

---

# Kollineare Laserspektroskopie an Calcium und Zinn an TRIGA-LASER und ISOLDE

---

**Collinear laser spectroscopy of calcium and tin at TRIGA-LASER and ISOLDE**

Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Christian Gorges aus Hermeskeil

Tag der Einreichung: 18.04.2017, Tag der Prüfung: 10.05.2017

Darmstadt 2017 - D17

1. Gutachten: Prof. Dr. Wilfried Nörtershäuser
2. Gutachten: Prof. Dr. Thomas Aumann



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Institut für Kernphysik  
Fachbereich Physik



Kollineare Laserspektroskopie an Calcium und Zinn an TRIGA-LASER und ISOLDE  
Collinear laser spectroscopy of calcium and tin at TRIGA-LASER and ISOLDE

Genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Christian Gorges aus Hermeskeil

1. Gutachten: Prof. Dr. Wilfried Nörtershäuser
2. Gutachten: Prof. Dr. Thomas Aumann

Tag der Einreichung: 18.04.2017

Tag der Prüfung: 10.05.2017

Darmstadt 2017 - D17

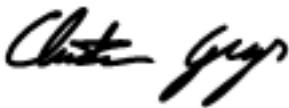
---

## Erklärung zur Dissertation

---

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 18.04.2017



---

(Dipl.-Phys. Christian Gorges)

---

## Zusammenfassung

---

Aus den optischen Spektren der Ionen und Atome lassen sich der Spin, die Änderung des Kernladungsradius, magnetische Dipolmomente sowie elektrische Quadrupolmomente extrahieren. Zur Untersuchung dieser Eigenschaften stellt die kollineare Laserspektroskopie eine besonders geeignete Methode dar, die universell einsetzbar und sehr effizient ist und zudem erlaubt, auch kurzlebige Teilchen mit Lebensdauern im Bereich von Millisekunden und Produktionsraten von wenigen hundert Teilchen pro Sekunde zu untersuchen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Kontrollsystem (TRITON) für die kollineare Laserspektroskopie LASPEC an FAIR entwickelt, welches einen verteilten Zugriff auf die verschiedenen Steuerelemente erlaubt und dadurch sehr flexibel ist. Entwickelt und erprobt wurde es am LASPEC Prototyp, dem TRIGA-LASER Experiment am Forschungsreaktor TRIGA Mainz. Unter Verwendung von TRITON wurden dort dann die Isotopieverschiebungen der stabilen Calciumisotope  $^{40,42,44,48}\text{Ca}$  im  $4s_{1/2} \rightarrow 4p_{3/2}$ -Übergang mit einer Genauigkeit gemessen, die die bisherigen Literaturwerte um etwa eine Größenordnung übertraf. Diese Daten waren Grundlage zur präzisen Bestimmung der Ladungsradien der Calciumisotope  $^{49-52}\text{Ca}$  aus Messungen am kollinearen Laserspektroskopieaufbau COLLAPS an ISOLDE/CERN. Des Weiteren wurden an COLLAPS Entwicklungsarbeiten für die Spektroskopie an  $^{53,54}\text{Ca}$  ausgeführt, bei denen TRITON ebenfalls zum Einsatz kam. Die Produktionsraten für  $^{54}\text{Ca}$  liegen bei etwa einem Ion pro Sekunde und ein optischer Nachweis ist nicht mehr möglich. Stattdessen wurde die Technik des optischen Pumpens mit nachfolgendem zustandsselektiven Ladungsaustausch und  $\beta$ -Detektion einzelner Ionen an COLLAPS implementiert und erfolgreich an  $^{52}\text{Ca}$  demonstriert. Mit diesen Anwendungen wurde die Leistungsfähigkeit und Einsatzbereitschaft des LASPEC-Kontrollsystems für FAIR erfolgreich demonstriert.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde am COLLAPS Experiment Spektroskopie an den Zinnisotopen  $^{109,112-134}\text{Sn}$  durchgeführt. Dabei konnte die Genauigkeit mehrerer elektromagnetischer Momente im Bereich des  $N = 82$  Schalenabschlusses mit einer zehnfach höheren Genauigkeit bestimmt werden als mit den früher durchgeführten Experimenten. Darüber hinaus konnten mit  $^{133,134}\text{Sn}$  erstmals zwei Isotope jenseits des Neutronenschalenabschlusses untersucht werden und damit der Verlauf der Ladungsradien über den Schalenabschluss hinweg etabliert werden. Ebenso wurde eine Reihe an bekannten Isomeren vermessen, namentlich die Isomere mit ungerader Neutronenzahl  $^{113m,117m-131m}\text{Sn}$ , sowie die  $I = 7$ -Isomere  $^{128m}\text{Sn}$  und  $^{130m}\text{Sn}$ . Aus der gemessenen Isotopieverschiebung und der Hyperfeinstruktur konnten die Kernladungsradien, magnetischen Dipolmomente, elektrischen Quadrupolmomente und Isomerieverschiebungen bestimmt werden. Unterhalb des  $N = 82$  Schalenabschlusses verlaufen die Ladungsradien analog zu denen des Elements Cadmium und können sehr gut mit dem Modell von Zamick und Talmi beschrieben werden. Der „Knick“ am Schalenabschluss ist stärker ausgeprägt als beim Element Tellur ( $Z = 52$ ) und damit deutlich größer als von theoretischen Modellen erwartet. Auch die Evolution der elektrischen Quadrupolmomente der Isotope mit Valenzneutronen in der  $h_{11/2}$ -Schale verläuft ähnlich linear wie bei Cadmium und entlang einer deutlich längeren Kette als für das Fassungsvermögen der  $h_{11/2}$  Schale erwartet. Auch für die Unterschiede im Ladungsradius zwischen den  $11/2$ -Intruderzuständen und den Zuständen gewöhnlicher Parität ergeben sich ähnliche Verläufe. Die hier präsentierten vorläufigen Ergebnisse sollen in künftigen Strahlzeiten an COLLAPS an einem zusätzlichen Übergang noch weiter untermauert werden.

---

## Abstract

---

From the optical spectra of the ions and atoms we can extract the spin, the change in mean square charge radius, the magnetic dipole moments, and the electric quadrupole moments. To investigate these properties, collinear laser spectroscopy is a particular appropriate method because it is universally applicable, very efficient and allows to investigate short-lived particles with lifetimes in the range of milliseconds and production rates of a few hundred particles per second. Within the scope of this work, a control system (TRITON) was developed for the collinear laser spectroscopy experiment LASPEC at FAIR, which allows distributed access to the various control elements and is therefore very flexible. It was developed and tested on the LASPEC prototype, the TRIGA-LASER experiment at the research reactor TRIGA Mainz. Using TRITON, the isotope shifts of the stable calcium isotopes  $^{40,42,44,48}\text{Ca}$  have been measured in the  $4s_{1/2} \rightarrow 4p_{3/2}$  transition with an accuracy, which exceeded the previous literature values by about one order of magnitude. These data were the basis for the precise determination of the nuclear charge radii of the calcium isotopes  $^{49-52}\text{Ca}$  from collinear laser spectroscopy installation COLLAPS at ISOLDE/CERN. Furthermore, developments for spectroscopy on  $^{53,54}\text{Ca}$  at COLLAPS have been carried out, where TRITON was also used. The production rates for  $^{54}\text{Ca}$  are about one ion per second and optical detection is no longer possible. Instead, the technique of optical pumping with state selective charge exchange and  $\beta$ -detection of single ions was implemented at COLLAPS and successfully demonstrated at  $^{52}\text{Ca}$ . With these applications, the performance and operational readiness of the LASPEC control system for FAIR was successfully demonstrated.

In the second part of the work, spectroscopy on the tin isotopes  $^{109,112-134}\text{Sn}$  has been performed at the COLLAPS experiment. Several electromagnetic moments close to the  $N = 82$  shell closure have been determined with a tenfold higher accuracy than within earlier experiments. In addition, with the investigation of the isotopes  $^{133,134}\text{Sn}$ , the evolution of the nuclear charge radii could be established beyond the shell closure for the first time. A number of well-known isomers have also been measured, namely the isomers with odd neutron number  $^{113m,117m-131m}\text{Sn}$ , and the  $I = 7$  isomers  $^{128m}\text{Sn}$  and  $^{130m}\text{Sn}$ . From the measured isotope shifts and the hyperfine structure, the nuclear charge radii, magnetic dipole moments, electric quadrupole moments, and isomer shifts were determined. Below the  $N = 82$  shell closure, the charge radii are similar to those of the element cadmium and can be described very well with the model of Zamick and Talmi. The "kink" at the shell closure is more pronounced than on the tellurium ( $Z = 52$ ) and therefore much stronger than expected by theoretical models. The evolution of the electric quadrupole moments of the isotopes with valence neutrons in the  $h_{11/2}$  shell is similar to that of cadmium. Both show a linear trend along a much longer chain than expected for the  $h_{11/2}$  shell. Similar curves are also obtained for the differences in the charge radii between the  $11/2$  intruder states and the states of ordinary parity. The preliminary results presented here are to be further underlined in future beam times at COLLAPS on a different transition.

---

## Inhaltsverzeichnis

---

<b>1 Motivation</b>	<b>8</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>12</b>
2.1 Kernphysikalische Grundlagen . . . . .	12
2.1.1 Das Schalenmodell . . . . .	12
2.1.2 Der Kernladungsradius . . . . .	14
2.1.3 Elektrische und magnetische Momente . . . . .	15
2.2 Atomphysikalische Grundlagen . . . . .	19
2.2.1 Isotopieverschiebung . . . . .	19
2.2.2 Die Hyperfeinstrukturaufspaltung . . . . .	21
2.3 Kollineare Laserspektroskopie . . . . .	23
2.3.1 Calcium . . . . .	25
2.3.2 Zinn . . . . .	27
<b>3 Experimenteller Aufbau</b>	<b>29</b>
3.1 Kollineare Laserspektroskopie an TRIGA-LASER . . . . .	29
3.1.1 Weiterentwicklungen an TRIGA-LASER . . . . .	30
3.2 Kollineare Laserspektroskopie an COLLAPS . . . . .	38
3.3 Das Lasersystem . . . . .	40
<b>4 Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>42</b>
4.1 Kollineare Laserspektroskopie an Calciumionen . . . . .	42
4.1.1 Bestimmung des Startpotentials . . . . .	45
4.1.2 Isotopieverschiebungen stabiler Calciumisotope . . . . .	46
4.1.3 Vergleich der untersuchten Übergänge . . . . .	48
4.1.4 Die ROC-Technik zur Vermessung exotischer Calciumisotope . . . . .	50
4.2 Kollineare Laserspektroskopie an Zinnatomen . . . . .	54
4.2.1 Bestimmung der Spannungsteilerverhältnisse . . . . .	57
4.2.2 Analyse der aufgenommenen Spektren . . . . .	59
4.2.3 Kernladungsradien exotischer Zinnatome . . . . .	65
4.2.4 Dipol- und Quadrupolmomente . . . . .	72
4.2.5 Isomerieverschiebung . . . . .	79
4.2.6 Vergleich zweier atomarer Übergänge . . . . .	80
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>82</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>84</b>

---

## Abbildungsverzeichnis

---

1.1	Grundzustandsenergie pro Nukleon und Residuen der Ladungsradien doppelt magischer Kerne . . . . .	9
1.2	Verlauf des Kernladungsradius in Calcium . . . . .	10
1.3	Verlauf der Ladungsradien von Cadmium, Zinn, Tellur und Xenon . . . . .	10
1.4	Verlauf des Quadrupolmoments der Zinn- und Cadmiumisotope mit Kernspin 11/2 . . . . .	11
2.1	Darstellung des Schalenmodells und der magischen Zahlen . . . . .	14
2.2	Prolate und oblate Deformation eines Atomkerns . . . . .	18
2.3	Hyperfeinaufspaltung an Zinnatomen . . . . .	22
2.4	Einfluss der Energie auf die Geschwindigkeitsbreite und das Intensitätsprofil . . . . .	24
2.5	Levelschema des Calciumions . . . . .	26
2.6	Levelschema des Zinnatoms . . . . .	27
3.1	Schematische Darstellung des TRIGA-LASER Experiments . . . . .	30
3.2	Klassendiagramm von TRITON . . . . .	31
3.3	Der Hauptbildschirm von TRITON, die TritonMain . . . . .	32
3.4	UI zur Steuerung der Ionen . . . . .	33
3.5	UI zur Detektion der Ionen . . . . .	34
3.6	UI zur Umwandlung von schwarz/weiß-Bildern in Falschfarben . . . . .	35
3.7	UI zur Bedienung der offline Ionenquelle . . . . .	36
3.8	Technische Zeichnung der ersten Diagnosestation . . . . .	37
3.9	Visualisierung von Ionen mittels Phosphorschirm . . . . .	38
3.10	Das Layout von ISOLDE . . . . .	39
3.11	Schematische Darstellung der Funktionsweise eines RFQCB . . . . .	40
4.1	Resonanzspektren stabiler Calciumisotope . . . . .	43
4.2	$\chi^2$ in Abhängigkeit des Startpotentials in der D1-Linie . . . . .	45
4.3	Vergleich der an TRIGA-LASER bestimmten Isotopieverschiebungen nach Anwendung der Spannungsbestimmung mit den Referenzwerten in der D1-Linie . . . . .	46
4.4	Vergleich der Isotopieverschiebung in der D2-Linie mit Literaturwerten . . . . .	47
4.5	Kingplot der beiden untersuchten Übergänge in Calcium . . . . .	49
4.6	Änderung des mittleren quadratischen Ladungsradius neutronenreicher Calciumisotope. . . . .	51
4.7	Schematische Zeichnung des ROC-Aufbaus . . . . .	52
4.8	Vergleich von optischem Nachweis und Teilchennachweis mittels ROC. . . . .	53
4.9	Zeitaufgelöstes Spektrum von $^{133}\text{Sn}$ . . . . .	55
4.10	Resonanzspektren aufgenommener Zinnisotope . . . . .	56
4.11	Vergleich der Anpassungen durch Voigt-, Gauss- und Lorentzprofil . . . . .	57
4.12	$\chi^2(R_{\text{ISCOOL}}, R_{\text{opt}})$ -Fläche mit Schnitten durch das globale Minimum . . . . .	59
4.13	Resonanzspektren von $^{117,117m}\text{Sn}$ und $^{119,119m}\text{Sn}$ . . . . .	60
4.14	Differenz in der Isotopieverschiebung in den beiden PMT-Reihen . . . . .	62
4.15	Spektren der Resonanzen von $^{127,127m}\text{Sn}$ und $^{129,129m}\text{Sn}$ . . . . .	63
4.16	Spektren von $^{130,130m}\text{Sn}$ mit zwei möglichen Fitvarianten . . . . .	64
4.17	Resonanzscans von $^{128,128m}\text{Sn}$ mit zwei möglichen Fitvarianten . . . . .	65
4.18	Kingplot der Zinnisotope . . . . .	66
4.19	Änderung des mittleren quadratischen Kernladungsradius für die vermessenen Zinnisotope . . . . .	69
4.20	Kingplot der ermittelten Ladungsradien . . . . .	70

---

4.21 Kernladungsradien verschiedener Elemente am Schalenabschluss $N = 82$ . . . . .	71
4.22 Magnetische Dipolmomente der untersuchten Zinnisotope . . . . .	74
4.23 Elektrische Quadrupolmomente der untersuchten Zinnisotope mit Kernspin $11/2$ . . . . .	76
4.24 Änderung des Kernladungsradius zwischen dem Zustand mit Kernspin $I = 3/2, 1/2$ und dem Zustand mit $I' = 11/2$ für Zinn und Cadmium . . . . .	79
4.25 Kingplot zum Vergleich zweier atomarer Übergänge in Zinn . . . . .	81

---

## Tabellenverzeichnis

---

4.1	Isotopieverschiebung stabiler Calciumisotope in der D1- und der D2-Linie . . . . .	48
4.2	Vergleich der Fitergebnisse bei der Analyse mit fixierten und freien Intensitätsverhältnissen	61
4.3	Isotopieverschiebung und Änderung des mittleren quadratischen Ladungsradius der untersuchten Zinnisotope . . . . .	68
4.4	Hyperfeinparameter des $5p6s\ ^1P_1$ -Energieniveaus . . . . .	73
4.5	Vergleich von Schmidt-Werten mit den im Experiment erhaltenen magnetischen Momenten.	75
4.6	Magnetische Dipolmomente und elektrische Quadrupolmomente der untersuchten Zinnisotope . . . . .	78

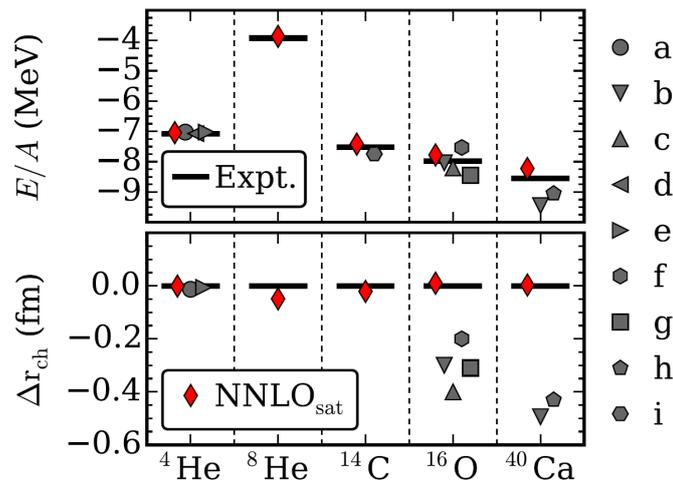
---

## 1 Motivation

---

Seit Rutherford 1911 mit seinen berühmten Streuexperimenten erkannte, dass die positive Ladung eines Atoms auf einen sehr kleinen Raum im Innern konzentriert ist [Rut11], wurde versucht die genaue Größe und Form der Kernladungsverteilung zu bestimmen und daraus Rückschlüsse auf die im Inneren des Kerns wirkenden Kräfte zu ziehen. Mit der Erkenntnis, dass bestimmte Protonen- und Neutronenzahlen zu besonders stabilen Kernen führen und es in der Nähe dieser Kerne eine große Anzahl an stabilen Isotopen gibt, wurde für die Beschreibung von Atomkernen eine Schalenstruktur, ähnlich der Beschreibung der Elektronenschalen, postuliert [GMJ55]. Seitdem sind Elemente, die eine magische Protonenzahl besitzen, im Besonderen die doppelt magischen Kerne mit magischer Protonen- und Neutronenzahl, von herausragender Bedeutung für die Kernphysik. Insbesondere die Stärke des Schalenabschlusses und dessen Evolution mit der Veränderung der Neutronenzahl stehen in jüngerer Zeit im Brennpunkt der Forschung [SP08]. Durch die Wechselwirkung zwischen Neutronen und Protonen kann sich die Lage der Einteilchenzustände der Protonen derart verändern, dass weitab der Stabilität die anhand der stabilen Isotope etablierten Schalenabschlüsse verschwinden oder neue auftreten. Zwei Elemente mit magischer Protonenzahl, denen in dieser Hinsicht eine besondere Bedeutung zukommt, sind Calcium mit der Ordnungszahl 20 und Zinn mit der Ordnungszahl 50. Bei den Calciumisotopen wurden jüngst experimentelle Ergebnisse bekannt, die darauf hinweisen, dass bei den neutronenreichen Isotopen auch die Neutronenzahlen  $N = 32$  und  $N = 34$  typische Anzeichen doppelt magischer Kerne besitzen [Ste13]. Auch entsprechende Massenmessungen deuten auf entsprechende Schalenabschlüsse hin [Wie13], die auch von theoretischen Rechnungen mittels chiraler effektiver Feldtheorien vorhergesagt wurden [Hag12b]. Bei den Zinnisotopen ist es insbesondere die Stärke des Schalenabschlusses bei  $N = 82$ , die eine große Bedeutung für den r-Prozess (rapid neutron capture) der Nukleosynthese spielt. Bei diesem Prozess, der sich insbesondere bei der Verschmelzung von Neutronensternen abspielen soll [FRT99], stellt der  $N = 82$  Schalenabschluss bei den Elementen unterhalb von  $Z = 50$  einen Wartepunkt dar, d.h. die Elementsynthese verläuft hier im Wesentlichen entlang des Schalenabschlusses. Die Stärke des Schalenabschlusses ist für die Berechnung dieses Prozesses ein entscheidender Parameter. Aus diesen und weiteren Gründen auf die unten noch näher eingegangen wird, treibt die COLLAPS Kollaboration an ISOLDE/CERN ein Programm zur Laserspektroskopie an neutronenreichen Calcium- und Zinnisotopen voran [Bis11, Yor13a], in die diese Arbeit eingebettet ist. Eine weitere wichtige Motivation für diese Arbeiten war die erfolgreiche Entwicklung theoretischer ab initio Verfahren für die Beschreibung der Kernstruktur auf der Grundlage der sogenannten chiralen effektiven Feldtheorie ( $\chi$ EFT) [ME11]. Ein großer Fortschritt in der theoretischen Beschreibung mittelschwerer Atomkerne, insbesondere nahe den doppelt-magischen Schalenabschlüssen, ergab sich durch die Kombination realistischer Kernkräfte basierend auf ab initio Verfahren mit leistungsstarken Berechnungsverfahren für Vielkörperprobleme. Die Grundzustandsenergien und Ladungsradien doppelt magischer Kerne können mit Hilfe dieser Rechnungen, die auf die Integration von empirischen Parametern verzichtet, sehr gut reproduziert werden [Eks15, Hag16]. Ein Vergleich berechneter Grundzustandsenergien und Ladungsradien mit experimentellen Daten ist für einige doppelt magische Kerne in Abbildung 1.1 gezeigt. Von den verschiedenen Berechnungsmethoden zeigt vor allen Dingen der auf der NNLO<sub>sat</sub>- Wechselwirkung beruhende Ansatz eine exzellente Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Bei diesen Berechnungen wurde der neue Ansatz gewählt, die Kopplungskonstanten für Zwei-Nukleonen- (NN) und Drei-Nukleonen- (NNN) Wechselwirkungen gleichzeitig für die leichten Elemente sowie für Kohlenstoff- und Sauerstoffisotope bis zu zwei Ordnungen weiter als der führenden Ordnung (NNLO, next-to-next-to leading order) zu optimieren. Eine wichtige Observable für den Vergleich mit theoretischen Modellen stellt demnach die experimentell zugängliche Variable des Kernladungsradius dar. Die elastische Elektronenstreuung war zunächst die wichtigste Quelle zur Bestimmung der Ladungsverteilung eines Kerns [HFM53]. Ebenso lassen sich myonische Übergänge eines Atoms und Experimente mit inelastischer Streuung und anschlie-

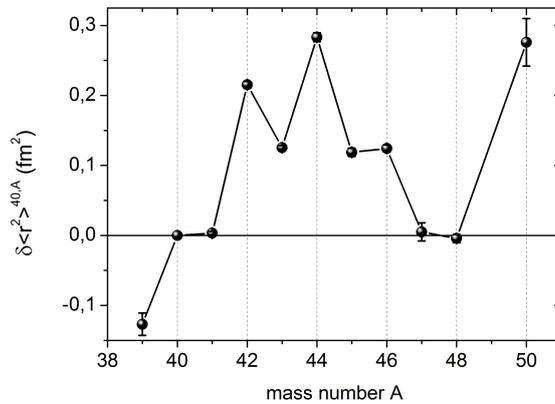
ßender Untersuchung der entstehenden Strahlung für die Bestimmung von Kerneigenschaften verwenden. Immer größere Beliebtheit erlangte aber auch die Untersuchung der Atomhülle, zum Einen durch die Analyse von Röntgenspektren, zum Anderen mit Hilfe der Laserspektroskopie. Eine besondere Variante der Laserspektroskopie zur Untersuchung extrem kurzlebiger Isotope mit Lebensdauern im Bereich von Millisekunden stellt die *kollineare Laserspektroskopie* [Kau76] dar. Das Besondere an der kollinearen Laserspektroskopie ist die Untersuchung der Ionen bzw. Atome im Flug mit hoher Auflösung. Das lässt die Methode ideal erscheinen für die Verwendung an Beschleunigeranlagen, wo exotische Isotope wie die neutronenreichen Calcium- und Zinnisotope  $^{52,53,54}\text{Ca}$  und  $^{133,134}\text{Sn}$ , die im Fokus dieser Arbeit stehen, hergestellt und untersucht werden können.



**Abbildung 1.1:** Grundzustandsenergie pro Nukleon (oben) und Residuen der Ladungsradien doppelt magischer Kerne (unten). Dargestellt sind experimentelle Ergebnisse zusammen mit Berechnungen aus a [Nav07, Jur11], b [Bin14], c [Epe14], d [Epe12], e [Mar14a], f [W105], g [Hag12a], h [Bac14], i [Mar11], NNLO [Eks15]. Die Abbildung ist entnommen aus [Eks15].

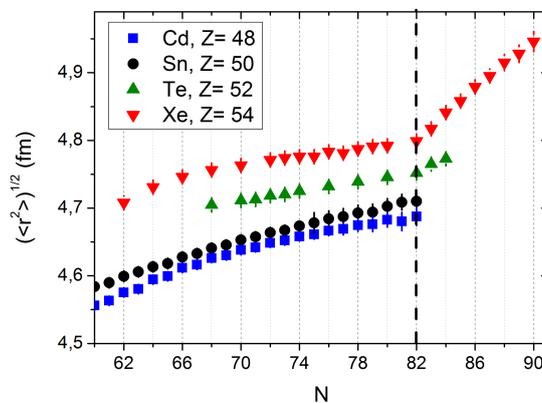
Calcium besitzt zwei stabile, doppelt magische Kerne  $^{40}\text{Ca}$  und  $^{48}\text{Ca}$ , die trotz des Unterschiedes von acht Neutronen den fast gleichen Kernladungsradius aufweisen [Woh78, Pal84]. Der Verlauf des Kernladungsradius zwischen diesen beiden Isotopen ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Dort ist auch das in Calcium besonders betonte *odd-even staggering*, also große Unterschiede im Kernladungsradius zwischen Isotopen mit gerader und ungerader Neutronenzahl, zu sehen, welches das Element zu einem der Schlüsselpunkte im Verständnis kernphysikalischer Eigenschaften und seit Jahrzehnten zu einem Schwerpunkt experimenteller und theoretischer Untersuchungen macht (siehe z.B. [Bru62, Pal84, Asp91, Hol12, Geb15]). Im letzten Jahrhundert war mit der Spektroskopie an  $^{39}\text{Ca}$  bis  $^{50}\text{Ca}$  [Pal84, Ver92, Ver96] die Leistungsfähigkeit kollinear Laserpektroskopie an ISOLDE ausgeschöpft. Erst durch die Etablierung weiterführender Kühl- und Akkumulationstechniken für die Ionenstrahlen, die den durch Laserstreulicht induzierten Untergrund um Größenordnungen reduzierten [Jok03], und der Installation des ISCOOL Radiofrequenzquadrupol Kühler und Akkumulators gelang es an ISOLDE die Spektroskopie auf die Isotope  $^{49,51,52}\text{Ca}$  [Gar15, Gar16] auszuweiten. Für die präzise Bestimmung von Isotopieverschiebungen und damit der Ladungsradien aus diesen Messungen wurden genaue Referenzwerte der stabilen Isotope im verwendeten Übergang benötigt. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit die kollineare Laserspektroskopie stabiler Calciumionen am TRIGA-LASER Experiment am Forschungsreaktor TRIGA Mainz durchgeführt. Zur Realisierung dieser Messungen wurde das TRIGA-

LASER Experiment entscheidend weiterentwickelt.



**Abbildung 1.2:** Verlauf des Kernladungsradius in Calcium. Dargestellt ist die Änderung des Ladungsradius relativ zum Referenzisotop  $^{40}\text{Ca}$ , die Werte sind entnommen aus [Pal84, Ver92, Ver96].

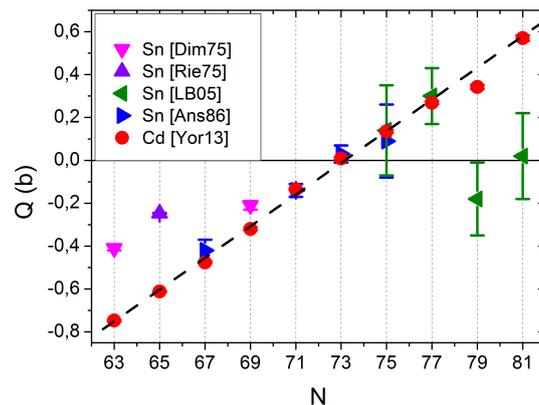
Auch in der Zinnisotopenkette gibt es zwei doppelt magische Kerne:  $^{100}\text{Sn}$  und  $^{132}\text{Sn}$ . Diese befinden sich allerdings weitab der Stabilität und zerfallen mit Halbwertszeiten von 0,8 s und 39,7 s. Bemerkenswert ist auch, dass das Element Zinn die meisten stabilen Isotope aller Elemente aufweist. Diese Eigenschaften sowie die Bedeutung des  $N = 82$  Schalenabschlusses für den r-Prozess, machen Zinn zu einem besonders wichtigen Element zur Bestimmung kernphysikalischer Eigenschaften in diesem Massenbereich, sowohl von theoretischer als auch experimenteller Seite (siehe zum Beispiel [Dob83, Ans86, Ebe87, Pil90, Liu12]). Bezüglich der Kerneigenschaften wurden bisher die Isotope  $^{108-132}\text{Sn}$  laserspektroskopisch untersucht, zum Teil nur mit sehr beschränkter Auflösung. Von besonderem Interesse sind aber vor allem die Isotope oberhalb des magischen Neutronenschalenabschlusses. Jenseits von  $N = 82$  existieren in diesem Massenbereich lediglich Daten zu Ladungsradien für Elemente mit höherer Ordnungszahl als Zinn. In Abbildung 1.3 sind beispielhaft die Ladungsradien der Elemente Cadmium, Zinn, Xenon und Tellur dargestellt.



**Abbildung 1.3:** Verlauf der Ladungsradien von Cadmium-, Zinn-, Tellur- und Xenonisotopen als Funktion der Neutronenzahl. Werte entnommen aus [FH04, LB05, Sif07, Lib07, Ham13].

Diese zeigen einen deutlichen Anstieg im Kernladungsradius oberhalb des Neutronenschalenabschlusses. Dieser Knick, der besonders stark im Element Xenon ausgeprägt ist, wird weniger markant, wenn man vom stabilen Isotop  $^{134}\text{Xe}$  zu kleineren Protonenzahlen übergeht, wie es anhand der Isotopenkette des Tellur zu sehen ist. Basierend auf diesen Beobachtungen und theoretischen Hartree-Fock-Berechnungen [Kor12, Sch12] wird ein schwächer ausgeprägter Knick für Zinn erwartet. Darüber hinaus lässt eine genaue Kenntnis der Kernladungsradien der neutronenreichen Zinnisotope auch Schlüsse auf deren Neutronenhaut zu, die dann z.B. durch inelastische Streuversuche und über die Untersuchung von Pygmy-Dipol-Resonanzen der Kerne experimentell bestimmbar ist [Kli07].

Interessant ist auch der Blick auf das Nachbarlement Cadmium, das zwei Protonen weniger besitzt und dessen bisher bestimmte Ladungsradien exakt parallel zu den Zinnradien verlaufen, was ebenfalls in Abbildung 1.3 zu sehen ist. In Abbildung 1.4 ist weiterhin das elektrische Quadrupolmoment der Cadmiumisomere mit einem Kernspin von 11/2 dargestellt. Hier wurde ein linearer Anstieg des Quadrupolmoments über zehn 11/2-Isomere beobachtet [Yor13b]. Dies würde ein Fassungsvermögen für 20 identische Neutronen in dieser Neutronenschale voraussetzen. Mit zwölf Neutronen ist die  $h_{11/2}$ -Schale aber bereits vollständig gefüllt. Auch in Zinn wurden die elektrischen Quadrupolmomente von zehn Isotopen mit Kernspin 11/2 mit unterschiedlichen Methoden vermessen, sie sind ebenfalls in Abbildung 1.4 dargestellt. Während in Cadmium alle Quadrupolmomente sehr gut mit einer linearen Anpassung beschrieben werden können, liegen nur sechs der in Zinn experimentell bestimmten Quadrupolmomente in etwa auf dieser Geraden, vor allem die Quadrupolmomente der beiden Isotope  $^{129,131}\text{Sn}$  weichen stark von ihr ab, besitzen aber auch vergleichsweise große Unsicherheiten.



**Abbildung 1.4:** Verlauf des Quadrupolmoments der Zinn- und Cadmiumisotope mit Kernspin 11/2 in Abhängigkeit der Neutronenzahl. Ebenso ist eine lineare Anpassung der Cadmiummomente angedeutet. Werte entnommen aus [Dim75, Rie75, Ans86, LB05, Yor13b].

Bei der Analyse der Kernladungsradien in Cadmium wurde der Ladungsradius im Grundzustand verglichen mit dem im angeregten Kernzustand, dem *Isomer*. Trägt man diese *Isomeriewerschiebung* in Abhängigkeit von der Neutronenzahl auf, so ergibt sich passend zum linearen Anstieg im Quadrupolmoment eine klare Parabelform [Yor16]. Das bedeutet, dass die in Cadmium untersuchten Isomere, die allesamt den Kernspin 11/2 aufweisen, ihre Form deutlich und einem einfachen Zusammenhang folgend ändern, während sich die Form im Grundzustand nur schwach ändert. Da die meisten Quadrupolmomente in der Reihe der Zinnisotope nur einmal und zum Teil mit niedriger Präzision und verschiedenen Methoden gemessen wurden, erscheint es notwendig, sie erneut zu vermessen und ihren Verlauf zu überprüfen. Daraus lassen sich dann auch Rückschlüsse über die Isomeriewerschiebung in Zinn ziehen. Daher wird als zweiter Teil dieser Arbeit kollineare Laserspektroskopie an neutronenreichen Zinnisotopen am COLLAPS Experiment an ISOLDE/CERN durchgeführt und daraus die Ladungsradien und Momente neutronenreicher Zinnisotope bestimmt.

---

## 2 Theorie

---

In der kollinearen Laserspektroskopie werden die Elektronen der Atomhülle mit Hilfe eines Lasers angeregt und über die Bestimmung der Anregungsenergien und des Aufspaltungsmusters verschiedene kernphysikalische Eigenschaften wie der Kernspin, der Kernladungsradius, das elektrische Quadrupol- und das magnetische Dipolmoment bestimmt. Dabei wird ausgenutzt, dass die Energien der elektronischen Zustände nicht nur für jedes Element, sondern auch für jedes Isotop spezifisch sind und kernmodellunabhängige Rückschlüsse auf die Grundzustandseigenschaften des Kerns zulassen. Dieses Kapitel befasst sich zunächst mit den kern- und atomphysikalischen Grundlagen, danach wird die kollineare Laserspektroskopie vorgestellt und schließlich werden die wichtigsten Eigenschaften der beiden Elemente Calcium und Zinn, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden, vorgestellt.

---

### 2.1 Kernphysikalische Grundlagen

---

Ein Atom  ${}^A_ZX$  besteht aus  $Z$  Protonen und  $(A - Z)$  Neutronen, die sich dank der starken Wechselwirkung trotz der Coulombabstoßung zu einem gebundenen Atomkern formieren, sowie aus  $Z$  Elektronen in der Atomhülle. Wir betrachten zunächst den Atomkern und seine Eigenschaften, bevor wir auf dessen Einfluss auf die Atomhülle eingehen. Es gibt unterschiedliche Herangehensweisen, den Atomkern und seine Zusammensetzung zu beschreiben. Eine davon ist die Betrachtung des Kerns im Einteilchenmodell, aus dem sich das Schalenmodell ergibt.

---

#### 2.1.1 Das Schalenmodell

---

Im *Einteilchenmodell* wird die Bewegung eines Nukleons beschrieben, in dem man das mittlere Potential aller übrigen Nukleonen im Kern bestimmt und dieses dann als effektives Potential betrachtet, in dem sich das Valenznukleon bewegt. Auf Grund der konstanten Dichte im Innern des Kerns, die zum Kernrand hin rapide abfällt, kann das Kernpotential in erster Näherung als Kastenpotential dargestellt werden, in dem sich das Nukleon quasi frei bewegen kann. Die potentielle Energie  $E_{\text{pot}}$  ist dann:

$$E_{\text{pot}}(r) = \begin{cases} -E_0 & , \text{wenn } r < a \\ 0 & , \text{wenn } r \geq a \end{cases}, \quad (2.1)$$

mit dem Kernradius  $a$ . Löst man die Schrödingergleichung für ein Nukleon der Masse  $m$  in einem dreidimensionalen Kastenpotential, so ergeben sich  $n$  mögliche diskrete Energiezustände, die nach dem Pauli-Prinzip mit je zwei Neutronen und Protonen bis zur *Fermi-Energie*  $E_F$  besetzt werden. Diese Fermi-Energie ist dann [Dem05]

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{6n_F \pi^2}{V} \right)^{2/3}, \quad (2.2)$$

mit dem reduzierten Plank'schen Wirkungsquantum  $\hbar$ , dem Volumen des Potentialtopfes  $V$  und dem höchsten besetzten Zustand  $n_F$ . Statt des Kastenpotentials könnte man ein dreidimensionales harmonisches Oszillatorpotential verwenden. Noch realistischer ist die Verwendung des *Wood-Saxon-Potentials* [Dem05]:

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{(r-a)/b}}, \quad (2.3)$$

dessen Verlauf zwischen Kasten- und Oszillatorpotential liegt. Der Fitparameter  $b$  ist hierbei ein Maß für die Hautdicke, also des Bereiches, in dem das Potential vom konstanten Wert im Kerninnern auf

Null abfällt. Eine weitere Verbesserung dieses Modells wird durch die differenzierte Betrachtung von Protonen erreicht. Da Protonen geladene Teilchen sind, wirkt hier zusätzlich die Coulombabstoßung. Der Potentialtopf der Protonen liegt auf Grund dieser Abstoßung etwas höher als der der Neutronen. Möchte man ein Proton oder Neutron aus dem Kern entfernen, so muss man mindestens eine Energie von [Dem05]

$$E = E_{\text{kin}}^{\text{max}} + E_{\text{pot}} = E_F - E_0 \quad (2.4)$$

aufwenden, die der Differenz aus maximaler kinetischer Energie im höchsten besetzten Zustand  $E_{\text{kin}}^{\text{max}} = E_F$  und potentieller Energie  $E_{\text{pot}} = -E_0$  entspricht. Diese Energie wird auch Separationsenergie genannt. Die Energie, die benötigt wird, um einen Kern in seine einzelnen Nukleonen zu zerlegen, heißt totale Bindungsenergie  $E_B$ . Die Separationsenergie lässt sich damit auch als Differenz der Bindungsenergien von Mutter- und Tochterkern darstellen [Dem05]:

$$\begin{aligned} E_S(p) &= E_B(N, Z) - E_B(N, Z - 1) \\ E_S(n) &= E_B(N, Z) - E_B(N - 1, Z). \end{aligned} \quad (2.5)$$

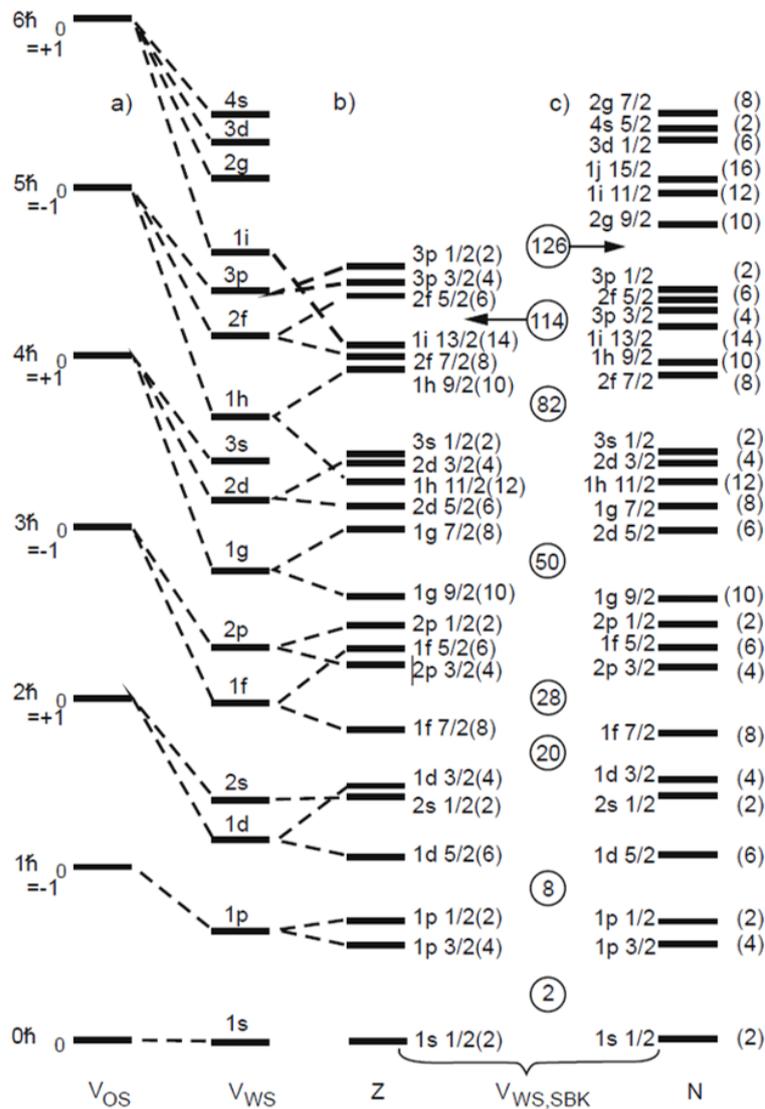
Im Allgemeinen wird die Bindungsenergie größer, wenn sich zwei Protonen oder Neutronen mit antiparallelem Spin zu einem Paar vereinigen. Man spricht dann von der Paarenergie [Dem05]:

$$\begin{aligned} E_p(p) &= 2[E_B(Z, N) - E_B(Z - 1, N)] - [E_B(Z, N) - E_B(Z - 2, N)] \\ E_p(n) &= 2[E_B(Z, N) - E_B(Z, N - 1)] - [E_B(Z, N) - E_B(Z, N - 2)]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Experimentelle Beobachtungen zeigen Maxima der Separationsenergien und der Paarungsenergien für bestimmte Neutronen- bzw. Protonenzahlen. Bei den gleichen Nukleonenzahlen ergeben sich auch Maxima für die Anregungsenergien vom Grundzustand in den ersten angeregten Kernzustand. Diese sogenannten *magischen Zahlen* 2, 8, 20, 28, 50, 82 und 126 werden, analog zur Schalenstruktur in der Atomphysik, daher auch als Abschlüsse von Protonen- bzw. Neutronenschalen angesehen. Die kleinen magischen Zahlen können bereits mit dem oben beschriebenen Kasten- oder Wood-Saxon-Potential erklärt werden, wie auch in Abbildung 2.1 zu sehen ist. Für größere  $N$  bzw.  $Z$  reicht diese Betrachtung aber nicht mehr aus und die Wechselwirkung des Nukleons mit dem Rumpf auf Grund des Spins und des Bahndrehimpulses des Kerns muss mit berücksichtigt werden. Während die Schalen bis zum Schalenabschluss bei  $N = 28$  nur aus Zuständen einer Parität gebildet werden, treten in den höheren Schalen aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung Terme mit entgegengesetzter Parität aus den darüber liegenden Oszillatorschalen auf. Sie besitzen im Vergleich zu den umliegenden Niveaus relativ große Drehimpulse und führen daher zum Auftreten langlebiger isomerer Zustände. Ein Beispiel dafür ist der  $h_{11/2}$  Intruder-Zustand unterhalb von  $N = 82$  der in den Zinn- und Cadmiumisotopen eine wichtige Rolle spielt. Die Wechselwirkung des Nukleonenspins  $\vec{s}$  mit dem Bahndrehimpuls  $\vec{\ell}$ , die *Spin-Bahn-Kopplung*, führt für das  $i$ -te Nukleon zu einem effektiven Potential von [Dem05]:

$$V_i(r) = V(r) + V_{\ell s}(r) \cdot \vec{\ell} \cdot \vec{s}. \quad (2.7)$$

Mit Hilfe dieses Potentials zeigten M. Goeppert Mayer und J. Jensen [GMJ55], dass bei den experimentell beobachteten magischen Zahlen die Lücken zwischen den Energiezuständen besonders groß sind (siehe Abbildung 2.1). Aus dem Schalenmodell ergibt sich ebenso, dass bei einer vollen Schale stets der Gesamtdrehimpuls des Kerns  $\vec{J} = \sum \vec{j}_i$ , der als *Kernspin*  $\vec{I}$  bezeichnet wird, Null sein muss. Kerne mit magischer Protonen- und Neutronenzahl heißen *doppelt magisch*, sie besitzen eine besonders große Stabilität verglichen mit den benachbarten Kernen ähnlicher Nukleonenzahlen. Als Beispiele seien hier  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$  und  ${}^{132}_{50}\text{Sn}$  genannt, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden.



**Abbildung 2.1:** Darstellung der Aufspaltung und Verschiebung der Energieniveaus für verschiedene Nucleonenzahlen an Hand des harmonischen Oszillatormodells (OS), des Wood-Saxon-Modells (WS) und der Spin-Bahn-Kopplung (SBK), letzteres getrennt für Protonen (Z) und Neutronen (N). Zu sehen sind die großen Energielücken bei den magischen Zahlen. Die Darstellung wurde entnommen aus [BWW08].

## 2.1.2 Der Kernladungsradius

Neben dem Materieradius eines Atomkerns spielt auch der Ladungsradius eine wichtige Rolle für das Verständnis des Aufbaus von Atomkernen. Myers, Swiatecki und Schmidt [MS83] haben das ursprünglich von Carl Friedrich von Weizsäcker entworfene Flüssigkeitstropfenmodell (liquid drop model) zur Beschreibung eines Atomkerns weiterentwickelt und zum Tröpfchenmodell (droplet model) erweitert, in dem sie den Kern als Mischung zweier Flüssigkeiten, den Protonen und Neutronen, betrachten. Daraus ließ sich zum Beispiel die Existenz einer Neutronenhaut ableiten. Neben dem Materieradius haben sie auch den Ladungsradius bestimmt und dabei experimentelle Beobachtungen berücksichtigt. Sie erhalten für die Größe des Atomkerns  $R$  [MS83]:

$$R = r_0 A^{1/3} (1 + \bar{\epsilon}), \quad (2.8)$$

wobei  $r_0$  die Konstante für den Kernradius ist und für  $\bar{\epsilon}$  gilt [MS83, BT85]

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{K} \left( -2a_S A^{-1/3} B_S + L \bar{\delta}^2 + c_1 Z^2 A^{-4/3} B_C \right), \quad (2.9)$$

mit den Parametern der Kompressionsfähigkeit  $K$ , dem Dichteparameter  $L$ , dem Koeffizienten für die Coulombenergie  $c_1 = 3/5 (e^2/r_0)$ , dem Verhältnis der Oberfläche eines deformierten Kerns zu einem runden Kern gleichen Volumens  $B_S$ , dem Analogon für die Coulombenergie  $B_C$  (in erster Näherung ist  $B_S, B_C \approx 1$ ) und dem Asymmetrie-Parameter  $\bar{\delta}$  [MS83, BT85]:

$$\bar{\delta} = \frac{I + \frac{3}{16} \frac{c_1}{Q} Z A^{-2/3} B_V}{1 + \frac{9}{4} \frac{J}{Q} A^{-1/3} B_S}. \quad (2.10)$$

Der Faktor  $B_V (\approx 1)$  ist mit Änderungen des Coulombpotentials auf der Oberfläche eines deformierten Kerns verknüpft,  $I$  beschreibt in diesem Fall ein Verhältnis von Protonen- und Neutronenzahl  $I = (N - Z)/A$ ,  $Q$  ist die Steifigkeit der Oberfläche und  $J$  der Koeffizient der Asymmetrie. Daraus lässt sich dann unter anderem der effektive Radius der Verteilung der Protonen  $R_Z$  zu [MS83]

$$R_Z = R - \frac{N}{A} \cdot t \quad (2.11)$$

bestimmen, wobei die Neutronenhautdicke in Gl. 2.12 definiert wurde.

$$t = \frac{2}{3} R (I - \bar{\delta}) / B_S. \quad (2.12)$$

Den effektiven Radius der Neutronenverteilung erhält man entsprechend als

$$R_N = R + \frac{Z}{A} \cdot t. \quad (2.13)$$

Allgemein ist der mittlere Kernladungsradius  $\langle r^2 \rangle$  einer sphärisch symmetrischen Ladungsdichteverteilung  $\rho_0(r)$  definiert als [NG14]

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{Ze} \int \rho_0(r) \cdot r^2 dV. \quad (2.14)$$

Damit ergibt sich im Tröpfchenmodell der mittlere quadratische Kernladungsradius

$$\langle r^2 \rangle = \langle r^2 \rangle_u + \langle r^2 \rangle_r + \langle r^2 \rangle_d. \quad (2.15)$$

Der Hauptbeitrag zum Kernladungsradius ist der Beitrag  $\langle r^2 \rangle_u = \frac{3}{5} R_Z^2$  der Größe der gleichförmigen Ladungsverteilung. Ein weiterer Beitrag ergibt sich aus der Umverteilung und der Abhängigkeit von der Form des Kerns  $\langle r^2 \rangle_r = \frac{12}{175} C' R_Z^2$ , wobei der Parameter  $C'$  proportional zur Ladungszahl  $Z$  ist. Der letzte Summand  $\langle r^2 \rangle_d = 3b^2$  rührt aus der Unschärfe (*diffuseness*) des Kerns mit dem Parameter für die Unschärfe  $b$ .

---

### 2.1.3 Elektrische und magnetische Momente

---

Kerne mit einer ungeraden Zahl an Protonen oder Neutronen besitzen in der Regel auch einen nicht verschwindenden Kernspin und damit verknüpft auch ein magnetisches Dipolmoment. Bei nicht sphärischen Kernen kann außerdem auch ein Quadrupolmoment auftreten.

---

## Das magnetische Dipolmoment

---

Das durch die Bewegung eines geladenen Teilchens mit der Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  erzeugte magnetische Feld hat einen Einfluss auf andere geladene Teilchen in seiner Umgebung.

Die magnetische Induktion [BWW08]

$$\vec{B}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}) \quad (2.16)$$

ergibt sich aus dem Vektorpotential

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r', \quad (2.17)$$

mit der magnetischen Feldkonstante  $\mu_0$ . Entwickelt man den Ausdruck

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \varphi(\vec{r}, \vec{r}')} \quad (2.18)$$

nach Potenzen von  $1/r$  und nimmt eine (im Kern) lokal begrenzte, divergenzfreie Stromverteilung an, so ergibt sich nach einigen Umformungen der erste nichtverschwindende Term zu [BWW08]

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{\mu} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (2.19)$$

mit dem *magnetischen Dipolmoment*

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int [\vec{r} \times \vec{j}(\vec{r})] d^3r. \quad (2.20)$$

Die Stromdichte  $\vec{j} = \rho \vec{v}$  wird auf Grund der Bewegung der Protonen mit der Geschwindigkeit  $v$  hervorgerufen. Gleichung (2.20) enthält sowohl die Ladungsverteilung als auch das Vektorprodukt  $\vec{r} \times \vec{v} = \frac{\vec{L}}{m}$ , das mit dem Drehimpuls  $\vec{L}$  des Protons verknüpft ist. In quantenmechanischer Betrachtung folgt damit für die  $z$ -Komponente des magnetischen Moments [BWW08]

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2m_p} L_z = \mu_N L_z, \quad (2.21)$$

wobei  $\mu_N$  als *Kernmagneton* bezeichnet wird. Berücksichtigt man des Weiteren das magnetische Moment des Nukleonenspins, so gilt für das magnetische Moment eines Nukleons mit Bahndrehimpuls  $\vec{\ell}$  und Spin  $\vec{s}$  [BWW08]

$$\vec{\mu} = (g_\ell \vec{\ell} + g_s \vec{s}) \mu_N, \quad (2.22)$$

mit den gyromagnetischen Faktoren des Bahndrehimpulses  $g_\ell$  und des Spins  $g_s$ . Mit dem Kernspin  $\vec{I}$  eines Kerns, der über die Vektorsumme der Spins von Neutronen und Protonen und deren eventuell vorhandener Bahndrehimpulse

$$\vec{I} = \sum_i (\vec{s}_i + \vec{\ell}_i), \quad (2.23)$$

gebildet wird, lässt sich das magnetische Moment  $\mu_I$  eines Kerns mit Kernspin  $\vec{I} \neq 0$  als [BWW08]

$$\vec{\mu}_I = g_I \cdot \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{I} \quad (2.24)$$

mit dem dimensionslosen gyromagnetischen Faktor  $g_I$  ausdrücken. Die magnetischen Momente freier Protonen und Neutronen

$$\mu_p = 2,7928456\mu_N, \quad \mu_n = -1,913042\mu_N \quad (2.25)$$

sind experimentell bekannt und ergeben die freien gyromagnetischen Faktoren [NN06]

$$g_{s,\text{free}}^p = +5,587 \quad g_{s,\text{free}}^n = -3,826. \quad (2.26)$$

Die  $g$ -Faktoren des Bahndrehimpulses lauten

$$g_{\ell,\text{free}}^p = 1, \quad g_{\ell,\text{free}}^n = 0. \quad (2.27)$$

Zum magnetischen Moment des Kerns tragen nur die ungepaarten Nukleonen maßgeblich bei. Kerne, die nur aus gepaarten Nukleonen bestehen, haben im Grundzustand einen Kernspin von Null und besitzen daher auch kein magnetisches Moment. Für Kerne mit ungerader Protonen- oder Neutronenzahl lassen sich vor allem für leichte Kerne die magnetischen Momente des Kerns aus dem Moment des ungepaarten Nukleons und des Kernspins abschätzen. Diese Momente können anhand der Gleichungen (2.22)-(2.27) berechnet werden und sind als *Schmidt-Werte* [NN06]

$$\begin{aligned} \mu \left( I = \ell + \frac{1}{2} \right) &= \left[ \left( I - \frac{1}{2} \right) g_\ell + \frac{1}{2} g_s \right] \mu_N \\ \mu \left( I = \ell - \frac{1}{2} \right) &= \frac{I}{I+1} \left[ \left( I + \frac{3}{2} \right) g_\ell - \frac{1}{2} g_s \right] \mu_N \end{aligned} \quad (2.28)$$

bekannt. Bei schweren Kernen wird das magnetische Moment des ungepaarten Nukleons von den übrigen Nukleonen stark beeinflusst, hier müssen die Schmidt-Werte durch die Einführung von effektiven gyromagnetischen Faktoren  $g_{\text{eff}} < g_{\text{free}}$  angepasst werden. Typische effektive  $g$ -Faktoren sind etwa  $g_{\text{eff}} \approx 0,8g_{\text{free}}$  für Calcium [Gar15] und  $g_{\text{eff}} \approx 0,7g_{\text{free}}$  in der Nickelregion [Wra17]. Für Zinn wurden bereits effektive  $g$ -Faktoren im Bereich von  $g_{\text{eff}} = 0,5g_{\text{free}}$  [Ebe87] bis  $g_{\text{eff}} \approx 0,7g_{\text{free}}$  [LB05] verwendet.

---

## Das elektrische Quadrupolmoment

---

Eine Verteilung elektrischer Ladungen und ihre Bewegungen erzeugen elektrische Felder. Analog zum zuvor eingeführten Vektorpotential zur Beschreibung des magnetischen Beitrags, lässt sich auch ein elektrisches Potential  $\phi$  bestimmen zu [BWW08]

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_k(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'. \quad (2.29)$$

Hier ist  $\rho_k(\vec{r})$  die Ladungsdichte im betrachteten Volumen. Die ersten drei Terme der Reihenentwicklung sind [BWW08]

- Monopolterm

$$\phi_M(r) = \frac{\int \rho_k(r') d^3 r'}{r} = \frac{Q}{r}, \quad (2.30)$$

mit der Gesamtladung  $Q$  (Monopolmoment).

- Dipolterm

$$\phi_D(r) = \frac{\int \rho_k(r') z' d^3 r'}{r^2}, \quad (2.31)$$

mit dem Dipolmoment  $D = \int \rho_k(r) z d^3 r$ .

- Quadrupolterm

$$\phi_Q(r) = \frac{1}{2} \frac{\int \rho_k(r') (3z'^2 - r'^2) d^3 r'}{r^3}, \quad (2.32)$$

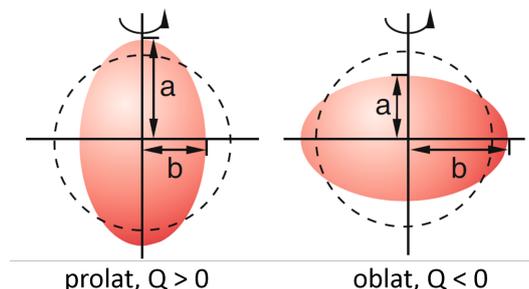
mit dem spektroskopischen Quadrupolmoment

$$Q_0 = \int \rho_k(r) (3z^2 - r^2) d^3 r. \quad (2.33)$$

Aus Symmetriegründen besitzen Atomkerne kein statisches elektrisches Dipolmoment. Eine nicht kugelsymmetrische Verteilung für Kerne mit einem Kernspin  $I > 1/2$  führt aber zu einem elektrischen Quadrupolmoment. Gleichung (2.33) kann unter Verwendung von Kugelkoordinaten geschrieben werden als [BWW08]

$$eQ_0 = e \int r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \rho_K(r) d^3 r. \quad (2.34)$$

Hierbei ist  $\theta$  der Polarwinkel und  $\rho_K(r)$  die Kernladungsdichte. Für ein elektrisches Quadrupolmoment  $Q > 0$  ergibt sich eine prolate Verformung (zigarrenförmige Deformation), ist  $Q < 0$  so ist die Verformung oblat (diskusförmige Deformation). Diese beiden Formen sind in Abbildung 2.2 illustriert.



**Abbildung 2.2:** Darstellung der Deformation eines Atomkerns. Links ist die prolate, rechts die oblate Deformation eines Atomkerns bezüglich der Symmetrieachse gezeigt. Die Abbildung wurde entnommen aus [Dem05].

Gemäß des Schalenmodells ergibt sich ein negatives Quadrupolmoment bei Kernen, dessen Protonenzahl um eins größer ist als eine magische Zahl, da das zusätzliche Proton die sonst kugelsymmetrische Ladungsverteilung in einer Ebene vergrößert. Ebenso ergibt sich ein positives Quadrupolmoment für

Kerne mit einem fehlenden Proton zum magischen Schalenabschluss. Daraus ergibt sich das *Einteilchen-Quadrupolmoment*  $Q_J$  eines Kerns mit Kernspin  $I = J$  zu [Hey99]

$$Q_J = -e_J \frac{2J-1}{2J+2} \cdot \langle r^2 \rangle_J, \quad \text{falls } J > 1/2, \quad (2.35)$$

$$Q_J = 0 \quad \text{falls } J = 0, 1/2. \quad (2.36)$$

Hierbei ist  $\langle r^2 \rangle_J$  der Erwartungswert des Ladungsradius für ein Proton in der äußersten Schale mit Gesamtdrehimpuls  $J$  und  $e_J$  die effektive Ladung des Protons. Durch Auffüllen einer Protonenschale mit identischen Protonen wird das Quadrupolmoment eines Kerns stets um einen Bruchteil des Beitrags des Einteilchen-Quadrupolmoments erhöht. Daraus ergibt sich auch direkt, dass die elektrischen Quadrupolmomente für Kerne mit weniger als halb gefüllter Protonenschale negativ sind und mit mehr als halb gefüllter Protonenschale positiv. Ebenso folgt daraus ein linearer Verlauf des Quadrupolmoments beim Auffüllen einer Schale, es ergibt sich demnach ein elektrisches Quadrupolmoment von [HA55]

$$Q = Q_J \frac{2J+1-2p}{2J-1}, \quad (2.37)$$

mit der Anzahl der Protonen  $p$ . Vor allem die Atomkerne mit kleinen elektrischen Quadrupolmomenten, also geringen Deformationen können mit diesem Modell sehr gut beschrieben und es kann auch auf Neutronenschalen übertragen werden. H. Horie und A. Arima [HA55] erklären einen ähnlichen Effekt für Atomkerne mit gerader Protonen-, aber ungerader Neutronenzahl über die Wechselwirkung der Neutronen mit den Protonen und eine daraus resultierende Polarisierung des Kerns. Da Neutronen keine (äußere) Ladung tragen, würde ohne Wechselwirkung mit den Protonen im Kern das elektrische Quadrupolmoment bei gerader Protonenzahl stets verschwinden (siehe Gl. (2.35)). Im *Seniority Schema* lässt sich das elektrische Quadrupolmoment für  $n$  äquivalente Nukleonen allgemein beschreiben [dST63]:

$$\langle J^n; \nu I | \widehat{Q} | J^n; \nu I \rangle = \frac{2J+1-2n}{2J+1-2\nu} \langle J^\nu; \nu I | \widehat{Q} | J^\nu; \nu I \rangle, \quad (2.38)$$

mit der Anzahl der ungepaarten Nukleonen  $\nu$ , die auch als *Seniority* bezeichnet wird. Für Cadmium- oder Zinnisotope gilt im Grundzustand beispielsweise  $\nu = 1$  und die Gleichung vereinfacht sich zum in Gl. (2.37) dargestellten Zusammenhang, wobei statt der Protonen- nun die Neutronenzahl einzusetzen ist. Der damit erwartete lineare Verlauf des elektrischen Quadrupolmoments in der  $1h_{11/2}$ -Neutronenschale in Cadmium ist in Abbildung 1.4 dargestellt.

---

## 2.2 Atomphysikalische Grundlagen

---

In diesem Kapitel wird erläutert, welchen Einfluss die genannten kernphysikalischen Eigenschaften auf die Elektronen in der Atomhülle nehmen und wie experimentell per Spektroskopie zugängliche atomphysikalische Eigenschaften mit kernphysikalischen Parametern verknüpft sind

---

### 2.2.1 Isotopieverschiebung

---

Die Energie, die aufgewendet werden muss, um ein Elektron in der Atomhülle auf ein höheres Niveau zu befördern, hängt maßgeblich von der Anzahl der Protonen und zu einem geringen Anteil auch von der Zahl der Neutronen im Atomkern ab. Die Änderung der Übergangsfrequenz  $\nu$  zwischen zwei Isotopen mit Massenzahlen  $A$  und  $A'$  wird als *Isotopieverschiebung*  $\delta \nu^{A,A'}$  bezeichnet.

$$\delta \nu^{A,A'} = \nu^{A'} - \nu^A. \quad (2.39)$$

Die Isotopieverschiebung wird zum einen durch die Änderung der Kernmasse, und damit des Schwerpunktes des Kerns, hervorgerufen. Dies wird als *Masseneffekt*  $\delta \nu_{\text{MS}}$  bezeichnet. Des Weiteren hat die Änderung der Ladungsverteilung im Kern einen Einfluss auf die Isotopieverschiebung. Dieser *Volumen-* oder *Feldeffekt*  $\delta \nu_{\text{FS}}$  ist vor allem bei großer Massenzahl, wo die Änderung um eine Neutronenmasse eine eher geringfügige relative Änderung bewirkt, dominant. Insgesamt addieren sich die beiden Effekte zur Isotopieverschiebung

$$\delta \nu^{A,A'} = \delta \nu_{\text{MS}}^{A,A'} + \delta \nu_{\text{FS}}^{A,A'}. \quad (2.40)$$

---

## Der Masseneffekt

---

Die Änderung der Kernmasse durch Hinzunahme eines Neutrons bewirkt eine Änderung der kinetischen Energie des Kerns

$$E_{\text{kin,Kern}} = \frac{1}{2m} \vec{p}^2. \quad (2.41)$$

Im Ruhesystem des Atoms ist das Atom per Definition in Ruhe, das bedeutet, dass die Impulse des Kerns  $\vec{P}_{\text{Kern}}$  und der Elektronen  $\vec{p}_i$  sich gegenseitig aufheben müssen, d.h.

$$\vec{P}_{\text{Kern}} + \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = 0. \quad (2.42)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (2.41) und (2.42) lässt sich die Energie des Kerns als Funktion der Elektronenimpulse darstellen [NG14]

$$E_{\text{kin,Kern}} = \frac{1}{2m} \vec{p}_{\text{Kern}}^2 = \frac{1}{2m} \left( \sum \vec{p}_i \right)^2 = \frac{1}{2m} \left( \sum_i \vec{p}_i^2 + \sum_{i \neq j} \vec{p}_i \cdot \vec{p}_j \right) \quad (2.43)$$

Durch Anregen eines Elektrons auf ein anderes Energieniveau ändern sich die Elektronenimpulse und somit auch die kinetische Energie des Kerns. Die Übergangsfrequenz besitzt daher auch einen Beitrag dieser Änderung. Über die zwei Summanden in Gleichung (2.43) lässt sich der Masseneffekt in zwei Komponenten aufspalten: Der erste Term  $\sum \vec{p}^2$  beschreibt den direkten Einfluss des angeregten Elektrons auf die Isotopieverschiebung und wird „normaler Masseneffekt“ (NMS) genannt. Er ändert sich annähernd linear mit der Masse und lässt sich aus der relativen Frequenzverschiebung zweier Isotope  $A$  und  $A'$  bestimmen [Ott89]:

$$\frac{\delta \nu_{\text{NMS}}^{A,A'}}{\nu^A} = \frac{\mu - \mu'}{\mu} \Rightarrow \delta \nu_{\text{NMS}}^{A,A'} = \nu^A \cdot \frac{\frac{m_e}{m_A} - \frac{m_e}{m_{A'}}}{1 + \frac{m_e}{m_A}} \approx N \cdot \frac{m_{A'} - m_A}{m_A \cdot m_{A'}}, \quad (2.44)$$

wobei  $\mu = m_e \cdot (1 + m_e/m_A)^{-1}$  die reduzierte Masse des Systems und  $N = m_e \cdot \nu^A$  der Faktor des normalen Masseneffektes ist. In der Näherung wurde  $m_e \ll m_{A'}, m_A$  verwendet. Durch die elektrostatische Wechselwirkung der Elektronen untereinander sind die Elektronenimpulse korreliert und so kann es auch zu einem Einfluss auf die anderen Elektronen des Atoms kommen. Die damit einhergehende Änderung des zweiten Summanden in Gl. (2.43)  $\sum \vec{p}_i \cdot \vec{p}_j$  bewirkt den „spezifischen Masseneffekt“ (SMS). Er kann nicht analytisch berechnet, sondern muss numerisch bestimmt werden. Da er die gleiche Massenabhängigkeit

wie der normale Masseneffekt besitzt, kann der massenabhängige Anteil der Isotopieverschiebung insgesamt geschrieben werden als

$$\delta \nu_{MS}^{A,A'} = \delta \nu_{NMS}^{A,A'} + \delta \nu_{SMS}^{A,A'} = \underbrace{\frac{m_A - m_{A'}}{m_A \cdot m_{A'}}}_{:=M} \underbrace{(N + S)}_{:=K} = M \cdot K, \quad (2.45)$$

wobei  $S$  den Faktor des spezifischen Masseneffekts darstellt und  $K = N + S$  der gesamte Massenfaktor ist.

---

## Der Feldeffekt

---

Durch eine Variation der Neutronenanzahl verändert sich auch die Anordnung der Protonen im Kern und damit die Kernladungsverteilung. Da der Atomkern eine endliche Größe besitzt, weicht das Coulombpotential für  $r \rightarrow 0$  vom  $1/r$ -Verhalten ab und erreicht einen endlichen Wert im Kerninnern. Dieser Effekt bewirkt bei nicht verschwindender Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im Kerninnern,  $|\Psi(0)|^2 \neq 0$ , eine Änderung der Bindungsenergie der Elektronen um [NG14]

$$\Delta E = \frac{Ze^2}{6\epsilon_0} \langle r^2 \rangle |\Psi(0)|^2. \quad (2.46)$$

Hierbei ist  $e$  die Elementarladung,  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante und  $\langle r^2 \rangle$  der mittlere quadratische Kernladungsradius. In einem elektronischen Übergang  $i \rightarrow f$  ändert sich die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons um

$$\Delta |\Psi(0)|^2 = |\Psi_f(0)|^2 - |\Psi_i(0)|^2. \quad (2.47)$$

Dies ist ein zusätzlicher Energiebeitrag in der Übergangsfrequenz eines Atoms. Die lineare Abhängigkeit der Energie von  $\langle r^2 \rangle$  bewirkt damit auch eine lineare Abhängigkeit der Isotopieverschiebung von der Änderung des mittleren Kernladungsradius  $\delta \langle r_{\text{Kern}}^2 \rangle^{A,A'}$ . Der Feldeffekt ergibt sich zu [NG14]

$$\delta \nu_{FS} = \underbrace{\frac{Ze^2}{6\epsilon_0} \Delta |\Psi(0)|^2}_{:=F} \underbrace{(\langle r^2 \rangle^{A'} - \langle r^2 \rangle^A)}_{\delta \langle r^2 \rangle^{A,A'}} = F \cdot \delta \langle r^2 \rangle^{A,A'}. \quad (2.48)$$

Hierbei ist  $F$  der Faktor des Feldeffekts. Mit Hilfe der Gleichungen (2.40), (2.45) und (2.48) lässt sich die Isotopieverschiebung in Zusammenhang mit der Änderung des mittleren Kernladungsradius bringen:

$$\delta \nu^{A,A'} = \delta \nu_{MS}^{A,A'} + \delta \nu_{FS}^{A,A'} = M \cdot K + F \cdot \delta \langle r^2 \rangle^{A,A'}. \quad (2.49)$$

---

## 2.2.2 Die Hyperfeinstrukturaufspaltung

---

Das von den Elektronen der Atomhülle mit Gesamtdrehimpuls  $J$  am Kernort verursachte Magnetfeld  $\vec{B}_J$  wechselwirkt mit dem magnetischen Dipolmoment des Atomkerns  $\vec{\mu}_I$  und verursacht eine Änderung der Energie um [Dem10]

$$\Delta E_{Dipol} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J \quad (2.50)$$

$$= -\mu_I \cdot B_J \cdot \cos(\sphericalangle(\vec{J}, \vec{I})). \quad (2.51)$$

Für Kerne mit einem Kernspin  $I > 1/2$  kann für  $J > 1/2$  auf Grund des existierenden Quadrupolmoments  $Q$  eine zusätzliche Verschiebung der Energieniveaus, die proportional zum elektrischen Feldgradienten am Ort des Kerns  $V_{zz} = \left\langle \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right\rangle$  ist. Der zugehörige Proportionalitätsfaktor wird Hyperfeinstrukturparameter  $B$ , oder kurz  $B$ -Faktor genannt:

$$B = eQ \left\langle \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right\rangle. \quad (2.52)$$

Mit dem Gesamtdrehimpuls des Atoms  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$  ergibt sich mit  $|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}\hbar$  ( $F, J$  analog) dann die Aufspaltung der Energieniveaus in die sogenannte *Hyperfeinstrukturaufspaltung* (HFS) [Cam16]

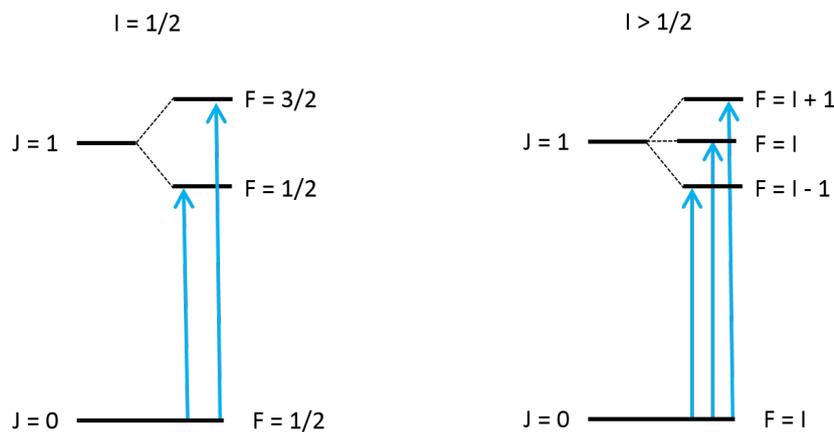
$$\Delta E_{\text{HFS}} = \Delta E_{\text{Dipol}} + \Delta E_{\text{Quadrupol}} \quad (2.53)$$

$$= \frac{A}{2} C_F + \frac{B}{4} \frac{\frac{3}{2} C_F (C_F + 1) - 2I(I+1)J(J+1)}{I(2I-1)J(2J-1)}, \quad (2.54)$$

mit der Hyperfeinstrukturkonstante

$$A = \frac{g_I \cdot \mu_N \cdot B_J}{\sqrt{J(J+1)}}, \quad (2.55)$$

die auch als  $A$ -Faktor bezeichnet wird, und dem Casimir Faktor  $C_F = F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)$ . Ein Energieniveau wird damit in Niveaus mit den möglichen Quantenzahlen  $F = J+I, J+I-1, \dots, |J-I|$ , also in  $(2I+1)$  bzw  $(2J+1)$  Unterzustände aufgespalten, je nachdem welcher der beiden Spins kleiner ist. Bei dem in dieser Arbeit an Zinnatomen zu untersuchenden Übergang, bei dem ein Elektron vom  $^1S_0$  in den  $^1P_1$  Zustand (Notation  $^{2S+1}L_J$ ; Spin  $S$ , Bahndrehimpuls  $L$ ) überführt wird, also von  $J=0$  zu  $J=1$ , wird der untere Zustand nicht aufgespalten. Der obere Energiezustand spaltet sich für Isotope mit Kernspin  $I=1/2$  in zwei und für Isotope mit Kernspin  $I > 1/2$  in drei Zustände auf, dies ist auch in Abbildung 2.3 dargestellt.



**Abbildung 2.3:** Darstellung der Hyperfeinaufspaltung von Zinnatomen mit Kernspin  $I = 1/2$  und  $I > 1/2$  am Übergang  $5p^2 \ ^1S_0 \rightarrow 5p6s \ ^1P_1$ .

Die Auswahlregeln für optische Hyperfeinübergänge lauten  $\Delta F = 0, \pm 1$  (mit  $F = 0 \rightarrow F' = 0$  verboten). Da der untere Zustand nicht aufgespalten ist, sind jeweils alle zwei bzw. drei Übergänge in die angeregten Zustände erlaubt. Die relativen Intensitäten werden dabei über die Racah-Koeffizienten

bestimmt, d.h. die relative Intensität der einzelnen Übergänge  $S_{F \rightarrow F'}$  im  $J \rightarrow J'$ -Übergang mit Gesamtintensität  $S_{J \rightarrow J'}$  wird mit Hilfe der Wigner 6j-Symbole  $\{ \dots \}$  berechnet [Dra06]:

$$S_{F \rightarrow F'} = (2F + 1)(2F' + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} F & F' & 1 \\ J' & J & 1 \end{array} \right\}^2 S_{J \rightarrow J'}. \quad (2.56)$$

Im folgenden Abschnitt wird nun die Technik beschrieben, mit der diese Übergänge angeregt werden: die kollineare Laserspektroskopie.

## 2.3 Kollineare Laserspektroskopie

In der Laserspektroskopie nutzt man die Wechselwirkung von Elektronen in der Atomhülle mit einem Laserstrahl, um die Energiedifferenz zwischen Energieniveaus, also die *Übergangsfrequenz*  $\nu_0$ , zu bestimmen. Diese Übergangsfrequenz in einem Atom ist aber nicht monochromatisch, sondern eine Frequenzverteilung  $I(\nu)$  um die Mittenfrequenz  $\nu_0$  [Dem11]. Diese Unschärfe lässt sich anhand der Heisenbergschen Unschärferelation

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (2.57)$$

erklären. Bei einer Lebensdauer  $\tau_k$  des angeregten Zustands ist seine Energie  $E_k$  bestenfalls bis auf  $\Delta E_k = \hbar \tau_k$  zu bestimmen [Dem11]. Mit  $E = h \cdot \nu$  ergibt sich für die Frequenzunschärfe

$$\delta \nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{1}{2\pi \tau_k}. \quad (2.58)$$

Dies ist die *natürliche Linienbreite* und das entsprechende Intensitätsprofil  $I(\omega)$  (mit  $\omega = 2\pi \nu$ ) wird durch das Lorentzprofil [Dem11]

$$I(\omega) = I_0 \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (2.59)$$

beschrieben.  $I_0$  ist hierbei die Gesamtintensität und die Halbwertsbreite  $\gamma = 1/\tau$  entspricht der Übergangsrate des Übergangs.

Zur natürlichen Linienbreite kommen in der Praxis weitere Verbreiterungen hinzu, wie zum Beispiel die Dopplerverbreiterung. Auf Grund des Dopplereffekts wird bei einem mit der Geschwindigkeit  $v$  kollimierten Atomstrahl, der unter einem Winkel  $\phi$  mit einem Laserstrahl überlagert ist, die Absorptionsfrequenz  $\omega_0$  im Ruhesystem in der klassischen Betrachtung um

$$\omega = \omega_0 \left( 1 + \frac{v \cos(\phi)}{c} \right), \quad (2.60)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , verschoben. Diese Verschiebung, auf die am Ende des Kapitels detaillierter eingegangen wird, bewirkt in einem Ensemble vieler Atome mit einer Geschwindigkeitsverteilung  $\Delta v$  eine entsprechende Linienverbreiterung. Die Geschwindigkeitsverteilung eines Atomstrahls im thermischen Gleichgewicht lässt sich mit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschreiben, für das Intensitätsprofil ergibt sich dann ein Gauß-Profil [Dem11]

$$I(\omega) = I(\omega_0) \exp \left[ - \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0 \frac{v_W}{c}} \right)^2 \right], \quad (2.61)$$

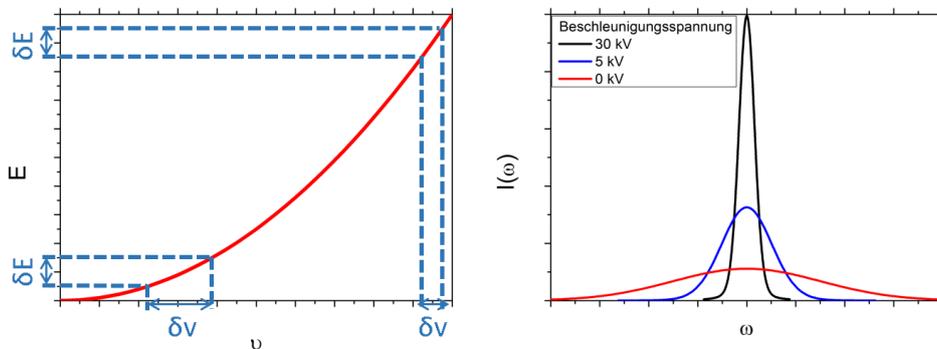
mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit  $v_W = \sqrt{2k_B T/m}$ , die neben der Boltzmann-Konstante  $k_B$  auch von der Temperatur  $T$  der Atome abhängt. Die Linienbreite  $\delta\omega_D$  dieses Gaußprofils ergibt sich dann zu

$$\delta\omega_D = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m}}. \quad (2.62)$$

Für Mittenfrequenzen bei etwa 500 nm ist die Dopplerverbreiterung bei Raumtemperatur etwa hundert mal größer als die natürliche Linienbreite und stellt den Hauptbeitrag der Linienverbreiterung dar. Diese Verbreiterung ließe sich reduzieren, in dem man einen kollimierten Atomstrahl senkrecht zur Bewegungsrichtung mit einem Laser überlagert. In transversaler Richtung ist die Geschwindigkeitsverteilung sehr schmal, aber die Interaktionszeit von Laser und Atomen wird mit steigender Geschwindigkeit auch drastisch reduziert, was zum einen einen großen Verlust an Sensitivität und zum anderen die sogenannte *Flugzeitverbreiterung* mit sich bringt. Ist die Lebensdauer des oberen Zustandes in der Größenordnung der Interaktionszeit  $\Delta t$ , so hat dies nach der Heisenberg'schen Unschärferelation eine Verbreiterung der Resonanzfrequenz um  $\delta\nu = 1/2\pi\Delta t$  zur Folge. Eine weitere Möglichkeit zur Reduktion der Dopplerverbreiterung stellt eine (anti-) parallele Überlagerung eines elektrostatisch beschleunigten Atomstrahls mit einem Laserstrahl, die sogenannte *kollineare Laserspektroskopie*, dar. Die elektrostatische Beschleunigung lässt die Energieverteilung  $\delta E$  der Atome unverändert, während die Geschwindigkeitsbreite reduziert wird, es gilt:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \delta E = mv\delta v = \text{const}. \quad (2.63)$$

Mit steigender Energie, also höherer Geschwindigkeit  $v$ , wird die Geschwindigkeitsverteilung  $\delta v$  reduziert und die Dopplerverbreiterung damit geringer. Der Einfluss einer solchen elektrostatischen Beschleunigung auf das Intensitätsprofil ist für das Beispiel eines *Resonanzpeaks* in Abbildung 2.4 dargestellt.



**Abbildung 2.4:** Auf der linken Seite ist die Änderung der Geschwindigkeitsbreite durch die Änderung der kinetischen Energie zu sehen. Mit zunehmender Energie wird die Geschwindigkeitsbreite  $\delta v$  bei konstanter Energiebreite  $\delta E$  deutlich schmaler. Im rechten Graphen ist das Intensitätsprofil  $I(\omega)$  für verschiedene Beschleunigungsspannungen (also unterschiedliche Energien) dargestellt. Die Reduktion der Dopplerverbreiterung ist deutlich erkennbar.

Bei dieser Reduktion der Dopplerverbreiterung muss allerdings darauf geachtet werden, dass die Laserleistung niedrig genug gewählt ist, dass keine teilweise Entleerung der absorbierenden Niveaus durch optisches Pumpen auftritt [Dem11]. Mit zunehmender Laserleistung kommt es ebenso zu einer *Sättigungsverbreiterung*. Dieser Verbreiterungseffekt führt zu einem verbreiteten Lorentzprofil und wird in der Praxis durch schrittweise Reduktion der Laserleistung zu einem Kompromiss zwischen minimaler Linienbreite und maximaler Intensität der Resonanzspeaks optimiert.

Die genannten Verbreiterungseffekte eines Resonanzspektrums, die natürliche Linienverbreiterung und

die Dopplerverbreiterung, sind zum einen durch Lorentzprofile, zum anderen durch Gaußprofile anzunähern. Das resultierende Linienprofil ist daher eine Faltung aus diesen beiden Profilen, das *Voigt-Profil* [Dem11]

$$I(\omega) = \frac{\gamma I_0 N_i c}{2\pi^{3/2} \omega_0 v_w} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{c^2(\omega_0 - \omega')^2}{\omega_0^2 - v_w^2}}}{(\omega - \omega')^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} d(\omega_0 - \omega'). \quad (2.64)$$

Daraus ergibt sich eine volle Halbwertsbreite (FWHM) von [Dem11]

$$\delta\omega_V = 0,535\delta\omega_L + \sqrt{0,2166\delta\omega_L^2 + \delta\omega_G^2}, \quad (2.65)$$

mit den Halbwertsbreiten des Gaußprofils  $\delta\omega_G$  und des Lorentzprofils  $\delta\omega_L$ .

Wie bereits in Gleichung (2.60) gezeigt, ändert sich auf Grund des Dopplereffekts die Frequenz von Laserphotonen  $\nu_L$  im Ruhesystem eines bewegten Atomstrahls. Obwohl Atome in der kollinearen Laserspektroskopie in der Regel Geschwindigkeiten weit unterhalb der Lichtgeschwindigkeit besitzen, muss für die gewünschte Präzision nun aber relativistisch gerechnet werden. Gl. (2.60) ändert sich für (anti-)parallele Überlagerung von Laser- und Atomstrahl dann zu

$$\begin{aligned} \nu_{a/c} &= \nu_L \cdot \gamma (1 \pm \beta), \\ \text{mit } \beta &= \frac{v}{c} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \end{aligned} \quad (2.66)$$

wobei das “+“-Zeichen in Gleichung (2.66) für die antikollineare (antiparallele) Überlagerung ( $\nu_a$ ) und das “-“ für die kollineare (parallele) Überlagerung ( $\nu_c$ ) verwendet werden muss. Um Atome elektrostatisch zu beschleunigen, werden sie in der Regel ionisiert. Für diese einfach geladenen Teilchen ergibt sich aus der Energieerhaltung bei einer Beschleunigungsspannung  $U$  die relativistisch korrekte Geschwindigkeit  $\beta$  zu

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{eU + mc^2}\right)^2}. \quad (2.67)$$

Mit Hilfe einer Startspannung  $U_{acc}$  erreicht man die Reduktion der Geschwindigkeitsbreite. Eine zweite angelegte Spannung  $U_{offset}$  wird zusätzlich variiert und sorgt für ein Nachbeschleunigen oder Abbremsen der Ionen. Damit wird eine einfache Änderung der Laserfrequenz im Ruhesystem des Ions erreicht, was als *Dopplertuning* bezeichnet wird. So kann bei fixer Laserfrequenz durch Variieren einer Nachbeschleunigungsspannung das Resonanzprofil aufgenommen werden, also ein *Resonanzscan* durchgeführt werden. Eine Änderung dieser Spannung erlaubt ebenso die Spektroskopie an verschiedenen Isotopen eines Elements.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde kollineare Laserspektroskopie an Isotopen der Elemente Calcium und Zinn durchgeführt. Diese beiden Elemente werden im Folgenden vorgestellt.

---

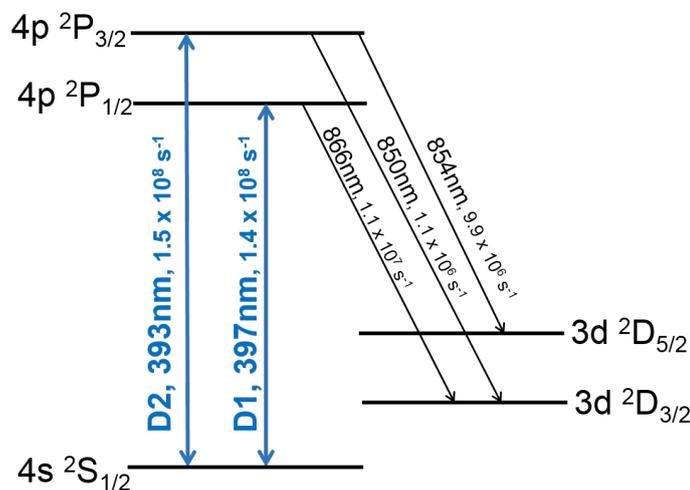
### 2.3.1 Calcium

---

Calcium hat die Kernladungszahl  $Z = 20$  und besitzt als einziges Element zwei stabile doppelt magische Isotope  $^{40}\text{Ca}$  und  $^{48}\text{Ca}$ , die trotz des großen Unterschiedes in der Masse fast den gleichen Kernladungsradius besitzen [Woh78, Emr83] (siehe Abbildung 1.2). Diese Eigenschaft und das sehr stark ausgeprägte *odd-even staggering*, also eine große Änderung des Ladungsradius zwischen geraden und ungeraden Massenzahlen, machen Calcium sehr interessant für die Messung kernphysikalischer Eigenschaften. Neben den theoretischen Untersuchungen (siehe z.B. [Asp91, Cau01, Hag12b, Hol12]) werden

seit geraumer Zeit auch experimentelle Messungen an den verschiedenen Isotopen im atomaren Calcium (siehe z.B. [Bru62, Bin72, Gru79, Bea80, And82, Pal84, Nö98b, Luc04, Mor04, Sal11]), wie auch im einfach ionisierten System (siehe z.B. [Sil91, Ver92, Nö98a, Wol09, Wan14]) an den vielen optisch anregbaren Übergängen durchgeführt.

In der Medizin wird Calcium, insbesondere das langlebige Isotop  $^{41}\text{Ca}$ , als Tracer-Material im menschlichen Körper eingesetzt [TV00, Den06] und auch zur Altersdatierung kann dieses Isotop verwendet werden [Bro06]. Neben den Studien an atomaren Übergängen spielen auch ionische Übergänge in der Forschung eine große Rolle, zum Beispiel in der Quantenoptik. Hier wurden in Ionenfallen die Übergangsfrequenzen verschiedener stabiler Isotope mit höchster Präzision vermessen [Wol09, Wan14, Geb15]. Für die Untersuchung der kernphysikalischen Eigenschaften eignet sich besonders der ionische Übergang  $4s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$  (siehe Abbildung 2.5), der auf Grund der Homologie zur entsprechenden Fraunhofer Linie in Natrium [Fra17] auch als *D2-Linie* bezeichnet wird. Isotopieverschiebungen in diesem Übergang sind nur mit geringer Genauigkeit bekannt [Mar92], während die Isotopieverschiebungen der stabilen Isotope am Übergang  $4s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p\ ^2P_{1/2}$ , auch *D1-Linie* genannt, sehr präzise bestimmt wurden [Geb15]. Aktuelle Messungen bieten Hinweise auf neue magische Zahlen in Calciumisotopen mit Neutronenzahlen 32 [Gad06, Wie13] bzw. 34 [Ste13]. Sind die Isotope  $^{52,54}\text{Ca}$  magisch, sollten lokale Minima in deren Kernladungsradien auftreten. Daher wurden die neutronenreichen Calciumisotope an COLLAPS am Forschungszentrum CERN (siehe Kapitel 3.2) mittels kollinearer Laserspektroskopie an der D2-Linie untersucht. Wie im Folgenden näher erläutert wird, ist die Unsicherheit in der Ermittlung der Beschleunigungsspannung der dominierende Unsicherheitsfaktor, der aber durch eine Referenzierung auf bekannte Isotopieverschiebungen deutlich reduziert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wird an TRIGA-LASER (siehe Kapitel 3.1) die Genauigkeit in der Isotopieverschiebung der D1-Messungen verwendet, um die Unsicherheit in der D2-Linie deutlich zu reduzieren und damit wichtige Referenzwerte für die Messungen an COLLAPS zu liefern.

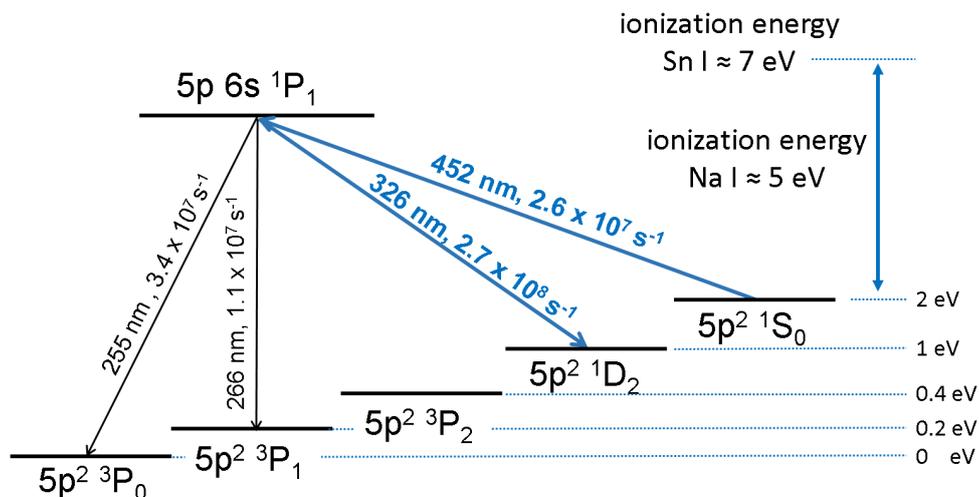


**Abbildung 2.5:** Die für diese Arbeit relevanten Energieniveaus im Calciumion (nicht maßstäblich). Die Übergangsraten der einzelnen möglichen Übergänge sind eingezeichnet und die zur Laserspektroskopie verwendeten Übergänge  $4s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p\ ^2P_{1/2}$  (D1) und  $4s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$  (D2) sind hervorgehoben. Etwa 10% der in einen der *P*-Zustände angeregten Elektronen zerfallen in einen der metastabilen *D*-Zustände. Alle Werte sind entnommen aus [NIS17].

## 2.3.2 Zinn

Zinn ist das Element mit der Protonenzahl  $Z=50$  und besitzt von allen Elementen der Nuklidkarte die meisten stabilen Isotope ( $^{112,114-120,122,124,126}\text{Sn}$ ). Fern ab der Stabilität gibt es bei Zinn doppelt magische Isotope, namentlich  $^{100}\text{Sn}$  und  $^{132}\text{Sn}$ . Die abgeschlossene Protonenschale, die Vielzahl an stabilen Isotopen und eine Reihe optisch anregbarer Übergänge machen Zinn zu einem Schlüsselpunkt im theoretischen Verständnis der kernphysikalischen Eigenschaften (siehe z.B. [Dim75, Dob83, Bha94, Lib07, Liu12]). Mit Hilfe laserspektroskopischer und myonischer Messungen wurden Ladungsradien von  $^{108}\text{Sn}$  bis zum doppelt magischen  $^{132}\text{Sn}$  bestimmt [Bai83, Ans86, Ebe87, Pil90, LB05], Massenmessungen gingen sogar schon über die magische Neutronenzahl  $N = 82$  hinaus [Dwo08, Hak12]. Neben den erwähnten kernphysikalischen Aspekten spielt Zinn auch in der Astrophysik, z.B. bei der Erkundung von Neutronensternen [Sch00], eine wichtige Rolle.

Zur Bestimmung der Kerneigenschaften der neutronenreichen Zinnisotope über den Schalenabschluss hinaus, wurde im Rahmen dieser Arbeit kollineare Laserspektroskopie am Übergang  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$  (siehe Abbildung 2.6) durchgeführt. Zur Neutralisierung der Zinnionen wird im Experiment Natriumgas verwendet. In Abb. 2.6 ist zu sehen, dass die Differenz der ersten Ionisierungsenergien der beiden Elemente sehr genau der Energie des  $5p^2\ ^1S_0$ -Zustandes entspricht und dieser Zustand daher beim Ladungsaustausch stark bevölkert wird. Die Übergangsrate aus dem  $5p6s\ ^1P_1$ -Zustand in den  $5p^2\ ^1D_2$ -Zustand ist zehn mal größer verglichen mit dem Übergang in den  $5p^2\ ^1S_0$ -Zustand, weshalb die meisten Elektronen nach einmaligem Anregen unter Aussendung von Fluoreszenzlicht bei 326 nm in den  $5p^2\ ^1D_2$ -Zustand übergehen und dort verweilen.



**Abbildung 2.6:** Die für diese Arbeit relevanten Energieniveaus des Zinnatoms (nicht maßstäblich). Die Übergangsraten der einzelnen möglichen Übergänge sind eingezeichnet und die zur Laserspektroskopie verwendeten Übergänge  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$  und  $5p6s\ ^1P_1 \rightarrow 5p^2\ ^1D_2$  sind hervorgehoben. Ebenso sind die Energien der Niveaus und die erste Ionisierungsenergie von Zinn und Natrium eingezeichnet. Alle Werte sind entnommen aus [NIS17].

Durch die Laserspektroskopie an diesem Übergangsschema wird optisches Pumpen verhindert und mit der Neutralisierung an Natrium eine große Effizienz erreicht. Ein Nachteil ist der kleine  $A$ -Faktor des oberen Zustands, während der untere Zustand auf Grund des verschwindenden Gesamtdrehimpulses gar keine Hyperfeinaufspaltung zeigt. Dies hat auch bei großem Kernspin der untersuchten Isotope maximal drei Resonanzen zur Folge, die nur einen geringen Abstand zueinander haben und meist nicht aufgelöst sind. Daraus ergibt sich der Vorteil, dass die Spektren in kurzer Zeit aufgenommen werden können, da

---

nur sehr kleine Frequenzintervalle pro Isotop untersucht werden müssen. Der große Nachteil an diesem Übergang ist aber, dass das in vergleichbaren Experimenten bei nicht aufgelöst darstellbaren Resonanzen oft hilfreiche Fixieren des Verhältnisses der beiden  $A$ -Faktoren eines Übergangs hier nicht möglich ist und stattdessen auf in der Literatur vorhandene magnetische Momente vertraut werden muss.

---

### 3 Experimenteller Aufbau

---

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Experimente zur kollinearen Laserspektroskopie an Calcium- und Zinnisotopen durchgeführt. Experimentelle Entwicklungen und Referenzmessungen an stabilen Calciumisotopen fanden im Institut für Kernchemie an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz am TRIGA-LASER Aufbau statt, während am COLLAPS Experiment an ISOLDE/CERN in Genf kollineare Laserspektroskopie an exotischen Calcium- und Zinnisotopen durchgeführt wurde. Zunächst werden in Kap. 3.1 der experimentelle Aufbau und die Weiterentwicklungen des TRIGA-LASER Experiments beschrieben. In Kap. 3.2 werden dann das COLLAPS Experiment und die Produktion der kurzlebigen Ionen an der Forschungseinrichtung CERN erläutert. Zuletzt wird in Kap. 3.3 das bei beiden Experimenten verwendete nahezu identische Lasersystem vorgestellt.

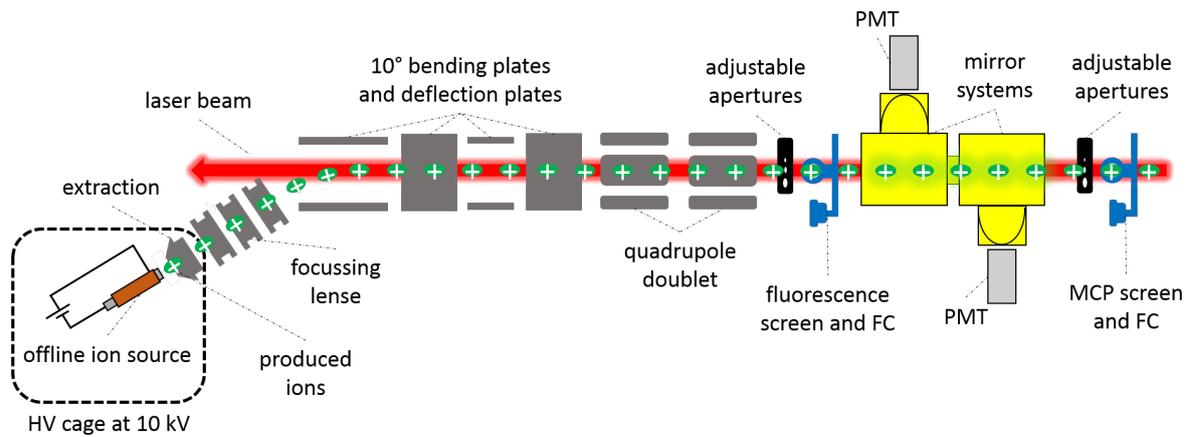
---

#### 3.1 Kollineare Laserspektroskopie an TRIGA-LASER

---

Das TRIGA-LASER Experiment ist zusammen mit dem Penningfallen-Experiment TRIGA-TRAP an den Forschungsreaktor TRIGA Mainz angeschlossen und ist als Prototyp für das künftige kollineare Laserspektroskopie-Experiment LASPEC an FAIR [Nö06, Rod10] errichtet worden. Neben der Erzeugung exotischer Isotope im Reaktor und anschließender Ionisation in einer 'online'-Ionenquelle, können auch stabile Ionen in der 'offline'-Ionenquelle von TRIGA-LASER erzeugt werden. Diese Ionenquelle besteht aus einem Graphitröhrchen, welches mit dem Element der Wahl befüllt und direkt über einen Heizstrom auf bis zu 2000°C aufgeheizt werden kann [Fro13]. Eine schematische Zeichnung mit den wichtigsten Bestandteilen des TRIGA-LASER Experiments zeigt Abbildung 3.1. Die gesamte Quellenregion befindet sich auf einer Hochspannungsplattform, die im Betrieb auf ein Potential von 10 kV gegen Erdpotential angehoben wird. Eine Extraktionslinse auf Erdpotential bewirkt die Beschleunigung der entstehenden positiv geladenen Ionen in die Strahlstrecke. Die anschließende Fokussierungslinse, die auf etwa 7 kV betrieben wird, erlaubt die Formung eines kollimierten Ionenstrahls. Der Ionenstrahl wird nun mit Hilfe zweier vertikal ausgerichteter paralleler Deflektorplatten, an die Spannungen von etwa  $\pm 2,5$  kV angelegt werden, um  $10^\circ$  abgelenkt und mit einem in antikollinearer Geometrie eingestrahlenen Laserstrahl überlagert. Ein weiteres vertikales Deflektorpaar sowie zwei horizontal ausgerichtete parallele Deflektoren ermöglichen die Überlagerung von Laser- und Ionenstrahl. Auf einer Verschiebeeinheit sind Blenden mit den Durchmessern 3 mm, 5 mm und 7 mm angebracht und können in die zentrale Achse der Strahlstrecke positioniert werden. Ebenso sorgt ein Quadrupoldublett für die Möglichkeit der weiteren Fokussierung, bzw. Kollimierung des Ionenstrahls. Zur Messung des Ionenstroms und Optimierung der Strahllage sind hinter den beiden justierbaren Blenden Faradaybecher (FC) installiert, die in den Strahlengang eingebracht und per Piccoamperemeter ausgelesen werden können. Unterhalb des hinteren FC ist zudem ein Vielkanalplatten Detektor (MCP) installiert, welcher der Strahlprofilanalyse dient [Fro13]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde zusätzlich zu einem neuen FC an der ersten FC-Position ein Phosphorschirm installiert, der ebenso in die Strahlachse geschoben werden kann und das Ionenstrahlprofil mit Hilfe einer CCD-Kamera optisch sichtbar macht (siehe Kap. 3.1.1). Die Ionen erreichen dann die optische Nachweisregion, die aus einem elektrisch isolierten Spiegelsystem und zwei Photomultipliern (PMTs) besteht [Ham10, Gor13]. Die Auslegung des Spiegelsystems beruht auf Prinzipien abbildender und nichtabbildender Optik und bewirkt einen effizienten Transport des entlang der Ionenstrahlachse entstehenden Fluoreszenzlichtes in die PMTs bei gleichzeitiger Unterdrückung des streulichtinduzierten Untergrundes. Das Spiegelsystem kann um bis zu  $\pm 12$  kV gegen das Erdpotential der Strahlstrecke angehoben und damit das Dopplertuning der Ionen durch Abbremsen oder Nachbeschleunigen ermöglicht werden. Dieses Potential wird mit Hilfe eines Hochspannungsnetzgerätes der Firma Heinzinger (PNChp-Serie) angelegt. Zusätzlich kann das Heinzinger Netzgerät über einen bipolaren Verstärker der Firma Kepco (BOP500M) um ein Potential  $\pm 500$  V gegen Erdpotential verschoben

werden. Der Verstärker erhält dabei über eine PCI-Karte ein Eingangssignal von  $\pm 10$  V und verstärkt es um den Faktor 50. Dies erlaubt insgesamt eine schnelle Änderung der Spannung am optischen Nachweis um  $\pm 500$  V relativ zu einem frei wählbaren Potential durch das Heinzinger, dem *Spannungsoffset*.



**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung der wichtigsten Bestandteile von TRIGA-LASER: Positive Ionen werden in der offline Ionenquelle erzeugt, extrahiert und fokussiert. Der Ionenstrahl wird um  $10^\circ$  abgelenkt und mit dem antikollinear eingestrahlt Laserstrahl überlagert. Aperturen, Fluoreszenzschirm (bzw. MCP) und FC dienen der Strahldiagnose und der Optimierung des Überlapps von Laser- und Ionenstrahl. Der optische Nachweis besteht aus zwei identischen Spiegelsystemen, mit deren Hilfe die Fluoreszenzphotonen auf zwei Photomultiplier (PMT) fokussiert werden.

Zur Verhinderung von Felddurchgriffen in den Spiegel und zur Reduktion des Streulichtuntergrundes sind direkt vor und hinter dem Spiegelsystem zusätzliche geschwärmte Blenden mit den Durchmessern 6 mm, 8 mm und 10 mm fest angebracht, die sich auf dem selben Potential befinden wie die Sammelspiegel.

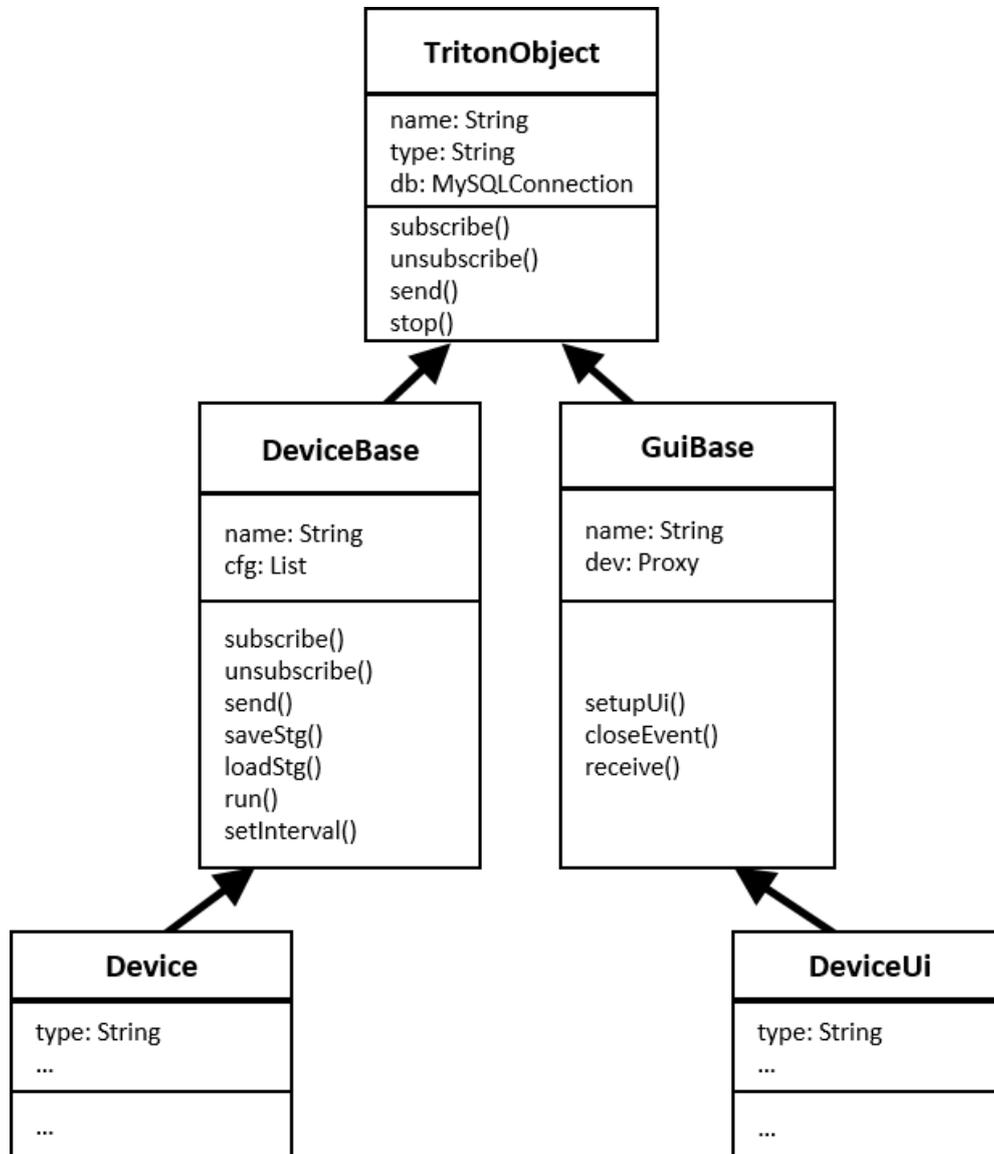
### 3.1.1 Weiterentwicklungen an TRIGA-LASER

Um die vergleichsweise langwierigen Messungen der Isotopieverschiebung an Calcium an zwei Übergängen (siehe Kap. 4.1) innerhalb der begrenzten Zugangszeiten zur TRIGA-Experimentierhalle durchführen zu können und um für die später vorgesehenen Messungen an radioaktiven Isotopen mit niedrigen Produktionsraten gerüstet zu sein, wurde das Experiment entscheidend weiterentwickelt, vor allem im Bereich der ferngesteuerten Bedienung der einzelnen Komponenten. Hierzu wurde das Kontrollsystem *TRITON* (TRIGA pyTHON cONtrol system) entwickelt, mit dessen Hilfe alle Geräte zur Experimentsteuerung überwacht und bedient werden können und das nach kurzer Testzeit in Mainz nun auch bei der kollinearen Laserspektroskopie in Darmstadt, dem *ALIVE*-Experiment [Kö17], und an COLLAPS verwendet wird. Darüber hinaus wurde eine Strahlprofilanalyseeinheit entwickelt und in die Strahlstrecke integriert. Im Folgenden werden die Vorteile von TRITON und einige der entwickelten Benutzeroberflächen diskutiert, danach wird detaillierter auf den Aufbau der Strahlanalyseeinheit eingegangen.

#### Das Kontrollsystem TRITON

TRITON wurde in der Programmiersprache python implementiert und nutzt die Vorteile der objektorientierten Programmierung. Dabei wurde darauf geachtet, dass alle verwendeten Komponenten zum Betrieb

und zur Weiterentwicklung von TRITON frei zugänglich sind. Ein weiterer wichtiger Anspruch an das neue Kontrollsystem war, die zugrundeliegende Struktur einfach zu halten, sodass folgende Studentengenerationen ohne großes Vorwissen neue Hardware integrieren und TRITON schnell weiterentwickeln können. In Abbildung 3.2 ist die Struktur von TRITON, zusammen mit den wichtigsten Attributen und Methoden der erstellten Klassen<sup>1</sup> in einem Klassendiagramm dargestellt.



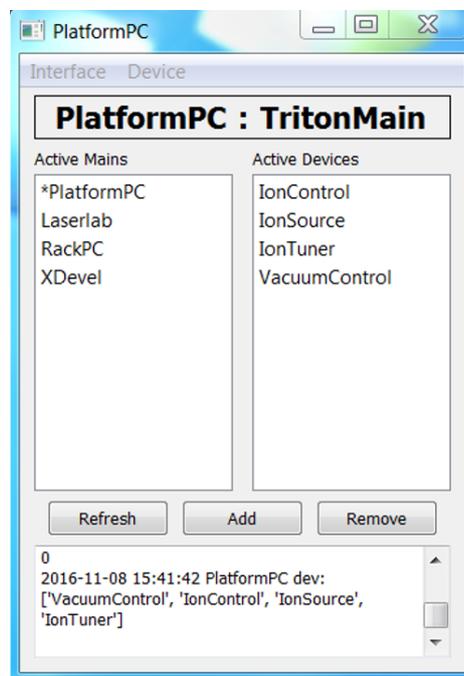
**Abbildung 3.2:** Ein Klassendiagramm von TRITON mit den wichtigsten Attributen und Methoden. Details im Text.

Jedes (reale oder virtuelle) Gerät, im Folgenden auch *Device* genannt, ist ein Triton-Objekt und wird von einem Computer aus über eine Benutzeroberfläche (*user-interface*, UI) gesteuert. Ein Triton-Objekt (TritonObject) besitzt einen Namen, eine Typbezeichnung und eine Verbindung zur Datenbank. Es kann sich mit anderen Triton-Objekten mittels „subscribe()“ verbinden, die Verbindung trennen („unsubscribe()“), Nachrichten an Triton-Objekte versenden („send()“) und mittels „stop()“ gestoppt werden. Beispielhaft sei hier das Triton-Objekt „IonControl“ genannt, das später vorgestellt wird. IonControl verbindet sich per „subscribe()“ mit den verschiedenen Triton-Objekten, die für die Steuerung der Schritt-

<sup>1</sup> In der Objektorientierung beschreibt eine Klasse die Bauanleitung für ähnliche zu instanzierende Objekte.

motoren, das Auslesen des Amperemeters und Auswählen der Faradaybecher-Position zuständig sind, empfängt deren Nachrichten und gibt ihnen Befehle.

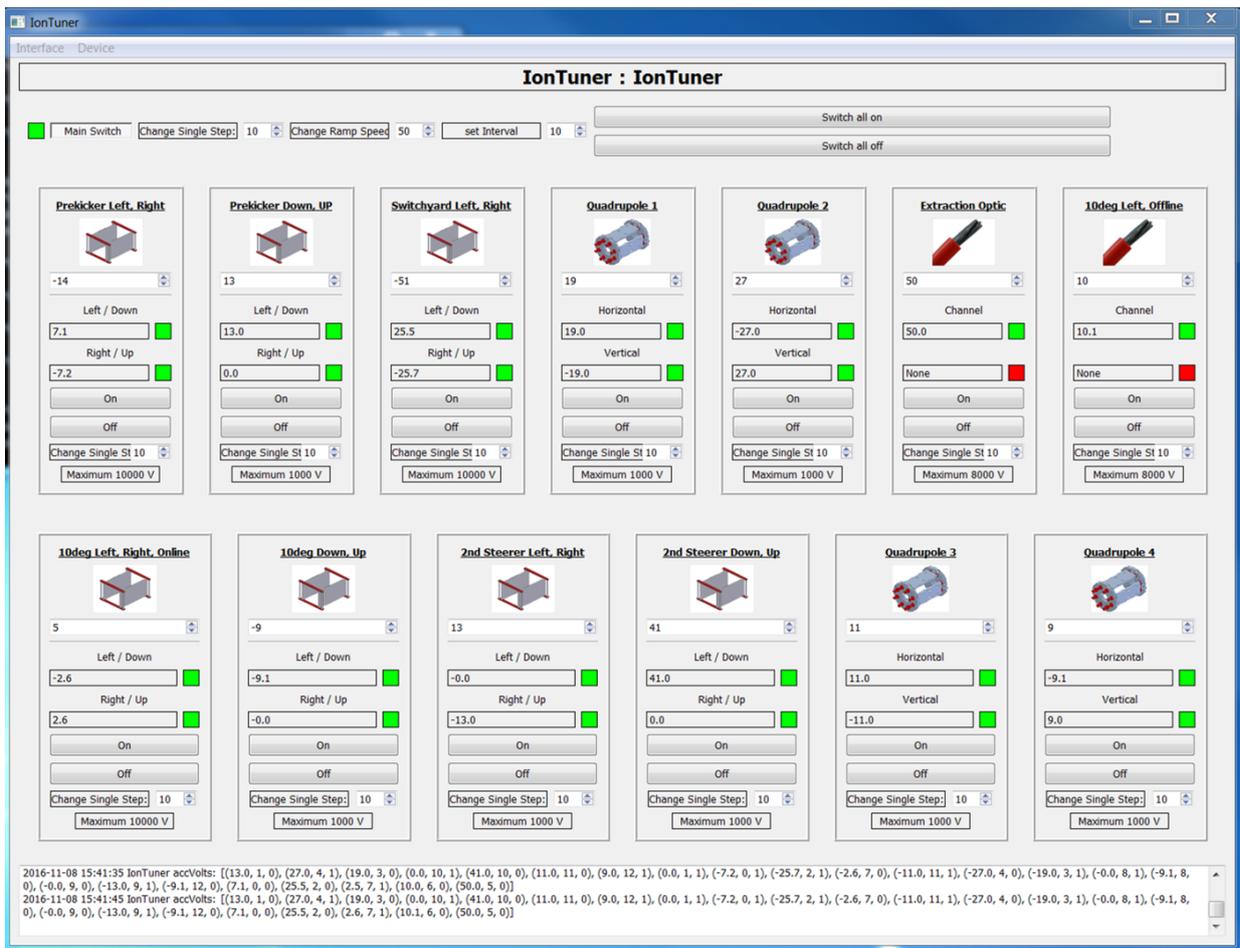
Vom Triton-Objekt abgeleitet ist die DeviceBase, welche die Basis für jedes Gerät darstellt und die wichtigsten Funktionen bereitstellt. Sie besitzt eine Liste mit Konfigurationen (cfg), die zum Betrieb wichtig sind und kann Settings speichern und laden oder eine Intervallzeit setzen, in der die Methode „run(...)“ regelmäßig ausgeführt wird. Jedes Device wird von der DeviceBase abgeleitet und beinhaltet gerätspezifische Attribute und Methoden. Hier werden in der Regel auch die Methoden der Klasse „DeviceBase“ überschrieben. Ebenfalls eine von TritonObject abgeleitete Klasse ist die GuiBase, die die Basis für jedes UI bildet, u.A. eine Proxy-Adresse besitzt, das UI erstellt, Befehle empfängt und geschlossen werden kann. Das zu einem Device gehörende DeviceUI erbt von der GuiBase und hat jeweils spezifische Attribute und Methoden zur Steuerung des Devices. Die wichtigen Informationen zu jedem Device sind in einer SQL-Datenbank hinterlegt, hier können auch Betriebswerte eines Geräts gespeichert oder geladen werden. Alle Devices können über das Netzwerk miteinander kommunizieren, entweder über das *Publisher-Subscriber Pattern*, oder per direkter Kommandos. Beim Publisher-Subscriber Pattern veröffentlicht der *Publisher* alle Nachrichten im dafür vorgesehenen Kanal. Ein *Subscriber* kann alle für ihn relevanten Publisher abonnieren, d.h. die Nachrichten empfangen und verarbeiten, gleichzeitig aber auch selbst als Publisher fungieren. Dank des Publisher-Subscriber Patterns ist es möglich, mehrere Devices von einem übergeordneten (virtuellen) Device zu steuern, also in einem UI zusammenzufassen. Die Benutzeroberflächen werden mit Hilfe der Software „QT-Designer“ graphisch erstellt und danach in einen python-Code umgewandelt. Dies ist eine einfache Möglichkeit zur Erstellung und Änderung von UIs, ohne dass ein spezifisches Wissen über Programmierung, bzw. Softwareentwicklung benötigt wird. Im Folgenden werden einige der wichtigsten an TRIGA-LASER implementierten Devices vorgestellt. Ein besonderes Device stellt der Hauptbildschirm dar, die *TritonMain*, deren Benutzeroberfläche in Abbildung 3.3 zu sehen ist.



**Abbildung 3.3:** Der Hauptbildschirm von TRITON, die TritonMain. In der linken Spalte sind die gerade aktiven Hauptbildschirme von TRITON eingetragen. Wählt man eine dieser Mains aus, so werden in der rechten Spalte die in dieser Main aktiven Devices angezeigt. Doppelklick auf ein Device öffnet es. Mit den Knöpfen kann die Liste der aktiven Mains aktualisiert werden, ein Device hinzugefügt oder ein ausgewähltes Device gestoppt werden.

Grundsätzlich ist für jeden Rechner eine solche *Main* vorgesehen, die unter anderem neue Devices starten, öffnen und beenden kann. Hierbei ist zu beachten, dass ein Device eventuell nur von einem bestimmten PC aus gestartet werden kann, weil er zum Beispiel per RS232-Kabel mit ihm verbunden ist. Diese Zuordnung von Device und Main wird in der Datenbank hinterlegt. Ist diese Main aktiv, so kann jede andere Main den Befehl geben, dieses Device dort zu starten. Kontrolliert werden kann das Device dann wieder von jeder beliebigen anderen Main aus.

Eine wichtige Funktion, die von TRITON übernommen wird, ist das Setzen von Spannungen an die Ablenkplatten, die Fokussierungslinse und das Quadrupoldublett zum Formen und Lenken des Ionenstrahls. An TRIGA-LASER werden diese Spannungen mittels Hochspannungs-Modulen der Firma iseg übernommen, deren Kanäle nur digital ansteuerbar sind. Wie dies in TRITON eingebunden ist, soll im Folgenden beispielhaft dargelegt werden.

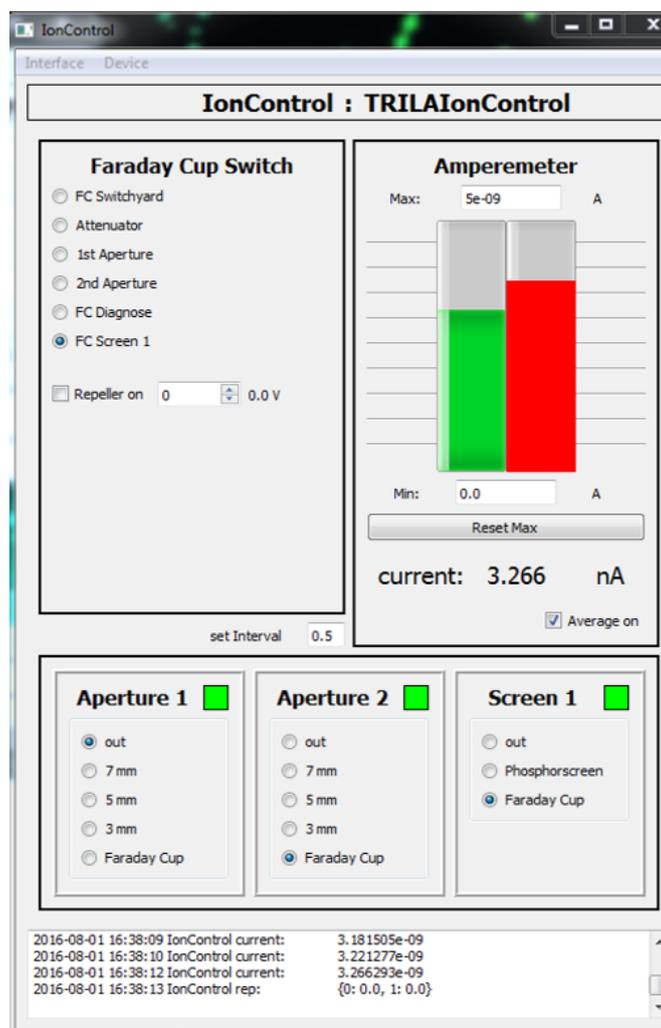


**Abbildung 3.4:** Dargestellt ist die Benutzeroberfläche zur Steuerung der Ionen. Es gibt unterschiedliche Steuerelemente (Ablenker, Quadrupoldubletts, Einzellinsen), die einzeln eingestellt und ein- oder ausgeschaltet werden können.

Im sogenannten IonTuner, dessen User-Interface in Abb. 3.4 dargestellt ist, kann der Benutzer alle ionenoptischen Komponenten entlang der Strahlstrecke kontrollieren. Die Ablenkeinheiten, Quadrupoldubletts und Einzellinsen sind jeweils als einzelne Klassen implementiert. Welcher Kanal welchen Hochspannungsmoduls an welcher ionenoptischen Komponente angeschlossen ist, wird in der Datenbank festgelegt. Per Abfrage erfährt die entsprechende Instanz die Polarität der angeschlossenen Module und kann selbst bestimmen, an welche Komponente welche Spannung angelegt werden muss, um einen bestimmten Zweck, zum Beispiel die Ablenkung der Ionen nach rechts, zu erfüllen. Eine Ablenkung nach

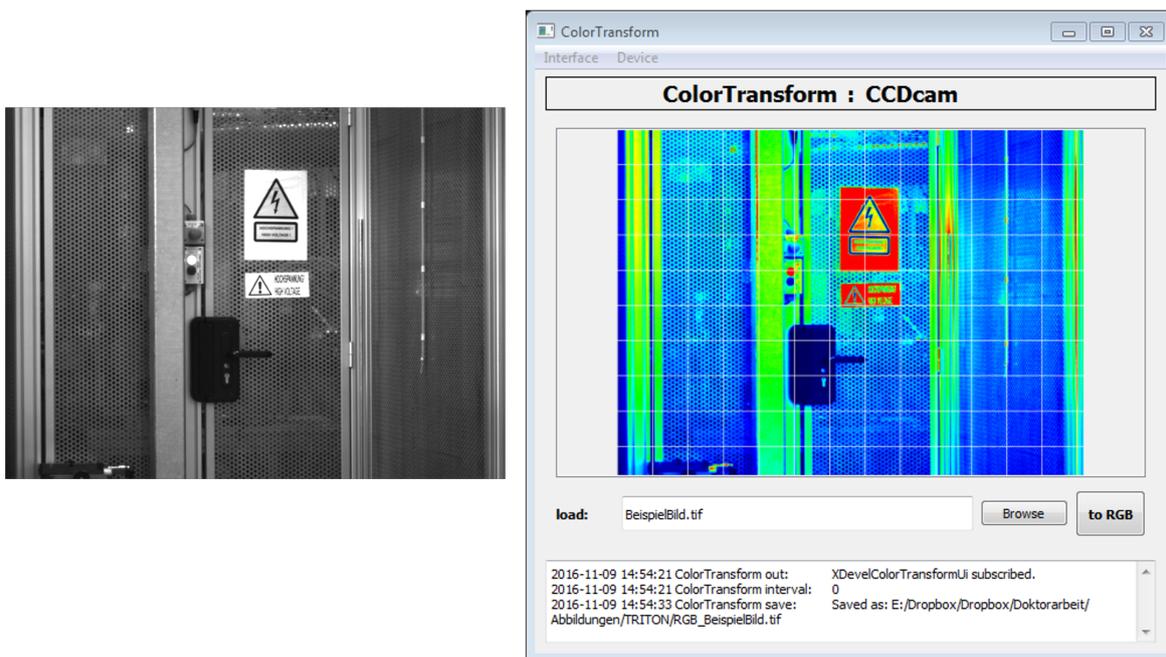
rechts oder oben ist dabei definiert als positive Werte in der Benutzereingabe, für negative Werte wird der Ionenstrahl nach links oder unten gelenkt. Die Klasse des Quadrupoldubletts ist so implementiert, dass jeweils gegenüberliegende Stäbe auf dieselbe Spannung gelegt werden und an die Nachbarstäbe die gleiche Spannung nur mit umgekehrten Vorzeichen angelegt wird. Das TRITON-Device zum Steuern der Ionen besteht aus mehreren Instanzen der drei vorgestellten Klassen, wobei die Anzahl von Ablenkern, Quadrupoldubletts und Einzellinsen und ihre Kanalzuordnung mit Hilfe von Einträgen in der Datenbank bestimmt wird. Dies ermöglicht ein einfaches Umstecken von Kabeln im Hochspannungsmodul, ohne dass Änderungen im TRITON-Code notwendig werden. Lediglich die Datenbank muss entsprechend angepasst werden. Der Benutzer entscheidet letztendlich mit Hilfe des UI (Abb. 3.4) welches Steuerelement um wie viele Einheiten verändert werden soll, während das UI die Zuordnung des Anlegens der Spannungen an den entsprechenden Kanälen im Hochspannungsmodul übernimmt.

Zur leichten Ermittlung des Ionenstroms an verschiedenen Stellen der Strahlstrecke dient eine weitere Benutzeroberfläche, die die Steuerung mehrerer Devices vereint (siehe Abb. 3.5).



**Abbildung 3.5:** Dargestellt ist die Benutzeroberfläche zur Detektion der Ionen. Im linken oberen Feld wird die Relaisposition zum Messen des Ionenstroms und eine Repellerspannung ausgewählt. Im rechten Feld steht der Absolutwert des Ionenstroms, zusätzlich ist der aktuelle Ionenstrom (grün) und der Maximalwert (rot) in farbigen Balken relativ zu einem einstellbaren Minimal- und Maximalwert dargestellt. Im unteren Feld können die verschiedenen Blendenpositionen ausgewählt werden.

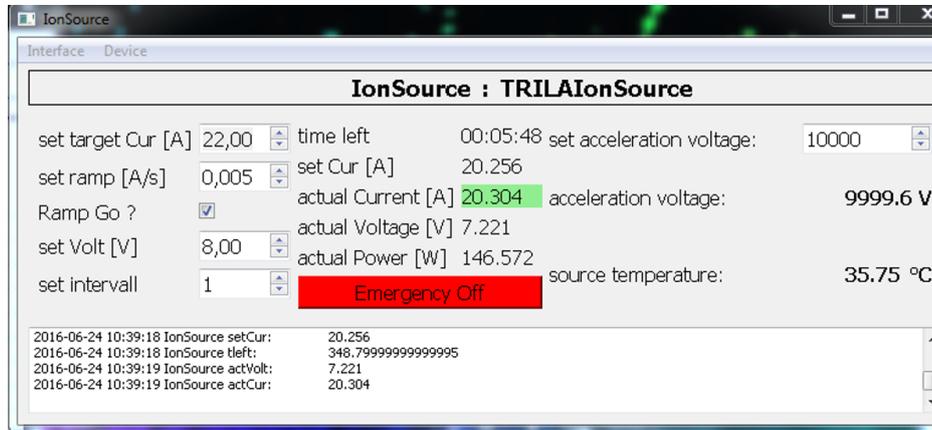
Insgesamt kann der Ionenstrom an sechs verschiedenen Stellen gemessen werden. Durch Umschalten des Relais kann die Messung des Ionenstroms an einer Position mit einem Picoamperemeter durchgeführt werden, während die anderen Positionen geerdet sind. Zusätzlich kann an den beiden FCs eine Spannung am Eingangsring angelegt werden, die sogenannte *Repellerspannung*. Mit ihrer Hilfe werden aus dem FC herausgeschlagene Elektronen zurück auf den FC gedrückt, sodass nur der *echte* Ionenstrom gemessen wird. Die beiden Blenden und der vordere FC, an dem auch der Phosphorschirm befestigt ist, können durch präzise Schrittmotoren bewegt werden. Das hat gegenüber dem früheren manuellen Betrieb zum einen den Vorteil der hohen Genauigkeit und der Reproduzierbarkeit und zum anderen die Möglichkeit die Blenden von überall aus und sogar gleichzeitig bewegen zu können. Die zur Visualisierung des Ionenstrahls auf dem MCP oder dem Phosphorschirm verwendete CCD-Kamera erstellt ein Bild in Graustufen. Die Intensität des Ionenstrahls ist für das menschliche Auge aber viel einfacher wahrnehmbar, wenn diese Helligkeitsstufen in eine Falschfarbendarstellung umgerechnet werden. Daher wurde auch eine entsprechende Bildbearbeitung in TRITON integriert. Ein Device in TRITON übernimmt diese Aufgabe und wandelt die Helligkeitsstufen beliebiger Bilder in den RGB-Farbraum um und speichert sie, wobei die größte Helligkeit rot und die niedrigste dunkelblau dargestellt wird. Zusätzlich wird in weiß ein Gitter auf das Bild gelegt, das zur Orientierung dient, sodass auch kleine Änderungen der Größe oder Position des Ionenstrahls leicht zu erkennen sind. Das Ergebnis einer Umwandlung in Falschfarben ist in Abbildung 3.6 an einem Beispielbild, das mit der Kamera in der TRIGA-Halle aufgenommen wurde, zu sehen.



**Abbildung 3.6:** Dargestellt ist die Umwandlung eines schwarz/weiß-Bildes in den RGB-Farbraum. Auf der linken Seite ist die Originalaufnahme zu sehen und rechts das TRITON Device mit der Projektion der Helligkeitsstufen in Falschfarben und der Unterteilung in Raster.

Die zum Betrieb der Ionenquelle wichtigen Funktionen sind das Anlegen der Beschleunigungsspannung, eines Heizstroms sowie einer Heizspannung und das Auslesen der Quelltemperatur. Auch diese Funktionen sind in einer Benutzeroberfläche zusammengefasst, welche in Abb. 3.7 zu finden ist. Das Anlegen der Beschleunigungsspannung, also das Hochlegen aller im Hochspannungskäfig befindlichen Komponenten, übernimmt ein Hochspannungsnetzteil außerhalb des Käfigs, das per RS232 mit einem TRITON-PC verbunden ist. Die Heizleistung wird von einem angesteuerten Heiznetzteil im

Hochspannungskäfig geliefert, das Auslesen der Temperatur an der Außenseite des Quellenflansches übernimmt ein handelsüblicher Arduino mit Hilfe eines Thermochips. Über die Außentemperatur des Flansches kann auf die Temperatur im Innern geschlossen und sicher gestellt werden, dass der Isolator nicht zu heiß wird. Heiznetzteil und Arduino sind per Ethernet und Glasfaserkabel mit der „Außenwelt“ verbunden und haben jeweils ein Display, sodass die Werte auch lokal am Käfig angezeigt werden.



**Abbildung 3.7:** Dargestellt ist die Benutzeroberfläche zur Bedienung der offline Ionenquelle. Auf der linken Seite können Zielstrom, Maximalspannung und die Rampe zum Heizen des Graphitröhrchens eingestellt werden. Rechts wird die Startspannung der Ionen eingestellt und zurück gelesen und die Temperatur des Quellenflansches angezeigt.

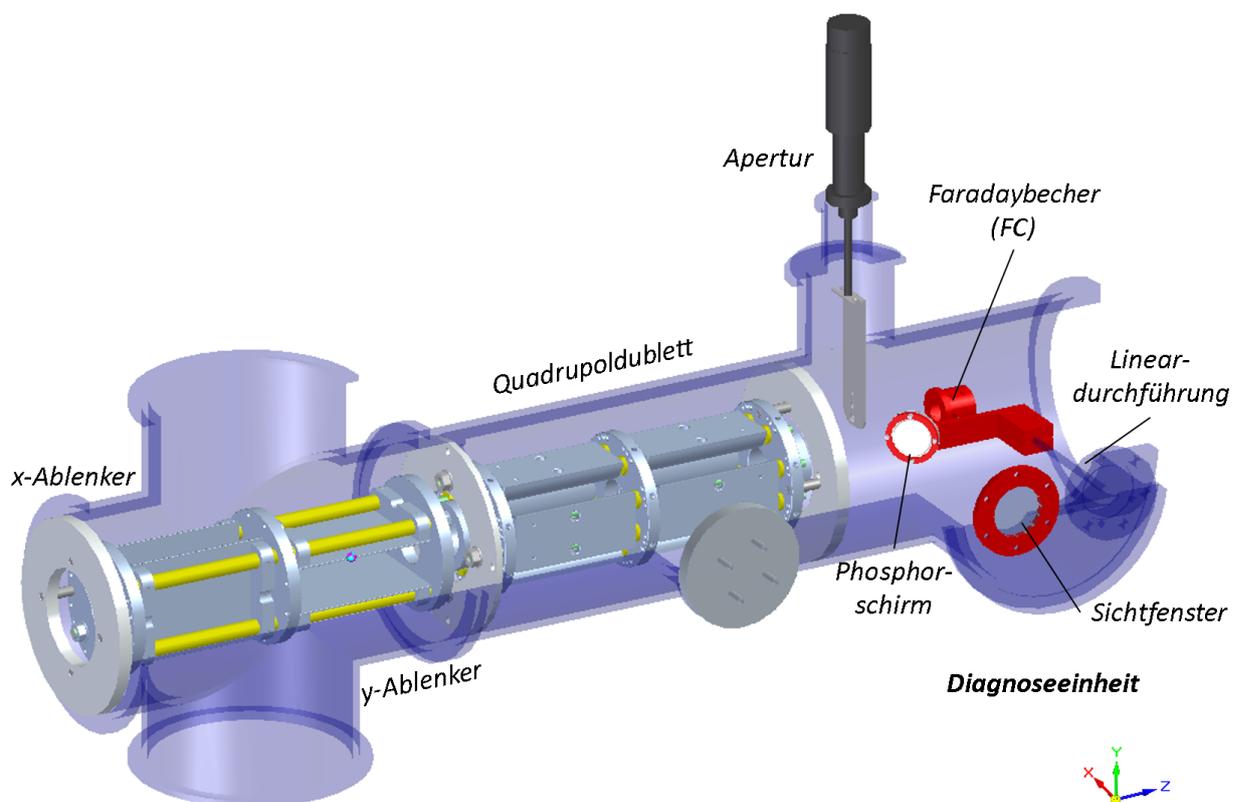
Neben den bereits erwähnten wichtigen Bestandteilen des Experiments werden viele weitere Dinge per TRITON überwacht und gesteuert, wie zum Beispiel die Laserfrequenz und -leistung, oder die Vakuummessröhren und Ventile. Auf Grund der vielfältigen Einsetzbarkeit und der leicht verständlichen Struktur wurde TRITON damit innerhalb kürzester Zeit zu einem unverzichtbaren Hilfsmittel für den reibungslosen Betrieb und die Überwachung des TRIGA-LASER Experiments.

## Aufbau der Ionenstrahlanalyseeinheit

Mit Hilfe eines Phosphorschirms kann Teilchen- oder elektromagnetische Strahlung sichtbar gemacht und eine Intensitätsverteilung in zwei Dimensionen dargestellt werden. Das Leuchten des Schirms beruht dabei auf dem Effekt der Phosphoreszenz. In der Phosphoreszenz werden Atome oder Moleküle z.B. durch elektromagnetische Strahlung angeregt und senden beim Übergang zurück in den Grundzustand Photonen aus. Im Gegensatz zur Fluoreszenz, wo diese Reemission sehr schnell vonstatten geht, kann der Vorgang der Phosphoreszenz sehr lange dauern, es entsteht ein *Nachleuchten*. Die wohl bekannteste Anwendung von Phosphorschirmen sind Röhrenfernseher, bei denen ein Elektronenstrahl auf die Phosphorschicht am Bildschirm gesendet wird.

An TRIGA-LASER wurde ein kommerziell erhältlicher Phosphorschirm der Firma GIDS verwendet, der aus einer P43 Phosphorschicht auf einem Glassubstrat mit einer Leitfähigkeitsunterlegung besteht. Die Leitfähigkeitsunterlegung sorgt dafür, dass auf dem Schirm platzierte Ladungen wieder abfließen können und er somit nicht elektrisch aufgeladen wird. Der kreisrunde Schirm hat einen Durchmesser von etwa 28 mm und ist damit deutlich größer als die Blenden, durch die der Ionenstrahl geführt wird. In Abbildung 3.8 ist eine technische Zeichnung (erstellt mit dem Programm Solid Edge) mit dem Einbau des neuen Phosphorschirms und des FC, zusammen als *Diagnoseeinheit* bezeichnet, zu sehen. Um den Schirm in die Strahlstrecke zu integrieren, musste dieser gesamte Teil der Strahlstrecke, im Folgenden *erste Diagnosestation* genannt, neu gestaltet werden. In diesem neuen Design wurden einige Verbesserungen durchgeführt: Zunächst wurde die Reihenfolge von Ablenkern und Quadrupoldublett korrigiert.

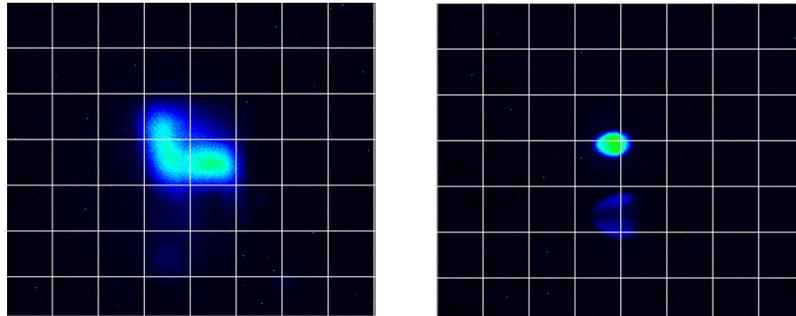
Im alten Design war es so, dass sich an den  $10^\circ$ -Ablenker das Quadrupoldublett anschloss und danach erst das zweite Ablenkpaar folgte. Bewegt sich ein runder Ionenstrahl nicht auf der zentralen Achse durch das Quadrupoldublett, so wird er verformt und abgelenkt. Eine solche Verformung kann dann im restlichen Teil der Strahlstrecke mangels ionenoptischer Komponenten nicht mehr korrigiert werden. Nur mit zwei aufeinanderfolgenden Ablenkpaaren und der damit möglichen Parallelverschiebung kann man sicherstellen, dass der Ionenstrahl auf die zentrale Achse des Quadrupoldubletts gelenkt werden kann und man statt einer Verformung nur den gewünschten Fokussierungseffekt erhält. Die zweite Veränderung betrifft die neue Position der ersten Blende. Sie befindet sich in der neu gestalteten ersten Diagnosestation näher am Quadrupoldublett als zuvor. Dies bewirkt eine größere Distanz zwischen den beiden Blenden und ermöglicht damit eine genauere Justage zwischen Laser- und Ionenstrahl. Den dritten Teil der Umgestaltung stellt die Diagnoseeinheit an sich dar. Sie ist in Abb. 3.8 rot eingefärbt und der zugehörige Abschnitt der Vakuumkammer ist neben dem Flansch für die elektrischen Durchführungen auch mit einem Sichtfenster ausgestattet.



**Abbildung 3.8:** Technische Zeichnung der ersten Diagnosestation. Die Ionen bewegen sich von links nach rechts in z-Richtung durch die Diagnosestation und passieren dabei zuerst die Ablenkplatten, dann den Quadrupol. Es folgt eine Apertur und die Diagnoseeinheit (rot eingefärbt).

Auf diesem Sichtfenster wird die CCD-Kamera befestigt und liefert Bilder des Ionenstrahls. Wichtig ist hierbei, dass die Kamera so montiert ist, dass durch das Sichtfenster kein Umgebungslicht einfallen kann. Außerdem darf es keine direkte optische Sichtlinie zwischen Phosphorschirm und Ionenquelle geben, da das Leuchten der heißen Quelle in der Regel um einiges intensiver ist als ein mit einigen keV auf den Schirm treffender, einfach geladener Ionenstrom. In Abbildung 3.9 ist ein Signal des Phosphorschirms zu sehen, das von wenigen hundert pA Calciumionen mit einer Energie von etwa 10 keV auf dem Schirm hervorgerufen wird. Das Signal wurde mit den inhärenten Funktionen des oben beschriebenen TRITON

Devices in Falschfarben umgewandelt. Man erkennt, dass mit Hilfe des Schirms und der Bildbearbeitung die Form des Ionenstrahls analysiert und optimiert werden konnte. Es hat sich herausgestellt, dass der Phosphorschirm bei Intensitäten des Ionenstrahls von bis zu einem nA die beste Performance zeigt. Dies ist auch eine typische Intensität zur Spektroskopie der Ionen. Erhöht man die Intensität weiter, so leuchtet der Schirm heller, verliert dabei aber mittelfristig an Sensitivität. Er kann weiter bei großen Ionenströmen verwendet werden, wird aber bei geringeren Strömen nicht mehr oder nur noch kaum leuchten.



**Abbildung 3.9:** Das Leuchtsignal des Phosphorschirms in Falschfarbendarstellung. Auf der linken Seite ist der Ionenstrahl vor der Optimierung mit einer großen räumlichen Ausdehnung, rechts nach der Optimierung als runder Strahl mit zentralem Intensitätsmaximum zu sehen.

Die dargelegten Verbesserungen am TRIGA-LASER Experiment waren notwendig, um die in Kapitel 4.1 beschriebenen Messungen an Calciumisotopen durchzuführen. Der folgende Abschnitt befasst sich mit der kollinearen Laserspektroskopie am CERN, dem COLLAPS Experiment, wo die Messungen mit der ROC-Technik (Kap. 4.1.4) und an den neutronenreichen Zinnisotopen (Kap. 4.2) durchgeführt wurden.

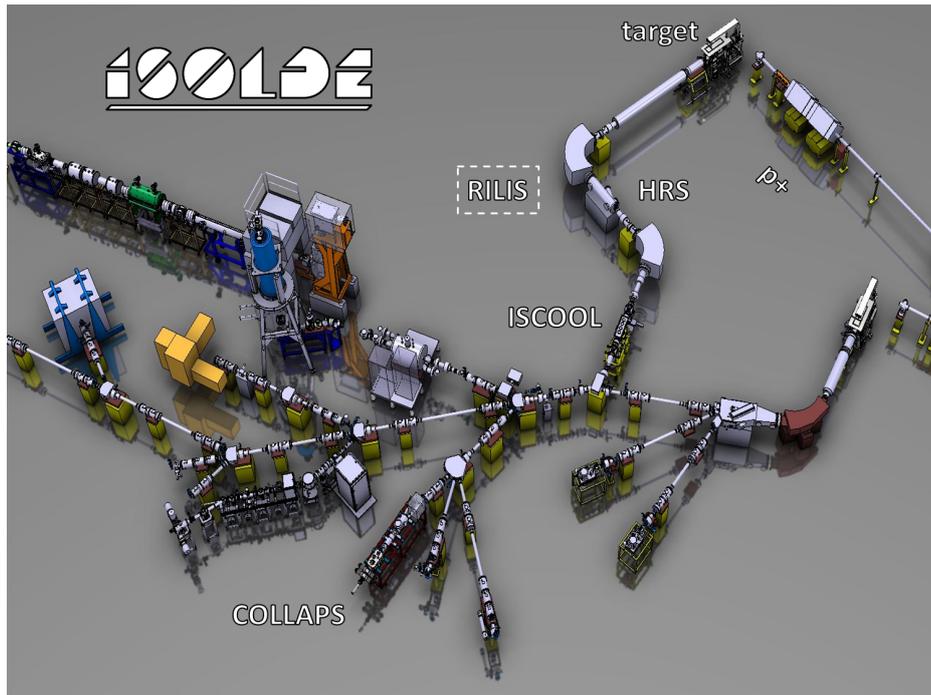
---

### 3.2 Kollineare Laserspektroskopie an COLLAPS

---

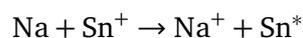
Das COLLAPS (COLLinear APplied Spectroscopy) Experiment befindet sich am Niederenergie-Zweig des CERN (Europäische Organisation für Kernforschung), der ISOLDE (Isotope Separator OnLine DEvice) Einrichtung. Die für die Laserspektroskopie wichtigen Bestandteile von ISOLDE sind in Abbildung 3.10 dargestellt. Protonen aus dem PSB (Protonen Synchrotron Booster) treffen mit einer Energie von bis zu 1,4 GeV und Intensitäten von bis zu 2  $\mu\text{A}$  auf ein Target. Zur Produktion neutronenreicher Zinnisotope wurde Urancarbid ( $\text{UC}_x$ ) eingesetzt. Durch Spallation, Fragmentation und Spaltung werden viele unterschiedliche radioaktive Nuklide erzeugt und aus einer Ionenquelle als einfach positiv geladene Ionen extrahiert. Die elementselektive Ionisierung erfolgt durch resonante Laserionisation (RILIS, Resonant Ionisation Laser Ion Source, Details sind z.B. [Mar14b] zu entnehmen). Die Isotopenselektion geschieht dann mit Hilfe eines Massenseparators, dem HRS (High Resolution mass Separator), der eine nominelle Auflösung von  $m/\Delta m = 10000$  besitzt. Mit Hilfe verfahrbarer Schlitze im Fokus des Separators wird nur die gewünschte Masse zum Experiment geleitet, während alle übrigen Isotope gestoppt werden. An den HRS schließt sich der Radiofrequenzquadrupol Kühler und Buncher (RFQCB) ISCOOL an [Man09]. ISCOOL ist eine mit Helium gefüllte lineare Paulfalle, in der Ionen mit Hilfe elektrischer Felder akkumuliert, gekühlt und als Ionenpaket (Bunch) mit einer zeitlichen Breite von einigen Mikrosekunden bei einer Energie von etwa 40 keV ausgeschossen werden. Für den effektiven Einfang der Ionen aus der Ionenquelle, muss am Eingang von ISCOOL eine etwas niedrigere, am Ausgang eine etwas höhere Spannung als an der Ionenquelle anliegen. Die Funktionsweise eines solchen RFQCB ist in Abbildung 3.11 dargestellt. Er besteht aus vier segmentierten Stäben, wobei an jeweils gegenüberliegenden Stäben dasselbe Potential angelegt wird. Die lineare Paulfalle entsteht durch die Überlagerung des Gleichspannungspotentials mit einer Wechselspannung. Das sich stetig ändernde Wechselfeld bewirkt

den radialen Einschluss der Ionen in der zentralen Achse des RFQCB. Das Gleichspannungspotential am RFQCB nimmt bis zur vorletzten Elektrode stetig ab, steigt an der letzten Elektrode aber stark an. Durch die zusätzliche Wechselwirkung der Ionen mit dem Puffergas werden die Ionen im Potentialminimum des RFQCB gefangen. Nach der Sammelzeit wird das Potential an der letzten Elektrode heruntergeschaltet und die Ionen können den RFQCB als Ionenbunch verlassen. Der große Vorteil durch die Verwendung von ISCOOL liegt in der Reduktion des Untergrundsignals, das durch Laserstreulicht erzeugt wird. Bei einer typischen Sammelzeit von mehreren hundert Millisekunden und der Synchronisation der Datenaufnahme mit dem einige Mikrosekunden breiten Ionenbunch kann man so den Laseruntergrund um einen Faktor  $\approx 10\,000$  reduzieren, ohne dabei signifikant an Signal zu verlieren.



**Abbildung 3.10:** Das Layout von ISOLDE. Protonen treffen auf das Target, in dem Radionuklide per Laserionenquelle ionisiert und zum Massenseparator HRS transportiert werden. Die Ionen einer Masse werden in ISCOOL gesammelt, als Bunch ausgeschossen und zum COLLAPS Experiment transportiert, wo die kollineare Laserspektroskopie durchgeführt wird. Zeichnung entnommen aus [ISO17].

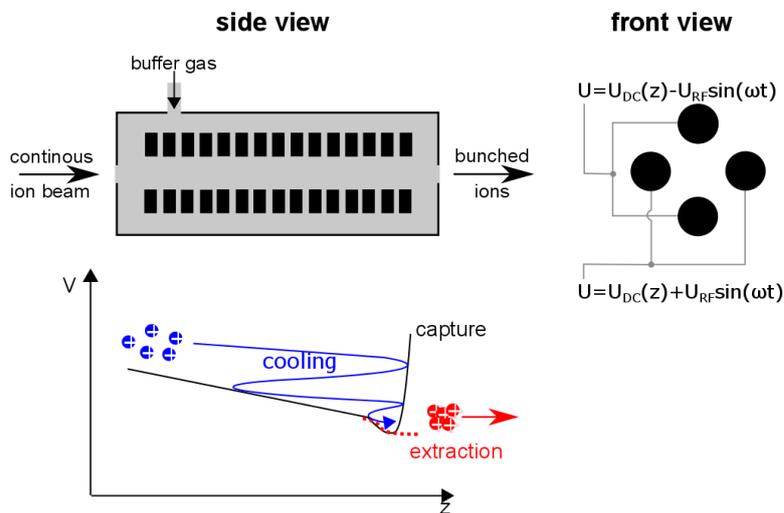
Nach der Extraktion als Ionenbunch werden die Ionen in die COLLAPS Strahlstrecke geleitet und per Ablenker und Quadrupoldublett mit einem kollinear eingestrahlt Laserstrahl überlagert. Die Spektroskopie der Zinnisotope erfolgte am atomaren System, daher wurden die Ionen vor Eintritt in die optische Nachweisregion in der Ladungsaustauschzelle (LAZ) neutralisiert. Die LAZ besteht aus einem beheizten Kupferrohr, das mit einem Alkalimetall, im Fall der Zinnmessungen Natrium, gefüllt ist. Durch Heizen der Ladungsaustauschzelle entsteht im Innern Natriumdampf, der Ladungsaustauschreaktionen mit den Zinnionen ermöglicht:



An Ein- und Austrittsloch ist die Temperatur der LAZ so gewählt, dass der Natriumdampf kondensiert und in flüssiger Form zurück in die Mitte der LAZ transportiert wird. Details zur Funktionsweise der Ladungsaustauschzelle sind [Mü83, Klo12] zu entnehmen.

Die Differenz der ersten Ionisierungsenergien von Zinn und Natrium entspricht dabei sehr genau der Energie des  $5p^2\ ^1S_0$ -Zustands im Zinnatom [NIS17], sodass sich die meisten Zinnatome nach dem

Ladungsaustausch in diesem Zustand befinden. So konnte effektiv Spektroskopie der Zinnatome am Übergang  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$  mit Laserlicht der Wellenlänge 452 nm durchgeführt werden. Die meisten Elektronen werden aber nicht in den  $5p^2\ ^1S_0$ -Zustand zurück fallen, sondern mit einer etwa zehn mal größeren Wahrscheinlichkeit in den Zustand  $5p^2\ ^1D_2$  übergehen (siehe Abb. 2.6, [NIS17]), unter Aussendung von Fluoreszenzlicht der Wellenlänge 326 nm. Dies hat den Vorteil, dass mit Hilfe passender Filter im optischen Nachweis das Fluoreszenzlicht vom laserinduzierten Streulicht separiert werden kann.



**Abbildung 3.11:** Schematische Darstellung der Funktionsweise eines RFQCB. Oben sind Seiten- und Frontansicht der Fallentstäbe zu sehen. Für den Einfang sorgt das Puffergas Helium in Kombination mit einer Wechselfspannung, die mit einer Gleichspannung überlagert ist. Die Wechselfspannung bewirkt den transversalen Einfang der Ionen, der Potentialverlauf der Gleichspannung entlang der segmentierten Stäbe ist im Graphen unten zu sehen. Zum Ausschuss der Ionen als Bunch wird das Potential am letzten Segment heruntergeschaltet. Details zur Funktionsweise eines RFQ sind z.B. in [Her01] zu finden. Zeichnung entnommen aus [Gor13].

Das Dopplertuning wird analog zu TRIGA-LASER mit einem Hochspannungsnetzteil und einem bipolaren Verstärker realisiert. Da man neutrale Teilchen aber nicht mehr mit elektrischen Feldern beeinflussen kann, wird für die Zinnspektroskopie die Nachbeschleunigungsspannung nicht erst am optischen Nachweis, sondern an die LAZ-Kammer angelegt, sodass die Zinnionen kurz vor der Neutralisation abgebremst oder nachbeschleunigt werden. Der optische Nachweis besteht bei COLLAPS aus vier Photomultipliern, von denen in Ionenflugrichtung je zwei links und zwei rechts hintereinander installiert sind. Das entstehende Fluoreszenzlicht wird mit Hilfe asphärischer Linsen wellenlängenabhängig in die PMTs fokussiert. Details zur optischen Nachweisregion können [Kre13] entnommen werden.

### 3.3 Das Lasersystem

Für die eingangs erwähnte Spektroskopie an Calcium und Zinn benötigt man Laserphotonen der Wellenlängen 393 nm (D2-Linie, Calcium), 397 nm (D1-Linie, Calcium) und 452 nm (Zinn). Alle Wellenlängen werden mittels Frequenzverdopplung des Lichts eines Titan-Saphir-Ringlasers (Ti:Sa) erzeugt. Stabile Temperatur- und Luftdruckbedingungen sind essentiell für einen stabilen Laserbetrieb auf einer festen Wellenlänge. Dabei wurde ein Ti:Sa-Laser der Firma Sirah eingesetzt, der von einem frequenzverdoppelten Nd:YVO<sub>4</sub> Laser der Firma Coherent mit 10 W gepumpt wurde. Die kurzzeitige Frequenzstabilisierung

---

des Ti:Sa erfolgt über einen externen optischen Resonator. Um Frequenzverschiebungen aufgrund langfristiger Veränderungen des Referenzresonators (Drift) zu vermeiden, wird der Laser zusätzlich auf ein Wellenlängenmessgerät (Wavemeter) der Typs High Finesse stabilisiert. Dieses Wavemeter besitzt im verwendeten Wellenlängenbereich eine absolute Genauigkeit von 10 MHz. Die internen Interferometer des Wavemeters sind natürlich ebenso anfällig für Temperatur- und Druckschwankungen wie der Referenzresonator. Um entsprechende Drifts zu vermeiden, wird es mittels eines temperaturstabilisierten Helium-Neon (HeNe) Laser in regelmäßigen Abständen kalibriert, womit eine absolute Stabilität der Laserwellenlänge von wenigen MHz erreicht wird.

Für die Messungen an TRIGA-LASER steht zusätzlich ein Frequenzkamm von Menlo-Systems zur Verfügung, mit dessen Hilfe die Laserfrequenz bis auf wenige kHz genau gemessen oder auch stabilisiert werden kann. Da bei der Bestimmung der Kerneigenschaften in der kollinearen Laserspektroskopie der Beitrag der Spannungsunsicherheit aber in der Regel die Unsicherheit der Laserwellenlänge deutlich dominiert, ist eine solch genaue Vermessung der Laserwellenlänge in der Regel nicht notwendig. Um gänzlich unabhängig von Spannungsunsicherheiten zu werden, kann man einen Ionenstrahl sowohl kollinear als auch antikollinear mit einem Laserstrahl überlagern. Multipliziert man die sich ergebenden Mittenfrequenzen aus kollinearer und antikollinearer Überlagerung, so erhält man das Quadrat der Ruhfrequenz des Übergangs unabhängig von der Energie der Ionen (siehe Gl. (2.66)). Diese Methode ist vor allem bei sehr leichten Kernen notwendig, wo schon eine geringe Spannungsunsicherheit eine große Unsicherheit in der Isotopieverschiebung zur Folge hat, und wurde an COLLAPS zur Untersuchung von Berylliumisotopen angewendet [Nö09, Kri12, Nö15, Kri16]. Für die Messungen der Zinnisotope stellt die Spannungsunsicherheit aber nicht den größten Fehlerbeitrag bei der Bestimmung der Ladungsradien dar, weshalb durch die Überlagerung mit einem Laser in kollinearer Geometrie eine ausreichende Genauigkeit erreicht werden kann.

Die Frequenzverdopplung des Ti:Sa-Laserlichts geschieht in einem Überhöhungsresonator der Firma Spectra-Physics (WaveTrain). Hier wird das Laserlicht in einem sogenannten Delta-Resonator in einen Verdopplungskristall fokussiert, dies führt zu hohen Leistungsdichten und nichtlinearen Effekten, durch die höhere Harmonische der eingestrahnten Frequenz produziert werden. Kristall und Resonator sind auf die Erzeugung der zweiten Harmonischen optimiert, so dass Licht der doppelten Frequenz mit einer typischen Effizienz von etwa 20% erzeugt wird. Dieses wird auf wenige Milliwatt Leistung abgeschwächt, bevor es zum Experiment geleitet und in die Strahlstrecke eingekoppelt wird. Am COLLAPS-Experiment wird das Laserlicht durch ein langes Rohr als freier Strahl zum Experiment geleitet, bei TRIGA-LASER über eine 180 m lange Single-Mode Laserfaser zur Strahlstrecke geführt. Bei beiden Experimenten befindet sich direkt vor dem Einkoppelfenster in die Strahlstrecke ein räumlicher Tiefpassfilter (*Mode Cleaner*), der aus zwei plankonvexen Linsen und einer Lochblende besteht. Die TEM<sub>00</sub>-Mode besitzt den kleinsten Fokus und kann im Mode Cleaner durch die Lochblende geleitet werden, während höhere räumliche Moden, die im Experiment Streulicht verursachen, stark unterdrückt werden. Details zum bei TRIGA-LASER verwendeten Mode Cleaner sowie zur Funktionsweise und Wirkung des räumlichen Tiefpassfilters sind [Wil13] zu entnehmen.

---

## 4 Ergebnisse und Diskussion

---

Mit Hilfe der Weiterentwicklungen an TRIGA-LASER wurde es möglich, die Genauigkeit der Isotopieverschiebung von stabilen Calciumionen in der D2-Linie deutlich zu verbessern. Die Vorgehensweise bei den Messungen und die Analyse der Daten werden im ersten Teil dieses Kapitels vorgestellt und sind bereits veröffentlicht [Gor15]. Weiterhin werden Entwicklungen hin zur effizienten Laserspektroskopie an Calciumionen an ISOLDE geschildert, die langfristig die Spektroskopie an  $^{53,54}\text{Ca}$  ermöglichen sollen [GG17]. Im zweiten Teil dieses Kapitels wird die an den Zinnatomen durchgeführte Messreihe erläutert. Hier werden neben der Isotopieverschiebung auch die kernphysikalischen Eigenschaften des Ladungsradius und der magnetischen und elektrischen Kernmomente ermittelt.

---

### 4.1 Kollineare Laserspektroskopie an Calciumionen

---

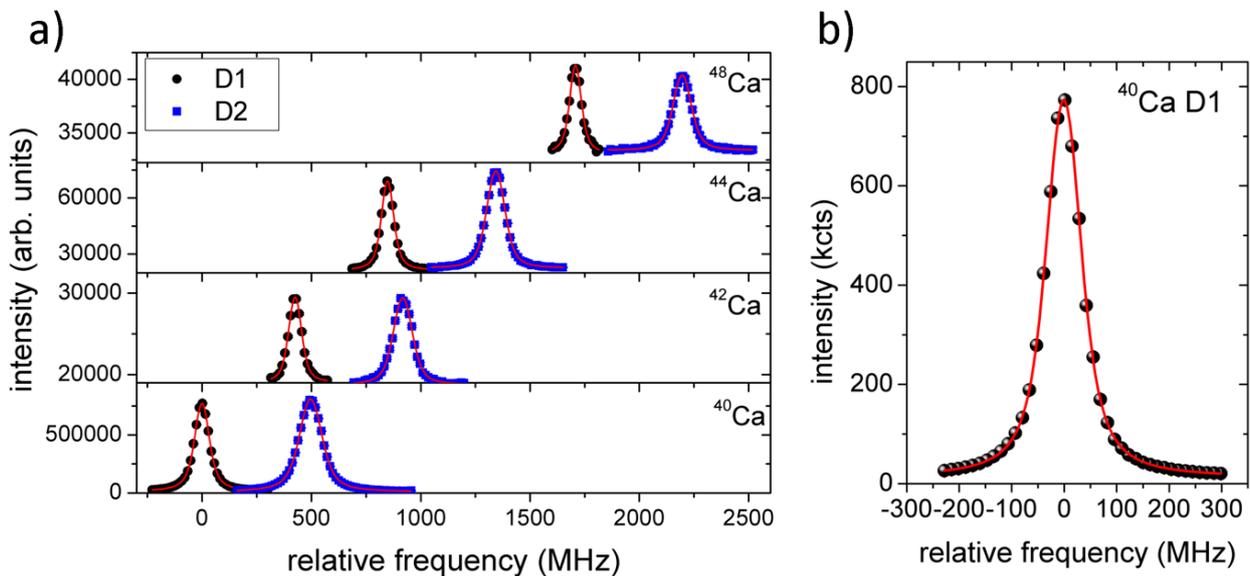
Ziel dieser Messreihe war es, die Unsicherheit der Isotopieverschiebungen von stabilen Calciumisotopen in der D2-Linie zu reduzieren und so verlässliche Kalibrationswerte für die Messungen der neutronenreichen Isotope an COLLAPS zu liefern. Die Notwendigkeit für Kalibrationswerte liegt an der nur unzureichend genau bekannten Startgeschwindigkeit der Ionen. Das Potential, das an ISCOOL anliegt und damit die kinetische Energie der Ionen vorgibt, kann zwar mit Hilfe eines Spannungsteilers gemessen werden, jedoch besitzt das dort installierte Gerät keine hinreichende Stabilität und Genauigkeit. Durch die benötigte Gleichspannung an den Stäben der Quadrupolstruktur, die der Formung des axialen Potentialverlaufs dient, und durch Stöße mit dem Puffergas im Buncher während der Extraktion muss die effektive Geschwindigkeit der Ionen außerdem nicht exakt der Geschwindigkeit entsprechen, die sich aus der Beschleunigung durch die angelegte Hochspannung an ISCOOL ergibt. Eine weitaus genauere Bestimmung des Startpotentials der Ionen ergibt sich, wenn man auf genau bekannte Isotopieverschiebungen  $\delta v_{\text{IS, lit}}^{A,A'}$  aus der Literatur für mindestens zwei Isotopenpaare zurückgreifen kann. Zu beachten ist, dass experimentelle Werte der kollinearen Laserspektroskopie in der Regel selbst mit einer Spannungsunsicherheit belastet sind. Daher sind Referenzdaten, die mit anderen Techniken gemessen wurden, vorzuziehen. Werden die gleichen Isotopenpaare während der Strahlzeit ebenfalls gemessen, kann man deren Isotopieverschiebung  $\delta v_{\text{IS, exp}}^{A,A'}(U)$  als Funktion der angenommenen Startspannung betrachten und  $U$  variieren, bis sich nach der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung (Gl. 4.1) ein möglichst kleines  $\chi^2$  ergibt.

$$\chi^2(U) = \sum_{A'} \left( \frac{\delta v_{\text{IS, exp}}^{A,A'}(U) - \delta v_{\text{IS, lit}}^{A,A'}}{\Delta \delta v_{\text{IS, exp}}^{A,A'}(U)} \right)^2. \quad (4.1)$$

Hierbei ist  $\Delta \delta v_{\text{IS, exp}}^{A,A'}(U)$  die statistische Unsicherheit der experimentellen Isotopieverschiebungen. Die Spannung, die zum kleinsten  $\chi^2$  führt, stellt die beste Übereinstimmung von Experiment- und Literaturwerten dar und ist damit die wahrscheinlichste Startspannung der Ionen. Die Unsicherheit der Startspannung entspricht dem Bereich, um den die Spannung variiert werden kann, bevor sich  $\chi^2$  um 1 vergrößert. Die statistischen Unsicherheiten in der Isotopieverschiebung sind korrekt bestimmt, wenn das *reduzierte*  $\chi^2$ , also das  $\chi^2$  dividiert durch die Anzahl der verglichenen Isotopieverschiebungen, nahe 1 ist.

Um eine solche Bestimmung der Startspannung verbunden mit der Minimierung der Spannungsunsicherheit für die Calcium-Messungen an COLLAPS durchführen zu können, sind bekannte Literaturwerte mit hoher Genauigkeit essentiell. Die in [Mar92] bisher am genauesten bestimmten Isotopieverschiebungen in der D2-Linie eignen sich auf Grund der großen Unsicherheit von etwa 20 MHz aber nicht als Referenzwerte. Daher wurden an TRIGA-LASER neue Messungen zur Isotopieverschiebung der stabilen Calcium-

isotope durchgeführt. Auch wenn in diesem Fall die Hochspannung genauer bestimmt werden kann, bleibt das Problem der unbekanntem Startspannung: Beim direkten Heizen des Graphitröhrchens fallen entlang des Graphittubus etwa 4 V Spannung ab. Da die genaue Startposition der Ionen in der Quelle nicht bekannt ist, verbleibt eine Unsicherheit von etwa 4 V. Im Falle des Calciums kann man auf die sehr präzise in einer Paulfalle gemessenen Isotopieverschiebungen in der D1-Linie [Geb15] zurückgreifen, um das Startpotential exakter zu bestimmen. Aus diesem Grund wurden an TRIGA-LASER zunächst die Isotopieverschiebungen der stabilen Isotope  $^{40,42,44,48}\text{Ca}$  in der D1-Linie gemessen. Da die Ionenquelle mit metallischem Calcium befüllt wurde, ergab sich die Isotopenverteilung im Ionenstrahl aus der relativen Häufigkeit in natürlichem Calcium ( $^{40}\text{Ca} \approx 97\%$ ;  $^{42}\text{Ca} \approx 0,6\%$ ;  $^{44}\text{Ca} \approx 2\%$ ;  $^{48}\text{Ca} \approx 0,2\%$ ; Werte aus [Nat17]). Der Wechsel zwischen den Isotopen erfolgte dann einfach durch das Doppler-Tuning, also die Änderung der Spannung am optischen Nachweis  $U_{\text{offset}}$  und entsprechende Anregung der unterschiedlichen Isotope im Ionenstrahl. In Abbildung 4.1 sind durch Variieren der Spannung sowie Anlegen unterschiedlicher Offsetspannungen am optischen Nachweis erhaltene Resonanzspektren der beiden Linien zu sehen. Zur besseren Darstellung wurden dabei die Spannungen bereits in relative Frequenzen umgerechnet und die  $x$ -Werte der D2-Linie um 500 MHz relativ zur D1-Linie verschoben.



**Abbildung 4.1:** a) Resonanzspektren stabiler Calciumisotope in der D1- (schwarze Punkte) und der D2-Linie (blaue Quadrate). Zu sehen sind die Zählraten in Abhängigkeit der Frequenz. An die Datenpunkte wurden Voigt-Profile angepasst. Als Nullpunkt der Frequenz wurde die Resonanzfrequenz von  $^{40}\text{Ca}$  in der D1-Linie gewählt, es folgen die Resonanzen der Isotope (mit aufsteigender Mittenfrequenz)  $^{42}\text{Ca}$ ,  $^{44}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ . Zur besseren Darstellung wurde die  $x$ -Achse der D2-Linie um 500 MHz verschoben.  
b) Vergrößerung der Resonanz von  $^{40}\text{Ca}$  in der D1-Linie.

Eine Messreihe bestand dabei aus mehrmaligem Messen der Resonanzfrequenz der Isotope  $^{42,44,48}\text{Ca}$ , wobei zwischen jedem Isotopenwechsel das Referenzisotop  $^{40}\text{Ca}$  wiederholt aufgenommen wurde:  
 $^{40}\text{Ca}$ , ...,  $^{40}\text{Ca} \rightarrow ^A\text{Ca}$ , ...,  $^A\text{Ca} \rightarrow ^{40}\text{Ca}$ , ...,  $^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{A'}\text{Ca}$ , ...,  $^{A'}\text{Ca} \rightarrow ^{40}\text{Ca}$ , ...,  $^{40}\text{Ca} \rightarrow \dots$

Anschließend wurde durch Änderung der Laserwellenlänge auf die D2-Linie gewechselt und die Isotopieverschiebungen nach gleichem Schema in diesem Übergang bestimmt. Die Hochspannung an der Quelle wurde während des gesamten Untersuchungszeitraums mit einem Hochspannungsteiler kontrolliert und es wurde keine signifikante Änderung registriert. Die zeitliche Stabilität der Hochspannung an der Quelle wurde darüber hinaus durch einen weiteren Wechsel der Laserwellenlänge zurück zur D1-Linie

und nochmaliger Messung der bekannten Isotopieverschiebung sichergestellt. Innerhalb der statistischen Unsicherheiten stimmten die Isotopieverschiebungen in der D1-Linie vor und nach den D2-Messungen überein. Der gleiche Messzyklus wurde nach kleineren Änderungen in der Strahlstrecke etwa drei Monate nach dem ersten Durchgang noch einmal durchgeführt.

Der Verstärkungsfaktor des bipolaren Verstärkers (Kepco), der für die schnelle Änderung der Spannung am optischen Nachweis zuständig ist, wird experimentell bestimmt: Hier wird die am Verstärker angelegte Spannung schrittweise vom Minimal- zum Maximalwert erhöht und die dann am optischen Nachweis anliegende Spannung mittels eines Hochspannungsteilers gemessen, was als Kepco-Scan bezeichnet wird. Die sich so ergebenden Datenpunkte werden einer linearen Regression unterzogen. Die Steigung dieser Geraden entspricht dem Verstärkungsfaktor und eventuelle Nichtlinearitäten des Verstärkers können als Abweichung der Anpassungsgeraden beobachtet werden. Diese Kepcoscans werden mehrfach mit unterschiedlichen Offsetspannungen wiederholt und miteinander verglichen. Eine Analyse dieser Scans ergab einen Verstärkungsfaktor von 50,0340(4). Mit Hilfe dieses Verstärkungsfaktors konnte die  $x$ -Achse in Abb. 4.1 in Frequenzen im Ruhesystem des Calciumions umgerechnet werden. Die in dieser Abbildung dargestellten Anpassungen an die Datenpunkte, im Folgenden oft *Fits* genannt, sind durch Voigt-Profilen realisiert. Die Breite des Lorentzprofils wurde dabei auf die natürliche Linienbreite von  $\gamma = 23,4$  MHz festgesetzt. Die Breite des Gaußprofils, Amplitude und Mittenfrequenz des Voigt-Profiles sowie der Untergrund wurden als freie Parameter mit Hilfe eines Fitprogramms angepasst. Das verwendete Fitprogramm ist ähnlich wie TRITON in der Programmiersprache Python verfasst und erstellt eine SQL-Datenbank in der alle wichtigen Informationen der aufgenommenen Spektren eingetragen werden. Das zugrundeliegende verwendete Paket zum Anpassen eines Voigt-Profiles an die Datenpunkte heißt *SciPy* (Scientific computing package for Python). Damit ergab sich bei der Anpassung eine gesamte Linienbreite von weniger als 100 MHz. Alle Messungen wurden mit einer Laserleistung von weniger als 150  $\mu\text{W}$  bei einem Strahldurchmesser von etwa 1,5 mm durchgeführt, sodass keine Sättigungsverbreiterung beobachtet wurde.

Bei eingehender Analyse erkennt man in den Spektren eine leichte Asymmetrie in den Datenpunkten, dies ist in dem vergrößerten Spektrum von  $^{40}\text{Ca}$  zu sehen. Diese Asymmetrie taucht aber in allen Spektren bei allen Isotopen auf und unterschiedliche Linienformen bei der Anpassung ergaben dieselben Isotopieverschiebungen. Die Vermutung liegt also nahe, dass die Mittenfrequenz auf alle Isotope in gleichem Maße wirkt und auf die Isotopieverschiebung keinen oder nur einen vernachlässigbaren Einfluss hat.

Die Isotopieverschiebung  $\delta \nu^{40,A}$ , mit  $A = 42, 44, 48$  ergibt sich aus den durch die Fits bestimmten Mittenfrequenz des  $^A\text{Ca}$ -Spektrums und aus dem Mittelwert der Mittenfrequenzen der  $^{40}\text{Ca}$ -Spektren, die direkt vor und nach den  $^A\text{Ca}$ -Messungen aufgenommen wurden. So wird für die Isotopieverschiebung immer nur ein kurzer Messzeitraum betrachtet, man ist folglich unabhängig von eventuellen Langzeitdrifts, z.B. in der Ionengeschwindigkeit oder der Laserfrequenz. Der Wert für die Isotopieverschiebung  $\delta \nu^{40,A}$  ergibt sich schließlich aus dem gewichteten Mittelwert der  $N$  Einzelwerte  $\delta \nu_i^{40,A}$ :

$$\delta \nu^{40,A} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta \nu_i^{40,A} \cdot w_i}{\sum_{i=1}^N w_i}, \quad (4.2)$$

mit dem statistischen Fehler der Einzelwerte  $\Delta \delta \nu_i^{40,A}$  in der Gewichtung

$$w_i = \frac{1}{(\Delta \delta \nu_i^{40,A})^2}. \quad (4.3)$$

Daraus folgt der statistische Fehler in der Isotopieverschiebung zu

$$\Delta\delta\nu^{40,A} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i}}. \quad (4.4)$$

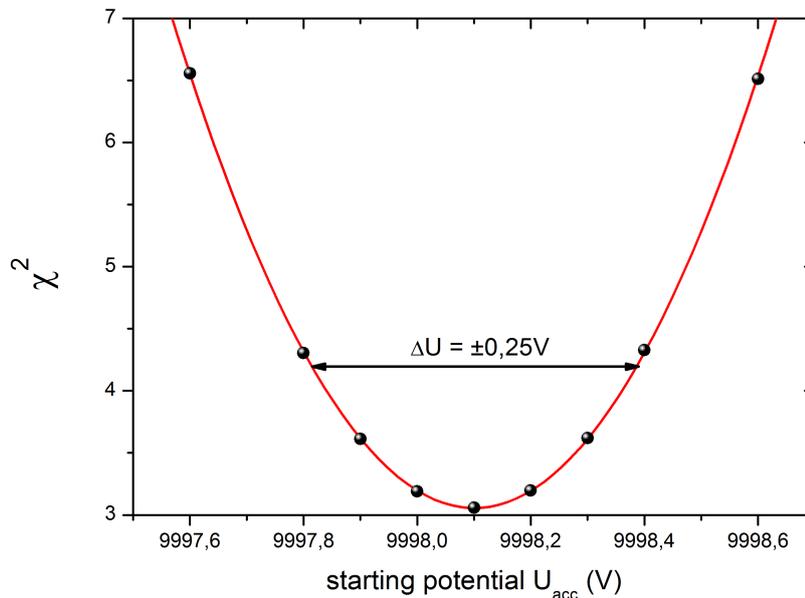
Damit sind alle zur Bestimmung des korrekten Startpotentials wichtigen Größen erläutert und die Kalibrierung des Startpotentials kann durchgeführt werden.

#### 4.1.1 Bestimmung des Startpotentials

Während beider Messzyklen wurde mittels eines Spannungsteilers eine Hochspannung von 9997 V an der Quelle gemessen. Durch die relative Unsicherheit von  $10^{-4}$  des Spannungsteilers und die Tatsache, dass die Spannung am Röhrchen das Startpotential der Calciumionen in jedem Fall erhöht, muss das Startpotential der Ionen  $U_{\text{acc}}$  zwischen 9996 V und 10 kV liegen. Aus Gleichung (4.1) und den präzisen Kalibrationswerten  $\delta\nu_{\text{trap}}^{40,A}$  aus [Geb15] ergibt sich für das  $\chi^2$  hier

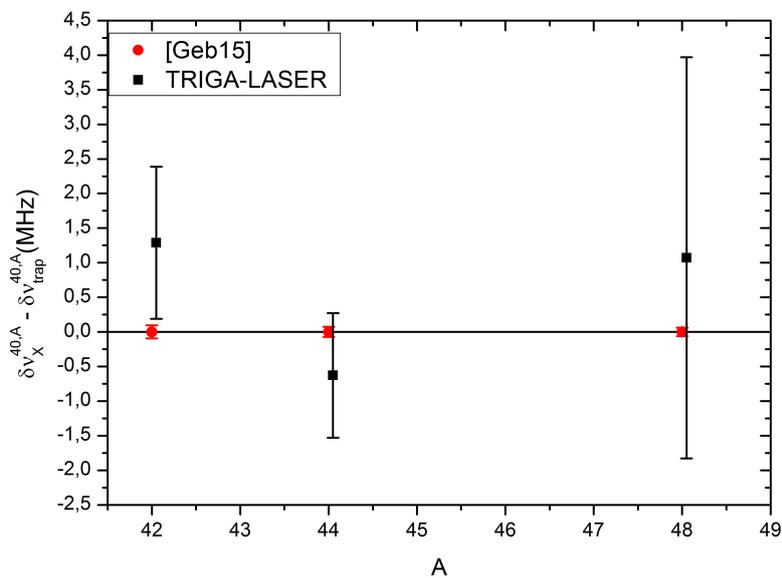
$$\chi^2(U_{\text{acc}}) = \sum_{A=42,44,48} \left( \frac{\delta\nu_{\text{IS,exp}}^{40,A}(U_{\text{acc}}) - \delta\nu_{\text{trap}}^{40,A}}{\Delta\delta\nu_{\text{IS,exp}}^{40,A}(U_{\text{acc}})} \right)^2. \quad (4.5)$$

Das sich aus den Messungen ergebende  $\chi^2$  in der D1-Linie in Abhängigkeit von der Startspannung für den zweiten Messzyklus ist in Abbildung 4.2 dargestellt.



**Abbildung 4.2:**  $\chi^2$  in Abhängigkeit des Startpotentials in der D1-Linie. Dargestellt sind die berechneten  $\chi^2$  für symmetrisch zum Minimum gewählte Startspannungen und eine an die Punkte angepasste Parabel. Der horizontale Pfeil gibt die sich ergebende Spannungsunsicherheit an, die sich aus der Zunahme des  $\chi^2$  um 1 ergibt.

Neben der Parabelform ist auch das minimale  $\chi^2(9998, 1 \text{ V}) \approx 3$  zu erkennen. Da drei Isotopieverschiebungen miteinander verglichen wurden, ergibt sich daraus auch ein reduziertes  $\chi^2$  von ungefähr 1, die statistischen Fehler der Verschiebungen sind also in Übereinstimmung mit den Referenzwerten. Variiert man die Spannung um  $\Delta U_{\text{acc}} = \pm 0,25 \text{ V}$ , so ändert sich das  $\chi^2$  um eine Einheit, womit das Startpotential bis auf diese Spannungsunsicherheit bestimmt ist. Für das Startpotential  $U_{\text{acc}}$  ergibt sich im ersten Messzyklus eine Spannung von  $9997,85(25) \text{ V}$  und im zweiten  $9998,10(25) \text{ V}$ . Die Spannungswerte stimmen im Rahmen des Fehlers zwar überein, aber leicht unterschiedliche Startpotentiale lassen sich durch unterschiedliche Calcium-Füllstände und eine damit verbundene neue Ionisationsposition im Graphitröhrchen erklären. In Abbildung 4.3 sind die aus allen Messreihen der beiden Messzyklen gemittelten Isotopieverschiebungen in der D1-Linie  $\delta \nu_{\text{TRILA D1}}^{40,A}$  relativ zu den Referenzwerten  $\delta \nu_{\text{trap}}^{40,A}$  aufgetragen. Die dargestellten Unsicherheiten sind die nach Gleichung (4.4) bestimmten rein statistischen Fehler.



**Abbildung 4.3:** Vergleich der an TRIGA-LASER bestimmten Isotopieverschiebungen nach Anwendung der Spannungsbestimmung mit den Referenzwerten in der D1-Linie. Aufgetragen ist die Abweichung der Isotopieverschiebung an TRIGA-LASER  $\delta \nu_{\text{TRILA D1}}^{40,A}$  (schwarze Quadrate) von den Referenzwerten  $\delta \nu_{\text{trap}}^{40,A}$  (rote Kreise). Eingezeichnete Fehlerbalken der TRIGA-LASER Werte beruhen auf den rein statistischen Unsicherheiten der Anpassungen an die Resonanzkurve.

Mit den nun bekannten Startpotentialen  $U_{\text{acc}}$  und deren Unsicherheit kann die Isotopieverschiebung in der D2-Linie bestimmt werden.

#### 4.1.2 Isotopieverschiebungen stabiler Calciumisotope

Bei der Bestimmung der dopplerverschobenen Frequenz (siehe Gl. (2.66)) ist der größte Unsicherheitsfaktor im Experiment die Geschwindigkeit der Ionen. Sie hängt unter anderem von den beiden Be-

schleunigungsspannungen  $U_{\text{acc}}$  und  $U_{\text{offset}}$  und von der Masse der Ionen ab. Daraus lässt sich auch der systematische Fehler  $\Delta\delta\nu_{\text{sys}}^{A,A'}$  bei der Bestimmung der Isotopieverschiebung errechnen zu [Mü83]

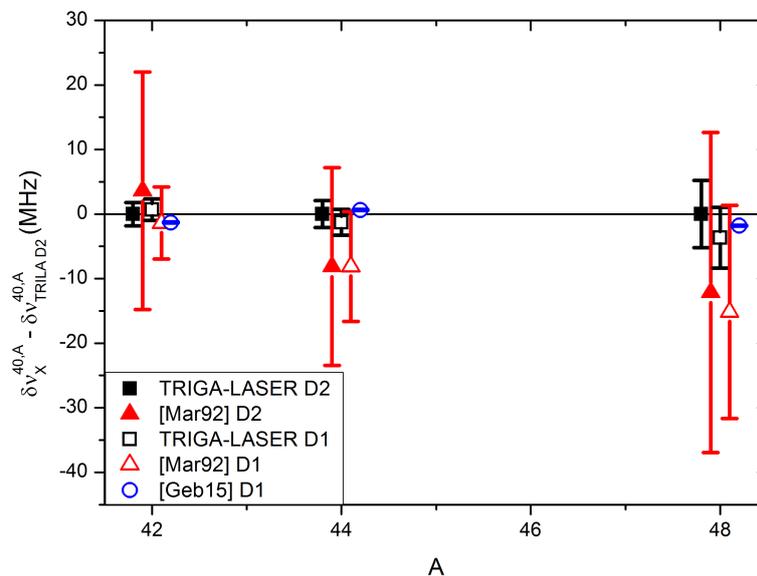
$$\Delta\delta\nu_{\text{sys}}^{A,A'} = \nu_L \cdot \sqrt{\frac{eU_{\text{acc}}}{2mc^2}} \cdot (\Delta U + \Delta M), \quad (4.6)$$

mit den beiden Fehlerbeiträgen für die Spannung  $\Delta U$  und die Masse  $\Delta M$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left( \frac{U_{\text{offset}}}{U_{\text{acc}}} + \frac{\delta m}{m} \right) \frac{\Delta U_{\text{acc}}}{U_{\text{acc}}} + \frac{U_{\text{offset}}}{U_{\text{acc}}} \frac{\Delta U_{\text{offset}}}{U_{\text{offset}}}, \quad (4.7)$$

$$\Delta M = \frac{\Delta m_A}{m} + \frac{\Delta m_{A'}}{m}. \quad (4.8)$$

Hierbei sind  $\Delta U_{\text{acc}}$  und  $\Delta U_{\text{offset}}$  die zu  $U_{\text{acc}}$  und  $U_{\text{offset}}$  gehörenden Unsicherheiten,  $\delta m = m_{A'} - m_A$  die Massendifferenz,  $m$  die Masse des Referenzisotops (hier  $^{40}\text{Ca}$ ) und  $\Delta m_A, \Delta m_{A'}$  die Unsicherheiten der Isotopenmasse  $m_A, m_{A'}$ . Alle Massen und ihre Unsicherheiten wurden aus der AME2012 Massentabelle [Wan12] entnommen und die Masse für das fehlende Elektron im Calciumion subtrahiert. Die Spannungen am optischen Nachweis wurden mit Hilfe eines Spannungsteilers bestimmt, dessen Teilverhältnis mit einer relativen Ungenauigkeit von  $5 \times 10^{-5}$  bekannt ist. Daraus ergibt sich der relative Fehler dieser Spannung auch zu  $\Delta U_{\text{offset}}/U_{\text{offset}} = 5 \times 10^{-5}$ . Mit den gegebenen Fehlerbeiträgen lassen sich die in der D1- und D2-Linie aufgenommenen Spektren wie oben beschrieben analysieren. Die damit bestimmten Isotopieverschiebungen der gemessenen Calciumisotope und ihre statistischen und systematischen Fehler sind zusammen mit den Literaturwerten in Tabelle 4.1 zusammengefasst. In Abbildung 4.4 sind diese Werte grafisch dargestellt.



**Abbildung 4.4:** Vergleich der Isotopieverschiebung in der D2-Linie mit Literaturwerten. Dargestellt ist die Abweichung der Isotopieverschiebung an TRIGA-LASER (schwarze Quadrate) von den Literaturwerten [Mar92] (rote Dreiecke) und [Geb15] (blaue Kreise). Werte für die D2-Linie sind dabei immer mit ausgefüllten Symbolen, für die D1-Linie mit offenen Symbolen dargestellt.

Zu sehen ist hier die Differenz zwischen der Isotopieverschiebung in der D2-Linie an TRIGA-LASER  $\delta \nu_{\text{TRILA D2}}^{40,A}$  und den verschiedenen Literaturwerten in der D1- und der D2-Linie. Mit Hilfe der an TRIGA-LASER bestimmten Isotopieverschiebungen in D2 konnte das Startpotential der Ionen für die Messungen an neutronenreichen Calciumisotopen mittels kollinearer Laserspektroskopie an COLLAPS festgelegt werden. Sie waren somit notwendige Variablen für die Bestimmung der Kernladungsradien der Isotope  $^{40-52}\text{Ca}$  in [Gar16].

**Tabelle 4.1:** Isotopieverschiebung stabiler Calciumisotope in der D1- und der D2-Linie. Dargestellt ist die Isotopieverschiebung in der D1- ( $4s \ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p \ ^2P_{1/2}$ ) und der D2-Linie ( $4s \ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p \ ^2P_{3/2}$ ). Die erste Zeile gibt für jedes Isotop jeweils den im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Wert an, die anderen die Literaturwerte. Die erste Klammer kennzeichnet jeweils die statistische, die zweite die systematische Unsicherheit. Die genaueren Werte der D2-Isotopieverschiebung aus der Ionenfalle [Shi17] wurden erst rund zwei Jahre nach den hier vorgestellten Messungen publiziert und durch diese motiviert.

A	$\delta \nu_{IS,D1}^{40,A}$ (MHz)	$\delta \nu_{IS,D2}^{40,A}$ (MHz)	Ref
42	427,0 (11) (13)	426,4 (15) (10)	[Mar92] [Geb15] [Shi17]
	425 (4) (4)	430 (18) (4)	
	425,706 (94)		
		425,923 (71)	
44	848,8 (9) (18)	850,1 (10) (19)	[Mar92] [Geb15] [Shi17]
	842 (3) (8)	842 (13) (8)	
	849,534 (74)		
		850,231 (65)	
48	1707,2 (29) (38)	1710,6 (35) (39)	[Mar92] [Geb15] [Shi17]
	1696 (4) (16)	1699 (19) (16)	
	1705,389 (60)		
		1707,945 (67)	

Wie in Kapitel 2.2.1 vorgestellt, ist für die Isotopieverschiebung zum einen der Feldeffekt und zum anderen der Masseneffekt verantwortlich. Während der Kernladungsradius und die Isotopenmassen nicht vom Übergang abhängen, sind Massenfaktor und Feldeffektfaktor im Allgemeinen unterschiedlich bei verschiedenen Übergängen. Die gleichzeitige Vermessung der Isotopieverschiebung der Calciumionen an zwei Übergängen erlaubt daher einen Vergleich der beiden Feldeffektfaktoren  $F_{D1}$  und  $F_{D2}$  und der Massenfaktoren  $K_{D1}$  und  $K_{D2}$ . Da es sich um zwei Feinstrukturübergänge des gleichen  $4s \rightarrow 4p$ -Übergangs handelt, sollten die Faktoren nahezu identisch sein. Allerdings können geringe Differenzen auf Grund der relativistischen Unterschiede der Wellenfunktionen erwartet werden.

### 4.1.3 Vergleich der untersuchten Übergänge

In Gleichung (2.49) ist die Beziehung zwischen Massenfaktor  $K$ , Feldeffektfaktor  $F$ , Änderung des Kernladungsradius  $\delta \langle r^2 \rangle$  und Isotopieverschiebung  $\delta \nu$  gegeben. Nach der Änderung des Kernladungsradius umgestellt ergibt sich:

$$\delta \langle r^2 \rangle^{A,A'} = \frac{\delta \nu^{A,A'}}{F} - \frac{K}{F} \frac{m'_A - m_A}{m_A \cdot m_{A'}} = \frac{\delta \nu^{A,A'}}{F} - \frac{K}{F} M, \quad (4.9)$$

mit der in Gl. (2.49) gegebenen Beziehung für  $M$ . Der Kernladungsradius ist unabhängig vom gewählten Übergang, daher lassen sich die Isotopieverschiebungen verschiedener Übergänge  $i$  und  $j$  in Beziehung setzen [Kin64, HS74]:

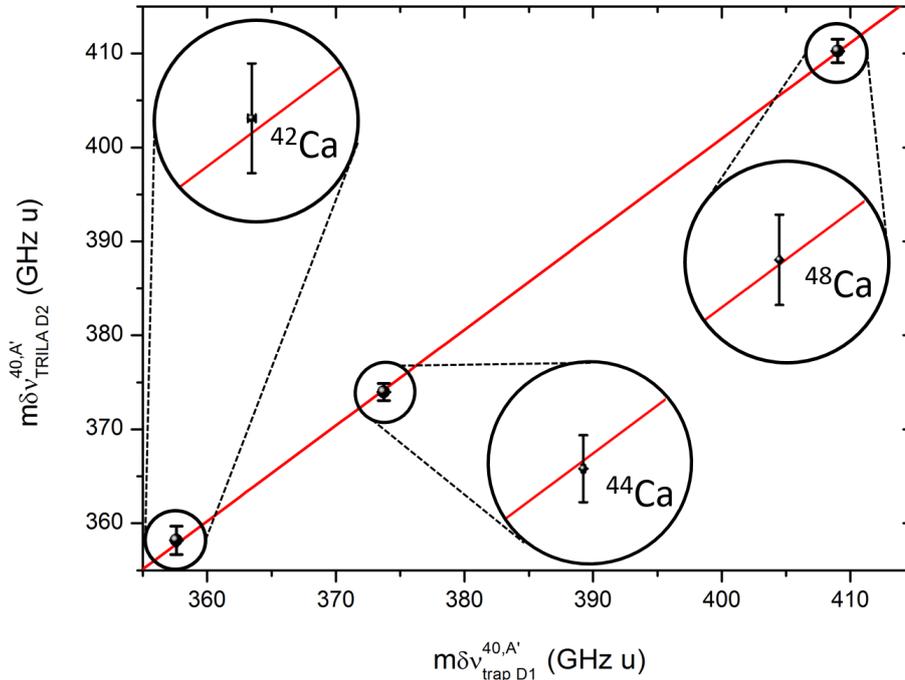
$$\frac{\delta \nu_i}{F_i} - \frac{K_i}{F_i} M = \frac{\delta \nu_j}{F_j} - \frac{K_j}{F_j} M \quad (4.10)$$

$$\Rightarrow \frac{\delta \nu_i^{AA'}}{M} = \frac{\delta \nu_j^{AA'}}{M} \frac{F_i}{F_j} + K_i - K_j \cdot \frac{F_i}{F_j}. \quad (4.11)$$

Durch Einführung der *modifizierten Isotopieverschiebung*  $m\delta \nu_k^{AA'} = \frac{\delta \nu_k^{AA'}}{M}$ , lässt sich Gl. (4.11) zu einem Vergleich der beiden Übergänge in Calcium nutzen

$$m\delta \nu_{D2}^{AA'} = m\delta \nu_{D1}^{AA'} \frac{F_{D2}}{F_{D1}} + K_{D2} - K_{D1} \cdot \frac{F_{D2}}{F_{D1}}. \quad (4.12)$$

In Abbildung 4.5 ist die an TRIGA-LASER bestimmte modifizierte Isotopieverschiebung in der D2-Linie  $m\delta \nu_{\text{TRILA D2}}^{40,A'}$  gegen die modifizierte Isotopieverschiebung in der D1-Linie  $m\delta \nu_{\text{trap D1}}^{40,A'}$  aus [Geb15] aufgetragen.



**Abbildung 4.5:** Kingplot der beiden untersuchten Übergänge in Calcium. Aufgetragen ist die modifizierte Isotopieverschiebung in der D2-Linie  $m\delta \nu_{\text{TRILA D2}}^{40,A'}$  als Funktion der modifizierten Isotopieverschiebung in der D1-Linie  $m\delta \nu_{\text{trap D1}}^{40,A'}$ . Die Vergrößerungen zeigen die exzellente Übereinstimmung der Datenpunkte mit dem linearen Fit.

In diesem nach W. H. King benannten *Kingplot* ([Kin64]) ist der nach Gl. 4.12 erwartete lineare Zusammenhang der modifizierten Isotopieverschiebungen klar erkennbar. Es ergibt sich eine Steigung von

$$\frac{F_{D2}}{F_{D1}} = 1,018(13) \quad (4.13)$$

und ein y-Achsenabschnitt von

$$K_{D2} - K_{D1} \cdot \frac{F_{D2}}{F_{D1}} = -6,4(51)\text{GHz u.} \quad (4.14)$$

Diese über die Feldeffekt Faktoren gewichtete Differenz der Massenfaktoren ist innerhalb von 1,3 Standardabweichungen mit Null verträglich.

Der Feldeffektfaktor ist proportional zur Differenz der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichten der Elektronen in den jeweiligen Zuständen:

$$F_{D1,D2} \propto \Delta |\Psi(0)|^2 = \left| \Psi_{4p_{1/2};4p_{3/2}}(0) \right|^2 - \left| \Psi_{4s_{1/2}}(0) \right|^2. \quad (4.15)$$

Die Wellenfunktion für das Elektron im  $4p_{1/2}$ -Zustand enthält eine kleine Beimischung des  $4s_{1/2}$ -Zustands. Verantwortliche Ursache dafür ist die „kleine Komponente“ des Dirac-Spinors, wenn man das Wasserstoffproblem relativistisch löst. Dies ist beim  $4p_{3/2}$ -Zustand nicht der Fall. Daher sollte die Differenz in Gl. (4.15) für die D1-Linie etwas kleiner sein. Das würde zu einem Verhältnis der Feldeffekt Faktoren etwas größer als eins führen, was auch durch den Kingplot bestätigt wird (siehe Gl. (4.13)). Allerdings entspricht die Abweichung von eins hier nur etwa dem anderthalbfachen der Standardabweichung. Um eine bessere Aussage tätigen zu können, muss die Unsicherheit in der Steigung reduziert werden, das bedeutet, dass genauere Messungen der Isotopieverschiebungen in der D2-Linie nötig sind. Daher wurde eine Kollaboration mit der Gruppe von Prof. P. Schmidt an der Physikalisch Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig gestartet. Ziel war es, die Isotopieverschiebung der stabilen Calciumisotope in der D2-Linie mit einer ähnlichen Genauigkeit wie in der D1-Linie zu vermessen. Dafür wurde das Lasersystem von TRIGA-LASER für das Experiment an der PTB zur Verfügung gestellt, vor Ort in Betrieb genommen und auf einen Frequenzkamm stabilisiert. Die sich daraus ergebenden Isotopieverschiebungen sowie eine detailliertere Untersuchung des Verhältnisses der Feldeffekt Faktoren ist in [Shi17] zu finden.

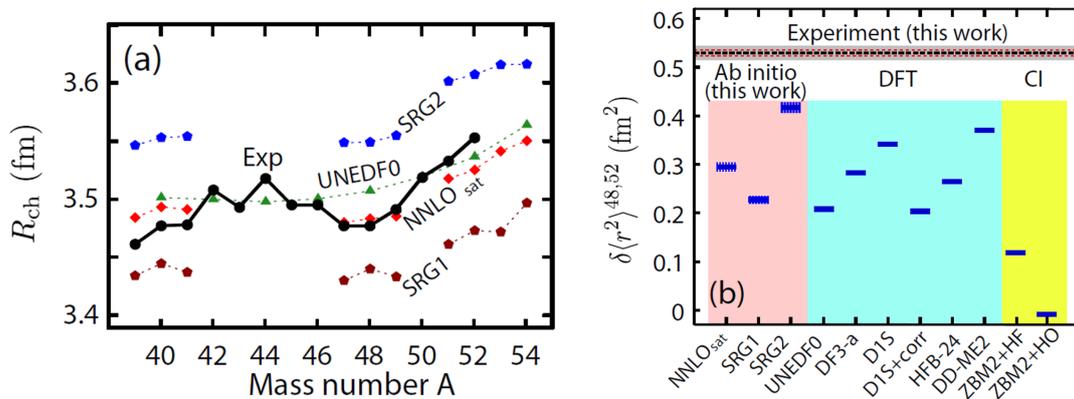
---

#### 4.1.4 Die ROC-Technik zur Vermessung exotischer Calciumisotope

---

Die hier neu bestimmten Isotopieverschiebungen in der D2-Linie im stabilen Calcium konnten analog zur Vorgehensweise in Kapitel 4.1.1 als Kalibrationswerte für die Messungen der Kerneigenschaften der neutronenreichen Isotope bis zu  $^{52}\text{Ca}$  an COLLAPS [Gar16] verwendet werden. Aufgrund der Vorhersagen einer magischen Zahl bei  $N = 32$  [Gad06, Wie13] wurde dort eine Reduktion des Kernladungsradius erwartet, ähnlich wie bei  $N = 20$  und  $N = 28$  bereits beobachtet. Die Messungen an COLLAPS zeigten aber, dass der Ladungsradius jenseits von  $^{48}\text{Ca}$  unerwartet rasch und bis  $^{52}\text{Ca}$  praktisch ungebremst ansteigt, wie es in Abbildung 4.6 zu sehen ist. Aus diesen Beobachtungen ergeben sich weitere Bestrebungen, die noch neutronenreicheren Calciumisotope ebenfalls bezüglich ihrer Kerneigenschaften zu vermessen. Auf Grund der niedrigen Produktionsrate von weniger als 100 Ionen pro Sekunde kann dies aber nicht mehr rein optisch mittels Fluoreszenzspektroskopie erfolgen. Dafür wurde der Ansatz des Teilchennachweises optisch angeregter Calciumionen mittels Ladungsaustausch, der bereits 1992 von Vermeeren, et al. erfolgreich durchgeführt wurde [Ver92], wieder neu verfolgt. Ausgenutzt wird bei dieser Methode (in

[Ver92] ROC genannt), dass ein Bruchteil der im D2-Übergang angeregten Elektronen nicht zurück in den Grundzustand fallen, sondern in einen der metastabilen 3D-Zustände übergehen (siehe Abb. 2.5).

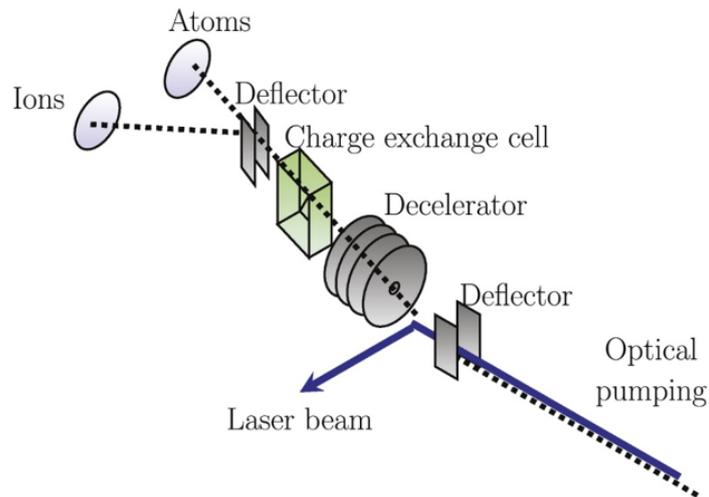


**Abbildung 4.6:** Änderung des Ladungsradius neutronenreicher Calciumisotope. Im linken Graphen (a) sind die experimentell ermittelten Ladungsradien (schwarze Kreise) als Funktion der Massenzahl zusammen mit theoretischen Berechnungen dargestellt. Der rechte Graph (b) zeigt die Änderung des mittleren quadratischen Ladungsradius zwischen  $^{48}\text{Ca}$  und  $^{52}\text{Ca}$  verglichen mit unterschiedlichen Berechnungen. Die Abbildung wurde entnommen aus [Gar16].

Bei einer Ionenenergie von etwa 4 keV ist beim Durchflug durch Natriumgas der Wirkungsquerschnitt zur Neutralisierung des Calciumions im 3D-Zustand etwa drei Mal höher als wenn das Ion sich im Grundzustand befindet. Bei entsprechend langer Interaktionszeit können die Ionen eines Bunches optisch so oft angeregt werden, dass alle Calciumionen in einen der D-Zustände transferiert werden. Um eine entsprechend lange Pumpstrecke zu erhalten, wird im Experiment die an COLLAPS installierte optische Nachweisregion verwendet, die durch weitere Röhren auf eine gesamte Pumpstrecke von etwa 2 m erweitert wurde. An diese Pumpstrecke schließt sich das neu aufgebaute ROC-System an, dessen schematischer Aufbau in Abbildung 4.7 zu sehen ist. Der Ionenstrahl kommt von unten rechts durch die lange optische Pumpstrecke. An dessen Ende befindet sich ein Deflektor, der die Ionen um einen kleinen Winkel ablenkt, um sie von dem überlagerten Laserstrahl zu trennen. Mit Hilfe einer Ladungsaustauschzelle (LAZ), wie sie in Kap. 3.2 vorgestellt wurde, kann nun die optische Anregung detektierbar gemacht werden. Die LAZ schließt sich an die Entschleunigungsstrecke an und ist dabei so eingestellt, dass ohne optische Anregung der Calciumionen etwa ein Drittel der Ionen neutralisiert wird. Mit der optischen Anregung erhält man bei entsprechender Reduktion der Ionenenergie auf 4 keV nun also bis zu 100% Neutralisationseffizienz. Die optische Anregung lässt sich dann mit Hilfe von Teilchendetektoren sichtbar machen, die Anzahl der detektierten Atome steigt im Resonanzfall deutlich, während die Anzahl der detektierten Ionen sinkt.

Die wesentliche Änderung zum Experiment in [Ver92] ist, dass nun nicht nur die Anzahl der Atome, sondern auch die der Ionen mit Hilfe von zwei identischen  $\beta$ -Detektorsystemen aufgezeichnet werden können. Durch eine Normierung der Teilchenzahl wird man damit unabhängig von Fluktuationen in der Größe des Ionenbunches. Das  $\beta$ -Detektorsystem besteht aus einer Tapestation und mehreren Szintillatoren, die jeweils über Lichtleiter mit Photomultipliern verbunden sind. Die Tapestation besteht aus einem Videoband und einem Schrittmotor und ist so platziert, dass die eintreffenden Teilchen auf ein definiertes Stück des Videobandes auftreffen und dort implantiert werden. Die Ionen und Atome zerfallen von dort unter Aussendung von  $\beta$ -Strahlung, die mit Hilfe der Szintillatoren detektiert wird. Die Halbwertszeit von  $^{52}\text{Ca}$  beträgt dabei etwa 4 s, bei  $^{53,54}\text{Ca}$  sind es bereits weniger als 100 ms. Nach dieser Zeitspanne wird das Band bewegt und der nächste Teilchenbunch trifft auf das nächste Stück des Bandes, auf dem

noch keine Teilchen implantiert wurden. Für stabile Referenzisotope, wie zum Beispiel das Isotop  $^{48}\text{Ca}$ , wurde ein Channeltron (CEM von channel electron multiplier) in die ROC Strahlstrecke integriert, das die Anzahl der auf einer Konversionsplatte von den Atomen erzeugten Elektronen aufzeichnet.



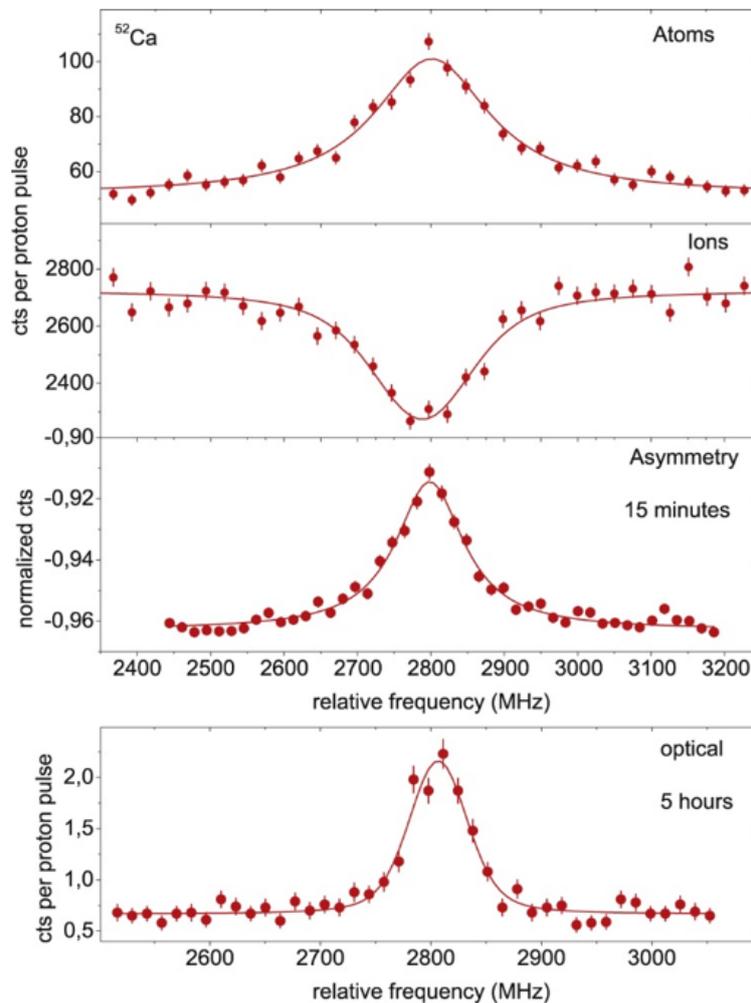
**Abbildung 4.7:** Schematische Zeichnung des ROC-Aufbaus. Die Ionen werden nach der optischen Pumpstrecke umgelenkt und abgebremst, während der Laserstrahl ausgekoppelt wird. Die auf etwa 4 keV Ionenenergie abgebremsten Ionen erreichen die Ladungsaustauschzelle. Neutralisierte Teilchen und Ionen werden mit Hilfe eines Deflektors separiert und getrennt detektiert. Abbildung entnommen aus [GG17].

Im Rahmen dieser Arbeit wurden bereits erste Messungen an stabilen Isotopen sowie an  $^{52}\text{Ca}$  mit dem neuen ROC-System an COLLAPS durchgeführt, Details dazu sind in [GG17] zu finden. In Abbildung 4.8 ist die große Steigerung der Sensitivität für  $^{52}\text{Ca}$  mit dem Teilchennachweis gegenüber dem herkömmlichen optischen Nachweis um einen Faktor von etwa 20 zu erkennen, damit sind bereits Produktionsraten von weniger als 10 Teilchen pro Sekunde ausreichend, um per kollinearer Laserspektroskopie untersucht zu werden und die Spektroskopie der Isotope  $^{53,54}\text{Ca}$  wird realisierbar. Dargestellt ist dort neben den optischen Spektren und denen des Atom- bzw. Ionennachweises auch ein Asymmetriesignal. Hier wurden für jeden Frequenzschritt die Zählraten der Atome  $N_{\text{Atom}}$  und der Ionen  $N_{\text{Ion}}$  subtrahiert und normiert

$$N_{\text{Asymmetrie}} = \frac{N_{\text{Atom}} - N_{\text{Ion}}}{N_{\text{Atom}} + N_{\text{Ion}}}. \quad (4.16)$$

Dadurch ergibt sich ein Resonanzsignal, das unabhängig von Fluktuationen in der Ionenzahl des Bunches ist. Ein Vergleich von optischem Spektrum mit den ROC-Spektren ergibt eine deutlich sichtbare Verbreiterung der Resonanzen. Diese rührt hauptsächlich aus der verwendeten Laserleistung, die im dargestellten Fall etwa zehn mal höher war als bei der optischen Detektion. Man sieht in Abb. 4.8 neben dieser Verbreiterung aber auch eine systematische Verschiebung der Mittenfrequenz im Ionennachweis um etwa 8 MHz. Der genaue Ursprung dieser Verschiebung und mögliche Lösungen werden zur Zeit untersucht. Ebenso können nur etwa 15% der Ionen, die durch die optische Anregung zusätzlich neutralisiert werden, auch als Atome detektiert werden. Die Defokussierung des Ionenstrahls durch das Abbremsen kurz vor dem Eingang in die Ladungsaustauschzelle ist offenbar größer als anhand vorheriger Teilchenbahnsimulationen erwartet. Während die Ionen wieder beschleunigt und in die  $\beta$ -Detektorstation fokussiert werden, ist eine Fokussierung des entstehenden Atomstrahls nicht möglich, was den Nachweis der neutralisierten Teilchen entsprechend ineffizient gestaltet. Dennoch können mit der Klärung der Ursache für die Verschiebung der Mittenfrequenz die Kerneigenschaften von Calciumisotopen mit Neutronen-

zahlen  $N > 32$  an COLLAPS mit Hilfe der ROC-Methode bestimmt werden, sofern an ISOLDE eine Produktionsrate von mehr als einem Ion pro Sekunde erreicht wird.



**Abbildung 4.8:** Vergleich von optischem Nachweis und Teilchennachweis mittels ROC. In den beiden oberen Graphen ist die Zählrate normiert auf einen Protonenpuls für den Nachweis von Atomen und Ionen mit Hilfe der ROC-Methode zu sehen, darunter das daraus errechnete Asymmetriesignal (Details im Text). Im untersten Graphen ist das Spektrum des optischen Nachweises zu sehen [Gar16]. Die Aufnahmezeit der ROC-Spektren betrug etwa 15 Minuten, während für das optische Spektrum drei Stunden gemessen werden musste. Abbildung entnommen aus [GG17].

Das folgende Kapitel befasst sich ebenfalls mit der Bestimmung von Isotopieverschiebungen neutronenreicher Isotope mit doppelt magischen Kernen mittels kollinearer Laserspektroskopie an COLLAPS, allerdings am Element Zinn. Hier werden zusätzlich zur Isotopieverschiebung auch die Änderung im mittleren quadratischen Ladungsradius, die Isomerieverschiebung, sowie die magnetischen Dipol- und elektrischen Quadrupolmomente der neutronenreichen Zinnisotope bestimmt.

---

## 4.2 Kollineare Laserspektroskopie an Zinnatomen

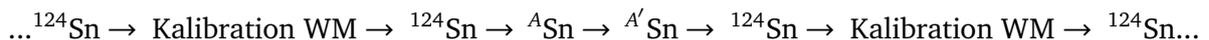
---

Die Messungen an Zinn wurden im Rahmen einer viertägigen Strahlzeit durchgeführt. Untersucht wurden dabei die Isotope  $^{109,112-134}\text{Sn}$  im Grundzustand sowie die Isomere der ungeraden Isotope von  $^{113m,117m-131m}\text{Sn}$  und die geraden Isotope  $^{128m,130m}\text{Sn}$ . Durch den vergleichsweise kleinen  $A$ -Faktor des oberen Zustands und die kleine Isomerieverschiebung überlagerten sich die Resonanzsignale in den aufgenommenen Spektren teilweise. Um eine möglichst hohe Auflösung zu erhalten, wurde die Spektroskopie mit der an ISOLDE zur Zeit größtmöglichen Ionenenergie von 40 keV durchgeführt. Ebenso wurde die Laserleistung soweit reduziert, dass keine Sättigungsverbreiterung mehr beobachtet wurde. Lediglich für die Aufnahme der ersten Resonanz des mit geringster Ausbeute produzierten Isotops  $^{134}\text{Sn}$  wurde die Laserleistung erhöht, um die Signalausbeute zu optimieren. Da dieses Isotop den Kernspin  $I = 0$  aufweist und auch kein Isomer beobachtet wurde, tritt nur ein Resonanzpeak auf und eine leichte Verbreiterung kann toleriert werden. Zur exakten Bestimmung der Resonanzfrequenz wurden trotzdem noch einmal Spektren von  $^{134}\text{Sn}$  mit reduzierter Laserleistung aufgenommen.

Zur effektiven Erzeugung der neutronenreichen Zinnisotope wurde der Protonenstrahl nicht direkt auf das Urancarbid-Target gesteuert, sondern auf den *Neutronenkonverter* [Cat03]. Die hier auftreffenden Protonen erzeugen durch Spallationsprozesse Neutronen, welche dann mit dem Target wechselwirken und die neutronenreichen Zinnisotope erzeugen [Kö08].

Die Stabilität der Laserfrequenz während der Strahlzeit sicherzustellen ist eine der wichtigsten Randbedingungen bei der kollinearen Laserspektroskopie. Nach Möglichkeit werden daher Spektren der kurzlebigen Isotope und des Referenzisotops in raschem Wechsel gemessen. Mit dem Wechsel zum HRS-Separator und der Verwendung von ISCOOL wurde der Isotopenwechsel deutlich zeitaufwändiger. Auf Grund der begrenzten Messzeit war es nicht immer möglich, nach jedem aufgenommenen Isotop  $^A\text{Sn}$  auf das Referenzisotop  $^{124}\text{Sn}$  zu wechseln. In aller Regel wurden daher die Resonanzspektren von zwei verschiedenen Isotopen aufgenommen, bevor wieder Referenzmessungen durchgeführt wurden. So ergibt sich immer noch für jedes Isotop eine Referenzmessung unmittelbar vor oder nach der Aufnahme des Spektrums. Damit war gewährleistet, dass die Isotopieverschiebung unabhängig von Langzeiteffekten bestimmt werden konnte. Durch den Vergleich der Resonanzpositionen des Referenzisotops in aufeinanderfolgenden Messungen kann eine eventuell auftretende Langzeitdrift bemerkt werden. Eine solche Drift könnte durch die nicht optimalen Bedingungen des Laserlabors verursacht werden. Die neu installierte und noch nicht einwandfrei funktionierende Klimaanlage erzeugte keine stabile Temperatur im Laserlabor. Die in Richtung des Wavemeters strömende Kaltluft kann weitere Schwankungen der Gerätetemperatur und damit der gemessenen Wellenlänge hervorrufen. Die Driftkompensation des Lasers würde dies als eine Änderung der Laserfrequenz interpretieren und entsprechend gegensteuern, obwohl die Veränderung nur von den veränderten Messbedingungen hervorgerufen wurde. Darum wurde das Wavemeter mit Hilfe einer Abdeckung vor dem Luftzug geschützt und zusätzlich regelmäßig mit einem frequenzstabilisierten He:Ne Laser kalibriert. Diese Rekalibrierung wurde stets zwischen zwei Messungen des Referenzisotops  $^{124}\text{Sn}$  durchgeführt.

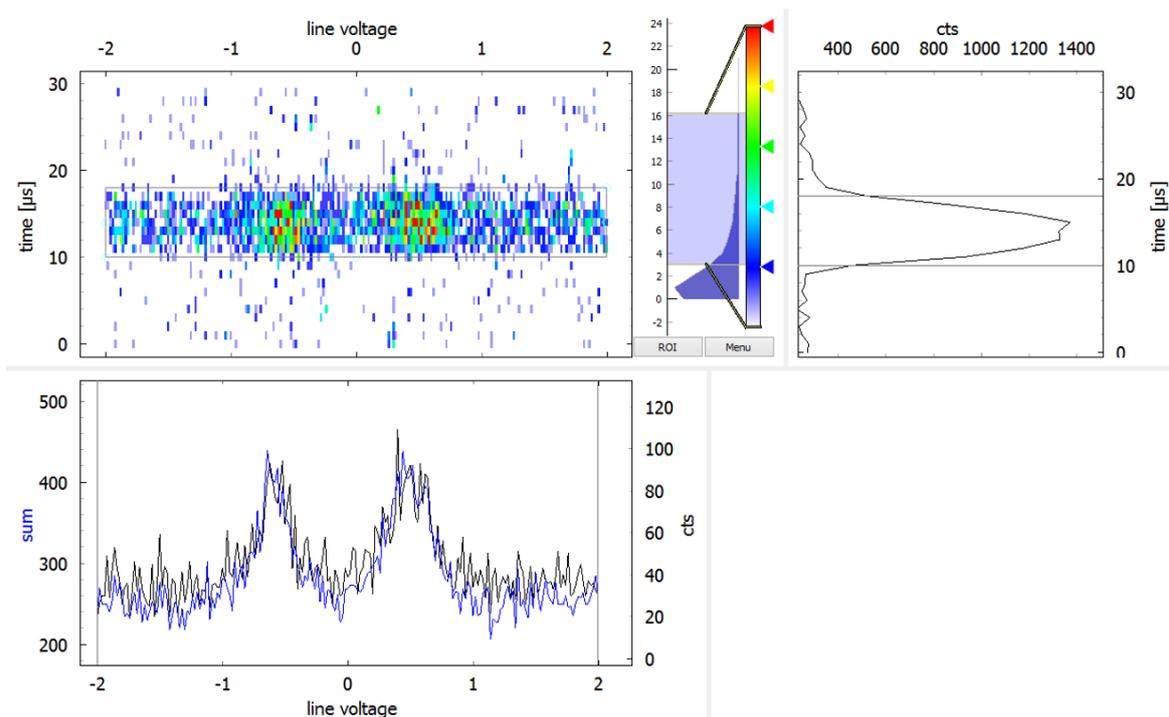
Der Ablauf der Messung zweier Isotope  $^A\text{Sn}$  und  $^{A'}\text{Sn}$  verlief also meist in folgender Weise:



Eine durch das Wavemeter (WM) verursachte Drift des Lasers während der Messung der Isotope  $^A\text{Sn}$  und  $^{A'}\text{Sn}$  würde sich durch eine Verschiebung der Referenzposition unmittelbar vor und nach der Kalibration des Wavemeters bemerkbar machen. Sollte hingegen eine Verschiebung der Resonanzposition zwischen den beiden Messungen des Referenzisotops, die jeweils unmittelbar nach der WM-Kalibration durchgeführt wurde, auftreten, so muss dieses andere Ursachen haben. Eine mögliche Ursache könnten in diesem Fall Raumladungseffekte in ISCOOL sein, wenn eine zu große Zahl von Ionen im RFQCB gespeichert wird. Daraus resultiert eine verbreiterte Energieverteilung und eine veränderte mittlere Geschwindigkeit des ausgeschossenen Ionenbunches. Dies hat unmittelbar eine falsche Bestimmung der

Mittenfrequenz zur Folge. Mit Hilfe der neu entwickelten, zeitaufgelösten Datenaufnahme TILDA (für Details siehe [GK17, Kau17]), die parallel zu der an COLLAPS etablierten Datenaufnahme MCP bei dieser Strahlzeit verwendet wurde, war es jederzeit möglich, die Flugzeit und die Teilchenanzahl des Ionenbunches zu überwachen. Analysiert wurde dabei das durch den Bunch induzierte Restgasleuchten. Dieses ist Fluoreszenzlicht, das in der optischen Nachweiskammer nicht durch eine Laseranregung, sondern durch inelastische Stöße der Strahlionen mit verbliebenen Gasteilchen verursacht wird. Der Druck im optischen Nachweis betrug während der Messzeit etwas weniger als  $10^{-6}$  mbar, sodass sich immer noch etwa  $10^{10}$  Gasteilchen/cm<sup>3</sup> in der Kammer befanden. In der Ladungsaustauschzelle ist der Gasdruck noch um ein Vielfaches höher, das Restgasleuchten wird daher vor allem in diesem Bereich entstehen. Die Ankunftszeit jedes von den PMTs registrierten Photons wurden mit TILDA mit einer Zeitauflösung von 10 ns aufgezeichnet. Dies erwies sich als sehr hilfreich bei der Analyse der Flugzeit und der zeitlichen Länge des Ionenpakets.

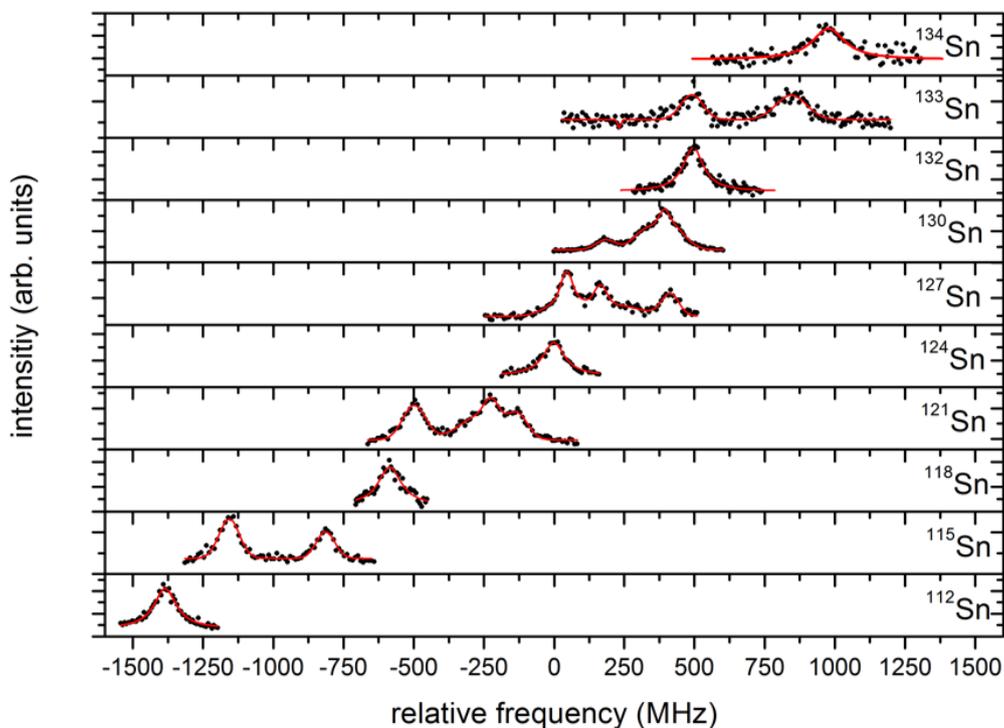
In Abbildung 4.9 ist ein Spektrum mit der vollen Information des Isotops <sup>133</sup>Sn zu sehen, in dem das detektierte Licht in Abhängigkeit von der Zeit (vertikal) und der an die LAZ angelegten Nachbeschleunigungsspannung (horizontal) dargestellt ist. Ebenso zu sehen sind zweidimensionale Graphen, die die Projektion auf die Zeit- bzw. die Spannungsachse repräsentieren. Eine Analyse der Spektren, die mit der neuen, zeitaufgelösten Datenaufnahme aufgenommen wurden, und der herkömmlichen an COLLAPS verwendeten Datenaufnahme ergab keinerlei Unterschiede. Da aber nicht alle Spektren mit TILDA aufgenommen wurden, wird die folgende Analyse mit den Daten durchgeführt, die mit MCP gemessen wurden.



**Abbildung 4.9:** Zeitaufgelöstes Spektrum von <sup>133</sup>Sn. Zu sehen ist oben links im Graphen farbkodiert die Zählrate eines PMTs in Abhängigkeit der Flugzeit und der Nachbeschleunigungsspannung. Im unteren Graphen ist diese Zählrate eines PMTs als schwarze Linie in Abhängigkeit der Spannung für den ausgewählten Zeitraum zu sehen (rechte y-Achse). Die blaue Linie stellt die Summe aller vier PMTs dar (linke y-Achse). Im Graphen oben rechts ist die Zählrate des PMTs als Funktion der Zeit über das gesamte Spannungsintervall dargestellt.

Die Anregung der Atome geschah am Übergang  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$  mit Laserlicht der Wellenlänge 452 nm, die Aussendung des Fluoreszenzlichtes geschieht überwiegend über den Übergang  $5p6s\ ^1P_1 \rightarrow 5p^2\ ^1D_2$  bei etwa 326 nm (siehe Kap.2.3.2, Abb.2.6). Aus diesem Grund wurden vor drei der vier PMTs Filter installiert, die nur Licht unterhalb von 400 nm passieren lassen. Dadurch sollte das laserinduzierte Streulicht vollständig eliminiert werden. Im Experiment war allerdings kein Unterschied in der (Untergrund-) Zählrate der vier PMTs zu sehen. Durch das Bunchen und den damit verbundenen kurzen Messzeitraum wurde der laserinduzierte Untergrund bereits so stark reduziert, dass der Untergrund durch das Restgasleuchten dominiert war. Dieses Licht wies im Experiment eine Wellenlänge kleiner als 400 nm auf und wurde daher nicht durch die Filter blockiert.

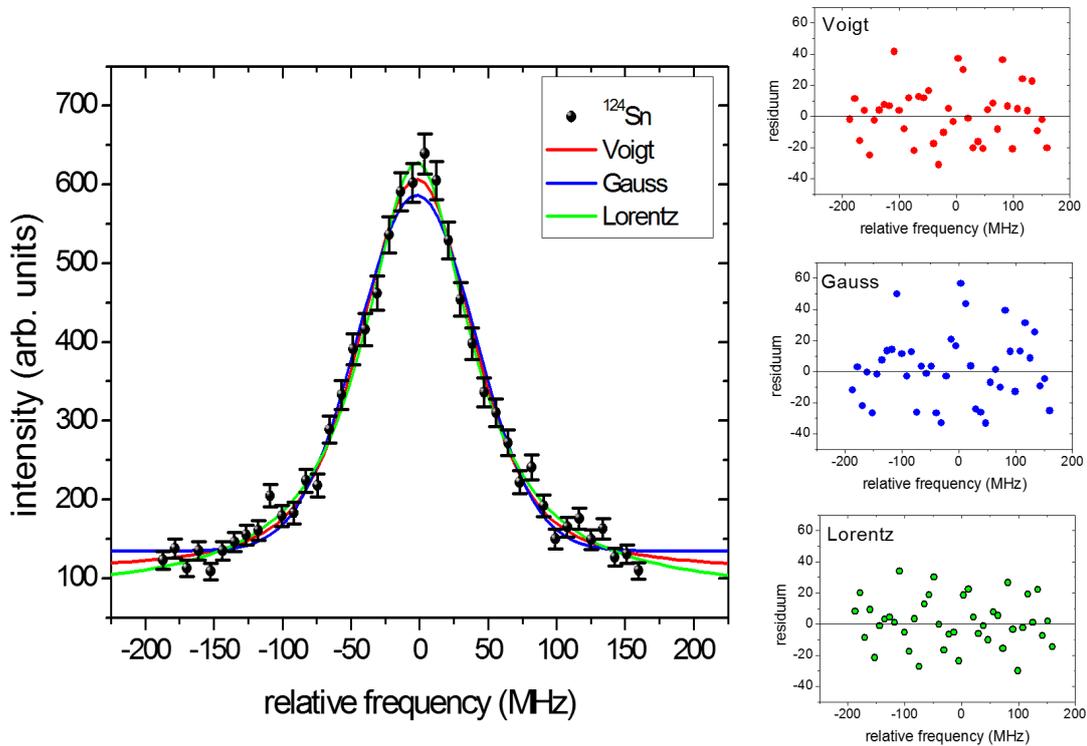
In Abbildung 4.10 sind Beispielspektren für einige der aufgenommenen Isotope zu finden. Der Verstärkungsfaktor des bipolaren Verstärkers (Kepco) wurde mit Hilfe sogenannter Kepcoscans zu 50,42702(1) bestimmt und die Spannung damit in eine relative Frequenz umgerechnet. Den Nullpunkt für die Frequenz bildet hier die Mittenfrequenz des Referenzisotops  $^{124}\text{Sn}$ . In einer ersten "groben" Analyse wurde für die Berechnung der Gesamtbeschleunigungsspannung die nominellen Werte der Spannungsteiler verwendet. Eine genauere Kalibration für die endgültige Analyse wird in Kapitel 4.2.1 beschrieben.



**Abbildung 4.10:** Resonanzspektren aufgenommener Zinnisotope am Übergang  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$ . Zu sehen sind die Zählraten in Abhängigkeit der Frequenz, zusammen mit Anpassungen der Resonanzen mittels Voigt-Profilen. Als Nullpunkt der Frequenz wurde die Resonanzfrequenz von  $^{124}\text{Sn}$  gewählt.

Bei der Anpassung von Voigt-Profilen an die Datenpunkte wurde die Lorentzbreite auf die natürliche Linienbreite des verwendeten Übergangs von etwa 52 MHz fixiert. Alle Isotope wurden mit einer Laserleistung von etwa 1 mW aufgenommen, dabei ergaben sich in den Fits Gaußbreiten von unter 70 MHz. Dies resultiert nach Gl. (2.65) in einer vollen Halbwertsbreite von unter 100 MHz, womit alle Resonanzen der stabilen Isotope klar aufgelöst werden konnten. Zum Test der Linienform wurden ebenso Anpassungen an die Daten mit reinen Lorentz-, bzw. Gaußprofilen durchgeführt. Ein Vergleich der Linienformen eines Referenzspektrums ist in Abbildung 4.11 zu sehen. Der Unterschied der Mitten-

frequenzen, der sich aus den verschiedenen Profilen ergibt, ist deutlich kleiner als die Unsicherheit der Fits.



**Abbildung 4.11:** Vergleich der Anpassungen durch Voigt-, Gauss- und Lorentzprofil. Auf der linken Seite ist ein Referenzspektrum des Isotops  $^{124}\text{Sn}$  zu sehen zusammen mit den verschiedenen Anpassungskurven. Auf der rechten Seite sind die Residuen dargestellt, die sich aus den unterschiedlichen Fits ergeben.

In Abb. 4.11 sind ebenso die sich aus den Fits ergebenden Residuen für die unterschiedlichen Linienformen dargestellt. Alle Residuen sind strukturlos und schwanken statistisch. Die im Ladungsaustauschprozess häufig auftretenden Nebenpeaks bei kleineren Energien [Ben86] fehlen hier völlig. Die beste Anpassung an die Daten ergibt sich mit dem Voigt-Profil, daher wurde dieses für die folgende Analyse beibehalten und die Isotopieverschiebungen zum Referenzisotop  $^{124}\text{Sn}$  bestimmt. Durch Vergleich mit den von Eberz et al. [Ebe87] am gleichen Übergang bestimmten Isotopieverschiebungen an stabilen Zinnisotopen, kann analog zur Vorgehensweise in Kapitel 4.1.1 das Startpotential der Ionenbunche bestimmt werden. In diesem Fall sind aber zwei Spannungsteiler anhand des  $\chi^2$ -Test zu kalibrieren.

#### 4.2.1 Bestimmung der Spannungsteilerverhältnisse

Die beiden am Buncher ISCOOL und dem optischen Nachweis angelegten Potentiale wurden mit Hilfe von Spannungsteilern und Voltmetern bei jedem Resonanzscan zum Teil mehrfach gemessen. Die Spannung am optischen Nachweis wurde mit Hilfe von zwei verschiedenen Voltmetern gleichzeitig gemessen, sie zeigten eine konstante relative Differenz von etwa  $4 \times 10^{-5}$ . Zur Umrechnung der Spannung in Frequenzen wurde daher stets der Mittelwert der aus beiden Voltmetern bestimmten Spannungen ermittelt. Um das genaue Startpotential der Zinnionen festzustellen, wird nun analog zur Analyse der Calciummessungen eine  $\chi^2$ -Analyse durchgeführt. Da Spannungswerte für jeden Resonanzscan gemessen wurden, wird diesmal aber nicht direkt die Spannung, sondern das Teilverhältnis  $1:R_{\text{ISCOOL}}$  variiert.

Dieses Verhältnis wurde im Jahr 2009 zu  $R_{\text{ISCOOL}} = 9994,44(16)$  bestimmt. Einen Monat nach den hier durchgeführten Messungen an den Zinnatomen wurde das Teilverhältnis des verwendeten Spannungsteilers mit Hilfe eines genau bekannten, kalibrierten Spannungsteilers ein weiteres Mal gemessen. Diese Messung konnte bis zu einer Spannung von 30 kV durchgeführt werden und ergab einen Wert von  $9989,3(16)$ . Die relativ große Änderung von etwa  $5 \times 10^{-4}$  über einen Zeitraum von sieben Jahren liegt aber innerhalb der relativ schlechten Spezifikation des Spannungsteilers. Der Hersteller garantiert eine relative Stabilität von etwa  $2 \times 10^{-3}$  über diese Zeitspanne. Das Teilverhältnis des Spannungsteilers am optischen Nachweis wurde zuletzt vor etwa drei Jahren zu  $1 : R_{\text{opt}} = 1 : 1000,022(5)$  bestimmt. Da die Spannungen am optischen Nachweis für die Aufnahme der Resonanzspektren der einzelnen Isotope um mehrere Kilovolt geändert wurden, ist ein möglichst genau bekanntes Teilverhältnis  $1 : R_{\text{opt}}$  besonders für die neutronenreichsten Isotope, bei denen die größte Spannung angelegt werden musste, essentiell. Um die Kalibrationen der Spannungsteiler zu überprüfen und das Startpotential zu bestimmen, wurden beide Teilverhältnisse dem  $\chi^2$ -Test unterzogen. Als Kalibrationswerte fungieren hier die Isotopieverschiebungen aus [Ebe87]  $\delta \nu_{\text{gsi}}$ , die an neutronenarmen und stabilen Zinnisotopen mittels kollinearer Laserspektroskopie an der GSI<sup>1</sup> mit einer Unsicherheit von wenigen MHz gemessen wurden. Diese Referenz ist dabei nicht ideal, da sich auch für die dort bestimmten Isotopieverschiebungen ein systematischer Fehler auf Grund der Unsicherheit in den angelegten Spannungen ergibt, der mit berücksichtigt werden muss. Es ergibt sich dann ein  $\chi^2$  von

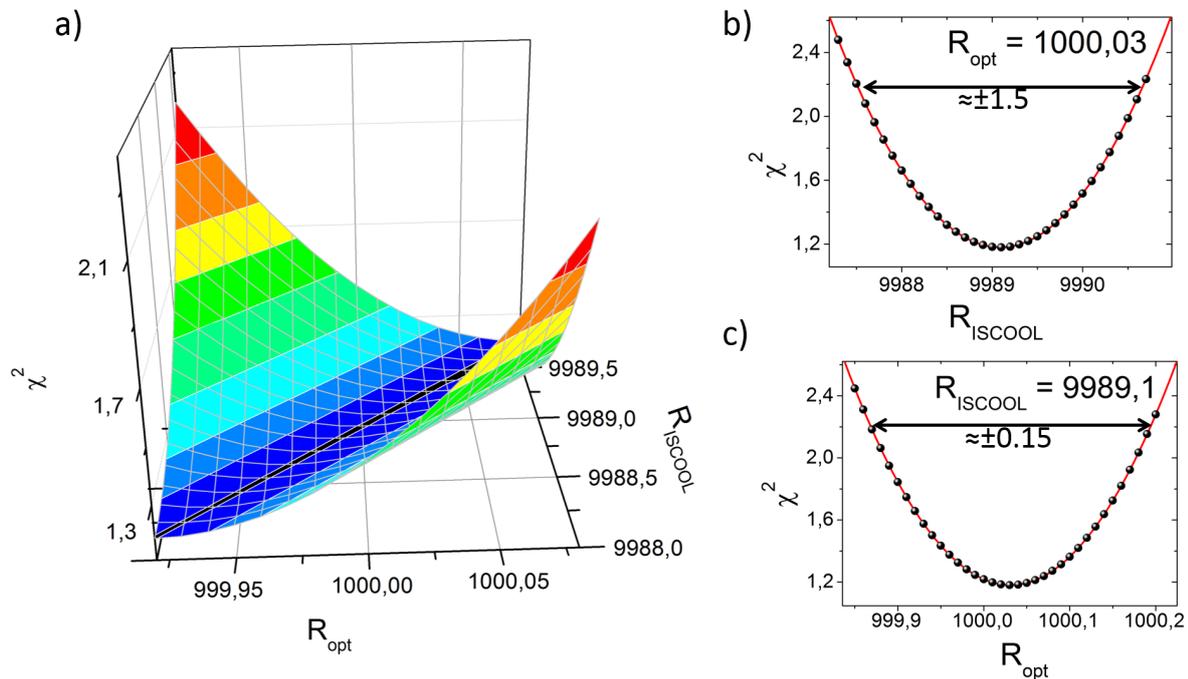
$$\chi^2(R_{\text{ISCOOL}}, R_{\text{opt}}) = \sum_{A=109,112,114-120,122} \left( \frac{\delta \nu_{\text{IS,exp}}^{124,A}(R_{\text{ISCOOL}}, R_{\text{opt}}) - \delta \nu_{\text{gsi}}^{124,A}}{\Delta \delta \nu^{124,A}} \right)^2. \quad (4.17)$$

Die Unsicherheit  $\Delta \delta \nu^{124,A}$  setzt sich dabei aus dem statistischen Fehler der neuen Messungen  $\delta \nu_{\text{IS,exp}}^{124,A}$  und den in [Ebe87] angegebenen Unsicherheiten zusammen. Die so bestimmten  $\chi^2$  sind in einem dreidimensionalen Graphen in Abbildung 4.12 dargestellt. Zu sehen sind dort farbkodiert die Werte für  $\chi^2$  in Abhängigkeit der beiden Spannungsteilerverhältnisse. Ebenso sind auch Schnitte durch die beiden relevanten Achsen in der Abbildung aufgeführt. Es ergibt sich ein minimales  $\chi^2 \approx 1,18$  für die Verhältnisse  $R_{\text{opt}} = 1000,03(15)$  und  $R_{\text{ISCOOL}} = 9989,1(15)$ . Daraus ergibt sich für das Startpotential der Ionen eine Energie von etwa  $39\,980(6)$  eV. Der genaue Einfluss der Überlagerung der Gleichspannungen und die Wechselwirkung mit dem Puffergas in ISCOOL ist nicht bekannt, daher muss das Startpotential der Ionen nicht exakt der angelegten Hochspannung entsprechen. Dennoch stimmen die durch die Spannungsmessung ermittelten und die mit Hilfe der Kalibration der Isotopieverschiebung bestimmten Teilverhältnisse überein und auch die Unsicherheiten der Teilverhältnisse sind quasi identisch.

Auch im Spannungsteilerverhältnis für den Teiler der Nachbeschleunigung  $R_{\text{opt}}$  ergibt sich eine exzellente Übereinstimmung von Spannungskalibration und der Kalibration mit den Daten aus [Ebe87]. Eine mögliche gleichartige Fehlkalibration der Spannungen an der GSI und hier scheint auf Grund der Übereinstimmung mit den beiden Spannungsteilerkalibrationen sehr unwahrscheinlich. Da die Spannungsteilerkalibration von  $R_{\text{opt}}$  aber schon ein paar Jahre zurück liegt und die in 2013 bestimmte Unsicherheit vermutlich zu klein ist, werden im Folgenden das Teilverhältnis und die etwas konservativere Unsicherheit, die sich aus dem  $\chi^2$ -Test ergeben, verwendet. Durch die vergleichsweise großen Unsicherheiten der Kalibrationswerte erhält man im  $\chi^2$ -Test ein *reduziertes*  $\chi^2$  von etwa 0,18. Zum Test der im Experiment bestimmten statistischen Fehler wurde derselbe  $\chi^2$ -Test daher noch einmal ohne Berücksichtigung der Fehler aus [Ebe87] durchgeführt. Dabei ergaben sich im Rahmen der Unsicherheit die gleichen Teilverhältnisse wie oben beschrieben mit einem reduzierten  $\chi^2$  von etwa 2,2. Dies stellt natürlich nur einen groben Test der statistischen Unsicherheiten  $\Delta \delta \nu_{\text{IS,exp}}$  dar, aber bestätigt zumindest, dass die Fehler die richtigen Größenordnungen aufweisen. Insgesamt kann mit Hilfe der erläuterten  $\chi^2$ -Analyse die rela-

<sup>1</sup> GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung GmbH, Darmstadt

tive Unsicherheit der Spannungen auf etwa  $1,5 \times 10^{-4}$  bestimmt und damit die systematischen Fehler berechnet werden.



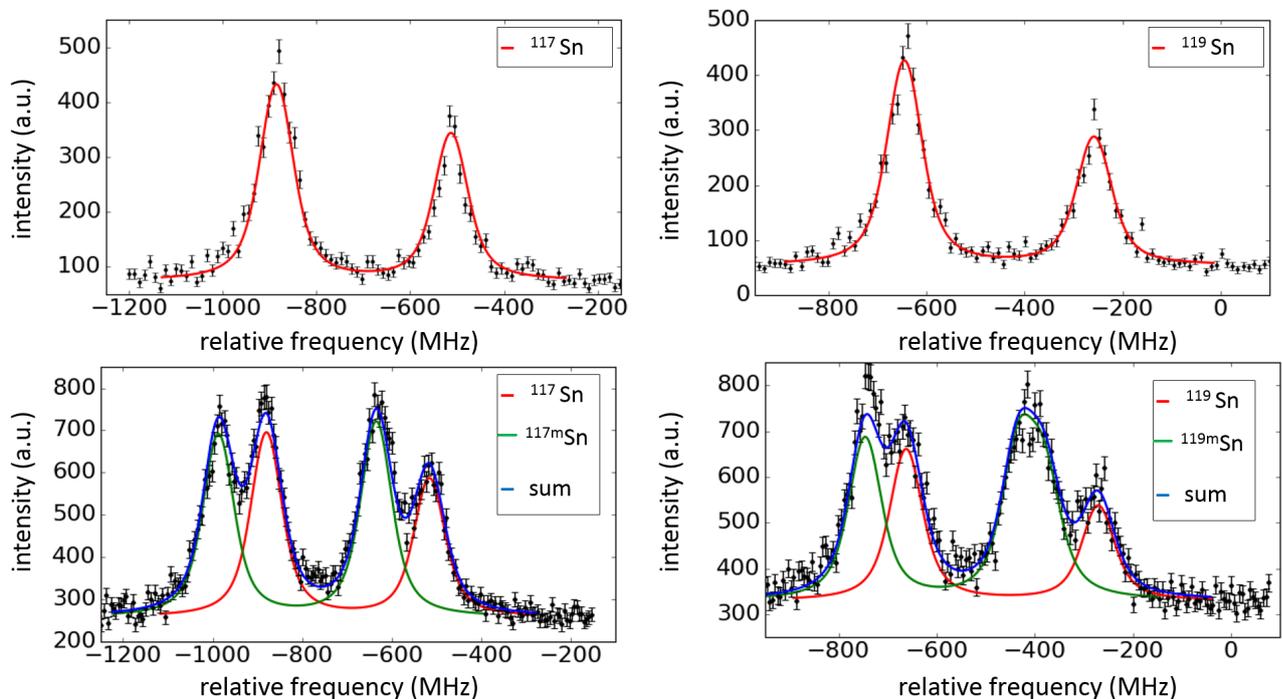
**Abbildung 4.12:**  $\chi^2(R_{\text{ISCOOL}}, R_{\text{opt}})$ -Fläche (a) mit Schnitten durch das globale Minimum parallel zu den Koordinatenachsen (Graphen (b) und (c)). Auf der linken Seite ist das  $\chi^2$  in einem dreidimensionalen Graphen farbkodiert in Abhängigkeit der beiden Spannungsteilverhältnisse  $R_{\text{ISCOOL}}$  und  $R_{\text{opt}}$  dargestellt. Die Graphen (b) und (c) zeigen den Schnitt durch die beiden Achsenebenen. In (b) ist das  $\chi^2$  als Funktion von  $R_{\text{ISCOOL}}$  für den minimierten Wert von  $R_{\text{opt}}$  zu sehen, in (c) ist  $\chi^2(R_{\text{opt}})$  für den optimierten Wert von  $R_{\text{ISCOOL}}$  dargestellt.

Damit sind die Rahmenbedingungen festgelegt und eine Analyse der restlichen Isotope kann durchgeführt werden. Die Vorgehensweise zusammen mit der Darstellung ausgesuchter Beispielisotope wird im folgenden Abschnitt erläutert.

#### 4.2.2 Analyse der aufgenommenen Spektren

Die Isotope  $^{117}\text{Sn}$  und  $^{119}\text{Sn}$  sind stabil, besitzen aber jeweils auch ein Isomer, das während der Strahlzeit beobachtet werden konnte. Neben dem Erzeugen von Teilchen durch den Beschuss des Neutronenkonverters mit Protonen besteht ebenso die Möglichkeit, durch Heizen der Quelle die an der Quellenoberfläche vorhandenen Teilchen, darunter auch stabile Zinnatome, abzulösen. Sie wurden mit Hilfe der Laserionenquelle ionisiert und dann zu ISCOOL weitertransportiert. Daraus ergab sich, dass Spektren der beiden Isotope  $^{117,119}\text{Sn}$  mit und ohne Isomer aufgenommen wurden, wie in Abbildung 4.13 dargestellt. Anhand dieser Aufnahmen können zwei zur Analyse der Spektren wichtige Bedingungen überprüft werden. Die erste Bedingung ist, dass die im Experiment beobachteten relativen Intensitäten der Resonanzen mit der Theorie übereinstimmen. Die zweite Bedingung umfasst einen Vergleich von Isomer und Grundzustand. Da für viele Isotope Isomer und Grundzustand nur gleichzeitig vermessen werden können, muss ein etwaiger Einfluss auf die Analyse der Resonanzlagen überprüft werden.

Durch die Überlagerung von Resonanzen des Grundzustands und des Isomers in vielen Spektren, ist es notwendig, die Zahl der freien Parameter beim Anpassen des Linienprofils zu reduzieren. Dies kann zum Beispiel dadurch erfolgen, dass man die relativen Intensitäten der einzelnen Resonanzen festlegt. Die theoretischen Intensitätsverhältnisse der einzelnen Resonanzen eines Spektrums lassen sich wie in Kapitel 2.2.2 erläutert über die Racah-Koeffizienten bestimmen. Durch optisches Pumpen kann sich dieses Verhältnis in der Laserspektroskopie aber zu Gunsten der stärksten Linie verschieben. Da beim verwendeten Übergang die Elektronen aber nach Anregung nicht mehr (bzw. nur in sehr geringer Anzahl) zum Ausgangsniveau zurückkehren, kann kein optisches Pumpen stattfinden und aus dieser Warte wäre die Annahme der theoretischen Verhältnisse der Resonanzintensitäten gerechtfertigt. Allerdings sind die theoretischen Verhältnisse genaugenommen nur dann korrekt, wenn über alle Emissionsrichtungen gemittelt wird. Daher können sie auch noch von Details des experimentellen Aufbaus und der Nachweisregion abhängen. An die Spektren aus Abb. 4.13 wurden daher sowohl Linienprofile mit Festlegung auf die theoretischen Intensitätsverhältnisse als auch solche mit freien Verhältnissen angepasst.



**Abbildung 4.13:** Resonanzspektren von  $^{117,117m}\text{Sn}$  und  $^{119,119m}\text{Sn}$ . In der oberen Reihe sind die Spektren von  $^{117}\text{Sn}$  (links) und  $^{119}\text{Sn}$  (rechts) im Grundzustand zusammen mit einem Voigt-Fit (rote Linie) aufgetragen. In der unteren Reihe sind die Spektren der Isotope mit Isomer gezeigt. Die rote Linie ist wieder der Voigt-Fit des Grundzustand, die grüne des Isomers. Die blaue Linie stellt die Summe der Voigt-Profile dar.

Es ergab sich im Rahmen der erreichten Genauigkeit weder in der Mittenfrequenz noch in den A-Faktoren ein Unterschied. Die dargestellten Fits in Abb. 4.13 zeigen jeweils die Voigt-Profile mit fixierten Intensitätsverhältnissen und stellen eine exzellente Anpassung an die Datenpunkte dar. In Tabelle 4.2 sind die aus den Fits erhaltenen Ergebnisse für die Spektren der Isotope  $^{115,117,119}\text{Sn}$ , die ohne ein Isomer aufgenommen wurden, zusammengestellt. Es ergibt sich keinerlei Unterschied in den Ergebnissen für fixierte und freie Intensitätsverhältnisse. Diese Umstände rechtfertigen die Fixierung der relativen Intensitäten auf die Racah-Koeffizienten für alle vermessenen Isotope. Zur Analyse des Einflusses der Li-

nienlagen von Isomer und Grundzustand wurde eine Analyse der Mittenfrequenzen und der  $A$ -Faktoren des Grundzustands von  $^{117,119}\text{Sn}$  von den Spektren ohne Isomer und den Spektren mit Isomer durchgeführt. Im Rahmen der Unsicherheiten konnte auch hier kein Unterschied festgestellt werden, die Integration des Isomers in das Spektrum hat keinen erkennbaren Einfluss auf die Ergebnisse für den Grundzustand. Der  $A$ -Faktor des Isomers  $^{117m}\text{Sn}$  wurde bestimmt indem bei der Anpassung an das in Abb. 4.13 gezeigte Spektrum der  $A$ -Faktor des Grundzustands auf den zuvor bestimmten Wert fixiert wurde.

**Tabelle 4.2:** Vergleich der Fitergebnisse bei der Analyse mit fixierten und freien Intensitätsverhältnissen für die ohne Isomer aufgenommenen Spektren der Isotope  $^{115,117,119}\text{Sn}$ . Die erste Spalte zeigt die Massenzahl  $A'$ , in den weiteren Spalten sind der sich ergebende Hyperfeinparameter  $A(^1P_1)$  und die Mittenfrequenz  $\nu_C$  jeweils bei freien Intensitätsverhältnissen und bei der Fixierung der Intensitätsverhältnisse auf die Racah-Koeffizienten dargestellt.

$A'$	$A(^1P_1)$ (MHz)	$A_{\text{fixiert}}(^1P_1)$ (MHz)	$\nu_C$ (MHz)	$\nu_{C,\text{fixiert}}$ (MHz)
115	-226,5 (12)	-226,3 (15)	-1041,4(9)	-1041,2(10)
117	-247,8 (11)	-247,8 (12)	-761,8(8)	-761,7(8)
119	-257,0 (8)	-256,9 (10)	-517,2 (6)	-517,1(7)

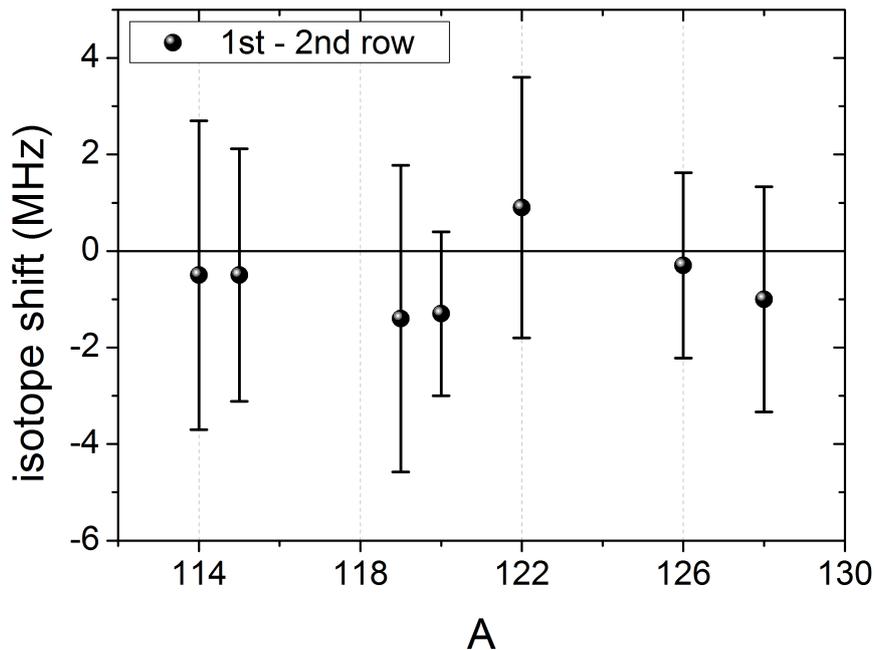
Für den Grundzustand der Isotope  $^{115,117,119}\text{Sn}$  wurden am gleichen Übergang von Baird et al. ebenfalls mittels Laserspektroskopie  $A$ -Faktoren bestimmt [Bai83]. Diese bestimmten Hyperfeinparameter weichen für  $^{117,119}\text{Sn}$  um etwa drei Standardabweichungen von denen in [Ans86] ab. Da in [Bai83] aber nur die Grundzustände und nur drei ungerade Isotope vermessen wurden und die Unsicherheit um etwa eine Größenordnung höher ist, wurden für die folgende Analyse die magnetischen und elektrischen Momente aus [Ans86] als Bezugswerte verwendet.

### Ortsabhängigkeit der Fluoreszenzdetektion

Mit dem Aufbau des optischen Nachweises kann auch eine etwaige Ortsabhängigkeit in der Detektion des Fluoreszenzlichts analysiert werden. Die vier Photomultiplier sind auf zwei Reihen verteilt, die etwa einen Abstand von 20 cm haben. Das bedeutet, die Atome benötigen eine Flugzeit von etwa 500 ns, um vom Brennpunkt des ersten zum Brennpunkt des zweiten Linsensystems vor den PMTs zu gelangen. Die zum Lenken des Strahls durch die Strahlstrecke verwendeten elektrostatischen Umlenker bewirken auch eine gewisse Geschwindigkeitsselektion. Das heißt, im Atomstrahl kann eine transversale Geschwindigkeitsverteilung entstehen. Ist der Atomstrahl größer als der Laserstrahl und sind die beiden nicht perfekt parallel, sondern unter einem Winkel zueinander überlagert, so werden in den beiden PMT-Reihen verschiedene Teile des Atomstrahls, also eventuell verschiedene Geschwindigkeitsklassen vom Laser überlagert. Ein solcher Effekt würde in unterschiedlichen Mittenfrequenzen für die beiden PMT-Reihen resultieren. Im Experiment wurde darauf geachtet, dass der Laserstrahl in etwa der Größe des Atomstrahls entspricht, und dass die beiden möglichst parallel überlagert waren. Trotzdem wurden die beiden Reihen für die Isotope, die mit ausreichender Statistik aufgenommen wurden, separat analysiert und die Mittenfrequenzen verglichen. In Abbildung 4.14 ist die Differenz der daraus bestimmten Isotopieverschiebungen in den beiden PMT-Reihen dargestellt. Für die meisten beobachteten Isotope ist eine leichte Verschiebung zu etwas kleineren Frequenzen in der zweiten Reihe zu beobachten, die allerdings jeweils kleiner ausfällt als die statistische Unsicherheit der Isotopieverschiebungen. Zur Reduzierung des statistischen Fehlers können also die Zählraten aller vier Photomultiplier addiert werden, ohne dass ein zusätzlicher systematischer Fehler in der Bestimmung der Mittenfrequenz oder der  $A$ - und  $B$ -Faktoren auftritt. Dies ist besonders für die Isotope mit niedriger Produktionsrate erforderlich.

Mit diesen wichtigen Voraussetzungen kann die Analyse der Spektren aller aufgenommenen Isotope

erfolgen. Als Startwerte für die Anpassungen an die Daten wurden soweit wie vorhanden bereits aus früheren Experimenten bekannte Mittenfrequenzen, sowie  $A$ - und  $B$ -Faktoren verwendet. Dabei erwies sich vor allem die Analyse der Daten, die im Massenbereich  $A = 127 - 130$  aufgenommen wurden, als schwierig. In den aufgenommenen Spektren von  $^{127}\text{Sn}$  und  $^{129}\text{Sn}$  ergab sich das Problem, dass jeweils der Zustand mit Kernspin  $3/2$  deutlich schwächer produziert wurde als der  $11/2$ -Zustand und damit die Resonanzen des einen Zustands die des anderen deutlich überragten.



**Abbildung 4.14:** Differenz in der Isotopieverschiebung in den beiden PMT-Reihen. Dargestellt ist die Differenz von erster und zweiter PMT-Reihe für ausgewählte Isotope mit dem rein statistischen Fehler.

Für die Isotope  $^{128,130}\text{Sn}$  war hauptsächlich die eine Resonanz des Grundzustands zu sehen, während die Resonanzen des Isomers mit Kernspin 7 nur schwer zu bestimmen waren. Die Spektren dieser vier genannten Isotope werden im Folgenden genauer betrachtet.

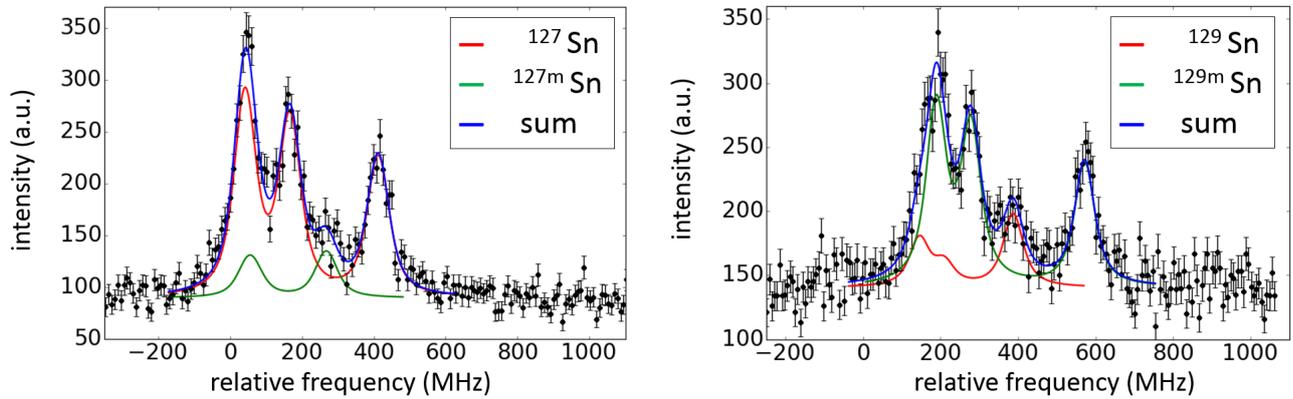
---

#### Die Spektren von $^{127,129}\text{Sn}$

---

Die aufgenommenen Spektren der beiden Isotope  $^{127,129}\text{Sn}$  sind in Abbildung 4.15 beispielhaft zu sehen. Man erkennt, dass die drei Resonanzen, die dem Grundzustand  $^{127}\text{Sn}$  zuzuordnen sind und jene drei, die zum Isomer  $^{129m}\text{Sn}$  gehören, dominieren. Dies sind jeweils die Zustände mit Kernspin  $I = 11/2$ . Die Zustände mit Kernspin  $3/2$ , einmal das Isomer  $^{127m}\text{Sn}$  und einmal der Grundzustand  $^{129}\text{Sn}$ , sind in deutlich geringerer Anzahl im Atomstrahl vorhanden und sorgen somit für ein viel schwächeres Fluoreszenzsignal. Lediglich der größte der jeweils drei Resonanzpeaks ist hier zu erkennen, die übrigen Peaks werden von den Peaks des anderen Zustands völlig überlagert. Hier war es daher nicht möglich, den Hyperfeinparameter  $A$  anhand des Profils zu bestimmen. Aus diesem Grund wurden die in [LB05] bestimmten magnetischen Momente in  $A$ -Faktoren umgerechnet und bei der Anpassung des Linienprofils an die Daten festgehalten. Auf Grund der sehr beschränkten Genauigkeit wurde eine eventuell auftretende Hyperfeinstruktur-Anomalie vernachlässigt. Ebenso wurden die aus den Fits resultierenden Mittenfre-

quenzen und  $A$ - und  $B$ -Faktoren ermittelt, die sich durch Verschieben des  $A$ -Faktors im Rahmen der in [LB05] gegebenen Unsicherheiten ergeben.



**Abbildung 4.15:** Spektren der Resonanzen von  $^{127,127m}\text{Sn}$  (links) und  $^{129,129m}\text{Sn}$  (rechts). Das Ergebnis der Anpassung der Linienprofile des Grundzustands (rot) und des isomeren Zustands (grün) ist als Linie eingezeichnet. Die Summe ist als blaue Linie dargestellt. Auf Grund der starken Überlappung der Resonanzen wurden die  $A$ -Parameter für  $^{127m}\text{Sn}$  und  $^{129}\text{Sn}$  festgehalten.

Die Änderungen der ermittelten Werte ergeben zusätzliche systematische Fehler für die Hyperfeinparameter,  $\Delta A(^1P_1)$ ,  $\Delta B(^1P_1)$  und für die Isotopieverschiebung  $\Delta\delta\nu_{\text{IS}}^{124,A'}$ , die im Folgenden stets zum nach Gl. 4.6 bestimmten systematischen Fehler addiert werden. Die Werte der zusätzlichen systematischen Fehler sind in der folgenden Tabelle aufgelistet:

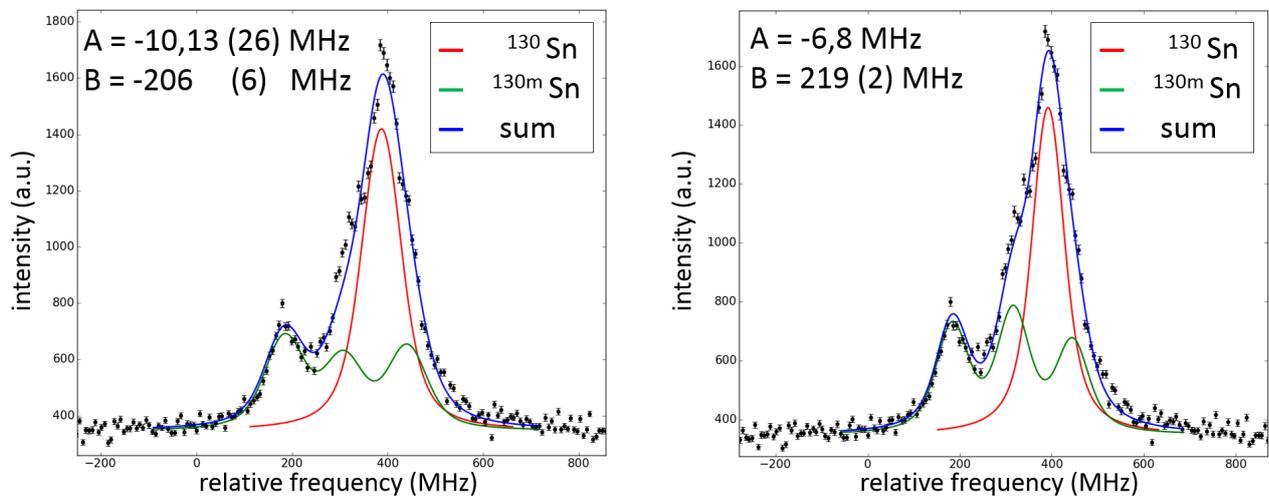
$A'$	$\Delta A(^1P_1)$ (MHz)	$\Delta B(^1P_1)$ (MHz)	$\Delta\delta\nu_{\text{IS}}^{124,A'}$ (MHz)
127	0,4	1	2
127 $m$		1	10
129		1	6
129 $m$	0,2	6	3

Zusammenstellungen aller ermittelten Hyperfeinparameter und die daraus ermittelten Momente sind in Kapitel 4.2.4 in den Tabellen 4.4 und 4.6 zu finden.

### Die Spektren von $^{128,130}\text{Sn}$

Im Spektrum von  $^{130}\text{Sn}$  ist ein Peak des Isomers deutlich zu sehen, während die übrigen vom Peak des Grundzustands überlagert werden. Basierend auf den in [LB05] bestimmten Werten ergeben sich negative Startwerte für die Hyperfeinparameter  $A$  und  $B$ . Mit den aufgenommenen Spektren, von denen ein ausgewähltes in Abbildung 4.16 dargestellt ist, lassen sich aber nicht beide Hyperfeinparameter gleichzeitig reproduzieren. Es ergeben sich zwei Möglichkeiten der Anpassung: Entweder man lässt die Fitparameter für den  $A$ - und  $B$ -Faktor frei, oder man fixiert den  $A$ -Faktor anhand des in [LB05] bestimmten magnetischen Moments. Im Fall der freien Fitparameter ergibt sich ein etwas größerer  $A$ -Faktor und damit ein größeres magnetisches Moment als in [LB05], der  $B$ -Faktor ist dann in Übereinstimmung mit [LB05], wo er jedoch mit einer großen Unsicherheit angegeben wird. Fixiert man den  $A$ -Faktor, so lässt sich das Spektrum nicht mehr mit einem negativen  $B$ -Faktor sinnvoll anpassen und der Wert muss positiv gewählt werden. Beide Varianten des Fits sind in Abbildung 4.16 dargestellt und zeigen eine

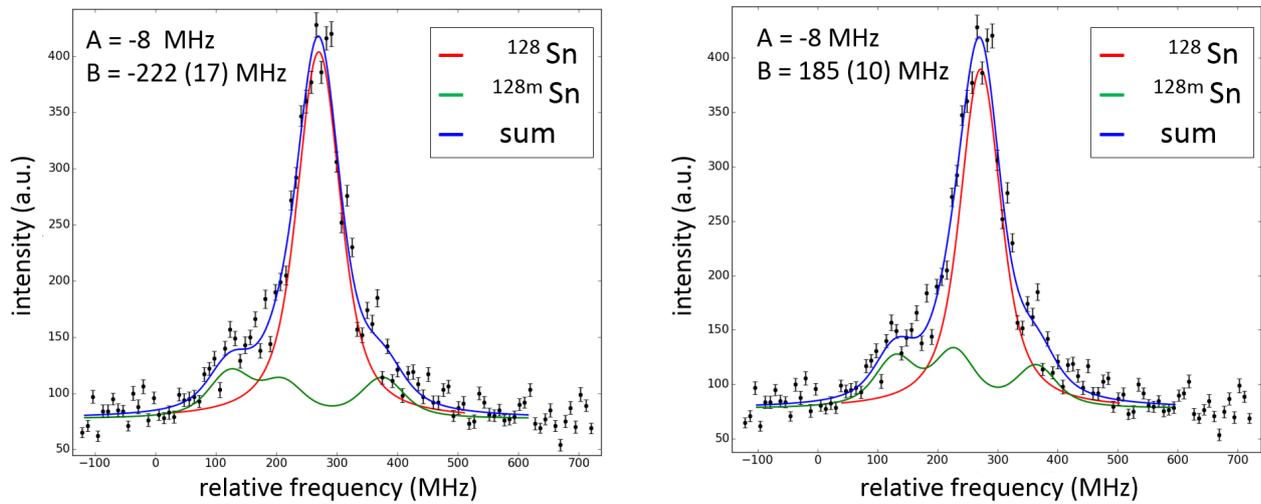
zufriedenstellende Anpassung an die Datenpunkte. Die Anpassung mit positivem  $B$ -Faktor scheint dabei die Daten, bei vergleichbarem  $\chi^2$ -Wert für den Fit, optisch etwas besser zu beschreiben, obwohl hier das Vorzeichen den Ergebnissen aus [LB05] widerspricht. Ebenso ist hier zu erkennen, dass die Gaußbreite der Anpassungskurve etwas geringer ist und damit besser zu den Gaußbreiten der Fitkurven in direkter Nachbarschaft zu  $^{130}\text{Sn}$  passt. Diese beiden Tatsachen und nicht zuletzt auch die in [Ebe87] angegebene große Unsicherheit im Quadrupolmoment führen zur Favorisierung des Fitergebnisses mit positiven  $B$ -Faktor. Da hier insgesamt aber keine der beiden Anpassungen mit den gegebenen Literaturwerten in Übereinstimmung zu bringen ist, werden für die Hyperfeinparameter und Momente in den Tabellen 4.4 und 4.6 zwei mögliche Ergebnisse für  $^{130m}\text{Sn}$  angegeben. Die Wahl der Hyperfeinparameter für das Isomer hat auch einen Einfluss auf die Linienlagen von Isomer und Grundzustand, eine Verschiebung der Hyperfeinparameter im Rahmen der Unsicherheit ergab für die Isotopieverschiebung eine zusätzliche systematische Unsicherheit von 3 MHz.



**Abbildung 4.16:** Spektren von  $^{130,130m}\text{Sn}$  mit zwei möglichen Fitvarianten. Auf der linken Seite ist die Anpassung an die Daten mit negativem  $A$ - und  $B$ -Faktor gezeigt, auf der rechten Seite mit fixiertem  $A$ -Faktor und daraus resultierendem positivem  $B$ -Faktor. Dabei ist das Spektrum des Grundzustands mit einer roten und das des Isomers mit einer grünen Linie dargestellt. Die Summe der beiden Anpassungen ist mit einer blauen Linie dargestellt.

Noch schwieriger gestaltet sich die Anpassung des Spektrums von  $^{128}\text{Sn}$ , da der Beitrag des Isomers nur noch als schwache Schulter an der Resonanz des Grundzustands erkennbar ist. Hinzu kommt, dass in diesem Fall nicht auf ein bekanntes magnetisches Dipolmoment zurückgegriffen werden kann. Um eine Anpassung an das Spektrum durchführen zu können, muss der  $A$ -Faktor des Isomers aber fixiert werden. Für  $A$ - und  $B$ -Faktor liegt die Vermutung nahe, dass sie das gleiche Vorzeichen besitzen wie im Fall von  $^{130m}\text{Sn}$ , da hier dieselben Rahmenbedingungen vorliegen. Der  $A$ -Faktor wurde aus diesem Grund auf  $-8(5) \text{ MHz}$  festgelegt. Aus dem (willkürlich gewählten)  $A$ -Faktor und seiner Unsicherheit resultiert daher auch eine relativ große systematische Unsicherheit des Hyperfeinparameters  $B$ . Für den  $B$ -Faktor in  $^{130m}\text{Sn}$  ist anhand der hier aufgenommenen Spektren keine eindeutige Bestimmung des Vorzeichens möglich, weshalb auch für  $^{128m}\text{Sn}$  einmal mit einem positiven und einmal mit einem negativen Startwert für den Hyperfeinparameter  $B$  gefittet wurde. In Abbildung 4.17 sind beide Anpassungen gezeigt, und man erkennt trotz der geringen Produktion des Isomers, dass die Datenpunkte durch beide Fits zufriedenstellend beschrieben werden. Auch hier ist daher keine eindeutige Bestimmung der Hyperfeinparameter möglich und in den folgenden Ergebnissen werden stets beide Möglichkeiten dargestellt. Für

die Isotopieverschiebung ergibt sich analog zu dem oben diskutierten Vorgehen für  $^{128}\text{Sn}$  ein zusätzlicher systematischer Fehler von 3 MHz im Grundzustand und 10 MHz im Isomer.



**Abbildung 4.17:** Resonanzscans von  $^{128,128m}\text{Sn}$  mit zwei möglichen Fitvarianten. Beide Anpassungen sind mit fixiertem A-Faktor durchgeführt worden, im linken Graphen mit negativem B-Faktor, rechts mit positivem. Dabei ist der Grundzustand mit einer roten und das Isomer mit einer grünen Linie dargestellt. Die Summe der beiden Voigt-Anpassungen stellt die blaue Linie dar.

Allgemein sind durch die vielen Freiheitsgrade in der Anpassung verglichen mit der geringen Anzahl aufgelöster Resonanzstrukturen fast alle im Folgenden dargestellten Ergebnisse der Isotope mit Isomer stark abhängig von der Wahl der Startparameter für die Anpassungen. Diese wurden stets so gewählt, dass sie der vorhandenen Literatur entsprechen. Eine sichere, endgültige Validierung der korrekten Werte für die Hyperfeinparameter kann nur durch die Untersuchung der Isotope an einem weiteren Übergang erfolgen, bei dem Isomer und Grundzustand im zugehörigen Spektrum besser separiert sind, dies ist für Sommer 2017 geplant.

Für alle weiteren Spektren mussten keine Hyperfeinparameter fixiert werden, sodass sich dort auch keine zusätzlichen systematischen Fehler ergeben. Damit können die Hyperfeinparameter und die Isotopieverschiebungen aus den Ergebnissen der Anpassung extrahiert und in Momente und Kernladungsradien umgerechnet werden. Zunächst werden im folgenden Kapitel die Kernladungsradien bestimmt, dann auf die magnetischen Dipolmomente und elektrischen Quadrupolmomente eingegangen und abschließend die Isomerieverschiebung diskutiert.

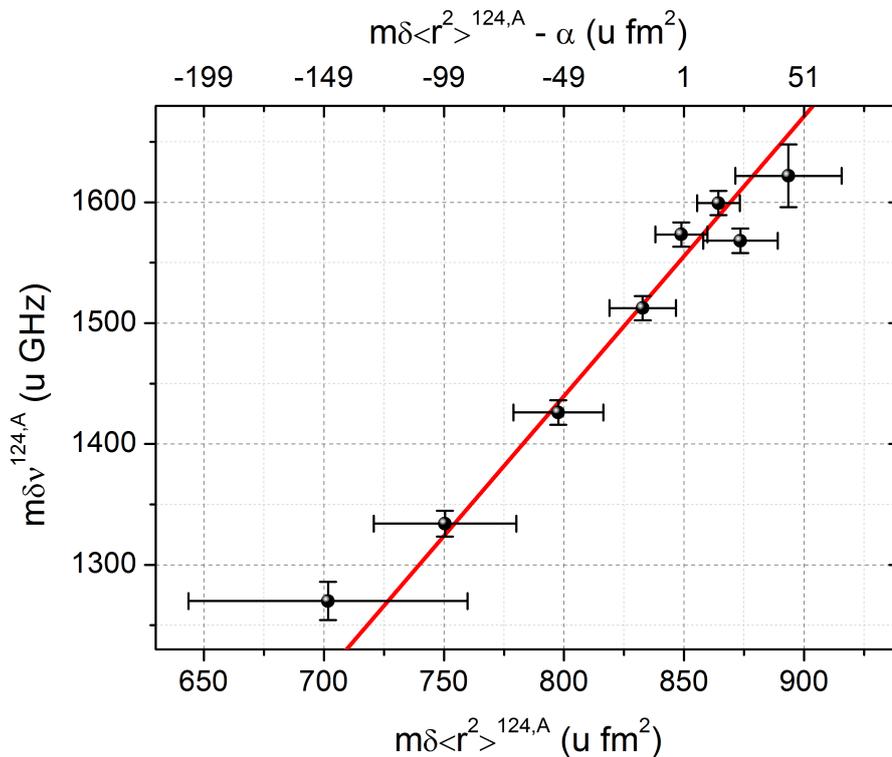
#### 4.2.3 Kernladungsradien exotischer Zinnatome

Nach Gleichung (2.49) sind die Isotopieverschiebung und die Änderung des Kernladungsradius miteinander verknüpft. Aus einfacher Umformung ergibt sich

$$\frac{\delta \nu^{124,A}}{M} = \frac{F \cdot \delta \langle r^2 \rangle^{124,A}}{M} + K, \quad (4.18)$$

mit  $K$ ,  $F$  und  $M$  definiert wie in Kap. 2.2.1. Diese Darstellung lässt sich dazu nutzen, die atomphysikalischen Parameter  $K$  und  $F$  zu bestimmen, wenn unabhängig bestimmte Ladungsradien zur Verfügung stehen. Solche Ladungsradien werden üblicherweise aus Messungen der  $K_\alpha$ -Linie an myonischen Systemen

oder mit Hilfe von Elektronenstreuungsexperimenten gewonnen. In [FH04] sind diese Messungen für einige Zinnisotope zusammengefasst und in modellunabhängige Barret-Radien umgewandelt. Die Änderung im mittleren quadratischen Kernladungsradius lässt sich durch Division der Barret-Radien durch die Verhältnisse der radialen Momente  $V_2$ , die mittels hochenergetischer elastischer Elektronenstreuung ermittelt werden, bestimmen. Die verwendeten Kernladungsradien sind in Tabelle 4.3 aufgeführt. Trägt man die modifizierte Isotopieverschiebung  $m\delta\nu^{124,A} = \delta\nu^{124,A}/M$  als Funktion der modifizierten Änderung im Kernladungsradius  $m\delta\langle r^2\rangle^{124,A} = \delta\langle r^2\rangle^{124,A}/M$  in einem Graphen auf, so sollten sich die Datenpunkte nach Gl. (4.18) durch eine Gerade annähern lassen, deren Steigung dem Feldeffektfaktor und deren y-Achsenabschnitt dem Massenfaktor entspricht. Dies ist in Abbildung 4.18 dargestellt. Im Gegensatz zur Analyse in Kap. 4.1.3 müssen nun auch Unsicherheiten der  $x$ -Komponente der anzunähernden Daten berücksichtigt werden. Die Anpassung einer Geraden an die Datenpunkte wurde unter Berücksichtigung von  $x$ - und  $y$ -Fehlern analog zu [Yor04] durchgeführt. Daraus ergibt sich ein Feldeffektfaktor  $F = 2,270(406)$  GHz/fm<sup>2</sup> und ein Massenfaktor  $K = -373(353)$  u GHz. Der Feldeffektfaktor ist dabei in Übereinstimmung sowohl mit dem in [Ebe87] experimentell bestimmten Wert von  $2,24(27)$  GHz/fm<sup>2</sup> als auch mit dem ebenfalls in [Ebe87] aufgeführten Wert von  $1,98$  GHz/fm<sup>2</sup>, der auf relativistischen Dirac-Fock Rechnungen beruht, weicht aber etwas vom in [Pil90] mit den Isotopieverschiebungen aus [Ebe87] neu berechneten Feldeffektfaktor ab. Diese Diskrepanz kann durch die hier verwendeten neueren Werte für die Kernladungsradien aus [FH04] erklärt werden, die sich um bis zu zwei Standardabweichungen von den Werten aus [Pil90] unterscheiden.



**Abbildung 4.18:** Kingplot der Zinnisotope. Aufgetragen ist die modifizierte Isotopieverschiebung als Funktion der modifizierten Änderung des Ladungsradius nach [FH04]. Die Ausgleichsgerade zur Bestimmung von  $K$  und  $F$  ist als rote Linie dargestellt. Die obere  $x$ -Achse ist um  $\alpha = 849$  u fm<sup>2</sup> verschoben zur Minimierung der Korrelation von Steigung und  $y$ -Achsenabschnitt (Details siehe Text).

Die Fehler in der Bestimmung von Steigung und  $y$ -Achsenabschnitt im aufgezeigten Kingplot sind stark korreliert. Je weiter entfernt die Datenpunkte vom Schnittpunkt der  $x$ - und  $y$ -Achse entfernt sind, desto größer gestaltet sich der Fehler im  $y$ -Achsenabschnitt auf Grund der unbekanntenen Steigung. Durch Verschieben der Punkte auf der  $x$ -Achse um einen Parameter  $\alpha$  lässt sich diese Korrelation reduzieren. Dazu schreibt man Gl. (4.18) um in

$$\frac{\delta \nu^{124,A}}{M} = F \cdot \left( \frac{\delta \langle r^2 \rangle^{124,A}}{M} - \alpha \right) + K_\alpha. \quad (4.19)$$

Für die durchgeführte Messung wurde die minimale Korrelation nach der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung zu  $\alpha = 849 \text{ u fm}^2$  optimiert. Der  $y$ -Achsenabschnitt ergibt sich nach der Verschiebung zu  $K_\alpha = 1554(13) \text{ u GHz}$ . Daraus lassen sich nun die Änderungen im Kernladungsradius für alle vermessenen Zinnisotope berechnen, es gilt:

$$\delta \langle r^2 \rangle^{124,A} = \frac{\delta \nu^{124,A} - M \cdot K_\alpha}{F} + \alpha \cdot M. \quad (4.20)$$

Nach der Eliminierung der Korrelation zwischen  $K_\alpha$  und  $F$  kann man die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung anwenden und es ergibt sich dabei eine Gesamtunsicherheit von

$$\Delta \delta \langle r^2 \rangle^{124,A} = \sqrt{\left( \frac{\Delta \delta \nu^{124,A}}{F} \right)^2 + \left( \Delta M \cdot \left[ \alpha - \frac{K_\alpha}{F} \right] \right)^2 + \left( \frac{M \cdot \Delta K_\alpha}{F} \right)^2 + \left( \frac{\Delta F \cdot (\delta \nu^{124,A} - M \cdot K_\alpha)}{F^2} \right)^2}, \quad (4.21)$$

mit  $\Delta F$ ,  $\Delta K_\alpha$  den Unsicherheiten aus den Koeffizienten des Kingplot,  $\Delta \delta \nu^{124,A}$  der statistischen Unsicherheit der Isotopieverschiebung und  $\Delta M$  wie in Gl. (4.8). Man beachte, dass die systematische Unsicherheit der Isotopieverschiebung an dieser Stelle nicht mehr berücksichtigt wird, da ein Fehler in der Hochspannungsmessung zu einer Verschiebung führt, die im Wesentlichen skaliert wie der Masseneffekt. Damit ist sie durch den Kingplot vom Feldeffekt entkoppelt und kann zu keiner Änderung in  $\delta \langle r^2 \rangle$  führen. Insgesamt ergeben sich die in Tabelle 4.3 aufgeführten Werte für die Änderungen im mittleren quadratischen Kernladungsradius relativ zum Referenzisotop  $^{124}\text{Sn}$ . Die Entwicklung des Kernladungsradius ist grafisch in Abbildung 4.19 dargestellt. Man erkennt einen annähernd linearen Anstieg im Kernladungsradius mit steigender Neutronenzahl, der von einer Parabel überlagert wird. Ebenso ist das odd-even staggering, also eine Reduktion des Ladungsradius für ungerade Neutronenzahlen, zu erkennen. Zamick und Talmi [Zam71, Tal84] haben bereits in den 70er Jahren für die Calcium Kette ein Modell entworfen, mit dem sie sowohl den dort stark parabelförmigen Verlauf als auch das zu diesem Zeitpunkt bereits bei  $^{17,18,19}\text{O}$  beobachtete odd-even staggering des Ladungsradius berücksichtigen konnten. Dazu gingen sie davon aus, dass neben dem Anwachsen des Radius durch die Polarisierung des  $^{40}\text{Ca}$ -Rumpfes durch die hinzugefügten  $f_{7/2}$ -Neutronen auch noch ein 2-Körper-Beitrag existiert. Zwischen den Schalenabschlüssen lässt sich danach der folgende einfache Zusammenhang

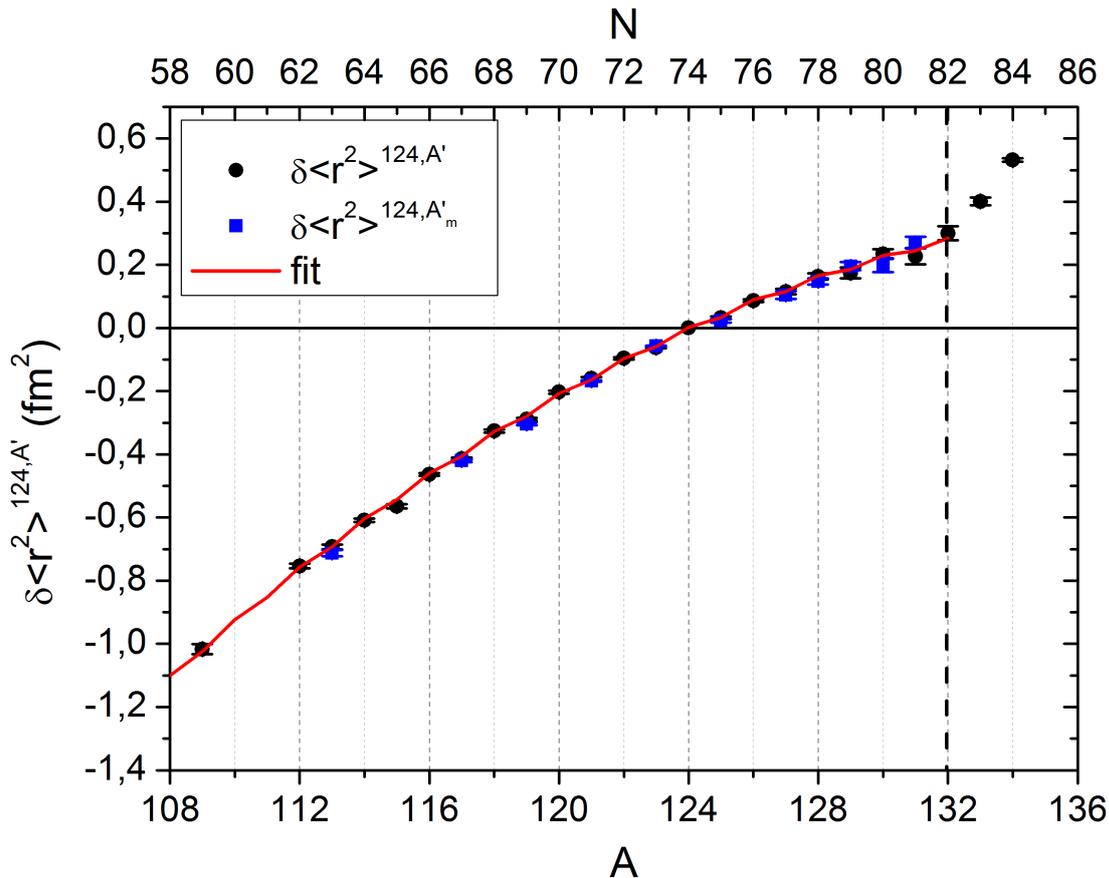
$$\delta \langle r^2 \rangle = a(N - 50) + b(N - 50)(82 - N) + \frac{c}{2} [1 - (-1)^N] + d. \quad (4.22)$$

zwischen Neutronenzahl  $N$  und Änderung im mittleren quadratischen Kernladungsradius  $\delta \langle r^2 \rangle$  herstellen. Die Fitparameter sind dabei der Volumeneffektparameter  $a$ , der Deformationsparameter  $b$ , ein Parameter für das odd-even staggering  $c$ , und ein Parameter  $d$ , der den  $y$ -Achsenabschnitt definiert und von der Wahl des Referenzisotops abhängt. Eine analoge Anpassung hat bereits bei Cadmiumisotopen eine exzellente Beschreibung geliefert [Ham13]. Hier ergibt sich die in Abb. 4.19 dargestellte Kurve, die mit  $a = 0,0688(4) \text{ fm}^2$ ,  $b = 0,00140(5) \text{ fm}^2$ ,  $c = -0,0137(1) \text{ fm}^2$  und  $d = -1,92(2) \text{ fm}^2$  erstellt wurde. Insgesamt ist die Übereinstimmung des auf sehr einfachen Annahmen beruhenden Modells mit

den ermittelten Daten erstaunlich gut und alle Datenpunkte liegen auf der Anpassungskurve. Die bestimmten Fitparameter sind ebenso kompatibel mit den in [Ebe87] erhaltenen Werten, wo eine ähnliche Funktionsvorschrift gewählt wird, die auf dem gleichen Modell basiert. Bei den Cadmiumdaten ergaben sich die Werte  $a = 0,072 \text{ fm}^2$ ,  $b = 0,0017 \text{ fm}^2$ ,  $c = -0,025 \text{ fm}^2$ ,  $d = -0,453 \text{ fm}^2$ .

**Tabelle 4.3:** Isotopieverschiebung  $\delta \nu_{IS}^{124,A}$  im Übergang  $5p^2 \ ^1S_0 \rightarrow 5p6s \ ^1P_1$  und Änderung des mittleren quadratischen Kernladungsradius  $\delta \langle r^2 \rangle^{124,A}$  der untersuchten Zinnisotope relativ zu  $^{124}\text{Sn}$ . Die erste Klammer kennzeichnet die statistische, die zweite die systematische Unsicherheit. Für die Änderung im mittleren quadratischen Kernladungsradius ist der nach Gl. (4.21) bestimmte Gesamtfehler in Klammern angegeben. Aufgeführt ist ebenso der Kernspin  $I$  und die aus [FH04] extrahierte Änderung im mittleren quadratischen Kernladungsradius.

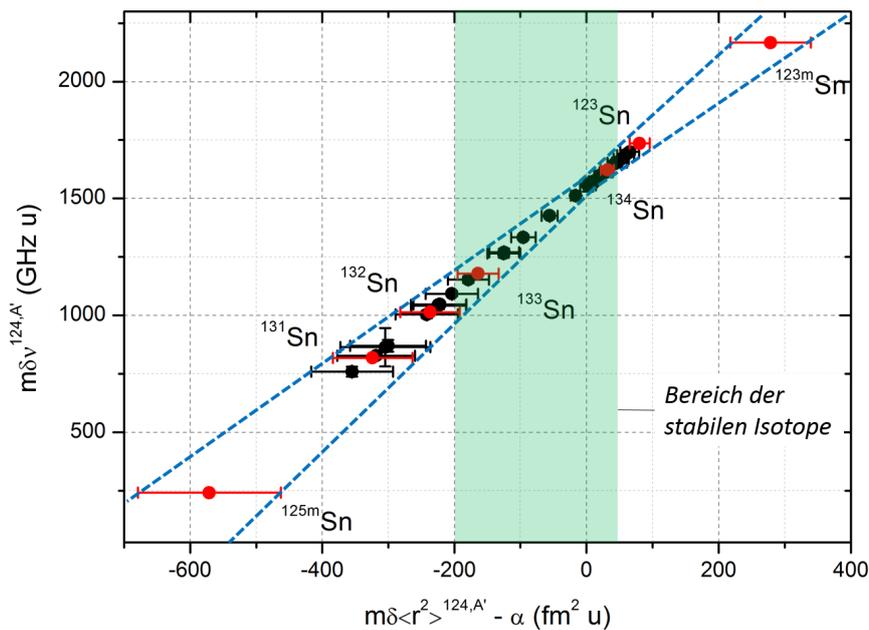
A	$I$	$\delta \nu_{IS}^{124,A}$ (MHz)	$\delta \langle r^2 \rangle^{124,A}$ (fm <sup>2</sup> )	[FH04]
109	5/2	-1890,9 (19) (107)	-1,0157 (144)	
112	0	-1384,2 (22) (84)	-0,7520 (58)	-0,7480 (77)
113	1/2	-1276,3 (52) (76)	-0,6915 (66)	
113m	7/2	-1320,6 (12) (76)	-0,7110 (90)	
114	0	-1115,0 (19) (69)	-0,6077 (42)	-0,6016 (77)
115	1/2	-1042,8 (16) (62)	-0,5633 (60)	
116	0	-842,9 (14) (55)	-0,4629 (37)	-0,4641 (77)
117	1/2	-758,4 (12) (47)	-0,4136 (28)	-0,4222 (75)
117m	11/2	-769,9 (14) (47)	-0,4186 (32)	
118	0	-586,1 (11) (40)	-0,3257 (48)	-0,3278 (77)
119	1/2	-550,7 (82) (34)	-0,2984 (45)	-0,3033 (75)
119m	11/2	-561,5 (67) (34)	-0,3032 (44)	
120	0	-359,6 (13) (27)	-0,2027 (49)	-0,2021 (80)
121	3/2	-288,0 (92) (20)	-0,1598 (46)	
121m	11/2	-304,9 (34) (20)	-0,1672 (19)	
122	0	-168,3 (16) (13)	-0,0959 (31)	-0,0930 (77)
123	11/2	-116,1 (22) (7)	-0,0619 (15)	
123m	3/2	-104,8 (33) (7)	-0,0569 (15)	
124	0	0	0	
125	11/2	47,1 (12) (6)	0,0314 (43)	
125m	3/2	36,8 (25) (6)	0,0268 (52)	
126	0	148,0 (13) (13)	0,0863 (42)	
127	11/2	190,0 (30) (29)	0,1150 (86)	
127m	3/2	165,2 (123) (99)	0,1041 (118)	
128	0	277,8 (23) (39)	0,1638 (92)	
128m	7	243,5 (133) (126)	0,1487 (132)	
129	3/2	278,6 (37) (68)	0,1741 (167)	
129m	11/2	326,8 (19) (44)	0,1954 (128)	
130	0	393,6 (35) (67)	0,2346 (150)	
130m	7	311,1 (35) (67)	0,1982 (214)	
131	3/2	353,8 (22) (44)	0,2267 (252)	
131m	11/2	451,8 (20) (44)	0,2699 (176)	
132	0	497,2 (11) (50)	0,2994 (211)	
133	7/2	704,3 (41) (56)	0,4001 (121)	
134	0	980,1 (36) (62)	0,5310 (50)	



**Abbildung 4.19:** Änderung des mittleren quadratischen Kernladungsradius für die vermessenen Zinnisotope. Dargestellt ist die Änderung des Kernladungsradius als Funktion der Massenzahl (untere  $x$ -Achse), bzw. der Neutronenzahl (obere  $x$ -Achse) relativ zum Referenzisotop  $^{124}\text{Sn}$ . Die schwarzen Kreise bilden die Ladungsradien für den Grundzustand, die blauen Quadrate stellen Isomere dar. Eingezeichnet ist auch eine Kurve, die nach dem Modell aus [Zam71, Tal84] an die Daten des Grundzustands angepasst wurden.

Vor einer weiteren Diskussion der Ladungsradien in dieser Region soll zunächst noch auf die Größe der Unsicherheiten der Ladungsradien eingegangen werden.

Auffällig ist, dass die systematischen Fehler der Ladungsradien für die exotischen Isotope  $^{133,134}\text{Sn}$  deutlich kleiner ausfallen als bei vielen anderen Isotopen. Das lässt sich mit ihrer Position im Kingplot erklären. Der dominierende Fehlerbeitrag aus Gleichung (4.21) rührt aus der Unsicherheit der Steigung im Kingplot, also des Feldeffektfaktors  $\Delta F$ . In Abbildung 4.20 ist die aus den Messungen erhaltene modifizierte Isotopieverschiebung als Funktion des bestimmten modifizierten Ladungsradius für alle gemessenen Isotope und Isomere dargestellt. Ebenso ist der Bereich grün hinterlegt, in dem die Werte für die stabilen Isotope zu finden sind. Im Graphen sind ausgewählte Isotope farblich markiert und das Fehlerband, das sich auf Grund der Unsicherheit in der Steigung ergibt, dargestellt. Man erkennt, dass die Isotope  $^{133,134}\text{Sn}$  sehr nahe bei  $m\delta \langle r^2 \rangle - \alpha = 0$  liegen, während zum Beispiel die Isomere  $^{123m}\text{Sn}$  und  $^{125m}\text{Sn}$  sehr weit außen liegen und dadurch eine deutlich größere systematische Unsicherheit besitzen. Die somit sehr genau bestimmten Ladungsradien oberhalb der magischen Zahl  $N = 82$  können nun mit den Nachbar-elementen verglichen werden.



**Abbildung 4.20:** Kingplot der ermittelten Ladungsradien. Dargestellt ist die modifizierte Isotopieverschiebung als Funktion der modifizierten Änderung im Ladungsradius. Ausgewählte Isotope und Isomere sind rot hervorgehoben, die blauen Linien deuten das Fehlerband an und grün markiert ist der Bereich, in dem sich die stabilen Isotope befinden.

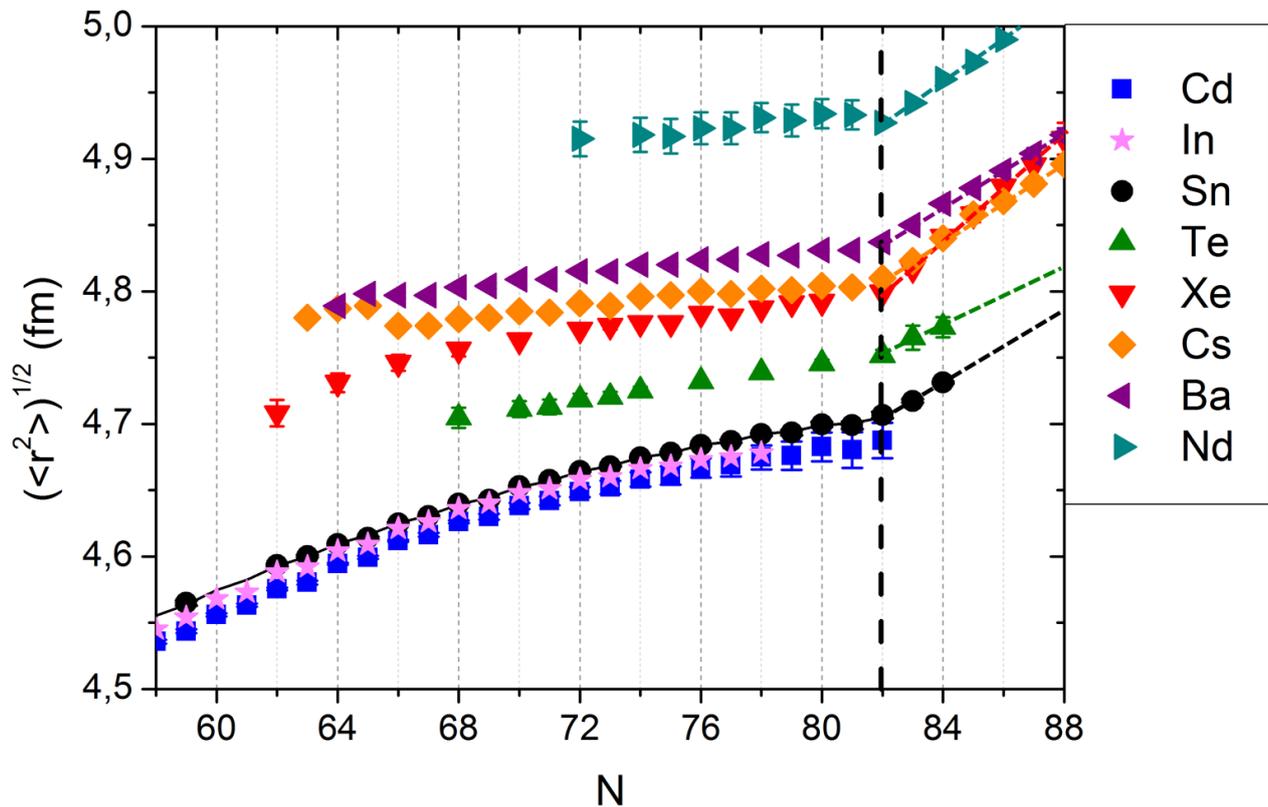
### Vergleich der Ladungsradien der Nachbarelemente von Zinn

Im Verlauf oberhalb des Neutronenschalenabschlusses ist ein deutlicher Anstieg des mittleren quadratischen Ladungsradius zu bemerken. Dadurch erscheint am Schalenabschluss ein scharfer Knick, der auch schon bei anderen Elementen höherer Protonenzahl beobachtet wurde. Für einen Vergleich mit anderen Elementen wurden bekannte Ladungsradien der Elemente oberhalb der abgeschlossenen Protonenschale  $Z = 50$  sowie der Absolutwert des Ladungsradius von  $^{124}\text{Sn}$  aus [FH04] entnommen und die  $\langle r^2 \rangle$ -Werte für die anderen Zinnisotope mit den Werten aus Tabelle 4.3 berechnet. In Abbildung 4.21 sind die Kernladungsradien der Elemente Indium, Cadmium, Zinn, Tellur, Xenon, Cäsium, Barium und Neodym als Funktion der Neutronenzahl um den Schalenabschluss  $N = 82$  zu sehen. Man erkennt, dass der Knick oberhalb der magischen Neutronenzahl in allen aufgeführten Elementen mit  $Z > 50$  deutlich ausgeprägt ist, aber auch, dass er nach unten hin, also zu den Elementen geringerer Protonenzahl, weniger steil ausfällt. Eine Ausnahme bildet hierbei Xenon, dort ist die Steigung annähernd genauso groß wie in Neodym. Alle Isotone mit kleinerer Protonenzahl als  $^{136}\text{Xe}$  sind nicht mehr stabil und haben mit abnehmender Protonenzahl auch kürzere Halbwertszeiten. Analog dazu wird erwartet, dass der allgemeine Trend des schwächer werdenden Knicks sich unterhalb von Xenon fortsetzt und für Zinn die Steigung im Ladungsradius geringer ist als in den dargestellten Elementen.

Massenmessungen der neutronenreichen Zinnisotope lassen verglichen mit den anderen Elementen auf einen besonders starken Schalenabschluss<sup>2</sup> schließen [Dwo08]. In Blei kann ein schwacher Knick im

<sup>2</sup> Ein starker Schalenabschluss zeichnet sich durch eine große Energielücke zwischen den Schalen aus.

Verlauf des Kernladungsradius über den Neutronenschalenabschluss bei  $N = 126$  mit einem sehr starken Schalenabschluss in Verbindung gebracht werden [Web08, Cam16, Ebr16]. Diese Beobachtungen lassen ebenso auf einen schwächer werdenden Knick für Zinn oberhalb von  $N = 82$  schließen. Die Steigung für Zinn erweist sich allerdings in etwa so groß wie in Barium und ist damit größer als erwartet. Eine Erklärung dieses stark ausgeprägten Knicks ist Gegenstand aktueller Untersuchungen.



**Abbildung 4.21:** Kernladungsradien verschiedener Elemente am Schalenabschluss  $N = 82$ . Dargestellt sind die hier bestimmten Kernladungsradien von Zinn zusammen mit denen der Elemente (mit aufsteigender Protonenzahl) Cadmium, Indium, Tellur, Xenon, Cäsium, Barium und Neodym (Werte aus [FH04, Sif07, Lib07, Ham13]). Eine jeweils in der Farbe der Daten dargestellte, gestrichelte Gerade deutet den linearen Verlauf der Ladungsradien oberhalb der magischen Neutronenzahl 82 an.

Zu beachten ist aber auch, dass sich im Bereich der stabilen Isotope, vor allem für Xenon, Tellur und Barium, der Masseneffekt und der Feldeffekt gerade aufheben und sich Isotopieverschiebungen nahe Null ergeben. Dies führt dazu, dass eine Bestimmung von Feldeffektfaktor und Massenfaktor mit Hilfe der Kingplot Prozedur sehr schwierig und fehlerbehaftet sein kann. Die Ladungsradien oberhalb des Neutronenschalenabschlusses und insbesondere die Ausprägung des Knicks sind aber sehr stark abhängig von der Wahl des Feldeffektfaktors. Ebenso ist der hier bestimmte Feldeffektfaktor natürlich stark abhängig von den Referenzdaten für die Ladungsradien der stabilen Zinnisotope. Die Erwartungen des schwächer werdenden Knicks, die sich anhand von Berechnungen und dem Vergleich mit der Blei-Region ergeben, ließen sich also mit den hier erhaltenen Ergebnissen eventuell in Einklang bringen durch eine Reevaluierung der Kernladungsradien im Bereich der stabilen Isotope und damit auch des Feldeffektfaktors von Zinn oder einer Korrektur der Feldeffektfaktoren der Elemente mit größerer Protonenzahl.

---

Anhand von Abb. 4.21 lässt sich auch der Einfluss des Protonenschalenabschlusses auf die Ladungsradien analysieren: Die dargestellten Elemente mit nicht ganz gefüllter  $1g_{9/2}$ -Protonenschale Indium und Cadmium weisen eine erstaunliche Parallelität im Verlauf des Ladungsradius auf. Auch hier ist der nach dem Schalenmodell erwartete Verlauf mit Volumeneffekt, Deformation und odd-even staggering deutlich zu erkennen, lediglich die Absolutwerte der Ladungsradien sind auf Grund der niedrigeren Protonenzahl etwas kleiner. Die Elemente oberhalb des  $1g_{9/2}$ -Schalenabschlusses weisen verglichen mit Zinn auf Grund der neu besetzten Protonenschale einen sprunghaften Anstieg im Ladungsradius auf. Auch der Verlauf unterhalb der magischen Neutronenzahl ist für diese Elemente nicht mit dem der Zinnisotope zu vergleichen. Die Reduktion des Ladungsradius mit abnehmender Neutronenzahl fällt deutlich schwächer aus als in Zinn und es sind keine Parallelen zu erkennen. So ergibt sich um  $N = 66$  beispielsweise in Xenon ein plötzlicher deutlicher Abfall im Ladungsradius mit abnehmender Neutronenzahl, während in Cäsium der Ladungsradius sogar ansteigt, was auf Deformationseffekte zurückzuführen ist. Hier ist also ein deutlicher Unterschied zum Verlauf der Ladungsradien unterhalb von  $Z = 50$  zu erkennen. Neben den erläuterten Beobachtungen in den Ladungsradien für die Grundzustände mit den Darstellungen der unterschiedlichen Schalenabschlüsse und dem Vergleich der Ladungsradien mit anderen Elementen bietet sich auch der Vergleich der Radien der Zinnisotope an, bei denen zwei verschiedene Zustände eines Isotops beobachtet werden konnten, die sogenannte *Isomerieverschiebung*. Zur Interpretation der Isomerieverschiebung ist aber die Kenntnis der elektrischen Quadrupolmomente vonnöten. Daher werden im folgenden Kapitel zunächst die Bestimmung des magnetischen Dipolmoments und des elektrischen Quadrupolmoments beschrieben und anschließend in Kapitel 4.2.5 die Isomerieverschiebung betrachtet.

---

#### 4.2.4 Dipol- und Quadrupolmomente

---

Aus der Anpassung der Voigt-Profile an die Daten ergeben sich bei den Isotopen mit von Null verschiedenem Kernspin die  $A$ -Faktoren und für  $I > 1/2$  auch  $B$ -Faktoren für den oberen Zustand  $5p6s \ ^1P_1$  des untersuchten Übergangs. Da der untere Zustand einen Gesamtdrehimpuls von  $J = 0$  aufweist, ergibt sich hier keine Hyperfeinstrukturaufspaltung. Die aus den Fits erhaltenen Hyperfeinparameter sind in Tabelle 4.4 aufgelistet.

Der systematische Fehler ergibt sich auch hier wesentlich aus den Unsicherheiten in der Spannung und kann analog zu Gleichung (4.6) berechnet werden. Hierbei stellt  $U_{\text{offset}}$  dann das Spannungsintervall dar, das variiert werden muss, um das gesamte Resonanzspektrum zu beobachten. Sie kann nach Gl. (2.54) leicht aus den Hyperfeinparametern bestimmt werden. Auch hier wird ein relativer Fehler von  $1,5 \times 10^{-4}$  verwendet. Da aber keine unterschiedlichen Offsetspannungen angelegt wurden und der Spannungsfehler nur aus der Unsicherheit des Verstärkungsfaktors (und eventueller Nichtlinearitäten) des Spannungsverstärkers besteht, kann dessen Beitrag gegenüber dem statistischen Fehler praktisch vernachlässigt werden.

Der zur Laserspektroskopie verwendete Übergang wurde auf Grund der großen Signalausbeute ausgewählt. Nur so war es erstmals möglich, die Ladungsradien der Isotope oberhalb des Neutronenschalenabschlusses zu bestimmen. Zur Evaluierung der magnetischen und elektrischen Momente erweist sich der Übergang allerdings aufgrund der kleinen  $A$ -Faktoren und damit verbundenen wenigen aufgelösten Resonanzen als eher ungünstig (siehe Tabelle 4.4). Die Ergebnisse sind stark abhängig von der Wahl der Startparameter, die jeweils so gewählt wurden, dass sie mit den vorhandenen Literaturwerten übereinstimmen. Die im Folgenden präsentierte Auswertung ist daher nur als vorläufig zu betrachten und die Ergebnisse müssen in einer zukünftigen Strahlzeit an einem weiteren Übergang überprüft werden.

**Tabelle 4.4:** Hyperfeinparameter des  $5p6s\ ^1P_1$ -Energieniveaus. Dargestellt ist der Kernspin  $I$  und die Hyperfeinparameter  $A(^1P_1)$  und  $B(^1P_1)$  für die Isotope mit Massenzahl  $A'$ .  $A$ -Faktoren, die ohne Fehler angegeben sind, wurden bei der Anpassung festgehalten. Für  $^{128m}\text{Sn}$  und  $^{130m}\text{Sn}$  sind auf Grund der Nichteindeutigkeit der Anpassung die beiden möglichen Wertepaare angegeben (siehe Kapitel 4.2.2).

$A'$	$I$	$A(^1P_1)$ (MHz)	$B(^1P_1)$ (MHz)
109	5/2	-54,9 (13)	149 (6)
113	1/2	-222,6 (55)	
113m	7/2	23,1 (2)	146 (1)
115	1/2	-226,4 (12)	
117	1/2	-246,7 (7)	
117m	11/2	-30,6 (2)	-179 (2)
119	1/2	-258,1 (6)	
119m	11/2	-32,1 (2)	-117 (2)
121	3/2	62,7 (63)	-27 (14)
121m	11/2	-31,8 (6)	-54 (3)
123	11/2	-31,1 (2)	-6 (1)
123m	3/2	58,6 (17)	-7 (3)
125	11/2	-30,1 (1)	44 (1)
125m	3/2	62,7	7 (4)
127	11/2	-29,7 (6)	79 (4)
127m	3/2	62,4	50 (44)
128m	7	-7,6	-222 (17)
		-7,6	185 (10)
129	3/2	62,1	70 (6)
129m	11/2	-30,2 (3)	120 (3)
130m	7	-10,1 (3)	-207 (6)
		-6,8	220 (2)
131	3/2	65,9 (11)	55 (3)
131m	11/2	-29,0 (1)	141 (2)
133	7/2	-51,1 (3)	-100 (2)

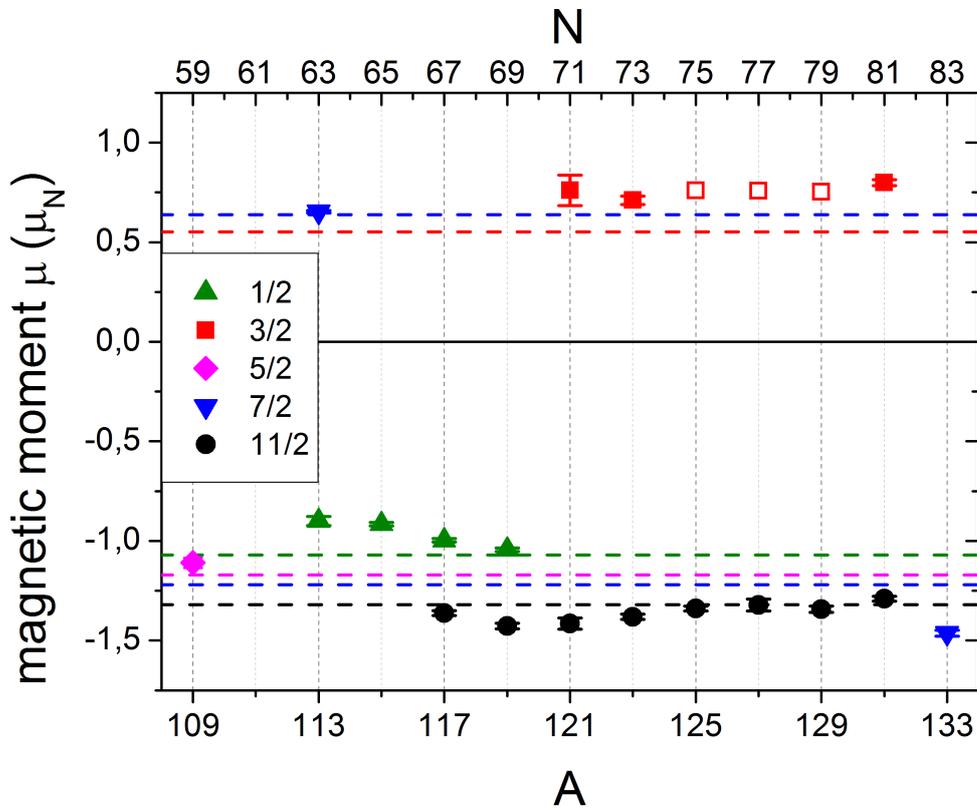
## Magnetische Dipolmomente

Mit Hilfe eines bekannten Wertes für den Hyperfeinparameter  $A_{\text{ref}}$  für ein Energieniveau eines Isotops mit Kernspin  $I_{\text{ref}}$  und einem zugehörigen magnetischen Moment  $\mu_{\text{ref}}$  lässt sich nach Gleichung (2.55) das magnetische Moment  $\mu_{\text{exp}}$  jedes Isotops mit Kernspin  $I$  mit Hilfe des ermittelten Hyperfeinparameters  $A_{\text{exp}}$  im selben Energieniveau unter Vernachlässigung einer möglichen Hyperfeinstruktur-Anomalie bestimmen. Nach einfacher Umformung gilt:

$$\mu_{\text{exp}} = A_{\text{exp}} \cdot \frac{\mu_{\text{ref}}}{A_{\text{ref}}} \cdot \frac{I}{I_{\text{ref}}}. \quad (4.23)$$

In Cadmium wurde eine Anomalie von  $10^{-4}$  beobachtet [Fro15], auf Grund der hier erreichten Genauigkeiten würde eine mögliche Anomalie in dieser Größenordnung die Ergebnisse des Hyperfeinparameters nicht beeinflussen. Zur Bestimmung der magnetischen Momente der Zinnisotope dienen hier

die in [Ebe87] bestimmten Werte für  $^{117}\text{Sn}$  im  $5p6s\ ^1P_1$ -Zustand von  $A_{\text{ref}} = -247,6(20)$  MHz und  $\mu_{\text{ref}} = -1,00104(7)\ \mu_N$  [Rag89] als Referenz. Die mit Hilfe dieser Referenz bestimmten Werte für die magnetischen Momente sind in Tabelle 4.6 zusammengefasst und in Abbildung 4.22 dargestellt.



**Abbildung 4.22:** Magnetische Dipolmomente  $\mu$  der untersuchten Zinnisotope. Die unterschiedlichen Symbole repräsentieren die verschiedenen Kernspins. Offene Symbole deuten die magnetischen Momente der Isotope an, bei denen der  $A$ -Faktor während der Kurvenanpassung auf Literaturdaten fixiert wurde. Zusätzlich sind mit gestrichelten Linien die Schmidt-Werte  $\mu_{\text{SV, eff}}$  die sich aus den effektiven  $g$ -Faktoren ergeben, für die unterschiedlichen Spins in den entsprechenden Farben angedeutet (Details siehe Text).

Gepaarte Protonen oder Neutronen liefern keinen Beitrag zum magnetischen Dipolmoment eines Kerns. Das magnetische Moment der untersuchten Zinnisotope im Grundzustand wird also lediglich vom ungepaarten Valenzneutron bestimmt, dessen magnetisches Dipolmoment sich durch die Schmidt-Werte ausdrücken lässt. Dementsprechend sollten Isotope mit gleichem Kernspin annähernd gleiche magnetische Dipolmomente besitzen. In der Tat ist in Abb. 4.22 zu erkennen, dass die magnetischen Momente für die unterschiedlichen Kernspins jeweils konstant sind und keine großen Unterschiede aufweisen. Einzige Ausnahme stellen hier die Dipolmomente für  $^{113m}\text{Sn}$  und  $^{133}\text{Sn}$  dar. Der Kernspin der beiden Isotope rührt aber von Valenzneutronen mit unterschiedlichem Bahndrehimpuls her. Für das Isomer  $^{113m}\text{Sn}$  befindet sich das ungepaarte Neutron in der  $1g_{7/2}$ -Schale, während es bei  $^{133}\text{Sn}$  den  $2f_{7/2}$ -Zustand besetzt. Daher wurde basierend auf den entsprechenden Schmidt-Werten für  $^{133}\text{Sn}$  ein negatives Vorzeichen im  $A$ -Faktor als Startwert für die Anpassung gewählt. Anzumerken ist dabei, dass die Analyse der Spektren kein eindeutiges Ergebnis liefert. So lässt sich das erhaltene Spektrum von  $^{133}\text{Sn}$  auch mit einem positiven  $A$ -Faktor und daraus resultierend auch einem positiven magnetischen Moment (resultierend in einem ebenso positiven  $B$ -Faktor) anpassen. Auch wenn die Argumentation zwar schlüssig ist, erfordert eine sichere Analyse der magnetischen Dipol- und der elektrischen Quadrupolmomente eine weitere Untersuchung der Isotope an einem anderen Hyperfeinübergang mit besser aufgelösten Resonanzpeaks.

Erst dann kann eine eindeutige Zuordnung stattfinden. Für die Energieniveaus der Neutronen zwischen  $N = 58$  und  $N = 84$  ergeben sich nach Gleichung (2.28) mit den  $g$ -Faktoren aus Gl. (2.26) die in Tabelle 4.5 aufgeführten Schmidt-Werte  $\mu_{SV}$ . Ebenso dargestellt ist der aus den Messungen erhaltene Mittelwert für die magnetischen Momente  $\varnothing\mu_{\text{exp}}$  von Isotopen mit Valenzneutronen in der gleichen Neutronenschale. Man erkennt, dass die experimentell bestimmten magnetischen Momente betragsmäßig stets kleiner sind, als es die Schmidt-Werte vorhersagen. Dies entspricht der theoretischen Erwartung, wonach Rumpfanregungen und Mesonenaustauschströme die Werte des blanken Valenzneutrons immer reduzieren. In den Zinnisotopen ist bekannt, dass die  $g$ -Faktoren um etwa 30 – 50% vermindert sind [Ebe87, LB05]. Daher werden effektive  $g$ -Faktoren zur Bestimmung der Schmidt-Werte nach Gl. (2.28) verwendet. Die beste Übereinstimmung der erhaltenen Momente mit effektiven Schmidt-Werten ergibt sich unter Verwendung von

$$g_{\ell,\text{eff}}^n = -0,05 \quad g_{s,\text{eff}}^n = -2,14. \quad (4.24)$$

Die damit erhaltenen effektiven Schmidt-Momente  $\mu_{SV,\text{eff}}$  sind in der letzten Zeile von Tabelle 4.5 aufgeführt und in Abbildung 4.22 durch gestrichelte Linien dargestellt. Interessant ist dabei, dass die magnetischen Momente der Isotope mit Kernspin  $3/2$  größer sind als das Moment von  $^{113}\text{Sn}$  mit Kernspin  $7/2$  und ebenso, dass die magnetischen Momente der Isotope mit einem Valenzneutron in der  $1h_{11/2}$ -Schale betragsmäßig kleiner sind als das magnetische Moment von  $^{133}\text{Sn}$  mit einem Valenzneutron in  $2f_{7/2}$ . Dies scheint auf ein zustandsabhängiges Quenchen der  $g$ -Faktoren hinzudeuten. Die Theorie der Schmidt-Werte sagt genau das Gegenteil voraus, nämlich, dass die magnetischen Momente mit steigendem Spin betragsmäßig größer werden.

**Tabelle 4.5:** Vergleich von Schmidt-Werten mit den im Experiment erhaltenen magnetischen Dipolmomenten. Dargestellt sind der Mittelwert der aus dem Experiment bestimmten magnetischen Momente  $\varnothing\mu_{\text{exp}}$ , die Schmidt-Werte  $\mu_{SV}$  und die effektiven Schmidt-Werte  $\mu_{SV,\text{eff}}$  für die Isotope mit Valenzneutronen in den entsprechenden Energieniveaus.

	$3s_{1/2}$	$2d_{3/2}$	$2d_{5/2}$	$1g_{7/2}$	$1h_{11/2}$	$2f_{7/2}$
$\varnothing\mu_{\text{exp}} (\mu_N)$	-0,98	0,79	-1,11	0,65	-1,35	-1,46
$\mu_{SV} (\mu_N)$	-1,91	1,15	-1,91	1,49	-1,91	-1,91
$\mu_{SV,\text{eff}} (\mu_N)$	-1,07	0,55	-1,17	0,63	-1,32	-1,22

Insgesamt lassen die konstanten  $A$ -Faktoren, die mit den Werten in [Ans86] übereinstimmen und zudem in grober Übereinstimmung mit den effektiven Schmidt-Werten und den in [LB05] bestimmten magnetischen Dipolmomenten sind, darauf schließen, dass die Anpassung an die Daten trotz der vielen einander überlagernden Resonanzen zufriedenstellend durchgeführt werden konnte. Die annähernd konstanten Schmidt-Werte wiederum lassen erwarten, dass die Kompositionen der Wellenfunktionen der Isotope mit gleichem Kernspin auch nur geringen Variationen unterworfen ist. Eine detaillierte Analyse wird erst nach der Validierung der magnetischen Momente auf einem anderen, sensitiveren Übergang möglich sein.

---

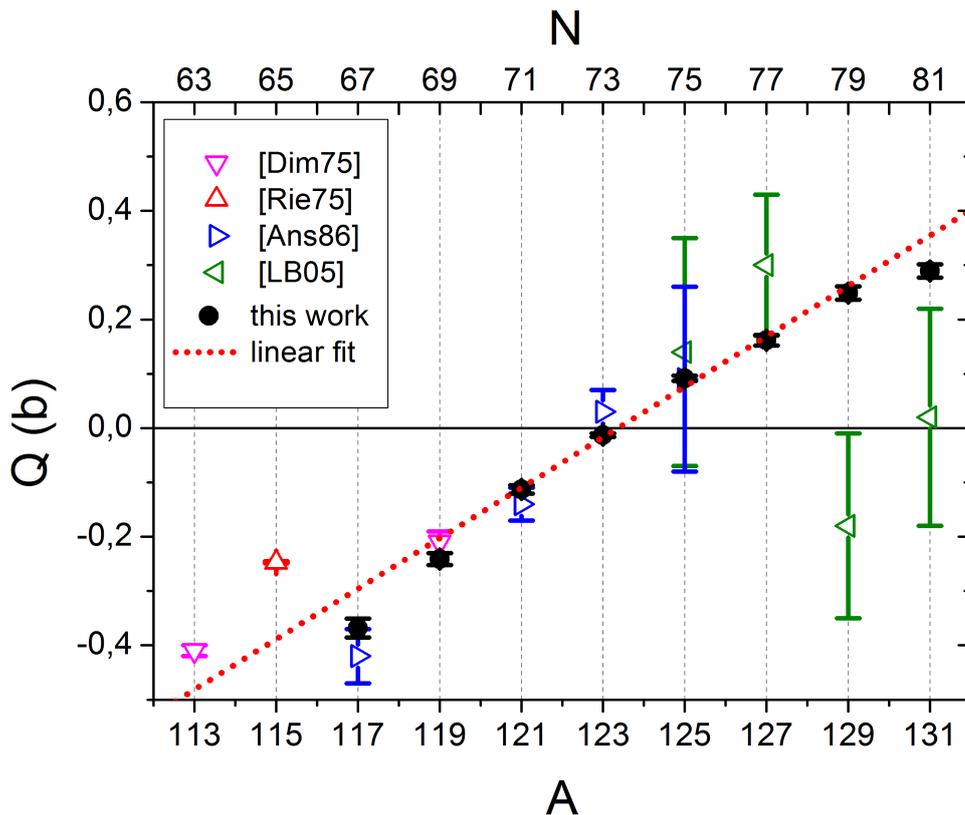
## Elektrische Quadrupolmomente

---

Zur Bestimmung des Quadrupolmoments  $Q$  benötigt man nach Gl. (2.52) den am Kernort erzeugten Feldgradienten  $V_{zz}$ :

$$Q = \frac{B}{eV_{zz}}. \quad (4.25)$$

Um einen neuen und genaueren theoretischen Wert für  $V_{zz}$  zu erhalten, werden derzeit neue theoretische Rechnungen durchgeführt. Diese sind aber sehr aufwändig und werden noch einige Zeit in Anspruch nehmen. Bis die neuen Rechnungen vorliegen, kann man mit den in [Ans86] gegebenen Werten für das Quadrupolmoment den Divisor in Gl. (4.25) zu  $eV_{zz} = 486(20)$  MHz/b extrahieren. Dieser Wert ist niedriger als der in [Lur66] berechnete Wert von 619 MHz/b und als 567 MHz/b, der in [SJ65, LA74] bestimmt wird, stellt aber den aktuellsten Wert dar, weshalb er für die folgende Analyse verwendet wird. Die so bestimmten Quadrupolmomente sind in Tabelle 4.6 aufgeführt und für die Isotope mit Kernspin 11/2 zusammen mit Literaturwerten auch in Abbildung 4.23 dargestellt. Mit steigender Neutronenzahl ist auch ein Anstieg im elektrischen Quadrupolmoment zu erkennen. Lediglich die Isotope  $^{117}\text{Sn}$  und  $^{131}\text{Sn}$  weichen etwas von dem linearen Verlauf ab, den man mit Hilfe des Schalenmodells erklären kann. Hier lässt sich vielleicht eine Verbindung zu gemessenen Übergangswahrscheinlichkeiten zum ersten angeregten Kernzustand, den  $B(E2)$ -Werten, ziehen, wo im Bereich um  $^{116}\text{Sn}$  ein Minimum beobachtet wurde, das nicht im Rahmen des Schalenmodells erklärt werden kann. Verschiedene Experimente bestimmen hier unterschiedliche  $B(E2)$ -Werte, alle haben aber eine Abweichung von den Theoriekurven, die sich aus Schalenmodellberechnungen ergeben, gemein [Jun11, Jia12, All15].



**Abbildung 4.23:** Elektrische Quadrupolmomente der untersuchten Zinnisotope mit Kernspin 11/2. Dargestellt ist das aus dem Experiment erhaltene elektrische Quadrupolmoment  $Q$  zusammen mit den Werten aus [Dim75, Rie75, Ans86, LB05] für die Isotope mit Kernspin  $I = 11/2$ . Auf Grund eines ungenauen Feldgradienten sind die spektroskopischen Quadrupolmomente nur vorläufig. Ebenso angedeutet ist eine lineare Anpassung der im Rahmen dieser Arbeit erhaltenen Werte.

Wie bereits in Kapitel 2.1.3 erläutert, ergibt sich im Schalenmodell das elektrische Quadrupolmoment eines Atomkerns  $Q$  für Atome mit ungerader Neutronenzahl  $n$ , mit Gesamtdrehimpuls des Valenzneutrons  $J$  und Kernspin  $I = J$  zu

$$Q = Q_J \frac{2J + 1 - 2n}{2J - 1}, \quad (4.26)$$

wobei  $Q_J$  das Einteilchen-Quadrupolmoment des Kerns ist (siehe Gl. (2.35)). Demnach ergibt sich ein linearer Anstieg des Quadrupolmoments, der auch in Abbildung 4.23 angedeutet ist und den Verlauf der Datenpunkte gut beschreibt. Aus den vorherigen Überlegungen und der Anpassung an die Datenpunkte ergibt sich, dass die  $1h_{11/2}$ -Neutronenschale spätestens für  $N = 124$  bis zur Hälfte gefüllt, also mit sechs Neutronen besetzt ist, da die Schale ein Fassungsvermögen von  $2J + 1 = 12$  Neutronen aufweist. Dies steht aber im Widerspruch zu der Annahme, dass bei der magischen Neutronenzahl von  $N = 82$  die Schale vollständig gefüllt ist. Ebenso ist in Abb. 4.23 eine Reihe von acht Isotopen zu beobachten, die dem linearen Verlauf im Quadrupolmoment folgen. Zusätzlich liegen die Messwerte des von Dimmling et al., am sehr kurzlebigen Isomer  $^{113m}\text{Sn}$  mit Spin  $11/2$  gemessenen Quadrupolmoments [Dim75] sowie das in [Rie75] gegebene elektrische Quadrupolmoment für das Isomer  $^{115m}\text{Sn}$  mit Kernspin  $11/2$  ebenfalls nahe an der angepassten Geraden. Aus diesen Beobachtungen ergibt sich demnach eine Reihe von 16 bis 20 Isotopen, die identische Neutronen in der  $h_{11/2}$ -Schale besitzen und einen linearen Anstieg im Quadrupolmoment verursachen. Das bedeutet die Schalen werden nicht einzeln von unten nach oben aufgefüllt. Vielmehr legt das die Vermutung nahe, dass sich die benachbarten Unterschalen  $3s_{1/2}$ ,  $2d_{5/2}$  und das  $1h_{11/2}$ -Energieniveau zu einer *Superschale* zusammenfassen lassen, die eine Kapazität von 20 Neutronen besitzt. Durch die Anpassung der Geraden in Abb. 4.23 lässt sich das Einteilchen-Quadrupolmoment  $Q_J$  für diese Superschale über den in Gl. (4.26) gegebenen einfachen Zusammenhang

$$Q(n) = Q_J \frac{20 - 2n}{18} + Q_0 \quad (4.27)$$

bestimmen, wobei hier verwendet wurde, dass  $2J + 1 = 20$  gelten muss und ein konstantes Quadrupolmoment  $Q_0$  eingefügt wurde, das das elektrische Quadrupolmoment des Kerns bei halb gefüllter Superschale repräsentiert. Das Einteilchen-Quadrupolmoment entspricht dann der Steigung der linearen Anpassung in Abb. 4.23 und beträgt damit für die bestimmte Superschale im Zinn  $Q_J = -0,418(28)$  b, womit sich ein Offset von  $Q_0 = -0,063(9)$  b ergibt. Aus Gleichung (2.35) lässt sich das Einteilchen-Quadrupolmoment über den mittleren quadratischen Radius mit einem Neutron in der Valenzschale bestimmen. Für einen sphärischen Kern entspricht dieser  $5/3$  des mittleren Ladungsradius dieses Isotops (siehe Kap. 2.1.2),  $\langle r^2 \rangle^{113} \approx 21,2 \text{ fm}^2$  [FH04]. Damit ergibt sich ein Einteilchen Quadrupolmoment von  $Q_J = -0,27$  b, das in etwa so groß ist wie das experimentell bestimmte. Durch Einführen einer effektiven Ladung von  $e_J \approx 1,5$  in Gleichung (2.35) lassen sich die beiden Ergebnisse in Übereinstimmung bringen. Diese effektive Ladung bedeutet, dass ein ungebundenes Neutron im Zinnatom eine starke Polarisierung des restlichen Atomkerns bewirkt, die aber nicht ganz so stark ausgeprägt ist wie in Cadmium, wo eine Polarisierung mit einer effektiven Ladung vom 2,5-fachen der Elementarladung zur Erklärung eines analogen Effekts benötigt wurde [Yor13b].

Neben den beiden abweichenden elektrischen Quadrupolmomenten für  $A = 117, 131$  ist auch der Nulldurchgang der linearen Anpassung leicht abweichend von den Erwartungen der Theorie des Einteilchen-Quadrupolmoments, weil das Quadrupolmoment nicht genau in der Mitte der Superschale bei einer Massenzahl von 122 verschwindet, sondern etwa bei  $A = 123, 3$  und damit etwa um anderthalb Massen verschoben ist. Dem wurde Rechnung getragen durch die Einführung von  $Q_0$ , das das zusätzliche Quadrupolmoment des Rumpfkerns repräsentiert. Der Vergleich mit den Literaturwerten in Abbildung 4.23 zeigt eine deutliche Abweichung des experimentell bestimmten Quadrupolmoments für  $^{129}\text{Sn}$  und  $^{131}\text{Sn}$ . Diese beiden in [LB05] bestimmten Quadrupolmomente weichen deutlich von dem hier bestimmten Verlauf ab, der sich sehr gut mit dem entsprechenden Verlauf der Cadmiumisotope deckt.

**Tabelle 4.6:** Magnetische Dipolmomente  $\mu$  und elektrische Quadrupolmomente  $Q$  der untersuchten Zinnisotope der Isotope mit Massenzahl  $A$  und Kernspin  $I$ . Die erste Klammer kennzeichnet jeweils die statistische, die zweite die systematische Unsicherheit. Für  $^{128m}\text{Sn}$  und  $^{130m}\text{Sn}$  sind auf Grund der Nichteindeutigkeit der Anpassung die beiden möglichen Wertepaare angegeben (siehe Kapitel 4.2.2).

$A$	$I$	$\mu$ ( $\mu_N$ )		Ref	$Q$ (b)			Ref	
109	5/2	-1,110	(26)	(9)	[Ebe87]	0,307	(13)	(13)	[Ebe87]
		-1,079	(6)			0,31	(10)		
113	1/2	-0,900	(22)	(7)	[Ans86]				
		0,8791	(6)						
113m	7/2	0,653	(4)	(5)		0,299	(2)	(12)	
115	1/2	-0,915	(5)	(7)					
117	1/2	-0,997	(3)						
117m	11/2	-1,362	(8)	(11)	[Ans86]	-0,368	(4)	(15)	[Ans86]
		-1,3955	(10)			-0,42	(5)		
119	1/2	-1,3955	(10)	(8)					
119m	11/2	-1,428	(8)	(12)		-0,241	(4)	(10)	
121	3/2	0,760	(76)	(6)	[Ans86]	-0,056	(29)	(2)	[Ans86]
		0,6978	(10)			-0,02	(2)		
121m	11/2	-1,415	(25)	(11)	[Ans86]	-0,113	(6)	(5)	[Ans86]
		-1,3877	(9)			-0,14	(3)		
123	11/2	-1,381	(7)	(11)	[Ans86]	-0,013	(3)	(1)	[Ans86]
		-1,3700	(9)			0,03	(4)		
123m	3/2	0,711	(20)	(6)		-0,015	(7)	(1)	
125	11/2	-1,340	(5)	(11)	[Ans86]	0,091	(2)	(4)	[Ans86]
		-1,348	(2)			0,09	(17)		
		-1,348	(6)	[LB05]		-0,02	(3)	[LB05]	
125m	3/2					0,016	(7)	(1)	
		0,764	(3)	[LB05]					
127	11/2	-1,322	(29)	(11)	[LB05]	0,162	(7)	(7)	[LB05]
		-1,329	(7)			0,30	(13)		
127m	3/2					0,103	(91)	(5)	
		0,757	(4)	[LB05]					
128m	7					-0,458	(36)	(19)	
						0,382	(21)	(19)	
129	3/2					0,143	(12)	(6)	
		0,754	(3)	[LB05]					
129m	11/2	-1,343	(11)	(11)	[LB05]	0,249	(5)	(11)	[LB05]
		-1,297	(5)			-0,18	(17)		
130m	7	-0,573	(14)	(5)	[LB05]	-0,426	(13)	(18)	[LB05]
						0,452	(4)	(19)	
		-0,381	(3)			-0,36	(11)		
131	3/2	0,799	(13)	(6)	[LB05]	0,113	(6)	(5)	
		0,747	(4)						
131m	11/2	-1,290	(6)	(10)	[LB05]	0,290	(3)	(12)	[LB05]
		-1,276	(5)			0,02	(20)		
133	7/2	-1,448	(10)	(12)		-0,206	(5)	(9)	

## 4.2.5 Isomerieverschiebung

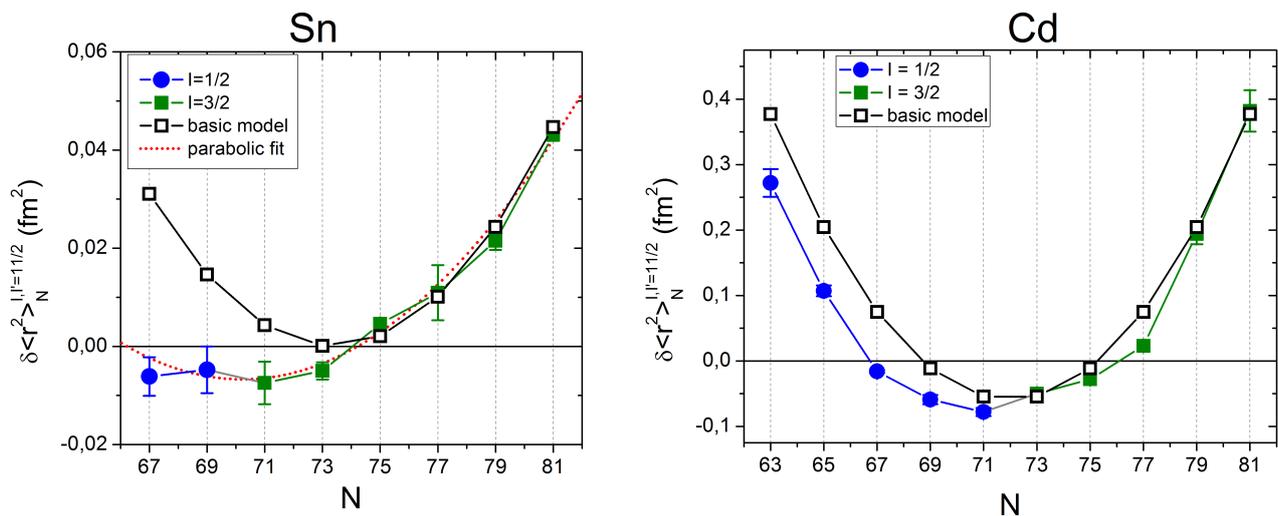
Unter der Isomerieverschiebung versteht man im Allgemeinen analog zur Isotopieverschiebung die Verschiebung der Mittenfrequenz eines atomaren Übergangs zwischen dem Grundzustand und einem Isomer eines Isotops  $\delta \nu^{A,Am}$ :

$$\delta \nu^{A,Am} = \nu^{Am} - \nu^A. \quad (4.28)$$

Analog dazu wird hier der Intruderzustand mit Kernspin  $I' = 11/2$  als Isomer und der Zustand regulärer Parität ( $I = 1/2, 3/2$ ) als Grundzustand bezeichnet. Die Isomerieverschiebung ist dann als Änderung des mittleren quadratischen Ladungsradius zwischen diesem Grundzustand und dem Isomer für ein Isotop mit Massenzahl  $A$  definiert:

$$\delta \langle r^2 \rangle_A^{I,I'} = \delta \langle r^2 \rangle_{I'}^{124,A} - \delta \langle r^2 \rangle_I^{124,A}. \quad (4.29)$$

Hierbei ist  $\delta \langle r^2 \rangle_I^{124,A}$  die Änderung des mittleren quadratischen Ladungsradius des Isotops  $A$  im Zustand mit Kernspin  $I$  zum Referenzisotop  $^{124}\text{Sn}$ . Diese Isomerieverschiebung ist in Abbildung 4.24 sowohl für die hier aufgenommenen Zinnisotope als auch für diejenigen Cadmiumisotope, die ein Isomer mit Kernspin  $11/2$  besitzen, aufgetragen.



**Abbildung 4.24:** Änderung des Kernladungsradius zwischen dem Zustand mit Kernspin  $I = 3/2, 1/2$  und dem Zustand mit  $I' = 11/2$  für Zinn (linker Graph) und Cadmium (rechts). Dargestellt sind die im Rahmen des durchgeführten Experiments erhaltenen Werte für die Änderungen der Kernladungsradien für Zinn und die in [Yor16] gegebenen Werte für Cadmium. Die verschiedenen Spins  $I$  sind farblich und durch unterschiedliche Symbole gekennzeichnet. Ebenso ist der theoretische Verlauf nach einem vereinfachten Modell (graue Linie, Details siehe Text) und ein parabolischer Fit (rote Linie) an die experimentellen Daten angedeutet.

Für Zinn ist bei der Neutronenzahl 81 der Kernladungsradius des Isomers ( $I = 11/2$ ) deutlich größer als der des Grundzustands. Dieser Unterschied wird mit der Reduktion der Neutronenzahl zunehmend kleiner bis sich das Verhältnis schließlich umkehrt und die Grundzustände für  $N < 74$  einen größeren Ladungsradius aufweisen als das Isomer. Nach den vielen, bereits erläuterten Parallelen zu Cadmium liegt auch hier ein Vergleich mit diesem Element nahe, wo bereits ein ähnliches Verhalten beobachtet wurde [Yor16]. Ein Unterschied zwischen Zinn und Cadmium ist, dass die Verformung bei den Cadmiumisotopen deutlich stärker ausgeprägt ist und die absoluten Unterschiede der Ladungsradi-

en zwischen Isomer und Grundzustand deutlich größer sind. Allgemein ist bei beiden Elementen aber ein klar parabelförmiger Zusammenhang zwischen Isomerieverschiebung und Neutronenzahl zu erkennen. Die parabolische Abhängigkeit des Ladungsradius kann durch die erstaunliche Regelmäßigkeit in der Evolution der  $h_{11/2}$ -Neutronenschale erklärt werden, auf die im vorherigen Kapitel 4.2.4 bei der Betrachtung der elektrischen Quadrupolmomente bereits detailliert eingegangen wurde. Das elektrische Quadrupolmoment und der Ladungsradius sind miteinander verknüpft, da beide über die Form des Kerns, also, bei einem elliptischen Kern, dem Deformationsparameter  $b$  verbunden sind. Die elektrischen Quadrupolmomente der  $11/2$ -Isomere in Cadmium zeigen, wie in Zinn, einen linearen Anstieg mit zunehmender Massenzahl was einen linearen Anstieg im Deformationsparameter  $b_m$  bedeutet, denn es gilt [Yor16]:

$$Q = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} \langle r_0^2 \rangle \cdot Z \cdot b \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)}, \quad (4.30)$$

mit dem mittleren quadratischen Kernladungsradius eines sphärischen Kerns  $\langle r_0^2 \rangle$ . Die Änderung des mittleren quadratischen Ladungsradius zwischen Grundzustand und Isomer  $\delta \langle r^2 \rangle^{A,Am}$  lässt sich auch in Abhängigkeit der Deformationsparameter bestimmen [Yor16]:

$$\delta \langle r^2 \rangle^{A,Am} = \frac{5}{4\pi} \langle r_0^2 \rangle (b_m^2 - b_g^2), \quad (4.31)$$

mit dem Deformationsparameter des Grundzustands  $b_g$ . Nimmt man nun einen linearen Anstieg des Deformationsparameters des Isomers bei einem konstanten, oder sich nur schwach ändernden Deformationsparameter des Grundzustands an, so ergibt sich direkt eine quadratische Abhängigkeit der Änderung im mittleren quadratischen Ladungsradius als Funktion der Massenzahl. Dass für Zinn dieser lineare Anstieg des Quadrupolmoments, also auch des Deformationsparameters  $b_m$  für die Isotope mit Kernspin  $11/2$  zu beobachten ist, wurde bereits im letzten Kapitel diskutiert. Dies erklärt also auch hier die deutliche Parabelform in der Isomerieverschiebung bei der Besetzung der  $1h_{11/2}$ -Schale. Mit Hilfe der linearen Anpassung aus Kapitel 4.2.4 und Gleichung (4.30) lässt sich der Verformungsparameter  $b_m$  in Abhängigkeit der Neutronenzahl bestimmen. In einer starken Vereinfachung, in der die Deformation des Grundzustands vernachlässigt wird, lässt sich mit Hilfe von Gleichung (4.31) die Isomerieverschiebung bestimmen. Die sich nach diesem simplen Modell ergebende Parabel ist in Abbildung 4.24 in grau dargestellt, in der eine sehr gute Übereinstimmung mit den Daten im Bereich oberhalb von  $N = 74$  zu erkennen ist. Für niedrigere Neutronenzahlen weicht diese Parabel von den Datenpunkten ab, was vermutlich im Einfluss der Deformation des Grundzustands  $b_g$  begründet liegt. In diesem Bereich wechselt der Spin des Grundzustands von  $3/2$  auf  $1/2$ , dies kann zu einer Änderung der Deformation des Grundzustands und damit zu einer Abweichung vom stark vereinfachten Modell führen, in dem eine solche Deformation nicht berücksichtigt wurde. Mit dieser Änderung in der Deformation des Grundzustands lässt sich auch die Verschiebung des Scheitelpunktes der an die Datenpunkte angepassten Parabel zu einer niedrigeren Neutronenzahl von  $N \approx 70$  begründen. Dieselbe Beobachtung ist in Cadmium zu verzeichnen, auch hier ergibt sich eine Abweichung der Messwerte von der Modellkurve unterhalb der Schalenmitte im Bereich des Wechsels des Kernspins, die auch die Verschiebung des Scheitelpunktes der Parabel zu kleineren Neutronenzahlen zur Folge hat.

Damit sind die Kerneigenschaften der untersuchten Zinnisotope beschrieben. Analog zu den Überlegungen in Kap. 4.1.3 in den Calcium-Messungen können aber auch hier in Zinn mit Hilfe von [Ans86] zwei verschiedene atomare Übergänge miteinander verglichen werden.

---

#### 4.2.6 Vergleich zweier atomarer Übergänge

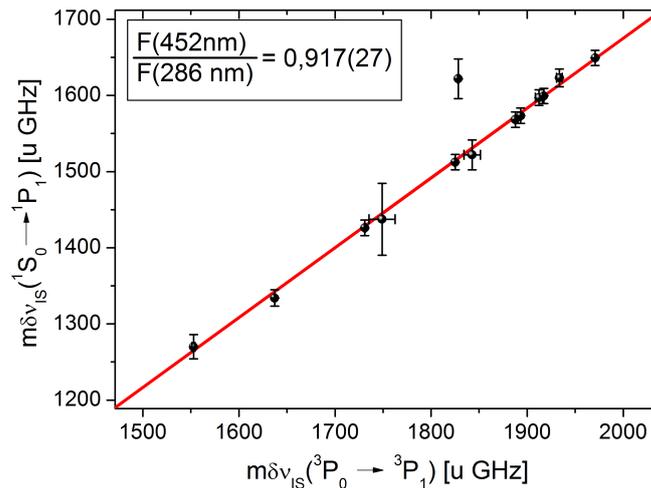
---

In [Ans86] wurde der atomare Übergang  $5p^2 \ ^3P_0 \rightarrow 5p6s \ ^3P_1$  bei  $\lambda = 286,3$  nm an einigen der auch im Rahmen dieser Arbeit vermessenen Isotope untersucht. Ganz analog zur Vorgehensweise in Kapitel 4.1.3

kann dieser Übergang mit dem hier untersuchten Übergang  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$  bei 452 nm verglichen werden. Aus Gleichung (4.12) ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Isotopieverschiebung am in [Ans86] untersuchten Übergang  $\delta\nu_{286}^{A,A'}$  und der im Rahmen dieser Arbeit erhaltenen Isotopieverschiebung  $\delta\nu_{452}^{A,A'}$  zu

$$m\delta\nu_{452}^{A,A'} = m\delta\nu_{286}^{A,A'} \cdot \frac{F_{452}}{F_{286}} + K_{452} - K_{286} \cdot \frac{F_{452}}{F_{286}}. \quad (4.32)$$

In Abbildung 4.25 wurden die beiden modifizierten Isotopieverschiebungen gegeneinander aufgetragen und durch einen linearen Fit angepasst. Man erkennt, dass fast alle Punkte auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Lediglich der Datenpunkt des  $I = 1/2$ -Zustands von  $^{113}\text{Sn}$ , der hier nur sehr ungenau gemessen werden konnte, besitzt keinen Schnittpunkt mit der linearen Anpassungsgeraden. Die Steigung der Geraden wurde dabei unter Berücksichtigung beider Fehler nach der Vorgehensweise in [Yor04] ausgewertet. Sie ergibt sich zu  $F_{452}/F_{286} = 0,917(27)$ . Die Steigung weicht um etwa 3 Standardabweichungen von eins ab. Für den Übergang im Triplett-System ergibt sich in etwa der vierfache Wert der A-Faktoren des Übergangs im Singulett, daraus lässt sich auch ein etwas größerer Feldeffektfaktor  $F_{286}$  im Triplett im Vergleich zum Feldeffektfaktor  $F_{452}$  im Singulett ableiten. Die sich aus dem Fit ergebende Steigung bestätigt diese Überlegung.



**Abbildung 4.25:** Kingplot zum Vergleich zweier atomarer Übergänge in Zinn. Aufgetragen ist die modifizierte Isotopieverschiebung des Übergangs  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$  (452 nm) als Funktion der modifizierten Isotopieverschiebung des Übergangs  $5p^2\ ^3P_0 \rightarrow 5p6s\ ^3P_1$  (286 nm). Die Daten wurden mit einer Geraden angepasst, die in rot eingezeichnet ist.

Der Vergleich des im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Übergangs mit den in [Ans86] bestimmten Isotopieverschiebungen eines anderen Übergangs zeigt, dass die beiden Experimente in Übereinstimmung zueinander sind und lässt den Schluss zu, dass in der Fehleranalyse keine systematischen Unsicherheiten unberücksichtigt blieben.

---

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

---

Im Rahmen dieser Arbeit konnte das TRIGA-LASER Experiment in Mainz auf unterschiedlichen Ebenen weiterentwickelt und damit erstmals Messungen durchgeführt werden, die die Unsicherheiten physikalischer Messwerte im Vergleich zur bisherigen Literatur reduzieren. Damit konnte gezeigt werden, dass TRIGA-LASER alle Voraussetzungen zur Vermessung der Kerneigenschaften exotischer Isotope erfüllt. Die Hauptentwicklungen an TRIGA-LASER sind die Etablierung des Kontrollsystems TRITON und der Einbau vielfältiger Geräte zur vollständigen Kontrolle und Überwachung des Experiments sowie die Integration eines weiteren Faradaybeckers und eines Phosphorschirms zur simplen Lokalisierung und Formung des Ionenstrahls. Diese Fortschritte stellen den letzten wichtigen Meilenstein in der Entwicklung des Prototypen für das LASPEC-Experiment an der zukünftigen FAIR Anlage an der GSI dar.

Mit der in Kap. 3.1 erläuterten durchgeführten kollinearen Laserspektroskopie an Calciumionen wurde die Unsicherheit in der Isotopieverschiebung am D2-Übergang  $4s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p\ ^2P_{3/2}$  für die Isotope <sup>40,42,44,48</sup>Ca gegenüber vorherigen Messungen um eine Größenordnung reduziert. Zur Kalibrierung des Startpotentials der Ionen wurden dabei sehr genau bekannte Isotopieverschiebungen der selben Isotope in der D1-Linie ( $4s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p\ ^2P_{1/2}$ ) ausgenutzt. Durch die signifikante Reduktion der Unsicherheit konnten die hier bestimmten Werte selbst wieder als Kalibrationswerte für die Untersuchung neutronenreicher Calciumisotope bis <sup>52</sup>Ca mittels kollinearere Laserspektroskopie an COLLAPS verwendet werden. Dabei wurde analog zu der hier dargelegten Kalibrierung des Startpotentials der Calciumionen vorgegangen. Um noch neutronenreichere Calciumisotope mit Hilfe des COLLAPS Experiments zu vermessen, muss statt des optischen ein Teilchennachweis durchgeführt werden. Hierfür wurde die Strahlstrecke um eine Pumpstrecke, eine Ladungsaustauschzelle und zwei  $\beta$ -Detektorsysteme erweitert und der zustandsselektive Ladungsaustausch in Calcium, eine bereits in [Ver92] dargestellte Methode, verwendet. Hierbei konnte die Sensitivität für <sup>52</sup>Ca gegenüber den optischen Messungen um einen Faktor 20 gesteigert werden [GG17]. Damit ist es künftig möglich die Kerneigenschaften von Calciumisotopen, deren Produktionsrate an ISOLDE bis zu einem Ion pro Sekunde beträgt, mit dem neuen Aufbau an COLLAPS zu messen. Für eine noch bessere Kalibrationsmöglichkeit künftiger Messungen der D2-Linie in Calcium dienen zusätzlich neu bestimmte Übergangsfrequenzen der stabilen Isotope <sup>40,42,44,48</sup>Ca an der PTB in Braunschweig mit weniger als 100 kHz Unsicherheit [Shi17]. Diese Messungen entstanden in einer Kollaboration mit der Quantenmetrologie-Gruppe um Prof. Piet Schmidt, wobei im Rahmen dieser Arbeit ein Lasersystem für 393 nm zur PTB gebracht und am Experiment in Betrieb genommen wurde.

Auch an neutronenreichen Zinnisotopen konnten mit Hilfe optischer Laserspektroskopie an COLLAPS Kerneigenschaften bestimmt werden. In einer viertägigen Strahlzeit in der ISOLDE Einrichtung wurden die Isotope <sup>109,112–134</sup>Sn mitsamt der bekannten Isomere mittels kollinearere Laserspektroskopie im Übergang  $5p^2\ ^1S_0 \rightarrow 5p6s\ ^1P_1$  untersucht. Die beiden neutronenreichsten Isotope dieser Reihe mit  $N = 83, 84$  wurden dabei erstmals laserspektroskopisch gemessen. Nach der Bestimmung des Startpotentials, sowie einiger systematischer Untersuchungen der erhaltenen Spektren konnten die Isotopieverschiebungen und die Hyperfeinparameter der aufgenommenen Isotope bestimmt werden. Mit Hilfe eines Kingplots sowie einer Referenzierung auf bekannte Literaturwerte konnten daraus Änderungen im mittleren quadratischen Kernladungsradius, die magnetischen Dipolmomente und die elektrischen Quadrupolmomente ermittelt werden.

Die Analyse der Kernladungsradien ergab nicht nur, dass das einfache Modell von Zamick und Talmi [Zam71, Tal84], das auf dem Tröpfchenmodell basiert, bis zur magischen Zahl von  $N = 82$  in hervorragender Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Ladungsradien ist, sondern auch, dass oberhalb des  $N = 82$  Schalenabschlusses ein deutlicher Knick im Verlauf der Ladungsradien beobachtet wird. Die Voraussagen zum magischen Schalenabschluss, die auf Grund von Hartree-Fock-Bogolyubov Berechnungen getroffen wurden [Kor12, Sch12], können hier also bestätigt werden. Der Knick ist erwartungsgemäß schwächer ausgeprägt als im Element Xenon mit der Ordnungszahl 54. Die Voraussage,

---

dass die Steigung des Knicks mit abnehmender Protonenzahl auch abnimmt, kann hier nicht bestätigt werden, weil der Trend des Knicks in Zinn deutlich steiler ausfällt als in Tellur. Ein Vergleich mit den Nachbar-Elementen von Zinn bestätigt den Schalenabschluss der Protonenschale für Zinn. Die Elemente mit nicht komplett gefüllter  $1g_{9/2}$ -Protonenschale Indium und Cadmium weisen einen exakt parallelen Verlauf im Ladungsradius auf, während die Elemente oberhalb von  $Z = 50$  starke Abweichungen von diesem Verhalten zeigen und auch nicht mehr mit dem Modell von Zamick und Talmi erklärt werden können.

Ebenso wurde die Isomerieverschiebung zwischen den  $11/2$ -Intruderzuständen und den Zuständen regulärer Parität im Rahmen dieser Arbeit bestimmt. Die erwartete Parabelform, wie sie sich in Cadmium bei Vergleich der Ladungsradien von Grundzustand und Isomer ergibt, konnte ebenfalls beobachtet werden. Die Abweichung des Scheitelpunktes der angepassten Parabel um etwa 4 Massen vom Nulldurchgang der elektrischen Quadrupolmomente ist analog zu Beobachtungen in Cadmium und kann durch die Änderung der Verformung im Grundzustand erklärt werden.

Neben den Ladungsradien wurden auch die magnetischen Dipol- und elektrischen Quadrupolmomente bestimmt. Die magnetischen Dipolmomente sind für Isotope gleichen Spins erwartungsgemäß konstant und besitzen etwa 50% bis 70% der zugehörigen Schmidt-Werte. Die elektrischen Quadrupolmomente der Isotope mit Spin  $11/2$  zeigen einen linear ansteigenden Verlauf über zehn Isotope. Dieses Verhalten lässt sich durch Zusammenfassen der  $3s_{1/2}$ -,  $2d_{5/2}$ - und  $1h_{11/2}$ -Niveaus zu einer Superschale und einer Polarisierung des Atomkerns durch das Valenzneutron erklären. Aus dem Vergleich mit der experimentell bestimmten Größe des Kerns ergibt sich eine starke Polarisierung des Atomkerns durch das jeweils ungepaarte Valenzneutron mit einer effektiven Ladung von etwa anderthalb Elementarladungen.

Die dargestellten Ergebnisse für die Zinnisotope sind fast überall in Übereinstimmung mit den bisher veröffentlichten Messungen. Lediglich die in [LB05] bestimmten Quadrupolmomente der  $11/2$ -Isotope  $^{129m,131m}\text{Sn}$  und des Isomers  $^{130m}\text{Sn}$  widersprechen den hier erhaltenen Ergebnissen. Auf Grund der hier erreichten deutlich höheren Auflösung, der Linearität im Verlauf des Quadrupolmoments der übrigen Isotope und der exzellenten Übereinstimmung im Verlauf des Ladungsradius mit dem Modell, erscheinen die hier bestimmten Werte für die Quadrupolmomente dennoch glaubhaft. Auch, dass mit den im Rahmen der Strahlzeit erhaltenen Daten für  $^{130}\text{Sn}$  nur möglich war, entweder das magnetische Moment oder das Quadrupolmoment aus [LB05] zu bestätigen, lässt an den dort bestimmten Quadrupolmomenten zweifeln. Vor allem bei diesen geraden Isotopen  $^{128,130}\text{Sn}$  mit den beobachteten Isomeren mit Kernspin 7 war eine eindeutige Bestimmung der  $A$ - und  $B$ -Faktoren leider nicht möglich. Durch die vielen einander überlagernden Resonanzen war es zudem oft schwierig, die relative Lage von Isomer und Grundzustand zueinander zu bestimmen. Zur Absicherung der Ergebnisse und einer genaueren Bestimmung der Hyperfeinparameter und der Mittenfrequenzen ist eine weitere Strahlzeit an dem atomaren Übergang  $5p^2\ ^3P_0 \rightarrow 5p6s\ ^3P_1$  geplant, der bei 286 nm liegt, deutlich größere  $A$ -Faktoren besitzt und von [Ans86, LB05] untersucht wurde. Ein Übergang mit größeren Hyperfeinparametern hat größere Abstände der Resonanzen zur Folge, was eine eindeutige Zuordnung der Resonanzen und damit eine genaue Validierung sowohl der  $A$ - und  $B$ -Faktoren der Mittenfrequenzen der Spektren mit Isomer möglich macht. Die Lebensdauer des oberen Zustands ist annähernd gleich der des oberen Zustands des in dieser Arbeit untersuchten Übergangs. Der Nachteil dieses 286 nm-Übergangs liegt aber darin, dass der niedrigere Zustand den Grundzustand darstellt und dieser bei der Neutralisierung mit Natriumgas deutlich weniger stark bevölkert wird als das  $5p^2\ ^1S_0$ -Niveau, das hier auf Grund der hohen Population als Ausgangslevel für die kollineare Laserspektroskopie verwendet wurde. Dies hat eine deutliche Reduktion in der Sensitivität zur Folge und bei ähnlichen Produktionsraten an ISOLDE werden die hier vermessenen neutronenreichen Isotope  $^{133,134}\text{Sn}$  optisch nicht detektierbar sein.

---

## Literaturverzeichnis

---

- [All15] J. M. Allmond et al., *Investigation into the semimagic nature of the tin isotopes through electromagnetic moments*, Physical Review C **92** (2015), 041303(R).
- [And82] A. Andl et al., *Isotope shifts and hyperfine structure of the  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  transition in calcium isotopes*, Physical Review C **26** (1982), 2194.
- [Ans86] M. Anselment et al., *Charge radii and moments of tin nuclei by laser spectroscopy*, Physical Review C **34** (1986), 1052.
- [Asp91] A. Aspect et al., *Experimental and MCHF isotope shifts of strongly perturbed levels in Ca I and Sr I*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **24** (1991), 4077.
- [Bac14] S. Bacca et al., *Giant and pigmy dipole resonances in  $^4\text{He}$ ,  $^{16,22}\text{O}$ , and  $^{40}\text{Ca}$  from chiral nucleon-nucleon interactions*, Physical Review C **90** (2014), 064619.
- [Bai83] P. E. G. Baird et al., *Laser spectroscopy of the tin isotopes*, Journal of Physics B **16** (1983), 2485.
- [Bea80] E. Bergmann et al., *Nuclear charge distribution of eight Ca-nuclei by laser spectroscopy*, Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei **294** (1980), 319.
- [Ben86] H. Bendali et al.,  *$\text{Na}^+\text{-Na}$  charge exchange processes studied by collinear laser spectroscopy*, Journal of Physics B **19** (1986), 233.
- [Bha94] R. Bhattacharya et al., *Isotopic differences of charge distributions of even isotopes of tin*, Zeitschrift für Physik A **349** (1994), 101.
- [Bin72] M. Bini et al., *E2 Transition Strengths in  $^{46}\text{Ca}$  and  $^{44}\text{Ca}$  Isotopes from Coulomb Excitation Measurements.*, Lettre Al Nuovo Cimento **5** (1972), 913.
- [Bin14] S. Binder et al., *Ab initio path to heavy nuclei*, Physics Letters B **736** (2014), 119.
- [Bis11] M. L. Bissel et al., *Spins, Moments and Charge Radii Beyond  $^{48}\text{Ca}$* , Proposal to the ISOLDE an Neutron Time-of-Flight Comitee **INTC-P-313** (2011), .
- [Bro06] K. Brown et al., *Applications of accelerator mass spectrometry for pharmacological and toxicological research.*, Mass Spectrometry Review **25** (2006), 127.
- [Bru62] E. Brun et al., *Nuclear Magnetic Dipole Moment of  $\text{Ca}^{41}$* , Physical Review Letters **9** (1962), 166.
- [BT85] D. Berdichevsky and F. Tondeur, *Nuclear Core Densities, Isotope Shifts, and the Parametrization of the Droplet Model*, Z. Phys. A Atoms and Nuclei **322** (1985), 141.
- [BWW08] K. Bethge, G. Walter, and B. Wiedemann, *Kernphysik: Eine Einführung*, Springer, 2008.
- [Cam16] P. Campbell et al., *Laser spectroscopy for nuclear structure physics*, Progress in Particle and Nuclear Physics **86** (2016), 127.
- [Cat03] R. Catherall et al., *Origin of the anomalous long lifetime of  $^{14}\text{C}$* , Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B **204** (2003), 235.
- [Cau01] E. Caurier et al., *Shell model description of isotope shifts in calcium*, Physical Letters B **522** (2001), 240.

- 
- [Dem05] W. Demtröder, *Experimentalphysik 4: Kern-, Teilchen- und Astrophysik*, Springer, 2005.
- [Dem10] W. Demtröder, *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*, Springer, 2010.
- [Dem11] W. Demtröder, *Laserspektroskopie 1*, Springer, 2011.
- [Den06] E. Denk et al., *Labeling the human skeleton with  $^{41}\text{Ca}$  to assess changes in bone calcium metabolism*, Analytical and Bioanalytical Chemistry **286** (2006), 1587.
- [Dim75] F. Dimmling et al., *Quadrupole moments of  $\nu h_{11/2}$  states in Sn-isotopes and electric field gradients at the Sn and Cd sites in Cd, Sn and Sb metal*, Physics Letters **55B** (1975), 293.
- [Dob83] J. Dobaczewski et al., *Hartree-Fock-Bogolyubov description of nuclei near the neutron-drip line*, Nuclear Physics A **422** (1983), 103.
- [Dra06] G. Drake, *Atomic, Molecular, and Optical Physics*, Springer, 2006.
- [dST63] A. de Shalit and I. Talmi, *Nuclear Shell Theory*, Academic Press, New York, 1963.
- [Dwo08] M. Dworschak et al., *Restoration of the  $N = 82$  Shell Gap from direct mass measurements of  $^{132,134}\text{Sn}$* , Physical Review Letters **100** (2008), 072501.
- [Ebe87] J. Eberz et al., *Nuclear Spins, Moments and Charge Radii of  $^{108-111}\text{Sn}$* , Zeitschrift für Physik A **326** (1987), 121.
- [Ebr16] J.-P. Ebran et al., *Spin-orbit interaction in relativistic nuclear structure models*, Physical Review C **94** (2016), 024304.
- [Eks15] A. Ekström et al., *Accurate nuclear radii and binding energies from a chiral interaction*, Physical Review C **91** (2015), 051301(R).
- [Emr83] H. J. Emrich et al., *Radial distribution of nucleons in the isotopes  $^{48,40}\text{Ca}$* , Nuclear Physics A **396** (1983), 401.
- [Epe12] E. Epelbaum et al., *Structure and rotations of the hoyle state*, Physical Review Letters **109** (2012), 252501.
- [Epe14] E. Epelbaum et al., *ab initio calculation of the spectrum and structure of  $^{16}\text{O}$* , Physical Review Letters **112** (2014), 102501.
- [FH04] G. Fricke and K. Heilig, *Nuclear Charge Radii*, Group I: Elementary Particles, Nuclei and Atoms Volume 20, Springer, 2004.
- [Fra17] J. Fraunhofer, *Bestimmung des Brechungs- und des Farbenzerstreuungsvermögens verschiedener Glasarten, im Bezug auf die Vervollkommnung achromatischer Fernrohre*, Annalen der Physik **56** (1817), 264.
- [Fro13] N. Froemmgen, *Kollineare Laserspektroskopie an radioaktiven Praseodymionen und Cadmiumatomen*, Doktorarbeit, Institut für Kernchemie, Johannes-Gutenberg Universität Mainz, 2013.
- [Fro15] N. Froemmgen et al., *Collinear laser spectroscopy of atomic cadmium*, The European Physical Journal D **69** (2015), 164.
- [FRT99] C. Freiburghaus, S. Rosswog, and F.-K. Thielemann, *r-process in neutron star mergers*, The Astrophysical Journal Letters **525** (1999), L121.
- [Gad06] A. Gade et al., *Cross-shell excitation in two-proton knockout: Structure of  $^{52}\text{Ca}$* , Physical Review C **74** (2006), 021302(R).

- [Gar15] R. F. Garcia Ruiz et al., *Ground-state electromagnetic moments of calcium isotopes*, Physical Review C **91** (2015), 041304(R).
- [Gar16] R. F. Garcia Ruiz et al., *Unexpectedly large charge radii of neutron-rich calcium isotopes*, Nature Physics **12** (2016), 594.
- [Geb15] F. Gebert et al., *Precision isotope shift measurements in calcium ions using quantum logic detection schemes*, Physical Review Letters **115** (2015), 053003.
- [GG17] R. F. Garcia Ruiz and C. Gorges et al., *Development of a sensitive setup for laser spectroscopy studies of very exotic calcium isotopes*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics **44** (2017), 044003.
- [GK17] C. Gorges and S. Kaufmann et al., *Status of the TRIGA-LASER experiment*, Hyperfine Interactions **238** (2017), 26.
- [GMJ55] M. Goepfert Mayer and J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, John Wiley & Sons, Inc., 1955.
- [Gor13] C. Gorges, *Verbesserung des optischen Nachweises und Charakterisierung gebunchter Ionenstrahlen am TRIGA-SPEC Experiment in Mainz*, Diplomarbeit an der Johannes–Gutenberg Universität Mainz, 2013.
- [Gor15] C. Gorges et al., *Isotope shift of  $^{40,42,44,48}\text{Ca}$  in the  $4s^2S_{1/2} \rightarrow 4p^2P_{3/2}$  transition*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **48** (2015), 245008.
- [Gru79] P. Grundevik et al., *Precision Method for Hyperfine-Structure Studies in Low-Abundance Isotopes: The Quadrupole Moment of  $^{43}\text{Ca}$* , Physical Review Letters **42** (1979), 1528.
- [HA55] H. Horie and A. Arima, *Configuration Mixing and Quadrupole Moments of Odd Nuclei*, Physical Review **99** (1955), 778.
- [Hag12a] G. Hagen et al., *Continuum effects and three-nucleon forces in neutron-rich oxygen isotopes*, Physical Review Letters **108** (2012), 242501.
- [Hag12b] G. Hagen et al., *Evolution of Shell Structure in Neutron-Rich Calcium Isotopes*, Physical Review Letters **109** (2012), 032502.
- [Hag16] A. Hagen et al., *Neutron and weak-charge distributions of the  $^{48}\text{Ca}$  nucleus*, Nature Physics **12** (2016), 186.
- [Hak12] J. Hakala et al., *Precision Mass Measurements beyond  $^{132}\text{Sn}$ : Anomalous Behavior of Odd-Even Staggering of Binding Energies*, Physical Review Letters **109** (2012), 032501.
- [Ham10] M. Hammen, *Development, Construction and Test of an Efficient Fluorescence Detection Region for Collinear Laser Spectroscopy at TRIGA–Mainz*, Diplomarbeit an der Johannes–Gutenberg Universität Mainz, 2010.
- [Ham13] M. Hammen, *Spins, Moments and Radii of Cd Isotopes*, Doktorarbeit, Institut für Kernchemie, Johannes–Gutenberg Universität Mainz, 2013.
- [Her01] F. Herfurth et al., *A linear radiofrequency ion trap for accumulation, bunching, and emittance improvement of radioactive ion beams*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A **469** (2001), 254.
- [Hey99] K. Heyde, *Basic ideas and concepts in Nuclear Physics*, IOP Publishing Ltd, 1999.

- 
- [HFM53] R. Hofstadter, H. R. Fechter, and J. A. McIntyre, *Scattering of High-Energy Electrons and the Method of Nuclear Recoil*, Physical Review **91** (1953), 422.
- [Hol12] J. D. Holt et al., *Three-body forces and shell structure in calcium isotopes*, Journal of Physics G **39** (2012), 085111.
- [HS74] K. Heilig and A. Steudel, *Changes in mean-square charge radii from optical isotope shifts*, Atomic Data and Nuclear Data Tables **14** (1974), 613.
- [ISO17] ISOLDE Homepage, <http://isolde.web.cern.ch/isolde-logos-layouts-and-templates>, letzter Zugriff: 01.04.2017.
- [Jia12] H. Jiang et al.,  *$B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  values of even-even Sn isotopes*, Physical Review C **86** (2012), 054304.
- [Jok03] A. Jokinen et al., *RFQ-cooler for low-energy radioactive ions at ISOLDE*, Nuclear Instruments and Methods B **204** (2003), 86.
- [Jun11] A. Jungclaus et al., *Evidence for reduced collectivity around the neutron mid-shell in the stable even-mass Sn isotopes from new lifetime measurements*, Physics Letters B **695** (2011), 110.
- [Jur11] E. D. Jurgenson et al., *Evolving nuclear many-body forces with the similarity renormalization group*, Physical Review C **83** (2011), 034301.
- [Kau76] S. L. Kaufman, *High-resolution laser spectroscopy in fast beams*, Optics Communications **17** (1976), 309.
- [Kau17] S. Kaufmann, (*in Vorbereitung*), Doktorarbeit, Institut für Kernphysik, Technische Universität Darmstadt, 2017.
- [Kin64] W. H. King, *Isotope shift in the arc spectrum of ruthenium*, Proceedings of the Royal Society of London Series A **280** (1964), 430.
- [Kli07] A. Klimkiewicz et al., *Nuclear symmetry energy and neutron skins derived from pygmy dipole resonances*, Physical Review C **76** (2007), 051603(R).
- [Klo12] A. Klose et al., *Tests of atomic charge-exchange cells for collinear laser spectroscopy*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A **678** (2012), 114.
- [Kö08] U. Köster et al., *Progress in ISOL target-ion source systems*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B **266** (2008), 4229.
- [Kö17] K. König et al., *First High-Voltage Measurements using  $\text{Ca}^+$  ions at the ALIVE experiment*, Hyperfine Interactions **238** (2017), 24.
- [Kor12] M. Kortelainen et al., *Nuclear energy density optimization: Large deformations*, Physical Review C **85** (2012), 024304.
- [Kre13] K. Kreim, *Collinear Laser Spectroscopy of Potassium - Nuclear Charge Radii beyond  $N = 28$* , Doktorarbeit, Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2013.
- [Kri12] A. Krieger et al., *Nuclear Charge Radius of  $^{12}\text{Be}$* , Phys. Rev. Lett. **108** (2012), 142501.
- [Kri16] A. Krieger et al., *Frequency-comb referenced collinear laser spectroscopy of  $\text{Be}^+$  for nuclear structure investigations and many-body QED tests*, Applied Physics B **123** (2016), 15.
- [LA74] I. Lindgren and Rosen A., *Relativistic self-consistent-field calculations with application to atomic hyperfine interaction.*, Case Studies in Atomic Physics **4** (1974), 93.

- 
- [LB05] F. Le Blanc et al., *Charge-radius change and nuclear moments in the heavy tin isotopes from laser spectroscopy: Charge radius of  $^{132}\text{Sn}$* , Physical Review C **72** (2005), 034305.
- [Lib07] J. Libert et al., *Signs of dynamical effects for Cd, Sn, Te, Xe, Ba and Sm nuclear charge radii*, Nuclear Physics A **786** (2007), 47.
- [Liu12] J. Liu et al., *Theoretical Study of the Nuclear Charge Distributions of Tin Isotopes*, Plasma Science and Technology **14** (2012), 614.
- [Luc04] D. M. Lucas et al., *Isotope-selective photoionization for calcium ion trapping*, Physical Review A **69** (2004), 012711.
- [Lur66] A. Lurio, *Configuration Interaction and the hfs of the  $sl$  Configuration*, Physical Review **142** (1966), 46.
- [Man09] E. Mané et al., *An ion cooler–buncher for high–sensitivity collinear laser spectroscopy at ISOLDE*, The European Physical Journal A **42** (2009), 503.
- [Mar92] A.-M. Martensson-Pendrill et al., *Isotope shifts and nuclear-charge radii in singly ionized  $^{40-48}\text{Ca}$* , Physical Review A **45** (1992), 4675.
- [Mar11] P. Maris et al., *Origin of the anomalous long lifetime of  $^{14}\text{C}$* , Physical Review Letters **106** (2011), 202502.
- [Mar14a] P. Maris et al.,  *$^{12}\text{C}$  properties with evolved chiral three-nucleon interactions*, Physical Review C **90** (2014), 014314.
- [Mar14b] B. A. Marsh, *Resonance ionization laser ion sources for on-line isotope separators*, Review of Scientific Instruments **85** (2014), 02B923.
- [ME11] R. Machleidt and D. R. Entem, *Chiral effective field theory and nuclear forces*, Physics Reports **503** (2011), 1.
- [Mor04] A. Mortensen et al., *Isotope shifts of the  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s5p\ ^1P_1$  transition and hyperfine splitting of the  $4s5p\ ^1P_1$  state in calcium*, Physical Review A **69** (2004), 042502.
- [MS83] W.D. Myers and K.-H. Schmidt, *An update on droplet-model charge distributions*, Nuclear Physics A **410** (1983), 61.
- [Mü83] A.C. Müller et al., *Spins, moments and charge radii of barium isotopes in the range  $^{122-146}\text{Ba}$  determined by collinear fast–beam laser spectroscopy*, Nuclear Physics A **403** (1983), 234.
- [Nat17] National Nuclear Data Center, *Interactive Chart of Nuclides*, <http://www.nndc.bnl.gov/chart>, letzter Zugriff: 01.04.2017.
- [Nav07] P. Navrátil et al., *Structure of  $a = 10 - 13$  nuclei with two- plus three-nucleon interactions from chiral effective field theory*, Physics Review Letters **99** (2007), 042501.
- [NG14] W. Nörtershäuser and Ch. Geppert, *Nuclear Charge Radii of Light Elements and Recent Developments in Collinear Laser Spectroscopy in The Euroschool on Exotic Beams, Vol. IV*, Lecture Notes in Physics 879, Springer, 2014.
- [NIS17] NIST Atomic Spectra Database, <https://www.nist.gov/pml/atomic-spectra-database>, letzter Zugriff: 01.04.2017.
- [NN06] R. Neugart and G. Neyens, *Nuclear Moments*, Lecture Notes in Physics **700** (2006), 135.

- [Nö98a] W. Nörtershäuser et al., *Isotope shifts and hyperfine structure in the  $3d^2D_J \rightarrow 4p^2P_J$  transitions in calcium II*, European Physical Journal D **2** (1998), 33.
- [Nö98b] W. Nörtershäuser et al., *Isotope shifts and hyperfine structure in the  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p^1P_1 \rightarrow 4s4d^1D_2$  transitions of stable calcium isotopes and calcium-41*, Spectrochimica Acta Part B **52** (1998), 709.
- [Nö06] W. Nörtershäuser et al., *LaSpec at FAIR'S low energy beamline: A new perspective for laser spectroscopy of radioactive nuclei*, Hyperfine interactions **171** (2006), 149.
- [Nö09] W. Nörtershäuser et al., *Nuclear Charge Radii of  $^{7,9,10}\text{Be}$  and the One-Neutron Halo Nucleus  $^{11}\text{Be}$* , Physical Review Letters **102** (2009), 062503.
- [Nö15] W. Nörtershäuser et al., *Precision Test of Many-Body QED in the  $\text{Be}^+$   $2p$  Fine Structure Doublet Using Short-Lived Isotopes*, Physics Review Letters **115** (2015), 033002.
- [Ott89] E. W. Otten, *Nuclear Radii and Moments of Unstable Isotopes in Treatise on heavy-ion science*, Plenum Publishing Corporation **8** (1989), 515.
- [Pal84] C. W. P. Palmer et al., *Laser spectroscopy of calcium isotopes*, Journal of Physics B **17** (1984), 2197.
- [Pil90] C. Piller et al., *Nuclear charge radii of the tin isotopes from muonic atoms*, Physical Review C **42** (1990), 182.
- [Rag89] P. Raghavan, *Table of nuclear moments*, Atomic Data and Nuclear Data Tables **42** (1989), 189.
- [Rie75] D. Riegel, *Relaxation Rates of Excited Nuclei in Liquid Metals*, Physica Scripta **11** (1975), 228.
- [Rod10] D. Rodríguez et al., *MATS and LaSpec: High-precision experiments using ion traps and lasers at FAIR*, The European Physical Journal Special Topics **183** (2010), 1.
- [Rut11] E. Rutherford, *The Scattering of  $\alpha$  and  $\beta$  Particles by Matter and the Structure of the Atom*, Philosophical Magazine **21** (1911), 669.
- [Sal11] E. J. Salumbides et al., *High-precision frequency measurement of the 423-nm Ca I line*, Physical Review A **83** (2011), 012502.
- [Sch00] H. Schatz et al., *End Point of the rp Process on Accreting Neutron Stars*, Physical Review Letters **86** (2000), 3471.
- [Sch12] N. Schunck et al., *Solution of the Skyrme-Hartree-Fock-Bogolyubov equations in the Cartesian deformed harmonic-oscillator basis.*, Computer Physics Communications **183** (2012), 166.
- [Shi17] M. Shi et al., *Unexpectedly large difference of the electron density at the nucleus in the  $4p^2P_{1/2,3/2}$  fine-structure of  $\text{Ca}^+$* , Applied Physics B **123** (2017), 1.
- [Sif07] R. Sifi et al., *Laser spectroscopy measurements of neutron-rich tellurium isotopes by COMPLIS*, Hyperfine Interactions **171** (2007), 173.
- [Sil91] R. E. Silverans et al., *Hyperfine structure constants of the CaII states  $4s^2S_{1/2}$  and  $4p^2P_{1/2,3/2}$  and the nuclear quadrupole moment of  $^{43}\text{Ca}$* , Zeitschrift für Physik D **18** (1991), 351.
- [SJ65] P. G. H. Sandars and Beck J., *Relativistic Effects in Many Electron Hyperfine Structure. I. Theory*, Proceedings of the Royal Society A **289** (1965), 97.
- [SP08] O. Sorlin and M.-G. Porquet, *Nuclear magic numbers: New features far from stability*, Progress in Particle and Nuclear Physics **61** (2008), 602.

- 
- [Ste13] D. Steppenbeck et al., *Evidence for a new nuclear 'magic number' from the level structure of  $^{54}\text{Ca}$* , *Nature* **502** (2013), 207.
- [Tal84] I. Talmi, *On the odd-even effect in the charge radii of isotopes*, *Nuclear Physics A* **423** (1984), 189.
- [TV00] K. W. Turteltaub and J. S. Vogel, *Bioanalytical Applications of Accelerator Mass Spectrometry for Pharmaceutical Research*, *Current Pharmaceutical Design* **6** (2000), 991.
- [Ver92] L. Vermeeren et al., *Ultrasensitive Radioactive Detection of Collinear-Laser Optical Pumping: Measurement of the Nuclear Charge Radius of  $^{50}\text{Ca}$* , *Physical Review Letters* **68** (1992), 1679.
- [Ver96] L. Vermeeren et al., *The mean square nuclear charge radius of  $^{39}\text{Ca}$* , *Journal of Physics G* **22** (1996), 1517.
- [Wan12] M. Wang et al., *The AME2012 atomic mass evaluation: (II). Tables, graphs and references*, *Chinese Physics C* **36** (2012), 1603.
- [Wan14] Y. Wan et al., *Precision spectroscopy by photon-recoil signal amplification*, *Nature Communications* **5** (2014), 3096.
- [Web08] C. Weber et al., *Atomic mass measurements of short-lived nuclides around the doubly-magic  $^{208}\text{Pb}$* , *Nuclear Physics A* **803** (2008), 1.
- [Wie13] F. Wienholtz et al., *Masses of exotic calcium isotopes pin down nuclear forces*, *Nature* **498** (2013), 346.
- [Wil13] E. Will, *Hochspannungsmessungen mittels kollinearer Laserspektroskopie nach dem Zweikammerprinzip am TRIGA-LASER Experiment*, Diplomarbeit an der Johannes-Gutenberg Universität Mainz, 2013.
- [Wł05] M. Włoch et al., *Ab-initio coupled-cluster study of  $^{16}\text{O}$* , *Physical Review Letters* **94** (2005), 212501.
- [Woh78] H. D. Wohlfahrt et al., *Muonic isotope shifts in the stable Ca nuclei*, *Physics Letters B* **73** (1978), 131.
- [Wol09] A. L. Wolf et al., *Direct Frequency Comb Spectroscopy of Trapped Ions*, *Physical Review Letters* **102** (2009), 223901.
- [Wra17] C. Wraith et al., *Evolution of nuclear structure in neutron-rich odd-Zn isotopes and isomers*, submitted to *Journal of Physics B* (2017), .
- [Yor04] D. York et al., *Unified equations for the slope, intercept, and standard errors of the best straight line*, *American Journal of Physics* **72** (2004), 367.
- [Yor13a] D. T. Yordanov et al., *Laser Spectroscopy of Tin and Cadmium: Across  $N = 82$  and Closing in on  $N = 50$* , Proposal to the ISOLDE an Neutron Time-of-Flight Comitee **INTC-P-378** (2013), .
- [Yor13b] D. T. Yordanov et al., *Spins, Electromagnetic Moments, and Isomers of  $^{107-129}\text{Cd}$* , *Physical Review Letters* **110** (2013), 192501.
- [Yor16] D. T. Yordanov et al., *Simple Nuclear Structure in  $^{111-129}\text{Cd}$  from Atomic Isomer Shifts*, *Physical Review Letters* **116** (2016), 032501.
- [Zam71] L. Zamick, *Two Body Contribution to the Effective Radius Operator*, *Annals of Physics* **66** (1971), 784.

---

## Danksagung

---

Im Laufe meines Studiums durfte ich viele nette Menschen kennen lernen, die alle dazu beigetragen haben, mein Verständnis und meine Neugierde in der Physik zu vertiefen und die nicht zuletzt auch mein Leben außerhalb der Universität sehr bereichert haben. Bei einigen davon möchte ich mich hier besonders für eine tolle Zeit bedanken.

Herzlichen Dank an Prof. Dr. Wilfried Nörtershäuser, der mir die Möglichkeit eröffnet hat, einen Dokortitel in einem spannenden Themengebiet zu erwerben. Vielen Dank auch für die Freiheiten, eigene Ideen einzubringen und zu verwirklichen. Und vor allem danke für das stets offene Ohr und die vielen hilfreichen Diskussionen und dafür, dass es immer einen Plan B gibt.

Ich danke auch Herrn Prof. Dr. Thomas Aumann herzlich dafür, dass er sich bereit erklärt hat, die Funktion des Zweitgutachters zu übernehmen.

Vielen Dank an die gesamte Arbeitsgruppe, von denen jeder stets eine große Hilfe war bei jeglichen aufkommenden Problemen. Besonderer Dank gilt dabei Simon, der bereits über das gesamte Studium Wegbegleiter, Diskussionspartner, Bürokollege, und vor allem Freund ist. Einen großen Dank auch an Christopher, der auch in neuer Funktion stets Ansprechpartner und große Hilfe in allen Lebenslagen ist. Ebenso gilt mein Dank Jörg, Michael und Nadja, die als Betreuer stets hilfsbereit waren und immer einen Lösungsweg aufzeigen konnten.

Many thanks to the COLLAPS collaboration, especially to my first and most important contact person Stephan and to Hanne, Ronald, Stefan and Wouter who built an effective and amusing night shift atmosphere. I would like to thank also Rainer, Deyan and Liss for a fruitful discussion concerning the analysis of the tin data.

Andi, Oli und Nils, auch euch gilt ein riesiger Dank, denn ohne euch wäre das Studium einfach nicht dasselbe gewesen.

Der größte Dank gilt meiner gesamten Familie, ganz besonders meinen Eltern und meiner Freundin Angelina, ohne die ich nicht wäre, wer ich bin.

***I'd never make it through without you around...***

---

---

# CURRICULUM VITAE

## Christian Gorges

geboren am 17.08.1988 in Hermeskeil

Nationalität: deutsch

Katzenberg 7, 55126 Mainz

e-Mail: chgorges@uni-mainz.de

## Bildungsweg

September 2013 - Juli 2017	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Kernphysik Technische Universität Darmstadt Darmstadt, Deutschland
2014 - 2017	regelmäßige Aufenthalte als Gastwissenschaftler am CERN Genf, Schweiz
März - April 2014	Aufenthalt als Gastwissenschaftler am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung Darmstadt, Deutschland
25. Juli 2013	Diplom im Studiengang Physik Johannes Gutenberg-Universität Mainz Mainz, Deutschland
Juli 2012 - Juli 2013	Diplomarbeit am Institut für Kernchemie Johannes Gutenberg-Universität Mainz Mainz, Deutschland
15. April 2010	Vordiplom im Studiengang Physik Johannes Gutenberg-Universität Mainz Mainz, Deutschland
04. März 2008	Allgemeine Hochschulreife am staatlichen Gymnasium Hermeskeil Hermeskeil, Deutschland
August 1999 - März 2008	Staatliches Gymnasium Hermeskeil Hermeskeil, Deutschland

---

---

## Publikationsliste

### 2017

#### Development of a sensitive setup for laser spectroscopy studies of very exotic calcium isotopes

R. F. Garcia Ruiz, C. Gorges, M. Bissell, K. Blaum, W. Gins, H. Heylen, K. König, S. Kaufmann, M. Kowalska, J. Krämer, P. Lievens, S. Malbrunot-Ettenauer, R. Neugart, G. Neyens, W. Nörtershäuser, D. T. Yordanov, X. F. Yang

J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **44**, 044003 (2017)

#### Status of the TRIGA-LASER experiment

C. Gorges, S. Kaufmann, Ch. Geppert, J. Krämer, R. Sánchez, W. Nörtershäuser

Hyperfine Interact **238**, 26 (2017)

#### Unexpectedly large difference of the electron density at the nucleus in the $4p^2P_{1/2,3/2}$ fine-structure doublet of $\text{Ca}^+$

C. Shi, F. Gebert, C. Gorges, S. Kaufmann, W. Nörtershäuser, B. K. Sahoo, A. Surzhykov, V. A. Yerokhin, J. C. Berengut, F. Wolf, J. C. Heip, P. O. Schmidt

Appl. Phys. B **123**, 2 (2017)

#### High precision hyperfine measurements in Bismuth challenge bound-state strong-field QED

J. Ullmann, Z. Andelkovic, C. Brandau, A. Dax, W. Geithner, Ch. Geppert, Ch. Gorges, M. Hammen, V. Hannen, S. Kaufmann, K. König, Y. Litvinov, M. Lochmann, B. Maas, J. Meisner, T. Murböck, R. Sánchez, M. Schmidt, S. Schmidt, M. Steck, T. Stöhlker, R.C. Thompson, Ch. Trageser, J. Vollbrecht, Ch. Weinheimer, W. Nörtershäuser

Nature Communications **8**, 15484 (2017)

#### Evolution of nuclear structure in neutron-rich odd-Zn isotopes and isomers

C. Wraith, X. F. Yang, L. Xie, C. Babcock, J. Bieroń, J. Billowes, M. L. Bissell, K. Blaum, B. Cheal, L. Filipin, R. F. Garcia Ruiz, W. Gins, L. K. Grob, G. Gaigalas, M. Godefroid, C. Gorges, H. Heylen, M. Honma, P. Jönsson, S. Kaufmann, M. Kowalska, J. Krämer, S. Malbrunot-Ettenauer, R. Neugart, G. Neyens, W. Nörtershäuser, F. Nowacki, T. Otsuka, J. Papuga, R. Sánchez, Y. Tsunoda, D. T. Yordanov,

submitted to Journal of Physics B

### 2016

#### Isomer shift and magnetic moment of the long-lived $1/2^+$ isomer in $^{79}_{30}\text{Zn}_{49}$ : Signature of shape coexistence near $^{78}\text{Ni}$

X. F. Yang, C. Wraith, L. Xie, C. Babcock, J. Billowes, M. L. Bissell, K. Blaum, B. Cheal, K. T. Flanagan, R. F. Garcia Ruiz, W. Gins, C. Gorges, L. K. Grob, H. Heylen, S. Kaufmann, M. Kowalska, J. Krämer, S. Malbrunot-Ettenauer, R. Neugart, G. Neyens, W. Nörtershäuser, J. Papuga, R. Sánchez, D. T. Yordanov

Phys. Rev. Lett. **116**, 182502 (2016)

---

---

## 2015

### **Isotope shift of $^{40,42,44,48}\text{Ca}$ in the $4s^2S_{1/2} \rightarrow 4p^2P_{3/2}$ transition**

*C. Gorges, K. Blaum, N. Frömmgen, Ch. Geppert, M. Hammen, S. Kaufmann, J. Krämer, A. Krieger, R. Neugart, R. Sánchez, and W. Nörtershäuser*

*J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **48**, 245008 (2015)

### **TRIGA-SPEC: the prototype of MATS and LaSpec**

*S. Kaufmann, T. Beyer, K. Blaum, M. Block, Ch. E. Düllmann, K. Eberhardt, M. Eibach, Ch. Geppert, C. Gorges, J. Grund, M. Hammen, J. Krämer, Sz. Nagy, W. Nörtershäuser, D. Renisch, F. Schneider, K. Wendt*

*Jour. Phys. Conf. Ser.* **599**, 012033 (2015)

### **An improved value for the hyperfine splitting of hydrogen-like $^{209}\text{Bi}^{82+}$**

*J. Ullmann, Z. Andelkovic, A. Dax, W. Geithner, Ch. Geppert, Ch. Gorges, M. Hammen, V. Hannen, S. Kaufmann, K. König, Yu. A. Litvinov, M. Lochmann, B. Maaß, J. Meisner, T. Murböck, R. Sánchez, M. Schmidt, S. Schmidt, M. Steck, Th. Stöhlker, R. C. Thompson, J. Vollbrecht, C. Weinheimer, W. Nörtershäuser*

*J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **48**, 144022 (2015)

### **Hyperfine transition in $^{209}\text{Bi}^{80+}$ - one step forward**

*R. Sánchez, J. Ullmann, J. Vollbrecht, Z. Andelkovic, A. Dax, W. Geithner, Ch. Geppert, Ch. Gorges, M. Hammen, V. Hannen, S. Kaufmann, K. König, Yu. A. Litvinov, M. Lochmann, B. Maaß, J. Meisner, T. Murböck, W. Nörtershäuser, S. Schmidt, M. Schmidt, M. Steck, Th. Stöhlker, R. C. Thompson, Ch. Weinheimer*

*Phys. Scr.* **T166**, 014021 (2015)

### **Laser spectroscopy of the ground-state hyperfine structure in H-like and Li-like bismuth**

*J. Vollbrecht, Z. Andelkovic, A. Dax, W. Geithner, Ch. Geppert, C. Gorges, M. Hammen, V. Hannen, S. Kaufmann, K. König, Y. Litvinov, M. Lochmann, B. Maaß, J. Meisner, T. Murböck, W. Nörtershäuser, R. Sánchez, S. Schmidt, M. Schmidt, M. Steck, T. Stöhlker, R. C. Thompson, J. Ullmann, C. Weinheimer*

*J. Phys.: Conf. Ser.* **583**, 012002 (2015)

## 2014

### **An RFQ cooler and buncher for the TRIGA-SPEC experiment**

*T. Beyer, K. Blaum, M. Block, Ch. E. Düllmann, K. Eberhardt, M. Eibach, N. Frömmgen, C. Geppert, C. Gorges, J. Grund, M. Hammen, S. Kaufmann, A. Krieger, Sz. Nagy, W. Nörtershäuser, D. Renisch, C. Smorra, E. Will*

*Appl. Phys. B* **114**, 129-136 (2014)

---