

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И.Будкера СО РАН

В.А. Таюрский

ГЕНЕРАТОР СОБЫТИЙ  
ДВУХФОТОННОГО РОЖДЕНИЯ  
ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ РЕЗОНАНСОВ

ИЯФ 2001-61

Новосибирск  
2001

**Генератор событий двухфотонного рождения  
псевдоскалярных резонансов<sup>1</sup>**

*B.A. Tayursky*

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
630090 Новосибирск, Россия

**Аннотация**

Описан алгоритм моделирования и программные компоненты генератора событий двухфотонного рождения псевдоскалярных резонансов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R(0^{-+})$ . В качестве резонансов в программу заложены  $\pi^0$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$  с их основными модами распада, а также резонанс произвольной массы с модой распада на 2 фотона. Расчёты с помощью этого генератора хорошо согласуются с другими расчётами. Выполнено моделирование двухфотонного рождения  $\pi^0$ ,  $\eta$  и  $\eta'$  и получены оценки эффективности регистрации этих резонансов для детектора КЕДР при энергии столкновения 3.1 и 10 ГэВ.

**Event generator for two-photon production  
of pseudoscalar resonances**

*V.A. Tayursky*

Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, Russia

**Abstract**

A simulation algorithm and program components of the event generator for two-photon production of pseudoscalar resonances in the process  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R(0^{-+})$  are described. Resonances  $\pi^0$ ,  $\eta$  and  $\eta'$  with their main decay channels, as well as an arbitrary resonance with the decay to two photons, are included in the program. Calculations with this generator are in good agreement with other calculations. The simulation of two-photon production of  $\pi^0$ ,  $\eta$  and  $\eta'$  was performed and the detection efficiencies for the KEDR detector were obtained at the collision energy 3.1 and 10 GeV.

© Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Россия

---

<sup>1</sup>Работа частично поддержана грантом РФФИ 97-02-18516

# Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>5</b>
<b>2 GGRESPS – генератор процесса <math>e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R(0^{-+})</math></b>	<b>6</b>
<b>3 Программные компоненты генератора</b>	<b>10</b>
3.1 Подпрограммы . . . . .	10
3.1.1 Распады $\pi^0$ -мезона . . . . .	13
3.1.2 Распады $\eta$ -мезона . . . . .	14
3.1.3 Распады $\eta'$ -мезона . . . . .	14
3.2 COMMON-блоки . . . . .	16
<b>4 Сравнение с другими расчётами</b>	<b>17</b>
<b>5 Сечения двухфотонного рождения <math>\pi^0, \eta, \eta', \eta_c, \eta_b</math> при <math>\sqrt{s} = 2 - 11</math> ГэВ</b>	<b>21</b>
<b>6 Эффективности регистрации <math>\pi^0, \eta</math> и <math>\eta'</math> в детекторе КЕДР при <math>\sqrt{s}=3.1</math> и 10 ГэВ</b>	<b>22</b>
6.1 CPPЭ детектора КЕДР . . . . .	23
6.2 Процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \pi^0$ . . . . .	26
6.3 Процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta$ . . . . .	28
6.4 Процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta'$ . . . . .	30
<b>7 Заключение</b>	<b>32</b>
<b>Литература</b>	<b>35</b>



---

## 1 Введение

Существует ряд расчётов и программ, выполняющих моделирование двухфотонного рождения в  $e^+e^-$ -столкновении псевдоскалярных мезонов с использованием точного матричного элемента и точного интегрирования по доступному фазовому объёму [1-4].

В данной работе описан алгоритм моделирования и программные компоненты генератора событий рождения псевдоскалярных резонансов в двухфотонной реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R(0^{-+})$ , который в течение ряда лет используется в ИЯФ им. Будкера. Алгоритм моделирования процесса  $2 \rightarrow 3$  аналогичен тому, что применяется для моделирования процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{hadrons}$ , и описан в работе [5]. Генератор во многом похож на [3,4]. Основное отличие состоит в выборе переменных интегрирования. При невысоких энергиях  $e^+e^-$ -столкновения, до  $\sqrt{s} \sim 30$  ГэВ, эффективность данного генератора достаточно высокая, и при моделировании событий  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R(0^{-+})$  можно обойтись без разбиения области интегрирования на подобъёмы для учёта пикованныстей подынтегрального выражения (как сделано в генераторе Вермасерена и др. [3], где для этой цели используется специальная подпрограмма VEGAS).

В качестве частиц, которые могут быть образованы в двухфотонном процессе, в генератор заложен произвольный резонанс с распадом на 2 фотона, а также фиксированные резонансы  $\pi^0$ ,  $\eta$  и  $\eta'$  с их основными модами распада. На выходе программа выдаёт лабораторные 4-х импульсы рассеянных электрона и позитрона (обычно далее для краткости – рассеянных электронов), образованного резонанса и продуктов распада резонанса. Трёхчастичные распады резонансов моделируются с использованием метода "случайных звёзд", описанного в книге Г.И.Копылова "Основы кинематики резонансов" [6]; подробное описание этого метода приведено также в [5].

## 2 GGRESPS – генератор процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R(0^{-+})$

В двухфотонном процессе

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R \quad (1)$$

виртуальные фотоны сталкиваясь образуют резонанс  $R$ , который затем распадается на 2 или более частиц (Рис.1).

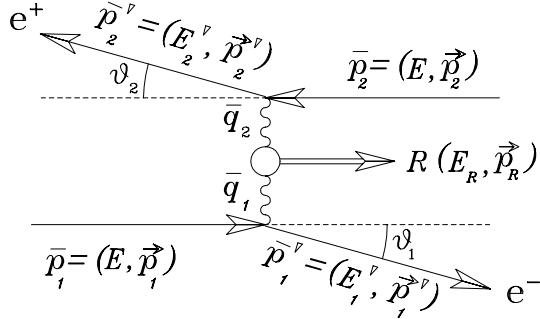


Рис. 1: Двухфотонный процесс  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$ .

В общем случае дифференциальное сечение двухфотонного рождения состояния  $X$  имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} d\sigma = & \left(\frac{\alpha}{2\pi^2}\right)^2 \frac{1}{E^2} \frac{d^3 p'_1}{E'_1} \frac{d^3 p'_2}{E'_2} \frac{1}{(\bar{q}_1^2 \bar{q}_2^2)^2} (p_1^\mu p_1'^\nu + p_1'^\mu p_1^\nu + \frac{1}{2} \bar{q}_1^2 g^{\mu\nu}) \times \\ & \times (p_2^\alpha p_2'^\beta + p_2'^\alpha p_2^\beta + \frac{1}{2} \bar{q}_2^2 g^{\alpha\beta}) \frac{1}{8} M_{\mu\alpha}^+ M_{\nu\beta} (2\pi)^4 \delta(\bar{q}_1 + \bar{q}_2 - \bar{p}_X) d\Gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$M_{\mu\alpha} = i \int d^4 x e^{-iq_1 x} \langle X | T^*(J_\mu(x), J_\alpha(0)) | 0 \rangle,$$

$\mu$  – электромагнитный ток,

$d\Gamma$  – инвариантный фазовый объём состояния  $X$ .

Используемые переменные показаны на Рис.1.

Из (2), аналогично тому, как это было сделано в [5] для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + hadrons$ , получаем дифференциальное сечение двухфотонного рождения узкого резонанса в инвариантных переменных  $t_1, t_2$ ,

$s_1, s_2$ :

$$d\sigma = \frac{4r_0^2 m_e^2 \Gamma_{\gamma\gamma}}{\pi s^2 t_1^2 t_2^2 M_R^3} |F|^2 B \frac{dt_1 dt_2 ds_1 ds_2}{\sqrt{-\Delta_4}}, \quad (3)$$

где  $r_0 = 2.82 \cdot 10^{-13}$  см – классический радиус электрона,  $s = (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)^2 = (2E)^2$  – квадрат полной энергии столкновения,  $m_e$  – масса электрона,  $M_R$  и  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  – масса и двухфотонная ширина резонанса. В формулу включен множитель  $|F|^2$ , где  $F = F(t_1, t_2)$  - формфактор для учёта возможной зависимости сечения от виртуальности фотонов (7).

Инвариантные переменные  $s_1, s_2, t_1, t_2$  и  $M_R$  равны:

$$\begin{aligned} s_1 &= (\bar{p}'_1 + \bar{k})^2, \\ s_2 &= (\bar{p}'_2 + \bar{k})^2, \\ t_1 &= \bar{q}_1^2 = (\bar{p}_1 - \bar{p}'_1)^2, \\ t_2 &= \bar{q}_2^2 = (\bar{p}_2 - \bar{p}'_2)^2, \\ M_R^2 &= \bar{k}^2 - \text{квадрат массы резонанса}, \\ \bar{k} &= \bar{q}_1 + \bar{q}_2. \end{aligned}$$

В формуле (3) функция В представляет произведение кинематического фактора на квадрат модуля матричного элемента [1]. Она получена с использованием эффективного лагранжиана взаимодействия псевдоскалярного поля  $\Phi_R$  с фотоном

$$L = \frac{1}{2} g_R \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\mu\nu} F^{\alpha\beta} \Phi_R. \quad (4)$$

Наблюдаемая ширина распада псевдоскалярного резонанса на 2 реальных фотона связана с константой связи  $g_R$  соотношением

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{4\pi} g_R^2 M_R^3. \quad (5)$$

Функция  $B$  равна [1]:

$$B = \frac{1}{4} t_1 t_2 B_1 - 4B_2^2 + m_e^2 B_3, \quad (6)$$

где

$$B_1 = (4\bar{p}_1 \bar{p}_2 - 2\bar{p}_1 \bar{q}_2 - 2\bar{p}_2 \bar{q}_1 + \bar{q}_1 \bar{q}_2)^2 + (\bar{q}_1 \bar{q}_2)^2 - 16t_1 t_2 - 16m_e^4,$$

$$B_2 = (\bar{p}_1 \bar{p}_2)(\bar{q}_1 \bar{q}_2) - (\bar{p}_1 \bar{q}_2)(\bar{p}_2 \bar{q}_1),$$

$$\begin{aligned}
B_3 &= t_1(2\bar{p}_1\bar{q}_2 - \bar{q}_1\bar{q}_2)^2 + t_2(2\bar{p}_2\bar{q}_1 - \bar{q}_1\bar{q}_2)^2 + 4m_e^2(\bar{q}_1\bar{q}_2)^2. \\
(\bar{p}_1\bar{p}_2) &= s/2 - m_e^2. \\
(\bar{p}_1\bar{q}_2) &= 1/2 \cdot (s_1 - t_2 - m_e^2). \\
(\bar{p}_2\bar{q}_1) &= 1/2 \cdot (s_2 - t_1 - m_e^2). \\
(\bar{q}_1\bar{q}_2) &= 1/2 \cdot (M_R^2 - t_1 - t_2).
\end{aligned}$$

В программе используется формфактор  $F$  в виде, следующем из модели векторной доминантности (МВД):

$$F = \frac{1}{(1 - t_1/m_\rho^2)(1 - t_2/m_\rho^2)} \quad (\text{при KVDM}=1), \quad (7)$$

где  $t_i = \bar{q}_i^2 (< 0)$ ,  $m_\rho$  – масса  $\rho$ -мезона. Формфактор  $F$  можно положить равным 1, задав параметр генератора KVDM= 0. Сечение двухфотонного рождения резонансов с формфактором (7) согласуется с измерениями для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta'$  в single-tag экспериментах [8].

Ниже выписаны пределы интегрирования [7] в том порядке, в котором производится интегрирование дифференциального сечения (3) и моделирование инвариантов.

- 1)  $s_{2,min} = (M_R + m_e)^2$ ,  $s_{2,max} = (\sqrt{s} - m_e)^2$ .
- 2)  $t_{1,min}, t_{1,max} = 2m_e^2 - 1/(2s) \cdot [s(s - s_2 + m_e^2) \pm A]^{1/2}$ ,  
 $A = \left\{ s(s - 4m_e^2)[(s - s_2 - m_e^2)^2 - 4m_e^2 s_2] \right\}^{1/2}$ .
- 3)  $t_{2,min}, t_{2,max} = 2m_e^2 - 1/(2s_2)(s_2 + m_e^2 - t_1)(s_2 + m_e^2 - M_R^2) \mp B$ ,  
 $B = 1/(2s_2) \left\{ [(s_2 - m_e^2 - t_1)^2 - 4m_e^2 t_1][(s_2 - m_e^2 - M_R^2)^2 - 4m_e^2 M_R^2] \right\}^{1/2}$ .
- 4)  $s_{1,min}, s_{1,max} = s + m_e^2 - (\Delta \pm C)/\lambda$ ,  
 $\lambda = (s_2 - t_1 - m_e^2)^2 - 4t_1 m_e^2$ ,  
 $\Delta = m_e^4(s - 2M_R^2 + t_2 + 2t_1)$   
 $+ m_e^2(sM_R^2 - st_2 - 2ss_2 - 3st_1 + 2M_R^2 s_2 - t_1 t_2 - 2s_2 t_1)$   
 $- sM_R^2 s_2 + sM_R^2 t_1 + st_2 s_2 + st_2 t_1 + ss_2^2 - ss_2 t_1 - t_2 s_2^2 + t_2 s_2 t_1$ ,  
 $C = 2[G(s, t_1, s_2, m_e^2, m_e^2, m_e^2) \cdot G(s_2, t_2, m_e^2, t_1, m_e^2, M_R^2)]^{1/2}$ .

Кинематическая функция  $G$  имеет вид [7]:

$$G(x, y, z, u, v, w) = x^2y + xy^2 + z^2u + zu^2 + v^2w + vw^2 + xzw \quad (8)$$

$$+xuv + yzv + yuw - xy(z + u + v + w) - zu(x + y + v + w) \\ - vw(x + y + z + u).$$

При интегрировании (3) переменная  $s_1$  генерируется равномерно, а  $s_2, t_1$  и  $t_2$  – по функции распределения  $\sim 1/x$ .

Детерминант Грама  $\Delta$  равен [7]:

$$\Delta_4(s, s_1, s_2, t_1, t_2, M_R^2, m_e^2) = \frac{1}{16} \left\{ -4t_1 t_2 (s - u_1)(s - u_2) \right. \\ \left. + (u_1 u_2 + t_1 t_2 - 2s\nu)^2 + 4m_e^2[4s(t_1 t_2 - \nu^2) - t_1(u_2 + t_2)^2 \right. \\ \left. - t_2(u_1 + t_1)^2 + 2\nu(u_1 + t_1)(u_2 + t_2)] \right\}, \quad (9)$$

где

$$u_1 = s_2 - t_1 - m_e^2, \\ u_2 = s_1 - t_2 - m_e^2, \\ \nu = \frac{1}{2}(M_R^2 - t_1 - t_2).$$

После того, как сгенерированы переменные  $s_1, s_2, t_1$  и  $t_2$ , производится вычисление в лабораторной системе импульсов и энергий рассеянных электронов и резонанса  $R$ , а также продуктов распада. Соответствующие формулы приведены ниже.

$$E'_+ = \frac{s - s_1 + m_e^2}{4E}, \\ \cos\theta'_+ = -\frac{EE'_+ - m_e^2 + 0.5t_2}{pp'_+}, \\ E'_- = \frac{s - s_2 + m_e^2}{4E}, \\ \cos\theta'_- = \frac{EE'_- - m_e^2 + 0.5t_1}{pp'_-}, \\ E_R = \frac{s_1 + s_2 - 2m_e^2}{4E}, \\ \cos\theta_R = \frac{EE_R - 0.5(s_1 + t_1 - t_2 - m_e^2)}{pp_R}.$$

Здесь  $E$  и  $p$  – энергия и абсолютная величина импульса электрона пучка.  $E_R$  и  $p_R$  – энергия и абсолютная величина импульса резонанса.  $E_{\pm}$  и  $p_{\pm}$  – энергия и абсолютная величина импульса рассеянных  $e^{\pm}$ .

Азимутальный угол  $\phi$  вылета одной из рассеянных частиц относительно оси столкновения моделируется равномерно, азимутальные углы другой рассеянной частицы и резонанса  $R$  определяются из законов сохранения.

Завершающий этап моделирования – моделирование импульсов и энергий частиц, образуемых при распаде резонанса  $R$ . Этот распад производится в с.п.м.  $\gamma\gamma$ , после чего продукты распада преобразуются в лабораторную систему. Для 3-х частичных распадов это моделирование выполняется, как и в генераторах [5], с помощью алгоритма [6].

В данном генераторе предусмотрена возможность моделирования событий с большими передачами импульса. Для этого нужно задать обрезания сечения по  $t_1$ ,  $t_2$  виртуальных фотонов (параметры программы CUTT1 и CUTT2).

### 3 Программные компоненты генератора

Программа написана на языке Фортран 77 и содержит все необходимые подпрограммы, за исключением датчика случайных чисел, обращения к которому выполнены так же, как в программе GEANT3 [9]. Считается, что сталкивающиеся пучки  $e^+$  и  $e^-$  имеют одинаковые энергии и противоположные импульсы. Для моделирования события двухфотонного рождения псевдоскалярного резонанса нужно вызвать подпрограмму GGRESPS с соответствующими параметрами. Результаты моделирования: 4-х импульсы рассеянных электронов, рождённого резонанса и продуктов распада резонанса будут находиться в COMMON-блоке /GGREV/. При вычислении эффективности регистрации с помощью программы моделирования детектора в качестве исходных данных (наряду с рассеянными электронами) можно использовать как параметры резонанса (если данный резонанс включен в эту программу), так и параметры образовавшихся в распаде резонанса частиц.

#### 3.1 Подпрограммы

SUBROUTINE GGRESPS(EB,IR,IMODE,RM,RG,CUTT1,CUTT2,  
KVDM,FM0)

*Назначение:* моделирование одного события  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$ .

*Входные параметры:*

EB:      энергия пучка в ГэВ.  
 IR:      код резонанса (от 0 до 3).  
 IR=0:     произвольный резонанс с массой RM и  $\gamma\gamma$ -ширина RG.  
 IR=1:      $\pi^0$ .  
 IR=2:      $\eta$ .  
 IR=3:      $\eta'$ .  
 IMODE:    номер моды распада резонанса (для IR=1-3), таблицы 2-4.  
 RM:      масса резонанса в ГэВ/с<sup>2</sup> (для IR=0).  
 RG:      двуухфотонная ширина резонанса в КэВ (для IR=0).  
 KVDM:    0 или 1. KVDM=1: учёт фактора МВД (7) в сечении.  
 CUTT1:    обрезание дифференциального сечения по  $t_1(< 0)$  (в ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>).  
 CUTT2:    обрезание дифференциального сечения по  $t_2(< 0)$  (в ГэВ<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>).  
 FM0:     мажорант для генератора. При FM0≤0 для мажоранты  
          используется оценка программы.

Считается, что пучок  $e^-$  направлен в положительном направлении оси z. В генераторе используются значения масс частиц и резонансов из GEANT3 [9] и PDG2000 [10].

При моделировании двухфотонного рождения резонанса при фиксированной энергии EB рекомендуется сначала задать мажоранту FM0≤0, а затем уточнить её, используя данные общего блока /GGREV/: максимальный вес FMAX, число превышений мажоранты NGT и гистограмму по весам ID. В случае больших флуктуаций веса мажоранту можно брать меньше FMAX, но число моделируемых неправильно событий должно быть невелико [6].

Другие подпрограммы генератора перечислены ниже.

<i>Название</i>	<i>Тип</i>	<i>Назначение</i>
GGRD4:	F	вычисление детерминанта Грама для $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$ .
GGRDEC1:	S	изотропный распад $R \rightarrow 2\gamma$ .
GGRDEC2:	S	распад $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ .
GGRDEC3:	S	распад $\eta$ на 3 частицы.
GGRDEC4:	S	распады $\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ и $\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ .
GGRDEC5:	S	распад $\eta' \rightarrow \rho^0\gamma$ .
GGRETD:	S	распады $\eta$ -мезона.
GGRET1D:	S	распады $\eta'$ -мезона.
GGRFUN:	F	подпрограмма к GGRTABL.
GGRFVDM:	F	вычисление фактора МВД.
GGRGAUS:	F	подпрограмма интегрирования по методу Гаусса.

GGRGF: F кинематическая G-функция.  
 GGRINV: S моделирование инвариантов  $s_1, s_2, t_1, t_2$ .  
 GGRLMOM: S вычисление импульсов рожденных частиц в л.с.  
     по инвариантам.  
 GGRLOR: S преобразование Лоренца.  
 GGRPI0D: S распады  $\pi^0$ -мезона.  
 GGRSPC: S вычисление FSPC – веса точки фазового объёма и  
     моделирование 4-х импульсов рожденных частиц.  
 GGRTABL: S подготовка таблицы для подпрограммы GGRSPC.  
 GRNDM: S датчик случайных чисел.

На Рис.2 показана схема вызовов генератора GGRESPS. В рамки помещены названия подпрограмм, вызовы для которых показаны на этом рисунке в другом месте.

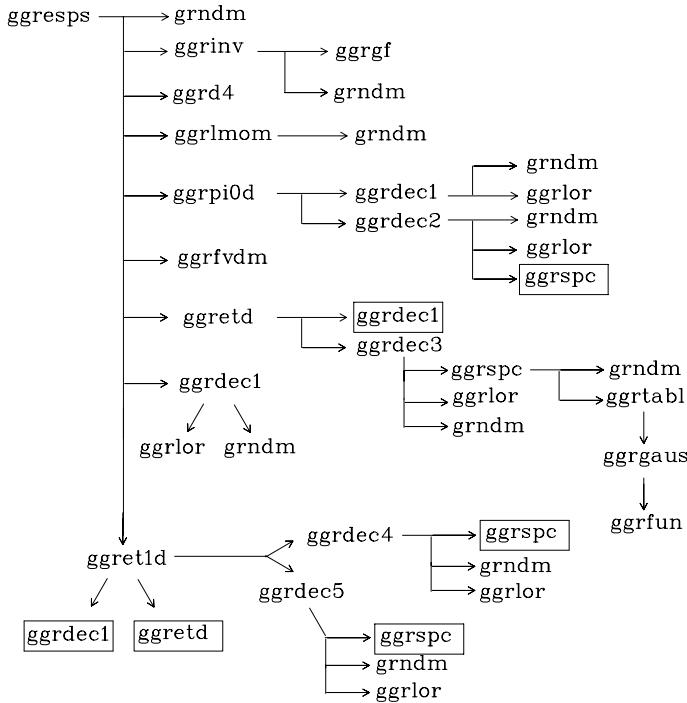


Рис. 2: Схема вызовов генератора GGRESPS.

Ниже, в разделах 3.1.1-3.1.3, описано моделирование реализованных в генераторе GGRESPS распадов резонансов  $\pi^0$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$ . Их двухфотонные ширины и относительные вероятности распадов взяты из таблицы свойств частиц PDG2000 [10] (см. таблицу 1). В данном генераторе массы и типы частиц соответствуют программе GEANT3 [9] (если они присутствуют в GEANT3, см. Таблицу 5), а для частиц, которые не включены в GEANT3, их параметры берутся из [10] и типы полагаются равными 0.

Таблица 1: Используемые в генераторе массы и ширины резонансов, соответствующие PDG2000. Исключение: массы  $\pi^0$  и  $\eta$  соответствуют GEANT3

Резонанс	Масса (ГэВ/ $c^2$ )	Ширина PDG2000 [10]
$\pi^0$	0.134973	$\Gamma_{\gamma\gamma}=0.008$ КэВ
$\eta$	0.5488	$\Gamma_{\gamma\gamma}=0.464$ КэВ
$\eta'$	0.95778	$\Gamma_{\gamma\gamma}=4.28$ КэВ
$\rho^0$	0.7693	$\Gamma_{tot}=150.2$ МэВ

### 3.1.1 Распады $\pi^0$ -мезона

В таблице 2 приведены номера мод распада резонанса  $\pi^0$  в генераторе. Их относительные вероятности взяты из PDG2000 [10].

Таблица 2: Резонанс  $\pi^0$ .  $M_R=0.134973$  ГэВ/ $c^2$ ,  $\Gamma_{\gamma\gamma}=0.008$  кэВ.

IMODE	Мода распада	Относительная вероятность, PDG2000 [10]
1	$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	$98.798 \pm 0.032\%$
2	$\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$	$1.198 \pm 0.032\%$

Распад  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  происходит изотропно, моделируется с матричным элементом  $|M|^2 = 1$ . Для моды распада  $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$  используется выражение для матричного элемента [11]:

$$|M|^2 \sim (\bar{k}\bar{q})^2 + \frac{2m_e^2}{s}[(\bar{p}_-\bar{k})^2 + (\bar{p}_+\bar{k})^2] - 2(1 - \frac{2m_e^2}{s})(\bar{p}_-\bar{k})(\bar{p}_+\bar{k}),$$

где  $\bar{q}$ ,  $\bar{k}$ ,  $\bar{p}_+$  и  $\bar{p}_-$  - 4-х импульсы  $\pi^0$ ,  $\gamma$ ,  $e^+$  и  $e^-$ , соответственно,  
 $s = (\bar{p}_+ + \bar{p}_-)^2$ .

### 3.1.2 Распады $\eta$ -мезона

В таблице 3 приведены номера мод распада резонанса  $\eta$ . Их относительные вероятности взяты из PDG2000 [10].

Таблица 3: Резонанс  $\eta$ .  $M_R=0.5488$  ГэВ/с<sup>2</sup>,  $\Gamma_{\gamma\gamma}=0.464$  КэВ.

IMODE	Мода распада	Относительная вероятность, PDG2000 [10]
1	$\eta \rightarrow \gamma\gamma$	$39.33 \pm 0.25\%$
2	$\eta \rightarrow 3\pi^0$	$32.24 \pm 0.29\%$
3	$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$23.0 \pm 0.4\%$
4	$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	$4.75 \pm 0.11\%$

Распады  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  и  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  моделируются изотропно [11].

Для моделирования  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  используется матричный элемент [11]

$$|M|^2 \sim 1 - 1.15y + 0.16y^2,$$

где  $y = 3T_0/Q - 1$ ,  $Q = m_\eta - 3m_\pi$ ,  $T_0$  - кинетическая энергия  $\pi^0$ -мезона.

Для моделирования  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$  используется матричный элемент [11]

$$|M|^2 \sim 2(\bar{p}_1\bar{p}_2)(\bar{p}_1\bar{p}_\gamma)(\bar{p}_2\bar{p}_\gamma) - m_\pi^2[(\bar{p}_1\bar{p}_\gamma)^2 + (\bar{p}_2\bar{p}_\gamma)^2],$$

где  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$  - 4-х импульсы  $\pi$ -мезонов,  $\bar{p}_\gamma$  - 4-х импульс фотона.

### 3.1.3 Распады $\eta'$ -мезона

В генератор включены 4 основные моды распада  $\eta'$ -мезона:

$\eta' \rightarrow \gamma\gamma$	$Br = 2.12 \pm 0.14\%$ ,
$\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$	$Br = 44.3 \pm 1.5\%$ ,
$\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$	$Br = 20.9 \pm 1.2\%$ ,
$\eta' \rightarrow \rho^0\gamma$ ( $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ )	$Br = 29.5 \pm 1.0\%$ .

Таблица 4: Резонанс  $\eta'$ .  $M_R=0.95778$  ГэВ/с<sup>2</sup>,  $\Gamma_{\gamma\gamma}=4.34$  кэВ.

IMODE	Мода распада	Относительная вероятность, PDG2000 [10]
1	$\eta' \rightarrow \gamma\gamma$	$2.12 \pm 0.14\%$
2	$\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ ( $\eta \rightarrow 2\gamma$ )	$17.4 \pm 0.6\%$
3	$\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ ( $\eta \rightarrow 3\pi^0$ )	$14.3 \pm 0.5\%$
4	$\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ ( $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ )	$10.2 \pm 0.3\%$
5	$\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$ ( $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ )	$2.1 \pm 0.1\%$
6	$\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ ( $\eta \rightarrow 2\gamma$ )	$8.2 \pm 0.5\%$
7	$\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ ( $\eta \rightarrow 3\pi^0$ )	$6.7 \pm 0.5\%$
8	$\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ ( $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ )	$4.8 \pm 0.4\%$
9	$\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ ( $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ )	$1.0 \pm 0.1\%$
10	$\eta' \rightarrow \rho^0\gamma$ ( $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ )	$29.5 \pm 1.0\%$

Изменяя параметр IMODE от 2 до 9 можно задать в генераторе распады  $\eta'$  в  $\pi\pi\eta$  с последующими распадами  $\eta$ -мезона, (см. таблицу 5).

Двухчастичные распады считаются изотропными в системе покоя распадающегося резонанса.

Для моделирования распадов  $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$  используется линейная параметризация матричного элемента [15]:

$$|M|^2 = |1 + \alpha y|^2 + cx^2, \quad (10)$$

где x, y - обычные далитцевские переменные:

$$x = \sqrt{3}(E_{\pi 1} - E_{\pi 2})/E,$$

$$y = (2E_\eta - E_{\pi 1} - E_{\pi 2})/E,$$

$E_\eta$  – кинетическая энергия  $\eta$ -мезона,  $E_{\pi 1}$ ,  $E_{\pi 2}$  – кинетические энергии  $\pi$ -мезонов, Е – сумма кинетических энергий этих частиц. Все величины берутся в системе покоя  $\eta'$ . Параметр  $\alpha = -0.058 \pm 0.013$  [10],  $c=0$  [15].

Для моделирования распада  $\eta' \rightarrow \gamma\rho^0(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$  используется матричный элемент [16]:

$$|M|^2 \sim \frac{p^2 k^2 M_{\pi^+\pi^-}^2 \cdot \sin^2\theta}{(M_{\pi^+\pi^-}^2 - M_\rho^2)^2 + M_\rho^2 \Gamma^2}, \quad (11)$$

где  $p = |\vec{p}|$  – импульс одного из пионов,  $k$  – импульс фотона,  $\theta$  – угол между этим пионом и фотоном. Ширина  $\rho$ -мезона даётся выражением

$$\Gamma = \Gamma_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^3 \frac{2p_0^2}{p^2 + p_0^2}.$$

$p_0$  – импульс  $\pi$ -мезона при  $M_{\pi^+\pi^-} = M_\rho$ .  $M_\rho$  – номинальная масса, а  $\Gamma_0$  – номинальная ширина  $\rho$ -мезона [10]. Все величины берутся в системе покоя  $\pi^+\pi^-$ .

### 3.2 COMMON-блоки

Результаты моделирования (параметры частиц одного события и текущее значение сечения  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$ ) находятся в COMMON-блоке /GGREV/:

COMMON/GGREV/NP,NCALL,P(5,10),SEC,ERSEC,FMAX,ID(20),NGT

*Назначение:* содержит параметры частиц генерированного события, величину сечения с ошибкой и ряд вспомогательных величин.

NP: число частиц в событии.

NCALL: число вызовов генератора.

P(1-3,I): компоненты импульса I-ой частицы ( $\text{ГэВ}/c$ ) в л.с.

P(4,I): энергия I-й частицы ( $\text{ГэВ}$ ) в л.с.

P(5,I): GEANT-тип I-й частицы (вещественное число).

(I=1,2 - рассеянные  $e^\pm$ , I=3 - резонанс, I>3 - продукты распада)

SEC: полученное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$  (нб).

ERSEC: оценка ошибки сечения (нб).

FMAX: максимальный вес события.

ID(20): гистограмма по  $lg_{10}(F)$  с шагом 1,  $F$  - вес события.

NGT: число превышений мажоранты при моделировании процесса.

COMMON /GGRCON/ PI,AMASS(16),PI0G,ETAM,ETAG,ETA1M,  
ETA1G,RHOM,RHOG

*Назначение:* содержит константы.

PI: число  $\pi$ .

AMASS(16): массы ( $\text{ГэВ}/c^2$ ) частиц с GEANT-типами 1 – 16 (таблица 5).

Pi0G: двухфотонная ширина  $\pi^0$ -мезона в КэВ (таблица 1).

ETAM: масса  $\eta$ - мезона в  $\text{ГэВ}/c^2$  (таблица 1).

ETAG: двухфотонная ширина  $\eta$ - мезона в КэВ (таблица 1).  
 ETA1M: масса  $\eta'$ - мезона в ГэВ/с<sup>2</sup> (таблица 1).  
 ETA1G: двухфотонная ширина  $\eta'$ - мезона в КэВ (таблица 1).  
 RHOM: масса  $\rho$ - мезона в ГэВ/с<sup>2</sup> (таблица 1).  
 RHOG: полная ширина  $\rho$ - мезона в МэВ (таблица 1).

Другие COMMON-блоки:

**/GGRARI/, /GGRMX/, /GGRNER/, /GGRAAA/, /GGRPRT/**  
предназначены для внутреннего использования.

Таблица 5: Массив AMASS(16) и масса  $\eta$  в общем блоке /GGRCON/, соответствующие GEANT3 [9].

Тип	Частица	Масса (ГэВ/с <sup>2</sup> )	Тип	Частица	Масса (ГэВ/с <sup>2</sup> )
1	фотон	0	10	$K_L^0$	0.497672
2	позитрон	0.00051099906	11	$K^+$	0.493677
3	электрон	0.00051099906	12	$K^-$	0.493677
4	нейтрино	0	13	$n$	0.93956563
5	$\mu^+$	0.105658389	14	$p$	0.93827231
6	$\mu^-$	0.105658389	15	$\bar{p}$	0.93827231
7	$\pi^0$	0.1349764	16	$K_S^0$	0.497672
8	$\pi^+$	0.1395700	17	$\eta$	0.5488
9	$\pi^-$	0.1395700			

## 4 Сравнение с другими расчётами

В этом разделе приведены результаты ряда расчётов процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R(0^{-+})$  по программе GGRESPS. Эти расчёты сравниваются с данными расчётов [1] и [3], а также с оценкой по методу эквивалентных фотонов. Было рассмотрено рождение псевдоскалярных резонансов в широком диапазоне масс:  $\pi^0$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\eta_c$ ,  $\eta_b$  при энергии  $\sqrt{s}=3$ , 10 и 30 ГэВ. Параметры резонансов  $\eta_c$  и ненаблюдавшегося  $\eta_b$ , использовавшиеся в расчёте, приведены в таблице 6. Данные по двухфотонной ширине  $\eta_c$  взяты из таблиц PDG за 2000 г. [10]. Для резонанса  $\eta_b$ , а также массы  $\eta_c$ , принятые те же параметры, что и в работе [3].

Таблица 6: Параметры резонансов, использовавшиеся в расчётах.

Резонанс	Масса $M_R$ (ГэВ/ $c^2$ )	Двухфотонная ширина $\Gamma_{\gamma\gamma}$ (кэВ)
$\eta_c$	2.82	4
$\eta_b$	9.2	20

Для приближённых оценок в двухфотонной физике полезны формулы, полученные в рамках метода эквивалентных фотонов (МЭФ). Оценки с помощью этих формул обычно несколько завышают сечения. И хотя результаты, которые будут приведены далее, получены с помощью более точных формул, заложенных в генераторы событий, полезно привести приближённые формулы в рамках МЭФ, так как из них видны характерные зависимости от полной энергии реакции, инвариантной массы  $\gamma\gamma$ -системы и т.д.

Формула для сечения рождения резонанса с массой  $m_R$  и спином  $J \neq 1$  в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$  имеет вид [12]:

$$\sigma(s) = (2J+1) \frac{8r_0^2 m_e^2 \Gamma_{\gamma\gamma}}{m_R^3} \left[ f(m_R^2/s) \left( \ln \frac{sm_V^2}{m_e^2 m_R^2} - 1 \right)^2 - \frac{1}{3} \left( \ln \frac{s}{m_R^2} \right)^3 \right], \quad (12)$$

где

$$f(z) = \left(1 + \frac{1}{2}z\right)^2 \ln \frac{1}{z} - \frac{1}{2}(1-z)(3+z);$$

$$z = \frac{W^2}{s}.$$

$m_V$  - масса, которая входит в формфактор перехода  $\gamma\gamma \rightarrow R$ . Для резонансов  $R = \pi^0, \eta, \eta', f_2(1270), \dots$  масса  $m_V \sim m_\rho$ , а для резонансов  $R = c\bar{c}$  или  $b\bar{b}$  масса  $m_V \sim m_R$ .

В таблице 7 приведены данные расчётов сечения рождения лёгких псевдоскалярных резонансов при энергии  $2E = 3$  ГэВ. Расчёты по нашей программе выполнены для  $\pi^0, \eta, \eta'$  мезонов в двух вариантах: с учётом и без учёта формфактора (7). Они сравниваются с расчётом сечения рождения [1], выполненным также в двух вариантах. Данные [1] пересчитаны, ввиду изменившихся табличных значений для ширин резонансов [10]. Формфактор в работе [1] был принят также в форме (7).

Таблица 7: Сечения двухфотонного рождения псевдоскалярных резонансов при энергии  $\sqrt{s} = 3$  ГэВ с учётом формфактора и без.

Резонанс	Сечение рождения, нб (данная работа)	Сечение рождения, нб [1]	Сечение рождения, нб (МЭФ)
$\pi^0,  F  = 1$	0.810	0.82	-
$\pi^0,  F  \neq 1$	0.735	0.73	0.96
$\eta,  F  = 1$	0.262	0.26	-
$\eta,  F  \neq 1$	0.218	0.21	0.27
$\eta',  F  = 1$	0.228	-	-
$\eta',  F  \neq 1$	0.180	-	0.23

Аналогичные данные расчётов сечений рождения псевдоскалярных резонансов при энергии  $\sqrt{s}=10$  ГэВ представлены в таблице 8.

Таблица 8: Сечения двухфотонного рождения псевдоскалярных резонансов при энергии  $\sqrt{s} = 10$  ГэВ.

Резонанс	Сечение, нб ( данная работа )	Сечение, нб ( МЭФ )
$\pi^0,  F  = 1$	1.73	-
$\pi^0,  F  \neq 1$	1.47	1.79
$\eta,  F  = 1$	0.82	-
$\eta,  F  \neq 1$	0.63	0.73
$\eta',  F  = 1$	1.02	-
$\eta',  F  \neq 1$	0.74	0.86
$\eta_c,  F  = 1$	0.013	-
$\eta_c,  F  \neq 1$	0.0083	0.0108
$\eta_b,  F  = 1$	$3.5 \cdot 10^{-5}$	-
$\eta_b,  F  \neq 1$	$2.1 \cdot 10^{-5}$	$6.4 \cdot 10^{-5}$

В таблице 9 приведены данные расчёта двухфотонного рождения резонансов  $\eta_c$  и  $\eta_b$  при энергии  $\sqrt{s} = 30$  ГэВ по программе GGRESPS и [3]. Наблюдается хорошее согласие полных сечений рождения этих резонансов.

Таблица 9: Сечения двухфотонного рождения псевдоскалярных резонансов при энергии  $\sqrt{s} = 30$  ГэВ. Формфактор равен 1.

Резонанс	Сечение, нб (данная работа)	Сечение, нб [3]
$\eta_c$	0.047	0.046
$\eta_b$	$2.13 \cdot 10^{-3}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$

На Рис.3 показано распределение по энергии  $\eta_c$ -мезона. Расчёт по данной программе (гистограмма) хорошо согласуется с распределением, полученным в [3].

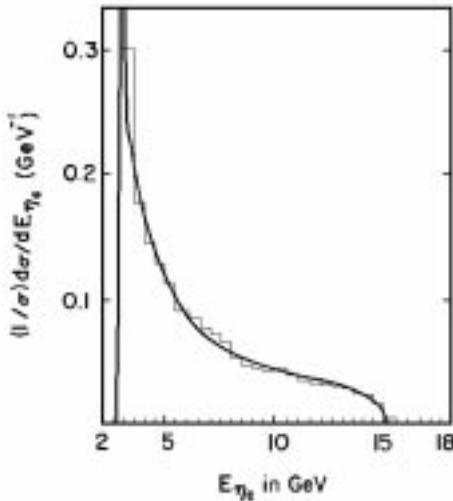


Рис. 3: Распределение по энергии резонанса  $\eta_c$  в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta_c$  при энергии  $\sqrt{s}=30$  ГэВ. Сравнение моделирования по данной программе (гистограмма) с расчётом [3].

В целом, данные расчётов с помощью генератора GGRESPS хорошо согласуются с расчётами по программам [3],[4]. Оценка с помощью МЭФ (12) обычно завышает величину сечения рождения резонансов на 20-30%.

## 5 Сечения двухфотонного рождения

$\pi^0, \eta, \eta', \eta_c, \eta_b$  при  $\sqrt{s} = 2 - 11$  ГэВ

В этом разделе представлены сечения двухфотонного рождения псевдоскалярных резонансов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$ , рассчитанные с использованием генератора GGRESPS. Расчёты выполнены при энергии  $\sqrt{s}=2 - 11$  ГэВ. Нижняя энергия в интервале относится к ВЭПП-2000, энергии  $\sqrt{s}$  от 3 ГэВ до 11 ГэВ доступны для ВЭПП-4М.

На рис.4 показаны данные расчёта полного сечения рождения резонансов  $\pi^0, \eta, \eta'$  в реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$  в зависимости от полной энергии столкновения  $\sqrt{s}$ . Расчёт выполнен с учётом формфактора (7) (параметр генератора KVDM=1). Значения масс и двухфотонных ширин этих резонансов приведены выше, в таблице 1.

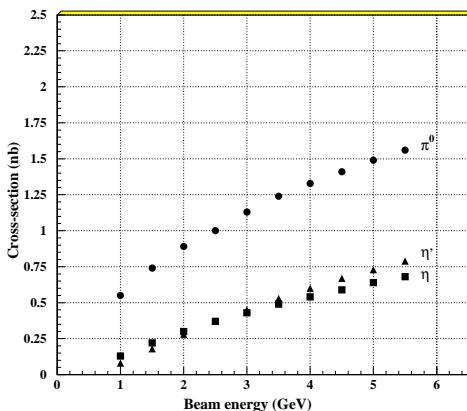


Рис. 4: Сечения двухфотонного рождения  $\pi^0, \eta, \eta'$  в зависимости от энергии пучка. KVDM=1

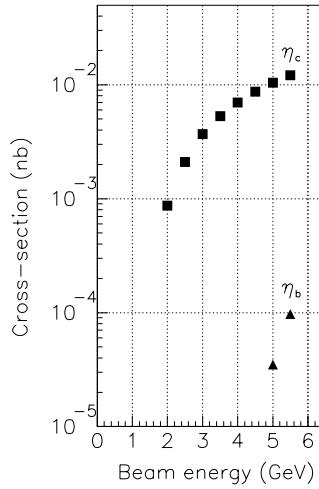


Рис. 5: Сечения двухфотонного рождения  $\eta_c, \eta_b$  в зависимости от энергии пучка. KVDM=0

На рис.5 представлены данные расчёта полного сечения рождения резонансов  $\eta_c, \eta_b$ . Формфактор (7) не учитывался. Значения масс и двухфотонных ширин резонансов приведены в таблице 6, но для массы  $\eta_c$  использовано современное значение  $2.98$  ГэВ/с<sup>2</sup> [10].

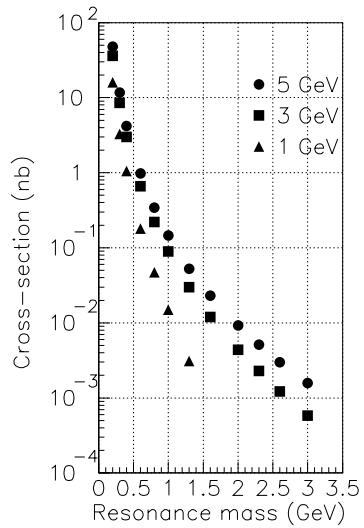


Рис. 6: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + R$  для псевдоскалярного резонанса с двухфотонной шириной  $\Gamma_{\gamma\gamma}=1$  КэВ при различных энергиях пучка. KVDM=1.

На Рис.6 для трёх энергий пучка показано сечение двухфотонного рождения резонанса с шириной  $\Gamma_{\gamma\gamma}=1$  КэВ в зависимости от массы резонанса. Расчёт выполнен с учётом формфактора (7). Эти кривые позволяют оценить сечение процесса двухфотонного рождения псевдоскалярного резонанса с произвольной массой и двухфотонной шириной.

## 6 Эффективности регистрации $\pi^0$ , $\eta$ и $\eta'$ в детекторе КЕДР при $\sqrt{s}=3.1$ и 10 ГэВ

В этом разделе будут представлены результаты расчёта эффективностей регистрации в детекторе процессов двухфотонного рождения  $\pi^0$ - $, \eta$ - и  $\eta'$ -мезонов с использованием системы регистрации рассеянных электронов (СРРЭ) детектора КЕДР. Но вначале сделаем несколько общих замечаний, относящихся к  $\gamma\gamma$ -процессам при  $e^+e^-$ -столкновениях.

В  $\gamma\gamma$ -реакции (Рис.1) фотоны преимущественно излучаются под малыми углами относительно оси пучка. Вследствие этого они обычно являются почти реальными ( $\bar{q}_i^2 \approx 0$ ). Рассеянные электроны также вылетают в основном очень близко к оси пучка с  $\vartheta_i \approx 0^\circ$ , передачи импульса  $|\bar{q}_1|$  и  $|\bar{q}_2|$  в этой реакции малы.

$\gamma\gamma$ -эксперименты могут быть разделены на несколько групп по условиям регистрации рассеянных электронов (р.э.):

- “double-tag” (сокращённо dt)— регистрируются оба р.э.;
- “single-tag” (сокращенно st)— регистрируется хотя бы один р.э.
- “no-tag”— эксперимент без регистрации р.э..

Используя законы сохранения энергии–импульса при малых углах рассеяния и опуская члены порядка  $m_e^2/E^2$ , можно получить инвариантную массу  $W$  рожденной системы и квадраты фотонных масс  $\bar{q}_i^2$ :

$$W^2 = 4(E - E'_1)(E - E'_2), \quad (13)$$

$$\bar{q}_i^2 = -EE'_i\vartheta_i^2.$$

Таким образом,  $W^2$  и  $q_i^2$  двухфотонной реакции определяются из изменения энергий и углов рассеянных электронов.

Режим "double-tag", при котором регистрируются оба рассеянных электрона, обычно является наиболее привлекательным, благодаря возможности прямого измерения инвариантной массы рожденной системы, что позволяет для выделения резонанса иметь менее жёсткие условия в центральном детекторе. В постановке "single-tag" СПРЭ КЕДРа имеет высокую эффективность регистрация одного р.э., но при этом в детекторе необходимо регистрировать все продукты распада резонанса. Далее оценки будут производится для эксперимента в постановке "single-tag" и "double-tag" при полной энергии  $\sqrt{s}$  3.1 ГэВ ( $J/\psi$ ) и 10 ГэВ ( $\Upsilon$ ). Но сначала – несколько слов о системе регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР.

## 6.1 СПРЭ детектора КЕДР

Система регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР [17,18] предназначена для изучения двухфотонных реакций. Она регистрирует рассеявшиеся в результате взаимодействия электрон и позитрон в следующем диапазоне углов и энергий

$$0.45 \leq E'/E \leq 0.98, \quad (14)$$

$$0 \leq \theta' \leq 0.01 \text{ rad.}$$

Эффективность регистрации обеих рассеявшимся частиц (постановка эксперимента "double-tag") – до 30%. Точность измерения энергии рассеянных электронов составляет около 0.1% от энергии пучка, что позволяет измерять с помощью СПРЭ инвариантную массу двухфотонной системы с точностью  $\sim 10$  МэВ (см. Рис.7). На Рис.8 показана расчётная эффективность СПРЭ детектора КЕДР в зависимости от массы  $\gamma\gamma$ -системы (эксперимент "double-tag"). В этих расчётах учтены угловые и координатные распределения электронов в пучке, разброс энергий в пучке, апертуры подсистем СПРЭ. Рисунки 7,8 взяты из работы [18].

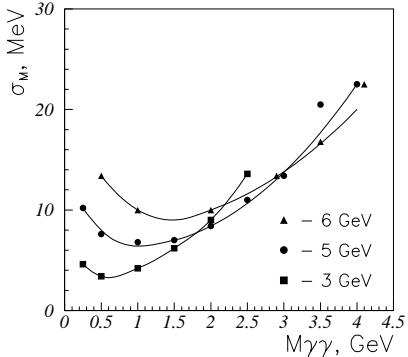


Рис. 7: Разрешение по инвариантной массе  $\gamma\gamma$ -системы, измеренной с помощью СПРЭ, в зависимости от энергии пучка [18].

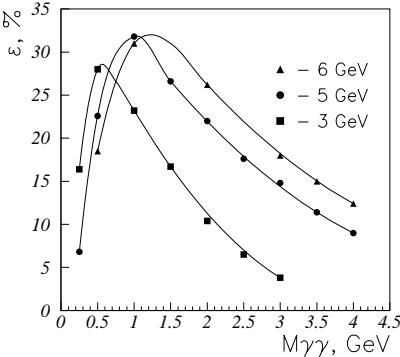


Рис. 8: "Double-tag"-эффективность СПРЭ КЕДРа в зависимости от инвариантной массы  $\gamma\gamma$ -системы для разных энергий пучка [18].

На Рис.9,10 показаны рассчитанные с помощью генератора GGRESPS эффективности регистрации "single-tag" и "double-tag" при энергии  $\sqrt{s}=3.1$  и 10 ГэВ. При вычислениях использовались только условия на рассеянные электроны (14), что даёт несколько завышенные значения эффективностей, по сравнению с более точным расчётом Рис.7,8.

В настоящее время ешё не разработано полностью моделирование СПРЭ КЕДРа и реконструкция в ней частиц, но для центрального детектора такие программы уже написаны. Поэтому в оценках, которые будут далее приведены, используется предварительный отбор на этапе первичного моделирования st- и dt-событий (т.е. р.э. должны удовлетворять условию (14)). Таким событиям приписываются эффективности (по СПРЭ), показанные на Рис.9,10. В центральном детекторе (ЦД) восстанавливаются заряженные частицы и фотонны, на которые распадаются

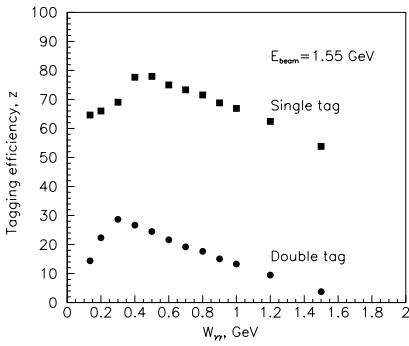


Рис. 9: Эффективность регистрации  $\gamma\gamma$ -системы в зависимости от её инвариантной массы, определяемой по CPPЭ.  $\sqrt{s} = 3.1$  ГэВ.

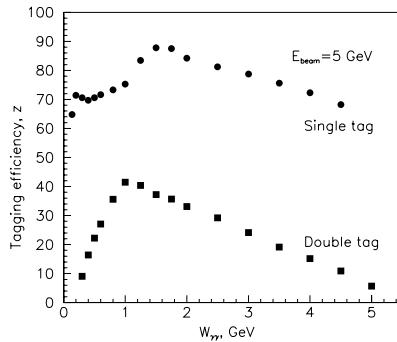


Рис. 10: Эффективность регистрации  $\gamma\gamma$ -системы в зависимости от её инвариантной массы, определяемой по CPPЭ.  $\sqrt{s} = 10$  ГэВ.

резонансы, что позволяет получить эффективности по ЦД с учётом восстановления.

Для рассматриваемой области энергий  $\sqrt{s} = 3 - 10$  ГэВ можно перечислить следующие возможные эксперименты по двухфотонной физике с использованием CPPЭ детектора КЕДР.

- Измерение полного адронного сечения.
- Изучение эксклюзивных конечных состояний (двухпионных, 3-х пионных, и т.д.).
- Новое измерение  $\gamma\gamma$ -ширин известных С-чётных резонансов.
- Поиск новых С-чётных резонансов.
- Проверка КЭД.

Оценки числа событий, которые приводятся далее, для удобства последующего использования рассчитаны для интеграла светимости  $Lt = 1 \text{ pb}^{-1}$ . Моделирование событий было выполнено с помощью программы моделирования детектора KEDRSIM, написанной на основе кода GEANT3 [9]. Эти события (точнее, частицы в центральной части детектора) затем были восстановлены программой реконструкции KEDRREC. Моделирование проводилось при следующих условиях.

- Включено описание геометрии всех систем до LKr и CsI калориметров, включительно, в расчётах учитывается один слой АЧС.

- Магнитное поле в детекторе КЕДР 0.5 Т.
- Полная энергия  $\sqrt{s}=3.1$  и 10 ГэВ.
- Попадание рассеянных  $e^+$ ,  $e^-$  в СПРЭ с обеих сторон или с одной стороны от места встречи (постановка эксперимента "double-tag" или "single-tag"), условие (14).

## 6.2 Процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \pi^0$

Согласно данным PDG2000, в настоящее время время жизни  $\pi^0$ -мезона известно с точностью около 7% [10]:

$$\tau = (8.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-17} \text{ сек (полная ширина } \Gamma = \hbar/\tau = 7.8 \pm 0.6 \text{ эВ).}$$

В то же время с высокой точностью измерена относительная вероятность распада  $\pi^0$  на 2 фотона [10]:

$$\text{BR}(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = 98.798 \pm 0.032\%, \text{ точность } 0.03\%.$$

В лучшем измерении методом поглощения в фольгах получено [13]:

$$\tau = (8.97 \pm 0.22 \pm 0.17) \cdot 10^{-17} \text{ сек, точность около } 3\%.$$

В  $e^+e^-$ -эксперименте детектор Crystall Ball получил [14]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = (7.7 \pm 0.5 \pm 0.5) \text{ эВ, точность } 10.9\%.$$

Прецизионное измерение двухфотонной ширины  $\pi^0$  позволило бы уточнить его время жизни.

Рассмотрим возможность проведения эксперимента по измерению двухфотонной ширины  $\pi^0$ -мезона с помощью детектора КЕДР. Приводимые ниже оценки для  $\pi^0$ , а также других резонансов, получены на статистике моделирования 1 – 2 тыс. событий.

Для эксперимента при энергии пучка 1.55 ГэВ st- и dt-эффективности регистрации р.э. были приведены выше, на Рис.9. Как видно из этого рисунка, детектор КЕДР имеет эффективность регистрации обоих рассеянных электронов более 10% для процесса двухфотонного рождения  $\pi^0$ . Было выполнено 2 варианта моделирования: с предварительным отбором событий, при котором оба р.э. удовлетворяют условию (14) (dt-события), и при котором хотя бы один р.э. удовлетворяет условию (14) (st-события). Для  $\pi^0$  (а также и для  $\eta$ ) моделировалась мода распада на 2 фотона, эффективность определялась при условии, что оба фотона восстановлены в центральном детекторе.

Для  $\sqrt{s}=3.1$  ГэВ на Рис.11 для st-событий показано распределение по энергии фотонов, восстановленных в калориметре детектора. Так как

$\pi^0$ -мезоны рождаются почти в покое, распределение по энергии фотонов от их распада пиковано при  $m_\pi/2$ . На Рис.12 показано распределение по инвариантной массе пар восстановленных фотонов для st-событий, порог на энергию фотонов – 100 МэВ.

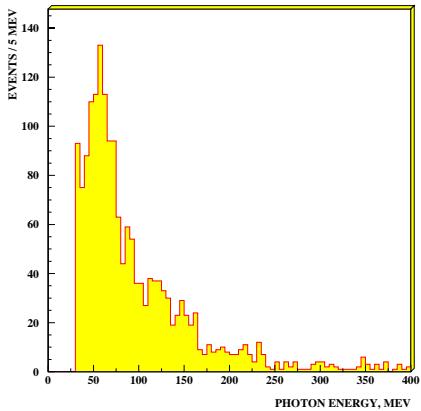


Рис. 11: Распределение по энергии восстановленных в калориметре фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \pi^0 (\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$  в st-событиях.  $\sqrt{s} = 3.1$  ГэВ.

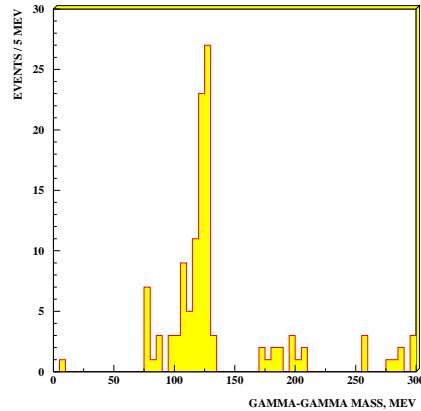


Рис. 12: Распределение по инвариантной массе пар восстановленных фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \pi^0 (\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$  в st-событиях. Порог на энергию фотона – 100 МэВ.  $\sqrt{s} = 3.1$  ГэВ.

На Рис.13 для st- и dt-событий показана эффективность регистрации " $\pi^0$ " в центральном детекторе, в зависимости от порога на энергию восстановленных в калориметре фотонов. Здесь " $\pi^0$ " считается пара фотонов, инвариантная масса которых  $W_{\gamma\gamma}$  лежит в интервале  $135 \pm 50$  МэВ. Из рисунка 13 видно, что для эксперимента по измерению двухфотонной ширины  $\pi^0$  мезона существенную роль играет величина порога на энергию фотона в калориметре КЕДРа. Эксперимент по измерению  $\gamma\gamma$ -ширины  $\pi^0$  в постановке double-tag, где порог должен быть не более 60 МэВ, по-видимому не реален.

При энергии столкновения  $\sqrt{s}=10$  ГэВ для событий двухфотонного рождения  $\pi^0$  эффективность dt-событий равна 0 (Рис.10), поэтому моделирование выполнено только для st-событий. Полученные распределения по энергии фотонов и инвариантной массе двух фотонов аналогичны распределениям при  $\sqrt{s}=3.1$ . Эффективность регистрации " $\pi^0$ " в центральном детекторе в single-tag событиях показана на Рис.14.

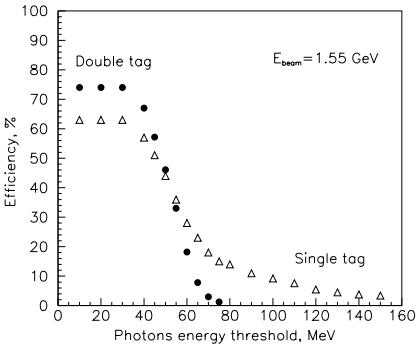


Рис. 13: Эффективность регистрации " $\pi^0$ " в центральном детекторе в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \pi^0 (\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$  в зависимости от порога на энергию фотонов.  $\sqrt{s} = 3.1$  ГэВ.

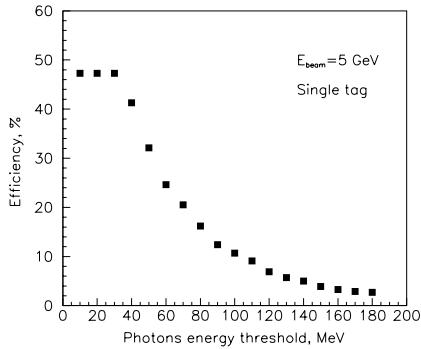


Рис. 14: Эффективность регистрации " $\pi^0$ " в центральном детекторе в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \pi^0 (\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$  в зависимости от порога на энергию фотонов.  $\sqrt{s} = 10$  ГэВ.

На основании проведённых расчётов при  $\sqrt{s}=3.1$  и 10 ГэВ были выполнены оценки числа событий двухфотонного рождения  $\pi^0$ , которые могут быть зарегистрированы детектором КЕДР. Эти оценки приведены в Заключении в таблицах 10 и 11. Из них видно, что для получения физически значимого результата (статистика порядка тысячи событий) измерение нужно проводить в режиме "single-tag" и использовать порог на энергию фотонов в калориметре меньше 100 МэВ. Выигрыш в статистике от перехода от энергии  $\sqrt{s} = 3.1$  ГэВ к 10 ГэВ составляет около 2 (при том же интеграле светимости). Следует заметить, что в эксперименте по измерению двухфотонной ширины  $\pi^0$  детектором Crystal Ball на накопителе DORIS использовался " $\pi^0$ -триггер" с порогом на энергию фотонов в калориметре 90 МэВ [14], всего было выделено около 1200 событий.

### 6.3 Процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta$

Здесь, как и для  $\pi^0$ -мезона, можно поставить вопрос об улучшении точности измерения времени жизни резонанса.

$\tau = (5.58 \pm 0.52) \cdot 10^{-19}$  сек, точность 9.3% [10].  
 (полная ширина  $\Gamma = \hbar/\tau = 1.18 \pm 0.11$  КэВ).

Относительная вероятность распада  $\eta^0$  на 2 фотона:

$\text{BR}(\eta \rightarrow 2\gamma) = 39.33 \pm 0.25\%$ , точность 0.63% [10].

Двухфотонная ширина в лучшем эксперименте:

Crystall ball:  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 0.514 \pm .017 \pm .035$ , точность 7.5% [14].

Как следует из Рис.9,10 для этого процесса достаточно велики dt-эффективности как при энергии пучка 1.55 ГэВ, так и 5 ГэВ. Поэтому здесь выполнено моделирование st- и dt-событий с модой распада  $\eta$  на 2 фотона. Для получения эффективности по центральному детектору требовалось восстановление обоих фотонов программой реконструкции.

На Рис.15 и 16 показана эффективность регистрации в центральном детекторе не менее двух фотонов для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta (\eta \rightarrow 2\gamma)$  в зависимости от порога на энергию фотона в калориметре, энергия столкновения  $\sqrt{s} = 3.1$  и 10 ГэВ.

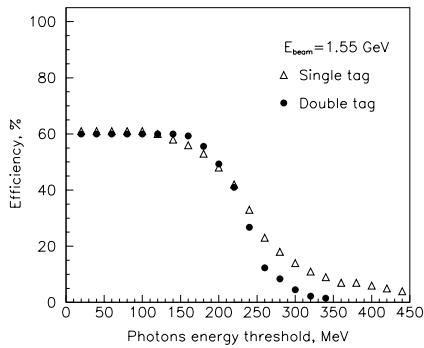


Рис. 15: Эффективность регистрации не менее двух фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta (\eta \rightarrow 2\gamma)$  в зависимости от порога на энергию фотонов.  $\sqrt{s} = 3.1$  ГэВ.

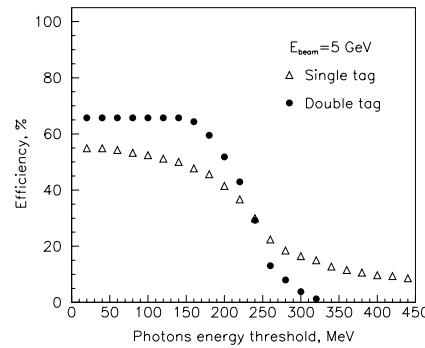


Рис. 16: Эффективность регистрации не менее двух фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta (\eta \rightarrow 2\gamma)$  в зависимости от порога на энергию фотонов.  $\sqrt{s} = 10$  ГэВ.

Для энергии  $\sqrt{s}=10$  ГэВ на Рис.17 показано распределение по энергии восстановленных фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta (\eta \rightarrow 2\gamma)$ , а на Рис.19 - распределение по инвариантной массе двух фотонов в этом процессе. Постановка эксперимента single-tag.

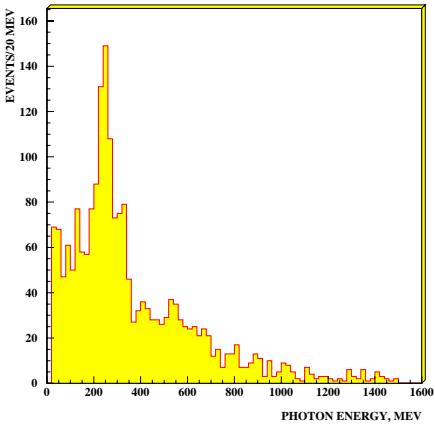


Рис. 17: Распределение по энергии восстановленных фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta(\eta \rightarrow 2\gamma)$  для st-событий.  $\sqrt{s}=10$  ГэВ.

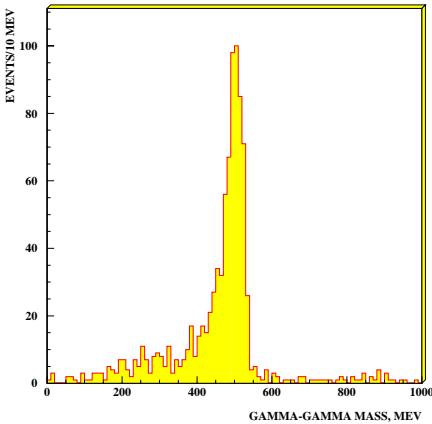


Рис. 18: Распределение по инвариантной массе пары восстановленных фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta(\eta \rightarrow 2\gamma)$  для st-событий.  $\omega_{min}=100$  МэВ.  $\sqrt{s}=10$  ГэВ.

Как видно из Рис.15,16, при регистрации в центральной части детектора процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta(\eta \rightarrow 2\gamma)$  порог на энергию фотонов практически не сказывается до  $\sim 150$  МэВ, что должно удовлетворять условиям триггера.

Оценки числа событий при энергии  $\sqrt{s}=3.1$  и  $10$  ГэВ, которые можно зарегистрировать детектором КЕДР, приведены в Заключении в таблицах 10 и 11. При получении эффективностей по центральному детектору “ $\eta$ ”-мезоном считалась пара фотонов, инвариантная масса которых находится в интервале  $550 \pm 80$  МэВ. Из этих таблиц видно, что для получения сравнимого с детектором Crystall Ball числа событий (около 1300) интеграл светимости при  $\sqrt{s}=10$  ГэВ должен быть более 20 обратных пикобарн.

#### 6.4 Процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta'$

PDG2000:  $BR(\eta' \rightarrow 2\gamma) = 2.12 \pm 0.14\%$ , точность 6.6%.

$\Gamma = 0.202 \pm 0.016$  МэВ, точность 7.9%.

Лучший эксперимент, детектор L3 [19]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 4.17 \pm 0.10 \pm 0.27 \text{ КэВ, точность } 6.9\%.$$

Как следует из Рис.9,10 для этого процесса, как и для  $\gamma\gamma \rightarrow \eta$ , достаточно велики dt-эффективности при рассматриваемых энергиях. Здесь также выполнено моделирование st- и dt-событий, т.е. оба или один р.э. удовлетворяют условию (14). Далее рассматривается обычно используемая в экспериментах мода распада  $\eta' \rightarrow \gamma\rho^0(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$  ( $\text{Br}=29.5\%$ ). При определении эффективности по ЦД считалось, что фотон и 2 заряженных частицы восстановлены в центральном детекторе и накладывались следующие обрезания:

энергия фотона  $> 100$  МэВ, (15)

инвариантная масса пары пи-мезонов находится в интервале  
500 – 1000 МэВ,

инвариантная масса  $\pi^+\pi^-\gamma$  находится в интервале 850 – 1050 МэВ.

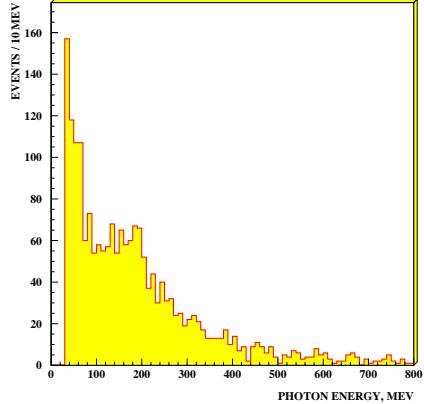


Рис. 19: Распределение по энергии восстановленных фотонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta'(\eta' \rightarrow \rho^0\gamma)$ . События single-tag.  $\sqrt{s}=10$  ГэВ.

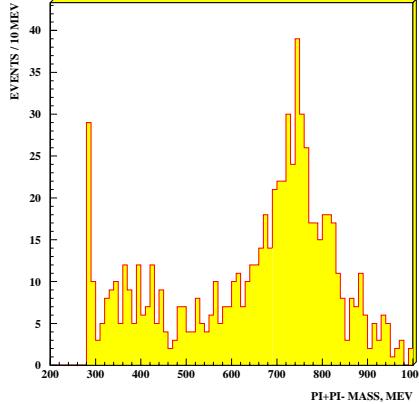


Рис. 20: Распределение по инвариантной массе пары восстановленных пионов в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \eta'(\eta' \rightarrow \gamma\rho^0(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-))$ .  $\omega_{min}=100$  МэВ. События single-tag.  $\sqrt{s}=10$  ГэВ.

На Рис.19,20 для  $\sqrt{s}=10$  ГэВ показаны, соответственно, распределение по энергии восстановленных фотонов и распределение по инвариантной массе пары восстановленных треков с разными знаками заряда (треки считаются заряженными пионами).

На Рис.21 для  $\sqrt{s}=10$  ГэВ показано распределение по инвариантной массе  $\pi^+\pi^-\gamma$  для пары восстановленных треков и фотона.

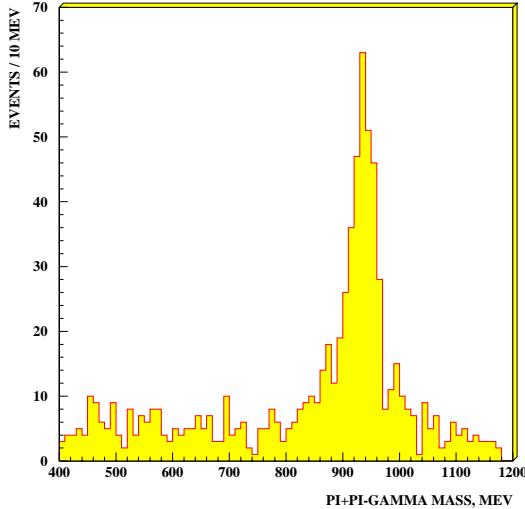


Рис. 21: Распределение по инвариантной массе двух восстановленных пионов и фотона в процессе двухфотонного рождения  $\eta'$ . Мода распада  $\eta' \rightarrow \gamma\rho^0(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$ .  $\omega_{mim}=100$  МэВ. События single-tag.  $\sqrt{s}=10$  ГэВ.

Эффективности регистрации  $\eta'$  с учётом восстановления частиц при энергии  $\sqrt{s} = 3.1$  и  $10$  ГэВ приведены в таблицах 10 и 11. При вычислении эффективностей накладывались приведённые выше обрезания (15) на инвариантную массу  $\pi^+\pi^-$  и  $\pi^+\pi^-\gamma$ . В этом процессе для получения сравнимого с [19] числа событий (2000) нужно проводить эксперимент при энергии  $\sqrt{s}=10$  ГэВ в постановке single-tag и набрать интеграл светимости около 70 обратных пикобарн.

## 7 Заключение

В данной работе представлено описание генератора двухфотонного рождения псевдоскалярных резонансов и с его помощью выполнено моделирование для детектора КЕДР процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ ,  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta$ ,  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'$ . При энергии столкновения  $3.1$  и  $10$  ГэВ получены оценки числа зарегистрированных событий, они показаны в таблицах 10, 11.

Таблица 10: Число событий двухфотонного рождения резонансов в детекторе КЕДР для  $Lt=1$  пб $^{-1}$ .  $\sqrt{s}=3.1$  ГэВ.

Резонанс	$N_{tot}$	$\epsilon_1(\text{CPPЭ})$	$\epsilon_2(\text{ЦД})$	$0.5 \times \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot Br_{R \rightarrow \dots}$	$N_{det}$
$\pi^0$ ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ )	$7.5 \cdot 10^2$	dt: 15%	46% ( $\omega > 50$ МэВ)	3.5%	26
$\pi^0$ ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ )	$7.5 \cdot 10^2$	st: 64%	9.2% ( $\omega > 100$ МэВ)	2.9%	22
$\eta$ ( $\eta \rightarrow 2\gamma$ )	$2.3 \cdot 10^2$	dt: 23% st: 76%	60% 61% ( $\omega > 100$ МэВ)	2.7% 9.1%	6 21
$\eta'$ ( $\eta' \rightarrow \rho^0 \gamma$ , $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ )	$1.9 \cdot 10^2$	dt: 14% st: 68%	63% 56% ( $\omega > 100$ МэВ)	1.3% 5.6%	2 10

Таблица 11: Число событий двухфотонного рождения резонансов в детекторе КЕДР для  $Lt=1$  пб $^{-1}$ .  $\sqrt{s}=10$  ГэВ.

Резонанс	$N_{tot}$	$\epsilon_1(\text{CPPЭ})$	$\epsilon_2(\text{ЦД})$	$0.5 \times \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot Br_{R \rightarrow \dots}$	$N_{det}$
$\pi^0$ ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ )	$1.5 \cdot 10^3$	st: 64%	32.1% ( $\omega > 50$ МэВ)	10.2%	154
$\pi^0$ ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ )	$1.5 \cdot 10^3$	st: 64%	10.7% ( $\omega > 100$ МэВ)	3.4%	51
$\pi^0$ ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ )	$1.5 \cdot 10^3$	st: 64%	3.9% ( $\omega > 150$ МэВ)	1.2%	19
$\eta$ ( $\eta \rightarrow 2\gamma$ )	$6.3 \cdot 10^2$	dt: 24% st: 71%	66% 52% ( $\omega > 100$ МэВ)	3.1% 7.3%	20 46
$\eta'$ ( $\eta' \rightarrow \rho^0 \gamma$ , $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ )	$7.3 \cdot 10^2$	dt: 40% st: 75%	43% 43% ( $\omega > 100$ МэВ)	2.5% 4.8%	18 34

Приведено полное число событий двухфотонного рождения псевдоскалярных резонансов, эффективности регистрации и число зарегистрированных событий для  $Lt=1 \text{ pb}^{-1}$  (12 суток работы ВЭПП-4М при светимости  $L=10^{30} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$ ). Порог на энергию фотонов в калориметре приведён рядом с эффективностями по центральному детектору. Так как в ходе вычислений делались приближения, завышающие число событий, а также для поправки на неучтённые эффекты, для получения близкой к реальной оценки в полную эффективность регистрации введён фактор 0.5.

Первая очередь экспериментов с детектором КЕДР планируется при энергии  $J/\psi$ , полная энергия  $\sqrt{s}=3.1 \text{ ГэВ}$ . В этой области энергий система регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР имеет достаточно высокую эффективность регистрации обоих рассеянных электронов при малых инвариантных массах  $\gamma\gamma$ -системы, начиная с массы  $\pi^0$  мезона и до  $W \approx 1 \text{ ГэВ}$ . Но более эффективным, если удастся без большой потери эффективности подавить основной фон – от электронов, попавших в СРРЭ за счёт однократного тормозного излучения, по-видимому, будет эксперимент с регистрацией одного рассеянного электрона и восстановлением массы резонанса, образовавшегося в двухфотонном процессе, в центральном детекторе. Здесь могут быть получены новые данные по измерению двухфотонной ширины  $\pi^0$ - и  $\eta$ -мезонов, которые позволяют уточнить их время жизни, если будет набрана статистика не менее 1000 восстановленных событий для каждого из этих резонансов. Необходимый интеграл светимости составляет не менее 50 обратных пикобарн ( $\omega_{min}=100 \text{ МэВ}$ ). Статистика, необходимая для уточнения двухфотонной ширины  $\eta'$ , составляет не менее 2000 событий, (для чего требуется интеграл светимости не менее 200 обратных пикобарн), набрать которую при имеющейся светимости ВЭПП-4М за разумное время не реально.

В области энергии  $\Upsilon$ -мезонов при  $\sqrt{s}=10 \text{ ГэВ}$  также более эффективным может быть эксперимент single-tag, если позволят фоновые условия. Чтобы получить физически значимый результат для  $\pi^0$  и  $\eta$  нужно набрать интеграл светимости не менее 20  $\text{pb}^{-1}$  (при  $\omega_{min}=100 \text{ МэВ}$ ), для  $\eta'$  – не менее 60  $\text{pb}^{-1}$ .

## Список литературы

- [1] *S.J. Brodsky, T. Kinoshita, H. Terazawa.* Phys. Rev., D4 (1971) 1532.  
*H. Terazawa.* Rev. Mod. Phys., 45 (1973) 615.
- [2] *D.E. Lyon, Jr and J. Wallace.* Phys. Rev., D18 (1978) 2356.
- [3] *J.A.M. Vermaasen et al.*, Phys. Rev., D19 (1979) 137.
- [4] *A. Buijs et al.*, Preprint CERN-PPE-93/199. 22 November 1993.
- [5] *B.A. Таюрский, С.И. Эйдельман.* Монте-карловские генераторы многочастичных событий, Препринт ИЯФ 2000-78. Новосибирск 2000.
- [6] *Г.И. Копылов.* Основы кинематики резонансов, Наука: Москва 1970.
- [7] *E. Бюклинг, K. Каанти.* Кинематика элементарных частиц, Мир: Москва 1975.
- [8] *PLUTO Collaboration, Ch. Berger e.a.* Phys. Lett., 142B (1984) 125.  
*TPC/ $\gamma\gamma$  Collaboration. H.Aihara e.a.* Phys. Rev., D35 (1987) 2650.  
*Mark II Collaboration. G. Gidal e.a.* Phys. Rev. Lett., 59 (1987) 2012.
- [9] *R. Brun et al.* GEANT3. User's guide, CERN preprint DD/EE/84-1, Geneve, 1987.
- [10] The European Physical Journal, C15 (2000) 1.
- [11] *A.Д. Букин, С.И. Эйдельман.* Моделирование экспериментов на встречных  $e^+e^-$  пучках, Препринт ИЯФ 77-101. Новосибирск 1977.
- [12] *V.M. Budnev, I.F. Ginzburg, G.V. Meledin, V.G. Serbo.* Phys. Rep. C15 (1975) 181.
- [13] *H.W. Atherton et al.* Phys. Lett., 158B (1985) 81.
- [14] *D.A. Williams et al.* Phys. Rev., D38 (1988) 1365.
- [15] *G.R. Kalbfleish.* Phys. Rev., D10 (1974) 916.
- [16] *M. Althoff et.al.* Phys. Lett., 147B (1984) 487.
- [17] *B.M. Аульченко и др.* Система регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР для изучения двухфотонных процессов, Препринт ИЯФ 91-49. Новосибирск 1991.
- [18] *V.M. Aulchenko et al.* Detector KEDR tagging system for two-photon physics, NIM, A379 (1996) 360.
- [19] *M. Acciarri e.a. L3 Collaboration.* Phys. Lett., B418 (1998) 389.

*B.A. Tayorskii*

**Генератор событий двухфотонного рождения  
псевдоскалярных резонансов**

*V.A. Tayursky*

**Event generator for two-photon production  
of pseudoscalar resonances**

ИЯФ 2001-61

---

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев  
Работа поступила 12.09.2001 г.

Сдано в набор 1.10.2001 г.

Подписано в печать 1.10.2001 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.3 печ.л., 1.9 уч.-изд.л.  
Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 61

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН  
*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*