

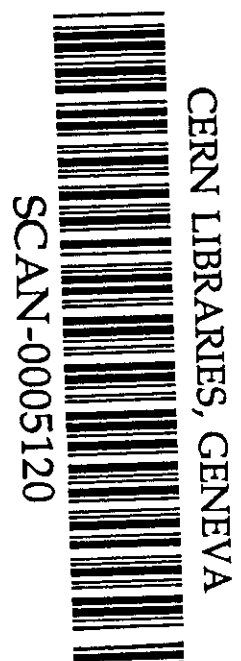
Институт теоретической и
экспериментальной физики

21-99

В.И.Михайличенко, В.А.Окороков,
А.К.Поносов, Ф.М.Сергеев

**ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА РЯДОВ
ИЗМЕРЕНИЙ π^-Ne -ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ
ПРИ НАЧАЛЬНОМ ИМПУЛЬСЕ 6,2 ГэВ/с.**

Москва 1999



ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА РЯДОВ ИЗМЕРЕНИЙ π^-Ne -ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ПРИ НАЧАЛЬНОМ ИМПУЛЬСЕ 6,2 ГэВ/с:

Препринт ИТЭФ 21-99/

В.И. Михайличенко, В.А. О कोरोков[†], А.К. По носов[†], Ф.М. Сергеев[†] - М., 1999 - 20с.

Показано, что характеристики неупругой адрон-ядерной реакции образуют ряды, обладающие фрактальными свойствами. Ряды измерений могут быть представлены в виде степенной зависимости, известной в статистике фракталов как закон Херста. Проявляется эффект персистентности, который усиливается при упорядочении статистики. Впервые наблюдается эффект влияния ядра и множественности вторичных π^- -мезонов в событии на фрактальные характеристики процесса взаимодействия. Данный эффект обнаружен как при естественном порядке событий, так и для упорядоченной статистики. Представляет интерес дальнейшее изучение влияния ядерной материи и множественности вторичных частиц на фрактальные свойства процессов сильного взаимодействия на ускорителях HERA, RHIC, Tevatron, LHC.

THE FRACTAL PROPERTIES OF THE SERIES OF MEASUREMENTS OF THE π^-Ne -INTERACTION AT INITIAL MOMENTUM 6,2 GeV/c.

V.I. Mikhailichenko, V.A. Okorokov, A.K. Ponosov, F.M. Sergeev

It is shown that characteristics of the inelastic hadron-nuclear reaction form series, which have fractal properties. The series of measurements can be represented by power dependence. This function is known in fractal statistic as Hurst's law. The effect of the persistence was obtained for π^-Ne -reactions for the first time. This effect increases for the ordered statistic. The effect of influence of the nuclei and multiplicity of secondary negative pions on fractal characteristics of interaction process was obtained for hadron-nuclear reaction. This effect was observed both the natural order of events and the ordered statistic. The investigation of influence of the nuclei and multiplicity of secondary particles on fractal properties of strong interaction processes is interesting at HERA, RHIC, Tevatron, LHC in the future.

Рис. - 7, список лит. - 26 наим.

©Институт теоретической и экспериментальной физики, 1999

[†])Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет)

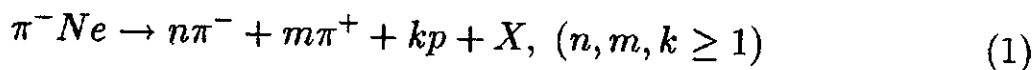
I

В настоящее время самоподобные объекты, имеющие нецелую размерность, (фракталы) обнаружены в совершенно различных разделах науки. Своими яркими и фундаментальными работами Бенуа Б.Мандельброт пробудил всеобщий интерес к фрактальной геометрии [1-5]. Физические приложения фракталов в определенном смысле были начаты работами Эйнштейна и Смолуховского по броуновскому движению еще в самом начале XX века. Траектория броуновской частицы из-за своей изрезанности должна рассматриваться как "толстая" линия, фрактал. Последние двадцать лет фракталы бурно исследуются во многих областях физики [6-13].

Таким образом, возможно, что именно изучение фракталов и их геометрии позволит продвинуться в решении одного из наиболее существенных вопросов современной физики - вопроса о связи геометрических и физических свойств объектов и явлений, о физическом смысле геометрии.

Многие наблюдения природных процессов приводят к временным зависимостям или рядам измерений. Временные последовательности измерений различных величин можно исследовать с помощью метода нормированного размаха, или метода Херста [14]. В адронной физике мы применили метод Херста для изучения π^- -Ne-взаимодействий [15]. Был обнаружен "эффект памяти", который усиливался при упорядочении статистики по некоторому параметру, характеризующему увеличение неупругости процесса взаимодействия. В работе [16] метод Херста использовался для поиска корреляций в множественных процессах. Однако в настоящее время явно недостаточно экспериментальных результатов по изучению фрактальных свойств процессов сильного взаимодействия, особенно в области промежуточных энергий.

Анализировались экспериментальные данные, относящиеся к реакции множественного рождения



при первичном импульсе 6,2 ГэВ/с. Характеристики экспериментальной выборки приведены в [17,18]. Фрактальные характеристики определялись для π^- -мезонов (они идентифицируются наиболее надежно). В данной работе рассматривались события, в которых число вторичных π^- -мезонов $N_\pi^- \geq 2$, причем учитывались только π^- -мезоны с относительной погрешностью импульса $\delta p < 0,3$. При изучении фрактальных свойств реакции (1) для физического параметра b_{min}^{max} (определение см. ниже) рассматривались события с $b_{min}^{max} < 100$. Полный объем анализируемой выборки составил 1232 (1202 - для b_{min}^{max}) события. Для физического параметра p_i^{max} дополнительно, по аналогии с [15], приводятся фрактальные характеристики при ограничении $N_\pi^- \geq 1$. В этом случае объем выборки составил 2040 событий.

В качестве переменной, по которой выстраивается выборка, естественно взять номер события, под которым оно поступило в обработку (полностью случайная процедура). Тогда номер события n является образом момента времени, а количество анализируемых событий $N = n_i - n_j$ в духе процедуры Херста может быть названо запаздыванием [15]. В соответствии с фрактальной процедурой Херста определяется величина $\varphi(N) = R(N)/S(N)$. Здесь N - переменное число событий в выборке, $R(N)$ - так называемый размах, $S(N)$ - стандартное отклонение. Конкретное содержание величины $R(N)$ ясно из нижеследующего выражения:

$$R(N) = \max_l X(l, N) - \min_l X(l, N), \quad (1 \leq l \leq N), \quad (2)$$

в котором $\max X(l, N)$, $\min X(l, N)$ - наибольшее (наименьшее) накопленное отклонение на выборке из N событий, а

$$X(l, N) = \sum_{n=1}^l (F_n - \langle F(N) \rangle),$$

где F_n - некая характеристика каждого события, определяемая из эксперимента, $\langle F(N) \rangle$ - среднее значение по выборке из N событий:

$$\langle F(N) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N F_n.$$

Величина $S(N)$ определяется следующим образом:

$$S(N) = \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (F_n - \langle F(N) \rangle)^2 \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Величина показателя Херста H определяется аппроксимацией функции $\varphi(N)$ степенной зависимостью

$$\varphi(N) = (aN)^H \quad (4)$$

и характеризует степень случайности процесса и присутствие в нем более или менее устойчивых тенденций. Так для чисто случайного процесса с независимыми измерениями в ряду (распределение Гаусса) $H = 0,5$ и $a = \pi/2$ [19]. Примером является обычное броуновское движение. Отклонение распределения некоторого параметра от распределения Гаусса, т.е. поддержание определенной тенденции, выражается в том, что $H \neq 0,5$. При $H > 0,5$ проявляется, поддерживается тенденция к увеличению (уменьшению) сигнала. Данное явление в методе нормированного размаха получило название эффекта памяти или персистентности. При $H < 0,5$ наблюдается противоположный эффект - антиперсистентность [19].

В данной работе в качестве характеристики каждого события (функции номера) выбраны следующие величины:

а) разность наибольшего и наименьшего значений кумулятивного числа для частиц определенного сорта в событии $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$ (в данном случае $\alpha = (E - p_{||})/m_N$, где $E, p_{||}$ - энергия, продольный импульс частицы, m_N - масса нуклона);

б) максимальное значение поперечного импульса для частиц данного сорта в событии p_i^{max} ;

в) квадрат разности наибольшего и наименьшего значений четырехмерных скоростей $U = P/m$ частиц в событии $b_{min}^{max} = -(U_{max} - U_{min})^2$;

г) разность наибольшего и наименьшего значений быстрот для частиц определенного сорта в событии - $\Delta y = y_{max} - y_{min}$.

Представляется, что такой выбор отражает динамику процесса.

На рис.1 приведены зависимости параметра p_i^{max} от номера события n для вторичных π^- при различных масштабах рассмотрения, т.е. при различных шагах Δn увеличения объема выборки N , в случае естественного порядка событий. Точки для наглядности соединены отрезками прямых. Видно, что значение p_i^{max} изменяется стохастически в зависимости от номера события n . Кривая $p_i^{max}(n)$ обладает свойством самоподобия, т.е. вид

данной зависимости не зависит от масштаба рассмотрения. Данные рисунки иллюстрируют отсутствие корреляций между p_i^{max} и n для отдельных событий. Аналогичные результаты были получены для всех рассматриваемых в этой работе физических параметров.

На рис.2 в двойном логарифмическом масштабе показана зависимость $\varphi(N)$, полученная согласно процедуре Херста для параметров $\Delta\alpha$ (рис.2а), p_i^{max} (рис.2б), b_{min}^{max} (рис.2в) и Δy (рис.2г). Указанные зависимости получены для естественного порядка событий. Зависимости $\varphi(N)$ фитировались степенной функцией $\varphi(N) = (aN)^H$, значения параметров аппроксимации приведены в табл.1. Здесь и ниже (рис.4) для параметра $p_i^{max}(n)$ открытые точки (o) показывают зависимость $\varphi(N)$ при условии отбора $N_\pi^- \geq 1$, соответствующий фит показан штриховой линией, сплошные точки (•) - зависимость $\varphi(N)$ при условии отбора $N_\pi^- \geq 2$, фит - сплошная линия.

Таблица 1. Значения параметров аппроксимации $\varphi(N)$ степенной функцией (4) в случае неупорядоченной статистики для реакции (1).

Физический параметр	Ограничение на N_π^- в событии	Параметры фитирования		$\chi^2/\text{ст.св.}$
		a	H	
$\Delta\alpha$	$N_\pi^- \geq 2$	$0,044 \pm 0,001$	$1,12 \pm 0,01$	55,58
p_i^{max}	$N_\pi^- \geq 1$	$0,069 \pm 0,004$	$0,86 \pm 0,01$	20,18
	$N_\pi^- \geq 2$	$0,9 \pm 0,2$	$0,54 \pm 0,01$	30,39
b_{min}^{max}	$N_\pi^- \geq 2$	$0,8 \pm 0,2$	$0,56 \pm 0,02$	22,95
Δy	$N_\pi^- \geq 2$	$0,372 \pm 0,007$	$0,676 \pm 0,002$	407,51

Для всех рассматриваемых физических параметров полученные значения показателя Херста H являются дробными. Как было показано выше, зависимости $p_i^{max}(n)$ и т.д. обладают свойством самоподобия. Таким образом, можно предположить, что зависимости физических параметров от номера события $\Delta\alpha(n)$, $p_i^{max}(n)$, $b_{min}^{max}(n)$ и $\Delta y(n)$ представляют собой фрактальные кривые. Видно, что показатель Херста $H > 0,5$ для всех рассматриваемых физических параметров, т.е. наблюдается "эффект памяти". Однако, для параметров p_i^{max} (при $N_\pi^- \geq 2$), b_{min}^{max} можно говорить об указании на наличие эффекта персистентности. Это не противоречит результатам работы [15]. Большие значения $\chi^2/\text{ст.св.}$ объясняются малыми значениями $\Delta\varphi(N)$ и отличием $\varphi(N)$ от степенной функции. Тем не менее, видна устойчивая монотонная зависимость, соответствующая содержанию закона Херста.

Для дальнейшего изучения фрактальных свойств реакции (1) исходная статистика была упорядочена. Выборка была упорядочена по возрастанию

максимального кумулятивного числа частиц определенного сорта (π^-) в событии α_{max} , которое может рассматриваться как признак прицельного параметра [17,18]. При этом случайность процессов вдоль направления движения первичной частицы сохраняется. После упорядочения событиям были присвоены новые порядковые номера n' .

На рис.3 приведены зависимости параметра p_i^{max} от номера события n' для вторичных π^- при различных масштабах рассмотрения в случае упорядоченной π^- Ne-статистики. Видно, что значение p_i^{max} изменяется стохастически в зависимости от номера события n' . Из приведенных зависимостей видно, что при упорядочении исходной статистики самоподобный характер кривой $p_i^{max}(n')$ сохраняется.

Зависимость $\varphi(N)$ в случае статистики, упорядоченной по возрастанию α_{max} у π^- -мезона в событии, показана на рис.4 для физических параметров $\Delta\alpha$ (рис.4а), p_i^{max} (рис.4б), b_{min}^{max} (рис.4в) и Δy (рис.4г). Зависимости $\varphi(N)$ фитировались степенной функцией (4), значения параметров аппроксимации приведены в табл.2.

Таблица 2. Значения параметров аппроксимации $\varphi(N)$ степенной функцией (4) в случае упорядоченной статистики для реакции (1).

Физический параметр	Ограничение на N_{π^-} в событии	Параметры фитирования		$\chi^2/\text{ст.св.}$
		a	H	
$\Delta\alpha$	$N_{\pi^-} \geq 2$	$0,127 \pm 0,003$	$1,202 \pm 0,006$	8,17
p_i^{max}	$N_{\pi^-} \geq 1$	$0,073 \pm 0,002$	$1,148 \pm 0,006$	25,33
	$N_{\pi^-} \geq 2$	$0,105 \pm 0,004$	$1,05 \pm 0,01$	12,53
b_{min}^{max}	$N_{\pi^-} \geq 2$	$0,075 \pm 0,007$	$1,13 \pm 0,03$	2,59
Δy	$N_{\pi^-} \geq 2$	$0,036 \pm 0,001$	$1,408 \pm 0,004$	1165,55

В данном случае, как и в случае неупорядоченной статистики, зависимость $p_i^{max}(n')$, представляет собой фрактальную кривую. Видно, что $\varphi(N)$ соответствует закономерности Херста. Показатель Херста $H > 1$ для всех рассматриваемых физических параметров и является дробным. Для всех использованных в анализе параметров значение H в случае упорядоченной статистики больше, чем в случае естественного порядка событий в статистике, т.е. "эффект памяти" усиливается.

Изучение отклонения распределений физических параметров от нормального в ряде случаев позволило обнаружить динамические эффекты в развитии процессов сильного взаимодействия в пространстве-времени. Одно из наиболее значимых подтверждений предсказаний КХД относительно

механизма фрагментации партонов было получено при изучении распределения $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d \ln(1/x_p)}$, где $x_p = 2p/\sqrt{S}$, в котором был обнаружен эффект "горбатого плато", предсказанный [20,21]. Форма данного распределения отклоняется от гауссовой. Эта особенность распределения по $\ln(1/x_p)$ была подтверждена при энергиях LEP на OPAL [22]. Совместный анализ данных, полученных на установках TASSO и OPAL показал, что смещение положения максимума распределения с энергией согласуется с зависимостью, следующей из модифицированного главного логарифмического приближения [21], что является подтверждением существования когерентных эффектов при развитии глюонного каскада [23]. Таким образом, можно предположить, что отклонение распределений от гауссового, обнаруженное фрактальным методом Херста для реакции (1), обусловлено особенностями динамики взаимодействий. Для проверки данного предположения необходимо дальнейшее исследование различных процессов адронных и ядерных взаимодействий фрактальными методами.

Процесс адронного взаимодействия имеет конечную протяженность в пространстве-времени. Отдельные стадии этого процесса происходят внутри ядерной материи. Как было показано нами ранее [24-26], ядро оказывает влияние на характеристики вторичных частиц. Степень стохастичности процесса взаимодействия может зависеть и от множественности частиц. Поэтому представляет интерес изучение влияния ядра и множественности на фрактальные свойства вторичных частиц.

На рис.5а, 5б представлены зависимости показателя Херста H для адрон-ядерной реакции (1) от множественности вторичных π^- -мезонов и от числа протонов-участников $N_p^{yч}$ соответственно для неупорядоченной статистики, где $N_p^{yч} = N^+ - N^- + N_p + 1$, (N_p - число вторичных протонов, идентифицированных в рабочем объеме камеры и имеющих импульс $p > 300$ МэВ/с, N^+ - число релятивистских положительных частиц, N^- - число отрицательных частиц в событии). Численные значения показателя H для зависимостей $H(N_\pi^-)$, $H(N_p^{yч})$ приведены в табл.3. Из рис.5а видно, что показатель Херста H для всех рассматриваемых параметров, кроме Δy , зависит от числа N_π^- , достигая минимума при $N_\pi^- = 3$ и возрастая при дальнейшем увеличении числа вторичных π^- -мезонов. Для параметра Δy показатель H практически не зависит от множественности π^- -мезонов и находится вблизи значения $H = 0,5$. Можно предположить, что при фиксированном числе π^- -мезонов процесс взаимодействия в продольном направлении имеет квазистохастический характер. Для параметра $\Delta\alpha$ при

Таблица 3. Значения H для событий с различной множественностью π^- -мезонов и числом протонов-участников в случае неупорядоченной статистики для реакции (1).

Физи- ческий пара- метр	Зависимость $H(N_{\pi}^-)$		Ограни- чение на число N_{π}^- в событии	Зависимость $H(N_p^{y\psi})$	
	число N_{π}^- в событии	Значение H		число $N_p^{y\psi}$ в событии	Значение H
$\Delta\alpha$	2	$0,47 \pm 0,01$	$N_{\pi}^- \geq 2$	1	$0,74 \pm 0,01$
	3	$0,38 \pm 0,01$		2	$0,82 \pm 0,01$
	4	$0,73 \pm 0,05$		3	$0,64 \pm 0,01$
				4	$0,65 \pm 0,02$
				5	$0,38 \pm 0,03$
			>5	$0,46 \pm 0,05$	
p_i^{max}	1	$0,92 \pm 0,02$	$N_{\pi}^- \geq 1$	1	$0,46 \pm 0,01$
	2	$0,63 \pm 0,02$		2	$0,762 \pm 0,008$
	3	$0,61 \pm 0,03$		3	$0,82 \pm 0,01$
	4	$0,78 \pm 0,04$		4	$0,453 \pm 0,009$
			$N_{\pi}^- \geq 2$	5	$0,68 \pm 0,03$
				6	$0,58 \pm 0,04$
				1	$0,33 \pm 0,02$
				2	$0,70 \pm 0,01$
			3	$0,42 \pm 0,02$	
			4	$0,42 \pm 0,01$	
			5	$0,62 \pm 0,06$	
			>5	$0,34 \pm 0,05$	
b_{min}^{max}	2	$0,56 \pm 0,03$	$N_{\pi}^- \geq 2$	1	$0,78 \pm 0,03$
	3	$0,34 \pm 0,04$		2	$0,44 \pm 0,01$
	4	$0,52 \pm 0,03$		3	$0,53 \pm 0,02$
				4	$0,32 \pm 0,03$
				5	$0,42 \pm 0,03$
			>5	$0,35 \pm 0,05$	
Δy	2	$0,41 \pm 0,01$	$N_{\pi}^- \geq 2$	1	$0,763 \pm 0,003$
	3	$0,50 \pm 0,01$		2	$0,801 \pm 0,003$
	4	$0,47 \pm 0,01$		3	$0,634 \pm 0,003$
				4	$0,776 \pm 0,004$
				5	$0,580 \pm 0,007$
			>5	$0,33 \pm 0,01$	

увеличении числа протонов-участников N уменьшается, с ростом $N_p^{yч}$ эффект персистентности ослабляется и при максимальном $N_p^{yч} = 5$ наблюдается эффект антиперсистентности (рис.5б). Для остальных рассматриваемых параметров зависимость $H(N_p^{yч})$ имеет более сложный квазипериодический характер: при любом фиксированном числе $N_p^{yч}$ для физического параметра Δy наблюдается эффект персистентности; для характеристики b_{min}^{max} большая часть зависимости $H(N_p^{yч})$ находится в области антиперсистентности; для p_t^{max} зависимость $H(N_p^{yч})$ имеет три точки пересечения с уровнем $H = 0,5$. Таким образом, видно наличие влияния ядра на фрактальные характеристики реакции (1) в случае естественного порядка событий в статистике. Присутствие ядерной среды приводит, как правило, к ослаблению эффекта персистентности, к увеличению степени хаотичности процесса, т.е. к уменьшению коррелированности значений физических параметров в различных экспериментальных событиях.

На рис.5в, 5г представлены зависимости показателя Херста H для $\pi^- Ne$ -взаимодействий от множественности вторичных π^- -мезонов и от числа протонов-участников $N_p^{yч}$ соответственно для статистики, упорядоченной по возрастанию α_{max} у π^- -мезона в событии. Численные значения показателя H для зависимостей $H(N_\pi^-)$, $H(N_p^{yч})$ приведены в табл.4. Из рис.5в видно, что для всех рассматриваемых физических параметров наблюдается уменьшение показателя H с ростом числа вторичных π^- -мезонов в событии. Для параметров $\Delta\alpha$, b_{min}^{max} , Δy в ядерных событиях, т.е. в событиях с $N_p^{yч} \geq 2$, наблюдается ослабление эффекта памяти при увеличении числа протонов-участников (рис.5г). Для p_t^{max} при $N_\pi^- \geq 1$ зависимость $H(N_p^{yч})$ имеет квазипериодический характер. Однако при условии отбора $N_\pi^- \geq 2$ при $1 \leq N_p^{yч} \leq 5$ H слабо зависит от числа протонов-участников и близко к единице, при увеличении $N_p^{yч}$ наблюдается уменьшение H (см. табл.4 и рис.5г). Таким образом, в случае упорядоченной статистики увеличение множественности вторичных π^- -мезонов и степени вовлеченности ядра в процесс взаимодействия приводит к ослаблению эффекта памяти, но в отличие от неупорядоченной статистики, не к исчезновению данного эффекта. Как и при естественном порядке событий, для упорядоченной статистики наблюдается эффект влияния ядра на фрактальные характеристики процесса взаимодействия.

В случае адрон-ядерной реакции (1) выборки событий с фиксированным числом протонов-участников имеют ограниченный объем: при $1 \leq N_p^{yч} \leq 3$

Таблица 4. Значения H для событий с различной множественностью π^- -мезонов и числом протонов-участников в случае упорядоченной статистики для реакции (1).

Физи- ческий пара- метр	Зависимость $H(N_{\pi}^-)$		Ограни- чение на число N_{π}^- в событии	Зависимость $H(N_p^{y\prime})$	
	число N_{π}^- в событии	Значение H		число $N_p^{y\prime}$ в событии	Значение H
$\Delta\alpha$	2	$1,22 \pm 0,01$	$N_{\pi}^- \geq 2$	1	$1,17 \pm 0,01$
	3	$1,17 \pm 0,01$		2	$1,192 \pm 0,008$
	4	$0,97 \pm 0,04$		3	$1,11 \pm 0,01$
				4	$1,13 \pm 0,01$
				5	$1,01 \pm 0,03$
				>5	$1,07 \pm 0,05$
p_t^{max}	1	$1,05 \pm 0,01$	$N_{\pi}^- \geq 1$	1	$0,890 \pm 0,008$
	2	$1,06 \pm 0,01$		2	$1,107 \pm 0,007$
	3	$1,12 \pm 0,02$		3	$1,521 \pm 0,009$
	4	$0,43 \pm 0,04$		4	$0,756 \pm 0,009$
			$N_{\pi}^- \geq 2$	5	$0,95 \pm 0,03$
				6	$0,56 \pm 0,03$
				1	$0,91 \pm 0,01$
				2	$1,02 \pm 0,01$
			3	$0,99 \pm 0,01$	
			4	$1,01 \pm 0,02$	
			5	$0,62 \pm 0,05$	
			>5	$0,47 \pm 0,04$	
b_{min}^{max}	2	$1,08 \pm 0,04$	$N_{\pi}^- \geq 2$	1	$0,78 \pm 0,03$
	3	$1,03 \pm 0,04$		2	$1,25 \pm 0,03$
	4	$0,81 \pm 0,05$		3	$1,07 \pm 0,05$
				4	$0,83 \pm 0,04$
				5	$0,80 \pm 0,06$
				>5	$0,86 \pm 0,06$
Δy	2	$1,46 \pm 0,01$	$N_{\pi}^- \geq 2$	1	$0,893 \pm 0,005$
	3	$1,32 \pm 0,01$		2	$1,419 \pm 0,004$
	4	$0,73 \pm 0,01$		3	$1,052 \pm 0,005$
				4	$1,132 \pm 0,006$
				5	$0,80 \pm 0,01$
				>5	$0,90 \pm 0,01$

объем выборки составил $N \sim 300$ событий, при $N_p^{yч} \geq 4$ объем выборки - $N \sim 200$ событий. В случае фиксированного числа вторичных π^- -мезонов в событии объем выборки уменьшается от $N \sim 800$ событий до $N \sim 500$ событий при увеличении N_π^- от 1 до 3; при $N_\pi^- = 4$ объем анализируемой выборки составляет 75 событий. Возможно, на характер полученных зависимостей $H(N_\pi^-)$, $H(N_p^{yч})$ может оказывать ограниченность объема рассматриваемых выборок. Зависимости показателя Херста H от множественности вторичных пионов и числа протонов-участников получены в достаточно узком диапазоне изменения N_π^- и $N_p^{yч}$, что затрудняет интерпретацию результатов. Однако, даже при промежуточных энергиях и незначительной множественности можно предположить, как было указано выше, наличие влияния ядерной материи и множественности вторичных частиц на фрактальные характеристики адрон-ядерной реакции (1). Поэтому представляет интерес дальнейшее изучение фрактальных свойств адронных и ядерных взаимодействий в случае событий с большой множественностью при высоких энергиях на ускорителях RHIC, Tevatron, LHC.

При определении показателя Херста H в случае адрон-ядерной реакции (1) имеют значения особенности формирования рассматриваемой конечной выборки событий, т.е. совокупность условий отбора. Ниже проводится сравнительный анализ фрактальных характеристик π^-Ne -взаимодействий при следующих вариантах условий отбора событий:

- а) рассматриваются события, в которых $N_\pi^- \geq 2$, причем рассматриваются только те π^- , у которых $\delta p < 0,3$ (для физического параметра b_{min}^{max} рассматривались события с $b_{min}^{max} < 100$). Фрактальные характеристики для данного варианта определены выше (см. табл.1, 2);
- б) учитываются все π^- в событии, рассматриваются события, в которых $N_\pi^- \geq 2$ и

$$\frac{F_n \cdot \Delta F_n}{\langle F_n \rangle \cdot \langle \Delta F_n \rangle} < 1000,$$

где F_n - рассматриваемые в данной работе физические параметры, ΔF_n - экспериментальная погрешность характеристики F_n в событии с номером n , усреднение проводится по всем событиям, удовлетворяющим условию отбора по множественности.

На рис.6 представлены зависимости $\varphi(N)$ в случае неупорядоченной статистики при различных условиях отбора для параметров $\Delta\alpha$ (рис.6а), p_i^{max} (рис.6б), b_{min}^{max} (рис.6в) и Δy (рис.6г). В случае, если для рассматриваемого варианта условий отбора порешности $\Delta\varphi$ выходят за пределы рисунка, то они показываются стрелками. Для каждого варианта отбора $\varphi(N)$ ап-

проксимировалась степенной функцией (4). Результаты фитирования для варианта отбора б) представлены в табл.5. Число событий, в которых $N_{\pi^-} \geq 2$ (причем учитываются все π^- , т.е. никаких ограничений на параметры π^- не накладывается) составило $N_{\text{полн}} = 1331$. Для рассматриваемых вариантов условий отбора: $N_a/N_{\text{полн}} = 92,4\%$ (для параметра $b_{\text{min}}^{\text{max}}$ $N_a/N_{\text{полн}} = 90,3\%$), $N_b/N_{\text{полн}} = 99,8\%$.

Из рис.6 и табл.1, 5 видно, что в случае неупорядоченной статистики для параметров p_t^{max} , $b_{\text{min}}^{\text{max}}$ вариант условий отбора а) является единственно приемлемым для получения экспериментальных значений $\varphi(N)$ и параметров a , H с разумными погрешностями. Для $\Delta\alpha$ параметры фитирования при любом варианте отбора совпадают в пределах погрешностей. События с $\Delta\alpha \gg \langle \Delta\alpha \rangle$ и погрешностью $\Delta(\Delta\alpha) \gg \langle \Delta(\Delta\alpha) \rangle$, которые приводят к излому зависимости $\varphi(N)$ при $N=1200$ [15] и к большим значениям $\Delta\varphi(N)$ исключаются с помощью дополнительного условия в варианте б). Для физического параметра Δy при любом варианте условий отбора $\varphi(N)$ определяется с очень малыми погрешностями. Значение H в случае б) больше, чем при варианте а), тем не менее это отличие не оказывает принципиального влияния на физические выводы: во всех случаях наблюдается эффект персистентности.

Таблица 5. Значения параметров аппроксимации $\varphi(N)$ степенной функцией (4) в случае неупорядоченной статистики для варианта условий отбора б).

Физический параметр	Параметры фитирования		$\chi^2/\text{ст.св.}$
	a	H	
$\Delta\alpha$	$0,044 \pm 0,007$	$1,09 \pm 0,05$	3,01
p_t^{max}	43 ± 67	$0,34 \pm 0,05$	0,975
$b_{\text{min}}^{\text{max}}$	171 ± 218	$0,30 \pm 0,03$	5,75
Δy	$0,11 \pm 0,01$	$0,89 \pm 0,02$	14,98

Таким образом, для неупорядоченной статистики применение более мягкого варианта отбора б) для $\Delta\alpha$, Δy позволяет увеличить объем анализируемой выборки и получить результаты, не противоречащие результатам при более жестком отборе. Зависимость $\varphi(N)$ для параметра $\Delta\alpha$ оказывается чувствительной к отдельным событиям с $\Delta\alpha \gg \langle \Delta\alpha \rangle$, что может оказаться полезным при поиске редких и экзотических событий в различных реакциях адронов с адронами и атомными ядрами.

На рис.7 представлены зависимости $\varphi(N)$ в случае упорядоченной статистики при различных условиях отбора для параметров $\Delta\alpha$ (рис.7а), p_t^{max} (рис.7б), b_{min}^{max} (рис.7в) и Δy (рис.7г). Для каждого варианта отбора $\varphi(N)$ аппроксимировалась функцией (4). Результаты фитирования для варианта отбора б) представлены в табл.6.

Таблица 6. Значения параметров аппроксимации $\varphi(N)$ степенной функцией (4) в случае упорядоченной статистики для варианта условий отбора б).

Физический параметр	Параметры фитирования		$\chi^2/\text{ст.св.}$
	a	H	
$\Delta\alpha$	$0,18 \pm 0,02$	$1,12 \pm 0,02$	0,90
p_t^{max}	$0,112 \pm 0,009$	$1,04 \pm 0,02$	4,10
b_{min}^{max}	$0,07 \pm 0,02$	$1,16 \pm 0,08$	0,55
Δy	$0,068 \pm 0,002$	$1,19 \pm 0,01$	48,38

В случае варианта отбора событий б) для переменных p_t^{max} , b_{min}^{max} значения параметров фитирования в пределах погрешностей совпадают с значениями, полученными для более жесткого варианта отбора а). Для переменных $\Delta\alpha$ и Δy значения параметров фитирования для вариантов а) и б) отличаются, однако, это отличие не влияет на физическое содержание результатов аппроксимации: наблюдается эффект памяти и его усиление по сравнению с естественным порядком событий (для Δy). Таким образом, в случае упорядоченной статистики для всех рассматриваемых физических параметров возможно использование более мягкого варианта условий отбора б). Использование варианта отбора б) позволяет увеличить объем анализируемой выборки, что представляется важным при изучении относительно небольшой статистики, полученной методикой пузырьковых камер при промежуточных энергиях, или выборок редких событий в спектрометрических экспериментах.

IV

В заключение перечислим основные результаты данной работы.

1. Проведен фрактальный анализ с помощью процедуры Херста π^-Ne взаимодействий в области промежуточных энергий. Получены значения показателя Херста для рассматриваемых физических параметров. Наблюдается проявление эффекта персистентности для естественного порядка событий. Для упорядоченной статистики эффект усиливается.

2. Впервые получены зависимости показателя Херста H от множественности вторичных π^- -мезонов и числа протонов-участников. Для естественного порядка событий изменение H с ростом множественности зависит от физического параметра. Можно предположить, что при фиксированном числе π^- -мезонов процесс взаимодействия в продольном направлении имеет квазистохастический характер. Присутствие ядерной среды приводит, как правило, к ослаблению эффекта персистентности; в отдельных случаях к его исчезновению и переходу к антиперсистентности. В случае упорядоченной статистики увеличение множественности вторичных π^- -мезонов и степени вовлеченности ядра в процесс взаимодействия приводит к ослаблению эффекта памяти, но в отличие от неупорядоченной статистики, не к исчезновению данного эффекта. Представляет интерес дальнейшее изучение влияния ядерной материи и множественности вторичных частиц на фрактальные свойства процессов сильного взаимодействия на ускорителях HERA, RHIC, Tevatron, LHC.

3. Показано, что зависимость $\varphi(N)$ для параметра $\Delta\alpha$ чувствительна к отдельным событиям, в которых значение этого параметра значительно превышает среднее по статистике значение, что может быть использовано не только для контроля правильности определения величины рассматриваемого параметра, но и для поиска редких и экзотических событий в других взаимодействиях адронов с адронами и атомными ядрами. Найден вариант условий отбора, позволяющий увеличить объем анализируемой выборки.

Работа выполнена при поддержке федеральной целевой программы "Интеграция" (проект № А0100/99).

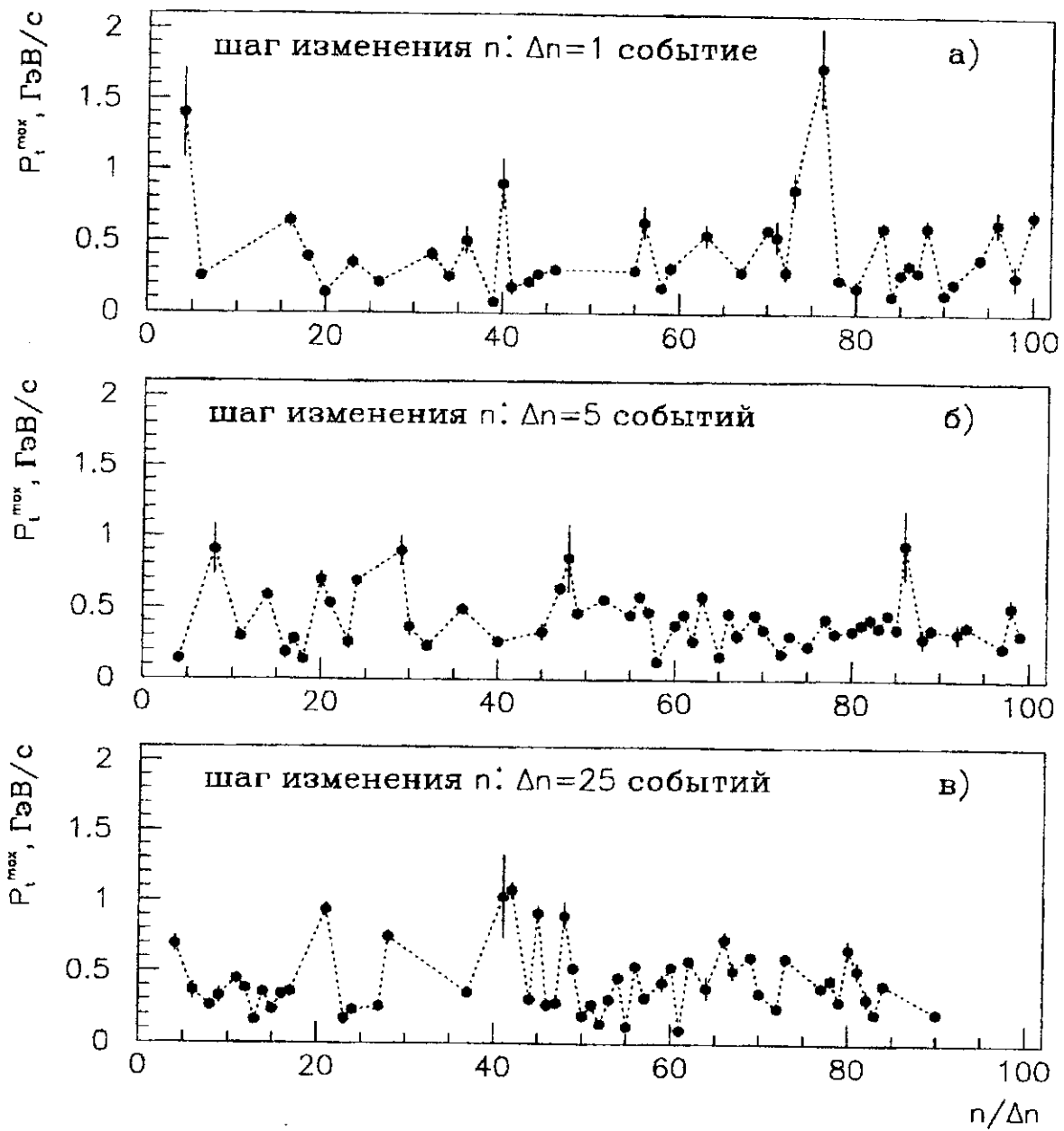


Рис.1. Зависимости $p_i^{\max}(n)$ для π^- -мезонов в случае естественного порядка событий в статистике при увеличении объема выборки с различным шагом Δn .

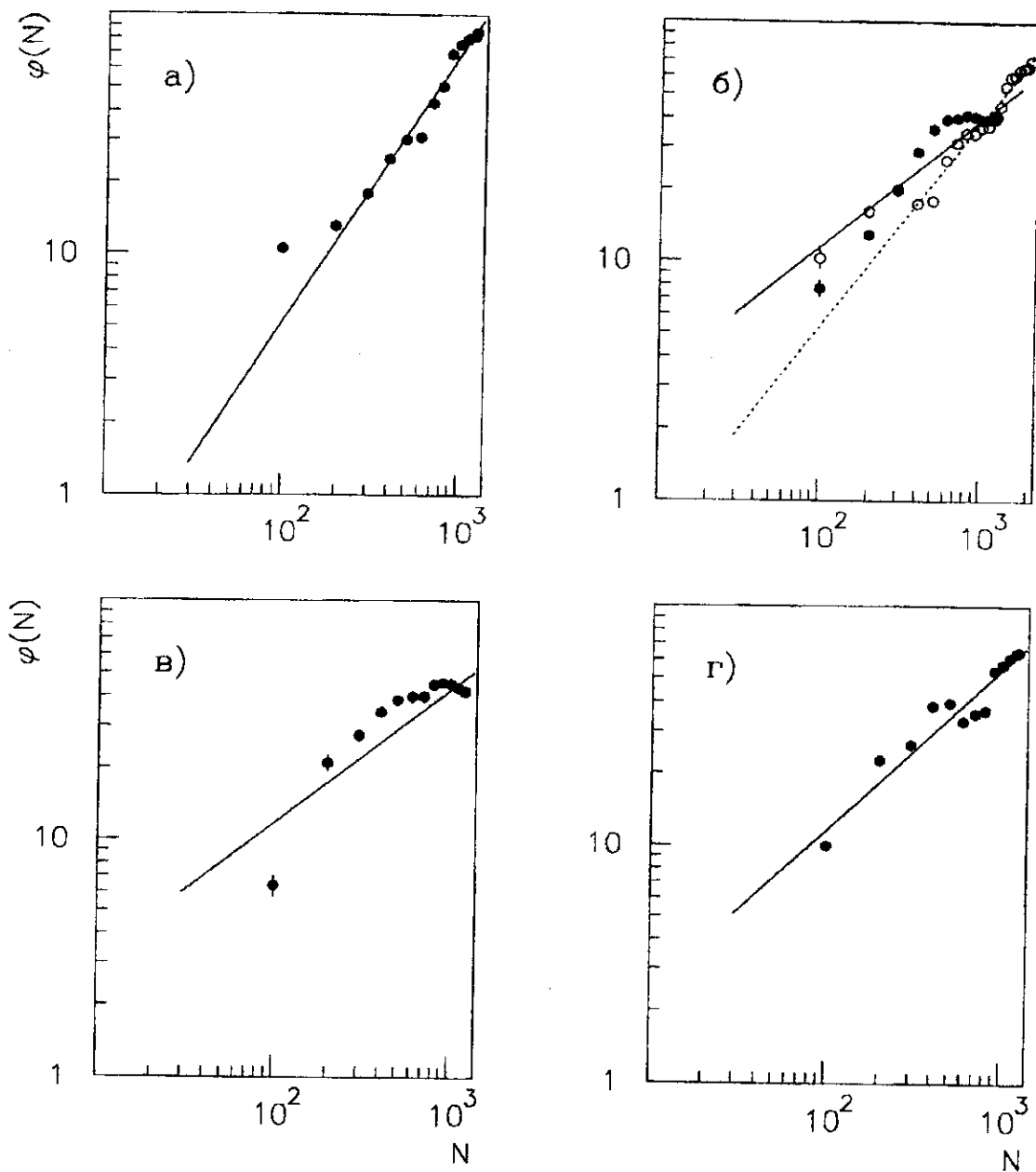


Рис.2. Зависимость $\varphi(N)$ в случае неупорядоченной статистики для параметров $\Delta\alpha$ (а), p_t^{max} (б), b_{min}^{max} (в) и Δy (г). Для параметра p_t^{max} : о (штриховая линия) соответствует объему выборки $N = 2040$ событий, • (сплошная линия) - объему выборки $N = 1230$ событий.

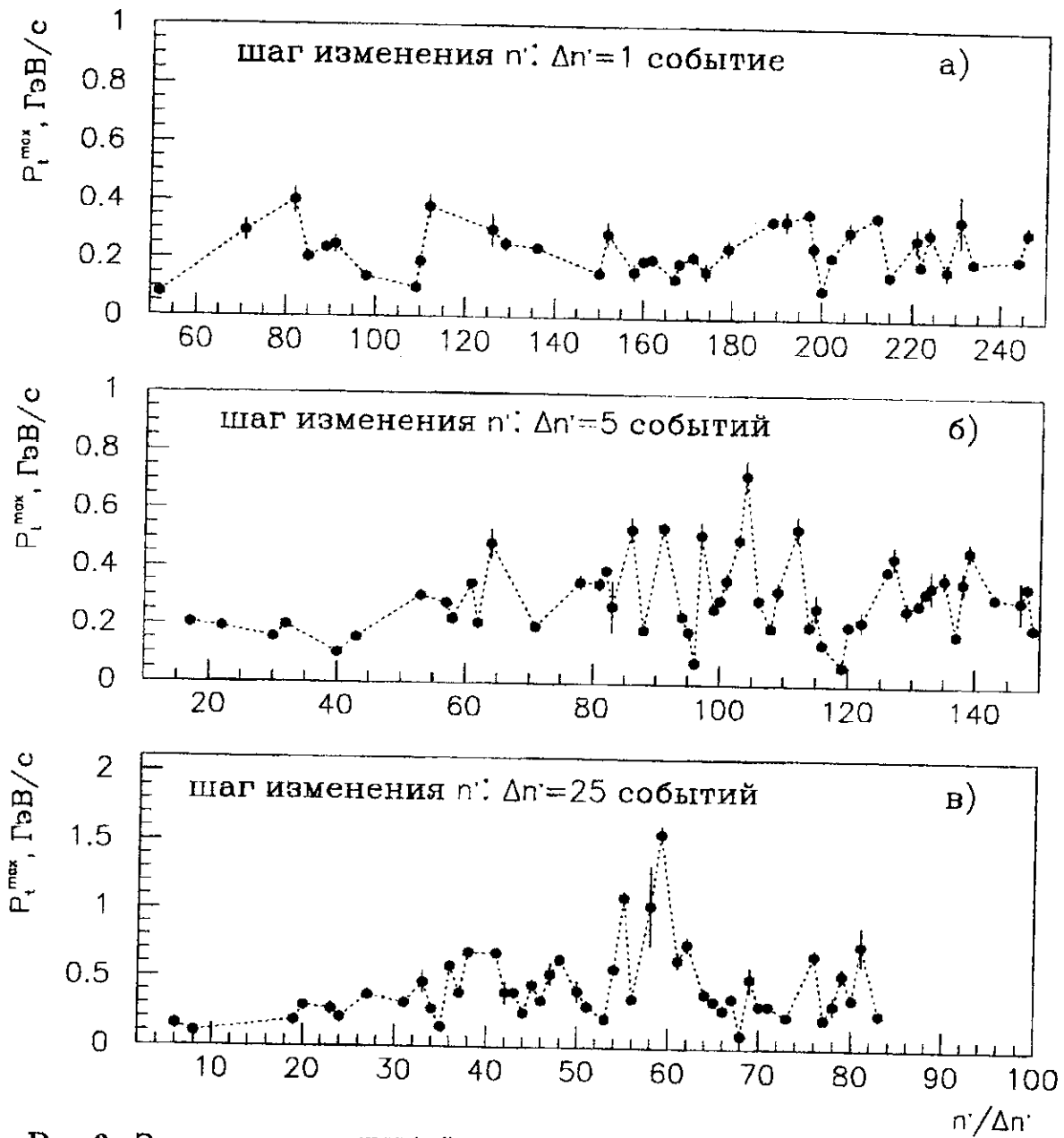


Рис.3. Зависимости $p_t^{\max}(n')$ для π^- -мезонов в случае упорядоченной статистики при увеличении объема выборки с различным шагом $\Delta n'$.

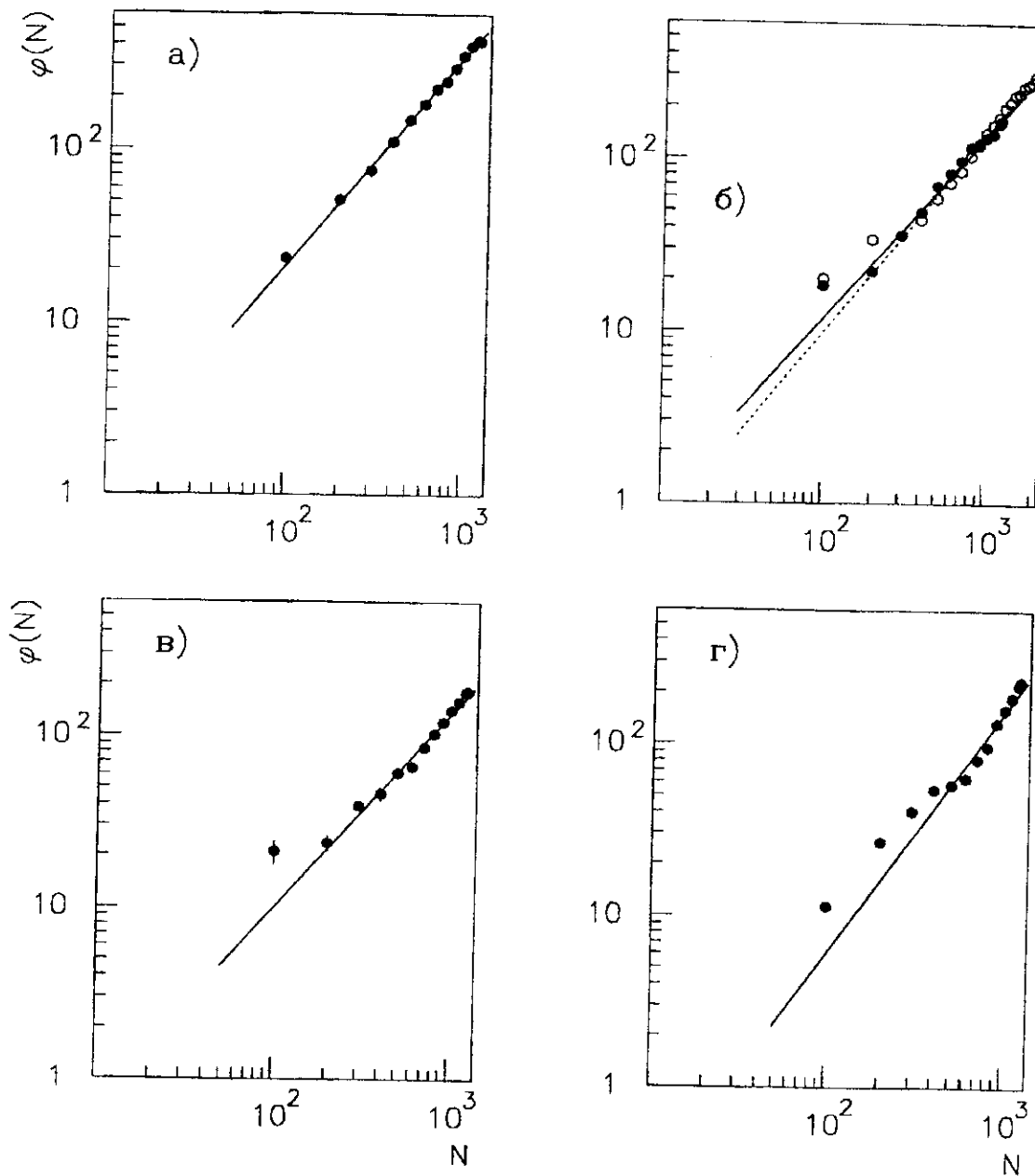


Рис.4. Зависимость $\varphi(N)$ в случае упорядоченной статистики для параметров $\Delta\alpha$ (а), p_t^{max} (б), b_{min}^{max} (в) и Δy (г). Для параметра p_t^{max} : \circ (штриховая линия) соответствует объему выборки $N = 2040$ событий, \bullet (сплошная линия) - объему выборки $N = 1230$ событий.

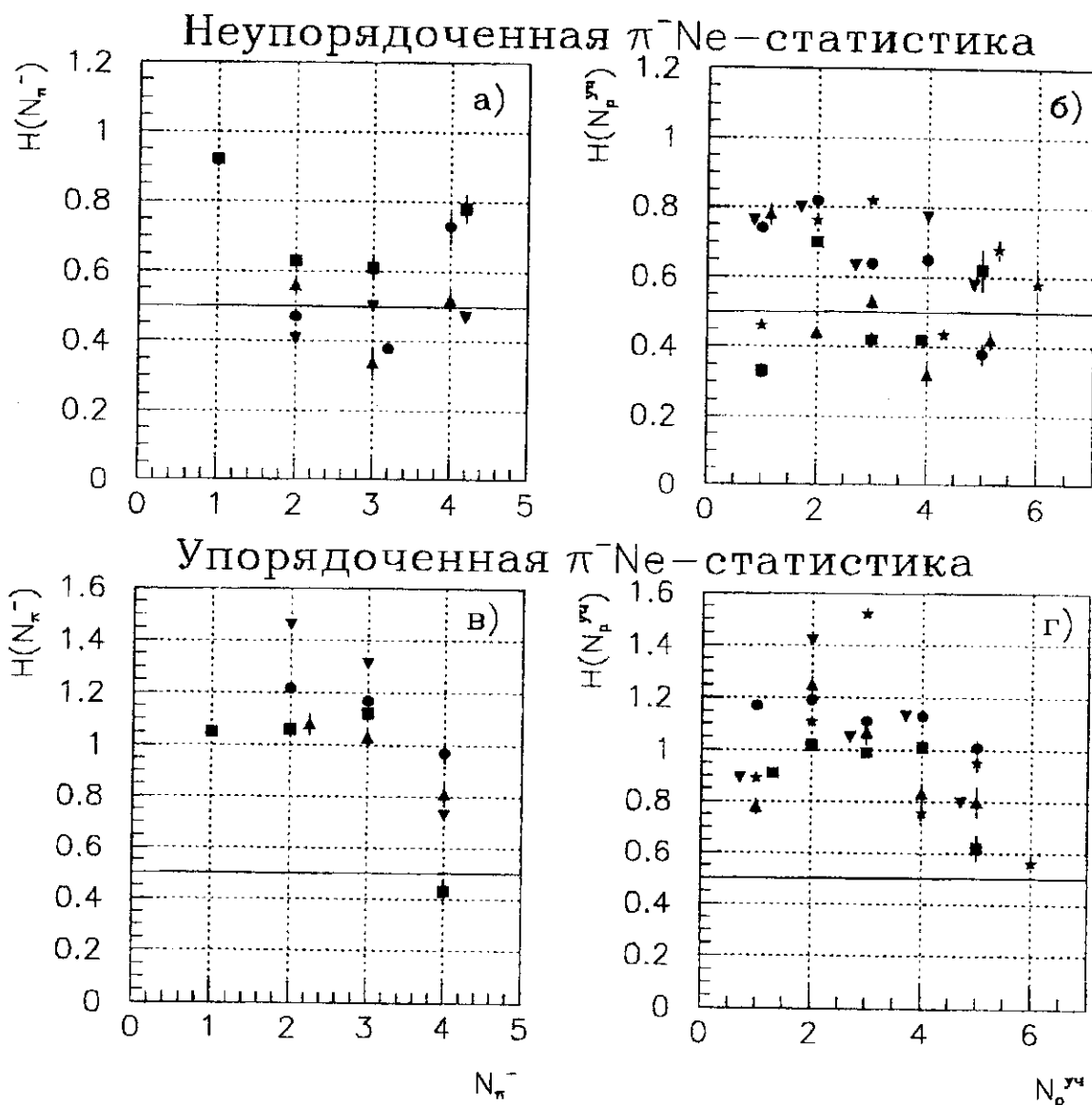


Рис.5. Зависимости показателя Херста H от множественности вторичных π^- -мезонов $H(N_{\pi^-})$ и от числа протонов-участников $H(N_p^{уч})$ в случае естественного порядка событий (рис.а, б соответственно) и в случае упорядоченной статистики (рис.в, г соответственно). Экспериментальные данные: \bullet - для $\Delta\alpha$, \star - для p_i^{max} при условии отбора $N_{\pi^-} \geq 1$, \blacksquare - для p_i^{max} при условии отбора $N_{\pi^-} \geq 2$, \blacktriangle - для b_{min}^{max} , \blacktriangledown - для Δy . Сплошная линия соответствует $H = 0,5$. Точки разнесены для наглядности.

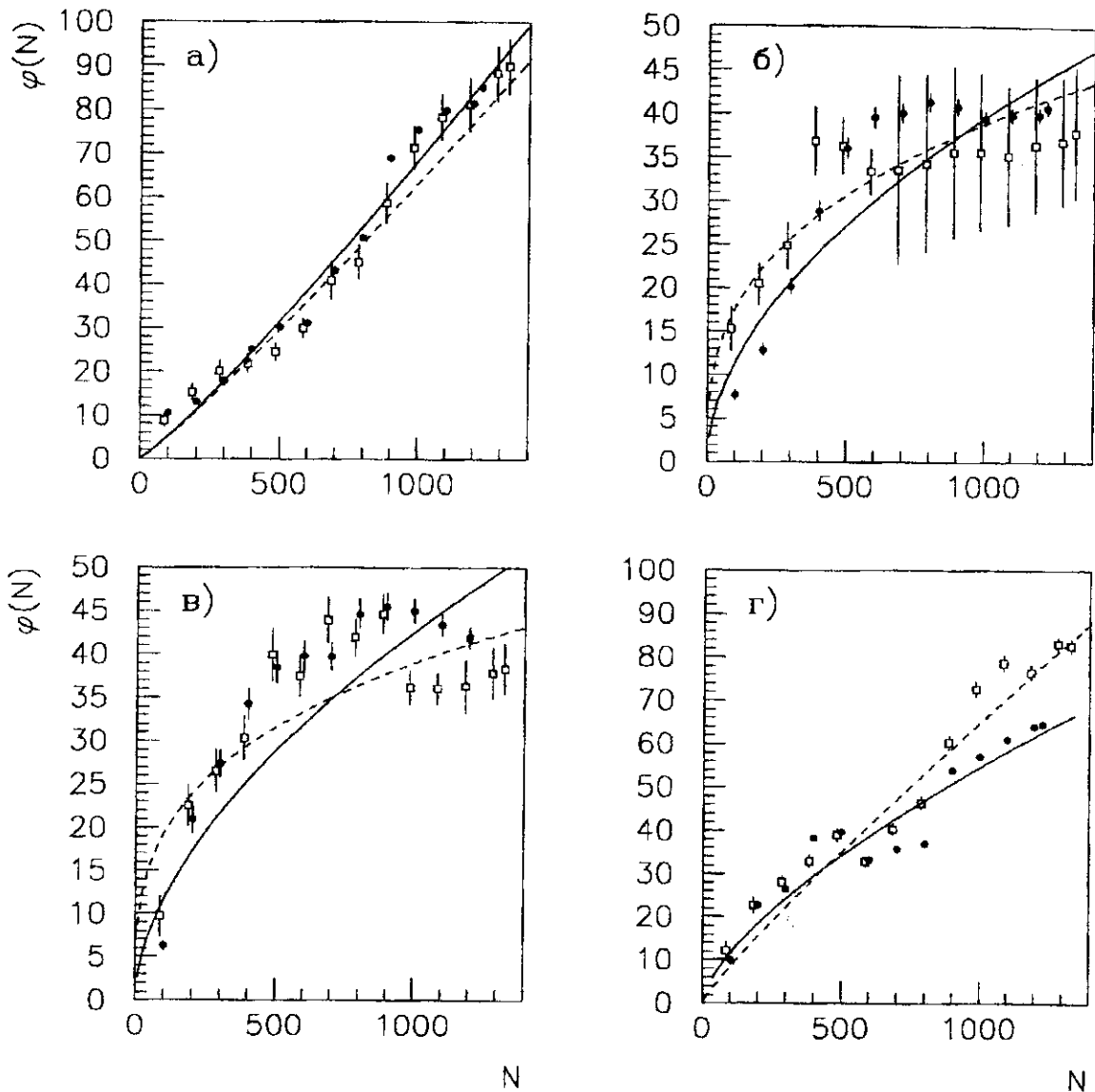


Рис.6. Зависимость $\varphi(N)$ в случае неупорядоченной статистики для параметров $\Delta\alpha$ (а), p_i^{max} (б), b_{min}^{max} (в) и Δy (г) для различных вариантов отбора событий. Кривые - аппроксимация $\varphi(N)$ степенной функцией. Экспериментальные данные: \bullet (сплошная линия) - вариант отбора а), \square (штриховая линия) - вариант отбора б). Подробнее - см. в тексте.

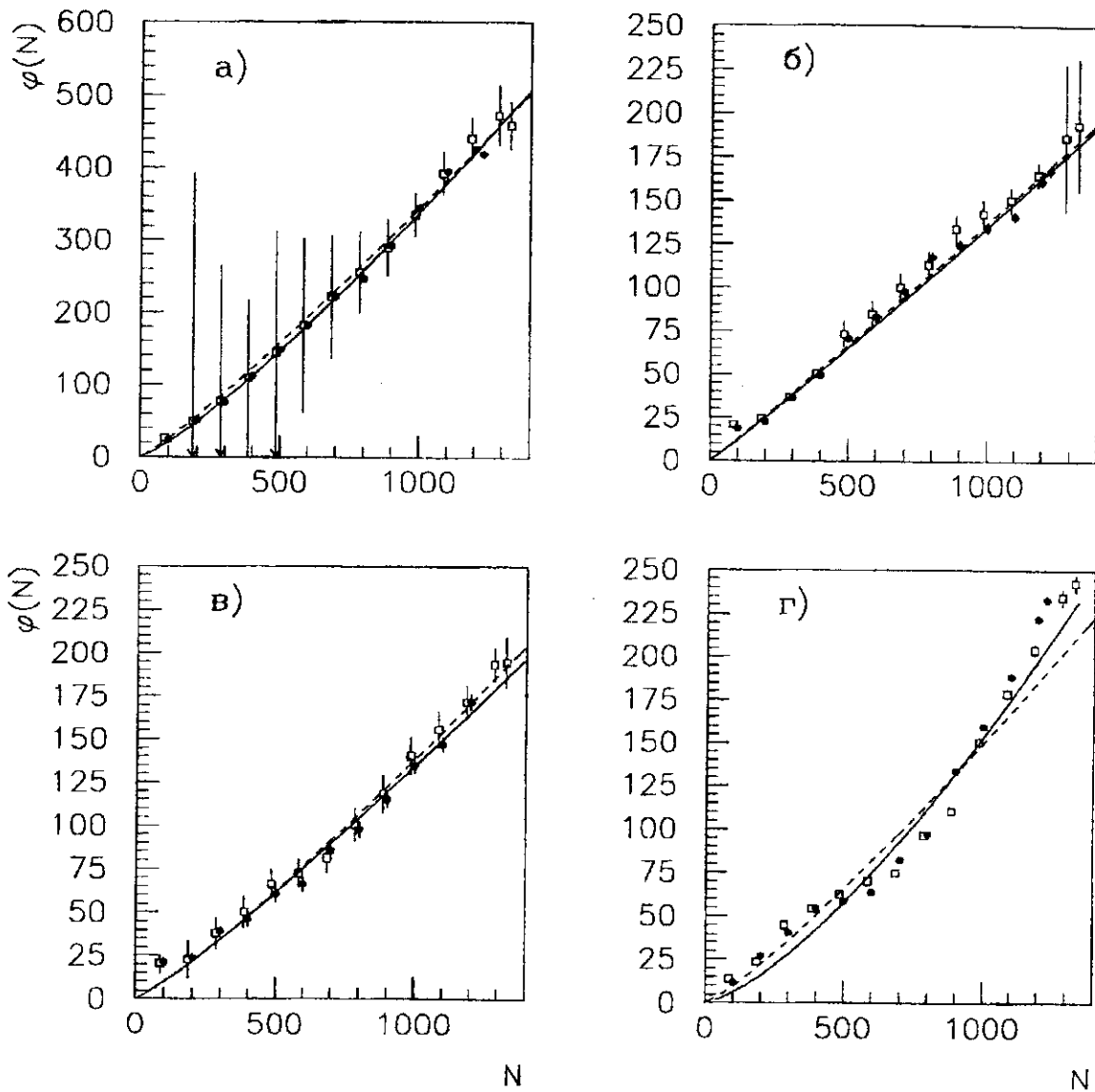


Рис.7. Зависимость $\varphi(N)$ в случае упорядоченной статистики для параметров $\Delta\alpha$ (а), p_t^{max} (б), b_{min}^{max} (в) и Δy (г) для различных вариантов отбора событий. Кривые - аппроксимация $\varphi(N)$ степенной функцией. Экспериментальные данные: \bullet (сплошная линия) - вариант отбора а), \square (штриховая линия) - вариант отбора б). Подробнее - см. в тексте.

Литература

1. Mandelbrott B.V. *Fractals: forms, chance and dimension*. San Francisco, W.H.Freeman, 1977.
2. Mandelbrott B.V. *The Fractal Geometry of Nature*. New York, W.H.Freeman, 1982.
3. Mandelbrott B.V. // *J.Stat.Phys.*, 1983, V.34, P.895.
4. Mandelbrott B.V. *Fractals and multifractals: noise, turbulence and galaxies*. New York, Springer, 1988.
5. Mandelbrott B.V. *Fractals and Scaling in Finance*. New York, Springer, 1997.
6. Р.Жюльен. // *УФН*, 1989, Т.157, С.339.
7. А.И.Олемской, А.Я.Флат. // *УФН*, 1993, Т.163, С.1.
8. В.В.Зосимов, Л.М.Лямшев. // *УФН*, 1995, Т.165, С.361.
9. А.Д.Долгов, Я.Б.Зельдович, М.В.Сажин. *Космология ранней вселенной*. М., МГУ, 1988.
10. И.М.Халатников, А.Ю.Каменщик. // *УФН*, 1998, Т.168, С.593.
11. Я.Б.Зельдович, Д.Д.Соколов. // *УФН*, 1985, Т.146, С.493.
12. E.Gremmer, V.Julia, J.Sherk. // *Phys. Lett.*, 1978, V.B76, P.409.
13. М.И.Поликарпов. // *УФН*, 1995, Т.165, С.627.
14. H.E.Hurst, R.P.Black, Y.M.Simaika. *Long-term storage: an experimental study*. London, Constable, 1965.
15. В.И.Михайличенко и др. *Препринт ИТЭФ*, М., 1994, N79, 9 стр.
16. И.А.Лебедев // *ЯФ*, 1997, Т.60, С.1340.
17. И.Л.Киселевич и др. // *ЯФ*, 1992, Т.55, С.2100.
18. И.Л.Киселевич и др. // *ЯФ*, 1993, Т.56, С.120.
19. Федер Е. *Фракталы*. М.: Мир, 1991.
20. Yu.L.Dorshitser et al. // *Phys.Lett.*, 1982, V.B115, P.242.
21. Yu.L.Dorshitser et al. // *Rev.Mod.Phys.*, 1988, V.60, P.373.
22. M.Z.Akrawy et al. // *Phys.Lett.*, 1990, V.B247, P.617.
23. А.М.Моисеев // *ЭЧАЯ*, 1994, Т.25, С.1168.
24. И.Л.Киселевич и др. // *ЯФ*, 1994, Т.57, С.2225.
25. В.И.Михайличенко и др. *Препринт МИФИ*, М., 1995, N2, 28 стр.
26. В.И.Михайличенко и др. // *ЯФ*, 1997, Т.60, С.652.

Подписано к печати 28.06.99
Усл.-печ. I, 5 Уч.-изд. I, I

Формат 60x90
Тираж 121
Индекс 3649

I/I6
Заказ 21

Отпечатано в ИТЭФ., 117259, Москва, Б.Черемушкинская, 25