}_t = \text{Var}(\delta\mu_t)$.

Aplicando o filtro de Kalman obtemos que

$$(\mu_{t-1}|y^{t-1}) \sim N(\hat{\theta}_{t-1}, P^*_{t-1})$$

onde

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} + A_t(y_t - \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1})$$

$$\underset{\sim}{P}^*_t = A_t \; Var(\varepsilon_t)$$

$$A_t = (\underset{\sim}{P}^*_{t-1} + Var(\delta\mu_t)) / (\underset{\sim}{P}^*_{t-1} + Var(\delta\mu_t) + Var(\varepsilon_t)).$$

Sob a hipótese de que $Var(\varepsilon_t)$ e $Var(\delta\mu_t)$ são constantes e se hão houver intervenções (informações externas), a forma limite dos pesos A_t é equivalente a uma média móvel ponderada exponencialmente.

14.4.3 - Modelo de Crescimento Linear

É um modelo muito importante em aplicações; ele representa uma generalização do modelo estável através da adição de um termo de inclinação β_t e é dado por

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \delta\mu_t$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \delta\beta_t$$

onde

μ_t: nível do processo; e

β_t: acréscimo do valor da série no instante t.

A representação como um MLD é dada por:

$$y_t = [1,0]\begin{bmatrix}\mu_t \\ \beta_t\end{bmatrix} + \varepsilon_t$$

$$\begin{bmatrix}\mu_t \\ \beta_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1 \\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mu_{t-1} \\ \beta_{t-1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\delta\mu_t + \delta\beta_t \\ \delta\beta_t\end{bmatrix}$$

ou seja,

$$\underset{\sim}{F} = [1,0]$$

$$\underset{\sim}{\theta}_t = \begin{bmatrix}\mu_t \\ \beta_t\end{bmatrix},$$

logo, $k=2$,

$$\underset{\sim}{v}_t = \varepsilon_t,$$

logo, $M=1$,

$$\underset{\sim}{G} = \begin{bmatrix}1 & 1 \\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{w}_t = \begin{bmatrix}\delta\mu_t + \delta\beta_t \\ \delta\beta_t\end{bmatrix}, \quad \underset{\sim}{W}_t = \begin{bmatrix}\delta\mu_t^2 + \delta\beta_t^2 & \delta\beta_t^2 \\ \delta\beta_t^2 & \delta\beta_t^2\end{bmatrix}$$

Se $\delta\mu_t \sim N[0, V_\mu]$ e $\delta\beta \sim N[0, V_\beta]$, então

$$\underset{\sim}{W}_t = \begin{bmatrix} V_\mu + V_\beta & V_\beta \\ V_\beta & V_\beta \end{bmatrix}$$

Pode-se mostrar que se não houver intervenções, se $Var(\delta\mu_t)$ = constante e se $Var(\delta\beta)$ = constante, então, no limite, o previsor utilizado é equivalente ao previsor de crescimento linear de Holt e ao ARIMA(0,2,2) de Box & Jenkins.

14.4.4 - Modelo de Crescimento Linear Sazonal

É uma generalização do modelo anterior que supõe que o processo é composto de um nível crescente (ou decrescente), mais um efeito sazonal aditivo (de período s) e é dado pelas equações

$$y_t = \mu_t + \rho_{m(t),t} + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \delta\mu_t$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \delta\beta_t$$

$$\rho_{i,t} = \rho_{i,t-1} + \delta\rho_{i,t},$$

$$\sum_{i=1}^{s} \rho_{i,t} = \sum_{i=1}^{s} \delta\rho_{i,t} = 0$$

onde

μ_t: nível do processo

β_t: inclinação no instante t

$\rho_{m(t),t}$: fator sazonal no instante t, associado ao "mês" m(t).

O MLD associado é da forma

$$y_t = [1,0,\ldots,1,\ldots 0]\underset{\sim}{\theta}_t + \varepsilon_t$$

$$\underset{\sim}{\theta}_t = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t-1} + \underset{\sim}{w}_t$$

onde

$$\underset{\sim}{\theta}_t = (\mu_t,\beta_t,\rho_{1,t}\cdots\rho_{s,t})'$$

$$\varepsilon_t = \underset{\sim}{v}_t$$

$$\underset{\sim}{F}_t = (1,0,\ldots,0,1,0,\ldots,0)$$

$$\underset{\sim}{G} = \left[\begin{array}{cc|ccccc} 1 & 1 & & & \underset{\sim}{0} & & \\ 0 & 1 & & & & & \\ \hline & & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ & \underset{\sim}{0} & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ & & \vdots & \vdots & & & \\ & & 1 & 0 & \ldots & \ldots & 1 \end{array}\right]$$

$$\underset{\sim}{w}_t = (\delta\mu_t + \delta\beta_t, \delta\beta_t, \delta\rho_{1,t},\ldots,\delta\rho_{s,t})'$$

$$\underset{\sim}{W}_t = E(\underset{\sim}{w}_t\underset{\sim}{w}_t') = \left[\begin{array}{cc|ccc} \delta\mu_t^2+\delta\beta_t^2 & \delta\beta_t^2 & & \underset{\sim}{0} & \\ \delta\beta_t^2 & \delta\beta_t^2 & & & \\ \hline & & \delta\rho_{1,t}^2 & \cdots & \delta\rho_{1,t}\delta\rho_{s,t} \\ & \underset{\sim}{0} & \vdots & & \vdots \\ & & \delta\rho_{s,t}\delta\rho_{1,t} & \cdots & \delta\rho_{s,t}^2 \end{array}\right]$$

Se $\delta\mu_t \sim N[0,V_\mu]$ e $\delta\beta_t \sim N[0,V_\beta]$, então

$$\underset{\sim}{W}_t = \left[\begin{array}{cc|ccc} V_\mu+V_\beta & V_\beta & & & \\ V_\beta & V_\beta & & \underset{\sim}{0} & \\ \hline & & \delta\rho^2_{1,t} & \cdots & \delta\rho_{1,t}\delta\rho_{s,t} \\ & \underset{\sim}{0} & \vdots & & \\ & & \delta\rho_{s,t}\delta\rho_{1,t} & \cdots & \delta\rho^2_{s,t} \end{array}\right].$$

A covariância na matriz $\underset{\sim}{W}_t$ é devida à presença de $\delta\beta_t$ nos dois primeiros elementos do vetor $\underset{\sim}{w}_t$. O vetor $\underset{\sim}{F}_t$ é composto de zero em todas as posições exceto na primeira e na correspondente a m(t), por isso ele não é constante e sim sistematicamente variável, embora sempre conhecido.

14.4.5 - Modelo Auto-regressivo

O modelo auto-regressivo (AR(p)) é definido por

$$y_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t$$

onde os coeficientes ϕ_j e $V_t = \mathrm{Var}(\varepsilon_t)$ são desconhecidos e estimados através dos dados. As estimativas são utilizadas para fazer previsão e usualmente não são sujeitas a revisão.

A representação em MLD

$$y_t = \underset{\sim}{F}_t \underset{\sim}{\theta}_t + \varepsilon_t$$

$$\underset{\sim}{\theta}_t = \underset{\sim}{\theta}_{t-1} + \delta\theta_t,$$

onde

$$\underset{\sim}{F}_t = (y_{t-1},\ldots,y_{t-p}),$$

$$\underset{\sim}{\theta}_t = \Phi_t = (\phi_{1,t} \dots \phi_{p,t})$$

$$\underset{\sim}{v}_t = \varepsilon_t,$$

$$\underset{\sim}{w}_t = \delta\theta_t,$$

$$Var(\underset{\sim}{w}_t) = \underset{\sim}{W}_t \text{ (= 0, no caso usual)},$$

faz com que as estimativas sejam continuamente revisadas e o FK fornece a precisão das estimativas bem como suas covariâncias. Além do mais, o sistema de equações acima permite mudanças nos coeficientes $\phi_1,\dots,\phi_p$, se for desejável.

Harrison & Stevens (1976) apresentam outros modelos de séries temporais em representação de espaço de estados.

14.5 - PROBLEMAS

1. Prove as equações (14.4) e (14.6).
2. Prove as equações (14.9) e (14.10).
3. Obtenha as equações (14.13) e (14.14).
4. Obtenha a representação de um modelo MA(q) em espaço de estados.
5. Obtenha a representação de um modelo ARMA(p,q) em espaço de estados.
6. Uma representação alternativa em espaço de estados é a seguinte. Considere o processo AR(2)

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Então, podemos escrevê-lo na forma:

$$\underset{\sim}{z}(t) = \underset{\sim}{\theta}\underset{\sim}{z}(t-1) + \underset{\sim}{\gamma}\varepsilon_t, \quad (*)$$

$$Z_t = \underset{\sim}{H}\underset{\sim}{z}(t),$$

onde:

$$\underset{\sim}{z}(t) = \begin{bmatrix} Z_t^{(1)} \\ \\ Z_t^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} Z_t^{(2)} = Z_t \\ Z_t^{(1)} = \phi_2 Z_{t-1}, \end{matrix}$$

$$\underset{\sim}{\theta} = \begin{bmatrix} 0 & \phi_2 \\ \\ 1 & \phi_1 \end{bmatrix}, \quad \underset{\sim}{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \underset{\sim}{H} = [0,1].$$

Escreva o modelo ARMA(2,1) na forma (*). Em (*) dizemos que $\underset{\sim}{z}(t)$ é o vetor de estados, $\underset{\sim}{\theta}$ a matriz do sistema, $\underset{\sim}{\gamma}$ a matriz de entrada e $\underset{\sim}{H}$ a matriz observação.

CAPÍTULO **15**

MÉTODO BAYESIANO DE PREVISÃO

15.1 - INTRODUÇÃO

Vamos apresentar uma nova versão de uma classe de métodos Bayesianos de previsão, introduzidos por Harrison & Stevens (1971).

Em particular, consideramos a formulação de modelos (estados) múltiplos aplicados ao Modelo de Crescimento Linear, considerando quatro tipos possíveis de estados, a cada instante de tempo: normal, transiente (ou transitório), mudança de nível e mudança de inclinação.

Esta abordagem pode ser encontrada em Mendes, (1978), utilizando a formulação original do método de Harrison & Stevens. Entretanto surgiram muitas dificuldades de aplicação devido à interpretação das variâncias e covariâncias envolvidas e que podem ser eliminadas utilizando uma formulação alternativa apresentada por Cantarelis (1980).

15.2 - CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS E VANTAGENS DO MÉTODO

As características são:

i) capacidade de fornecer ao sistema, a cada instante, informações a priori (comunicação sistema — analista);

ii) capacidade de detectar e se adaptar rapidamente a situações anormais como mudanças bruscas de nível e inclinação;

iii) aplicabilidade a um número pequeno de observações;

iv) modelagem da série por um modelo linear dinâmico (MLD) com a estimativa dos parâmetros atualizada pelo FK,

v) atribuição de um significado físico (nível, inclinanação, etc....) aos parâmetros, que facilita a visualização do processo e torna a previsão uma estimação a priori, e

vi) inclusão de vários modelos, tais como regressão linear, alisamento exponencial e ARIMA, como casos particulares.

Desse modo, o método apresenta as vantagens de possuir uma base teórica para previsões com poucas ou até nenhuma observação e o desenvolvimento de estruturas que permitem a combinação sistema — analista.

15.3 - PROCEDIMENTO

15.3.1 - Fundamentos Essenciais

A modelagem da série por um MLD é caracterizada pelos seguintes fundamentos:

i) modelo paramétrico ao invés de funcional;

ii) informação probabilística sobre os parâmetros a cada instante;

iii) definição seqüencial do modelo descrevendo a mudança dos parâmetros com o tempo; e

iv) incerteza do próprio modelo subjacente, em meio a um número discreto de alternativas.

De acordo com Harrison & Stevens (1975a) a incerteza associada ao modelo pode ser de dois tipos:

a) *Classe I*: Entre um conjunto discreto de alternativas, um único modelo está em curso em todos os instantes, não sendo conhecido qual. Dessa maneira, a probabilidade desse modelo desconhecido deverá aumentar em relação às dos demais à medida em que forem incorporadas as observações.

Como as matrizes $\underset{\sim}{F}_t$, $\underset{\sim}{G}$, $\underset{\sim}{V}_t$ e $\underset{\sim}{W}_t$ caracterizam um MLD no instante t, pode-se definir:

$$M_t = \{\underset{\sim}{F}_t, \underset{\sim}{G}, \underset{\sim}{V}_t, \underset{\sim}{W}_t\}$$

como a especificação do modelo neste instante.

b) *Classe II:* Nenhum MLD sòzinho representa o que acontecerá ao processo no próximo período. Isto quer dizer que o modelo que representa o processo pode mudar com o tempo. Para tratar este problema, consideram-se modelos que, em qualquer instante t, compreendam um conjunto de MLDs,

$$M_t^{(j)} = \{\underset{\sim}{F}_t, \underset{\sim}{G}, \underset{\sim}{V}_t^{(j)}, \underset{\sim}{W}_t^{(j)}\}, \qquad j=1,\ldots,a$$

cada qual com uma forma definida idêntica (F e G iguais) mas diferindo entre si pelas matrizes de covariâncias do ruído $\underset{\sim}{V}$ e da pertubação $\underset{\sim}{W}$, possibilitando um tratamento adequado às ocorrências anormais tais como mudança de nível e inclinação.

Assim, em qualquer instante t, o modelo atuante é aquele ao qual está associado a maior probabilidade.

15.3.2 - Modelo e Estimação dos Parâmetros

O modelo linear dinâmico utilizado é do tipo

$$\underset{\sim}{y}_t = \underset{\sim}{F}_t \underset{\sim}{\theta}_t + \underset{\sim}{v}_t : \text{ equação da observação} \tag{15.1}$$

$$\underset{\sim}{\theta}_t = \underset{\sim}{G} \underset{\sim}{\theta}_{t-1} + \underset{\sim}{w}_t : \text{ equação do estado} \tag{15.2}$$

onde $\underset{\sim}{y}_t$, $\underset{\sim}{\theta}_t$, $\underset{\sim}{F}_t$, $\underset{\sim}{G}$, $\underset{\sim}{v}_t$ e $\underset{\sim}{w}_t$ estão definidos na seção 14.3.1 com a suposição adicional de que os dois últimos vetores são normalmente distribuídos.

A estimação do vetor de parâmetros é realizada utilizando o FK.

Partindo-se da suposição de que no instante $t = 0$ a distribuição de $\underset{\sim}{\theta}_0$ é

$$(\underset{\sim}{\theta}_0 | I) \sim N(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_0, \underset{\sim}{P}_0^*)$$

onde I é o conjunto de informações iniciais alheias à série, a distribuição a posteriori dos parâmetros no instante t, como foi demonstrado na seção 14.3.2, é da forma

$$(\underset{\sim}{\theta}_t | I, y^t, \underset{\sim}{F}_1, \underset{\sim}{F}_2, \ldots, \underset{\sim}{F}_t) \sim N(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t, \underset{\sim}{P}_t^*) \tag{15.3}$$

onde

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} - \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'_t[\underset{\sim}{V}_t + \underset{\sim}{F}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'_t]^{-1}[\underset{\sim}{F}_t\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} - \underset{\sim}{y}_t] \quad (15.4)$$

$$\underset{\sim}{P}^*_t = \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} - \underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'_t[\underset{\sim}{V}_t + \underset{\sim}{F}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'_t]^{-1}\underset{\sim}{F}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} \quad (15.5)$$

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1} = \underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} \quad (15.6)$$

$$\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1} = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{P}^*_{t-1}\underset{\sim}{G}' + \underset{\sim}{W}_t \quad (15.7)$$

As equações (15.6) e (15.7) representam estimativas a priori da méda e covariância dos parâmetros, (15.4) e (15.5) representam as atualizações das estimativas a priori, após o conhecimento da informação relativa ao instante t,

$\underset{\sim}{F}_t\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1}$ é a previsão de $\underset{\sim}{y}_t$, feita no instante t-1, $\hat{\underset{\sim}{y}}_{t-1}(1)$,

$(\underset{\sim}{y}_t - \underset{\sim}{F}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t|t-1})$ é o erro de previsão a um passo,

$(\underset{\sim}{F}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'_t + \underset{\sim}{V}_t)$ é a matriz de covariância associada a $\hat{\underset{\sim}{y}}_{t-1}(1)$,

$\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'_t[\underset{\sim}{V}_t + \underset{\sim}{F}_t\underset{\sim}{P}^*_{t|t-1}\underset{\sim}{F}'_t]^{-1}$ é a matriz (k×M) que pode ser considerada uma extensão da constante de alisamento escalar.

15.3.3 - Previsão

Utilizamos (15.3) para inferir as distribuições das observações futuras do processo $\underset{\sim}{y}_{t+h}$ (h=1,2,...). Pode-se escolher como previsão o parâmetro mais apropriado à situação em estudo, não havendo necessidade de associar previsão a valor esperado. Isto é importante quando as conseqüências de erros de mesma magnitude são diferentes, dependendo do fato dele ser positivo ou negativo.

Utilizando (15.1) e (15.2) temos que o valor do processo no instante t+h é dado por

$$\underset{\sim}{y}_{t+h} = \underset{\sim}{F}_{t+h}\,\underset{\sim}{\theta}_{t+h} + \underset{\sim}{v}_{t+h} \tag{15.8}$$

$$\underset{\sim}{\theta}_{t+h} = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{\theta}_{t+h-1} + \underset{\sim}{w}_{t+h} \tag{15.9}$$

onde as matrizes de covariâncias $\underset{\sim}{V}_{t+h}, \underset{\sim}{W}_{t+1} \cdots \underset{\sim}{W}_{t+h}$ são conhecidas.

Desse modo, a previsão de $\underset{\sim}{y}_{t+h}$ requer a inferência no instante t, dos valores futuros do vetor de parâmetros $\underset{\sim}{\theta}_{t+h}$ e da matriz $\underset{\sim}{F}_{t+h}$.

Definindo a média e a covariância do vetor de parâmetros θ_{t+h} por

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(h) = E(\underset{\sim}{\theta}_{t+h} | I, y^t, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_t) \tag{15.10}$$

e

$$\underset{\sim}{P}_t^*(h) = Var(\underset{\sim}{\theta}_{t+h} | I, y^t, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_t) \tag{15.11}$$

onde $\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(0) = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_t$ e $\underset{\sim}{P}_t^*(0) = \underset{\sim}{P}_t^*$ são conhecidos no instante t pelo FK (equações (15.4) e (15.5)), é fácil mostrar que

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(h) = \underset{\sim}{G}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(h-1) = \underset{\sim}{G}^2\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(h-2) = \ldots = \underset{\sim}{G}^h\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t \tag{15.12}$$

e

$$\underset{\sim}{P}_t^*(h) = \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{P}_t^*(h-1)\underset{\sim}{G}' + \underset{\sim}{W}_{t+h} = \ldots = G^h\underset{\sim}{P}_t^*\underset{\sim}{G}'^h + \tag{15.13}$$

$$+ \underset{\sim}{G}^{h-1}\underset{\sim}{W}_{t+1}\underset{\sim}{G}'^{h-1} + \ldots + \underset{\sim}{G}\underset{\sim}{W}_{t+h-1}\underset{\sim}{G}' + \underset{\sim}{W}_{t+h}.$$

Utilizando (15.8), (15.9), (15.12) e (15.13) temos que a média e a variância da previsão h passos à frente são dadas por

$$\hat{\underset{\sim}{y}}_t(h) = E(\underset{\sim}{y}_{t+h}|I,y^t,\underset{\sim}{F}_1,\ldots,\underset{\sim}{F}_t) = \underset{\sim}{F}_{t+h}\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(h) \quad (15.14)$$

$$\hat{\underset{\sim}{Y}}_t(h) = Var(\underset{\sim}{y}_{t+h}|I,y^t,\underset{\sim}{F}_1,\ldots,\underset{\sim}{F}_t) = \underset{\sim}{F}_{t+h}\underset{\sim}{P}^*_t(h)\underset{\sim}{F}'_{t+h} + \underset{\sim}{V}_{t+h} \quad (15.15)$$

Para o caso de $\underset{\sim}{F}_{t+h}$ desconhecido as expressõa (15.14) e (15.15) são modificadas para

$$\hat{\underset{\sim}{y}}_t(h) = \hat{\underset{\sim}{F}}_t(h)\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(h) \quad (15.16)$$

$$\hat{\underset{\sim}{Y}}_t(h) = \hat{\underset{\sim}{F}}_t(h)\underset{\sim}{P}^*_t(h)\hat{\underset{\sim}{F}}'_t(h) + \underset{\sim}{V}_{t+h} + \underset{\sim}{Z} \quad (15.17)$$

onde $\underset{\sim}{Z}$ é uma matriz (M×M) tal que

$$z_{ij} = \text{traço}\ [\underset{\sim}{\phi}_{ij}(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t(h)\hat{\underset{\sim}{\theta}}'_t(h) + \underset{\sim}{P}^*_t(h))], \qquad i=1,\ldots,M;\ j=1,\ldots,M$$

e

$$\underset{\sim}{\phi}_{ij} = E(\hat{\underset{\sim}{F}}_i\hat{\underset{\sim}{F}}_j) - \underset{\sim}{F}_i\underset{\sim}{F}_j.$$

O termo $\underset{\sim}{Z}$ representa a incerteza adicional na previsão, decorrente da incerteza associada ao valor de F_{t+h}.

15.4 - MODELO DE CRESCIMENTO LINEAR DE ESTADOS MÚLTIPLOS

15.4.1 - Introdução

Segundo Cantarelis (1980), "o modelo de crescimento linear de estados múltiplos (MCL-EM) é muito importante dentro do MLD devido a sua simplicidade e pela grande capacidade em adaptar-se rapidamente a mudanças bruscas e inesperadas de comportamento da série". Ele está inserido na formulação de *classe* II e é composto por quatro modelos de crescimento linear (seção 14.4.3), que representam quatro possíveis estados de sistema: normal, transiente, mudança de nível e mudança de inclinação, mostrados na Figura 15.1.

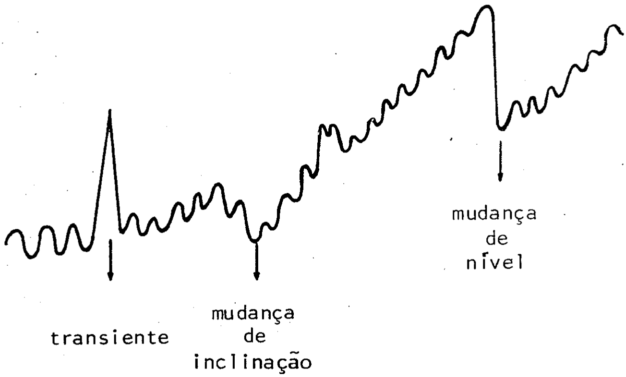

FIGURA 15.1 - Representação das possíveis mudanças de estado

15.4.2 - Caracterização dos Estados

Em qualquer instante do tempo o MLD pode ser caracterizado por

$$M_t = \{\underset{\sim}{F}_t, \underset{\sim}{G}, V, \underset{\sim}{W}\}$$

onde, sem perda de generalidade, assume-se que as variâncias

$\underset{\sim}{V}_t$ e $\underset{\sim}{W}_t$ são constantes no tempo. Os quatro modelos componentes do MCL-EM são modelos de crescimento linear, indicando que (de acordo com a seção 14.4.3)

$$M^{(i)} = \{\underset{\sim}{F}, \underset{\sim}{G}, V_\varepsilon^{(i)}, V_\mu^{(i)}, V_\beta^{(i)}\}, \qquad i=1,2,3,4$$

onde

$$F = [1,0]$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{W}^{(i)} = \begin{bmatrix} V_\mu^{(i)}+V_\beta^{(i)} & V_\beta^{(i)} \\ V_\beta^{(i)} & V_\beta^{(i)} \end{bmatrix} \tag{15.18}$$

Dessa maneira, o que vai diferenciar os quatro modelos são as variâncias V_ε, V_μ, V_β.

Analisando o erro de previsão um passo à frente, temos que

$$e_t = y_t - \hat{y}_{t-1}(1) \tag{15.19}$$

onde

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \tag{15.20}$$

$$\hat{y}_{t-1}(1) = \underset{\sim}{F}_t \underset{\sim}{\hat{\theta}}_{t-1}(1) = \underset{\sim}{F}_t \underset{\sim}{G} \underset{\sim}{\hat{\theta}}_{t-1} = \hat{\mu}_{t-1} + \hat{\beta}_{t-1} \tag{15.21}$$

mas, utilizando as equações do modelo de crescimento linear (seção 14.4.3) temos:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \delta\mu_t + \delta\beta_t$$

portanto,

$$y_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \delta\mu_t + \delta\beta_t + \varepsilon_t. \qquad (15.22)$$

De (15.22), (15.21) e (15.20) podemos escrever que

$$e_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \varepsilon_t + \delta\mu_t + \delta\beta_t - \hat{\mu}_{t-1} - \hat{\beta}_{t-1} \qquad (15.23)$$

logo,

$$e_t \sim N(0,V), V = V_\varepsilon + V_\mu + V_\beta + P^*_{11(t-1)} + P^*_{22(t-1)} + 2 \cdot P^*_{12(t-1)}. \qquad (15.24)$$

No caso em que μ e β são considerados conhecidos no instante t-1, ou seja, $P^*_{ij(t-1)} = 0$, i=1,2, podemos escrever

$$V = V_\varepsilon + V_\mu + V_\beta \qquad (15.25)$$

indicando que a caracterização dos quatro estados será feita examinando as combinações diferentes de $V_\varepsilon^{(i)}$, $V_\mu^{(i)}$, $V_\beta^{(i)}$ e suas magnitudes relativas.

a) *modelo do estado normal*: assumimos que se o processo está no estado normal, os parâmetros μ e β não variam, o que equivale a dizer que os desvios em relação à previsão são causados apenas pelos ruídos das observações. Portanto no estado normal $\delta\mu_t = \delta\beta_t = 0$ ($V_\mu = V_\beta = 0$) e o erro de previsão $e_t \sim N(0, V^{(1)})$, com $V_\varepsilon^{(1)} = V_\varepsilon$, $V_\mu^{(1)} = 0$ e $V_\beta^{(1)} = 0$ onde V_ε é a variabilidade básica do processo, quando no estado normal. Assim, no estado normal o MLD é caracterizado por

$$M_t^{(1)} = \{\underset{\sim}{F}, \underset{\sim}{G}, V_\varepsilon, 0, 0\} \qquad (15.26)$$

b) *modelo do estado transiente:* é um estado caracterizado por uma observação anômala ("outlier") que não afeta as observações futuras do processo, mas acarreta um erro de previsão muito grande. O modelo do estado transiente deve interpretar o erro de previsão como o resultado de um ruído de observação excepcionalmente alto, com $\delta\mu_t = \delta\beta_t = 0$, uma vez que valores diferentes de zero implicariam numa mudança de μ_t e β_t.

Portanto no estado transiente o erro de previsão $e_t \sim N(0, V^{(2)})$, com $V_\varepsilon^{(2)} = \lambda_2 V_\varepsilon$, $\lambda_2 >> 1$, $V_\mu^{(2)} = V_\beta^{(2)} = 0$, sendo o modelo caracterizado por

$$M_t^{(2)} = \{\underset{\sim}{F}, \underset{\sim}{G}, \lambda_2 V_\varepsilon, 0, 0\}. \qquad (15.27)$$

c) *modelo do estado "mudança de crescimento":* é um estado caracterizado por uma única alteração, ou seja, a mudança do parâmetro β_t responsável pelo crescimento do processo.

Desse modo, o erro de previsão $e_t \sim N(0, V^{(3)})$, com $V_\varepsilon^{(3)} = V_\varepsilon$, $V_\varepsilon^{(3)} = 0$ e $V_\beta^{(3)} = \lambda_3 V_\varepsilon$, $\lambda_3 > 0$. Assim, o modelo do estado "mudança de crescimento" é da forma

$$M_t^{(3)} = \{\underset{\sim}{F}, \underset{\sim}{G}, V_\varepsilon, 0, \lambda_3 V_\varepsilon\}. \qquad (15.28)$$

d) *modelo do estado "mudança de nível":* é um estado caracterizado pela mudança do parâmetro responsável pelo nível do processo, μ_t. O parâmetro β_t permanece constante e o ruído das observações é igual ao do estado normal de modo que o erro de previsão $e_t \sim N(0, V^{(4)})$, com $V_\varepsilon^{(4)} = V_\varepsilon$; $V_\mu^{(4)} = \lambda_4 V_\varepsilon$, $\lambda > 0$ e $V_\beta^{(4)} = 0$. Assim, o modelo do estado "mudança de nível" é

$$M_t^{(4)} = \{\underset{\sim}{F}, \underset{\sim}{G}, V_\varepsilon, \lambda_4 V_\varepsilon, 0\}. \tag{15.29}$$

A Tabela 15.1 resume os quatro modelos.

TABELA 15.1 - CARACTERIZAÇÃO DOS QUATRO POSSÍVEIS ESTADOS DO SISTEMA

	Estado 1 normal	Estado 2 transiente	Estado 3 mudança de crescimento	Estado 4 mudança de nivel
j'	1	2	3	4
$V_\varepsilon^{(j)}$	V_ε	$\lambda_2 V_\varepsilon$	V_ε	V_ε
$V_\mu^{(j)}$	0	0	0	$\lambda_4 V_\varepsilon$
$V_\beta^{(j)}$	0	0	$\lambda_3 V_\varepsilon$	0

15.4.3 - Procedimento de Estimação

A cada nova observação faz-se, através do FK, as atualizações dos parâmetros e das probabilidades associadas a cada estado, $p_t^{(j)} = P(M_t^{(j)} | I, y^t, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_t)$, como veremos a seguir.

Antes da observação y_t ser conhecida, $M_{t-1}^{(i)}$ contém a informação a priori a respeito dos parâmetros e estado do processo em termos de

i) $(\theta_{t-1} | I, y^{t-1}, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_{t-1}, M_{t-1}^{(i)}) \sim N(\hat{\theta}_{t-1}^{(i)}, P_{*t-1}^{(i)})$, i=1,2, 3,4.

ii) $p_{t-1}^{(i)}$ = probabilidade de $M_{t-1}^{(i)}$ ter sido o modelo correto no instante (t-1) (probabilidade condicional).

Dado que o processo está no estado (i) no instante t-1, existem 16 possíveis modelos de transição $M^{(i,j)}$ para que ele se mova do estado (i) para o estado (j). Assim que y_t se torna disponível, pode-se derivar 16 distribuições normais,

$$(\underset{\sim}{\theta}_t | I, y^t, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_t, M^{(i,j)}) \sim N(\hat{\underset{\sim}{\theta}}^{(i,j)}, \underset{\sim}{P}_t^{*(i,j)}).$$

As expressões para $\hat{\underset{\sim}{\theta}}^{(i,j)}$ e $\underset{\sim}{P}_t^{*(i,j)}$ são obtidas aplicando o FK com

i) $\underset{\sim}{F}$ e $\underset{\sim}{G}$ do MCL

ii) $\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1} = \hat{\underset{\sim}{\theta}}_{t-1}^{(i)}$; $\underset{\sim}{P}_{t-1}^{*} = \underset{\sim}{P}_{t-1}^{*(i)}$

iii) $V_t = V_\varepsilon^{(j)}$; $\underset{\sim}{W}_t = \begin{bmatrix} V_\mu^{(j)} + V_\beta^{(j)} & V_\beta^{(j)} \\ V_\beta^{(j)} & V_\beta^{(j)} \end{bmatrix}$, j=1,2,3,4.

As 16 probabilidades $p_t^{(i,j)} = P(M_t^{(j)}, M_{t-1}^{(i)} | I, y^t, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_t)$ podem ser calculadas pelo Teorema de Bayes como descrito abaixo:

$$p_t^{(i,j)} \propto L_t^{(i,j)} \pi^{(j)} p_{t-1}^{(i)},$$

onde

$L_t^{(i,j)} = L(y_t | M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)}, y^{t-1}, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_{t-1})$ é a verossimilhança de ocorrência de y_t, dado que em (t-1) o modelo correto é "i" e em t é "j" e o conhecimento das observações até o instante t-1;

$\pi^{(j)}$ = probabilidade de a qualquer instante o modelo $M^{(j)}$ estar governando o sistema (por hipótese é independente do tempo e da história do processo); e

$p_{t-1}^{(i)}$ = probabilidade de $M^{(i)}$ ter sido o modelo correto no instante (t-1).

A verossimilhança $L_t^{(i,j)}$ pode ser obtida por

$$(y_t | M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)}, y^{t-1}, \underset{\sim}{F}_1, \ldots, \underset{\sim}{F}_{t-1}) \sim N(\hat{y}^{(i,j)}, \hat{\underset{\sim}{Y}}^{(i,j)}).$$

Dada a impossibilidade computacional de se continuar esse processo, obtendo no instante (t+1) 4^3 distribuições, 4^3 em (t+2), etc...,recorre-se a condensação das 16 distribuições e probabilidades (16 modelos) em quatro novamente. As equações de condensação, são dadas por

$$p_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{4} p_t^{(i,j)} \tag{15.30}$$

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{4} p_t^{(i,j)} \hat{\underset{\sim}{\theta}}_t^{(i,j)} / p_t^{(j)} \tag{15.31}$$

$$\underset{\sim}{P}_t^{*(j)} = \sum_{i=1}^{4} p_t^{(i,j)} \left\{ \underset{\sim}{P}_t^{*(i,j)} + (\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t^{(i,j)} - \hat{\underset{\sim}{\theta}}_t^{(j)})(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_t^{(i,j)} - \hat{\underset{\sim}{\theta}}_t^{(j)})' \right\} / p_t^{(j)} \tag{15.32}$$

A Figura 15.2 ilustra a condensação no instante t.

A previsão é feita ou pelo modelo de uma probabilidade ou pela média ponderada das previsões de cada um. A ponderação é realizada utilizando as probabilidades $p_t^{(i)}$.

Para maiores detalhes, ver Souza & Farias Neto (1980a).

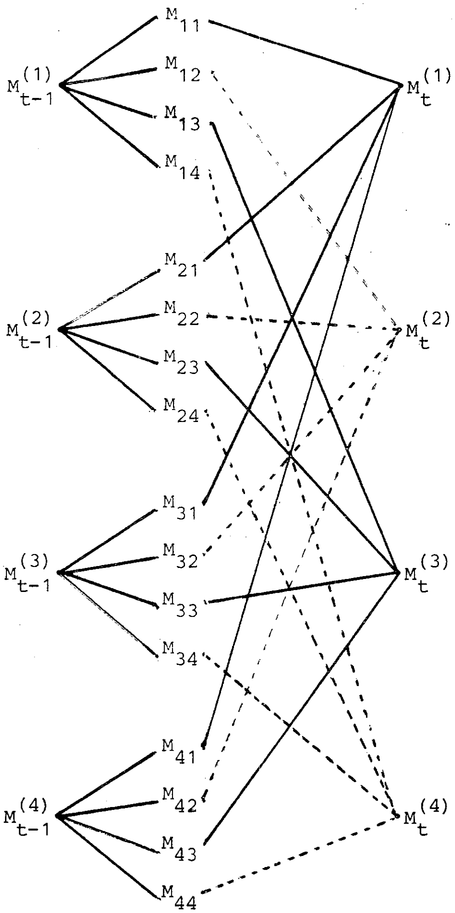

FIGURA 15.2 - Condensação de modelos no instante t

15.4.4 - Informações Iniciais

No MCL-EM é necessário especificar, antes da primeira observação, dois conjuntos de valores que expressam as expectativas e crenças iniciais a respeito da série em questão.

i) *Valores iniciais* para $\hat{\underset{\sim}{\theta}}_0^{(i)}$, $\underset{\sim}{P}_0^{*(i)}$ e $p_0^{(i)}$, i=1,2,3,4 necessários ao procedimento recursivo do filtro de Kalman. Tais valores influenciam as previsões iniciais, perdendo rapidamente a importância à medida que são feitas as observações, devido à atualização que sofrem a cada iteração.

ii) *Parâmetros do sistema:*

$$V_\varepsilon^{(j)}, V_\mu^{(j)}, V_\beta^{(j)}, \pi^{(j)}, \qquad j=1,2,3,4$$

Esses valores são fixos e determinam o comportamento de todo o sistema independente do número de observações já disponíveis. É em função deles que o sistema vai detectar mais rapidamente ou mais lentamente as mudanças de estados, influenciando a qualidade das previsões.

Vimos, anteriormente, que $V_\varepsilon^{(j)}$, $V_\mu^{(j)}$ e $V_\beta^{(j)}$ são completamente especificados por V_ε, λ_2, λ_3 e λ_4.

Devido a sua importância, o conjunto

$$CPS = \left\{V_\varepsilon, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \pi^{(3)}, \pi^{(4)}\right\}$$

é denominado conjunto de parâmetros do sistema.

15.4.5 - Sensibilidade aos Parâmetros

A escolha dos parâmetros do CPS determina o comportamento do MCL-EM. Por exemplo, um CPS pode produzir uma resposta muito rápida a uma mudança de crescimento, mas uma resposta ruim ao estado normal; outro CPS poderá responder instantaneamente a mudanças de nível, mas ter uma resposta indesejável a transientes. A melhora da resposta do sistema a um determinado estado quase sempre piora a resposta a um ou mais dos outros estados.

Inicialmente pode-se notar que existe uma equivalência entre os π's e os λ's, no sentido de que todas as respostas do sistema podem ser controladas ou por uns ou pelos outros. Desse modo $\pi^{(2)} = 0$, que faz com que o sistema não reconheça transientes, é equivalente a $\lambda_2 = 1$, que iguala os modelos dos estados 1 e 2, causando assim o mesmo efeito.

Cantarelis (1980) mostra que variações nos π's são mais prováveis de tornar o sistema instável do que variações nos λ's e por isso opta por fixar os primeiros, variando os últimos.

Harrison e Stevens (1971) como resultado de experiências com simulações e séries reais, sugerem valores para os π's e os λ's:

$$\pi^{(1)} = 0{,}90 \quad \pi^{(2)} = 0{,}094 \quad \pi^{(3)} = 0{,}003 \quad \pi^{(4)} = 0{,}003$$

$$\lambda_2 = 101 \quad \lambda_3 = 1 \quad \lambda_4 = 100.$$

Tal conjunto de parâmetros é denominado CPS padrão. Esses valores conduzem a um comportamento em períodos normais idêntico ao modelo de Brown de amortecimento exponencial com fator de desconto $w = 0{,}85$, tendo respostas melhores aos outros três estados.

Souza & Farias Neto (1980b) analisaram o comportamento do sistema fixando os valores dos π's (iguais ao do CPS padrão) e variando os valores dos λ's. Os comentários e conclusões obtidos foram:

a) os valores $\lambda = (\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ que levam a uma boa performance geral em determinada série não o fazem necessariamente em outra qualquer, pois os tamanhos das descontinuidades mais freqüentes variam de série para série;

b) não é de se esperar transientes tão grandes quanto 100σ, por exemplo, que exigiriam λ_2 da ordem de 100.000, o mesmo acontecendo com mudança de nível;

c) não tem sentido $\lambda_2 < 1$;

d) descontinuidades no parâmetro de crescimento, λ_3, devem ser menores do que as de nível, pois ele representa o incremento deste último o que implica que $\lambda_3 < \lambda_4 \approx \lambda_2$;

e) os π's devem refletir as freqüências de ocorrência dos diferentes estados e é razoável esperar que na grande maioria das observações a série esteja no estado normal e que a probabilidade de aparecerem transientes seja maior que a de mudanças de nível ou crescimento. Assim, o CPS padrão apresenta valores razoáveis;

f) o valor correto de V_ε é sempre desconhecido, devendo ser estimado usando-se todas as informações disponíveis, incluindo os dados históricos. No caso de séries com freqüentes descontinuidades a variância amostral não é bom estimador, já que daria muito peso a elas, resultando em superestimação. A subestimação de V provoca a instabilidade do sistema em períodos normais; a superestimação, por outro lado, faz com que o sistema despreze reais mudanças de estado, interpretando descontinuidades grandes como resultante do ruído normal da observação. Ver Souza & Farias Neto (1980c).

15.5 - EXEMPLOS

15.5.1 - O modelo de crescimento linear não sazonal, com formulação em Classe II (visto na seção 15.4), foi aplicado à série de Vendas de Óleo Lubrificante (Problema 2, Capítulo 6) utilizando o conjunto de parâmetros do sistema (CPS) padrão, isto é,

$$\pi^{(1)} = 0{,}90,\ \pi^{(2)} = 0{,}094,\ \pi^{(3)} = 0{,}003,\ \pi^{(4)} = 0{,}003$$

$$\lambda_2 = 101,\ \lambda_3 = 1,\ \lambda_4 = 100.$$

V_ε foi estimada utilizando as cinco primeiras observações. Os demais valores iniciais $p_0^{(i)}$, $\underset{\sim}{\hat{\theta}}^{(i)}$, $\underset{\sim}{P}{}_0^{*(i)}$ foram estimados utilizando as cinco primeiras observações da série, obtendo-se os seguintes resultados:

$$V_\varepsilon \simeq 3.026{,}00$$

$$\underset{\sim}{\hat{\theta}}_0 = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_0 \\ \\ \hat{\beta}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300{,}00 \\ \\ 1{,}0579 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{P}{}_0^* = \begin{bmatrix} 2.704{,}00 & 0 \\ \\ 0 & 0{,}1264 \end{bmatrix},$$

onde $Var(\hat{\mu}_0) \simeq 2.704{,}00$

$Var(\hat{\beta}_0) \simeq 0{,}1264$

$P_0^{(1)} = \pi^{(1)} = 0{,}90$

$P_0^{(2)} = \pi^{(2)} = 0{,}094$

$P_0^{(3)} = \pi^{(3)} = 0{,}003$

$P_0^{(4)} = \pi^{(4)} = 0{,}003$

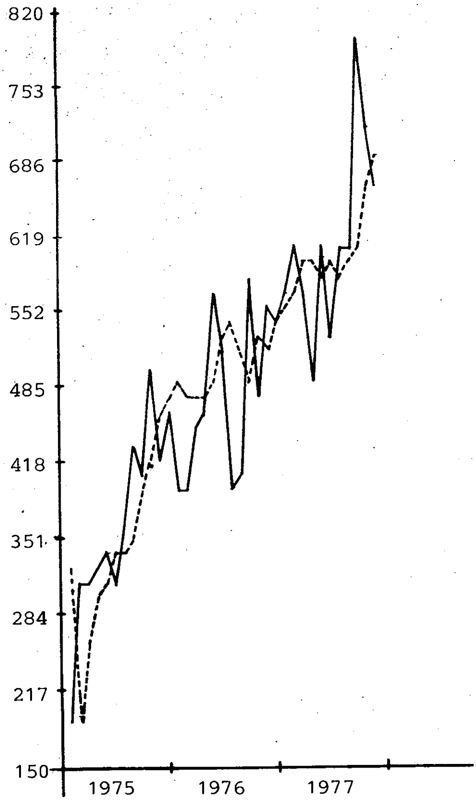

FIGURA 15.3 - Série de Vendas de Óleo Lubrificante
Valor real (linha cheia) e valor a-
justado (linha tracejada)

O resultado do ajustamento do modelo, em relação as trinta e seis primeiras observações encontra-se na Tabela 15.2. Tal ajustamento foi realizado através da média ponderada das previsões (ajustamento) de cada um dos modelos (normal, transiente, mudança de crescimento e de nível).

Podemos notar, examinando a 9ª coluna da Tabela 15.2,

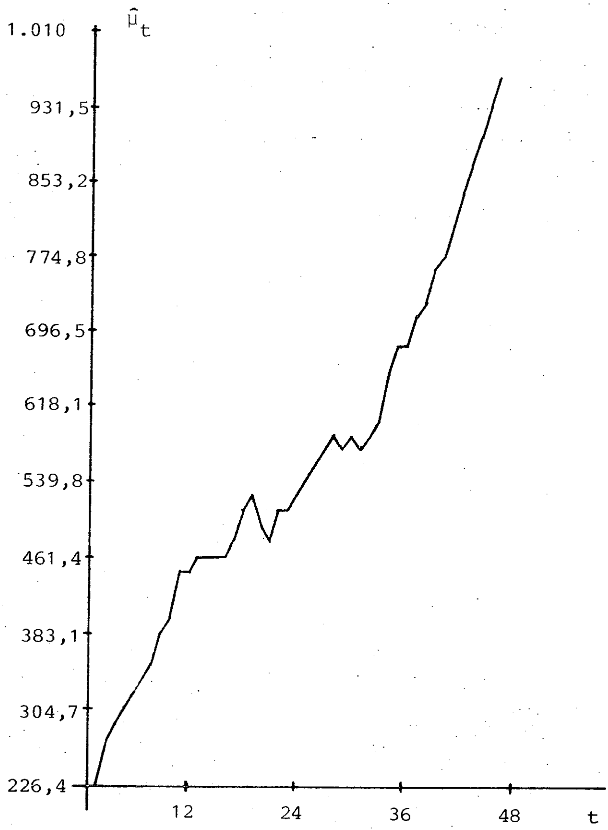

FIGURA 15.4 - Série de Vendas de Óleo Lubrificante
Estimativa do Nível

TABELA 15.2 - Ajustamento do Modelo Bayesiano de Crescimento Linear
Série de Vendas de Óleo Lubrificante

Período (t)	Valor real	$\hat{\mu}_{t-1}$	$\hat{\beta}_{t-1}$	Probabilidades Condicionais $p^{(1)}_{t-1}$	$p^{(2)}_{t-1}$	$p^{(3)}_{t-1}$	$p^{(4)}_{t-1}$	Modelo maior probab.	Valor Ajustado
1	317,00	300,0000	1,0579	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1	378,8116
2	194,00	317,0846	1,0669	0,9735	0,0227	0,0030	0,0007	1	413,0854
3	312,00	226,3646	0,8515	0,9446	0,0504	0,0034	0,0016	1	235,9226
4	316,00	265,7997	0,9697	0,9324	0,0619	0,0037	0,0020	1	313,3830
5	322,00	295,6706	1,0124	0,9755	0,0209	0,0029	0,0007	1	359,8512
6	334,00	312,3126	1,0242	0,9812	0,0156	0,0027	0,0005	1	383,6357
7	317,00	327,2433	1,0298	0,9826	0,0143	0,0027	0,0005	1	403,7385
8	356,00	329,1867	1,0249	0,9832	0,0138	0,0026	0,0004	1	403,9002
9	428,00	345,0478	1,0294	0,9835	0,0135	0,0026	0,0004	1	424,9880
10	411,00	380,1325	1,0417	0,9784	0,0181	0,0029	0,0006	1	473,6803
11	494,00	401,5802	1,0442	0,9842	0,0128	0,0026	0,0004	1	501,4144
12	412,00	442,0611	1,0528	0,9801	0,0165	0,0028	0,0005	1	556,4511
13	460,00	449,2147	1,0473	0,9828	0,0141	0,0027	0,0004	1	562,4049
14	395,00	467,9411	1,0465	0,9849	0,0122	0,0025	0,0004	1	585,3458
15	392,00	462,0583	1,0380	0,9772	0,0192	0,0030	0,0006	1	573,2923
16	447,00	454,8136	1,0304	0,9783	0,0181	0,0030	0,0006	1	560,1479
17	452,00	463,2918	1,0288	0,9849	0,0122	0,0025	0,0004	1	569,6516
18	571,00	470,5530	1,0270	0,9849	0,0122	0,0025	0,0004	1	577,5286
19	517,00	504,8422	1,0334	0,9803	0,0163	0,0028	0,0005	1	623,4769
20	397,00	520,9381	1,0332	0,9853	0,0199	0,0025	0,0004	1	643,1890
21	410,00	499,5380	1,0224	0,9637	0,0315	0,0038	0,0010	1	610,4957
22	579,00	483,6001	1,0147	0,9766	0,0197	0,0031	0,0006	1	586,4837
23	473,00	512,6912	1,0214	0,9804	0,0163	0,0028	0,0005	1	625,9166
24	558,00	510,4596	1,0175	0,9838	0,0132	0,0026	0,0004	1	620,7822
25	538,00	529,7324	1,0205	0,9844	0,0127	0,0026	0,0004	1	646,1131
26	570,00	540,4432	1,0205	0,9852	0,0119	0,0025	0,0004	1	659,1335
27	600,00	556,7492	1,0219	0,9850	0,0121	0,0025	0,0004	1	679,9251
28	565,00	577,2147	1,0240	0,9848	0,0123	0,0025	0,0004	1	706,3329
29	485,00	584,9156	1,0225	0,9851	0,0120	0,0025	0,0004	1	714,7160
30	604,00	568,4538	1,0155	0,9776	0,0188	0,0030	0,0006	1	689,8674
31	527,00	584,3480	1,0173	0,9850	0,0121	0,0025	0,0004	1	710,3090
32	603,00	577,7058	1,0134	0,9832	0,0137	0,0026	0,0004	1	699,5539
33	604,00	590,1823	1,0145	0,9852	0,0119	0,0025	0,0004	1	715,4369
34	790,00	600,4966	1,0149	0,9854	0,0118	0,0025	0,0004	1	728,2274
35	714,00	648,5687	1,0234	0,9703	0,0254	0,0034	0,0008	1	793,2305
36	653,00	675,9983	1,0259	0,9845	0,0126	0,0026	0,0004	1	828,7035

TABELA 15.3 - Série de Vendas de Óleo Lubrificante - Previsões com origem em t = 36, Método Bayesiano de Crescimento Linear

Período (t)	Valor real	Nível ($\hat{\mu}_{t-1}$)	Crescimento ($\hat{\beta}_{t-1}$)	Desvio Padrão		Probabilidades Condicionais				Previsão	Intervalo de Confiança
				Nível	Crescimento	$p_{t-1}^{(1)}$	$p_{t-1}^{(2)}$	$p_{t-1}^{(3)}$	$p_{t-1}^{(4)}$		
37	626,00	685,4299	1,0240	75,3014	0,020269	0,9849	0,0122	0,0025	0,0004	837,0676	[208,5145;2.333,7283]
38	690,00	710,5212	1,0243	133,1580	0,023002	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	870,4476	[204,0703;2.505,9719]
39	680,00	732,9120	1,0243	164,5105	0,025165	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	906,3436	[198,3402;2.703,5764]
40	673,00	756,5022	1,0244	196,1979	0,027157	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	946,9411	[191,2339;2.940,2073]
41	613,00	781,4393	1,0244	229,2222	0,029013	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	993,5225	[182,6918;3.227,1364]
42	744,00	807,8860	1,0245	264,3173	0,030758	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1.047,6151	[172,7877;3.577,8086]
43	718,00	836,0221	1,0245	302,1170	0,032410	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1.111,0657	[161,7091;4.008,5637]
44	767,00	866,0469	1,0246	343,2318	0,033981	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1.186,1412	[149,7268;4.539,5963]
45	728,00	898,1814	1,0246	388,2932	0,035484	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1.275,6643	[137,1587;5.196,2137]
46	793,00	932,6718	1,0247	437,9855	0,036926	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1.383,1982	[124,3353;6.010,4823]
47	726,00	969,7924	1,0247	493,0723	0,038314	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1.513,3005	[111,5709;7.023,3819]
48	777,00	1.009,8504	1,0248	554,4237	0,039654	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1.671,8731	[99,1425;8.287,6377]

que em nenhum momento as probabilidade condicionais dos métodos transiente , mudança de crescimento e mudança de nível foram maiores que a do estado normal.

Os valores finais obtidos após o ajustamento foram:

$$\hat{\mu}_{36} = 684,09286$$

$$\mathrm{Var}(\hat{\mu}_{36}) = 3.802,247612$$

$$\hat{\beta}_{36} = 1,0240$$

$$\mathrm{Var}(\hat{\beta}_{36}) = 0,000324$$

Na Figura 15.3 temos o valor real e o respectivo valor ajustado.

A Tabela 15.3 apresenta as previsões (e intervalos

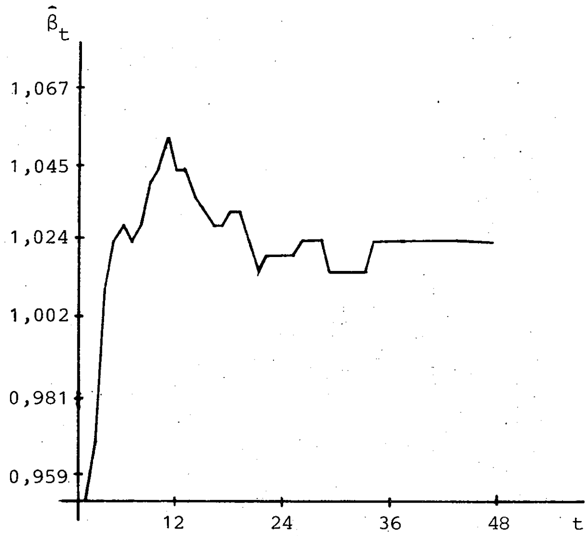

TABELA 15.5 - Série de Vendas de Óleo Lubrificante
Estimativa da Taxa de Crescimento

de confiança) para os próximos 12 períodos, feitas com origem em $t=36$.

As Figuras 15.4 e 15.5, se referem as estimativas $(1 \le t \le 48)$ de nível e taxa de crescimento, respectivamente.

15.5.2 - O modelo de crescimento linear sazonal, com formulação em classe II, foi aplicado à série de Vendas de Refrigerantes (Problema 1, do Capítulo 7), utilizando, novamente o CSP padrão em V_ε estimado utilizando as cinco primeiras observações e $\text{Var}(\delta\rho_{i,t}) = 0{,}0005$.

Os demais valores iniciais foram determinados da seguinte maneira:

i) $\hat{\beta}_0$ e $\text{Var}(\hat{\beta}_0)$ - estimados utilizando as cinco primeiras observações dos dois primeiros anos da série;

ii) $\hat{\mu}_0$ e $\text{Var}(\hat{\mu}_0)$ - estimados utilizando as cinco primeiras observações da série e o valor de $\hat{\beta}_0$.

iii) $\hat{\rho}_{1,0},\ldots,\hat{\rho}_{12,0}$, $\text{Var}(\hat{\rho}_{i,0})$ $i=1,\ldots,12$: atribuídos valores que julgamos serem adequados.

Em resumo, utilizamos:

$$V_\varepsilon = 1.323{,}00$$

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}}_0 = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_0 \\ \hat{\beta}_0 \\ \hat{\rho}_{1,0} \\ \vdots \\ \hat{\rho}_{12,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110{,}0000 \\ 1{,}6125 \\ 1{,}0000 \\ \vdots \\ 1{,}0000 \end{bmatrix}$$

$$\text{Var}(\hat{\mu}_0) = 508{,}00$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_0) = 0{,}1901$$

TABELA 15.4 - Série de Vendas de Refrigerantes - Ajustamento do Modelo Bayesiano de Crescimento Linear Sazonal

Período (t)	Valor real	Probabilidades Condicionais $p_{t-1}^{(1)}$	$p_{t-1}^{(2)}$	$p_{t-1}^{(3)}$	$p_{t-1}^{(4)}$	Modelo maior probab.	Valor Ajustado Máxima Probabil.	Média Ponderada
1	143,00	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	1	177,38	177,38
2	138,00	0,9667	0,0293	0,0031	0,0009	1	278,05	278,18
3	195,00	0,8989	0,0916	0,0066	0,0029	1	437,95	435,40
4	225,00	0,8250	0,1617	0,0081	0,0052	1	592,15	601,36
5	175,00	0,8562	0,1343	0,0052	0,0043	1	476,92	518,09
6	389,00	0,6209	0,3593	0,0084	0,0115	1	457,79	519,48
7	454,00	0,9797	0,0169	0,0029	0,0005	1	558,45	559,39
8	618,00	0,9843	0,0128	0,0026	0,0004	1	659,43	659,13
9	770,00	0,9868	0,0105	0,0024	0,0003	1	783,25	783,12
10	564,00	0,9870	0,0103	0,0023	0,0003	1	930,57	930,53
11	327,00	0,9619	0,0329	0,0041	0,0011	1	1.105,82	1.102,96
12	235,00	0,1096	0,8569	0,0062	0,0273	2	1.309,03	1.224,11
13	189,00	0,5123	0,4702	0,0025	0,0150	1	340,48	610,96
14	326,00	0,9400	0,0548	0,0034	0,0017	1	268,58	283,76
15	289,00	0,9839	0,0131	0,0026	0,0004	1	241,37	241,67
16	293,00	0,9851	0,0120	0,0025	0,0004	1	213,12	213,22
17	279,00	0,9800	0,0165	0,0029	0,0005	1	187,95	188,15
18	552,00	0,9748	0,0212	0,0033	0,0007	1	166,89	167,14
19	664,00	0,1146	0,8514	0,0069	0,0272	2	147,72	155,45
20	827,00	0,6832	0,3046	0,0025	0,0097	1	485,23	332,54
21	1.000,00	0,9555	0,0398	0,0035	0,0013	1	696,60	677,42
22	502,00	0,9767	0,0196	0,0031	0,0006	1	826,49	826,88
23	512,00	0,9625	0,0324	0,0041	0,0010	1	969,54	967,38
24	300,00	0,9271	0,0651	0,0057	0,0021	1	1.116,72	1.112,75
25	359,00	0,1189	0,8495	0,0045	0,0271	2	1.092,21	979,06
26	264,00	0,8676	0,1244	0,0040	0,0040	1	490,32	553,76
27	315,00	0,9443	0,0498	0,0043	0,0016	1	386,73	392,77
28	361,00	0,9840	0,0130	0,0026	0,0004	1	352,50	352,37
29	414,00	0,9869	0,0104	0,0023	0,0003	1	320,38	320,39
30	647,00	0,9828	0,0140	0,0027	0,0004	1	292,19	292,42
31	836,00	0,8171	0,1688	0,0087	0,0054	1	267,33	270,09
32	901,00	0,4892	0,4888	0,0064	0,0156	1	552,48	375,84
33	1.104,00	0,9501	0,0452	0,0033	0,0014	1	824,47	797,47
34	874,00	0,9806	0,0161	0,0028	0,0005	1	1.026,51	1.026,23
35	683,00	0,9855	0,0116	0,0025	0,0004	1	1.257,52	1.256,98
36	352,00	0,9360	0,0568	0,0054	0,0018	1	1.535,33	1.528,87

$$\mathrm{Var}(\hat{\rho}_{i,0}) = 1,0000, \qquad i=1,\ldots,12$$

$$P_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \qquad i = 1,2,3 \text{ e } 4$$

O resultado do ajustamento do modelo, utilizando as trinta e seis primeiras observações, encontra-se na Tabela 15.4. Além do ajustamento pela média ponderada das previsões de cada um dos modelos, é apresentado, também, aquele utilizando somente o modelo de maior probabilidade. Analisando as probabilidades condicionais podemos verificar que o modelo detectou nos instantes $t = 11$, 18 e 24; nos demais períodos a probabilidade condicional do estado normal é sempre maior do que as demais.

Os valores finais obtidos após o ajustamento foram:

$$\hat{\mu}_{36} = 1.427,9893$$

$$\mathrm{Var}(\hat{\mu}_{36}) = 4.324,8741$$

$$\hat{\beta}_{36} = 1,21613$$

$$\mathrm{Var}(\hat{\beta}_{36}) = 0,00102$$

$$\hat{\rho}_{1,36} = 0,85332$$

$$\hat{\rho}_{2,36} = 1,00185$$

$$\hat{\rho}_{3,36} = 1,01461$$

$$\hat{\rho}_{4,36} = 1,01638$$

$$\hat{\rho}_{5,36} = 1,01652$$

$$\hat{\rho}_{6,36} = 1,01926$$

$$\hat{\rho}_{7,36} = 1,01920$$

TABELA 15.5 - Série de Vendas de Refrigerante - Previsão com Origem em $t=36$, Método Bayesiano de Crescimento Linear Sazonal

Período	Valor real	Probabilidades Condicionais				Modelo de max. probabil.		Média Ponderada	
		$p_{t-1}^{(1)}$	$p_{t-1}^{(2)}$	$p_{t-1}^{(3)}$	$p_{t-1}^{(4)}$	Previsão	Intervalo de Confiança	Previsão	Intervalo de Confiança
37	332	0,0230	0,9452	0,0016	0,0302	1.575,52	[814,19;3.048,78]	1.479,52	[166,72;13.129,85]
38	244	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	899,41	[402,05;2.012,06]	975,49	[101,89; 9.339,19]
39	320	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	912,52	[364,47;2.284,69]	1.007,45	[95,04;10.679,12]
40	437	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	915,78	[321,61;2.607,66]	1.029,17	[86,35;12.266,45]
41	544	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	917,56	[280,28;3.003,89]	1.049,66	[77,25;14.262,71]
42	830	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	921,72	[243,07;3.495,15]	1.073,31	[68,44;16.832,13]
43	1.011	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	923,33	[209,12;4.076,82]	1.094,46	[59,81;20.026,77]
44	1.081	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	925,35	[179,31;4.775,40]	1.116,52	[51,79;24.069,79]
45	1.400	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	927,32	[153,31;5.609,01]	1.138,95	[44,46;29.176,66]
46	1.123	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	920,93	[129,63;6.542,64]	1.151,37	[37,54;35.317,70]
47	713	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	923,16	[110,43;7.717,46]	1.174,66	[31,77;43.430,22]
48	487	0,9000	0,0940	0,0030	0,0030	920,53	[93,53;9.059,69]	1.193,06	[26,57;53.581,53]

$$\hat{\rho}_{8,36} = 1,01958$$

$$\hat{\rho}_{9,36} = 1,01990$$

$$\hat{\rho}_{10,36} = 1,01103$$

$$\hat{\rho}_{11,36} = 1,01011$$

$$\hat{\rho}_{12,36} = 1,01171$$

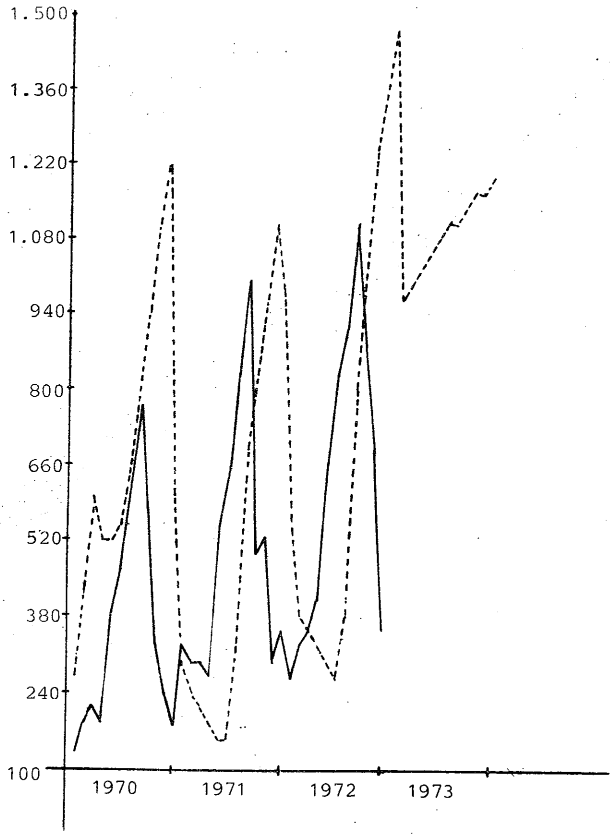

FIGURA 15.6 - Série de Vendas de Refrigerantes, Valor real (linha cheia) e Valor Ajustado (linha tracejada) até dezembro de 1972 e Valor Previsto para 1973.

$$\mathrm{Var}(\hat{\rho}_{36}) = 0{,}000437722$$

A Tabela 15.5 apresenta as previsões (utilizando média ponderada e modelo de maior probabilidade), com origem em $t = 36$, e respectivos intervalos de confiança.

A Figura 15.6 apresenta uma comparação entre valores reais ($1 \le t \le 48$), valores ajustados ($1 \le t \le 36$) e previsões para $37 \le t \le 48$, com origem em $t = 36$.

PARTE 6

COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE PREVISÃO

PARTE 6

COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE PREVISÃO

Nos capítulos precedentes apresentamos uma quantidade grande de modelos para descrever séries temporais ocorrendo na prática e procedimentos de previsão derivados destes modelos.

Nos dois capítulos desta parte iremos comparar alguns dos procedimentos abordados, utilizando as dez séries constantes do Apêndice A e descritas no Capítulo 1.

Os métodos escolhidos para serem comparados são:

i) Alisamentos Exponenciais: Simples, Geral e de Holt-Winters (sazonal e não sazonal);

ii) Filtragem Adaptativa: métodos de Makridakis & Weelwright com e sem atualização dos pesos e de Silva, com e sem atualização dos pesos;

iii) Auto-regressão "Stepwise";

iv) Box & Jenkins;

v) Bayesiano.

No Capítulo 16 fazemos a comparação entre esses métodos para cada uma das dez séries e no Capítulo 17 é feita uma comparação dos métodos entre as diferentes séries, para previsão com origem num t fixado, a curto prazo (um passo), médio prazo (seis passos) e longo prazo (12 passos).

CAPÍTULO **16**

COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS PARA CADA SÉRIE

16.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar resultados numéricos e conclusões obtidos da aplicação dos métodos de previsão mencionados às dez séries apresentadas no Capítulo 1 (ver Apêndice A).

Para que os métodos pudessem ser aplicados, com exceção do método de Holt-Winters sazonal, cada série temporal foi dividida em três partes:

$$\underbrace{Z_1,\ldots,Z_\ell}_{1^{\underline{a}}\text{ parte}},\ \underbrace{Z_{\ell+1},\ldots,Z_n}_{2^{\underline{a}}\text{ parte}},\ \underbrace{Z_{n+1},\ldots,Z_N}_{3^{\underline{a}}\text{ parte}}$$

A primeira parte, composta de ℓ elementos, foi utilizada para eliminar o efeito dos "valores iniciais" atribuídos às equações de recorrência, na fase de estimação do modelo.

A segunda parte foi utilizada para a determinação das constantes de alisamento (métodos de alisamento exponencial simples, Holt-Winters para tendência e alisamento exponencial geral) e da função a ser empregada no método de alisamento exponencial geral, também na fase de estimação do modelo.

Para a estimação de modelos adaptativos, de Box & Jenkins, Regressão e Bayesiano estas duas partes foram unificadas.

A terceira parte foi utilizada durante a fase de previsão, para se comparar o valor observado com o correspondente valor previsto, calculando-se o *erro quadrático médio de previsão*

$$EQM_{(h)} = \frac{\sum_{t=m+1}^{N} [Z_t - \hat{Z}_{t-h}(h)]^2}{N-m}, \qquad (16.1)$$

que foi a função perda usada como critério de precisão das previsões obtidas. O índice h indica que a previsão é feita h passos a frente.

Para a explicação do método de Holt-Winters às séries que apresentaram periodicidade de período s, foi feita uma divisão em quatro partes:

$$\underbrace{Z_1,\ldots,Z_s}_{1^{a}\text{ parte}},\ \underbrace{Z_{s+1},\ldots,Z_{\ell}}_{2^{a}\text{ parte}},\ \underbrace{Z_{\ell+1},\ldots,Z_m}_{3^{a}\text{ parte}},\ \underbrace{Z_{m+1},\ldots,Z_N}_{4^{a}\text{ parte}}$$

A primeira parte foi utilizada para estimar os valores iniciais das equações de recorrência, de acordo com as fórmulas da seção 7.1.2.

A segunda parte foi usada para eliminar o efeito desses valores iniciais estimados, a terceira parte para determinar as três constantes de alisamento e a última parte para calcular (16.1).

Para todas as séries utilizamos, na fase de previsão, os seus doze últimos elementos, isto é, $N-m = 12$. Além disso, foram feitas previsões com origem num instante fixado, a curto prazo (h=1), a médio prazo (h=6) e a longo prazo (h==12).

O critério (16.1) é uma medida relacionada a uma série específica, portanto não pode ser usado para comparação entre métodos para as diferentes séries, mas certamente pode ser utilizado para avaliar a qualidade dos diferentes métodos aplicados a uma *mesma* série.

Um outro comentário é com relação ao método de alisamento exponencial geral, onde as k funções determinísticas de (7.13) foram escolhidas dentre os conjuntos abaixo.

a) Conjunto 1 (k = 3)

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = \text{sen}\,\frac{2\pi t}{s}$$

b) Conjunto 2 (k = 5)

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = \text{sen}\,\frac{2\pi t}{s}$$

$$f_3 = \cos\frac{2\pi t}{s}$$

$$f_4 = \text{sen}\,\frac{4\pi t}{s}$$

$$f_5 = \cos\frac{4\pi t}{s}$$

c) Conjunto 3 (k = 9)

$$f_1 = 1 \qquad f_4 = \text{sen}\,\frac{4\pi t}{s}$$

$$f_2 = \text{sen}\,\frac{2\pi t}{s} \qquad f_5 = \cos\frac{4\pi t}{s}$$

$$f_3 = \cos\frac{2\pi t}{s} \qquad f_6 = \text{sen}\,\frac{6\pi t}{s}$$

$$f_7 = \cos \frac{6\pi t}{s} \qquad f_9 = \cos \frac{8\pi t}{s}$$

$$f_8 = \operatorname{sen} \frac{8\pi t}{s}$$

d) Conjunto 4 $(k = 4)$

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = t$$

$$f_3 = \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{s}$$

$$f_4 = \cos \frac{2\pi t}{s}$$

e) Conjunto 5 $(k = 6)$

$$f_1 = 1 \qquad f_4 = \cos \frac{2\pi t}{s}$$

$$f_2 = t \qquad f_5 = t \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{s}$$

$$f_3 = \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{s} \qquad f_6 = t \cos \frac{2\pi t}{s}$$

f) Conjunto 6 $(k = 8)$

$$f_1 = 1 \qquad f_5 = t \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{s}$$

$$f_2 = t \qquad f_6 = t \cos \frac{2\pi t}{s}$$

$$f_3 = \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{s} \qquad f_7 = \operatorname{sen} \frac{4\pi t}{s}$$

$$f_4 = \cos \frac{2\pi t}{s} \qquad f_8 = \cos \frac{4\pi t}{s}$$

para séries que apresentam sazonalidades de período s e para as séries não sazonais,

g) Conjunto 7 $(k = 1)$

$$f_1 = 1$$

h) Conjunto 8 $(k = 2)$

$$f_1 = 1 \qquad f_2 = t$$

i) Conjunto 9 $(k = 3)$

$$f_1 = 1 \qquad f_3 = t\frac{(t-1)}{2}.$$

$$f_2 = t$$

O valor de β foi escolhido dentre três possíveis alternativas:

$$\beta_1^k = 0{,}75,$$

$$\beta_2^k = 0{,}90, \text{ ou}$$

$$\beta_3^k = 0{,}95.$$

Na filtragem adaptativa o número de pesos necessários e o valor da constante de correção dos pesos (δ) foram determinados de modo que o erro quadrático médio na fase de ajustamento da série, utilizando o método de Makridakis, fosse o menor possível. O número de iterações consideradas foi em torno de $L = 80$. Além disso, por sua própria construção, foram calculadas *previsões somente para um passo a frente.*

Quanto ao método Bayesiano, algumas considerações devem ser feitas. Em primeiro lugar, foi utilizado um particular modelo, o de crescimento linear (sazonal ou não), de estados múltiplos. Como nem todas as séries analisadas apresentam um padrão de comportamento compatível com tal modelo, o desempenho do método para estas séries poderá não ser o que esperaríamos e em alguns casos poderá ser bem inferior a métodos menos sofisticados.

Em segundo lugar, todos os valores dos parâmetros fixos ou iniciais, necessários à aplicação do Método Bayesiano, foram *atribuídos* ou *estimados* da mesma maneira para todas as séries analisadas.

Finalmente, devemos ressaltar a pouca experiência dos autores com o método Bayesiano bem como a utilização de duas versões diferentes do programa disponível (devido a Farias Neto, 1980): uma versão mais recente para modelos não sazonais e uma mais antiga, para modelos sazonais.Para esta última, o programa calcula previsões de duas maneiras distintas (modelo de maior probabilidade e média ponderada dos modelos), o que, junto com a maior quantidade de parâmetros,torna o processamento bastante dispendioso. Aliás, o fator custo de processamento é uma das desvantagens da explicação do método,quando comparado com o dos demais métodos. Este fator fez com que considerássemos somente previsões com origem na (N-12)-ésima observação para o método Bayesiano, não se fazendo previsões a h=1, 6 ou 12 passos.

Algumas séries (Importações, Feijão e Energia) que haviam sido consideradas como "aparentemente não sazonais" no Capítulo 1, apresentaram comportamento sazonal quando as últimas doze observações foram descartadas para o ajustamento dos modelos.

16.2 - OBSERVAÇÕES PRELIMINARES

Muita atenção tem sido devotada ao problema de comparar métodos de previsão de séries temporais. Vejamos uma breve revisão de alguns trabalhos sobre este tópico.

Em um estudo feito por Kirby (1966) onde foram comparados os métodos de Médias Móveis, Alisamento Exponencial e Regressão (tendência linear) concluiu-se que para previsão a um passo o melhor método (menor porcentagem de erro médio absoluto) é o de Alisamento Exponencial. Para previsão o médio prazo (6 passos) os métodos de Alisamento Exponencial e Médias Móveis fornecem resultados similares e para previsão a longo prazo (12 passos ou mais) o modelo de regressão é o mais indicado.

Levine (1967), citado em Makridakis & Hibon (1979), comparou novamente esses três métodos concluindo que, embora o método de Médias Móveis tenha a vantagem da simplicidade, o método de Alisamento Exponencial apresenta maior adequação para previsão a curto prazo.

Em comparações envolvendo métodos de Alisamento e modelos ARMA, as conclusões obtidas não foram compatíveis:

1) Granger & Newbold (1974) concluiram: "para uma considerável maioria de séries analisadas as previsões de Box & Jenkins parecem ser melhores do que as derivadas de procedimentos automáticos, métodos de Holt & Winters e Regressão 'stepwise'".

2) Reid (1969), chegou a uma conclusão similar: "assim, para praticamente todas as séries analisadas o método de Box & Jenkins é claramente melhor que o Alisamento Geral de Brown, mesmo quando este é modificado para erros serialmente correlacionados".

3) Groff (1973), chegou a uma conclusão diferente: "para a maioria das séries os erros de previsão do melhor modelo de Box & Jenkins, dentre os testados, são iguais ou maiores do que os erros do correspondente modelo

alisamento exponencialmente".

4) Similarmente, Guertz e Ibrahim (1975), citado em Makridakis e Hibon (1979), examinando uma única série, concluiram que "os modelos alisados exponencialmente, exemplificado pelo modelo de Brown, e o procedimento de Box & Jenkins se comportam igualmente bem".

5) Makridakis & Weelwright (1977) concluíram que "o método mais adequado varia de um conjunto de dados para outro e que depende da distância da previsão à sua origem".

6) Makridakis & Hibon (1979) concluiram que "o melhor método de previsão depende do critério de precisão (no sentido de "accuracy" em inglês) utilizado e se o objetivo é medi-lo na fase de ajustamento ou de previsão"; além disso observaram que pode-se obter bons resultados utilizando-se métodos simples ao invés dos métodos mais sofisticados.

O número de séries analisadas nos diversos trabalhos variou de um a cento e onze (em Makridakis & Hibon, 1979) e o número de métodos comprados também foi bastante variável: de dois ou três até vinte e dois.

O desempenho de um particular método aplicado a uma série particular depende essencialmente de três fatores (Priestley, 1979):

i) o modelo, o qual a série obedece;

ii) nossa habilidade em identificar e ajustar este modelo corretamente;

iii) o critério escolhido para medir a precisão das previsões.

Além do EQM, outros critérios utilizados na literatura são:

$$PEMQR_{(h)} = \frac{100}{N-m} \sum_{t=m+1}^{N} \left[\frac{Z_t - \hat{Z}_{t-h}(h)}{Z_t}\right]^2 \qquad (16.2)$$

e

$$PEMA_{(h)} = \frac{100}{N-m} \sum_{t=m+1}^{N} \left|\frac{Z_t - \hat{Z}_{t-h}(h)}{Z_t}\right|, \qquad (16.3)$$

denominados porcentagem do erro quadrático médio relativo e porcentagem do erro médio absoluto, respectivamente.

Outro ponto passível de discussão é aquele relativo à sazonalidade. Uma possível fonte de erro pode ser o uso de dados sazonais com métodos não sazonais. O problema das transformações dos dados originais também é importante. Conforme nossas discussões da seção 1.6, o trabalho a ser desenvolvido nestes dois últimos capítulos usará as observações da série temporal original, exceto no Método Bayesiano, pois o programa utilizado faz a transformação logarítmica dos dados automaticamente.

Outros fatores que afetam a avaliação dos procedimentos de previsão são (Reid, 1979):

i) o tamanho da série;

ii) variabilidade da componente aleatória da série, comparada com outras variabilidades na série;

iii) presença de picos acentuados, o fato da série ser não estacionária e a presença de outras descontinuidades;

iv) o horizonte de previsão: queremos fazer previsões a médio ou longo prazo?

16.3 - COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS PARA CADA SÉRIE TEMPORAL

Para a primeira série analisada (Leite) discutiremos cada passo dos métodos com algum detalhe. A partir da segunda daremos, resumidamente, apenas os aspectos mais importantes, juntos com as tabelas explicativas.

16.3.1 - Série A: Leite

Para a divisão desta série foram escolhidos os valores $\ell = 24$ e $m = 48$; o conjunto de dados e o seu gráfico podem ser observados na Tabela A.1 e Figura A.1 do Apêndice A.

A. Alisamento Exponencial Simples

A escolha da constante α de alisamento, necessária ao cálculo das previsões, foi de modo que a soma dos desvios quadráticos de ajustamento,

$$S = \sum_{t=\ell+1}^{m} (Z_t - \hat{Z}_{t-1}(1))^2 \qquad (16.4)$$

seja mínima. O valor de α que fornece $S_{min} = 1.232,3122$ é $\alpha = 0,99$ e a equação de previsão utilizada, de acordo com (5.16), é dada por

$$\hat{Z}_t(h) = 0,99Z_t + 0,01\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0,$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}99Z_t + 0{,}001Z_{t-1} + \dots + (0{,}99)(0{,}01)^r Z_{t-r} + \dots .$$

Os resultados estão resumidos nas primeiras colunas das Tabelas 16.4, 16.5, 16.6 e 16.7.

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

Para esta série foi utilizado o método com fator sazonal multiplicativo, com $s = 12$, $\ell = 24$, $m = 48$ e o conjunto das constantes de alisamento que minimiza a soma dos erros quadráticos de ajustamento é $(A, C, D) = (0{,}5; 0{,}1; 0{,}1)$, com $S_{min} = 357{,}0661$.

Deste modo, as previsões são obtidas de (7,2),(7,3) e (7.4):

$$\hat{F}_t = 0{,}1\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0{,}9\hat{F}_{t-12},$$

$$\bar{Z}_t = 0{,}5\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0{,}5(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1}),$$

$$\hat{T}_t = 0{,}1(\bar{Z}_t-\bar{Z}_{t-1}) + 0{,}9\hat{T}_{t-1}$$

e são dadas por

$$\hat{Z}_t(h) = (\bar{Z}_t+h\hat{T}_t)\hat{F}_{t+h-s}, \qquad h = 1,\dots,s,$$

$$\hat{Z}_t(h) = (\bar{Z}_t+h\hat{T}_t)\hat{F}_{t+h-2s}, \qquad h = s+1,\dots,2s$$

etc.

Os resultados estão resumidos nas segundas colunas das Tabelas 16.4, 16.5, 16.6 e 16.7.

C. Alisamento Exponencial Geral

De acordo com o EQM de ajustamento (ver Tabela 16.1) a melhor função para representar esta série é dada por

$$Z_t = a_1 + a_2 \text{sen}\, \frac{2\pi t}{12} + a_3 \cos\, \frac{2\pi t}{12} + e_t$$

e o valor do parâmetro de desconto β, utilizado para estimar os coeficientes é de tal forma que $\beta^3 = 0{,}75$, ou seja, $\beta = 0{,}9086$.

TABELA 16.1 - Alisamento Exponencial Geral - Série A (Leite), EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	Erro Quadrático Médio
1	1	33,303
	2	111,769
	3	333,576
2	1	6.760.120,962
	2	47.820,146
	3	12.807,080
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes.
	2	
	3	
4	1	43,524
	2	79,263
	3	117,353
5	1	53,608
	2	69,828
	3	76,973
6	1	97,145
	2	95,469
	3	148,836

Substituindo os valores dos parâmetros por aqueles estimados através de (7.21), (7.26), (7.34) e (7.37), a equação de previsão com origem no instante $m = 48$ é dada por

$$\hat{Z}_{48}(h) = f'(h)\underline{a}(48), \qquad h > 0$$

$$= 140{,}258 - 1{,}809 \text{ sen } \frac{2\pi h}{12} + 16{,}857 \cos \frac{2\pi h}{12}, \quad h > 0,$$

que é atualizada para $t = 49, \ldots, 59$, através das fórmulas já citadas e cujos resultados estão resumidos nas terceiras colunas das Tabelas 16.4, 16.5, 16.6 e 16.7.

D. Regressão

O modelo ajustado de acordo com a técnica de regressão "stepwise", com $k = 25$, foi

$$Y_t = \mu + b_{25} Y_{t-25} + \varepsilon_t, \qquad t = 26, \ldots, 48,$$

onde

$\mu = -0{,}26579$,

$b_{25} = 0{,}84727$,

$R^2 = 0{,}6975$,

$Y_t = Z_t - Z_{t-1}$.

Assim, utilizando (8.9), a equação de previsão é dada por

$$\hat{Y}_t(h) = -0{,}26579 + 0{,}84727 \tilde{Y}_{t+h-25}, \qquad h > 0$$

ou, voltando à variável original,

$$\hat{Z}_t(h) = \hat{Y}_t(h) + \hat{Z}_t(h-1), \qquad h > 0.$$

com $\hat{Z}_t(0) = Z_t$. Os resultados estão resumidos nas quartas colunas das Tabelas 16.4, 16.5, 16.6 e 16.7.

E. Filtragem Adaptativa

O menor EQ de ajustamento, de acordo com a Tabela 16.2, foi obtido para $\delta = 0{,}02$ e um conjunto de 12 pesos.

TABELA 16.2 - Filtragem Adaptativa - Série A (Leite), Soma dos Erros Quadráticos por Valor de β

Valor de δ	EQ, L = 80
0,01	228.823.274,4904
0,02	215.516.230,7832
0,03	220.841.995,8536
0,04	226.208.324,0584
0,1	241.089.597,1344
0,2	261.387.699,4160

Utilizando o método de Makridakis a equação de previsão obtida é

$$\begin{aligned}\hat{Z}_t(1) = {} & 0{,}0232\, Z_{t-11} - 0{,}0121\, Z_{t-10} + 0{,}0093\, Z_{t-9} + \\ & + 0{,}0094\, Z_{t-8} + 0{,}9663\, Z_{t-7} + 0{,}0069\, Z_{t-6} - \\ & - 0{,}0177\, Z_{t-5} - 0{,}0177\, Z_{t-4} + 0{,}0955\, Z_{t-3} + \\ & + 0{,}0056\, Z_{t-2} + 0{,}0132\, Z_{t-1} + 0{,}0136\, Z_t ,\end{aligned}$$

que foi aplicada para $t = 48, \ldots, 59$ sem correção dos pesos ($\delta = 0$), com resultados na quinta coluna da Tabela 16.5 e corrigindo os pesos a cada passo ($\delta = 0{,}02$), na sexta coluna da mesma tabela.

Utilizando-se o procedimento de Silva, obtivemos a equação

$$\begin{aligned}\hat{Z}_t(1) = {} & 0,1094\ Z_{t-11} - 0,1548\ Z_{t-10} + 0,6273\ Z_{t-9} + \\ & - 0,5334\ Z_{t-8} + 0,2882\ Z_{t-7} + 0,1858\ Z_{t-6} + \\ & - 0,3815\ Z_{t-5} + 0,0043\ Z_{t-4} + 0,3943\ Z_{t-3} + \\ & - 0,3570\ Z_{t-2} - 0,2586\ Z_{t-1} + 1,0799\ Z_t \quad ,\end{aligned}$$

que também foi aplicada para $t = 49,\ldots,59$ com e sem atualização dos pesos, obtendo-se os resultados resumidos nas colunas 7 e 8 da Tabela 16.5.

F. Box & Jenkins

Para a escolha do modelo ARIMA que melhor descrevesse a série foram analisados sete modelos distintos (ver Tabela 16.3), dentre os quais foi selecionado aquele que possui EQM de previsão 35,39, na origem $t = 48$, isto é, o modelo SARIMA $(2,10) \times (0,1,2)_{12}$ sem θ_0 e ϕ_1. Embora o último modelo da Tala tenha um menor EQM de previsão, r_{12} é significativamente diferente de zero, logo preferimos incluir mais um termo de MA. O modelo escolhido é, então,

$$(1+0,4966B^2)(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-0,94995B^{12}+0,47774B^{24})a_t.$$

Substituindo os valores dos parâmetros por aqueles fornecidos pela Tabela 16.3 e utilizando (13.13) e (13.14), a equação de previsão é dada por

TABELA 16.3 - Série A (Leite) - Ajustamento de Modelos $SARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}_a^2$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
$SARIMA(2,1,2)\times(1,1,1)_{12}$ sem θ_0, θ_1 e ϕ_1	$\hat{\phi}_2 = -0,434891$ $\hat{\theta}_2 = 0,445090$ $\hat{\Phi}_1 = -0,978255$ $\hat{\Theta}_1 = 0,770332$	(-0,840;-0,030) (0,048; 0,842) (-1,049; -0,907) (0,568; 0,973)	5,362	aleatório	aleatório	$EQM_{48}(h) = 75,010$ $EQM(1) = 26,690$ $EQM(6) = 92,300$ $EQM(12) = 111,35$
$SARIMA(2,1,2)\times(1,1,1)_{12}$ sem θ_0 e ϕ_1	$\hat{\phi}_2 = -0,439573$ $\hat{\theta}_1 = 0,711238$ $\hat{\theta}_2 = 0,495586$ $\hat{\Phi}_1 = -1,00$ $\hat{\Theta}_1 = 0,769028$	(-0,537;-0,3420) (0,482; 0,941) (0,033; 0,958) (-1,00; -1,00) (0,561; 0,978)	4,421	aleatório	aleatório	$EQM_{48}(h) = 1.984,750$ $EQM(1) = 11.804,070$ $EQM(6) = 3.612,250$ $EQM(12) = 590,080$
$SARIMA(2,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\phi}_1 = 0,558045$ $\hat{\phi}_2 = -0,754795$ $\hat{\theta}_1 = 0,667227$ $\hat{\Phi}_1 = -0,986145$ $\hat{\Theta}_1 = 0,743592$	(0,229; 0,888) (-0,997;-0,513) (0,324; 1,011) (-1,047; -0,925) (0,503; 0,924)	4,991	aleatório	aleatório	$EQM_{48}(h) = 93,790$ $EQM(1) = 36,000$ $EQM(6) = 96,920$ $EQM(12) = 127,450$
$SARIMA(0,1,0)\times(0,2,0)_{12}$	-	-	-	-	-	$EQM_{48}(h) = 127,500$ $EQM(1) = 138,940$ $EQM(6) = 254,480$ $EQM(12) = 536,760$

TABELA 16.3 - Série A (Leite) - Ajustamento dos Modelos $SARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

conclusão

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}^2_a$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
$SARIMA(0,2,0)\times(0,2,0)_{12}$	-	-	-	-	-	$EQM_{48}(h) = 485,060$ $EQM(1) = 290,160$ $EQM(6) = 4.217,320$ $EQM(12) = 16.412,040$
$SARIMA(2,1,0)\times(0,1,2)_{12}$ sem θ_0, ϕ_1	$\hat{\phi}_2 = -0,49660$ $\hat{\Theta}_1 = 0,949948$ $\hat{\Theta}_2 = -0,477742$	(-0,174;-0,820) (0,614; 1,286) (-0,830;-0,125)	10,64	aleatório	aleatório	$EQM_{48}(h) = 35,39$ $EQM(1) = 19,91$ $EQM(6) = 53,98$ $EQM(12) = 48,33$
$SARIMA(2,1,0)\times(0,1,1)_{12}$ sem θ_0, ϕ_1	$\hat{\phi}_2 = -0,484464$ $\hat{\Theta}_1 = 0,726858$	(-0, 790; -0,179) (0,497;0,957)	11,76	aleatório (*)	aleatório	$EQM_{48}(h) = 33,61$ $EQM(1) = 20,71$ $EQM(6) = 56,36$ $EQM(12) = 47,13$

(*) embora $r_{12} \neq 0$ significativamente.

$$\hat{Z}_t(h) = [Z_{t+h-1}] - 0,4966[Z_{t+h-2}] + 0,4966[Z_{t+h-3}] + [Z_{t+h-12}] - [Z_{t+h-13}] + 0,4966[Z_{t+h-14}] - 0,4966[Z_{t+h-15}] - 0,94995[a_{t+h-12}] + 0,47774[a_{t+h-24}], \qquad h > 0.$$

Os resultados estão resumidos nas nonas colunas das Tabelas 16.4, 16.5, 16.6 e 16.7.

G. Método Bayesiano

Inicialmente foi feita uma transformação logarítmica das observações após o que foi utilizado um modelo de crescimento linear sazonal com formulação em Classe II. Aos parâmetros fixos do sistema, com exceção de V_ε, foram atribuídos os valores padrões (CPS padrão), isto é

$$\pi^{(1)} = 0,90, \ \pi^{(2)} = 0,094, \ \pi^{(3)} = 0,003, \ \pi^{(4)} = 0,003$$

$$\lambda_2 = 101, \ \lambda_3 = 1, \ \lambda_4 = 100.$$

V_ε foi estimada utilizando as cinco primeiras observações e $Var(\delta\rho_i) = 0,0005$.

Os valores iniciais dos demais parâmetros foram determinados da seguinte maneira:

i) $\hat{\mu}_0$ e $Var(\hat{\mu}_0)$: estimados utilizando as cinco primeiras observações da série e do valor de $\hat{\beta}_0$;

ii) $\hat{\beta}_0$ e $Var(\hat{\beta}_0)$: estimados utilizando as cinco primeiras observações dos dois primeiros anos da série;

iii) $\hat{\rho}_{1,0},\ldots,\hat{\rho}_{12,0}$, $Var(\hat{\rho}_{i,0})$, $i=1,\ldots,12$: atribuídos valores que julgamos serem adequados. Em resumo, utilizamos

$$V_\varepsilon = 94{,}68$$

$$\underset{\sim}{\hat{\theta}}_0 = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_0 \\ \hat{\beta}_0 \\ \hat{\rho}_{1,0} \\ \vdots \\ \hat{\rho}_{12,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150{,}0000 \\ 0{,}9862 \\ 1{,}0000 \\ \vdots \\ 1{,}0000 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{Var(\hat{\mu}_0)} = 97{,}3400$$

$$\widehat{Var(\hat{\beta}_0)} = 0{,}004089$$

$$\widehat{Var(\hat{\rho}_{i,0})} = 1{,}0000, \qquad i=1,\ldots,12$$

$$p_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \qquad i=1,2,3 \text{ e } 4.$$

Os valores finais obtidos após o ajustamento foram

$$\hat{\mu}_{48} = 133{,}48088 \qquad \widehat{Var(\hat{\mu}_{48})} = 0{,}03238$$

$$\hat{\beta}_{48} = 0{,}9866869 \qquad \widehat{Var(\hat{\beta}_{48})} = 0{,}0000005$$

$$\hat{\rho}_{1,48} = 1{,}05380 \qquad \hat{\rho}_{7,48} = 0{,}96073$$

$$\hat{\rho}_{2,48} = 1{,}00430 \qquad \hat{\rho}_{8,48} = 0{,}97123$$

$$\hat{\rho}_{3,48} = 0{,}99306 \qquad \hat{\rho}_{9,48} = 0{,}99604$$

$$\hat{\rho}_{4,48} = 0{,}97558 \qquad \hat{\rho}_{10,48} = 1{,}02388$$

$$\hat{\rho}_{5,48} = 0{,}96263 \qquad \hat{\rho}_{11,48} = 1{,}04519$$

$$\hat{\rho}_{6,48} = 0{,}95679 \qquad \hat{\rho}_{12,48} = 1{,}06470$$

$$\widehat{Var(\hat{\rho}_{48})} = 0,000006036$$

Em nenhum momento o modelo detectou alguma mudança do estado, o que pode ser comprovado pelo fato da probabilidade condicional do estado normal ser sempre maior que as demais.

As previsões e o EQM de previsão utilizando a média ponderada das previsões de cada um dos modelos é apresentada na quinta coluna da Tabela 16.4.

Análise dos Resultados

As Tabelas 16.4, 16.5, 16.6 e 16.7 sugerem que:

a) o melhor método para previsões com origem fixada ($t = 48$) é o de Box & Jenkins, apresentando um EQM pelo menos 33% inferior aos demais; o pior comportamento é o do método Bayesiano, o que era esperado devido ao padrão de comportamento da série ser não adequado ao particular modelo utilizado;

b) para previsão a curto prazo ($h = 1$), os melhores comportamentos foram dos Métodos Adaptativos (Silva, sem e com correção dos pesos) e de Box & Jenkins. Note-se o bom comportamento do alisamento exponencial simples apesar da série ser sazonal. Vale a pena notar a importância da determinação inicial dos pesos, no método adaptativo, para esta série, visto que os procedimentos de Makridakis foram os que apresentaram os maiores EQM da previsão;

TABELA 16.4 - Série A (Leite) - Resumo dos Métodos,
Previsão com Origem $t = 48$

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
49	149,2800	151,1231	161,8282	153,9521	164,9341	140,2244	157,6970
50	149,7600	151,1231	164,8563	147,1199	169,6757	136,9663	160,7800
51	145,2700	151,1231	151,3460	138,4490	170,5368	128,7916	148,8570
52	142,8000	151,1231	147,4510	130,2629	160,8409	125,6520	146,8940
53	132,8800	151,1231	141,9838	127,7549	159,8464	121,7942	141,2160
54	129,9100	151,1231	135,0962	123,4010	152,1247	118,5744	135,7200
55	127,5000	151,1231	129,3106	126,5639	146,4448	116,2834	131,3320
56	134,0600	151,1231	125,6097	133,3962	143,2475	115,2056	131,9480
57	135,9700	151,1231	129,4378	142,0670	146,4131	114,9107	132,1940
58	138,4300	151,1231	135,0295	150,2532	146,9522	116,2745	135,3490
59	144,8200	151,1231	143,1785	155,7611	144,5259	117,9304	143,9000
60	151,5600	151,1231	154,5665	157,1150	150,2418	118,6927	159,0320
	EQM	180,8860	57,8366	52,5074	287,6148	356,8030	35,3900

TABELA 16.5 - Série A (Leite) - Resumo dos Métodos,
Previsão a Um Passo (h = 1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						$\delta = 0$	$\delta = 0{,}02$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}02$	
49	149,2800	151,1231	161,8282	153,9521	164,9341	149,4366	149,4366	150,0947	150,0947	157,6970
50	149,7600	149,2984	157,8352	142,2134	154,0215	146,2151	146,2120	153,3134	153,2972	152,3630
51	145,2700	149,7554	140,2521	131,9066	150,6210	142,5062	142,5736	147,3318	147,2455	142,0160
52	142,8000	145,3149	138,4130	124,3663	135,5740	136,4107	136,5317	139,3045	139,1790	144,6010
53	132,8800	142,8251	134,9539	124,7222	141,8055	137,6557	137,9017	139,9126	139,8589	133,4300
54	129,9100	13[illegible],9795	126,9068	125,3289	125,1582	150,9674	151,1121	127,5349	127,3433	127,6360
55	127,5000	129,9407	122,5603	131,6214	124,2301	154,6833	154,4044	124,0695	123,9296	127,6290
56	134,0600	127,5244	121,3499	138,9659	124,3026	163,6930	162,8775	132,6070	132,5386	126,8610
57	135,9700	133,9946	132,1375	149,7921	137,2256	161,0416	159,6425	134,2198	134,1813	133,3240
58	138,4300	135,9502	140,6042	153,4654	136,5091	161,8580	159,9759	142,4616	142,4582	136,1730
59	144,8200	138,4052	148,6263	150,4288	136,0036	157,5635	155,2530	140,8468	140,7623	146,1550
60	151,5600	144,7559	158,9329	146,7676	150,5359	156,1697	153,6493	151,6357	151,6320	160,2980
	EQM	23,7124	46,2186	99,7741	53,0205	292,1180	268,8360	11,1540	11,3710	19,9100

TABELA 16.6 - Série A (Leite) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h = 6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
49	149,2800	128,0863	160,2357	150,6144	149,7806	158,8240
50	149,7600	121,3283	161,3144	145,0356	152,1581	157,7700
51	145,2700	123,1615	145,5200	138,5224	157,1790	147,9620
52	142,8000	137,1982	148,8378	130,0111	162,4681	150,4330
53	132,8800	141,5263	143,2878	124,9212	159,0218	141,2000
54	129,9100	151,1231	135,0962	123,4010	152,1247	135,7200
55	127,5000	149,2984	121,3546	128,0985	130,7907	126,0500
56	134,0600	149,7554	112,5271	135,7096	123,3317	125,0330
57	135,9700	145,3149	118,5698	143,9168	121,1463	126,8080
58	138,4300	142,8251	126,2727	149,1798	128,9113	128,6750
59	144,8200	132,9795	131,7979	152,0516	117,5594	137,3330
60	151,5600	129,9407	144,4288	150,5779	128,0271	153,8610
	EQM	311,5174	133,1409	47,8290	287,0627	53,9800

TABELA 16.7 - Série A (Leite) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h = 12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
49	149,2800	159,5283	162,6135	155,2952	164,4765	160,9760
50	149,7600	158,8568	159,7475	151,6221	167,6324	162,0690
51	145,2700	146,4751	144,7715	136,5440	155,3442	151,5150
52	142,8000	143,0942	140,9346	127,0254	151,0544	149,1170
53	132,8800	136,6649	134,5480	123,2324	144,8317	141,1350
54	129,9100	131,6803	129,6334	125,7355	135,4050	135,7120
55	127,5000	128,0863	127,4043	131,7829	131,2913	132,0360
56	134,0600	121,3283	121,8025	134,2174	125,7298	130,4700
57	135,9700	123,1615	122,5846	138,2151	133,0554	131,4040
58	138,4300	137,1982	136,8260	149,9247	148,5795	138,4530
59	144,8200	141,5263	145,0045	154,7631	143,7013	143,8850
60	151,5600	151,1231	154,5665	157,1150	150,2418	159,0320
	EQM	45,4861	52,0990	63,3662	90,9406	48,3300

c) para previsão a médio prazo ($h = 6$), os melhores métodos foram o AEG e Box & Jenkins, que apresentaram EQM's pelo menos 2,46 vezes menores que os demais;

d) a longo prazo ($h = 12$) o AES e o Box & Jenkins foram os melhores, notando-se um bom comportamento do método de Holt-Winters, e

e) de uma maneira geral, o método de Box & Jenkins foi o que se mostrou mais adequado.

16.3.2 - Série B: Meios de Pagamentos (M1)

Tabela A.2 e Figura A.2 do Apêndice A

$\ell = 24$

$m = 108$

Sumário: Tabelas 16.11, 16.12, 16.13 e 16.14.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0{,}99$,

$$S_{min} = 8.397.156.269{,}568$$

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}99Z_t + 0{,}01\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}99Z_t + 0{,}001Z_{t-1} + \dots + (0{,}99)(0{,}01)^r Z_{t-r} + \dots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$s = 12$

$\ell = 24$

$m = 108$

$(A,C,D) = (0,2;0,4;0,5)$

$S_{min} = 1.592.329.575,2192$

$$\hat{F}_t = 0,5\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0,5\hat{F}_{t-12},$$

$$\bar{Z}_t = 0,2\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0,8(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1}),$$

$$\hat{T}_t = 0,4(\bar{Z}_t-\bar{Z}_{t-1}) + 0,6\hat{T}_{t-1}.$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$\beta^4 = 0,75 \Longrightarrow \beta = 0,9306$ (ver Tabela 16.8)

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{12} + a_4 \cos \frac{2\pi t}{12} + e_t$$

$$\hat{Z}_{108}(h) = 440.939,591 + 7.331,791h - 8.156,941\,\frac{\operatorname{sen} 2\pi h}{12} + $$

$$+ 23.392,945\,\frac{\cos 2\pi h}{12}.$$

D. Regressão

$k = 25$

$$Y_t = \mu + b_{13}Y_{t-13} + b_{17}Y_{t-17} + b_{25}Y_{t-25} + \varepsilon_t$$

$\mu = 37,45392,$

$b_{13} = 0,91662,$

$b_{17} = 0,17274,$

$b_{25} = 0,51238$

TABELA 16.8 - Alisamento Exponencial Geral - Série B (M1), EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
1, 2, 5 e 6	1	***
	2	***
	3	***
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	
4	1	94.914.067,319
	2	***
	3	***

*** - indica EQM > 99.999.999,99.

$$R^2 = 0,8663$$

$$\hat{Y}_t(h) = 37,45392 + 0,91662\tilde{Y}_{t+h-13} + 0,17274\tilde{Y}_{t+h-17} +$$

$$+ 0,51238\tilde{Y}_{t+h-25}.$$

Tabela 16.9 - Filtragem Adaptativa - Série B (M1), Soma dos Erros Quadráticos por Valor de δ

Valor de δ	SQ, L = 80
0,80	25.727.859,1455
0,90	25.230.273,1790
0,95	25.088.533,5574
0,96	25.068.628,6521
0,97	25.051.520,6033
0,98	25.037.240,5403
0,99	25.025.803,0266

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.9 obtemos:

$\delta = 0{,}99$

SQ mínimo de ajustamento = 25.025.803,0266

número de pesos = 12

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}6271Z_{t-11} + 0{,}3197Z_{t-10} + 0{,}1816Z_{t-9} + $$
$$+ 0{,}1244Z_{t-8} + 0{,}0447Z_{t-7} - 0{,}0083Z_{t-6} + $$
$$+ 0{,}3300Z_{t-5} + 0{,}0870Z_{t-4} + 0{,}0590Z_{t-3} + $$
$$- 0{,}0020Z_{t-2} - 0{,}1139Z_{t-1} - 0{,}1719Z_t.$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}9405Z_{t-11} - 0{,}1007Z_{t-10} - 0{,}0826Z_{t-9} + $$
$$- 0{,}0457Z_{t-8} - 0{,}0947Z_{t-7} - 0{,}3511Z_{t-6} + $$
$$+ 0{,}1698Z_{t-5} + 0{,}0305Z_{t-4} + 0{,}1276Z_{t-3} + $$
$$+ 0{,}0853Z_{t-2} + 0{,}0867Z_{t-1} + 0{,}4310Z_t.$$

F. Box & Jenkins

EQM mínimo (origem $t = 108$) = 2.416.845.424

Modelo: SARIMA$(0,1,0)\times(1,2,2)_6$ sem θ_0, com θ_5 e θ_{10}. (Ver Tabela 16.10).

$$(1+1{,}07147B^6)(1-B)(1-B^{12})^2 Z_t = (1+0{,}37832B^5 + $$
$$+ 0{,}23376B^{10})(1-0{,}48109B^6-0{,}28571B^{12})a_t.$$

TABELA 16.10 - Série B (M1) - Ajustamento de Modelos SARIMA$(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}_a^2$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
SARIMA$(0,1,10)\times(1,2,2)_{12}$ sem θ_0 com θ_5 e θ_{10}	$\hat{\theta}_5 = -0,378323$ $\hat{\theta}_{10} = -0,233755$ $\hat{\Phi}_1 = -1,071470$ $\hat{\Theta}_1 = 0,481090$ $\hat{\Theta}_2 = 0,285709$	(-0,606;-0,151) (-0,464;-0,004) (-1,131;-1,011) (0,252;0,710) (0,070;0,502)	$0,9705\times10^7$	aleatório	aleatório	$EQM_{108}(h) = 2.416.845.424$ $EQM(1) = 588.054.190$ $EQM(6) = 2.316.131.502$ $EQM(12) = 4.361.945.343$
SARIMA$(0,1,8)\times(0,2,1)_{12}$ com θ_0, θ_7 e θ_8	$\hat{\theta}_0 = 404,726$ $\hat{\theta}_7 = 0,234997$ $\hat{\theta}_8 = 0,263150$ $\hat{\Theta}_1 = 0,764969$	(201,100;608,400) (0,016;0,454) (0,045;0,481) (0,662;0,868)	$0,1124\times10^8$	aleatório	aleatório	$EQM_{108}(h) = 4.273.568.299$ $EQM(1) = 754.096.566$ $EQM(6) = 3.405.622.929$ $EQM(12) = 4.797.230.602$
SARIMA$(6,1,5)\times(0,1,0)_{12}$ com θ_0, θ_5 e ϕ_6	$\hat{\theta}_0 = 879,912$ $\hat{\phi}_6 = 0,478800$ $\hat{\theta}_5 = -0,286901$	(38,040;1.722,000) (0,269;0,688) (-0,507;-0,068)	$0,1075\times10^8$	aleatório	aleatório	$EQM_{108}(h) = 2.639.743.937$ $EQM(1) = 670.078.873$ $EQM(6) = 2.774.040.522$ $EQM(12) = 4.277.635.808$

$$\hat{Z}_t(h) = [Z_{t+h-1}] - 1,07147[Z_{t+h-6}] + 1,07147[Z_{t+h-7}] +$$

$$+ 2[Z_{t+h-12}] - 2[Z_{t+h-13}] + 2,14294[Z_{t+h-18}] +$$

$$- 2,14294[Z_{t+h-19}] - [Z_{t+h-24}] + [Z_{t+h-25}] +$$

$$- 1,07147[Z_{t+h-30}] + 1,07147[Z_{t+h-31}] +$$

$$+ 0,37832[a_{t+h-5}] - 0,48109[a_{t+h-6}] +$$

$$+ 0,23376[a_{t+h-10}] - 0,18201[a_{t+h-11}] +$$

$$- 0,28571[a_{t+h-12}] - 0,11246[a_{t+h-16}] +$$

$$- 0,10809[a_{t+h-17}] - 0,06679[a_{t+h-24}]$$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 1.067.629,50$

$Var(\delta\rho_{i,t}) = 0,0005$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 21.000,00,$ $\qquad \widehat{Var}(\hat{\mu}_0) = 671.095,00$

$\hat{\beta}_0 = 1,2613,$ $\qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_0) = 0,0001495$

$\hat{\rho}_{i,0} = 1,00,$ $\qquad i=1,...,12$

$\widehat{Var}(\hat{\rho}_{i,0}) = 1,00$

$p_0^{(i)} = \pi^{(i)},$ $\qquad i=1,2,3$ e $4.$

Parâmetros finais:

$\hat{\mu}_{108} = 399.281,7010, \qquad \widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\mu}_{108}) = ***;$

$\hat{\beta}_{108} = 1,0294947, \qquad \widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}_{108}) = 0,000065;$

$\hat{\rho}_{1,108} = 0,98411, \qquad \hat{\rho}_{7,108} = 1,01505,$

$\hat{\rho}_{2,108} = 0,97844, \qquad \hat{\rho}_{8,108} = 1,00316,$

$\hat{\rho}_{3,108} = 0,98724, \qquad \hat{\rho}_{9,108} = 0,99530,$

$\hat{\rho}_{4,108} = 0,99108, \qquad \hat{\rho}_{10,108} = 1,0156,$

$\hat{\rho}_{5,108} = 0,99546, \qquad \hat{\rho}_{11,108} = 1,01373,$

$\hat{\rho}_{6,108} = 0,99086, \qquad \hat{\rho}_{12,108} = 1,03135$

$$\widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\rho}_{108}) = 0,000054476.$$

O modelo detectou transientes nos instantes:

$$2 \le t \le 35;\ 37 \le t \le 41;\ 43 \le t \le 53;\ 55 \le t \le 58;$$

$$61 \le t \le 65;\ t = 67,\ 70 \text{ e } 73.$$

Análise dos Resultados

As Tabelas 16.11, 16.12, 16.13 e 16.14 sugerem que:

a) o melhor método de previsão com origem fixada ($t = 108$) e a médio prazo é o de Box & Jenkins, apresentando principalmente no primeiro caso, um EQM bem menor que os demais;

b) os métodos de Regressão Stepwise e Box & Jenkins são os que melhor se comportam para fazer previsões a longo prazo fornecendo EQM bastante inferiores aos demais métodos;

c) para previsões a curto prazo, o mais adequado foi o

TABELA 16.11 - Série B (MI) - Resumo dos Métodos, Previsão com Origem t = 108

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
109	435.883	462.237	425.561	464.452	503.183	404.461	440.216
110	465.846	462.237	434.992	460.235	474.288	414.347	452.917
111	463.968	462.237	447.675	454.778	484.718	430.497	466.105
112	476.009	462.237	467.750	451.506	497.496	445.013	487.709
113	491.626	462.237	476.764	453.261	524.336	460.267	496.926
114	538.467	462.237	508.880	461.537	525.839	471.753	526.942
115	547.582	462.237	508.746	476.082	495.535	497.635	531.762
116	559.257	462.237	520.813	494.961	559.642	506.417	547.690
117	603.103	462.237	537.672	515.083	575.672	517.384	570.170
118	625.737	462.237	551.785	533.018	597.606	543.603	588.537
119	674,973	462.237	570.396	545.927	618.826	558.659	608.103
120	803.113	462.237	621.952	552.314	637.582	587.499	657.546
	EQM	19.358.344.270	4.915.033.541	9.505.515.817	3.460.672.537	7.546.128.879	2.416.845.424

TABELA 16.12 - Série B (MI) - Resumo dos Métodos,
Previsão a Um Passo (h = 1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						δ = 0	δ = 0,99	δ = 0	δ = 0,99	
109	435.883	462.237	425.561	464.452	503.183	447.776	447.776	446.957	446.957	440.216
110	465.846	436.146	437.864	437.246	406.987	465.420	453.305	446.632	435.351	448.584
111	463.968	465.549	459.219	454.778	476.276	484.465	484.762	466.321	485.851	479.034
112	476.009	463.984	483.965	459.085	476.746	505.427	484.547	479.105	476.939	485.571
113	491.626	475.889	494.136	476.910	502.849	522.977	492.795	481.625	478.436	485.226
114	538.467	491.469	529.192	503.285	493.128	551.594	519.308	511.542	521.700	520.003
115	547.582	537.997	533.778	560.544	568.177	545.616	531.800	512.642	540.330	547.878
116	559.257	547.486	553.101	574.456	551.676	568.700	570.577	541.862	577.974	565.534
117	603.103	559.139	576.520	571.088	575.287	588.526	578.869	557.170	575.330	571.378
118	625.737	602.663	603.275	601.065	625.036	606.861	621.717	592.913	640.282	619.612
119	674.973	625.506	636.073	620.359	646.957	629.820	649.373	620.447	654.699	654.139
120	803.113	674.478	713.326	664.629	693.729	658.819	705.632	689.967	746.602	735.866
	EQM	2.155.803.925	1.006.848.859	2.304.376.405	2.027.740.427	2.175.298.177	1.025.912.336	1.818.139.593	581.477.712	588.054.191

TABELA 16.13 - Série B (MI) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h = 6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
109	435.883	362.307	405.544	388.460	452.363	412.271
110	465.846	374.362	416.686	398.451	433.750	431.500
111	463.968	391.340	434.707	411.722	454.306	450.589
112	476.009	404.748	460.071	425.862	467.235	472.214
113	491.626	420.821	473.196	441.314	494.032	490.509
114	538.467	462.237	508.880	461.537	525.839	526.942
115	547.582	436.146	515.912	472.683	488.248	523.851
116	559.257	465.549	548.351	494.642	551.200	571.295
117	603.103	463.984	571.948	512.562	554.922	566.267
118	625.737	475.889	584.220	530.190	576.118	567.176
119	674.973	491.469	604.365	545.331	586.115	597.413
120	803.113	537.997	667.821	562.262	650.210	683.869
	EQM	16.827.338.951	2.730.671.415	10.201.058.135	3.440.108.371	2.316.131.502

TABELA 16.14 - Série B (MI) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h = 12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
109	435.883	303.256	394.150	368.193	430.601	411.982
110	465.846	310.416	404.974	364.501	432.686	418.791
111	463.968	319.427	418.381	375.968	445.972	434.091
112	476.009	333.959	438.404	400.815	464.905	445.544
113	491.626	337.926	441.891	413.346	475.050	446.808
114	538.467	360.190	466.742	440.751	495.944	477.905
115	547.582	362.307	466.725	444.065	504.728	481.349
116	559.257	374.362	484.135	450.486	519.105	509.483
117	603.103	391.340	512.266	466.427	545.261	540.628
118	625.737	404.748	537.308	482.099	567.344	561.422
119	674.973	420.821	563.735	501.028	588.522	597.726
120	803.113	462.237	621.952	552.314	637.582	657.546
	EQM	40.100.625.579	7.500.201.508	16.578.577.784	4.061.332.038	4.361.945.343

método adaptativo de Silva, com correção dos pesos, aparecendo como segundo colocado o método de Box & Jenkins, com um EQM bastante semelhante e pelo menos 70% inferior aos demais; vale a pena notar que os demais adaptativos tiveram um comportamento razoavelmente inferior ao método de Silva;

d) o método Bayesiano apresentou uma colocação bastante ruim, considerando que o padrão da série, à primeira vista, parecia ser adequado à sua utilização;

e) para todos os tipos de previsão, o AES obteve uma má colocação, o que era de se esperar, devido à presença de sazonalidade nos dados;

f) de uma maneira geral, podemos dizer que método de Box & Jenkins foi o que apresentou o comportamento mais regular e portanto seria o mais indicado para a análise de tal série.

16.3.3 - Série C: Índice de Produto Industrial (IPI)

Tabela A.3 e Figura A.3 do Apêndice A

$\ell = 36$

$m = 127$

Sumário: Tabelas 16.18, 16.19, 16.20 e 16.21.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0,73$

$S_{min} = 67.578.356,2896$

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}73Z_t + 0{,}27\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}73Z_t + 0{,}20Z_{t-1} + \ldots + 0{,}73(0{,}27)^r Z_{t-r} \ldots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$s = 12$

$\ell = 36$

$m = 127$

$(A,C,D) = (0{,}3;0{,}1;0{,}3)$

$S_{min} = 23.716.778{,}6316$

$$\hat{F}_t = 0{,}3\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0{,}7\hat{F}_{t-12},$$

$$\bar{Z}_t = 0{,}3\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0{,}7(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1}),$$

$$\hat{T}_t = 0{,}1(\bar{Z}_t-\bar{Z}_{t-1}) + 0{,}9\hat{T}_{t-1}.$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$\beta^4 = 0{,}90 \Longrightarrow \beta = 0{,}9740$ (Ver Tabela 16.15)

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 \text{ sen } \frac{2\pi t}{12} + a_4 \cos \frac{2\pi t}{12} + e_t$$

$$\hat{Z}_{127}(h) = 20.041{,}063 + 101{,}307h - 556{,}660 \text{ sen } \frac{2\pi h}{12} + 811{,}248 \cos \frac{2\pi h}{12}.$$

D. Regressão

$k = 25$

TABELA 16.15 - Alisamento Exponencial Geral - Série C (IPI), EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
1	1	664.090,784
	2	1.462.263,807
	3	4.253.873,909
2	1	***
	2	***
	3	***
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	
4	1	591.927,847
	2	427.078,190
	3	443.927,921
5	1	869.428,537
	2	559.836,172
	3	503.174,815
6	1	2.298.613,111
	2	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	3	

*** indica EQM > 99.999.999,99

$$Y_t = \mu + b_2 Y_{t-2} + b_5 Y_{t-5} + b_{13} Y_{t-13} + b_{14} Y_{t-14} + b_{19} Y_{t-19} + \varepsilon_t$$

com $\mu = 87,15628$

$b_2 = -0,36738$

$b_5 = -0,15986$

$b_{13} = 0,66316$

$b_{14} = 0,26528$

$b_{19} = -0,20997$

$R^2 = 0,6816$

$$\hat{Y}_t(h) = 87,15628 - 0,36738\tilde{Y}_{t+h-2} - 0,15986\tilde{Y}_{t+h-5} + $$
$$+ 0,66316\tilde{Y}_{t+h-13} + 0,26528\tilde{Y}_{t+h-14} - 0,20997\tilde{Y}_{t+h-19}$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.16 obtemos:

$\delta = 0,69$

SQ de ajustamento mínima = 259.353,994

Número de pesos = 12.

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0,6183Z_{t-11} + 0,2427Z_{t-10} + 0,1277Z_{t-9} +$$
$$+ 0,0480Z_{t-8} - 0,0552Z_{t-7} - 0,0153Z_{t-6} +$$
$$- 0,1986Z_{t-5} + 0,0922Z_{t-4} - 0,0275Z_{t-3} +$$
$$+ 0,1456Z_{t-2} + 0,0955Z_{t-1} - 0,0238Z_t.$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = 0,3594Z_{t-11} + 0,0525Z_{t-10} - 0,0629Z_{t-9} +$$
$$+ 0,2133Z_{t-8} - 0,0964Z_{t-7} + 0,2265Z_{t-6} +$$
$$- 0,3206Z_{t-5} + 0,2207Z_{t-4} - 0,2727Z_{t-3} +$$
$$+ 0,1274Z_{t-2} + 0,1243Z_{t-1} + 0,4687Z_t.$$

TABELA 16.16 - Filtragem Adaptativa - Série C (IPI), Soma dos Erros Quadráticos por Valor de δ

Valor de δ	SQ, $L=80$
0,5	267.197,7164
0,6	261.113,0859
0,68	259.384,1818
0,69	259.353,9994
0,70	259.364,0088
0,71	259.413,8723
0,79	261.206,9296

F. Box & Jenkins

EQM mínimo (origem $t=127$) = 323.341,166

Modelo: SARIMA$(2,1,0)\times(0,2,2)_{12}$ sem θ_0

$$(1+0{,}57068B+0{,}34687B^2)(1-B)(1-B^{12})^2 Z_t =$$

$$= (1-1{,}4855B^{12}+0{,}6120B^{24})a_t.$$

(Ver Tabela 16.17).

$$\begin{aligned}\hat{Z}_t(h) &= 0{,}42932[Z_{t+h-1}]+0{,}22381[Z_{t+h-2}]+0{,}34687[Z_{t+h-3}]+\\ &+ 2[Z_{t+h-12}]+0{,}14136[Z_{t+h-13}]+0{,}12306[Z_{t+h-14}]+\\ &- 0{,}34687[Z_{t+h-15}]-[Z_{t+h-24}]+0{,}42932[Z_{t+h-25}]+\\ &+ 0{,}22381[Z_{t+h-26}]+0{,}34687[Z_{t+h-27}]-1{,}4855[a_{t+h-12}]+\\ &+ 0{,}61208[a_{t+h-24}].\end{aligned}$$

TABELA 16.17 - Série C (IPI) - Ajustamento de Modelos $SARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}^2_a$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
$SARIMA(2,0,3)\times(0,1,1)_{12}$ com θ_0 e θ_3	$\hat{\theta}_0 = 429,862$ $\hat{\phi}_1 = 0,374924$ $\hat{\phi}_2 = 0,254102$ $\hat{\theta}_3 = -0,287005$ $\hat{\Theta}_1 = 0,832522$	(208,500;651,200) (0,187;0,562) (0,070;0,438) (-0,483;-0,091) (0,752;0,913)	$0,1996\times10^6$	aleatório	aleatório	$EQM_{127}(h)$=439.244.868 EQM(1) = 605.035,874 EQM(6) = 523.239,400 EQM(12) = 442.826,801
$SARIMA(2,1,1)\times(0,1,1)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\phi}_1 = -1,201810$ $\hat{\phi}_2 = -0,534909$ $\hat{\theta}_1 = -0,684353$ $\hat{\Theta}_1 = 0,848446$	(-1,490;-0,913) (-0,707;-0,363) (-0,995;-0,373) (0,765;0,931)	$0,2100\times10^6$	aleatório	aleatório	$EQM_{127}(h)$=436.384,878 EQM(1) = 647.503,192 EQM(6) = 819.395,567 EQM(12) = 371.531,295
$SARIMA(2,1,0)\times(0,2,2)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\phi}_1 = -0,570678$ $\hat{\phi}_2 = -0,346871$ $\hat{\Theta}_1 = 1,485490$ $\hat{\Theta}_2 = -0,612007$	(-0,762;-0,380) (-0,536;-0,158) (1,388;1,583) (-0,708;-0,516)	$0,2759\times10^6$	aleatório	aleatório	$EQM_{127}(h)$=323.341,166 EQM(1) = 470.646,200 EQM(6) = 391.055,428 EQM(12) = 301.221,603

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 187.367,00$

$Var(\delta\rho_{i,t}) = 0,0005$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 7.400,00$ $\widehat{Var(\hat{\mu}_0)} = 161.533,00$

$\hat{\beta}_0 = 1,0770$ $\widehat{Var(\hat{\beta}_0)} = 0,0017039$

$\hat{\rho}_{i,0} = 1,00,$ $i = 1,\dots,12$

$\widehat{Var(\hat{\rho}_{i,0})} = 1,00$

$p_0^{(i)} = \pi^{(i)},$ $i = 1,2,3$ e 4-

Valores finais:

$\hat{\mu}_{127} = 20.980,1671,$ $\widehat{Var(\hat{\mu}_{127})} = 3.481,5762$

$\hat{\beta}_{127} = 1,01769,$ $\widehat{Var(\hat{\beta}_{127})} = 0,0000021$

$\hat{\rho}_{1,127} = 0,95137,$ $\hat{\rho}_{2,127} = 0,91109,$

$\hat{\rho}_{3,127} = 0,99844,$ $\hat{\rho}_{4,127} = 0,97126,$

$\hat{\rho}_{5,127} = 1,00799,$ $\hat{\rho}_{6,127} = 1,01570,$

$\hat{\rho}_{7,127} = 1,03448,$ $\hat{\rho}_{8,127} = 1,05362,$

$\hat{\rho}_{9,127} = 1,02273,$ $\hat{\rho}_{10,127} = 1,05702,$

$\hat{\rho}_{11,127} = 1,00819,$ $\hat{\rho}_{12,127} = 0,97818.$

$\widehat{Var(\hat{\rho}_{127})} = 0,0000007422.$

O modelo detectou transiente no instante $t = 4$.

TABELA 16.18 - Série C (IPI) - Resumo dos Métodos, Previsão com Origem em t = 127

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
128	21.614	20.212,3	21.418,0	20.566,6	20.384,8	22.495,8	21.433,6
129	19.717	20.212,3	20.724,7	20.167,2	21.632,2	22.218,6	20.406,3
130	22.133	20.212,3	21.839,4	19.788,3	20.564,0	23.370,0	21.463,2
131	20.503	20.212,3	20.603,2	19.558,6	20.960,3	22.685,2	20.396,0
132	18.800	20.212,3	19.834,9	19.566,7	20.733,4	22.399,4	19.443,8
133	19.577	20.212,3	19.338,9	19.837,6	19.632,2	22.171,2	19.199,9
134	18.992	20.212,3	18.500,4	20.326,0	19.478,7	21.608,5	18.375,2
135	21.022	20.212,3	20.678,7	20.927,9	19,164,5	24.099,3	20.854,8
136	19.064	20.212,3	19.919,5	21.509,5	20.484,8	23.858,2	19,840,8
137	21.067	20.212,3	21.059,7	21.941,8	20.583,8	25.198,9	21.329,0
138	21.553	20.212,3	21.276,0	22.136,3	21.416,7	25.841,1	21.391,2
139	22.513	20.212,3	21.930,1	22.068,0	21.950,7	26.805,8	21.395,5
	EQM	1.638.868,79	315.482,19	1.451.449,79	1.488.748,96	10.516.835,5	323.341,17

TABELA 16.19 - Série C (IPI) - Resumo dos Métodos, Previsão a Um Passo (h = 1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						$\delta = 0$	$\delta = 0,69$	$\delta = 0$	$\delta = 0,69$	
109	21.614,0	20.212,3	21.418,0	20.566,6	20.384,8	21.722,7	21.722,7	21.726,7	21.726,7	21.433,6
110	19.717,0	21.235,5	20.787,0	20.468,8	22.861,4	20.623,8	20.548,5	20.484,3	20.406,2	20.483,8
111	22.133,0	20.127,0	21.540,4	19.434,7	18.197,2	21.497,2	20.847,9	21.389,0	20.835,1	21.207,6
112	20.503,0	21.591,4	20.480,1	20.015,9	23.684,5	20.029,1	20.266,0	20.853,9	21.195,9	20.591,9
113	18.800,0	20.796,9	19.715,2	19.949,4	18.995,9	19.488,0	19.891,7	20.416,3	20.282,0	19.400,5
114	19.577,0	19.339,1	18.921,7	19.524,4	18.246,7	19.891,3	19.542,9	20.102,5	18.945,9	19.179,8
115	18.992,0	19.512,8	18.276,1	20.073,3	20.464,4	18.739,4	18.411,2	18.611,9	17.885,4	18.430,1
116	21.022,0	19.132,6	20.676,1	20.553,4	17.430,8	20.448,7	20.522,6	20.653,8	20.692,1	20.980,7
117	19.064,0	20.511,9	20.034,1	21.936,9	22.824,8	19.796,6	20.215,6	20.299,5	20.564,7	20.181,5
118	21.067,0	19.454,9	20.862,0	21.780,1	18.537,8	21.085,5	20.712,8	21.010,0	20.243,4	21.246,9
119	21.553,0	20.631,7	21.133,1	22.220,5	22.803,9	21.473,0	21.342,3	21.696,6	21.493,8	21.162,9
120	22.513,0	21.304,2	21.919,5	22.243,3	21.456,5	21.491,7	21.505,1	21.509,7	21.345,7	21.136,8
	EQM	2.030.774,2	412.158,1	1.764.462,2	6.426.360,3	334.503,0	558.541,0	583.635,6	906.403,1	470.646,2

TABELA 16.20 - Série C (IPI) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h = 6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
128	21.614,0	17.810,0	21.681,1	20.751,7	20.498,8	21.761,4
129	19.717,0	19.021,8	20.919,3	20.442,0	22.665,5	20.563,7
130	22.133,0	18.921,2	22,082,0	19.988,3	20.312,3	21.607,0
131	20.503,0	19.933,6	21.057,2	19.720,8	21.794,5	20.658,7
132	18.800,0	20.088,6	20.186,3	19.633,7	20.956,7	19.577,2
133	19.577,0	20.212,3	19.338,9	19.837,6	19.632,2	19.199,9
134	18.992,0	21.235,5	18.579,2	20.368,4	20.164,7	18.472,8
135	21.022,0	20.127,0	20.274,4	20.895,7	18.240,0	20.533,6
136	19.064,0	21.591,4	19.759,3	21.612,0	21.410,0	20.036,7
137	21.067,0	20.796,9	20.892,8	22.045,8	20.058,7	21.460,0
138	21.553,0	19.339,1	20.642,0	22.208,4	20.706,9	21.189,1
139	22.513,0	19.512,8	21.587,9	22.213,8	21.627,3	21.433,3
	EQM	4.487.919,4	555.592,1	1.426.976,2	3.059.301,9	391.055,4

TABELA 16.21 - Série C (IPI) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h = 12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
128	21.614,0	19.981,8	21.393,0	20.553,8	21.607,0	21.463,4
129	19.717,0	19.456,4	20.610,6	19.932,6	21.085,0	20.494,9
130	22.133,0	20.269,3	21.878,2	20.191,0	22.009,4	21.758,0
131	20.503,0	19.564,6	20.641,9	19.935,1	21.068,3	20.476,2
132	18.800,0	18.719,6	19.716,5	19.602,5	20.700,1	19.478,8
133	19.577,0	18.656,4	19.695,5	19.857,0	19.877,7	19.696,4
134	18.992,0	17.810,0	18.842,1	19.812,5	18.988,2	18.796,1
135	21.022,0	19.021,8	20.972,2	20.997,4	20.653,1	21.014,9
136	19.064,0	18.921,2	20.241,6	21.533,6	19.982,9	19.956,5
137	21.067,0	19.933,6	21.700,3	22.366,4	21.982,9	21.601,8
138	21.553,0	20.088,6	21.788,5	22.438,7	21.666,5	21.530,9
139	22.513,0	20.212,3	21.930,1	22.068,0	21.950,7	21.395,5
	EQM	1.840.025,3	332.799,3	1.285.897,0	612.950,8	301.221,6

Análise dos Resultados

As Tabelas 16.18, 16.19, 16.20 e 16.21 sugerem que:

a) para previsões com origem fixada (t = 127), o alisamento de Holt-Winters e o de Box & Jenkins apresentaram-se muito melhor que os demais sendo que o primeiro tem um EQM ligeiramente inferior ao segundo. O EQM do Bayesiano é aproximadamente seis vezes maior que o do AES; dado que a série apresenta originalmente um crescimento linear um resultado melhor teria sido obtido se não fosse feita uma transformação logarítmica dos dados (interna ao programa);

b) a curto prazo (h = 1) o método adaptativo de Makridakis ($\delta = 0$) foi o mais eficiente, seguido ao Alisamento de Holt-Winters e Box & Jenkins. O menos adequado foi o método de Regressão;

c) a médio prazo (h = 6) os melhores comportamentos foram o de Box & Jenkins e o Alisamento Exponencial de Holt Winters, acontecendo o mesmo para previsão a longo prazo (h = 12). Vale a pena notar a grande diferença entre os EQM's desses dois métodos e os dos demais, e

d) para esta série, aconselharíamos a utilização do método de Holt-Winters por sua simplicidade e fácil aplicação.

16.3.4 - Série D: Revista

Tabela A.4 e Figura A.4 do Apêndice A.

$\ell = 24$

$m = 70$

Sumário: Tabelas 16.25, 16.26, 16.27 e 16.28.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0,89$

$S_{min} = 20.086,1798$

$$\hat{Z}_t(h) = 0,89Z_t + 0,11\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0,89Z_t + 0,10Z_{t-1} + \ldots + 0,89(0,11)^r Z_{t-r} + \ldots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$s = 12$

$\ell = 24$

$m = 70$

$(A,C,D) = (0,8;0,1;0,2)$

$S_{min} = 16.424,0750$

$$\bar{Z}_t = 0,8\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0,2(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1})$$

$$\hat{T}_t = 0,1(\bar{Z}_t-\bar{Z}_{t-1}) + 0,9\hat{T}_{t-1}$$

$$\hat{F}_t = 0,2\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0,8\hat{F}_{t-12}$$

TABELA 16.22 - Alisamento Exponencial Geral - Série D (Revista), EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
1	1	710,888
	2	1.521,028
	3	2.878,772
2	1	***
	2	505.409,672
	3	68.775,993
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	
4	1	597,806
	2	675,081
	3	755,394
5	1	661,704
	2	623,221
	3	633,013
6	1	1.937,114
	2	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	3	1.046,995

*** Indica EQM > 99.999.999,99.

C. Alisamento Exponencial Geral

$$\beta^4 = 0,75 \Longrightarrow \beta = 0,9306 \text{ (ver Tabela 16.22)}$$

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{12} + a_4 \cos \frac{2\pi t}{12} + e_t$$

$$\hat{Z}_{70}(h) = 358,658 + 3,775h - 0,207 \operatorname{sen} \frac{2\pi h}{12} + 7,077 \cos \frac{2\pi h}{12}$$

D. Regressão

$k = 25$

$$Y_t = \mu + b_{11} Y_{t-11} + b_{25} Y_{t-25} + \varepsilon_t$$

com

$\mu = 3,78027$

$b_{11} = -0,25369$

$b_{25} = 0,42514$

$R^2 = 0,2733$

$$\hat{Y}_t(h) = 3,78027 - 0,25369 \tilde{Y}_{t+h-11} + 0,42514 \tilde{Y}_{t+h-25}.$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.23 obtemos:

$\delta = 0,51$

SQ de ajustamento mínimo = 408,6316

Número de pesos = 12

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0,5870 Z_{t-11} + 0,3880 Z_{t-10} - 0,0776 Z_{t-9} - 0,0741 Z_{t-8} + \\ - 0,0060 Z_{t-7} + 0,0145 Z_{t-6} + 0,0081 Z_{t-5} - 0,0718 Z_{t-4} + \\ - 0,0096 Z_{t-3} - 0,0493 Z_{t-2} + 0,0881 Z_{t-1} + 0,2757 Z_t.$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = -0,0512 Z_{t-11} + 0,4296 Z_{t-10} - 0,3049 Z_{t-9} - 0,0808 Z_{t-8} + \\ + 0,0534 Z_{t-7} - 0,0144 Z_{t-6} + 0,0761 Z_{t-5} - 0,1288 Z_{t-4} +$$

$$+ 0{,}1435Z_{t-3} - 0{,}0315Z_{t-2} + 0{,}0348Z_{t-1} + 0{,}8917Z_t.$$

TABELA 16.23 - Filtragem Adaptativa - Série D (Revista), Soma dos Erros Quadráticos por Valor de δ

Valor de δ	SQ, L = 80
0,40	414,9869
0,49	408,6419
0,50	408,5304
0,51	408,5278
0,52	408,6316
0,53	408,8394
0,60	413,0373

F. Box & Jenkins

EQM mínimo (origem t = 70) = 5.980,800

Modelo: SARIMA $(2,0,0)\times(0,2,1)_{12}$ sem θ_0

$$(1-0{,}65674B-0{,}33916B^2)(1-B^{12})^2 Z_t = (1-0{,}76818B^{12})a_t.$$

(Ver Tabela 16.24).

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}65674[Z_{t+h-1}] + 0{,}33916[Z_{t+h-2}] +$$
$$+ 2[Z_{t+h-12}] - 1{,}31348[Z_{t+h-13}] +$$
$$- 0{,}67832[Z_{t+h-14}] - [Z_{t+h-24}] +$$
$$+ 0{,}65674[Z_{t+h-25}] + 0{,}33916[Z_{t+h-26}] +$$
$$- 0{,}76818[a_{t+h-12}].$$

TABELA 16.24 - Série D (Revista) - Ajustamento de Modelos $SARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}^2_a$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
$SARIMA(0,1,10)\times(1,1,1)_{12}$ com θ_0 e θ_{10}	$\hat{\theta}_0 = 2,945890$ $\hat{\theta}_{10} = 0,397029$ $\hat{\Phi}_1 = -0,694750$ $\hat{\Theta}_1 = 0,752924$	(0,939;4,952) (0,136;0,659) (-0,921;-0,469) (0,590;0,916)	179,600	aleatório	aleatório	$EQM_{70}(h) = 11.784,470$ $EQM(1) = 822,762$ $EQM(6) = 8.902,210$ $EQM(12) = 13.920,205$
$SARIMA(0,1,10)\times(1,2,1)_{12}$ sem θ_0 com θ_{10}	$\hat{\theta}_{10} = 0,396432$ $\hat{\Phi}_1 = -0,971512$ $\hat{\Theta}_1 = 0,612853$	(0,139;0,654) (-1,048;-0,895) (0,423;0,803)	444,200	aleatório	aleatório	$EQM_{70}(h) = 15.969,477$ $EQM(1) = 932,860$ $EQM(6) = 10.006,403$ $EQM(12) = 18.658,403$
$SARIMA(2,0,0)\times(0,2,1)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\phi}_1 = 0,656740$ $\hat{\phi}_2 = 0,339164$ $\hat{\Theta}_1 = 0,768180$	(0,405;0,909) (0,048;0,629) (0,580;0,956)	253,500	aleatório	aleatório	$EQM_{70}(h) = 5.980,800$ $EQM(1) = 644,486$ $EQM(6) = 4.589,732$ $EQM(12) = 23.203,111$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 40,83$

$Var(\delta\rho_{i,t}) = 0,0005$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 220,90, \quad \widehat{Var}(\hat{\mu}_0) = 41,49;$

$\hat{\beta}_0 = 0,9920, \quad \widehat{Var}(\hat{\beta}_0) = 0,0042;$

$\hat{\rho}_{i,0} = 1,00, \quad i = 1,\ldots,12;$

$\widehat{Var}(\hat{\rho}_{i,0}) = 1,00$

$P_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \quad i = 1,\ 2,\ 3 \text{ e } 4.$

Valores finais:

$\hat{\mu}_{70} = 361,2739 \quad \widehat{Var}(\hat{\mu}_{70}) = 1,5700$

$\hat{\beta}_{70} = 1,0112778, \quad \widehat{Var}(\hat{\beta}_{70}) = 0,0000033$

$\hat{\rho}_{1,70} = 1,00966, \quad \hat{\rho}_{2,70} = 0,92054,$

$\hat{\rho}_{3,70} = 0,95387, \quad \rho_{4,70} = 1,02030,$

$\hat{\rho}_{5,70} = 1,02082, \quad \hat{\rho}_{6,70} = 0,97022,$

$\hat{\rho}_{7,70} = 0,98529, \quad \hat{\rho}_{8,70} = 1,00453,$

$\hat{\rho}_{9,70} = 1,02784, \quad \hat{\rho}_{10,70} = 1,00262,$

$\hat{\rho}_{11,70} = 1,03995, \quad \hat{\rho}_{12,70} = 1,05230$

$\widehat{Var}(\hat{\rho}_{70}) = 0,00001617.$

TABELA 16.25 - Série D (Revista) - Resumo dos Métodos
Previsão com Origem em t = 70

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
71	347,300	343,508	346,139	368,458	344,244	379,940	367,764
72	408,700	343,508	365,322	369,568	356,352	388,960	423,293
73	321,700	343,508	345,442	369,777	377,507	377,420	393,280
74	276,200	343,508	328,459	370,042	363,768	348,010	379,063
75	284,200	343,508	342,354	371,302	364,046	364,690	366,452
76	282,900	343,508	354,948	374,233	368,592	394,510	369,140
77	296,600	343,508	358,854	379,060	389,286	399,180	385,230
78	288,100	343,508	360,883	385,501	393,896	383,700	344,235
79	287,300	343,508	368,136	392,843	416,032	394,070	361,208
80	292,900	343,508	377,186	400,129	415,310	406,320	377,184
81	301,000	343,508	371,900	406,419	427,826	420,470	397,731
82	282,700	343,508	376,844	411,039	436,436	413,830	373,814
	EQM	2.746,380	4.204,325	7.901,102	9.859,162	8.670,497	5.980,800

TABELA 16.26 - Série D (Revista) - Resumo dos Métodos, Previsão a Um Passo (h = 1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						$\delta = 0$	$\delta = 0,51$	$\delta = 0$	$\delta = 0,51$	
71	347,300	343,508	346,139	368,458	344,244	381,504	381,504	359,895	359,895	367,764
72	408,700	346,883	366,392	354,706	359,408	398,562	381,112	359,270	352,844	409,854
73	321,700	401,900	381,479	415,144	429,855	398,216	394,808	411,763	433,955	376,756
74	276,200	330,522	315,906	327,537	307,961	361,740	321,596	327,254	292,771	327,104
75	284,200	282,175	291,737	256,852	276,478	336,007	273,896	285,397	243,321	274,602
76	282,900	283,977	291,123	280,149	288,746	343,914	287,749	314,329	293,222	280,235
77	296,600	283,018	281,988	324,534	303,593	336,605	278,684	276,673	250,582	300,695
78	288,100	295,106	290,783	371,929	301,210	333,974	285,749	300,848	298,174	256,779
79	287,300	288,871	289,656	369,930	310,236	349,936	303,253	294,232	286,508	294,282
80	292,900	287,473	289,838	346,553	286,577	358,838	304,624	302,774	295,448	309,607
81	301,000	292,303	283,548	322,987	305,416	358,391	298,940	292,760	284,137	317,311
82	282,700	300,043	298,130	307,651	308,835	355,273	297,733	285,954	285,893	281,701
EQM		1.155,485	653,678	2.842,149	1.394,041	3.448,988	867,911	1.257,725	1.704,390	644,486

TABELA 16.27 - Série D (Revista) - Resumo dos Métodos
Previsão a Seis Passos (h = 6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
71	347,300	343,891	374,911	413,659	359,020	450,838
72	408,700	318,623	350,846	401,610	338,562	441,516
73	321,700	330,083	337,009	395,116	374,591	404,943
74	276,200	341,223	324,848	387,589	367,950	391,380
75	284,200	355,710	364,447	381,854	377,920	373,769
76	282,900	343,508	354,948	374,233	368,592	369,140
77	296,600	346,883	360,328	376,290	392,341	370,242
78	288,100	401,900	413,623	393,749	446,244	328,459
79	287,300	330,522	346,848	383,200	360,225	305,154
80	292,900	282,175	298,089	381,253	327,742	284,049
81	301,000	283,977	279,471	387,880	347,980	311,914
82	282,700	283,018	267,521	380,105	349,969	290,200
	EQM	3.246,883	3.535,437	7.640,058	6.653,237	4.589,732

TABELA 16.28 - Série D (Revista) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h = 12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
71	347,300	337,466	434,898	360,196	357,935	476,242
72	408,700	373,986	494,321	429,515	380,186	528,416
73	321,700	363,852	474,447	430,935	387,600	538,015
74	276,200	343,247	437,864	397,287	367,175	517,885
75	284,200	333,237	405,398	378,650	369,241	484,965
76	282,900	332,492	385,717	386,616	372,432	460,736
77	296,600	343,891	398,806	420,096	395,800	467,510
78	288,100	318,623	342,086	397,692	379,879	361,917
79	287,300	330,083	356,648	411,276	414,917	372,733
80	292,900	341,223	372,253	427,484	421,950	389,252
81	301,000	355,710	404,074	441,958	438,181	404,925
82	282,700	343,508	376,844	411,039	436,436	373,814
	EQM	2.205,192	11.140,469	11.996,354	10.204,250	23.203,11

O modelo detectou transientes nos instantes

t = 24, 25, 27, 35, 38, 46, 47, 48, 50, 53, 54, 60 e 64.

Análise dos Resultados

As Tabelas 16.25, 16.26, 16.27 e 16.28 sugerem que:

a) para previsões com origem fixada (t = 70) o AES foi consideravelmente mais eficiente que os demais, em contraste com o de Regressão e o Bayesiano que se apresentam bem pior que os demais;

b) a curto prazo (h = 1), os métodos de Box & Jenkins e Holt-Winters apresentaram comportamentos bastante semelhantes (no que se refere a EQM) e consideravelmente melhores que os demais. Os piores métodos foram o AEG e o Adaptativo de Makridakis sem atualização dos pesos;

c) a médio e a longo prazo, o melhor método foi o AES, apesar da série ser sazonal, o que talvez tenha ocorrido devido a completa mudança do padrão de comportamento da série nos últimos meses que foram separados para se fazer previsão;

d) para esta série, os métodos automáticos, AEG e Holt-Winters tiveram um ótimo desempenho; todavia para previsões a curto prazo o de Box & Jenkins apresenta melhores resultados. Dado o que foi dito no ítem anterior e considerando-se que para esta série o maior interesse reside em previsões para o mês seguinte (a fim de estimar a tiragem da Revista) este método deve ser o mais indicado neste caso. Acrescente-se o fato de que a presença de parâmetros auto-regressivos no modelo ajustado, faz com que ele se adapte às mudanças bruscas de comportamento da série.

16.3.5 - Série E: Preços de Ovos

Tabela A.5 e Figura A.5 do Apêndice A.

$\ell = 36$

$m = 130$

Sumário: Tabelas 16.32, 16.33, 16.34 e 16.35.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0,99$

$S_{min} = 17.292,4824$

$$\hat{Z}_t(h) = 0,99Z_t + 0,01\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0,99Z_t + 0,001Z_{t-1} + \ldots + 0,99(0,01)^r Z_{t-r} + \ldots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$s = 12$

$\ell = 36$

$m = 130$

$(A,C,D) = (0,7;0,3;0,9)$

$S_{min} = 17.112,1239$

$$\bar{Z}_t = 0,7\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0,3(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1}) .$$

$$\hat{T}_t = 0{,}3(\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1}) + 0{,}7\hat{T}_{t-1}$$

$$\hat{F}_t = 0{,}9\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0{,}1\hat{F}_{t-12}$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$$\beta^6 = 0{,}75 \Longrightarrow \beta = 0{,}9532 \text{ (ver Tabela 16.29)}$$

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 \text{sen}\,\frac{2\pi t}{12} + a_4 \cos\frac{2\pi t}{12} + a_5 t\ \text{sen}\,\frac{2\pi t}{12} +$$

$$+ a_6 t \cos\frac{2\pi t}{12} + e_t$$

$$\hat{Z}_{130}(h) = 385{,}145 + 4{,}899h - 48{,}773\text{sen}\,\frac{2\pi h}{12} +$$

$$+ 4{,}262\cos\frac{2\pi h}{12} - 1{,}253h\ \text{sen}\,\frac{2\pi h}{12} +$$

$$+ 0{,}530h \cos\frac{2\pi h}{12}.$$

D. Regressão

$k = 25$

$$Y_t = \mu + b_6 Y_{t-6} + b_8 Y_{t-8} + b_{19} Y_{t-19} + b_{24} Y_{t-24} + b_{25} Y_{t-25} +$$

$$+ b_{26} Y_{t-26} + \varepsilon_t$$

onde

$\mu = 0{,}19859$

$b_6 = 0{,}23395$

TABELA 16.29 - Alisamento Exponencial Geral - Série E (Ovos), EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
1	1	521,881
	2	1.405,550
	3	3.022,888
2	1	***
	2	467.818,221
	3	5.106,542
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	
4	1	242,052
	2	338,727
	3	445,496
5	1	223,134
	2	328,996
	3	392,366
6	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	

*** indica EQM > 99.999.999,99

$b_8 = 0,39522$

$b_{19} = -0,54331$

$b_{24} = 0,49872$

$b_{25} = 0,52178$

$b_{26} = 0,68808$

$R^2 = 0,4962$

$$\hat{Y}_t(h) = 0,19859 + 0,23395\tilde{Y}_{t+h-6} + 0,39522\tilde{Y}_{t+h-8} +$$

$$- 0{,}54331\tilde{Y}_{t+h-19} + 0{,}49872\tilde{Y}_{t+h-24}$$

$$+ 0{,}52170\tilde{Y}_{t+h-25} + 0{,}68808\tilde{Y}_{t+h-26}.$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.30 obtemos:

$\delta = 0{,}36$

SQ. de ajustamento mínima = 134,6526

Número de pesos = 12.

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}3923Z_{t-11} + 0{,}2205Z_{t-10} + 0{,}0971Z_{t-9} +$$

$$- 0{,}0203Z_{t-8} + 0{,}0532Z_{t-7} + 0{,}0531Z_{t-6} +$$

$$- 0{,}0635Z_{t-5} + 0{,}0097Z_{t-4} + 0{,}1142Z_{t-3} +$$

$$- 0{,}0032Z_{t-2} - 0{,}0711Z_{t-1} + 0{,}4839Z_t.$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}1344Z_{t-11} + 0{,}1158Z_{t-10} + 0{,}1024Z_{t-9} +$$

$$- 0{,}1205Z_{t-8} - 0{,}1271Z_{t-7} + 0{,}2215Z_{t-6} +$$

$$+ 0{,}1271Z_{t-5} - 0{,}3453Z_{t-4} + 0{,}3348Z_{t-3} +$$

$$- 0{,}0580Z_{t-2} - 0{,}5124Z_{t-1} + 1{,}2109Z_t.$$

F. Box & Jenkins

EQM mínimo (origem $t = 120$) = 5.592,248.

Modelo: SARIMA$(1,0,0)\times(0,2,1)_{12}$. Entretanto o valor es-

TABELA 16.30 - Filtragem Adaptativa - Série E (Ovos), Soma dos Erros Quadráticos, Valor de δ

Valor de δ	SQ, L = 80
0,2	142,2331
0,3	135,4721
0,34	134,7082
0,35	134,6553
0,36	134,6526
0,37	134,6979
0,38	134,7891
0,40	135,1004

timado para ϕ_1 é maior do que um; assim a escolha recai sobre SARIMA$(3,1,7)\times(1,2,1)_{12}$ sem θ_0 e com ϕ_3 e θ_7

$$(1+0,30664B^3)(1+0,71006B^{12})(1-B)(1-B^{12})^2 Z_t =$$

$$= (1+0,25317B^7)(1-0,83244B^{12})a_t.$$

(Ver Tabela 16.31).

$$\begin{aligned}\hat{Z}_t(h) = {} & [Z_{t+h-1}] - 0,30664[Z_{t+h-3}] + 0,30664[Z_{t+h-4}] + \\ & + 1,28994[Z_{t+h-12}] - 1,28994[Z_{t+h-13}] + \\ & + 0,39555[Z_{t+h-15}] - 0,39555[Z_{t+h-16}] + \\ & + 0,42012[Z_{t+h-24}] - 0,42012[Z_{t+h-25}] + \\ & + 0,12883[Z_{t+h-27}] - 0,12883[Z_{t+h-28}] + \\ & - 0,71006[Z_{t+h-36}] + 0,71006[Z_{t+h-37}] +\end{aligned}$$

TABELA 16.31 - Série E (Ovos) - Ajustamento de Modelos SARIMA$(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}^2_a$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
SARIMA$(0,1,3)\times(0,1,1)_{12}$ sem θ_0 com θ_1 e θ_3	$\hat{\theta}_1 = -0,320304$ $\hat{\theta}_3 = 0,278197$ $\hat{\Theta}_1 = 0,803328$	(-0,495;-0,145) (0,105;0,451) (0,672;0,934)	98,950	aleatório	aleatório	$EQM_{130}(h) = 21.242,860$ $EQM(1) = 3.536,456$ $EQM(6) = 15.154,162$ $EQM(12) = 39.744,704$
SARIMA$(3,1,7)\times(1,2,1)_{12}$ sem θ_0 com ϕ_3 e θ_7	$\hat{\phi}_3 = -0,306644$ $\hat{\theta}_7 = -0,253172$ $\hat{\Phi}_1 = -0,710065$ $\hat{\Theta}_1 = 0,832441$	(-0,512;-0,102) (-0,468;-0,038) (-0,912;-0,509) (0,738;0,927)	120,2	aleatório	aleatório	$EQM_{130}(h) = 9.343,996$ $EQM(1) = 3.099,127$ $EQM(6) = 7.268,606$ $EQM(12) = 20.905,276$
SARIMA$(1,0,0)\times(0,2,1)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\phi}_1 = 1,001590$ $\hat{\Theta}_1 = 0,773710$	(0,996;1,007) (0,659;0,888)	61,28	aleatório	aleatório	$EQM_{130}(h) = 5.592,248$ $EQM(1) = 2.807,886$ $EQM(6) = 8.723,979$ $EQM(12) = 21.139,905$

$$- 0{,}21773[Z_{t+h-39}] + 0{,}21773[Z_{t+h-40}] +$$

$$+ 0{,}25317[a_{t+h-7}] - 0{,}83244[a_{t+h-12}] +$$

$$- 0{,}21075[a_{t+h-19}].$$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 24{,}03080$

$Var(\delta\rho_{i,t}) = 0{,}0005$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 26{,}00, \quad \widehat{Var(\hat{\mu}_0)} = 18{,}40;$

$\hat{\beta}_0 = 1{,}1431, \quad \widehat{Var(\hat{\beta}_0)} = 0{,}025752;$

$\hat{\rho}_{i,0} = 1{,}00, \quad i = 1,\ldots,12;$

$\widehat{Var(\hat{\rho}_{i,0})} = 1{,}00$

$P_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \quad i = 1,\ 2,\ 3 \text{ e } 4.$

Valores finais:

$\hat{\mu}_{130} = 441{,}5743, \quad \widehat{Var(\hat{\mu}_{130})} = 0{,}1892$

$\hat{\beta}_{130} = 1{,}03781, \quad \widehat{Var(\hat{\beta}_{130})} = 0{,}0000003$

$\hat{\rho}_{1,130} = 1{,}01331, \quad \hat{\rho}_{2,130} = 0{,}98576,$

$\hat{\rho}_{3,130} = 1{,}01196, \quad \hat{\rho}_{4,130} = 1{,}01755,$

$\hat{\rho}_{5,130} = 1{,}00850, \quad \hat{\rho}_{6,130} = 1{,}00720,$

$\hat{\rho}_{7,130} = 1{,}00535, \quad \rho_{8,130} = 1{,}00006,$

$\hat{\rho}_{9,130} = 0{,}98916, \quad \hat{\rho}_{10,130} = 0{,}98482,$

TABELA 16.32 - Série E (Ovos) - Resumo dos Métodos, Previsão com Origem em t = 130

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
131	432,9000	416,0703	441,1924	369,1813	419,1166	452,4900	411,3890
132	455,1000	416,0703	503,3364	353,1961	439,0135	470,6400	419,7360
133	432,3000	416,0703	544,4394	347,3119	449,5045	500,0600	421,1430
134	465,3000	416,0703	601,9842	354,9736	465,4966	504,8500	456,0140
135	620,7000	416,0703	674,4584	376,1383	486,9522	537,8600	491,8730
136	677,8000	416,0703	711,9739	407,1003	528,9313	561,2700	516,4880
137	633,6000	416,0703	689,2290	441,3088	568,1327	577,3000	512,9620
138	539,7000	416,0703	716,2724	471,0074	608,9997	598,3500	520,6730
139	613,5000	416,0703	770,5415	489,2867	619,2678	619,8200	544,2140
140	653,4000	416,0703	791,5483	492,0061	640,3193	639,8600	563,3110
141	635,7000	416,0703	750,6885	479,0524	634,2866	656,8100	557,3940
142	715,5000	416,0703	718,3340	454,5567	609,9580	678,6900	532,1370
	EQM	34.222,7582	10.745,7700	28.562,3700	5.102,5800	2.987,9984	9.343,9960

TABELA 16.33 - Série E (Ovos) - Resumo dos Métodos, Previsão a Um Passo (h = 1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						$\delta = 0$	$\delta = 0,36$	$\delta = 0$	$\delta = 0,36$	
131	432,9000	416,0703	441,1924	369,1813	419,1166	388,3508	388,3508	407,9550	407,9550	411,3890
132	455,1000	432,7317	495,1936	393,9099	452,7968	413,5832	430,3191	420,5471	429,9182	441,2470
133	432,3000	454,8763	496,7186	435,6134	465,5910	437,1663	463,9117	443,7149	462,9359	456,5080
134	465,3000	432,5258	479,0339	393,5549	448,2920	452,8076	468,6648	433,7831	442,2346	460,5740
135	620,7000	464,9723	502,7038	454,8866	486,7555	494,0562	509,2189	495,8647	513,1840	496,9110
136	677,8000	619,1427	616,6297	708,0493	662,6791	573,6617	632,3172	661,2056	720,6004	652,7380
137	633,6000	677,2134	647,4339	698,3417	720,2260	577,6183	657,4805	632,6930	679,4934	674,8470
138	539,7000	634,0361	668,9274	470,5234	675,0057	564,0747	639,2778	574,8231	607,0562	610,1010
139	613,5000	540,6434	604,1701	273,0378	547,6271	562,6816	603,6472	529,0572	537,9009	556,7870
140	653,4000	612,7714	611,8200	512,3219	639,4407	625,2102	671,7984	633,4517	670,8319	638,9400
141	635,7000	652,9937	601,1598	691,4438	665,5462	629,1184	670,5291	643,8310	675,7616	679,8390
142	715,5000	635,8729	598,3259	662,6331	621,6308	618,0840	648,0841	626,3510	644,7268	626,3720
	EQM	4.538,2480	4.775,7820	16.005,6980	4.984,2189	3.950,8260	2.898,8040	2.964,6360	2.949,5370	3.099,1270

TABELA 16.34 - Série E (Ovos) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h = 6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
131	432,9000	340,2097	336,3859	337,9349	364,7833	345,4530
132	455,1000	346,1401	366,5399	371,5773	399,4529	361,3310
133	432,3000	381,2454	422,2782	365,2674	444,3858	384,4550
134	465,3000	415,7515	527,8360	353,0080	472,7180	438,6580
135	620,7000	413,1265	632,4015	375,2702	484,8867	476,0570
136	677,8000	416,0703	711,9739	407,1003	528,9313	516,4880
137	633,6000	432,7317	670,3303	427,1645	585,1407	529,8990
138	539,7000	454,8763	611,0118	437,7353	628,8496	553,9650
139	613,5000	432,5258	513,7241	473,5870	603,4857	561,9520
140	653,4000	464,9723	484,5595	478,5776	646,4344	578,0200
141	635,7000	619,1427	645,1013	406,8347	792,5251	668,7010
142	715,5000	677,2134	712,0026	410,6288	793,5768	694,1400
	EQM	21.221,2009	5.622,6049	34.590,6576	7.473,2948	7.268,6060

TABELA 16.35 - Série E (Ovos) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h = 12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
131	432,9000	232,2633	163,1043	226,1486	292,1915	298,6130
132	455,1000	251,9016	198,2413	316,0822	354,8043	332,8610
133	432,3000	264,4730	246,3854	370,4340	402,3237	341,8170
134	465,3000	305,5847	388,9490	436,9015	471,8070	383,4190
135	620,7000	348,1698	491,3955	472,5715	495,0278	429,2160
136	677,8000	370,8707	543,2872	445,4756	521,5880	464,4110
137	633,6000	340,2097	441,6711	319,0142	480,4308	429,6440
138	539,7000	346,1401	441,1153	319,9561	544,5487	448,8130
139	613,5000	381,2454	532,7158	428,4850	610,9286	493,0170
140	653,4000	415,7515	658,4099	517,3524	652,0842	539,9280
141	635,7000	413,1265	687,7623	485,1454	630,9217	536,0870
142	715,5000	416,0703	718,3340	454,5567	609,9580	532,1370
	EQM	56.404,7706	22.483,2100	36.114,2960	8.804,1022	20.905,2760

$$\hat{\rho}_{11,130} = 0{,}98739, \qquad \hat{\rho}_{12,130} = 0{,}98974.$$

$$\widehat{\mathrm{Var}(\hat{\rho}_{130})} = 0{,}000005122.$$

O modelo não detectou nenhuma mudança de estado.

Análise dos Resultados

a) para previsões com origem fixada ($t = 130$) o método Bayesiano foi consideravelmente superior aos demais, seguido dos métodos de Regressão e de Box & Jenkins, respectivamente. A superioridade do Bayesiano deve-se ao fato de que a série analisada apresenta o comportamento adequado (crescimento exponencial sazonal) para sua aplicação;

b) para previsões a curto prazo, os métodos adaptativos mostraram-se superiores, sendo que o de Box & Jenkins teve um desempenho comparável;

c) a médio prazo o Alisamento Exponencial de Holt-Winters foi o mais adequado, sendo que o de Box & Jenkins e o Regressão Stepwise apresentaram resultados semelhantes;

d) a longo prazo o método de Regressão Stepwise tornou-se o mais adequado, comportando-se de uma maneira bem melhor que os demais. Para esta série, esse método torna-se o mais aconselhável, para previsões a longo prazo e com origem fixada, dado o seu baixo custo comparado com o método Bayesiano.

16.3.6 - Série F: Café

Tabela A.6 e Figura A.6 do Apêndice A

$\ell = 20$

$m = 102$

Sumário: Tabelas 16.39, 16.40, 16.41 e 16.42.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0{,}99$

$S_{min} = 3.246.806{,}8181$

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}99Z_t + 0{,}01\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}99Z_t + 0{,}001Z_{t-1} + \dots + 0{,}99(0{,}01)^r Z_{t-r} + \dots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$\ell = 20$

$m = 102$

$(A,C) = (0{,}9;0{,}1)$

$S_{min} = 3.660.599{,}2540$

$$\bar{Z}_t = 0{,}9Z_t + 0{,}1(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1})$$

$$\hat{T}_t = 0{,}1(\bar{Z}_t-\bar{Z}_{t-1}) + 0{,}9\hat{T}_{t-1}.$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$\beta^3 = 0{,}75 \Longrightarrow \beta = 0{,}9086$ (ver Tabela 16.36)

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 t(t-1)/2$$

$$\hat{Z}_{102}(h) = 1.868{,}024 - 19{,}775h - 1{,}890\ \frac{h(h-1)}{2}$$

TABELA 16.36 - Alisamento Exponencial Geral - Série F (Café)
EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
7	1	105.791,550
	2	215.365,559
	3	387.603,432
8	1	76.658,048
	2	120.628,471
	3	157.314,325
9	1	61.871,174
	2	85.643,227
	3	98.011,130

D. Regressão

$k = 13$

$$Y_t = \mu + b_2 Y_{t-2} + b_3 Y_{t-3} + \varepsilon_t$$

com $\mu = 16{,}89959$

$b_2 = 0{,}42171$

$b_3 = -0{,}21445$

$R^2 = 0{,}1598$

$$\hat{Y}_t(h) = 16{,}89959 + 0{,}42171\tilde{Y}_{t+h-2} - 0{,}21445\tilde{Y}_{t+h-3}.$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.37 obtemos:

$\delta = 0{,}08$

EQM mínimo de ajustamento = 40.752,1594

Número de pesos = 2.

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}0234Z_{t-1} + 1{,}0459Z_t.$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = -0{,}3616Z_{t-1} + 1{,}3542Z_t.$$

TABELA 16.37 - Filtragem Adaptativa - Série F (Café), Soma dos Erros Quadráticos por Número de Pesos e Valor de δ

2 Pesos, L = 80		5 Pesos, L = 80		8 Pesos, L = 80	
δ	SQ	δ	SQ	δ	SQ
0,05	41.556,7899	0,10	45.076,3681	0,1	46.457,3815
0,06	41.079,6682	0,11	44.872,9790	0,16	45.124,7586
0,07	40.833,1888	0,12	44.758,1813	0,17	45.085,0186
0,08	40.752,1594	0,13	44.713,7759	0,18	45.081,3930
0,09	40.793,9151	0,14	44.740,5564	0,19	45.110,9000
0,10	40.929,6001	0,15	44.817,6043	0,20	45.171,0950
0,20	44.861,2113	0,20	45.806,2308	0,21	45.259,9037

F. Box & Jenkins

EQM mínimo (origem $t = 102$) = 91.602,350

Modelo: ARIMA(1,1,0) sem θ_0

$$(1-0{,}35415B)(1-B)Z_t = a_t.$$

TABELA 16.38 - Série F (Café) - Ajustamento de Modelos ARIMA(p,d,q)

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}_a^2$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
ARIMA(0,1,1) sem θ_0	$\hat{\theta}_1 = -0,471762$	(-0,648;-0,295)	$0,2692 \times 10^5$	aleatório	aleatório	$EQM_{102}(h)$ = 92.902,694 EQM(1) = 23.922,300 EQM(6) = 148.662,637 EQM(12) = 138.652,859
ARIMA(1,1,0) sem θ_0	$\hat{\phi}_1 = 0,354154$	(0,167;0,541)	$0,2822 \times 10^5$	aleatório	aleatório	$EQM_{102}(h)$ = 91.602,350 EQM(1) = 22.747,18 EQM(6) = 149.490,261 EQM(12) = 145.136,844

(Ver Tabela 16.38).

$$\hat{Z}_t(h) = 1,35415[Z_{t+h-1}] - 0,35415[Z_{t+h-2}].$$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 85,13$

Parâmetros iniciais:

$$\hat{\mu}_0 = 120,00, \qquad \widehat{Var}(\hat{\mu}_0) = 80,24;$$

$$\hat{\beta}_0 = 1,03, \qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_0) = 0,0019;$$

$$P_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \qquad i = 1,\ 2,\ 3 \text{ e } 4.$$

Valores finais:

$$\hat{\mu}_{102} = 1.908,7708, \qquad \widehat{Var}(\hat{\mu}_{102}) = 7.428,6069$$

$$\hat{\beta}_{102} = 0,99528, \qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_{102}) = 0,000095.$$

O modelo detectou transientes nos instantes

$$t = 32,\ 68,\ 77,\ 87,\ 91 \text{ e } 92.$$

Análise dos Resultados.

As Tabelas 16.39, 16.40, 16.41 e 16.42 sugerem que:

a) o melhor método de previsão, para origem t fixada (t = 102) é o de Regressão Stepwise que apresenta um EQM pelo menos 25% menor que os demais; em seguida vem os métodos Bayesiano e o de Box & Jenkins;

TABELA 16.39 - Série F (Café) - Resumo dos Métodos, Previsão com Origem em t = 102

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
103	1.859,90	1.954,80	1.940,92	1.848,24	1.957,15	1.961,32	2.005,96
104	1.878,20	1.954,80	1.940,62	1.826,58	2.044,49	1.955,37	2.023,58
105	2.013,50	1.954,80	1.940,31	1.803,02	2.031,67	1.952,78	2.029,82
106	1.947,00	1.954,80	1.940,01	1.777,58	2.085,20	1.951,71	2.032,03
107	1.939,90	1.954,80	1.939,71	1.750,25	2.077,95	1.952,44	2.032,81
108	1.843,40	1.954,80	1.939,41	1.721,02	2.120,18	1.955,24	2.033,09
109	1.907,80	1.954,80	1.939,10	1.689,91	2.122,55	1.960,40	2.033,19
110	1.970,50	1.954,80	1.938,80	1.656,90	2.158,80	1.968,21	2.033,23
111	2.045,20	1.954,80	1.938,50	1.622,01	2.167,65	1.979,00	2.033,24
112	2.211,80	1.954,80	1.938,19	1.585,23	2.199,33	1.993,09	2.033,24
113	2.452,00	1.954,80	1.937,89	1.546,55	2.212,18	2.010,83	2.033,24
114	2.915,40	1.954,80	1.937,59	1.505,99	2.240,55	2.032,61	2.033,24
	EQM	106.470,74	111.144,79	304.210,54	63.488,69	88.461,61	91.602,34

TABELA 16.40 - Série F (Café) - Resumo dos Métodos,
Previsão a Um Passo (h = 1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						$\delta = 0$	$\delta = 0,08$	$\delta = 0$	$\delta = 0,08$	
103	1.859,90	1.954,80	1.940,92	1.848,24	1.957,15	2.003,50	2.003,50	1.992,52	1.992,52	2.005,96
104	1.878,20	1.860,84	1.860,40	1.804,76	1.947,24	1.899,49	1.887,89	1.811,31	1.800,60	1.825,79
105	2.013,50	1.878,02	1.870,42	1.802,74	1.824,35	1.920,88	1.908,75	1.870,91	1.866,49	1.884,68
106	1.947,00	2.012,14	2.006,07	1.916,43	2.058,76	2.061,96	2.058,05	2.047,52	2.055,14	2.061,42
107	1.939,90	1.947,65	1.954,47	1.907,72	2.017,03	1.989,25	1.976,25	1.908,54	1.907,53	1.923,45
108	1.843,40	1.939,97	1.941,61	1.897,75	1.899,74	1.983,38	1.967,76	1.922,97	1.924,51	1.937,39
109	1.907,80	1.844,36	1.844,63	1.812,54	1.871,56	1.882,61	1.857,75	1.794,86	1.790,06	1.809,22
110	1.970,50	1.907,16	1.898,58	1.832,17	1.885,52	1.952,23	1.931,51	1.916,96	1.921,50	1.930,61
111	2.045,20	1.969,86	1.966,88	1.894,16	2.035,25	2.016,30	1.998,10	1.978,59	1.987,33	1.992,71
112	2.211,80	2.044,44	2.047,98	1.983,07	2.074,73	2.092,96	2.078,02	2.057,07	2.070,92	2.071,66
113	2.452,00	2.210,12	2.220,78	2.159,11	2.246,75	2.265,46	2.260,96	2.255,67	2.282,28	2.270,80
114	2.915,40	2.449,58	2.475,05	2.430,86	2.523,13	2.512,79	2.524,60	2.520,71	2.564,73	2.537,07
EQM		29.874,89	27.516,35	39.896,64	24.585,99	23.142,92	22.846,89	24.844,39	21.314,52	22.747,18

TABELA 16.41 - Série F (Café) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h = 6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
103	1.859,90	2.097,71	2.180,70	2.110,28	2.139,16	2.102,62
104	1.878,20	1.969,89	1.988,39	1.957,26	2.046,93	1.897,89
105	2.013,50	1.896,93	1.863,12	1.795,85	1.965,13	1.856,58
106	1.947,00	1.868,19	1.812,82	1.691,58	1.998,78	1.852,41
107	1.939,90	1.816,22	1.737,58	1.584,19	1.933,44	1.787,13
108	1.843,40	1.954,80	1.939,41	1.721,02	2.120,18	2.033,09
109	1.907,80	1.860,84	1.822,43	1.657,23	1.993,66	1.807,20
110	1.970,50	1.878,02	1.840,45	1.657,17	1.949,55	1.888,72
111	2.045,20	2.012,14	2.040,48	1.830,58	2.208,21	2.087,55
112	2.211,80	1.947,65	1.962,30	1.817,24	2.071,15	1.910,61
113	2.452,00	1.939,97	1.942,88	1.802,55	2.010,61	1.936,01
114	2.915,40	1.844,36	1.801,71	1.675,77	1.949,67	1.790,59
	EQM	133.614,05	149.315,84	220.348,55	114.144,26	149.490,26

TABELA 16.42 - Série F (Café) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h = 12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
103	1.859,90	2.162,70	2.533,07	3.641,13	2.383,18	1.930,17
104	1.878,20	1.910,94	1.900,89	2.488,98	2.102,72	1.771,26
105	2.013,50	1.802,29	1.626,09	1.781,27	2.070,48	1.742,42
106	1.947,00	1.741,81	1.495,57	1.367,63	2.014,68	1.708,30
107	1.939,90	2.072,16	2.166,54	1.814,23	2.433,24	2.258,81
108	1.843,40	2.088,83	2.252,17	2.004,07	2.441,14	2.096,40
109	1.907,80	2.097,71	2.263,47	2.075,80	2.265,07	2.102,62
110	1.970,50	1.969,89	1.993,87	1.844,79	2.181,19	1.897,89
111	2.045,20	1.896,93	1.821,29	1.605,43	2.092,05	1.856,50
112	2.211,80	1.868,19	1.754,74	1.453,62	2.126,73	1.852,38
113	2.452,00	1.816,22	1.654,91	1.299,85	2.063,58	1.787,08
114	2.915,40	1.954,80	1.937,59	1.505,99	2.240,55	2.033,24
	EQM	146.690,17	250.296,10	675.265,51	143.376,02	145.136,84

b) com exceção de previsão a um passo o método de regressão foi sempre o mais eficiente e o AEG foi o que apresentou o maior EQM em todas as situações;

c) para previsões a um passo, os métodos adaptativos se comportaram bastante bem, sendo que o procedimento de Silva com atualização dos pesos foi o mais adequado;

d) a médio prazo o AES e o método Holt-Winters mostraram-se melhores que o método de Box & Jenkins;

e) o método de Box & Jenkins teve um desempenho apenas regular, comparado com aqueles apresentados para as séries anteriores.

16.3.7 - Série G: Energia

Tabela A.7 e Figura A.7 do Apêndice A

$\ell = 36$

$m = 129$

Sumário: Tabelas 16.46, 16.47, 16.48 e 16.49.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0,90$

$S_{min} = 2.375.888.093,7216$

$$\hat{Z}_t(h) = 0,90Z_t + 0,10\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0,90Z_t + 0,09Z_{t-1} + \ldots + 0,90(0,1)^r Z_{t-r} + \ldots.$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$s = 12$

$\ell = 36$

$m = 129$

$(A,C,D) = (0,5;0,2;0,6)$

$S_{min} = 2.117.960.064,4032$

$$\bar{Z}_t = 0,5\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0,5(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1})$$

$$\hat{T}_t = 0,2(\bar{Z}_t-\bar{Z}_{t-1}) + 0,8\hat{T}_{t-1}$$

$$\hat{F}_t = 0,6\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0,4\hat{F}_{t-12}$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$\beta^4 = 0,75 \Longrightarrow \beta = 0,9306$ (ver Tabela 16.43)

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 \text{sen}\, \frac{2\pi t}{12} + a_4 \cos\, \frac{2\pi t}{12}$$

$$\hat{Z}_{129}(h) = 155.777,180 + 2.377,502h - 9.002,688\text{sen}\, \frac{2\pi h}{12} + $$
$$+ 8.416,166\cos\, \frac{2\pi h}{12}$$

D. Regressão

$k = 25$

$$Y_t = \mu + b_8 Y_{t-8} + b_{12} Y_{t-12} + b_{13} Y_{t-13} + \varepsilon_t$$

TABELA 16.43 - Alisamento Exponencial Geral - Série G (Energia), EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
1	1	56.262.742,574
	2	***
	3	***
2	1	***
	2	***
	3	***
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	
4	1	27.792.431,916
	2	45.457.019,567
	3	64.898.195,509
5	1	32.819.178,232
	2	37.371.375,308
	3	44.125.387,500
6	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	

*** indica EQM > 99.999.999,99

onde

$\mu = 1.083,60883$

$b_8 = 0,29666$

$b_{12} = -0,26177$

$b_{13} = 0,35931$

$R^2 = 0,2251$

$$\hat{Y}_t(h) = 1.083,60883 + 0,29666\tilde{Y}_{t+h-8} - 0,26177\tilde{Y}_{t+h-12} + $$
$$+ 0,35931\tilde{Y}_{t+h-13}.$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.44 obtemos

$\delta = 0{,}01$

SQ mínimo de ajustamento = 1.733.133,2940

Número de pesos = 12.

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}3759Z_{t-11} + 0{,}0284Z_{t-10} + 0{,}0106Z_{t-9} + \\ + 0{,}0263Z_{t-8} + 0{,}4347Z_{t-7} - 0{,}0104Z_{t-6} + \\ - 0{,}0072Z_{t-5} + 0{,}0263Z_{t-4} + 0{,}2545Z_{t-3} + \\ - 0{,}0103Z_{t-2} - 0{,}0194Z_{t-1} - 0{,}0190Z_t.$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}3241Z_{t-11} - 0{,}4714Z_{t-10} + 0{,}0266Z_{t-9} + \\ + 0{,}0308Z_{t-8} - 0{,}2409Z_{t-7} + 0{,}2497Z_{t-6} + \\ - 0{,}0964Z_{t-5} + 0{,}0506Z_{t-4} + 0{,}1480Z_{t-3} + \\ + 0{,}0473Z_{t-2} + 0{,}2244Z_{t-1} + 0{,}7291Z_t.$$

TABELA 16.44 - Filtragem Adaptativa - Série G (Energia), Soma dos Erros Quadráticos por Valor de δ (k=12)

Valor de δ	SQ, L = 80
0,01	1.733.133,2940
0,02	1.752.838,0918
0,03	1.774.744,9822
0,04	1.796.126,9152
0,10	1.908.112,9170
0,20	2.055.111,0722

TABELA 16.45 - Série G (Energia) - Ajustamento de Modelos $SARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}_a^2$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
$SARIMA(0,1,0)\times(0,1,1)_{12}$ com θ_0	$\hat{\theta}_0 = 324,076$ $\hat{\Theta}_1 = 0,760680$	(40,390;607,800) (0,623;0,898)	$0,1659\times10^8$	aleatório	aleatório	$EQM_{129}(h)$ = 772.440.270,00 EQM(1) = 1.223.326,00 EQM(6) = 1.566.336.452,00 EQM(12) = 2.214.052.119,00
$SARIMA(1,2,1)\times(0,0,1)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\phi}_1 = -0,218840$ $\hat{\theta}_1 = 0,913347$ $\hat{\Theta}_1 = -0,349432$	(-0,419;-0,019) (0,806;1,020) (-0,553;-0,146)	$0,1673\times10^8$	aleatório	aleatório	$EQM_{129}(h)$ = 572.427.329,80 EQM(1) = 1.009.325.768,00 EQM(6) = 1.700.936.373,00 EQM(12) = 1.833.679,264,00

F. Box & Jenkins

EQM mínimo (com origem em $t = 129$) = 572.427.329,80

Modelo: SARIMA$(1,2,1)\times(0,0,1)_{12}$ sem θ_0

$$(1+0,21884B)(1-B)^2 Z_t = (1-0,91335B)(1+0,34943B^{12})a_t$$

(ver Tabela 16.45)

$$\begin{aligned}\hat{Z}_t(h) = {} & 1,78116[Z_{t+h-1}] - 0,56232[Z_{t+h-2}] + \\ & - 0,21884[Z_{t+h-3}] - 0,91335[a_{t+h-1}] + \\ & + 0,34943[a_{t+h-12}] - 0,31915[a_{t+h-13}].\end{aligned}$$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 3.455.765,00$

$\mathrm{Var}(\delta\rho_{i,t}) = 0,0005$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 10.000,00$, $\widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\mu}_0) = 2.778.182,00$;

$\hat{\beta}_0 = 1,1153$, $\widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}_0) = 0,006857$;

$\hat{\rho}_{i,0} = 1,00$, $i = 1,\ldots,12$;

$\widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\rho}_{i,0}) = 1,00$

$p_0^{(i)} = \pi^{(i)}$, $i = 1, 2, 3,$ e 4.

Valores finais:

$\hat{\mu}_{129} = 134.563,6172$, $\widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\mu}_{129}) = 4.959.616,3750$;

TABELA 16.46 - Série G (Energia) - Resumo dos Métodos, Previsão com Origem em t = 129

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
130	175.231,00	167.198,30	168.674,83	160.941,95	172.525,40	140.363,00	173.536,00
131	174.530,00	167.198,30	177.033,27	156.943,71	171.324,83	147.258,63	182.065,00
132	173.720,00	167.198,30	171.873,05	153.907,00	185.081,80	153.890,05	181.825,00
133	179.821,00	167.198,30	181.564,01	153.282,55	182.244,23	159.017,47	186.205,00
134	185.780,00	167.198,30	190.903,24	155.874,73	184.516,66	166.748,04	192.430,00
135	270.327,00	167.198,30	182.500,80	161.626,03	188.712,03	175.010,70	196.654,00
136	196.949,00	167.198,30	205.752,84	169.632,43	188.958,93	185.140,11	205.418,00
137	202.968,00	167.198,30	202.454,96	178.385,67	199.006,06	192.780,94	210.157,00
138	213.178,00	167.198,30	210.849,99	186.177,39	198.863,95	201.318,92	217.999,00
139	210.912,00	167.198,30	209.048,91	191.556,84	203.302,21	209.815,70	221.927,00
140	213.598,00	167.198,30	227.041,66	193.719,66	204.495,39	220.938,82	230.113,00
141	210.297,00	167.198,30	236.860,25	192.723,37	207.651,14	231.917,43	236.572,00
EQM		1.791.748.804,00	730.698.911,10	1.456.554.254,00	603.946.213,60	1.094.943.977,00	572.427.329,80

TABELA 16.47 - Série G (Energia) - Resumo dos Métodos, Previsão a Um Passo (h = 1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						δ = 0	δ = 0,01	δ = 0	δ = 0,01	
130	175.231,00	167.198,29	168.674,83	160.941,95	172.525,40	129.701,39	129.701,39	165.609,78	165.609,78	173.536,00
131	174.530,00	174.427,73	181.029,85	167.364,30	174.030,43	133.261,33	133.736,20	188.139,04	188.239,39	183.536,00
132	173.720,00	174.519,77	172.590,63	165.362,57	188.286,97	140.430,29	141.342,80	183.000,50	182.962,69	175.677,00
133	179.821,00	173.799,98	183.009,10	163.676,40	170.882,43	144.081,40	145.361,82	184.167,87	184.032,94	177.422,00
134	185.780,00	179.218,90	190.559,74	173.271,95	182.093,42	153.370,13	155.055,65	189.706,81	189.523,25	185.074,00
135	270.327,00	185.123,89	179.340,02	186.922,70	189.975,37	152.980,45	155.043,78	189.961,24	189.732,54	189.528,00
136	196.949,00	261.806,69	261.456,42	280.827,01	270.573,90	164.010,86	167.506,79	256.937,22	257.562,84	267.981,00
137	202.968,00	203.434,77	227.631,80	212.766,06	206.996,14	169.944,47	173.836,80	218.996,02	219.026,57	219.977,00
138	213.178,00	203.014,68	224.137,24	183.719,69	203.628,54	179.285,36	183.586,35	214.425,32	214.293,46	209.369,00
139	210.912,00	212.161,67	215.784,33	191.940,16	217.764,46	201.641,19	206.372,72	225.350,77	225.205,80	215.756,00
140	213.598,00	211.036,97	230.222,81	205.382,29	207.783,74	190.365,18	195.270,22	221.491,04	221.198,47	219.202,00
141	210.297,00	213.341,90	228.547,64	224.232,80	219.405,46	195.421,52	200.617,41	212.082,65	211.706,35	219.524,00
EQM		977.622.339,20	1.160.080.984,80	1.359.974.791,70	1.038.450.720,00	2.096.113.441,80	1.937.362.298,60	915.656.546,30	924.198.930,20	1.009.325.768,00

TABELA 16.48 - Série G (Energia) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h = 6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
130	175.231,00	132.484,15	153.963,10	133.197,58	151.263,42	152.602,00
131	174.530,00	134.448,72	166.288,65	135.057,85	141.809,07	161.727,00
132	173.720,00	143.728,87	168.035,45	139.050,40	164.445,86	170.192,00
133	179.821,00	144.367,09	178.792,17	143.632,33	156.925,60	171.274,00
134	185.780,00	157.687,91	189.571,31	152.420,95	178.196,69	186.550,00
135	270.327,00	167.198,29	182.500,80	161.626,03	188.712,03	196.654,00
136	196.949,00	174.427,73	213.094,47	171.121,02	191.664,53	207.554,00
137	202.968,00	174.519,77	203.264,11	180.167,13	202.211,23	201.068,00
138	213.178,00	173.799,98	212.971,41	189.472,32	188.304,19	205.925,00
139	210,912,00	179.218,90	207.805,88	198.917,66	201.829,82	212.217,00
140	213.598,00	185.123,89	220.210,16	206.194,08	202.388,14	220.803,00
141	210.297,00	261.806,69	340.226,35	222.848,31	288.547,23	328.615,00
	EQM	2.029.213.348,00	2.123.103.580,40	1.739.194.042,30	1.329.356.128,00	1.700.936.373,00

TABELA 16.49 - Série G (Energia) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h = 12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
130	175.231,00	107.159,65	136.379,61	125.585,56	127.233,73	139.482,00
131	174.530,00	119.084,07	166.208,57	138.907,59	147.959,66	164.729,00
132	173.720,00	110.571,81	148.606,35	124.398,51	135.381,10	141.639,00
133	179.821,00	110.305,58	139.371,33	116.876,33	134.574,60	137.121,00
134	185.780,00	117.289,06	147.507,32	125.853,88	144.883,29	148.535,00
135	270.327,00	116.582,51	151.159,93	130.199,41	141.880,29	149.888,00
136	196.949,00	132.484,15	180.557,06	155.452,90	163.264,26	175.610,00
137	202.968,00	134.448,72	185.449,10	162.682,12	160.734,16	181.823,00
138	213.178,00	143.728,87	204.243,64	171.855,67	172.106,15	201.730,00
139	210.912,00	144.367,09	204.646,51	168.296,08	170.472,54	201.514,00
140	213.598,00	157.687,91	224.884,82	180.534,34	196.300,54	222.122,00
141	210.297,00	167.198,29	236.860,25	192.723,37	207.651,14	236.572,00
	EQM	5.661.823.316,70	1.753.235.224,10	3.468.809.581,80	2.603.728.339,00	1.833.679.264,00

$$\hat{\beta}_{129} = 1{,}0457071, \qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_{129}) = 0{,}0000761;$$

$$\hat{\rho}_{1,129} = 0{,}98868, \qquad \hat{\rho}_{2,129} = 0{,}99156,$$

$$\hat{\rho}_{3,129} = 0{,}99534, \qquad \hat{\rho}_{4,129} = 1{,}00707,$$

$$\hat{\rho}_{5,129} = 1{,}00294, \qquad \hat{\rho}_{6,129} = 1{,}00172,$$

$$\hat{\rho}_{7,129} = 0{,}99850, \qquad \hat{\rho}_{8,129} = 1{,}00562,$$

$$\hat{\rho}_{9,129} = 1{,}00985, \qquad \hat{\rho}_{10,129} = 0{,}99768,$$

$$\hat{\rho}_{11,129} = 1{,}00089, \qquad \hat{\rho}_{12,129} = 1{,}00038$$

$$\widehat{Var}(\hat{\rho}_{129}) = 0{,}000009631.$$

O modelo não detectou nenhuma mudança de estado.

Análise dos Resultados

As tabelas 16.46, 16.47, 16.48 e 16.49 sugerem que:

a) o melhor método de previsão varia de acordo com a distância da previsão à sua origem. Se for a curto prazo o método mais adequado é o adaptativo de Silva, sem atualização dos pesos, vindo logo em seguida aquele sem atualização; a médio prazo o menor EQM foi o de Regressão e a longo prazo o alisamento de Holt-Winters;

b) para previsões com origem fixada ($t = 129$), o método mais adequado foi o de Box & Jenkins, aparecendo como segundo colocado a Regressão Stepwise;

c) o método menos adequado, também varia de acordo com o tipo de previsão: a curto prazo, os adaptativos de Makridakis foram os piores; a médio prazo, o método de

Holt-Winters; a longo prazo e com origem fixada, o AES;

d) o método Bayesiano apresentou um comportamento que deixa muito a desejar, uma vez que teve um EQM bem maior que a Regressão Stepwise e o alisamento de Holt-Winters, que são métodos simples e de custos bastante inferiores;

e) com exceção da previsão a um passo, podemos dizer que o comportamento do método de Box & Jenkins foi bastante regular.

16.3.8 - Série H: Índice de Custo de Vida (ICV)

Tabela A.8 e Figura A.8 do Apêndice A

$\ell = 20$

$m = 114$

Sumário: Tabelas 16.53, 16.54, 16.55 e 16.56.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0,99$

$S_{min} = 10.136,3824$

$$\hat{Z}_t(h) = 0,99Z_t + 0,01\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0,99Z_t + 0,001Z_{t-1} + \ldots + 0,99(0,01)^r Z_{t-r} + \ldots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$\ell = 20$

$m = 114$

$(A,C) = (0,9;0,3)$

$S_{min} = 1.628,2691$

$$\bar{Z}_t = 0,9Z_t + 0,1(\bar{Z}_{t-1} + \hat{T}_{t-1})$$

$$\hat{T}_t = 0,3(\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1}) + 0,7\hat{T}_{t-1}$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$\beta^3 = 0,75 \Longrightarrow \beta = 0,9086$ (ver Tabela 16.50)

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 t \frac{(t-1)}{2}$$

$$\hat{Z}_{114}(h) = 817,419 + 22,505h + 0,387h \frac{(h-1)}{2}.$$

TABELA 16.50 - Alisamento Exponencial Geral - Série H (ICV), Erro Quadrático Médio por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
7	1	1.194,713
	2	5.260,598
	3	13.644,838
8	1	62,971
	2	564,258
	3	1.579,380
9	1	44,284
	2	693,699
	3	1.831,859

D. Regressão

$k = 13$

$$Y_t = \mu + b_9 Y_{t-9} + b_{14} Y_{t-14} + \varepsilon_t$$

onde $\mu = -0,27003$

$b_9 = 0,62101$

$b_{14} = 0,89471$

$R^2 = 0,7965$

$$\hat{Y}_t(h) = -0,27003 + 0,62101 \tilde{Y}_{t+h-9} + 0,89471 \tilde{Y}_{t+h-14}.$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.51 obtemos:

$\delta = 0,99$

SQ mínimo de ajustamento = 14,6820

Número de pesos = 8

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0,1994 Z_{t-7} + 0,1862 Z_{t-6} + 0,1713 Z_{t-5} + 0,1507 Z_{t-4} + 0,1319 Z_{t-3} + 0,1135 Z_{t-2} + 0,1118 Z_{t-1} + 0,1167 Z_t$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = -0,2100 Z_{t-7} + 0,3437 Z_{t-6} - 0,2713 Z_{t-5} + 0,3749 Z_{t-4} - 0,3620 Z_{t-3} - 0,0006 Z_{t-2} + 0,0382 Z_{t-1} + 1,1078 Z_t.$$

TABELA 16.51 - Filtragem Adaptativa - Série H (ICV), Somas dos Erros Quadráticos por Número de Pesos e por Valor de δ

2 Pesos, L = 80		5 Pesos, L = 80		8 Pesos, L = 80	
δ	SQ	δ	SQ	δ	SQ
0,13	15,6210	0,80	16,6927	0,80	15,3950
0,14	15,6090	0,90	16,0152	0,90	14,8904
0,15	15,6068	0,96	15,7495	0,96	14,7378
0,16	15,6117	0,97	15,7154	0,97	14,7163
0,17	15,6218	0,98	15,6841	0,98	14,6977
0,2	15,6713	0,99	15,6558	0,99	14,6820

F. Box & Jenkins

De acordo com a Tabela 16.52, temos:

EQM mínimo (com origem em $t = 114$) = 19.079,74

Modelo: ARIMA(3,1,8), com θ_8 e sem θ_0

$$(1-0{,}35121B-0{,}30922B^2-0{,}40269B^3)(1-B)Z_t =$$

$$= (1+0{,}30716B^8)a_t.$$

$$\hat{Z}_t(h) = 1{,}35121[Z_{t+h-1}] - 0{,}04199[Z_{t+h-2}] +$$

$$+ 0{,}09347[Z_{t+h-3}] - 0{,}40269[Z_{t+h-4}] +$$

$$+ 0{,}30716[a_{t+h-8}].$$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 9{,}56.$

TABELA 16.52 - Série H (ICV) - Ajustamento de Modelos ARIMA(p,d,q)

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}^2_a$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
ARIMA(0,2,1) com θ_0	$\hat{\theta}_0 = 0,208897$ $\hat{\theta}_1 = 0,785176$	(0,051;0,367) (0,656;0,915)	14,02	aleatório	aleatório	$EQM_{114}(h) = 24.973,10$ $EQM(1) = 374,58$ $EQM(6) = 7.990,07$ $EQM(12) = 37.979,32$
ARIMA (3,1,8) sem θ_0 com θ_8	$\hat{\phi}_1 = 0,351209$ $\hat{\phi}_2 = 0,309216$ $\hat{\phi}_3 = 0,402687$ $\hat{\theta}_8 = -0,307163$	(0,116;0,492) (0,111;0,508) (0,207;0,599) (-0,552;-0,062)	14,42	aleatório	aleatório	$EQM_{114}(h) = 19.079,74$ $EQM(1) = 273,06$ $EQM(6) = 3.799,32$ $EQM(12) = 32.834,70$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 71{,}00, \qquad \widehat{Var}(\hat{\mu}_0) = 9{,}31;$

$\hat{\beta}_0 = 1{,}0133, \qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_0) = 0{,}0000211;$

$p_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \qquad i = 1,2,3$ e 4.

Valores finais:

$\hat{\mu}_{114} = 766{,}85003, \qquad \widehat{Var}(\hat{\mu}_{114}) = 262{,}91058$

$\hat{\beta}_{114} = 1{,}03120, \qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_{114}) = 0{,}0000161.$

O modelo não detectou nenhuma mudança de estado.

Análise dos Resultados

As Tabelas 16.53, 16.54, 16.55 e 16.56 sugerem que:

a) os métodos de Regressão e de Box & Jenkins foram os que se comportaram de maneira mais regular; o primeiro foi o melhor para previsões com origem fixa (t = 114) e para previsões a longo prazo, enquanto que o de Box & Jenkins obteve a segunda colocação para previsões a curto e a médio prazo;

b) o método Bayesiano forneceu resultados satisfatórios sendo somente superado pelo método de Regressão;

c) o método AES como era de se esperar (a série apresenta tendência exponencial) foi o pior em quase todos os casos;

d) para previsões a curto prazo, o método adaptativo de Makridakis com atualização foi o mais eficiente, en-

TABELA 16.53 - Série H (ICV) - Resumo dos Métodos, Previsão com origem em t = 114

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
115	812,00	777,67	801,14	839,92	805,48	798,88	802,04
116	840,00	777,67	825,26	862,81	836,48	824,12	824,23
117	894,00	777,67	849,37	886,09	862,00	850,58	854,37
118	936,00	777,67	873,48	909,76	891,78	878,05	877,91
119	980,00	777,67	897,59	933,81	914,85	906,62	909,95
120	1.049,00	777,67	921,71	958,26	953,75	936,38	939,04
121	1.096,00	777,67	945,82	983,09	982,38	967,42	964,75
122	1.113,00	777,67	969,93	1.008,30	1.004,24	999,86	996,06
123	1.182,00	777,67	994,05	1.033,91	1.043,94	1.033,81	1.025,23
124	1.237,00	777,67	1.018,16	1.059,90	1.076,47	1.069,40	1.054,13
125	1.309,00	777,67	1.042,27	1.086,27	1.127,90	1.106,78	1.084,54
126	1.374,00	777,67	1.066,39	1.113,04	1.163,21	1.146,09	1.114,45
	EQM	115.365,83	26.769,82	17.261,06	13.595,80	16.328,33	19.079,74

TABELA 16.54 - Série H (ICV) - Resumo dos Métodos, Previsão a um Passo (h=1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						δ=0	δ=0,99	δ=0	δ=0,99	
115	812,00	777,67	801,14	839,92	805,48	802,75	802,75	793,16	793,16	802,03
116	840,00	811,65	837,95	876,69	842,99	830,44	839,92	840,83	860,14	837,21
117	894,00	839,71	867,39	910,53	865,52	861,18	871,09	865,41	864,75	874,98
118	936,00	893,45	926,11	964,48	923,77	895,30	929,23	924,61	954,07	930,59
119	980,00	935,57	972,45	1.016,43	960,43	933,74	976,15	968,66	980,72	983,36
120	1.049,00	979,55	1.018,72	1.068,70	1.018,26	971,58	1.019,78	1.013,02	1.024,85	1.028,04
121	1.096,00	1.048,30	1.093,62	1.141,43	1.083,62	1.015,43	1.096,28	1.080,68	1.118,14	1.097,96
122	1.113,00	1.095,52	1.114,05	1.203,78	1.120,42	1.064,81	1.149,41	1.137,77	1.154,08	1.150,94
123	1.182,00	1.112,82	1.156,01	1.236,22	1.157,09	1.113,26	1.163,99	1.146,01	1.120,57	1.163,54
124	1.237,00	1.181,30	1.226,32	1.299,17	1.224,27	1.167,11	1.238,94	1.215,87	1.252,92	1.228,00
125	1.309,00	1.236,44	1.285,74	1.362,84	1.290,72	1.225,89	1.299,20	1.279,44	1.301,24	1.287,73
126	1.374,00	1.308,27	1.362,76	1.440,44	1.358,20	1.285,99	1.373,06	1.360,31	1.391,24	1.377,32
	EQM	2.798,77	360,62	2.446,12	326,02	3.676,22	272,95	531,34	756,80	273,06

TABELA 16.55 - Série H (ICV) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h=6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
115	812,00	652,74	755,02	792,03	784,19	772,78
116	840,00	666,85	766,73	810,84	808,08	764,80
117	894,00	706,59	841,77	858,48	857,84	865,43
118	936,00	730,75	873,37	897,27	880,41	890,08
119	980,00	745,84	875,89	920,55	896,13	892,99
120	1.049,00	777,67	921,71	958,26	953,75	939,04
121	1.096,00	811,65	973,17	1.003,79	990,26	1.002,34
122	1.113,00	839,71	1.005,36	1.044,31	1.008,50	1.048,99
123	1.182,00	893,45	1.100,01	1.114,34	1.082,95	1.159,40
124	1.237,00	935,57	1.159,69	1.180,28	1.133,55	1.226,28
125	1.309,00	979,55	1.216,14	1.245,73	1.208,35	1.270,09
126	1.374,00	1.048,30	1.331,91	1.340,74	1.296,30	1.402,32
	EQM	67.107,16	7.672,27	3.491,66	6.755,67	3.799,32

TABELA 16.56 - Série H (ICV) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h=12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
115	812,00	557,76	774,01	780,82	784,24	870,66
116	840,00	571,85	778,76	808,19	816,53	840,53
117	894,00	585,85	781,37	828,45	843,97	812,02
118	936,00	601,83	795,12	848,97	870,21	798,47
119	980,00	616,84	806,45	867,48	887,31	815,57
120	1.049,00	627,88	801,97	877,64	908,44	806,26
121	1.096,00	652,74	858,05	909,73	954,81	897,88
122	1.113,00	666,85	866,25	930,12	967,71	865,46
123	1.182,00	706,59	978,87	992,42	1.033,05	1.048,60
124	1.237,00	730,75	1.016,09	1.041,10	1.059,76	1.078,71
125	1.309,00	745,84	1.004,93	1.066,64	1.100,40	1.047,78
126	1.374,00	777,67	1.066,39	1.113,04	1.163,21	1.114,45
	EQM	183.575,64	43.624,72	27.097,32	18.256,10	32.834,77

quanto que os demais adaptativos se comportaram de forma bastante ruim;

e) com exceção de previsão a um passo, o AEG (utilizando uma função quadrática) forneceu bom resultado.

16.3.9 - Série I: Importações

Tabela A.9 e Figura A.9 do Apêndice A

$\ell = 36$

$m = 138$

Sumário: Tabelas 16.59, 16.60, 16.61 e 16.62.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0{,}55$

$S_{min} = 903.761{,}2843$

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}55Z_t + 0{,}45\hat{Z}_{t-1}(h+1 \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0{,}55Z_t + 0{,}25Z_{t-1} + \ldots + 0{,}55(0{,}45)^r Z_{t-r} + \ldots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$s = 12$

$\ell = 36$

$(A,C,D) = (0{,}4;0{,}1;0{,}4)$

$S_{min} = 937.200{,}0322$

$$\bar{Z}_t = 0{,}4\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0{,}6(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1})$$

TABELA 16.57 - Alisamento Exponencial Geral - Série I (Importações), EQM Médio por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
1	1	11.679,084
	2	22.390,601
	3	46.874,830
2	1	***
	2	15.049.490,888
	3	158.537,631
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	
4	1	10.700,734
	2	10.363,490
	3	12.551,812
5	1	15.179,336
	2	11.327,125
	3	11.402,451
6	1	39.905,960
	2	30.835,242
	3	Há problemas de precisão na inversão de matrizes

*** indica EQM > 99.999.999,999.

$$\hat{T}_t = 0,1(\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1}) + 0,9\hat{T}_{t-1}$$

$$\hat{F}_t = 0,4\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0,6\hat{F}_{t-12}$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$\beta^4 = 0,90 \Longrightarrow \beta = 0,9740$ (ver Tabela 16.57).

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 \text{sen}\,\frac{2\pi t}{12} + a_4 \cos\,\frac{2\pi t}{12} + e_t$$

$$\hat{Z}_{138}(h) = 1.297{,}808 + 8{,}345h - 36{,}346\text{sen}\,\frac{2\pi h}{12} + \\ + 63{,}439\cos\,\frac{2\pi h}{12}.$$

D. Regressão

$k = 25$

$$Y_t = \mu + b_2 Y_{t-2} + b_{19} Y_{t-19} + \varepsilon_t$$

onde $\mu = 18{,}06866$

$b_2 = 0{,}46506$

$b_{19} = -0{,}34150$

$R^2 = 0{,}2995$

$$\hat{Y}_t(h) = 18{,}06866 - 0{,}46506\tilde{Y}_{t+h-2} - 0{,}34150\tilde{Y}_{t+h-19}.$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.58 obtemos

$\delta = 0{,}08$

EQM mínimo de ajustamento: 7.959,5113

Número de pesos = 12.

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0{,}1322Z_{t-11} + 0{,}0640Z_{t-10} + 0{,}0371Z_{t-9} + \\ - 0{,}0021Z_{t-8} - 0{,}0560Z_{t-7} - 0{,}0470Z_{t-6} + \\ - 0{,}0978Z_{t-5} + 0{,}0481Z_{t-4} + 0{,}0995Z_{t-3} + \\ + 0{,}2050Z_{t-2} + 0{,}2879Z_{t-1} + 0{,}3680Z_t$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = -0{,}0179Z_{t-11} - 0{,}03061Z_{t-10} + 0{,}1333Z_{t-9} +$$

$$+ 0{,}1225Z_{t-8} - 0{,}0520Z_{t-7} - 0{,}1802Z_{t-6} +$$

$$- 0{,}2583Z_{t-5} + 0{,}0747Z_{t-4} + 0{,}2093Z_{t-3} +$$

$$+ 0{,}2192Z_{t-2} + 0{,}3750Z_{t-1} + 0{,}4252Z_t.$$

TABELA 16.58 - Filtragem Adaptativa - Série I (Importações), Soma dos Erros Quadráticos por Valor de δ (k=12)

Valor de δ	SQ, L = 80
0,05	8.098,9815
0,06	8.010,3131
0,07	7.972,0452
0,08	7.959,5113
0,09	7.960,4423
0,10	7.968,2943
0,20	8.066,5327

F. Box & Jenkins

O único modelo aleatório ajustado, com

$$\hat{\sigma}_a^2 = 0{,}6503\times 10^4,$$

foi o SARIMA$(0,1,1)\times(0,1,1)_{12}$ sem θ_0

$$(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-0{,}47521B)(1-0{,}86184B^{12})a_t$$

$$\hat{Z}_t(h) = [Z_{t+h-1}] + [Z_{t+h-12}] - [Z_{t+h-13}] +$$

$$- \; 0{,}47521[a_{t+h-1}] - 0{,}86184[a_{t+h-12}] +$$

$$+ 0{,}40955[a_{t+h-13}].$$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 282{,}70$

$Var(\delta\rho_i) = 0{,}0005$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 120{,}00, \qquad \widehat{Var}(\hat{\mu}_0) = 223{,}15$

$\hat{\beta}_0 = 1{,}1256, \qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_0) = 0{,}0030259$

$\hat{\rho}_{i,0} = 1{,}00, \qquad i = 1,\ldots,12$

$\widehat{Var}(\hat{\rho}_{i,0}) = 1{,}00$

$p_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \qquad i = 1,2,3$ e 4.

Valores finais:

$\hat{\mu}_{138} = 1.566{,}7533 \qquad \widehat{Var}(\hat{\mu}_{138}) = 14{,}4658$

$\hat{\beta}_{138} = 1{,}0398 \qquad \widehat{Var}(\hat{\beta}_{138}) = 0{,}0000016$

$\hat{\rho}_{1,138} = 0{,}97358, \qquad \hat{\rho}_{2,138} = 0{,}95852,$

$\hat{\rho}_{3,138} = 0{,}99300, \qquad \hat{\rho}_{4,138} = 0{,}99242,$

$\hat{\rho}_{5,138} = 1{,}01334, \qquad \hat{\rho}_{6,138} = 1{,}00524,$

$\hat{\rho}_{7,138} = 1{,}01475, \qquad \hat{\rho}_{8,138} = 1{,}02648,$

$\hat{\rho}_{9,138} = 1{,}00425, \qquad \hat{\rho}_{10,138} = 1{,}00798,$

$\hat{\rho}_{11,138} = 0{,}99976 \qquad \hat{\rho}_{12,138} = 1{,}01265.$

TABELA 16.59 - Série I (Importações) - Resumo dos Métodos, Previsão com Origem em t = 138

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
139	1.653,10	1.314,47	1.381,38	1.342,92	1.196,64	1.653,18	1.362,25
140	1.828,90	1.314,47	1.460,73	1.314,74	1.307,64	1.738,95	1.398,73
141	1.579,10	1.314,47	1.381,26	1.286,50	1.357,22	1.769,31	1.345,16
142	1.857,80	1.314,47	1.416,58	1.267,99	1.300,47	1.846,86	1.354,95
143	1.715,70	1.314,47	1.483,96	1.266,42	1.292,55	1.905,04	1.357,76
144	1.914,10	1.314,47	1.569,61	1.284,44	1.337,76	2.006,72	1.394,21
145	1.815,00	1.314,47	1.421,27	1.319,46	1.336,80	2.006,44	1.318,58
146	1.751,20	1.314,47	1.368,86	1.364,33	1.256,22	2.054,36	1.308,90
147	1.897,40	1.314,47	1.512,31	1.409,26	1.314,18	2.213,35	1.372,18
148	1.971,50	1.314,47	1.487,84	1.444,46	1.403,26	2.300,48	1.378,74
149	1.925,60	1.314,47	1.586,95	1.462,72	1.420,40	2.442,88	1.444,88
150	1.859,20	1.314,47	1.501,68	1.461,39	1.338,06	2.521,16	1.408,12
	EQM	262.338,04	128.458,86	223.014,81	251.222,96	94.266,31	206.623,82

TABELA 16.60 - Série I (Importações) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passo (h=6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						$\delta=0$	$\delta=0,08$	$\delta=0$	$\delta=0,08$	
139	1.653,10	1.314,47	1.381,38	1.342,92	1.196,64	1.373,30	1.373,30	1.310,60	1.310,60	1.362,25
140	1.828,90	1.500,71	1.585,55	1.439,38	1.764,10	1.502,60	1.525,28	1.525,83	1.553,60	1.551,37
141	1.579,10	1.681,22	1.608,40	1.545,10	1.666,19	1.637,62	1.686,40	1.759,03	1.810,76	1.643,45
142	1.857,80	1.625,05	1.653,53	1.464,84	1.492,22	1.672,14	1.713,44	1.753,92	1.788,13	1.619,46
143	1.715,70	1.753,06	1.841,57	1.520,52	1.989,10	1.757,40	1.812,84	1.781,68	1.823,45	1.747,35
144	1.914,10	1.732,51	1.914,55	1.497,81	1.604,91	1.775,15	1.824,17	1.849,91	1.884,02	1.767,19
145	1.815,00	1.832,39	1.751,06	1.594,31	1.975,54	1.794,53	1.852,57	1.857,43	1.895,07	1.768,66
146	1.751,20	1.783,43	1.729,83	1.642,09	1.663,18	1.767,90	1.824,67	1.814,34	1.846,61	1.783,30
147	1.897,40	1.846,11	1.941,56	1.675,63	1.854,80	1.785,07	1.837,96	1.804,73	1.830,60	1.829,74
148	1.971,50	1.915,08	1.911,45	1.791,74	1.978,67	1.789,51	1.848,74	1.828,54	1.860,53	1.871,80
149	1.925,60	1.920,86	2.086,11	1.912,58	1.947,60	1.893,50	1.965,10	1.968,40	2.010,79	1.990,26
150	1.859,20	1.886,95	1.928,02	1.960,34	1.850,23	1.894,27	1.964,14	1.930,57	1.966,96	1.919,58
	EQM	29.950,32	19.339,88	63.951,09	46.674,01	24.366,54	21.527,52	25.211,17	26.274,25	22.555,93

TABELA 16.61 - Série I (Importações) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h=6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
139	1.653,10	1.234,97	1.326,09	1.305,82	1.310,75	1.341,80
140	1.828,90	1.141,05	1.317,13	1.285,51	1.215,58	1.297,48
141	1.579,10	1.213,13	1.285,92	1.277,64	1.371,96	1.293,58
142	1.857,80	1.221,31	1.319,25	1.265,40	1.230,16	1.296,12
143	1.715,70	1.357,81	1.519,92	1.275,09	1.452,14	1.402,27
144	1.914,10	1.314,47	1.569,61	1.284,44	1.337,76	1.394,21
145	1.815,00	1.500,71	1.587,42	1.335,46	1.633,79	1.471,22
146	1.751,20	1.681,22	1.672,54	1.404,83	1.595,37	1.607,18
147	1.897,40	1.625,05	1.844,87	1.474,06	1.618,02	1.636,70
148	1.971,50	1.753,06	1.957,44	1.577,61	1.947,98	1.768,33
149	1.925,60	1.732,51	2.029,63	1.670,47	1.773,23	1.817,86
150	1.859,20	1.832,39	1.936,90	1.766,88	1.907,76	1.858,20
	EQM	161.579,47	81.635,14	183.849,20	124.427,83	117.051,19

TABELA 16.62 - Série I (Importações) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h=12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
139	1.653,10	1.245,57	1.525,07	1.320,97	1.460,93	1.354,42
140	1.828,90	1.246,52	1.504,08	1.306,22	1.364,69	1.360,27
141	1.579,10	1.192,94	1.334,50	1.227,78	1.350,84	1.264,98
142	1.857,80	1.126,92	1.205,04	1.137,67	1.258,09	1.202,57
143	1.715,70	1.192,19	1.322,16	1.186,18	1.344,55	1.274,52
144	1.914,10	1.250,33	1.409,86	1.278,78	1.393,82	1.353,49
145	1.815,00	1.234,97	1.339,39	1.326,18	1.358,11	1.298,13
146	1.751,20	1.141,05	1.189,82	1.287,27	1.153,18	1.207,65
147	1.897,40	1.213,13	1.374,75	1.363,32	1.373,39	1.320,60
148	1.971,50	1.221,31	1.355,50	1.387,59	1.340,02	1.319,91
149	1.925,60	1.357,81	1.637,13	1.504,12	1.563,94	1.489,39
150	1.859,20	1.314,47	1.501,68	1.461,39	1.338,06	1.408,12
	EQM	355.170,85	201.829,68	260.483,67	226.227,27	254.945,64

$$\widehat{\mathrm{Var}(\hat{\rho}_{138})} = 0{,}000006070.$$

O modelo detectou transiente no instante $t = 85$.

Análise dos Resultados

As Tabelas 16.59, 16.60, 16.61 e 16.62 sugerem que:

a) o método Bayesiano, para previsões com origem fixada ($t = 138$) foi indiscutivelmente o melhor, fornecendo EQM pelo menos 27% inferior aos demais;

b) o comportamento do método de Holt-Winters foi excepcionalmente bom, só sendo superado pelo Bayesiano como destacado em a);

c) com exceção do método de Holt-Winters, os alisamentos se mostraram bastantes ruins;

d) o método de Box & Jenkins teve em todos os casos, um desempenho regular;

e) o metodo adaptativo de Makridakis, com atualização, apresentou o segundo menor EQM para previsão a um passo, enquanto que os demais foram superados pelo método de Box & Jenkins;

f) de uma maneira geral, aconselharíamos a utilização do método de Holt-Winters para qualquer tipo de previsão, em virtude do alto custo do método Bayesiano.

16.3.10 - Série J: Feijão

Tabela A.10 e Figura A.10 do Apêndice 10

$\ell = 26$

$m = 120$

Sumário: Tabelas 16.66, 16.67, 16.68 e 16.69.

A. Alisamento Exponencial Simples

$\alpha = 0,99$

$S_{min} = 472.218,2398$

$$\hat{Z}_t(h) = 0,99Z_t + 0,01\hat{Z}_{t-1}(h+1), \qquad h > 0$$

ou

$$\hat{Z}_t(h) = 0,99Z_t + 0,001Z_{t-1} + \ldots + 0,99(0,01)^r Z_{t-r} + \ldots .$$

B. Alisamento Exponencial de Holt-Winters

$s = 12$

$\ell = 26$

$(A,C,D) = (0,9;0,1;0,9)$

$S_{min} = 410.030,7602$

$$\bar{Z}_t = 0,9\left(\frac{Z_t}{\hat{F}_{t-12}}\right) + 0,1(\bar{Z}_{t-1}+\hat{T}_{t-1})$$

$$\hat{T}_t = 0,1(\bar{Z}_t-\bar{Z}_{t-1}) + 0,9\hat{T}_{t-1}$$

$$\hat{F}_t = 0,9\left(\frac{Z_t}{\bar{Z}_t}\right) + 0,1\hat{F}_{t-12}.$$

C. Alisamento Exponencial Geral

$\beta^6 = 0,75 \Longrightarrow \beta = 0,9532$ (ver Tabela 16.63)

TABELA 16.63 - Alisamento Exponencial Geral - Série J (Feijão), EQM por Tipo de Função e Valor da Constante β

Conjunto de Funções	Valor do Índice de β_i^k	EQM
1	1	8.129,841
	2	13.056,971
	3	21.821,908
2	1	***
	2	749.892,895
	3	23.917,069
3	1	Há problemas de precisão na inversão de matrizes
	2	
	3	
4	1	6.396,031
	2	7.426,199
	3	8.791,437
5	1	6.387,340
	2	7.229,544
	3	7.611,168
6	1	11.332,808
	2	Há problemas de previsão na inversão de matrizes
	3	

*** indica EQM > 99.999.999,99

$$Z_t = a_1 + a_2 t + a_3 \text{sen} \frac{2\pi t}{12} + a_4 \cos \frac{2\pi t}{12} + t\text{sen} \frac{2\pi t}{12} + $$

$$+ t \cos \frac{2\pi t}{12}$$

$$\hat{Z}_{120}(h) = 825,470 + 9,804h - 180,534\text{sen} \frac{2\pi h}{12} +$$

$$- 119,07\cos \frac{2\pi h}{12} - 4,659h \text{ sen} \frac{2\pi h}{12} +$$

$$- 1.036h \cos \frac{2\pi h}{12}.$$

D. Regressão

$k = 25$

$$Y_t = \mu + b_6 y_{t-6} + b_{13} Y_{t-13} + b_{19} Y_{t-19} + b_{25} Y_{t-25} + \varepsilon_t$$

onde

$\mu = 0,731591$

$b_6 = 0,25607$

$b_{13} = 0,33477$

$b_{19} = -0,38597$

$b_{25} = 0,40524$

$R^2 = 0,2673$

$$\hat{Y}_t(h) = 7,31591 + 0,25607\tilde{Y}_{t+h-6} + 0,33477\tilde{Y}_{t+h-13} + \\ - 0,38597\tilde{Y}_{t+h-19} + 0,40524\tilde{Y}_{t+h-25}.$$

E. Filtragem Adaptativa

Da Tabela 16.64 notamos que

$\delta = 0,02$

EQM mínimo de ajustamento = 113.416.689,3608

Número de pesos = 12

Makridakis:

$$\hat{Z}_t(1) = 0,4815Z_{t-11} + 0,0018Z_{t-10} - 0,0019Z_{t-9} + \\ - 0,0016Z_{t-8} + 0,4031Z_{t-7} - 0,0021Z_{t-6} + \\ + 0,0003Z_{t-5} + 0,0005Z_{t-4} + 0,1379Z_{t-3} + \\ 0,0005Z_{t-2} + 0,0013Z_{t-1} + 0,0008Z_t$$

Silva:

$$\hat{Z}_t(1) = -0{,}0083Z_{t-11} + 0{,}1366Z_{t-10} - 0{,}0637Z_{t-9} +$$

$$+ 0{,}1704Z_{t-8} - 0{,}0875Z_{t-7} - 0{,}0313Z_{t-6} +$$

$$- 0{,}3636Z_{t-5} + 0{,}6260Z_{t-4} - 0{,}1847Z_{t-3} +$$

$$- 0{,}2021Z_{t-2} - 0{,}0052Z_{t-1} + 1{,}0506Z_t.$$

TABELA 16.64 - Filtragem Adaptativa - Série J (Feijão), Soma dos Erros Quadráticos por Valor de δ, (k=12)

Valor de δ	SQ, L = 80
0,01	113.586.245,2512
0,02	113,416.689,3608
0,03	114.296.865,6976
0,04	115.370.009,6320
0,1	122.089.340,9976
0,2	134.214.528,5544

F. Box & Jenkins

Da Tabela 16.65, obtemos:

EQM mínimo (com origem em $t = 120$) = 3.734.119,

Modelo: SARIMA$(0,1,0)\times(1,0,1)_{12}$ sem θ_0.

Contudo, como $\hat{\Phi}_1 > 1$, ficamos com o modelo

SARIMA$(0,1,0)\times(0,1,1)_{12}$, sem θ_0

$$(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-0{,}76626B^{12})a_t$$

$$\hat{Z}_t(h) = [Z_{t+h-1}] + [Z_{t+h-12}] - [Z_{t+h-13}] +$$

$$- 0{,}76626[a_{t+h-12}].$$

TABELA 16.65 - Série J (Feijão) - Ajustamento de Modelos $SARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$

Modelo Ajustado	Estimativa dos Parâmetros	Intervalo de Confiança	$\hat{\sigma}_a^2$	Q	Periodograma	$EQM_{previsão}$
$SARIMA(0,1,0)\times(0,1,1)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\Theta}_1 = 0,766256$	(0,640;0,892)	$0,3376\times10^4$	aleatório	aleatório	$EQM_{120}(h) = 3.814.290,60$ $EQM(1) = 277.345,27$ $EQM(6) = 2.108.365,60$ $EQM(12) = 4.339.875,00$
$SARIMA(0,1,0)\times(1,0,1)_{12}$ sem θ_0	$\hat{\Phi}_1 = 1,019820$ $\hat{\Theta}_1 = 0,744595$	(0,961;1,079) (0,6372;0,8520)	$0,3044\times10^4$	aleatório	aleatório	$EQM_{120}(h) = 3.734.119,90$ $EQM(1) = 273.681,53$ $EQM(6) = 2.077.716,08$ $EQM(12) = 4.282.456,58$

G. Método Bayesiano

Parâmetros fixos:

CPS padrão

$V_\varepsilon = 15,11$

$Var(\delta\rho_{i,t}) = 0,0005$

Parâmetros iniciais:

$\hat{\mu}_0 = 35,00, \qquad \widehat{Var(\hat{\mu}_0)} = 10,10;$

$\hat{\beta}_0 = 1,391, \qquad \widehat{Var(\hat{\beta}_0)} = 0,042219;$

$\hat{\rho}_{i,0} = 1,00 \qquad i = 1,\ldots,12;$

$\widehat{Var(\hat{\rho}_{i,0})} = 1,00$

$p_0^{(i)} = \pi^{(i)}, \qquad i = 1,2,3 \text{ e } 4.$

Valores finais:

$\hat{\mu}_{120} = 1.200,6211, \qquad \widehat{Var(\hat{\mu}_{120})} = 4.707,6520:$

$\hat{\beta}_{120} = 1,1210416, \qquad \widehat{Var(\hat{\beta}_{120})} = 0,001227;$

$\hat{\rho}_{1,120} = 0,95478, \qquad \hat{\rho}_{2,120} = 0,97157,$

$\hat{\rho}_{3,120} = 1,01570, \qquad \hat{\rho}_{4,120} = 1,03192,$

$\hat{\rho}_{5,120} = 1,03851, \qquad \hat{\rho}_{6,120} = 1,02353$

$\hat{\rho}_{7,120} = 1,01131, \qquad \hat{\rho}_{8,120} = 0,99899,$

$\hat{\rho}_{9,120} = 1,00102, \qquad \hat{\rho}_{10,120} = 1,00518,$

$\hat{\rho}_{11,120} = 0,97716, \qquad \hat{\rho}_{12,120} = 0,97413$

$\widehat{Var(\hat{\rho}_{120})} = 0,000069754.$

O modelo detectou transientes nos instantes:

TABELA 16.66 - Série J (Feijão) - Resumo dos Métodos, Previsão com Origem em t = 120

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box-Jenkins
121	1.228,90	944,69	983,57	638,66	934,30	1.282,32	923,00
122	1.316,90	944,69	1.003,11	620,09	964,03	1.463,76	940,05
123	1.735,20	944,69	1.038,93	660,37	1.023,59	1.715,29	996,07
124	1.978,20	944,69	998,65	753,81	1.111,10	1.953,40	1.050,46
125	2.116,30	944,69	1.031,45	880,18	1.070,32	2.203,58	1.109,11
126	2.191,80	944,69	992,77	1.009,58	1.236,69	2.434,42	1.091,73
127	2.436,10	944,69	1.057,41	1.110,07	1.278,44	2.696,22	1.097,94
128	2.946,40	944,69	1.207,12	1.156,21	1.313,22	2.985,41	1.143,54
129	3.002,10	944,69	1.350,64	1.136,18	1.353,06	3.353,21	1.179,81
130	4.708,20	944,69	1.442,67	1.055,50	1.415,76	3.774,31	1.237,48
131	4.500,80	944,69	1.240,74	936,22	1.457,58	4.112,75	1.111,92
132	4.262,24	944,69	1.261,16	811,62	1.349,53	4.595,77	1.098,14
	EQM	3.509.521,28	3.514.258,72	4.401.162,96	3.232.325,85	118.196,11	3.814.290,65

TABELA 16.67 - Série J (Feijão) - Resumo dos Métodos, Previsão a Um Passo (h=1)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Adaptativo				Box-Jenkins
						Makridakis		Silva		
						δ = 0	δ=0,02	δ = 0	δ=0,02	
121	1.228,90	944,69	983,57	638,66	934,30	618,50	618,50	919,71	919,71	923,00
122	1.316,90	1.226,06	1.244,27	1.303,52	1.258,63	671,11	684,20	1.271,41	1.278,04	1.246,44
123	1.735,20	1.315,99	1.376,94	1.362,18	1.376,46	698,58	726,19	1.457,99	1.465,94	1.372,43
124	1.9[illegible]8,20	1.731,01	1.674,68	1.768,46	1.822,72	801,30	854,55	1.569,25	1.584,13	1.789,59
125	2.116,30	1.975,73	2.072,89	1.745,45	1.937,42	888,60	973,42	1.934,06	1.959,54	2.036,86
126	2.191,80	2.114,89	2.091,50	1.510,27	2.282,67	958,19	1.078,13	2.127,99	2.159,93	2.098,92
127	2.436,10	2.191,03	2.390,60	1.368,41	2.308,99	931,24	1.087,95	2.095,11	2.131,06	2.198,01
128	2.946,40	2.433,65	2.852,09	1.748,03	2.485,81	1.073,43	1.276,22	2.440,22	2.486,67	2.481,70
129	3.002,10	2.941,27	3.374,84	2.587,33	3.078,10	1.257,09	1.522,48	2.968,96	3.031,46	2.982,67
130	4.708,20	3.001,49	3.309,84	2.401,51	3.104,62	1.383,56	1.708,22	2.936,89	3.005,07	3.059,77
131	4.500,80	4.691,13	4.063,91	4.832,17	4.795,82	1.439,99	1.898,77	4.552,07	4.673,75	4.582,63
132	4.262,24	4.502,70	4.692,70	3.424,93	4.369,48	1.664,71	2.245,77	4.422,67	4.557,46	4.487,03
	EQM	307.086,54	231.602,89	834.478,89	265.614,66	3.522.157,29	2.686.130,54	326.539,12	306.113,24	277.345,27

TABELA 16.68 - Série J (Feijão) - Resumo dos Métodos, Previsão a Seis Passos (h=6)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
121	1.228,90	734,71	930,61	658,35	570,06	648,82
122	1.316,90	863,90	979,75	613,12	719,60	776,11
123	1.735,20	965,87	1.003,28	605,44	864,65	917,03
124	1.978,20	1.134,89	1.086,19	611,69	1.114,22	1.117,61
125	2.116,30	835,03	889,97	929,88	796,17	942,63
126	2.191,80	944,69	992,77	1.009,58	1.236,69	1.091,73
127	2.436,10	1.226,06	1.384,00	871,49	1.648,48	1.403,84
128	2.946,40	1.315,99	1.702,85	867,82	1.756,45	1.519,90
129	3.002,10	1.731,01	2.506,17	793,69	2.246,90	1.918,94
130	4.708,20	1.975,73	3.270,46	901,09	2.504,90	2.165,23
131	4.500,80	2.114,89	2.933,92	1.189,84	2.771,40	2.119,10
132	4.262,24	2.191,03	3.199,55	1.546,84	2.549,21	2.198,21
	EQM	2.344.752,75	1.085.562,84	4.270.514,09	1.528.094,70	2.108.365,69

TABELA 16.69 - Série J (Feijão) - Resumo dos Métodos, Previsão a Doze Passos (h=12)

t	Valor real	Alisamento exponencial simples	Alisamento Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box-Jenkins
121	1.228,90	436,53	350,42	396,02	482,26	486,52
122	1.316,90	516,89	539,44	717,74	602,46	587,53
123	1.735,20	593,92	701,61	905,48	709,36	671,08
124	1.978,20	665,68	886,61	927,62	740,96	748,06
125	2.116,30	681,34	895,78	779,97	708,79	749,87
126	2.191,80	656,55	856,58	602,98	644,59	722,29
127	2.436,10	734,71	985,49	752,89	820,93	823,75
128	2.946,40	863,90	1.170,23	1.047,83	1.006,20	979,11
129	3.002,10	965,87	1.292,45	1.198,14	1.153,43	1.100,77
130	4.708,20	1.134,89	1.591,84	1.397,62	1.419,69	1.304,64
131	4.500,80	835,03	1.033,00	590,45	1.113,22	945,43
132	4.262,24	944,69	1.261,16	811,62	1.349,53	1.098,14
	EQM	4.775,047,65	3.819,603,70	4.583.800,64	4.049.293,90	4.339.875,40

t = 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,32,40,47,48,53,65,68,72,76,82, 95,100,101 e 116.

Análise dos Resultados

As Tabelas 16.66, 16.67, 16.68 e 16.69 sugerem que:

a) o método Bayesiano apresentou, novamente, para previsão com origem fixa (t=120) um comportamento excelente, notando-se que seu EQM é muito inferior aos demais;

b) para previsões a curto, médio e longo prazo o alisamento de Holt-Winters voltou a apresentar os melhores resultados;

c) o método de Regressão apresentou o segundo mnor EQM para todos os tipos de previsão;

d) O AES e o AEG tiveram desempenhos pouco satisfatórios, o mesmo ocorrendo com os métodos adaptativos;

e) dado que o Alisamento de Holt-Winters e o método de Regressão são consideravelmente mais fáceis de serem aplicados do que o método Bayesiano e o de Box & Jenkins, além de terem custos de processamento bastante inferiores, a escolha de um procedimento para a série em questão deve recair sobre um deles.

CAPÍTULO **17**

UMA AVALIAÇÃO GERAL DOS MÉTODOS DE PREVISÃO

17.1 - INTRODUÇÃO

No Capítulo 16 vimos como os procedimentos de previsão se comportavam para cada uma das dez séries consideradas para análise.

Estabelecemos, para cada série, os desempenhos dos métodos baseados no erro quadrático médio (EQM) de previsão, calculada para previsões com origem fixa na (N-12)-ésima ovservação (e 12 passos a frente), previsões a um, seis e doze passos.

Para fazermos uma avaliação global dos métodos para todas as séries, os critérios a serem eventualmente utilizados não são claros. O problema principal é interpretá-los e os resultados obtidos dependerão do particular critério de comparação utilizado. Medidas como o erro médio percentual absoluto (PEMA) têm sido utilizados e o leitor interessado poderá consultar os trabalhos de Makridakis & Hibon (1979) e Toloi (1980).

Neste capítulo vamos nos limitar a fazer uma análise comparativa descritiva, baseada primariamente nos postos ocupados pelos métodos quando aplicados às séries temporais.

TABELA 17.1 - EQM de Previsão (por Método e por Série), Posto de cada Método por Série, Origem em t = N-12

Série \ Método		Alisamento exponencial simples	Alisamento de Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Bayesiano	Box & Jenkins
A (Leite)	Posto	4	3	2	5	6	1
	EQM	180,886	57,837	52,507	287,615	35 6,803	35,390
B (M1)	Posto	6	3	5	2	4	1
	EQM	19.358.344.270	4.915.033.541	9.505.515.817	3.460.672.537	7.546.128.879	2.410.845.424
C (IPI)	Posto	5	1	3	4	6	2
	EQM	1.638.868,79	315.482,19	1.451.449,79	1.488.748,96	10.516.835,50	323.341,17
D (Revista)	Posto	1	2	4	6	5	3
	EQM	2.746,380	4.204,325	7.961,102	9.859,162	8.670,497	5.980,800
E (Ovos)	Posto	6	4	5	2	1	3
	EQM	34.222,758	10.745,770	28.562,370	5.102,580	2.987,998	9.343,996
F (Café)	Posto	4	5	6	1	2	3
	EQM	106.470,74	111.144,79	304.210,54	63.488,69	88.461,61	91.602,34
G (Energia)	Posto	6	3	5	2	4	1
	EQM	1.791.748.804,0	730.698.911,1	1.465.554.254,0	603.946.213,6	1.094.943.977,0	572.427.329,8
H (ICV)	Posto	6	5	3	1	2	4
	EQM	115.365,83	26.769,82	17.261,06	13.595,80	16.328,33	19.079,74
I (Importações)	Posto	6	2	4	5	1	3
	EQM	262.338,04	128.458,86	223.014,81	251.222,96	94.266,31	206.623,82
J (Feijão)	Posto	3	4	6	2	1	5
	EQM	3.509.521,28	3.514.258,72	4.401.162,96	3.232.325,85	118.196,11	3.814.290,65
Postos Médios		4,7	3,2	4,3	3,0	3,2	2,6

17.2 - PREVISÕES COM ORIGEM FIXA NA (N-12)-ÉSIMA OBSERVAÇÃO

A Tabela 17.1 apresenta um sumário das Tabelas 16.4, 16.11, 16.18, 16.25, 16.32, 16.39, 16.46, 16.53, 16.60 e 16.66 do capítulo anterior. Além de apresentar os EQM de previsão com origem em t = N-12 para cada série, relativamente a todos os métodos, estes métodos são ordenados em ordem crescente, sendo atribuído posto 1 ao método que apresenta o menor EQM, posto 2 ao método que apresenta o segundo menor EQM, etc.

A última linha da tabela apresenta os postos médios, obtidos como médias das colunas. Eles darão uma idéia de quais métodos se comportaram melhor, globalmente.

Notamos que o método de Box & Jenkins é o que apresenta em média melhores resultados, seguido da técnica de auto-regressão. O método Bayesiano e Holt-Winters vêm em terceiro lugar, sendo que os alisamentos exponenciais simples e geral são os que são menos precisos. Dado que nossas séries apresentam, em geral, tendências e/ou sazonalidade, o mau comportamento do AES era previsível; como sabemos, ele é um método adequado para séries com médias localmente constantes. Quanto ao AEG, seu fraco desempenho pode ter sido causado pelo não ajustamento de um modelo mais conveniente.

Com relação à auto-regressão, apesar de sua boa colocação, não podemos deixar de ponderar que sua inadequação às séries de Leite e Revista possa ser devido à quantidade de dados históricos (são as duas menores séries dentre as analisadas e o método só é válido para grandes amostras).

Observamos também que o método Bayesiano apresentou

TABELA 17.2 - EQM de Previsão e Postos dos Métodos Bayesiano e de Box & Jenkins para as Diversas Séries, Origem em t=N-12

Série \ Método		Bayesiano		Box & Jenkins	
		R_1	R_2	R_1	R_2
B (M1)	Postos	2	4	1	1
	EQM	7.546.128 879		2.416.845.424	
E (Ovos)	Postos	1	1	2	3
	EQM	2.987,998		9.343,996	
F (Café)	Postos	1	2	2	3
	EQM	88.461,61		91.602,34	
G (Energia)	Postos	2	4	1	1
	EQM	1.094.943.977,0		572.427.329,8	
H (ICV)	Postos	1	2	2	4
	EQM	16.328,33		19.079,74	
I (Importações)	Postos	1	1	2	3
	EQM	94.266,31		206.623,82	
J (Feijão)	Postos	1	1	2	5
	EQM	118.196,11		3.814.290,65	
Postos Médios		1,29	2,14	1,71	2,86

R_1 = posto do método, considerando Bayesiano e Box & Jenkins

R_2 = posto do método, considerando todos os métodos.

um bom desempenho para aquelas séries que têm um padrão de comportamento compatível com o modelo de crescimento linear, utilizado nestas notas, com com exceções feitas às séries M1 e Energia onde sua má atuação talvez se deva à escolha inadequada dos parâmetros iniciais.

Na Tabela 17.2 apresentamos apenas os resultados referentes aos métodos Bayesiano e de Box & Jenkins, para as séries acima referidas. Vemos que, neste caso, o método Bayesiano apresenta, em média, melhores resultados que o de Box & Jenkins.

Vale a pena destacar que para um dado usuário e para as séries que ele terá que analisar, resultados análogos àqueles apresentados na Tabela 17.1 poderá levá-lo a adotar um método teoricamente mais simples e menos dispendioso, como o de Holt-Winters e o de auto-regressão.

17.3 - PREVISÕES A UM PASSO (CURTO PRAZO)

A Tabela 17.3 sumariza os resultados constantes das Tabelas 16.5, 16.12, 16.19, 16.26, 16.33, 16.40, 16.47, 16.54, 16.61 e 16.67.

Notamos, novamente, que o método de Box & Jenkins é mais eficiente, em média, do que os demais. O segundo melhor comportamento é a versão do método adaptativo de Silva, com atualização dos pesos, que apresentou um EQM muito próximo ao de Holt-Winters (terceira colocação), embora tenham tido, série a série, um desempenho quase que totalmente oposto. Os demais métodos adaptativos não se apresentaram tão bem.

Os piores desempenhos ficam com o AES, AEG e adapta-

TABELA 17.3 - EQM de Previsão (por Método e por Série) e Posto de cada Método por Série - Previsão a Um Passo

Série \ Método		Alisamento Exponencial Simples	Alisamento de Holt-Winters	Alisamento Exponencial Geral	Regressão Stepwise	Filtragem Adaptativa – Makridakis – sem atualização	Filtragem Adaptativa – Makridakis – com atualização	Filtragem Adaptativa – Silva – sem atualização	Filtragem Adaptativa – Silva – com atualização	Box & Jenkins	
A (Leite)	Postos	4	5	7	6	9	8	1	2	3	Postos
	EQM	23,7124	46,2186	99,7741	53,0205	292,118	268,836	11,154	11,371	19,91	EQM
B (MI)	Postos	7	3	9	6	8	4	5	1	2	Postos
	EQM	2.155.803.924,8	1.006.848.858,9	2.304.376.404,6	2.027.740.427,0	2.175.298.177,1	1.025.912.336,3	1.818.139.593,4	581.477.711,5	588.054.190,5	EQM
C (IPI)	Postos	8	2	7	9	1	4	5	6	3	Postos
	EQM	2.030.774,13	412.158,05	1.764.462,25	6.426.360,30	334.502,95	558.541,00	583.635,63	906.403,11	470.646,20	EQM
D (Revista)	Postos	4	2	8	6	9	3	5	7	1	Postos
	EQM	1.155,485	653,678	2.842,149	1.394,041	3.448,988	867,911	1.257,725	1.704,390	644,486	EQM
E (Ovos)	Postos	6	7	9	8	5	1	3	2	4	Postos
	EQM	4.538,248	4.775,782	16.005,698	4.984,219	3.950,826	2.898,804	2.964,636	2.949,537	3.099,127	EQM
F (Café)	Postos	8	7	9	5	4	3	6	1	2	Postos
	EQM	29.874,89	27.516,35	39.896,64	24.585,99	23.142,01	22.846,89	24.844,39	21.314,52	22.747,18	EQM
G (Energia)	Postos	3	6	7	5	9	8	1	2	4	Postos
	EQM	977.622.339,2	1.160.080.984,8	1.359.974.791,7	1.038.450.720,0	2.096.113.441,8	1.937.362.298,6	915.656.546,8	924.198.930,2	1.009.325.768,0	EQM
H (IVC)	Postos	8	4	7	3	9	1	5	6	2	Postos
	EQM	2.798,77	360,62	2.446,12	326,02	3.676,22	272,95	531,34	756,80	273,06	EQM
I (Importações)	Postos	7	1	9	8	4	2	5	6	3	Postos
	EQM	29.950,32	19.339,88	63.951,09	46.674,012	24.366,54	21.527,52	25.211,17	26.274,25	22.555,93	EQM
J (Feijão)	Postos	5	1	7	2	9	8	6	4	3	Postos
	EQM	307.086,536	231.602,890	834.478,893	265.614,656	3.522.157,29	2.686.130,54	326.539,12	306.113,24	277.345,27	EQM
Pesos Médios		6,0	3,8	7,9	5,8	6,7	4,2	4,2	3,7	2,7	

TABELA 17.4 - EQM de Previsão (por Método e por Série) e Posto de cada Método por Séries, Previsão a 6 Passos

Série \ Método		Alisamento exponencial simples	Alisamento de Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box & Jenkins
A	Postos	5	3	1	4	2
(Leite)	EQM	311,5174	133,1409	47,8290	287,0627	53,9800
B	Postos	5	2	4	3	1
(MI)	EQM	16.827.338.950,9	2.730.671.415,1	10.201.058.135,4	3.440.108.371,0	2.316.131.502,0
C	Postos	5	2	3	4	1
(IPI)	EQM	4.487.919,43	555.592,08	1.426.976,17	3.059.301,90	391.055,43
D	Postos	1	2	5	4	3
(Revista)	EQM	3.246,883	3.535,437	7.640,058	6.653,237	4.589,732
E	Postos	4	1	5	3	2
(Ovos)	EQM	21.221,2009	5.622,6049	34.590,6576	7.473,2948	7.268,6060
F	Postos	2	3	5	1	4
(Café)	EQM	133.614,05	149.315,84	220.348,55	114.144,26	149.490,26
G	Postos	4	5	3	1	2
(Energia)	EQM	2.029.213.348,8	2.123.103.580,4	1.739.194.042,3	1.329.356.128,0	1.700.936.373,0
H	Postos	5	4	1	3	2
(IVC)	EQM	67.107,16	7.672,27	3.491,66	6.755,67	3.799,32
I	Postos	4	1	5	3	2
(Importações)	EQM	161.579,47	81.635,14	183.849,20	124.427,83	117.051,19
J	Postos	4	1	5	2	3
(Feijão)	EQM	2.344.752,75	1.085.562,84	4.270.514,09	1.528.094,70	2.108.365,69
Postos Médios		3,9	2,4	3,7	2,8	2,2

tivo de Makridakis.

Observe que, ao contrário do que aconteceu antes, a auto-regressão não apresenta bons resultados para previsão a um passo.

17.4 - PREVISÕES A SEIS PASSOS (MÉDIO PRAZO) E A DOZE PASSOS (LONGO PRAZO)

Observando as Tabelas 17.4 e 17.5 vemos que para previsão a médio e longo prazo não existe uma diferença muito grande entre os desempenhos dos métodos de Box & Jenkins, Holt-Winters e auto-regressão, sendo que o primeiro é o mais adequado para previsão a seis passo e o último para previsão a doze passos.

Em ambos os casos, os alisamentos exponenciais, geral e simples, nesta ordem, são os menos eficientes.

17.5 - ALGUMAS CONCLUSÕES GERAIS

O objetivo dos dois últimos capítulos foi tentar estabelecer, empiricamente, o desempenho de alguns métodos de previsão de séries temporais, usando para este propósito um número relativamente pequeno de séries (dez), a fim de que se pudesse fazer uma análise cuidadosa para cada uma delas.

Um dos objetivos, também, foi avaliar a precisão relativa das metodologias de Box & Jenkins e a Bayesiana. Pelo que foi visto, para o particular modelo linear dinâmico utilizado (MCL-EM) e para as séries que apresentam um padrão de comportamento compatível com este modelo, o método Bayesiano

TABELA 17.5 - EQM de Previsão (por Métodos e por Série) e Posto de cada Método por Série, Previsão a 12 Passos

Série / Método		Alisamento exponencial simples	Alisamento de Holt-Winters	Alisamento exponencial geral	Regressão stepwise	Box & Jenkins
A (Leite)	Postos	1	3	4	5	2
	EQM	45,4861	52,0990	63,3662	90,9406	48,3300
B (M1)	Postos	5	3	4	1	2
	EQM	40.100.625.578,8	7.500.201.508,5	16.578.577.784,4	4.061.332.038,0	4.361.945.343,0
C (IPI)	Postos	5	2	4	3	1
	EQM	1.840.025,26	332.799,29	1.285.896,96	612.950,79	301.221,60
D (Revista)	Postos	1	3	4	2	5
	EQM	2.205,192	11.140,469	11.996,354	10.204,250	23.203,110
E (Ovos)	Postos	5	3	4	1	2
	EQM	56.404,77	22.483,21	36.114,29	8.804,10	20.905,27
F (Café)	Postos	3	4	5	1	2
	EQM	146.690,17	250.296,10	675.265,51	143.376,02	145.136,84
G (Energia)	Postos	5	1	4	3	2
	EQM	5.661.823.316,7	1.753.235.224,1	3.468.809.581,8	2.603.728.339,0	1.883.679.264,0
H (ICV)	Postos	5	4	2	1	3
	EQM	183.575,64	43.624,72	27.097,32	18.256,10	32.834,77
I (Importações)	Postos	5	1	4	2	3
	EQM	355.170,85	201.829,68	260.483,67	226.227,27	254.945,64
J (Feijão)	Postos	5	1	4	2	3
	EQM	4.775.047,65	3.819.603,70	4.583.800,64	4.049.293,90	4.339.875,40
Postos Médios		4,0	2,5	3,9	2,1	2,5

tem um desempenho melhor que o de Box & Jenkins, para previsões de origem fixa na (N-12)-ésima observação.

Devido a dificuldades computacionais (basicamente, alto custo de processamento) do método Bayesiano, os dois procedimentos não foram comparados para horizontes de previsão h = 1, 6 ou 12.

Com referência à aplicação dos procedimentos a todas as séries, encontramos que o método de Box & Jenkins tem um desempenho global melhor que os demais, exceto para previsões a longo prazo, quando a auto-regressão mostrou-se mais eficiente.

Devemos salientar a boa acurácia do alisamento exponencial de Holt-Winters, que aliada à sua simplicidade e baixo custo, torna-o uma alternativa válida para os métodos mais sofisticados.

O pobre desempenho do alisamento exponencial simples (pior desempenho global, exceto para previsões a curto prazo) era esperado, pois nós o aplicamos deliberadamente as séries que não seguem o modelo para o qual ele foi planejado.

O mesmo pode-se dizer do AEG enquanto que a filtragem adaptativa merece um estudo mais detalhado, sendo que a versão de Silva parece ser uma boa melhoria em relação à formulação original.

Uma seleção cuidadosa do modelo em cada caso é um passo crucial na análise e em muitos casos um procedimento de identificação razoável não existe. Por identificação queremos dizer a determinação de α no AES, da constante β e das k fun-

TABELA 17.6 - Número de Vezes que um Método Obteve Posto 1, Posto 2, Posto 1 ou 2, para os Diversos Tipos de Previsão

Tipo de Previsão	Método	Nº de vezes que o método obteve		
		Posto 1	Posto 2	Posto 1 ou 2
Origem em t = N-12	AES	1	0	1
	Holt-Winters	1	2	3
	AEG	0	1	1
	Regressão	2	4	6
	Bayesiano	3	2	5
	Box & Jenkins	3	1	4
h = 1	AES	0	0	0
	Holt-Winters	2	2	4
	AEG	0	0	0
	Regressão	0	1	1
	Adaptativo 1	1	0	1
	Adaptativo 2	2	1	3
	Adaptativo 3	2	0	2
	Adaptativo 4	2	3	5
	Box & Jenkins	1	3	4
h = 6	AES	1	1	2
	Holt-Winters	3	3	6
	AEG	2	0	2
	Regressão	2	1	3
	Box & Jenkins	2	5	7
h = 12	AES	2	0	2
	Holt-Winters	3	1	4
	AEG	0	1	1
	Regressão	4	3	7
	Box & Jenkins	1	5	6

Adaptativos: 1 = Makridakis sem atualização; 3 = Silva sem atualização
2 = Makridakis com atualização; 4 = Silva com atualização.

ções utilizadas no AEG, dos parâmetros p, d, q, P, D, Q no método de Box & Jenkins, etc.

Ao ajustar modelos ARIMA nós notamos que usando o procedimento de Nerlove et al (1979) fomos capazes de melhorar consideravelmente, em muitos casos, a qualidade das previsões. Parece razoável se esperar que o uso simultâneo, neste caso, das propostas de Akaike, Gray et al, Cleveland, Parzen e outros poderá levar o usuário a selecionar os modelos que melhor se ajustem aos dados disponíveis.

O método Bayesiano necessita de maiores investigações, tanto do ponto de vista teórico e empírico como do computacional, pois programas adequados a outros MLD são certamente necessários, para que a técnica possa ser utilizada numa variedade maior de séries temporais. Além disso, o custo do processamento do método Bayesiano, mesmo para séries curtas, é alto quando comparado com o dos demais métodos.

A Tabela 17.6 mostra, de outro modo, o desempenho dos vários métodos para os diversos tipos de previsão.

BIBLIOGRAFIA

CANTARELIS,N.S. (1980), *An investigation into the properties of Bayesian forecasting models*, Ph. D. Thesis, School of Industrial and Business Studies, Warwick University, England.

GRANGER,C.W.J. & NEWBOLD,J.P., (1974), Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecast (with Discussion), *Journal of the Royal Statistical Society A, 137,* 131-165.

GROFF,G.K., (1973), Empirical comparison of models for short range forecasting, *Management Science, 20, 1,* 22-31.

GUERTZ,M.D. & IBRAHIM,I.B.(1975), Comparing the Box-Jenkins approach with exponentially smoothed forecasting model, application to Hawaii tourists, *J. Marketing Research, 12,* 182-188.

HARRISON,P.J. & STEVENS,C.F. (1971), A Bayesian approach to short-term forecasting, *Oper. Res. Quart., 22 nº 4,* 341-362.

HARRISON,P.J. & STEVENS,C.F. (1975), Bayesian forecasting,*Warwick Statistical Report nº 13,* Warwick University, England.

HARRISON,P.J. & STEVENS,C.F. (1976), Bayesian forecasting, *Journal of the Royal Statistical Society,* Series B, Vol. 38, 205-267.

HO,Y.C. & LEE,R.C.K. (1964), A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control, *IEEE Trans. on Automatic Control,*AC-9,333-339.

KIRBY,R.M. (1966), A comparison of short and medium range statistical forecasting methods, *Management Science, 13, 4,* B202-B210.

LEVINE,A.H. (1967), Forecasting techniques, *Management Accounting,* January issue, 86-95.

MAKRIDAKIS,S. & WHEELWRIGHT,S.C. (1977), Adaptive filtering: an integrated autoregressive moving average filter for time series forecasting, *Operational Research Quartely, 28*, 425-437.

MAKRIDAKIS,S. & HIBON,M. (1979), Accuracy of forecasting:an empirical investigation, *The Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, (General), Vol. 142, Part 2, 97-145.

MENDES,L.E.P. (1978), *Analise recursiva de modelos lineares de regressão e séries temporais: o Método Bayesiano de Previsão*, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

NERLOVE,M., GRETHER,D.M. & CARVALHO,J.L. (1979),*Analysis of economic time series: A synthesis*, New York, Academic Press.

PRIESTLEY,M.B. (1979),Discussion of the paper by Professor Makridakis and Dr. Hibon, *The Journal of the Royal Statistical Society*, Series A (General), Vol. 142, Part 2, 127-128.

REID,D.J. (1969),*A comparative study of time series prediction techniques on economics data*, Ph.D.Thesis, Dept. of Mathematics, Univ. of Nottingham.

REID,D.J. (1979), Discussion of the paper by Makridakis and Hibon, *The Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, Vol. 142, 133.

SOUZA,R.C. & FARIAS NETO,J.J. (1980a), Modelo Bayesiano de crescimento linear aplicado à previsão de demanda. Artigo apresentado no 3º Congresso Brasileiro de Automática.

SOUZA,R.C. & FARIAS NETO,J.J. (1980b), Análise de performance do modelo de crescimento linear de múltiplos estados. Grupo de Sistemas, PUC/RJ.

SOUZA,R.C. & FARIAS NETO,J.J. (1980c), Um método de estimação de variâncias nos modelos Bayesianos para previsão de séries temporais.Grupo de Sistemas, PUC/RJ.

TOLOI, M.C. (1980), *Comparação de métodos de previsão de séries temporais*, dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática e Estatística, USP.

REFERÊNCIAS ADICIONAIS

ANDERSON,O.D. (1977), A commentary on "A survey of time series", *Int. Statistical Review*, Vol. 45, 273-297.

ANDERSON,R.L. (1942), Distribution of the serial correlation coefficient, *Ann. Math. Stat.*, *13*, 1-13.

ATHANS,M. (1974), The importance of Kalman filtering methods for economic systems, *Annals of Economic and Social Measurement*, *3/1*, 49-64.

BERNARD,G.A.,JENKINS,G.M.,WINSTEN,C.B.(1962),Likelihood inference and time series, *Journal of the Royal Statistical Society*, A, *125*, 321-352.

CHATFIELD,C. (1977), Some recent developments in time series analysis, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, 492-510.

COGGER,K.O., (1974),The optimality of general order exponential smoothing, *Operational Research*, *22*, 858-867.

DAGUM,E.B., (1974), "Models for Time Series", Statistics Canada, Current Economic Analysis Division.

DE HOYOS,A., (1980), *Processos estocásticos e previsão*, Rio de Janeiro, 4º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística.

DURBIN, J., (1960), The fitting of the time series models,*Revue Inst.Int. of Stat.*, *28*, 233-243.

GRANGER,C.W.J. & NEWBOLD,J.P., (1975), Economic forecasting: the atheist's viewpoint, In *Modelling the Economy* (G.A.Renton, ed.), London, Heinemann Education Books.

HARRISON,P.J. & STEVENS,C.F., (1975), Bayesian forecasting in action:case studies, *Warwick Statistical Report nº 14*, Warwick University,England.

KAILATH,T., (1974), A view of three decades of linear filtering theory, *IEEE Trans. on Information Theory*, IT-20, 146-181.

KALMAN,R.E., (1960), A new approach to linear filtering and prediction, *Trans. ASME, J. of Basic Engineering*, 83D, 35-45.

KALMAN,R.E. & BUCY,R.S., (1961), New results in linear filtering and prediction theory, *Trans. ASME, J. Basic Engineering*, Vol. 83, 95-108.

KALMAN,R.E., (1963), Mathematical description of linear dynamical systems, *J. SIAM Control A*, Vol. 1, 152-192.

LEDOLTER,J., (1979), A recursive approach to parameter estimation in regression and time series models, *Commun. Statis. Theor. Meth.*, A8(12), 1227-1245.

MAKRIDAKIS,S., (1976), A survey of time series, *International Statistical Review*, 44, 29-70.

MAKRIDAKIS,S., (1978), Time series analysis and forecasting:an update and evaluation, *International Statistical Revue, 46*, 255-278.

MEHRA,R.K., (1970), On the identification of variances and adaptive Kalman filtering, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-15,nº 2, 175-184.

MORRISON,G.W. & PIKE,D.H., (1977), Kalman filtering applied to statistical forecasting, *Management Science*, vol. 23, nº 7, 768-774.

NAYLOR,T.H.,SEAKS,T.G.,WICHERN,D.W., (1972), Box-Jenkins methods: an alternative to econometric models, *International Statistical Revue*, 40, nº 2, 123-137.

PARZEN,E., (1976a), An approach to time series modeling and forecasting illustrated by hourly electricity demands, *Technical Report nº 37*,Statistical Science-Division, State University of New York at Buffalo

PLACKETT,R.L., (1950), Some theorems in least-squares, *Biometrika*, 37,pp. 149-157.

A P Ê N D I C E S

APÊNDICE **A**

TABELAS E GRÁFICOS DAS SÉRIES A – J

TABELA A.1 - Produção de Leite no Estado de São Paulo (em milhões de litros) (Série A)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1975	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	152,790
1976	155,480	141,920	137,730	132,770	126,000	120,270	116,590	120,720	125,370	132,930	142,900	144,200
1977	145,280	155,330	134,190	130,650	124,890	119,980	117,650	116,990	125,190	135,920	152,420	158,330
1978	159,660	148,530	147,670	138,870	132,480	129,020	133,070	134,020	131,470	138,530	152,570	159,600
1979	158,850	146,350	143,060	136,600	131,630	128,050	121,260	123,180	137,340	141,570	151,220	149,280
1980	149,760	145,270	142,800	132,880	129,910	127,500	134,060	135,970	138,430	144,820	151,560	-

FONTE: Instituto de Economia Agrícola (IEA).

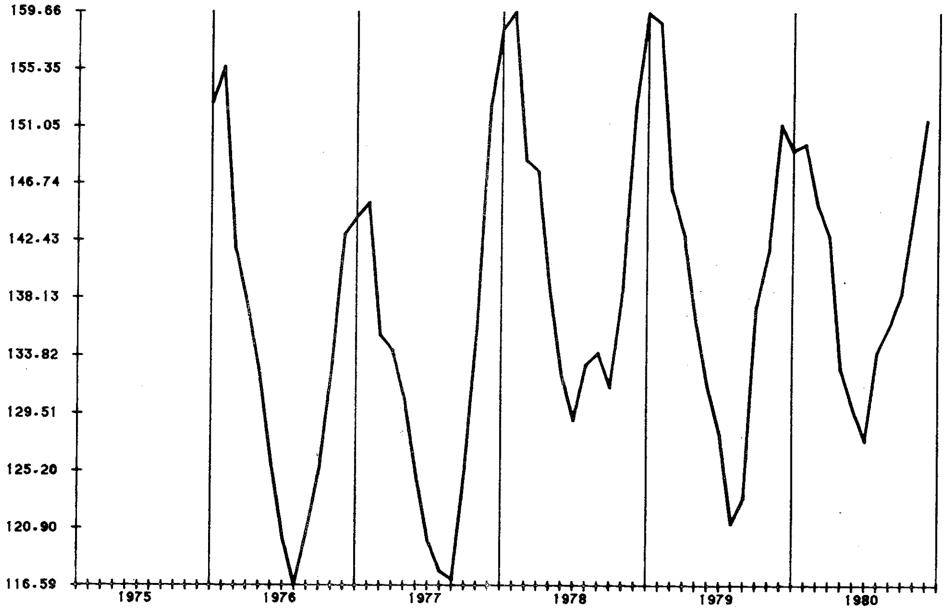

FIGURA A-1

TABELA A.2 - Meios de Pagamento - M1 (em milhões de Cruzeiros) (Série B)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1970	25.786	26.048	26.753	27.351	28.345	29.469	29.417	29.802	29.950	30.360	31.732	33.638
1971	32.791	33.122	33.374	34.315	35.419	37.799	38.320	38.827	40.524	42.114	43.736	44.514
1972	42.584	43.190	45.292	45.977	46.920	49.703	49.260	49.594	52.110	53.937	55.721	61.550
1973	58.386	60.524	62.342	65.655	68.475	73.672	73.600	75.365	79.638	82.045	85.275	90.490
1974	86.901	90.813	93.897	95.010	96.636	100.885	98.683	103.705	103.574	106.234	114.027	120.788
1975	112.097	112.109	116.573	118.998	125.059	133.144	132.021	140.884	143.819	146.000	157.821	172.433
1976	161.338	163.895	165.953	170.145	176.776	192.791	191.647	191.573	196.521	205.188	214.135	236.506
1977	216.065	219.697	226.020	241.845	245.285	260.524	261.974	266.522	277.492	287.344	294.431	325.243
1978	303.037	310.488	319.518	334.106	337.966	360.415	362.328	374.484	391.512	404.884	420.983	462.655
1979	435.883	465.846	463.968	476.009	491.626	538.467	547.582	559.257	603.103	625.737	674.973	803.113

FONTE: Boletim do Banco Central do Brasil.

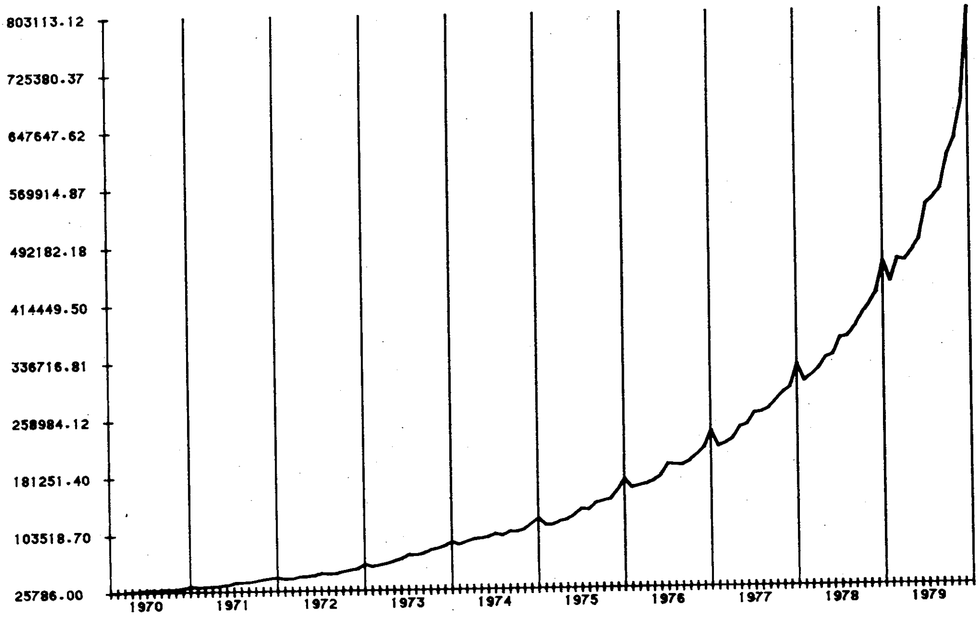

FIGURA A-2

TABELA A.3 - Índice de Produto Industrial do Brasil (Série C)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1969	7.780	7.351	8.317	8.036	8.424	8.300	8.985	8.589	8.564	8.614	8.102	8.044
1970	8.209	7.738	8.828	9.150	8.960	9.282	9.934	9.546	9.752	10.272	9.991	9.537
1971	8.761	8.501	9.642	9.058	9.256	9.799	10.828	11.063	10.652	11.278	10.661	10.500
1972	9.759	9.876	10.664	10.110	11.055	11.615	11.730	12.587	12.046	12.852	12.259	12.214
1973	11.798	11.278	11.945	11.695	12.734	13.405	13.836	14.388	14.069	15.519	14.680	14.104
1974	13.577	12.451	13.856	13.812	14.280	13.692	15.502	15.423	14.947	16.031	14.462	13.791
1975	13.608	12.794	13.889	14.555	14.545	15.114	15.886	15.541	15.770	16.375	15.386	14.927
1976	14.829	15.297	16.330	15.807	16.623	17.196	17.691	18.012	17.625	18.244	17.102	16.744
1977	15.385	15.062	17.896	16.262	17.820	17.911	17.818	18.410	17.658	18.273	17.922	16.987
1978	16.681	15.886	18.281	17.478	18.412	18.849	19.023	20.372	19.262	20.570	19.304	18.407
1979	18.633	17.497	19.470	18.884	20.308	20.146	20.258	21.614	19.717	22.133	20.503	18.800
1980	19.577	18.992	21.022	19.064	21.067	21.553	22.513	-	-	-	-	-

FONTE: Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (FIBGE)

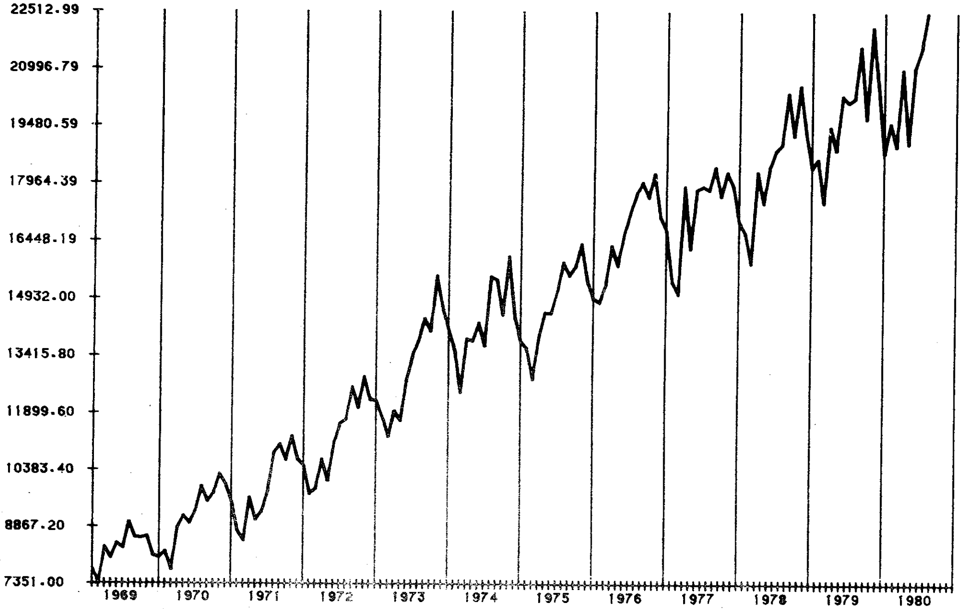

FIGURA A-3

TABELA A.4 - Vendas de uma Revista (em milhares de exemplares) .(Série D)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1974	223,9	207,2	213,3	218,2	219,5	219,8	222,3	225,9	219,3	223,5	220,9	231,7
1975	211,1	190,2	210,2	228,9	235,1	227,5	222,6	240,5	244,8	234,9	231,5	276,7
1976	201,4	207,2	202,6	202,2	200,2	192,6	204,0	205,9	221,4	226,4	237,5	221,3
1977	191,4	164,1	179,0	195,7	192,3	192,8	200,9	203,9	202,7	222,3	232,4	260,2
1978	213,8	205,8	215,3	237,3	248,8	298,6	296,9	308,2	320,9	320,3	339,6	378,5
1979	362,6	340,7	332,0	332,4	345,3	315,5	331,5	342,6	357,5	342,0	347,3	408,7
1980	321,7	276,2	284,2	282,9	296,6	288,1	287,3	292,9	301,0	282,7	-	-

FONTE: Abril Cultural S.A.

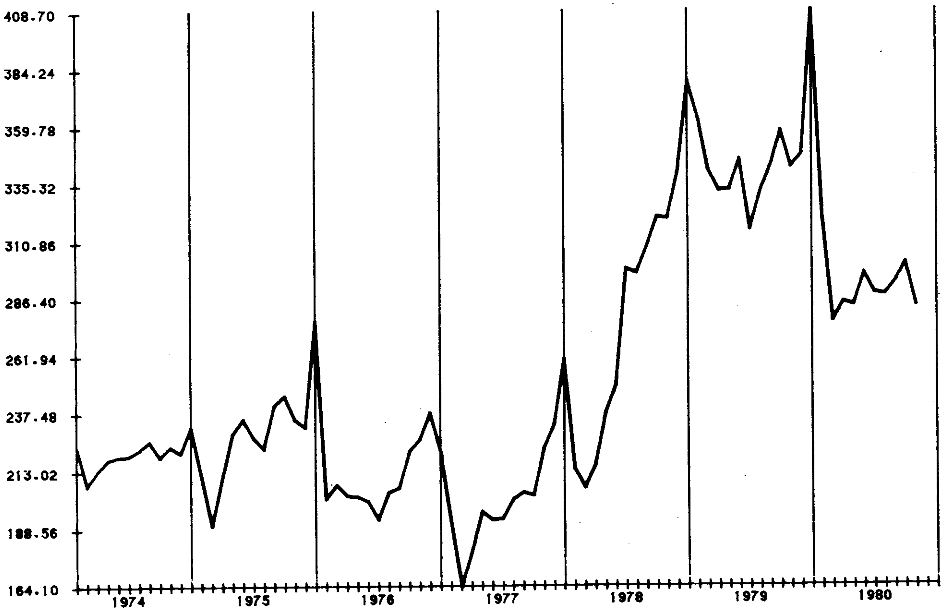

FIGURA A-4

TABELA A.5 - Preços Médios Mensais de Ovos Recebidos pelos Produtores, Estado de São Paulo*
(em Cr$ por Caixa com 30 Dúzias) (Série E)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1969	30,47	27,62	31,42	39,08	37,65	35,19	34,43	33,56	30,10	32,37	31,40	32,85
1970	31,69	36,90	40,42	37,73	40,95	42,91	41,73	39,15	37,22	38,46	39,72	39,13
1971	38,54	36,28	42,84	46,48	47,84	51,15	43,53	38,26	38,25	36,76	37,22	39,40
1972	42,91	43,44	49,57	51,88	44,02	46,04	54,88	54,09	47,17	47,71	52,03	51,32
1973	51,84	54,74	62,17	72,40	70,26	75,62	78,29	79,88	80,68	80,35	80,74	84,29
1974	83,16	92,67	92,71	103,18	98,47	88,77	92,60	91,79	82,20	73,26	73,02	72,28
1975	87,70	75,60	95,10	101,70	105,20	109,70	106,90	100,20	91,70	94,80	108,30	113,80
1976	106,60	108,90	142,50	153,30	141,80	148,60	155,20	168,40	158,00	152,40	145,20	137,80
1977	142,10	156,10	186,40	193,00	201,10	206,00	217,40	206,20	196,60	193,50	214,60	225,10
1978	224,00	235,10	247,30	263,90	272,70	282,10	294,90	300,70	291,20	258,00	232,00	252,10
1979	264,60	306,00	348,60	371,10	339,90	346,20	381,60	416,10	413,10	416,10	432,90	455,10
1980	432,30	465,30	620,70	637,80	633,60	539,70	613,50	653,40	635,70	715,50	-	-

* Média ponderada segundo os tipos de ovos: extra, grande, médio, pequeno e industrial.

FONTE: Instituto de Economia Agrícola (IEA)

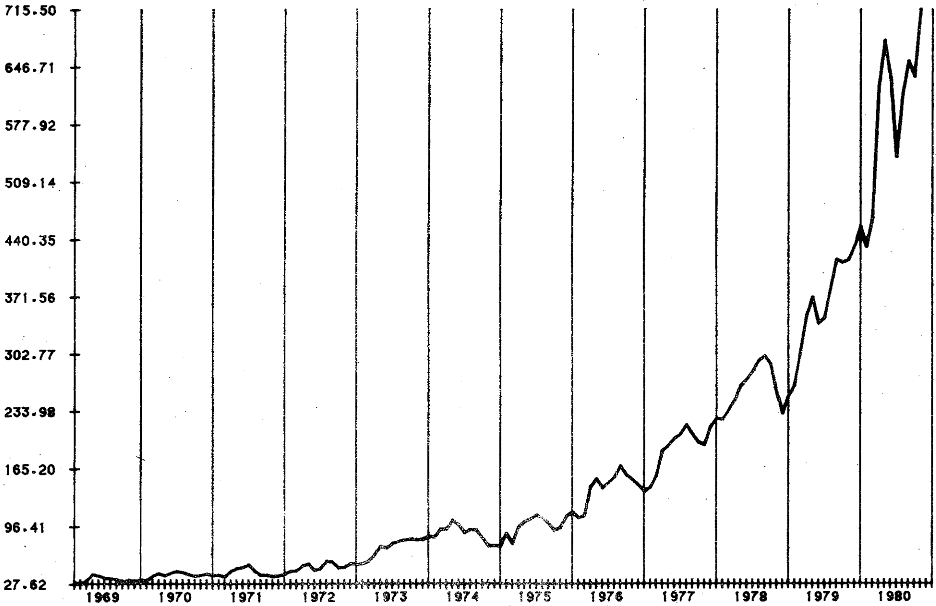

FIGURA A-5

TABELA A.6 - Preço Médio Mensal (Corrente) Recebido pelos Produtores de Café, Estado de São Paulo, (em Cruzeiros) (Série F)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1970	123,30	134,77	141,16	144,62	145,76	142,45	144,18	147,68	148,95	147,83	146,69	144,50
1971	138,82	131,46	137,50	138,22	134,05	130,25	126,55	126,47	125,50	127,09	129,85	132,16
1972	139,14	141,21	144,07	149,38	157,44	163,45	182,50	222,07	221,98	213,60	216,65	218,61
1973	228,06	238,34	245,27	249,25	248,89	256,21	278,78	287,00	286,27	287,70	291,40	298,40
1974	301,41	312,84	367,31	379,06	368,57	353,05	340,50	322,89	314,30	307,03	308,70	315,95
1975	337,38	339,39	333,07	327,49	335,09	376,00	383,57	632,51	638,12	640,45	635,82	649,45
1976	768,39	891,40	919,20	1.057,70	1.418,20	1.423,80	1.412,40	1.368,70	1.446,50	1.492,20	1.651,60	1.792,30
1977	2.045,40	2.158,00	3.401,30	3.763,80	3.013,90	2.574,90	2.158,50	1.908,40	1.801,20	1.741,20	2.075,50	2.089,00
1978	2.097,80	1.968,60	1.896,20	1.867,90	1.815,70	1.956,20	1.859,90	1.878,20	2.013,50	1.947,00	1.939,90	1.843,40
1979	1.907,80	1.970,50	2.045,20	2.211,80	2.452,00	2.915,40	-	-	-	-	-	-

FONTE: Instituto de Economia Agrícola (IEA)

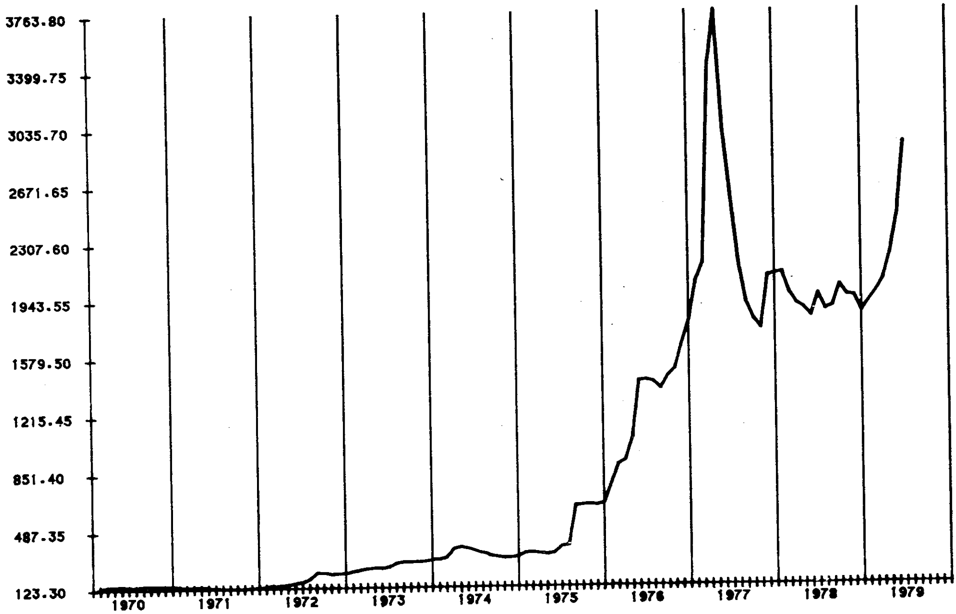

FIGURA A-6

TABÉLA A.7 - Consumo de Energia Elétrica (MWh) Total (Série G)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1968	10.951	10.671	13.643	15.109	12.602	12.295	12.056	12.376	14.146	12.993	14.206	13.603
1969	13.044	12.132	13.606	15.876	14.316	12.675	14.290	15.170	15.065	16.273	16.505	16.060
1970	16.964	17.675	15.548	17.275	22.318	21.117	23.326	27.224	28.794	19.554	19.601	27.330
1971	29.260	29.591	29.509	28.883	32.390	32.702	31.748	28.157	32.898	32.909	34.087	31.760
1972	35.105	31.767	35.608	35.094	32.674	35.438	36.270	35.369	36.742	36.615	36.748	37.289
1973	38.277	37.825	34.107	42.106	49.218	55.002	51.820	60.111	58.980	56.281	60.731	62.870
1974	63.653	65.574	59.721	65.205	61.340	59.538	55.018	65.002	66.740	63.595	63.202	59.822
1975	65.653	62.089	64.107	70.440	65.237	66.885	62.929	68.011	71.948	72.940	74.873	72.523
1976	78.868	79.610	74.635	80.178	79.802	82.737	81.259	81.697	80.502	78.160	80.078	83.807
1977	84.608	89.889	81.894	95.400	91.214	89.767	89.726	97.896	103.416	107.646	120.409	109.626
1978	110.276	118.065	116.504	134.251	134.667	144.760	144.438	159.168	168.255	175.231	174.530	173.720
1979	179.821	185.780	270.327	196.949	202.968	213.178	210.912	213.598	210.297	-	-	-

FONTE: Centrais Elétricas do Espírito Santo (ESCELSA)

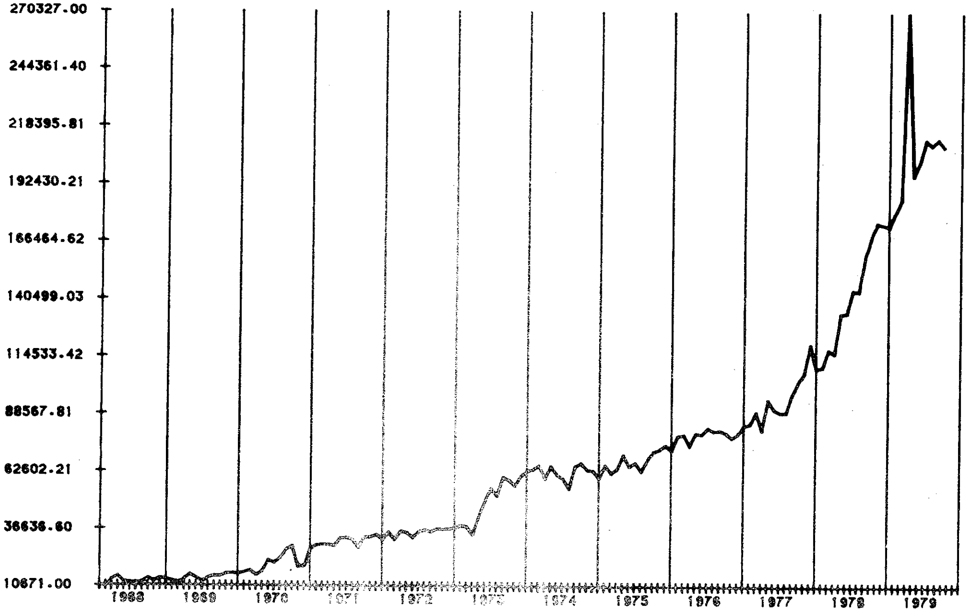

FIGURA A-7

TABELA A.8 - Índice de Custo de Vida no Município de São Paulo (Série H)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1970	71,6	72,5	73,5	74,5	75,2	76,3	76,9	78,1	80,0	80,9	81,7	82,9
1971	84,7	86,3	88,8	90,0	91,5	93,4	94,6	95,9	96,7	97,8	99,1	100,0
1972	102,2	103,7	104,7	106,0	106,7	107,9	110,4	112,3	114,1	116,1	117,1	117,5
1973	118,9	120,2	122,1	124,2	125,2	126,2	127,6	128,9	130,5	132,0	133,2	133,9
1974	135,1	139,9	145,8	153,2	156,1	158,1	161,6	164,7	167,4	170,2	174,0	178,1
1975	183,1	187,5	189,9	194,1	197,8	204,0	208,0	215,0	219,0	223,0	227,0	230,0
1976	238,0	251,0	256,0	263,0	270,0	275,0	280,0	290,0	298,0	305,0	310,0	318,0
1977	329,0	343,0	359,0	375,0	383,0	393,0	400,0	407,0	415,0	424,0	436,0	449,0
1978	456,0	474,0	486,0	495,0	510,0	535,0	558,0	572,0	586,0	602,0	617,0	628,0
1979	653,0	667,0	707,0	731,0	746,0	778,0	812,0	840,0	894,0	936,0	980,0	1.049,0
1980	1.096,0	1.133,0	1.182,0	1.237,0	1.309,0	1.374,0	-	-	-	-	-	-

FONTE: Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE)

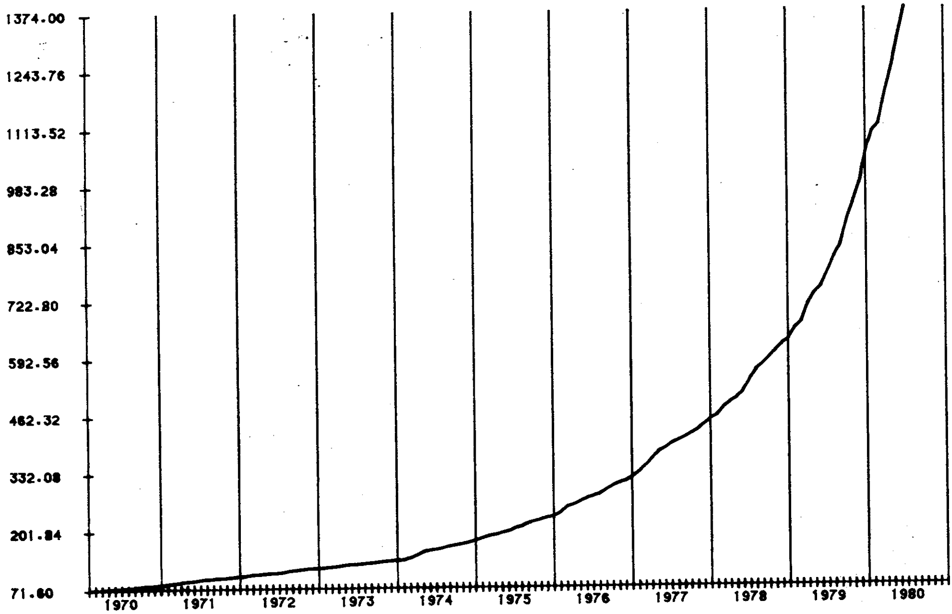

FIGURA A-8

TABELA A.9 - Importações feitas pelo Brasil (em milhões de Dólares)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1968	133,8	124,9	122,8	135,8	164,8	168,5	168,4	187,3	156,1	164,2	170,4	164,3
1969	153,4	140,6	142,7	157,9	169,9	165,5	163,5	200,4	173,8	168,0	156,4	201,1
1970	172,0	132,0	177,0	164,0	171,0	195,0	200,0	214,0	226,0	259,0	306,0	291,0
1971	239,4	230,7	277,4	251,4	260,2	282,3	278,0	291,4	288,0	297,0	252,9	296,8
1972	258,6	292,4	332,2	312,1	361,6	385,0	338,6	404,0	347,0	397,9	400,4	400,5
1973	370,7	390,3	405,3	418,2	479,2	436,9	534,1	588,7	520,1	696,7	626,4	725,6
1974	773,5	827,6	923,2	907,4	1.212,5	988,2	1.191,3	1.228,0	1.102,0	1.223,0	1.136,1	1.128,5
1975	812,4	1.108,5	1.043,8	1.036,6	1.026,0	990,4	1.005,0	1.082,8	1.057,0	1.098,2	907,8	1.041,0
1976	931,3	848,0	933,8	1.061,8	964,2	1.024,2	1.077,4	1.099,5	1.107,1	1.052,7	1.055,5	1.190,9
1977	959,0	883,4	995,4	1.002,2	1.098,8	1.027,3	906,7	1.128,0	1.014,8	973,6	1.022,3	987,5
1978	974,8	994,7	1.062,6	1.071,2	1.069,0	1.135,5	1.362,8	1.247,3	1.149,1	1.072,9	1.245,6	1.297,6
1979	1.222,4	1.064,2	1.272,1	1.228,0	1.469,5	1.279,0	1.653,1	1.828,9	1.579,1	1.857,8	1.715,7	1.914,1
1980	1.815,0	1.751,2	1.897,4	1.971,5	1.925,6	1.859,2	-	-	-	-	-	-

FONTE: Boletim do Banco Central do Brasil

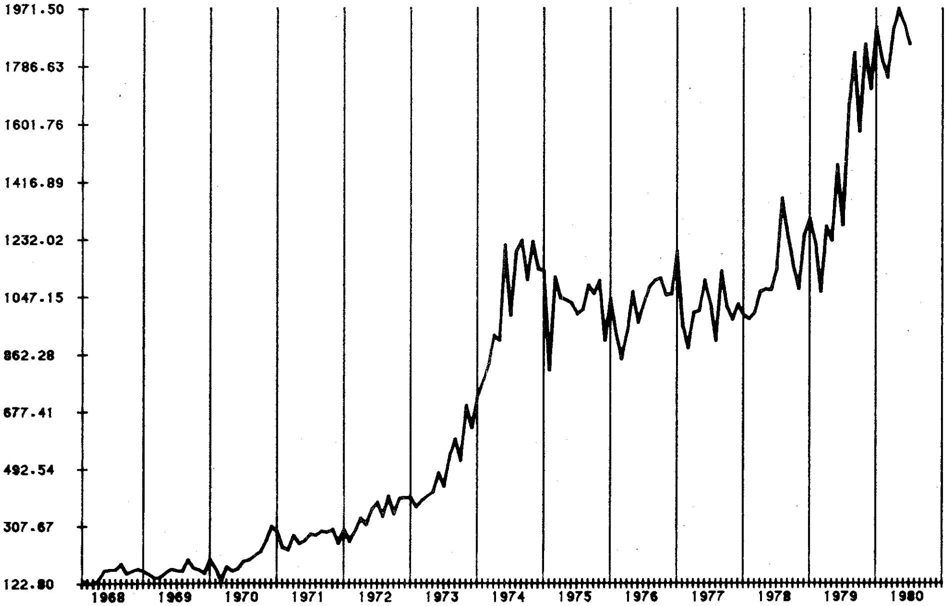

FIGURA A-9

TABELA A.10 - Preços Médios de Feijão recebidos pelos Produtores do Estado de São Paulo
(em Cr$ por saca de 60 kg) (Série J)

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1970	48,20	42,35	41,23	37,54	40,82	44,18	47,09	49,72	57,14	53,60	49,54	51,17
1971	52,98	54,74	58,59	61,39	61,51	58,86	58,18	56,89	55,78	56,98	58,31	62,42
1972	62,52	61,01	60,40	63,32	70,85	70,74	72,73	87,77	93,85	101,59	102,71	99,31
1973	108,54	123,45	180,50	238,58	226,59	220,91	227,73	241,43	252,27	249,40	181,50	122,44
1974	116,56	107,12	107,70	115,36	203,66	198,50	173,37	163,39	172,39	173,42	168,19	177,67
1975	139,38	123,39	127,77	140,35	206,86	216,46	244,93	358,42	332,90	372,01	265,13	197,71
1976	250,54	292,70	365,40	461,90	517,80	476,50	490,50	555,90	572,50	749,90	711,00	564,70
1977	491,90	448,20	520,40	623,40	655,20	576,60	527,60	499,40	486,40	408,40	294,00	297,10
1978	252,20	262,00	356,40	408,10	598,30	616,30	569,20	582,30	653,00	692,00	568,20	468,40
1979	436,20	517,70	594,70	666,40	681,50	656,30	735,50	865,20	966,90	1.136,60	832,00	945,80
1980	1.228,90	1.316,90	1.735,20	1.978,20	2.116,30	2.191,80	2.436,10	2.946,40	3.002,10	4.708,20	4.500,80	4.262,40

FONTE: Instituto de Economia Agrícola (IEA)

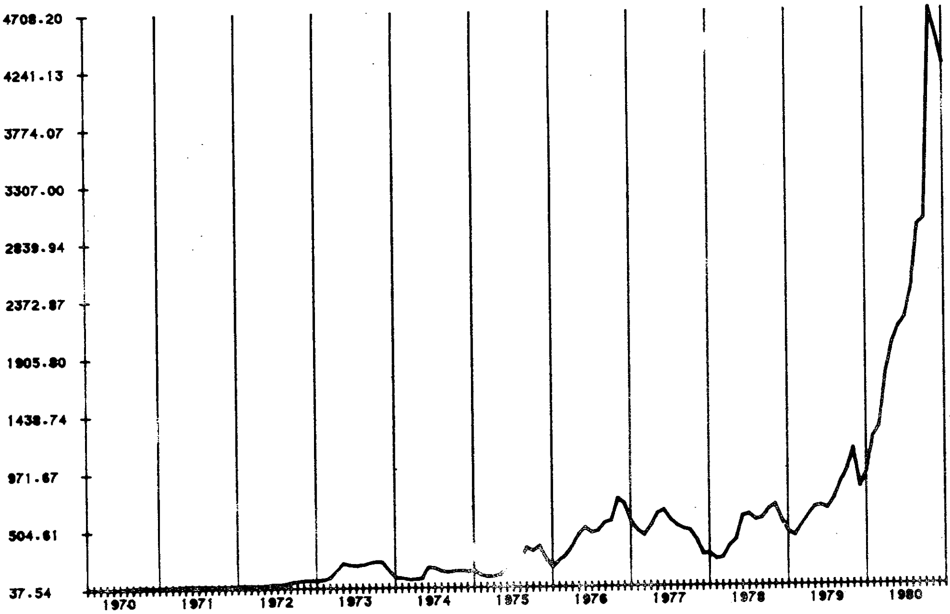

FIGURA A-10

APÊNDICE **B**

PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO DE NERLOVE ET AL. PARA MODELOS ARIMA

Dado o modelo

$$\phi(B)\Phi(B^s)\Delta^d\Delta_s^D Z_t = \theta(B)\Theta(B^s)a_t, \tag{B.1}$$

tentamos uma transformação Y_t de Z_t, da forma

$$Y_t = \phi(B)\Phi(B^s)\Delta^d\Delta_s^D Z_t, \tag{B.2}$$

tal que Y_t possa ser apresentado por um modelo de médias móveis puro

$$Y_t = \theta(B)\Theta(B^s)a_t. \tag{B.3}$$

Os detalhes do procedimento sugerido são (Nerlove et al.,1979,p. 205):

i) *Calcule a fac amostral de* Z_t; como em geral, a série não será estacionária, a fac não decrescerá rapidamente. Tome, então, diferenças até que a fac decresça, exceto possivelmente para múltiplos de s. Usualmente, uma diferença simples é suficiente.

ii) *Calcule a fac amostral de* $(1-B)Z_t$; se a série exibe sazonalidade, a fac decrescerá, exceto nos "lags" s, 2s, 3s,... e freqüentemente múltiplos de s/2. Para remover a sazonalidade, toma-se $(1-B^s)$.

iii) *Calcule a fac amostral de* $(1-B)(1-B^s)Z_t$; se os dados transformados (B.2) seguem um modelo MA puro ou com componente AR fraco, a fac de Y_t nos dará informação sobre a componente de médias móveis do processo.

Observando os valores da fac de $\Delta\Delta_s Z_t$ que são não nulas, podemos determinar valores para q e Q, pois se H é o grau do produto $\psi(B) = \theta(B)\Theta(B^s)$, então

$$H = q + sQ \tag{B.4}$$

Supondo q e Q não muito grandes (1 ou 2, digamos); podemos determinar um par de valores (q,Q) que satisfaz (B.4).

Suponha, agora, que Y_t contenha uma componente AR; então sua fac é dominada por exponenciais e/ou senóides amortecidas.

iv) *Calcule a facp de* Y_t; para confirmar a evidência fornecida pela fac de Y_t, se este segue um modelo AR(p) a facp terá um corte após o "lag" p. Logo, Y_t será transformada em outra variável, X_t, tal que

$$X_t = \theta(B)\Theta(B^s)a_t. \tag{B.5}$$

v) *Transforme* Y_t; os valores da facp de Y_t diferentes de zero são usados para determinar a ordem do modelo AR para Y_t. Então, X_t é a transformada de Y_t dada por

$$X_t = \Omega(B)Y_t, \tag{B.6}$$

onde $\Omega(B)$ é um polinômio em B de ordem p, com coeficientes dados pela auto-regressão. Calcula-se, então, a fac de X_t e usamos o procedimento i) – iii) para identificar H, q e Q.

EXEMPLO - Retomemos a Série A - Leite, analisada nos Capítulos 12 e 13. Seguindo o roteiro acima temos (ver Figuras 12.16, 12.17, 12.18 e Tabela 12.13):

i) as auto-correlações de Z_t indicam claramente o caráter sazonal da série, sendo que elas não decaem para zero rapidamente;

ii) para ΔZ_t o mesmo padrão permanece, indicando a necessidade de se tomar uma diferença sazonal, $\Delta_{12}Z_t$;

iii) para $\Delta\Delta_{12}Z_t$ somente as auto-correlações de "lags" 2 e 12 são altas; se assumirmos ordem 12, temos de (B.4), $12 = q+12Q$, de modo que um par de valores (q,Q) satisfazendo esta identidade é $q = 0$, $Q = 1$. Portanto um modelo possível é

$$(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t, \qquad \text{(B.7)}$$

ou seja, um SARIMA$(0,1,0)\times(0,1,1)_{12}$;

iv) se $Y_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t$, vemos que as auto-correlações de $Y_t = (1-B)(1-B^{12})Z_t$ seguem um padrão aproximadamente senoidal, sugerindo um modelo auto-regressivo para Y_t; como as auto-correlações parciais nos "lags" 2 e 12 são diferentes de zero, transformamos Y_t para

$$X_t = (1-a_2B^2-a_{12}B^{12})Y_t\ ; \qquad \text{(B.8)}$$

v) omitindo o termo $a_{12}B^{12}$, para que o modelo seja relativamente simples, e consultando a Tabela 12.13, obtemos com $a_2 = r_2$)

$$X_t = (1+0,38B^2)(1-B)(1-B^{12})Z_t. \tag{B.9}$$

A Tabela B.1 fornece as auto-correlações e auto-correlações parciais de X_t dada por (B.9); veja também a Figura B.1.

TABELA B.1 - Auto-correlações e auto-correlações parciais para $X_t = (1+0,38B^2)(1-B)(1-B^{12})Z_t$

j	r_j	$\hat{\phi}_{jj}$	j	r_j	j	r_j
1	0,11	0,11	13	0,06	25	-0,11
2	-0,03	-0,04	14	0,01	26	0,03
3	-0,07	-0,06	15	0,07	27	-0,04
4	-0,01	0,00	16	-0,07	28	0,00
5	0,07	0,07	17	-0,13	29	0,04
6	0,07	0,05	18	-0,08	30	0,03
7	0,08	0,07	19	-0,10	31	-0,00
8	0,16	0,16	20	-0,13	32	0,01
9	0,05	0,04	21	0,06	33	0,01
10	-0,09	-0,09	22	0,04	34	-0,00
11	-0,20	-0,18	23	0,07	35	-0,00
12	-0,45	-0,48	24	0,05	35	-0,00
d.p. para a coluna	0,17	0,17		0,19		0,23

Como $\rho_{12} \neq 0$, usamos a fac de X_t para determinar q e Q em (B.4) novamente:

$$12 = q+12Q,$$

de modo que $q = 0$, $Q = 1$ e

$$X_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t. \tag{B.10}$$

Logo, por (B.9) e (B.10) temos

$$(1-B)(1-B^{12})(1+0,38B^2)Z_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t. \qquad (B.11)$$

De (B.7) (B.8) e (B.11) inferimos que um modelo a ser estimado é

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2)(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t. \qquad (B.12)$$

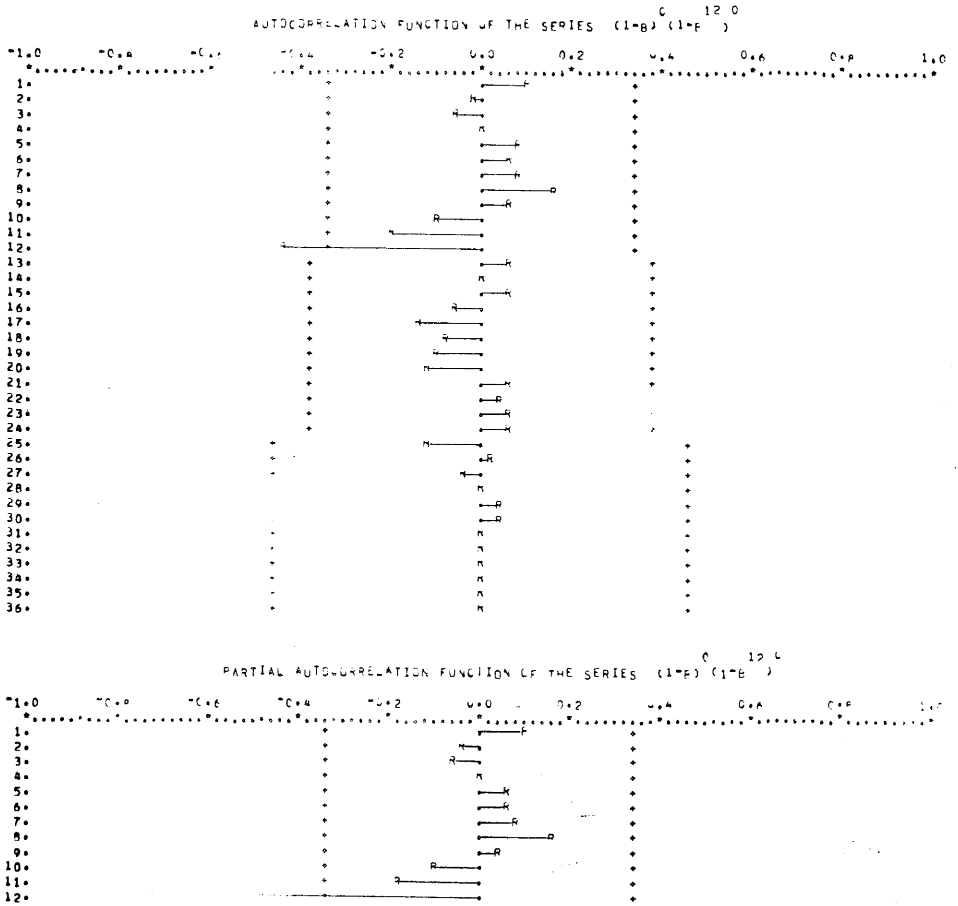

FIGURA B.1 - Auto-correlações e auto-correlações parciais para $X_t = (1+0,38B^2)(1-B)(1-B^{12})Z_t$

TABELA B.2 - Modelos ajustados para a Série A - Leite, seguindo o procedimento de Nerlove et al.

M o d e l o	Estimativas dos parâmetros	Int. confiança	$\hat{\sigma}_a^2$	Q	Periodo-grama	EQM Previsão
SARIMA $(2,1,0)\times(0,1,1)_{12}$ sem θ_0 (L = 5 iterações)	$\hat{\phi}_1 = 0,070641$ (ns) $\hat{\phi}_2 = -0,486161$ $\hat{\Theta}_1 = 0,725356$	(-0,2565; 0,3977) (-0,7956; -0,1767) (0,4854; 0,9654)	12,06	aleatório	aleatório	33,11
SARIMA $(2,1,0)\times(0,1,1)_{12}$ sem θ_0, ϕ_1 (L = 5 iterações)	$\hat{\phi}_2 = -0,484464$ $\hat{\Theta}_1 = 0,726858$	(-0,7897; -0,1793) (0,4968; 0,9569)	11,76	aleatório	aleatório	33,61

Na Tabela B.2 temos as estimativas dos parâmetros do modelo (B.12). Vemos que o modelo é adequado, mas o parâmetro ϕ_1 não é significativo. Por este motivo decidimos ajustar também o modelo sem o parâmetro ϕ_1, ou seja,

$$(1-\phi_2 B^2)(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t, \qquad (B.13)$$

para o qual obtemos uma variância residual ligeiramente menor (ver Tabela B.2).

Observe que não há variações apreciáveis nas estimativas dos parâmetros, quando se passa de (B.12) para (B.13).

TABELA B.3 - Previsões para a Série A - Leite, utilizando o modelo (B.12), origem $t = 48$, $h = 1,\ldots,12$

h	$Z_{t+h}(-)$	$\hat{Z}_t(h)$	$Z_{t+h}(+)$	Z_{t+h}	$e_t(h)$
1	149,650	156,678	163,706	149,280	-7,39780
2	148,458	158,754	169,050	149,760	-8,99411
3	136,063	147,161	158,260	145,270	-1,89125
4	132,277	143,964	155,651	142,800	-1,16412
5	124,859	137,681	150,503	132,880	-4,80117
6	117,777	131,777	145,776	129,910	-1,86663
7	112,570	127,389	142,209	127,500	1,10888
8	109,001	124,530	140,059	134,060	9,52987
9	110,324	126,635	142,947	135,970	9,33487
10	115,900	132,998	150,096	138,430	5,43179
11	122,245	140,049	157,852	144,820	4,77140
12	133,215	151,677	170,140	151,560	-0,11743

Nas Tabelas B.3 e B.4 temos as previsões utilizando cada um dos modelos. Vemos que os EQM de previsão são muito próximos, indicando que (B.13) pode ser utilizado, levando em conta o critério de parcimônia. Além disso, estes dois modelos são consideravelmente superiores àqueles ajustados na seção 12.5.

TABELA B.4 - Previsões para a Série A - Leite, utilizando o modelo (B.13), origem $t=48$, $h=1,\ldots,12$

t	$Z_{t+h}(-)$	$\hat{Z}_t(h)$	$Z_{t+h}(+)$	Z_{t+h}	$e_t(h)$
1	149,931	156,852	163,773	149,280	-7,57235
2	149,016	158,804	168,592	149,760	-9,04382
3	136,608	147,026	157,444	145,270	-1,75580
4	132,830	143,842	154,854	142,800	-1,04211
5	125,503	137,678	149,853	132,880	-4,79800
6	118,550	131,786	145,022	129,910	-1,87595
7	113,377	127,327	141,277	127,500	0,17300
8	109,818	124,447	139,076	134,060	9,61296
9	111,203	126,595	141,987	135,970	9,37479
10	116,845	132,964	149,084	138,430	5,46563
11	123,237	140,000	156,763	144,820	4,82006
12	134,231	151,614	168,998	151,560	-0,05412

APÊNDICE **C**

C.1 - "OTIMALIDADE" DO MÉTODO AES

O alisamento exponencial simples dado por (5.12) é ótimo se a série temporal Z_t for gerada por um modelo ARIMA (0,1,1).

PROVA - Seja $\hat{Z}_{t-1}(1)$ a previsão a um passo de Z_t. Então $\hat{Z}_{t-1}(1) = \bar{Z}_{t-1}$ e o erro de previsão é dado por $e_t = Z_t - \bar{Z}_{t-1}$.

Utilizando (5.12) temos que

$$e_t = Z_t - \alpha Z_{t-1} - (1-\alpha)\bar{Z}_{t-2} \tag{C.1}$$

mas

$$(1-\alpha)\bar{Z}_{t-2} = \alpha(1-\alpha)Z_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 Z_{t-3} + \alpha(1-\alpha)^3 Z_{t-4}) + \dots .$$

Substituindo em (C.1) temos

$$e_t = Z_t - \alpha Z_{t-1} - \alpha(1-\alpha)Z_{t-2} - \alpha(1-\alpha)^2 Z_{t-3} - \dots . \tag{C.2}$$

Somando e subtraindo Z_{t-1}, temos

$$e_t = Z_t - Z_{t-1} + Z_{t-1} - \alpha Z_{t-1} - \alpha(1-\alpha)Z_{t-2} - \alpha(1-\alpha)^2 Z_{t-3} - \dots$$

$$e_t = (1-B)Z_t + (1-\alpha)[Z_{t-1} - \alpha Z_{t-2} - \alpha(1-\alpha)Z_{t-3} - \dots].$$

Utilizando (C.2), vem

$$e_t = (1-B)Z_t + (1-\alpha)e_{t-1}. \qquad (C.3)$$

Se as previsões são ótimas os erros e_t serão ruídos brancos. Assim

$$a_t = (1-B)Z_t + (1-\alpha)a_{t-1}$$

portanto $$(1-B)Z_t = [1-(1-\alpha)B]a_t.$$

Logo, se o AES produz previsões ótimas então a série Z_t deve ser gerada por um modelo ARIMA(0,1,1) com coeficiente $\theta_1 = (1-\alpha)$.

C.2 - "OTIMALIDADE" DOS MÉTODOS DE HOLT-WINTERS

C.2.1 - Série não Sazonal

O previsor não sazonal de Holt, dado por (6.14) é ótimo se a série temporal Z_t for gerada por um processo ARIMA (0,2,2).

PROVA - Seja $\hat{Z}_{t-1}(1)$ a previsão, um passo à frente, de Z_t. Então $\hat{Z}_{t-1}(1) = \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1}$ e o erro de previsão é dado por

$$e_t = Z_t - \bar{Z}_{t-1} - T_{t-1} \qquad (C.4)$$

ou seja

$$Z_t = e_t + \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1} \qquad (C.5)$$

De (6.12) temos que

$$\bar{Z}_t = AZ_t + \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1} + A\bar{Z}_{t-1} - AT_{t-1}$$

$$\bar{Z}_t = A(Z_t - \bar{Z}_{t-1} - T_{t-1}) + \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1}.$$

Utilizando (C.4) temos que

$$\bar{Z}_t = Ae_t + \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1}$$

ou

$$\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1} = Ae_t + T_{t-1}. \tag{C.6}$$

Isolando o termo $(T_t - T_{t-1})$ em (6.13) obtemos

$$T_t - T_{t-1} = C(\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1}) - CT_{t-1}.$$

Utilizando (C.6) podemos escrever

$$T_t - T_{t-1} = ACe_t. \tag{C.7}$$

Introduzindo o operador B em (C.6) e (C.7) temos que

$$(1-B)\bar{Z}_t = T_{t-1} + Ae_t \tag{C.8}$$

$$(1-B)T_t = ACe_t. \tag{C.9}$$

De (C.9) podemos escrever que

$$(1-B)T_{t-1} = ACe_{t-1}$$

ou

$$T_{t-1} = (1-B)^{-1}ACe_{t-1}.$$

Substituindo em (C.8) vem

$$(1-B)\bar{Z}_t = (1-B)^{-1}ACe_{t-1} + Ae_t$$

ou

$$(1-B)^2 \bar{Z}_t = ACe_{t-1} + (1-B)Ae_t \qquad (C.10)$$

Utilizando (C.6) temos que

$$\bar{Z}_t = Ae_t + \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1}$$

$$\bar{Z}_{t-1} = Ae_{t-1} + \bar{Z}_{t-2} + T_{t-2}$$

$$\bar{Z}_{t-2} = Ae_{t-2} + \bar{Z}_{t-3} + T_{t-3}.$$

Assim

$$(1-B)^2\bar{Z}_t = Ae_t + \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1} - 2(Ae_{t-1} + \bar{Z}_{t-2} + T_{t-2}) +$$

$$+ Ae_{t-2} + \bar{Z}_{t-3} + T_{t-3}$$

ou

$$(1-B)^2\bar{Z}_t = e_t + \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1} + T_{t-1} - 2(e_{t-1} + \bar{Z}_{t-2} + T_{t-2}) +$$

$$+ e_{t-2} + \bar{Z}_{t-3} + T_{t-3} - e_t + 2e_{t-1} - e_{t-2} + Ae_t -$$

$$+ 2Ae_{t-1} + Ae_{t-2}.$$

Utilizando (C.5) temos que

$$(1-B)^2\bar{Z}_t = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} - e_t + 2e_{t-1} - e_{t-2} +$$

$$+ Ae_t - 2Ae_{t-1} + Ae_{t-2}.$$

Substituindo em (C.10) vem

$$Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} - e_t + 2e_{t-1} - e_{t-2} + Ae_t -$$

$$- 2Ae_{t-1} + Ae_{t-2} = ACe_{t-1} + Ae_t - Ae_{t-1}$$

ou

$$(1-B)^2 Z_t = e_t - (2-A-AC)e_{t-1} - (A-1)e_{t-2}$$

portanto,

$$(1-B)^2 Z_t = [1 - (2-A-AC)B - (A-1)B^2]e_t \qquad (C.11)$$

Se as previsões são ótimas os e_t serão ruídos brancos. Assim, substituindo e_t por a_t em (C.11), temos

$$(1-B)^2 Z_t = [1 - (2-A-AC)B - (A-1)B^2]a_t.$$

Logo, se o previsor não sazonal de Holt produz previsões ótimas, então a série deve ser gerada por um processo ARIMA(0,2,2) com coeficientes $\theta_1 = 2-A-AC$ e $\theta_2 = A-1$.

C.2.2 - Série Sazonal Aditiva

O previsor sazonal de Holt-Winters, em sua forma aditiva, dado por (7.11) é ótima se a série Z_t for gerada por um processo da classe de modelos sazonais considerados por Box & Jenkins, (1970).

PROVA - Seja $\hat{Z}_{t-1}(1)$ a previsão, um passo a frente de Z_t. Então $\hat{Z}_{t-1}(1) = \bar{Z}_{t-1} + T_{t-1} + F_{t-s}$ e o erro de previsão é dado por

$$e_t = Z_t - (\bar{Z}_{t-1} + T_{t-1} + F_{t-s}) \qquad (C.12)$$

De (7.7) temos que

$$\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1} = T_{t-1} + A(Z_t - \bar{Z}_{t-1} - T_{t-1} - F_{t-s}) \qquad (C.13)$$

Substituindo (C.12) em (C.13) temos que

$$\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1} = T_{t-1} + Ae_t. \qquad (C.14)$$

De (7.8) temos que,

$$T_t - T_{t-1} = C(\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1}) - CT_{t-1}. \qquad (C.15)$$

Substituindo (C.14) em (C.15), vem

$$T_t - T_{t-1} = ACe_t. \qquad (C.16)$$

De (7.6) temos

$$F_t - F_{t-s} = D(Z_t - \bar{Z}_t - F_{t-s}). \qquad (C.17)$$

Substituindo (C.14) em (C.17) vem

$$F_t - F_{t-s} = D(Z_t - \bar{Z}_{t-1} - T_{t-1} - Ae_t - F_{t-s}). \qquad (C.18)$$

Utilizando (C.12) temos

$$F_t - F_{t-s} = (1-A)De_t. \qquad (C.19)$$

Introduzindo o operador translação B em (C.14) e (C.15), temos

$$(1-B)\bar{Z}_t = T_{t-1} + Ae_t \qquad (C.20)$$

$$(1-B)T_t = ACe_t. \qquad (C.21)$$

De (C.21), vem

$$T_{t-1} = (1-B)^{-1}ACe_{t-1} \tag{C.22}$$

Substituindo (C.22) em (C.20) vem

$$(1-B)\bar{Z}_t = (1-B)^{-1}ACe_{t-1} + Ae_t$$

ou

$$(1-B)^2\bar{Z}_t = ACe_{t-1} + (1-B)Ae_t$$

ou

$$(1-B)^2\bar{Z}_t = A[1-(1-C)B]e_t. \tag{C.23}$$

Combinando (C.19),(C.21) e (C.23) temos que

$$(1-B)^2(1-B^s)(\bar{Z}_{t-1}+T_{t-1}+F_{t-s}) = [AB(1-B^s)[1-(1-C)B] +$$

$$+ ACB(1-B)(1-B^s)+ (1-A)DB^s(1-B)^2]e_t.$$

Utilizando (C.12) temos

$$(1-B)^2(1-B^s)Z_t = [(1-B)^2(1-B^s) + AB(1-B^s)[1-(1-C)B] +$$

$$+ ACB(1-B)(1-B^s) + (1-A(DB^s(1-B)^2]e_t.$$

Se as previsões são ótimas, os erros e_t serão ruídos brancos. Assim, a utilização do previsor sazonal aditivo de Holt-Winters é ótima, para um processo gerado por um particular membro da classe de modelos sazonais considerados por Box & Jenkins, isto é,

$$(1-B)^2(1-B^s)Z_t = (1+\theta_1B+\theta_2B^2+\theta_3B^s+\theta_4B^{s+1}+\theta_5B^{s+2})a_t$$

onde os coeficiente θ_1, θ_2, θ_3, θ_4, θ_5 são todos funções das três constantes de alisamento A, C e D.

- AC -

APÊNDICE **D**

FUNÇÃO DE AUTO-CORRELAÇÃO INVERSA

D1 - Seja uma série estacionária discreta Z_t, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$ com facv γ_j e fac ρ_j. Para facilidade de notação, vamos denotá-las, agora, por $\gamma(j)$ e $\rho(j)$. Se $p(f)$ indicar o espectro da série, sabemos que

$$\gamma(j) = \int_0^1 e^{i2\pi jf} p(f)df, \tag{D.1}$$

$$p(f) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma(j) e^{-i2\pi jf} \tag{D.2}$$

O recíproco de $p(f)$ é

$$pi(f) = \frac{1}{p(f)} \tag{D.3}$$

para f tais que $p(f) \neq 0$. Cleveland (1972) define a facv inversa como

$$\gamma i(j) = \int_0^1 e^{i2\pi jf} pi(f)df, \tag{D.4}$$

e a faci por

$$\rho i(j) = \frac{\gamma i(j)}{\gamma i(0)}. \tag{D.5}$$

A transformada inversa de (D.4) é

$$pi(f) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma i(j) e^{-i2\pi jf} . \qquad (D.6)$$

Para obter estimativas $ri(j)$ de $\rho i(j)$, Cleveland sugere empregar dois procedimentos. O primeiro, consiste em estimar o espectro através do periodograma suavizado (ver Morettin, 1979), tomar o recíproco do estimador e então calcular a transformada de Fourier, análoga a (D.4). O segundo método consiste em aproximar o processo por um processo auto-regressivo de ordem p suficientemente alta, estimar os parâmetros deste modelo e depois utilizar as fórmulas que dão as auto-correlações inversas de um processo AR(p); ver (D.13) abaixo.

D2 - Um tratamento mais intuitivo da faci no domínio do tempo foi oferecido por Chatfield (1979).

Seja $\Gamma(z)$ a função geradora de auto-covariâncias do processo Z_t, ou seja

$$\Gamma(z) = \sum_j \gamma(j) z^j , \qquad (D.7)$$

onde z é uma variável aparente. A função geradora de auto-correlações será

$$P(z) = \frac{\Gamma(z)}{\gamma(0)} = \sum_j \rho(j) z^j . \qquad (D.8)$$

Defina a função geradora de auto-covariâncias inversas, $\Gamma I(z)$ por

$$\Gamma(z)\Gamma I(z) = 1. \qquad (D.9)$$

Os coeficientes de z^j em $\Gamma I(z)$ são as auto-covariâncias inversas $\gamma i(j)$ e as auto-correlações inversas serão dadas por (D.5).

Segue-se que a função geradora de auto-correlações inversas é dada por

$$PI(z) = \frac{\Gamma I(z)}{\gamma i(0)}. \qquad (D.10)$$

Pode-se demonstrar (ver Chatfield, 1979) que a definição (D.9) é equivalente à dada por Cleveland (1972).

D3 - Consideremos o modelo ARMA(p,q)

$$\phi(B)Z_t = \theta(B)a_t. \qquad (D.11)$$

Chamamemos

$$\theta(B)Z_t = \phi(B)a_t \qquad (D.12)$$

de *modelo inverso* de (D.11). Então, pode-se provar que as faci de (D.11) são as mesmas que as fac de **(D.12). Isto** segue do fato que a função geradora de auto-covariâncias do modelo (D.11) é

$$\Gamma(z) = \sigma_a^2\psi(z)\psi(z^{-1}), \qquad (D.13)$$

onde $\psi(z) = \phi^{-1}(z)\theta(z)$.

Mais geralmente, a faci de um modelo ARIMA(p,d,q) é a mesma que a fac do modelo inverso ARIMA(q,d,p), e a faci de um modelo SARIMA$(p,d,q)\times(P,D,Q)_{12}$ é a mesma que a fac de um modelo SARIMA$(q,d,p)\times(Q,D,P)_{12}$.

EXEMPLO D.1 - A faci de um modelo AR(p)

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

é da mesma forma que a fac do modelo MA(p)

$$Z_t = a_t - \phi_1 a_{t-1} - \dots - \phi_p a_{t-p},$$

ou seja,

$$\rho i(j) = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ \dfrac{-\phi_j + \phi_1\phi_{j+1} + \dots + \phi_{p-j}\phi_p}{1+\phi_1^2+\dots+\phi_p^2}, & j=\pm 1, \pm 2, \dots, \pm p \\ 0, & |j| > p \end{cases} \quad \text{(D.13)}$$

A tabela abaixo sumariza propriedades de $\rho(j)$ e $\rho i(j)$.

	AR(p)	MA(q)	ARMA(p,q)
fac	decai	corte após lag q	decai
faci	corte após lag p	decai	decai

APÊNDICE **E**

PROGRAMAS

E.1 - INTRODUÇÃO

Neste Apêndice vamos apresentar os programas de alguns procedimentos que foram abordados no texto. Estes programas foram escritos em FORTRAN e para cada um será fornecida uma pequena documentação.

Certamente o leitor interessado poderá desenvolver seus próprios programas para os métodos apresentados, especialmente os automáticos. Para as metodologias de Box & Jenkins e Harrison & Stevens, os programas mencionados no Capítulo 1 (seção 1.8) podem ser utilizados. Informações referentes a estes programas devem ser solicitadas de seus autores e/ou distribuidores (ver referências no Volume 1).

E.2 - ALISAMENTO EXPONENCIAL SIMPLES

1 - Introdução

O programa utiliza o método desenvolvido no Capítulo 5, seção 5.2. A série é dividida em três partes:

$$Z_1, \ldots, Z_\ell, \ldots, Z_m, \ldots, Z_N.$$

i) os Valores $Z_1,\dots,Z_\ell$ são usados para eliminar o efeito do valor inicial, $\bar{Z}_1 = Z_1$;

ii) os valores $Z_\ell,\dots,Z_m$ são utilizados para a escolha de α;

iii) os valores $Z_{m+1},\dots,Z_N$ são utilizados para o cálculo do EQM de previsão.

1.1 - Escolha da Constante de Alisamento Exponencial

É feita pela subrotina ESCAO:

a) lê as observações $Z_1, Z_2,\dots,Z_N$;

b) calcula

$$\bar{Z}_t = \alpha Z_t + (1-\alpha)\bar{Z}_{t-1},$$

com $\bar{Z}_1 = Z_1$, para diversos valores de α: $\alpha = \alpha_1,\dots,\alpha_2$;

c) calcula a soma de desvios:

$$S = \sum_{t=\ell+1}^{m} (Z_t - \bar{Z}_{t-1})^2;$$

d) escolhe o valor de α que deu o menor S.

1.2 - Ajustamento do Modelo à Série

É feito pela subrotina AJUST:

a) para o valor de α escolhido calcula o valor ajustado:

$$\bar{Z}_t = \bar{Z}_{t-1}(1) = \bar{Z}_{t-1}, \qquad t=2,\dots,m;$$

b) calcula o erro

$$e_{t-1}(1) = Z_t - \bar{Z}_{t-1}(1), \qquad t=2,3,\dots m;$$

c) calcula o erro percentual

$$ep_{t-1}(1) = \frac{e_{t-1}(1)}{Z_t} \cdot 100, \qquad t=2,3,\ldots,m;$$

d) calcula média, variância e desvio padrão da série e do erro.

1.3 - Previsão Um Passo Adiante

É feita pela subrotina PREV1:

a) faz o mesmo que nos itens 1.2 a) e 1.2 b) para $t=m+1, \ldots, N$.

b) calcula os intervalos de confiança das previsões:

$$\bar{Z}_t + \bar{e}_t \pm \hat{\sigma}_e \cdot T_{t-2}, \qquad t=m+1,\ldots N,$$

onde $\bar{e}_t = \sum_{i=1}^{t-1} e_i/(t-1)$

T_{t-2} é obtido da distribuição t-Student com (t-2) graus de liberdade;

c) calcula erro quadrático médio:

$$EQM = \frac{1}{N-m} \sum_{t=m+1}^{N} e_{t-1}^2(1);$$

d) calcula a percentagem do erro quadrático médio relativo:

$$PEQMR = 100 \cdot \sum_{t=m+1}^{N} \left(\frac{e_{t-1}(1)}{Z_t}\right)^2;$$

e) calcula a percentagem do erro médio absoluto:

$$PEMA = 100 \cdot \sum_{t=m+1}^{N} \frac{|e_{t-1}(1)|}{Z_t};$$

1.4 - Previsão h Passos Adiante

É feita pela subrotina PREVH:

a) calcula a previsão h passos adiante:

$$\hat{Z}_t = \hat{Z}_{t-h}(h) = \bar{Z}_{t-h}, \qquad t=h,h+1,\ldots,N+h;$$

b) calcula o erro de previsão:

$$e_{t-h}(h) = Z_t - \hat{Z}_{t-h}(h);$$

c) calcula EQM, PEQMR e PEMA para $t=m+1,\ldots,N$.

2 - Limitações

Número de séries: ilimitado (uma após a outra).

Número de observações da série: $N \leq 500$.

Número de observações a serem utilizadas na escolha de α: $m \leq N$. (Um bom valor é $n = N-12$ para dados mensais).

Número de observações que não entrarão no cálculo da soma de desvios S a ser usada na escolha de α: $\ell < m$. (Um bom valor é $m = 4$).

Constante de alisamento exponencial: $0,01 \leq \alpha \leq 0,99$.

Incremento de α: 0,01 a 0,98.

Número de passos adiante na previsão: $NP \leq N$.

3 - Opções

O programa permite:

a) Escolher o melhor α entre α_1 e α_2 (neste caso, $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 > 0$), ou usar um valor fixo de α (neste caso, α_1 = valor desejado $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$).

b) Fazer ajustamento e previsão um passo adiante (neste caso N>m e NP = 0 ou NP = 1).

c) Fazer só a ajustamento do modelo (neste caso m = N).

d) Fazer ajustamento e previsão h passos adiante, com h = = 1,2,...,NP (neste caso, N > m e NP > 1).

4 - Erros

Os seguintes procedimentos são adotados em caso de erros:

a) Se N = m = 0, a execução é cancelada e é impressa mensagem de erro;

b) se $\alpha_1 > 0$ e $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$, o programa não escolhe α, usando $\alpha = \alpha_1$;

c) se N > 0 e m = 0, o programa usa m = N;

d) se N ≤ m o programa não faz previsão um passo adiante;

e) se N ≤ m ou NP ≤ 1 ou NP>N-m o programa não faz previsão h passos adiante;

f) se α_1 ou α_2 ou $\alpha_3 = 0$, o programa usa $\alpha_1 = 0{,}1$, $\alpha_2 = 0{,}9$ e $\alpha_3 = 0{,}1$ (com exceção do caso 4.b);

g) se $\ell = 0$, o programa usa $\ell = m/2$.

5 - Uso do Programa

5.1 - Cartões de Controle

?JØB, etc.

```
?COMPILE AES FØRTRAN LIBRARY;
?DATA
 Programa fonte (em FORTRAN)
?RUN AES
?DATA
 Títulos dos gráficos (já incluídos)
 Dados
?END JOB
```

5.2 - Cartões de Dados

Para cada série repetir 1) a 4):

1) Especificações do trabalho:

c 1 a 5: nº total de observações da série, incluindo as que não serão usadas na escolha α (N).

c 6 a 10: nº de observações a serem utilizadas na escolha de α (m).

c 11 a 15: nº de observações que não entrarão no cálculo da soma de desvios S a ser usada na escolha de α (ℓ).

c 16 a 20: nº máximo de passos adiante desejado na previsão (NP).

c 21 a 30: primeiro valor de α a ser testado, com 4 decimais (α_1).

c 31 a 40: último valor de α a ser testado, com 4 decimais (α_2).

c 41 a 50: incremento no valor de α, com 4 decimais (α_3).

c 51 a 60: valor da estatística t de Student a ser utilizada no intervalo de confiança das previsões, com m-2 graus de liberdade, com 4 decimais (T).

2) Nome da série

c 1 a 80: nome da série.

3) Formato

c 1 a 80: formato de leitura das observações da série (entre parêntesis).

4) Bloco com um ou mais cartões com as observações da série, conforme o formato dado em 3).

6 - Listagem

```
      DIMENSION RNOME(20), FMT(20), Z(500), ZB(500), X(500), ITITLE(144)
     1          ,RANGE(4), ICHAR(4) ,IMAG4(5151), Y(500,4)
      COMMON /BLOC1/ NSERIE, RNOME, Y, N
      COMMON /BLOC2/ ALFA, M
      COMMON /BLOC3/ ZM, V, DP, EM, VE, DE
      COMMON /BLOC4/ ITITLE, RANGE, ICHAR, X, IY,L,
     1               INC, IOPT, IMAG4
      COMMON /BLOC5/ NP
      COMMON /BLOC6/ ALFA1, ALFA2, ALFA3, K, SMIN, ALFIN, NERRO
      COMMON /BLOC7/ T
      EQUIVALENCE (Z(1),Y(1,1)),(ZB(1),Y(2,2))
      DATA RANGE/4*0.0/
      DATA ICHAR/'*','X','1','2'/
      READ(5,207)ITITLE

      NSERIE = 1
      NERRO = 0
C
C     LEITURA DAS ESPECIFICACOES, DO NOME DA SERIE E DOS DADOS DA SERIE
C
    1 READ(5,101,END= 5)N,M,K,NP,ALFA1,ALFA2,ALFA3,T
      IF(N .GT. 0 .OR. M .GT. 0)GO TO 2
      WRITE(6,202)N,M

      GO TO 5
    2 IF(N .LT. M)N=M
      READ(5,102)RNOME
      READ(5,102)FMT
      READ(5,FMT)(Z(I),I=1,N)
C
C     IMPRESSAO DOS DADOS ORIGINAIS DA SERIE
```

```
      WRITE(6,201)NSERIE,NNOME
      WRITE(6,203)
      WRITE(6,208)(Z(I),I=1,N)
      WRITE(6,204)N,M,K
      WRITE(6,205)ALFA1,ALFA2,ALFA3
C
C     IMPRESSAO DO GRAFICO DA SERIE
C
      DO 3 I=1,N
       X(I) = I
    3 CONTINUE
      IY = 500
      L = 1
      INC = 1
      IOPT = 1
      CALL USPLT(X,Z,IY,N,L,INC,ITITLE,RANGE,ICHAR,IOPT,IMAG4,IER)
C
C     ESCOLHA DA CONSTANTE DE ALISAMENTO EXPONENCIAL
C
      IF(ALFA1 .GT. 0. .AND. ALFA2 .LE. 0. .AND. ALFA3 .LE. 0.)GO TO 4
      CALL ESCAO
      IF(NERRO .NE. 0)GO TO 5
      ALFA = ALFIN
C
C     AJUSTAMENTO DO MODELO A SERIE TEMPORAL
C
    4 IF(M .LE. 0)M=N
      CALL AJUST
C
C     PREVISAO UM PASSO ADIANTE
C
      IF(N .GT. M)CALL PREV1
C
C     PREVISAO H PASSOS ADIANTE
C
      I = N - M
      IF(N .GT. M .AND. NP .GT. 1 .AND. NP .LE. I)CALL PREVH
      NSERIE = NSERIE + 1
      GO TO 1
    5 WRITE(6,206)
  101 FORMAT(4I5,4F10.4)
  102 FORMAT(20A4)
  201 FORMAT(1H1,T10,'SERIE',I3,' - ',20A4//)
  202 FORMAT(//T10,'**** ERRO ****',5X,'N =',I3,5X,'M =',I3/T10,
     1 'EXECUCAO CANCELADA'//)
  203 FORMAT(T4,'***** DADOS ORIGINAIS DA SERIE TEMPORAL (Z(T))'/)
  204 FORMAT(///T4,'***** ESPECIFICACOES'//T10,'NUMERO TOTAL DE OBSERVAC
     1OES (N)',T73,'-',I5/T10,'NUMERO DE OBSERVACOES A SEREM USADAS NA E
     2SCOLHA DE ALFA (M)',T73,'-',I5/T10,'NUMERO DE OBSERVACOES QUE NAO
     3ENTRARAO NA SOMA DOS DESVIOS (K)',T73,'-',I5/)
  205 FORMAT(T10,'PRIMEIRO VALOR DE ALFA A SER TESTADO (ALFA1) -',F8.4/
     1 T10,'ULTIMO VALOR DE ALFA A SER TESTADO (ALFA2)    -',F8.4/
     2 T10,'INCREMENTO DO VALOR DE ALFA (ALFA3)           -',F8.4/)
  206 FORMAT(1H1,5(/),T10,'PROGRAMA DE ALISAMENTO EXPONENCIAL SIMPLES'/
     1 T10,'F.A.PINO E C.M.C.TOLOI'/T10,'VERSAO NOVEMBRO 1979'/T10,
     2 'EXECUCAO TERMINADA',5(/))
  207 FORMAT(80A1)
  208 FORMAT(6F20.4)
      CALL EXIT
      END
```

```
      SUBROUTINE ESCAU

      OBJETIVO - ESCOLHE O VALOR OTIMO DA CONSTANTE DE ALISAMENTO
                 EXPONENCIAL (COM SOMA DE DESVIOS MINIMA)

      DIMENSION RNOME(20), FMT(20), Z(500), ZB(500), X(500), ITITLE(144)
     1          ,RANGE(4), ICHAR(4) ,IMAG4(5151), Y(500,4)
      COMMON /BLOC1/ NSERIE, RNOME, Y, N
      COMMON /BLOC2/ ALFA, M
      COMMON /BLOC6/ ALFA1, ALFA2, ALFA3, K, SMIN, ALFIN, NERRO
      EQUIVALENCE (Z(1),Y(1,1)),(ZB(1),Y(2,2))
      NERRO = 0
      IF(M .LE. 0 .AND. N .LE. 0)GO TO 7
      IF(ALFA1 .LE. 0. .OR. ALFA2 .LE. 0. .OR. ALFA3 .LE. 0.)GO TO 6
    1 IF(M .LE. 0 .AND. N .GT. 0)M=N
      IF(K .LE. 0)K=M/2
      WRITE(6,201)NSERIE,RNOME
      WRITE(6,202)N,M,K
      WRITE(6,203)ALFA1,ALFA2,ALFA3
      ALFA = ALFA1
      ZB(1) = Z(1)
    2 DO 3 I=2,M
       J = I - 1
       ZB(I) = ALFA * Z(I) + (1. - ALFA) * ZB(J)
    3 CONTINUE
      L = K + 1
      S = 0.
      DO 4 I=L,M
       J = I - 1
       S = S + (Z(I) - ZB(J))**2
    4 CONTINUE
      IF(ALFA .NE. ALFA1 .AND. S .GE. SMIN)GO TO 5
      SMIN = S
      ALFIN = ALFA
    5 WRITE(6,204)ALFA,S
      IF(ALFA .GE. ALFA2)GO TO 8
      ALFA = ALFA + ALFA3
      GO TO 2
    6 ALFA1 = 0.1
      ALFA2 = 0.9
      ALFA3 = 0.1
      GO TO 1
    7 NERRO = 1
      WRITE(6,205)N,M
      GO TO 9
    8 WRITE(6,206)ALFIN,SMIN
  201 FORMAT(1H1,T10,'SERIE',I3,' = ',20A4//)
  202 FORMAT(T4,'***** ESCOLHA DE ALFA'//T10,'NUMERO TOTAL DE OBSERVACOE
     1S (N)',T74,'=',I5/T10,'NUMERO DE OBSERVACOES A SEREM USADAS NA ESC
     2OLHA DE ALFA (M)',T74,'=',I5/T10,'NUMERO DE OBSERVACOES QUE NAO EN
     3TRARAO NA SOMA DOS DESVIOS (K)',T74,I5/)
  203 FORMAT(T10,'PRIMEIRO VALOR DE ALFA A SER TESTADO (ALFA1)',T70,'=',
     1F8.4/T10,'ULTIMO VALOR DE ALFA A SER TESTADO (ALFA2)',T70,'=',
     2F8.4/T10,'INCREMENTO DO VALOR DE ALFA (ALFA3)',T70,'=',F8.4///
     3T26,'ALFA',T37,'SOMA DE DESVIOS (S)'/)
  204 FORMAT(T20,F10.4,T40,F15.4)
  205 FORMAT(//T10,'***** ERRO *****',5X,'N =',I2,5X,'M =',I2//)
  206 FORMAT(///T10,'O MELHOR ALFA OBTIDO FOI',F8.4,' COM S =',F15.4)
    9 RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE AJUST
C
C     OBJETIVO - CALCULA VALORES AJUSTADOS DA SERIE, PARA AS PRIMEIRAS
C                M OBSERVACOES, PARA UM VALOR DADO DA CONSTANTE DE
C                ALISAMENTO EXPONENCIAL
C                CALCULA ERRO MEDIO E VARIANCIA DOS ERROS
C
      DIMENSION RNOME(20), FMT(20), Z(500), ZB(500), X(500), ITITLE(144)
     1          ,RANGE(4), ICHAR(4) ,IMAG4(5151), Y(500,4)
      COMMON /BLOC1/ NSERIE, RNOME, Y, N
      COMMON /BLOC2/ ALFA, M
      COMMON /BLOC3/ ZM, V, DP, EM, VE, DE
      EQUIVALENCE (Z(1),Y(1,1)),(ZB(1),Y(2,2))
      WRITE(6,201)NSERIE,RNOME
      WRITE(6,202)
      WRITE(6,203)Z(1)
      S = Z(1)
      S2 = Z(1) * Z(1)
      SE = 0.
      SE2 = 0.
      ZB(1) = Z(1)
      DO 1 I=2,M
       J = I - 1
       S = S + Z(I)
       S2 = S2 + Z(I) * Z(I)
       E = Z(I) - ZB(J)
       EP = E * 100. / Z(I)
       SE = SE + E
       SE2 = SE2 + E * E
       WRITE(6,204)I,Z(I),ZB(J),E,EP
       ZB(I) = ALFA * Z(I) + (1. - ALFA) * ZB(J)
    1 CONTINUE
      ZM = S / FLOAT(M)
      V = (S2 - S * S / FLOAT(M)) / (FLOAT(M) - 1.)
      DP = SQRT(V)
      J = M - 1
      EM = SE / FLOAT(J)
      VE = SE2 / FLOAT(J)
      DE = SQRT(VE)
      WRITE(6,205)ALFA,ZM,V,DP
      WRITE(6,206)EM,VE,DE
  201 FORMAT(1H1,T10,'SERIE',I3,' - ',20A4//)
  202 FORMAT(T4,'***** AJUSTAMENTO DO MODELO A SERIE TEMPORAL'//T10,
     1 'OBSERVACAO      VALOR OBSERVADO       VALOR AJUSTADO',T74,'DESVIO
     2  DESVIO PERCENTUAL'//T19,'T',T38,'Z',T53,'Z    (1)',T73,'E    (1)'/
     3 T39,'T',T54,'T-1',T74,'T-1'/)
  203 FORMAT(T19,'1',F20.4,T55,'-',T75,'-',T95,'-')
  204 FORMAT(T17,I3,4F20.4)
  205 FORMAT(/T10,'CONSTANTE DE ALISAMENTO EXPONENCIAL USADA =',F8.4//
     1 T10,'MEDIA DA SERIE                   =',F15.4/
     2 T10,'VARIANCIA DA SERIE               =',F15.4/
     3 T10,'DESVIO PADRAO DA SERIE           =',F15.4/)
  206 FORMAT(T10,'MEDIA DOS DESVIOS              =',F15.4/
     1          T10,'VARIANCIA DOS DESVIOS          =',F15.4/
     2          T10,'DESVIO PADRAO DOS DESVIOS =',F15.4/)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE PREVI
C
C     OBJETIVO - FAZ PREVISAO UM PASSO ADIANTE E DA INTERVALO DE
C                CONFIANCA
C
      DIMENSION RNOME(20), FMT(20), Z(500), ZB(500), X(500), ITITLE(144)
     1          ,RANGE(4), ICHAR(4) ,IMAG4(5151), Y(500,4)
      COMMON /BLOC1/ NSERIE, RNOME, Y, N
      COMMON /BLOC2/ ALFA, M
      COMMON /BLOC3/ ZM, V, DP, EM, VE, DE
      COMMON /BLOC4/ ITITLE, RANGE, ICHAR, X, IY,L,
     1               INC, IOPT, IMAG4
      COMMON /BLOC7/ T
      EQUIVALENCE (Z(1),Y(1,1)),(ZB(1),Y(2,2))
      Y(1,2) = Z(1)
      WRITE(6,201)NSERIE,RNOME
      WRITE(6,202)
      SE2 = 0.
      SER2 = 0.
      SEA2 = 0.
      JJ = N - 1
      DO 1 J=M,JJ
       I = J + 1
       E = Z(I) - ZB(J)
       SE2 = SE2 + E * E
       IF(Z(I).EQ.0.)GO TO 2
       SER2 = SER2 + (E / Z(I))**2
       SEA2 = SEA2 + ABS(E) / Z(I)
    2  ZI = ZB(J) + EM - DE * T
       ZS = ZB(J) + EM + DE * T
       ZB(I) = ALFA * Z(I) + (1. - ALFA) * ZB(J)
       WRITE(6,203)I,Z(I),ZB(J),E,ZI,ZS
    1 CONTINUE
      J = N + 1
      ZI = ZB(N) + EM - DE * T
      ZS = ZB(N) + EM + DE * T
      WRITE(6,204)J,ZB(N),ZI,ZS
      J = N - M
      EQM = SE2 / FLOAT(J)
      PEQMR = SER2 * 100.
      PEMA = SEA2 * 100.
      WRITE(6,205)EQM,PEQMR,PEMA
      WRITE(6,206)T
      L = 2
      CALL USPLT(X,Y,IY,N,L,INC,ITITLE,RANGE,ICHAR,IOPT,IMAG4,IER)
  201 FORMAT(1H1,T10,'SERIE',I3,' - ',20A4//)
  202 FORMAT(T4,'***** PREVISAO UM PASSO ADIANTE'//T10,'OBSERVACAO',T25,
 2021 'VALOR OBSERVADO       VALOR PREVISTO     ERRO DE PREVISAO',T85,
 2022 'LIMITE INFERIOR     LIMITE SUPERIOR'/T88,'DE CONFIANCA',T108,
    3 'DE CONFIANCA'/T19,'T',T38,'Z',T53,'Z    (1)',T73,'E    (1)'/T39,
    4 'T',T54,'T-1',T74,'T-1'/)
  203 FORMAT(T17,I3,5F20.4)
  204 FORMAT(T17,I3,T34,'...',T40,F20.4,T74,'...',T80,2F20.4)
  205 FORMAT(////T10,'ERRO QUADRATICO MEDIO (EQM)',T58,'=',F16.4//
    1 T10,'PERCENTAGEM DO ERRO QUADRATICO MEDIO RELATIVO (PEQMR) =',
    2 F10.4//T10,'PERCENTAGEM DO ERRO MEDIO ABSOLUTO (PEMA)',T64,'=',
    3 F10.4)
  206 FORMAT(///T10,'VALOR DE T USADO NO INTERVALO DE CONFIANCA =',
    1   F10.4)
      RETURN
      END
```

```
      SUERCLTINE PREVH

      CBJETIVO - FAZ PREVISAO H PASSOS ADIANTE

      DIMENSION RNOME(20), FMI(20), Z(500), ZB(500), X(500), ITITLE(144)
     1         ,RANGE(4), ICHAR(4) ,IMAG4(5151), Y(500,4)
      COMMON /BLOC1/ NSERIE, RNOME, Y, N
      COMMON /BLOC2/ ALFA, M
      COMMON /BLOC5/ NP
      EQUIVALENCE (Z(1),Y(1,1)),(ZB(1),Y(2,2))
      DO 4 IH=2,NP
       WRITE(6,201)NSERIE,RNOME
       WRITE(6,202)IH
       SN = 0.
       SE2 = 0.
       SER2 = 0.
       SEA2 = 0.
       K = IH + 1
       L = IH + N
       DO 3 I=K,L
        J = I - IH
        IF(I .GT. N)GO TO 1
        E = Z(I) - ZB(J)
        WRITE(6,203)I,Z(I),ZB(J),E
        GO TO 2
 1      WRITE(6,204)I,ZB(J)
 2      IF(I .LE. M .OR. I .GT. N)GO TO 3
        SE2 = SE2 + E * E
      IF(Z(I).EQ.0.)GO TO 3
        SER2 = SER2 + (E / Z(I))**2
        SEA2 = SEA2 + ABS(E) / Z(I)
        SN = SN + 1.
 3     CONTINUE
       EQM = SE2 / SN
       PEQMR = SER2 * 100.
       PEMA = SEA2 * 100.
       WRITE(6,205)SN,EQM,PEQMR,PEMA
 4    CONTINUE
201 FORMAT(1H1,T10,'SERIE',I3,' - ',20A4//)
202 FORMAT(T4,'***** PREVISAO',I4,' PASSOS ADIANTE'//T10,'OBSERVACAO
   1   VALOR OBSERVADO        VALOR PREVISTO     ERRO DE PREVISAO'/)
203 FORMAT(T17,I3,3F20.4)
204 FORMAT(T17,I3,20X,F20.4)
205 FORMAT(////T10,'NUMERO DE ELEMENTOS USADOS NO CALCULO DO ERRO QUAD
   1RATICO MEDIO -',I5//T10,'ERRO QUADRATICO MEDIO (EQM)',T58,'-',
   2 F16.4//T10,'PERCENTAGEM DO ERRO QUADRATICO MEDIO RELATIVO (PEQMR)
   3 -',F11.3//T10,'PERCENTAGEM DO ERRO MEDIO ABSOLUTO (PEMA)',T64,
   4 '-',F11.3)
      RETURN
      END
```

E.3 - ALISAMENTO EXPONENCIAL DE HOLT-WINTERS

1. Introdução

O programa utiliza o alisamento exponencial biparamétrico de Holt (seção 6.2), para o modelo

$$Z_t = \mu_t + T_t + a_t.$$

Ver equação (6.12) e (6.13).

Para séries sazonais, utiliza o alisamento exponencial sazonal de Holt-Winters (seção 7.1), para o modelo multiplicativo

$$Z_t = \mu_t \cdot F_t + T_t + a_t,$$

ver equações (7.2), (7.3) e (7.4).

A série é dividida em 3 partes (não sazonal) ou 4 partes (sazonal)

$$Z_1,\dots,\underbrace{Z_\ell,\dots,Z_m}_{\substack{\text{cálculo da soma}\\ \text{dos erros para}\\ \text{selecionar as}\\ \text{constantes}}},\underbrace{\dots,Z_N}_{\substack{\text{previsão}\\ \text{e EQM}}}$$

$$Z_1,\dots,Z_s,\dots,\underbrace{Z_\ell,\dots,Z_m}_{\substack{\text{cálculo da soma}\\ \text{dos erros para se-}\\ \text{lecionar as cons-}\\ \text{tantes}}},\underbrace{\dots,Z_N}_{\substack{\text{previsão}\\ \text{e EQM}}}$$

2 - Uso do Programa

2.1 - Cartões de Controle

```
?JØB, etc.
?CØMPILE HØLT FØRTRAN LIBRARY;
?DATA
 Programa fonte em FORTRAN
?RUN HØLT
?DATA
 Dados
?END JØB
```

2.2 - Cartões de Dados

Para cada série repetir 1) a 4):

1) Nome da série:

   c 1 a 80: nome da série

2) Formato

   c 1 a 80: formato de leitura das observações da série, entre parêntesis.

3) Especificações do trabalho:

   c 1 a 5 : período da sazonalidade (s). Se for não sazonal, deixar em branco.

   c 5 a 10: valor ℓ. É possível fazer $\ell = 1$ ou $\ell = s$ se se desejar eliminar uma das partes em que é dividida a série.

   c 11 a 15: valor m.

   c 16 a 20: número total de observações da série (N). Limitação: $N \leq 500$. Limitação: $1 < s \leq \ell < m < N$.

   c 21 a 25: número máximo de passos adiante desejado na previsão (NP). Limitação: $NP < m - 3$ (não sazonal), $NP < m - s$ (sazonal).

c 26 a 30: modelo a ser usado (IS)

$$IS = \begin{cases} 0, \text{ não sazonal} \\ 1, \text{ sazonal multiplicativo.} \end{cases}$$

4) Observações da série: Bloco com um ou mais cartões contendo as observações da série no formato dado em 2).

3. Erros

Em caso de erro os seguintes procedimentos são adotados:

a) Se $N \leq 0$, a execução é cancelada.

b) Se s e IS não são coerentes, o programa usa $s = IS = 0$ e a execução prossegue.

c) Se $\ell < 0$, ou $m < 0$ ou $L < K$ ou $m \leq \ell$ ou $N \leq m$ o programa usa as seguintes especificações padrão:

$$m = N-12$$
$$\ell = m/5$$
$$s = 0$$
$$IS = 0$$

e a execução prossegue.

d) No ítem c) se $N < 17$, a execução é cancelada (porque 17 é o valor mínimo para funcionarem as especificações padrão).

e) No caso não sazonal, se $NP > m-3$, o programa usa $NP = m-4$ e a execução prossegue.

f) No caso sazonal, se $NP > m-s$, o programa usa $NP = m-s-1$ e a execução prossegue.

4 - Listagem

```
      DIMENSION RNOME(20), FMT(20), Z(500), ZB(500), T(500), FM(500),
     *          ZP(500), RMOD(2,6)
      COMMON /BLOC1/ NERRO
      COMMON /BLOC2/ AMIN, CMIN, DMIN
      COMMON /BLOC3/ L
      COMMON /BLOC4/ N, NP
      COMMON /BLOC5/ NSERIE, RNOME, NPR, M
      COMMON /BLOC6/ IS
      COMMON /BLOC7/ D
      COMMON /BLOC8/ A, C
      COMMON /BLOC9/ Z
      COMMON /BLOC10/ FM
      COMMON /BLOC11/ K
      COMMON /BLOC12/ K1, KN, ZB, T
      DATA RMOD/'NAO ','SAZO','SAZO','NAL ','NAL ','MULT','    ','IPLI',
     *          '    ','CATI','    ','VO  '/, NRD/5/, NPR/6/
      NSERIE = 1
      NERRO = 0
C
C.....................
C     LEITURA DO NOME DA SERIE E DAS ESPECIFICACOES DO TRABALHO
C.....................
C
    1 READ(NRD,101,END= 5)RNOME

      READ(NRD,101)FMT
      READ(NRD,102)K,L,M,N,NP,IS,STUD
C
C.....................
C     VERIFICACAO DAS ESPECIFICACOES
C.....................
C
      CALL VER
      IF(NERRO .NE. 0)GO TO 6
C
C.....................
C     LEITURA DAS OBSERVACOES DA SERIE
C.....................
C
      READ(NRD,FMT)(Z(I),I=1,N)
C
C.....................
C     CALCULO DA MEDIA E DO DESVIO PADRAO DAS OBSERVACOES
C.....................
C
```

```
      S = 0.
      S2 = 0.
      DO 2 I=1,N
       S = S + Z(I)
       S2 = S2 + Z(I) * Z(I)
    2 CONTINUE
      ZM = S / FLOAT(N)
      DP = SQRT((S2 - S * S / FLOAT(N)) / (FLOAT(N) - 1.))
C
C....................
C     IMPRESSAO DAS ESPECIFICACOES E DAS OBSERVACOES
C....................
C
      WRITE(NPR,201)NSERIE, RNOME
      WRITE(NPR,202)K, L, M, N
      WRITE(NPR,203)STUD, ZM, DP
      I = IS + 1
      WRITE(NPR,204)(RMOD(I,J),J=1,5)
      WRITE(NPR,205)(Z(I),I=1,N)
C
C....................
C     SELECAO DAS CONSTANTES DE ALISAMENTO OTIMAS
C....................
C
      CALL SCA
      A = AMIN
      C = CMIN
      D=DMIN
C
C....................
C     ESTIMACAO NAO SAZONAL
C....................
C
      IF(IS .NE. 0)GO TO 3
      K1 = 3
      KN = N
      CALL ENS
C
C....................
C     ESTIMACAO SAZONAL MULTIPLICATIVA
C
    3 IF(IS .NE. 1)GO TO 4
      K1 = K + 1
      KN = N
      CALL ESM
C
C....................
C     PREVISAO
C....................
C
    4 IF(IS .EQ. 0)K1 = 3
      IF(IS .EQ. 1)K1 = K + 1
      KN = N
      CALL PRE
      NSERIE= NSERIE + 1
      GO TO 1
    5 WRITE(NPR,206)
```

```
C.....................
C     FORMATOS DE LEITURA
C.....................
C
  101 FORMAT(20A4)
  102 FORMAT(6I5,F10.4)
C
C.....................
C     FORMATOS DE IMPRESSAO
C.....................
C
  201 FORMAT(1H1,T5,'SERIE',I3,' = ',20A4//)
  202 FORMAT(T10,'ESPECIFICACOES'//
     *  T15,'PERIODO DA SAZONALIDADE (K)                          =',I4//
     *  T15,'ULTIMA OBSERVACAO QUE NAO ENTRA NO AJUSTAMENTO (L) =',I4//
     *  T15,'ULTIMA OBSERVACAO QUE ENTRA NO AJUSTAMENTO (M)     =',I4//
     *  T15,'NUMERO TOTAL DE OBSERVACOES DA SERIE (N)           =',I4/)
  203 FORMAT(T15,'VALOR DA ESTATISTICA T DE STUDENT A SER USADA   =',
     *F10.4//T15,'MEDIA DA SERIE (N OBSERVACOES)                 =',
     *F19.4//T15,'DESVIO PADRAO DA SERIE (N OBSERVACOES)         =',
     *F19.4/)
  204 FORMAT(T15,'MODELO A SER USADO                             =',
     *  6A4///T10,'OBSERVACOES DA SERIE'/)
  205 FORMAT(1X,6F19.4)
  206 FORMAT(1H1,5(/),T10,'PROGRAMA DE PREVISAO EM SERIES TEMPORAIS PELO
     * METODO DE HOLT-WINTERS'/T10,'F.A.PINO E C.M.C.TOLOI'/T10,'VERSAO
     *JANEIRO 1980'/T10,'EXECUCAO TERMINADA',5(/))
    6 CALL EXIT
      END
      002:00F5:3  IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATE

=======================================================================

C
C*********************************************************************
C
C     SUBROTINA VER
C     OBJETIVO - VERIFICAR SE HA ERROS NAS ESPECIFICACOES
C
C*********************************************************************

      SUBROUTINE VER
      DIMENSION RNOME(20)
      COMMON /BLOC1/ NERRO
      COMMON /BLOC3/ L
      COMMON /BLOC4/ N, NP
      COMMON /BLOC5/ NSERIE, RNOME, NPR, M
      COMMON /BLOC6/ IS
      COMMON /BLOC11/ K
C
```

```
C.......................
C      VERIFICACAO DAS ESPECIFICACOES
C.......................
C
       IF(N .LE. 0)GO TO 3
       IF(K .EQ. 0 .AND. IS .EQ. 0)GO TO 1
       IF(K .GT. 0 .AND. IS .EQ. 1)GO TO 1
       K = 0
       IS = 0
     1 IF(L .LE. 0 .OR. M .LE. 0 .OR. L .LT. K .OR. M .LE. L .OR.
      *   N .LE. M)GO TO 2
       GO TO 4
C
C.......................
C      ESPECIFICACOES PADRAO DO PROGRAMA
C.......................
C
     2 IF(N .LT. 17)GO TO 3
       M = N - 12
       L = M / 5
       K = 0
       IS = 0
       GO TO 4
C
C.......................
C      MENSAGEM DE ERRO
C.......................
C
     3 NERRO = 1
       WRITE(NPR,201)NSERIE,RNOME
   201 FORMAT(1H1,T5,'SERIE',I3,' - ',20A4//)
       WRITE(NPR,202)N
   202 FORMAT(T10,'ERRO - NUMERO DE OBSERVACOES INSUFICIENTE'//
      *         T10,'N =',I3//T10,'EXECUCAO CANCELADA')
     4 JK = M - 3
       IF(K .GT. 0)JK = M - K
       IF(NP.LE.JK)GO TO 5
       NP=JK-1
       WRITE(NPR,203)NP
   203 FORMAT(T10,'ERRO - NUMERO DE PASSOS ADIANTE PEDIDO NA PREVISAO MUI
      *TO ALTO'/T10,'PARA CALCULAR ERRO QUADRATICO MEDIO -'/T10,'ALTERADC
      * PARA',I3/T10,'EXECUCAO PROSSEGUE')
     5 RETURN
       END
C*************************************************************************
C
C      SUBROTINA SCA
C      OBJETIVO - SELECIONAR OS VALORES OTIMOS (QUE MINIMIZAM EQM) DAS
C                 CONSTANTES DE ALISAMENTO (PARA VALORES DE 0.1 A 0.9)
C
C*************************************************************************
C
```

```
      SUBROUTINE SCA
      DIMENSION RNOME(20), Z(500), ZB(500), T(500), FM(500), ZP(500)
      COMMON /BLOC2/ AMIN, CMIN, DMIN
      COMMON /BLOC3/ L
      COMMON /BLOC5/ NSERIE, RNOME, NPR, M
      COMMON /BLOC6/ IS
      COMMON /BLOC7/ D
      COMMON /BLOC8/ A, C
      COMMON /BLOC9/ Z
      COMMON /BLOC10/ FM
      COMMON /BLOC11/ K
      COMMON /BLOC12/ K1, KN, ZB, T
      COMMON /BLOC13/ ZP
      WRITE(NPR,201)NSERIE, RNOME
      IF(IS .EQ. 0)WRITE(NPR,202)
      IF(IS .EQ. 1)WRITE(NPR,203)
      D = 0.1
    1 C = 0.1
    2 A = 0.1
C
C....................
C     ESTIMACAO NAO SAZONAL
C....................
C
    3 IF(IS .NE. 0)GO TO 4
      K1 = 3
      KN = M
      CALL ENS
C
C....................
C     ESTIMACAO SAZONAL MULTIPLICATIVA
C....................
C
    4 IF(IS .NE. 1)GO TO 5
      K1 = K + 1
      KN = M
      CALL ESM
C
C....................
C     AJUSTAMENTO E CALCULO DA SOMA DE QUADRADOS DOS ERROS DE PREVISAO
C....................
C
    5 K1 = L + 1
      CALL AJS
      S = 0.
      DO 6 I=K1,KN
       S = S + (Z(I) - ZP(I))**2
    6 CONTINUE
C
C....................
C     IMPRESSAO DE RESULTADOS
```

```
      IF(IS .EQ. 0)WRITE(NPR,204)A,C,S
      IF(IS .EQ. 1)WRITE(NPR,205)A,C,D,S
C
C....................
C     COMPARACAO
C....................
C
      IF(A .LE. 0.1 .AND. C .LE. 0.1 .AND. D .LE. 0.1)GO TO 7
      IF(SMIN .LE. S)GO TO 8
    7 SMIN = S
      AMIN = A
      CMIN = C
      DMIN = D
    8 IF(A .GE. 0.9)GO TO 9
      A = A + 0.1
      GO TO 3
    9 IF(C .GE. 0.9)GO TO 10
      C = C + 0.1
      GO TO 2
   10 IF(IS .NE. 1)GO TO 11
      IF(D .GE. 0.9)GO TO 11
      D = D + 0.1
      GO TO 1
   11 WRITE(NPR,206)
      IF(IS .EQ. 0)WRITE(NPR,204)AMIN,CMIN,SMIN
      IF(IS .EQ. 1)WRITE(NPR,205)AMIN,CMIN,DMIN,SMIN
C
C....................
C     FORMATOS DE IMPRESSAO
C....................
C
  201 FORMAT(1H1,T5,'SERIE',I3,' - ',20A4//)
  202 FORMAT(T10,'ESCOLHA DAS CONSTANTES DE ALISAMENTO OTIMAS'//
     *       T20,'A      C',19X,'S'/)
  203 FORMAT(T10,'ESCOLHA DAS CONSTANTES DE ALISAMENTO OTIMAS'//
     *       T20,'A      C      D',19X,'S'/)
  204 FORMAT(T15,2F6.2,F20.4)
  205 FORMAT(T15,3F6.2,F20.4)
  206 FORMAT(//T10,'O MELHOR CONJUNTO DE CONSTANTES FOI'/)
      RETURN
      END

==============================================================================

C
C*****************************************************************************
C
C     SUBROTINA ENS
C     OBJETIVO - FAZ ESTIMACAO NAO SAZONAL
C
C*****************************************************************************
```

```
C
      SUBROUTINE ENS
      DIMENSION Z(500), ZB(500), T(500)
      COMMON /BLUC8/ A, C
      COMMON /BLUC9/ Z
      COMMON /BLUC12/ K1, KN, ZB, T
C
C....................
C     VALORES INICIAIS
C....................
C
      ZB(2) = Z(2)
      T(2) = Z(2) - Z(1)
C
C....................
C     ESTIMACAO DE ZB E DE T
C....................
C
      DO 1 I=K1,KN
       J1 = I - 1
       ZB(I) = A * Z(I) + (1. - A) * (ZB(J1) + T(J1))
       T(I) = C * (ZB(I) - ZB(J1)) + (1. - C) * T(J1)
    1 CONTINUE
      RETURN
      END

===================================================================

C
C*******************************************************************
C
C     SUBROTINA ESM
C     OBJETIVO - FAZ ESTIMACAO SAZONAL MULTIPLICATIVA
C
C*******************************************************************
C

      SUBROUTINE ESM
      DIMENSION Z(500), ZB(500), T(500), FM(500)
      COMMON /BLUC7/ D
      COMMON /BLUC8/ A, C
      COMMON /BLUC9/ Z
      COMMON /BLUC10/ FM
      COMMON /BLUC11/ K
      COMMON /BLUC12/ K1, KN, ZB, T
C
C....................
C     VALORES INICIAIS
C....................
C
```

```
      T(K) = 0.
      S = 0.
      DO 1 I=1,K
       S = S + Z(I)
    1 CONTINUE
      S = S / FLOAT(K)
      ZB(K) = S
      DO 2 I=1,K
       FM(I) = Z(I) / S
    2 CONTINUE
C..................
C     ESTIMACAO DE ZB, DE T E DE FM
C..................
      DO 3 I=K1,KN
       J1 = I - 1
      JK = I - K
       ZB(I) = A * Z(I) / FM(JK) + (1. - A) * (ZB(J1) + T(J1))
       FM(I) = D * Z(I) / ZB(I) + (1. - D) * FM(JK)
       T(I) = C * (ZB(I) - ZB(J1)) + (1. - C) * T(J1)
    3 CONTINUE
      RETURN
      END
C=======================================================================
C***********************************************************************
C
C     SUBROTINA AJS
C     OBJETIVO - FAZ AJUSTAMENTO A UM PASSO PARA FINS DE SELECAO
C                DAS CONSTANTES
C
C***********************************************************************
C
      SUBROUTINE AJS
      DIMENSION ZB(500), T(500), FM(500), ZP(500)
      COMMON /BLOC6/ IS
      COMMON /BLOC10/ FM
      COMMON /BLOC11/ K
      COMMON /BLOC12/ K1, KN, ZB, T
      COMMON /BLOC13/ ZP
C..................
C     PREVISAO UM PASSO ADIANTE DE K1 A KN
C..................
```

```
      DO 1 I=K1,KN
        J1 = I - 1
        ZP(I) = ZB(J1) + T(J1)
        IF(IS .NE. 1)GO TO 1
        JK = I - K
        ZP(I) = ZP(I) * FM(JK)
    1 CONTINUE
      RETURN
      END

=====================================================================

C
C*********************************************************************
C
C     SUBROTINA PRE
C     OBJETIVO - FAZ PREVISAO J PASSOS ADIANTE, COM J=1,2,...,NP
C                CALCULA EQM, PEQMP E PEMA
C
C*********************************************************************
      SUBROUTINE PRE
      DIMENSION ZB(500), T(500), FM(500), ZP(500), RNOME(20),Z(500)
      COMMON /BLOC4/ N, NP
      COMMON /BLOC5/ NSERIE, RNOME, NPR, M
      COMMON /BLOC6/ IS
      COMMON /BLOC9/ Z
      COMMON /BLOC10/ FM
      COMMON /BLOC11/ K
      COMMON /BLOC12/ K1, KN, ZB, T
      KS = 1
C
C....................
C     PREVISAO J PASSOS A FRENTE
C....................
C
      DO 8 J=1,NP
       WRITE(NPR,201)NSERIE,RNOME
       WRITE(NPR,202)J,J,J,J,J
      EQM = 0.
      PEQMR = 0.
      PEMA = 0.
      DO 7 J1=K1,KN
        I = J1 + J
        H = J
      IF(IS .EQ. 0)GO TO 3
    1   IF(J - KS * K)3,3,2
    2   KS = KS + 1
        GO TO 1
C
C....................
C     PREVISAO NAO SAZONAL
C....................
C
```

```
    3   ZP(I) = ZP(J1) + H * T(J1)
        IF(IS .NE. 1) GO TO 4
C
C.....................
C     PREVISAO SAZONAL MULTIPLICATIVA
C.....................
C
        JK= I - KS * K
        ZP(I) = ZP(I) * FM(JK)
C
C.....................
C     CALCULO DO ERRO QUADRATICO MEDIO DAS PREVISOES E OUTROS
C.....................
C
    4   IF(I .GT. N)GO TO 6
        E = Z(I) - ZP(I)
        EP = E * 100. / Z(I)
        IF(I .LE. M)GO TO 5
        JK = M + 1
        IF(I .EQ. JK)WRITE(NPR,203)
        EQM = EQM + E * E
        PEQMR = PEQMR + (E / Z(I))**2
        PEMA = PEMA + ABS(E)/Z(I)
    5   WRITE(NPR,204)I,Z(I),ZP(I),E,EP
        IF(I .EQ. N)WRITE(NPR,205)
        GO TO 7
    6   WRITE(NPR,206)I,ZP(I)
    7   CONTINUE
        JK = N-M
        EQM = EQM / FLOAT(JK)
        PEQMR = PEQMR * 100.
        PEMA = PEMA * 100.
        WRITE(6,207)EQM, PEQMR, PEMA, JK
    8 CONTINUE
C
C.....................
C     FORMATOS DE IMPRESSAO
C.....................
C
  201 FORMAT(1H1,T5,'SERIE',I3,' - ',20A4///)
  202 FORMAT(T10,'PREVISAO',I3,' PASSOS ADIANTE'//T10,'OBSERVACAO',T25,
     * 'VALOR OBSERVADO       VALOR PREVISTO     ERRO DE PREVISAO',5X,
     * 'ERRO PERCENTUAL'//T19,'T',T38,'Z',T51,'Z     (',I2,')',T71,
     * 'E     (',I2,')'/T39,'T',T52,'T-',I2,T72,'T-',I2//)
  203 FORMAT(/T25,'INICIO DO CALCULO DO ERRO QUADRATICO MEDIO'/)
  204 FORMAT(T17,I3,4F20.4)
  205 FORMAT(/T25,'FINAL DO CALCULO DO ERRO QUADRATICO MEDIO'/)
  206 FORMAT(T17,I3,20X,F20.4)
  207 FORMAT(////T10,'ERRO QUADRATICO MEDIO (EQM)',T58,'=',F16.4//
     * T10,'PERCENTAGEM DO ERRO QUADRATICO MEDIO RELATIVO (PEQMR) =',
     * F11.3//T10,'PERCENTAGEM DO ERRO MEDIO ABSOLUTO (PEMA)',T64,'=',
     * F11.3//T10,'NUMERO DE OBSERVACOES USADAS NOS CALCULOS (N-M) =',
     * I3)
      RETURN
      END
```

E.4 - ALISAMENTO EXPONENCIAL GERAL (BROWN)

A série deve ser dividida em três partes:

$$\underbrace{Z_1,\dots,Z_\ell}_{\text{eliminar o efeito de valores iniciais}},\underbrace{Z_{\ell+1},\dots,Z_m}_{\text{escolher a função que melhor se ajusta aos dados}},\ \underbrace{Z_{m+1},\dots,Z_N}_{\text{calcular previsões e comparar com os valores reais (EQM)}}$$

1. Introdução

Este programa consta de um programa principal e quatro subrotinas a saber: Subrotina Função, Estimação, Ordenação e Previsão.

i) A Subrotina Função determina as funções de cada modelo, a saber:

a) para séries sazonais:

1) Função 1: (k=3)

$$a_1 + a_2 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{const}\right) + a_3 \cos\left(\frac{2\pi t}{const}\right)$$

2) Função 2: (k=5)

$$a_1 + a_2 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{const}\right) + a_3 \cos\left(\frac{2\pi t}{const}\right) + a_4 \cos\left(\frac{4\pi t}{const}\right) +$$

$$+ a_5 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi t}{const}\right)$$

3) Função 3: (k=9)

$$a_1 + \sum_{j=2}^{5} a_j \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi tj}{const}\right) + \sum_{j=2}^{5} a_{j+4} \cos\left(\frac{2\pi tj}{const}\right)$$

4) Função 4: (k=4)

$$a_1 + a_2t + a_3\text{sen}\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) + a_4\cos\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right)$$

5) Função 5: (k=6)

$$a_1 + a_2t + a_3\text{sen}\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) + a_4\cos\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) +$$

$$+ a_5t\ \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) + a_6t\ \cos\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right)$$

6) Função 6: (k=8)

$$a_1 + a_2t + a_3\text{sen}\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) + a_4\cos\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) +$$

$$+ a_5t\ \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) + a_6t\ \cos\left(\frac{2\pi t}{\text{const}}\right) +$$

$$+ a_7\text{sen}\left(\frac{4\pi t}{\text{const}}\right) + a_8\cos\left(\frac{4\pi t}{\text{const}}\right)$$

b) para séries não sazonais:

1) Função 7: (k=1)

$$a_1$$

2) Função 8: (k=2)

$$a_1 + a_2t$$

3) Função 9 (k=3)

$$a_1 + a_2t + a_3t(t-1)/2$$

Para cada uma destas funções temos três valores de β tais que:

1) $\beta_1^k = 0{,}75$

2) $\beta_2^k = 0{,}90$

3) $\beta_3^k = 0{,}95$.

ii) A Subrotina Estimação faz os seguintes cálculos:

1) Calcula cada função nos pontos $\underset{\sim}{f}'(i-t)$, onde $i=1,\ldots,t$ e $t=m$

2) Calcula a matriz F para cada valor de β, onde

$$F = \sum_{i=1}^{t} \beta_\ell^{(t-i)} \cdot \underset{\sim}{f}(i-t) \cdot \underset{\sim}{f}'(i-t), \qquad \ell=1,2,3 \text{ e } t=m$$

3) inverte a matriz F

4) Dá os valores iniciais de $\underset{\sim}{a}_0$, onde

$$\underset{\sim}{a}_0 = [1,\ldots,1]$$

5) Calcule o vetor $\underset{\sim}{c}$, onde

$$\underset{\sim}{c} = F^{-1} \cdot \underset{\sim}{f}(0)$$

6) Calcula a estimativa $\hat{Z}_t(1)$, onde

$$\hat{Z}_t(1) = \underset{\sim}{f}'(1) \cdot \underset{\sim}{a}(t), \qquad t=1,\ldots,N-1$$

7) Calcula $\underset{\sim}{a}(t+1)$, onde

$$\underset{\sim}{a}(t+1) = H \cdot \underset{\sim}{a}(t) + \underset{\sim}{c}[Z_{t+1} - \hat{Z}_t(1)], \quad t=1,\ldots,N-1$$

8) Calcula EQM, onde

$$EQM = \sum_{t=\ell}^{m-1} (Z_{t+1} - \hat{Z}_t(1))^2 / (m-\ell+1)$$

9) Chama a Subrotina Ordenação

10) Chama a Subrotina Previsão

iii) A Subrotina Ordenação consiste em escolher a função e o valor de β que fornecem o menor valor dos EQM obtidos na subrotina estimação.

iv) A Subrotina Previsão faz os seguintes cálculos para $i=1,\ldots,12$ (passos).

1) $\hat{Z}_t(i) = \underset{\sim}{f}'(i)\cdot\underset{\sim}{a}(t)$

2) $$EQM(i) = \sum_{t=m+1-i}^{N-i} (Z_{t+i}-\hat{Z}_t(i))^2/12$$

3) $$PEQMR(i) = \sum_{t=m+1-i}^{N-i} \left(\frac{Z_{t+i}-\hat{Z}_t(i)}{Z_{t+i}}\right)^2$$

4) $$PEMA(i) = \sum_{t=m+1-i}^{N-i} \left|\frac{Z_{t+i}-\hat{Z}_t(i)}{Z_{t+i}}\right|$$

v) O programa principal faz apenas as leituras necessárias para a programação, a saber:

1) lê as 9 matrizes L;

2) lê o número de séries a serem analisadas;

3) para cada série a ser analisada, lê:

3.1) o nome da série, os números N, ℓ, m, o fator de sazonalidade, que é 1 se a série for sazonal e 0 se a série for não sazonal e o valor de CONST (periodicidade da série);

3.2) o formato que devem ser lidos os dados;

3.3) os dados (N valores observados).

3 - Utilização do Programa

Após o último cartão a ser lido da matriz L colocar os seguintes cartões:

1) o número de séries a serem analisadas, no formato I2 (duas primeiras colunas), analisando no máximo 99 séries;
2) o nome da série (até a coluna 30), o número N, o número ℓ, o número m, o fator de sazonalidade (0 para não sazonais e 1 se a série for sazonal) e o valor de CONST, no formato (30 A1,5I5), com a seguinte restrição: $N \leq 199$;
3) o formato a ser lida a série (como no BMD), isto é, se a série deve ser lida no formato 10F3.2, fazemos este cartão ser: (10F3.2) a partir da 1ª coluna;
4) os valores observados até a N-ésima observação;
5) se o número de séries a serem analisadas não houver sido esgotado voltar ao cartão 2, caso contrário colocar o cartão ?ENDJØB.

3 - Listagem

```
DIMENSION LL(9,9,9), XNAME(30), BE(3,9), Z(200), KA(9), FOMAT(14)
INTEGER SAZ, T
REAL LL
XX=.75
XY=.90
YY=.95
DO 2 K=1,9
DO 42 I=1,9
READ (5,1) (LL(K,I,J),J=1,9)
```

```
    1 FORMAT (9(1X,F7.5))
   42 CONTINUE
    2 CONTINUE
      READ (5,3) NS
    3 FORMAT (I2)
      KA(1)=3
      KA(2)=5
      KA(3)=c
      KA(4)=4
      KA(5)=6
      KA(6)=8
      KA(7)=1
      KA(8)=2
      KA(9)=3
      DO 4 I=1,9
      BE(1,I)= EXP(ALOG(XX)/KA(I))
      BE(2,I)= EXP(ALOG(XY)/KA(I))
      BE(3,I)= EXP(ALOG(YY)/KA(I))
    4 CONTINUE
      DO 9999 INC=1,NS
      READ (5,5) ((XNAME(I), I=1,30), NO,KI,ME,SAZ,CONST)
    5 FORMAT (30A1,5I5)
      READ (5,6) (FOMAT(I),I=1,14)
    6 FORMAT ( 13A6,A2)
      READ (5,FOMAT) (Z(I), I=1,NO)
      IF (SAZ.EQ.0) GO TO 1000
      IY=1
      IX=6
      GO TO 1100
 1000 IY=7
      IX=9
 1100 PRINT 7, (XNAME(I),I=1,30)

    7 FORMAT (1H1,10X,30(1X,A1))
      PRINT 8
    8 FORMAT (10X,30(1X,"="))
      PRINT 9, (KI,ME)
    9 FORMAT(//,10X,"NUMERO DE OBSERVACOES PARA A PRE-SERIE=",I3,/,
     1 10X,"NUMERO DE OBSERVACOES PARA A SERIE-BASE=",I3)
      IF(CONST.LE.0.)CONST=12.
      CALL RESP (IY,IX,KA,BE,Z,KI,ME,LL,NO,CONST)
 9999 CONTINUE
      END

      SUBROUTINE FUNCAO (IS,K,KA,F,CONST)
      DIMENSION KA(9),F(9,200,9)
      I=ABS(IS)+1
      PI=ARCOS(-1.)
      X=2*PI*IS/CONST
      Y=2*X
```

```
      IF (K.EQ.1) GO TO 10
      IF (K.EQ.2) GO TO 20
      IF (K.EQ.3) GO TO 30
      IF (K.EQ.4) GO TO 40
      IF (K.EQ.5) GO TO 50
      IF (K.EQ.6) GO TO 60
      IF (K.EQ.7) GO TO 70
      IF (K.EQ.8) GO TO 80
      IF (K.EQ.9) GO TO 90
   10 F(K,I,1)=1.
      F(K,I,2)=SIN (X)
      F(K,I,3)= COS (X)
      GO TO 100
   20 F(K,I,1)=1.
      F(K,I,2)=SIN (X)
      F(K,I,3)= COS(X)
      F(K,I,4)=SIN(Y)
      F(K,I,5)=COS(Y)
      GO TO 100
   30 F(K,I,1)=1.
      DO 35 J=1,4
      F(K,I,J+1)=SIN(J*X)
      F(K,I,J+5)=COS(J*X)
   35 CONTINUE
      GO TO 100
   40 F(K,I,1)=1.
      F(K,I,2)=IS
      F(K,I,3)=  SIN(X)
      F(K,I,4)= COS(X)
      GO TO 100
   50 F(K,I,1)=1.
      F(K,I,2)=IS
      F(K,I,3)= SIN(X)
      F(K,I,4)= COS (X)
      F(K,I,5)= IS* SIN(X)
      F(K,I,6)= IS* COS(X)
      GO TO 100
   60 F(K,I,1)=1.
      F(K,I,2)=IS
      F(K,I,3)= SIN(X)
      F(K,I,4)= COS(X)
      F(K,I,5)= IS* SIN(X)
      F(K,I,6)= IS* COS(X)
      F(K,I,7)= SIN (Y)
      F(K,I,8)= COS(Y)
      GO TO 100
   70 F(K,I,1)=1.
      GO TO 100
   80 F(K,I,1)=1.
```

```
      F(K,I,2)= IS
      GO TO 100
   90 F(K,I,1)=1.
      F(K,I,2)= IS
      F(K,I,3)= IS* (IS-1)/2
  100 RETURN
      END
```

==

```
      SUBROUTINE ORDENA (IY,IX,EQM,AB,BC)
      DIMENSION EQM(3,9) , E(27)
      INTEGER AB, BC , A
      DO  20 I=IY,IX
      DO 10 J=1,3
      L=(I-1)*3+J
      E(L)= EQM (J,I)
   10 CONTINUE
   20 CONTINUE
      IN=(IY-1)*3+1
      FN=(IX-1)*3+3
      I=IN
      DO 40 J=I+1,FN
      IF (E(I).EQ.0) I=I+1
      IF (E(J).EQ.0) GO TO 40
      IF (E(I).LE.E(J)) GO TO 40
      AUX= E(I)
      E(I)=E(J)
      E(J)=AUX
   40 CONTINUE
      IN=I
      DO 55 I=IY,IX
      DO 50 J=1,3
      IF (EQM(J,I).NE.E(IN)) GO TO 50
      AB=I
      BC=J
   50 CONTINUE
   55 CONTINUE
      PRINT 60, (AB,BC)
   60 FORMAT(////,10X,"A MELHOR ESTIMATIVA PARA ESTA SERIE OBTEM-SE ",
     1 "USANDO A FUNCAO ",I3," E O",I3,". VALOR DE BETA")
      RETURN
      END
```

==

```
      SUBROUTINE RESE (IY,IX,KA,BE,Z,KI,ME,LL,NO,CONST)
      DIMENSION A(9,3,9,200),EQM(3,9),BE(3,9),KA(9),Z(200),ZC(200),
     1 LL(9,9,9),F(9,200,9),E(9,9),EI(9,3,9,9),C(9),  EINV(9,9),W(9,9)
      IA=9
      IB=9
      PRINT 5
    5 FORMAT(////,10X,"EQM    FUNCAO      BETA",/)
      DO 100 K=IY,IX
      IV= KA(K)
      T=ME

      DO 6 I=1-T,0
      CALL FUNCAO (I ,K,KA,F,CONST)
    6 CONTINUE
      DO 90 B=1,3
      EQM(B,K)=0
      M=1
 1100 DO 30 J=M,KA(K)
      E(M,J)=0
      DO 20 I=1-T,0
      L=ABS(I)+1
      E(M,J)=E(M,J)+BE(B,K)**(-I)*F(K,L,M)*F(K,L,J)
   20 CONTINUE
      IF (M.NE.J) E(J,M)= E(M,J)
   30 CONTINUE
      IF (M.GE.KA(K)) GO TO 1200
      M=M+1
      GO TO 1100
 1200 CALL LINV1F (E,IV,IA,EINV,IB,W,IER)
      IF (IER.NE.129.AND.IER.NE.34) GO TO 1300
      IF (IER.EQ.129)  PRINT 36, (K,B)
   36 FORMAT (10X,"***",7X,I2,7X,I2," * A MATRIZ E NAO E INVERSIVEL")
      IF (IER.EQ.34) PRINT 37, (K,B)
   37 FORMAT (10X,"***",7X,I2,7X,I2," * HA PROBLEMAS DE PRECISAO NA ",
     1 "INVERSAO DE MATRIZES")
      GO TO 90
 1300 DO 39 J=1,IV
      DO 38 I=1,IV
      EI(K,B,I,J)=EINV(I,J)
   38 CONTINUE
   39 CONTINUE
      DO 45 J=1,IV
   45 A(K,B,J,1)=1
      DO 55 I=1,KA(K)
      C(I)=0
      DO 50 J=1,KA(K)
      C(I)=C(I)+EI(K,B,I,J)*F(K,1,J)
   50 CONTINUE
   55 CONTINUE
      DO 80 T=1,NO
      ZC(T+1)=0
      DO 60 I=1,KA(K)
      ZC(T+1)=ZC(T+1)+F(K,2,I)*A(K,B,I,T)
```

```
 60 CONTINUE
    DO 70 I=1,KA(K)
    A(K,B,I,T+1)=0
    DO 40 J=1,KA(K)
    A(K,B,I,T+1)=A(K,B,I,T+1)+LL(K,I,J)*A(K,B,J,T)+C(I)*(Z(T+1)-
   1  ZC(T+1))
 40 CONTINUE
 70 CONTINUE
    IF (T.LT.KI.OR.T.GE.ME) GO TO 80
    EQM(B,K)=EQM(B,K)+((Z(T+1)-ZC(T+1))/SQRT(ME-KI+1))**2
 80 CONTINUE
    PRINT 85, (EQM(B,K),K,B)
 85 FORMAT (1X,F12.3,7X,I2,7X,I2)
 90 CONTINUE
100 CONTINUE
    CALL ORDENA (IY,IX,EQM,AB,BC)
    CALL PREVE (AB,BC,Z,ZC,F,A,ME,NO,KA,BE,LL,EI,CONST)
    RETURN
    END
```

==

```
    SUBROUTINE PREVE (AB,BC,Z,ZC,F,A,ME,NO,KA,BE,LL,EI,CONST)
    DIMENSION Z(200),ZC(200),F(9,200,9),A(9,3,9,200),KA(9),C(9),
   1 EI(9,3,9,9),BE(3,9),LL(9,9,9),EQM(27),PEQMR(27),PEMA(27)
    DO 90 I=1,12
    PRINT 5,I
  5 FORMAT(1H1,30X,"PREVISAO A ",I2," PASSOS")
    PRINT 10,I
 10 FORMAT(/,3X,"TEMPO BASE   ","VALOR OBSERVADO   VALOR PREVISTO Z(",
   1 I2,")   ERRO DE PREVISAO")
    PEMA(I)=0
    EQM(I)=0
    PEQMR(I)=0
    CALL FUNCAO(I,AB,KA,F,CONST)
    DO 80 T=ME+1-I,NO-I
    ZC(T+I)=0
    DO 60 K=1,KA(AB)
    ZC(T+I)=ZC(T+I)+F(AB,I+1,K)*A(AB,BC,K,T)
 60 CONTINUE
    TR=ZC(T+I) -Z(T+I)
    EQM(I)=EQM(I)+TR**2/12
    PEQMR(I)=PEQMR(I)+(TR/Z(T+I))**2
    PEMA(I)=PEMA(I)+ABS(TR/Z(T+I))
    PRINT 75, (T,Z(T+I),ZC(T+I),TR)
 75 FORMAT (/,10X,I3,6X,F14.6,11X,F14.6,7X,F14.6)
 80 CONTINUE
    PRINT 85, (I,EQM(I),I,PEQMR(I),I,PEMA(I))
 85 FORMAT (///,3X,"EQM (",I2,")=",F20.5,10X,"PEQMR(",I2,")=",F12.6,
   1 10X,"PEMA (",I2,")=",F12.6)
    PRINT 100
```

```
100 FORMAT (///,30X,"MATRIZ DAS ESTIMATIVAS")
    DO 120 T=ME+1-I,NO-I
    PRINT 110, (T,(A(AS,PC,K,T),K=1,KA(AR)))
110 FORMAT (1X,I3,10X,9(1X,F10.3))
120 CONTINUE
 90 CONTINUE
    RETURN
    END
```

==

E.5 - FILTRAGEM ADAPTATIVA

1 - Introdução

O programa, que é constituído de três subprogramas, utiliza o método de filtragem adaptativa para previsão em séries temporais. A série analisada é particionada da seguinte maneira:

$$\underbrace{Z_1,\ldots,Z_m}_{1^{\underline{a}}\ \text{parte}},\underbrace{Z_{m+1},\ldots,Z_N}_{2^{\underline{a}}\ \text{parte}}$$

A $1^{\underline{a}}$ parte, composta dos m primeiros elementos da série, é utilizada para calcular os k pesos que são necessários para o cálculo da previsão:

a) utilizando o método de Silva (seção 9.4,b)) do Programa P_1;

b) utilizando o método de Makridakis (seção 9.4,a) Programa P_2.

A $2^{\underline{a}}$ parte é utilizada durante a fase de previsão (Programa P_3) para se comparar o valor observado com o correspondente valor previsto, calculando-se o Erro Quadrático Médio de Previsão, o Erro Médio, a Variância e o Desvio Padrão.

2 - Programa P_1

Efetua o cálculo dos pesos que minimizam o erro quadrático médio de ajustamento (resolução do sistema de equações 9.3).

Cartões de Dados

cartão 1: lê o número de observações m e o número de pesos (k)

c 1 a 5: valor de m em formato I5

c 6 a 10: valor de k em formato I5

cartão 2 até o fim: dados da série em formato (F8.0).

Listagem

```
C     CALCULA PESOS PELO METODO DE SILVA
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION A(12,13),P(12),X(200)
      READ(5,1)M,N
    1 FORMAT(2I5)
      READ(5,2)(X(I),I=1,M)
    2 FORMAT(10F8.2)
      L=0
   11 DO 10 I=1,N
      DO 20 J=1,N+1
   20 A(I,J)=0
   10 CONTINUE
      DO 40 I=1,N
      DO 50 J=1,N+1
      DO 60 K=1,M-N
      W=X(I+K-1)*X(J+K-1)
   60 A(I,J)=A(I,J)+W
   50 CONTINUE
   40 CONTINUE
      IF(L)175,90,175
  175 DO 180 I=1,N
  180 A(I,L)=A(I,N+1)
```

```
   90 DO 130 I=1,N
      IF(DABS(A(I,I))-0.00001)92,92,98
   92 DO 94 IZ=1,N
      IF(DABS(A(IZ,I))-0.00001)94,94,95
   95 DO 96 IX=1,N
   96 A(I,IX)=A(I,IX)+A(IZ,IX)
      GO TO 98
   94 CONTINUE
      D=0
      GO TO 148
   98 DO 140 K=1,N
      IF(K-I)110,140,110
  110 Y=A(K,I)
      DO 120 J=1,N
      W=A(I,J)*Y/A(I,I)
  120 A(K,J)=A(K,J)-W
      A(K,I)=0
  140 CONTINUE
  130 CONTINUE
      D=1
      DO 145 I=1,N
  145 D=D*A(I,I)
  148 IF(L)165,150,165
  150 F=D
      WRITE(6,3)F

    3 FORMAT(10X,'F= ',F20.4,' N')
      IF(DABS(F)-0.5)118,170,170
  118 N=N-1
      GO TO 11
  165 P(L)=D/F
      WRITE(6,4)P(L)
    4 FORMAT(10X,F12.4,' N')
  170 L=L+1
      IF(L-N)11,11,500
  500 STOP
      END
```

==

3 - Programa P_2

Atualiza os pesos iniciais utilizando como fatores de correção todas as frações entre K_1 e K_2 com incrementos K_3. Efetua L_1 iterações para cada fator de correção.

Este programa calcula os pesos através do Método de Makridakis (seção 9.4,a)).

Cartões de Dados

cartão 1: lê o número de observações da 1ª parte da série temporal (m) menos o número de pesos (k); número de pesos a serem utilizados (k); limite inferior do [fator de correção × 100] (k_1), limite superior do [fator de correção × 100] (k_2), incremento do [fator de correção × 100] (k_3) e o número de iterações desejadas (L_1).

c 1 a 5: (m-k) em formato I5

c 6 a 10: k em formato I5

c 11 a 15: k_1 em formato I5

c 16 a 20: k_2 em formato I5 $\quad \frac{k_1}{100} \le \delta \le \frac{k_2}{100}$

c 21 a 25: k_3 em formato I5

c 26 a 30: L_1 (em torno de 80) em formato I5

cartão 2: lê os valores dos k pesos iniciais, neste caso todos iguais a 1.0, lidos em formato (F8.4);

cartão 3 até o fim: dados da série em formato (F8.2).

Listagem

```
C      OBJETIVO - ATUALIZA OS PESOS UTILIZANDO COMO FATORES DE CORRECAO
C                 TODAS AS FRACOES ENTRE K1 E K2, COM INCREMENTOS K3.
C                 EFETUA L1 ITERACOES PARA CADA FATOR DE CORRECAO

      DIMENSION X(13),P(12),XL(13),PL(12),R(200)
      READ(5,1)M,N,K1,K2,K3,L1
    1 FORMAT(6I5)
      READ(5,2)(PL(J),J=1,N)
    2 FORMAT(10F8.0)
      READ(5,6)(XL(J),J=1,N),(R(J),J=1,M)
    6 FORMAT(10F8.0)
      DO 30 K=K1,K2,K3
    5 DO 32 J=1,N
```

```
32 P(J)=PL(J)
   DO 80 L=1,L1
   DO 27 J=1,N
27 X(J)=XL(J)
   E2=0.
   DO 70 I=1,M
   S=0
   Y=0
   DO 40 J=1,N
   S=S+P(J)*X(J)
40 Y=Y+X(J)**2
   X(N+1)=R(I)
   E=R(I)-S
   Y=(E/Y)*(FLOAT(K)/100.)
   DO 50 J=1,N
   P(J)=P(J)+Y*X(J)
50 X(J)=X(J+1)
   ESQ=E**2
   E2=E2+ESQ
70 CONTINUE
   XSE=E2/FLOAT(M)
80 WRITE(6,3)L,XSE

 3 FORMAT(T10,'L =',I5,10X,'MSE =',F20.4)
   WRITE(6,4)(P(I),I=1,N)
 4 FORMAT(10F8.4)
30 CONTINUE
   STOP
   END
```

===

4 - Programa P_3

Compara o valor real da série com o valor projetado. Corrige os pesos proporcionalmente ao erro. Efetua a previsão para o período seguinte e analisa os erros.

Este programa tem duas utilidades:

a) previsão a 1 passo, com correção dos pesos ($\delta \neq 0$) e sem correção dos pesos ($\delta = 0$), através do método de Silva ou de Makridakis;

b) ajustamento (calcula o EQM de ajustamento).

Cartões de Dados para Previsão a 1 passo

cartão 1: lê o número de observações que foram separadas com o objetivo de comparar a previsão com o valor real da série (N-m); o número de pesos utilizados (k), o limite inferior do [fator de correção × 100] (k_1), o limite superior do [fator de correção × 100] (k_2) e o incremento do [fator de correção × 100] (k_3)

c 1 a 5: (N-m) em formato I5

c 6 a 10: k em formato I5

c 11 a 15: k_1 em formato I5

c 16 a 20: k_2 em formato I5

c 21 a 25: k_3 em formato I5

cartão 2: valores dos k pesos que foram obtidos em P_1 (Método de Silva) ou em P_2 (Método de Makridakis), lidos em formato (F8.0)

cartão 3: lê o conjunto de dados formado pelos últimos k elementos da série utilizada para calcular os pesos em P_1 ou P_2 mais os últimos N-m valores separados para comparar as previsões com os valores reais, lidos em formato (F8.0).

Cartões de Dados para o Ajustamento

cartão 1: lê os últimos (m-k) valores da série utilizada para o cálculo dos pesos, o número de pesos utilizados (k), o limite inferior do [fator de correção × 100] que neste caso é zero, o limite superior do [fator de correção ×100] que neste caso é um e o incremento do [fator de correção ×100] que também vale um

c 1 a 5: (m-k) em formato I5

c 6 a 10: k em formato I5

15: 0 (zero)

20: 1

25: 1

cartão 2: valores de k pesos que foram obtidos em P_1 ou P_2, lidos em formato (F8.0)

cartão 3: lê o conjunto de dados utilizados para calcular os pesos (m observações).

Listagem

```
C      CALCULA PREVISAO E COMPARA COM O VALOR REAL
       DIMENSION X(13),P(12),PL(12),XL(13),R(200),F(200)
       READ(5,1)M,N,K1,K2,K3
     1 FORMAT(5I5)
       READ(5,2)(PL(J),J=1,N)
     2 FORMAT(10F8.0)
       READ(5,77)(XL(J),J=1,N),(R(J),J=1,M)
    77 FORMAT(10F8.0)
       TR=0
       DO 3 J=1,M
     3 TR=TR+R(J)
       TR=TR/M
       DO 80 K=K1,K2,K3
       IF(K.EQ.K1)K=0
   100 DO 27 J=1,N
       P(J)=PL(J)
    27 X(J)=XL(J)
       SM2=0
       ET=0
       E2=0
       WRITE(6,4)K
```

```
  4 FORMAT(1H1,10X,'K =',I5  //12X,'     REAL',10X,' PROJETADO',10X,
   *  '         ERRO',10X,'PORCENTAGEM'/)
    DO 70 I=1,M
    S=0
    Y=0
    DO 40 J=1,N
    S=S+P(J)*X(J)
 40 Y=Y+X(J)**2
    X(N+1)=R(I)
    E=R(I)-S
    SM2=SM2+(R(I)-TR)**2
    EP=E/R(I)
    F(I)=E
    ET=ET+E
    Y=(E/Y)*(FLOAT(K)/100.0)
    DO 50 J=1,N
    P(J)=P(J)+Y*X(J)
 50 X(J)=X(J+1)
    E2=E2+E**2
    WRITE(6,5)R(I),S,E,EP
  5 FORMAT(4(10X,F11.4))
 70 CONTINUE
    XSE=E2/M
    WRITE(6,6)XSE
  6 FORMAT(//10X,'XSE =',F20.3)
    REL=1.-E2/SM2
    WRITE(6,7)REL
  7 FORMAT(/10X,'EXPLICACAO =',F10.3)
    ET=ET/M
    WRITE(6,8)ET
  8 FORMAT(/10X,'ERRO MEDIO =',F10.3)

    VAR=XSE-ET**2
    WRITE(6,9)VAR
  9 FORMAT(/10X,'VARIANCIA =',F15.3)
    DV=SQRT(VAR)
    WRITE(6,10)DV
 10 FORMAT(/10X,'DESVIO PADRAO =',F10.3)
    DO 90 I=1,N
    WRITE(6,11)P(I)
 11 FORMAT(/10X,'P   ',F10.3//)
 90 P(I)=0
    DO 92 I=2,M
    DO 94 J=1,I-1
    W9=(F(I)-ET)*(F(I-J)-ET)
    P(J)=P(J)+W9
    IF(J.GE.N)GO TO 92
 94 CONTINUE
 92 CONTINUE
    DO 96 I=1,N-1
    P(I)=P(I)/(M-I)
```

```
 96 WRITE(6,12)P(I)
 12 FORMAT(10X,'CCR =',F10.3)
    IF(K)101,101,80
101 K=K1
    GO TO 100
 80 CONTINUE
    STOP
    END
```

==