

AB

UNIVERSITÄT BONN

Physikalisches Institut

Bestimmung der hadronischen Strukturfunktionen
und der ν_τ -Helizität im Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$

von
Ute Carina Müller



CM-P00068778

The decay $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ has been studied using data collected with the OPAL detector at LEP during 1992 to 1994. Using the model independent description of hadronic structure functions the hadronic decay current has been investigated. The dominance of the axial-vector current in this decay has been confirmed. Comparing the measured structure functions to model predictions deviations become visible with the available data sample. No evidence for vector or scalar contributions in this decay has been found leading to a model independent upper limit of $\frac{\Gamma^{\text{Non-AV}}}{\Gamma^{\text{Tot}}} < 26.1\%$ with 95% *c.l.*. In a model dependent framework an upper limit of $\frac{\Gamma^{\text{Scalar}}}{\Gamma^{\text{Tot}}} < 0.84\%$ with 95% *c.l.* has been found. In addition, the parity violating asymmetry parameter is measured in a model independent way to be $\gamma_{\text{VA}} = 1.29 \pm 0.26 \pm 0.11$.

Thesis-1996-Müller

Post address:
Postfach 12
53115 Bonn
Germany



BONN-IR-96-18
Bonn University
Dezember 1996
ISSN-0172-8741

UNIVERSITÄT BONN
Physikalisches Institut

Bestimmung der hadronischen Strukturfunktionen
und der ν_τ -Helizität im Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$

von
Ute Carina Müller

Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der mathematisch - naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen.

Angenommen am: 28. Juni 1996

Referent: Prof. Dr. N. Wermes

Korreferent: Priv. Doz. Dr. B. Metsch

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 5 |
| 2 | Theoretische Grundlagen zum $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$-Zerfall | 7 |
| 2.1 | Der Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ | 8 |
| 2.2 | Die hadronischen Strukturfunktionen | 9 |
| 2.2.1 | Zusammenhang zwischen den hadronischen Strukturfunktionen und den Komponenten des hadronischen Stroms | 13 |
| 2.3 | Modellbeschreibungen des Zerfalls | 15 |
| 2.3.1 | Das Modell von Kühn und Santamaria | 15 |
| 2.3.2 | Das Modell von Isgur, Morningstar und Reader | 17 |
| 2.3.3 | Vergleich der beiden Modelle | 18 |
| 3 | Die Meßapparatur – der Beschleuniger LEP und der OPAL-Detektor | 22 |
| 3.1 | Der LEP-Speicherring | 22 |
| 3.2 | Der OPAL-Detektor | 23 |
| 3.2.1 | Aufbau des Detektors | 23 |
| 3.3 | Die Ereignissimulation | 29 |
| 4 | Selektion der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$-Ereignisse | 30 |
| 4.1 | Vorselektion der $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ -Ereignisse | 30 |
| 4.2 | Selektion der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfälle | 32 |
| 4.2.1 | Die Maximum-Likelihood-Selektionsmethode | 33 |
| 4.2.2 | Die Selektionsgrößen | 33 |
| 4.2.3 | Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo | 36 |
| 4.3 | Trennung von Pionen und Kaonen im Endzustand | 39 |
| 4.4 | Qualitätsschnitte | 40 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5 | Messung der hadronischen Strukturfunktionen w_A, w_C, w_D und w_E | 41 |
| 5.1 | Der Extended Maximum Likelihood Fit | 41 |
| 5.1.1 | Test der Methode mit Hilfe von Monte Carlo Ereignissen | 43 |
| 5.2 | Berücksichtigung der Effizienz | 44 |
| 5.3 | Detektorauflösung | 45 |
| 5.4 | Berücksichtigung der Untergrundstruktur | 50 |
| 5.5 | Ergebnis für w_A, w_C, w_D und w_E aus den Daten von 1992-1994 | 52 |
| 5.6 | Systematische Fehler | 53 |
| 5.7 | Vergleich mit der Modellvorhersage | 55 |
| 6 | Messung der hadronischen Strukturfunktionen in der Dalitzebene | 57 |
| 6.1 | Fitergebnis | 60 |
| 7 | Gibt es vektorielle oder skalare Anteile im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$-Zerfall? | 67 |
| 7.1 | Der allgemeine Ansatz | 67 |
| 7.2 | Fitergebnis mit dem allgemeinen Stromansatz | 69 |
| 7.3 | Ein modellunabhängiger Grenzwert für skalare bzw. vektorielle Beiträge im hadronischen Strom | 77 |
| 7.4 | Modellabhängige Bestimmung des skalaren Anteils | 80 |
| 8 | Bestimmung der ν_τ-Helizität | 83 |
| 8.1 | Modellunabhängige Messung von γ_{VA} | 84 |
| 8.2 | Bestimmung von γ_{VA} unter Ausnutzung der Modellvorhersage | 85 |
| 9 | Zusammenfassung | 89 |
| A | Der SiW-Luminositätsdetektor von OPAL | 91 |
| B | Verknüpfungsgleichungen zwischen den Strukturfunktionen | 98 |
| | Literaturverzeichnis | 99 |

Kapitel 1

Einleitung

In den vergangenen Jahrzehnten hat sich unser Verständnis rund um die kleinsten Bausteine der Materie Schritt für Schritt verbessert. Heute steht uns mit dem Standardmodell eine theoretische Beschreibung zur Verfügung, deren sehr präzise Vorhersagen in fast allen Bereichen mit den experimentellen Messungen exzellent übereinstimmen. Es gibt allerdings auch noch offene Fragen und Bereiche, die der Beschreibung durch das Standardmodell schwer zugänglich sind. Hierzu zählt die Beschreibung der starken Wechselwirkung im Bereich der hadronischen Resonanzen. Hier sind Vorhersagen im Rahmen der Quanten-Chromo-Dynamik (QCD), der Theorie also, die die Wechselwirkung der Quarks untereinander beschreibt, mit den heutigen Methoden nicht möglich.

Dieser Energiebereich kann nun aber experimentell mit Hilfe des τ -Leptons sehr gut untersucht werden, da das τ -Lepton mit ungefähr 1.8 GeV Masse¹ schwer genug ist, um in Hadronen zu zerfallen. Die anderen Leptonen – Elektronen und Myonen – sind dafür zu leicht. Ein Studium rein hadronischer Reaktionen wiederum ist schwieriger, da die Reaktionen im allgemeinen komplexer und der Anfangszustand normalerweise nicht eindeutig bekannt ist.

In der Vergangenheit wurden Untersuchungen zum hadronischen Strom in τ -Zerfällen, bei denen mehrere Mesonen im Endzustand auftreten, mit Hilfe eines Modellansatzes für den hadronischen Endzustand durchgeführt. In der Messung wurden die Modellparameter bestimmt. Einem Ansatz von J.H.Kühn und E. Mirkes folgend wird in der vorliegenden Arbeit ein modellunabhängiger Ansatz für die Bestimmung des hadronischen Stromes im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall verwendet. Dieser Zerfall wird nach dem heutigen Kenntnisstand durch den Axialvektorstrom dominiert. Der hier verwendete Ansatz erlaubt einen modellunabhängigen Test auf G-Paritäts-verletzende Anteile – nämlich Vektoranteile, sowie skalare Beiträge im hadronischen Strom. Die Ergebnisse können anschließend mit Modellvorhersagen verglichen und zur Weiterentwicklung der Modelle verwendet werden.

Darüber hinaus kann der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfallskanal verwendet werden, um die leptonische Seite – hierbei insbesondere die Helizität des τ -Neutrinos – zu untersuchen. Im Rahmen des Standardmodells und damit auch im Zerfall des τ -Leptons, nehmen nur linkshändige Neutrinos an der Wechselwirkung teil. Diese Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung spiegelt sich natürlich im hadronischen Endzustand wieder: der Drei-Pion-Endzustand wirkt als Spinanalysator für das τ -Neutrino. Im Rahmen der modellunabhängigen Bestimmung des hadronischen Stromes kann nun ebenfalls die ν_τ -Helizität modellunabhängig gemessen werden.

Für die Untersuchungen werden τ -Ereignisse verwendet, die mit dem OPAL-Detektor bei LEP, dem großen Elektron-Positron-Speicherring am CERN, aufgezeichnet wurden. Die Schwerpunktsenergie, die mit diesem Beschleuniger erreicht wird, liegt gerade bei der Masse des Z^0 -Bosons –

¹Es sind im folgenden $\hbar = c = 1$ gesetzt.

des neutralen Austauschteilchens der schwachen Wechselwirkung, also bei ungefähr 91 GeV. Das Z^0 zerfällt zu etwa 3 % weiter in τ -Paare. Jedes τ -Lepton wiederum zerfällt zu etwa 9 % semihadronisch in das τ -Neutrino und drei geladene Pionen. Diese Datenmenge – etwa 27 000 $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfälle aus den Jahren 1992-1994 – bilden die Grundlage für diese Analyse. Die Resultate der vorliegenden Arbeit, basierend auf einer kleineren Datenmenge (1992-1993), wurden bereits in [1] veröffentlicht.

Im ersten Kapitel werden zunächst die theoretischen Grundlagen für die modellunabhängige Beschreibung des hadronischen Stromes besprochen. Am Ende des ersten Kapitels werden zwei Modelle zur Beschreibung des hadronischen Stromes vorgestellt, die wiederholt zu Vergleichszwecken herangezogen werden. Im zweiten Kapitel wird die Meßapparatur – der Beschleuniger und der Detektor – beschrieben. Daran schließt sich im dritten Kapitel die Ereignisselektion an. In den folgenden drei Kapiteln wird die eigentliche Messung des hadronischen Stromes, bis hin zur Bestimmung oberer Grenzen für Nicht-Axialvektor-Komponenten und speziell auch skalarer Anteile im Strom vorgestellt. Im letzten Kapitel schließlich wird die modellunabhängige Messung der ν_τ -Helizität vorgestellt und mit modellabhängigen Resultaten verglichen.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen zum $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall

Trotz der großen Erfolge des Standardmodells in vielen Bereichen der Teilchenphysik ist eine vollständige theoretische Beschreibung des hadronischen Stromes in τ -Zerfällen bisher nicht möglich.

Für einige τ -Zerfälle besteht die Möglichkeit den hadronischen Zerfallsstrom von anderen experimentellen Daten zu übertragen. Für den Zerfall $\tau \rightarrow \pi\pi^0\nu_\tau$ z. B. gibt es die Möglichkeit aus e^+e^- -Daten über die CVC-Hypothese (Conserved Vector Current) [2], Vorhersagen über die Zerfallsstruktur und damit auch über den Wirkungsquerschnitt zu gewinnen [3]. Im Falle des $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ wiederum gibt es nur eine einzige Unbekannte im Zerfallsstrom – die Pionzerfallskonstante f_π , die die Kopplung des Pions an das W-Boson beschreibt und daher vom Pionzerfall auf den $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ -Zerfall übertragen werden kann.

Für den Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$, der in der vorliegenden Arbeit untersucht werden soll, ist die Situation schwieriger, da eine Vorhersage des Stromes bisher weder theoretisch noch experimentell möglich ist. Rechnungen im Rahmen der chiralen Störungstheorie sind nur unterhalb der ρ -Resonanz (d. h. bis 0.77 GeV) gültig [4]. Über den gesamten Energiebereich, der über den τ -Zerfall zugänglich ist (von $3m_\pi$ bis $(m_\tau - 3m_\pi)$), stehen zur Vorhersage des hadronischen Stromes nur reine Modellansätze [3, 5] zur Verfügung, in die die experimentellen Daten der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfälle direkt eingehen. Nach bisherigen Untersuchungen wird der Zerfall durch die Axialvektorresonanz des $a_1(1260)$ -Mesons dominiert, dessen Eigenschaften wie Masse und Breite nur im Rahmen eines Modells eindeutig festgelegt sind [6, 7]. Das a_1 wiederum zerfällt über einen Zwischenzustand aus einem ρ -Meson und einem Pion schließlich in die drei geladenen Pionen des gesuchten Endzustandes ($\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$, $a_1 \rightarrow \rho\pi$, $\rho \rightarrow \pi\pi$).

Über den Isospin ist der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfall mit dem Zerfall $\tau \rightarrow \pi 2\pi^0\nu_\tau$ verbunden [2], dessen experimentelle Rekonstruktion im allgemeinen schwieriger ist. Zwischen den beiden Isospinpartnern können einerseits Eigenschaften des Zerfallsstroms übertragen oder aber, bei gleichzeitiger Messung beider Zerfallskanäle, die Isospinsymmetrie untersucht werden.

Neben dem eigentlichen Interesse, die Zerfallsstruktur besser zu verstehen, ist ein detailliertes Verständnis des hadronischen Stromes auch im Hinblick auf Messungen der τ -Polarisation und der ν_τ -Helizität im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Kanal wünschenswert [1, 8, 9, 10].

Die bisherigen Untersuchungen der Struktur des Zerfallsstroms im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfall wurden im Rahmen von Modellansätzen durchgeführt [1, 11, 12, 13]. In dieser Arbeit wird eine modellunabhängige Messung der Struktur des hadronischen Stromes im Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ vorgestellt.

2.1 Der Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$

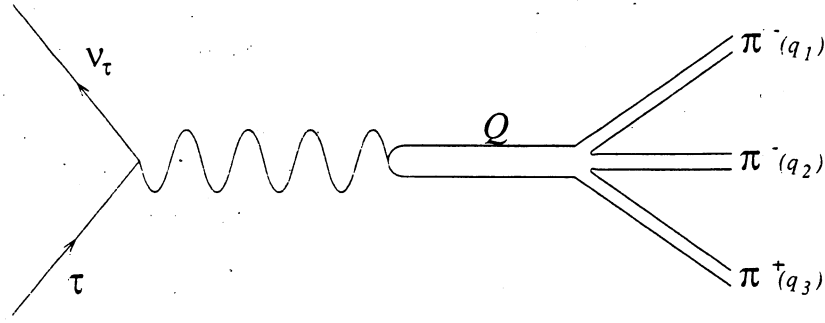


Abbildung 2.1: Feynman-Graph des Zerfalls $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$.

Betrachtet man den Zerfall (siehe Abb. 2.1)

$$\tau(l, s) \rightarrow \nu_\tau(l', s') \pi_1(q_1, m_1) \pi_2(q_2, m_2) \pi_3(q_3, m_3), \quad (2.1)$$

wobei es sich bei l, l', q_1, q_2 und q_3 bzw. s, s', m_1, m_2 und m_3 um die Viererimpulsvektoren bzw. Spinvektoren der entsprechenden Teilchen handelt, so läßt sich der Zerfall in der Näherung der Vierfermionwechselwirkung allgemein durch das Matrixelement

$$M = \cos \theta_C \frac{G_F}{\sqrt{2}} M_\mu J^\mu \quad (2.2)$$

mit der Fermikonstanten $G_F = 1.166 \text{ GeV}^{-2}$ und dem Cabbibowinkel $\cos \theta_C = 0.975$ [15] beschreiben.

$$M_\mu = \bar{u}(l', s') \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) u(l, s), \quad (2.3)$$

ist dabei der leptonische Strom, der im Rahmen des Standardmodells berechnet werden kann. Für das Standardmodell gilt: $g_V = g_A = 1$, was einem rein linkshändigen τ -Neutrino entspricht. Für den hadronischen Strom J^μ gilt:

$$J^\mu(q_1, q_2, q_3) = \langle \pi_1(q_1) \pi_2(q_2) \pi_3(q_3) | J_A^\mu(0) + J_V^\mu(0) | 0 \rangle. \quad (2.4)$$

π_1 und π_2 sind die beiden Pionen, die die gleiche Ladung tragen. π_3 ist das Pion mit entgegengesetzter Ladung.

Daraus ergibt sich für den Wirkungsquerschnitt:

$$d\Gamma(\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau) = \frac{G_F^2}{4m_\tau} \cos^2 \theta_C L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} dLips, \quad (2.5)$$

wobei $m_\tau = 1.777 \text{ GeV}$ [15] die Masse des τ -Leptons und

$$dLips = \frac{1}{(2\pi)^8} \delta^4(l - l' - q_1 - q_2 - q_3) \frac{d^3 l'}{2E_\nu} \frac{d^3 q_1}{2E_1} \frac{d^3 q_2}{2E_2} \frac{d^3 q_3}{2E_3}$$

der Phasenraumfaktor ist. Die explizite Form des leptonischen Tensors $L^{\mu\nu} = M^\mu (M^\nu)^\dagger$ ist in [14] angegeben.

Den hadronischen Tensor $H^{\mu\nu}$ erhält man aus $H^{\mu\nu} = J^\mu (J^\nu)^\dagger$. J^μ kann im Gegensatz zum leptonischen Strom, der im Standardmodell vorhergesagt wird, mit heutigen Methoden im Rahmen der QCD nicht berechnet werden. Allgemeine Eigenschaften des Zerfalls wie z. B. die Parität

des Endzustandes oder Bose-Symmetrie beim Austausch der identischen Pionen im Endzustand können als Randbedingungen für eine theoretische Beschreibung verwendet werden.

Ein erster theoretischer Ansatz für den hadronischen Strom J^μ stammt bereits von Tsai [16]. Allgemein läßt der Strom sich in folgender, lorentzinvarianter Form angeben:

$$J^\mu(q_1, q_2, q_3) = V_1^\mu F_1(Q^2, s_1, s_2) + V_2^\mu F_2(Q^2, s_1, s_2) + iV_3^\mu F_3(Q^2, s_1, s_2) + V_4^\mu F_4(Q^2, s_1, s_2), \quad (2.6)$$

$$\text{wobei} \quad \begin{aligned} V_1^\mu &= q_1^\mu - q_3^\mu - Q^\mu \frac{Q \cdot (q_1 - q_3)}{Q^2}, \\ V_2^\mu &= q_2^\mu - q_3^\mu - Q^\mu \frac{Q \cdot (q_2 - q_3)}{Q^2}, \\ V_3^\mu &= \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} q_{1\alpha} q_{2\beta} q_{3\gamma}, \\ V_4^\mu &= Q^\mu \end{aligned}$$

$$\text{und} \quad Q^\mu = q_1^\mu + q_2^\mu + q_3^\mu.$$

Jeder Strom J^μ läßt sich in der Basis V_1 bis V_4 darstellen, wobei V_1 und V_2 die beiden möglichen Axialvektoranteile, V_3 den Vektor- und V_4 den pseudoskalaren Anteil im hadronischen Strom beschreiben¹. Die komplexen Formfaktoren F_1 bis F_4 geben die Beiträge der jeweiligen Stromkomponenten an. Sie hängen von der invarianten Masse des Gesamtsystems - Q^2 - und den invarianten Massen von zweien der drei möglichen Zwei-Pion-Subsysteme - hier $s_1 = (q_2 + q_3)^2$ und $s_2 = (q_1 + q_3)^2$ - ab.

Betrachtet man die G-Parität des Drei-Pion-Systems ($G = -1$) und die Gesamtparität des Endzustandes $P = (-1)^{J+Pionanzahl}$, wobei der Drehimpuls J die Werte 0 oder 1 annehmen kann, so erwartet man, daß die beiden Axialvektoranteile V_1 und V_2 den dominanten Beitrag in diesem Zerfall liefern. Der Vektorstrom V_3 ist aufgrund der G-Parität verboten, der pseudoskalare Anteil aufgrund von PCAC (Partially Conserved Axialvector Current) unterdrückt. Die bisherigen Messungen [1, 11, 12, 13] bestätigen diese Annahmen.

2.2 Die hadronischen Strukturfunktionen

Möchte man nun den hadronischen Strom im Detail studieren, kann man die unterschiedliche Winkelabhängigkeit der Stromkomponenten ausnutzen. Die Beschreibung des Zerfalls bzw. des hadronischen Endzustandes wird im Hadronruhesystem, d. h. $\vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3 = 0$, durchgeführt. Das Koordinatensystem wird dabei so gewählt, daß die Impulse der drei Pionen in der x-y-Ebene liegen, d. h. die z-Richtung zeigt in Richtung der Normalen ($n_\perp = (\vec{q}_1 \times \vec{q}_2)/|\vec{q}_1 \times \vec{q}_2|$) auf der hadronischen Zerfallsebene. \vec{q}_1 und \vec{q}_2 werden durch die Bedingung $|\vec{q}_2| > |\vec{q}_1|$ festgelegt. Die x-Richtung weist in Richtung von \vec{q}_3 .

Trotz der Betrachtung im Hadronruhesystem können einige der kinematischen Größen, die den Zerfall charakterisieren, direkt aus Laborgrößen bestimmt werden:

- $Q^2 = (q_1 + q_2 + q_3)^2$ ist das Quadrat der invarianten Masse des hadronischen Gesamtsystems.
- Von den drei invarianten Massen der Zwei-Pion-Subsysteme werden $s_1 = (q_2 + q_3)^2$ und $s_2 = (q_1 + q_3)^2$ verwendet.

¹Der skalare Anteil trägt aufgrund von CVC nicht bei [2]. Im folgenden wird deswegen „skalar“ allein zur Charakterisierung des $J = 0$ Anteils und damit synonym zu „pseudoskalar“ verwendet.

- θ^* ist der Winkel, der den Zerfall des τ -Leptons charakterisiert². Es ist der Winkel zwischen der Boostichtung des Laborsystems ins τ -Ruhesystem (\vec{n}_b) und der Flugrichtung des hadronischen Gesamtsystems (\vec{n}_Q) vom τ -Ruhesystem aus gesehen (siehe Abb. 2.2). Sogar wenn die Flugrichtung des τ -Leptons nicht bekannt ist, kann dieser Winkel aufgrund von Energie- und Impulserhaltung direkt berechnet werden:

$$\cos \theta^* = \frac{4 \frac{E_h}{\sqrt{s}} m_\tau^2 - m_\tau^2 - Q^2}{(m_\tau^2 - Q^2) \sqrt{1 - \frac{4m_\tau^2}{s}}} \quad (2.7)$$

mit $s = 4E_{Strahl}$ und E_h , der Energie des Hadronsystems.

- Damit direkt verknüpft ist der Winkel ψ zwischen der negativen Hadronflugrichtung und der τ -Flugrichtung vom Hadronruhesystem aus gesehen:

$$\cos \psi = \frac{2 \frac{E_h}{\sqrt{s}} (m_\tau^2 + Q^2) - 2Q^2}{(m_\tau^2 - Q^2) \sqrt{\frac{4E_h^2}{s} - \frac{4Q^2}{s}}} \quad (2.8)$$

Für die Berechnung der noch fehlenden kinematischen Größen müssen die im Labor gemessenen Impulse mit Hilfe einer Lorentztransformation in das hadronische Ruhesystem transformiert (geboostet) werden. Die folgenden drei Winkel legen die Orientierung des Hadronruhesystems fest. Als Bezugsrichtung dient hierbei die τ -Flugrichtung:

- α ist der Winkel zwischen der Ebene, die von der Laborrichtung (\vec{n}_L) – dabei handelt es sich um die negative Boostichtung ins Hadronruhesystem – und der τ -Flugrichtung (\vec{n}_τ) aufgespannt wird, und derjenigen, die durch die Laborrichtung und die Normale auf der hadronischen Zerfallebene festgelegt wird. Zu seiner Berechnung muß also die τ -Flugrichtung rekonstruiert werden. Die Rekonstruktion ist in einigen Zerfallskanälen zwar prinzipiell aus den Zerfallsprodukten beider τ -Zerfälle eines Z^0 -Ereignisses möglich [17], in der vorliegenden Analyse wurde auf Grund der eingeschränkten über α integriert.
- β ist der Winkel zwischen der Laborrichtung im Hadronruhesystem (\vec{n}_L) und der Normalen (\vec{n}_\perp) auf der hadronischen Zerfallebene: $\cos \beta = \vec{n}_L \cdot \vec{n}_\perp$ (siehe Abb. 2.2).
- γ gibt die Orientierung der Hadronen in der hadronischen Zerfallebene an. Als Bezugsrichtungen werden die Projektion der Laborrichtung auf die Zerfallebene und der Impuls von π_3 gewählt (siehe Abb. 2.2):

$$\cos \gamma = -\frac{\vec{n}_L \cdot \vec{q}_3}{|\vec{n}_L \times \vec{n}_\perp|}, \quad \sin \gamma = \frac{(\vec{n}_L \times \vec{n}_\perp) \cdot \vec{q}_3}{|\vec{n}_L \times \vec{n}_\perp|} \quad (2.9)$$

Betrachtet man Glg. 2.5 im Hadronruhesystem läßt sich die Summe der Produkte aus den Komponenten des Lepton- bzw. Hadrontensors nach einem Vorschlag von J. H. Kühn und E. Mirkes³ [14] entsprechend ihrer Winkelabhängigkeit wie folgt umordnen:

$$\sum_{\mu\nu} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} = \sum_X L_X W_X, \quad X = A, B, C, \dots, I, SA, SB \dots SG. \quad (2.10)$$

Die hadronischen Strukturfunktionen W_X bzw. die leptonischen Funktionen L_X ergeben sich aus symmetrischen und antisymmetrischen Kombinationen der Elemente des hadronischen bzw. leptonischen Tensors:

²Der zweite Winkel - der Azimutwinkel -, der den τ -Zerfall festlegt, kann nicht bestimmt werden, da das τ -Neutrino nicht beobachtet werden kann. Über diesen Winkel wird im folgenden integriert.

³Dieser Ansatz beschränkt sich nicht auf den Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ und wurde bereits im Zerfallskanal $\tau \rightarrow \pi\pi^0 \nu_\tau$ angewandt [18].

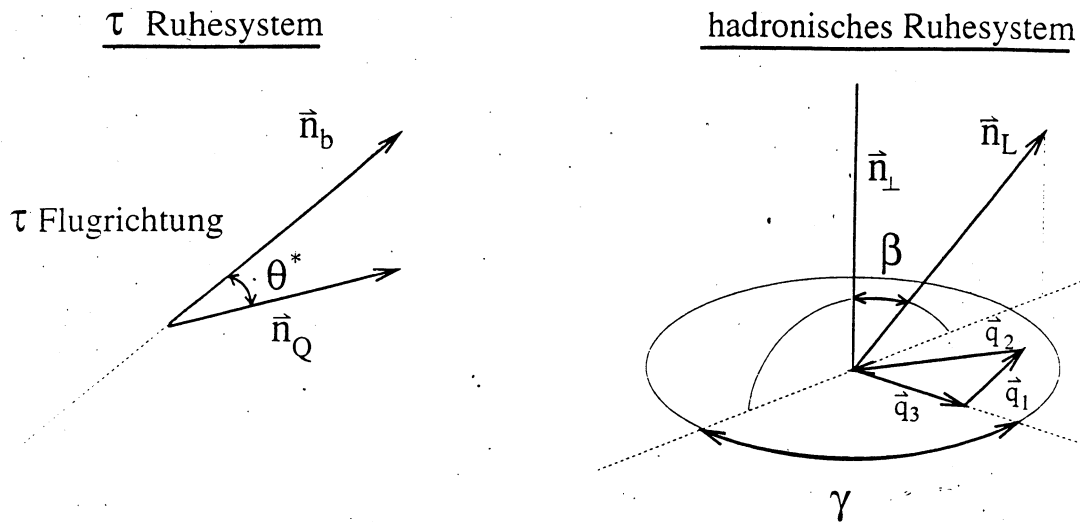


Abbildung 2.2: Definition der Winkel im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall (siehe [14]). Die Boostrichtung entspricht der jeweiligen Flugrichtung. Die Winkel α und ψ sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet.

| | |
|--|-------------------------------|
| $L_A = \frac{1}{2}(L^{11} + L^{22})$ | $W_A = H^{11} + H^{22}$ |
| $L_B = L^{33}$ | $W_B = H^{33}$ |
| $L_C = \frac{1}{2}(L^{11} - L^{22})$ | $W_C = H^{11} - H^{22}$ |
| $L_D = \frac{1}{2}(L^{12} + L^{21})$ | $W_D = H^{12} + H^{21}$ |
| $L_E = -\frac{i}{2}(L^{12} - L^{21})$ | $W_E = i(H^{12} - H^{21})$ |
| $L_F = \frac{1}{2}(L^{13} + L^{31})$ | $W_F = H^{13} + H^{31}$ |
| $L_G = -\frac{i}{2}(L^{13} - L^{31})$ | $W_G = i(H^{13} - H^{31})$ |
| $L_H = \frac{1}{2}(L^{23} + L^{32})$ | $W_H = H^{23} + H^{32}$ |
| $L_I = -\frac{i}{2}(L^{23} - L^{32})$ | $W_I = i(H^{23} - H^{32})$ |
| $L_{SA} = L^{00}$ | $W_{SA} = H^{00}$ |
| $L_{SB} = -\frac{1}{2}(L^{01} + L^{10})$ | $W_{SB} = H^{01} + H^{10}$ |
| $L_{SC} = \frac{i}{2}(L^{01} - L^{10})$ | $W_{SC} = i(H^{01} - H^{10})$ |
| $L_{SD} = -\frac{1}{2}(L^{02} + L^{20})$ | $W_{SD} = H^{02} + H^{20}$ |
| $L_{SE} = \frac{i}{2}(L^{02} - L^{20})$ | $W_{SE} = i(H^{02} - H^{20})$ |
| $L_{SF} = -\frac{1}{2}(L^{03} + L^{30})$ | $W_{SF} = H^{03} + H^{30}$ |
| $L_{SG} = \frac{i}{2}(L^{03} - L^{30})$ | $W_{SG} = i(H^{03} - H^{30})$ |

Während die hadronischen Strukturfunktionen W_X nur von Q^2 , s_1 und s_2 abhängen, beinhalten die leptonischen Funktionen die ganze Winkelabhängigkeit des Zerfalls. Die explizite Form der über α integrierten leptonischen Funktionen

$$\bar{L}_X(Q^2, \cos \theta^*, \cos \beta, \gamma; \gamma_{VA}, P_\tau) = \frac{1}{(m_\tau^2 - Q^2)(g_V^2 + g_A^2)} \int L_X(Q^2, \cos \theta^*, \alpha, \cos \beta, \gamma; \gamma_{VA}, P_\tau) \frac{d\alpha}{2\pi}, \quad (2.11)$$

- wie sie in der hier vorgestellten Analyse verwendet werden - lauten⁴:

⁴Ann.: Für das Antiteilchen (τ^+) gilt im Vergleich zum Teilchen (τ^-): $\cos \beta \rightarrow -\cos \beta$ (vgl. [14]).

$$\begin{aligned}
\bar{L}_A &= \frac{2}{3}K_1 + K_2 + \frac{1}{3}\bar{K}_1(3\cos^2\beta - 1)/2 \\
\bar{L}_B &= \frac{2}{3}K_1 + K_2 - \frac{2}{3}\bar{K}_1(3\cos^2\beta - 1)/2 \\
\bar{L}_C &= -\frac{1}{2}\bar{K}_1\sin^2\beta\cos 2\gamma \\
\bar{L}_D &= \frac{1}{2}\bar{K}_1\sin^2\beta\sin 2\gamma \\
\bar{L}_E &= \bar{K}_3\cos\beta \\
\bar{L}_F &= \frac{1}{2}\bar{K}_1\sin 2\beta\cos\gamma \\
\bar{L}_G &= -\bar{K}_3\sin\beta\sin\gamma \\
\bar{L}_H &= -\frac{1}{2}\bar{K}_1\sin 2\beta\sin\gamma \\
\bar{L}_I &= -\bar{K}_3\sin\beta\cos\gamma \\
\bar{L}_{SA} &= K_2 \\
\bar{L}_{SB} &= \bar{K}_3\sin\beta\cos\gamma \\
\bar{L}_{SC} &= 0 \\
\bar{L}_{SD} &= -\bar{K}_2\sin\beta\sin\gamma \\
\bar{L}_{SE} &= 0 \\
\bar{L}_{SF} &= -\bar{K}_2\cos\beta \\
\bar{L}_{SG} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{mit } K_1 &= 1 - \gamma_{VA}P_\tau\cos\theta^* - (m_\tau^2/Q^2)(1 + \gamma_{VA}P_\tau\cos\theta^*) \\
K_2 &= (m_\tau^2/Q^2)(1 + \gamma_{VA}P_\tau\cos\theta^*) \\
K_3 &= \gamma_{VA} - P_\tau\cos\theta^* \\
K_4 &= \sqrt{m_\tau^2/Q^2}\gamma_{VA}P_\tau\sin\theta^* \\
K_5 &= \sqrt{m_\tau^2/Q^2}P_\tau\sin\theta^* \\
\bar{K}_1 &= K_1(3\cos^2\psi - 1)/2 - \frac{3}{2}K_4\sin 2\psi \\
\bar{K}_2 &= K_2\cos\psi + K_4\sin\psi \\
\bar{K}_3 &= K_3\cos\psi - K_5\sin\psi
\end{aligned}$$

Die τ -Polarisation P_τ und der Helizitätsparameter des τ -Neutrinos γ_{VA} (wobei $\gamma_{VA} = 2g_V g_A / (g_V^2 + g_A^2)$) charakterisieren hierbei die leptonische Seite des Zerfalls.

Für den Phasenraumfaktor ergibt sich nach Integration über die unbeobachtbare Neutrinoflugrichtung und über den Winkel α :

$$dLips = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{64} \frac{m_\tau^2 - Q^2}{m_\tau^2} \frac{dQ^2}{Q^2} ds_1 ds_2 \frac{d\gamma}{2\pi} \frac{d\cos\beta}{2\pi} \frac{d\cos\theta^*}{2\pi} \quad (2.12)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt (siehe Glg. 2.5) lautet in diesem Formalismus:

$$\begin{aligned}
d\Gamma(\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau) &= \frac{G_F^2}{4m_\tau} (g_V^2 + g_A^2) \cos^2\theta_C \frac{(m_\tau^2 - Q^2)^2}{(2\pi)^5 64 m_\tau^2} \sum_X \bar{L}_X W_X \\
&\quad \frac{dQ^2}{Q^2} ds_1 ds_2 \frac{d\gamma}{2\pi} \frac{d\cos\beta}{2} \frac{d\cos\theta^*}{2}
\end{aligned} \quad (2.13)$$

Integriert über die Zerfallswinkel erhält man:

$$\begin{aligned}
d^3\Gamma(\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau) &= \frac{G_F^2}{8m_\tau} (g_V^2 + g_A^2) \cos^2\theta_C \frac{1}{(4\pi)^5} \\
&\quad \frac{(m_\tau^2 - Q^2)^2}{Q^4} \left[\frac{1}{3} \left(1 + \frac{2Q^2}{m_\tau^2} \right) (W_A + W_B) + W_{SA} \right] dQ^2 ds_1 ds_2
\end{aligned} \quad (2.14)$$

Man sieht also, daß zur Gesamtzerfallsrate nur W_A , W_B und W_{SA} beitragen.

2.2.1 Zusammenhang zwischen den hadronischen Strukturfunktionen und den Komponenten des hadronischen Stroms

Um die Bedeutung der einzelnen Strukturfunktionen zu sehen, ist es vorteilhaft, den Zusammenhang zwischen den Komponenten des hadronischen Stroms (siehe Glg. 2.6) und den Strukturfunktionen herzustellen. Im hadronischen Ruhesystem nehmen die Komponenten des hadronischen Stromes bei obiger Festlegung des Koordinatensystems eine einfache Form an. Die Vierervektoren der Pionen lauten (vgl. Abb. 2.1):

$$\begin{aligned} q_1^\mu &= (E_1, q_1^x, q_1^y, 0) \\ q_2^\mu &= (E_2, q_2^x, q_2^y, 0) \\ q_3^\mu &= (E_3, q_3^x, 0, 0), \end{aligned} \quad (2.15)$$

wobei die Energien und Impulse der drei Pionen durch Q^2 , s_1 und s_2 wie folgt ausgedrückt werden können:

$$\begin{aligned} E_i &= \frac{Q^2 - s_i + m_\pi^2}{2\sqrt{Q^2}}, \quad i = 1, 2, 3 \\ q_3^x &= \sqrt{E_3^2 - m_\pi^2} \\ q_1^x &= \frac{2E_1E_3 - s_2 + 2m_\pi^2}{2q_3^x} \\ q_2^x &= \frac{2E_1E_3 - s_2 + 2m_\pi^2}{2q_3^x} \\ q_1^y &= \sqrt{E_1^2 - (q_1^x)^2 - m_\pi^2} \\ q_2^y &= -q_1^y. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Daraus ergeben sich folgende Stromkomponenten:

$$\begin{aligned} V_1 &= (0, q_1^x - q_3^x, q_1^y, 0) \\ V_2 &= (0, q_2^x - q_3^x, -q_1^y, 0) \\ V_3 &= (0, 0, 0, \sqrt{Q^2} q_1^y q_3^x) \\ V_4 &= (\sqrt{Q^2}, 0, 0, 0). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Betrachtet man das Transformationsverhalten der Stromkomponenten V_1 bis V_4 unter Berücksichtigung der negativen Eigenparität der Pionen im Drei-Pion-Endzustand, so sieht man in diesem Bezugssystem sofort, daß es sich bei V_1 und V_2 um Axialvektoren, bei V_3 um einen Vektor und bei V_4 um einen pseudoskalaren Vektor handelt.

Für die Strukturfunktionen erhält man schließlich [14]:

$$\begin{aligned} W_A &= ((V_1^x)^2 + (V_1^y)^2)|F_1|^2 + ((V_2^x)^2 + (V_1^y)^2)|F_2|^2 + 2(V_1^x V_2^x - (V_1^y)^2)Re(F_1 F_2^*) \\ W_B &= (V_3^z)^2 |F_3|^2 \\ W_C &= ((V_1^x)^2 - (V_1^y)^2)|F_1|^2 + ((V_2^x)^2 - (V_1^y)^2)|F_2|^2 + 2(V_1^x V_2^x + (V_1^y)^2)Re(F_1 F_2^*) \\ W_D &= 2(V_1^x V_1^y |F_1|^2 - V_2^x V_1^y |F_2|^2 + V_1^y (V_2^x - V_1^x) Re(F_1 F_2^*)) \\ W_E &= -2V_1^y (V_1^x + V_2^x) Im(F_1 F_2^*) \\ W_F &= 2V_3^z (V_1^x Im(F_1 F_3^*) + V_2^x Im(F_2 F_3^*)) \\ W_G &= -2V_3^z (V_1^x Re(F_1 F_3^*) + V_2^x Re(F_2 F_3^*)) \end{aligned} \quad (2.18)$$

| Stromkomponente | Strukturfunktionen |
|--------------------------|---------------------------------------|
| AV | W_A, W_C, W_D, W_E |
| V | W_B |
| S | W_{SA} |
| Interferenzterm AV und V | W_F, W_G, W_H und W_I |
| Interferenzterm AV und S | W_{SB}, W_{SC}, W_{SD} und W_{SE} |
| Interferenzterm V und S | W_{SF} und W_{SG} |

Tabelle 2.1: Zusammenhang zwischen Stromkomponenten und Strukturfunktionen (AV =Axialvektor-, V =Vektor- und S =skalärer Strom)

$$\begin{aligned}
 W_H &= 2V_1^y V_3^z (\text{Im}(F_1 F_3^*) - \text{Im}(F_2 F_3^*)) \\
 W_I &= -2V_1^y V_3^z (\text{Re}(F_1 F_3^*) - \text{Re}(F_2 F_3^*)) \\
 W_{SA} &= V_4^0 |F_4|^2 \\
 W_{SB} &= 2V_4^0 (V_1^x \text{Re}(F_1 F_4^*) + V_2^x \text{Re}(F_2 F_4^*)) \\
 W_{SC} &= -2V_4^0 (V_1^x \text{Im}(F_1 F_4^*) + V_2^x \text{Im}(F_2 F_4^*)) \\
 W_{SD} &= 2V_4^0 V_1^y (\text{Re}(F_1 F_4^*) - \text{Re}(F_2 F_4^*)) \\
 W_{SE} &= -2V_4^0 V_1^y (\text{Im}(F_1 F_4^*) - \text{Im}(F_2 F_4^*)) \\
 W_{SF} &= -2V_4^0 V_3^z \text{Im}(F_3 F_4^*) \\
 W_{SG} &= -2V_4^0 V_3^z \text{Re}(F_3 F_4^*)
 \end{aligned}$$

Wie in Tab. 2.1 zusammengefaßt, hängen W_A, W_C, W_D und W_E allein vom Axialvektorstrom, W_B nur vom Vektor- und W_{SA} nur vom skalaren Strom ab. Die anderen Strukturfunktionen ergeben sich aus Interferenztermen zwischen den verschiedenen Stromkomponenten.

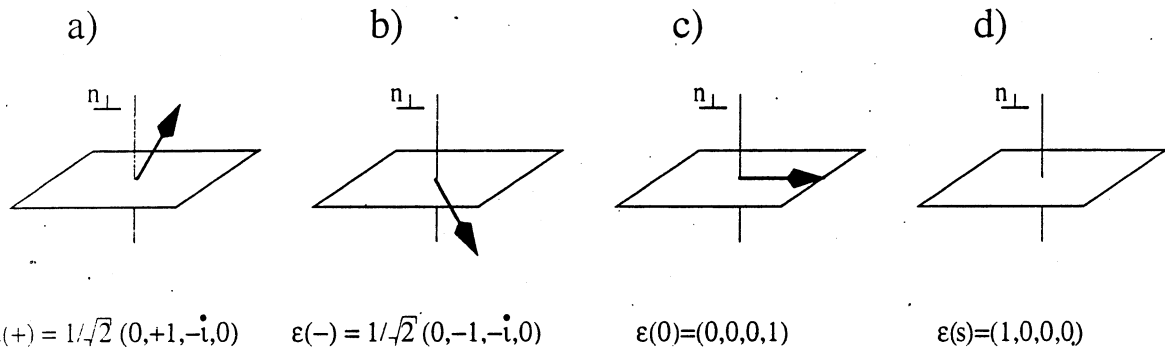


Abbildung 2.3: Polarisationszustände des Hadronsystems bzgl. der Normalen auf der Hadronzerfallsebene: für Spin 1 Zustände sind in a) und b) die beiden transversalen und in c) die longitudinale Polarisation angegeben. Der Spin 0 Zustand ist in d) dargestellt.

Eine anschauliche Bedeutung der Strukturfunktionen findet man, wenn man die Strukturfunktionen aus den Matrixelementen der Spindichtematrix des Hadronsystems

$$H^{\sigma\sigma} = \epsilon_\mu(\sigma) H^{\mu\nu} \epsilon_\nu^*(\sigma') \quad (2.19)$$

mit den vier Polarisationsvektoren

$$\text{Spin} = 1 : \epsilon_\mu(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \pm 1, -i, 0)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu(0) &= (0, 0, 0, 1) \\ \text{Spin} = 0 & : \epsilon_\mu(s) = (1, 0, 0, 0) \end{aligned}$$

aufbaut. Die möglichen Polarisationszustände des Hadronsystems bzw. des intermediären W-Bosons sind in Abb. 2.3 wiedergegeben. Die Polarisation wird bzgl. der Normalen auf der hadronischen Zerfallsebene gemessen. Es gibt die beiden transversalen Polarisationszustände (Abb. 2.3 a und Abb. 2.3 b), die mit dem Axialvektorstrom verknüpft sind, die longitudinale Polarisation (Abb. 2.3 c), die die Vektorkomponente charakterisiert und den Spin 0 Anteil (Abb. 2.3 d), der mit der pseudoskalaren Komponente des Stroms verknüpft ist. Für die vier Strukturfunktionen des reinen Axialvektorstroms ergibt sich in dieser Darstellung:

$$\begin{aligned} W_A &= (H^{++} + H^{--}) \\ W_C &= -(H^{+-} + H^{-+}) \\ W_D &= i(H^{+-} - H^{-+}) \\ W_E &= (H^{++} - H^{--}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

W_A hängt also direkt mit dem Gesamtaxialvektorstrom zusammen (vgl. Glg. 2.14), d. h. nach Integration über die Zerfallswinkel erhält man:

$$\Gamma^{AV} = \frac{(g_V^2 + g_A^2) \cos^2 \theta_C}{24m_\tau (4\pi)^5} \int \frac{(m_\tau^2 - Q^2)^2}{Q^4} \left(1 + \frac{2Q^2}{m_\tau^2}\right) W_A(Q^2, s_1, s_2) ds_1 ds_2 dQ^2 \quad (2.21)$$

W_C und W_D ergeben sich aus der Interferenz der Polarisationszustände. W_E gibt die Differenz der beiden transversalen Polarisationszustände an. Mißt man also ein nichtverschwindendes W_E , so heißt das, daß einer der Polarisationszustände bevorzugt wird. In W_E spiegelt sich die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung und damit die ν_τ -Helizität im hadronischen Endzustand wieder. Eine vollständige Liste aller Strukturfunktionen ausgedrückt durch die Dichtematrixelemente findet sich in [14].

2.3 Modellbeschreibungen des Zerfalls

Obwohl es im Rahmen der QCD nicht möglich ist, den hadronischen Strom im Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ zu berechnen, gibt es die Möglichkeit, Modelle zu entwickeln, mit denen der Zerfallsstrom beschrieben werden kann.

Theoretische Annahmen, wie die allgemeine Struktur des Stromes (siehe Glg. 2.6) oder die Bose-Symmetrie der Pionen im Endzustand, müssen dabei berücksichtigt werden. Außerdem finden die bisherigen Messungen [1, 11, 12, 13] Eingang in die Modelle, d. h. die Beschreibung des Zerfalls erfolgt überwiegend über die a_1 -Resonanz und die beiden möglichen $\rho\pi$ -Zwischenzustände.

In den beiden folgenden Unterkapiteln werden zwei Modelle – das eine von J. H. Kühn und A. Santamaria (KS) [3], das andere von N. Isgur, C. Morningstar und C. Reader (IMR) [5] – vorgestellt, denen ganz unterschiedliche Ansätze zugrunde liegen.

2.3.1 Das Modell von Kühn und Santamaria

Ausgehend von der QCD-Lagrangefunktion haben Fischer, Wess und Wagner [19] im chiralen Limes (d. h. $m_u = m_d = 0$) die beiden Graphen der Multipionwechselwirkung (siehe Abb. 2.4)

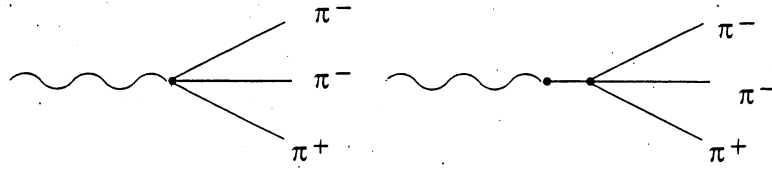


Abbildung 2.4: Graphen der Multipionwechselwirkung, die im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall in erster Ordnung beitragen.

berechnet. Der zugehörige hadronische Strom, der im chiralen Limes erhalten ist, lautet:

$$\begin{aligned} J^\mu &= -\frac{2\sqrt{2}i}{3f_\pi} (q_1 - q_3 + q_2 - q_3)_\nu (g^{\mu\nu} - \frac{Q^\mu Q^\nu}{Q^2}) \\ &= -\frac{2\sqrt{2}i}{3f_\pi} (V_1^\mu + V_2^\mu) \end{aligned} \quad (2.22)$$

mit der Pionzerfallskonstanten $f_\pi = 93.3 \text{ MeV}$.

Möchte man diesen Strom nun für den Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ verwenden, muß man berücksichtigen, daß die invariante Masse des hadronischen Systems beim τ -Zerfall gerade im Bereich der hadronischen Resonanzen (ab m_ρ) liegt und damit die Voraussetzungen für den chiralen Limes nicht mehr erfüllt sind. J. H. Kühn und A. Santamaria haben deswegen vorgeschlagen, den Strom durch die Resonanzen des Zerfalls zu modifizieren [3]. Gleichzeitig müssen die beiden Randbedingungen, daß der Strom weiterhin erhalten ist ($Q^\mu J_\mu = 0$), d. h. es gibt nur Beiträge vom Axialvektorstrom, und daß der Strom für den Grenzwert $Q^2 \rightarrow 0$ wieder in den Strom aus Glg. 2.22 übergeht, erfüllt sein. Die Resonanzen, die hier berücksichtigt werden müssen sind das a_1 -Meson im Anfangszustand und das intermediäre ρ -Meson. Der Strom nimmt nun folgende Form an:

$$J^\mu = -\frac{2\sqrt{2}i}{3f_\pi} \text{BW}_{a_1}(Q^2) (\widetilde{\text{BW}}_\rho(s_2) V_1^\mu + \widetilde{\text{BW}}_\rho(s_1) V_2^\mu) \quad (2.23)$$

wobei BW_{a_1} die Breit-Wigner-Resonanzform des a_1 -Mesons und $\widetilde{\text{BW}}_\rho$ diejenige der intermediären ρ -Mesonen beschreibt. $\widetilde{\text{BW}}_\rho$ setzt sich aus den beiden ρ -Resonanzen ρ ($m_\rho = 0.773 \text{ GeV}$) und ρ' ($m_{\rho'} = 1.370 \text{ GeV}$) wie folgt zusammen: $\widetilde{\text{BW}}_\rho = (\text{BW}_\rho + \beta \text{BW}_{\rho'}) / (1 + \beta)$ mit $\beta = -0.145$. Die Breit-Wigner-Funktionen müssen die Bedingung $\text{BW}_{a_1}(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0} 1$ bzw. $\widetilde{\text{BW}}_\rho(s_i) \xrightarrow{s_i \rightarrow 0} 1$ erfüllen.

Für die Formfaktoren aus Glg. 2.6 bedeutet das:

$$\begin{aligned} F_1(Q^2, s_1, s_2) &= -\frac{2\sqrt{2}i}{3f_\pi} \text{BW}_{a_1}(Q^2) \widetilde{\text{BW}}_\rho(s_2) \\ F_2(Q^2, s_1, s_2) &= -\frac{2\sqrt{2}i}{3f_\pi} \text{BW}_{a_1}(Q^2) \widetilde{\text{BW}}_\rho(s_1) \\ F_3(Q^2, s_1, s_2) &= 0 \\ F_4(Q^2, s_1, s_2) &= 0. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die detaillierte Form der Breit-Wigner-Funktionen ist in [3] angegeben. Als Parameter gehen die Masse und Breite der a_1 -Resonanz (m_{a_1} und Γ_{a_1}) in das Modell ein. Neben den standardmäßig verwendeten Parameterwerten des Modells [3], die aus einer Anpassung an ARGUS-Daten stammen, wurden in dieser Analyse zusätzlich Werte für die Masse und Breite des a_1 verwendet, die aus einer Anpassung an OPAL-Daten der Jahre 1992 und 1993 stammen [1]. Die Werte sind im Vergleich in Tab. 2.2 angegeben.

| | Standardparameter | OPAL-Parameter |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|
| m_{a_1} | $(1.251 \pm 0.013) \text{ GeV}$ | $(1.266 \pm 0.018) \text{ GeV}$ |
| Γ_{a_1} | $(0.599 \pm 0.044) \text{ GeV}$ | $(0.610 \pm 0.072) \text{ GeV}$ |

Tabelle 2.2: Standardwerte der Parameter des KS-Modells [3] im Vergleich zu Werten, die aus OPAL-Ereignissen der Jahre 1992 und 1993 [1] extrahiert wurden.

2.3.2 Das Modell von Isgur, Morningstar und Reader

Das sog. „Flux-Tube-Breaking“ oder auch Flußröhrenmodell, das zur Beschreibung von Mesonzerfällen entwickelt wurde [20], basiert auf der Vorstellung, daß die Eigenzustände der QCD aus Quarks und sog. Flußröhren auf einem Gitter repräsentiert werden können (sog. „Strong Coupling Hamiltonian Lattice Formulation“ [21]): Mesonen werden in diesem Ansatz durch Zustände aus einem Quark und einem Antiquark – an beliebigen Stellen des Gitters durch eine Flußröhre verbunden – dargestellt (Abb. 2.5 a). Beim Zerfall des Mesons reißt die Flußröhre auf und an der Bruchstelle entsteht ein neues $q\bar{q}$ -Paar (Abb. 2.5 b).

Isgur, Morningstar und Reader haben dieses Modell auf den $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall angewandt, indem sie den Zerfall in die Einzelprozesse $\tau \rightarrow a_1 \nu_\tau$, $a_1 \rightarrow \rho\pi$ und $\rho \rightarrow 2\pi$ zerlegt haben. Für den hadronischen Strom ergibt sich damit:

$$J^\mu = if_{a_1} BW_{a_1}(Q^2) \left(f_{\rho\pi\pi}(s_2) BW_\rho(s_2) \left[f_{a_1\rho\pi}(Q^2, s_2) (q_1 - q_3)_\nu + g_{a_1\rho\pi}(Q^2, s_2) \right. \right. \quad (2.25)$$

$$\left. \left. \left((q_1 + q_3)_\nu - Q_\nu \frac{(q_1 + q_3)Q}{Q^2} \right) \right] + (1 \leftrightarrow 2) \right) \left(g^{\mu\nu} - \frac{Q^\mu Q^\nu}{Q^2} \right)$$

Die Kopplungskonstanten können im Rahmen des Modells berechnet werden [5]. Es besteht aber auch die Möglichkeit die Werte der Kopplungskonstanten an gemessene Ereignisse anzupassen. Dies wurde für die bis 1988 zur Verfügung stehenden Daten [5] und für Ereignisse, die mit dem OPAL-Detektor in den Jahren 1992 und 1993 aufgezeichnet wurden [1], durchgeführt. Im Vergleich zur Beschreibung der Breit-Wigner-Resonanz des a_1 -Mesons im KS-Modell, wird hier der Beitrag des Zerfalls $a_1 \rightarrow K^* \bar{K}$ zur Zerfallsbreite des a_1 -Mesons berücksichtigt. Bei der Anpassung des Modells an experimentelle Daten werden nicht-resonante Beiträge durch ein Polynom beschrieben (für die Parametrisierung siehe [5]), die nur zur Gesamtzerfallsrate, nicht jedoch zur Winkelverteilung beitragen (siehe Abb. 2.6). In Tab. 2.3 werden sowohl die berechneten als auch die gemessenen Werte der Modellparameter angegeben.

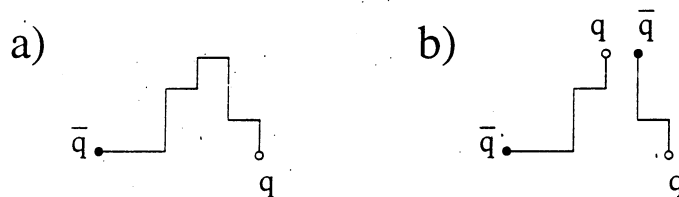


Abbildung 2.5: Zerfall eines Mesons im IMR-Modell durch das Aufbrechen der Flußröhre unter Bildung eines neuen $q\bar{q}$ -Paares.

| | Modellwerte | Daten bis 1988 | OPAL |
|---------------------------------------|-------------|---------------------------------|---------------------------------|
| m_{a_1} | — | $(1.220 \pm 0.015) \text{ GeV}$ | $(1.202 \pm 0.013) \text{ GeV}$ |
| $f_{a_1\rho\pi}(m_{a_1}^2, m_\rho^2)$ | 4.8 GeV | $(4.6 \pm 0.2) \text{ GeV}$ | $(4.8 \pm 0.2) \text{ GeV}$ |
| $g_{a_1\rho\pi}(m_{a_1}^2, m_\rho^2)$ | 6.0 GeV | $(5.4 \pm 0.5) \text{ GeV}$ | $(3.2 \pm 2.0) \text{ GeV}$ |
| c_1 | — | nicht angegeben | -7.3 |
| c_2 | — | nicht angegeben | 14.9 |
| c_3 | — | nicht angegeben | -1.9 |

Tabelle 2.3: Modellberechnungen der Parameterwerte des IMR-Modells [5] im Vergleich zu Werten, die aus experimentellen Daten bis 1988 [5] bzw. OPAL-Daten der Jahre 1992 und 1993 [1] extrahiert wurden.

Neben dem Axialvektorstrom wird eine skalare Komponente der folgenden Form berücksichtigt:

$$J_{\text{skalar}}^\mu = -i \frac{f_{\pi'}}{2} \text{BW}_{\pi'}(Q^2) \left[f_{\pi'\rho\pi}(Q^2, s_2) f_{\rho\pi\pi} \text{BW}_\rho(s_2) (s_3 - s_1) + (1 \leftrightarrow 2) \right] Q^\mu \quad (2.26)$$

d. h. neben dem Zerfall über das a_1 -Meson gibt es den Zerfall über das pseudoskalare $\pi'(1300)$ in drei geladene Pionen. Für s_3 gilt: $s_3 = Q^2 + 3m_\pi^2 - s_1 - s_2$. Der Beitrag des skalaren Stroms zum Gesamtstrom wird durch $f_{\pi'}$ bestimmt. Dieser skalare Anteil wurde bei der Anpassung an die experimentellen Daten vernachlässigt, d. h. $f_{\pi'} = 0$ gesetzt [1, 5].

Im IMR-Modell haben die Formfaktoren im hadronischen Strom die folgende Form:

$$\begin{aligned} F_1(Q^2, s_1, s_2) &= i \text{BW}_{a_1}(Q^2) f_{a_1} \left[f_{\rho\pi\pi}(Q^2, s_2) \right. \\ &\quad \left(f_{a_1\rho\pi}(Q^2, s_2) + \frac{1}{6} g_{a_1\rho\pi}(Q^2, s_2) (Q^2 + 3m_\pi^2 - 2s_1 - s_2) \right) \text{BW}_\rho(s_2) \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} f_{\rho\pi\pi}(Q^2, s_1) g_{a_1\rho\pi}(Q^2, s_1) (Q^2 + 3m_\pi^2 - 2s_2 - s_1) \text{BW}_\rho(s_1) \right] \\ F_2(Q^2, s_1, s_2) &= F_1(Q^2, s_2, s_1) \\ F_3(Q^2, s_1, s_2) &= 0 \\ F_4(Q^2, s_1, s_2) &= -i \frac{f_{\pi'}}{2} \text{BW}_{\pi'}(Q^2) \left[f_{\pi'\rho\pi}(Q^2, s_2) f_{\rho\pi\pi}(Q^2, s_2) \text{BW}_\rho(s_2) (s_3 - s_1) + (1 \leftrightarrow 2) \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.3.3 Vergleich der beiden Modelle

Beide Modelle müssen die allgemeinen Eigenschaften des Zerfalls beschreiben. Daher ähneln sich die Ausdrücke für die hadronischen Ströme stärker, als man es zunächst von den unterschiedlichen theoretischen Ansätzen her erwarten würde. Einige wesentliche Unterschiede zwischen den beiden Modellen bleiben trotzdem bestehen:

- Während im KS-Modell sowohl Masse als auch Breite der a_1 -Resonanz Modellparameter sind, ist im IMR-Modell die Breite durch die übrigen Modellparameter – unter anderem durch die Masse des a_1 -Mesons – festgelegt.
- Die Kopplungskonstanten der Zerfallsvertices sind im KS-Modell tatsächlich konstant, während sie im IMR-Modell mit Q^2 und s_1 bzw. s_2 variieren (siehe Glgn. 2.25 und 2.26).

Modellvergleich

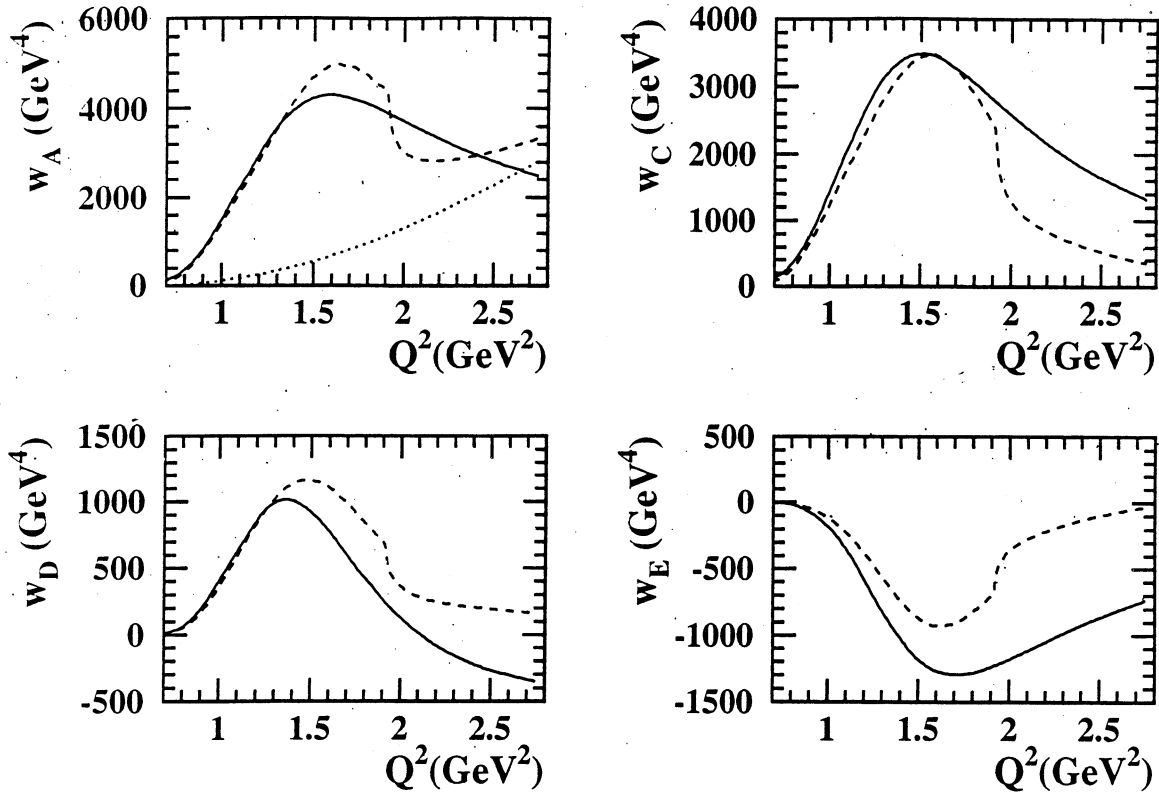


Abbildung 2.6: Vergleich der über s_1 und s_2 integrierten Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E für das KS-Modell (durchgezogene Linie) und das IMR-Modell (gestrichelte Linie). Im IMR-Modell erkennt man den Beitrag des Zerfalls $a_1 \rightarrow K^* \bar{K}$ deutlich am Abknicken der Strukturfunktionen bei etwa 1.9 GeV^2 . Der nichtresonante Untergrund im IMR-Modell (gepunktete Linie in w_A), der durch ein Polynom beschrieben wird, wird nur in w_A berücksichtigt.

- Neben dem Bornterm des Zerfalls werden im IMR-Modell höhere Terme berücksichtigt, die dazu führen, daß das D/S-Partialwellenverhältnis zwischen ρ und π im intermediären ρ - π -Zustand variiert werden kann. Für das KS-Modell ist dieser Wert auf $D/S = -0.05$ (für $m_{a_1} = 1.266 \text{ GeV}$) [1] festgelegt, während es für das IMR-Modell aus den OPAL-Daten zu $D/S = -0.09$ bestimmt wurde [1].
- Im IMR-Modell kann prinzipiell ein skalarer Beitrag berücksichtigt werden. Dieser kann formal ebenso in das KS-Modell eingebaut werden, allerdings muß dafür die Erhaltung des Stromes aufgegeben werden.

Die beiden Modelle können nun verwendet werden, um Vorhersagen über die Strukturfunktionen zu gewinnen. Zunächst ist in Abb. 2.6 ein Vergleich der Modellvorhersagen für die über die intermediären Zwei-Pion-Massen s_1 und s_2 integrierten Strukturfunktionen

$$w_X(Q^2) = \int W_X(Q^2, s_1, s_2) ds_1 ds_2 \quad \text{für } X = A, C \quad \text{und} \quad (2.28)$$

$$w_X(Q^2) = \int W_X(Q^2, s_1, s_2) \text{sign}(s_1 - s_2) ds_1 ds_2 \quad \text{für } X = D, E$$

dargestellt. Für die hier gezeigten Modellvorhersagen wurden Modellparameter verwendet, die aus OPAL-Daten [1] bestimmt wurden. Für das IMR-Modell wurde in w_A der nicht-resonante

Untergrund berücksichtigt. In w_A erkennt man die Struktur der a_1 -Resonanz, die im Vergleich zum Wirkungsquerschnitt ($d\Gamma/dQ^2$) für große Q^2 -Werte nicht durch den Phasenraumfaktor unterdrückt wird. w_E ist für beide Modelle negativ. In diesem Verhalten spiegelt sich direkt die negative ν_τ -Helizität wieder.

Ein Vergleich der Modellvorhersagen für W_A , W_C , $W_D \text{ sign}(s_1 - s_2)$ und $W_E \text{ sign}(s_1 - s_2)$ in der Dalitzzebene (s_1 - s_2 -Ebene) wird in Abb. 2.7 für einen festen Q^2 -Wert ($Q^2=1.7 \text{ GeV}^2$) gezeigt. Bei beiden Modellen erkennt man in W_A die Resonanzstruktur der beiden möglichen intermediären ρ -Mesonen sowie deren Interferenz. Weiterhin sieht man – wie schon aus Glg. 2.19 ersichtlich, daß W_A und W_C symmetrisch, W_D und W_E hingegen antisymmetrisch bzgl. der Winkelhalbierenden ($s_1 = s_2$) sind. Darin spiegelt sich die Bose-Symmetrie des hadronischen Endzustandes wieder. Zu den Abweichungen zwischen den Modellen in der Dalitzzebene tragen hauptsächlich Unterschiede in der Beschreibung des ρ - π -Zwischenzustandes, wie z. B. das Partialwellenverhältnis von D- und S-Welle, bei [7].

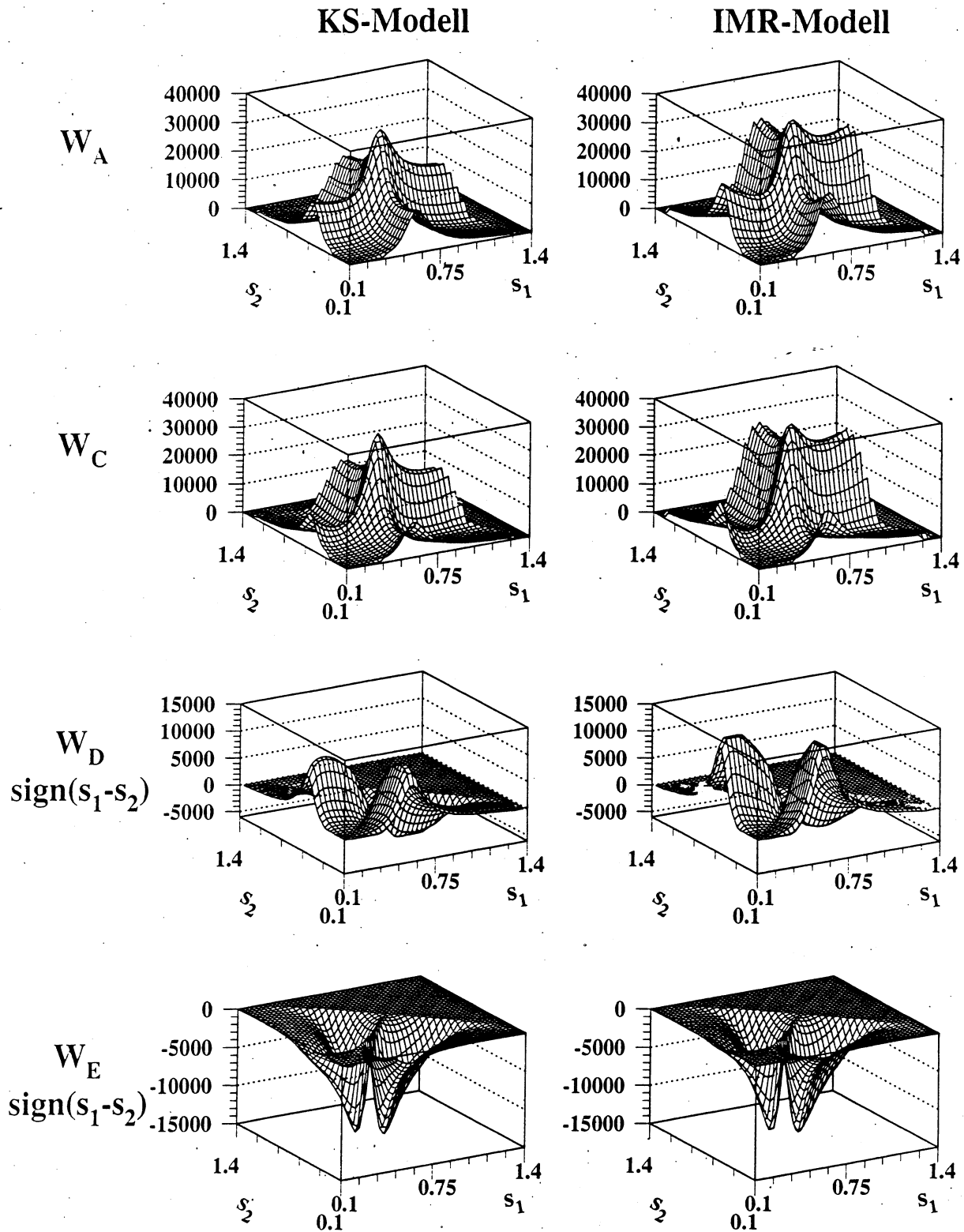


Abbildung 2.7: Modellverteilungen des KS-Modells (linke Spalte) und des IMR-Modells (rechte Spalte) für $Q^2 = 1.7 \text{ GeV}^2$ im Vergleich für W_A , W_C , $W_D \text{ sign}(s_1 - s_2)$ und $W_E \text{ sign}(s_1 - s_2)$ in der $s_1 - s_2$ -Ebene dargestellt.

Kapitel 3

Die Meßapparatur – der Beschleuniger LEP und der OPAL-Detektor

Die hier vorgestellte Analyse zur Messung des hadronischen Stromes im Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ basiert auf der Auswertung von Z^0 -Zerfällen, die mit dem Elektron-Positron-Speicherring LEP erzeugt wurden. Die aus dem Z^0 -Zerfall resultierenden Zerfallsprodukte wurden mit dem OPAL-Detektor nachgewiesen. Aus den Detektorsignalen werden die physikalisch interessanten Größen, wie z. B. Energie und Impuls der Teilchen, rekonstruiert. In diesem Kapitel wird eine kurze Beschreibung des Elektron-Positron-Speicherrings LEP und des Aufbaus des OPAL-Detektors gegeben.

3.1 Der LEP-Speicherring

Der Elektron-Positron-Speicherring LEP (**L**arge **E**lectron **P**ositron **C**ollider) (siehe Abb. 3.1) ist ein Beschleuniger, der im Jahre 1989 am europäischen Kernforschungszentrum CERN bei Genf in Betrieb genommen wurde. Der LEP-Tunnel befindet sich etwa 100 m unter der Erdoberfläche und hat einen Umfang von 26.7 km. Die erreichbare Energie der Elektronen und Positronen beträgt maximal 55 GeV pro Strahl in der hier betrachteten ersten Ausbaustufe (LEP-I), was im Schwerpunktsystem (in diesem Fall das Laborsystem) eine verfügbare Energie von bis zu 110 GeV ergibt.

Somit ist man mit der ersten Ausbaustufe in der Lage, das schwere Eichboson Z^0 zu erzeugen. In den Jahren 1989 bis zum Oktober 1995 arbeitete der LEP-Speicherring bei Schwerpunktsenergien zwischen 88.2 und 94.3 GeV im Bereich des Z^0 -Pols. Es gibt bei LEP vier Wechselwirkungszone, in denen die Elektronen und Positronen zur Kollision gebracht werden. An diesen Stellen befinden sich die vier Detektoren ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL, mit denen man die Zerfallsprodukte des Z^0 nachweisen kann. Von 1989 bis Oktober 1995 wies jedes der LEP-Experimente etwa $4.25 \cdot 10^6$ Z^0 -Zerfälle nach, was einer integrierten Luminosität von jeweils etwa 140 pb^{-1} entspricht.

Aufgrund des hohen Wirkungsquerschnittes am Z^0 -Pol ($\sigma_{peak} \approx 41 \text{ nb}$ für multihadronische Ereignisse) und der hohen erreichbaren Luminosität von bis zu $\mathcal{L} = 10 \mu\text{b}^{-1}\text{s}^{-1}$ sowie der daraus folgenden großen Ereigniszahlen ergibt sich bei LEP I ein sehr weites Feld zum Studium der verschiedensten physikalischen Fragestellungen im Bereich der Hochenergiephysik.

In der zweiten Ausbaustufe (LEP II) wird die Energie durch den Einbau von supraleitenden HF-Beschleunigungsresonatoren auf ungefähr 85 GeV pro Strahl erhöht werden. Im Herbst 1995 wurde erstmals eine Energie von 130 GeV erreicht. Im Sommer 1996 soll die LEP II-Maschine fertiggestellt

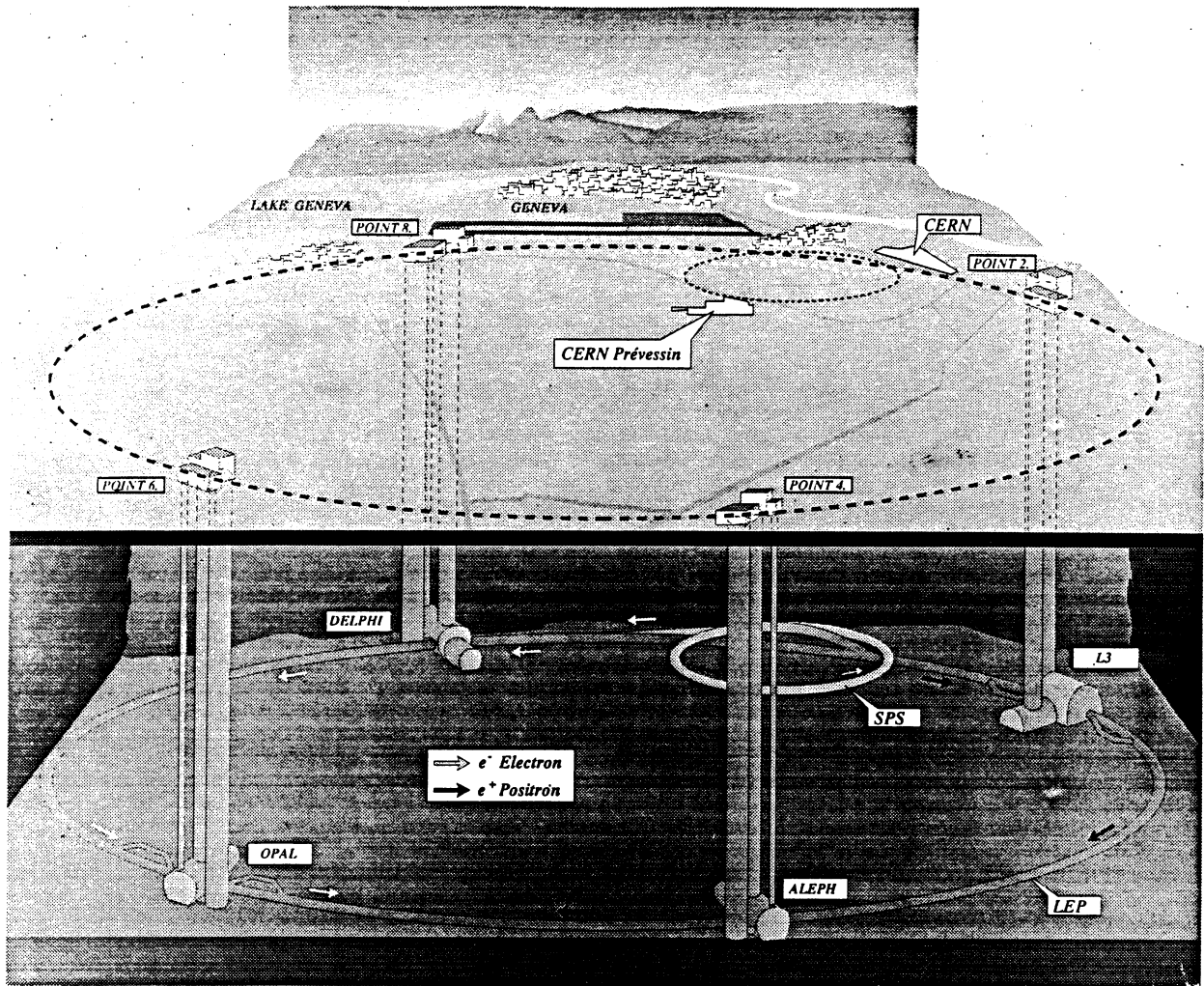


Abbildung 3.1: Der LEP-Speicherring mit seinen vier Detektoren.

und bis zu einer Schwerpunktsenergie von 170 GeV einsetzbar sein. Dann können die geladenen schwachen Eichbosonen W^+W^- paarweise erzeugt werden. Neben einer Präzisionsmessung ihrer Masse soll die 3-Eichboson-Wechselwirkung untersucht werden. Außerdem kann die Suche nach dem Higgs-Teilchen auf einen größeren Massenbereich ausgedehnt werden.

3.2 Der OPAL-Detektor

Der OPAL-Detektor (Omni Purpose Apparatus for LEP) ist durch die internationale Zusammenarbeit von zur Zeit etwa 320 Physikern, die 33 Instituten aus 10 Ländern angehören, entstanden. Eine ausführliche Beschreibung des OPAL-Detektors findet sich in [22].

3.2.1 Aufbau des Detektors

Der OPAL-Detektor ist ein Allzweckdetektor, der die Rekonstruktion aller Zerfallsprodukte des Z^0 ermöglichen soll. Dazu ist es notwendig, neutrale und geladene Teilchen über den vollen Raumwinkelbereich nachzuweisen. Der Detektor besitzt einen zur Strahlachse zylindersymmetrischen Aufbau (Abb. 3.2 und 3.3) und besteht aus vielen Einzeldetektoren. Er hat eine Länge von 12 m

und einen Durchmesser von 10 m und überdeckt somit etwa 97 % des gesamten Raumwinkels. Sein Gewicht beträgt etwa 3000 t. Im folgenden sollen die einzelnen Komponenten kurz beschrieben werden:

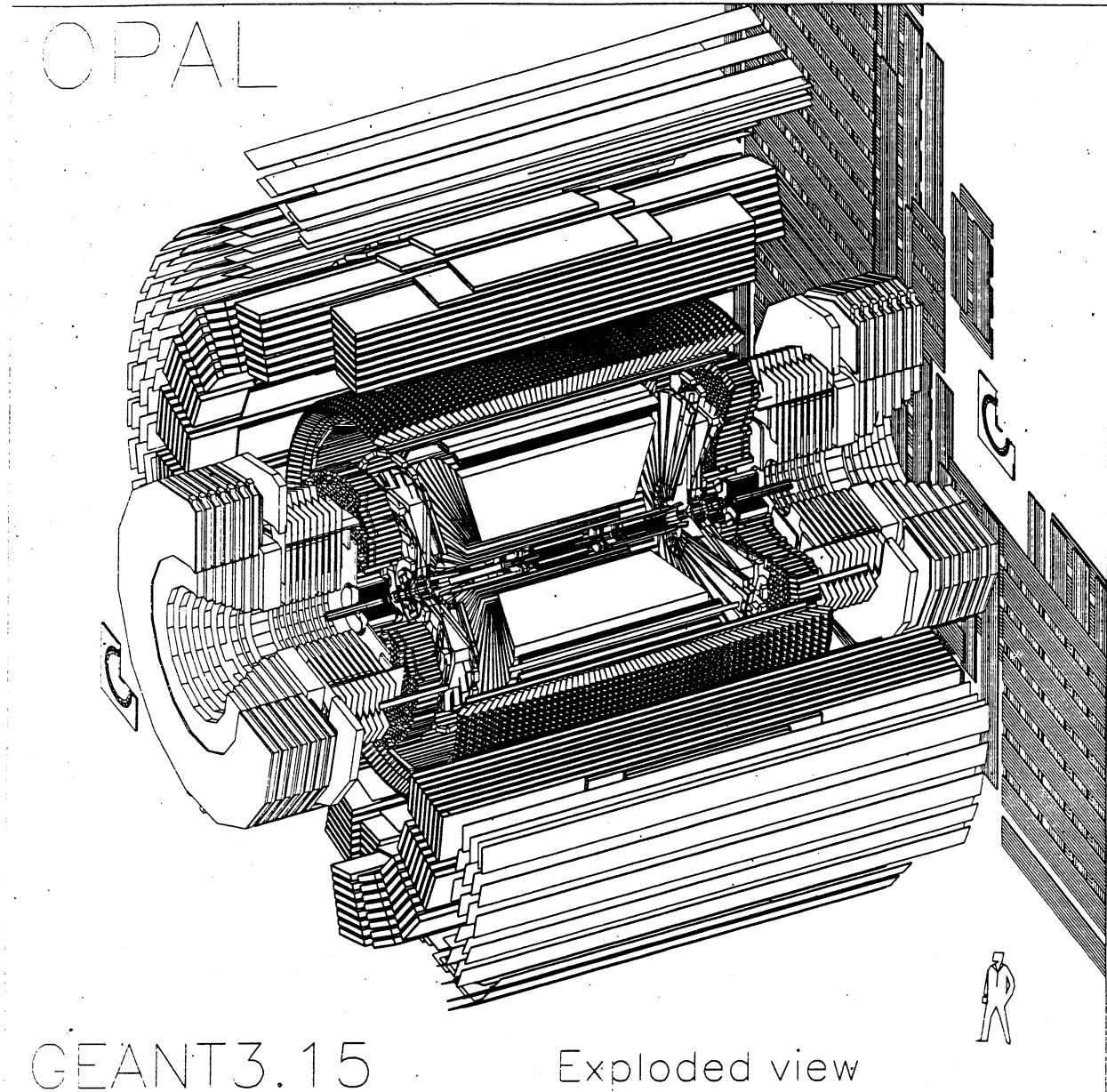


Abbildung 3.2: Schematische Ansicht des OPAL-Detektors.

- **Silizium-Mikrovertexdetektor**

Der Silizium-Mikrovertexdetektor befindet sich zwischen dem inneren und dem äußeren Strahlrohr bei Radien von 6.0 und 7.5 cm. Bei seinem Einbau 1991 bestand er zunächst aus zwei zylindrischen Lagen von einseitigen Siliziumstreifenzählern, die eine Auflösung von 5 bis 6 μm in der $r\phi$ -Ebene¹ haben. Seit 1993 werden Doppellagen von Siliziumdetektoren, die aneinander geklebt wurden, verwendet, so daß neben der Koordinatenmessung in der

¹OPAL benutzt ein rechtshändiges Zylinder-Koordinatensystem, bei dem die x -Achse zum Zentrum des LEP-Rings zeigt und die positive z -Achse in Richtung des Elektronen-Strahls liegt. θ ist der Polwinkel und ϕ der Azimutwinkel.

$r\phi$ -Ebene eine z -Messung pro Lage zur Verfügung steht.

Der Mikrovertexdetektor dient vor allem der Rekonstruktion des Primärvertex und zur Messung von Zerfallsvertices und Zerfällen sehr kurzlebiger Teilchen. Er kann verwendet werden, um Teilchen, die nicht vom Primärvertex stammen, zu identifizieren.

- **Zentraldetektor**

Der sogenannte OPAL-Zentraldetektor besteht aus drei Driftkammersystemen: der Vertexkammer, der Jetkammer und den Z-Kammern:

- **Vertexkammer**

Die Vertexkammer ist eine Driftkammer mit einer Länge von 1 m, einem inneren Radius von 8.8 cm und einem äußeren Radius von 23.5 cm. Sie befindet sich zwischen dem Silizium-Mikrovertexdetektor und der Jetkammer und besteht aus zwei Komponenten, die senkrecht zur Strahlachse in jeweils 36 kuchenstückförmige Sektoren unterteilt sind. Im inneren Teil der 36 Sektoren sind jeweils 12 Axialdrähte parallel zur Strahlachse gespannt. Der äußere Teil der 36 Sektoren enthält jeweils 6 Stereodrähte, die gegenüber der z -Achse um 4° verdreht sind. Diese Verkippung sorgt für eine genaue Messung der z -Koordinate. Die mittlere Ortsauflösung der Vertexkammer in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung ($r\phi$ -Ebene) beträgt $55 \mu\text{m}$ und in Strahlrichtung (z -Richtung) $700 \mu\text{m}$ unter Benutzung der Stereodrähte [23].

Dieser Detektorteil dient der genauen Rekonstruktion des primären Wechselwirkungspunktes ebenso wie dem Auffinden von Sekundärvertices schwach zerfallender (sehr kurzlebiger) Teilchen, wie z. B. Mesonen, die c - und b -Quarks enthalten (D- und B-Mesonen).

- **Jetkammer**

Einer der Hauptbestandteile des OPAL-Detektors ist die zylinderförmige Jetkammer (Abb. 3.2), die einen inneren Radius von 25 cm, einen äußeren Radius von 185 cm und eine Länge von 4 m hat. Die Jetkammer dient der Impulsmessung, der Bestimmung des Ladungsvorzeichens und der Ortsmessung geladener Teilchen. Sie spielt eine wesentliche Rolle bei der geometrischen Rekonstruktion von Ereignissen. Darüber hinaus können mit dem spezifischen Energieverlust Teilchen identifiziert werden. Sie ist senkrecht zur Strahlachse in 24 gleichartige Sektoren eingeteilt, so daß jeder Sektor 15° überstreicht (Abb. 3.3). Damit erhält man Driftstrecken von bis zu 25.5 cm. Zwei benachbarte Sektoren werden durch eine Ebene von Kathodendrähten voneinander getrennt. In der Mitte jeder dieser Sektoren wechseln sich je einer der 159 Anodendrähte (auch Signaldrähte genannt) und einer der 160 Potentialdrähte ab, die parallel zur Strahlachse gespannt sind. Die Jetkammer wird von konischen Endstücken begrenzt. Da die Drähte zwischen diesen konisch geformten Aluminiumplatten eingespannt sind, variiert ihre Länge und damit auch die Länge der Kammer zwischen 3.44 m (innerer Draht) und 4.12 m (äußerer Draht). Durch die Anordnung der Potential-, Anoden- und Kathodendrähte erreicht man ein homogenes elektrisches Feld und damit eine konstante Driftgeschwindigkeit und einen konstanten Lorentzwinkel α_L . Um die Links-Rechts-Mehrdeutigkeit der Spuren aufzulösen, sind die Signaldrähte abwechselnd um $+100 \mu\text{m}$ bzw. $-100 \mu\text{m}$ gegen die Symmetrieebene versetzt. Als Kammergas wird eine Mischung aus Argon (88.2%), Methan (9.8%) und Isobutan (2.0%) verwendet. Der Druck in der Kammer beträgt 4.0 bar.

Über Vorverstärker und schnelle FADC (100 MHz Analog-Digital-Wandler) werden die auf den Signaldrähten erzeugten Pulse an beiden Drahtenden ausgelesen und in digitalisierter Form abgespeichert. Durch Messung der Driftzeiten werden die $r\phi$ -Koordinaten der Teilchenspuren bestimmt, nach dem Prinzip der Ladungsteilung die jeweiligen

z-Koordinaten errechnet. Dadurch erhält man in der $r\phi$ -Ebene eine mittlere Ortsauflösung von $135\ \mu\text{m}$ und in z-Richtung von $6\ \text{cm}$ [24]. Falls die Spur einen sogenannten „CJ-Endpunkt“ [24] besitzt, d. h. wenn das Teilchen die Jetkammer im Bereich des Endkonus verläßt, kann die z-Koordinate auf einem einzelnen Draht um fast eine Größenordnung genauer gemessen werden [25]. Die Summe der Ladungsmengen, die an den beiden Drahtenden gemessen werden, wird zur Bestimmung des Energieverlustes dE/dx in der Jetkammer benötigt. Für minimal ionisierende Pionen ist dies mit einem relativen Fehler von etwa 3.8 % bei 159 Meßpunkten möglich.

Mit Hilfe des von der Spule erzeugten Magnetfeldes von 0.435 Tesla erreicht man auch für Teilchen mit hohem Impuls eine ausreichende Krümmung der Spuren und erhält folgende Auflösung des Impulses in der $r\phi$ -Ebene unter Berücksichtigung der Vielfachstreuung [24]:

$$\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = \sqrt{0.02^2 + \left(1.5 \cdot 10^{-3} (\text{GeV})^{-1} \cdot p_t\right)^2}, \quad (3.1)$$

wobei p_t die Impulskomponente der Spur senkrecht zur LEP-Strahlachse ist. Der erste Term steht für den Beitrag aus Vielfachstreuung. Die relative Auflösung des Transversalimpulses beträgt also z. B. für ein Teilchen mit einem p_t von $10\ \text{GeV}$ 2.5 %. Für Myonpaare ($\mu^+\mu^-$) mit einem Transversalimpuls von $45\ \text{GeV}$ erhält man eine relative Auflösung von 6.8 %.

– Z-Kammern

Die Z-Kammern bestehen aus 24 Driftkammern, die die Jetkammer umschließen und deren Drähte senkrecht zur Strahlachse gespannt sind. Sie liegen im Abstand von 190 bis 196 cm zur Strahlachse. Jede Z-Kammer ist in 8 Sektoren unterteilt, deren jeweils 6 Signaldrähte senkrecht zu den Drähten der Jetkammer gespannt sind. Die Z-Kammern überdecken den Polarwinkelbereich von $|\cos\theta| < 0.72$. Sie dienen dazu die z-Koordinate am Ende der Teilchenspuren möglichst genau zu messen und damit den Polarwinkel θ (dies ist der Winkel zur Strahlachse) zu bestimmen. Sie überdecken einen Bereich von $44^\circ \leq \theta \leq 136^\circ$. Die Bestimmung der z-Koordinaten erfolgt durch Messung der Driftzeiten, die Ortsauflösung in z-Richtung beträgt $300\ \mu\text{m}$ und etwa $1.5\ \text{cm}$ in der $r\phi$ -Ebene [22].

• Spule

Das homogene Magnetfeld von 0.435 T, das parallel zur Strahlachse gerichtet ist, wird von einer normalleitenden Spule erzeugt, die den Zentraldetektor umschließt. Das Rückführjoch des Magneten dient gleichzeitig als Teil des Hadronkalorimeters. Die Leistungsaufnahme beträgt bis zu 5 MW, und das Material der Spule entspricht ungefähr 1.5 elektromagnetischen Strahlungslängen.

• Presampler

Der Presampler besteht im Barrel aus 16 doppelagigen Streamerkammern und aus 32 Vieldrahtkammern in den Endkappen. Zur Verbesserung der Energieauflösung und der Ortsauflösung des elektromagnetischen Bleiglas-Kalorimeters wird die Teilchenmultiplizität direkt nach Beginn der elektromagnetischen Schauerbildung von primären Teilchen im Drucktank und der Spule (insgesamt ungefähr 2 Strahlungslängen) und unmittelbar vor dem elektromagnetischen Kalorimeter gemessen.

• Flugzeitzähler

Der Flugzeitzähler (TOF = Time Of Flight), ist eine Anordnung von beidseitig ausgelesenen Szintillationszählern mit einer Zeitauflösung von etwa 300 ps. Er mißt die Zeit, die ein Teilchen vom Primärvertex bis zu dieser Detektorkomponente benötigt. Auf der einen

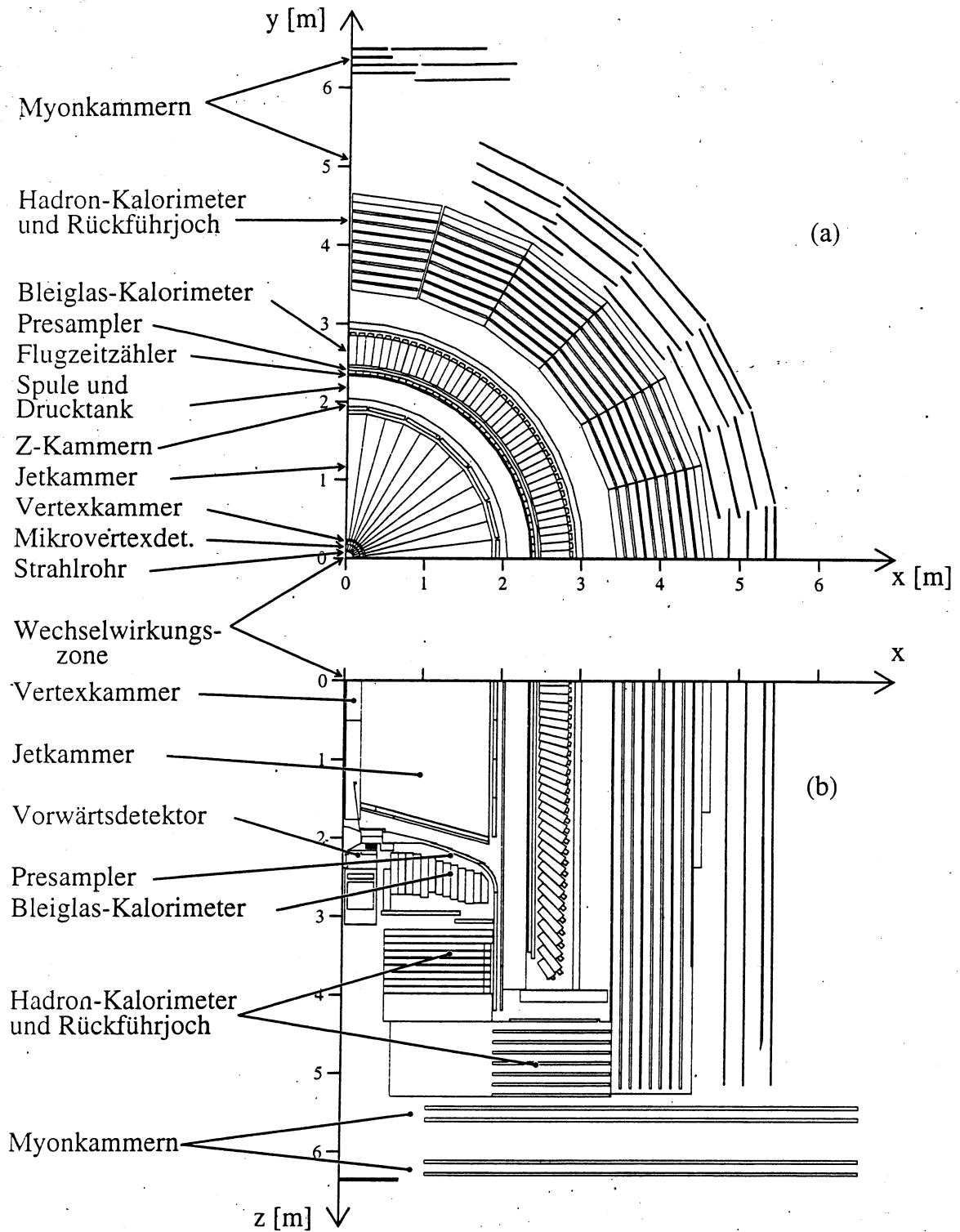


Abbildung 3.3: Schnitt durch einen Quadranten des OPAL-Detektors: a) senkrecht und b) parallel zur LEP-Strahlachse.

Seite ist er ein wichtiges und schnelles Element der OPAL-Triggerlogik, auf der anderen Seite hat man durch die Messung der Flugzeit vom primären Wechselwirkungspunkt mit dem Flugzeitähler für Teilchen mit niedrigem Impuls ein System zur Teilchenidentifikation zur Verfügung. Insbesondere dient der TOF der Unterdrückung von Ereignissen aus kosmischer Höhenstrahlung.

- **Elektromagnetisches Kalorimeter**

Zur Identifikation von elektromagnetisch wechselwirkenden Teilchen (e^+ , e^- , Photonen) steht ein Kalorimeter mit fast 12000 Bleiglasblöcken zur Verfügung, das zur Messung der Energie und zum Nachweis der oben erwähnten Teilchen dient. Davon sind 9440 auf den Wechselwirkungspunkt zeigende Bleiglasblöcke mit 24.6 Strahlungslängen und etwa $40 \cdot 40 \text{ mrad}^2$ Auftrefffläche im Zentralbereich des Detektors angebracht, während je 1132 Bleiglasblöcke mit 22 Strahlungslängen parallel zur Strahlachse in den Endkappen installiert sind. Die Bleiglasblöcke werden mit Hilfe von Photomultipliern (barrel) oder Vakuum-Phototrioden (endcap) ausgelesen. Diese registrieren das Čerenkovlicht, das die Schauer erzeugen, die beim Durchqueren des Glases von geladenen Teilchen und Photonen entstehen. Dabei deponieren Elektronen und Photonen i.a. ihre gesamte Energie in diesem Detektorteil, während die anderen geladenen Teilchen hier nur einen geringen Teil ihrer Energie verlieren. Die Energieauflösung beträgt:

$$\sigma_E/E = \sqrt{(0.03)^2 + (0.16)^2/E[\text{GeV}]} . \quad (3.2)$$

Zusätzlich wird eine gute Ortsauflösung durch die hohe Granularität erreicht.

- **Hadron-Kalorimeter**

Ein Sampling-Kalorimeter wird zur Energiemessung stark wechselwirkender Teilchen verwendet. Passives Material (hier Eisenplatten des Rückführjochs des Magneten), das den hadronischen Schauer auslöst, wechselt sich mit aktiven Nachweiskammern (hier Streamerkammern) ab. Gleichzeitig dient dieses Kalorimeter, das den größten Beitrag zu den 7 hadronischen Wechselwirkungslängen vor den Myondetektoren liefert als Myonfilter. Außerhalb dieses Detektorteils stammen nur Myonen und Neutrinos von der Primärreaktion.

- **Myon-Kammern**

Große Driftkammern umgeben das Hadron-Kalorimeter zum Nachweis der durchdringenden Myonen. Sie bestehen im Barrel aus 4 Lagen mit insgesamt 110 planaren Driftkammern und in den Endkappen aus 4 Lagen Streamerkammern. Sowohl Durchtrittsort als auch -richtung der einfallenden Teilchen werden bestimmt. Die Ortsauflösung im Barrel beträgt 1.5 mm in azimuthaler und 2 mm in z-Richtung. In den Endkappen wird eine Auflösung von 1 mm in der Ebene senkrecht zur Strahlachse erreicht.

- **Vorwärtsdetektor**

Eine Anordnung von Detektoren nahe am Strahlrohr dienen der präzisen Luminositätsmessung. Hierfür werden Elektron-Positron-Paare aus der Bhabha-Streuung nachgewiesen. Aus deren Rate und Winkelverteilung erhält man mit Hilfe des theoretisch sehr gut bekannten Bhabha-Streuwirkungsquerschnittes die Luminosität. Der Vorwärtsdetektor ist ein System von Driftkammern, Proportionalzählern und einem 24 Strahlungslängen tiefen Blei-Szintillator-Sandwich-Kalorimeter. Der systematische Fehler der Luminositätsmessung mit diesem Detektor liegt bei 0.45%.

- **Silizium-Wolfram-Luminositätsdetektor**

Um den systematischen Fehler der Luminositätsmessung zu verbessern und ihn insbesondere dem statistischen Fehler der erwarteten Datenmenge anzupassen, wurde 1993 ein Silizium-Wolfram-Luminositätsdetektor eingebaut und in Betrieb genommen. Es handelt sich ebenfalls um ein Sampling-Kalorimeter, das bei sehr kleinen Winkeln mißt (von $\theta = 25$ bis

60 mrad). Konstruktive Einzelheiten werden in Anhang A beschrieben. Der systematische Fehler der Luminositätsmessung konnte mit dieser Detektorkomponente auf etwa 0.1 % reduziert werden [26].

3.3 Die Ereignissimulation

Bevor die mit dem Detektor aufgezeichneten Daten analysiert werden können, muß die Vorgehensweise bei der Datenauswertung entwickelt werden. Die Festlegung auf eine bestimmte Selektionsmethode und damit verbunden die Bestimmung von Effizienz und Reinheit – die für Korrekturzwecke benötigt werden – können mit Hilfe von Ereignissen, die mit einer sog. Monte Carlo Methode erzeugt wurden, durchgeführt werden. Darüberhinaus kann auch das Extraktionsverfahren der hadronischen Strukturfunktionen durch das Monte Carlo überprüft werden. Die Struktur des hadronischen Stromes ist im Modell, das der Simulation zugrunde liegt, bekannt.

Diese Monte Carlo Simulation setzt sich aus dem Ereignisgenerator, der den Zerfall beschreibt und der Detektorsimulation, die die Wechselwirkung der Zerfallsprodukte im Detektor modelliert, zusammen. Der Ereignisgenerator beinhaltet sowohl die Produktion der τ -Paare aus der e^+e^- -Annihilation auf der Z^0 -Resonanz, die durch das Programmpaket KORALZ4.0 [27] beschrieben werden als auch ihren Zerfall, für den das Programmpaket TAUOLA2.4 [28] verwendet wird. Die Simulation des OPAL-Detektors erfolgt anschließend mit dem Programm GOPAL [29], das auf dem GEANT3.14 [30] Simulationspaket beruht. Hierbei werden die Teilchen, deren Vierervektoren am Ende des Zerfalls vom Ereignisgenerator geliefert werden, bei ihrem Weg durch den Detektor verfolgt. Reaktionen wie Vielfachstreuung oder Paarbildung werden hierbei berücksichtigt. Am Ende stehen neben den Detektordaten, die im gleichen Format wie in einem Datenereignis vorliegen, zusätzlich die komplette Geschichte der am Zerfall beteiligten Teilchen zur Verfügung.

Kapitel 4

Selektion der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Ereignisse

Mit dem OPAL-Detektor wurden in den Jahren 1992-1994 ca. $3.1 \cdot 10^6$ Z^0 -Zerfälle aufgezeichnet. Etwa 4% der beobachteten Z^0 -Ereignisse – also etwa 130 000 Ereignisse – sind $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ -Zerfälle. Diese τ -Paare werden zunächst durch eine Vorselektion von den anderen Ereignisklassen abgetrennt. Anschließend werden die beiden τ -Zerfälle eines Paares getrennt auf die Art ihres Zerfalls hin untersucht. $(9.3 \pm 0.3)\%$ [15] der τ -Leptonen zerfallen dabei in drei geladene Pionen. Für die Selektion dieser Ereignisse werden sehr harte Selektions- und Qualitätskriterien verwendet, um eine möglichst untergrundarme und kinematisch gut rekonstruierte Datenmenge zu erhalten. Dies ist entscheidend für die sich anschließende Messung der hadronischen Strukturfunktionen. Die Selektion der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Ereignisse soll im folgenden dargestellt werden.

4.1 Vorselektion der $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ -Ereignisse

Zunächst wird in der Gesamtdatenmenge der von OPAL aufgezeichneten Ereignisse nach $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ -Ereignissen gesucht. Es werden nur Ereignisse berücksichtigt, deren mittlerer Polarwinkel zwischen 18° und 162° (d. h. $|\cos\theta| < 0.95$) liegt.

Hierzu werden die Zerfallsprodukte eines Ereignisses, d. h. deren Spuren und Cluster¹, in Kegel, deren halber Öffnungswinkel 35° beträgt, zusammengefaßt. Für ein typisches τ -Ereignis gibt es gerade zwei solcher Kegel, die den beiden ursprünglichen τ -Leptonen entsprechen und deren Zerfallsprodukte enthalten (vgl. Abb. 4.1).

τ -Paare werden von anderen Ereignistypen nach einer bei OPAL standardmäßig durchgeführten Selektion [31] getrennt. Diese Vorselektion wird im folgenden kurz zusammengefaßt:

- Myonen aus der kosmischen Höhenstrahlung fliegen im Gegensatz zu den gesuchten τ -Zerfällen, bei denen die Spuren der Zerfallsprodukte vom Wechselwirkungspunkt kommen, von außen quer durch den Detektor. Treffen die Teilchen also nicht nahezu gleichzeitig in gegenüberliegenden Modulen des TOF ein bzw. nicht im richtigen zeitlichen Abstand zum Zeitpunkt der nominellen Wechselwirkung², kann das Ereignis als Untergrundereignis der kosmischen Höhenstrahlung identifiziert werden. Da die Spuren kosmischer Myonen meistens nicht durch den nominellen Wechselwirkungspunkt gehen, können folgende Kriterien an die Spuren geladener Teilchen gestellt werden:

¹In einem Cluster werden benachbarte Blöcke im elektromagnetischen Kalorimeter, die einen Energieeintrag haben, zusammengefaßt.

²Dies gilt nur im Zentralbereich des Detektors.

- Mindestens eine der Spuren muß sich dem Koordinatenursprung in x-y-Richtung auf mindestens 5 mm und in z-Richtung auf mindestens 20 cm nähern.
 - Der mittlere maximale Abstand vom Koordinatenursprung in z-Richtung aller geladenen Teilchen mit guten Spuren³ muß kleiner als 20 cm sein.
- Aufgrund der großen Schwerpunktsenergie bei LEP werden in multihadronischen Ereignissen viele Teilchen – die mittlere Anzahl geladener Teilchen liegt bei etwa 21 [32] – erzeugt. τ -Ereignisse hingegen haben in nur etwa 2 % der Fälle mehr als vier geladene Teilchen im Endzustand. Für τ -Ereignisse müssen zur Unterscheidung von multihadronischen Ereignissen folgende Kriterien erfüllt sein:
 - Es muß mindestens eine, es darf aber nicht mehr als 6 gute Spuren geladener Teilchen im Ereignis geben.
 - Es dürfen höchstens 10 Cluster im elektromagnetischen Kalorimeter auftreten. Dabei muß die Gesamtenergie des Ereignisses über einer Schwelle von 1 % der Schwerpunktsenergie liegen.
 - Zwei-Photon-Ereignisse können dadurch identifiziert werden, daß sie nicht im Schwerpunktsystem erzeugt werden und eine deutlich kleinere Energie als die Schwerpunktsenergie haben. Für τ -Ereignisse muß daher gelten, daß die Akkolinearität⁴ kleiner als 15° ist und die sichtbare Energie, die sich aus Spurimpuls und nichtassoziierter Clusterenergie ergibt, größer als 3 % der Strahlenergie ist. Falls die sichtbare Energie weniger als 20 % der Strahlenergie beträgt, muß zusätzlich die Summe der Transversalimpulse der Cluster bzw. Spuren mehr als 2 GeV betragen.
 - Bhabha-Ereignisse können anhand ihrer Energiedeposition selektiert werden. Sie gelten als identifiziert, wenn 80 % der Schwerpunktsenergie im elektromagnetischen Kalorimeter nachgewiesen werden oder wenn die Summe aus Clusterenergie und 30 % des Spurimpulses größer als die Schwerpunktsenergie ist.
 - Ein Ereignis wird als τ -Ereignis verworfen, wenn beide Seiten als Myon identifiziert werden und zusätzlich für das Gesamtereignis die Summe aus Clusterenergie und Spurimpuls größer als 60 % der Schwerpunktsenergie ist. Für die Myonidentifikation werden entweder Treffer in den Myonkammern, ein Signal im hadronischen Kalorimeter, das die typischen Kriterien eines Myonsignals – nämlich um die Spur konzentriert und durchdringend – aufweist, oder eine Energiedeposition im elektromagnetischen Kalorimeter von weniger als 2 GeV (wie sie für das minimal ionisierende Myon typisch ist) verwendet.

Um sicherzustellen, daß das τ -Ereignis gut rekonstruiert wurde; insbesondere der Zerfall eines τ -Leptons tatsächlich einem Kegel zugeordnet werden kann, werden im folgenden nur Ereignisse verwendet, bei denen alle geladenen Teilchen in genau zwei Kegel zusammengefaßt werden können. Ereignisse, die alle diese Schritte passiert haben, werden nun auf ihren Zerfall hin untersucht.

Der Untergrund aus nicht τ -Ereignissen liegt nach den vorgestellten Schnitten bei $(1.83 \pm 0.30) \%$ [33] und wird im folgenden vernachlässigt.

³Die Spur eines geladenen Teilchens wird als gut klassifiziert, wenn mindestens 20 Drähte in der zentralen Jetkammer ansprechen, wobei der erste Treffer nicht weiter als 75 cm von der Strahlachse entfernt sein darf, und der minimale Abstand der Spur vom Koordinatenursprung in x-y-Richtung kleiner als 2 cm sowie in z-Richtung kleiner als 75 cm ist. Zusätzlich muß der Transversalimpuls mehr als 0.1 GeV betragen.

⁴Die Akkolinearität gibt hier die Abweichung der Richtung zweier Kegelachsen von 180° an.

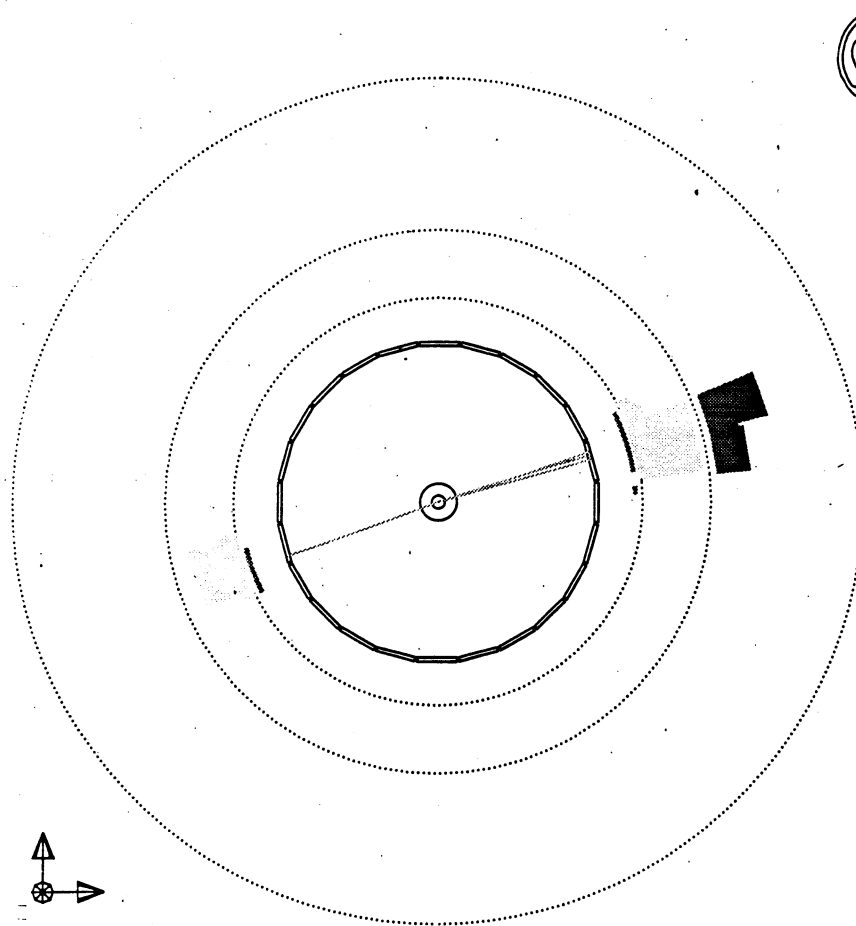


Abbildung 4.1: Dargestellt ist ein typisches τ -Ereignis: man erkennt auf der einen Seite einen Zerfall $\tau \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\tau$ und auf der anderen Seite einen $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall. Aufgrund der hohen Schwerpunktsenergie bei LEP sind die Zerfallsprodukte der beiden τ -Leptonen in Richtung der ursprünglichen τ -Flugrichtung stark gebündelt. Die Spuren des 3-prong-Zerfalls liegen daher sehr eng zusammen.

4.2 Selektion der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfälle

Die weitere Selektion basiert im Gegensatz zur Vorselektion nicht auf dem Gesamt ereignis, sondern wird für jeden Zerfallskegel einzeln, d. h. für jedes τ getrennt, durchgeführt. Die beiden τ -Zerfälle eines Ereignisses werden hierbei unabhängig voneinander untersucht.

Für den betrachteten Kegel müssen folgende Kriterien erfüllt werden:

- Im Kegel liegen genau drei gute Spuren geladener Teilchen.
- Die Gesamtladung der im Kegel liegenden Spuren beträgt ± 1 .
- Die Summe der gemessenen Impulse im Kegel muß größer als 5 % und kleiner als 120 % der Strahlenergie sein.

Diese drei Schnittkriterien führen zu einer Selektionseffizienz von $(85.8 \pm 0.1)\%$ bezogen auf den $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Kanal. Die Rekonstruktion dreier Spuren stellt mit einer Effizienz von 87.1% das härteste der drei Kriterien dar. Es werden insbesondere Ereignisse verworfen, deren Spuren so eng beieinander liegen, daß sie bei der Spurrekonstruktion nicht getrennt werden können. Der Impulsschnitt trägt mit 98.5% zur Gesamteffizienz bei.

Die verbleibenden Kegel werden nun mit Hilfe einer Maximum Likelihood Selektionsmethode in verschiedene Ereignisklassen, darunter auch der Signalkanal $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$, unterteilt.

4.2.1 Die Maximum-Likelihood-Selektionsmethode

Im Gegensatz zu klassischen Selektionsverfahren mit Hilfe von Schnitten in den Meßgrößen werden in der Maximum-Likelihood-Selektionsmethode (im folgenden ML) die Meßgrößen bzw. die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines bestimmten Wertes für einen bestimmten Ereignistyp zu einer Gesamtwahrscheinlichkeit für diese Zerfallsklasse kombiniert. Im strengen Sinne ist eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation nur dann richtig, wenn die einzelnen Meßgrößen unkorreliert sind. Aber auch im Falle von Korrelationen läßt sich der kombinierte Wert für eine Selektion verwenden.

Unterteilt man die möglichen Zerfallskanäle in $N_{\text{Zerfallskanal}}$ Klassen unter Berücksichtigung von N_{Variable} Meßgrößen, so kann die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer bestimmten Meßgröße x_i ($i=1, \dots, N_{\text{Variable}}$) für einen bestimmten Zerfallskanal j aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_i^j(x_i)$ bestimmt werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_i^j(x_i)$ erhält man aus Referenzhistogrammen, die man mit Hilfe simulierter Ereignisse erstellen kann. Die normierte Einzelwahrscheinlichkeit $P_i^j(x_i)$ ergibt sich zu:

$$P_i^j(x_i) = \frac{f_i^j(x_i)}{\sum_{j=1}^{N_{\text{Zerfallskanal}}} f_i^j(x_i)} \quad (4.1)$$

Diese Einzelwahrscheinlichkeiten $P_i^j(x_i)$ einer Meßgröße x_i können nun zu einer Gesamtwahrscheinlichkeit (mit obigen Einschränkungen der Wahrscheinlichkeitsaussage) für jeden Zerfallstyp j unter Berücksichtigung aller Meßgrößen x_i kombiniert werden:

$$\mathcal{L}^j = \frac{\prod_{i=1}^{N_{\text{Variable}}} P_i^j(x_i)}{\sum_{j=1}^{N_{\text{Zerfallskanal}}} \prod_{i=1}^{N_{\text{Variable}}} P_i^j(x_i)} \quad (4.2)$$

Das Ereignis wird nun in denjenigen Zerfallskanal einsortiert, für den der Wert der Likelihood Funktion am größten ist.

4.2.2 Die Selektionsgrößen

Unter den Zerfällen des τ -Leptons, bei denen im Endzustand drei geladene Spuren gemessen werden, gibt es neben dem Signalkanal⁵ $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ zwei Klassen von Untergrundquellen:

⁵An dieser Stelle wird noch nicht zwischen Kaonen und Pionen im Endzustand unterschieden.

- „1-prong“-Ereignisse, d. h. Ereignisse bei denen das τ in einen Endzustand mit einem geladenen Teilchen zerfallen ist. Ein zusätzliches Photon im Endzustand kann nun irgendwo im Material in ein e^+e^- -Paar konvertieren, so daß man im Endzustand drei geladene Teilchen findet. Im Gegensatz zu den Spuren im Signalkanal kommen diese hier allerdings meist nicht von einem gemeinsamen Vertex. Zudem können Elektronpaare aus der Konversion von den Hadronen des Signalkanals gut über die Messung des spezifischen Energieverlustes (dE/dx) der Teilchen in der Spurkammer [34] getrennt werden.

Folgende Größen werden für die Unterdrückung der 1-prong Untergrundquellen verwendet:

- Aus dem spezifischen Energieverlust in der Jetkammer kann eine Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, daß es sich bei der geladenen Spur um ein Pion oder um ein Elektron (aus Photokonversion) gehandelt hat. Daraus läßt sich eine Gesamtwahrscheinlichkeit dafür berechnen, ob es sich um ein Ereignis mit drei Pionen oder um ein 1-prong Ereignis mit Konversion gehandelt hat. Die so konstruierte Variable lautet:

$$P(3\pi) = \frac{P_1(\pi^-)P_2(\pi^-)P_3(\pi^+)}{P_1(\pi^-)P_2(\pi^-)P_3(\pi^+) + P_1(e^-)P_2(\pi^-)P_3(e^+) + P_1(\pi^-)P_2(e^-)P_3(e^+)}, \quad (4.3)$$

wobei $P_i(\pi)$ bzw. $P_i(e)$ die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, daß es sich nach der dE/dx -Messung bei Spur i um ein Pion bzw. ein Elektron gehandelt hat.

- Für die drei Spuren des Ereignisses wird ein Vertexfit durchgeführt. Die Wahrscheinlichkeit für das gemessene χ^2 wird unter Berücksichtigung der Freiheitsgrade des Fits in der Variablen

$$P(\chi_{VTF}^2) = \frac{1}{\sqrt{2^3} \Gamma(\frac{3}{2})} \int_{\chi^2}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}t} dt \quad (4.4)$$

ausgedrückt. Für die Untergründereignisse erwartet man ein großes χ^2 und damit eine kleine Wahrscheinlichkeit ($P(\chi_{VTF}^2) \approx 0$), für die Signalereignisse erwartet man eine flache Verteilung zwischen null und eins.

- Auch unter den sog. „3-prong“-Ereignissen gibt es Untergrundkanäle. Hierbei handelt es sich um Ereignisse bei denen zusätzliche neutrale Teilchen – im allg. π^0 -Mesonen – auftreten. π^0 -Mesonen zerfallen nach sehr kurzer Zeit ($\tau_{\pi^0} = 8.4 \cdot 10^{-17}$ s, $c\tau = 25.2$ nm [15]) in 98.8% [15] der Fälle in zwei Photonen. (Die übrigen 1.2% [15] der π^0 -Mesonen zerfallen direkt in ein e^+e^- -Paar mit zusätzlichem Photon.) Konvertiert nun keines der beiden Photonen aus dem π^0 -Zerfall vor oder in der Spurkammer, werden wie im Signalkanal, drei Spuren registriert. Signal und Untergrund können daher im zentralen Spursystem nicht unterschieden werden. Auch im elektromagnetischen Kalorimeter ist die Identifikation der Photonen und damit der π^0 -Mesonen schwierig. Wegen der großen Schwerpunktsenergie bei LEP sind die Spuren der geladenen Teilchen im allgemeinen nur wenig gekrümmt. Die neutralen Teilchen werden im Magnetfeld überhaupt nicht abgelenkt. Deswegen überlagern sich die Signale der geladenen Teilchen und der Photonen aus dem π^0 -Zerfall im elektromagnetischen Kalorimeter und können nur schwer getrennt werden.

Folgende Größen werden für die Unterdrückung der 3-prong-Zerfälle mit zusätzlichen neutralen Teilchen verwendet:

- Die Summe der Energie im elektromagnetischen Kalorimeter im Kegel wird durch die Summe der Impulse im Kegel geteilt ($\sum E / \sum p$).
- Im elektromagnetischen Kalorimeter können mit Hilfe einer Maximum Entropie Methode [35] Photonen rekonstruiert werden. Hierzu werden Schauerparametrisierungen für elektromagnetische Schauer an die gemessene Energieverteilung im elektromagnetischen Kalorimeter angepaßt. Ein Entropieterm berücksichtigt sowohl das Rauschen

des Detektors als auch Photonen mit geringer Energie, so daß man durch dieses Verfahren, in einem Ereignis Photonen, insbesondere auch aus dem π^0 -Zerfall, sehr gut rekonstruieren kann. Diejenigen Photonen, die nicht zu einer Spur assoziiert werden können, deuten auf zusätzliche neutrale Teilchen hin. Ihre Energie kann aufsummiert und zur Identifikation verwendet werden ($\sum E_{\text{Photonen}}$).

Als zusätzliche Information, die allerdings nicht in der Standardselektion sondern nur für systematische Studien verwendet wird, kann die Information des Presamplers ausgenutzt werden.

- Konvertieren die Photonen aus dem π^0 -Zerfall in der Spule vor dem Presampler, so können neutrale (d. h. nicht zu einer Spur assoziierte) Cluster im Presampler auftreten. Die im Presampler gemessene Multiplizität in diesen nicht zu einer Spur assoziierten Clustern wird zur sog. neutralen Presamplermultiplizität (PB_{neutral}) aufsummiert und kann zur Identifikation der neutralen Pionen verwendet werden.

Die Referenzverteilungen für die ML-Selektionsmethode werden entsprechend dem Detektoraufbau in drei (hinsichtlich $P(3\pi)$, $P(\chi^2_{VTF})$ und $\sum E/\sum P$) bzw. zwei (hinsichtlich $\sum E_{\text{Photonen}}$) Detektorbereiche eingeteilt, nämlich Zentralbereich ($|\cos\theta| < 0.68$), Überlappbereich ($0.68 < |\cos\theta| < 0.76$) und Endkappen ($0.76 < |\cos\theta| < 0.95$) bzw. Zentralbereich ($|\cos\theta| < 0.74$) und Endkappen ($0.74 < |\cos\theta| < 0.95$). Die Verteilungen (und damit der Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_i^j(x_i)$) der vier in der Selektion verwendeten Größen ($P(3\pi)$, $P(\chi^2_{VTF})$, $\sum E/\sum P$ und $\sum E_{\text{Photonen}}$) ist in Abb. 4.2 für den Zentralbereich des Detektors wiedergegeben. Die Verteilungen sind jeweils auf eins normiert. Folgende Zerfallsklassen wurden in den Referenzverteilungen, die mit Hilfe von Monte Carlo Ereignissen erstellt wurden, berücksichtigt: $\tau \rightarrow e\nu_e\nu_\tau$, $\tau \rightarrow \mu\nu_\mu\nu_\tau$, $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$, $\tau \rightarrow \rho\nu_\tau$, $\tau \rightarrow \pi 2\pi^0\nu_\tau$, $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$, $\tau \rightarrow K^*\nu_\tau$, $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\pi^0\nu_\tau$. Zerfallskanäle, die nicht zu den oben angegebenen gehören, werden bei der Selektion in denjenigen Zerfallskanal einsortiert, der die ähnlichste Signatur aufweist: die meisten $\tau \rightarrow \pi K K\nu_\tau$ -Zerfälle werden z. B. als $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ oder die $\tau \rightarrow 3\pi^\pm 2\pi^0\nu_\tau$ -Ereignisse in den meisten Fällen als $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ identifiziert. Um keine Signalereignisse aus $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfällen in der Zerfallsklasse $\tau \rightarrow K^*\nu_\tau$ zu verlieren, werden Ereignisse bei denen die Likelihood für den Kanal $\tau \rightarrow K^*\nu_\tau$ maximal ist bis zu einem Wert der Likelihood von $\mathcal{L} = 0.8$ trotzdem als $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Ereignis klassifiziert.

Die Selektion läßt sich mit einer Testmenge aus 10 000 Monte Carlo Ereignissen überprüfen, die nicht für die Referenzverteilungen verwendet wurden. Die Effizienz für den $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Kanal liegt bei einer Reinheit von $(81.9 \pm 1.2)\%$ bei $(80.2 \pm 1.2)\%$ im Zentralbereich des Detektors. Für den gesamten Akzeptanzbereich der Analyse ($|\cos\theta| < 0.95$) ergibt sich für die Effizienz ein Wert von $(79.4 \pm 1.1)\%$ bei einer Reinheit von $(81.4 \pm 1.1)\%$. Die angegebenen Fehler sind die statistischen Fehler aus der Monte Carlo Simulation.

Die verbleibenden Untergrundquellen für den $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Kanal sind in Tab. 4.1 zusammengefaßt.

| Untergrundquelle | Anteil |
|--|--------------------|
| $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ | $(11.3 \pm 0.9)\%$ |
| $\tau \rightarrow K^*\nu_\tau$ | $(1.5 \pm 0.3)\%$ |
| $\tau \rightarrow \pi K K\nu_\tau$ | $(1.7 \pm 0.4)\%$ |
| $\tau \rightarrow \pi\pi K\nu_\tau$ | $(3.1 \pm 0.5)\%$ |

Tabelle 4.1: Hauptuntergrundbeiträge nach der Maximum-Likelihood-Selektion alle Detektorbereiche zusammengefaßt. Angegeben sind die statistischen Fehler aus dem Monte Carlo.

Referenzverteilungen (Monte Carlo)

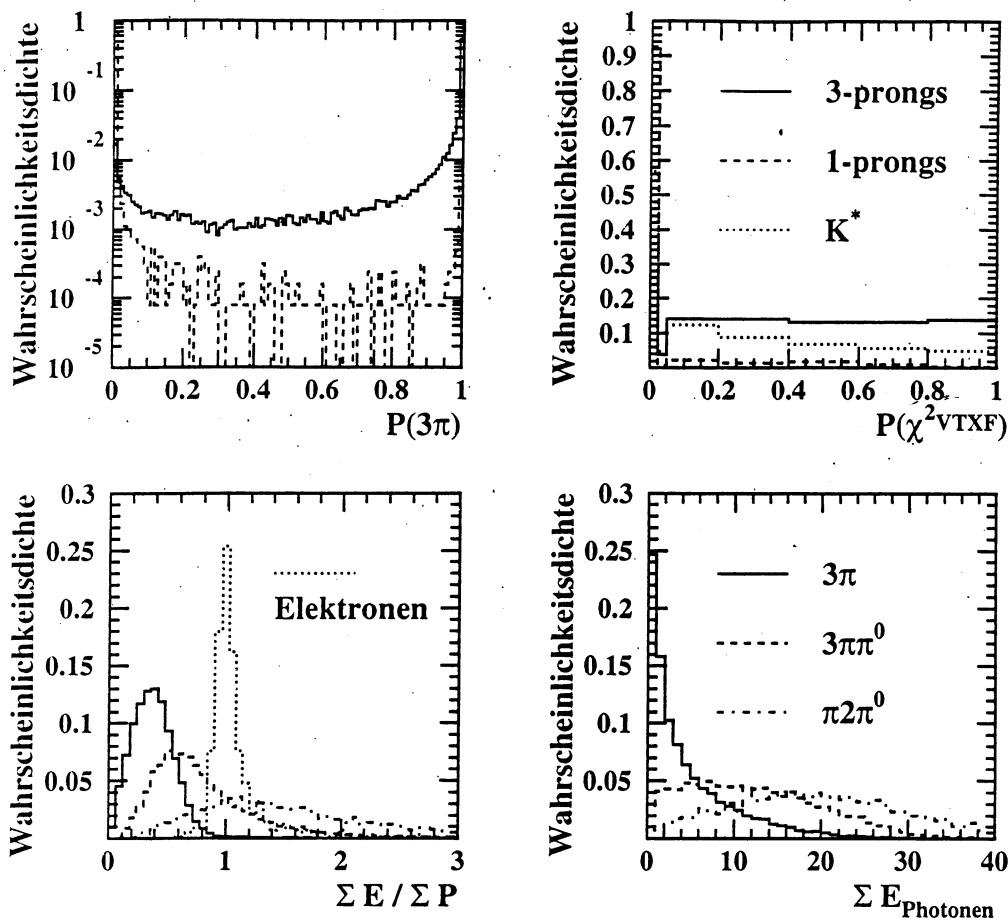


Abbildung 4.2: Referenzverteilungen der Selektionsgrößen der Maximum-Likelihood-Selektion (Zur Definition der Variablen siehe Kap. 4.2.2): a) $P(3\pi)$ (3-prongs: durchgezogen, 1-prongs: gestrichelt), b) $P(\chi^2_{VTXF})$ (3-prongs: durchgezogen, 1-prongs: gestrichelt, K^* : gepunktet), c) $\Sigma E / \Sigma P$ (3π : durchgezogen, $3\pi\pi^0$: gestrichelt, $\pi^2\pi^0$: gestrichpunktet, Elektronen: gepunktet) und d) $\Sigma E_{\text{Photonen}}$ (3π : durchgezogen, $3\pi\pi^0$: gestrichelt, $\pi^2\pi^0$: gestrichpunktet)

4.2.3 Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo

Um die Vorhersage für die Selektion aus dem Monte Carlo zu überprüfen, werden für jede der Selektionsgrößen sowohl im Monte Carlo als auch in den Daten Testmengen gebildet und miteinander verglichen. Hierfür werden die jeweils anderen Variablen sowie die Presamplerinformation für eine herkömmliche Selektion mit Schnitten verwendet. Für die beiden Größen $P(3\pi)$ und $P(\chi^2_{VTXF})$ werden für den Vergleich alle 1-prong Kanäle mit Konversion in einer Klasse sowie alle 3-prong Kanäle in einer anderen Klasse zusammengefasst, da sich die verschiedenen 1-prong bzw. 3-prong Kanäle untereinander bzgl. dieser beiden Variablen nicht unterscheiden. Der Vergleich ist in den Abb. 4.3 und 4.4 wiedergegeben.

Für $P(3\pi)$ findet man eine gute Übereinstimmung. Bei $P(\chi^2_{VTXF})$ hingegen unterscheidet sich der Verlauf in Daten und Monte Carlo, was darauf hindeutet, daß die Güte der Spurrekonstruktion und damit das Gelingen des Fits im Monte Carlo überschätzt wird. Da dieses Verhalten jedoch sowohl

Vergleich Daten und Monte Carlo: $P(3\pi)$

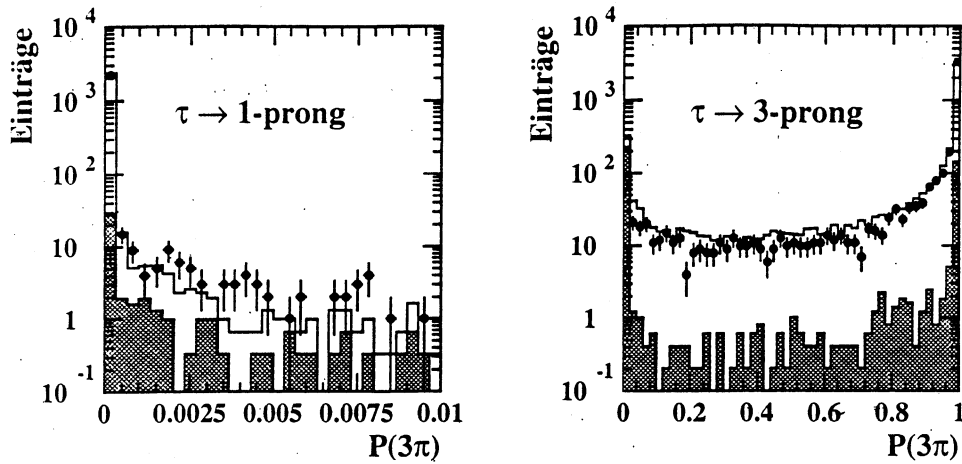


Abbildung 4.3: Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo für die Variable $P(3\pi)$: Histogramm: Monte Carlo, schraffiertes Histogramm: Monte Carlo Untergrund, Punkte: Daten.

Vergleich Daten und Monte Carlo: $P(\chi^2_{VTXF})$

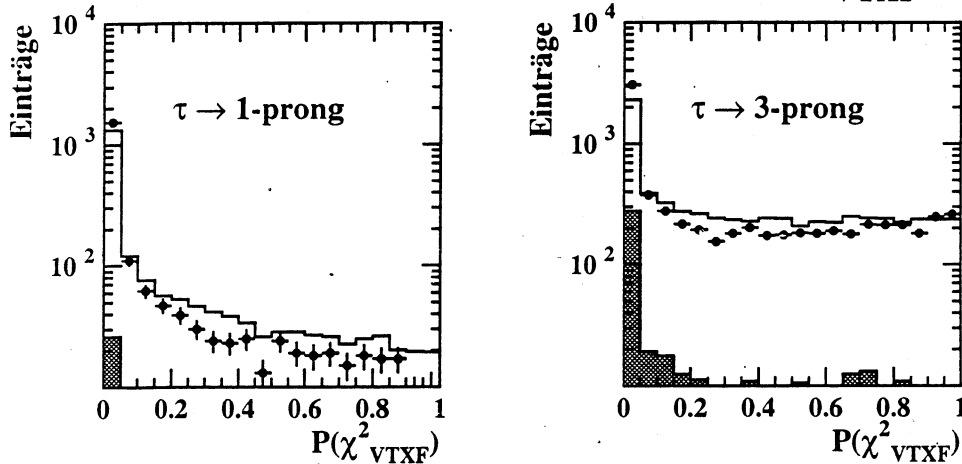


Abbildung 4.4: Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo für die Variable $P(\chi^2_{VTXF})$: Histogramm: Monte Carlo, schraffiertes Histogramm: Monte Carlo Untergrund, Punkte: Daten.

in den 1-prong als auch in den 3-prong Kanälen zu beobachten ist, bleibt die Unterscheidungskraft dieser Größe in der Selektion in den Daten im Vergleich zum Monte Carlo weitgehend unverändert.

Für die beiden anderen Variablen $\sum E / \sum p$ (Abb. 4.5) und $\sum E_{\text{Photonen}}$ (Abb. 4.6) werden drei Ereignisklassen unterschieden: 1-prong Kanäle (die für diese Variablen keine große Rolle spielen) sowie die beiden Kanäle die durch diese Größen getrennt werden sollen $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ und $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$. Die Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo ist für $\sum E / \sum p$ sehr gut. Für $\sum E_{\text{Photonen}}$ ist der Vergleich ebenfalls gut, bis auf den Bereich kleiner Werte von $\sum E_{\text{Photonen}}$. Hier ergeben sich Abweichungen, deren Effekt auf die Selektion im folgenden studiert werden soll.

Dem Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo, so wie er sich in den Abb. 4.3 bis 4.6 darstellt,

Vergleich Daten und Monte Carlo: $\Sigma E / \Sigma p$

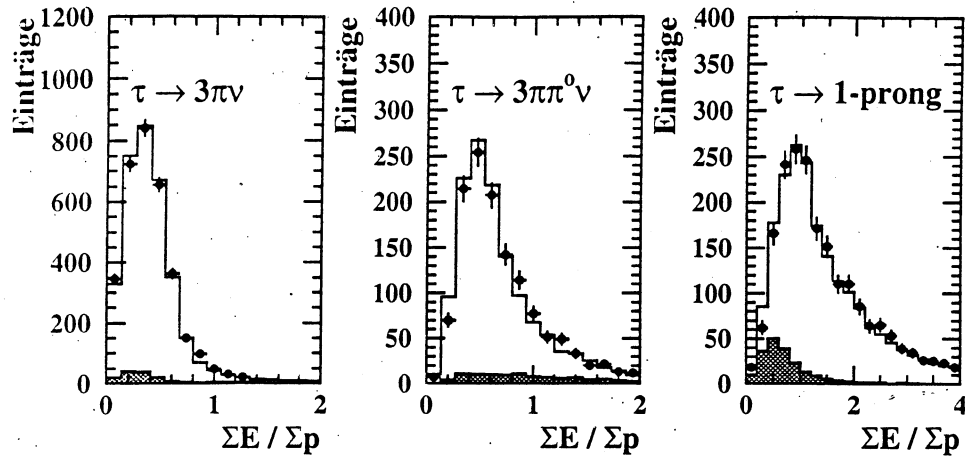


Abbildung 4.5: Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo für die Variable $\Sigma E / \Sigma p$: Histogramm: Monte Carlo, schraffiertes Histogramm: Monte Carlo Untergrund, Punkte: Daten.

Vergleich Daten und Monte Carlo: $\Sigma E_{\text{Photonen}}$

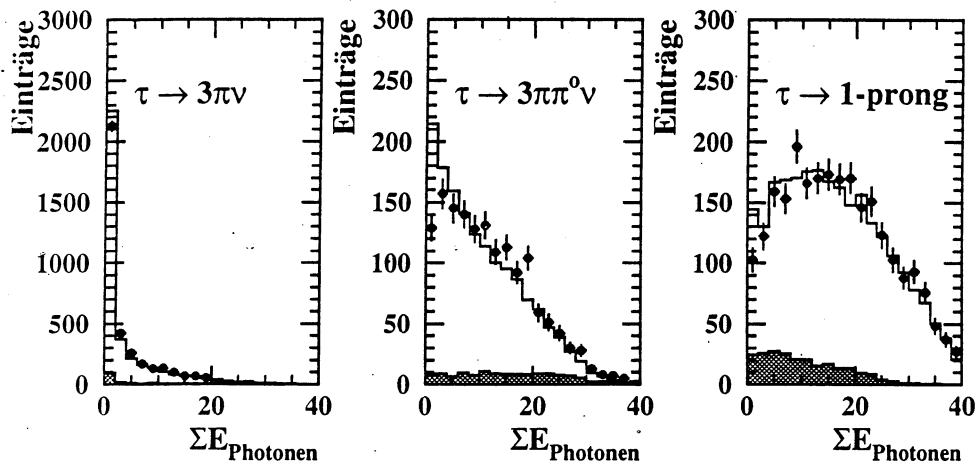


Abbildung 4.6: Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo für die Variable $\Sigma E_{\text{Photonen}}$: Histogramm: Monte Carlo, schraffiertes Histogramm: Monte Carlo Untergrund, Punkte: Daten.

kann man Korrekturfunktionen entnehmen, mit denen die Referenzverteilungen aus Abb. 4.2 den Daten besser angepaßt werden können. Wiederholt man nun die Selektion mit diesen veränderten Referenzverteilungen so ergibt sich eine Selektionseffizienz von $(79.5 \pm 1.1)\%$ bei einer Reinheit von $(79.4 \pm 1.1)\%$ für den gesamten Akzeptanzbereich des Detektors. Während die Effizienz praktisch unverändert bleibt – der Unterschied liegt bei 0.1% , ergibt sich für die Reinheit eine systematische Unsicherheit von 2.0% .

Für die Selektion in den Daten werden die korrigierten Referenzverteilungen verwendet.

4.3 Trennung von Pionen und Kaonen im Endzustand

Nun müssen noch diejenigen Ereignisse abgetrennt werden, bei denen statt Pionen Kaonen im Endzustand auftreten. Es handelt sich hierbei um die Zerfälle $\tau \rightarrow \pi K K \nu_\tau$ ($\text{BR}(\tau \rightarrow \pi K K \nu_\tau) = 0.22\%_{-0.11}^{+0.17}$ [15]) und $\tau \rightarrow \pi \pi K \nu_\tau$ ($\text{BR}(\tau \rightarrow \pi \pi K \nu_\tau) \geq 0.39\%_{-0.16}^{+0.19}$ [15]). Hierzu kann wieder die Messung des spezifischen Energieverlustes der Teilchen verwendet werden. Die verwendete Größe ist in Analogie zur ML-Größe $P(3\pi)$ aufgebaut, d. h. die Wahrscheinlichkeit, daß es sich im Endzustand um drei Pionen handelt, wird durch die Summe der Wahrscheinlichkeiten für beliebige Kaon-Pion-Kombinationen, die den drei Zerfallstypen $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$, $\tau \rightarrow \pi K K \nu_\tau$ und $\tau \rightarrow \pi \pi K \nu_\tau$ zugeordnet werden können, geteilt:

$$P(K/\pi) = \frac{P_1(\pi)P_2(\pi)P_3(\pi)}{\sum_{a,b,c=\pi,K} P_1(a)P_2(b)P_3(c)} \quad (4.5)$$

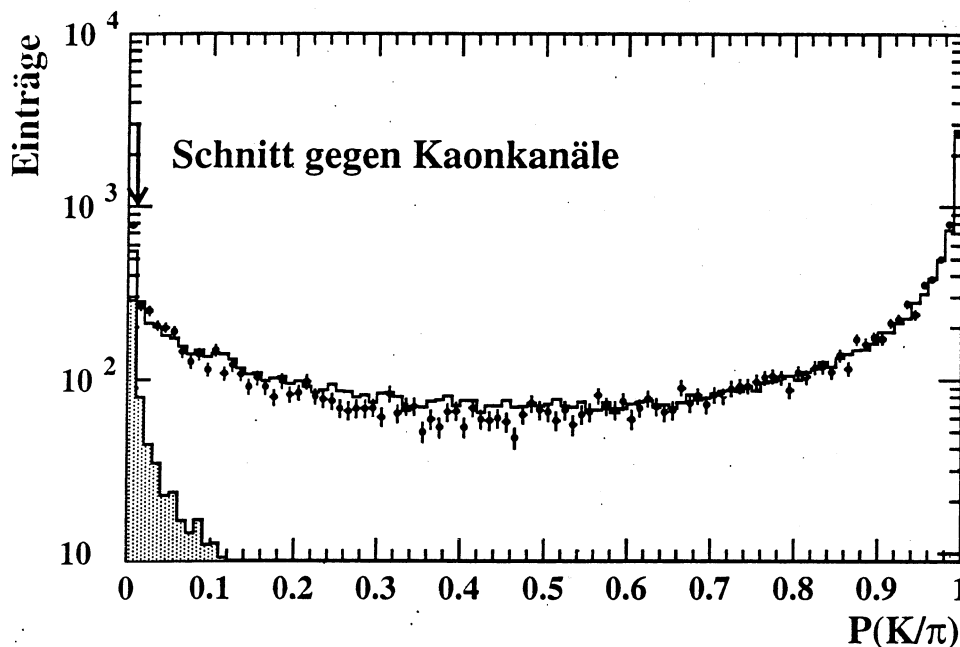


Abbildung 4.7: Variable zur K/π -Separation im Endzustand für Daten und Monte Carlo Ereignisse im Vergleich. Histogramm: Monte Carlo, schraffiertes Histogramm: Monte Carlo Untergrund mit Kaonen im Endzustand, Punkte: Daten.

Die Verteilung für Signal und Untergrund aus dem Monte Carlo ist im Vergleich zu dem Spektrum in den Daten von 1992-1994 in Abb. 4.7 dargestellt. Ein Schnitt bei 0.01 unterdrückt laut Monte Carlo $(61.7 \pm 1.2)\%$ des Kaon-Untergrunds, wobei jedoch nur $(8.6 \pm 0.1)\%$ der $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfälle verloren gehen.

Eine gute Abtrennung der Ereignisse mit Kaonen im Endzustand ist wichtig, da sich die Struktur des hadronischen Stroms für die Zerfallskanäle mit und ohne Kaonen im Endzustand unterscheidet, z. B. haben Kaonen keine definierte G-Parität und somit können in den Kanälen mit Kaonen im Endzustand sowohl Vektor- als auch Axialvektorströme auftreten. Bisher ist die Struktur der Kanäle mit Kaonen im Endzustand aber nur unzureichend bekannt.

4.4 Qualitätsschnitte

Da im weiteren die kinematischen Größen der Ereignisse für die Extraktion der hadronischen Strukturfunktionen verwendet werden, ist es wichtig, eine gute Rekonstruktion der Ereignisse sicherzustellen. Deswegen werden neben den bisher beschriebenen Selektionsschnitten, Qualitätsschnitte durchgeführt:

- Nur wenn der Fit der drei Spuren auf einen gemeinsamen Vertex konvergiert, wird das Ereignis verwendet. Weiterhin wird ein Schnitt in der Wahrscheinlichkeit für das χ^2 des Vertexfits (siehe $P(\chi^2_{VTF})$ in der Likelihood-Selektion) bei 0.01 durchgeführt (vgl. Abb. 4.4).
- Ein Ereignis wird nur dann verwendet, wenn die kinematischen Größen im physikalisch sinnvollen Bereich liegen (d. h. $|\cos \beta| \leq 1$, $|\cos \theta^*| \leq 1$ und $Q^2 \leq m_\tau^2$). Die erlaubten Werte für Q^2 werden weiterhin auf den Meßbereich $0.5 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 2.75 \text{ GeV}^2$ eingeschränkt.

In Tab. 4.2 sind die einzelnen Selektionsschritte mit Effizienz und Reinheit, wie sie im Monte Carlo bestimmt wurden, sowie den Ereigniszahlen nach den einzelnen Selektionsschnitten für die Monte Carlo und die OPAL-Datenereignisse aus den Jahren 1992-1994 gegenübergestellt. Nach der Monte Carlo-Vorhersage liegt die Reinheit der Datenmenge bei $(84.8 \pm 2.2) \%$, wobei der Fehler sowohl die statistische Unsicherheit aus dem Monte Carlo als auch den systematischen Fehler – hierbei wurden neben den Unterschieden zwischen Daten- und Monte Carlo-Verteilungen der Selektionsvariablen auch die Fehler der Verzweigungsverhältnisse der Untergrundkanäle berücksichtigt – einschließt.

| Selektionskriterien | Effizienz für $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ | Reinheit | Ereignisse im MC | Datenereignisse |
|----------------------|--|----------|------------------|-----------------|
| erzeugt | 100 % | 9.3 % | 1 176 182 | |
| Vorselektion | 66.1 % | 8.9 % | 812 113 | 228 762 |
| Likelihoodselektion | 45.1 % | 79.4 % | 62 407 | 16 256 |
| K/ π -Separation | 41.2 % | 81.4 % | 55 350 | 13 798 |
| Qualitätsschnitte | 27.4 % | 84.8 % | 35 330 | 7 443 |

Tabelle 4.2: Zusammenfassung der Selektionsschritte bzgl. Effizienz und Reinheit im Monte Carlo sowie Vergleich der Datenmengen in Monte Carlo und Daten von 1992-1994. Der angegebene Fehler ist der statistische Fehler des Monte Carlos.

Kapitel 5

Messung der hadronischen Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E

Die entsprechend dem vorigen Kapitel selektierten $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Ereignisse werden nun verwendet, um die Struktur des hadronischen Stromes im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfall zu bestimmen. Hierzu werden die kinematischen Variablen (Q^2 , s_1 , s_2 , $\cos\theta^*$, $\cos\beta$ und γ , für die Definition siehe Kap. 2.2) aus den gemessenen Impulsen der drei Pionen bestimmt. Die leptonischen Funktionen \bar{L}_X (siehe Glg. 2.11) können daraus berechnet werden. Die einzigen, verbleibenden Unbekannten im Wirkungsquerschnitt (siehe Glg. 2.13) sind die hadronischen Strukturfunktionen, die im folgenden bestimmt werden.

Zunächst wird der hadronische Strom unter der Annahme untersucht, daß nur Axialvektorkomponenten beitragen. Die anderen Stromkomponenten (vektorielle und skalare Anteile) sind wie in Kap. 2 beschrieben im Kanal $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ unterdrückt und werden hier zunächst vernachlässigt. Mögliche Beiträge von Nicht-Axialvektorkomponenten zum hadronischen Strom werden später in Kap. 7 untersucht. Weiterhin werden in diesem Kapitel die über die Dalitzebene integrierten Strukturfunktionen

$$\begin{aligned}w_A(Q^2) &= \int W_A(Q^2, s_1, s_2) ds_1 ds_2, \\w_C(Q^2) &= \int W_C(Q^2, s_1, s_2) ds_1 ds_2, \\w_D(Q^2) &= \int W_D(Q^2, s_1, s_2) \text{sign}(s_1 - s_2) ds_1 ds_2, \\w_E(Q^2) &= \int W_E(Q^2, s_1, s_2) \text{sign}(s_1 - s_2) ds_1 ds_2\end{aligned}\tag{5.1}$$

bestimmt, d. h. es wird ausschließlich der Verlauf des hadronischen Stromes in Abhängigkeit von Q^2 untersucht.

Die Meßmethode sowie die eigentliche Bestimmung der hadronischen Strukturfunktionen werden in den folgenden Unterkapiteln vorgestellt.

5.1 Der Extended Maximum Likelihood Fit

Um die hadronischen Strukturfunktionen zu bestimmen, gibt es mehrere Möglichkeiten. Zunächst kann dies mit Hilfe einer Momentenmethode (siehe [14]) geschehen. Diese Methode berücksichtigt

allerdings keine Korrelationen zwischen den Meßgrößen. Eine zweite Möglichkeit ist, eine mehrdimensionale Verteilung in den kinematischen Variablen zu erstellen und den Wirkungsquerschnitt – mit den Strukturfunktionen als freien Parametern – an diese Verteilung anzupassen. Hierzu benötigt man, um statistische Probleme in einzelnen Bins der mehrdimensionalen Verteilung zu vermeiden, größere Datenmengen als sie hier zur Verfügung stehen. Möchte man nun sowohl Korrelationen berücksichtigen als auch statistische Probleme in einzelnen Bins vermeiden, bietet sich ein sog. ereignisweiser „Maximum Likelihood Fit“ [36] an. Will man außerdem die Normierung nicht streng fixieren, wie das bei einem Maximum Likelihood Fit aufgrund der Wahrscheinlichkeitsinterpretation üblich ist, sondern den statistischen Fehler in der Normierung berücksichtigen, so wird ein sog. „Extended Maximum Likelihood Fit“ (EML-Fit) [36] verwendet.

Die Likelihood-Funktion lautet in diesem Fall (normiert auf die Anzahl der Ereignisse):

$$\mathcal{L} = \frac{d\Gamma(z; w_A, w_C, w_D, w_E)}{dz} \frac{N}{\Gamma_{3\pi}}, \quad (5.2)$$

wobei w_A , w_C , w_D und w_E die Parameter des Fits sind und $d\Gamma/dz$ mit $dz = dQ^2 d\cos\theta^* d\cos\beta d\gamma$ der bereits über s_1 und s_2 integrierte differentielle Wirkungsquerschnitt aus Glg. 2.13, N = Gesamtanzahl der Ereignisse, $\Gamma_{3\pi} = BR(\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau) \cdot \Gamma_{Tot} \cdot C_{Korr} = 2.11 \cdot 10^{-4} \text{ eV} \cdot C_{Korr}$ (mit Γ_{Tot} = Zerfallsbreite des τ -Leptons und Korrekturfaktor $C_{Korr} = 0.996$, der solche Ereignisse berücksichtigt, die außerhalb des Akzeptanzbereichs ($0.5 \text{ GeV}^2 < Q^2$) liegen), $\gamma_{VA} = 1$ (entsprechend dem Standard Modell) und $P_\tau = -0.144 \pm 0.03$ [15] ist.

Die Integration der Likelihood-Funktion über den gesamten Phasenraum muß gerade wieder die Gesamtanzahl der Ereignisse liefern:

$$\int_{Lips} \mathcal{L}(z; w_A, w_C, w_D, w_E) dz = N. \quad (5.3)$$

Da nun der Verlauf der Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E in Abhängigkeit von Q^2 bestimmt werden soll, müssen die Ereignisse in Q^2 -Bins eingeteilt und für jeden Q^2 -Bereich ein getrennter Fit durchgeführt werden. In jedem Fit kann nämlich nur ein Wert für jeden Fitparameter bestimmt werden. Die Einteilung in die Q^2 -Intervalle muß nun so gewählt werden, daß die Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E innerhalb eines Fitintervalls als konstant angenommen werden können.

In einem einzelnen Q^2 -Bin lautet die EML-Funktion mit den Fitparametern w_A , w_C , w_D und w_E :

$$\sum_{i=1}^{N_{Bin}} \ln \frac{d\Gamma(z; w_A, w_C, w_D, w_E)}{dz} \frac{N}{\Gamma_{3\pi}} - \int_{Q^2-Bin} \frac{d\Gamma(Q^2; w_A)}{dQ^2} \frac{N}{\Gamma_{3\pi}} dQ^2 \quad (5.4)$$

Bei dem zweiten Term der EML-Funktion handelt es sich um die Erweiterung der Maximum Likelihood zur Extended Maximum Likelihood, um den Normierungsterm also. Für ihn gilt:

$$\int_{Q^2-Bin} \frac{d\Gamma(z; w_A, w_C, w_D, w_E)}{dz} \frac{N}{\Gamma_{3\pi}} dz = \int_{Q^2-Bin} \frac{d\Gamma(Q^2; w_A)}{dQ^2} \frac{N}{\Gamma_{3\pi}} dQ^2 = N_{Bin}, \quad (5.5)$$

wobei N_{Bin} die Anzahl der Ereignisse in einem Q^2 -Bin angibt. Bei der Integration über die Winkel ($\cos\beta$ und γ) verschwindet die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von den Strukturfunktionen w_C , w_D und w_E . Der Normierungsterm hängt nur von w_A ab.

Monte Carlo Test

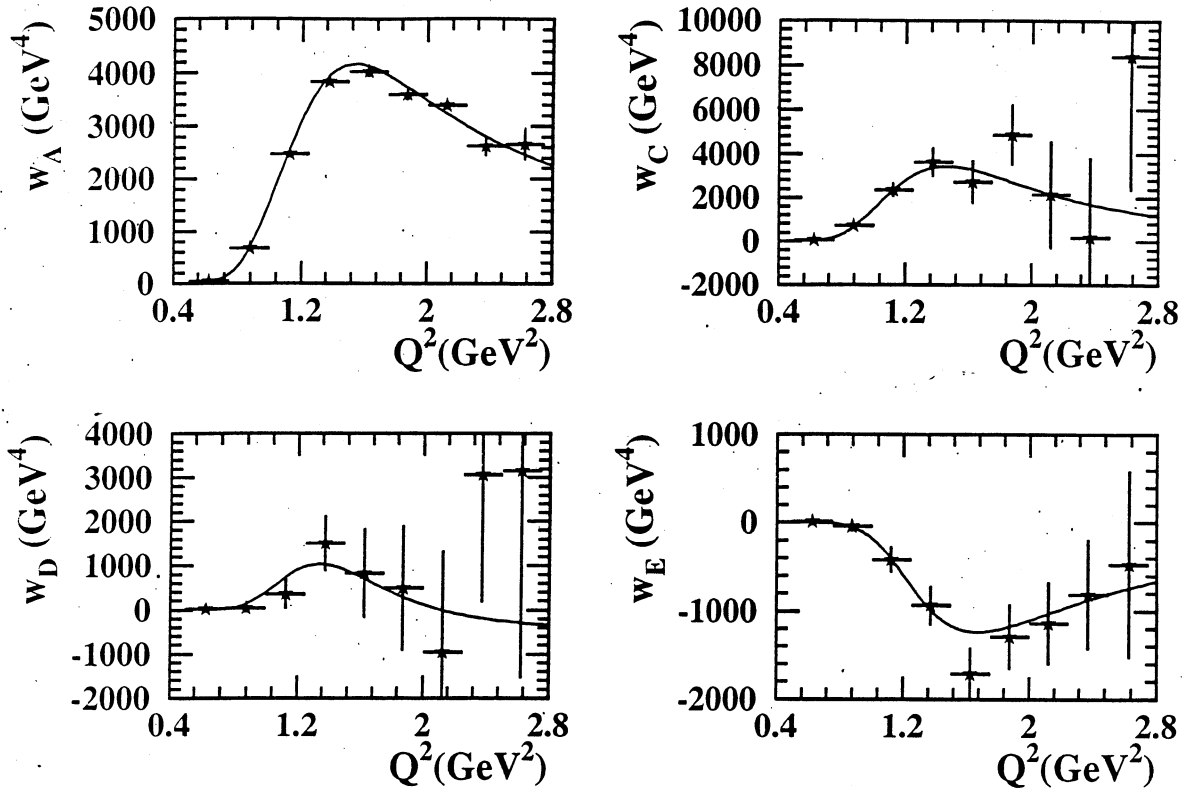


Abbildung 5.1: Vergleich zwischen dem Modellverlauf für w_A , w_C , w_D und w_E im KS-Modell (durchgezogene Linie) und dem Fitergebnis an Monte Carlo Ereignisse (\star), denen das KS-Modell für den hadronischen Strom zugrunde liegt.

5.1.1 Test der Methode mit Hilfe von Monte Carlo Ereignissen

Bevor die Strukturfunktionen in den Daten gemessen werden können, muß das Fitverfahren mit Hilfe von Monte Carlo Ereignissen getestet werden. In der Simulation ist der zugrundeliegende Wirkungsquerschnitt – also auch der hadronische Strom – bekannt und das Fitergebnis kann direkt mit der Vorhersage verglichen werden. Im Falle des Monte Carlo Programms TAUOLA2.4 [28] wird der Zerfall $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ durch das KS-Modell [3] (siehe Kap. 2) beschrieben¹.

Für den Test werden $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfälle des Standard Monte Carlos verwendet, wobei sowohl Detektor- als auch Untergrundeffekte unberücksichtigt bleiben. Außerdem werden Ereignisse mit Bremsstrahlung im Endzustand verworfen. Der Vergleich zwischen Modellvorhersage und Fitergebnis für w_A , w_C , w_D und w_E ist in Abb. 5.1 dargestellt. Für den quantitativen Vergleich muß für jede der vier Strukturfunktionen ein einzelner Wert pro Q^2 -Bin vom Modell vorhergesagt werden. Für w_A kann die Modellvorhersage für das Fitresultat w_A^{Fit} aus

$$\int_{Q^2-Bin} w_A^{Modell}(Q^2) kin(Q^2) dQ^2 = w_A^{Fit} \int_{Q^2-Bin} kin(Q^2) dQ^2 \quad (5.6)$$

berechnet werden,

¹In TAUOLA2.4 werden die Standardparameter des Modells verwendet [28, 37].

wobei $w_A^{Modell}(Q^2)$ die Modellvorhersage für w_A ist,
 w_A^{Fit} derjenige Wert für w_A ist, der laut Modell in diesem Q^2 -Bin zu erwarten ist und
 $kin(Q^2) = (m_\tau^2 - Q^2)^2 (1 + 2Q^2/m_\tau^2)/Q^4$ den Phasenraumfaktor und den leptonischen
 Anteil im Wirkungsquerschnitt zusammenfaßt.

Für w_C , w_D und w_E ist eine Berechnung nicht einfach möglich, da sich hier bei gleichem Ansatz ein mehrdimensionales Integrationsgleichungssystem ergibt. Deswegen werden für w_C , w_D und w_E die Werte der Modellvorhersage in der Binmitte verwendet. Der Fehler der Modellvorhersage, der dadurch kommt, daß die Modellvorhersage in der Binmitte verwendet wird, ist im Vergleich zum statistischen Fehler der späteren Messung vernachlässigbar. Verwendet man jedoch alle zur Verfügung stehenden Ereignisse aus dem Monte Carlo, kann dieser Fehler gegenüber dem statistischen Fehler nicht mehr vernachlässigt werden. Deswegen werden aus der Gesamtmenge der Monte Carlo Ereignisse vier Untermengen zu je 10 000 Ereignissen – das entspricht in etwa der Datenmenge – gebildet, um das Fitverfahren zu testen. Der Vergleich zwischen Modellvorhersage und Fitergebnis ist für eine der Untermengen in Abb. 5.1 dargestellt. Unter Berücksichtigung der Korrelationen zwischen den Fitparametern ergibt sich hier ein χ^2 von 25.1 für 36 Freiheitsgrade, d. h. eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Fitresultat und Modellvorhersage liegt vor. Entsprechend der statistischen Erwartung streuen die χ^2 -Werte der Untermengen zwischen 25.1 und 51.4.

Um den Fit nun auf die Daten anwenden zu können, müssen sowohl Detektoreffekte als auch Untergrundbeiträge in der Fitfunktion berücksichtigt werden. Um z. B. die Detektorauflösung zu berücksichtigen wird der differentielle Wirkungsquerschnitt mit den Auflösungsfunktionen der kinematischen Größen gefaltet und somit an die gemessene Verteilung angepaßt. Diese Anpassung der idealen Verteilung an die realen Verhältnisse soll in den folgenden Unterkapiteln beschrieben werden.

5.2 Berücksichtigung der Effizienz

Im Gegensatz zu der im Selektionskapitel betrachteten Nachweiseffizienz geht es hier um die Abhängigkeit der Effizienz von den kinematischen Größen. Dieser Effizienzverlauf kann aus den Monte Carlo Ereignissen gewonnen werden und ist in Abb. 5.2 wiedergegeben.

Die Abhängigkeit der Effizienz von Q^2 und $\cos\theta^*$ fällt zu den Extremwerten hin ab, während der Verlauf in den beiden anderen Variablen $\cos\beta$ und γ flach ist. Korrelationen zwischen den Meßgrößen bzgl. der Effizienzfunktionen sind vernachlässigbar. Die Gesamteffizienzfunktion kann daher als Produkt der Einzeleffizienzen ausgedrückt werden.

Um die Effizienz in die EML-Funktion einbauen zu können, wird der Verlauf für jede der kinematischen Größen mit Hilfe eines Polynoms parametrisiert. Diese Parametrisierungen sind ebenfalls in Abb. 5.2 dargestellt.

Um die Gesamtnormierung der EML-Funktion zu erhalten, werden die Effizienzkurven auf eins normiert. Diese Normierung wird durch das im Monte Carlo verwendete Modell, z. B. durch die Verteilung der invarianten Masse beeinflusst. Dieser Effekt ist jedoch klein, da das Modell die Daten hinreichend gut beschreibt, und wird daher im folgenden vernachlässigt.

Nun muß die EML-Funktion mit der Gesamteffizienzfunktion multipliziert werden:

$$\frac{d\Gamma}{dz} \rightarrow \frac{d\Gamma}{dz} \epsilon(Q^2) \epsilon(\cos\theta^*) \epsilon(\cos\beta) \epsilon(\gamma) \quad (5.7)$$

Effizienzverlauf

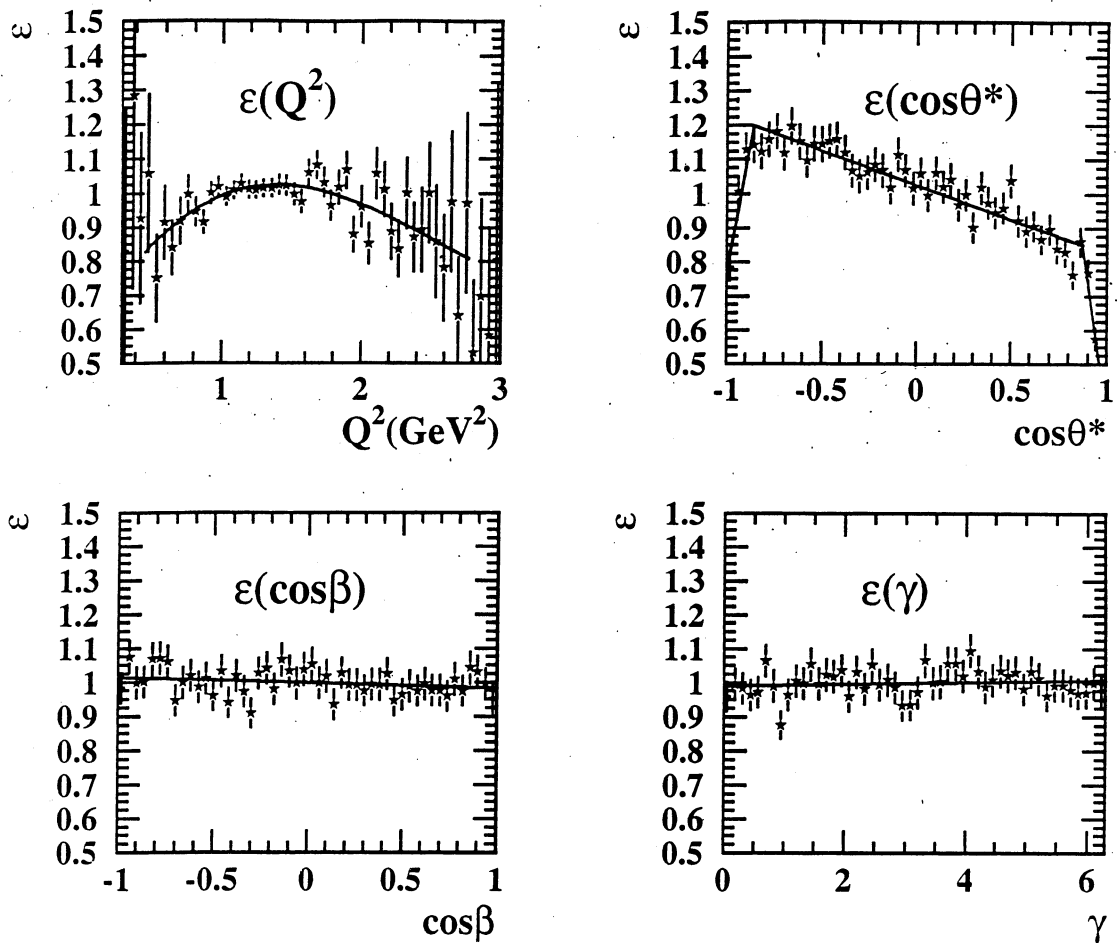


Abbildung 5.2: Nachweiseffizienz in Abhängigkeit von den kinematischen Variablen. Die Funktionen, die an den Effizienzverlauf angepasst wurden, sind ebenfalls eingezeichnet (durchgezogene Linie).

Der zweite Term der EML-Funktion aus Glg. 5.4 wird im allgemeinen durch die Berücksichtigung des Effizienzverlaufs komplizierter, da bei der Integration über die Winkel ($\cos\beta$ und γ) die Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes nun nicht mehr zwangsläufig verschwindet, d. h. der zweite Term hängt nicht mehr nur von w_A sondern auch von w_C , w_D und w_E ab. Da aber in der vorliegenden Analyse der Effizienzverlauf für $\cos\beta$ und γ nur geringfügig von einer Konstanten abweicht, kann dieser Effekt im Integral vernachlässigt werden. Im zweiten Term der EML-Funktion bleibt es also bei der ausschließlichen Abhängigkeit von w_A .

5.3 Detektorauflösung

Aufgrund der endlichen Auflösung des Detektors weichen die gemessenen Werte der kinematischen Größen von den tatsächlichen Werten im Rahmen der Detektorauflösung ab. Die Auflösungsfunktionen der kinematischen Größen können aus dem Monte Carlo bestimmt werden. Sie lassen sich gut durch Doppelgaußfunktionen anpassen, wobei die beiden Breiten (σ_1 und σ_2) und das

Auflösungsfunktionen

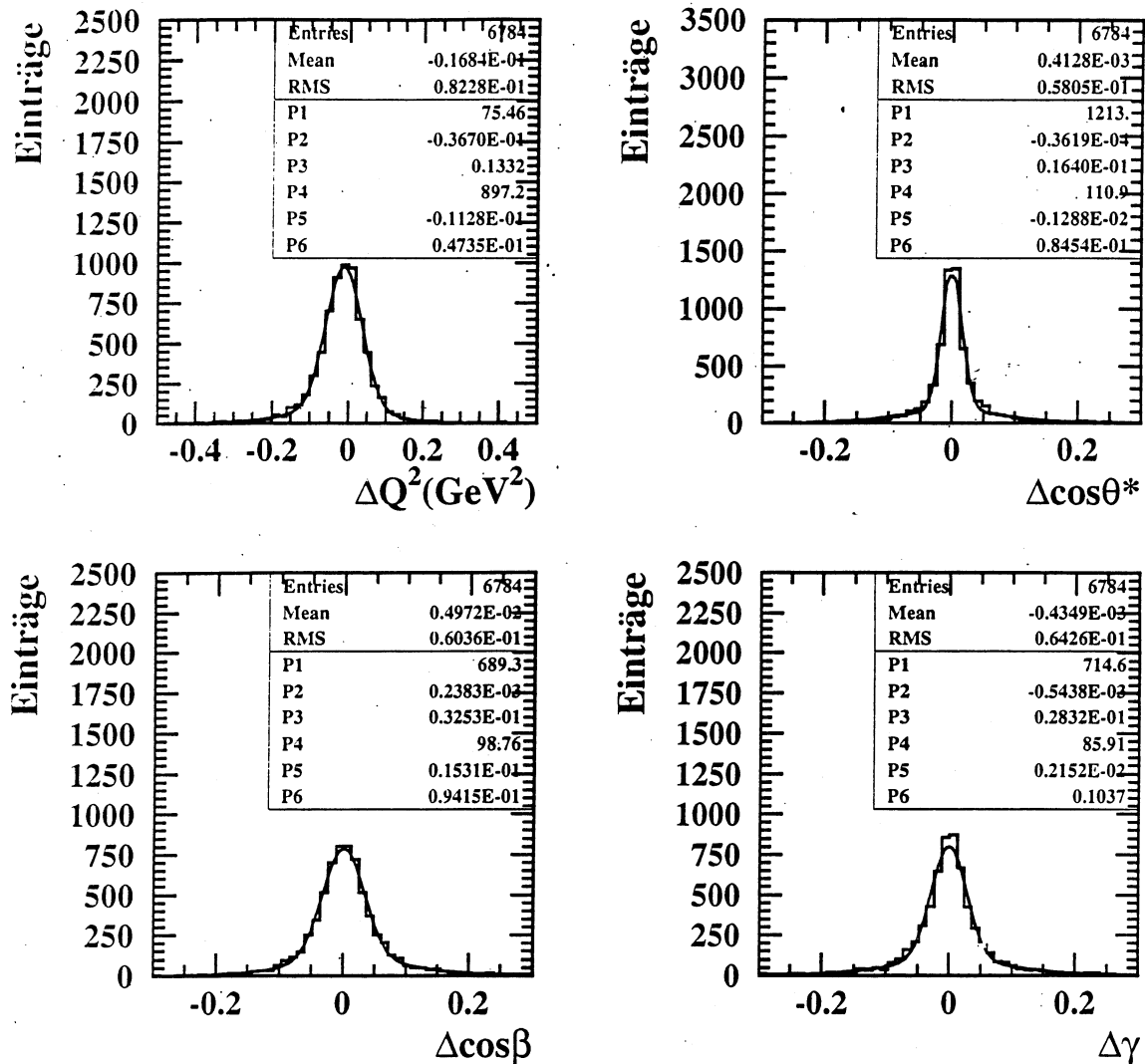


Abbildung 5.3: Auflösungsfunktionen für die vier kinematischen Größen Q^2 , $\cos \theta^*$, $\cos \beta$ und γ exemplarisch für das Q^2 -Intervall $1.0 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 1.21 \text{ GeV}^2$. Die durchgezeichneten Kurven geben das Resultat der Anpassung durch eine Doppelgaußfunktion wieder. P1-P3 bzw. P4-P6 geben die Parameter der ersten bzw. zweiten Gaußfunktion wieder, wobei P1 bzw. P4 die Höhe, P2 bzw. P5 den Mittelwert und P3 bzw. P6 die Breite der Gaußfunktion angeben.

Flächenverhältnis ($F_1/(F_1 + F_2)$) der zwei Gaußfunktionen linear von Q^2 abhängen. Exemplarisch für einen mittleren Q^2 -Bereich ($1.0 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 1.21 \text{ GeV}^2$) sind die Auflösungsfunktionen in Abb. 5.3 wiedergegeben. Die Werte der zugehörigen Q^2 -abhängigen Parametrisierungen sind in Tab. 5.1 zusammengefaßt.

Mathematisch läßt sich dieser Effekt durch eine Faltung des Wirkungsquerschnittes mit den Auflösungsfunktionen beschreiben. In der EML-Funktion kann dies durch ein numerisches Faltungsverfahren erreicht werden:

$$\bar{\Gamma}(\xi) = \int \Gamma(z) \cdot A(z - \xi) dz \approx \sum_{N_{\text{Würfe}}} \frac{\Gamma(A(z_{\text{gewürfelt um } \xi}))}{N_{\text{Würfe}}} \quad (5.8)$$

| | $\sigma_1 = P_1 + P_2 Q^2$ | | $\sigma_2 = P_3 + P_4 Q^2$ | | $\frac{F_1}{F_1+F_2} = P_5 + P_6 Q^2$ | |
|-----------------|----------------------------|--------|----------------------------|--------|---------------------------------------|-------|
| | P_1 | P_2 | P_3 | P_4 | P_5 | P_6 |
| Q^2 | -0.01 | 0.054 | 0.01 | 0.1 | 0.5 | 0.2 |
| s_1 | 0.013 | 0.01 | 0.094 | -0.013 | 1.1 | -0.3 |
| s_2 | 0.004 | 0.007 | 0.031 | 0.01 | 1.0 | -0.27 |
| $\cos \theta^*$ | -0.022 | 0.052 | -0.01 | 0.09 | 0.85 | -0.2 |
| $\cos \beta$ | 0.023 | -0.005 | 0.11 | -0.02 | 0.45 | 0.17 |
| γ | 0.032 | -0.004 | 0.14 | -0.028 | 0.55 | 0.08 |

Tabelle 5.1: Parameter der Auflösungsfunktionen.

mit der Auflösungsfunktion A und dem Meßwert ξ .

Für jede der kinematischen Größen werden $N_{W\ddot{u}rfe}$ Werte entsprechend der zugehörigen Auflösungsfunktionen mit dem Meßwert als Mittelwert – dem besten Schätzwert für den tatsächlichen Wert – gewürfelt. Für jeden der gewürfelten Werte wird der Wirkungsquerschnitt berechnet. Der daraus berechnete Mittelwert des Wirkungsquerschnittes wird schließlich in der EML-Funktion verwendet:

$$\frac{d\Gamma(Q^2, \cos \theta^*, \cos \beta, \gamma)}{dz} \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{N_{W\ddot{u}rfe}} d\Gamma(Q_i^2, \cos \theta_i^*, \cos \beta_i, \gamma_i)/dz}{N_{W\ddot{u}rfe}} \quad (5.9)$$

Dieses numerische Faltungsverfahren wird im ersten Teil der EML-Funktion für jedes Ereignis durchgeführt.

Für den Normierungsterm in der EML-Funktion muß ein anderes Verfahren angewandt werden. Aufgrund der endlichen Binbreite in Q^2 und der Breite der Q^2 -Auflösungsfunktion werden einige

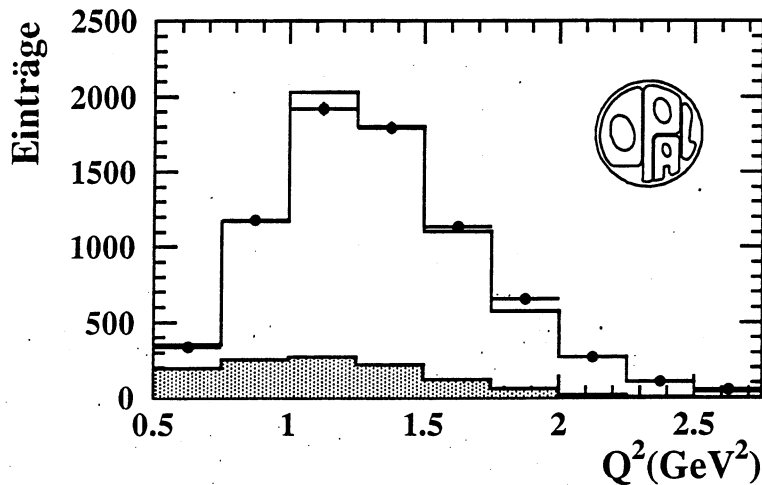


Abbildung 5.4: Vergleich des Q^2 -Spektrums im Monte Carlo (durchgezogene Linie) und den Daten (•). Das Monte Carlo-Spektrum ist auf die Datenverteilung normiert. Der Untergrund, der vom Monte Carlo vorhergesagt wird, ist als schraffiertes Histogramm angedeutet.

Ereignisse nicht in demjenigen Q^2 -Intervall rekonstruiert, in das sie, aufgrund ihres ursprünglichen Q^2 -Werts gehören. Diese sog. „Migration“ führt dazu, daß die Fitparameter – nämlich die hadronischen Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E – nicht unabhängig von den Werten der Strukturfunktionen in den benachbarten Bins sind. Dies kann allerdings im Fit selbst nicht berücksichtigt werden. Deswegen werden diese Migrationseffekte binweise mit Hilfe von Korrekturfaktoren ($M(Bin)$) berücksichtigt, die mit der in [38] beschriebenen Methode bestimmt werden. Diese Methode benutzt zwar Monte Carlo-Ereignisse, das Ergebnis hängt jedoch nicht vom spezifischen Zerfallsmodell im Monte Carlo ab. Allerdings wird es durch die Simulation der Detektoreffekte im Monte Carlo beeinflusst, deren Übereinstimmung mit den Daten später untersucht wird.

Ein Vergleich des Q^2 -Spektrums der Daten- und Monte Carlo-Ereignisse (siehe Abb. 5.4) zeigt gute Übereinstimmung und erlaubt dadurch, die Korrekturfaktoren mit denjenigen, die den Monte Carlo-Verteilungen direkt entnommen werden können, zu vergleichen. Sie stimmen im Rahmen der in Tab. 5.2 angegebenen Fehler überein.

Der Normierungsterm wird nun einfach mit diesen Migrationskorrekturfaktoren ($M(Bin)$) multipliziert, deren Werte für jedes Q^2 -Bin in Tab. 5.2 angegeben sind.

| Q^2 -Intervall in (GeV^2) | Korrekturfaktor $M(Bin)$ |
|---|-----------------------------|
| 0.50 - 0.75 | 1.08 ± 0.18 |
| 0.75 - 1.00 | 0.99 ± 0.04 |
| 1.00 - 1.25 | 0.96 ± 0.02 |
| 1.25 - 1.50 | 0.98 ± 0.03 |
| 1.50 - 1.75 | 0.99 ± 0.03 |
| 1.75 - 2.00 | 1.12 ± 0.05 |
| 2.00 - 2.25 | 1.09 ± 0.07 |
| 2.25 - 2.50 | 0.95 ± 0.07 |
| 2.50 - 2.75 | 2.12 ± 0.22 |

Tabelle 5.2: Korrekturfaktoren für die Migrationseffekte in den einzelnen Q^2 -Intervallen nach der Methode aus [38] bestimmt.

Ob die Auflösungsfunktionen vom Monte Carlo richtig wiedergegeben werden, kann mit Hilfe von radiativen Bhabha-Ereignissen untersucht werden. Hierzu wird das Elektron (Positron) aus einem Bhabha-Ereignis durch einen sehr harten Energieschnitt selektiert – die Energie des elektromagnetischen Clusters, auf das die Spur zeigt, muß 96 % der Strahlenergie betragen. Die Reinheit der so selektierten Datenmenge liegt im Zentralbereich des Detektors bei 99.4 %, im Endkappenbereich sogar bei 99.8 %. Für das Positron (Elektron) auf der anderen Seite des Ereignisses wird nun gefordert, daß drei Spuren rekonstruiert wurden: eine vom ursprünglichen Positron (Elektron), die beiden anderen von den Konversionselektronen eines Photons, das vom Positron (Elektron) abgestrahlt wurde. Die Impulse dieser Teilchen können benutzt werden, um die kinematischen Größen genauso wie im Falle der drei Spuren im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfall zu berechnen. Die Verteilungen der kinematischen Größen, die hier allerdings keine physikalische Bedeutung haben, sind in Abb. 5.5 zu sehen. Da dieses Verfahren sowohl in den Daten als auch im Monte Carlo durchgeführt werden kann, kann die Breite der Verteilungen verglichen werden und dadurch die Beschreibung der Auflösungsfunktionen im Monte Carlo überprüft werden. Wie man aus dem Vergleich der Anpassung einer Doppelgaußfunktion an die $\cos\beta$ -Verteilungen sieht, wird die Breite und damit die Auflösung im Monte Carlo sehr gut beschrieben. Da jedoch die Ausläufer der Verteilungen in Daten und Monte Carlo unterschiedlich sind, wird die verbleibende Unsicherheit auf 10 % abgeschätzt.

Auflösungsfktn.: Vergleich Daten - Monte Carlo

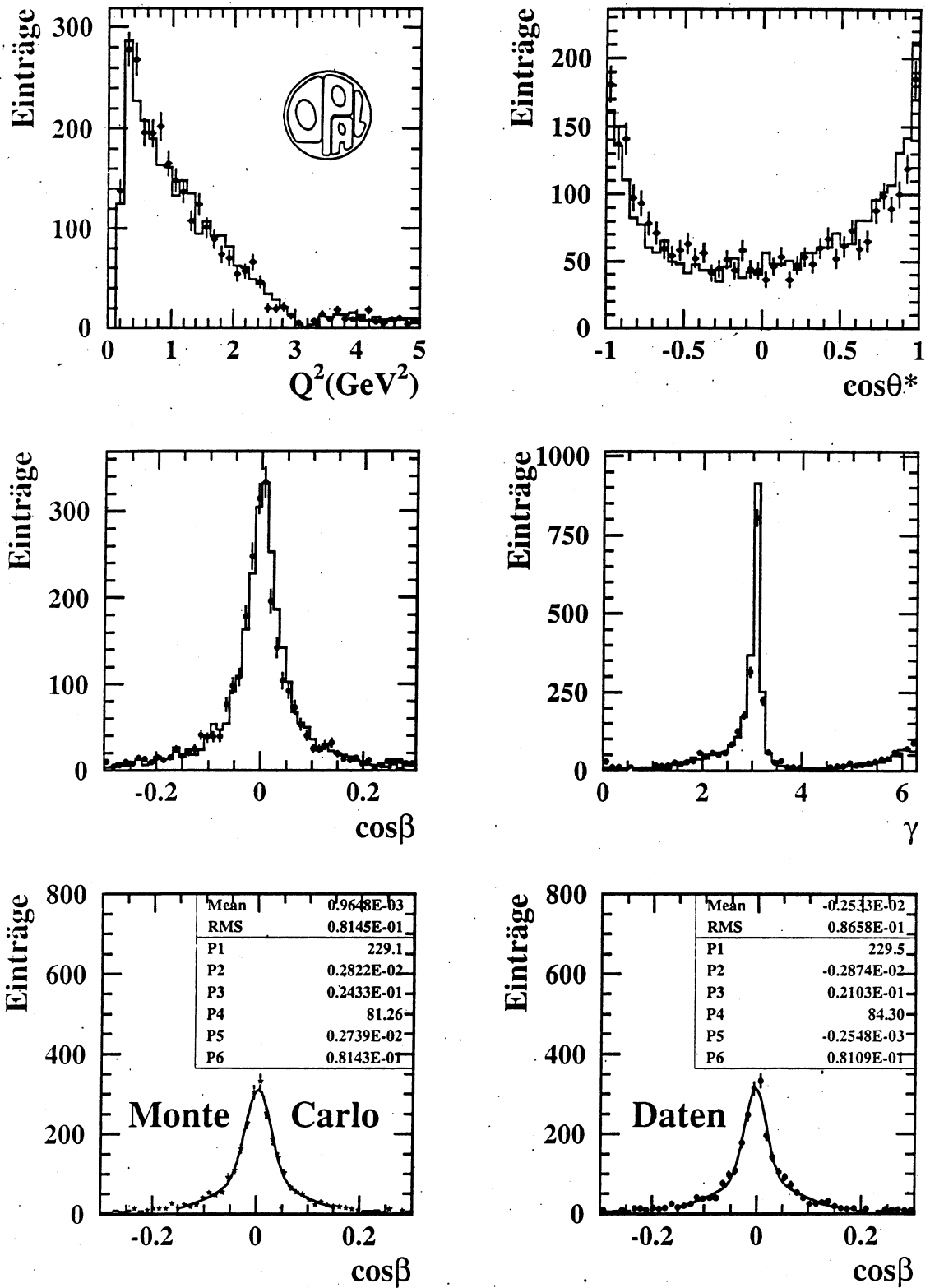


Abbildung 5.5: Auflösungsfunktionen für die vier kinematischen Größen Q^2 , $\cos\theta^*$, $\cos\beta$ und γ im Vergleich zwischen Daten (•) und Monte Carlo (durchgezogene Linie) für Bhabha-Ereignisse mit Photokonversion. Die Übereinstimmung ist sehr gut. Ein quantitativer Vergleich ist in der untersten Reihe angegeben, in der sowohl für die Daten- (•) als auch Monte Carlo-Ereignisse (*) eine Anpassung an die $\cos\beta$ -Verteilung gezeigt ist.

5.4 Berücksichtigung der Untergrundstruktur

Nun sind alle Effekte berücksichtigt, die die Signalereignisse betreffen. Allerdings befinden sich in den Daten auch Untergrundereignisse, auf deren Beitrag zum hadronischen Strom korrigiert werden muß. Hierfür wird das eben beschriebene Verfahren in Analogie zur späteren Messung auf die Untergrundereignisse im Monte Carlo angewandt. Der Untergrund wird also in der gleichen Form wie die Daten parametrisiert. Der Verlauf dieser Untergrundstrukturfunktionen ist in Abb. 5.6 dargestellt. Die so bestimmten Untergrundstrukturfunktionen haben keine physikalische Bedeutung, da es sich um falsch rekonstruierte Ereignisse handelt. In $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ -Ereignissen werden z. B. die π^0 -Mesonen komplett vernachlässigt.

Die Untergrundstrukturfunktionen – aus dem Monte Carlo extrahiert – werden in die EML-Funktion wie folgt eingebaut:

$$\frac{d\Gamma}{dz}(w_X) \rightarrow p \frac{d\Gamma}{dz}(w_X) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U), \quad (5.10)$$

mit w_X ($X = A, C, D, E$): Fitparameter, d. h. hadronische Strukturfunktionen von $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$,
 w_X^U ($X = A, C, D, E$): Untergrundstrukturfunktionen aus dem Monte Carlo bestimmt und

Untergrundstrukturfunktionen

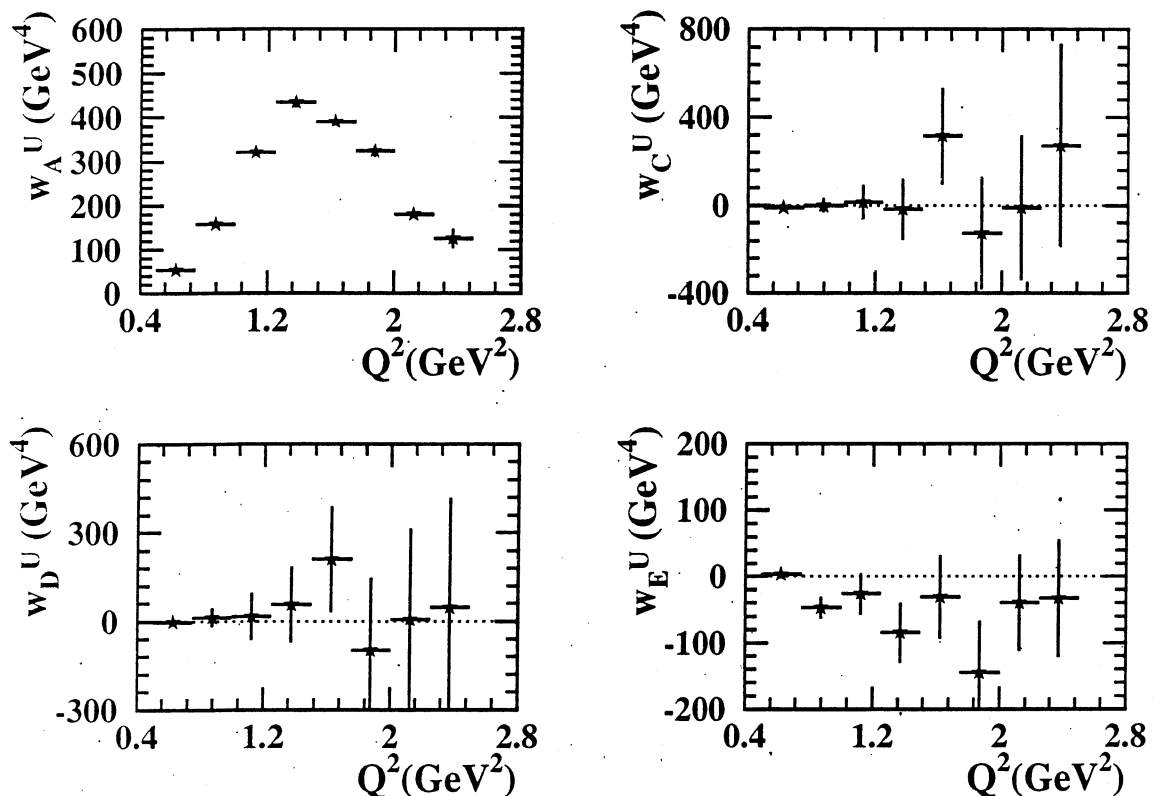


Abbildung 5.6: Hadronische Strukturfunktionen w_A^U , w_C^U , w_D^U und w_E^U für den Untergrund aus den Monte Carlo-Ereignissen gewonnen. Dargestellt ist hier $(1-p)w_X^U$, also der Untergrundanteil wie er in der Analyse berücksichtigt wird.

p : Anteil des Signalkanals in der Datenmenge ($p = 84.8\%$ (vgl. Kap. 4)).

Dieses Verfahren ist möglich, da die Korrelationen zwischen den Untergrundstrukturfunktionen w_A^U , w_C^U , w_D^U und w_E^U klein sind. Die Werte der Korrelationsmatrix liegen bei wenigen Prozent.

Die so bestimmten Untergrundstrukturfunktionen hängen allerdings vom Modell des hadronischen Stromes der Untergrundkanäle, das im Monte Carlo implementiert ist, ab. Das gilt insbesondere für den Hauptuntergrundbeitrag aus $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$ -Ereignissen. Die Modellabhängigkeit kann durch den Vergleich verschiedener Modelle untersucht werden. Hierzu stehen unterschiedliche Monte Carlo Datensätze zur Verfügung:

- Für die Bestimmung der Untergrundstrukturfunktionen wurde die Beschreibung des $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$ -Zerfalls aus TAUOLA2.4 [28] durch ein Modell ersetzt, das die Daten besser beschreibt [39]. Es schließt nicht nur die Resonanzen im Zerfall (ρ und ω [40, 41].) ein, sondern ist auch in der Lage deren Zerfall in Übereinstimmung mit den Daten zu beschreiben. Hierbei sind vor allem zwei Punkte zu nennen:

- Im Zerfall der intermediären ρ -Resonanz wird der Zerfallsweg über das a_1 -Meson berücksichtigt ($\tau \rightarrow \rho \nu$, $\rho \rightarrow a_1 \pi$, $a_1 \rightarrow \rho \pi$, $\rho \rightarrow \pi \pi$).

Monte Carlo Test

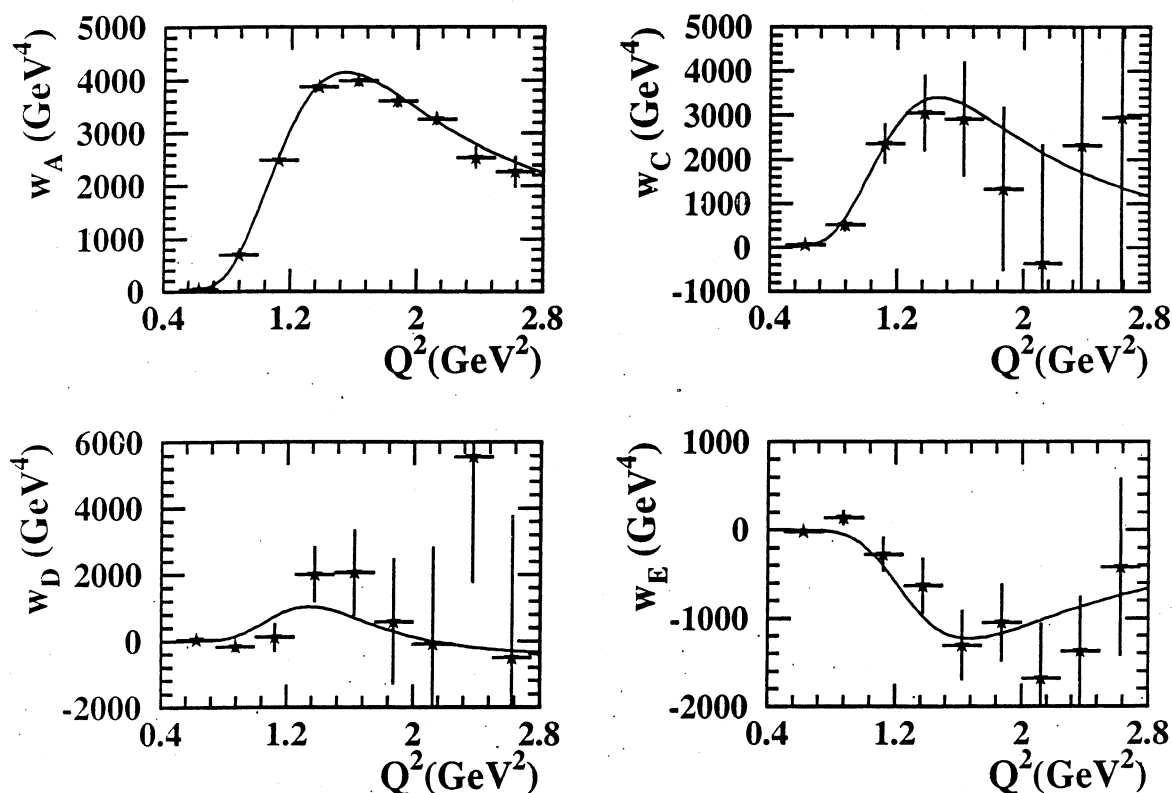


Abbildung 5.7: Test des Fitverfahrens mit Hilfe von Monte Carlo Ereignissen unter Berücksichtigung der Detektoreffekte und des Untergrundes. Gezeigt ist im Vergleich das Fitergebnis an Monte Carlo Ereignisse (\star), die auf dem KS-Modell (durchgezogene Linie) basieren. Zu beachten ist hierbei, daß der Fit keine Anpassung an die Modellkurven darstellt.

- Die Kopplungsstärke der Mesonen hängt von der invarianten Masse des hadronischen Systems ab.
- Das in TAUOLA2.4 [28] implementierte Modell des $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$ -Zerfalls berücksichtigt zwar die Resonanzen im Zerfall (ρ , ρ' und ω), beschreibt jedoch die Daten nur unzureichend. Insbesondere weicht die vorhergesagte Zerfallsrate von der gemessenen um einen Faktor zwei bis vier ab [28]. Diese Parametrisierung wird für die Bestimmung der Strukturfunktionen selbst nicht verwendet, ermöglicht aber eine Abschätzung der Modellunsicherheit der Untergrundbeschreibung.

Eine weitere Unsicherheit in der Untergrundbeschreibung stellen die Fehler der Verzweigungsverhältnisse der Untergrundkanäle dar. Dieser Effekt wirkt sich insbesondere bei den Zerfällen mit Kaonen im Endzustand aufgrund des großen Fehlers der Verzweigungsverhältnisse aus ($\text{BR}(\tau \rightarrow \pi K K \nu_\tau) = 2.2\%_{-1.1}^{+1.7}$ [15] und $\text{BR}(\tau \rightarrow \pi \pi K \geq \text{neutrale Teilchen } \nu_\tau) = 3.9\%_{-1.6}^{+1.9}$ [15]). Durch Variation des Schnitts, der zwischen Kaonen und Pionen im Endzustand unterscheiden soll (siehe Kap. 4.3), kann der Anteil an Ereignissen mit Kaonen im Endzustand in der Datenmenge verändert und die Auswirkungen auf das Fitergebnis untersucht werden.

Nachdem nun alle Effekte, die die Messung beeinflussen, berücksichtigt worden sind, erhalten wir folgende EML-Funktion:

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N_{Bin}} \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_{Würfe}} p \frac{d\Gamma}{dz}(w_X; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z)}{N_{Würfe}} \epsilon(z) \right) - \int_{Bin} \left(M(Bin) p \frac{d\Gamma}{dz}(w_X; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z) \right) \epsilon(z) dQ^2 d\cos\theta^* d\cos\beta d\gamma. \quad (5.11)$$

Das komplette Fitverfahren wird nun noch einmal mit Hilfe von Monte Carlo Ereignissen unter Berücksichtigung des Untergrundes und der Detektorsimulation getestet. Das Fitresultat im Vergleich mit der Modellvorhersage ist in Abb. 5.7 wiedergegeben. Man erhält für den Vergleich mit dem Modell ein χ^2 von 34.5 für 36 Freiheitsgrade, also eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Fitergebnis und Modellvorhersage. Um systematische Fehler zu vermeiden, wurden die hier verwendeten Effizienz- und Migrationskorrekturen mit der identischen Ereignismenge, die auch für den Fit verwendet wurde, bestimmt.

5.5 Ergebnis für w_A , w_C , w_D und w_E aus den Daten von 1992-1994

Nachdem das Verfahren im Monte Carlo erfolgreich getestet ist, können nun die hadronischen Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E in den Daten bestimmt werden. Hierfür werden aus den Jahren 1992-1994 (wie in Kap. 4 beschrieben) 7443 Ereignisse selektiert und in die einzelnen Q^2 -Bins eingeteilt.

Das Resultat des Fits ist in Abb. 5.8 dargestellt und die einzelnen Werte in Tab. 5.3 angegeben. Im Verlauf von w_A findet man die Struktur der a_1 -Resonanz wieder. w_E zeigt aufgrund der von Null verschiedenen Werte deutliche Hinweise auf eine Paritätsverletzung im Zerfall.

Die Korrelationen zwischen den Strukturfunktionen in einem Bin liegen typischerweise zwischen -15% und +15%.

Die systematischen Fehler werden im folgenden Kapitel diskutiert.

Daten 1992-1994

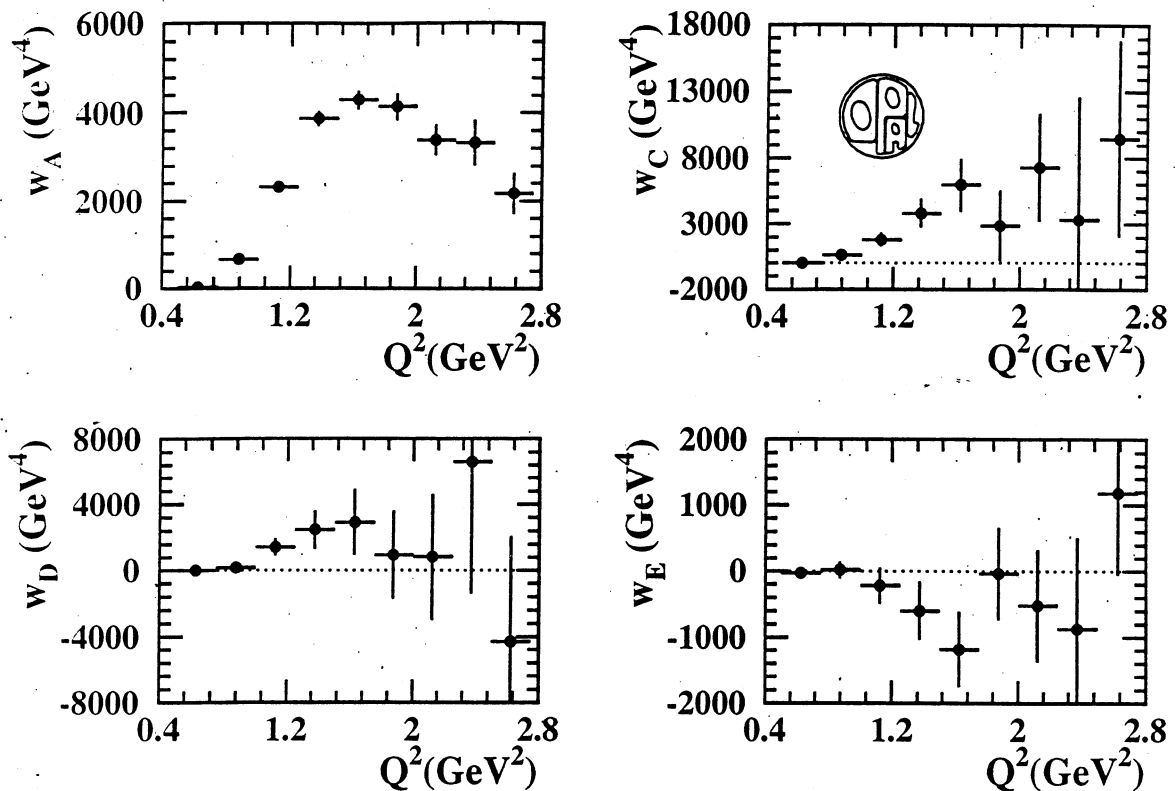


Abbildung 5.8: Die aus den OPAL Daten-Ereignissen von 1992-1994 bestimmten hadronischen Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E als Funktion von Q^2 . Jedes Bin in Q^2 entspricht einem Fit.

5.6 Systematische Fehler

Die systematischen Fehler können analog zum Einbau der Detektoreffekte und des Untergrundes in mehrere Kategorien eingeteilt eingeteilt:

- **Effizienz:**

Für den systematischen Fehler, der mit den Effizienzverlusten aus der Selektion zusammenhängt, werden die Effizienzfunktionen der kinematischen Größen ($\epsilon(X)$ mit $X = Q^2, \cos\theta^*, \cos\beta, \gamma$) im Rahmen ihrer aus dem Monte Carlo bestimmten statistischen Fehler variiert². Die Abweichungen zu den ursprünglichen Werten der Strukturfunktionen werden als systematische Fehler verwendet.

- **Detektorauflösung:**

- Die Auflösungsfunktionen werden entsprechend dem Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo in Bhabha-Ereignissen variiert. Die Differenz im Fitergebnis wird als systematischer Fehler angegeben.
- Der systematische Fehler der Migration wird dadurch abgeschätzt, daß der Korrekturfaktor im Rahmen der Fehler (siehe Tab. 5.2) variiert wird.

²Die Gesamteffizienz hat keinen Einfluß auf das Fitergebnis.

| Q^2 (GeV ²) | N_j | w_A (GeV ⁴) | | | w_C (GeV ⁴) | | |
|---------------------------|-------|---------------------------|-------|-------|---------------------------|-------|-------|
| 0.5 – 0.75 | 334 | 32 | ±6 | ±18 | 0 | ±34 | ±21 |
| 0.75 – 1.00 | 1178 | 670 | ±20 | ±36 | 630 | ±200 | ±70 |
| 1.00 – 1.25 | 1920 | 2316 | ±59 | ±77 | 1800 | ±530 | ±60 |
| 1.25 – 1.50 | 1793 | 3870 | ±100 | ±150 | 3800 | ±1100 | ±200 |
| 1.50 – 1.75 | 1133 | 4290 | ±130 | ±170 | 5900 | ±1900 | ±700 |
| 1.75 – 2.00 | 655 | 4140 | ±180 | ±260 | 2900 | ±1900 | ±500 |
| 2.00 – 2.25 | 269 | 3400 | ±220 | ±270 | 7300 | ±3800 | ±1400 |
| 2.25 – 2.50 | 106 | 3330 | ±350 | ±390 | 3300 | ±7400 | ±5700 |
| 2.50 – 2.75 | 55 | 2170 | ±290 | ±360 | 9400 | ±6800 | ±2800 |
| Q^2 (GeV ²) | N_j | w_D (GeV ⁴) | | | w_E (GeV ⁴) | | |
| 0.5 – 0.75 | 334 | 24 | ±36 | ±24 | -22 | ±27 | ±6 |
| 0.75 – 1.00 | 1178 | 160 | ±180 | ±30 | 20 | ±120 | ±50 |
| 1.00 – 1.25 | 1920 | 1430 | ±530 | ±100 | -220 | ±270 | ±70 |
| 1.25 – 1.50 | 1793 | 2500 | ±1000 | ±500 | -600 | ±430 | ±100 |
| 1.50 – 1.75 | 1133 | 2900 | ±1700 | ±1000 | -1180 | ±540 | ±180 |
| 1.75 – 2.00 | 655 | 900 | ±2500 | ±800 | -40 | ±650 | ±240 |
| 2.00 – 2.25 | 269 | 800 | ±3800 | ±500 | -520 | ±770 | ±360 |
| 2.25 – 2.50 | 106 | 6600 | ±7200 | ±3300 | -900 | ±1300 | ±400 |
| 2.50 – 2.75 | 55 | -4300 | ±5900 | ±2400 | 1200 | ±1000 | ±700 |

Tabelle 5.3: Die Meßwerte für die hadronischen Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E für die einzelnen Q^2 -Bins mit statistischen (erste Spalte) und systematischen Fehlern (zweite Spalte).

- **Untergrund:**

Im Zusammenhang mit der Berücksichtigung des Untergrundes tragen mehrere Effekte bei:

- Der Gesamtbeitrag des Untergrundes wird um $\pm 2\%$ (d. h. p zwischen 82.8% und 86.8%) variiert. In dieser Variation sind sowohl der Fehler aus der Selektion (siehe Kap. 4) als auch der Fehler auf das $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ Verzweigungsverhältnis ($\text{BR}(\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau) = 9.3 \pm 0.3\%$ [15]) bzw. das der Untergrundkanäle [15] enthalten.
- Die Untergrundstrukturfunktionen hängen von der Beschreibung des Untergrundes im Monte Carlo ab. Zur Abschätzung des damit verbundenen systematischen Fehlers werden die Untergrundstrukturfunktionen für zwei verschiedene Modellbeschreibungen des $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$ -Kanals bestimmt (siehe Kap. 5.4). Der sich hieraus ergebende Unterschied in den Strukturfunktionen wird als systematischer Fehler angenommen.
- Die Unsicherheit, die sich aus den statistischen Fehlern der Untergrundstrukturfunktionen ergibt, wird ebenfalls als systematischer Fehler berücksichtigt.
- Nicht nur die Modellbeschreibung sondern auch die Zusammensetzung des Untergrundes wirkt sich auf die Untergrundstrukturfunktionen aus. Um den Untergrund, insbesondere den Anteil der Kaon-Kanäle, zu variieren, wird der K/π -Separationsschnitt in der Datenselektion weggelassen. Die Zusammensetzung der Datenmenge wird dadurch so verändert, daß dies dem doppelten des Fehlers auf das Verzweigungsverhältnis entspricht. Die Hälfte der Abweichung der mit diesem Datensatz bestimmten Strukturfunktionen zu den ursprünglichen wird als systematischer Fehler verwendet.

- **τ -Polarisation:**

Darüber hinaus wird die Auswirkung der Unsicherheit der τ -Polarisation auf das Fitergebnis

| | Δw_A | Δw_C | Δw_D | Δw_E |
|-------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Effizienz | $\pm 29\%$ | $\pm 4\%$ | $\pm 1\%$ | $\pm 1\%$ |
| Detektorauflösung | 8% | $\pm 20\%$ | $\pm 23\%$ | $\pm 21\%$ |
| Migration | $\pm 37\%$ | $\pm 9\%$ | $\pm 2\%$ | $\pm 5\%$ |
| Untergrundanteile | $\pm 6\%$ | $\pm 3\%$ | $< 1\%$ | $\pm 1\%$ |
| Modellbeschreibung des Untergrundes | $\pm 13\%$ | $\pm 17\%$ | $\pm 33\%$ | $\pm 32\%$ |
| Kaon Kanäle | $\pm 6\%$ | $\pm 27\%$ | $\pm 21\%$ | $\pm 24\%$ |
| Monte Carlo Statistik | $\pm 1\%$ | $\pm 21\%$ | $\pm 19\%$ | $\pm 16\%$ |
| P_τ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ |

Tabelle 5.4: Zusammenfassung der Anteile der einzelnen systematischen Fehler σ_i^j im Bin j für eine der Strukturfunktionen am Gesamtfehler $(\sum_i (\sigma_i^j)^2)^{\frac{1}{2}}$ im Bin j über alle Q^2 -Intervalle N_j gemittelt: $(\sum_{N_j} (\sigma_i^j)^2) / \sum_i (\sigma_i^j)^2 / N_j$.

untersucht. Der Wert, der für die τ -Polarisation hier verwendet wird, stammt aus einem von τ -Ereignissen nur wenig abhängigen Fit der Standardmodellparameter [15]. Die Variation der τ -Polarisation ($P_\tau = -0.144 \pm 0.003$ [15]) im Rahmen ihres Fehlers liefert einen weiteren Beitrag zum systematischen Fehler.

Die gesamten systematischen Fehler in jedem Q^2 -Intervall für die einzelnen Strukturfunktionen ist in Tab. 5.3 angegeben. Als Anhaltspunkt für die Beiträge der einzelnen systematischen Fehler am systematischen Gesamtfehler sind ihre prozentualen Anteile gemittelt über alle Q^2 -Bins in Tab. 5.4 zusammengefaßt. Für w_A spielt dabei die Migration die dominante Rolle. Für die anderen Strukturfunktionen w_C , w_D und w_E stehen die wichtigsten Beiträge im Zusammenhang mit der Beschreibung der verschiedenen Untergrundquellen.

5.7 Vergleich mit der Modellvorhersage

Die gemessenen Strukturfunktionen können mit den Vorhersagen des KS-Modells bzw. IMR-Modells verglichen werden. Die Normierung der Modelle wird dabei an die Daten angepaßt. Außerdem ist es sinnvoll nicht w_C , w_D bzw. w_E , sondern w_C/w_A , w_D/w_A und w_E/w_A zu betrachten. Die Quotienten sind weitgehend unabhängig von der Parametrisierung der a_1 -Resonanz. BW_{a_1} fällt im Quotienten (bis auf den polynomialen Untergrund im IMR-Modell) weg. So können die tiefer liegenden physikalischen Unterschiede der Modelle getestet werden. Diese Unterschiede liegen hauptsächlich in der Beschreibung des Zerfalls des a_1 über die intermediären $\rho\pi$ -Zwischenzustände in den 3π -Endzustand (siehe Kap. 2).

Der Vergleich zwischen der Messung und den beiden Modellen ist in Abb. 5.9 dargestellt.

In w_A sieht man zwischen dem IMR-Modell und den Datenpunkten eine deutliche Abweichung, während das KS-Modell die Daten gut beschreibt. Man erhält für den Vergleich von w_A alleine:

$$\begin{aligned} \text{KS-Modell} &: \chi_{KS}^2 = 5.8 \quad \text{für 9 Freiheitsgrade,} \\ \text{IMR-Modell} &: \chi_{IMR}^2 = 17.5 \quad \text{für 9 Freiheitsgrade.} \end{aligned}$$

Man sieht hieran, daß das KS-Modell eine bessere Beschreibung der Breit-Wigner-Resonanzform des a_1 -Mesons liefert als das IMR-Modell.

Vergleich: Daten und Modell (KS bzw. IMR)

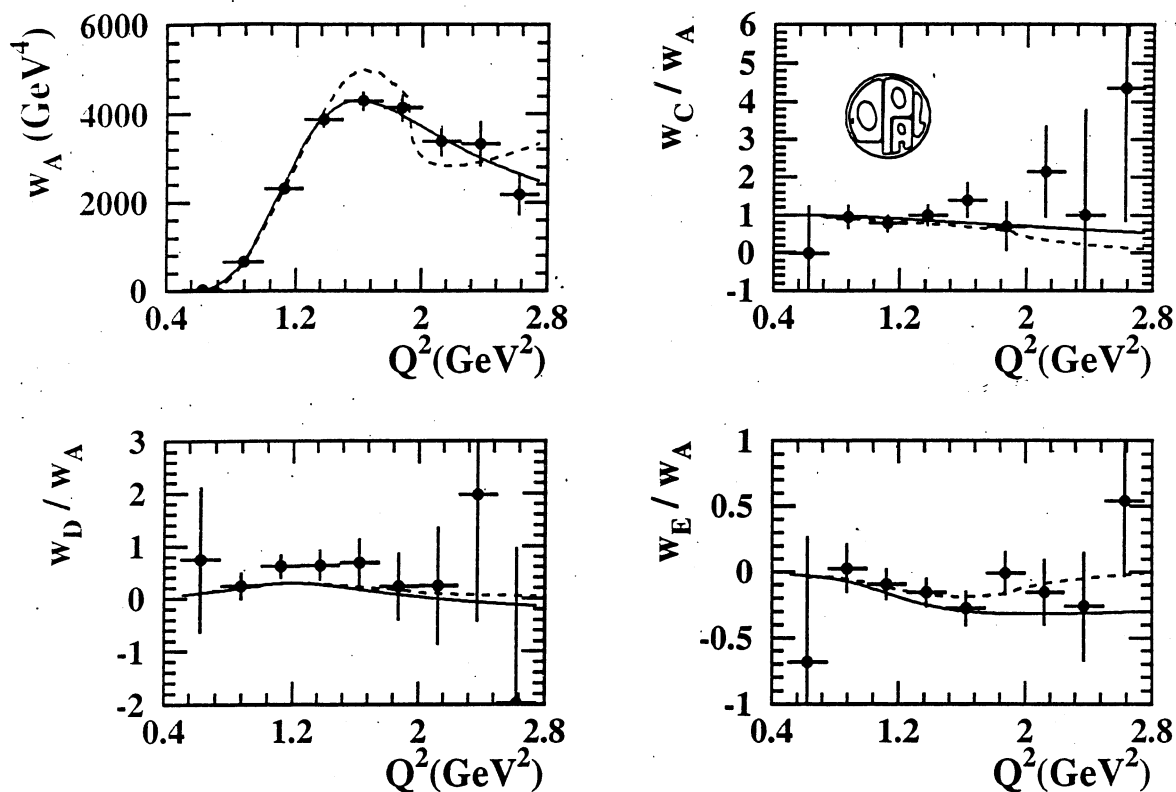


Abbildung 5.9: Vergleich der gemessenen hadronischen Strukturfunktionen (\bullet) mit der Modellvorhersage des KS-Modells (durchgezogene Linie) und des IMR-Modells (gestrichelte Linie). Gezeigt sind hier w_A , w_C/w_A , w_D/w_A und w_E/w_A .

Für die Quotienten w_C/w_A , w_D/w_A und w_E/w_A dagegen – hier spielt die Beschreibung des a_1 -Mesons nur eine untergeordnete Rolle – findet man im Rahmen der Meßfehler für beide Modelle eine gute Übereinstimmung mit den Daten. Für w_C/w_A , w_D/w_A und w_E/w_A zusammengefaßt liefert der quantitative Vergleich:

$$\begin{aligned} \text{KS-Modell} & : \chi_{KS}^2 = 19.6 \quad \text{für 27 Freiheitsgrade,} \\ \text{IMR-Modell} & : \chi_{IMR}^2 = 17.6 \quad \text{für 27 Freiheitsgrade.} \end{aligned}$$

Kapitel 6

Messung der hadronischen Strukturfunktionen in der Dalitzebene

Um weitere Informationen über die Struktur des Zerfalls zu erhalten, soll nun auch die Struktur des hadronischen Stromes in der Dalitzebene untersucht werden. Hierbei werden vor allem die Eigenschaften des intermediären Zustandes, wie die Interferenz der beiden ρ -Mesonen im a_1 -Zerfall oder die Anteile von D- und S-Welle (d. h. die Partialwellenanteile) zwischen intermediärem π - und ρ -Meson untersucht.

Dazu werden die Ereignisse in fünf Q^2 -Intervalle – nämlich $(0.8 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.0 \text{ GeV})^2$, $(1.0 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.1 \text{ GeV})^2$, $(1.1 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.2 \text{ GeV})^2$, $(1.2 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.4 \text{ GeV})^2$ und $(1.4 \text{ GeV})^2 < Q^2$ – aufgeteilt. Innerhalb eines Q^2 -Intervalls wird die Dalitzebene in drei bis fünf weitere Intervalle unterteilt (siehe Abb. 6.1). Für den Fit betrachtet man nur die untere Halbebene der Dalitzebene. Für jedes Ereignis werden deswegen s_1 und s_2 so gewählt, daß $s_1 > s_2$ gilt.

Nun können in jedem Intervall in Q^2 , s_1 und s_2 – in Analogie zur Messung wie sie im vorigen Kapitel vorgestellt wurde – die Strukturfunktionen W_A , W_C , W_D und W_E bestimmt werden, nur daß man nun neben der Abhängigkeit der Strukturfunktionen von Q^2 auch das Verhalten in s_1 und s_2 untersuchen kann.

Es treten zwei Probleme auf:

- Betrachtet man die Modellvorhersage für $W_A(Q^2, s_1, s_2)$, $W_C(Q^2, s_1, s_2)$, $W_D(Q^2, s_1, s_2)$ und $W_E(Q^2, s_1, s_2)$ für einen festen Q^2 -Wert in der Dalitzebene (siehe Abb. 2.7) so fällt im Gegensatz zu den über die Dalitzebene integrierten Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E (siehe Abb. 2.6) auf, daß die Werte der Strukturfunktionen W_A , W_C , W_D und W_E innerhalb eines Bins deutlich größeren Schwankungen unterliegen. Die Annahme, daß die Fitparameter, d. h. die Strukturfunktionen, innerhalb eines Bins als konstant angenommen werden können, ist in diesem Fall also nur schlecht erfüllt. Trotzdem geben die im Fit bestimmten Werte der Strukturfunktionen den Wert von W_X ($X=A, C, D, E$) an einem bestimmten Wert für (Q^2, s_1, s_2) wieder. Diese Werte für (Q^2, s_1, s_2) können sich jedoch für die verschiedenen Strukturfunktionen unterscheiden, d. h. der Fit in einem (Q^2, s_1, s_2) -Intervall ist nicht äquivalent zu einem Fit in einem einzigen Punkt des (Q^2, s_1, s_2) -Raumes.
- Für die Modellvorhersage des Fitresultats für die Strukturfunktionen in einem (Q^2, s_1, s_2) -Bereich stellt sich hier das schon in Kap. 5 geschilderte Problem: nur für W_A läßt sich die Modellvorhersage nach Glg. 5.6 berechnen. Für die anderen Strukturfunktionen W_C , W_D und W_E lassen sich dagegen nur obere bzw. untere Grenzen im Bin angeben. Die Differenz zwischen beiden Extremwerten hängt von der Größe und Lage des entsprechenden Bins ab.

Bineinteilung in der Dalitzebene

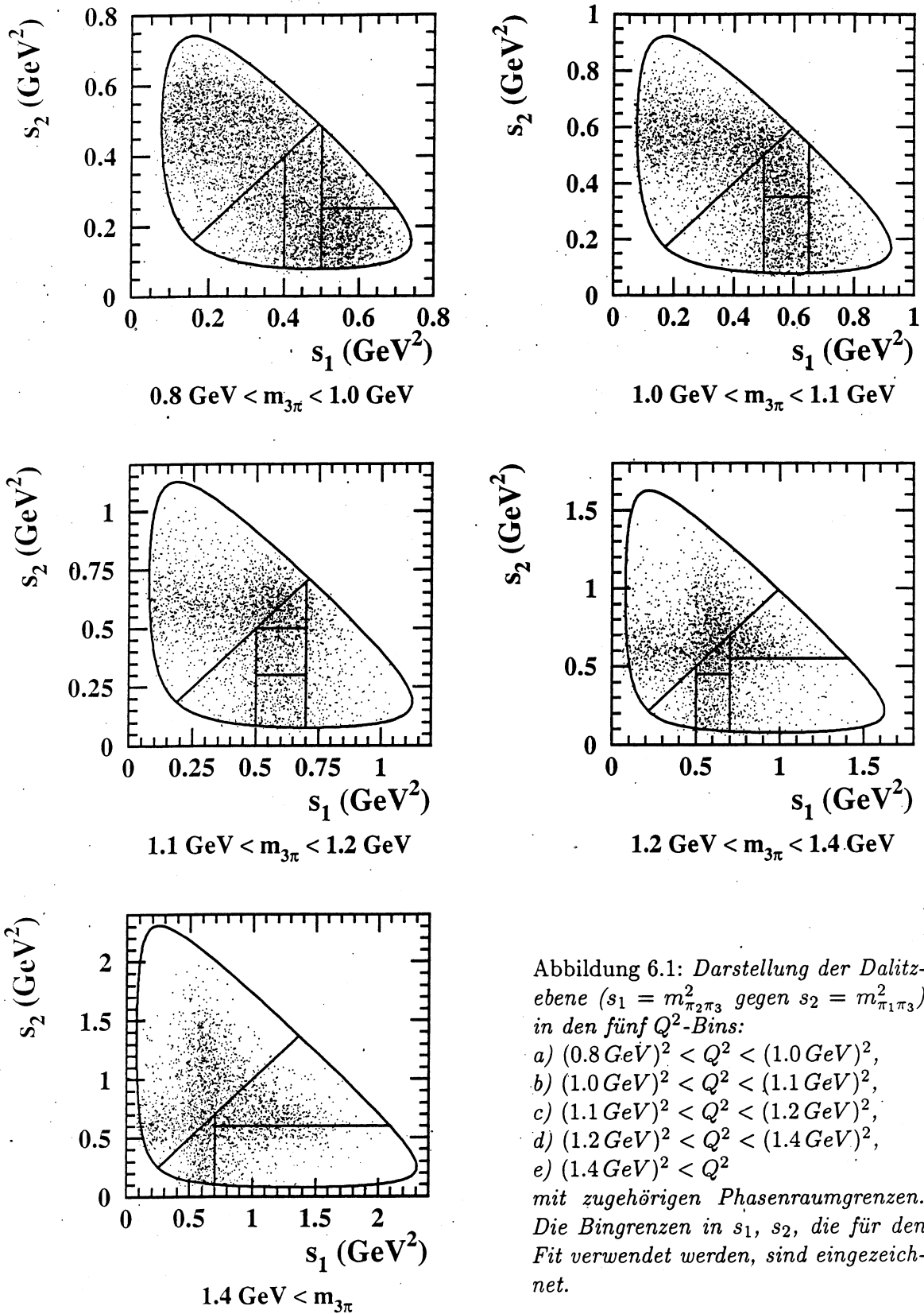


Abbildung 6.1: Darstellung der Dalitzebene ($s_1 = m_{\pi_2\pi_3}^2$ gegen $s_2 = m_{\pi_1\pi_3}^2$) in den fünf Q^2 -Bins:

- a) $(0.8 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.0 \text{ GeV})^2$,
- b) $(1.0 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.1 \text{ GeV})^2$,
- c) $(1.1 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.2 \text{ GeV})^2$,
- d) $(1.2 \text{ GeV})^2 < Q^2 < (1.4 \text{ GeV})^2$,
- e) $(1.4 \text{ GeV})^2 < Q^2$

mit zugehörigen Phasenraumgrenzen. Die Bingrenzen in s_1 , s_2 , die für den Fit verwendet werden, sind eingezeichnet.

Die EML-Funktion (siehe Glg. 5.11), die im Fit verwendet wird, bleibt im Vergleich zur Messung von w_A , w_C , w_D und w_E weitgehend unverändert. Nur im zweiten Teil der Funktion – dem Normierungsintegral – wird zusätzlich die Integration in s_1 und s_2 über das Bin durchgeführt und nicht in den Fitparameter gezogen.

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N_{Bin}} \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_{W\u00fcrfe}} p \frac{d\Gamma}{dz}(W_X; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(W_X^U; z)}{N_{W\u00fcrfe}} \epsilon(z) \right) \quad (6.1)$$

$$- \int_{Bin} \left(M(Bin) p \frac{d\Gamma}{dz}(W_X; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(W_X^U; z) \right) \epsilon(z) dQ^2 ds_1 ds_2 d\cos \theta^* d\cos \beta d\gamma .$$

Wegen der eben angesprochenen Probleme bietet sich in diesem Fall ein Test des Verfahrens in einigen exemplarischen Bins an. Die Bingrenzen (in Q^2 , s_1 , s_2) wurden so eng gewählt, daß die

Monte Carlo Test

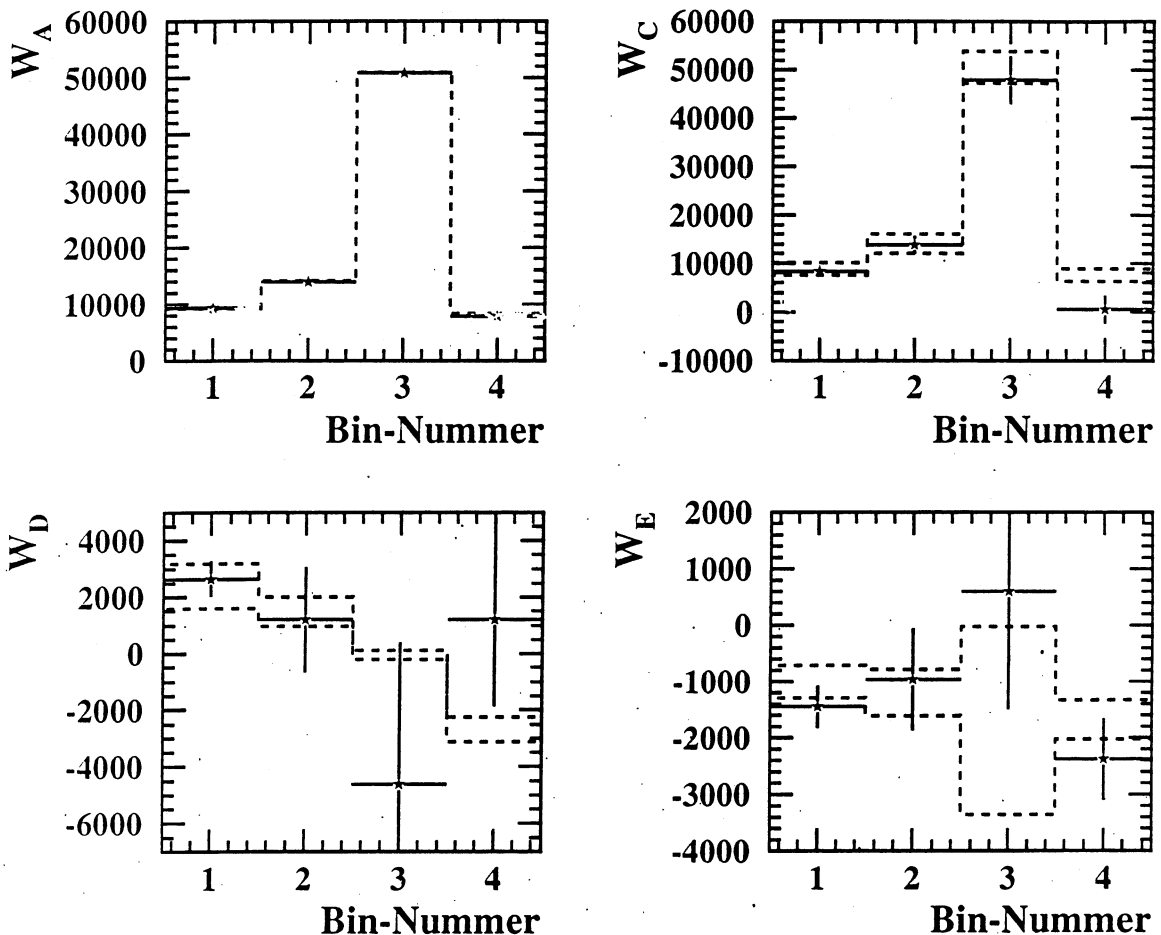


Abbildung 6.2: Vergleich zwischen Fitresultat (\star) und Modellvorhersage des KS-Modells (gestrichelte Linie). Für w_A kann die Modellvorhersage berechnet werden. Für w_C , w_D und w_E sind obere und untere Grenzen des Modells im Bin angegeben.

Differenz zwischen oberer und unterer Grenze der Modellvorhersage in diesen Bins kleiner als der statistische Fehler des Fits ist. Hierfür wurden in den folgenden Bins zwischen 1000 und 10000 Ereignissen generiert:

| $m_{3\pi}$ in (GeV) | s_1 in (GeV ²) | s_2 in (GeV ²) | Anzahl der Ereignisse |
|---------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------|
| 0.92 - 0.95 | 0.52 - 0.55 | 0.20 - 0.23 | 8706 |
| 1.00 - 1.02 | 0.48 - 0.50 | 0.40 - 0.42 | 2827 |
| 1.10 - 1.12 | 0.58 - 0.60 | 0.56 - 0.58 | 6891 |
| 1.35 - 1.40 | 0.98 - 1.00 | 0.62 - 0.65 | 1118 |

In Abb. 6.2 ist der Vergleich für die vier (Q^2 , s_1 , s_2)-Bereiche wiedergegeben. Zwischen Fitresultat und Modellvorhersage ergibt sich für alle Strukturfunktionen W_A , W_C , W_D und W_E eine gute Übereinstimmung:

6.1 Fitergebnis

Der Einbau der Detektoreffekte – Auflösung und Effizienz – sowie der Untergrundstrukturfunktionen verläuft in Analogie zu Kap. 5.

Die Auflösungsfunktionen für die nun zusätzlichen kinematischen Größen s_1 und s_2 sind in Abb. 6.3 angegeben. Die Werte ihrer Parametrisierungen befinden sich zusammen mit denjenigen der anderen kinematischen Größen bereits in Tab. 5.1. Die zugehörigen Effizienzfunktionen sind in Abb. 6.4 dargestellt. Die Parametrisierungen durch ein Polynom sind den Verteilungen überlagert. Die Korrekturfaktoren für die Migration ($M(Bin)$) zwischen den (Q^2 , s_1 , s_2)-Intervallen sind in Tab. 6.1 angegeben. Die Untergrundstrukturfunktionen werden in Abb. 6.5 wiedergegeben.

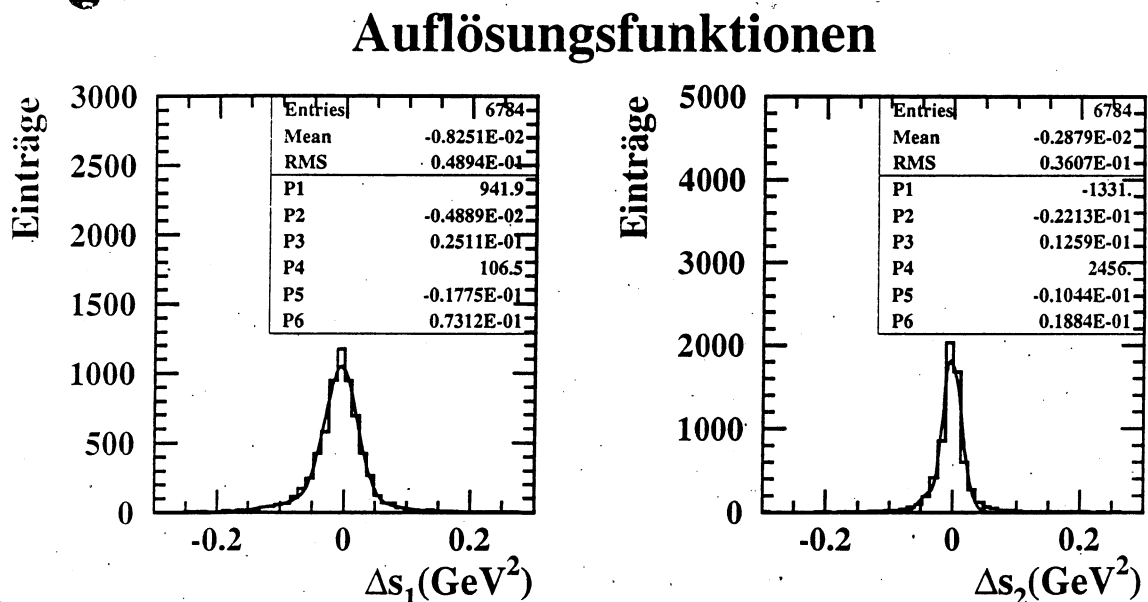


Abbildung 6.3: Auflösungsfunktionen der beiden Dalitzplotvariablen s_1 und s_2 exemplarisch für das Q^2 -Intervall $1.0 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 1.21 \text{ GeV}^2$. Die Kurven geben das Resultat der Anpassung durch eine Doppelgaußfunktion wieder. (Für die Definition von P1-P6 siehe Abb. 5.3.)

| | $m_{3\pi}$ in (GeV) | s_1 in (GeV ²) | s_2 in (GeV ²) | N_j | Korrekturfaktor $M(Bin)$ |
|--------|------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------|-----------------------------|
| Bin 1 | 0.8 – 1.0 | $s_1^{min} - 0.4$ | $s_2^{min} - s_1$ | 417 | 1.03 ± 0.12 |
| Bin 2 | 0.8 – 1.0 | 0.4 – 0.5 | $s_2^{min} - s_1$ | 462 | 1.22 ± 0.11 |
| Bin 3 | 0.8 – 1.0 | $0.5 - s_1^{max}$ | $s_2^{min} - 0.25$ | 359 | 0.88 ± 0.04 |
| Bin 4 | 0.8 – 1.0 | $0.5 - s_1^{max}$ | $0.25 - s_1$ | 140 | 0.79 ± 0.22 |
| Bin 5 | 1.0 – 1.1 | $s_1^{min} - 0.5$ | $s_2^{min} - s_1$ | 392 | 1.07 ± 0.10 |
| Bin 6 | 1.0 – 1.1 | 0.5 – 0.65 | $s_2^{min} - 0.35$ | 537 | 0.90 ± 0.05 |
| Bin 7 | 1.0 – 1.1 | 0.5 – 0.65 | $0.35 - s_1$ | 372 | 1.06 ± 0.10 |
| Bin 8 | 1.0 – 1.1 | $0.65 - s_1^{max}$ | $s_2^{min} - s_1$ | 315 | 0.95 ± 0.14 |
| Bin 9 | 1.1 – 1.2 | $s_1^{min} - 0.5$ | $s_2^{min} - s_1$ | 247 | 0.79 ± 0.12 |
| Bin 10 | 1.1 – 1.2 | 0.5 – 0.7 | $s_2^{min} - 0.3$ | 352 | 0.91 ± 0.05 |
| Bin 11 | 1.1 – 1.2 | 0.5 – 0.7 | 0.3 – 0.5 | 377 | 1.11 ± 0.09 |
| Bin 12 | 1.1 – 1.2 | 0.5 – 0.7 | $0.5 - s_1$ | 324 | 0.83 ± 0.05 |
| Bin 13 | 1.1 – 1.2 | $0.7 - s_1^{max}$ | $s_2^{min} - s_1$ | 408 | 1.20 ± 0.11 |
| Bin 14 | 1.2 – 1.4 | $s_1^{min} - 0.5$ | $s_2^{min} - s_1$ | 137 | 0.89 ± 0.26 |
| Bin 15 | 1.2 – 1.4 | 0.5 – 0.7 | $s_2^{min} - 0.45$ | 461 | 1.06 ± 0.13 |
| Bin 16 | 1.2 – 1.4 | 0.5 – 0.7 | $0.45 - s_1$ | 339 | 0.97 ± 0.09 |
| Bin 17 | 1.2 – 1.4 | $0.7 - s_1^{max}$ | $s_2^{min} - 0.6$ | 743 | 1.04 ± 0.05 |
| Bin 18 | 1.2 – 1.4 | $0.7 - s_1^{max}$ | $0.6 - s_1$ | 434 | 1.09 ± 0.11 |
| Bin 19 | 1.4 – 1.7 | $s_1^{min} - 0.7$ | $s_2^{min} - s_1$ | 111 | 0.84 ± 0.12 |
| Bin 20 | 1.4 – 1.7 | $0.7 - s_1^{max}$ | $s_2^{min} - 0.6$ | 173 | 1.15 ± 0.12 |
| Bin 21 | 1.4 – 1.7 | $0.7 - s_1^{max}$ | $0.6 - s_1$ | 209 | 1.15 ± 0.12 |

Tabelle 6.1: Korrekturfaktoren für die Migrationseffekte nach Q^2 -Intervallen geordnet. $s_1^{min/max}$ bzw. $s_2^{min/max}$ bezeichnen die Werte der Phasenraumgrenzen im jeweiligen Q^2 -Intervall.

Effizienzverlauf

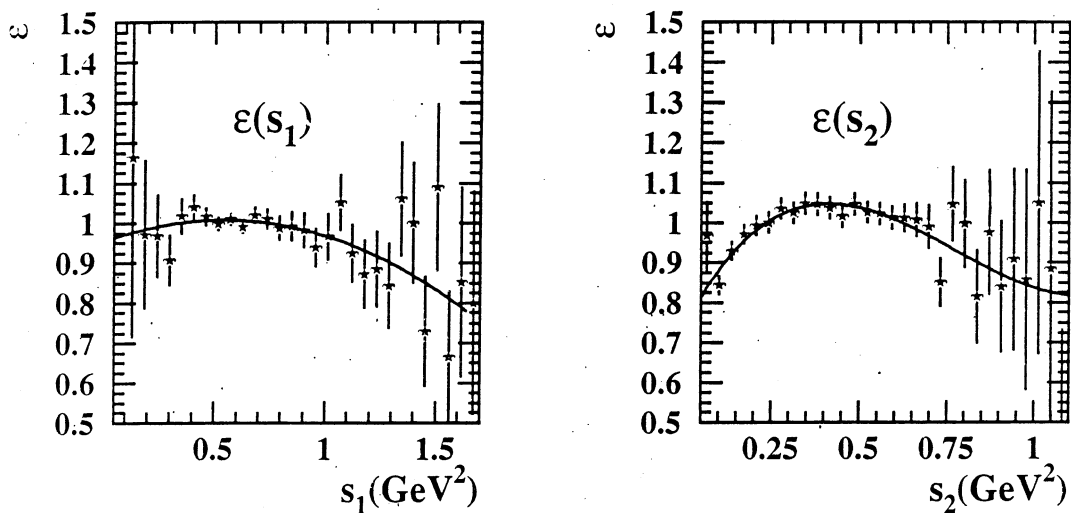


Abbildung 6.4: Effizienzverlauf für s_1 und s_2 . Die im Fit verwendete Parametrisierung ist eingezeichnet (durchgezogene Linie). Korrelationen zwischen s_1 und s_2 sowie den anderen kinematischen Größen sind klein und können vernachlässigt werden.

Untergrundstrukturfunktionen

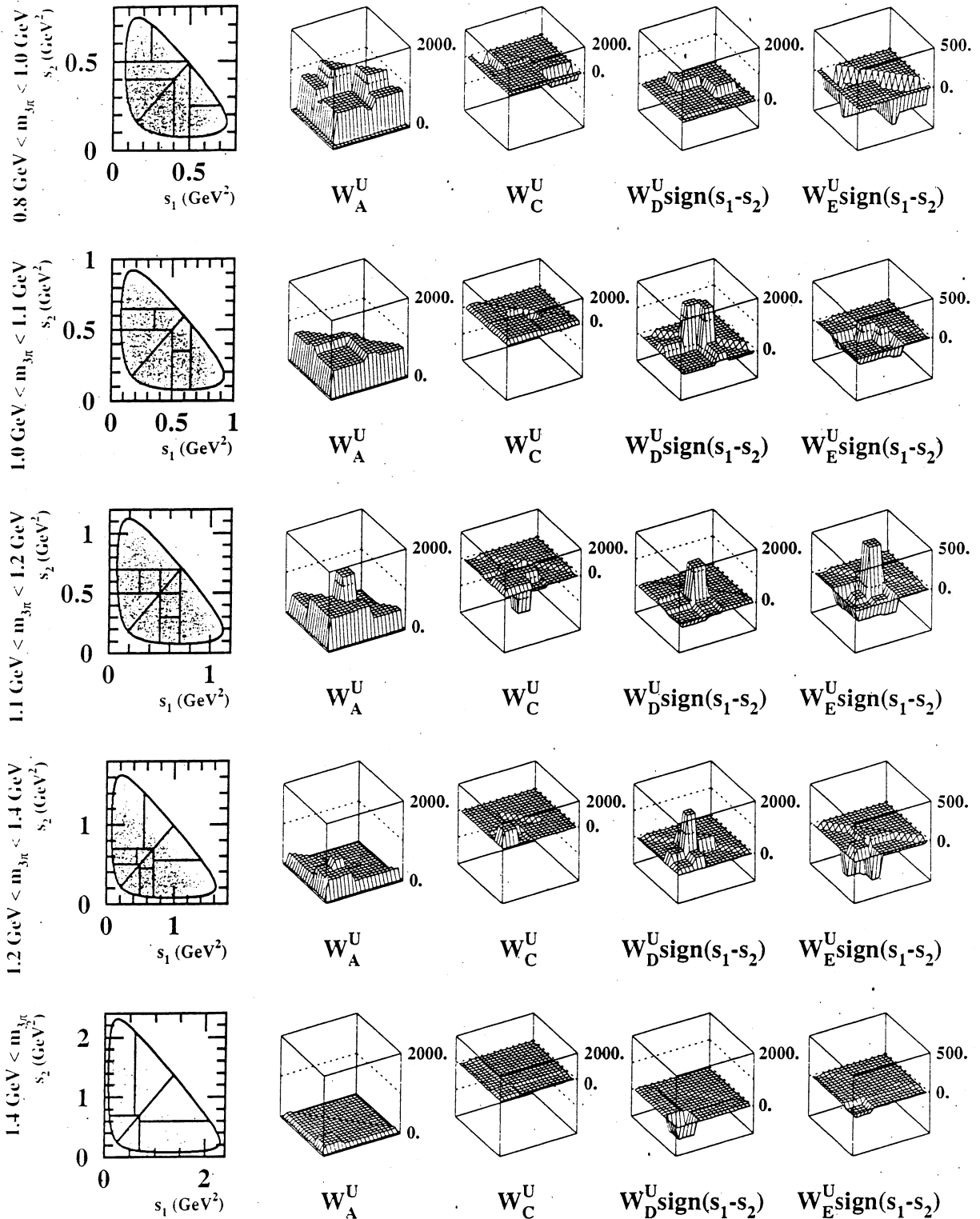


Abbildung 6.5: Untergrundstrukturfunktionen in der Dalitzebene $(1-p)W_X^U$ (vgl. Abb. 5.6). Für nähere Erläuterungen siehe Text.

| | ΔW_A | ΔW_C | ΔW_D | ΔW_E |
|-------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Effizienz | $\pm 23\%$ | $\pm 24\%$ | $\pm 18\%$ | $\pm 26\%$ |
| Detektorauflösung | $< 1\%$ | $\pm 11\%$ | $\pm 10\%$ | $\pm 2\%$ |
| Migration | $\pm 54\%$ | $\pm 14\%$ | $\pm 10\%$ | $\pm 13\%$ |
| Untergrundanteile | $\pm 1\%$ | $\pm 2\%$ | $\pm 1\%$ | $\pm 1\%$ |
| Modellbeschreibung des Untergrundes | $\pm 20\%$ | $\pm 17\%$ | $\pm 25\%$ | $\pm 20\%$ |
| Kaon Kanäle | $\pm 1\%$ | $\pm 16\%$ | $\pm 21\%$ | $\pm 21\%$ |
| Monte Carlo Statistik | $< 1\%$ | $\pm 16\%$ | $\pm 16\%$ | $\pm 17\%$ |
| P_τ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ |

Tabelle 6.2: Zusammenfassung der systematischen Fehler gemittelt über den gesamten Meßbereich. Angegeben sind die Anteile der einzelnen systematischen Effekte am systematischen Gesamtfehler. (Für die Berechnung siehe 5.4.)

In der linken Spalte in Abb. 6.5 wird jeweils derjenige Ausschnitt der Dalitzebene gezeigt, der den Abbildungen der Strukturfunktionen in der zugehörigen Zeile und damit in einem bestimmten Q^2 -Intervall als Grundfläche dient. Dem gesamten Fitintervall (Einteilung siehe linke Spalte) wird das Fitresultat der entsprechenden Strukturfunktion zugewiesen. Zur besseren Anschauung wird das Ergebnis des Fits aus der unteren Halbebene entsprechend der Symmetrie des Zerfalls auf die obere Halbebene übertragen.

Das Resultat des Fits für die Datenergebnisse, die von 1992-1994 mit dem OPAL-Detektor aufgezeichnet wurden, ist in Abb. 6.6 wiedergegeben. Die Darstellung wurde analog zu derjenigen der Untergrundstrukturfunktionen gewählt. Die einzelnen Werte mit ihren Fehlern sind in Tab. 6.3 angegeben. Die Bestimmung des systematischen Fehlers wurde in Analogie zur Untersuchung in Kap. 5.6 durchgeführt und ist in Tab. 6.2 zusammengefaßt.

Im Verlauf von W_A (siehe Abb. 6.6) erkennt man sehr gut, die Struktur der Ereignisverteilung in der Dalitzebene wieder – also die ρ -Bänder und die Überhöhung am Kreuzungspunkt der beiden Bänder. Zusätzlich läßt sich der Verlauf in Abhängigkeit von Q^2 ablesen (vgl. Darstellung des Q^2 -Verlaufs in Abb. 5.8). Die Messung von W_C zeigt – wie erwartet – einen ganz ähnlichen Verlauf wie W_A . W_E hat in den meisten (Q^2 , s_1 , s_2)-Intervallen – wie von den Modellen vorhergesagt – ein negatives Vorzeichen.

Für den Vergleich mit dem KS- bzw. IMR-Modell (siehe Abb. 6.7) werden die Bins in Histogrammen nebeneinander dargestellt. Für W_A sind neben dem Fitergebnis die beiden Modellvorhersagen (sie können nach Glg. 5.6 berechnet werden), für die anderen Strukturfunktionen W_C , W_D und W_E sind jeweils die oberen und unteren Grenzen der beiden Modelle im Fitintervall angegeben. Für W_A ergibt sich beim Vergleich mit den Modellen:

$$\begin{aligned} \text{KS-Modell} & : \chi_{KS}^2 = 49.0 \quad \text{für 21 Freiheitsgrade,} \\ \text{IMR-Modell} & : \chi_{IMR}^2 = 30.8 \quad \text{für 21 Freiheitsgrade.} \end{aligned}$$

Die Modelle, insbesondere das KS-Modell überschätzen die Resonanzstruktur in der Dalitzebene, was z. B. im Intervall 7 deutlich zu sehen ist. Das IMR-Modell zeigt im Vergleich zum KS-Modell eine bessere Übereinstimmung was sowohl auf das unterschiedliche D/S-Partialwellenverhältnis als auch den nichtresonanten Untergrund im IMR-Modell, der in W_A berücksichtigt wird, zurückzuführen ist. Für die anderen Strukturfunktionen W_C , W_D und W_E ist die Übereinstimmung zwischen den Daten und beiden Modellen im Rahmen der Fehler gut.

OPAL-Daten 1992-1994

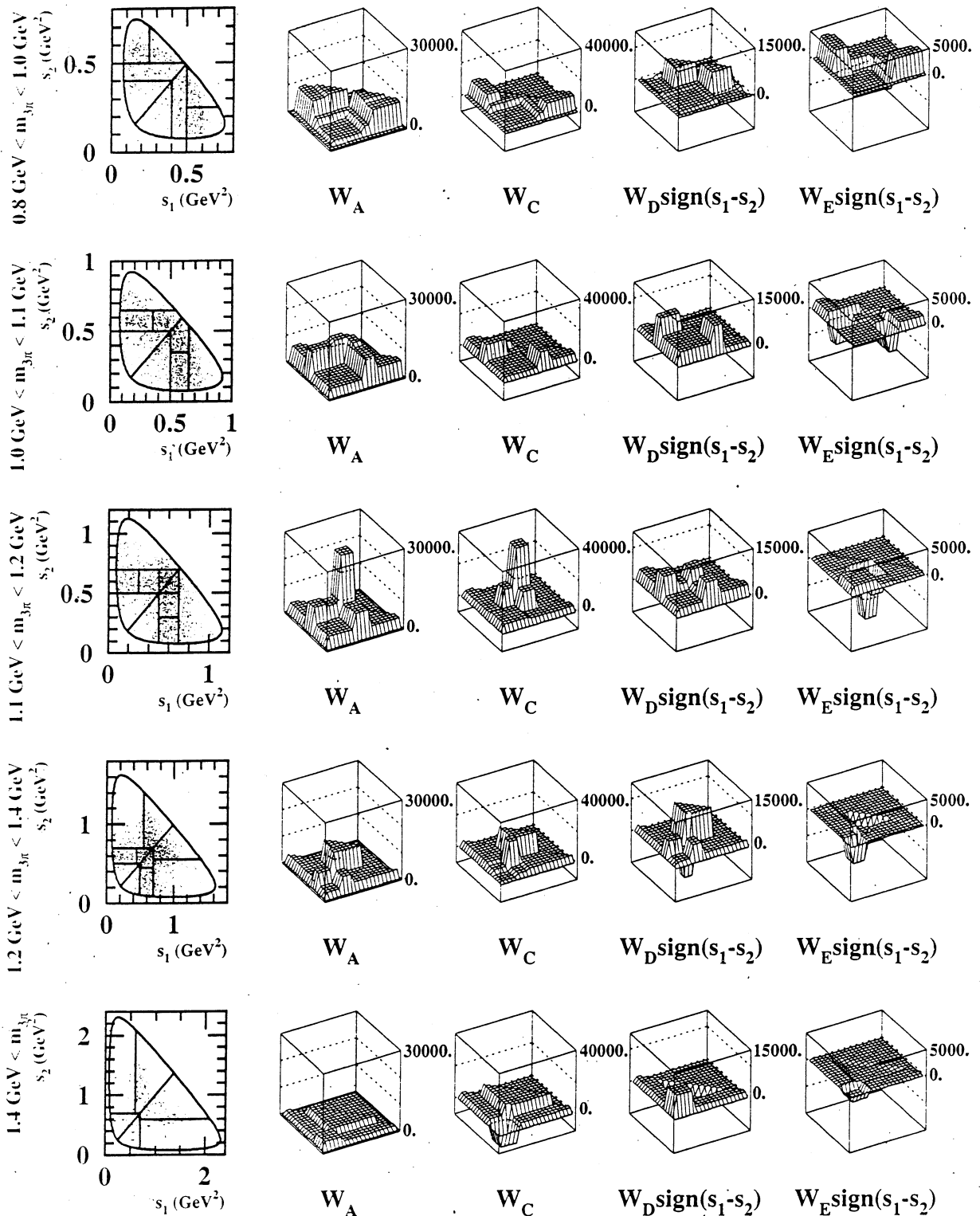


Abbildung 6.6: Die hadronischen Strukturfunktionen W_A , W_C , $W_D \text{sign}(s_1 - s_2)$ und $W_E \text{sign}(s_1 - s_2)$ in der Dalitzzebene aus den OPAL-Datenereignissen von 1992-1994. Das Fitresultat der unteren Halbebene wird entsprechend der Symmetrie des Zerfalls auf die obere Halbebene übertragen.

| | W_A | | | W_C | | |
|--------|--------|--------------|-------------|--------|--------------|-------------|
| Bin 1 | 1 080 | ± 100 | ± 480 | 550 | ± 700 | ± 240 |
| Bin 2 | 3 100 | ± 180 | ± 420 | 3 000 | $\pm 1 100$ | ± 400 |
| Bin 3 | 8 200 | ± 500 | $\pm 1 000$ | 7 700 | $\pm 3 900$ | $\pm 2 300$ |
| Bin 4 | 9 200 | $\pm 1 000$ | $\pm 3 400$ | 2 000 | $\pm 14 000$ | $\pm 3 000$ |
| Bin 5 | 2 780 | ± 180 | ± 500 | 1 500 | $\pm 1 600$ | ± 800 |
| Bin 6 | 10 090 | ± 580 | ± 680 | 10 200 | $\pm 3 800$ | $\pm 1 000$ |
| Bin 7 | 12 200 | ± 700 | $\pm 1 200$ | 1 700 | $\pm 9 400$ | $\pm 2 100$ |
| Bin 8 | 5 630 | ± 380 | ± 960 | 3 400 | $\pm 3 600$ | $\pm 1 100$ |
| Bin 9 | 3 870 | ± 320 | ± 840 | 4 200 | $\pm 3 000$ | $\pm 1 300$ |
| Bin 10 | 9 090 | ± 540 | ± 730 | 3 900 | $\pm 3 900$ | $\pm 1 300$ |
| Bin 11 | 8 000 | ± 500 | $\pm 1 100$ | 14 400 | $\pm 4 200$ | $\pm 1 800$ |
| Bin 12 | 24 700 | $\pm 1 500$ | $\pm 2 600$ | 39 600 | $\pm 13 700$ | $\pm 7 100$ |
| Bin 13 | 3 290 | ± 190 | ± 410 | 3 500 | $\pm 2 000$ | ± 900 |
| Bin 14 | 1 940 | ± 210 | ± 660 | 500 | $\pm 2 600$ | $\pm 1 100$ |
| Bin 15 | 5 830 | ± 280 | ± 760 | 2 000 | $\pm 4 000$ | ± 900 |
| Bin 16 | 11 500 | ± 700 | $\pm 1 400$ | 12 900 | $\pm 8 300$ | $\pm 5 600$ |
| Bin 17 | 2 810 | ± 110 | ± 210 | 3 000 | $\pm 1 500$ | ± 500 |
| Bin 18 | 9 900 | ± 500 | $\pm 1 100$ | 15 700 | $\pm 6 500$ | $\pm 2 500$ |
| Bin 19 | 2 740 | ± 280 | ± 500 | -5 900 | $\pm 4 800$ | $\pm 2 700$ |
| Bin 20 | 1 010 | ± 90 | ± 200 | 2 000 | $\pm 1 400$ | ± 700 |
| Bin 21 | 2 930 | ± 210 | ± 700 | 7 100 | $\pm 3 700$ | $\pm 1 900$ |
| | W_D | | | W_E | | |
| Bin 1 | 390 | ± 640 | ± 350 | -180 | ± 460 | ± 160 |
| Bin 2 | 600 | $\pm 1 300$ | ± 300 | -1 430 | ± 740 | ± 570 |
| Bin 3 | 0 | $\pm 3 500$ | $\pm 1 100$ | 3 900 | $\pm 2 000$ | ± 700 |
| Bin 4 | 5 000 | $\pm 11 000$ | $\pm 3 000$ | 600 | $\pm 4 600$ | ± 700 |
| Bin 5 | 4 000 | $\pm 1 500$ | ± 700 | -490 | ± 710 | ± 200 |
| Bin 6 | 8 400 | $\pm 4 000$ | $\pm 1 400$ | -3 700 | $\pm 2 000$ | ± 400 |
| Bin 7 | 1 000 | $\pm 10 000$ | $\pm 3 000$ | 400 | $\pm 4 600$ | ± 700 |
| Bin 8 | 700 | $\pm 2 300$ | $\pm 1 200$ | 1 500 | $\pm 1 700$ | ± 400 |
| Bin 9 | 2 500 | $\pm 3 100$ | $\pm 1 000$ | 1 300 | $\pm 1 300$ | ± 500 |
| Bin 10 | 6 100 | $\pm 5 100$ | $\pm 2 100$ | 800 | $\pm 2 300$ | ± 900 |
| Bin 11 | 5 700 | $\pm 4 500$ | $\pm 2 400$ | -4 100 | $\pm 1 900$ | $\pm 1 400$ |
| Bin 12 | 5 000 | $\pm 13 000$ | $\pm 5 000$ | -7 200 | $\pm 5 700$ | $\pm 2 600$ |
| Bin 13 | 3 100 | $\pm 1 800$ | ± 500 | 160 | ± 750 | ± 240 |
| Bin 14 | 1 100 | $\pm 2 500$ | $\pm 1 100$ | -3 400 | ± 900 | $\pm 1 300$ |
| Bin 15 | 5 500 | $\pm 3 800$ | $\pm 1 600$ | -300 | $\pm 1 100$ | ± 500 |
| Bin 16 | -7 800 | $\pm 8 000$ | $\pm 2 300$ | -4 100 | $\pm 2 500$ | ± 900 |
| Bin 17 | 1 600 | $\pm 1 500$ | ± 300 | 0 | ± 410 | ± 180 |
| Bin 18 | 9 800 | $\pm 6 200$ | $\pm 2 100$ | -2 000 | $\pm 1 700$ | ± 400 |
| Bin 19 | 4 400 | $\pm 4 600$ | $\pm 2 700$ | -1 500 | $\pm 1 000$ | ± 400 |
| Bin 20 | 1 700 | $\pm 1 700$ | $\pm 1 000$ | 60 | ± 320 | ± 80 |
| Bin 21 | -2 300 | $\pm 3 400$ | $\pm 6 900$ | -180 | ± 710 | ± 170 |

Tabelle 6.3: Die Meßwerte für die hadronischen Strukturfunktionen W_A , W_C , W_D und W_E für die einzelnen (Q^2, s_1, s_2) -Bins mit statistischem (erster Fehler) und systematischem Fehler (zweiter Fehler).

Vergleich: Daten und Modell (KS bzw. IMR)

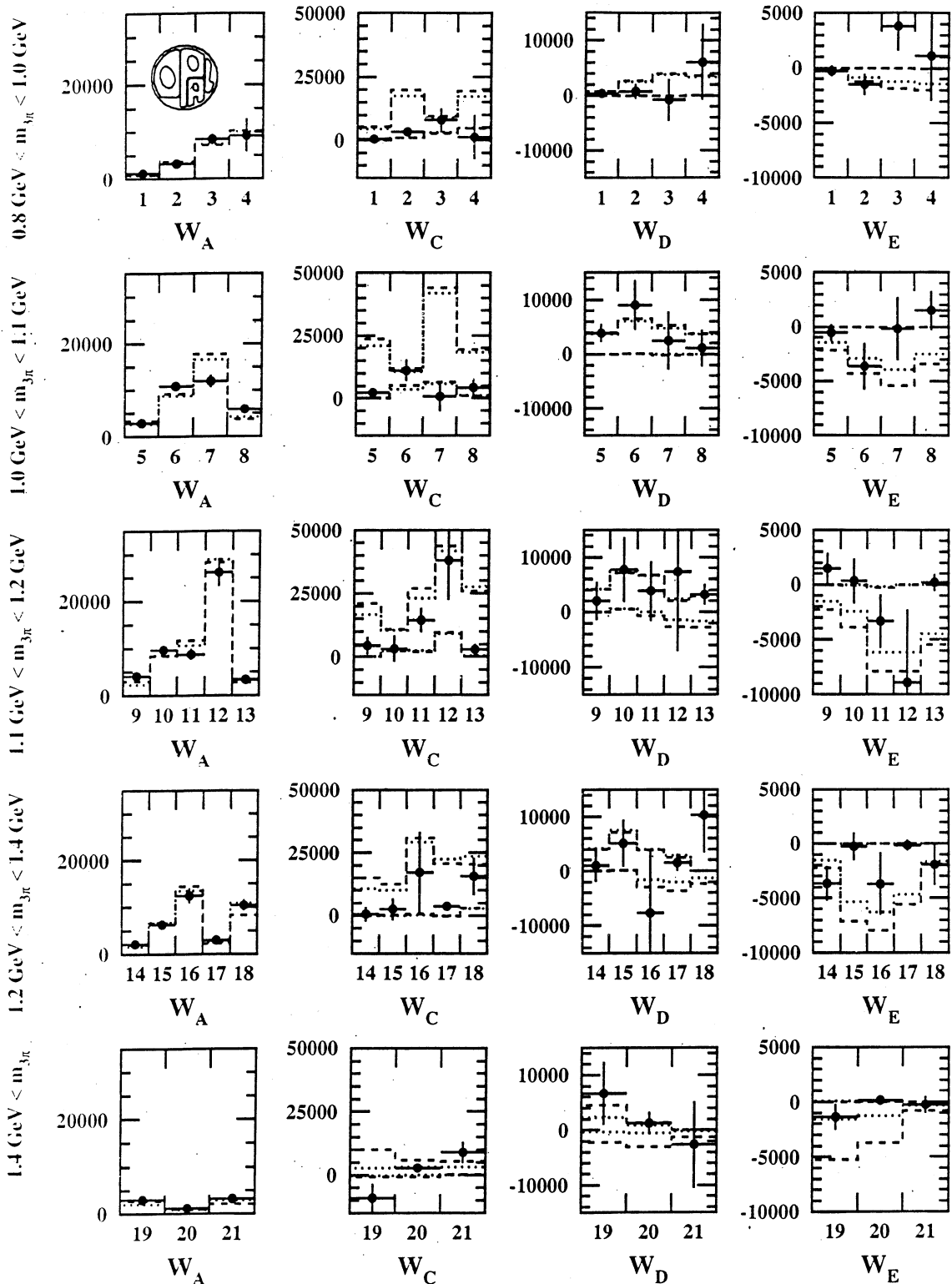


Abbildung 6.7: Binweiser Vergleich des Fitresultats für W_A , W_C , W_D und W_E mit der Modellvorhersage (KS-Modell: gestrichelt, IMR-Modell: gepunktet). Für jede der Strukturfunktionen sind die Bins in der Dalitzzebene nebeneinander, die fünf Q^2 -Bereiche untereinander dargestellt.

Kapitel 7

Gibt es vektorielle oder skalare Anteile im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall?

Nachdem die Messungen bisher auf den dominanten Axialvektoranteil im hadronischen Strom des $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfalls beschränkt waren, wird in diesem Kapitel der allgemeine Ansatz für die Beschreibung des hadronischen Stromes untersucht.

Zunächst werden die Eigenschaften des allgemeinen Ansatzes im Hinblick auf den Fit untersucht. Daran schließt sich die modellunabhängige Bestimmung des allgemeinen Stromes und die Bestimmung von Grenzwerten für skalare und vektorielle Beiträge an. Abschließend wird eine modellabhängige Messung des skalaren Anteils im hadronischen Strom vorgestellt.

7.1 Der allgemeine Ansatz

Betrachtet man den allgemeinen Ansatz wie er in Glg. 2.13 angegeben ist, so sieht man, daß in einem (Q^2, s_1, s_2) -Bin 13 Strukturfunktionen – nämlich $W_A, W_B, W_C, W_D, W_E, W_F, W_G, W_H, W_I, W_{SA}, W_{SB}, W_{SD}, W_{SF}$ ¹ – gleichzeitig bestimmt werden müssen.

Für einen bestimmten (Q^2, s_1, s_2) -Wert sind diese 13 Strukturfunktionen nicht unabhängig, sondern lassen sich auf 7 unabhängige Größen zurückführen. Es gilt z. B. (weitere Gleichungen sind in Anhang B angegeben.):

$$W_A^2(Q^2, s_1, s_2) = W_C^2(Q^2, s_1, s_2) + W_D^2(Q^2, s_1, s_2) + W_E^2(Q^2, s_1, s_2). \quad (7.1)$$

Kann man die Intervalle sehr klein wählen, sind die Gleichungen gut erfüllt. Aufgrund der begrenzten Datenmenge müssen hier jedoch relativ große Bins in (Q^2, s_1, s_2) verwendet werden. Glg. 7.1 sowie die anderen Gleichungen in Anhang B sind also hier nur näherungsweise erfüllt:

$$(W_A^{Bin})^2 \approx (W_C^{Bin})^2 + (W_D^{Bin})^2 + (W_E^{Bin})^2 \quad (7.2)$$

Deswegen ist es vorteilhaft die 13 Strukturfunktionen einzeln als unabhängige Parameter im Fit anzusehen und sie getrennt zu bestimmen.

¹ W_{SC}, W_{SE} und W_{SG} können nicht gemessen werden, da die zugehörigen leptonischen Funktionen verschwinden (siehe Kap. 2).

Führt man jedoch einen simultanen Fit aller 13 Strukturfunktionen durch, stellt man fest, daß zwischen einzelnen Strukturfunktionen starke Korrelationen auftreten. Diese Korrelationen werden durch die Winkelabhängigkeit (in $\cos\beta$ und γ^2) der zugehörigen leptonischen Funktionen hervorgerufen, die die Unterscheidungskraft zwischen den einzelnen Strukturfunktionen dominieren. Ordnet man also den allgemeinen Ansatz aus Glg. 2.13 nach den Winkelabhängigkeiten im Zerfall um:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dQ^2 ds_1 ds_2 d\cos\theta^* d\cos\beta d\gamma} \sim & \left(\frac{2}{3}K_1 + K_2\right)(W_A + W_B) + K_2 W_{SA} & (7.3) \\ & + \frac{3\cos\beta^2 - 1}{2} \bar{K}_1 \left(\frac{1}{3}W_A - \frac{2}{3}W_B\right) \\ & + \sin^2\beta \cos 2\gamma \left(-\frac{1}{2}\bar{K}_1 W_C\right) \\ & + \sin^2\beta \sin 2\gamma \left(\frac{1}{2}\bar{K}_1 W_D\right) \\ & + \cos\beta (\bar{K}_3 W_E - \bar{K}_2 W_{SF}) \\ & + \sin 2\beta \cos\gamma \left(\frac{1}{2}\bar{K}_1 W_F\right) \\ & + \sin\beta \sin\gamma (-\bar{K}_3 W_G - \bar{K}_2 W_{SD}) \\ & + \sin 2\beta \sin\gamma \left(-\frac{1}{2}\bar{K}_1 W_H\right) \\ & + \sin\beta \cos\gamma (-\bar{K}_3 W_I + \bar{K}_2 W_{SB}) \end{aligned}$$

so erkennt man die übereinstimmende Winkelabhängigkeit im Hadronruhesystem für folgende Strukturfunktionen:

- W_A , W_B und W_{SA} , die alle drei zur totalen Rate beitragen (siehe Glg. 2.14),
- W_E und W_{SF} ,
- W_G und W_{SD} ,
- W_I und W_{SB} .

Diese Strukturfunktionen können also im Fit nicht simultan bestimmt werden. Hervorgerufen wird das durch die unzureichende Unterscheidungskraft der Funktionen $(2/3K_1 + K_2)$ und K_2 bzw. \bar{K}_2 und \bar{K}_3 . Diese Funktionen sind in Abb. 7.1 in Abhängigkeit von Q^2 und $\cos\theta^*$ wiedergegeben.

Für den Fit werden die stark korrelierten Strukturfunktionen in jeweils einem Fitparameter zusammengefaßt. Nun kann zusätzlich ausgenutzt werden, daß die skalaren und vektoriellen Beiträge im hadronischen Strom des $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu^-$ -Zerfalls klein sind. Deswegen können die Terme, die quadratisch von den vektoriellen bzw. skalaren Formfaktoren abhängen (W_B , W_{SA} und W_{SF}), vernachlässigt werden. Die verwendete Parametrisierung lautet nun:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dQ^2 ds_1 ds_2 d\cos\theta^* d\cos\beta d\gamma} \sim & \left(\frac{2}{3}K_1 + K_2 + \frac{1}{3}\bar{K}_1 \frac{3\cos\beta^2 - 1}{2}\right)W_A & (7.4) \\ & + \sin^2\beta \cos 2\gamma \left(-\frac{1}{2}\bar{K}_1 W_C\right) \\ & + \sin^2\beta \sin 2\gamma \left(\frac{1}{2}\bar{K}_1 W_D\right) \\ & + \cos\beta \bar{K}_3 W_E \end{aligned}$$

²Die Abhängigkeit von $\cos\theta^*$ bleibt hier unberücksichtigt.

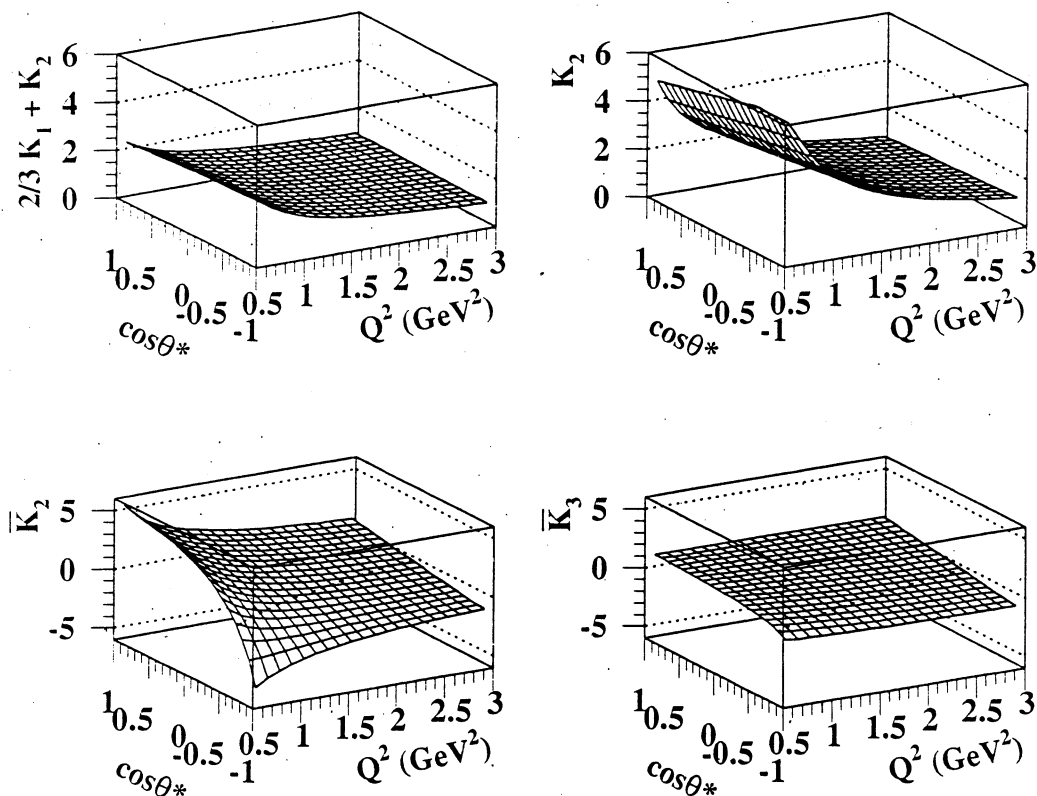


Abbildung 7.1: Die Funktionen $2/3K_1 + K_2$ und K_2 bzw. \bar{K}_2 und \bar{K}_3 ermöglichen prinzipiell die Unterscheidung zwischen Strukturfunktionen mit identischen Winkelabhängigkeiten (in $\cos\beta$ und γ) im Hadronruhesystem. Ihr Verlauf in Abhängigkeit von Q^2 und $\cos\theta^*$ ist dargestellt.

$$\begin{aligned}
 & + \sin 2\beta \cos \gamma \left(\frac{1}{2} \bar{K}_1 W_F \right) \\
 & + \sin \beta \sin \gamma \bar{K}_2 X_1 \\
 & + \sin 2\beta \sin \gamma \left(-\frac{1}{2} \bar{K}_1 W_H \right) \\
 & + \sin \beta \cos \gamma \bar{K}_2 X_2
 \end{aligned}$$

mit $X_1 = (-\bar{K}_3 W_G - \bar{K}_2 W_{SD})/\bar{K}_2$ und $X_2 = (-\bar{K}_3 W_I + \bar{K}_2 W_{SB})/\bar{K}_2$.

Eine Trennung der Strukturfunktionen W_G und W_{SD} bzw. W_I und W_{SB} ist bei der vorliegenden Datenmenge also nicht möglich.

7.2 Fitergebnis mit dem allgemeinen Stromansatz

Nun kann die Messung mit Hilfe der in Glg. 7.5 angegebenen Parametrisierung in Analogie zu den bisherigen Messungen mit Hilfe eines EML-Fits durchgeführt werden. Die Daten werden hierfür sowohl in Q^2 als auch in s_1 und s_2 wie im vorigen Kapitel entsprechend Tab. 6.1 unterteilt.

Der Test des Fitverfahrens erfolgt mit der in Kap. 6 vorgestellten Monte Carlo Ereignismenge exemplarisch in vier Intervallen in (Q^2, s_1, s_2) . Für W_A , W_C , W_D und W_E findet man nur

kleine Abweichungen von den in Kap. 6 bestimmten Werten. Die Annahme, daß die Fitparameter unabhängig voneinander sind, ist also gut erfüllt. Für die vier weiteren Fitparameter ergeben sich Werte, die mit Null verträglich sind. Ein Test der Nullhypothese ergibt ein χ^2 von 18.4 für 16 Freiheitsgrade, was sich auf die einzelnen Intervalle folgendermaßen verteilt: 1.8, 4.9, 2.6 und 9.2 für jeweils 4 Freiheitsgrade.

Um das Fitverfahren auf die Daten anwenden zu können, werden Effizienz, Detektorauflösung und Untergrund wie in Kap. 5 beschrieben in die EML-Fitfunktion eingebaut.

Das Fitresultat in der Dalitzzebene ist in Abb. 7.2 und 7.3 dargestellt. Neben den Strukturfunktionen, die sich direkt aus dem Fit ergeben (W_A, W_C, W_D, W_E, W_F und W_H), sind die aus W_G und W_{SD} bzw. aus W_I und W_{SB} kombinierten Fitparameter X_1 bzw. X_2 dargestellt. Wie bereits in Abb. 6.6 im vorigen Kapitel, wird jeweils dem gesamten Fitintervall, wie sie in der Darstellung der Dalitzzebene in der linken Spalte eingezeichnet sind, das Fitresultat der entsprechenden Strukturfunktion zugewiesen. Jedes Bin repräsentiert einen Fit. Das Ergebnis des Fits aus der unteren Halbebene wird entsprechend der Symmetrie des Zerfalls auf die obere Halbebene übertragen.

Der Vergleich mit den Modellvorhersagen (KS- und IMR-Modell) ist binweise in Abb. 7.4, derjenige zur Nullhypothese, d. h. keine skalaren oder vektoriellen Beiträge im hadronischen Strom, in Abb. 7.5 wiedergegeben. Die Bins in der Dalitzzebene sind nebeneinander, die fünf Q^2 -Bereiche untereinander dargestellt. Für W_A ist die nach Glg. 5.6 berechnete Vorhersage, für W_C, W_D und W_E sind obere und untere Grenzen im Fitintervall eingezeichnet.

Die Werte mit Fehlern sind in Tab. 7.2 und 7.3 zusammengefaßt. Ein Überblick über die systematischen Fehler wird in Tab. 7.1 gegeben. Die Werte der Strukturfunktionen W_A, W_C, W_D und W_E stimmen gut mit den in Kap. 6 bestimmten Werten überein (vgl. Abb. 6.7 und Abb. 7.4). Das

| | ΔW_A | ΔW_C | ΔW_D | ΔW_E |
|-------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Effizienz | $\pm 22\%$ | $\pm 7\%$ | $\pm 2\%$ | $\pm 3\%$ |
| Detektorauflösung | $< 1\%$ | $\pm 13\%$ | $\pm 17\%$ | $\pm 3\%$ |
| Migration | $\pm 52\%$ | $\pm 19\%$ | $\pm 11\%$ | $\pm 14\%$ |
| Untergrundanteile | $\pm 1\%$ | $\pm 2\%$ | $\pm 1\%$ | $\pm 1\%$ |
| Modellbeschreibung des Untergrundes | $\pm 23\%$ | $\pm 22\%$ | $\pm 30\%$ | $\pm 28\%$ |
| Kaon Kanäle | $\pm 1\%$ | $\pm 17\%$ | $\pm 19\%$ | $\pm 28\%$ |
| Monte Carlo Statistik | $\pm 1\%$ | $\pm 20\%$ | $\pm 20\%$ | $\pm 24\%$ |
| P_τ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ |
| | ΔW_F | ΔW_H | ΔX_1 | ΔX_2 |
| Effizienz | $\pm 3\%$ | $\pm 6\%$ | $\pm 5\%$ | $\pm 3\%$ |
| Detektorauflösung | $\pm 20\%$ | $\pm 21\%$ | $\pm 5\%$ | $\pm 5\%$ |
| Migration | $\pm 9\%$ | $\pm 11\%$ | $\pm 13\%$ | $\pm 10\%$ |
| Untergrundanteile | $\pm 1\%$ | $\pm 1\%$ | $\pm 1\%$ | $\pm 1\%$ |
| Modellbeschreibung des Untergrundes | $\pm 11\%$ | $\pm 13\%$ | $\pm 24\%$ | $\pm 34\%$ |
| Kaon Kanäle | $\pm 23\%$ | $\pm 21\%$ | $\pm 23\%$ | $\pm 21\%$ |
| Monte Carlo Statistik | $\pm 33\%$ | $\pm 27\%$ | $\pm 31\%$ | $\pm 26\%$ |
| P_τ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ | $< 1\%$ |

Tabelle 7.1: Zusammenfassung der systematischen Fehler gemittelt über den gesamten Meßbereich. Angegeben sind die Anteile der einzelnen systematischen Effekte am systematischen Gesamtfehler für jede der Strukturfunktionen. (Zur Berechnung siehe 6.2.)

OPAL-Daten 1992-1994

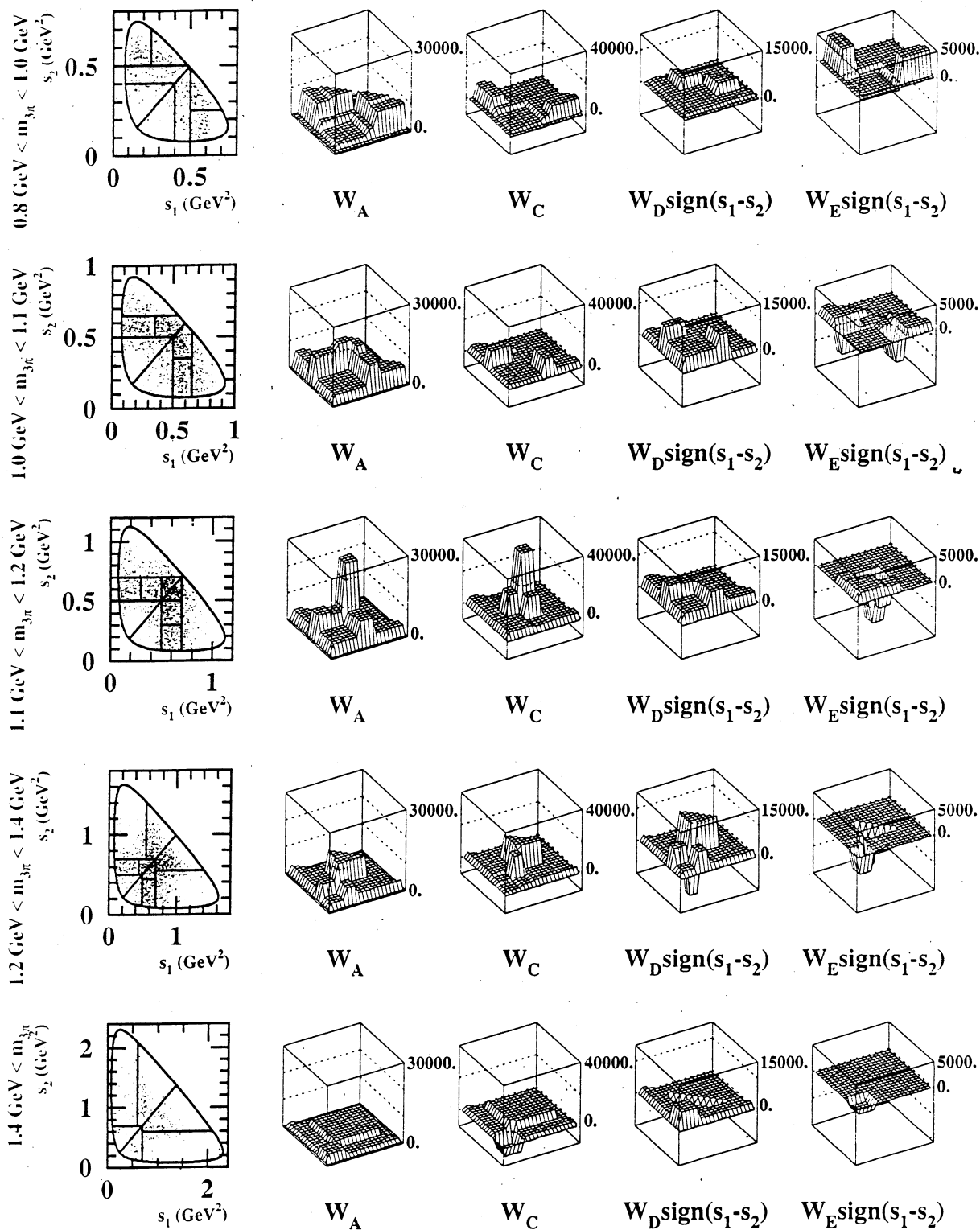


Abbildung 7.2: Fitergebnis des allgemeinen Fits an OPAL-Daten von 1992-1994 in der Dalitzebene. Dargestellt sind hier die reinen AV-Komponenten: W_A , W_C , $W_D \text{ sign}(s_1 - s_2)$ und $W_E \text{ sign}(s_1 - s_2)$. (Für weitere Erläuterungen siehe Text.)

OPAL-Daten 1992-1994

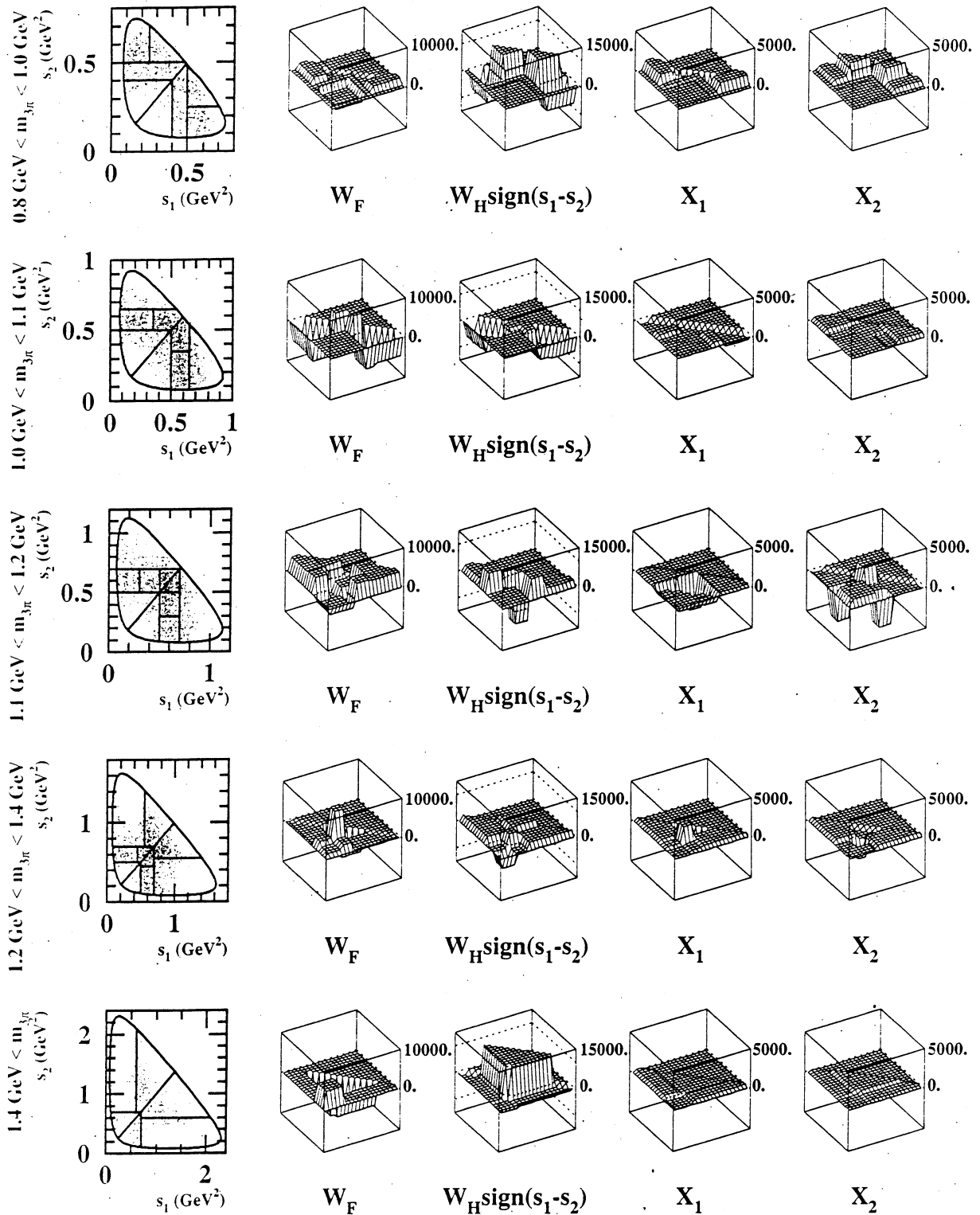


Abbildung 7.3: Fitergebnis des allgemeinen Fits an OPAL-Daten von 1992-1994 in der Dalitzebene. Gezeigt sind hier die Strukturfunktionen, die Hinweise auf nicht AV-Anteile im Strom geben: W_F , $W_H \text{ sign}(s_1 - s_2)$, $X_1 = (-\bar{K}_3 W_G - \bar{K}_2 W_{SD} \text{ sign}(s_1 - s_2)) / \bar{K}_2$ und $X_2 = (-\bar{K}_3 W_I \text{ sign}(s_1 - s_2) + \bar{K}_2 W_{SB}) / \bar{K}_2$.

| | W_A | | | W_C | | |
|--------|-------|------------|------------|-------|-------------|------------|
| Bin 1 | 1100 | ± 100 | ± 500 | 800 | ± 680 | ± 250 |
| Bin 2 | 3100 | ± 180 | ± 390 | 3000 | ± 1200 | ± 400 |
| Bin 3 | 8230 | ± 500 | ± 830 | 7800 | ± 4000 | ± 2300 |
| Bin 4 | 9200 | ± 800 | ± 3300 | 2800 | ± 7800 | ± 3800 |
| Bin 5 | 2780 | ± 140 | ± 540 | 1500 | ± 1600 | ± 600 |
| Bin 6 | 10090 | ± 500 | ± 750 | 10300 | ± 4000 | ± 1200 |
| Bin 7 | 12130 | ± 680 | ± 1410 | 1600 | ± 5500 | ± 2800 |
| Bin 8 | 5630 | ± 370 | ± 920 | 3100 | ± 3200 | ± 900 |
| Bin 9 | 3870 | ± 320 | ± 880 | 3800 | ± 3100 | ± 1100 |
| Bin 10 | 9080 | ± 560 | ± 740 | 2900 | ± 4600 | ± 700 |
| Bin 11 | 8000 | ± 460 | ± 920 | 14700 | ± 4100 | ± 2100 |
| Bin 12 | 24700 | ± 1500 | ± 2500 | 37000 | ± 13000 | ± 5900 |
| Bin 13 | 3290 | ± 200 | ± 390 | 3300 | ± 2000 | ± 600 |
| Bin 14 | 1940 | ± 210 | ± 670 | 700 | ± 2600 | ± 1300 |
| Bin 15 | 5830 | ± 310 | ± 750 | 1900 | ± 4000 | ± 900 |
| Bin 16 | 11500 | ± 700 | ± 1500 | 13900 | ± 8300 | ± 2100 |
| Bin 17 | 2810 | ± 120 | ± 230 | 2900 | ± 1500 | ± 400 |
| Bin 18 | 9900 | ± 500 | ± 1100 | 15900 | ± 6700 | ± 1900 |
| Bin 19 | 2750 | ± 290 | ± 530 | -6500 | ± 5100 | ± 1400 |
| Bin 20 | 1010 | ± 90 | ± 220 | 1800 | ± 1500 | ± 400 |
| Bin 21 | 2940 | ± 220 | ± 730 | 6100 | ± 3700 | ± 1700 |

| | W_D | | | W_E | | |
|--------|-------|-------------|------------|-------|------------|------------|
| Bin 1 | 450 | ± 640 | ± 410 | -250 | ± 470 | ± 130 |
| Bin 2 | 500 | ± 1200 | ± 300 | -1370 | ± 810 | ± 530 |
| Bin 3 | 500 | ± 3500 | ± 1200 | 4300 | ± 2100 | ± 600 |
| Bin 4 | 3300 | ± 5800 | ± 1600 | -40 | ± 3600 | ± 700 |
| Bin 5 | 4000 | ± 1800 | ± 600 | -500 | ± 720 | ± 180 |
| Bin 6 | 7500 | ± 4200 | ± 900 | -4100 | ± 2000 | ± 400 |
| Bin 7 | 1100 | ± 5600 | ± 2600 | 300 | ± 2800 | ± 600 |
| Bin 8 | 1400 | ± 3000 | ± 1200 | 1300 | ± 1600 | ± 400 |
| Bin 9 | 2700 | ± 3100 | ± 900 | 1500 | ± 1300 | ± 600 |
| Bin 10 | 6700 | ± 5000 | ± 1500 | 1200 | ± 2200 | ± 700 |
| Bin 11 | 6100 | ± 3600 | ± 1400 | -4000 | ± 1900 | ± 1000 |
| Bin 12 | 5000 | ± 13000 | ± 2000 | -7800 | ± 5900 | ± 1800 |
| Bin 13 | 3000 | ± 1900 | ± 600 | 30 | ± 760 | ± 280 |
| Bin 14 | 1400 | ± 2500 | ± 1300 | -3500 | ± 900 | ± 1300 |
| Bin 15 | 5800 | ± 3800 | ± 1400 | -200 | ± 1100 | ± 500 |
| Bin 16 | -9400 | ± 8000 | ± 2800 | -4200 | ± 2500 | ± 700 |
| Bin 17 | 1600 | ± 1500 | ± 200 | -30 | ± 430 | ± 80 |
| Bin 18 | 10100 | ± 6100 | ± 3100 | -2100 | ± 1800 | ± 300 |
| Bin 19 | 4900 | ± 4800 | ± 1500 | -1300 | ± 1100 | ± 500 |
| Bin 20 | 1500 | ± 1700 | ± 500 | 20 | ± 320 | ± 90 |
| Bin 21 | -1700 | ± 3500 | ± 700 | 10 | ± 710 | ± 120 |

Tabelle 7.2: Die Meßwerte für die hadronischen Strukturfunktionen W_A , W_C , W_D und W_E für die einzelnen (Q^2, s_1, s_2) -Intervalle mit statistischem (erste Spalte) und systematischem (zweite Spalte) Fehler.

| | W_F | | | W_H | | |
|--------|-------|-------------|------------|--------|-------------|------------|
| Bin 1 | -1600 | ± 630 | ± 340 | 60 | ± 700 | ± 200 |
| Bin 2 | 130 | ± 1300 | ± 400 | -100 | ± 1300 | ± 600 |
| Bin 3 | 1300 | ± 3200 | ± 1000 | -7000 | ± 3600 | ± 1000 |
| Bin 4 | -600 | ± 7000 | ± 1200 | 8400 | ± 6200 | ± 3700 |
| Bin 5 | 30 | ± 1900 | ± 700 | -400 | ± 1600 | ± 500 |
| Bin 6 | -5600 | ± 4100 | ± 1100 | -5300 | ± 4300 | ± 1800 |
| Bin 7 | 4300 | ± 5600 | ± 1100 | 1000 | ± 6000 | ± 1200 |
| Bin 8 | -4900 | ± 3200 | ± 1200 | -5900 | ± 3000 | ± 1700 |
| Bin 9 | -2000 | ± 2900 | ± 1600 | 100 | ± 3100 | ± 700 |
| Bin 10 | 3500 | ± 5700 | ± 1000 | 6700 | ± 5200 | ± 1100 |
| Bin 11 | -3100 | ± 4600 | ± 900 | -2800 | ± 4800 | ± 700 |
| Bin 12 | -700 | ± 14800 | ± 4900 | -14000 | ± 15000 | ± 4000 |
| Bin 13 | 3200 | ± 2100 | ± 400 | 1900 | ± 2100 | ± 400 |
| Bin 14 | 800 | ± 3100 | ± 1400 | -4300 | ± 2400 | ± 1800 |
| Bin 15 | 1700 | ± 3900 | ± 1900 | -1100 | ± 4000 | ± 900 |
| Bin 16 | 7800 | ± 8400 | ± 1700 | 3500 | ± 8400 | ± 2300 |
| Bin 17 | -300 | ± 1500 | ± 200 | 2000 | ± 1600 | ± 300 |
| Bin 18 | -5000 | ± 5700 | ± 1700 | 3800 | ± 7200 | ± 1600 |
| Bin 19 | 4000 | ± 5100 | ± 1100 | -1900 | ± 5600 | ± 900 |
| Bin 20 | 100 | ± 1800 | ± 400 | -1500 | ± 1800 | ± 1000 |
| Bin 21 | -5400 | ± 3800 | ± 1800 | 10200 | ± 4700 | ± 2500 |

| | X_1 | | | X_2 | | |
|--------|-------|------------|------------|-------|------------|-----------|
| Bin 1 | -50 | ± 150 | ± 110 | -10 | ± 150 | ± 130 |
| Bin 2 | 120 | ± 280 | ± 130 | -80 | ± 310 | ± 60 |
| Bin 3 | 1040 | ± 810 | ± 540 | 450 | ± 800 | ± 320 |
| Bin 4 | -1900 | ± 1200 | ± 1000 | 1900 | ± 1400 | ± 900 |
| Bin 5 | 20 | ± 310 | ± 70 | 40 | ± 350 | ± 80 |
| Bin 6 | 370 | ± 870 | ± 460 | -160 | ± 850 | ± 220 |
| Bin 7 | -600 | ± 1400 | ± 300 | 100 | ± 1300 | ± 300 |
| Bin 8 | -560 | ± 630 | ± 300 | 380 | ± 680 | ± 140 |
| Bin 9 | -690 | ± 610 | ± 240 | 810 | ± 620 | ± 220 |
| Bin 10 | -800 | ± 1100 | ± 200 | -3500 | ± 1100 | ± 600 |
| Bin 11 | -1330 | ± 770 | ± 260 | -210 | ± 890 | ± 220 |
| Bin 12 | -3100 | ± 2700 | ± 800 | 1900 | ± 3000 | ± 700 |
| Bin 13 | 130 | ± 360 | ± 320 | -340 | ± 380 | ± 70 |
| Bin 14 | -10 | ± 450 | ± 250 | -100 | ± 530 | ± 310 |
| Bin 15 | 170 | ± 650 | ± 200 | -100 | ± 650 | ± 250 |
| Bin 16 | 2000 | ± 1400 | ± 300 | -1900 | ± 1400 | ± 600 |
| Bin 17 | 300 | ± 200 | ± 100 | 350 | ± 230 | ± 50 |
| Bin 18 | -1900 | ± 1100 | ± 400 | -400 | ± 1000 | ± 200 |
| Bin 19 | -260 | ± 780 | ± 460 | 10 | ± 710 | ± 140 |
| Bin 20 | 250 | ± 240 | ± 70 | 110 | ± 240 | ± 80 |
| Bin 21 | 80 | ± 520 | ± 90 | 340 | ± 520 | ± 120 |

Tabelle 7.3: Die Meßwerte für die hadronischen Strukturfunktionen W_F , W_H , $X_1 = (-\bar{K}_3 W_G - \bar{K}_2 W_{SD})/\bar{K}_2$ und $X_2 = (-\bar{K}_3 W_I + \bar{K}_2 W_{SB})/\bar{K}_2$ für die einzelnen (Q^2, s_1, s_2) -Intervalle mit statistischem (erste Spalte) und systematischem (zweite Spalte) Fehler.

Vergleich: Daten und Modell (KS bzw. IMR)

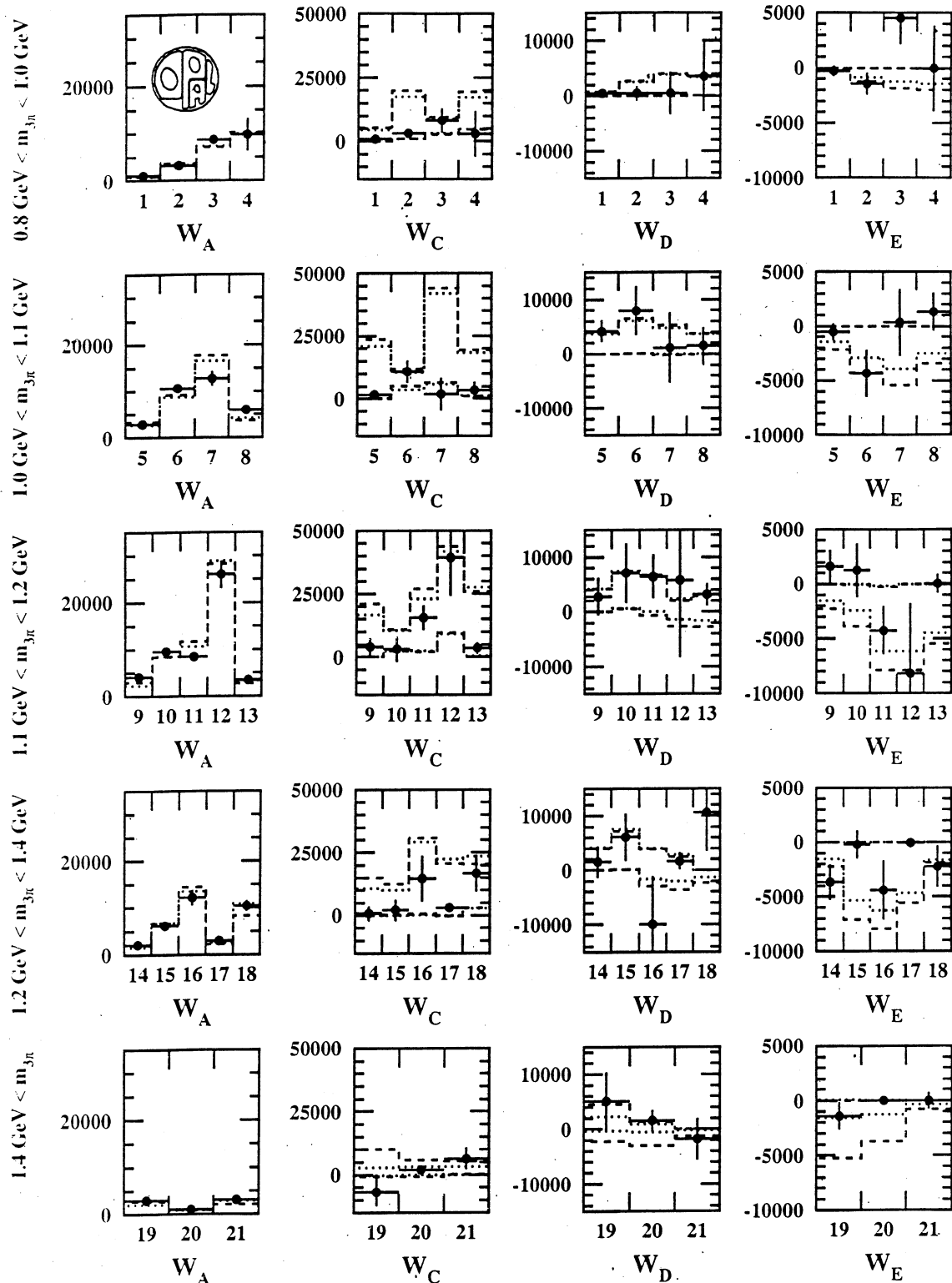


Abbildung 7.4: Fitergebnis des allgemeinen Fits für die reinen AV-Strukturfunktionen W_A , W_C , W_D und W_E aus OPAL-Daten von 1992-1994 binweise mit Fehlern. Zum Vergleich sind die Modellvorhersagen (KS-Modell: gestrichelt, IMR-Modell: gepunktet) eingezeichnet.

Vergleich: Daten und Nullhypothese

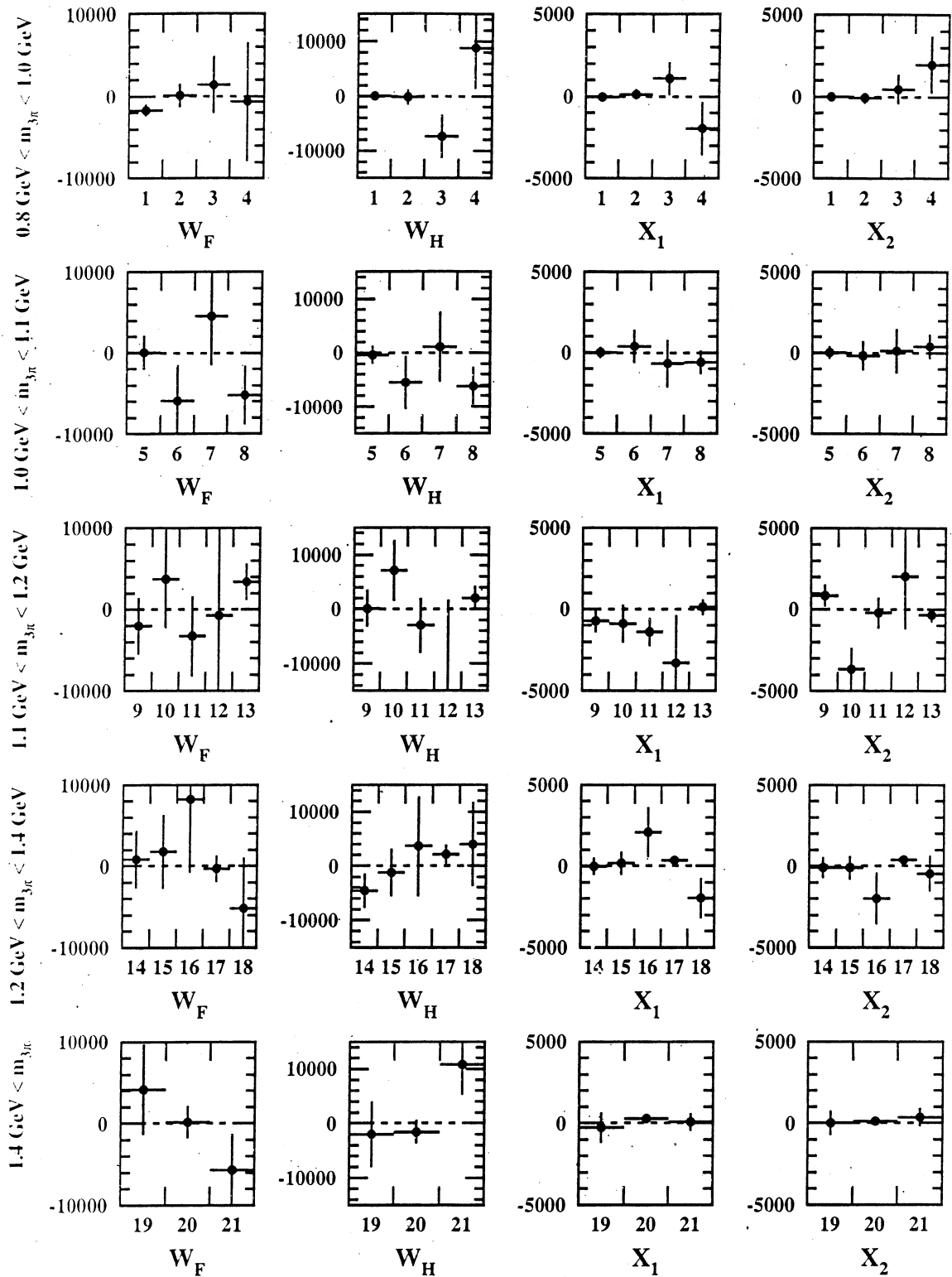


Abbildung 7.5: Fitergebnis des allgemeinen Fits für die Strukturfunktionen W_F , W_H , $X_1 = (-\bar{K}_3 W_G - \bar{K}_2 W_{SD})/\bar{K}_2$ und $X_2 = (-\bar{K}_3 W_I + \bar{K}_2 W_{SB})/\bar{K}_2$ an OPAL-Daten von 1992-1994 binweise mit Fehlern. Zum Vergleich ist die Nullhypothese (gestrichelte Linie), d. h. keine skalaren oder vektoriellen Beiträge, eingezeichnet.

bestätigt in den Daten, daß die Fitparameter der Axialvektorkomponenten vernachlässigbar mit den Interferenztermen W_I und W_{SB} und den kombinierten Fitparametern X_1 bzw. X_2 korreliert sind.

Im Rahmen der Fehler sieht man in den gemessenen Interferenztermen aus skalaren bzw. vektoriellen Beiträgen und Axialvektorkomponenten des hadronischen Stroms keinen Hinweis auf Nicht-Axialvektoranteile. Der Test der Nullhypothese liefert in den Daten ein χ^2 von 81.2 für 84 Freiheitsgrade. In Abb. 7.6 a) ist das χ^2 für jedes Datenintervall getrennt dargestellt. Pro Intervall gibt es hierbei vier Freiheitsgrade. In Abb. 7.6 b) ist die Verteilung der χ^2 -Werte angegeben, die sich in sehr guter Übereinstimmung mit der statistischen Erwartung befindet.

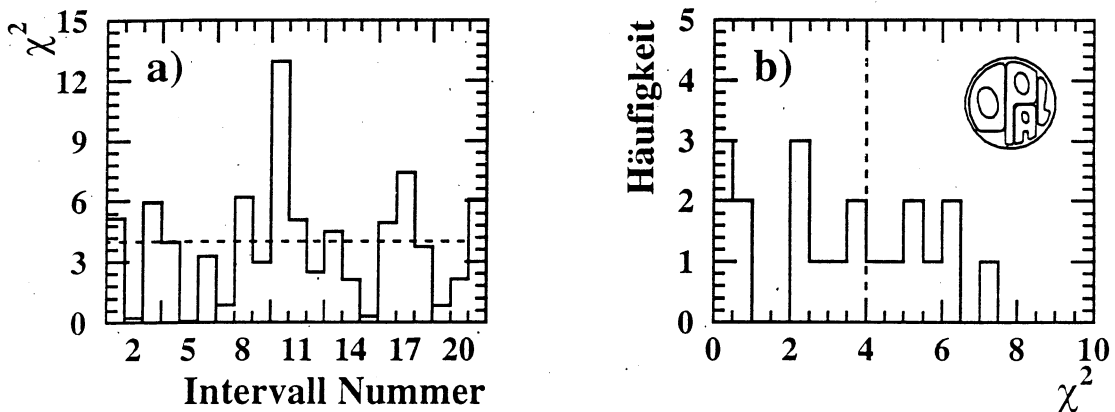


Abbildung 7.6: Beiträge zum χ^2 für den Test der Nullhypothese der Interferenzterme zwischen Axialvektor- und skalaren bzw. vektoriellen Beiträgen (W_F , W_H , $X_1 = (-\bar{K}_3 W_G - \bar{K}_2 W_{SD})/\bar{K}_2$ und $X_2 = (-\bar{K}_3 W_I + \bar{K}_2 W_{SB})/\bar{K}_2$) zum hadronischen Strom: a) binweise dargestellt; b) Verteilung der χ^2 -Werte.

Um eine obere Grenze auf Nicht-Axialvektoranteile im hadronischen Strom angeben zu können, kann diese Messung der Interferenzterme der Nicht-Axialvektoranteile mit den Axialvektoranteilen (W_F , W_H , X_1 und X_2) nicht verwendet werden. Hier wirkt sich das Problem aus, daß die Gleichungen, die für einen bestimmten (Q^2, s_1, s_2) -Wert zwischen den Strukturfunktionen gelten, aufgrund der endlichen Bingröße nicht mehr exakt erfüllt sind. W_B bzw. W_{SA} können daher nicht direkt aus den gemessenen Fitparametern berechnet werden.

Zur Bestimmung der Nicht-Axialvektorbeiträge wurden deswegen eine modellunabhängige sowie eine modellabhängige Methode entwickelt, die in den folgenden beiden Unterkapiteln dargestellt werden.

7.3 Ein modellunabhängiger Grenzwert für skalare bzw. vektorielle Beiträge im hadronischen Strom

Um eine obere Grenze für die Nicht-Axialvektoranteile im hadronischen Strom angeben zu können, kann die eben vorgestellte Messung herangezogen werden. Betrachtet man mögliche skalare bzw. vektorielle Beiträge getrennt, d. h. der Interferenzterm zwischen skalarem und vektoriellm Strom (W_{SF}) trägt nicht bei, so ist die Messung von W_C , W_D und W_E – wie im vorigen Kapitel erläutert

- unabhängig von Nicht-Axialvektoranteilen. W_A dagegen ist sowohl mit dem rein skalaren Anteil W_{SA} als auch dem reinen Vektorbeitrag W_B korreliert. Liegen also neben dem Axialvektorstrom zusätzliche skalare bzw. vektorielle Anteile im hadronischen Strom vor, führen sie dazu, daß der Meßwert W_A^{Fit} in der Messung größer als der tatsächliche Axialvektorbeitrag W_A^{AV} ist:

$$W_A^{Fit} \geq W_A^{AV} \quad (7.5)$$

Hingegen bleiben W_C , W_D und W_E unbeeinflusst. Nun kann ausgenutzt werden, daß aus W_C , W_D und W_E der Anteil von W_A der alleine vom Axialvektorstrom (W_A^{AV}) stammt, näherungsweise berechnet werden kann:

$$W_A^{AV} \approx \sqrt{W_C^2 + W_D^2 + W_E^2} \quad (7.6)$$

Der Fehler durch die Näherung wird im folgenden vernachlässigt.

Aus der Differenz zwischen dem berechneten W_A^{AV} und dem gemessenen W_A^{Fit} kann der Beitrag aus Nicht-Axialvektoranteilen im hadronischen Strom berechnet werden. Daraus läßt sich direkt der Wirkungsquerschnitt für Nicht-Axialvektoranteile berechnen:

$$d\Gamma^{Nicht-AV}(Q^2, s_1, s_2) = \int \left(W_A^{Fit} - \sqrt{W_C^2 + W_D^2 + W_E^2} \right) kin(Q^2) dQ^2 ds_1 ds_2 \quad (7.7)$$

wobei $kin(Q^2) = (m_\tau^2 - Q^2)^2(1 + 2Q^2/m_\tau^2)/Q^4$ ist.

Diese Methode kann mit Hilfe von jeweils 20 000 Monte Carlo Ereignissen überprüft werden, bei denen unterschiedliche skalare Anteile im hadronischen Strom vorliegen. Der Test erfolgt auf Viere-rimpulsniveau, d. h. sowohl Detektoreffekte als auch Untergrundbeiträge bleiben unberücksichtigt. In Tab. 7.4 werden die gemessenen skalaren Anteile, den im Monte Carlo verwendeten Beiträgen gegenübergestellt. In der letzten Zeile von Tab. 7.4 ist zum Vergleich der Wert für 12 000 Monte Carlo Ereignisse ohne skalaren Beitrag mit dem vollständigen Fit, d. h. unter Berücksichtigung der Detektoreffekte und des Untergrundes gezeigt. Daraus kann der systematische Fehler durch die Näherung (siehe Glg. 7.6) zu $\Delta(\Gamma^{Nicht-AV}/\Gamma^{Tot}) = 14.3\%$ abgeschätzt werden.

| | $\left(\frac{\Gamma^{Skalar}}{\Gamma^{Tot}}\right)^{Monte Carlo}$ | $\left(\frac{\Gamma^{Nicht-AV}}{\Gamma^{Tot}}\right)^{Fit}$ |
|---------------------------|---|---|
| | 0 % | $(-0.8 \pm 6.7) \%$ |
| Monte Carlo | 1 % | $(0.2 \pm 6.3) \%$ |
| Vierervektoren | 6 % | $(6.5 \pm 6.5) \%$ |
| | 20 % | $(21.4 \pm 6.9) \%$ |
| Vollständiges Monte Carlo | 0 % | $(4.0 \pm 10.3) \%$ |

Tabelle 7.4: Monte Carlo Test des Verfahrens zur modellunabhängigen Bestimmung von Nicht-Axialvektorbeiträgen im hadronischen Strom. Die zugrundeliegenden skalaren Anteile für verschiedene Monte Carlo Ereignismengen werden mit dem Fitergebnis verglichen. Angegeben sind die statistischen Fehler aus dem Monte Carlo.

In Abb. 7.7 ist $\Gamma^{Nicht-AV}/\Gamma^{Tot}$ binweise für den Monte Carlo-Test (vgl. Tab. 7.4) und OPAL-Daten der Jahre 1992-1994 (vgl. Kap. 7) dargestellt. Summiert über alle Bins ergibt sich für die Daten:

$$\frac{\Gamma^{Nicht-AV}}{\Gamma^{Tot}} = -29.8\% \pm 15.5\% \pm 14.3\% ,$$

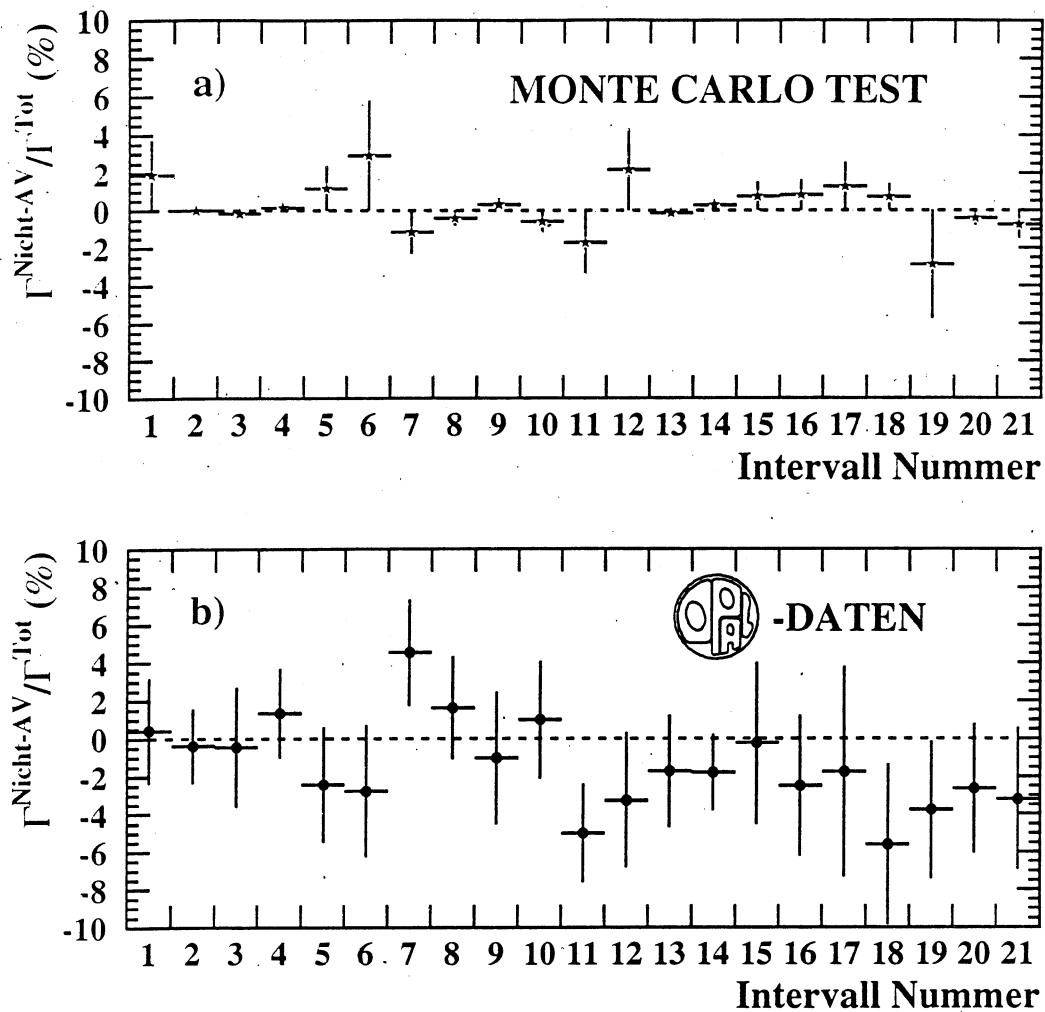


Abbildung 7.7: Nicht-Axialvektoranteile des Wirkungsquerschnittes ($\Gamma^{Nicht-AV} / \Gamma^{Tot}$) pro Bin: a) Monte Carlo Test (Ereignisse mit reinem AV-Strom, d. h. $\Gamma^{Nicht-AV} / \Gamma^{Tot} = 0$) mit Detektoreffekten und Untergrund; b) OPAL-Daten von 1992-1994.

was zu einer oberen Grenze für vektorielle bzw.³ skalare Anteile von

$$\frac{\Gamma^{Nicht-AV}}{\Gamma^{Tot}} < 26.1\% \text{ mit } 95\% \text{ c.l.}$$

führt.

Die systematischen Fehler auf die Strukturfunktionen aus Tab. 7.2 gehen direkt zusammen mit den statistischen Fehlern in die Bestimmung des Fehlers auf $\Gamma^{Nicht-AV}$ ein. Zusätzlich wird der systematische Fehler, der sich durch die Näherung in der Berechnung von $\Gamma^{Nicht-AV}$ ergibt (siehe Glg. 7.6) und mit Hilfe von Monte Carlo Ereignissen abgeschätzt wurde (siehe Tab. 7.4), berücksichtigt.

³Skalare und vektorielle Anteile werden hier getrennt betrachtet.

7.4 Modellabhängige Bestimmung des skalaren Anteils

Im Gegensatz zu der eben vorgestellten, modellunabhängigen Bestimmung der Nicht-Axialvektoranteile im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Kanal, kann mit einem modellabhängigen Ansatz eine präzisere Messung des skalaren Anteils im hadronischen Strom des $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfalls durchgeführt werden.

Wie in Kap. 2.3.2 im IMR-Modell dargestellt läßt sich ein skalarer Anteil im hadronischen Strom über den Zerfall des pseudoskalaren Mesons π' in drei Pionen beschreiben. Dieser skalare Strom kann in gleicher Form sowohl in das KS- als auch in das IMR-Modell eingebaut werden. Die Modellvorhersage der vom skalaren Anteil abhängigen Strukturfunktionen w_{SA} , w_{SB} und w_{SD} ist in Abb. 7.8 beispielhaft für zwei verschiedene Werte des skalaren Beitrags – $\Gamma^{Skalar}/\Gamma^{Tot} = 10\%$ (gestrichelte Linie) und $\Gamma^{Skalar}/\Gamma^{Tot} = 20\%$ (durchgezogene Linie) – für das KS-Modell dargestellt. Die quadratische Abhängigkeit von w_{SA} im Vergleich zur linearen Abhängigkeit der Interferenzterme zwischen skalarem und Axialvektorstrom in w_{SB} und w_{SD} von der Stärke des skalaren Stroms wird hierbei deutlich.

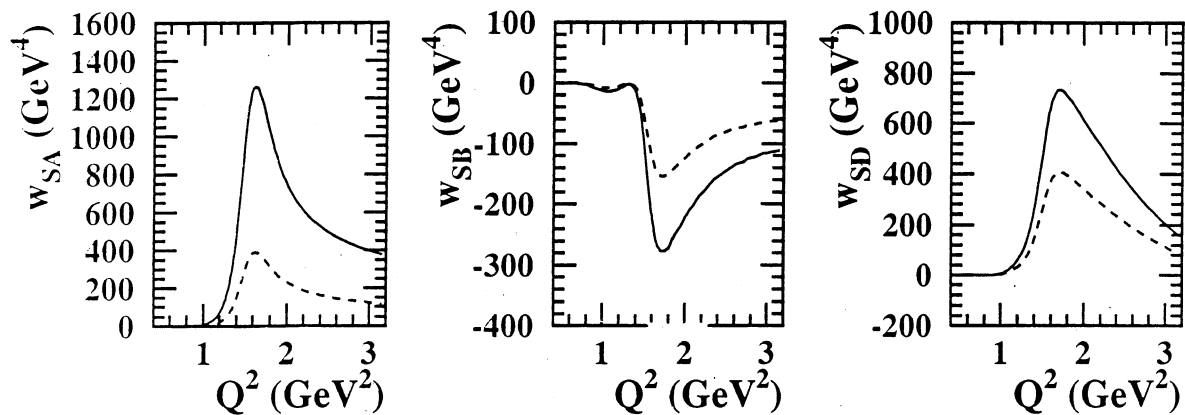


Abbildung 7.8: KS-Modellvorhersage der skalaren Strukturfunktionen w_{SA} , w_{SB} und w_{SD} für $\frac{\Gamma^{Skalar}}{\Gamma^{Tot}} = 10\%$ (gestrichelte Linie) und $\frac{\Gamma^{Skalar}}{\Gamma^{Tot}} = 20\%$ (durchgezogene Linie).

Die hier durchgeführte Messung basiert auf dem Ansatz der über die Dalitzebene integrierten Strukturfunktionen aus Kap. 5, wobei neben den dort bestimmten Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E hier nun auch w_{SA} , w_{SB} und w_{SD} in der EML-Fitfunktion berücksichtigt werden.

In der EML-Fitfunktion sind nun nicht die Strukturfunktionen selbst die Fitparameter, sondern es werden die Modellvorhersagen der Strukturfunktionen (sowohl für den Axialvektorstrom als auch für die skalaren Anteile) verwendet, so daß nur ein Fitparameter bleibt, die Stärke des skalaren Stroms parametrisiert durch $f_{\pi'}$ (siehe Kap. 2.3.2). Zunächst wird für die Messung das in Kap. 2.3.1 vorgestellte Modell von Kühn und Santamaria [3], das auch im Standard-Monte-Carlo verwendet wird, benutzt. Zusätzlich zum Axialvektorstrom wird ein skalarer Beitrag, der vom $\pi'(1300)$ stammt, hinzugefügt. Mit Hilfe des Fits wird nun die Stärke des skalaren Beitrags in den Daten bestimmt. Die Modellabhängigkeit kann anschließend durch einen Vergleich des Ergebnisses überprüft werden, das man unter Verwendung des IMR-Modells erhält.

Da $f_{\pi'}$ unabhängig von Q^2 ist, können alle Datenereignisse in einem einzigen Bin, d. h. nur einem Fit zusammengefaßt werden. Die Modellvorhersage der Strukturfunktionen wird hierbei für jedes

Ereignis entsprechend seinem Q^2 -Wert berechnet. Die EML-Fitfunktion lautet nun:

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N_{tot}} \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_{W\underline{u}rfe}} p \frac{d\Gamma}{dz}(f_{\pi'}, w_X^{Modell}(Q^2); z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z)}{N_{W\underline{u}rfe}} \epsilon(z) \right) \quad (7.8)$$

$$- \int_{Lips} \left(M(Q^2) p \frac{d\Gamma}{dz}(f_{\pi'}, w_X^{Modell}(Q^2); z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z) \right) \epsilon(z) dQ^2 d\cos\theta^* d\cos\beta d\gamma.$$

X steht hier für A, C, D, E, SA, SB und SD. Für die Beschreibung des Untergrundes werden neben w_A^U , w_C^U , w_D^U und w_E^U die beiden Interferenzterme w_{SB}^U und w_{SD}^U berücksichtigt. Sie werden entsprechend der Q^2 -Intervalle in Tab. 5.2 bestimmt. Eine getrennte Parametrisierung von w_{SA}^U ist nicht nötig, da – wie in $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ – w_A^U und w_{SA}^U stark korreliert sind und ein möglicher Beitrag von w_{SA}^U also in w_A^U enthalten ist.

Das Verfahren wird wie im modellunabhängigen Fall anhand von Monte-Carlo-Ereignissen überprüft, bei denen skalare Beiträge mit unterschiedlicher Stärke hinzugefügt worden sind. Eine Zusammenfassung der Meßwerte dieses Monte Carlo Test im Vergleich zu den Ausgangswerten, die im Monte Carlo implementiert sind, ist in Tab. 7.5 angegeben. Während in den ersten vier Zeilen das Verfahren ohne Detektoreffekte durchgeführt wurde, ist in der letzten Zeile wiederum das Ergebnis des Fits mit vollständiger Berücksichtigung von Detektoreffekten und Untergrund gezeigt. Als Abschätzung des systematischen Fehlers der Methode erhält man hieraus $\Delta f_{\pi'} = 0.008$

| | $f_{\pi'}^{Monte Carlo}$ | $\left(\frac{\Gamma^{Skalar}}{\Gamma^{Tot}}\right)^{Monte Carlo}$ | $f_{\pi'}^{Fit}$ | $\left(\frac{\Gamma^{Skalar}}{\Gamma^{Tot}}\right)^{Fit}$ |
|-------------------------------|--------------------------|---|--------------------|---|
| Monte Carlo Vierervektoren | 0.0 | 0 % | 0.035 ± 0.010 | $(0.96 \pm 0.54) \%$ |
| | 0.0017 | 1 % | 0.032 ± 0.012 | $(0.80 \pm 0.59) \%$ |
| | 0.1 | 6 % | 0.098 ± 0.005 | $(7.04 \pm 0.67) \%$ |
| | 0.18 | 20 % | 0.181 ± 0.004 | $(20.50 \pm 0.72) \%$ |
| Vollständiges Monte Carlo | 0.0 | 0 % | -0.001 ± 0.008 | $(0.00 \pm 0.05) \%$ |

Tabelle 7.5: *Monte Carlo Test der modellabhängigen Bestimmung eines skalaren Beitrags im hadronischen Strom. Hierfür werden die gemessenen skalaren Beiträge mit den implementierten skalaren Anteilen im hadronischen Strom für verschieden Monte Carlo Ereignismengen verglichen. Die statistischen Fehler aus dem Monte Carlo sind angegeben.*

Mit den OPAL-Daten von 1992-1994 findet man einen Wert für $f_{\pi'}$ von

$$f_{\pi'} = 0.001 \pm 0.022 \pm 0.012. \quad (7.9)$$

Die Beiträge zum systematischen Fehler sind in Tab. 7.6 zusammengefaßt. Neben den bekannten systematischen Fehlern muß hier zusätzlich die Unsicherheit im Modell berücksichtigt werden. Deswegen werden einerseits die Modellparameter des KS-Modells im Rahmen der Fehler variiert, andererseits wird eine vergleichende Messung mit dem IMR-Modell durchgeführt (siehe Tab. 7.6).

Für den Anteil des skalaren Wirkungsquerschnittes an der Gesamtbreite des $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfalls folgt daraus:

$$\frac{\Gamma^{Skalar}}{\Gamma^{Tot}} = 0.00 \% \pm 0.42 \% \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Gamma^{Skalar}}{\Gamma^{Tot}} < 0.84 \% \quad \text{mit } 95 \% \text{ c.l.} \quad (7.10)$$

| | $\Delta f_{\pi'}$ |
|-------------------------------|--------------------------|
| Untergrundbeitrag | $< 0.1 \cdot 10^{-3}$ |
| Kaon Kanäle | $\pm 0.8 \cdot 10^{-3}$ |
| Untergrundbeschreibung | $< 0.1 \cdot 10^{-3}$ |
| Effizienz | $\pm 1.0 \cdot 10^{-3}$ |
| Detektorauflösung | $\pm 1.0 \cdot 10^{-3}$ |
| P_τ | $< 0.1 \cdot 10^{-3}$ |
| Variation der Modellparameter | $\pm 0.3 \cdot 10^{-3}$ |
| IMR/KS-Modell-Vergleich | $\pm 0.7 \cdot 10^{-3}$ |
| Methode 7.5 | $\pm 8.0 \cdot 10^{-3}$ |
| systematischer Fehler | $\pm 11.8 \cdot 10^{-3}$ |
| statistischer Fehler | $\pm 21.5 \cdot 10^{-3}$ |

Tabelle 7.6: Zusammenfassung der Fehlerbeiträge der Messung von $f_{\pi'}$.

Statistischer und systematischer Fehler sind hier bereits quadratisch addiert.

Unter Ausnutzung der Modellvorhersage für eine mögliche skalare Komponente, kann die obere Grenze für einen skalaren Anteil im Vergleich zur modellunabhängigen Bestimmung im vorigen Kapitel von $\Gamma^{\text{Nicht-AV}}/\Gamma^{\text{Tot}} < 26.1\%$ mit 95% c.l. auf $\Gamma^{\text{Skalar}}/\Gamma^{\text{Tot}} < 0.84\%$ mit 95% c.l. verbessert werden.

Kapitel 8

Bestimmung der ν_τ -Helizität

Nachdem bisher ausschließlich die hadronische Seite des Zerfalls betrachtet wurde, soll nun gezeigt werden, daß der Ansatz der hadronischen Strukturfunktionen auch verwendet werden kann, um etwas über die leptonische Seite des Zerfalls – insbesondere die Helizität des τ -Neutrinos – zu lernen. Dieser Ansatz erlaubt es insbesondere eine modellunabhängige Messung der ν_τ -Helizität durchzuführen.

Im Rahmen des Standardmodells nehmen nur linkshändige τ -Neutrinos an der Wechselwirkung teil. Die erste Messung der ν_τ -Helizität, die im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Kanal von ARGUS [8] durchgeführt wurde, konnte diese Annahme bestätigen. Es wurde nicht direkt die ν_τ -Helizität, sondern der Paritätsverletzungs-Asymmetrie-Parameter $\gamma_{VA} = 2g_V g_A / (g_V^2 + g_A^2)$ zu $\gamma_{VA} = 1.14 \pm 0.34_{-0.17}^{+0.34}$ gemessen. g_V bzw. g_A sind hierbei die Vektor- bzw. Axialvektorkopplungskonstanten im leptonen Strom (siehe Glg. 2.3), für die im Standardmodell $g_V = g_A = 1$ und somit $\gamma_{VA} = 1$ gilt. Bei einer reinen Vektor-Axialvektor-Kopplung ist γ_{VA} das Negative der ν_τ -Helizität (d. h. ν_τ -Helizität $\cdot (-1)$). Die ARGUS-Messung wie auch weitere Messungen [1, 9] im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfall beruhen auf Modellannahmen für den hadronischen Strom. Messungen der ν_τ -Helizität in anderen Zerfallskanälen liefern zwar einen präziseren Wert [43], können allerdings nicht das Vorzeichen der ν_τ -Helizität messen, d. h. sie können nicht zwischen links und rechtshändigen Neutrinos unterscheiden. Der derzeitige Weltmittelwert für γ_{VA} liegt bei: $\gamma_{VA} = 1.011 \pm 0.027$ [15]. Das positive Vorzeichen stammt hierbei aus der Messung im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfall. Vor diesem Hintergrund ist eine modellunabhängige Messung im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Zerfall sehr wichtig.

Betrachtet man die Strukturfunktion W_E ausgedrückt durch die Spindichtematrix des Hadronsystems (siehe Glg. 2.20),

$$W_E = H^{++} - H^{--} \quad (8.1)$$

so sieht man, daß sich W_E als Differenz der beiden möglichen Spineinstellungen parallel bzw. antiparallel zur Normalen auf der hadronischen Zerfallsebene ergibt. Ist nun eine Polarisationsrichtung im Zerfall bevorzugt, sieht man die Paritätsverletzung im elektroschwachen Zerfall ausgedrückt in den Polarisationszuständen des Hadronsystems wieder.

Da die Paritätsverletzung in der elektroschwachen Wechselwirkung eng mit dem alleinigen Auftreten von linkshändigen Neutrinos verknüpft ist, kann man den hadronischen Endzustand benutzen, um die Helizität des τ -Neutrinos zu bestimmen. Für W_E ist der Zusammenhang mit der ν_τ -Helizität wegen Glg. 8.1 offensichtlich, aber auch die anderen Strukturfunktionen tragen Information über die ν_τ -Helizität. Der jeweilige Beitrag läßt sich an den zugehörigen leptonen Funktionen (siehe Glg. 2.11) ablesen.

8.1 Modellunabhängige Messung von γ_{VA}

Ausgehend von der EML-Funktion aus Glg. 5.11 wird ein zusätzlicher Fitparameter, nämlich der Asymmetrie-Parameter γ_{VA} eingeführt, der in der bisherigen Analyse auf seinen Standardmodellwert $\gamma_{VA}=1$ fixiert war.

Wie in Kap. 5 werden die Beiträge der skalaren und vektoriellen Ströme vernachlässigt. Der Fit wird entsprechend der in Kap. 5 vorgestellten Form durchgeführt, d. h. neben γ_{VA} werden die über die Dalitzebene integrierten Strukturfunktionen w_A , w_C , w_D und w_E an die Daten angepaßt. Die EML-Funktion lautet in diesem Fall:

$$\ln \mathcal{L}_{Bin} = \sum_{i=1}^{N_{Bin}} \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_{Wurfe}} p \frac{d\Gamma}{dz}(\gamma_{VA}, w_X; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z)}{N_{Wurfe}} \epsilon(z) \right) \quad (8.2)$$

$$- \int_{Bin} \left(M(Bin) p \frac{d\Gamma}{dz}(\gamma_{VA}, w_X; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z) \right) \epsilon(z) dQ^2 d\cos\theta^* d\cos\beta d\gamma.$$

Die Ereignisse, deren invariantes Massenquadrat Q^2 weniger als 0.75 GeV^2 beträgt, werden bei der Bestimmung der ν_τ -Helizität nicht verwendet, da dieser Massenbereich von Untergrundereignissen dominiert wird.

Obwohl der Asymmetrieparameter γ_{VA} unabhängig von Q^2 ist, wird zunächst für jedes Q^2 -Intervall getrennt ein Fit durchgeführt. Das ist nötig, um die Q^2 -Abhängigkeit der Strukturfunktionen, die wie γ_{VA} freie Parameter des Fits sind, zu berücksichtigen. Anschließend werden dann aber alle Q^2 -Bereiche zu einer einzigen Messung von γ_{VA} kombiniert. Hierzu werden die Werte der EML-Funktion der einzelnen Bins zur Gesamt-EML-Funktion aufsummiert:

$$\ln \mathcal{L}_{Tot} = \sum_{Bin} \ln \mathcal{L}_{Bin}.$$

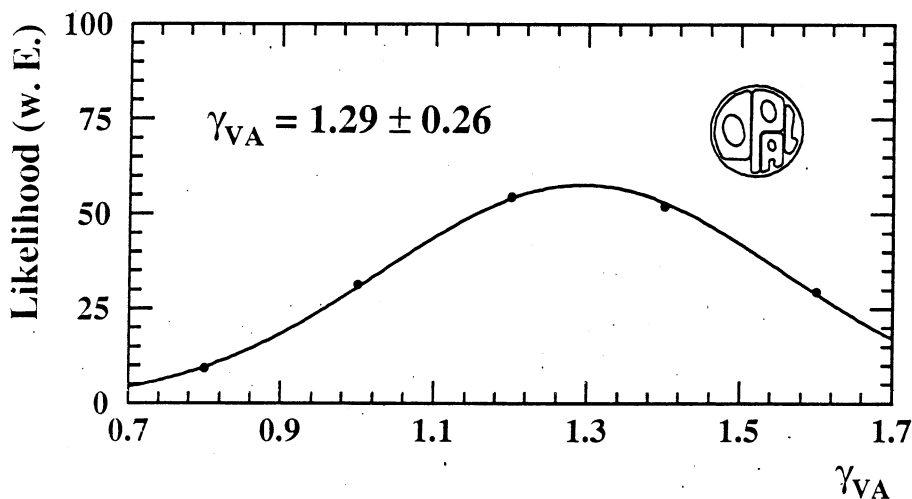


Abbildung 8.1: Modellunabhängige Messung von γ_{VA} aus OPAL-Daten der Jahre 1992-1994. Dargestellt ist die Likelihood-Funktion (\mathcal{L}_{Tot}) für γ_{VA} in willkürlichen Einheiten (w. E.).

| | $\Delta\gamma_{VA}$ | $\Delta\gamma_{VA}^{KS}$ | $\Delta\gamma_{VA}^{IMR}$ |
|--------------------------------|---------------------|--------------------------|---------------------------|
| Untergrundbeitrag | < 0.01 | < 0.01 | < 0.01 |
| Kaon Kanäle | ± 0.06 | ± 0.03 | ± 0.05 |
| Untergrundbeschreibung | < 0.01 | < 0.01 | < 0.01 |
| Effizienz | < 0.01 | < 0.01 | < 0.01 |
| Detektorauflösung | ± 0.09 | ± 0.02 | ± 0.03 |
| Migration | ± 0.01 | < 0.01 | < 0.01 |
| P_τ | ± 0.03 | ± 0.01 | ± 0.02 |
| Variation der Modellparameter | — | ± 0.01 | ± 0.12 |
| Gesamter systematischer Fehler | ± 0.11 | ± 0.04 | ± 0.14 |
| Statistischer Fehler | ± 0.26 | ± 0.16 | ± 0.21 |

Tabelle 8.1: Zusammenfassung der Fehlerbeiträge der Messung von γ_{VA} : $\Delta\gamma_{VA}$ für die modellunabhängige Messung, $\Delta\gamma_{VA}^{KS}$ für die Messung unter Einbeziehung des KS-Modells und $\Delta\gamma_{VA}^{IMR}$ für die Messung mit dem IMR-Modell.

Der Verlauf der Gesamt-EML-Funktion in Abhängigkeit von γ_{VA} ist in Abb. 8.1 dargestellt. Gezeigt ist hier nicht der Logarithmus der Gesamt-EML-Funktion, sondern die Funktion \mathcal{L}_{Tot} selbst. Die Skalierung wurde willkürlich gewählt. Für γ_{VA} erhält man daraus:

$$\gamma_{VA} = 1.29 \pm 0.26 \pm 0.11 .$$

Der systematische Fehler wurde analog zu den Untersuchungen in Kap. 5 bestimmt. Die einzelnen Beiträge sind in Tab. 8.1 zusammengefaßt. Der Hauptbeiträge stammen hier von der Unsicherheit in der Detektorauflösung der Beschreibung der Kaon-Untergrundkanäle.

Der Verlauf der Strukturfunktionen für den gemessenen γ_{VA} -Wert $\gamma_{VA} = 1.29$ stimmt im Rahmen der Fehler mit dem Wert für $\gamma_{VA} = 1$ überein.

8.2 Bestimmung von γ_{VA} unter Ausnutzung der Modellvorhersage

Im Gegensatz zur eben beschriebenen, modellunabhängigen Messung können wie in früheren Messungen [8, 9] für die Bestimmung von γ_{VA} Modellvorhersagen für die Strukturfunktionen verwendet werden. Analog zu f_π bei der modellabhängigen Bestimmung des skalaren Beitrags im hadronischen Strom (siehe Kap. 7) muß hier als einziger Fitparameter der Asymmetrieparameter γ_{VA} berücksichtigt werden:

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N_{tot}} \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_{würfe}} p \frac{d\Gamma}{dz}(\gamma_{VA}, w_X^{Modell}; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z)}{N_{würfe}} \epsilon(z) \right) \quad (8.3)$$

$$- \int_{Lips} \left(M(Q^2) p \frac{d\Gamma}{dz}(\gamma_{VA}, w_X^{Modell}; z) + (1-p) \frac{d\Gamma}{dz}(w_X^U; z) \right) \epsilon(z) dQ^2 d\cos \theta^* d\cos \beta d\gamma .$$

Alle Datenereignisse können hier nun wiederum in einem einzigen Bin und damit einem Fit zusammengefaßt werden. Es werden wie bei der modellunabhängigen Messung nur diejenigen Ereignisse

verwendet, deren invariantes Massenquadrat Q^2 zwischen 0.75 GeV^2 und 2.75 GeV^2 liegt. Die beiden Modelle – einerseits das KS- andererseits das IMR-Modell – werden getrennt betrachtet. Aus den OPAL-Datenereignissen von 1992-1994 erhält man:

$$\begin{aligned}\gamma_{VA}^{KS} &= 0.87 \pm 0.16 \pm 0.04 \text{ und} \\ \gamma_{VA}^{IMR} &= 1.20 \pm 0.21 \pm 0.14 .\end{aligned}$$

Die systematischen Fehler schließen in diesem Fall neben den Effekten, wie sie in Kap. 5.6 beschrieben wurden auch die Unsicherheit in den Modellen wie z. B. Fehler auf die Masse und Breite der a_1 -Resonanz ein. Eine Zusammenfassung der Fehler ist ebenfalls in Tab. 8.1 wiedergegeben.

Vergleicht man das Ergebnis der modellabhängigen Messung mit dem modellunabhängigen Resultat, so sieht man, daß das Ergebnis, das mit dem IMR-Modell gewonnen wurde, sehr gut mit dem modellunabhängigen Wert übereinstimmt. Der Wert, der mit Hilfe des KS-Modells bestimmt wurde, liegt dagegen deutlich tiefer. Dabei ist zu beachten, daß es sich um die identische Datenmenge handelt, d. h. die modellabhängigen Messungen sollten mit der modellunabhängigen im Rahmen der systematischen Fehler, die als obere Abschätzung des Fehlers herangezogen werden können, übereinstimmen. Die deutliche Abweichung zwischen dem Ergebnis, das mit Hilfe des KS-Modells gewonnen wurde, und dem modellunabhängigen Wert zeigt, daß bei modellabhängigen Messungen z. B. derjenigen der τ -Polarisation [10] oder auch der Bestimmung der Masse des τ -Neutrinos [44] im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Kanal größte Vorsicht geboten ist.

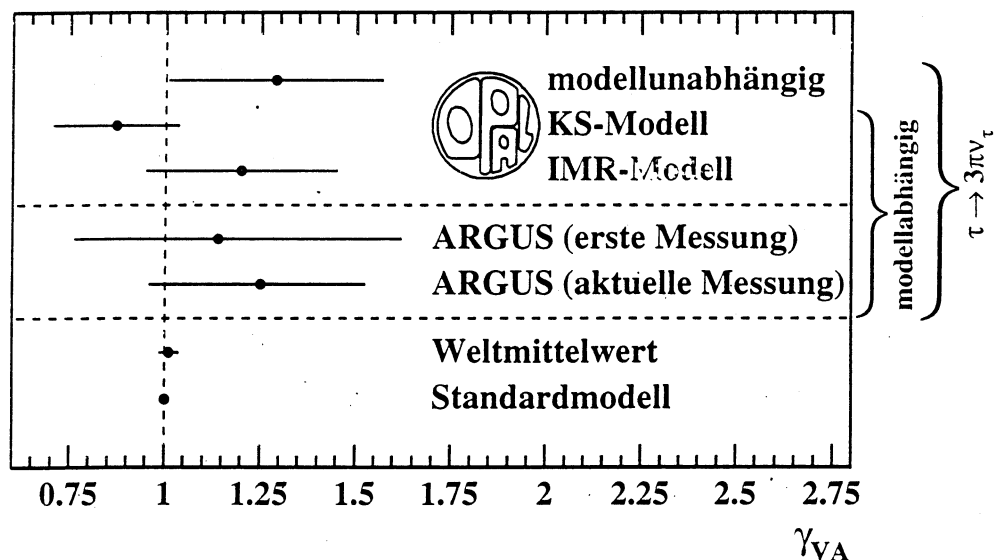


Abbildung 8.2: Vergleich der Meßergebnisse für γ_{VA} , die mit den OPAL-Datenereignissen der Jahre 1992-1994 gewonnen wurden, mit der ersten Messung von ARGUS [8], dem aktuellen Ergebnis von ARGUS [9], dem gültigen Weltmittelwert [15] und der Vorhersage des Standardmodells.

Eine Zusammenfassung der hier vorgestellten Meßwerte für γ_{VA} im Vergleich zur ersten Bestimmung, die von ARGUS durchgeführt wurde [8] und mit der hier dargestellten modellabhängigen Methode vergleichbar ist, dem aktuellen Ergebnis von ARGUS [9], dem gültigen Weltmittelwert und der Standardmodellvorhersage findet man in Abb. 8.2. Während die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen und die beiden Resultate von ARGUS ausschließlich auf $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Ereignissen

basieren und somit sowohl das Vorzeichen als auch der Betrag von γ_{VA} bestimmt werden kann, wurde zur Bestimmung des Weltmittelwertes neben den Messungen im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu_\tau$ -Kanal, Untersuchungen in anderen hadronischen Zerfallskanälen des τ -Leptons berücksichtigt, die allerdings keine Information über das Vorzeichen, sondern nur über den Absolutbetrag liefern. Alle bisherigen Meßergebnisse stimmen im Rahmen der Fehler mit der Vorhersage des Standardmodells $\gamma_{VA}=1$, d. h. nur linkshändigen τ -Neutrinos, überein.

Kapitel 9

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine modellunabhängige Untersuchung der Struktur des hadronischen Stromes im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall mit den Daten von OPAL aus den Jahren 1992-1994 vorgestellt. Hierbei wurden sowohl Untersuchungen der Q^2 -Abhängigkeit als auch eine Bestimmung in der Dalitzzebene vorgestellt.

Der Vergleich mit zwei Modellvorhersagen ergab für die über die Dalitzzebene integrierten Strukturfunktionen w_A , w_C/w_A , w_D/w_A und w_E/w_A eine sehr gute Übereinstimmung mit dem KS-Modell, während der Vergleich mit dem IMR-Modell Abweichungen in w_A jedoch ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung in w_C/w_A , w_D/w_A und w_E/w_A liefert. Bei der Messung der Strukturfunktionen W_A , W_C , W_D und W_E in der Dalitzzebene ergab der Vergleich mit den Modellen für W_A eine Überschätzung der Resonanzstruktur der intermediären ρ -Mesonen im Zerfall des a_1 -Mesons in beiden Modellen. W_C , W_D und W_E stimmen im Rahmen der Fehler gut mit den Modellen überein.

Im allgemeinen Fit in der Dalitzzebene wurden keine Hinweise auf Nicht-Axialvektorbeiträge im hadronischen Strom gefunden. Der Test der Nullhypothese liefert ein χ^2 von 81.2 für 84 Freiheitsgrade.

Eine modellunabhängige Grenze für Nicht-Axialvektoranteile wurde zu

$$\frac{\Gamma^{\text{Nicht-AV}}}{\Gamma^{\text{Tot}}} < 26.1\% \text{ mit } 95\% \text{ c. l.}$$

bestimmt. Unter der Annahme, daß ein möglicher skalarer Beitrag alleine durch das $\pi'(1300)$ -Meson beschrieben werden kann, wurde eine modellabhängige Grenze für einen skalaren Beitrag von

$$\frac{\Gamma^{\text{Skalar}}}{\Gamma^{\text{Tot}}} < 0.84\% \text{ mit } 95\% \text{ c. l.}$$

gefunden.

Mit demselben Formalismus wurden Untersuchungen zur Helizität des τ -Neutrinos durchgeführt. In einer modellunabhängigen Messung wurde der Asymmetrieparameter γ_{VA} zu

$$\gamma_{VA} = 1.29 \pm 0.26 \pm 0.11$$

bestimmt. Dieses Ergebnis bestätigt die Annahme des Standardmodells, daß an der schwachen Wechselwirkung nur linkshändige Neutrinos teilnehmen.

Im Vergleich dazu liefern zwei modellabhängige Messungen ebenfalls Werte, die im Rahmen der Fehler mit der Standardmodellvorhersage, für das KS-Modell allerdings nicht mit der modellunabhängigen Methode übereinstimmen.

Anhang A

Der SiW-Luminositätsdetektor von OPAL

Das Silizium-Wolfram-Kalorimeter (SiW) von OPAL wurde im März 1993 für eine verbesserte Luminositätsbestimmung eingebaut. Mit dieser neuen Komponente wurde die Grundlage für eine Luminositätsmessung mit einem systematischen Fehler von weniger als 0.1 % geschaffen. Die damit verbundenen Anforderungen sind eine hohe Präzision des Aufbaus - der innere Rand des Akzeptanzbereichs muß besser als auf $25 \mu\text{m}$ [26] bekannt sein - und ein aufgrund der knappen Platzverhältnisse kompakter Aufbau. Der Aufbau des SiW-Luminositätsmonitors wird im folgenden beschrieben.

Der SiW-Detektor besteht aus zwei Kalorimetern, die wieder jeweils aus zwei C-förmigen Hälften aufgebaut, das Strahlrohr auf beiden Seiten des Wechselwirkungspunktes umschließen. Jedes dieser Kalorimeter hat einen inneren Radius von 57.5 mm, einen äußeren von 370 mm und ist 170 mm tief (siehe Abb. A.1).

Es handelt sich bei diesem Detektor um ein sog. Sampling-Kalorimeter, d. h. aktive - hierbei handelt es sich um Siliziumdetektoren - und passive Lagen, die wegen eines kompakten Detektoraufbaus aus Wolfram bestehen, wechseln sich ab. Der Vorteil von Siliziumdetektoren besteht neben der Kompaktheit darin, daß sie sehr präzise positioniert werden können und die Implantationsgrenzen auf $3 \mu\text{m}$ bekannt sind. Beides trägt zur Kenntnis des inneren Randes auf wenige μm wesentlich bei.

Die Gesamttiefe des Detektors entspricht 22 Strahlungslängen und absorbiert damit den elektromagnetischen Schauer eines Elektrons mit 45 GeV praktisch vollständig. Die erste Lage besteht aus Siliziumdetektoren gefolgt von einer Strahlungslänge Wolfram. Dieser Aufbau wiederholt sich 14 mal. Die letzten vier Lagen beinhalten jeweils zwei Strahlungslängen Wolfram. Den Abschluß bildet wieder eine Siliziumlage. Der aktive Bereich des Detektors liegt in einem Radiusbereich von 62 mm bis 142 mm. Mit Hilfe von Paßstiften werden sowohl die 19 Detektorlagen als auch die beiden C-Hälften eines Kalorimeters beim Zusammenbau positioniert. Abstandshalter zwischen den Lagen garantieren eine stabile z-Position der Lagen zueinander. Gleichzeitig sorgt ein Kühlsystem aus 32 Wasserröhren pro Kalorimeter für thermische Stabilität des Detektors. Sowohl die Position des Detektors relativ zum Strahlrohr als auch die Temperatur werden kontinuierlich für Korrekturzwecke aufgezeichnet.

Der Aufbau einer Lage ist am Beispiel eines Halbrings (das entspricht einer C-Hälfte des Kalorimeters) in Abb. A.2 dargestellt. Die nächste Detektorlage ist im Vergleich zu der hier gezeigten um 11.25° gedreht, um tote Bereiche zu vermeiden. Man erkennt in der Abbildung acht Detektorkeramiken, die die daran angeklebten Siliziumdetektoren weitgehend verdecken. Im Kalorimeter befindet sich direkt darunter das passive Wolfram, das allerdings bei dem hier gezeigten Testaufbau

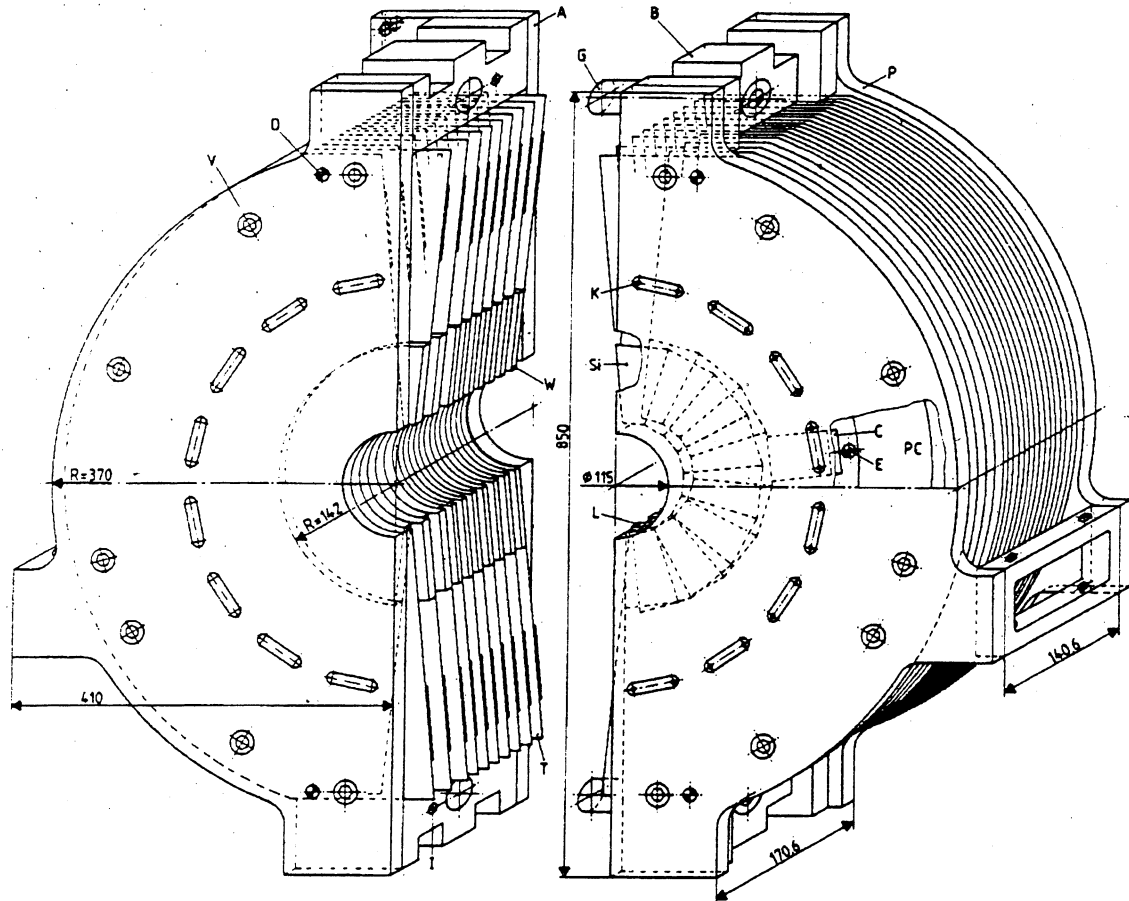


Abbildung A.1: Der SiW-Luminositätsmonitor: gezeigt ist hier eines der beiden Kalorimeter, die das Strahlrohr jeweils im Abstand von 2389mm auf beiden Seiten des Wechselwirkungspunktes umschließen.

fehlt. Im äußeren Bereich des Halbrings sieht man die Ausleseelektronik, für jeden Siliziumdetektor getrennt auf der Detektorkeramik, noch weiter außen auf dem dunkel zu erkennenden sog. Motherboard für alle acht Einzelmodule zusammengefaßt.

Die Siliziumdetektoren bestehen aus $310.8 \pm 1.5 \mu\text{m}$ dickem n-dotiertem Silizium. Die Vorderseite ist in 64 p^+ -dotierte Segmente eingeteilt - zwei Reihen mit je 32 Segmenten in radialer Richtung mit einer Breite von 11.25° (siehe Abb. A.3). Die Vorderseite ist mit Aluminium beschichtet und wird zusätzlich durch eine Polyimidschicht geschützt, bei der nur die Kontaktierungsbereiche ausgespart sind. Im Gegensatz zu bisherigen Verfahren wurde hier die unterteilte Detektorseite direkt auf die Dickfilm-Hybridkeramik, die die Ausleseelektronik trägt, aufgeklebt. Durch eine spezielle Klebetechnik war es möglich, die Detektorleckströme nicht zu erhöhen. Sie liegen bei einer Detektorvorspannung von 80 V bei etwa 0.7 nA pro Segment. Dieses Verfahren ermöglicht eine sehr kompakte Bauweise.

Der schematische Aufbau einer Detektorkeramik, die hier eben nicht nur die Steuer- und Ausleseelektronik trägt, sondern wie eben beschrieben auch mechanische Aufgaben übernimmt, ist in Abb. A.4 skizziert. Jedes der 64 Detektorsegmente ist mit einem Eingang des OPAL AMPLEX Chips über sog. Bonds verbunden. Dieser Multiplexchip geht auf den AMPLEX-Chip [45] zurück,

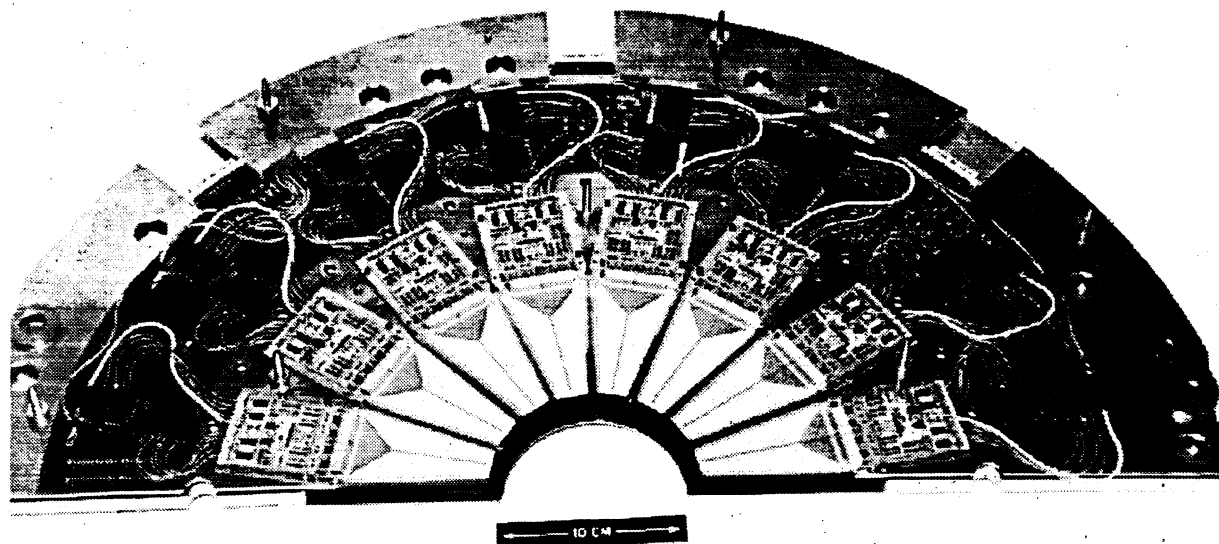


Abbildung A.2: Halbring einer Detektorlage bestückt mit 8 Detektorkeramiken.

eine Entwicklung speziell für kalorimetrische Anwendungen. Der dynamische Bereich liegt zwischen einem bis 1000 minimal ionisierenden Teilchen (im Mittel 23 500 Elektronen für $300 \mu\text{m}$ dickes Silizium). Sein Aufbau ist in Abb. A.5 schematisch wiedergegeben.

Jeder der vier AMPLEX-Chips pro Detektorkeramik verstärkt und formt die Signale von 16 Detektorsegmenten und gibt sie seriell weiter, liefert gleichzeitig aber auch ein schnelles Summensignal, das für Triggerzwecke verwendet werden kann. Auf der Detektorkeramik werden die Signale der vier AMPLEX-Chips hintereinander zu einer einzigen Signalleitung zusammengefaßt (Keramikschaltung siehe Abb. A.6). Die Signale der acht Detektorkeramiken werden über das Motherboard an die Ausleseelektronik weitergegeben, die Steuersignale und Vorspannung der Siliziumdetektoren über das Motherboard an die Keramiken verteilt.

Die weitere Auslese erfolgt mit einem VME-System, das aus ADC's sog. DIGITIZERN und dem sog. SEQUENCER, der die Steuerung des gesamten Systems übernimmt, besteht. Das Herzstück eines DIGITIZERS bildet ein 14-bit ADC mit einer Konvertierungszeit von $2 \mu\text{s}$. Die Signale von 32 Siliziumdetektoren, d. h. von zwei Detektorlagen, können mit einem Modul konvertiert werden. Es besteht die Möglichkeit für jeden Kanal getrennt Korrekturen des Verstärkungsfaktors sowie der Sockelwerte vorzunehmen. Der SEQUENCER liefert alle Kontrollsignale des Systems: Steuersignale an die AMPLEX-Chips und über VME an die DIGITIZER-Module, um die Digitalisierung nach einem Triggersignal zu starten, sowie an die CPU (eine Motorola MVME 167), wenn die Digitalisierung abgeschlossen ist. Im Falle eines Triggersignals konvertieren 20 DIGITIZER parallel die Signale der insgesamt 38 912 Detektorkanäle. Eine Auslesezyklus dauert 3.5 ms .

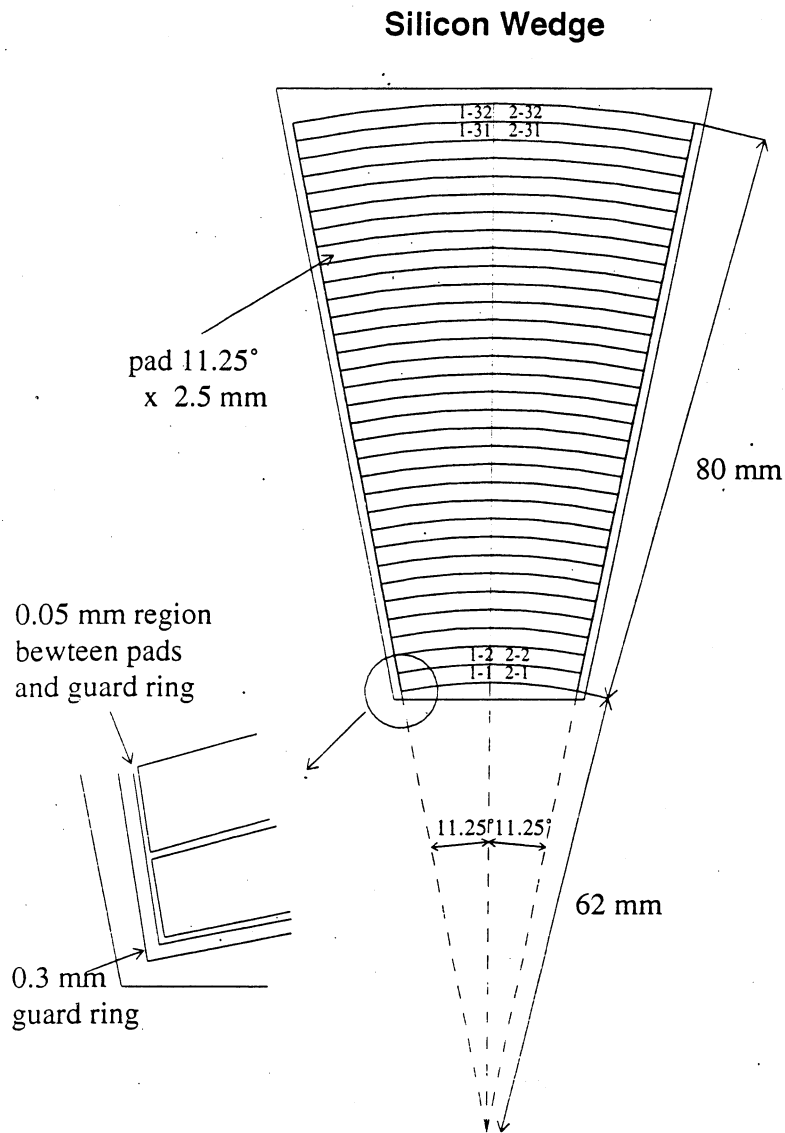


Abbildung A.3: Schematischer Aufbau eines Siliziumdetektors des SiW-Kalorimeters.

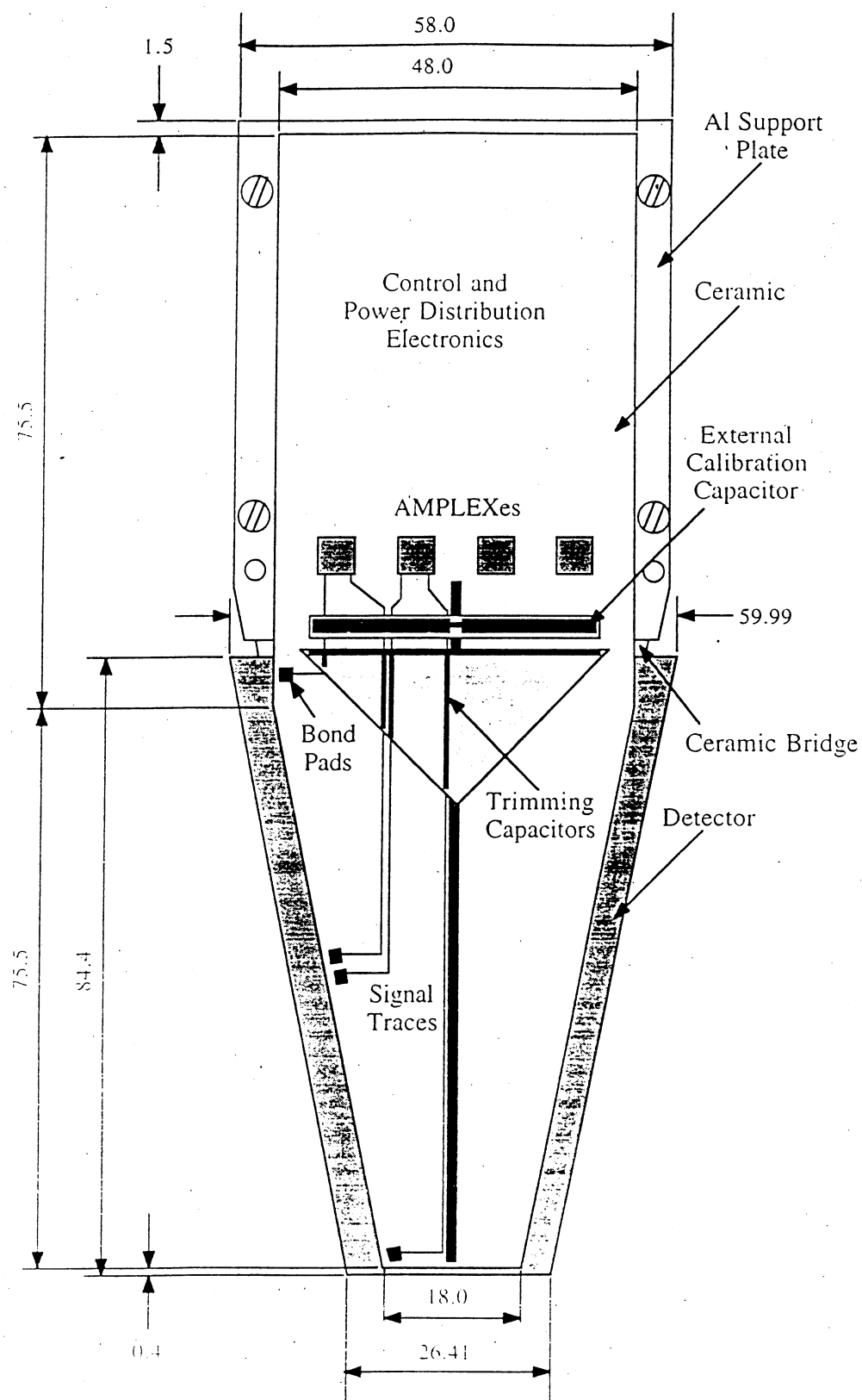


Abbildung A.4: Schematischer Aufbau einer Detektorkeramik. Die Keramik wird von oben auf den Siliziumdetektor geklebt.

AMPLEX

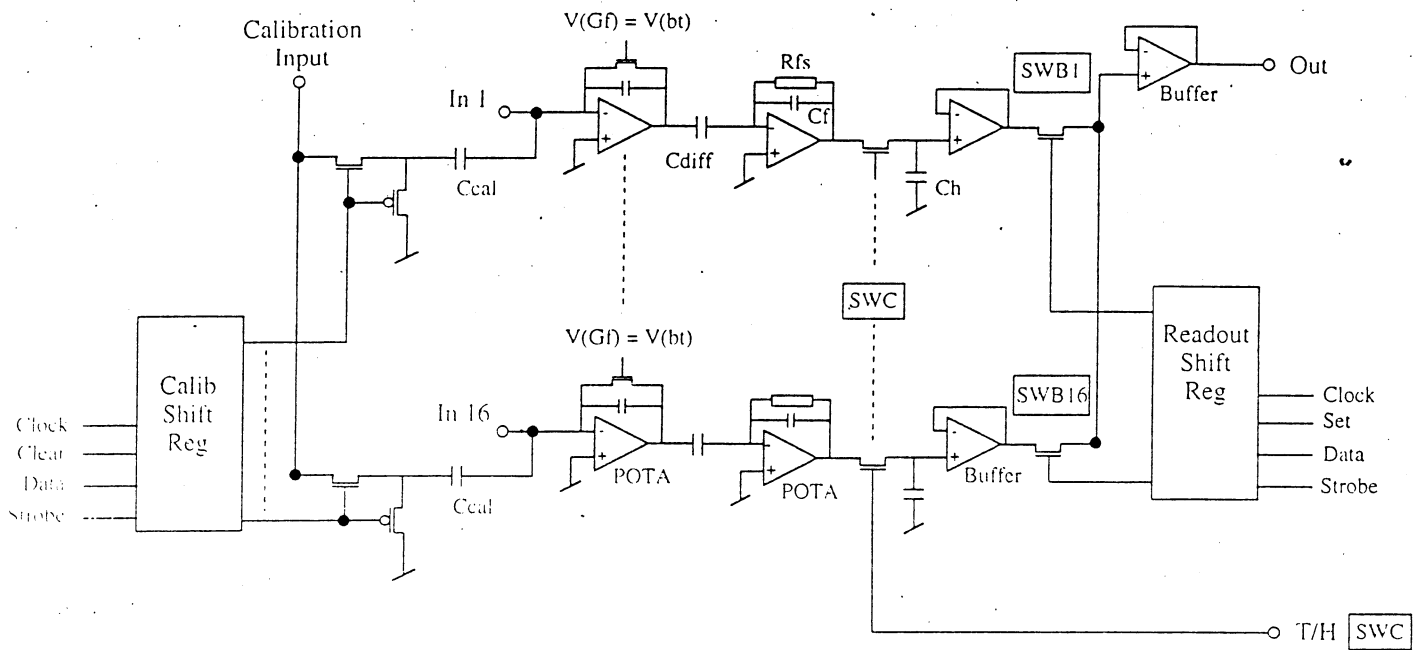
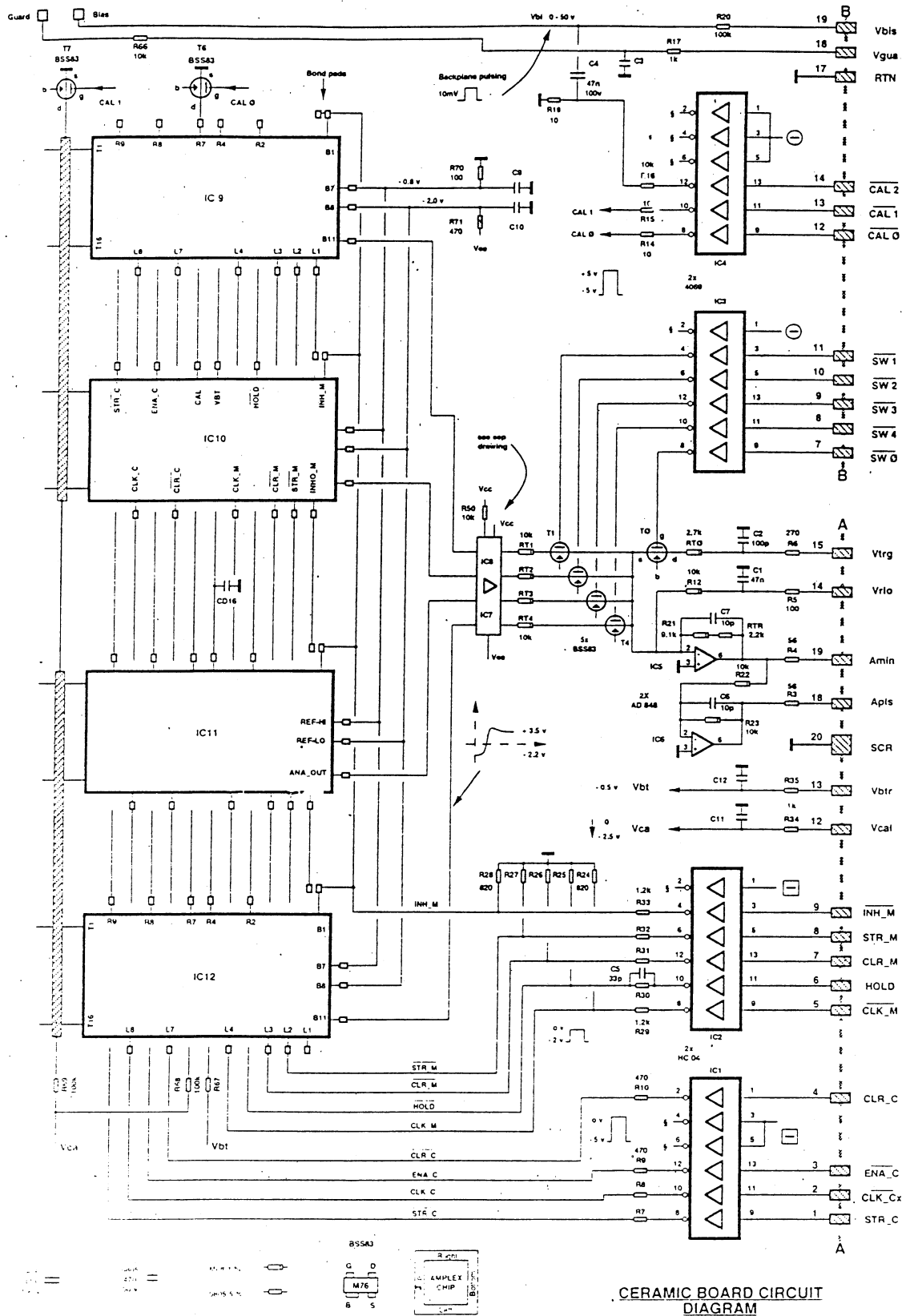


Abbildung A.5: Schematischer Aufbau des AMPLEX-Chips.



CERAMIC BOARD CIRCUIT DIAGRAM

(OPAL, μFWD, FE-electronics)

Abbildung A.6: Schaltplan der Detektorkeramik.

Anhang B

Verknüpfungsgleichungen zwischen den Strukturfunktionen

Der hadronische Strom im $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu_\tau$ -Zerfall wird durch vier komplexe Formfaktoren F_1 bis F_4 (siehe Glg. 2.6) vollständig beschrieben. Eine Phase kann frei gewählt werden, so daß man mit 7 Parametern den Strom vollständig beschreiben kann. Folglich sind die 16 Strukturfunktionen (siehe Kap. 2.2) nicht unabhängig voneinander, sondern sind über 9 Gleichungen miteinander verknüpft. Es können beispielsweise folgende Gleichungen gewählt werden:

$$\begin{aligned}W_A^2 &= W_C^2 + W_D^2 + W_E^2 \\2(W_A + W_C)W_B &= W_F^2 + W_G^2 \\W_{SB}^2 + W_{SC}^2 &= 2(W_A + W_C)W_{SA} \\W_{SD}^2 + W_{SE}^2 &= 2(W_A - W_C)W_{SA} \\W_I(W_A + W_C) &= W_E W_F - W_G W_D \\W_{SB}W_H + W_I W_{SC} &= W_F W_{SD} + W_G W_{SE} \\W_D W_{SE} + W_E W_{SD} &= W_{SB}(W_A - W_C) \\W_H(W_C + W_A) &= W_D W_F + W_E W_G \\W_{SF}(W_A - W_C) &= W_{SD} W_I + W_{SE} W_H\end{aligned}$$

Steht eine ausreichende Datenmenge zur Verfügung, so daß die Intervalle in Q^2 , s_1 und s_2 so klein gewählt werden können, daß die Gleichungen exakt erfüllt sind, kann der Wirkungsquerschnitt über diese Gleichungen auf sieben unabhängige Größen, z. B. W_C , W_D , W_E , W_F , W_G , W_{SB} und W_{SD} reduziert werden. Indirekt sind dann auch diejenigen Strukturfunktionen meßbar, die nicht direkt beobachtet werden können, da die zugehörigen leptonischen Funktionen bei der Integration über den Winkel α verschwinden (siehe Kap. 2). Alternativ können bei ausreichender Datenmenge auch direkt die Formfaktoren des hadronischen Stroms bestimmt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] R. Akers *et al.*, OPAL Coll., Z. Phys. **C67** (1995) 45.
- [2] L. B. Okun, Leptons and Quarks, North-Holland/Amsterdam (1982).
- [3] J. H. Kühn und A. Santamaria, Z. Phys. **C48** (1990) 445.
- [4] G. Colangelo, M. Finkemeier und R. Urech,
'Tau Decays and Chiral Perturbation Theory', TTP96-02 (1996).
- [5] N. Isgur, C. Morningstar und C. Reader, Phys. Rev. **D39** (1989) 1357.
- [6] M. G. Bowler, Phys. Lett. **B182** (1986) 400.
- [7] P. R. Poffenberger, Z. Phys. **C71** (1996) 579.
- [8] H. Albrecht *et al.*, ARGUS Coll., Phys. Lett. **B250** (1990) 164.
- [9] H. Albrecht *et al.*, ARGUS Coll., Z. Phys. **C58** (1993) 61.
- [10] D. Buskulic *et al.*, ALEPH Coll., Z. Phys. **C69** (1996) 183;
P. Abreu *et al.*, DELPHI Coll., Z. Phys. **C67** (1995) 183;
G. Alexander *et al.*, OPAL Coll., Z. Phys. **C72** (1996) 365.
- [11] G. Alexander *et al.*, PLUTO Coll., Phys. Lett. **73B** (1978) 99.
- [12] H. Albrecht *et al.*, ARGUS Coll., Z. Phys. **C33** (1986) 7.
- [13] D. Buskulic *et al.*, ALEPH Coll., Z. Phys. **C59** (1993) 369.
- [14] J. H. Kühn und E. Mirkes, Z. Phys. **C56** (1992) 661.
- [15] R. M. Barnett *et al.*, Review of Particle Physics, Phys. Rev. **D54** (1996) 91.
- [16] Y. S. Tsai, Phys. Rev. **D4** (1971) 2821,
ERRATUM: Phys. Rev. **D13** (1976) 771.
- [17] J. H. Kühn, 'Tau Kinematics from Impact Parameters', TTP93-14 (1993).
- [18] B. Kunst, Diplomarbeit (1996), Universität Bonn.
- [19] R. Fischer *et al.*, Z. Phys. **C3** (1980), 313.
- [20] N. Isgur und J. Paton, Phys. Lett. **B124** (1983) 247;
N. Isgur und J. Paton, Phys. Rev. **D31** (1985) 2910;
R. Kokoski und N. Isgur, Phys. Rev. **D35** (1987) 907.

- [21] Ein Überblick über Gittereichtheorien findet sich z.B. bei:
M. Bander, Phys. Rep. **75** (1981) 206;
J. Kogut, Rev. Mod. Phys. **55** (1983) 775.
- [22] K. Ahmet *et al.*, OPAL Coll., Nucl. Instr. and Meth. **A305** (1991) 275;
P. P. Allport *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A324** (1993) 34;
P. P. Allport *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A346** (1994) 476.
- [23] J. R. Carter *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A286** (1990) 99.
- [24] O. Biebel *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A323** (1992) 169.
- [25] R. Bartoldus, Diplomarbeit (1992), Universität Bonn.
- [26] B. Schmitt, Dissertation (1996), Universität Bonn.
- [27] S. Jadach, B. F. L. Ward und Z. Wąs, Comp. Phys. Comm. **79** (1994) 503.
- [28] S. Jadach *et al.*, Comp. Phys. Comm. **76** (1993) 361.
- [29] J. Allison *et al.*, Comp. Phys. Comm. **47** (1987) 171;
J. Allison *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A317** (1992) 47.
- [30] GEANT Detector Description and Simulation Tool,
CERN Program Library Long Writeup W5013 (June 1993).
- [31] M. Z. Akrawy *et al.*, OPAL Coll., Phys. Lett. **B247** (1990) 458.
- [32] M. Z. Akrawy *et al.*, OPAL Coll., Z. Phys. **C47** (1990) 505.
- [33] R. Akers *et al.*, OPAL Coll., Z. Phys. **C66** (1995) 543.
- [34] M. Hauschild *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A314** (1992) 74.
- [35] M. A. Thomson, Nucl. Instr. and Meth. **A382** (1996) 553.
- [36] R. J. Barlow, Statistics, John Wiley & Sons/New York (1989).
- [37] S. Jadach *et al.*, Comp. Phys. Comm. **64** (1991) 275.
- [38] V. Blobel, DESY 84-118 (1984);
V. Blobel, Proceedings of the 1984 CERN School of Computing, CERN 85-02 (1984).
- [39] R. Decker *et al.*, Z. Phys. **C70** (1996) 247.
- [40] H. Albrecht *et al.*, ARGUS Coll., Phys. Lett. **B260** (1991) 259.
- [41] P. Baringer *et al.*, CLEO Coll., Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 1993.
- [42] H. Albrecht *et al.*, ARGUS Coll., Phys. Lett. **B337** (1994) 383.
- [43] D. Buskulic *et al.*, ALEPH Coll., Phys. Lett. **B321** (1994) 168;
D. Buskulic *et al.*, ALEPH Coll., Phys. Lett. **B346** (1995) 379,
ERRATUM: Phys. Lett. **B363** (1995) 265;
H. Albrecht *et al.*, ARGUS Coll., Phys. Lett. **B349** (1995) 576.
- [44] G. Alexander *et al.*, OPAL Coll., Z. Phys. **C72** (1996) 231.
- [45] E. Beuville *et al.*, Nucl. Phys. **B23A** (1991) 198;
E. Beuville *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A288** (1990) 157.

Vielen Dank!

Viele Menschen haben mich in der Zeit meiner Doktorarbeit ein großes oder auch kleines Stück des Weges begleitet und haben zu dem beigetragen, was hier vorliegt. Ihnen allen, den genannten aber auch den nicht genannten, möchte ich an dieser Stelle danken:

Insbesondere möchte ich hier meinen Doktorvater Herrn Prof. Norbert Wermes nennen, der mir die Arbeit ermöglicht und das interessante Thema gestellt hat. Er hat durch sein persönliches Engagement und seine Unterstützung dafür gesorgt, daß ich den Schritt, nach Bonn zu wechseln und damit in der Hochenergiephysik zu bleiben, nicht bereut habe.

Bei „unserem Postdoc“ Herrn Dr. Achim Stahl habe ich als Analyseneuling sehr viel über τ 's und Datenanalyse gelernt. Er hat vorgelebt, was effektives Arbeiten bedeutet und wie leicht man Entscheidungen treffen kann.

Von theoretischer Seite habe ich von den Karlsruhern insbesondere Herrn Prof. Johann Kühn und Dr. Erwin Mirkes viele Hilfestellungen und Anregungen erhalten. Ihr Enthusiasmus und Interesse haben so manches Mal den entscheidenden Schritt aufgezeigt.

Dr. Paul Poffenberger danke ich für die gute Zusammenarbeit und seine Gelassenheit bei den Veröffentlichungen, obwohl wir uns erst sehr spät persönlich kennengelernt haben.

In der SiW-Gruppe am CERN habe ich eine spannende und schöne Zeit des Aufbaus und der Inbetriebnahme erlebt. Nicht zuletzt durch die beiden so grundverschiedenen Leiter Dick Kellogg und Marcello Manelli habe ich neben der fachlichen Seite vieles über Gruppenführung und Gruppendynamik gelernt.

Danke auch an Monica (was wäre die Welt ohne Pasta!), Bernd (die Heidelberger Bonner halten zusammen!) und Phil (wie kommt ein Poet in die Physik?) und der gesamten OPAL-Gruppe am CERN.

Was es bedeutet, einem pragmatischen Computerbenutzer immer wieder Fragen zu beantworten, haben Rainer und Sven erlebt. Eure Geduld war toll!

Die gemeinsame Zeit mit meinen letzten Zimmerkollegen, Helge und Benjamin, habe ich genossen. Alles Gute für Euren weiteren Weg.

Die gute Stimmung in der OPAL-Gruppe in Bonn hat wesentlich dazu beigetragen, daß ich mich in Bonn eingelebt habe. Mit ihr, insbesondere den τ 'is und der Hardware, der ich mich noch lange zugehörig gefühlt habe, verbinden mich viele schöne Erinnerungen.

Ganz besonders danke ich Norbert, der im Lauf der Zeit immer größeren Anteil an der Arbeit hatte und ohne den der Endspurt unmöglich gewesen wäre, und meiner ganzen Familie, die mich auf diesem Weg immer unterstützt hat.

Der Graduiertenförderung des Landes Nordrhein-Westfalen danke ich für die finanzielle Unterstützung während der Promotion.