

INSTITUT UNIFIE DE RECHERCHES NUCLEAIRES, DUBNA  
Rapport P9 - 4132

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00100567

PROBLEMES DU MOUVEMENT DES PARTICULES DANS L'ADGESATEUR

par

I.N. Ivanov, M.L. Iovnovich, A.B. Kuznetsov, Yu.L. Obukhov,  
K.A. Reshetnikova, N.B. Rubin, V.P. Sarantsev, O.I. Yarkovoi

Dubna, 1968

Traduit au CERN par A. Golovanoff  
(Original : russe)

CERN Trans. 69-10

Genève  
Mars 1969

## 1. Conditions fondamentales pour le paquet et procédé de formation

L'un des principaux problèmes qui se posent dans la réalisation de l'accélérateur collectif /1/ réside dans la création du paquet chargé électrons-ions.

Dans ce paquet, le nombre d'électrons doit être grand par rapport au nombre d'ions et la densité des électrons doit être maximale. En tout cas, il est nécessaire que l'intensité du champ électrique qui s'exerce sur les ions dans ce paquet soit supérieure à  $10^5$  volt/cm, et atteigne par exemple  $10^6$ - $10^7$  volt/cm.

Alors, la méthode collective peut ouvrir de grandes perspectives pour l'obtention de particules d'ultra-haute énergie (centaines, milliers de GeV), ainsi que pour la conception d'accélérateurs compacts à ions multichargés, à densité de particules suffisante et à énergie assez élevée.

Une analyse simple montre qu'un paquet annulaire à électrons tournants peut constituer la configuration la plus adéquate à notre but. Dans ce cas, les forces coulombiennes de répulsion entre les électrons sont compensées, dans une grande mesure, par le resserrement magnétique. Les ions sont maintenus dans l'anneau par des forces purement coulombiennes. Plus les paquets sont compacts et plus le nombre d'électrons contenus est élevé, plus les champs électrostatiques qui y règnent seront intenses.

Pour obtenir un paquet annulaire présentant les paramètres exigés, on propose le schéma suivant. Les électrons sont injectés à partir d'un linac injecteur à courant fort sur une orbite de "grand" rayon dans l'installation appelée "adgésateur". A l'aide de bobines sans fer, on engendre dans cette installation un champ magnétique faiblement focalisant de type "tonneau". Dans la zone du rayon d'injection  $n \approx 0,5$ , au centre  $n = 0$ . Le champ magnétique croît avec le temps.

A un certain stade après l'injection, le faisceau forme un anneau qui se resserre (la condition " 2:1" n'est pas satisfaite) dans le champ magnétique à croissance adiabatique, homogène azimutalement. Ce resserrement est accompagné de l'accélération azimutale des électrons et d'une diminution adiabatique de la section de l'anneau. Aussi, l'intensité du champ électrique propre augmente pour atteindre la valeur exigée. Au stade final du resserrement, les ions sont injectés dans l'anneau. La configuration des bobines qui engendrent le champ magnétique permet d'extraire axialement l'anneau de l'adgésateur.

## 2. Etats quasi-stationnaires de l'anneau électronique

Nous commencerons l'examen du mouvement des particules par l'étude des états quasi-stationnaires de l'anneau électronique à charge et courant élevés, dans l'approximation du champ self-consistent. Cela permettra de calculer la variation adiabatique

des paramètres de l'anneau, compte tenu des forces propres, et de choisir les paramètres initiaux conformes aux exigences posées à l'état final et compte tenu des possibilités de l'injecteur.

L'étude sera accomplie pour deux modèles idéalisés d'anneau, correspondant, en un certain sens, aux deux possibilités extrêmes :

a) faisceau sans dispersion énergétique dans l'approximation linéaire, mais présentant des oscillations radiales et axiales ("faisceau symétrique" /2/); b) faisceau présentant une dispersion en énergie et des oscillations axiales, mais en l'absence d'oscillations bêta-tro-niques radiales /3/.

### 3. Champs et forces propres dans l'anneau

Les deux modèles en question plus haut correspondent à un faisceau de forme toroïdale à limites nettes. Leur section est une ellipse. La densité de charge d'espace est homogène azimutalement, *indépendante* de  $z$  dans les limites de la section (l'axe  $z$  est perpendiculaire au plan du tore) et inversement proportionnelle au rayon polaire  $r$ .

Dans l'approximation linéaire, les forces propres agissant dans l'anneau peuvent être écrites sous la forme :

$$F_r = \frac{m_e c^2 \gamma_{\perp}}{R} \left\{ \mu P + \frac{\rho}{R} \left[ \frac{\mu}{b g \gamma_{\perp}^2} \frac{4b}{(b+g)} - \mu P \right] \right\}, \quad (3.1)$$

$$F_z = \frac{m_e c^2 \gamma_{\perp}}{R} \frac{z}{R} \left[ \frac{\mu}{b g \gamma_{\perp}^2} \cdot \frac{4g}{(b+g)} + \frac{1}{2} \mu P \right]. \quad (3.2)$$

$\gamma_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2 \sin^2 \theta}}$ ,  $b$ ,  $g$  - demi-axes de la section elliptique du tore, rapportés au rayon de l'orbite  $R$  ( $b$  - suivant l'axe  $z$ ,  $g$  - suivant l'axe  $r$ ),  $\rho = r-n$ ,

\*)

$$\mu = \frac{\nu}{\gamma_{\perp}}, \quad \nu = r_0 \frac{N_e}{2\pi R} = \frac{r_0}{c\beta_0} \frac{I}{e}, \quad (3.3)$$

où  $N_e$  - nombre d'électrons dans l'anneau,  $r_0 = 2,8 \cdot 10^{-3}$  cm - rayon classique de l'électron,  $I$  - courant du faisceau.

$$P = 2 \ln \left( \frac{16}{b+g} \right). \quad (3.4)$$

On suppose que :

$$\mu P \ll 1, \quad \mu P > g, b. \quad (3.5)$$

Pour  $b+g \approx 10^{-1}$ , on a  $P \approx 10$ ; si  $(b+g)$  est réduit d'un facteur de 10, alors  $P$  augmente de  $\approx 5$  unités.

#### 4. Equations et intégrales du mouvement

Une particule d'équilibre se déplaçant dans l'axe de l'anneau subit, en plus des forces externes, seulement la composante continue de la force (3.1), conditionnée par l'action mutuelle des champs propres des différentes zones du faisceau fermé /4/. Cette

---

x) voir travail /4/

force détermine la correction dans la formule connue reliant l'énergie d'une particule d'équilibre au champ magnétique  $H_s$  sur son orbite de rayon  $R$  :

$$H_s = - \frac{m_e c^2 \beta_0 \gamma_{\perp}}{e R} (1 + \mu P). \quad (4.1)$$

A l'aide de l'intégrale du moment, nous trouvons la relation suivante pour  $H_s(R, t)$  et  $R(t)$  :

$$H_s(R, t) R^2 [1 - \delta(R)] = \text{const}, \quad \delta(R) = \frac{1}{H_s R^2} \int_0^R n(u) H_z(u) du. \quad (4.2)$$

La variation de l'énergie de l'électron d'équilibre est déterminée par la formule :

$$\gamma_{\perp} R = \frac{\text{const}}{[1 - \delta(R)](1 + \mu P)} = \gamma_{\perp 0} R_0 \frac{[1 - \delta(R_0)]}{[1 - \delta(R)]} = \text{const}, \quad (4.3)$$

$$\mu = \mu_0 \frac{[1 - \delta(R)]}{[1 - \delta(R_0)]} = \text{const}; \quad (4.4)$$

L'indice "0" indique l'état initial.

Comme il ressort de (4.3), la diminution de  $R$  est accompagnée par une augmentation de  $\gamma_{\perp}$  grâce à l'action accélératrice du champ électrique tourbillonnaire. Le comportement des particules qui ne sont pas en équilibre est décrit par les équations:

$$\frac{d}{dt} (\gamma_{\perp} \dot{\rho}) + \gamma_{\perp} \omega^2 \nu_r^2 \rho = \frac{\omega_s W}{R m_e}. \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\gamma_{\perp} \dot{z}) + \gamma_{\perp} \omega^2 \nu_z^2 z &= 0, \\ \omega &= \frac{c \beta_0}{R}, \quad W = M - M_s. \end{aligned} \quad (4.6)$$

M - moment généralisé; les fréquences sans dimensions des oscillations s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} \nu_r^2 &= (1-n)(1+\mu P) - \left[ \frac{4\mu}{g(b+g)\beta_\theta^2 \gamma_\perp^2} + \frac{\mu P}{2} \right] , \\ \nu_z^2 &= n(1+\mu P) - \left[ \frac{4\mu}{b(b+g)\beta_\theta^2 \gamma_\perp^2} + \frac{\mu P}{2} \right] ; \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

$$\frac{\Delta \gamma_\perp}{\gamma_\perp} = \beta_\theta^2 \frac{W}{P_2} + \frac{\mu P}{2} \cdot \frac{\rho}{R} \quad P_2 = R \gamma_\perp m_e c \beta_\theta \quad (4.8)$$

Les particules à différents paramètres W occupent des positions d'équilibre différentes. Pour  $W = 0$ , la position d'équilibre coïncide avec le rayon de l'orbite d'équilibre instantanée R. Les amplitudes des oscillations s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} a_\rho^2 &= \left( \rho - \frac{W}{R \gamma_\perp \omega \nu_r^2 m_e} \right)^2 + \frac{P_r^2}{m_e^2 \gamma_\perp^2 \omega^2 \nu_r^2} , \\ a_z^2 &= z^2 + \frac{P_z^2}{m_e^2 \gamma_\perp^2 \omega^2 \nu_z^2} . \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Les invariants adiabatiques sont :

$$\gamma_\perp R \beta_\theta \frac{a_{r,z}^2}{R^2} \nu_{r,z} = J_{r,z} \quad (4.10)$$

et l'intégrale exacte

$$W = \text{const.} \quad (4.11)$$

## 5. Deux fonctions de distribution

La première fonction de distribution répondant au problème est de la forme :

$$f_1 = Q_1 \delta(W) \delta\left(\frac{J_r}{J_{rm}} + \frac{J_z}{J_{zm}} - 1\right), \quad (5.1)$$

$$J_{rm} = \gamma_{\perp} R \beta_{\theta} g^2 \nu_r = \text{const}, \quad J_{zm} = \gamma_{\perp} R \beta_{\theta} b^2 \nu_z = \text{const}. \quad (5.2)$$

$Q_1 = \text{const.}$  - norme.

L'analyse montre que la structure d'un tel faisceau met en oeuvre les forces propres décrites précédemment. Les formules (5.2) déterminent le comportement adiabatique des demi-axes  $g$ ,  $b$ . Dans le modèle considéré, on se trouve en présence de particules dont les amplitudes des oscillations radiales et axiales sont liées par la relation :

$$\frac{\bar{g}^2}{\bar{g}_0^2} + \frac{\bar{a}_z^2}{\bar{b}^2} = 1, \quad \bar{g} = gR, \quad \bar{b} = bR. \quad (5.3)$$

la particule d'équilibre étant fictive. Ce cas sera dit "symétrique" pour souligner la symétrie de la relation (5.3) entre les amplitudes des oscillations  $r$  et  $z$ .

Une autre variante de fonction de distribution, correspondant au faisceau toroïdal choisi, se rattache au modèle suivant. Les particules n'accomplissent pas d'oscillations bétatroniques radiales mais présentent un ensemble distribué de valeurs de  $W$ , c'est-à-dire



un ensemble d'orbites et un ensemble d'énergies; les oscillations axiales assurent la couverture de la section elliptique du tore.

$$I_2 = Q_2 \frac{\delta(\sqrt{J_r})}{\sqrt{J_r}} \cdot \frac{\Theta[\sqrt{J_{zm}(1 - \frac{W^2}{W_m^2}) - J_z}]}{\sqrt{J_{zm}(1 - \frac{W^2}{W_m^2}) - J_z}} \quad (5.4)$$

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad Q_2 = \text{const} ;$$

$$W_m = m_e c \beta_\theta \gamma_\perp, \quad R \nu_r^2 g = \text{const}, \quad -W_m < W < +W_m. \quad (5.5)$$

La demi-dispersion énergétique est liée principalement à  $W_m$  et, après substitution par l'expression de cette dernière grandeur, elle s'écrit :

\*)

$$\frac{\Delta \gamma_\perp}{\gamma_\perp} = g(\nu_r^2 \beta_\theta^2 + \frac{\mu P}{2}) \quad (5.6)$$

La comparaison de (5.6) et de (5.5) montre que la grandeur  $\frac{\Delta \gamma_\perp}{\gamma_\perp}$  est ici presque constante, puisque le deuxième terme dans (5.6) est une petite correction.

---

x) Dans le cas d'un faisceau "symétrique", il existe aussi une faible dispersion de l'énergie liée à la grandeur  $\mu P$ ; dans ce cas :

$$\frac{\Delta \gamma_\perp}{\gamma_\perp} = g \frac{\mu P}{2} \quad (5.6a)$$

6. Analyse du comportement adiabatique du faisceau

Ecrivons les fréquences sous la forme :

$$\left. \begin{aligned} \nu_z^2 &= \kappa_z^2 - \Delta\nu_z^2, & \nu_r^2 &= \kappa_r^2 - \Delta\nu_r^2, \\ \kappa_z^2 &= n(1+\mu P) - \frac{\mu P}{2}, & \kappa_r^2 &= (1-n)(1+\mu P) - \frac{\mu P}{2}, \\ \kappa_r^2 + \kappa_z^2 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

La forme de  $\Delta\nu_z^2$  et  $\Delta\nu_r^2$  ressort clairement de la comparaison avec (4.7). Ces grandeurs décrivent l'effet principal du champ du faisceau sur les fréquences des oscillations. Définissons l'état initial du faisceau par les paramètres :

$$\nu_0 = \nu_{01} \ell, \quad \Delta\nu_{z0}^2, \quad \epsilon_0 = \frac{b_0}{g_0} = \frac{b_0}{g_{01} \ell}. \quad (6.2)$$

$\ell$  - nombre de tours de l'injection. Alors, les autres paramètres initiaux s'écriront :

$$b_0 = \sqrt{\frac{4\nu_0^2 \epsilon_0}{\beta_{00}^2 \gamma_{00}^2 (1+\epsilon_0) \Delta\nu_{z0}^2}}, \quad g_0 = \frac{b_0}{\epsilon_0}, \quad \Delta\nu_{z0}^2 = \epsilon_0 \Delta\nu_{z00}^2, \quad (6.3)$$

où  $\nu_0$  - valeur initiale de la grandeur  $\nu$  tirée de (3.3), compte tenu de l'accumulation possible du courant.

Examinons de plus près les relations (6.3).

- a) si  $\nu_0 \rightarrow 0$ , on a aussi  $\Delta\nu_{z0}^2 \rightarrow 0$ , alors la valeur  $b_0$  dans (6.3) n'est pas déterminée et peut prendre, en principe, une valeur arbitraire;

- b) la diminution de  $\epsilon_0$  pour  $\nu_0$  et  $\Delta\nu_{z0}^2$  fixés indique que  $b_0$  diminue et  $g_0$  augmente simultanément : la charge se distribue sur un large intervalle de rayons et les exigences pour le mouvement  $z$  s'adoucissent;
- c) si la diminution de  $\epsilon_0$  se produit du fait de portions de particules supplémentaires (augmentation de  $\nu_0$ ) donnant une contribution à la dimension radiale, de telle façon que  $\nu_0 \epsilon_0 = \text{const}$ , alors pour  $\epsilon_0$  assez petit la grandeur  $b_0 \rightarrow \text{const}$  : le faisceau devient du type d'un ruban annulaire;
- d) la diminution de  $\Delta\nu_{r0}^2$  avec la diminution de  $\epsilon_0$  est facile à comprendre en passant à la limite : pour  $g_0 \rightarrow \infty$  le champ électrique radial propre tend vers zéro (effet "des interactions multi-spires"). Avec une adiabacité élevée dans le cas d'un faisceau symétrique, on a :

$$\frac{b}{b_0} \approx \left( \frac{\kappa_{z0}^2 - \Delta\nu_{z0}^2}{\kappa_z^2} \right)^{1/4} \equiv \psi_b, \quad \frac{g}{g_0} \approx \left( \frac{\kappa_{r0}^2 - \epsilon_0 \Delta\nu_{z0}^2}{\kappa_r^2} \right)^{1/4} \equiv \psi_{z1}. \quad (6.4)$$

Dans le cas d'un faisceau à dispersion d'énergie :

$$\frac{g}{g_0} \approx \frac{\kappa_{r0}^2 - \epsilon_0 \Delta\nu_{z0}^2}{\kappa_r^2} \equiv \psi_{z2}. \quad (6.5)$$

Soulignons que  $g$  et  $b$  sont des grandeurs relatives et que, pour  $\psi \approx 1$ , les dimensions sont amorties proportionnellement à  $R$ .

On a considéré deux modèles "extrêmes" de faisceau. Le faisceau réel sera plus complexe. Dans l'injection monotour, l'état initial correspond plutôt à un faisceau symétrique. Si l'injection est multitours, il est utile de modifier l'énergie d'injection de tour en tour et de réaliser les conditions correspondant au deuxième cas, car les oscillations bétatroniques radiales seront petites et la dimension radiale, liée à la dispersion énergétique, est amortie plus intensément (comparer (6.4) et (6.5)). Pour faire les estimations, supposons que le déplacement de l'orbite à l'injection par tour est  $\approx 2 g_{01}$ , où  $2 g_{01}$  - dimensions du faisceau dans l'injection monotour. De plus, admettons que le faisceau est une section approximativement elliptique et que l'amortissement est déterminé par :

$$b = b_0 \psi_b, \quad g = g_0 \psi_g, \quad \psi_g = \left(1 - \frac{1}{\ell}\right) \psi_{g2} + \frac{1}{\ell} \psi_{g1}, \quad (6.6)$$

où  $g_0 = g_{01} \ell$ ,  $\ell$  - nombre de tours d'injection,

$$\ell \approx \begin{cases} \ell & \text{pour une énergie d'injection variable,} \\ 1 & \text{pour une énergie d'injection constante.} \end{cases}$$

La demi-dispersion énergétique est définie par :

$$\frac{\Delta \gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp}} \approx \frac{\Delta \gamma_{\perp 0}}{\gamma_{\perp 0}} - g_{10} (1 - \psi_g) \frac{\mu P}{2}. \quad (6.7)$$

## 7. Champ d'accélération des ions en fonction des paramètres de l'adgésateur

Notre anneau est utilisé par la suite pour l'accélération des ions. Si l'ion se trouve à mi-largeur de la fosse de potentiel

dans les limites du faisceau, le champ d'accélération qu'il subit s'écrit :

$$\mathcal{E}_{\frac{1}{2}\varphi} = \frac{|e| N_e}{\pi R^2 (b+g)} \quad (7.1)$$

Exprimons les paramètres de l'anneau en fonction des données initiales lors de l'injection dans l'adgésateur :

$$\mathcal{E}_{\frac{1}{2}\varphi} = H_s \frac{\sqrt{\gamma_{\perp 0} \nu_0 \Delta \nu_{z0}^2 \frac{(1+\epsilon_0)}{\epsilon_0}}}{\left[ \psi_b + \frac{1}{\epsilon_0 \bar{\nu}} \psi_{\kappa 1} + \frac{(\bar{\nu}-1)}{\epsilon_0 \bar{\ell}} \psi_{\kappa 2} \right]} \quad (7.2)$$

où

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon_{01}}{\bar{\ell}}, \quad \frac{1}{\epsilon_0 \bar{\nu}} = \frac{1}{\epsilon_{01}} \frac{\bar{\ell}}{\bar{\nu}} \quad (7.3)$$

$H_s$  - champ magnétique dans un rayon fini.

Il résulte de l'analyse de (7.2) que dans le cas où le courant de l'injecteur est suffisant et où l'injection est effectuée en un seul tour avec  $\epsilon_0 = \text{const}$ ,  $\Delta \nu_{z0}^2 = \text{const}$ ,  $\gamma_{\perp 0} = \text{const}$ ,

$$\mathcal{E}_{\frac{1}{2}\varphi} = \sqrt{\nu_0} = \sqrt{1_0} \quad (7.4)$$

Cette variation en fonction du carré du courant résulte de ce que, bien que l'on ait d'après (7.1)  $\mathcal{E}_{\text{eff}} \approx N_e$ , la grandeur  $b_0$  qui détermine  $b = b_0 \psi_b$  est proportionnelle à  $\sqrt{N_e}$  dans le dénominateur de (7.1).

Si l'injection est à plusieurs tours mais avec une énergie constante, on aura  $\tilde{l} = l$ , et nous tirons de (7.2) que :

$$\xi_{\frac{1}{2} \approx \phi} = \sqrt{l} \frac{l \sqrt{1 + \epsilon_{01}/l}}{\psi_b + \frac{l}{\epsilon_{01}} \psi_{z1}} \quad (7.5)$$

où  $I_{01}$  - courant d'un tour d'injection.

Pour des valeurs relativement élevées de  $l$  (voisines de 5 ou plus), la valeur  $\xi_{\text{eff}}$  est saturée et n'augmente plus avec  $l$ , car la valeur de  $g$  au dénominateur de (7.1) augmente elle aussi proportionnellement à  $l$ , tout comme  $N_l$ ; on a  $b \rightarrow \text{const} < g$

Lorsque l'énergie d'injection est variable,  $\tilde{l} = l$  et on obtient :

$$\xi_{\frac{1}{2} \approx \phi} = \sqrt{l} \frac{l \sqrt{1 + \epsilon_{01}/l}}{\psi_b + \frac{l}{\epsilon_{01}} \psi_{z1} + \frac{(l-1)}{\epsilon_{01}} \psi_{z2}} \quad (7.6)$$

Ici la saturation se produit plus tard (pour  $l$  grand), puisque pour  $\psi_2 < \psi$  la dispersion énergétique radiale est amortie plus vite que la dispersion radiale liée aux oscillations bétatroniques \*).

---

\*) L'efficacité de l'injection multitours peut être, semble-t-il, quelque peu élevée en augmentant  $\epsilon_{01}$ . Les interactions multi-spires permettront éventuellement de prendre le faisceau mono-spire suffisamment étroit suivant  $r$  et avec une valeur élevée de  $\Delta v_{r0}^2$ .

Rassemblons dans un tableau certains paramètres typiques pour trois cas pris pour  $n_0 = 0,5$ , pour un rayon final  $R = 5$  cm,  $k_z^2 \approx 0,05$  et  $\nu_{z_0} \approx 0,23$  ( $\nu_{z_0}^2 \approx 0,05$ ), obtenus à partir de résultats expérimentaux.

La grandeur  $\mathcal{E}_{\text{dop}}$  figurant au tableau est calculée pour les protons à l'aide de la formule :

$$\mathcal{E}_{\text{dop}} = G \frac{n_0 \gamma_1}{M_p} \mathcal{E}_{1/2} \approx G \frac{\kappa Z}{A} \quad (7.7)$$

où  $A$  - nombre de nucléons de l'ion accéléré,  $Z$  - charge du noyau,  $k \leq 1$  - facteur "de rabotage". Pour les protons  $G \approx 1$ .

TABLEAU 1

$R_0$	$\gamma_{1_0}$	$H$	$\gamma_1$	$I_0$	type d'injection	$\bar{b}_0$	$\bar{g}_0$	$\bar{b}$	$\bar{g}$	$\mathcal{E}_{\text{eff}}^2$	$\mathcal{E}_{\text{dop}}$
37cm	4	$10^4 \text{ oe}$	30	2.100a	à énergie constante	0,9 cm	1,8 cm	0,12 cm	0,17 cm	$310 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$	$5 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$
43cm	7	$2 \cdot 10^4 \text{ oe}$	60	1.200a	à énergie constante	0,6 cm	0,6 cm	0,07 cm	0,03 cm	$1,2 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$	$40 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$
35cm	7	$2 \cdot 10^4 \text{ oe}$	49	5.400a	à énergie variable	0,8 cm	4,0 cm	0,12 cm	0,28 cm	$2,7 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$	$70 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$

Dans les calculs de la vitesse de variation du champ magnétique, pour obtenir le déplacement d'orbite par tour nécessaire, on a utilisé la formule :

$$\dot{R} = \frac{R}{H_0 (1-a)} \left( - \frac{\partial H_0}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{H}_0}{\partial t} \right) \quad (7.8)$$

où  $\bar{H}_s$  - champ moyen sur la circonférence de rayon R. Pour le modèle construit (première ligne du tableau),  $\dot{H}_s \approx 10^9$  oe/sec pendant la période d'injection, ensuite  $\dot{H}_s \approx 5 \cdot 10^7$  oe/sec.

L'accroissement de l'énergie de l'électron par tour est :

$$\Delta(m_e c^2 \gamma_{\perp}) = \frac{|e| \pi R^2}{c} \frac{\partial \bar{H}_s}{\partial t} \quad (7.9)$$

Pour la valeur de travail de  $\dot{H}_s$ , cette grandeur varie pour le modèle dans les limites  $\approx 2,5$  keV  $\div$  25 eV. Les pertes par tour de l'énergie des particules par rayonnement synchrotronique sont sensiblement plus petites.

### 8. Influence des écrans

Dans l'étude précédente, on n'a pas tenu compte de l'influence de l'image du faisceau dans les parois de la chambre. La paroi qui limite radialement la chambre peut introduire l'effet le plus important. Cependant, l'influence de la paroi sera sensible seulement à l'étape initiale de l'enroulement. Compte tenu de l'influence des parois, l'anneau sera stable suivant son grand rayon (ne sera pas attiré par la paroi) si :

$$a < 1 - \frac{\xi(1+\xi)}{2} \cdot \frac{1}{(1-\xi)^2} \mu^{-1-a} \quad (8.1)$$

où  $\xi = \frac{R}{R_e}$ ,  $R_e$  - rayon de la paroi,  $R$  - rayon de l'orbite.



Pour  $\xi = 0,6-0,8$  et  $n = 0,5$ , l'inégalité (8.1) est satisfaite pour les trois cas représentés au tableau 1.

L'écran manifeste évidemment une influence sur les oscillations bétatroniques. Compte tenu de l'écran, les termes correctifs des fréquences varient :

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\nu_z^2)_3 &= \Delta\nu_z^2 [1 - b(b+g)\gamma_{\perp}^2 T_z] , \\ (\Delta\nu_r^2)_3 &= \Delta\nu_r^2 [1 + g(b+g)\gamma_{\perp}^2 T_r] . \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

Ici,  $\Delta\nu_z^2$  et  $\Delta\nu_r^2$  - grandeurs définies dans (5.1) et (4.7). Les coefficients  $T_r$  et  $T_z$  dépendent des facteurs géométriques et du matériau de l'écran.

On donne au tableau 2 les termes correctifs correspondants pour deux valeurs de  $\xi$ , dans le cas des trois variantes représentées au tableau 1.

TABLEAU 2

	$b(b+g)\gamma_{\perp}^2 T_z$		$g(b+g)\gamma_{\perp}^2 T_r$	
$\xi$ variante	0,6	0,8	0,6	0,8
I	0,008	0,06	0,01	0,07
II	0,005	0,035	0,004	0,03
III	0,05	0,35	0,15	1,05

Il apparaît dans ce tableau que la paroi peut être disposée pour  $\xi = 0,8$ . Pour des valeurs rationnelles de  $\xi$ , il faut tenir compte des glissements supplémentaires de fréquence et de la variation de l'adiabacité. Les données citées plus haut ne subissent pas de modifications importantes.

L'augmentation de la fréquence des oscillations axiales constitue un facteur positif, tandis que la diminution de la fréquence radiale n'est pas dangereuse pour l'injection multitours ou, en général, pour des valeurs de  $\varepsilon_0 < 1$  d'un facteur de plusieurs fois, puisqu'alors  $\Delta \nu_r^2$  a une petite valeur (voir (6.3)). En même temps, une certaine diminution de la fréquence radiale initiale peut améliorer l'amortissement de la dimension radiale<sup>\*)</sup>. On a analysé aussi l'influence de l'image du faisceau dans l'injecteur: pour le modèle, l'influence est peu sensible; avec les données représentées au tableau 1, il convient d'effectuer une estimation plus détaillée pour la troisième variante.

## 9. Rôle des résonances

Les résonances radiales ne sont pas très dangereuses, car elles se produisent dans la direction avantageuse : la fréquence des oscillations augmente et la résonance débutante est vite passée, du

---

<sup>\*)</sup> Dans ces considérations, on suppose que l'écran provoque une diminution de la fréquence radiale initiale et non une augmentation de la dimension radiale initiale pour la même fréquence.

fait de l'élargissement du faisceau, car l'influence de la charge d'espace diminue.

Le passage des résonances dans le sens de la diminution de la fréquence allonge l'interaction résonante puisque, du fait de la charge d'espace, la fréquence s'élève lors de l'élargissement du faisceau. Afin d'éviter le passage dangereux des résonances  $z$ , il est convenable d'avoir :

$$0,1 < \nu_z < 0,25 \quad (0,01 < \nu_z^2 < 0,063). \quad (9.1)$$

Ainsi, nous évitons les résonances  $\nu_z = 0,5; 0,33; 0,25$ . Les estimations ont montré que les tolérances sur  $n$  pour le passage de la résonance  $\nu_z = 0,5$ , par exemple, sont difficiles à respecter, mais notre point de travail n'accroche pas cette résonance. La résonance  $\nu_z = \frac{1}{3}$  peut être traversée. Il convient d'estimer aussi l'effet des résonances radiales-axiales mixtes. Dans le cas général, les paramètres du faisceau sont soumis à des limitations assez strictes. Ainsi, dans le cas où  $b_0$  serait initialement  $\sqrt{2}$  fois plus grand que la valeur calculée, la résonance  $\nu_z = 0,5$  se produira. De plus, si l'on tient compte que cette résonance sera traversée en présence d'une valeur forcée de  $\frac{\partial H_s}{\partial t}$ , on peut tenter d'exprimer la tolérance correspondante ( $\delta n_1 < 2 \cdot 10^{-3}$ ).

10. Injection des ions

A la fin du processus de confinement, la source d'hydrogène est mise en oeuvre. Les collisions entre les électrons relativistes et les molécules d'hydrogène forment principalement des ions moléculaires (c'est là le processus le plus probable,  $\sigma \approx 10^{-19} \text{ cm}^2$ , énergie d'ionisation  $\approx 15 \text{ eV}$ ), qui se dissocient en atomes d'hydrogène et en protons au cours des collisions suivantes avec les électrons.

Quel sera le nombre de protons formés en un certain temps ?

Supposons que le temps de remplissage par l'hydrogène du volume de l'anneau :

$$t_v = \frac{a}{V} = \frac{0,1 \text{ cm}}{(10^5 + 10^6) \frac{\text{cm}}{\text{cek}}} \approx 1 + 0,1 \text{ мксек} \quad (10.1)$$

soit très petit par rapport à  $t_z \approx t_u$ , où  $a = \frac{\bar{b} + \bar{g}}{2}$  - rayon moyen de la section de l'anneau,  $V$  - vitesse des molécules d'hydrogène,  $t_g$ ,  $t_u$  - durées caractéristiques de dissociation et d'ionisation.

$$t_u \approx \frac{2\pi R_a^2}{N_e \sigma} \approx (50 + 5) \text{ мксек} \quad (10.2)$$

pour  $N_e = 10^{13} - 10^{14}$ . Pour  $t > t_u$ , nous trouvons :

$$N_p = N_e n_i \frac{P_{\text{hydrogène}}}{760 \text{ mm Hg}} \quad (10.3)$$

où  $N_p$  - nombre de protons,  $n_{i,1} = 6-8$  - nombre d'ions formés par un électron par centimètre de parcours à la pression normale. Si  $t = 50 \mu\text{sec}$ ,  $N_p \approx 10^{-2} N_e$ , on aura  $P_{\text{hydrogène}} \approx 10^{-6} \text{ mmHg}$ . Le processus peut être accéléré dans le cas d'une pression d'hydrogène plus élevée.

Remarquons une particularité. En présence d'ions de fréquence bétatronique, les oscillations seront plus élevées que calculé précédemment. Il peut s'avérer que le déplacement correspondant de la fréquence radiale lors de l'introduction des ions puisse conduire à la traversée de la résonance  $\nu_r = 1$ . Il faut toutefois tenir compte du rôle du tube métallique d'extraction, qui produit un effet de défocalisation radiale. L'étude détaillée de cet effet permettra de savoir si cette dangereuse résonance sera traversée. Dans l'intervalle des rayons dans lesquels s'effectue l'introduction des ions, on peut aussi produire une brusque modification de  $n$  dans l'adgésateur. Cette question requiert une étude particulière.

#### 11. Extraction de l'anneau d'électrons de l'adgésateur

Le champ magnétique de l'adgésateur est formé par un système de spires disposées symétriquement par rapport au plan où se produit le confinement de l'anneau d'électrons. La figure 1 représente le schéma de distribution et les dimensions des spires. La distribution du champ magnétique dans l'adgésateur, engendré par ces spires principales, est représentée sur la figure 2.

Comme il apparaît sur la figure 2, pour extraire l'anneau d'électrons de l'adgésateur il faut surmonter la barrière créée par le champ magnétique croissant. En même temps, il faut conserver la dimension longitudinale du paquet et maintenir les ions.

Dans l'approximation adiabatique, l'équation du mouvement d'une particule suivant l'axe  $z$  s'écrit sous la forme :

$$\frac{d}{dt} (m \cdot \gamma \dot{z}_s) = -\mu \left( \frac{\partial H_z}{\partial z} \right)_s \quad (11.1)$$

$\mu =$  - moment magnétique de la particule,  
 $s$  - indice désignant une particule d'équilibre du paquet. La première intégrale de l'équation (11.1) pour des conditions initiales nulles ( $z = 0, \beta_{z_0} = 0$ ) dans le cas d'un champ magnétique constant non homogène ( $\gamma = \gamma_0$ ) s'écrit :

$$\beta_{z_s} = \beta_{z_0} \sqrt{1 - H_z / H_{z_0}} \quad (11.2)$$

On voit que pour extraire l'anneau d'électrons de l'adgésateur il faut créer un champ magnétique diminuant suivant  $z$ . Il faut prendre les gradients du champ magnétique, tels que les ions ne s'arrachent pas du paquet d'électrons. L'équation du mouvement d'un ion s'écrit:

$$\ddot{z}_i = \frac{e^2 N_e}{\pi H_{z_0} M} \quad (11.3)$$

où  $R, a$  - grand et petit rayons de l'anneau d'électrons,  
 $N_e$  - nombre d'électrons,  $M$  - masse de l'ion. En identifiant (11.1)

et (11.3) ( $\gamma = \gamma_0$ ), estimons les gradients admissibles du champ.

$$\left(\frac{\partial H_z}{\partial z}\right) = \frac{2e^2 N_e H_0}{\pi R_{AM} v_{\perp}^2} \quad (11.4)$$

Afin d'éliminer la barrière de potentiel et d'extraire l'anneau d'électrons, on propose de placer au voisinage du maximum de champ deux spires supplémentaires déconnectées qui peuvent être mises en court-circuit à un moment donné. Ce moment est choisi de telle façon que le champ dans les spires principales augmente encore et que, grâce au champ induit dirigé dans le sens contraire du champ des spires principales, une partie de la barrière magnétique soit enlevée; comme le courant dans les spires principales continue à augmenter, la distribution du champ magnétique nécessaire pour l'extraction apparaît à un certain moment. A partir de ce moment, le courant dans les spires principales cesse de varier et la particule se déplacera dans un champ magnétique constant.

La figure 2 montre que le champ de l'adgésateur tombe très vite à des distances de l'ordre de 20 cm. Pour régulariser la distribution du champ, on propose ici de placer des bobines complémentaires dont le nombre (et le courant) sera déterminé par le gradient du champ requis. Les valeurs des courants dans les spires en court-circuit étaient tirées des équations classiques de l'électricité, compte tenu de tous les coefficients d'induction et de self-induction. Les calculs ont été effectués au moyen d'une calculatrice BESM-4. On s'est arrêté à la variante suivante, qui satisfait les conditions d'extraction et de maintien des ions.

Les spires complémentaires ont un rayon  $R_b = 16$  cm, leurs coordonnées sont :  $z_{b1} = 18$  cm,  $z_{b2} = 22$  cm (les distances sont comptées à partir du plan de symétrie du champ principal). Les bobines complémentaires ont été disposées dans l'intervalle  $z_k = 30$  cm - 50 cm, leur rayon étant  $R_k = 16$  cm. La distribution du champ magnétique en fonction du temps est représentée sur la figure 3, où  $n = \frac{t}{t_1}$  - rapport du temps courant au temps d'enclenchement des spires complémentaires. La fin du processus de confinement de l'anneau correspond à  $n = 1,72$ ;  $t_1 = 200$   $\mu$ sec.

Comme il apparaît sur la figure, à mesure que le champ induit des spires complémentaires augmente, le minimum du champ magnétique se déplace progressivement, la barrière magnétique s'abaisse et, à un certain moment, le champ devient décroissant suivant  $z$ .

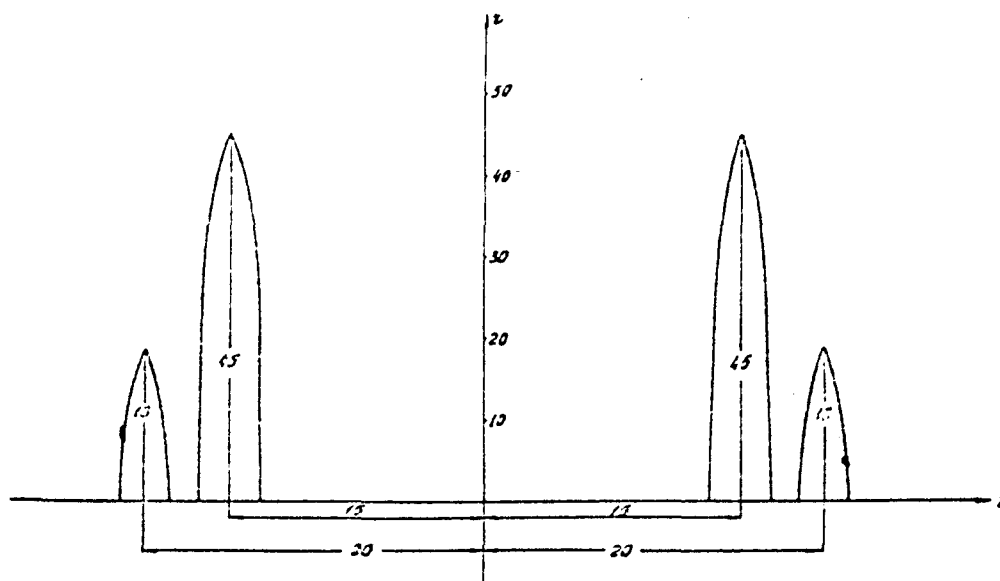
Les résultats de l'intégration numérique de l'équation du mouvement des particules dans un tel champ magnétique variable dans le temps et l'espace ont montré que, pendant que le champ varie encore dans le temps, la particule se déplace avec la fosse de potentiel d'une distance de 10 cm et sa vitesse est très petite ( $\beta_z \approx 10^{-4}$ ). On a représenté sur la figure 3 par des croix les valeurs de la vitesse et les coordonnées d'une particule aux instants correspondants. Ensuite, le champ cesse de varier dans le temps et la particule se déplace dans un champ continu décroissant. Sa vitesse est déterminée par la relation (2). Dans un calcul pour



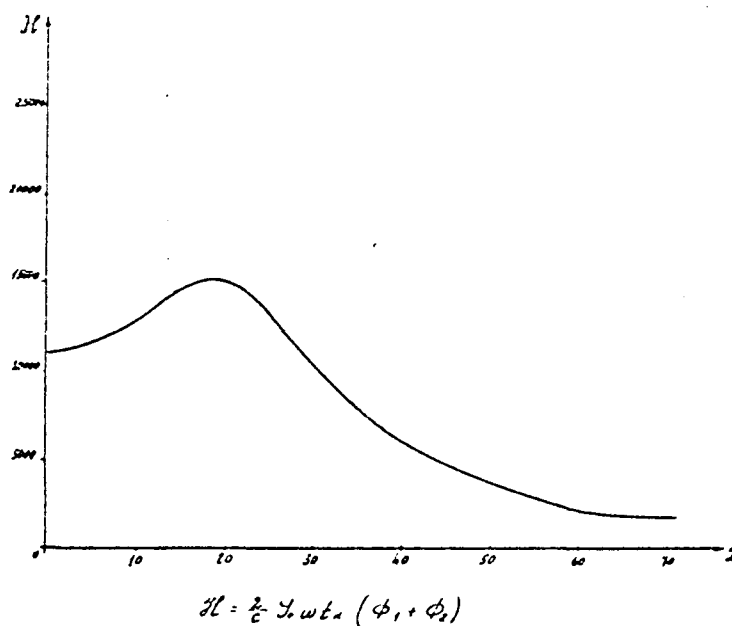
$N_e = 4 \cdot 10^{13}$ , nous obtenons une vitesse finale  $\beta_z \approx 0,3$ . La focalisation au début (jusqu'à 8-10 cm) est obtenue par un champ magnétique non homogène (tant que la fosse de potentiel est conservée). Elle doit ensuite être assurée par des moyens extérieurs.

#### REFERENCES

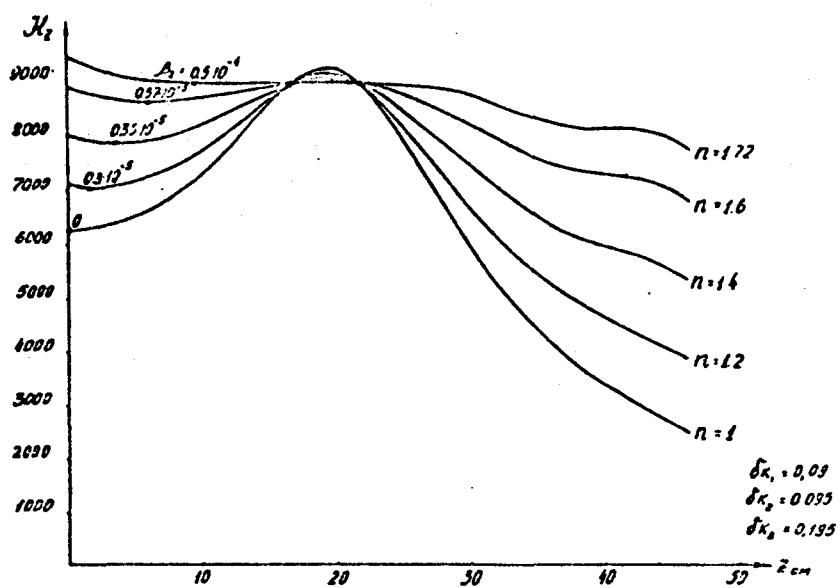
1. a) N.I. Veksler, V.P. Sarantsev, A.G. Bonch-Osmolovsky, G.V. Dolbilov, G.A. Ivanov, I.N. Ivanov, M.L. Iovnovitch, I.V. Kozhukhov, A.B. Kusnetsov, V.G. Makhan'kov, E.A. Perel'shtein, V.P. Rashevsky, K.A. Reshetnikova, N.B. Rubin, S.B. Rubin, P.I. Ryl'tsev, O.J. Yarkovoy: Accélération linéaire collective des ions. Preprint OIYaI P9-3440-2, Dubna, 1967. (en russe).  
b) (mêmes auteurs).  
Collective linear acceleration of ions. Proc. of Sixth Intern. Conf. on high-energy accelerators, Cambridge 1967, p. 289, AE 24, 317 (1968).  
c) (mêmes auteurs).  
Atomnaya Energiya 24, 317 (1968)
2. O.I. Yarkovoy. Preprint OIYaI 2183, Dubna 1964.
3. N.B. Rubin. Preprint OIYaI 2882-2, Dubna 1966.
4. G.I. Budker. Atomnaya Energiya 5, 9 (1956).



1. Schéma de disposition et dimensions des spires principales (représentées schématiquement par moitié).



2. Distribution du champ magnétique dans l'adjuvateur pour  $R = 6 \text{ cm}$ ,  $I_0$  - valeur d'amplitude du courant dans les spires principales de l'adjuvateur,  $\omega$  - fréquence de variation,  $t_k$  - moment terminal de confinement de l'anneau,  $\phi_1$  et  $\phi_2$  - fonctions déterminant la distribution du champ.



3. Distribution du champ magnétique dans l'adgésateur à l'extraction à différents moments,  $\delta k_{1,2,3}$  - rapport des courants dans les spires complémentaires au courant maximal dans les spires principales.