Ein Skelettierungsalgorithmus für die Berechnung der Gefäßlänge

István Pál

$\pi - \lambda @ \beta$
Email: pi-lab@web.de

Zusammenfassung. Eine modifizierte Variante des Zhou's [10] Skelettierungsalgorithmus wird vorgestellt. Dadurch wird ein schnelleres Verfahren erreicht und die Anzahl der (2×2)-Strukturen in den Skelettverzweigungspunkten werden reduziert. Mathematisch wird bewiesen, dass der modifizierte Algorithmus ein Pixel breit ist, abgesehen von einigen Verzweigungspunkten. So kann das Skelett von Gefäßen für die genaue Bestimmung der Länge der Gefäße verwendet werden.

1 Problemstellung

Die Skelettierung/Verdünnung wird meist in der Formanalyse binärer Objekte verwendet. Mit diesem Verfahren lassen sich die Mittellinien der Gefäße (Objekte/Figuren) extrahieren und die Gefäßlänge berechnen, die als ein wichtiges Merkmal bei der Unterscheidung zwischen gesunder und veränderter Gefäßstruktur, insbesondere beim Glaukom verwendet werden können. Außerdem kann die Skelettierung auch für unterschiedliche digital-geometrische bzw. topologische Probleme zur Hilfe genommen werden. Um diese Aufgaben als eine genaue digitale Messung lösen bzw. durchführen zu können, müssen einige Voraussetzungen erfüllt werden. Für die Gefäßlängenbestimmung und für die digital-geometrischen, topologischen Aufgaben müssen die Gefäßmittellinien ein Pixel breit sein und das sollte möglichst auch in den Gefäßsverzweigungen erfüllt werden.

2 Stand der Forschung

Die meist verwendeten Verfahren für Skelettierung basieren auf morphologischen Untersuchungen der Pixelstrukturen, so werden mit der Methode der Verdünnung die bis zu ein Pixel breiten Strukturen verdünnt. Weitere Möglichkeiten sind die Operation mit den geometrischen Eigenschaften und die Mittelachsen Transformation (MAT). Die Eigenschaften der Skelettierungs bzw. Verdünnungsverfahren sind sehr unterschiedlich. Es existiert kein soz. bestes Verfahren. Die Voraussetzungen für die Skelettierung aus [1] (Breite und Verlauf, zusammenhängende Komponenten, Rauschempfindlichkeit und Konvergenz) sind von unterschiedlicher Qualität bzw. nur teilweise erfüllt.

So sind die Anforderungen wie Breite, Verlauf und zusammenhängende Komponenten im allgemeinen von MAT nicht erfüllt, aber die Skelettierung ist zur Rekonstruktion des Objektes nicht geeignet [1].

3 Wesentlicher Fortschritt durch den Beitrag

Es wird die Verbesserung des Skelettierungsalgorithmus von Zhou vorgestellt, was die Ermittlung von Gefäßmittellinien auf den SLDF-Retinabildern ermöglicht. Der Schwerpunkt wird auf die mathematische Untersuchung der Skelettbreite gelegt. Es wird definiert was unter ein Pixel breitem Skelett verstanden wird und es wird mathematisch bewiesen, dass das Skelett praktisch ein Pixel breit ist. Durch die Modifizierung des Zhou's Algorithmus kann nicht nur die Anzahl der (2×2)-Objektstrukturen in den Skelettverzweigungen deutlich reduziert werden (Einviertel weniger geworden), sondern auch die Ablaufszeit kann beschleunigt werden.

4 Methoden

Es wurden zahlreiche Skelettierung- bzw. Verdünnungsverfahren untersucht [2,3,4], auf den SLDF-Retinaaufnahmen (Scanning Laser Doppler Flowmetrie) implementiert und getestet [5,6,7,1,8,9]. Die besten Ergebnisse werden nach unserer subjektiven Beurteilung durch das in [10] beschriebene Verfahren geliefert.

Der Verdünnungsalgorithmus von Zhou et.al. [10] ist ein sequentielles Verfahren. Die folgenden Berechnungen, wie Nachbarschaftstrukturen P_i und Q_i, vorherige, aktuelle Nachbar $PN(.)$, $CN(.)$, Übergangszahl $T(.)$ und die Abdeckungsfunktionen $M(.)$ werden anhand dem Zhous's Verfahren durchgeführt.

Definition 1. *Im Originalbild und im markierten Bild representieren die Symbole P_i und Q_i, $i \in \{0, 1, 2, ..., 8\}$ die Pixel mit folgender (3×3)-Nachbarschaftsstruktur:*

$$\begin{matrix} P_1 & P_2 & P_3 \\ P_8 & P_0 & P_4 \\ P_7 & P_6 & P_5 \end{matrix} \; und \; \begin{matrix} Q_1 & Q_2 & Q_3 \\ Q_8 & Q_0 & Q_4 \\ Q_7 & Q_6 & Q_5 \end{matrix}$$

Definition 2. *Der vorherige Nachbar des Pixels P_0 ist folgendermaßen definiert:*

$$PN(P_0) = \sum_{i=1}^{8} P_i, \tag{1}$$

Mit $PN(P_0)$ kann z.B. über das Pixel P_0, der ein Objektpunkt im Originalbild ist, entschieden werden, ob er ein Randpixel ist oder nicht.

Definition 3. *Der aktuelle Nachbar des Pixels P_0 definiert sich durch:*

$$CN(P_0) = \sum_{i=1}^{8} (P_i \wedge Q_i) \tag{2}$$

Mit $CN(P_0)$ bekommen wir über die aktuelle Nachbarschaft Informationen.

Definition 4. *Die Übergangszahl eines Pixels P_0 ist definiert:*

$$T(P_0) = \sum_{i=1}^{8} c(P_i), \tag{3}$$

wobei

$$c(P_i) = \begin{cases} 1 \ \textit{wenn} \ ((P_i \wedge Q_i) \wedge (P_{i+1} \wedge Q_{i+1}) \\ 0 \ \textit{sonst} \end{cases} \tag{4}$$

$P_9 = P_1$, $Q_9 = Q_1$

Die Funktion $T(.)$ wird für die Messung des Zusammenhanges eines Pixels in (3×3)-Umgebung verwendet. Wenn es $T(P_0) = \min(CN(P_0), 8 - CN(P_0)$ gilt, dann ist P_0 ein Brechpunkt, deswegen kann er nicht gelöscht werden [10]. In vier Fällen kann P_0 gelöscht werden, ohne den 8-er Zusammenhang zu verlieren, die die folgenden sind:

Definition 5. *Die Überdeckungsfunktion (matching) $M(P_0)$ ist wahr, wenn es mit einem von den unteren vier Fällen übereinstimmt*

$$\begin{matrix} 0\,1\,0 \\ 0\,1\,1 \\ 0\,0\,0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0\,0\,0 \\ 0\,1\,1 \\ 0\,1\,0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0\,0\,0 \\ 1\,1\,0 \\ 0\,1\,0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0\,1\,0 \\ 1\,1\,0 \\ 0\,0\,0 \end{matrix}$$

sonst ist sie falsch.

$M(P_0)$ wird für die Bestimung von speziellen Brechpunktfällen in P_0 verwendet.

Durch Verwendung der obigen Berechnungen werden für jedes Pixel P im Bild B, wenn es Objektpixel ist, die Werte $PN(P)$, $CN(P)$, $T(P)$, $M(P)$ bestimmt und es wird entschieden, ob P markiert bzw. gelöscht werden darf. Wenn kein Pixel mehr gelöscht werden kann, erhielt man das Skelett des Objektes. Der Skelettierungsalgorithmus lautet wie folgt:

<table>
<tr><td colspan="5">Algorithmus 1 : modifizierte Alg. von Zhou</td></tr>
<tr><td rowspan="6"></td><td colspan="4">FOR $\forall P \in B$</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>IF</td><td colspan="2">$P =$ Objekt Pixel</td></tr>
<tr><td rowspan="3">THEN</td><td colspan="2">berechne $PN(P)$, $CN(P)$, $T(P)$</td></tr>
<tr><td>IF</td><td>$PN(P) \neq 8 \wedge [(CN(P) > 1 \wedge CN(P) < 7) \wedge (T(P) = 1 \vee M(P))]$</td></tr>
<tr><td colspan="2">THEN markiere Pixel</td></tr>
<tr><td colspan="4">lösche die markierten Pixels</td></tr>
<tr><td colspan="5">UNTIL kein Pixel kann gelöscht werden</td></tr>
</table>

Auf den SLDF-Bildern werden im ersten Schritt die Gefäße mit einer nichtlinearen Kontrasttransformation hervorgehoben, segmentiert und schließlich binarisiert [11]. Auf diesem Bild wird die Skelettierung nach dem korrigierten Algorithmus von Zhou durchgeführt. Mit der Skelettierung wird die Mittellinie der Gefäße ermittelt. Diese Mittellinie gibt eine gute Näherung für die Länge der Gefäßstruktur, falls sie ein Pixel breit ist. Die Länge der Gefäße wird auf dem skelettierten Gefäßbild durch das Zusammenrechnen der Skelettpunkte errechnet. Um die Skelettanalyse durchführen zu können, definieren wir was unter ein Pixel breitem Skelett verstanden wird:

Definition 6. *Ein Skelett ist mehr als 1-Pixel breit, wenn es* (2×2) *oder dickere Objektstrukturen enthält. Eine* (2×2)*-Objektstruktur sieht folgendermaßen aus:*

$$\begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$$

Theorem 1. *Das Skelett nach dem modifizierten Algorithmus von Zhou ist 1-Pixel breit, abzüglich einige Skelettverzweigungen.*

Beweis. Nach dem Alg. 4 wird ein Pixel gelöscht, wenn das Pixel ein Randpixel des Objekts ist und die folgende Bedingung erfüllt wird:

$$(CN(P_0) > 1 \wedge CN(P_0) < 7) \wedge (T(P_0) \vee M(P_0))$$

Das Glied $M(P_0)$ wird nicht untersucht, da es keine (2×2)-Struktur beinhalten kann. Sei eine (2×2)-Objektstruktur bei dem Durchlauf auf dem Bild (von links nach rechts, von oben nach unten) gefunden. Nehmen wir an, dass in einer (3×3)-Umgebung keine weitere Pixel existieren. In diesem Fall ist gültig, dass $CN(P_0) > 1 \wedge CN(P_0) < 7$ und $T(P_0) = 1$. So wird das Pixel P_0 und damit die (2×2)-Objektstruktur gelöscht. Wenn eine beliebige, aber $T(P_0) = 1$ zusammenhängende Struktur gefunden wird, die mindestens eine (2×2)-Objektstruktur beinhält, werden das Pixel P_0 bzw. die (2×2)-Objektstruktur(en) ebenso gelöscht, wenn es auch $CN(P_0) > 1 \wedge CN(P_0) < 7$ gilt, sonst wäre kein Randpixel bzw. Bruchpunkt wäre. Wenn $CN(P_0) \leq 1$ wäre, dann gäbe es keine (2×2)-Objektstruktur, wenn $CN(P_0) = 8$ wäre, dann P_0 wäre kein Randpixel. Im Fall $CN(P_0) = 7$ ist P_0 ein Brechpixel, weil $T(P_0) = \min(CN(P_0), 8 - CN(P_0))$ [10].

Sei jetzt allgemein eine solche (2×2)-Objektstruktur gefunden, in der mindestens ein Pixel mit $T(P_0) = 1$ existiert. So kann dieses Pixel und damit die (2×2)-Objektstruktur gelöscht werden. Wenn kein solches Pixel existiert, dann soll diese (2×2)-Objektstruktur zur einer Skelettverzweigung gehören, deren ,,Mittelpunkt" dieser Struktur ist.

Es ist einfach zu sehen, dass nicht alle Verzweigungspunkte aus einer (2×2)-Objektstruktur bestehen. Ein Verzweigungspunkt kann durch nicht unbedingt zusammenhängende Teilskeletten entstehen, die zueinander nah sind. Solche Fälle sind bei Kapillarstukturen häufig.

Der korrigierte Algorithmus von Zhou kann auch detailliert mit Methoden von Floyd [12] untersucht werden und kann die partielle und totale Richtigkeit (z.B. Konvergenz der Skelettierung) eingesehen werden.

5 Ergebnisse

Durch die Korrektur des originalen Verfahrens von Zhou konnte der Skelettireungsalgorithmus beschleunigt werden, weil die Zwischenberechnungen der Werte $PN(.)$, $CN(.)$, $T(.)$ nur in nötigem Fall also nur für den Objektpixel durchgeführt wurden. Es wurde $CN(P) < 7$ statt $CN(P) < 6$ im modifizierten Algorithmus verwendet, damit das Skelett gestrecktereren Verlauf hatte und die Anzahl der (2×2)-Objektstrukturen in der Gefäßverzweigungen ca. 25% reduziert wurde. Außerdem wurde mathematisch gezeigt, dass das Skelett ein Pixel breit ist abgesehen von einigen bestimmten Verzweigungspunkten.

6 Zusammenfassung

Es wurde eine Modifizierung bzw. Verbesserung des Skelettierungsverfahrens von Zhou vorgestellt, was für die Bestimmung der Länge der retinalen Gefäße auf den SLDF-Retinabildern verwendet werden kann. Durch die mathematische Untersuchung kann festgestellt werden, dass das Skelett praktisch ein Pixel breit ist und es eine gute Näherung für die Gefäßlänge geben kann.

Literaturverzeichnis

1. Zamperoni P: *Methoden der digitalen Bildsignalverarbeitung.* Vieweg Verlag, Braunschweig, 1989.
2. Riazanoff S, Cervelle B, Chorowicz J: *Parametrisable skeletonization of binary and multilevel images. Pattern Recognition Letters*, 11:25–33, 1990.
3. Sirjani A, Cross GR: *On representation of a shape's skeleton. Pattern Recognition Letters*, 12:149–154, 1991.
4. Ge Y, Fitzpatrick JM: *On the Generation of Skeletons from Discrete Euclidean Distance Maps. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(11):1055–1066, Nov. 1996.
5. Dyer CR, Rosenfeld A: *Thinning Algorithms for Gray-Scale Pictures. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1(1):88–89, 1979.
6. Bräunl T, Feyer S, Rapf W, Reinhardt M: *Parallele Bildverarbeitung.* Addison–Wesley (Deutschland) GmbH, Bonn, 1995.
7. Pavlidis T: *Algorithmen zur Graphik und Bildverarbeitung.* Heinz Heise Verlag, Hannover, 1990.
8. Klette R, Zamperoni P: *Handbuch der Operatoren für die Bildbearbeitung.* Vieweg Verlag, Braunschweig, 2. üb.. Ausg., 1995.
9. Datta A, Parui SK: *Performs a thinning of a binary input image. Pattern Recognition*, 27(9):1181–1192, 1994.
10. Zhou RW et al.: *A novel single-pass thinning algorithm and an effective set of performance citeria. Pattern Recognition Letters*, 16:1267–1275, 1995.
11. Pál I, et al.: *Erkennung von Mikrozirkulationsstörungen der Netzhaut mittels "Scanning Laser Doppler Flowmetrie".* Lehmann T et al. (Hrsg.), *Bildverarbeitung für die Medizin*, Verlag der Augustinus Buchh., Aachen, S. 89–94, 1996.
12. Manna Z: *Mathematical Theory of Computation.* Computer Science Series, McGraw-Hill Book Company, New York, 1974.