ORGANISATION EUROPEENNE POUR LA RECHERCHE NUCLEAIRE

ISR-TH/69-11

FOCALISATION DES ANNEAUX D'ELECTRONS CHARGES DANS L'ACCELERATEUR LINEAIRE COLLECTIF

par

A.G. Bonch-Osmolovsky, G.V. Dolbilov, I.N. Ivanov
E.A. Perelstein, V.P. Sarantsev, O.I. Yarkovoj

Genève, Mars 1969

INSTITUT UNIFIE DE RECHERCHES NUCLEAIRES, DUBNA
Rapport P9 - 4235

FOCALISATION DES ANNEAUX D'ELECTRONS CHARGES DANS L'ACCELERATEUR LINEAIRE COLLECTIF

par

A.G. Bonch-Osmolovsky, G.V. Dolbilov, I.N. Ivanov
E.A. Perelstejn, V.P. Sarantsev, O.I. Yarkovoj

Dubna, 1968

Traduit au CERN par A. Golovanoff
(Original : russe)

(CERN Trans. 69-8)

Genève
Février 1969

Dans l'accélérateur linéaire collectif les ions sont capturés et maintenus par la fosse de potentiel de l'anneau électronique qui est accéléré par le champ externe /1/. On comprend clairement l'importance de conserver la densité des électrons dans l'anneau suffisamment élevée pour assurer la profondeur nécessaire de la fosse de potentiel. Pour un anneau de forme toroïdale, les exigences de la conservation de la densité correspondent à la nécessité de maintenir une faible section transversale.

On peut maintenir constant assez efficacement, par un champ magnétique constant, le grand rayon de l'anneau et la dimension radiale de sa section. C'est pourquoi on attachera une attention spéciale à la dimension z. (L'anneau d'électrons à rotation relativiste se déplace le long de l'axe z, si bien que son centre coïncide en permanence avec cet axe. Ce dernier est perpendiculaire au plan de rotation).

Le problème de la focalisation peut être divisé en deux parties : l'autofocalisation et la focalisation par un champ externe. Par autofocalisation, on entend le mécanisme de Bennet-Budker, qui réside dans le fait que pour une certaine proportion entre les nombres des particules de chaque signe, les particules d'une sorte sont maintenues pendant l'accélération dans la fosse de potentiel des particules de l'autre sorte. Toutefois, cette question de principe complexe n'est pas examinée dans le présent travail car elle fait l'objet d'une étude particulière.

Nous nous arrêterons ici au procédé de focalisation des particules chargées par des champs externes. La première idée qui vient d'emblée est d'utiliser l'autophasage sur une onde progressive. Toutefois, dans nos conditions, ce procédé se révèle peu efficace puisqu'il exige l'utilisation de générateurs puissants, la construction d'un système de ralentissement, ainsi qu'une modification de la vitesse de l'onde en cours d'accélération. En outre, comme les gradients du champ focalisant dans le système de coordonnées propre diminuent comme $1/\gamma_z^2$, où $\gamma_z = (1 - v_z^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$, pour une amplitude du champ focalisant $E_0 \approx 100$ kV/cm et $\lambda \lessapprox 10$ cm, la focalisation est possible seulement jusqu'à $\gamma_z \approx 4$.

C'est pourquoi nous nous arrêterons aux procédés de focalisation élaboré par nous, qui peuvent être appliqués assez efficacement dans nos conditions. On étudiera des procédés de focalisation par un champ magnétique hélicoïdal, au moyen de l'onde H_ϕ, par le mécanisme de Miller avec des ondes de collision, ainsi que la focalisation à l'aide des champs images.

1. FOCALISATION H_ϕ

Le mécanisme de la focalisation H_ϕ peut être aisément compris sur l'exemple d'un cordon rectiligne dans un champ magnétique longitudinal. Sous l'action de leurs forces de répulsion propres, les particules du cordon acquièrent des vitesses perpendiculaires à la direction du champ magnétique qui enroule les particules en les empêchant de quitter le cordon. Pour un anneau, le rôle d'un tel champ longitudinal peut être joué par la composante azimutale (H_ϕ) du champ magnétique engendré, par exemple, par un conducteur placé le long de l'axe z.

Les conditions de focalisation pour l'anneau se déplaçant le long de l'axe sont exprimées par les deux inégalités suivantes :

$$\omega_{H\phi}^2 > \Omega_\Lambda^2 / \gamma_\perp^2 \gamma_z^2$$

$$\Omega_\Lambda^2 / \gamma_z^2 > \omega_{Hz}^2 - 2\omega_{Hz} \cdot \omega_{H\phi} \cdot \gamma_z \, .$$

où Ω_Λ -fréquence de Langmuir de l'anneau, $\omega_{H\phi} = \frac{e H_\phi (r_0)}{m c \gamma_\perp}$,

$\omega_{Hz} = \frac{e H_z}{m c \gamma_\perp}, \gamma_\perp^2 = \frac{1}{(1 - v_0^2/c^2)}$ - - grand rayon de l'anneau,

$\Omega_\Lambda, \gamma_\perp$ sont pris dans le système de coordonnées propre de l'anneau.

L'analyse montre que le grand rayon de l'anneau augmente avec le facteur relativiste γ_z, les champs H_z et H_ϕ restant invariables. Cela limite la longueur du trajet d'accélération de l'anneau avec la focalisation considérée.

Cette limitation peut être éliminée, si à mesure de l'augmentation de γ_z on diminue d'autant la valeur du champ H_ϕ (dans le système de coordonnées du laboratoire).

II . FOCALISATION PAR LES ONDES DE COLLISION

On connait le mécanisme de focalisation dit de Miller, qui peut être réalisé dans un système de deux ondes de sens contraire. Il est facile de montrer que dans ce cas il existe une valeur singulière de la vitesse, c'est-à-dire qu'il est possible de trouver une particule d'équilibre au voisinage de laquelle les autres particules accomplissent des oscillations stables. Un tel système présente de nombreuses propriétés. Soit dans le système du laboratoire un champ magnétique externe "gaufré" de phase $\Psi = k'_0 z'$ et une onde de phase $\Psi = k'z - \omega' t'$ progressant à la rencontre de l'anneau. Passons au système dans lequel les fréquences de ces ondes coïncident :

$$\omega = \gamma_s (\omega' - v k'), \qquad k = \gamma_s (k' - v' \omega')$$

$$\omega_0 = \gamma_s v k'_0 \qquad k_0 = \gamma_s k'_0$$

et $\omega = \omega_c$, ce qui donne :

$$c\beta_s = \frac{\omega'}{k' + k'_0} < 1.$$

Il apparaît alors qu'un tel système ne demande pas de ralentissement et l'on peut faire varier $\dfrac{\omega'}{k' + k'_0}$ au cours de l'accélération à l'aide de k'_0 , ce qui est très commode. Si l'on prend $k' \gg k'_0$, $\omega' \approx k'c'$, on trouve facilement $\gamma_s \approx \sqrt{\dfrac{k'}{2k'_0}}$, c'est pourquoi l'erreur sur k'_0 s'exerce sur

γ_z et l'erreur sur la vitesse (ou les conditions de précisions de la synchronisation de la fosse et de la particule) est

$\delta\beta_z \approx \frac{1}{\gamma_z^2} \cdot \frac{\delta\gamma_z}{\gamma_z}$, c'est-à-dire qu'elle diminue avec l'augmentation de γ_z. De là, les larges perspectives ouvertes par cette méthode de de focalisation pour les énergies ultra-relativistes.

L'équation des oscillations z dans le système propre, sur l'exemple d'une onde H_{01} s'écrit :

$$\ddot{z} + \frac{c\beta_0}{m\gamma_\perp}\left(\frac{k}{k'} h_1 \cos\Psi - \gamma_z h_0 \cos\Psi_0\right) = 0,$$

où $h_1 = H_1 J_1(K r_0)$ - amplitude de l'onde progressive ;
$h_0 = H_0 I_1(K_1 r_0)$ - amplitude du champ gaufré.

On suppose que la durée des variations des paramètres externes est grande par rapport à la période des oscillations prises dans leur moyenne. Cetté équation se résoud par la méthode de Bogolyubov.
On trouve la fosse dont la caractéristique est :

$$\omega^2 \gg \frac{e^2 h_1 h_0}{m^2 c^2 \gamma_\perp^2} > \frac{2}{\gamma_\perp^3} \frac{c}{a^2} \frac{e^2 N}{mc^2 2\pi r_0}, \quad \omega' = k', \; k' \gg k_0'.$$

Ici a - petite dimension de l'anneau ; N - nombre total de particules dans l'anneau. L'inégalité de gauche constitue la condition d'application de la méthode, l'inégalité de droite représente la condition de compensation des forces de Coulomb de répulsion des électrons.

L'application de cette méthode sera possible lorsqu'on disposera de sources puissantes de rayonnement dans la gamme des ondes courtes (pour maintenir un anneau avec $N = 10^{13}$, une amplitude de 10^3 oersted est nécessaire pour l'onde progressive).

III. FOCALISATION PAR LES FORCES IMAGES

L'interaction entre un paquet chargé et un écran présente un caractère cohérent, c'est-à-dire que la force qui s'exerce sur chaque particule du paquet est proportionnelle au nombre de particules qu'il contient. Cela confirme la nécessité de tenir compte du blindage dans l'étude du déplacement des particules dans l'anneau et du comportement de l'anneau en tant qu'entité. Le fait que l'écranage puisse être utilisé pour la focalisation de l'anneau s'avère très interessant. Considérons un cordon rectiligne chargé, formé par un flux d'électrons et blindé au moyen d'une surface métallique conductrice. Si la distance du centre du cordon à la surface est beaucoupe plus grande que sa petite dimension, le champ image peut être remplacé par le champ d'un cordon infiniment fin formé de particules chargées de l'autre signe. Une construction élémentaire des forces d'interactions du cordon"image" avec les particules à la limite du cordon réel donne la force focalisante. La grandeur de cette force serait bien inférieure aux forces coulombiennes de répulsion des particules dans le faisceau si les particules n'étaient pas animées d'un mouvement longitudinal. Par suite de ce mouvement, les forces de répulsion propres du faisceau sont atténuées d'un facteur de $\gamma_{\perp}^{2}$, et il est possible de compenserces forces par les forces images. Toutefois le modèle de l'anneau se déplaçant dans un tube écran peut être constitué par un cordon se déplaçant dans son ensemble dans la direction perpendiculaire à la direction du déplacement des particules à l'intérieur de l'anneau. Mais, dans ce cas le champ électrique de l'anneau devient dépendant du temps, ce qui entraîne l'apparition d'un champ magnétique écrané, qui diminue les forces focalisantes images par un facteur $\gamma_\perp^2$ et les rend inférieures aux forces défocalisantes propres. L'utilisation des forces images aux fins de focalisation apparaît intéressante dans la mesure où la focalisation obtenue par ce moyen n'exige pas l'introduction d'une puissance supplémentaire et ne dépend pas de la vitesse de l'anneau jusqu'à des γ_z assez grands. C'est pourquoi on a entrepris des tentatives de trouver ainsi des systèmes qui conserveraient l'action focalisante de l'écranage électrique tout en diminuant l'action défocalisatrice magnétique.

Il apparaît d'abord que, si l'on considère l'anneau écrané par un cylindre, la courbure conduit aux résultats désirés. La courbure des champs propres peut être négligée lors du respect de l'inégalité $\frac{1}{\gamma_\perp^2} \gg \frac{a^2}{r^2} \ell n \frac{8 r_0}{a}$, et celle des champs induits si, $\frac{1}{\gamma_\perp^2} \gg \left(\frac{b - r_0}{r_0} \right) \ell\ n \frac{r_0}{b - r_0}$, c'est-à-dire que l'on peut créer des conditions dans lesquelles le champ propre peut être considéré comme "rectiligne" (c'est-à-dire atténué par un facteur $\gamma_\perp^2$) et le champ induit comme "courbé" (non atténué). Les notations sont ici les suivantes : a - petit rqyon de l'anneau toroïdal; r_0 - grand rayon; b - rayon du tube écran. Le gradient de la force qui nous intéresse est dans ce cas de la forme :

$$\frac{1}{\omega_0^2 m \gamma_\perp} \cdot \frac{\partial F_z}{\partial z} = -\frac{4e^2}{mc^2} \frac{1}{\gamma_\perp} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} \int_0^\infty t\,dt \left[I_0^2(tp) \frac{K_0(t)}{I_0(t)} - \beta^2 I_1^2(tp) \frac{K_1(t)}{I_1(t)} \right] =$$

$$= -\frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_\perp} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} T_z .$$

I_n, K_n - fonctions de Bessel modifiées ; N - nombre total de particules dans l'anneau. Dans l'intervalle $0{,}8 < p < 0{,}95$, on a $0{,}4 < T < 0{,}8$. Le gradient de la force coulombienne de répulsion $= \frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_0} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} \cdot \frac{r_0}{d(g+d)} \cdot \frac{1}{\gamma_\perp^2}$, où d et g - dimensions de la section de l'anneau selon les directions r et z, si l'on considère que notre anneau est un tore elliptique. Avec nos paramètres ($N = 10^{13}$, $r_0 = 5$ cm, $\gamma_0 = 30$, $g = 10^{-1}$ cm, $p = 0{,}8$) on peut réaliser à l'aide de cette focalisation $d \simeq 1$ cm, et un rapport du carré de la fréquence des oscillations bétatroniques suivant la direction z et du carré de la fréquence de révolution des particules dans l'anneau de l'ordre de 3×10^{-3}. Il en résulte qu'il faut élever l'efficacité de cette focalisation pour en faire une application pratique.

Dans le travail /2/, on a proposé un procédé possible d'augmentation des forces de focalisation. Il consiste à recouvrir l'intérieur du tube métallique d'une fine couche diélectrique. Dans l'idée des auteurs, cette couche provoquera une forte atténuation des forces défocalisantes de l'écran magnétique par rapport aux forces focalisantes électriques.

De pair avec cette intéressante proposition, nous avons étudié un autre procédé d'intensification de la focalisation mettant en oeuvre un écran "découpé".

Revenons à notre modèle de cordon se déplaçant le long de la surface, mais remplaçons cette dernière par un système de bandes. Les bandes sont disposées de telle façon que le cordon se déplace le long d'elles, si bien que le système n'est pas ralentisseur. Le gradient de la force focalisante s'écrit dans ce cas :

$$\frac{\partial F_z}{\partial z} = - m\Omega_k^2 \frac{g}{a^2} \left[T_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \, e^{i\frac{2\pi n}{\ell} x} T_n \right].$$

Dans cette formule Ω_k - fréquence de Coulomb déterminant la grandeur des forces de répulsion ; g - petit diamètre du faisceau; a - distance à la surface. Les coefficients T_n sont obtenus à partir d'un système infini d'équations algébriques à l'aide d'un ordinateur. Comme le montrent les calculs numériques, on peut négliger les termes en T_n pour $|n| \geq 1$, T_0 est une fonction de $q = \frac{\pi d}{\ell}$ et $p = \frac{\ell}{2\pi a}$; d - largeur de la bande métallique ; l - longueur de la période de la grille. Dans les calculs on prenait la vitesse longitudinale égale à c. La fonction T_0 s'annulait pour q = 0 et π. Au voisinage de q = 0 et q = π , T_0 présente une assez grande dérivée ; elle reste à peu près constante pour les valeurs intermédiaires de q. Dans l'intervalle $0 < q < \pi$, les valeurs de T_0 varient de

$T_0 \approx 0{,}2$ pour $p = \frac{1}{2\pi}$ à $T_0 \approx 0{,}25$ pour $p \approx 0{,}001$.

Avec nos paramètres, pour assurer la focalisation ($\kappa^2/u^2 T_0 > \Omega_k^2/\gamma_\perp^2$) il suffit d'avoir $T_0 \gtrsim 0,1$.

Ainsi, il est possible d'obtenir l'efficacité nécessaire de la force focalisante en utilisant un écran circulaire"découpé". A mesure que l'on s'approche de l'écran, les exigences quant à la précision de son positionnement le long de l'axe du tube augmentent. Si un anneau s'écarte de l'axe, il accomplira un drift circulaire au voisinage de l'axe du tube lorsque l'inégalité suivante est satisfaite :

$$\frac{8e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_\perp} \cdot \frac{N}{2\pi r_0} \cdot \frac{1}{\beta_\theta^2} p^2 \Phi(p) \leq 1$$

La fonction $\Phi(p)$ est non linaire. Pour $p \approx 0,5$ $\Phi(p) \approx 1$, pour $p = 0,8$, $\Phi \approx 4,5$, tandis que pour $p = 0,95$, $\Phi(p) \approx 140$. Cependant même si l'inégalité indiquée est satisfaite, l'écart du centre de l'anneau de l'axe du tube ne doit pas dépasser une distance de l'ordre du petit rayon pour que ce dernier ne s'élargisse pas, par suite du drift de l'anneau.

Comme le montrent les estimations, les possibilités d'une focalisation par la paroi sont limitées pour $\gamma_z \approx 40$, à cause du freinage qui devient sensible à cette énergie, compte tenu de la conductibilité finie des parois du tube.

REFERENCES

1. V.I. Veksler, V.P. Sarantsev, A.G. Bonch-Osmolovskij, G.A. Ivanov, G.V. Dolbinov, F.N. Ivanov, M.Ya. Iovnovich, I.V. Kozhukhov, A.B. Kuznetsov, V.G. Makhan'kov, E.A. Perel'steijn, V.P. Rashevskij, K.A. Reshetnikova, N.B. Rubin, S.B. Rubin, P.I. Ryl'tsev, O.I. Yarkovoj:

"Accélération collective linéaire des ions". Rapport présenté à la IVème conférence internationale sur les accélérateurs, Cambridge, 1967. Preprint OIYaI, p. 9-3440-2, 1967.

2. Symposium on Electron Ring Accelerators, held at Lawrence Radiation Laboratory, 1968.