



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2000-65

ОТФ

С.С. Герштейн, А.В. Лучинский

**К ВОПРОСУ ОБ ОРТО-ПАРА ПЕРЕХОДЕ
В МЕЗОМОЛЕКУЛЕ $PP\mu$**

Направлено в ЯФ

Протвино 2000

Аннотация

Герштейн С.С., Лучинский А.В. К вопросу об орто-пара переходе в мезомолекуле $pp\mu$: Препринт ИФВЭ 2000-65. – Протвино, 2000. – 9 с., 1 рис., 1 табл., библиогр.: 19.

Рассматривается переход мезомолекулы $(pp\mu)e$ из ортосостояния, в котором она образуется, в парасостояние, вызванный взаимодействием магнитных моментов ядер с атомарным электроном. Показано, что скорость этого перехода равна $w \approx 0,466 \text{ с}^{-1}$ и много меньше скорости перехода, вызванного смешиванием состояний с различными чётностями инверсии координат ядер.

Abstract

Gershtein S.S., Luchinsky A.V. On Ortho-Para Transition in the Muonic Molecule $pp\mu$: IHEP Preprint 2000-65. – Protvino, 2000. – p. 9, figs. 1, tables 1, refs.: 19.

We consider the transition of the muonic molecule $pp\mu$ produced in the ortho state, into the para state. It is shown that the rate of transition equals $w \approx 0,466 \text{ s}^{-1}$ and is much less than the rate of transition caused by the mixrure of states with different spatial parities with respect to the inversion of nuclei coordinates.

Введение

Экспериментальное измерение захвата мюонов протонами, которое в свое время служило в качестве важнейшей проверки справедливости универсального слабого ($V - A$)-взаимодействия, в настоящее время может (и планируется) быть использовано для прецизионного измерения индуцированного псевдоскаляра, величина которого предсказывается в киральных теориях [1]. В связи с этим представляется полезным произвести дополнительные оценки мезоатомных и мезомолекулярных процессов, существенно определяющих вероятность слабого захвата мюонов в водороде.

Как было показано в работах [2], механизм мюонного обмена при столкновении мезоатомов с протонами вещества приводит к весьма быстрому переходу $p\mu$ -атомов из верхнего уровня сверхтонкой структуры (СТС) $F = 1$ в нижний $F = 0$ (F — абсолютное значение полного спина мезоатома). По оценкам [2,3] скорость такого перехода составляет $w_{F=1 \rightarrow F=0} \approx 10^{10} \varphi c^{-1}$, где φ — отношение плотности используемой водородной мишени к плотности жидкого водорода при $20^\circ K$ (согласно более поздним расчетам [3] $w_{F=1 \rightarrow F=0} \approx 5,6 \cdot 10^{10} \varphi c^{-1}$). Поскольку скорости захвата мюона из разных состояний СТС мезоатома $p\mu$ сильно различаются ($w_{F=1} \approx 659 c^{-1}, w_{F=0} \approx 14,6 c^{-1}$), указанный переход сильно меняет вероятность захвата мюонов в водороде, увеличивая ее приблизительно в 4 раза по сравнению со статистическим распределением по уровням СТС ($g_{F=1} = 3/4, g_{F=0} = 1/4$) $w_{st} \approx 160 c^{-1}$ [4]. Этот вывод согласуется с данными экспериментов, проведенных в газообразном водороде при давлениях около 10–20 атм., когда переход $F = 1 \rightarrow F = 0$ практически полностью происходит, а образованием мезомолекул $pp\mu$ при существовавшей точности эксперимента можно было пренебречь. Согласно данным [5], скорость захвата в газообразном водороде составляет $1/\tau_{p\mu} \approx 4w_{st}$ [5,6]. Иначе процесс происходит при больших плотностях, равных плотности жидкого водорода. В этом случае скорость образования мезомолекул $pp\mu$ составляет $\approx 2,7 \times 10^6 c^{-1}$, и захват мюона протоном происходит в основном не в мезоатоме $p\mu$, а в мезомолекуле $pp\mu$.

Основным механизмом образования мезомолекул $pp\mu$ при столкновении мезоатомов $p\mu$ с ядрами молекул водорода H_2 является электрический дипольный переход E1 с конверсией электрона молекулы [7,8]. Поэтому мезомолекула образуется во вращательном состоянии $K = 1$, т.е. в ортосостоянии с суммарным спином протонов $I = 1$. Поскольку быстрый переход $p\mu$ мезоатомов в нижнее состояние СТС $F = 0$ предшествует образованию мезомолекулы, а в самом процессе образования мезомолкулы переворотом спинов можно пренебречь, суммарный спин $pp\mu$ S -молекулы оказывается равным $1/2$. В этом состоянии мюон оказывается по отношению к каждому из протонов на $3/4$ в синглетном и на $1/4$ в триплетном по спину состояниях. Это означает, что скорость захвата мюона в жидком водороде должна составлять около $1/\tau_{pp\mu} \approx 3w_{st} \approx 480 c^{-1}$, что согла-

суется с данными [9,10,11,12] в пределах довольно больших экспериментальных ошибок ($\sim 10 \div 15\%$).

Имея в виду предложения по прецизионному измерению вероятности захвата мюонов в водороде в случае, когда захват происходит в мезомолекуле, следует учесть ряд дополнительных факторов. Один из таких факторов — отношение $\gamma = |\Psi_{pp\mu}(0)|^2/|\Psi_{p\mu}(0)|^2$ (где $|\Psi_{p\mu}(0)|^2$ и $|\Psi_{pp\mu}(0)|^2$ — квадраты модуля волновой функции мюона в точке нахождения протона соответственно в мезоатоме $p\mu$ и мезомолекуле $pp\mu$) надежно рассчитан в работах В.В. Гусева и его коллег (см. [13]). Двумя другими факторами являются вероятность того, что из-за сверхтонкого взаимодействия спина мезомолекулы с ее вращением спин мезомолекулы принимает значение $3/2$ (т.е. мюон по отношению к протонам будет находиться в триплетном состоянии), а также вероятность перехода мезомолекулы из орто- в парасостояние, в котором мюон находится на $3/4$ в триплетном и на $1/4$ в синглетном по спину состояниях относительно каждого из протонов. Вероятность первого из указанных факторов можно получить, исходя из расчетов СТС мезомолекулы $pp\mu$, проделанных в работе [14]. Влияние его, как показывают расчёты [14] невелико. Если первоначально мезомолекула $pp\mu$ образовалась в ортосостоянии с полным спином $S = 1/2$ (т.е. на $3/4$ в синглетном состоянии между мюоном и протонами), то в результате взаимодействия с вращением мезомолекулы вероятность синглетного состояния для полного момента $J = 3/2$ составляет $Q^{(3)} = 0.7499$, а для $J = 1/2$ — $Q^{(1)} = 0.7494$. Таким образом, примесь триплетного состояния не превышает 0.1% .

Что же касается перехода мезомолекулы из орто- в парасостояние, то здесь возможны два механизма, в результате действия которых изменяется одновременно орбитальный момент и суммарный спин ядер [15]. Один из них заключается в том, что благодаря сверхтонкому взаимодействию спина мюона со спинами ядер к четной относительно перестановки ядер волновой функции мюона (в адиабатическом приближении Σ_g) примешивается нечетная (Σ_u), которой отвечает суммарный спин ядер, отличающийся от того, который отвечает четной (т.е. равный нулю во вращательном состоянии мезомолекулы с $K = 1$). Поскольку электрический дипольный момент перехода для мюона между состояниями Σ_g и Σ_u ($\vec{d}_{ug} = \langle \Sigma_u | e\vec{r}_\mu | \Sigma_g \rangle$) отличен от нуля и пропорционален радиус-вектору, соединяющему ядра, он может вызвать E1 переход вращательного состояния мезомолекулы $K = 1$ в состояние $K = 0$. Такой переход должен происходить с конверсией электрона, находящегося на орбите водородоподобного атома, ядром которого служит мезомолекула $pp\mu$ ¹. Вычисление вероятности орто-пара перехода мезомолекулы $pp\mu$ посредством указанного механизма было проведено с учетом неадиабатичности в работе [14].

Другим механизмом орто-пара перехода мезомолекулы $pp\mu$ может быть непосредственное взаимодействие магнитных моментов ядер мезомолекулы с магнитным моментом орбитального электрона, вызывающее конверсию электрона. Целью настоящей работы является расчёт вероятности этого механизма. Из размерностных соображений ясно, что эффективность его будет существенно меньше первого, так как примесь состояния Σ_u к Σ_g определяется взаимодействием магнитных моментов протонов и мюона в мезомолекуле, в то время, как конверсия электрона во втором механизме определяется взаимодействием электрона с магнитными моментами протонов в атоме “водорода” с ядром $pp\mu$. Тем не

¹Мезомолекула $pp\mu$, образующаяся при столкновении мезоатома $p\mu$ с одним из ядер молекулы H_2 , с большой вероятностью становится ядром возбужденного мезомолекулярного комплекса $[(pp\mu), p]e$, аналогично иону H_2^+ , или уходит из него, захватив электрон.

менее расчёт указанной вероятности представляет не только физический, но и методический интерес, поскольку, например, в барионах, содержащих два одинаковых тяжёлых кварка, существуют возбуждённые состояния, переход которых в основное состояние должен происходить при одновременном изменении спина и вращательного момента пары тяжёлых кварков [16] — аналогично орто-пара переходу в мезомолекуле $pp\mu$.

1. Взаимодействие

Орто-пара переход в мезомолекуле $pp\mu$ с изменением суммарного спина ядер и вращательного момента $K = 1 \rightarrow K = 0$ может происходить под действием неоднородного магнитного поля, которое создаётся магнитным моментом электрона, находящегося на К-орбите водородоподобного атома с ядром $pp\mu$. Для расчёта рассматриваемого процесса удобнее, однако, воспользоваться методом Э.Ферми, использованным им для расчёта СТС атомов [17], и рассмотреть магнитное поле ядер, действующее на орбитальный электрон.

Поскольку размер комплекса $pp\mu$ значительно меньше боровского радиуса электрона, можно в первом приближении считать электрондвигающимся в кулоновском поле точечного заряда.

Оператор взаимодействия электрона с магнитным полем, создаваемым магнитными моментами ядер, равен

$$\hat{V} = -\frac{e}{mc} \frac{\vec{A}\vec{p} + \vec{p}\vec{A}}{2} - \frac{e\hbar}{mc} (\vec{H}\hat{s}) = \frac{ie\hbar}{mc} \left(\vec{A}\vec{\nabla} + \frac{(\vec{\nabla}\vec{A})}{2} \right) - \frac{e\hbar}{mc} \vec{H}\hat{s}, \quad (1)$$

где \vec{A} и \vec{H} — соответственно векторный потенциал и магнитное поле, создаваемое ядрами мезомолекулы $pp\mu$; e , m , \hat{s} — заряд, масса и спин электрона.

Векторный потенциал магнитного диполя с магнитным моментом $\vec{\mu}$, расположенного в начале координат, равен

$$\vec{A}_0(\vec{r}; \vec{\mu}) = [\vec{\nabla} \frac{1}{r} \times \vec{\mu}].$$

Создаваемое им магнитное поле

$$\vec{H}_0(\vec{r}; \vec{\mu}) = [\vec{\nabla} \times \vec{A}_0(\vec{r}; \vec{\mu})] = \left[\vec{\nabla} \times \left[\vec{\nabla} \frac{1}{r} \times \vec{\mu} \right] \right] = \frac{3(\vec{n}\vec{\mu})\vec{n} - \vec{\mu}}{r^3} + \frac{8\pi}{3} \vec{\mu} \delta(\vec{r}). \quad (2)$$

При получении этого результата использовалась формула

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \frac{1}{r} = 3 \frac{n_i n_j}{r^3} - \frac{\delta_{ij}}{r^3} - \frac{4\pi}{3} \delta_{ij} \delta(\vec{r}),$$

справедливость которой легко проверить простым интегрированием. Как правило, формулой (2) пользуются при $r \neq 0$ и опускают последний член. Поскольку, однако, при вычислении матричных элементов интегрирование по координатам электрона производится по всему пространству, включая и начало координат, необходимо удерживать член с δ -функцией.

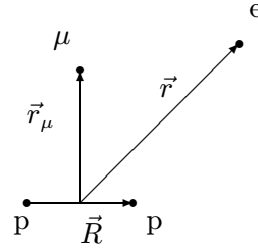


Рис. 1. Обозначения векторов.

Векторный потенциал двух магнитных диполей $\vec{\mu}_1$ и $\vec{\mu}_2$, расположенных в точках $-\vec{R}/2$ и $\vec{R}/2$ соответственно, равен

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{A}_0(\vec{r} + \vec{R}/2; \vec{\mu}_1) + \vec{A}_0(\vec{r} - \vec{R}/2; \vec{\mu}_2). \quad (3)$$

Разлагая его по степеням малого отношения R/r (где r — расстояние электрона до центра), имеем

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}) &= \vec{A}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_1) + \left(\frac{\vec{R}}{2} \vec{\nabla}\right) \vec{A}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_1) + \vec{A}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_2) - \left(\frac{\vec{R}}{2} \vec{\nabla}\right) \vec{A}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_2) = \\ &= \vec{A}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2) + \frac{3}{2} \frac{(\vec{R}\vec{n})}{r^3} [\vec{n}\hat{\vec{\mu}}] + \frac{[\hat{\vec{\mu}}\vec{R}]}{2r^3} + \frac{2\pi}{3} [\hat{\vec{\mu}}\vec{R}] \delta(\vec{r}) \end{aligned} \quad (4)$$

(здесь введено обозначение $\hat{\vec{\mu}} = \vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2$ и $\vec{n} = \vec{r}/r$).

Аналогично находится магнитное поле:

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}) &= \vec{H}_0(\vec{r} + \vec{R}/2; \vec{\mu}_1) + \vec{H}_0(\vec{r} - \vec{R}/2; \vec{\mu}_2) \approx \\ &\approx \vec{H}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_1) + \left(\frac{\vec{R}}{2} \vec{\nabla}\right) \vec{H}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_1) + \vec{H}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_2) - \left(\frac{\vec{R}}{2} \vec{\nabla}\right) \vec{H}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_2) = \\ &= \vec{H}_0(\vec{r}; \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2) + \frac{3}{2r^4} \left\{ (\vec{R}\hat{\vec{\mu}})\vec{n} + (\vec{n}\hat{\vec{\mu}})\vec{R} + (\vec{n}\vec{R})\hat{\vec{\mu}} - 5(\vec{n}\vec{R})(\vec{n}\hat{\vec{\mu}})\vec{n} \right\} + \\ &\quad + \frac{4\pi}{3} \hat{\vec{\mu}}(\vec{R}\vec{\nabla})\delta(\vec{r}). \end{aligned} \quad (5)$$

Матричный элемент от $(\hat{\vec{\mu}}_1 + \hat{\vec{\mu}}_2)$ между орто- и парасостояниями (с различными значениями полного спина ядер) равен нулю. Поэтому первый член в (4) и (5) можно не учитывать. Аналогичным образом можно не учитывать и взаимодействие магнитного момента мюона с электроном. Остальные члены взаимодействия в выражениях (4) и (5) содержат произведения операторов $\hat{\vec{\mu}} = \hat{\vec{\mu}}_1 - \hat{\vec{\mu}}_2$ и \vec{R} , изменяющие одновременно суммарный спин ядер и вращательный момент мезомолекулы, т.е. приводящие к орто-пара переходу. Содержащиеся в указанных членах компоненты вектора \vec{n} изменяют орбитальный момент электрона на единицу. Поэтому, исходя из структуры взаимодействия, электрон конверсии может иметь в конечном состоянии орбитальные моменты $l = 1, 3$.

2. Начальные и конечные состояния

Волновая функция начального состояния имеет вид

$$\Psi^{(i)} = F_{1,m_K}(\vec{R}, \vec{r}_\mu) \psi_{(0,0)}(\vec{r}) \chi_{m_s} S_{1,m_S},$$

где $F_{1,m_K}(\vec{R}, \vec{r}_\mu)$ — волновая функция мезомолекулы $pp\mu$ во вращательном состоянии; $\psi_{(0,0)}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ — волновая функция электрона в эффективном поле комплекса $(pp\mu)$;

χ_{m_s} — спиновая волновая функция электрона; S_{I,m_s} — спиновая волновая функция комплекса $pp\mu$ со спином ядер I , полным спином $S = 1/2$ и его проекцией на неподвижную ось m_s . Энергия этого состояния $E_1 = -109$ эВ. Энергия парасостояния $E_0 = -250$ эВ на 141 эВ ниже энергии орто-состояния. Эта энергия передается электрону, который выбрасывается в непрерывный спектр. В соответствии с этим конечная волновая функция

$$\Psi^{(f)} = F_{0,0}(\vec{R}, \vec{r}_\mu) \psi^{(-)}(\vec{r}) S_{0,m'_s} \chi_{m'_s},$$

где волновая функция электрона в непрерывном спектре [17]

$$\psi^{(-)} = \frac{1}{2ka} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) e^{-i\delta_l} R_{kl}(r) P_l \left(\frac{\vec{k}\vec{r}}{kr} \right),$$

$$R_{kl}(r) = \frac{C_{kl}}{(2l+1)!} (2kr)^l e^{-ikr} F(i/ka + l + 1, 2l + 2, 2ikr),$$

$$k = \frac{\sqrt{2m\Delta E}}{\hbar},$$

$\Delta E = E_1 + E_e - E_0 = -109$ эВ $- 13,6$ эВ $- (-252$ эВ) — энергия электрона конверсии.

Волновые функции комплекса $(pp\mu)$ (в мезоатомных единицах) удобно выбрать в гиперсферических координатах [17]:

$$F_{K,m_K}(\vec{R}, \vec{r}_\mu) = f_1(\rho) \phi_g(\rho|\chi, \vartheta) \frac{Y_{K,m_K}(\Phi, \Theta)}{\sqrt{2\pi}}. \quad (6)$$

Это позволяет при вычислении матричных элементов от переменной R воспользоваться их табулированными значениями, полученными по алгоритму [18] и предоставленными авторам В.В. Гусевым.

С координатами Якоби гиперсферические координаты связаны соотношениями

$$\begin{cases} \rho^2 &= 2MR^2 + 2\mu r_\mu^2 \\ \operatorname{tg} \frac{\chi}{2} &= \sqrt{\frac{\mu}{M}} \frac{r_\mu}{R} \end{cases}, \quad \begin{cases} R &= \frac{\cos \frac{\chi}{2}}{\sqrt{2M}} \rho \\ r_\mu &= \frac{\sin \frac{\chi}{2}}{\sqrt{2\mu}} \rho \end{cases},$$

$$M = \frac{M_p}{2m_\mu}, \quad \mu^{-1} = 1 + \frac{m_\mu}{2M_p},$$

Волновые функции (6) нормированны условием

$$\int_0^\infty \rho^5 d\rho \int_0^\pi \sin^2 \chi d\chi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^\pi d\Theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\Phi F_{K,m_K}^2(\rho, \chi, \vartheta, \phi, \Theta, \Phi) = 1.$$

3. Матричные элементы по орбитальным переменным электрона

Орбитальный момент электрона конверсии может принимать значения $l = 1, 3$, причем, в силу ортогональности полиномов Лежандра, интерференции между переходами в состояния с различными значениями l не будет. Рассмотрим их по отдельности.

3.1. $l = 1$

$$\psi_f = i \frac{C_{k1} e^{-i\delta_1}}{2} \frac{r}{a} e^{-ikr} F\left(\frac{i}{ka} + 2, 4, 2ikr\right) \frac{\vec{k}\vec{r}}{kr}.$$

В матричном элементе $\langle l = 1 | (\vec{H}\hat{s}) | l = 0 \rangle_e$ отличен от нуля только последний член (5):

$$\begin{aligned} \langle l = 1 | (\vec{H}\hat{s}) | l = 0 \rangle_e &= \frac{4\pi}{3} (\hat{\mu}\hat{s}) \langle l = 1 | (\vec{R}\vec{\nabla}\delta(\vec{r})) | l = 0 \rangle_e = \\ &= -i \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{2} \frac{4\pi}{3} \frac{(\hat{\mu}\hat{s})}{\sqrt{\pi a^3}} \int \frac{r}{a} e^{-(1/a+ik)r} F\left(\frac{i}{ka} + 2, 4, 2ikr\right) \frac{\vec{k}\vec{r}}{kr} (\vec{R}\vec{\nabla}) \delta(\vec{r}) d^3r = \\ &= i \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{2} \frac{4\sqrt{\pi}}{3a^{5/2}} (\hat{\mu}\hat{s}) (\vec{R}\vec{\nabla}) \left[e^{-(1/a+ik)r} F\left(\frac{i}{ka} + 2, 4, 2ikr\right) \frac{\vec{k}\vec{r}}{k} \right]_{r=0} = \\ &= i \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{a^{5/2}} (\hat{\mu}\hat{s}) \left(\vec{R} \frac{\vec{k}}{k} \right). \end{aligned}$$

В матричном элементе $\langle l = 1 | (\vec{A}\vec{\nabla}) | l = 0 \rangle_e$ работает третий член (4):

$$\begin{aligned} \langle l = 1 | (\vec{A}\vec{\nabla}) | l = 0 \rangle_e &= \langle l = 1 | \frac{[\hat{\mu}\vec{R}]}{2r^3} \vec{\nabla} | l = 0 \rangle_e = \\ &= i \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{2} \frac{[\hat{\mu}\vec{R}]}{2\sqrt{\pi a^3}} \int_0^\infty \frac{1}{a} e^{-(1/a+ik)r} F\left(\frac{i}{ka} + 2, 4, 2ikr\right) dr \int \frac{(\vec{k}\vec{n})\vec{n}}{k} d\Omega = \\ &= i \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{a^{5/2}} \left(1 - e^{-2\delta/ka}\right) \frac{[\hat{\mu}\vec{R}]\vec{k}}{k}, \end{aligned}$$

где введено обозначение $\delta = \arctg ka$. В $\langle l = 1 | \left(\frac{\vec{\nabla}\vec{A}}{2}\right) | l = 0 \rangle_e$ вклад дает последний член (4)

$$\begin{aligned} \left\langle l = 1 \left| \left(\frac{\vec{\nabla}\vec{A}}{2}\right) \right| l = 0 \right\rangle_e &= \left\langle l = 1 \left| \frac{1}{2} \frac{2\pi}{3} [\hat{\mu}\vec{R}] \vec{\nabla} \delta(\vec{r}) \right| l = 0 \right\rangle_e = \\ &= -i \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{3a^{3/2}} [\hat{\mu}\vec{R}] \int \frac{1}{a} e^{-(1/a+ik)r} F\left(\frac{i}{ka} + 2, 4, 2ikr\right) \frac{(\vec{k}\vec{r})}{k} \vec{\nabla} \delta(\vec{r}) d^3r = \\ &= i \frac{\sqrt{\pi}}{3ka^{5/2}} \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{2} [\hat{\mu}\vec{R}] \vec{\nabla} \left[e^{-(1/a+ik)r} F\left(\frac{i}{ka} + 2, 4, 2ikr\right) \left(\frac{\vec{k}}{k}\vec{r}\right) \right]_{r=0} = \\ &= i \frac{\sqrt{\pi}}{3a^{5/2}} \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{2} [\hat{\mu}\vec{R}] \frac{\vec{k}}{k}. \end{aligned}$$

Итого:

$$\langle l = 1 | \hat{V} | l = 0 \rangle_e = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{C_{k1} e^{i\delta_1}}{a^{5/2}} \frac{|e|\hbar}{mc} \left[\frac{[\hat{\mu}\vec{R}]\vec{k}}{k} \left(\frac{1}{3} + \frac{1 - e^{-2\delta/k}}{2} \right) + i \frac{4}{3} \frac{(\hat{\mu}\hat{s})(\vec{R}\vec{k})}{k} \right].$$

3.2. $l = 3$

$$\psi_f = -i \frac{C_{k3} e^{-i\delta_3} k^2 r^3}{360 a} e^{-ikr} F\left(\frac{i}{ka} + 4, 8, 2ikr\right) \frac{\vec{k}\vec{r}}{kr} \left[5 \left(\frac{\vec{k}\vec{r}}{kr}\right)^2 - 3 \right].$$

Для первого члена взаимодействия $1 < l = 3 |(\vec{A}\vec{\nabla}) + \frac{(\vec{\nabla}\vec{A})}{2} | l = 0 \rangle_e = 0$. В $(\vec{H}\hat{s})$ работает предпоследний член (5). Исползуя для вычисления интегралов с вырожденными гипергеометрическими функциями математическое дополнение [17], после некоторых преобразований имеем:

$$\begin{aligned} \langle l = 3 | \hat{V} | l = 0 \rangle_e &= \frac{15 |e| \hbar}{2 mc} \left\langle l = 3 \left| \frac{1}{r^4} (\vec{n}\hat{\mu})(\vec{n}\vec{R})(\vec{n}\hat{s}) \right| l = 0 \right\rangle_e = \\ &= i \frac{15 |e| \hbar C_{k3} e^{i\delta_3} k^2}{2 mc 360 a} \int r^3 e^{-ikr} F\left(\frac{i}{ka} + 4, 8, 2ikr\right) \frac{\vec{k}\vec{r}}{kr} \left[5 \left(\frac{\vec{k}\vec{r}}{kr}\right)^2 - 3 \right] \times \\ &\quad \times \frac{1}{r^4} (\vec{n}\hat{\mu})(\vec{n}\vec{R})(\vec{n}\hat{s}) \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} d^3 r = \\ &= i \frac{e \hbar \sqrt{\pi} C_{k3} e^{i\delta_3}}{mc 2 \sqrt{a}} k^2 \frac{-2 + 15 e^{-2\delta/ka} + (ka)^2 (-3 + 15 e^{-2\delta/ka})}{1 + 13(ka)^2 + 36(ka)^4} \times \\ &\quad \times \left[\left(\hat{\mu}\frac{\vec{k}}{k}\right) \left(\vec{R}\frac{\vec{k}}{k}\right) \left(\hat{s}\frac{\vec{k}}{k}\right) - \frac{1}{5} \left((\hat{\mu}\vec{R}) \left(\frac{\vec{k}}{k}\hat{s}\right) + (\hat{\mu}\hat{s}) \left(\frac{\vec{k}}{k}\vec{R}\right) + (\hat{s}\vec{R}) \left(\frac{\vec{k}}{k}\hat{\mu}\right) \right) \right]. \end{aligned}$$

4. Скорость орто-пара перехода за счёт рассматриваемого механизма

Полная вероятность орто-пара перехода из обоих состояний СТС мезомолекулы $J = 3/2$ и $J = 1/2$ может быть получена путём усреднения по начальным состояниям парциальных переходов из различных состояний с различными проекциями полного спина мезомолекулы $m_S = \pm 1/2$ и вращательного момента $m_K = 0, \pm 1$, и суммирования по спину электрона конверсии. Произведя интегрирование по угловым переменным мезомолекулы и обозначив через U матричный элемент от расстояния R между ядрами мезомолекулы

$$U = \langle K = 0 | R | K = 1 \rangle / a_\mu,$$

можно получить выражение для вероятностей парциальных переходов, представленные в таблице. Символы α и β обозначают значения проекции $1/2$ и $-1/2$ соответственно.

В качестве D_1, D_2, D_3 в таблице фигурируют выражения

$$D_1 = \frac{\pi}{12} \frac{1}{1 - e^{-2\pi/ka}} \alpha^4 \frac{\Delta E}{\hbar} \left(\frac{m^2}{m_\mu M_p}\right)^2 g^2 U^2 \left(1 + \frac{1}{(ka)^2}\right) \left(\frac{1}{3} + \frac{1 - e^{-2\delta/ka}}{2}\right)^2,$$

$$D_2 = \frac{4\pi}{27} \frac{1}{1 - e^{-2\pi/ka}} \alpha^4 \frac{\Delta E}{\hbar} \left(\frac{m^2}{m_\mu M_p}\right)^2 g^2 U^2 \left(1 + \frac{1}{(ka)^2}\right),$$

$$D_3 = \frac{\pi}{12} \frac{\Delta E}{\hbar} \alpha^4 \left(\frac{m^2}{m_\mu M_p}\right)^2 g^2 U^2 \left(1 + \frac{1}{(ka)^2}\right) \times$$

$$\times \frac{(4(ka)^2 + 1)(9(ka)^2 + 1)}{1 - e^{-2\pi/ka}} \left(\frac{-2 + 15e^{-2\delta/ka} + (ka)^2(-3 + 15e^{-2\delta/ka})}{1 + 13(ka)^2 + 36(ka)^4} \right)^2.$$

Полная скорость

$$w = \frac{32D_1}{9} + \frac{4D_2}{3} + \frac{8D_3}{45},$$

$g = 2.79$ — магнитный момент протона.

Величина U равна интегралу, взятому по гиперсферическим координатам:

$$U = \int_0^\infty \rho^5 d\rho \int_0^\pi \sin^2 \chi d\chi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\phi F_{1,m_K}(\vec{R}, \vec{r}_\mu) \frac{\rho \cos \chi / 2}{\sqrt{2M}} F_{0,0}(\vec{R}, \vec{r}_\mu).$$

Используя табулированные значения мезомолекулярных функций, имеем

$$U = 3.5019.$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,0462 c^{-1}, \\ D_2 &= 0,219 c^{-1}, \\ D_3 &= 0,0561 c^{-1}, \\ w &= 0,466 c^{-1}. \end{aligned}$$

Таблица 1. Парциальные вероятности.

m_K	$m_S \rightarrow m'_S$	$m_s \rightarrow m'_s$	
1	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{1}{27}(2\sqrt{D_1} - \sqrt{D_2})^2 + \frac{8D_3}{4725}$
		$\alpha \rightarrow \beta$	
		$\beta \rightarrow \alpha$	
		$\beta \rightarrow \beta$	
	$\beta \rightarrow \beta$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{1}{27}(2\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2})^2 + \frac{8D_3}{4725}$
		$\alpha \rightarrow \beta$	
		$\beta \rightarrow \alpha$	
		$\beta \rightarrow \beta$	
	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{4D_3}{945}$
		$\alpha \rightarrow \beta$	
		$\beta \rightarrow \alpha$	
		$\beta \rightarrow \beta$	
$\beta \rightarrow \alpha$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{4D_2}{27} + \frac{8D_3}{4725}$	
	$\alpha \rightarrow \beta$		
	$\beta \rightarrow \alpha$		
	$\beta \rightarrow \beta$		
0	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{8D_1}{27} + \frac{2D_3}{1575}$
		$\alpha \rightarrow \beta$	
		$\beta \rightarrow \alpha$	
		$\beta \rightarrow \beta$	
	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{D_2}{27} + \frac{4D_3}{1575}$
		$\alpha \rightarrow \beta$	
		$\beta \rightarrow \alpha$	
		$\beta \rightarrow \beta$	
	$\beta \rightarrow \alpha$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{16D_3}{4725}$
		$\alpha \rightarrow \beta$	
		$\beta \rightarrow \alpha$	
		$\beta \rightarrow \beta$	
$\beta \rightarrow \beta$	$\alpha \rightarrow \alpha$	$\frac{8D_1}{27} + \frac{16D_3}{4725}$	
	$\alpha \rightarrow \beta$		
	$\beta \rightarrow \alpha$		
	$\beta \rightarrow \beta$		

Таким образом (как это и следует из размерностных оценок), вероятность орто-пара перехода в мезомолекуле $pp\mu$ в результате конверсии атомного электрона за счёт взаимодействия его магнитного момента с магнитными моментами ядер оказывается значительно меньше, чем в механизме, учитывающем появление электрического дипольного перехода в мезомолекуле $pp\mu$ за счёт примеси нечётного состояния Σ_u [14]. Поскольку, однако, вычисленная скорость орто-пара перехода [14] существенно превышает экспериментальную оценку [12], представляется целесообразным до выяснения вопроса проводить прецизионные измерения вероятности мю-захвата протоном не в жидком, а в газообразном водороде, где образованием мезомолекул с требуемой точностью можно пренебречь, как это и планируется в предложении [19].

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.В. Гусеву и Л.И. Понмарёву за ценное обсуждение и предоставление табулированных волновых функций мезомолекулы, а также А.А. Воробьёву, стимулировавшему проведение работы.

Список литературы

- [1] Bernard V. et al. // Phys.Rev **D50** (1994), 6899;
Fearing H.W. et al. // Phys.Rev. **D56** (1997), 1783.
- [2] Герштейн С.С. // ЖЭТФ **34** (1958), 463; **34** (1958), 993.
- [3] Bracci L. et al. The atlas of the cross sections of mesic atomic processes. – IFUP-TH 21/90, Pisa, June 1990.
- [4] Зельдович Я.Б., Герштейн С.С. // ЖЭТФ. **35** (1958) 821.
- [5] Alberigi Quaranta et al. // Phys.Rev. **177** (1969), 2118.
- [6] Bystritskii V.M. et al. // Sov.Phys. JETP. **40** (1974), 811.
- [7] Зельдович Я.Б., Герштейн С.С. // ЖЭТФ. **35** (1958), 970.
- [8] Cohen S., Judd D.L. and Riddell R.J. // Phys.Rev., **110** (1958), 1471; **119** (1960), 384.
- [9] Hildebrand R. // Phys.Rev.Lett. **8** (1962), 34.
- [10] Bleser E.J. et al. // Phys.Rev.Lett. **8** (1962), 288;
Rothberg J.E. et al. // Phys.Rev. **132** (1963), 2664.
- [11] Bertolini E. et al. – In: Proc.Int.Conf.on High Energy Physics, Geneva (1962), p. 421;
Rubia C. – In: Proc.Int.Conf. fundamental aspects weak inter., BNL (1963).
- [12] Bardin G. et al. // Nuclear Phys. **A352** (1981), 365; Phys.Lett. **104 B** (1981), 320.
- [13] Abramov D.I., Bogdanova L.N., Gusev V.V. and Ponomarev L.I. // Nucl.Phys. **61** (1998), 520.
- [14] Bakalov D.D. et al. // Nucl.Phys. **A384** (1982), 302.
- [15] Weinberg S. // Phys.Rev.Lett. **4** (1960), 575.
- [16] Герштейн С.С. и др. ЯФ. **63** (2000), 334; Gershtein S.S. et al. // Phys.Rev. **D63** (2000), 054021.
- [17] Ландау Л.Д., Лифшиц Л.М. Квантовая механика. – М.: Наука, 1989.
- [18] Gusev V.V. et al. // Few Body System. **9** (1990), 137.
- [19] Vorobyov A.A. et al. // Hyperfine Interaction. **00** (1999), 1-12.

Рукопись поступила 26 декабря 2000 г.

С.С. Герштейн, А.В. Лучинский.

К вопросу об орто-пара переходе в мезомолекуле ppm .

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы \LaTeX .

Редактор Н.В.Ежела.

Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 28.12.2000. Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.

Печ.л. 1,12. Уч.-изд.л. 0,9. Тираж 130. Заказ 27. Индекс 3649.

ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий

142284, Протвино Московской обл.

