

INSTITUT UNIFIE DE RECHERCHES NUCLEAIRES, DUBNA

Rapport P9 - 4171

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00100569

SYSTEME D'ACCELERATION DES ANNEAUX D'ELECTRONS

CHARGES D'IONS

par

A.G. Bonch-Osmolovskij, G.V. Dolbilov, O.A. Kolpakov,  
A.B. Kuznetsov, V.N. Mamonov, K.A. Reshetnikova,  
N.B. Rubin, S.B. Rubin, V.P. Sarantsev

Dubna, 1968

Traduit au CERN par A. Golovanoff  
(Original : russe)

(CERN Trans. 69-12)

Genève  
Avril 1969

1. Le problème de l'accélération d'un anneau d'électrons chargés d'ions présente de nombreuses particularités /1/.

L'anneau constitue une formation compacte à charge importante et le courant propre, créé par cette charge (de l'ordre de quelques dizaines de ka), charge lourdement le système d'accélération. En termes d'électrodynamique, cela signifie que l'énergie qu'il faut communiquer à l'anneau par unité de longueur représente une part importante de l'énergie de champ extérieur, disponible dans la zone dans laquelle elle peut être reçue par l'anneau. En outre, l'énergie rayonnée par l'anneau lors de la traversée de la structure accélératrice est comparable à l'énergie acquise par l'anneau.

Le mouvement de rotation des électrons provoque un effet sensible "d'alourdissement" de l'anneau. C'est pourquoi l'accélération d'un tel anneau à une vitesse relativiste s'effectue beaucoup plus lentement que l'accélération d'un simple paquet d'électrons de même charge.

Dans l'accélération, l'anneau se polarise et les ions sont accélérés par les forces coulombiennes propres. Ces forces, déterminées par les paramètres de l'anneau, sont limitées; par conséquent, les forces qui accélèrent l'anneau doivent être, elles aussi, limitées.

La structure du système d'accélération a été choisie sur la base de ces considérations et de l'examen des possibilités techniques et économiques.

2. Si les dimensions longitudinales de l'anneau électron-ion restent constantes dans le système de coordonnées liées au mouvement sous l'action de certaines forces externes, une accélération stable des ions par une force constante est possible lors de l'accélération de l'anneau dans un champ électrique longitudinal constant  $\mathcal{E} / 1/$ . Alors, les lois du mouvement longitudinal d'un électron "central" et d'un ion "central" sont de la forme :

$$m_{\perp} \gamma_{\parallel}^3 \ddot{z} = e \left( \mathcal{E} - \frac{N_i}{N_e} \mathcal{E}_k \right) \quad (1)$$

$$M \gamma_{\parallel}^3 \ddot{z} = e \left( \mathcal{E}_k - \mathcal{E} \right), \quad (2)$$

où

$$\mathcal{E}_k = \frac{2e N_e}{\pi r_0 (b_c + g_c)} \Delta, \quad (3)$$

$m_{\perp} = m \gamma_{\perp}$  - masse "alourdie" de l'électron;  $M$  - masse de l'ion,  
 $\gamma_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_z^2}}$ ,  $\gamma_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma_{\parallel}^2 \beta_e^2}}$ ;  $N_e$  - nombre d'électrons dans l'anneau;  $N_i$  - nombre de ions dans l'anneau;  $r_0$  - rayon de l'anneau;  $b_c$  - demi-dimension longitudinale de la section

de l'anneau dans le système lié;  $g_c$  - demi-dimension transversale de la section de l'anneau;  $\Delta$  distance entre les particules "centrales", rapportée à  $b_c$  ( $\Delta \ll 1$ ).

Il ressort des équations (1) et (2) que, dans ce cas, l'accélération de l'anneau dans le système lié au déplacement est constante. On tire de ces équations le champ électrique d'accélération admissible

$$\xi_{\substack{a \\ D}} = \xi_k \frac{m_{\perp}}{M} \cdot \frac{1 + \frac{M}{m_{\perp}} \frac{N_i}{N_e}}{1 + \frac{m_{\perp}}{M}}. \quad (4)$$

Alors, la force qui accélère un électron "central" est :

$$e \xi_k \frac{m_{\perp}}{M} \frac{1 + \frac{N_i}{N_e}}{1 - \frac{m_{\perp}}{M}},$$

tandis que la force qui accélère un ion "central" est  $\frac{M}{m_{\perp}}$  fois plus grande. Il est clair qu'une charge notable de l'anneau d'électrons par des ions (mais quand même avec  $\frac{N_i}{N_e} \ll 1$ ) a une influence insignifiante sur l'efficacité de cette méthode d'accélération.

Comme on l'a déjà remarqué <sup>/2/</sup>, avec nos paramètres  $\xi_D$  est pris dans l'intervalle de 5 kv/cm ( $N_e = 10^{13}$ ) à 70 kv/cm ( $N_e = 10^{14}$ ).

3. Faisons quelques remarques générales sur l'accumulation de l'énergie par un paquet relativiste à charge élevée. Il faut tenir compte que le caractère relativiste du mouvement exige une approche électrodynamique dans le calcul. Donnons d'abord une estimation de puissance dissipée  $J$ , du fait du rayonnement propre du paquet d'électrons, lors de l'accélération, par rapport à l'énergie acquise par unité de temps  $\frac{dE}{dt}$

$$\frac{J}{\frac{dE}{dt}} = \frac{2}{3} \left( \frac{e}{m \gamma_{\perp}} \right)^2 \frac{c N_e \mathcal{E}_D}{c^4} \quad (5)$$

(voir par exemple /3/). Cette relation est de l'ordre de  $10^{-3}$  même pour  $N_e = 10^{14}$ ,  $\mathcal{E}_D = 100$  kv/cm et  $\gamma_{\perp} = 50$ .

Ainsi, il ressort des calculs et des données publiées que la majeure partie des pertes énergétiques est conditionnée par le rayonnement des charges étrangères, excitées par le champ électrique du paquet en mouvement, c'est-à-dire par des rayonnements de type transitoire sur les inhomogénéités dans le canal d'accélération ou de type Čerenkov lors du déplacement dans les structures périodiques. On peut émettre l'hypothèse que ce rayonnement constitue une part importante de la charge sur le système d'accélération et détermine les possibilités d'absorption de l'énergie du champ accélérateur externe par le paquet accéléré. Ainsi, par exemple, dans le cas de l'accélération dans une structure périodique, une interaction considérable avec l'onde accéléra-

trice est possible seulement si les vitesses des phases de l'onde coïncident avec la vitesse du paquet. Mais cela signifie que se trouve remplie, en même temps, la condition de l'excitation d'un rayonnement de Čerenkov sur cette fréquence, engendrée par la charge du paquet en mouvement.

On peut montrer /4/ que lorsque que le paquet entre dans le résonateur cylindrique, le champ extérieur (accélérateur) est excité, "la zone de propagation" des champs engendrés par le paquet au moment où il sort du résonateur est déterminée par les inégalités \*)

$$0 \leq r \leq r_0 + \frac{h}{\beta_z}, \quad 0 \leq z \leq h. \quad (6)$$

où  $h$  - dimension longitudinale du résonateur,  $r_0$  - rayon du paquet, dans le volume restant le champ extérieur reste non perturbé. Ainsi, <sup>dans</sup> le processus d'accélération, ce n'est pas la réserve totale d'énergie dans le volume global du résonateur qui présente de l'importance, mais seulement l'énergie du champ externe, emmagasinée dans cette "zone d'interaction".

---

\*) On suppose que  $\beta_z$  varie peu au cours de la traversée de l'ouverture du résonateur. Cette condition est naturellement satisfaite si  $\beta_z \approx 1$ .

4. L'étude des questions concrètes peut être commodément poursuivie sur deux plans: pour le modèle<sup>d'</sup> installation (c'est-à-dire accélération jusqu'à des  $\gamma_{||}$  peu élevés) et pour le projet d'installation devant permettre d'accélérer les protons jusqu'à  $\gamma_{||} \gtrsim 100$ . Les questions liées à la construction d'un modèle seront considérées du point de vue de la création d'une grande installation.

Les procédés de constructions des systèmes engendrant les champs accélérateurs de paramètres désirés sont bien connus dans la pratique des accélérateurs linéaires classiques. Le caractère spécifique de notre problème, qui réside dans l'accélération d'un anneau d'électrons animés d'un mouvement de rotation à vitesse relativiste, permettrait d'autres solutions présentant des avantages, surtout lorsque le trajet d'accélération est long.

Examinons rapidement les possibilités ouvertes par les systèmes classiques. Comme le montrent les estimations, l'utilisation d'un guide d'ondes diaphragmé à l'étape initiale de l'accélération présente des difficultés même pour le modèle ( $N_e = 10^{13}$ ). On est obligé d'utiliser un guide d'ondes à ralentissement considérable, ce qui pour un rayon d'ouverture de l'ordre du rayon de l'anneau (5 à 6 cm) rend nécessaire et de la longueur d'onde de travail respectivement jusqu'à l'augmentation du rayon du guide d'ondes / 20 et 50 cm / 5 / . De plus, il faut créer des flux d'énergie importants pour satisfaire la condition naturelle qui veut que la réserve

d'énergie par unité de longueur dépasse l'énergie reçue par le paquet par unité de longueur de trajet. Le principal inconvénient du guide d'ondes consiste en ce qu'il n'est pas possible d'y maintenir constante la dimension longitudinale de l'anneau dans son système propre.

Devant les possibilités réduites d'élévation du champ d'accélération moyen et d'augmentation des dimensions du modèle, on n'a pas utilisé des cavités à tubes de drift.

Le système de résonateurs en phase à excitations indépendantes ouvre le plus de possibilités. Dans les intervalles entre les résonateurs, il est possible de prévoir une focalisation qui assure une dimension longitudinale constante du faisceau dans le système propre /6/. En outre, l'existence d'intervalles présente encore une série d'avantages auxquels nous nous arrêterons par la suite. Examinons ce système plus en détail. Les possibilités énergétiques d'un résonateur peuvent être, dans une certaine mesure, illustrées par le tableau 1, où l'on donne les valeurs du coefficient  $\xi$  qui définit le rapport de l'énergie emmagasinée dans la " zone d'interaction " du résonateur cylindrique (déterminée d'après (6)) pour une amplitude donnée  $\xi_A$  à l'énergie qu'aurait acquis le paquet de charge  $eN_e$  dans le cas idéal sur une longueur  $h$  dans un champ  $\xi_A$  (longueur d'onde  $\lambda \gg h$ ) ( $\xi_A = 100$  kv/cm,  $N_e = 10^{13}$ ).



Tableau 1

h (CM)	$\xi$
2,5	0,9
5,0	2,0
7,5	3,5

Le coefficient  $\xi$  est inversement proportionnel à  $N_e$  et directement proportionnel à  $\frac{1}{\omega} A$ . Comme il est clair que dans la "zone d'interaction" l'énergie du champ extérieur est complètement consommée, on a examiné dans /4/ le déplacement du paquet dans le cas où le membre de droite des équations du mouvement contient, en plus de la force d'action du champ magnétique, la "force d'autoaction" exercée par le champ induit par le paquet \*); il s'agit du "déclin" du champ accélérateur. Cette question est aussi étudiée dans /8/.

Considérons le système physique clos constitué d'un champ électro-magnétique transversal, engendré dans le volume du résonateur ( volume des oscillations libres dans le résonateur) et traversant le volume du paquet d'électrons, ainsi que du champ engendré par ce paquet aussi bien du fait de l'accélération que du fait de la non homogénéité spatiale du système. Pour décrire le comportement de ce système, on utilise la méthode hamiltonienne et l'on tient compte des

---

\*) La méthode de détermination des pertes d'énergie et du champ engendré par un paquet d'électrons relativistes dans une zone cylindrique fermée est exposée dans /7/.

conditions initiales pour les oscillateurs des champs et le mouvement du paquet. Alors, il ressort de la condition de conservation de l'hamiltonien total  $\mathcal{H}$  du système comment s'effectue le prélèvement de l'énergie du résonateur excité initialement par des sources externes : à mesure que le paquet se déplace, il se produit une redistribution de l'énergie entre l'ensemble des parties de  $\mathcal{H}$ . En même temps, "l'amplitude des oscillations" diminue ainsi que l'énergie de l'oscillateur, qui a été excité par des sources externes, tandis que les autres oscillateurs sont excités. On peut encore remarquer que le champ statique des charges qui apparaissent sur les parois internes de la cavité introduit une irrégularité supplémentaire du mouvement du paquet. Les "forces d'autoaction" entraînent, toutefois, certaines difficultés liées aux renormalisations.

On a effectué les calculs de la distribution d'énergie dans l'approximation d'un déplacement donné de la charge afin de déterminer les champs excités. On tenait compte alors que pour des  $\gamma_{||}$  ( $\gamma_{||} \approx 1$ ) peu élevés, les champs excités de fréquence relativement peu élevée apportent une contribution importante à la force de freinage; un argument complémentaire en faveur de cette hypothèse réside dans la considération phénoménologique de l'influence de l'orifice d'entrée et de l'orifice de sortie de la cavité, qui provoque la coupure de la partie HF du spectre du champ excité.

Avec ces approximations, le champ de freinage, engendré par les courants induits à l'endroit où passe la charge (le paquet chargé est considéré sous la forme d'un anneau fin de rayon  $r_0$ ) peut être représenté approximativement sous la forme

$$\mathcal{E}_z = - \frac{2\pi e N_e \beta_z}{a h} \sum_{\ell=1}^{\ell_m} J_0^2 \left( \frac{\nu_\ell r_0}{a} \right) \sin \left( \frac{\nu_\ell r_0}{a} \cdot \frac{z}{r_0 \beta_z} \right), \quad (7)$$

où  $a$  - rayon de la cavité cylindrique,  $h$  - longueur,  $\nu_\ell$  - racines de  $J_0(\xi) = 0$ . On néglige ici les harmoniques longitudinales supérieures, et  $\ell_m \approx 20$ . En substituant (7) dans l'équation qui décrit la variation de l'énergie, on obtient la loi de variation de  $\gamma_{||}$  lors de la traversée de la cavité cylindrique :

$$\Delta \gamma_{||} = \frac{e \mathcal{E}_z h}{m_\perp c^2} J_0 \left( \frac{\nu_1 r_0}{a} \right) \frac{\sin \frac{\nu_1 h}{2a\beta_z}}{\frac{\nu_1 h}{2a\beta_z}} \cos \phi \left\{ 1 - \frac{c N_e}{\mathcal{E}_z^2 J_0^2 \left( \frac{\nu_1 r_0}{a} \right) \cos \phi} \frac{1}{\sin \frac{\nu_1 h}{2a\beta_z}} \int_0^{x_m} J_0^2(x) \frac{\sin^2 \alpha x}{(\alpha x)^2} dx \right\}, \quad (8)$$

où  $\phi$  = phase du champ extérieur au moment où le paquet passe par le centre de la cavité du résonateur,  $x_m \approx 5,5$ ,  $a = \frac{h}{2 r_0 \beta_z}$ . Dans (8) la somme est remplacée par l'intégrale.

On donne aux tableaux 2 et 3 les résultats des calculs effectués selon cette formule pour l'étape initiale d'accélération  $\beta_z = 0,5$  ( $a = 75$  cm,  $r_0 = 5$  cm,  $h = 5$  cm,  $\lambda = 200$  cm) respectivement pour  $N_e = 10^{13}$ ,  $\gamma_\perp = 30$  et  $N_e = 10^{14}$ ,  $\gamma_\perp = 50$ . On trouvera au tableau 4 le résultat du calcul de l'assortiment d'énergie dans le modèle de dispo-

sitif comportant 4 résonateurs,  $\bar{\mathcal{E}}_A = 150 \text{ kv/cm}$ . Dans ces tableaux  $\gamma_H$  correspond au moment de l'entrée de la charge dans le résonateur,  $\gamma_k$  - au moment de la sortie. La grandeur  $\Delta \gamma_{\parallel \text{id.}}$  était calculée selon la formule  $\Delta \gamma_{\parallel \text{id.}} = \frac{e \bar{\mathcal{E}}_A h}{m_{\perp} c^2}$  (c'est-à-dire que l'on supposait que

$$J_0\left(\frac{v_1 r_0}{a}\right) \frac{\sin \frac{v_1 h}{2 a \beta_z}}{\frac{v_1 h}{2 a \beta_z}} \cos \varphi = 1),$$

et la grandeur  $\eta$  - selon la formule

$$\eta = \frac{\Delta \gamma_{\parallel}}{\Delta \gamma_{\parallel \text{id.}}} = 1 - \frac{e N}{\bar{\mathcal{E}}_A r_0^2} \int_0^{5.5} x J_0^2(x) \frac{\sin^2 a x}{(a x)^2} dx$$

Tableau 2

$\bar{\mathcal{E}}_A \frac{\text{KV}}{\text{CM}}$	100	150
$\Delta \gamma_{\parallel}$	0,022	0,038
$\Delta \gamma_{\parallel \text{id.}}$	0,033	0,050
$\eta \%$	68%	79%
$\xi$	2,0	3,0

Tableau 3

$\bar{\mathcal{E}}_A \frac{\text{KV}}{\text{CM}}$	450	600
$\Delta \gamma_{\parallel}$	0,026	0,056
$\Delta \gamma_{\parallel \text{id.}}$	0,089	0,119
$\eta \%$	29%	47%
$\xi$	0,9	1,2

Tableau 4

numéro du résonateur	$\gamma_H$	$\gamma_L$	$\eta$
1	1,154	1,193	79%
2	1,193	1,232	78%
3	1,232	1,271	77%
4	1,271	1,310	77%

Comme il apparaît au tableau 4,  $\eta$  est pratiquement constant dans le cas considéré. La courbe de la figure 1 représente  $\xi_z$  - composante du champ excité par le paquet annulaire à l'endroit où il se trouve ( $N_e = 10^{13}$ ,  $r_0 = 5$  cm). Au maximum, le champ atteint 50 kv/cm. On a effectué aussi une évaluation en seconde approximation (compte tenu de la non-uniformité du déplacement du paquet) qui n'a pas donné de corrections sensibles.

Il résulte des calculs précédents que avec des  $\gamma_{||}$  modérés, les résonateurs constituent un système adéquat pour l'accélération de paquets ayant un nombre  $N_e \approx 10^{14}$ .

5. La principale particularité des formules de calcul pour les cas considérés est que la contribution essentielle de la "force" de freinage est apportée par les champs excités, de fréquence relativement peu élevée. Déjà, par exemple, la présence des orifices d'entrée et de sortie du résonateur de rayon  $r$  fait que la grandeur des composantes de fréquence des champs excités par le paquet diminue avec l'augmen-

tation de la fréquence proportionnellement à

$$\exp\left[-\frac{\omega}{c\beta_z \gamma_{||}}(r-r_0)\right]. \quad (9)$$

Lorsque l'on aborde l'étape suivante - valeurs élevées  $\gamma_{||}$ , la contribution des fréquences supérieures apparaît. Cela ressort clairement de (9). C'est pourquoi la dépendance entre le champ total d'excitation et la grandeur  $\gamma_{||}$  est du plus grand intérêt pour l'ensemble des questions considérées. On trouve de nombreuses données publiées sur le rayonnement des particules et des paquets chargés se déplaçant selon une loi donnée au voisinage des inhomogénéités spatiales (voir /9,10,11/). Toutefois, les solutions montrent qu'il n'existe pas de dépendance de  $\gamma_{||}$  complètement déterminée, valable dans la majeure partie des cas. Souvent, on obtient seulement des évaluations asymptotiques qui montrent que pour un type donné d'inhomogénéités la croissance du rayonnement est plus lente, par exemple, qu'une fonction linéaire de  $\gamma_{||}$  /9/ ou que  $\ln \gamma_{||}$  /4/ (dans le cas d'un résonateur fermé).

On donne, dans la référence /12/, la solution exacte du problème du rayonnement d'un fil chargé en mouvement le long d'un système de demi-plans et l'on montre que, dans ce cas, le rayonnement par unité de structure est inversement proportionnel à  $\gamma_{||}$ . Le travail /13/ est consacré à une tentative d'obtenir schématiquement l'estimation asymptotique du rayonnement lors de la traversée du résonateur à entrée et sortie par une charge et le résultat obtenu est proportionnel à  $\sqrt{\gamma_{||}}$ .

Toutefois, il faut remarquer que les estimations numériques pour les valeurs limites admissibles de  $\gamma_{||}$  dans /13/ sont assez fortement réduites du fait du choix erroné de l'intervalle de fréquences dans lequel les approximations effectuées sont valables : dans le domaine considéré, on doit avoir  $\frac{\lambda}{2\pi} < \frac{r}{\gamma_{||}}$ , où  $\lambda$  - longueur d'onde du rayonnement,  $r$  - rayon du tube d'entrée. En outre, la méthode de calcul approché dans la forme où elle est exposée dans /13/ ne permet pas de distinguer les deux aspects du problème : passage du paquet avant et après un résonateur dans un tube ou passage à travers un système de plaques à orifices. Et comme dans /13/ le problème à symétrie cylindrique est dérivé du problème plan, le résultat obtenu est en contradiction avec le résultat exact trouvé dans /12/.

De nombreux résultats constituent des solutions valables seulement dans certains intervalles de fréquences, tandis que la détermination des pertes requiert la connaissance du spectre tout entier. Les solutions que nous connaissons ont été obtenues, en général, dans l'approximation d'une source en mouvement uniforme (sans tenir compte de la réaction du rayonnement sur la source) et avec un temps de déplacement considéré infini. Toutes ces questions demandent encore à être étudiées. Le problème du rayonnement dans un résonateur pour des valeurs élevées de  $\gamma_{||}$  a été examiné plus en détail. On peut voir clairement sur cet exemple le caractère insuffisant de certaines estimations maximales /7/.

La formule des pertes totales s'écrit (paquet ayant la forme d'un disque de rayon  $r_0$ )

$$W = \frac{64}{\pi^4} \frac{(eN_0)^2 \beta_z^2 h^3}{a^2 r_0^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\epsilon_m J_1^2(\nu_l \frac{r_0}{a})}{J_1^2(\nu_l) \left[ \left( \frac{\nu_l h}{\pi a} \right)^2 + \left( \frac{m}{\gamma_{||}} \right)^2 \right]} \sin^2 \left[ \frac{\pi}{2\beta_z} \left( \sqrt{\left( \frac{\nu_l h}{\pi a} \right)^2 + m^2} - \beta_z m \right) \right], \quad (10)$$

où  $\epsilon_0 = 1$ ,  $\epsilon_m = 2$  pour  $m \neq 0$ ,  $\nu_l$  - racines de  $J_0(\xi) = 0$ . Une estimation naturelle pour (10) consiste à remplacer  $\sin^2 \left[ \frac{\pi}{2\beta_z} \left( \sqrt{\left( \frac{\nu_l h}{\pi a} \right)^2 + m^2} - \beta_z m \right) \right]$  par sa valeur moyenne. Alors le seul facteur dépendant de  $m$  parmi les termes de la somme est la grandeur  $\left[ \left( \frac{\nu_l h}{\pi a} \right)^2 + \left( \frac{m}{\gamma_{||}} \right)^2 \right]^{-2}$ . Lorsque  $\gamma_{||}$  est grand pour les valeurs  $m = 1, 2, \dots, m_0$ , où  $m_0 \cong \gamma_{||}$ , ce facteur ne dépend pratiquement pas de  $m$ , puis diminue rapidement comme  $\left( \frac{m}{m_0} \right)^4$ . Ainsi, dans la somme (10) les  $m_0$  premiers termes sont pratiquement identiques. Il en résulte une estimation : les pertes totales du paquet lors de la traversée du résonateur augmentent proportionnellement à  $\gamma_{||}$

Toutefois, une estimation plus précise de l'expression (10)\*/, obtenue en considérant que dans un grand intervalle de valeurs de  $l$  et  $m$ , s'élargissant avec l'augmentation de  $\gamma_{||}$ , l'argument du sinus est :

$$\frac{\pi}{2\beta_z} \left( \sqrt{\left( \frac{\nu_l h}{\pi a} \right)^2 + m^2} - \beta_z m \right) \ll 1,$$

montre que  $W$  ne dépend pratiquement pas de  $\gamma_{||}$  dans le domaine relativiste.

---

\*/ Une étude analogue par des procédés un peu différents a fait l'objet du travail /14/.



Ainsi, l'utilisation d'un résonateur en tant que structure de base du système accélérateur semble adéquate du point de vue des possibilités énergétiques. On peut encore remarquer que pour une installation de grande dimension le système accélérateur constitue pratiquement une structure périodique (résonateurs-guides d'ondes dans les intervalles). Les pertes d'énergie par le paquet dans la structure périodique doivent avoir un caractère résonnant <sup>/15/</sup>. Dans la référence <sup>/16/</sup> on trouvera l'estimation des pertes par rayonnement dans un tel système, il est vrai pour un spectre de fréquences incomplet. Par comparaison aux pertes dans un seul résonateur, les pertes résonnantes dans la structure se révèlent  $\frac{D}{d}$  fois plus petites ( $\frac{D}{d} > 1$  - facteur d'utilisation). Il est important que ces pertes ne dépendent pratiquement pas de  $\gamma_{||}$  non plus. Ce résultat peut être comparé, dans une certaine mesure, aux pertes d'énergie du paquet se déplaçant dans un canal percé dans un diélectrique à l'intérieur d'un guide d'ondes métallique <sup>/17/</sup>. L'estimation montre que dans ce cas il n'y a pas de relation intense entre les pertes et la grandeur  $\gamma_{||}$  pour les valeurs élevées de cette dernière.

Si nous revenons aux données des tableaux 2 - 4, nous remarquons que pour assurer un meilleur approvisionnement en énergie ( $\xi$  plus élevé), il faut prendre  $\xi_A$  le plus grand possible, mais alors  $\xi_A - \xi_T \gg \xi_D$ , où  $\xi_T$  - champ de freinage excité, c'est-à-dire que l'accélération dépasse de beaucoup la valeur admissible. Faire correspondre le champ d'accélération avec la valeur admissible en choisissant la phase adéquate du champ au moment du passage du paquet contre-

dirait évidemment les conditions d'approvisionnement énergétiques, puisque, dans ce cas, l'énergie dans le résonateur au moment du passage se trouve concentrée dans le champ magnétique, c'est-à-dire à l'extérieur de la région où passe le paquet. Pour éviter cette contradiction, on peut construire un système d'accélération combinée en utilisant les propriétés du paquet accéléré. Nous en parlerons par la suite.

6. Examinons maintenant l'accélération de l'anneau dans un champ décroissant longitudinal à symétrie axiale /1/. Dans ce cas, l'énergie emmagasinée par le mouvement de rotation de l'anneau se transforme en mouvement de progression.

Les équations du mouvement d'un électron d'un tel champ s'écrivent

$$\dot{r} = r\dot{\theta} \left( \dot{\theta} + \frac{e B_z}{m \gamma c} \right) , \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} \left( m \gamma r^2 \dot{\theta} + \frac{e}{c} \int_0^r B_z \xi d\xi \right) = 0 , \quad (12)$$

$$\dot{z} = - \frac{e B_z}{m \gamma c} r \dot{\theta} \frac{B_r}{B_z} \quad (13)$$

Lorsque la condition suivante est satisfaite :

$$\left| \gamma \frac{r}{B_z} \frac{\partial B_z}{\partial z} \right| = \epsilon \ll 1, \quad \left| \gamma \frac{r^2}{B_z} \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} \right| \leq \epsilon^2, \quad (14)$$

ce qui correspond à l'approximation de drift, les équations du mouvement admettent, dans une approximation linéaire suivant  $\epsilon$ , une solution de la forme :

$$\dot{\theta} = - \frac{e B_z}{m \gamma c}, \quad (15)$$

$$r = r_0 \sqrt{\frac{B_z - \frac{\bar{B}_z}{2}}{B_z - \frac{\bar{B}_z}{2}}}, \quad \bar{B}_z = \frac{2}{r_0^2} \int B_z \xi^2 d\xi, \quad (16)$$

$$\ddot{z} = r^2 \theta^2 \frac{1}{2B_z} \frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z}. \quad (17)$$

Dans un champ qui s'écarte peu de l'homogénéité,

$$r = r_0 \sqrt{\frac{B_z}{B_z}}, \quad p_\theta = p_{\theta_0} \sqrt{\frac{B_z}{B_z}} \quad (p_\theta = m \gamma r \dot{\theta}). \quad (18)$$

Si la condition bétatronique est satisfaite

$$B_z = \frac{\bar{B}_z}{2} + \text{const} \quad (19)$$

$$r = r_0 \cdot p_\theta = p_0 \frac{B_z}{B_{z_0}} \quad (20)$$

Si l'on tient compte maintenant que le mouvement longitudinal de l'anneau doit satisfaire la condition d'une accélération constante dans le système de coordonnées lié, on obtient aisément les expressions suivantes pour la loi de variation du champ magnétique longitudinal, valables pour  $\frac{N_1}{N_e} \ll 1$  et  $\frac{N_1 \beta \theta_1}{N_e \beta \theta_e} \ll 1$ .

Dans le cas d'un champ presque homogène

$$\frac{B_z}{B_{z_0}} = \frac{1}{\gamma_0^2 \beta_0^2} \left\{ \frac{\gamma_0^2 \left[ 1 + \frac{N_1 M}{N_e m_{10}} \left( 1 - \frac{e \mathcal{E}_0 (z-z_0)}{m c^2 \gamma_0} \right)^2 \right]}{\left[ 1 + \frac{N_1 M}{N_e m_{10}} + \frac{e \mathcal{E}_0 (z-z_0)}{m c^2 \gamma_0} \right]^2} - 1 \right\} = \left[ 1 - 2 \frac{e \mathcal{E}_0 (z-z_0)}{m c^2 \gamma_0} - \frac{1}{\gamma_0^2 \beta_0^2} \right] \quad (21)$$

ce qui est vérifié pour

$$\frac{e \mathcal{E}_0 (z-z_0)}{m c^2 \gamma_0} \ll 1$$

Avec la condition de 2 : 1 (condition bétatronique)

$$\frac{B_z}{B_{z_0}} = \sqrt{\frac{1}{\gamma_0^2 \beta_0^2} \left\{ \frac{\gamma_0^2 \left[ 1 + \frac{N_1 M}{N_e m_{10}} \left( 1 - \frac{e \mathcal{E}_0 (z-z_0)}{m c^2 \gamma_0} \right)^2 \right]}{\left[ 1 + \frac{N_1 M}{N_e m_{10}} + \frac{e \mathcal{E}_0 (z-z_0)}{m c^2 \gamma_0} \right]^2} - 1 \right\}} = \left[ 1 - \frac{e \mathcal{E}_0 (z-z_0)}{m c^2 \gamma_0} - \frac{1}{\gamma_0^2 \beta_0^2} \right] \quad (22)$$

Ici le paramètre  $\xi_0$  est tiré de la condition de rétention des ions ; il est égal à  $\xi_D \left(1 + \frac{m \perp}{M}\right)$ , où  $\xi_D$  est tiré de (4) dans  $\gamma_{\perp} = \gamma_{\perp 0}$ . Les formules (21) et (22) s'appliquent seulement dans la région où la variation du champ n'est pas trop élevée (d'un facteur 2 à 3 ou plus). Dans ces champs, les particules en équilibre décrivent des hélices. L'angle de l'hélice est :

$$\alpha = \text{arc tg } \frac{\beta_{\theta}}{\beta_z} \approx \frac{1}{\gamma_{\parallel}} \quad (\text{при } 1 \ll \gamma_{\parallel} \ll \gamma). \quad (23)$$

Le fait que l'angle de l'hélice soit petit lorsque  $\gamma_{\parallel}$  est suffisamment grand peut, semble-t-il, être utilisé pour fixer le solénoïde central satisfaisant la condition 2 : 1.

Le déplacement des particules qui s'écartent de l'orbite d'équilibre est décrit par l'équation classique

$$\ddot{\rho} + \theta^2 \rho = 0 \quad (24)$$

Il apparaît que l'amplitude des oscillations radiales libres varie suivant la loi

$$a_{\rho} = a_{\rho_0} \sqrt{\frac{B_{z_0}}{B_z}}. \quad (25)$$

Il est clair que si un anneau accéléré au préalable tombe dans un champ magnétique croissant, il commence à être freiné et l'énergie du mouvement de progression se transforme en énergie de rotation.

7. Considérons maintenant le système qui met à profit les propriétés décrites précédemment des champs magnétiques longitudinaux croissants et décroissants, en conjonction avec un système de résonateurs en phase à effet accélérateur /1/. Ce système présente la structure suivante. Dans les intervalles entre les résonateurs, le champ longitudinal décroît linéairement et l'anneau est accéléré au détriment de l'énergie du mouvement de rotation. A l'intérieur du résonateur, on crée un champ magnétique longitudinal croissant dont la configuration est telle que l'énergie communiquée à l'anneau dans le résonateur se transforme pour l'essentiel en mouvement de rotation et contribue pour une partie seulement, correspondant à l'accélération admissible, au mouvement de progression. De plus, le champ magnétique longitudinal à la sortie du résonateur est le même, ainsi que l'impulsion azimutale.

Dans les résonateurs le paramètre adiabatique est :

$$\epsilon_p = \left| \chi_{||} \frac{r}{B_z} \frac{dB_z}{dz} \right| = \left| \frac{G_A}{B_z} \right| \ll 1 \quad (26)$$

où  $G_A$  - amplitude du champ dans le résonateur.

Dans ce système, le champ magnétique longitudinal doit satisfaire la condition

$$\mathcal{E}_0 = -\frac{1}{2} r_0 \beta_{\theta_0} \gamma_{||0} \gamma_{||} \frac{\partial B_z}{\partial z} + \mathcal{E}_A f \cos \Omega t \quad (27)$$

où  $f$  - fonction reflétant la configuration de la composante  $z$  du champ électrique dans le résonateur,  $\Omega$  - fréquence dans le résonateur. Il en résulte

$$r_0 [ B_z(z) - B_z(z_0) ] = \frac{2}{\gamma_{||}} [ -\mathcal{E}_0 z - \mathcal{E}_A \int_{z_0}^z f \cos \Omega t d\xi ] \quad (28)$$

avec

$$B_z(z_2) = B_z(z_0) \quad (29)$$

$z_0$  correspond à l'entrée de l'intervalle et  $z_2$  à l'entrée de l'intervalle suivant, c'est-à-dire à la sortie du résonateur.

8. Dans l'approximation linéaire, le mouvement longitudinal dans un tel système sera décrit par l'équation (1) avec  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$ , tirée de (27), et le mouvement radial par l'équation

$$\rho'' + \frac{1}{\gamma_{||}^2 \beta_z^2} \rho = \frac{1}{\gamma_{||}^2 \beta_z^2} \left[ \frac{1}{\gamma_{||}} (\epsilon_0 z - \epsilon_p \int_{z_0}^z f \cos \Omega t d\xi) + \frac{\gamma_{||} r_0}{2} \epsilon_p (\beta_z \kappa \bar{r} \sin \Omega t - r_0 \frac{\partial \bar{r}}{\partial z} \cos \Omega t) \right] \quad (30)$$

où  $k = \frac{2\pi r_0}{\lambda}$ ,  $\lambda$  = longueur d'onde du champ accélérateur,  $f^- = \frac{2}{r_0} \int_0^{r_0} r dr$ ,  
 $\varepsilon_0 = \frac{\xi_0}{B_{z0}}$ ,  $\varepsilon_p = \frac{\xi_A}{B_{z0}}$ . La solution de cette équation peut être  
représentée sous la forme de la somme de la solution particulière de  
l'équation, avec un membre de droite satisfaisant les conditions

$$\rho(z_0) = \rho(z_2) \quad \text{et} \quad \rho'(z_0) = -\rho'(z_2) \quad , \quad (31)$$

qui décrit l'orbite, et de la solution générale de l'équation homogène,  
qui décrit les oscillations libres autour de cet orbite.

Les conditions du mouvement adiabatique ne sont pas remplies  
seulement dans les régions d'entrée et de sortie du résonateur.

Représentons  $f$  sous la forme  $f = \sigma(z - z_1) + \sigma(z_2 - z) - 1$   
et, donc,  $\frac{\partial f}{\partial z} = \delta(z - z_1) - \delta(z - z_2)$ , où  $z_1$  correspond à l'entrée  
du résonateur. Alors on obtient aisément la solution qui décrit l'orbite.  
Cette solution s'écrit sous une forme assez volumineuse, mais ses relations  
principales peuvent s'écrire :

$$\rho_1 = \frac{r_0}{\gamma_{||}} \varepsilon_A \frac{\frac{z_n}{2r_0 \gamma_{||} \beta_x}}{\sin \frac{z_n}{2r_0 \gamma_{||} \beta_x}} F \quad (32)$$

où  $F \approx 1$  - fonction dépendant de  $z$  et des paramètres du système d'accé



intégrale (28) - (29) est seul exigé ici. Pour  $\gamma_{||} \approx 50 - 100$ ,  $T$  est beaucoup plus grand que le temps de traversée de la période de la période du système. Dans ce cas, il est clair qu'aucune modulation du champ de guidage n'est exigée et que l'accélération discrète est équivalente à une accélération continue. Les oscillations de bruit, dues à la forme discrète, seront semble-t-il peu élevées.

10. A l'étape terminale d'accélération, il est possible d'utiliser l'accélération dans un champ magnétique décroissant, peut-être avec  $r$  constant (condition de  $2 + 1$  et noyau central).

En conclusion, on peut dire que le système à champ modulé permet de réduire considérablement la longueur de la partie initiale de l'accélérateur (pour  $\gamma_{||} \leq 100$ ), et la possibilité d'engendrer dans ce cas un champ plus grand dans les résonateurs facilite la mise au point, puisque la descente relative du champ dans les résonateurs sera plus petite.

REFERENCES

- 1 a V.I. Veksler et al: Collective linear acceleration of ions. 6th International Conference on high energy Accelerators, p. 289 (1967)
- 1 b V.I. Veksler et al: Kollektivnoe linejnoe uskorenie ionov. Preprint JINR P-3440-2, Dubna 1967; Atomnaya Energiya 24, 317 (1968)
- 2 Ivanov I.N. et al: Problèmes du mouvement des particules dans l'adgésateur. Preprint JINR P9-4132, Dubna 1968. Traduit au CERN (CERN/trans. 69-10)
- 3 Dzhekson Dzh.: Klassicheskaya Elektrodinamika, Moscow, p. 516 (1965)
- 4 Rubin S.B., Mamonov V.N.: Ob uskorenii relativitstskogo sgustka s bol'shim zaryadom v rezonatore. Preprint JINR 9-3346-2, Dubna 1967
- 5 Selivanov N.P., Fajnberg Ya.B. : O vozmozhnosti primeneniya linejnogo uskoritelya s begushchej volnoj dlya uskoreniya tyazhelykh chastits. Teoriya i roshet linejnykh uskoritelej. Moscow 1962
- 6 Bonch-Osmolovskij A.G. et al: Fokusirovka zaryazhennogo elektronogo kol'tsa v linejnom kollektivnom uskoritele ionov. Preprint JINR P9-4135, Dubna 1968. Traduit au CERN (Trans. 69-8: Focalisation des anneaux d'électrons chargés dans l'accélérateur linéaire collectif.
- 7 Kolpakov O.A., Kotov V.I.: Izluchenie zaryada, proletayushchego cherez tsilindricheskogo rezonator. Zh.T.F. 34, 1387 (1964). Translated in Soviet Physics-Technical - Technical Physics, vol. 9 N° 8, 1072 (1965).
- 8 Symposium on electron ring accelerators, USA, Berkeley, pp 24, 34, 363, 365 (1968)
- 9 Bolotovskij B.M., Voskresenskij G.V., Difraktsionnoe izluchenie UFN 88, 209 (1966). Translated in Soviet Physics Uspekhi, vol. 9, N° 1, 73 (1966)
- 10 Dnestrovskij Yu.N., Kostomarov D.P.: Izluchenie ul'trarelyativistskikh zaryadov pri prolete cherez krugloe otverstie v ekrane. DAN SSSR 124, 1026 (1959). Transl. in Soviet Physics Doklady, vol. 4, N° 1, 158 (1959)
- 11 Gilinskij I.A. : Izluchenie chastitsy, proletayushchej mimo klinovidnogo metallicheskogo ekrana. DAN SSSR, 150, 767 (1963) Transl. in Soviet Physics Doklady, vol. 8, N° 6, 561 (1963)

- 12 Bolotovskij B.M. : Izluchenie zaryazhennykh chastits v periodicheskikh strukturakh. UFN, 94, 377 (1968). Transl. in Soviet Physics Uspekhi, vol. 11, N° 2, 143 (1968)
- 13 Lawson J.C. : Radiation from a ring charge passing through a resonator. RHEL/ML44, April 1968.
- 14 Orlov L.K., Ryabtsov A.V. Sbornik : Elektrofizicheskaya apparatura. (6th edition, 1967)
- 15 Akhiezer A.I., Lyubarskij G.Ya., Fajnberg Ya.B.: Ob izluchenii zaryazhennoj chastitsy, dvizhuschchejsya cherez svyazannye rezonatory. Zh.T.F. XXV, 2526 (1955)
- 16 Kolpakov O.A., Kotov V.I, Om San Kha: Rasprostranenie medlennykh elektromagnitnykh voln v strukturnom volnovode i izluchenie zaryada, proletayushchego po ego osi. Zh.T.F. XXXV, 26 (1965).  
Transl. in Soviet Physics-Technical Physics vol.10, N° 1, 18 (1965)
- 17 Bolotovskij B.M.: Teoriya efekta Vavilova-Cherenkova (III) UFN LXXV, 295 (1961).  
Transl. in Soviet Physics-Uspekhi, vol. 4, N° 5, 781 (1962).

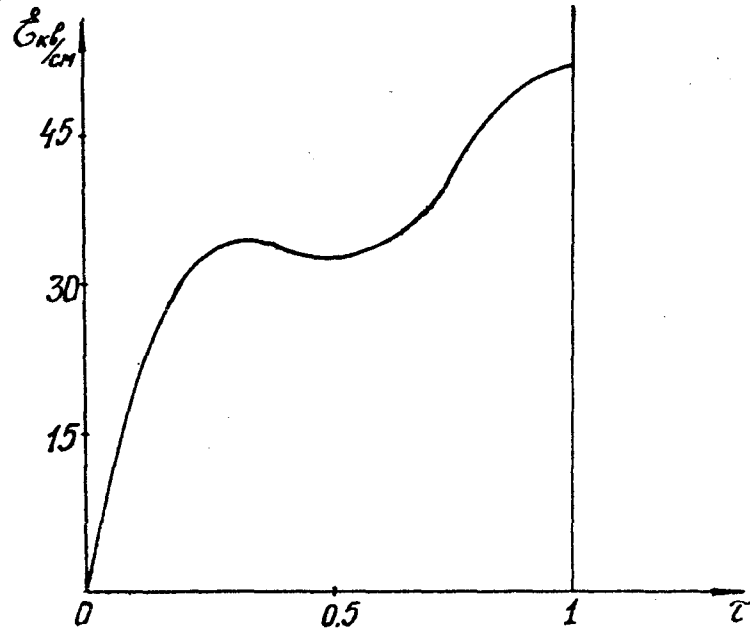


Fig. 1

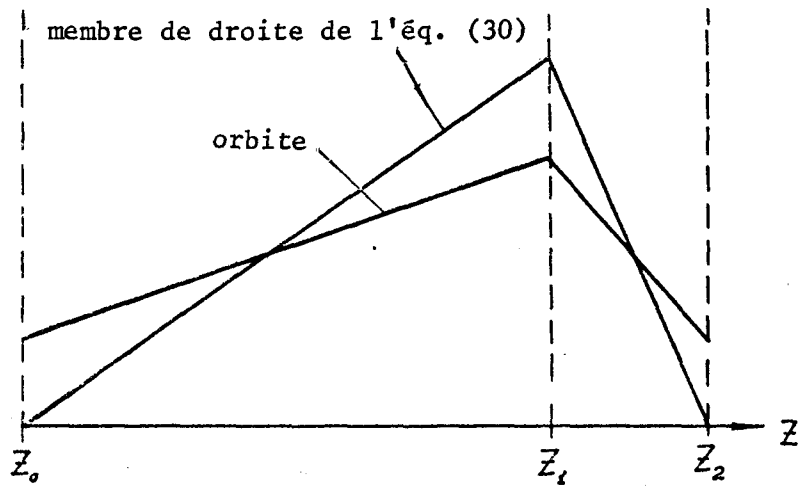


Fig. 2