



FACHBEREICH  
MATHEMATIK UND  
NATURWISSENSCHAFTEN  
BERGISCHE UNIVERSITÄT  
WUPPERTAL

# Kohärente Teilchenproduktion in Dreijetereignissen der $e^+e^-$ -Annihilation

**Eine Untersuchung der Multiplizität  
in Quark-Gluon-Ensembles und  
eine präzise Bestimmung von  $C_A/C_F$   
mit Daten des DELPHI-Experimentes**

Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereiches Mathematik und Naturwissenschaften  
der  
Bergischen Universität Wuppertal  
vorgelegt von  
**Martin Siebel**

**WUB-DIS 2003-11**

November 2003



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Das Experiment</b>	<b>3</b>
2.1	Der LEP-Speicherring . . . . .	3
2.2	Das DELPHI-Experiment . . . . .	5
2.3	Die Datenverarbeitung . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Das Standardmodell</b>	<b>13</b>
3.1	Die elektromagnetische Wechselwirkung . . . . .	14
3.2	Die starke Wechselwirkung . . . . .	18
3.3	Die elektroschwache Wechselwirkung . . . . .	24
3.4	Die freien Parameter des Standardmodells . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Simulationen hadronischer <math>Z</math>-Zerfälle</b>	<b>31</b>
4.1	Perturbative Modelle . . . . .	33
4.1.1	Die Matrix-Elemente Methode . . . . .	33
4.1.2	Das Partonschauer-Modell . . . . .	33
4.1.3	Der Farbdipolansatz . . . . .	34
4.2	Nicht-perturbative Modelle der Hadronisierung . . . . .	35
4.2.1	Unabhängige Fragmentation . . . . .	35

4.2.2	Clusterfragmentation . . . . .	36
4.2.3	Stringfragmentation . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Jets in der QCD</b>	<b>39</b>
5.1	LPHD Hypothese . . . . .	40
5.2	Rekombinationsalgorithmen . . . . .	40
5.2.1	Der Kegel-Algorithmus . . . . .	41
5.2.2	Der Luclus-Algorithmus . . . . .	42
5.2.3	Der Jade-Algorithmus . . . . .	43
5.2.4	Der Durham-Algorithmus . . . . .	44
5.2.5	Der Aod-Algorithmus . . . . .	45
5.2.6	Der Cambridge-Algorithmus . . . . .	45
5.3	Bestimmung der Jetenergie . . . . .	48
<b>6</b>	<b>Perturbative Vorhersagen der QCD</b>	<b>50</b>
6.1	Produktion weicher Teilchen in Dreijetereignissen . . . . .	51
6.2	Die Multiplizitätsverteilung . . . . .	53
6.3	Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizität . . . . .	56
6.4	Das Verhältnis von Quark- und Gluonmultiplizität . . . . .	59
6.5	Multiplizität von Dreijetereignissen . . . . .	64
<b>7</b>	<b>Die Datenanalyse</b>	<b>68</b>
7.1	Spur- und Ereignisselektion . . . . .	68
7.2	Ereignistopologien . . . . .	71
7.3	Multiplizität senkrecht zur Ereignisbene . . . . .	77
7.4	Identifikation von <b>b</b> -Ereignissen . . . . .	77
7.5	Korrekturen . . . . .	81

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	V
<b>8 Ergebnisse</b>	<b>90</b>
8.1 Teilchenproduktion unter großen Winkeln . . . . .	90
8.1.1 Zweijetereignisse . . . . .	91
8.1.2 Dreijetereignisse . . . . .	93
8.1.3 $r_t$ als Skalenvariable . . . . .	99
8.2 Multiplizitäten . . . . .	107
8.2.1 Die Ereignismultiplizität . . . . .	107
8.2.2 Die Anpassung der Farbfaktoren . . . . .	117
8.2.3 Bestimmung der Gluonmultiplizität . . . . .	139
<b>9 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>151</b>
<b>A Konstanz von <math>R_{\text{KNO}}</math></b>	<b>155</b>
<b>B Datentabellen</b>	<b>156</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

In den Jahren 1989 bis 2000 wurde am CERN bei Genf mit dem LEP-Speicherring der bislang größte Teilchenbeschleuniger betrieben. In ihm wurden Elektronen und Positronen bei Schwerpunktenenergien zur Kollision gebracht, die derzeit nur von Hadroncollidern erreicht werden. Diesen gegenüber aber zeichnet sich LEP durch einen gut verstandenen Anfangszustand aus. Am DELPHI-Experiment, einem der vier an den Wechselwirkungspunkten des LEP betriebenen Detektoren, ist der Fachbereich Physik<sup>1</sup> der Bergischen Universität Wuppertal mit einer Arbeitsgruppe sowohl an der Entwicklung des Experimentes als auch an der Auswertung der gewonnenen Daten beteiligt.

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik unterscheidet unter Vernachlässigung der Schwerkraft zwischen zwei Wechselwirkungen, der elektroschwachen und der starken. Während neben der Schwerkraft die elektroschwache Wechselwirkung unsere Alltagswahrnehmung in Form der elektromagnetischen Wechselwirkung dominiert, ist die starke Wechselwirkung auf kleine Abstände beschränkt. Sie stellt die stärkste bekannte Wechselwirkung dar und ist unter anderem für den Zusammenhalt der Hadronen und in residualer Weise auch den der Atomkerne verantwortlich. Die Massen des Protons und des Neutrons sind im Wesentlichen durch die Bindungsenergie ihrer Konstituenten gegeben, sodaß die starke Wechselwirkung Ursache des größten Teils der sichtbaren Masse des Universums ist.

Die starke Wechselwirkung vermittelt zwischen den farbgeladenen Quarks, ihre Austauschpartikel sind acht Gluonen. Es ergibt sich aus der Gruppenstruktur der Beschreibung der starken Wechselwirkung zugrundeliegenden QCD, daß Gluonen selbst ebenfalls farbgeladen sind und ihre effektive Farbladung  $C_A/C_F$ -mal größer als die der Quarks ist. Aufgrund des Confinements der QCD kommen

---

<sup>1</sup>seit 1.10.2003: Mathematik und Naturwissenschaften

Quarks und Gluonen nicht als freie Teilchen vor, aber sie hinterlassen in Hoche-niegiereaktionen ihre Fußspuren in Form von Jets, deren Teilchen im Vakuum um das initiale Quark oder Gluon über Prozesse der starken Wechselwirkung gebildet werden.

In dieser Arbeit werden hadronische  $Z$ -Zerfälle mit drei Jets im Endzustand untersucht, die in den Jahren 1992-95 vom DELPHI-Experiment aufgezeichnet wurden. Die Messung auf der  $Z$ -Resonanz bietet eine hohe Ereignisrate bei einem bekannten Anfangszustand. In Dreijetereignissen wird ein Jet durch ein von dem initialen Quark-Antiquark-Paar abgestrahltes Gluon gebildet. Dies ermöglicht das Studium der Quark- und Gluoneigenschaften in einem vergleichbaren Umfeld. Durch die Betrachtung verschiedener Ereignistopologien ergeben sich deutliche Variationen der Energieskalen der Quark- und Gluonjets, sodaß auch die Energieabhängigkeit der Quark- und Gluonjeteigenschaften trotz fester Schwerpunk-energie des Experimentes betrachtet werden kann.

Das Studium von Quark- und Gluonjets beinhaltet Ambiguitäten sowohl hinsichtlich der Zuordnung der Teilchen zu bestimmten Jets als auch der Wahl der Energieskala eines Jets. In dieser Arbeit werden daher die Eigenschaften ganzer Dreijetereignisse in Abhängigkeit der Jettopologie der Ereignisse untersucht. Dies ermöglicht insbesondere die korrekte Beachtung von vorwiegend weichen Teilchen, welche nicht von einem einzelnen initialen Parton gebildet werden, sondern der kohärenten Gluonabstrahlung mehrerer der Partonen entstammen. Vorhersagen über die Eigenschaften von Quark-Antiquark-Gluonensembles erlauben die Betrachtung solcher Kohärenzeffekte und die Zerlegung der Ereignismultiplizität in einen Quark und einen Gluonanteil.

In der vorliegenden Arbeit werden Kohärenzeffekte anhand der Emission weicher Teilchen unter großem Winkel zur Ereignisebene untersucht. Weiche, unter großem Winkel emittierte Gluonen besitzen ein nur beschränktes Vermögen, die partonische Struktur eines Ereignisses aufzulösen, sodaß sie kohärent von mehr als einem Parton abgestrahlt werden. Ferner wird die Multiplizität von Dreijetereignissen untersucht. Der Gluonbeitrag zur Gesamtmultiplizität ändert sich mit der Ereignistopologie. Die hierdurch bedingte Variation der Ereignismultiplizität wird genutzt, um das Farbfaktorverhältnis  $C_A/C_F$  mit dem bislang präzisesten Ergebnis zu bestimmen. Nach Subtraktion des Quarkanteils von der Gesamt-multiplizität wird mit den erlangten Gluonmultiplizitäten die unterschiedliche Energieentwicklung von Quark- und Gluonmultiplizitäten studiert.

# Kapitel 2

## Das Experiment

### 2.1 Der LEP-Speicherring

In den Jahren 1989 bis 2000 wurde am europäischen Kernforschungszentrum CERN<sup>1</sup> bei Genf der LEP<sup>2</sup>-Speicherring betrieben. Der mit einem Umfang von 26.7km größte jemals gebaute Beschleuniger befand sich in sich in einem unterirdischen Tunnel in einer Tiefe von 50m bis 130m unter dem Genfer Becken. In ihm wurden Elektronen und Positronen auf die bislang höchsten für diese Teilchen erreichten Energien beschleunigt und zur Kollision gebracht.

Die Planung von LEP begann bereits 1976, der Bau 1983. 1989 konnte LEP in der ersten Ausbaustufe, die es erlaubte, Elektronen und Positronen mit einer Strahlenergie von bis zu 50GeV zur Kollision zu bringen, in Betrieb genommen werden. Schwerpunkt dieser sogenannten LEP-I Phase war die systematische Untersuchung des  $Z$ -Bosons und seiner Eigenschaften. Zu diesem Zweck wurde die Schwerpunktennergie der Kollisionen entsprechend der Masse des  $Z$ -Bosons zu  $m_Z c^2 \sim 91.2\text{GeV}$  gewählt. In den Jahren 1991 und 1993 wurde die Strahlenergie geringfügig variiert, um die Form der  $Z$ -Resonanz vermessen zu können. Bis 1991 wurden je vier Elektron- und Positron-Bündel im Speicherring gehalten, danach konnte die Anzahl der Bündel auf acht erhöht werden, was einen Anstieg der erzielten Luminosität zur Folge hatte.

Waren vor Inbetriebnahme des LEP-Ringes nur wenige hundert  $Z$ -Bosonen experimentell beobachtet worden, so erlaubte die Erzeugung mehrerer Millionen  $Z$ -Bosonen während der LEP-I Phase die präzise Untersuchung der Eigenschaf-

---

<sup>1</sup>Conseil Européen pour la Recherche Nucleaire – Europäisches Kernforschungszentrum

<sup>2</sup>Large Electron Positron Collider



ten des  $Z$ -Bosons, welche die Vorhersagen des Standardmodells in beeindruckender Weise bestätigten. Darüberhinaus bot die Elektron-Positron-Annihilation bei einer der  $Z$ -Resonanz entsprechenden Schwerpunktenenergie eine hohe Ereignisrate mit einem gut verstandenen Anfangszustand. Zur Produktion eines  $Z$ -Bosons konkurrierende Prozesse, wie die Reaktion  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow f\bar{f}$  wie auch die Abstrahlung eines Photons durch die einlaufenden Leptonen, die die Schwerpunktenenergie der Annihilationsreaktion verringern würden, sind auf der  $Z$ -Resonanz stark unterdrückt. Hierdurch stellt die LEP-I Phase ein ideales Umfeld auch zu zahlreichen weiteren Studien dar, insbesondere kann die starke Wechselwirkung in den hadronischen  $Z$ -Zerfällen studiert werden. Die hohe Ereignisrate und ein von Effekten der starken Wechselwirkung unbeeinflusster Anfangszustand bei einer Schwerpunktenenergie die groß genug zur Anwendung der perturbativen QCD ist, ermöglichten präzise Messungen im Rahmen der QCD.

In der zweiten Ausbaustufe, der LEP-II Phase, die 1995 begonnen wurde, konnte durch Ersetzen der ursprünglichen Hohlraumresonatoren aus Kupfer durch supraleitende Niob-Resonatoren die Strahlenergie auf über 100GeV erhöht werden. Schwerpunkt der LEP-II Phase waren die Untersuchung der Eigenschaften der  $W$ -Bosonen und die Suche nach dem Higgs-Boson.  $W$ -Bosonen können aufgrund ihrer Ladung in der  $e^+e^-$ -Annihilation nur paarweise gebildet werden, sodaß sie bei einer Masse von  $m_W c^2 \sim 80\text{GeV}$  ab einer Schwerpunktenenergie von  $\sim 162\text{GeV}$  beobachtet werden können. Die Masse des Higgsbosons wird durch das Standardmodell nicht vorhergesagt, und eine Vielzahl von Higgsmodellen, die über das minimale Standardmodell hinausgehen, erfordern die Suche nach einem weiten Spektrum von möglichen Higgsbosonen. Während das  $W$ -Boson erfolgreich studiert werden konnte, wurde kein Anzeichen eines Higgs-Bosons gefunden, womit LEP-II die Masse des Standardmodell Higgs-Bosons zu  $m_h > 113\text{GeV}$  einschränken kann. Neben diesen Aspekten konnten auch wesentliche Messungen im Bereich der starken Wechselwirkung durchgeführt werden, wie beispielsweise die Messung der Energieabhängigkeit der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_s$ .

Am LEP-Speicherring wurden vier Detektoren betrieben, die die Endzustände der Kollisionsreaktionen aufzeichneten: ALEPH<sup>3</sup>, DELPHI<sup>4</sup>, L3<sup>5</sup> und OPAL<sup>6</sup>. Während ALEPH und OPAL unter dem Einsatz eher konventioneller Technologien konzipiert worden sind und in der Konzeption von L3 ein Schwerpunkt auf die Kalorimetrie gelegt wurde, war DELPHI das erste Kollisions-Experiment, das über einen RICH-Detektor verfügte. Der Fachbereich Physik ist mit einer Arbeitsgruppe am

---

<sup>3</sup>Aparatus for **LEP PH**ysics

<sup>4</sup>**DE**tector with **L**epton, **P**hoton and **H**adron Identification

<sup>5</sup>**L**etter of intend **3**

<sup>6</sup>**O**mn*i* **P**urpose **A**pparatus for **LEP**

Jahr	$\sqrt{s}$	$\mathcal{L}/\text{pb}^{-1}$
1992	91.28	29
1993	91.23	19
1993	89.4 93.0	21
1994	91.20	65
1995	91.28	20
1995	89.4 93.0	21

Tabelle 2.1: Die Integrierten Luminositäten der Jahre 1992-95. In den Jahren 1993 und 1995 wurden zur Vermessung der  $Z$ -Resonanzform auch bei Schwerpunktenenergien, die leicht von der  $Z$ -Masse abweichen gemessen[2].

DELPHI-Experiment beteiligt.

Der LEP-Speicherring stellte am 2.11.2000 nach einer Verlängerung der ursprünglich projektierten Laufzeit um einen Monat seinen Dienst ein. Der Abbau des DELPHI-Experiments war im Juni 2001 abgeschlossen.<sup>7</sup> In den für den LEP-Speicherring angelegten Tunnel wird in den kommenden Jahren der *Large Hadron Collider* (LHC) installiert werden, in dem Protonen mit einer Schwerpunktenenergie von 14TeV zur Kollision gebracht werden sollen. Der Fachbereich Physik der Universität Wuppertal ist mit einer Arbeitsgruppe an dem LHC-Experiment ATLAS<sup>8</sup> beteiligt.

Die Daten, die in die vorliegende Analyse eingingen, wurden vom DELPHI-Experiment in den Jahren 1992–1995 gemessen. Tabelle 2.1 zeigt die integrierten Luminositäten dieser Jahre.

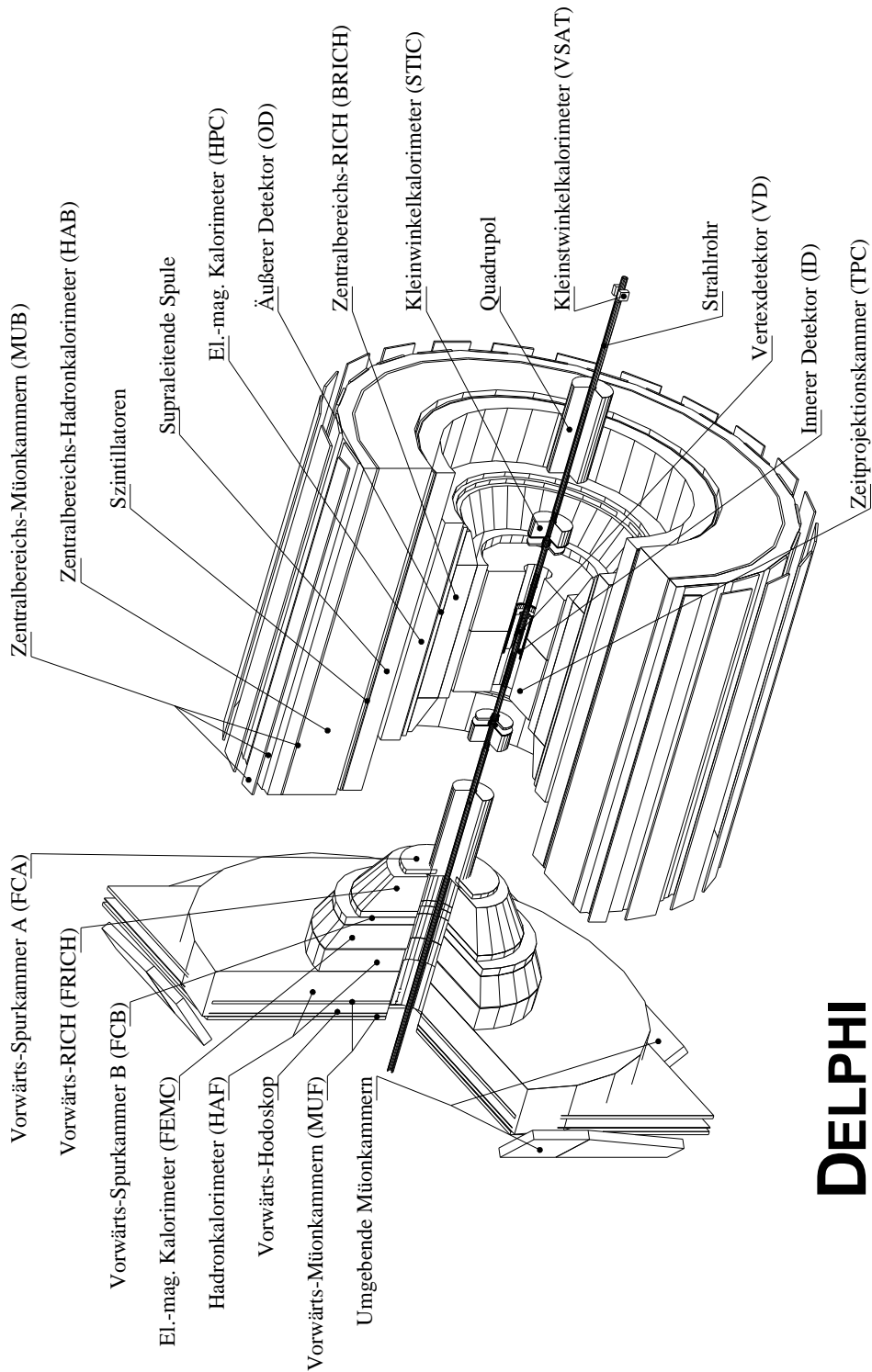
## 2.2 Das DELPHI-Experiment

Das DELPHI-Experiment war ein aus mehreren Unterdetektoren aufgebauter Detektor zur Vermessung von Teilchenspuren. In seiner Konzeption sind besondere Schwerpunkte auf

- Teilchenidentifikation
- präzise Vertexbestimmung

<sup>7</sup>Der Zentralbereich des Detektors ist in der unterirdischen Halle als Anschauungsobjekt erhalten geblieben.

<sup>8</sup>A Toroidal LHC Apparatus



# DELPHI

Abbildung 2.1: Der Aufbau des DELPHI-Experimentes

- hohe Ortsauflösung
- die Messung dreidimensionaler Informationen

gelegt worden. Der Detektor läßt sich in einen Zentralbereich („Barrel“) und zwei Endkappen unterteilen, die zu Wartungszwecken ausgefahren werden konnten. Zusammengefahren war der Detektor zylinderförmig mit einem Durchmesser von ca. 12 Metern und einer Länge von ebenfalls ca. 12 Metern. Sein Gesamtgewicht betrug ca. 3500 Tonnen. Der Wechselwirkungspunkt befand sich in der Mitte des Detektors, so daß Teilchen in einem Raumwinkel von fast  $4\pi$  registriert werden konnten.

Um Koordinaten innerhalb des Detektors festzulegen, wird ein Rechtssystem definiert, dessen  $z$ -Achse entlang der Flugrichtung der Elektronen und dessen  $y$ -Achse zum Mittelpunkt des LEP-Ringes ausgerichtet sind. Ferner definiert man einen Azimutalwinkel  $\phi$  um die  $z$ -Achse und einen Polarwinkel  $\theta$  zur  $z$ -Achse. Den Abstand zum Strahlrohr  $\sqrt{x^2 + y^2}$  bezeichnet man mit  $R$ . Dem Aufbau des Detektors entsprechend nennt man den Bereich mit  $35^\circ < \theta < 145^\circ$  Zentralbereich, den von den Endkappen abgedeckten Restbereich ungeachtet der Richtung Vorwärtsbereich.

Das DELPHI-Experiment enthielt spezielle Detektoren zur Vertexbestimmung, Spurrekonstruktion und Energiebestimmung. Eine supraleitende Spule im Zentralbereich erzeugte ein homogenes, parallel zum Strahlrohr gerichtetes Magnetfeld von 1.2 Tesla, durch das geladene Teilchen auf eine gekrümmte Bahn gezwungen wurden. Aus dem Krümmungsradius der Spuren wurde der Impuls der Teilchen bestimmt. Dementsprechend waren alle zur Spurrekonstruktion benötigten Detektorkomponenten des Zentralbereiches innerhalb des Spulenradius angeordnet. Einzig die Müonkammern waren als Spurrkammern hiervon ausgenommen. Sie befanden sich außen am Detektor und dienten dem Nachweis von Müonen, die als einzige nachweisbare Teilchen mit ausreichend großer Wahrscheinlichkeit den Detektor durchqueren und so in den Müonkammern ein Signal verursachen konnten.

Einige Detektoren werden im folgenden kurz erläutert. Angaben zur Raumabdeckung und zum Auflösungsvermögen der einzelnen Subdetektoren finden sich in Tabelle 2.2.

- Der Mikrostreifen-**Vertexdetektor** (Vertex Detector, VD) war der dem Strahlrohr am nächsten liegende Detektor. Er bestand aus drei konzentrisch um das Strahlrohr angeordneten zylinderförmigen Siliziumstreifen-Detektoren, die ein Auflösungsvermögen von  $7\mu\text{m}$  in  $(R, \phi)$ -Richtung besit-

<b>Spurdetektoren</b>					
	Akzeptanzbereich			Ortsauflösung	
	$\theta$ [°]	$r$ [cm]	$z$ [cm]	$\sigma_z$ [mm]	$\sigma_{r\phi}$ [mm]
	im Zentralbereich :				
<b>VD</b>	37-143	6.3/9/11	11/12/12	–	0.007
<b>ID<sub>jet</sub></b>	17-163	11.8-22.3	40	–	0.090
<b>ID<sub>prop</sub></b>	30-150	23-28	50	1.0	–
<b>TPC</b>	20-160	35-111	134	0.9	0.230
<b>OD</b>	43-137	198-206	232	44	0.110
<b>MUB</b>	52-138	445/485/532	385	10	1.500
	im Vorwärtsbereich :				
<b>FCA</b>	11-33	30-103	155-165	0.30 ( $u, v, x$ )	
<b>FCB</b>	11-35	53-195	267-283	0.25 ( $u, v, x$ )	
<b>MUF</b>	9-43	70-460	463/500	1.0 ( $x, y$ )	
<b>Kalorimeter</b>					
	Akzeptanzbereich			Energieauflösung	
	$\theta$ [°]	$r$ [cm]	$z$ [cm]	$\sigma_E/E$ [%]	
	im Zentralbereich :				
<b>HPC</b>	43-137	208-260	254	$25.3/\sqrt{E} + 7$	
<b>HAB</b>	43-137	320-479	380	$120/\sqrt{E}$	
	im Vorwärtsbereich :				
<b>FEMC</b>	10-36.5	46-240	284-340	$\sqrt{25 + 25/E + 100/E^2}$	
<b>HAF</b>	10-53	65-460	340-489	$120/\sqrt{E}$	
<b>SAT</b>	2.5-7.7	10-36	233-285	$\sqrt{1.44 + 130/E} + 2.3$	
<b>VSAT</b>	5-7 <i>mr</i> ad	6-9	770	$35/\sqrt{E}$	

Tabelle 2.2: Akzeptanzbereiche und Auflösungsvermögen der Subdetektoren in DELPHI. Für Detektoren im Zentralbereich ist der in  $z$ -Richtung überdeckte Raumbereich nur für eine Hälfte des DELPHI-Detektors angegeben. Die Angaben stammen aus [1].

zen. Dieses Auflösungsvermögen wird durch die Unsicherheit in der Bestimmung der Lage des Vertexdetektors relativ zu den anderen Detektorkomponenten, die in derselben Größenordnung liegt, auf  $11\mu\text{m}$  herabgesetzt. Das Auflösungsvermögen in  $z$ -Richtung ist aufgrund der Geometrie der Siliziumstreifen mit  $9\mu\text{m}$  bis  $20\mu\text{m}$  etwas schlechter. Die dritte Lage des Vertexdetektors ist erst 1991 hinzugefügt worden, nachdem das Aluminium-Strahlrohr durch eines aus Beryllium mit kleinerem Durchmesser ersetzt worden war. Durch seine hohe Ortsauflösung und Nähe zum primären Vertex eignete sich der Vertexdetektor zur Bestimmung sekundärer Vertices, die vom Zerfall schwerer Hadronen herrühren.

- Der **Innere Detektor** (Inner Detector, ID) bestand aus einer Jetkammer mit außen anliegender Proportionalkammer. Die Jetkammer bestand aus 24 Sektoren in  $\phi$ -Richtung mit jeweils 24 parallel zur  $z$ -Achse gespannten, radial versetzt angeordneten Auslesedrähten. Die Proportionalkammer diente der Auflösung von Rechts-Links-Ambiguitäten in der Jetkammer und lieferte zusätzliche Information in  $z$ -Richtung. Später wurde die Proportionalkammer durch Straw-tube Detektoren ersetzt, deren Konzeption keine Auslese von  $z$ -Informationen mehr vorsah. Der Innere Detektor erreichte so eine Spurauflösung von  $100\mu\text{m}$  in  $(R, \phi)$ -Richtung und  $600\mu\text{m}$  in  $z$ -Richtung mit einer Doppelspurauflösung von  $1\text{mm}$  in  $(R, \phi)$ -Richtung und  $10\text{mm}$  in  $z$ -Richtung.
- Die **Zeitprojektionskammer** (Time Projection Chamber, TPC), die den Inneren Detektor umschloß, war das zentrale Element der Spurrekonstruktion im DELPHI-Experiment. Die beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch Ionisation freigewordenen Elektronen drifteten durch ein elektisches Feld entlang der  $z$ -Achse zu den Endkappen der TPC. Das Magnetfeld der supraleitenden Spule fokussierte die Elektronen hierbei auf eine Bahn in Form einer Helix, deren Achse parallel zur  $z$ -Achse ausgerichtet war. An den Endkappen der Zeitprojektionskammer befanden sich in konzentrischen Kreisen angeordnete Kathodenpads, vor denen Signaldrähte gespannt waren. Aus dem Schwerpunkt der in den Kathodenpads deponierten Ladung erhielt man die  $(R, \phi)$ -Koordinate eines Spurpunktes, die Driftzeit der Elektronen wurde aus dem Zeitpunkt, zu dem Ladung in den Signaldrähten deponiert wurde, ermittelt. Hieraus und aus der bekannten Driftgeschwindigkeit der Elektronen erhält man die  $z$ -Koordinate des Spurpunktes. Über die Höhe der Pulse in den Signaldrähten lassen sich Rückschlüsse auf die spezifische Ionisation ziehen, welche dann zur Teilchenidentifikation beitragen können. Die Zeitprojektionskammer erreichte ein Auflösungsvermögen von  $250\mu\text{m}$  in  $(R, \phi)$  - und  $900\mu\text{m}$  in  $z$ -Richtung, hierbei betrug die Dop-

pelspurauflösung 1.5cm.

- Die **Ringabbildenden Cherenkovzähler** (Ring Imaging Cherenkovcounter, RICH) dienen der Identifikation geladener Teilchen über die von ihnen ausgehende Cherenkovstrahlung. Wenn ein Teilchen ein Medium mit einer Geschwindigkeit durchfliegt, die größer als die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in diesem Medium ist, so strahlt das Teilchen auf einem Kegel um seine Flugrichtung Photonen, die sogenannte Cherenkovstrahlung, ab. Der Öffnungswinkel des Strahlungskegels ist hierbei von der Masse und dem Impuls des Teilchens abhängig, so daß bei bekanntem Impuls die Masse des Teilchens bestimmt werden kann. Hierzu ist eine genaue Kenntnis der Trajektorie eines Teilchens notwendig, weshalb jeder RICH im DELPHI-Experiment von zwei Spurkammern umgeben war. Dies waren im Zentralbereich die Zeitprojektionskammer und der Äußere Detektor, im Vorwärtsbereich die Vorwärtskammern A und B. Der Ringabbildende Cherenkovzähler im Zentralbereich bestand aus einem mit einem flüssigen Medium gefüllten Bereich (Liquid Radiator) und einem gasgefüllten Bereich. Zwischen diesen Bereichen befand sich eine Driftröhre mit einem photoaktiven Gas<sup>9</sup>, die zum Nachweis der Cherenkovstrahlung von beiden Strahlungsbereichen gleichzeitig genutzt wurde. Die Photonen der Cherenkovstrahlung ionisierten das Gas der Driftröhre, die hierbei freiwerdenden Elektronen wurden nach dem Prinzip der Zeitprojektionskammer an den Stirnseiten des RICH nachgewiesen. Die Ringabbildenden Cherenkovzähler der Vorwärtsbereiche funktionierten analog hierzu, jedoch wurden die Elektronen hier nicht über Driftröhren nachgewiesen. Die Verwendung zweier unterschiedlicher Dielektrika in den Strahlungsbereichen vergrößerte den Impulsbereich, innerhalb dessen Teilchen identifiziert werden können. So konnten Kaonen von Pionen bis zu einer Energie von 22GeV und Kaonen von Protonen bis zu einer Energie von 37GeV unterschieden werden.
- Der **Äußere Detektor** (Outer Detector, OD) war eine fünfflagige Proportionalkammer, die den Zentralbereichs-RICH umgibt. Die Driftröhren des Äußeren Detektors waren parallel zur  $z$ -Achse ausgerichtet. Mit einem Auflösungsvermögen von  $110\mu\text{m}$  in  $(R, \phi)$ -Richtung und ca. 4cm in  $z$ -Richtung verbesserte der Äußere Detektor die Bestimmung der Krümmung hochenergetischer Spuren im Zentralbereich. Darüber hinaus lieferten drei der fünf Lagen ein Triggersignal. Die Spurmessung des Äußeren Detektors verbesserte ferner die Bestimmung der Flugbahn eines geladenen Teilchens im RICH, so daß der Cherenkovwinkel dort genauer bestimmt werden konnte.

---

<sup>9</sup>Tetrakisdimethylaminoethylen, TMAE

- Die **Vorwärtsspurkammern A und B** (Forward Chamber A and B, FCA,FCB) umgaben die RICH-Detektoren im Vorwärtsbereich. Durch sie wird die Impulsauflösung in diesem Bereich deutlich verbessert. Zusätzlich dienten sie als Triggersignal für den Vorwärtsbereich.  
Die beiden FCA hatten jeweils einen Durchmesser von 2.06m. Sie bestanden aus drei gegeneinander gedrehten Ebenen von Driftröhren. Jede Ebene besaß zwei gegeneinander versetzte Lagen zur Aufklärung von Ambiguitäten. Die Vorwärtskammern A überdeckten den Winkelbereich von ( $11^\circ < \theta < 33^\circ$ ) und besaßen ein Auflösungsvermögen von  $300\mu\text{m}$ .  
Die Vorwärtskammern B schlossen sich außen an die Vorwärts-RICH an. Sie bestanden aus zwölf ebenfalls gegeneinander gedrehten Ebenen, wobei in jeder zweiten Ebene Signal- und Potentialdrähte zur Auflösung von Ambiguitäten gegeneinander versetzt waren. Mit einem Auflösungsvermögen von  $250\mu\text{m}$  deckten sie den Winkelbereich von ( $11^\circ < \theta < 35^\circ$ ) ab.
- Das **Elektromagnetische Kalorimeter** (High Density Projection Chamber, HPC) im Zentralbereich lag direkt innerhalb der supraleitenden Spule. Es funktionierte nach dem Prinzip der Zeitprojektionskammer, wobei das Ionisierungsvolumen durch 41 konzentrisch angeordnete Bleischichten unterteilt wurde, die einer Dicke von 18 Strahlungslängen entsprachen. Das elektromagnetische Kalorimeter diente dem Nachweis von Elektronen, Photonen und minimal ionisierenden Teilchen. Das elektromagnetische Kalorimeter im Vorwärtsbereich (Forward Electromagnetic Calorimeter, EMF) bestand aus Bleiglasblöcken mit einer Dicke von 20 Strahlungslängen und einem Querschnitt von  $5 \times 5\text{cm}^2$ . Das erreichte Auflösungsvermögen beträgt etwa  $1^\circ \times 1^\circ$  in  $\phi$  und  $\theta$ .
- Das **Hadronkalorimeter** ist in einen Vorwärts- und einen Zentralteil unterteilt. Es besaß ein Auflösungsvermögen in  $\phi$  und  $\theta$  von  $3.75^\circ \times 2.96^\circ$  im Zentralbereich beziehungsweise von  $3.75^\circ \times 2.62^\circ$  im Vorwärtsbereich. Das Hadronkalorimeter diente gleichzeitig als Eisenjoch für die supraleitende Spule.

## 2.3 Die Datenverarbeitung

Die Detektorsignale werden zunächst in einem Rohdatenformat abgespeichert. Im selben Format werden Daten simulierter Ereignisse abgespeichert, die von einer Monte-Carlo-Simulation (JETSET 7.3) erzeugt worden sind und eine Simulation des DELPHI-Experimentes (DELSIM) [3] durchlaufen haben. Diese simulierten Daten durchlaufen die selbe Analyseketten wie die tatsächlich gemessenen Daten.



Durch einen Vergleich der simulierten Daten vor und nach der Detektorsimulation und dem Durchlaufen der Analyseketten können Detektorineffizienzen und Einflüsse der Analyseketten auf die tatsächlich gemessenen Daten bestimmt werden.

Die Rohdaten werden vom DELPHI Analyseprogramm (DELANA) verarbeitet. Hierbei werden zunächst einzelne Spurelemente (Track Elements, TE) innerhalb der einzelnen Detektorkomponenten rekonstruiert. Danach werden aus den Spurelementen verschiedener Subdetektoren Spuren (Tracks, TK) rekonstruiert. In einem weiteren Schritt werden die in der Zeitprojektionskammer rekonstruierten Spurelemente über den Detektor extrapoliert und hiermit übereinstimmende Signale in anderen Subdetektoren, die noch keinen Eingang in Spurelemente gefunden haben mit den Spurelementen der Zeitprojektionskammer zu Spuren kombiniert. Umgekehrt dienen Ereignisse mit bekannter und einfacher Topologie, wie zum Beispiel aus der Reaktion  $e^+e^- \rightarrow Z/\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ , dazu, die räumliche Anordnung der Subdetektoren zueinander zu bestimmen.

Aus allen so gefundenen Spuren wird der primäre Vertex bestimmt. Dieser wird zusammen mit den Spurelementen im Data-Summary-Tape(DST)-Format auf Band geschrieben. Dieses DST-Format wird für die Analyse durch die Wuppertaler DELPHI-Gruppe weiter komprimiert zum Mini-Format, das nur noch ca. 10 Prozent des Umfanges des ursprünglichen DST-Formates besitzt.

# Kapitel 3

## Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik

In der Natur gibt es nach heutigem Wissensstand vier fundamentale Wechselwirkungen, die für alle beobachtbaren Kräfte verantwortlich sind. Dies sind die Gravitation, die elektromagnetische, die starke und die schwache Wechselwirkung. In der Elementarteilchenphysik werden nur die letzten drei Wechselwirkungen berücksichtigt, die Gravitation ist einerseits verglichen mit den anderen Wechselwirkungen zu schwach um relevant zu sein, zum anderen gibt es bislang ungelöste Schwierigkeiten, die Gravitation durch einen dem Standardmodell der Elementarteilchenphysik entsprechenden Formalismus zu beschreiben. Die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung werden vereinheitlicht als elektroschwache Wechselwirkung beschrieben.

Alle Materie wird dem Standardmodell zufolge aus elementaren Fermionen gebildet, den Quarks und den Leptonen. Unter Berücksichtigung aller Freiheitsgrade von Flavour, Helizität, Isospin und Farbladung ergeben sich die in Tab. 3.1 aufgeführten 45 elementaren Fermionen. Neutrinos treten als masselose Fermionen nur linkshändig in Erscheinung. Neuerliche experimentelle Evidenz für eine geringe Masse der Neutrinos [4] macht eine Erweiterung des Standardmodells um drei rechtshändige Neutrinos erforderlich, sodaß man von 48 elementaren Fermionen sprechen kann.

Die Wechselwirkungen werden im Standardmodell durch den Austausch von Bosonen vermittelt. Es läßt sich zeigen, daß nur solche Theorien renormierbar sind, also zu sinnvollen physikalischen Aussagen führen, deren Lagrangedichte einer lokalen Eichsymmetrie gehorcht. Durch die Forderung einer geeigneten lokalen Symmetrie werden der Lagrangedichte eines freien Teilchens zwangsläufig die Felder

		Quarks			Leptonen		
Helizität	Iso-spin	Ladung				Ladung	
links- händig	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{\text{Rot}}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{\text{Grün}}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{\text{Blau}}$	0	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}$
	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{\text{Rot}}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{\text{Grün}}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{\text{Blau}}$	-1	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$
	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{\text{Rot}}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{\text{Grün}}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{\text{Blau}}$	0	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$
	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{\text{Rot}}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{\text{Grün}}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{\text{Blau}}$	-1	$(e)$
	$0$	$+\frac{2}{3}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{\text{Rot}}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{\text{Grün}}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{\text{Blau}}$	-1	$(\mu)$
	$0$	$+\frac{2}{3}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{\text{Rot}}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{\text{Grün}}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{\text{Blau}}$	-1	$(\tau)$

Tabelle 3.1: Die elementaren Fermionen im Standardmodell. Elektrische Ladungen sind in Vielfachen der Elementarladung  $e$  angegeben.

der die Wechselwirkung vermittelnden Eichbosonen hinzugefügt. Ein Überblick der Wechselwirkungen und ihrer Eichbosonen ist in Tab. 3.2 gegeben [5, 6, 7, 8].

### 3.1 Die elektromagnetische Wechselwirkung

Die Lagrangedichte eines freien Fermions

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (3.1)$$

ist derart postuliert, daß sich bei Anwendung der Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \psi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = 0 \quad (3.2)$$

die Dirac-Gleichung eines freien Fermions

$$(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi = 0 \quad (3.3)$$

ergibt [10]. Die elektromagnetische Wechselwirkung ergibt sich hieraus, wenn man an die Lagrangedichte des freien Fermions die Forderung nach lokaler Phaseninvarianz, d.h. Invarianz unter der Transformation

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x) \quad (3.4)$$

	$g_1 \dots g_8$	$\gamma$	$Z$	$W^\pm$
Masse (in GeV)	0	0	91.1876 $\pm 0.0021$ [9]	80.423 $\pm 0.039$ [9]
Breite (in GeV)	0	0	2.4952 $\pm 0.0023$ [9]	2.118 $\pm 0.042$ [9]
Ladung	Farbladung u. Antiladung	keine	keine	elektrische Ladung
Wechsel- wirkung u. Eich- gruppe	starke WW $SU(3)_c$	elektromagn. WW $U(1)$	schwache WW elektroschwache WW $SU(2)_L \times U(1)_Y$	

Tabelle 3.2: Die Eichbosonen des Standardmodells

stellt. Durch die Lokalität der Phasentransformation sind die Werte einer Wellenfunktion an unterschiedlichen Raum-Zeit-Punkten nicht mehr direkt miteinander verbunden, eine Ableitung in Richtung  $n^\mu$  als Grenzwertprozess

$$n_\mu \partial^\mu \psi(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} [\psi(x + \epsilon n) - \psi(x)] \quad (3.5)$$

ist also nicht mehr sinnvoll. Daher wird eine dem Problem angepaßte Ableitung über

$$n_\mu D^\mu \psi(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} [\psi(x + \epsilon n) - U(x + \epsilon n, x) \psi(x)] \quad (3.6)$$

definiert. Hierin ist der unitäre Komparator  $U(y, x)$  enthalten, der die durch unterschiedliche Eichungen entkoppelten Raumpunkte  $x$  und  $y$  miteinander verbindet. Mit der Bedingung  $U(x, x) = 1$  läßt sich der Komparator für kleine  $\epsilon$  entwickeln:

$$U(x + \epsilon n, x) \simeq 1 + \epsilon n_\mu V^\mu(x) \quad (3.7)$$

Setzt man Gl. 3.7 in Gl. 3.6 ein, so erhält man die kovariante Ableitung

$$D^\mu = \partial^\mu + ieA^\mu(x) \quad , \quad (3.8)$$

wobei die Ersetzung  $V^\mu = -ieA^\mu$  durchgeführt wurde. Das Transformationsverhalten des Feldes  $A^\mu$  erhält man direkt aus der Transformationsvorschrift für den Komparator  $U(y, x) \rightarrow e^{i\alpha(y)} U(y, x) e^{-i\alpha(x)}$  bei Entwicklung nach kleinen Abständen zwischen  $x$  und  $y$ :

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x) \quad . \quad (3.9)$$

Für die so definierte kovariante Ableitung läßt sich direkt das Verhalten unter Phasentransformation zeigen:

$$D_\mu \psi \rightarrow D'_\mu \psi' = [\partial_\mu + ie\{A_\mu - \frac{1}{e}(\partial_\mu \alpha(x))\}] e^{i\alpha(x)} \psi = e^{i\alpha(x)} D_\mu \psi \quad (3.10)$$

Die mit dieser Ableitung konstruierte Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma_\mu D^\mu \psi - m\bar{\psi}\psi \quad (3.11)$$

ist offensichtlich invariant unter lokaler Phasentransformation. Um das eingeführte Vektorfeld  $A^\mu$  mit einem tatsächlichen Austauscheteilchen identifizieren zu können, muß neben dem Wechselwirkungsterm  $e\bar{\psi}\gamma_\mu A^\mu \psi$  noch ein Term für das frei propagierende Feld  $A^\mu$  hinzugefügt werden, der die Eichinvarianz von  $\mathcal{L}$  nicht verletzt. Ein solcher Term läßt sich aus dem Feldstärketensor

$$F_{\mu\nu} = -i\frac{1}{e}[D_\mu, D_\nu] = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \quad (3.12)$$

gewinnen, sodaß die vollständige Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{QED} = i\bar{\psi}\gamma_\mu D^\mu \psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (3.13)$$

lautet. Der einzige durch die Forderung nach Eichinvarianz noch zugelassene Term  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}$  besitzt eine negative Parität, die in der Natur nicht beobachtet wird. Somit ist Gl. 3.13 die vollständige Lagrangedichte der QED. Setzt man Gl. 3.13 in die Euler-Lagrange Gleichung Gl. 3.2 ein, so erhält man bezüglich der Spinoren  $\psi$  und  $\bar{\psi}$  die Dirac Gleichung mit einer äußeren Quelle als Bewegungsgleichung. Wendet man Gl. 3.2 auf Gl. 3.13 hingegen bezüglich  $A^\mu$  an, so ergeben sich die Maxwell-Gleichungen.

Zur Berechnung der Übergangsamplituden von Prozessen, werden die Bewegungsgleichungen näherungsweise störungstheoretisch gelöst. Hierzu postulierte Feynman einen Satz von Regeln, mit denen man Prozesse beliebiger Komplexität berechnen kann [11]. Die Wechselwirkung zwischen den Feldern wird als punktuell aufgefaßt und nach der Anzahl der Punktwechselwirkungen entwickelt. Aus Gl. 3.13 lassen sich direkt die elementaren Bausteine dieser Rechnungen ersehen: Propagatoren für die freie Ausbreitung der Felder (quadratische Terme in  $\psi$  bzw.  $A^\mu$ ) sowie ein Wechselwirkungsterm zwischen einem fermionischen Strom und dem Eichfeld (Term quadratisch in  $\psi$  und linear in  $A^\mu$ ), eine graphische Darstellung der zu berechnenden Prozesse ist durch die sogenannten Feynmandiagramme gegeben, deren fundamentale Elemente in Abb. 3.1 gezeigt sind.

Die aus der Lagrangedichte abgeleiteten Feynmanregeln ermöglichen die Berechnung von Übergangsamplituden und Zerfallsbreiten in Form von Reihenentwicklungen. Der Entwicklungsparameter ist die Kopplungskonstante  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c}$ , die in

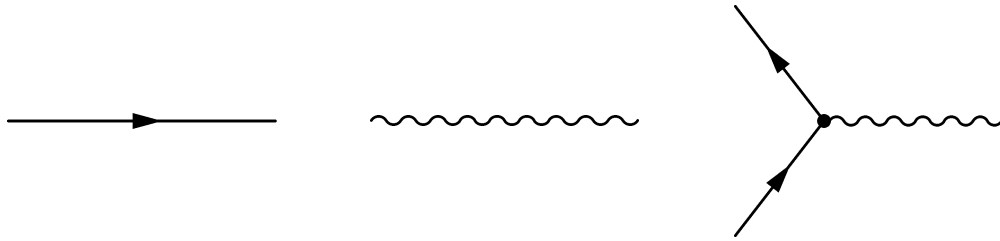


Abbildung 3.1: Die graphische Darstellung der fundamentalen Elemente der perturbativen QED: Fermionpropagator, Photonpropagator und Wechselwirkungsvertex

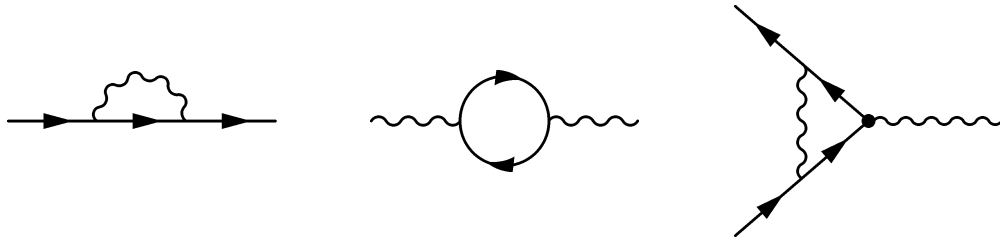


Abbildung 3.2: Einige in Rechnungen höherer Ordnung auftretende Schleifen

jedem Vertexpfaktor auftritt. In höheren Ordnungen dieser Entwicklungen treten Diagramme auf, die Schleifen enthalten, s. Abb. 3.2. Die in den Schleifen umlaufenden Impulse sind unbestimmt, die Integration über diese Impulse führt für große Impulse zu Divergenzen. Dies macht die Einführung eines den Impuls begrenzenden Parameters notwendig. Es ist möglich, die auftretenden Divergenzen zu isolieren und durch deren Subtraktion physikalisch sinnvolle Ergebnisse zu erhalten. Dieser als Renormierung bezeichnete Prozeß ist nicht eindeutig festgelegt, sondern vielmehr von der Wahl des Renormierungsschemas und der Renormierungsskala abhängig [11, 12]. Da eine zu berechnende physikalische Observable  $R$  hiervon aber unabhängig sein muß, ergibt sich eine Skalenabhängigkeit der renormierten Parameter Masse und Kopplung, die ihren Ausdruck in der Renormierungsgruppengleichung findet. Für die Kopplung lautet diese

$$\left( \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) R = 0 \quad . \quad (3.14)$$

Der Term  $\mu^2 \frac{\partial \alpha}{\partial \mu^2}$  definiert die sogenannte  $\beta$ -Funktion, welche als Reihe der Kopplung beginnend mit der Ordnung  $\alpha^2$  entwickelt werden kann.

$$\mu \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} = \beta(\alpha) = -\frac{\beta_0}{2\pi} \alpha^2 - \frac{\beta_1}{4\pi^2} \alpha^3 - \dots \quad (3.15)$$

Die Energieabhängigkeit der Kopplungskonstanten  $\alpha$  ist in der QED jedoch relativ schwach, die Kopplung  $\alpha$  steigt lediglich von  $\alpha \simeq \frac{1}{137}$  bei kleinen Energien auf  $\alpha \simeq \frac{1}{127}$  bei Energien, die der Masse des  $Z$ -Bosons entsprechen, an. Durch den kleinen Betrag der Kopplungskonstanten und die durch nur einen elementaren Vertex minimale Anzahl an möglichen Diagrammen pro zu berechnender Ordnung sind die Vorhersagen der perturbativen QED die präzisesten physikalischen Vorhersagen überhaupt.

Eine mathematisch stringente Ableitung der von Feynman postulierten Regeln zur Berechnung der Übergangsamplituden setzt allerdings die Quantisierung der beteiligten Felder voraus. Im kanonischen Quantisierungsprozess werden die Felder als Operatoren aufgefaßt, die, analog zu Ort und Impuls in der Quantenmechanik, Vertauschungsrelationen zu erfüllen haben. Hierzu wird zunächst der kanonisch konjugierte Impuls  $\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}}$  des Feldes bestimmt. Die Vertauschungsrelationen für die Dirac-Spinoren der Fermionen lauten

$$\{\psi_i(\vec{x}, t), \pi_j(\vec{y}, t)\} = i\delta^3(\vec{x}, \vec{y})\delta_{ij} \quad , \quad \pi(\vec{x}, t) = i\psi^\dagger \quad . \quad (3.16)$$

Hierbei übernimmt der Antikommutator die Rolle des Kommutators, wodurch negative Eigenwerte des Hamilton-Operators vermieden werden und die fermionischen Zustände wie erforderlich der Fermi-Dirac-Statistik folgen.

Die Quantisierung des Eichfeldes  $A^\mu$  macht es erforderlich, die Eichung festzulegen, da die ungeeichte Lagrangedichte des freien Eichfeldes einen Operator darstellt, der den Eichfreiheitsgrad aus dem Eichfeld herausprojiziert. Ein Projektionsoperator ist nicht invertierbar, wodurch kein Propagator für das Eichfeld gebildet werden kann. Mittels einer expliziten Brechung der Eichinvarianz durch Wahl einer speziellen Eichung wird dieses Problem umgangen.

## 3.2 Die starke Wechselwirkung

Der Umstand, daß Quarks einen bei den Leptonen nicht bekannten Freiheitsgrad, die Farbe, besitzen, wurde zunächst postuliert, um eine Verletzung des Pauli-Prinzips im  $\Delta^{++}$ -Baryon zu vermeiden, da die drei als Konstituenten des  $\Delta^{++}$  angenommenen  $u$ -Quarks eine in allen sonstigen Eigenschaften symmetrische Wellenfunktion besitzen. Jedes Quark trägt eine von drei möglichen Farbladungen ( $r, g, b$ ), jedes Antiquark eine der drei Antifarbladungen ( $\bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$ ). Experimentell nachgewiesen wurde der Freiheitsgrad der Farbladung unter anderem durch die Messung des Verhältnisses des Wirkungsquerschnitts der Elektron-Positron-

Annihilation mit hadronischem Endzustand zu dem mit leptonischem Endzustand

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \bar{q}q)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad . \quad (3.17)$$

Der Spinor eines Quarks gegebener Flavour wird demnach als Vektor aus den drei Farbzuständen aufgefaßt:

$$\psi \rightarrow \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_g \\ \psi_b \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Die der QCD zugrundeliegende Eichsymmmtrie ist die Invarianz unter lokaler unitärer Transformation im Farbraum

$$q \rightarrow U(\alpha(x))q \quad (3.19)$$

Die Gruppe dieser Transformationen mit der Determinanten 1 bezeichnet man als  $SU(3)_c$ . Der Index  $c$  grenzt die  $SU(3)$ -Transformationen im Farbraum von den historisch früher betrachteten  $SU(3)_f$ -Transformationen im Flavour-Raum ab. Die  $SU(3)$  ist im Gegensatz zur  $U(1)$  nicht abelsch, d. h. ihre Elemente vertauschen nicht notwendigerweise miteinander. Theorien, denen eine solche Symmetriegruppe zugrundeliegt, werden als Yang-Mills Theorien bezeichnet [13].

Eine infinitesimale Transformation  $U(\epsilon)$  läßt sich durch die Generatoren  $T_a$  der  $SU(3)$  erzeugen:

$$U(\epsilon) = \mathbf{1} - i \sum_a \epsilon_a T_a \quad (3.20)$$

Die Summe über den Index  $a$  läuft hierbei über die acht Generatoren der  $SU(3)$ . Eine endliche Transformation ergibt sich hieraus durch Iteration als Exponentialfunktion:

$$U(\alpha) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \mathbf{1} - i \sum_a \frac{\alpha_a}{n} T_a \right)^n \quad (3.21)$$

$$= e^{-i \sum_a \alpha_a T_a}$$

Die Generatoren  $T_i$  genügen der Vertauschungsrelation

$$[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c \quad (3.22)$$

sowie der Jacobi-Identität

$$f_{adc} f_{bcd} + f_{bde} f_{cad} + f_{cde} f_{abd} = 0 \quad (3.23)$$



und stellen somit eine Lie-Algebra mit den Strukturkonstanten  $f_{abc}$  dar. Wählt man als Darstellung für die Transformationen  $U(x)$  unitäre  $3 \times 3$ -Matrizen, so werden die Generatoren  $T_a$  durch hermitesche, spurlose  $3 \times 3$ -Matrizen  $t_a$  dargestellt. Die Normierung wird nach geeigneter Basiswahl über die Relation

$$\text{Spur}(t_a t_b) = C_1 \delta_{ab} \quad (3.24)$$

definiert. Konventionell wird die Konstante  $C_1$  in der QCD als  $T_F$  bezeichnet und  $T_F = \frac{1}{2}$  gesetzt.

Die adjungierte Darstellung  $\{\tilde{t}_a\}$  ist über die Strukturkonstanten definiert:

$$(\tilde{t}_b)_{ac} = i f_{abc} \quad (3.25)$$

Die  $\tilde{t}_a$  sind somit acht  $8 \times 8$ -Matrizen. Durch die Definition der adjungierten Darstellung ist gewährleistet, daß die  $\tilde{t}_a$  ebenfalls der Vertauschungsrelation Gl. 3.22 gehorchen. Während die fundamentale Darstellung  $\{t_a\}$  auf die in drei Farbzuständen auftretenden Quarkfelder wirkt, findet die adjungierte Darstellung Anwendung auf die Gluonfelder, die Eichfelder der  $SU(3)_c$  Eichsymmetrie.

In einer einfachen Lie-Algebra läßt sich für jede Darstellung ein quadratischer Casimir-Operator

$$t^2 = \sum_a t_a t_a \quad (3.26)$$

definieren, der mit allen Elementen der Algebra kommutiert. Der Casimir-Operator ist somit eine Invariante der Darstellung und diagonal, d.h.:

$$t^2 = C_2 \cdot \mathbf{1}_{d \times d} \quad \text{mit} \quad C_2 = \frac{\tilde{d}}{d} C_1 \quad (3.27)$$

mit den Dimensionen  $d$  der Darstellung und  $\tilde{d}$  der adjungierten Darstellung. Analog läßt sich ein Casimir Operator der adjungierten Darstellung konstruieren, der in einer  $SU(N)$  Gruppe den Eigenwert  $\tilde{C}_2 = N$  besitzt. In der QCD bezeichnet man die Eigenwerte  $C_2$  und  $\tilde{C}_2$  als  $C_F$  und  $C_A$ . Es ergeben sich für die  $SU(3)_c$  somit die Werte

$$C_F = \frac{4}{3} \quad , \quad C_A = 3 \quad . \quad (3.28)$$

Analog zur QED läßt sich auch eine bezüglich der  $SU(3)_c$ -Transformation kovariante Ableitung finden. Sie hat die Form

$$D^\mu = \partial^\mu + i g_s \sum_a t_a G_a^\mu(x) \quad (3.29)$$

mit  $g_s$  als Kopplungsstärke der starken Wechselwirkung. Da die  $SU(3)$  über acht Generatoren verfügt, werden acht Eichfelder  $G_a^\mu$  benötigt, welche als die acht Gluonen, die Austauschbosonen der QCD identifiziert werden. Die für den kinetischen Term der Eichfelder benötigten Tensoren  $G_{\mu\nu}^a$  lassen sich wieder aus dem Kommutator der kovarianten Ableitung gewinnen:

$$-ig_s \sum_a G_{\mu\nu}^a t_a = [D_\mu, D_\nu] \quad (3.30)$$

Die  $G_{\mu\nu}$  ergeben sich hieraus zu

$$G_a^{\mu\nu} = \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu + g_s \sum_{b,c} f_{abc} G_b^\mu G_c^\nu \quad (3.31)$$

Der letzte, in der QED nicht auftretende Summand rührt daher, daß die in der kovarianten Ableitung auftretenden Generatoren  $t_a$  nicht kommutieren. Der kinetische Term  $G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}$  enthält somit neben Termen der Ordnung  $G^2$  auch Terme der Ordnungen  $G^3$  und  $G^4$ , welche einem drei-Gluon-Vertex und einem vier-Gluon-Vertex entsprechen. Die Lagrangedichte der QCD lautet somit

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\psi + g_s \sum_a \bar{\psi} t_a \gamma_\mu G_a^\mu + \frac{1}{4} \sum_a (G_{\mu\nu})_a (G^{\mu\nu})_a \quad , \quad (3.32)$$

die sich daraus ergebenden Elemente der Feynmandiagramme der QCD sind in Abb. 3.3 dargestellt.

Die Matrixelemente für die Wechselwirkungen in erster Ordnung  $\alpha_s$  werden als Splitting Kernels bezeichnet. So ist der Splitting Kernel für die Abstrahlung eines Gluons durch ein Quark mit

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right|^2 \propto P_{q \rightarrow qg}(z) = C_F \cdot \frac{1+z^2}{1-z} \quad z = \frac{E_{q,\text{out}}}{E_{q,\text{in}}} \quad (3.33)$$

gegeben, wobei  $z$  der beim Quark verbleibende Energiebruchteil ist. Der Splitting Kernel hat eine Singularität bei  $z = 1$ , was dem Fall der Abstrahlung eines Gluons mit verschwindender Energie entspricht. Der Casimir-Eigenwert  $C_F$  taucht hier als Vorfaktor auf, da die im Quark-Gluon-Vertexterm in Gl. 3.32 auftretenden Generatoren  $t_a$  quadriert und summiert werden. Der entsprechende Splitting Kernel für die Abstrahlung eines Gluons durch ein anderes Gluon ist durch

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right|^2 \propto P_{g \rightarrow gg}(z) = C_A \cdot 2 \frac{(1-z(1-z))^2}{z(1-z)} \quad (3.34)$$

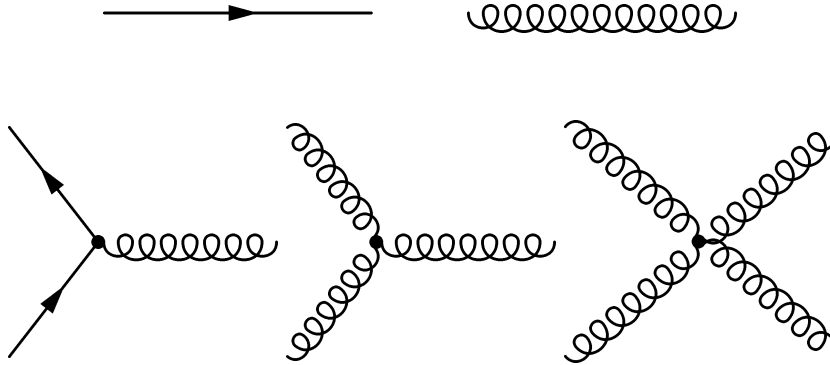


Abbildung 3.3: Die Elemente der Feynndiagramme in der QCD: Propagatoren für die fermionischen Quarks und die Gluonen, der Quark-Gluon-Vertex sowie der Drei- und der Vier-Gluon-Vertex

gegeben. Auch hier bezeichnet  $z$  den beim ursprünglichen Parton verbleibenden Energiebruchteil. Aufgrund der Ununterscheidbarkeit der beiden Endzustandsgluonen ist der Splitting Kernel symmetrisch in  $z$  und  $1 - z$  und hat der Abstrahlung eines Gluons mit verschwindender Energie entsprechende Singularitäten bei  $z = 0$  und  $z = 1$ . Der Casimir-Eigenwert  $C_A$  taucht hier entsprechend auf, da über die in dem Eichfeldtensor Gl. 3.31 enthaltenen Strukturkonstanten  $f_{abc}$  summiert wird, welche die Komponentenschreibweise der adjungierten Darstellung sind. Da die beiden Casimir-Eigenwerte in den Splitting Kernels aufgrund der Summation über die unterschiedlichen Farbfreiheitsgrade der entsprechenden Vertizes auftreten, werden sie auch als Farbfaktoren bezeichnet und können als effektive Farbladung der Quarks bzw. der Gluonen aufgefaßt werden.

Der letzte verbliebende Splitting Kernel behandelt die Aufspaltung eines Gluons in zwei Quarks, er lautet

$$\left| \begin{array}{c} \text{Wellenlinie} \\ \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{gerader Pfeil} \\ \text{---} \nearrow \\ \text{gerader Pfeil} \\ \text{---} \searrow \end{array} \right|^2 \propto P_{g \rightarrow q\bar{q}}(z) = N_F \cdot T_F \cdot (z^2 + (1 - z)^2) \quad . \quad (3.35)$$

Entsprechend der Symmetrie zwischen dem auslaufenden Quark und Anti-Quark ist auch dieser Splitting Kernel symmetrisch in  $z$  und  $1 - z$  und enthält keine Singularitäten. Analog zur Summation über die Farbfreiheitsgrade in Gl. 3.33 und Gl. 3.34 erscheint in Gl. 3.35 der Faktor  $N_F$  durch die Summation über die

unbestimmte Flavour des auslaufenden Quark Anti-Quark Paares, während die Farbladungen durch das einlaufende Gluon eindeutig festgelegt sind.

Der Umstand, daß es sich bei der  $SU(3)$  um eine nicht-abelsche Gruppe handelt, führt zu einigen Unterschieden zum Verhalten der auf der abelschen  $U(1)$  Gruppe basierenden QED. Zum einen führt das Festlegen der Eichung durch Hinzufügen eines entsprechenden Termes zur Lagrangedichte zu unphysikalischen Freiheitsgraden, welche durch das Hinzufügen eines weiteren, sogenannten Geist-Termes ausgeglichen werden. Die in diesem zusätzlichen Term auftretenden Felder, die sogenannten Fadeev-Popov-Geistfelder, sind Grassmann-Zahlen-wertige Funktionen und entsprechen somit skalaren Feldern, die der Fermi-Dirac-Statistik gehorchen [14]. Physikalisch treten sie hingegen nicht in Erscheinung. Neben diesem rein technischen Aspekt ermöglicht die Selbstkopplung der Gluonfelder das Auftreten von bosonischen Schleifen in Feynmandiagrammen höherer Ordnung. Die durch bosonische Schleifen im Renormierungsprozess hervorgerufene Skalenabhängigkeit der Kopplung unterscheidet sich von der durch fermionische Schleifen bedingten Skalenabhängigkeit unter anderem durch ein Vorzeichen. Die Koeffizienten  $\beta_i$  der  $\beta$ -Funktion in Gl. 3.15 lauten im Falle der QCD für eine Entwicklung nach  $\alpha_s$

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}N_F \quad (3.36a)$$

$$\beta_1 = 51 - \frac{19}{3}N_F \quad . \quad (3.36b)$$

Die Integration von Gl. 3.15 mit den in Gl. 3.36a und 3.36b gegebenen Konstanten liefert für  $\alpha_s$  in erster Ordnung den Ausdruck

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)} \quad (3.37)$$

und unter Berücksichtigung der ersten beiden Terme den Ausdruck

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)} \left( 1 - \frac{\beta_1 \ln \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)}{\beta_0^2 \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)} \right) \quad (3.38)$$

Hierbei stellt  $\Lambda$  eine Integrationskonstante dar, deren Wert von der Theorie nicht vorgegeben ist. Alternativ zu  $\Lambda$  kann auch  $\alpha_s$  für eine bestimmte Energie zur Parametrisierung benutzt werden, im Allgemeinen wird dann  $\alpha_s(m_Z)$  gewählt.

Im Vergleich zur QED ergeben sich für die Kopplung der QCD zwei wesentliche Unterschiede. Zum einen ist der Wert der Kopplungskonstanten mit  $\alpha_s(m_Z) \simeq 0.1$

wesentlich höher als der Wert von  $\alpha$  in der QED, zum anderen ist  $\beta_0$  mit  $N_F \leq 6$  positiv, d.h. die Wirkung der bosonischen Schleifen überwiegt und die Kopplung  $\alpha_s$  fällt mit der Energie. Dies wiederum hat zwei wesentliche Konsequenzen:

- Das Abnehmen der Kopplung mit großen Energien führt dazu, daß sich stark wechselwirkende Teilchen bei großen Energien oder kleinen Abständen nahezu wie freie Teilchen verhalten. Diese Eigenschaft wird als *asymptotische Freiheit* bezeichnet.
- In der Natur treten nur Farbsingletts als freie Teilchen auf. Die einem Tripletts angehörenden Quarks und die einem Oktett angehörenden Gluonen sind immer zu Farbsingletts zusammengeslossen. Dieses Phänomen bezeichnet man als *Confinement* in der QCD. Die Kopplungskonstante  $\alpha_s$  steigt mit geringer werdender Energie an, sodaß das Confinement mit der bei größer werdenden Abständen stärker werdenden Wechselwirkung konsistent ist. Da aber die Kopplung bereits bei  $E = \Lambda$  singulär wird, sodaß bei hinreichend niedrigen Energien die Störungstheorie nicht mehr angewendet werden kann, ist eine direkte Folgerung des Confinements aus der Energieentwicklung der Kopplung alleine nicht zulässig.

Der relativ große Wert von  $\alpha_s$  sowie die durch die Gluonselfkopplung bedingte hohe Anzahl an möglichen Feynmangraphen einer gegebenen höhere Ordnung bewirken eine langsame Konvergenz der Störungsreihen und limitieren so die Präzision der Vorhersagen der QCD. Ferner entzieht sich der niederenergetische Bereich jeder Reaktion aufgrund der anwachsenden Kopplungskonstanten einer perturbativen Berechnung. Hier müssen insbesondere für die Bildung von Hadronen aus Partonen phänomenologische Modelle zu Hilfe genommen werden.

### 3.3 Die elektroschwache Wechselwirkung und der Higgs Mechanismus

Die Beschreibung der schwachen Wechselwirkung mittels einer Eichtheorie scheidet zunächst an dem Umstand, daß ihre Austauscheteilchen Masse besitzen und mit  $M_W \simeq 80\text{GeV}$  und  $M_Z \simeq 91\text{GeV}$  mit dem top-quark und vermutlich dem Higgs-Boson zu den schwersten überhaupt im Standardmodell vorkommenden Teilchen gehören. Ein Masseterm für Eichbosonen der Form  $m A_\mu A^\mu$  verletzt die Eichinvarianz, aus deren Forderung die Eichfelder abgeleitet wurden. Die Lösung dieses Problems wurde durch Higgs gegeben, der einen Mechanismus aufzeigte,

mit dessen Hilfe Massen dynamisch durch spontane Symmetriebrechung generiert werden können [15]. Später wurde durch t'Hooft bewiesen, daß auch spontan gebrochene Yang-Mills Theorien renormierbar sind [16]. In der von Glashow, Salam und Weinberg formulierten Theorie wird dieser Mechanismus genutzt, um die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung vereinheitlicht als elektroschwache Wechselwirkung von einer gemeinsamen Symmetrieforderung abzuleiten [17].

Die schwache Wechselwirkung unterscheidet, wie experimentell beispielsweise durch Wu u.A. nachgewiesen [18], zwischen Teilchen mit rechts- oder linkshändiger Chiralität und vermittelt nur zwischen linkshändigen Teilchen oder rechtshändigen Antiteilchen. Entsprechend werden die linkshändigen Teilchen wie in Tab. 3.1 dargestellt in Dubletts bezüglich des schwachen Isospins angeordnet, während die rechtshändigen Teilchen als Singletts aufgefaßt werden. Gefordert wird nun Invarianz unter einer  $SU(2)$  Transformation im Isospinraum zusammen mit einer durch die sogenannte Hyperladung  $Y$  erzeugte  $U(1)$  Phasentransformation. Die Eichtransformation läßt sich für linkshändige Teilchen als

$$\chi_L \rightarrow e^{i\sum_j \alpha_j(x)\tau_j} e^{i\beta(x)Y} \chi_L \quad (3.39)$$

schreiben, während für die rechtshändigen Teilchen nur die  $U(1)_Y$  Transformation relevant ist:

$$\psi_R \rightarrow e^{i\beta(x)Y} \psi_R \quad (3.40)$$

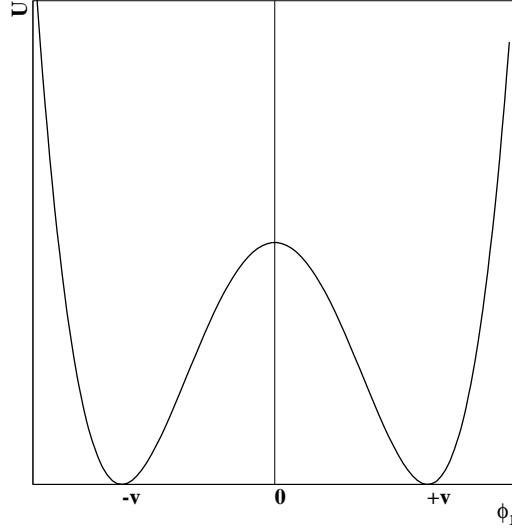
Hierbei bezeichnet  $\chi$  einen aus den zwei Isospinzuständen eines Dubletts gebildeten Vektor,  $\tau_i$  sind die drei Erzeugenden der  $SU(2)$  und  $Y$  die Erzeugende der  $U(1)$  Transformation. Im weiteren werden als Darstellung für die  $\tau_i$  die Pauli-Matrizen und für  $Y$  eine reelle Zahl angenommen. Die  $\alpha_i$  und  $\beta$  sind beliebige Koeffizientenfunktionen. Die kovarianten Ableitungen für Dubletts  $D_L$  und Singletts  $D_R$  ergeben sich zu

$$D_R^\mu = i\partial^\mu - \frac{g'}{2} Y_R B^\mu \quad (3.41a)$$

$$D_L^\mu = i\mathbf{1}_{2\times 2}\partial^\mu - \frac{g'}{2} Y_L \mathbf{1}_{2\times 2} B^\mu - \frac{g}{2} \sum_j \tau_j W_j^\mu \quad (3.41b)$$

mit den Eichfeldern  $W_1^\mu$ ,  $W_2^\mu$ ,  $W_3^\mu$  und  $B^\mu$  und den Kopplungsstärken  $g$  und  $g'$ . Der Tensor des kinetischen Terms des Feldes  $B^\mu$  entspricht in der Struktur Gl. 3.12, der Tensor der drei  $W^\mu$  besitzt die Form

$$W_i^{\mu\nu} = \partial^\mu W_i^\nu - \partial^\nu W_i^\mu - \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} W_j^\mu W_k^\nu \quad (3.42)$$

Abbildung 3.4: Das Potential des Skalaren Dubletts  $\phi$ 

Ein expliziter Masseterm der Eichbosonen ist durch die Eichsymmetrieforderung verboten, die auftretenden Eichfelder sind also zunächst masselos.

Zur dynamischen Erzeugung der Eichbosonmassen wird ein weiteres Isospindublett aus komplexen Skalaren

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

postuliert. Für die Lagrangefunktion dieses Dubletts wird die Form

$$\mathcal{L} = (D_L^\mu \phi)^\dagger (D_{L\mu} \phi) - \underbrace{(\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2)}_{U(\phi)} \quad (3.44)$$

mit  $\mu^2 < 0$  und  $\lambda > 0$  angenommen. Das Potential  $U(\phi)$  in Gl. 3.44 unterscheidet sich von einem normalen Masseterm insbesondere dadurch, daß es nicht bei  $\phi = 0$  seinen Minimalwert annimmt, sondern bei  $|\phi| = v := \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ , Abb. 3.4. Die Symmetrie des Potentials wird durch die Realisierung eines Grundzustandes verletzt, dies wird als spontane Symmetriebrechung bezeichnet. Als Grundzustand des  $\phi$ -Feldes wird die reelle zwei-Komponente angenommen. Das Teilfeld  $\phi_3$  wird als Auslenkung aus dem Grundzustand umparametrisiert, die anderen drei Teilfelder lassen sich durch eine geschickte Wahl der Eichung zu null setzen.

Das Dublett  $\phi$  läßt sich somit durch ein reelles Feld  $h(x)$  ausdrücken:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

Setzt man das derart parametrisierte Feld  $\phi$  nun in Gl. 3.44 ein, so treten durch das Einwirken der kovarianten Ableitung  $D_L$  aus Gl. 3.41b Terme auf, die quadratisch in den Eichfeldern sind, aber von  $\phi$  lediglich den konstanten Vakuumerwartungswert  $v$  enthalten. Diese Terme können als Masseterme der Eichfelder interpretiert werden, wenn die Eichfelder wie folgt umdefiniert werden:

$$(W^\pm)^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^\mu \mp iW_2^\mu) \quad (3.46a)$$

$$\begin{aligned} Z^\mu &= \frac{-g'B^\mu + gW_3^\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\ &= -\sin\theta_W B^\mu + \cos\theta_W W_3^\mu \end{aligned} \quad (3.46b)$$

$$\begin{aligned} A^\mu &= \frac{gB^\mu + g'W_3^\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\ &= \cos\theta_W B^\mu + \sin\theta_W W_3^\mu \end{aligned} \quad (3.46c)$$

mit dem über die Kopplungen definierten sogenannten Weinbergwinkel  $\theta_W$ . Die Massen, die man für die neu definierten Eichfelder erhält, sind

$$m_W = \frac{1}{2}vg \quad (3.47a)$$

$$m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2} \quad (3.47b)$$

$$m_A = 0 \quad (3.47c)$$

Die in den so definierten Feldern ausgedrückte Lagrangedichte Gl. 3.44 ist mit den den einzelnen Termen entsprechenden elementaren Feynmangraphen in Abb. 3.5 gezeigt. Sie enthält das Skalarfeld  $h$ , das sogenannte Higgsfeld, dem ein neutrales, spinloses Teilchen der Masse  $m_h = v\sqrt{2\lambda}$  entspricht, die Masseterme der in Gl. 3.46a–3.46c definierten Eichbosonfelder, die Drei- und Vierpunktselbstwechselwirkung des Higgsfeldes, sowie Drei- und Vierpunktwechselwirkungen des Higgsfeldes mit den massiven Eichfeldern  $W^\pm$  und  $Z$ , welche proportional zur Masse der jeweiligen Eichbosonen ist. Obwohl  $v \simeq 246\text{GeV}$  aus Messungen bestimmt werden kann, ist die Masse des Higgsbosons von der Theorie nicht festgelegt, da der Parameter  $\lambda$  weiterhin frei ist. Die direkte Suche nach dem Higgsboson in der  $e^+e^-$ -Annihilation gibt jedoch die Bedingung  $m_h > 114,4\text{GeV}$  vor,



$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\phi = & \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - \lambda v^2 \mathbf{h}^2}_{\text{---}} - \underbrace{\lambda v \mathbf{h}^3}_{\text{---}} - \underbrace{\frac{1}{4} \lambda \mathbf{h}^4}_{\text{---}} \\
& + \underbrace{\frac{1}{4} g^2 v^2 (\mathbf{W}^+)_\mu (\mathbf{W}^-)^\mu}_{\text{~~~~~}} + \underbrace{\frac{1}{8} v^2 (g^2 + g'^2) \mathbf{Z}_\mu \mathbf{Z}^\mu}_{\text{~~~~~}} \\
& + \underbrace{\frac{1}{2} g^2 v (\mathbf{W}^+)_\mu (\mathbf{W}^-)^\mu \mathbf{h}}_{\text{~~~~~}} + \underbrace{\frac{1}{4} v (g^2 + g'^2) \mathbf{Z}_\mu \mathbf{Z}^\mu \mathbf{h}}_{\text{~~~~~}} \\
& + \underbrace{\frac{1}{4} g^2 (\mathbf{W}^+)_\mu (\mathbf{W}^-)^\mu \mathbf{h}^2}_{\text{~~~~~}} + \underbrace{\frac{1}{8} v (g^2 + g'^2) \mathbf{Z}_\mu \mathbf{Z}^\mu \mathbf{h}^2}_{\text{~~~~~}}
\end{aligned}$$

Abbildung 3.5: Die Lagrangedichte des Higgsfeldes ausgedrückt in den physikalisch relevanten Feldern  $h$ ,  $W^\pm$ ,  $Z$  und  $A$

während indirekte Messungen  $m_h < 188\text{GeV}$  bei einem Confidence Level von 95% fordern.

Da die  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  Eichtransformation der elektroschwachen Wechselwirkung zwischen links- und rechtshändigen Fermionen unterscheidet, sind auch die fermionischen Masseterme nicht invariant unter dieser Transformation. Analog zu den Eichbosonmassen lassen sich die Massen der Fermionen aus dem invarianten Term

$$\mathcal{L}_{m_e} = -G_e \left[ (\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi_1 - i\phi_2, \phi_3 - i\phi_4) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] \quad (3.48)$$

hier am Beispiel des  $(e, \nu_e)$ -Dubletts, über den konstanten Vakuumerwartungswert  $v$  des Higgsfeldes erzeugen. Hierdurch entsteht neben dem Masseterm des Fermions zusätzlich ein Kopplungsterm mit dem Higgsfeld, der ebenfalls proportional zur Masse des Fermions ist:

$$\mathcal{L}_{m_e} = -m_e e \bar{e} - \frac{m_e}{v} \bar{e} e h \quad (3.49)$$

mit  $m_e = \frac{G_e v}{\sqrt{2}}$ . Die Konstante  $G_f$  ist für jedes Fermion  $f$  frei, sodaß die Massen der Fermionen anders als die Massen der Eichbosonen nicht von der Theorie bestimmt sind.

Das Glashow-Salam-Weinberg Modell der elektroschwachen Wechselwirkung erlaubt nicht nur die Beschreibung der schwachen Wechselwirkung im Rahmen einer Eichtheorie, sondern es sagte auch die Existenz des damals unbekanntem  $Z$ -Bosons sowie eine Verknüpfung der Kopplungen mit den Massen der Eichbosonen über den Mischungswinkel  $\theta_W$  voraus. Beides ist experimentell bestätigt, der experimentelle Nachweis des Higgsbosons steht hingegen noch aus.

### 3.4 Die freien Parameter des Standardmodells

Das Standardmodell hat 19 freie Parameter, die nicht von der Theorie bestimmt, sondern experimentell gemessen werden. Zwei der Parameter stammen aus der QCD:

- Die Stärke der Kopplung  $\alpha_s$  bei einer gegebenen Energie oder alternativ die Integrationskonstante  $\Lambda$  (s. Gl. 3.37 und Gl. 3.38)
- Die paritätsverletzende Phase der QCD, welche eine in der Theorie zulässige Paritätsverletzung durch die starke Wechselwirkung beschreibt. Eine solche Paritätsverletzung wird in der Natur nicht beobachtet, sodaß der Wert dieser Phase mit großer Präzision null beträgt. Einen Grund für diesen Wert liefert das Standardmodell nicht.

Die verbleibenden 17 Parameter entstammen dem elektroschwachen Bereich des Standardmodells. Dies sind

- Vier Parameter der Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix, die die Wechselwirkungseigenzustände der Quarks mit ihren Masseneigenzuständen verknüpft
- Die neun Parameter  $G_f$  aus den fermionischen Massetermen in Gl. 3.48 oder alternativ die neun Fermionmassen
- Die Parameter  $\lambda$  und  $\mu$  des Higgspotentials in Gl. 3.44
- Die Kopplungen  $g$  und  $g'$  der  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  Wechselwirkung in Gl. 3.41b

Die in den letzten beiden Punkten aufgezählten Parameter werden auch häufig durch experimentell besser zugängliche Größen ausgedrückt. Diese Observablen sind

- Die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante  $\alpha$
- Die Fermi-Konstante  $G_F$
- Die Masse des  $Z$ -Bosons  $m_Z$
- Die Masse des Higgs-Bosons  $m_h$

# Kapitel 4

## Simulationen hadronischer Z-Zerfälle

Während in  $Z$ -Zerfällen produzierte geladene Leptonen direkt beobachtbar sind, können Quarks und Gluonen aufgrund des *Confinements* nicht unmittelbar beobachtet werden. Stattdessen muß man sich damit begnügen, die Hadronproduktion in  $Z$ -Zerfällen zu betrachten und hieraus Rückschlüsse auf die Partonen zu ziehen. Erschwerend kommt hinzu, daß sich der Prozeß

$$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{Hadronen} \quad (4.1)$$

nicht vollständig durch Störungsreihenentwicklungen berechnen läßt, da die Bildung von Hadronen aus Partonen bei Energien stattfindet, die zu niedrig sind, als daß die Störungsreihen konvergieren. Deshalb benutzt man in Simulationen implementierte phänomenologische Modelle, um die Fragmentation, also die Umwandlung farbgeladener Partonen in farbneutrale Hadronen, zu beschreiben. Durch den hierzu notwendigen extensiven Gebrauch von Zufallszahlen wurde der Begriff „Monte-Carlo“ Simulation geprägt. Der Prozeß (4.1) läßt sich in vier Phasen faktorisieren (vgl. Abb. 4.1), wobei Interferenzen zwischen den Phasen, beispielsweise der Austausch eines Photons zwischen einem einlaufenden Elektron und einem auslaufendem Quark, vernachlässigt werden. Die vier Phasen beinhalten im einzelnen:

- **Phase I** : Erzeugung des initialen  $q\bar{q}$ -Paares  
Der Reaktion  $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow q\bar{q}$  liegt lediglich die elektroschwache Wechselwirkung zugrunde, sie kann vollständig berechnet werden. Die Abstrahlung von Photonen durch die einlaufenden Leptonen (*Initial State Radiation*, ISR) oder die auslaufenden Quarks (*Final State Radiation*, FSR) wird hier

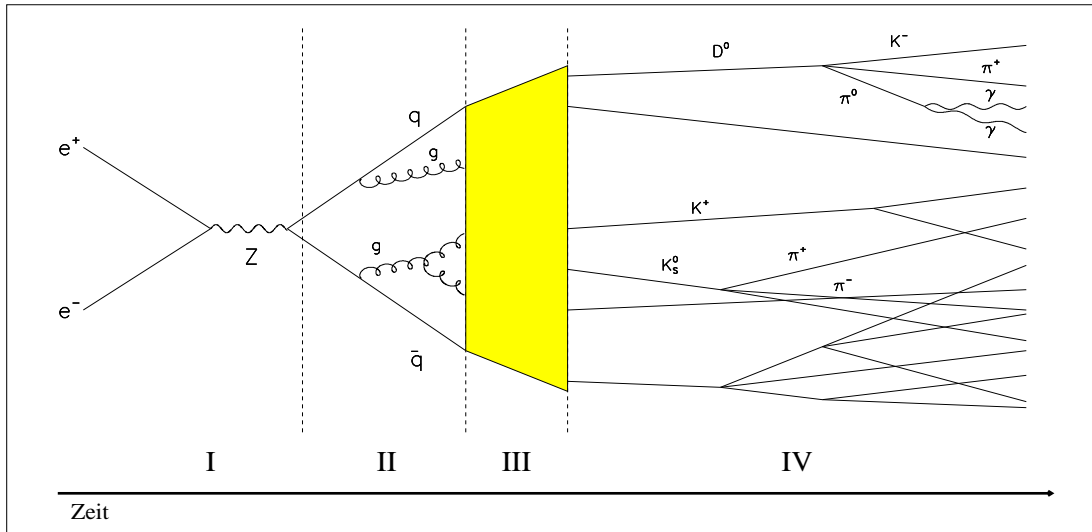


Abbildung 4.1: Die vier Phasen, in die die Reaktion  $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$  zerlegt werden kann.

ebenfalls berücksichtigt.

Bei einer Schwerpunktenenergie, die der  $Z$ -Resonanz entspricht, kann die Bildung von  $q\bar{q}$ -Paaren über die Reaktion  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q}$  vernachlässigt werden. Ebenso ist hier das Auftreten von ISR-Photonen sehr unwahrscheinlich, da damit eine Senkung der effektiven Schwerpunktenenergie der Reaktion  $e^+e^- \rightarrow Z/\gamma$  verbunden wäre, wodurch der Wirkungsquerschnitt und damit die Reaktionswahrscheinlichkeit drastisch verringert würde.

- **Phase II** : Störungstheoretische Entwicklung

Die Bildung sekundärer Partonen aus dem initialen  $q\bar{q}$ -Paar, hauptsächlich durch Abstrahlung von Gluonen und nachfolgende Gluonaufspaltungen, lassen sich in der QCD störungstheoretisch berechnen, solange die Energie der Reaktionen nicht zu klein wird. Eine typische Grenze für derartige Berechnungen liegt in der Größenordnung von  $\sim 1\text{GeV}$ . Für diese Phase gibt es im Wesentlichen zwei Ansätze, das *Partonschauer-Modell* (vgl. Abschnitt 4.1.2), und den *Farbdipolansatz* (vgl. Abschnitt 4.1.3). In einem dritten Ansatz, der *Matrix-Elemente Methode* (vgl. Abschnitt 4.1.1), werden die Phasen I und II in einem Schritt behandelt.

- **Phase III** : Hadronisierung

Die Hadronisierung oder Fragmentation von Partonen ist die am wenigsten verstandene der vier Phasen. Die Bildung von Hadronen aus Partonen findet bei Energien statt, die zu klein für eine perturbative Entwicklung sind, wo-

durch die Kopplung  $\alpha_s$  zu groß wird. Diese Phase wird durch QCD-basierte phänomenologische Modelle beschrieben. Die wichtigsten Ansätze hierfür sind zum einen die *Stringfragmentation* (vgl. Abschnitt 4.2.3) und zum anderen die *Clusterfragmentation* (vgl. Abschnitt 4.2.2). Die ursprünglich von Field und Feynman vorgeschlagene *unabhängige Fragmentation* (independent fragmentation, vgl. Abschnitt 4.2.1) hat sich demgegenüber als nicht ausreichend erwiesen.

- **Phase IV** : Zerfälle

In dieser Phase zerfallen die instabilen der in Phase III produzierten Hadronen. Die Zerfälle instabiler Hadronen sind meßtechnisch zugänglich, so daß viele Zerfallskanäle und -breiten vermessen und tabelliert sind (z. B. in [9]).

## 4.1 Perturbative Modelle

### 4.1.1 Die Matrix-Elemente Methode

Die Matrix-Elemente Methode trennt nicht zwischen Phase I und Phase II des Diagramms in Abb. 4.1, sondern benutzt die vorab berechneten Übergangswahrscheinlichkeiten von einem  $e^+e^-$ -Anfangszustand zu einem Endzustand aus Partonen, die in die Fragmentationsphase eintreten. Dies ist prinzipiell der theoretisch genaueste Weg, Prozesse zu simulieren, da hier die exakte Kinematik berechnet wird und Interferenz- sowie Helizitätsphänomene vollständig berücksichtigt werden. Aufgrund der mit der Ordnung von  $\alpha_s$  stark anwachsenden Zahl von beitragenden Diagrammen, ist es bisher nur möglich Matrixelemente zweiter Ordnung zu berücksichtigen, so daß nach der Partonkaskade maximal vier Partonen ( $q\bar{q}gg$  oder  $q\bar{q}q\bar{q}$ ) in die Fragmentationsphase eintreten. Da der vorwiegend phänomenologisch bestimmten Fragmentation hierdurch viel Gewicht zufällt, ist die theoretische Aussagekraft der Matrix-Elemente Methode eingeschränkt. Die zur Ordnung  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$  beitragenden Feynmangraphen sind in Abbildung 4.2 dargestellt.

### 4.1.2 Das Partonschauer-Modell

Im Partonschauer-Modell wird die Partonkaskade unter Berücksichtigung von Beiträgen führender logarithmischer Terme sukzessive aus den Aufspaltungen  $q \rightarrow gq$ ,  $g \rightarrow gg$  und  $g \rightarrow q\bar{q}$  berechnet. Die Annahme, die vernachlässigten Terme nachfolgender Ordnungen seien klein, scheint berechtigt [19]. Der Partonschauer

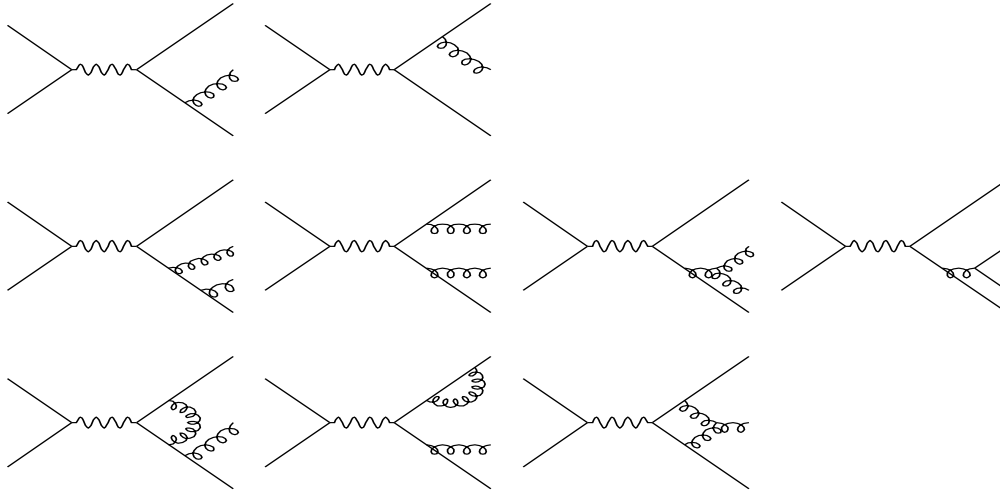


Abbildung 4.2: Die in der Matrix-Elemente Methode berücksichtigten Feynman-graphen

bricht ab, sobald die Virtualität  $Q$  der beteiligten Partonen unter einen vorgegebenen Wert  $Q_0$  fällt.  $Q_0$  hat hierbei typischerweise einen Wert von  $\sim 1\text{GeV}$ . Hierdurch wird verhindert, daß die Entwicklung des Partonschauers über den Bereich, in dem die perturbative QCD Gültigkeit besitzt, fortgesetzt wird. Ein Beispiel für eine Partonschauer-Entwicklung ist in Abbildung 4.3 gezeigt. Das quantenmechanische Phänomen des *angular ordering* ist in vielen Umsetzungen des Partonschauer-Modells nicht ab initio vorhanden und muß künstlich erzwungen werden. Unter *angular ordering* versteht man, daß der Winkel, unter dem ein Gluon von einem Quark abgestrahlt wird, mit fortschreitendem Verlauf des Partonschauers kleiner wird. Ursache hierfür sind destruktive Gluoninterferenzen.

### 4.1.3 Der Farbdipolansatz

Im Farbdipolansatz geht man von einem zwischen dem initialen  $q\bar{q}$ -Paar aufgespannten Farbdipolfeld aus. Die Abstrahlung eines weichen Gluons durch einen solchen Dipol wird im Ruhesystem des Dipoles durch die Gleichung

$$d\sigma \simeq \frac{\alpha_s}{4\pi^2} N_c \frac{dp_{\perp}^2}{p_{\perp}^2} dy d\phi \quad (4.2)$$

beschrieben. Unter weichen Gluonen versteht man hier Gluonen, deren Masse im Ruhesystem des Dipoles klein ist im Vergleich zur Masse des Dipoles. Nach Ab-

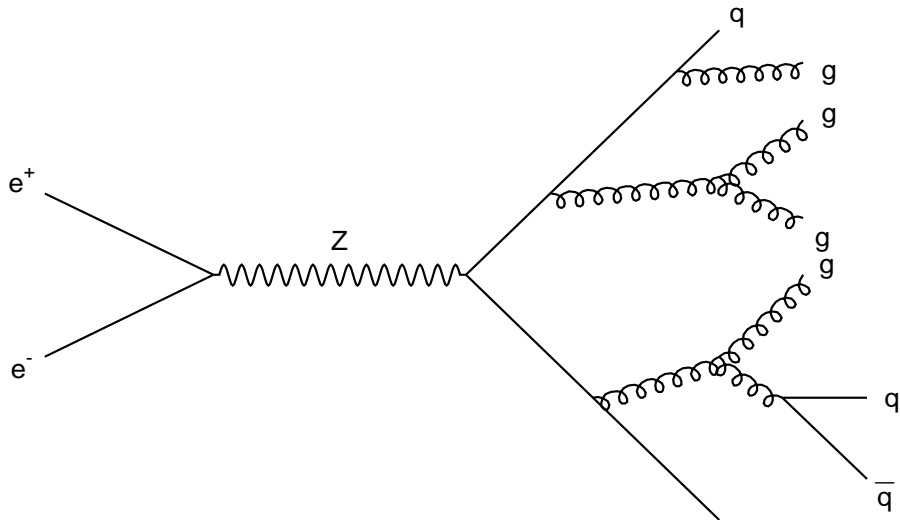


Abbildung 4.3: Schematische Zeichnung einer Elektron-Positron-Annihilation mit anschließendem Partonschauer

strahlung eines Gluons sind nun ein Dipol zwischen Quark und Gluon und ein Dipol zwischen Gluon und Antiquark aufgespannt, die Gluonabstrahlung kann also als das Aufspalten eines Farbdipoles gedeutet werden. Die Beschreibung des Farbflußfeldes durch Dipole ist äquivalent zu der durch Gluonen, wie sie im Partonschauer-Modell Verwendung findet. Gluoninterferenzen müssen hierbei nicht zusätzlich berücksichtigt werden, sondern ergeben sich aus dem Ansatz, so daß das Phänomen des *angular Ordering* vom Farbdipolansatz grundsätzlich beschrieben wird [26].

## 4.2 Nicht-perturbative Modelle der Hadronisierung

### 4.2.1 Unabhängige Fragmentation

Die unabhängige Fragmentation wurde 1978 von Field und Feynman entwickelt [21]. Dieses sehr frühe Modell der Fragmentation enthält bereits viele Ideen, die noch in heutigen Fragmentationsmodellen Verwendung finden. Wesentliche Bestandteile der unabhängigen Fragmentation sind die lokale Erhaltung von Quantenzahlen, die Verwendung von Fragmentationsfunktionen, sowie der lokale Aus-



gleich von Transversalimpulsen und Farbflüssen. Da im Bild der unabhängigen Fragmentation Partonen unabhängig von anderen in der Partonkaskade erzeugten Partonen zerfallen, können einige Phänomene der QCD, so z. B. der in Drei-Jet-Ereignissen der  $e^+e^-$ -Annihilation auftretende *Stringeffekt*, nicht beschrieben werden. Mit Stringeffekt bezeichnet man die Beobachtung, daß sich aufgrund destruktiver Gluoninterferenzen zwischen den zwei Quarkjets eines Drei-Jet-Ereignisses weniger Hadronen ausbilden als zum Beispiel zwischen den zwei Jets in einem  $q\bar{q}\gamma$ -Ereignis mit gleicher Geometrie.

### 4.2.2 Clusterfragmentation

In der 1984 von Webber, Marchesini, Gottschalk und Morris [22] entwickelten Clusterfragmentation werden zunächst alle Gluonen, die aus der Partonkaskade herauskommen in  $q\bar{q}$ -Paare aufgespalten. Danach werden die Quarks und Antiquarks zu farbneutralen Clustern zusammengefaßt, welche dann in ihrem Ruhesystem unter Berücksichtigung der Spins und des Phasenraumes isotrop zerfallen. Durch das einfache Konzept kommt die Clusterfragmentation mit relativ wenigen Parametern und ohne die Vorgabe von Fragmentationsfunktionen aus. Abbildung 4.4 zeigt eine schematische Darstellung einer Partonkaskade mit anschließender Clusterfragmentation.

### 4.2.3 Stringfragmentation

Die Stringfragmentation wurde erstmals von Artru und Mennessier beschrieben [23, 24] und später von der Lund-Gruppe zu dem in der  $e^+e^-$ -Physik wohl populärsten und erfolgreichsten Hadronisierungsmodell weiterentwickelt. Das Farbfeld zwischen Quarks und Antiquarks bildet sich durch die Wechselwirkung der Gluonen untereinander nur in einem begrenztem Raum zwischen den Farbladungen aus, man spricht hier von einem Flußschlauch (*String*). Die Energiedichte im Farbflußschlauch kann als konstant angesehen werden und liegt in der Ordnung  $\rho \simeq 1\text{GeV}/\text{fm} \simeq 0.2\text{GeV}^2$ . Die Quarks, die aus der Partonkaskade kommen und in die Fragmentation eingehen werden nun als Enden solcher Flußschläuche interpretiert, während die zuvor abgestrahlten Gluonen als „Knicke“ im Flußschlauch aufgefaßt werden. Die in einem Flußschlauch gespeicherte Energie wächst mit dem Auseinanderdriften der ihn begrenzenden Quarks an, bis sich im Flußschlauch ein neues  $q\bar{q}$ -Paar bildet, das vom Farbfeld auseinandergerissen wird. Hierdurch bricht der Flußschlauch in zwei Teile auf. Massebehaftete  $q\bar{q}$ -Paare können sich nur bilden, wenn sich zwischen dem Quark und dem Antiquark ein endlicher Abstand

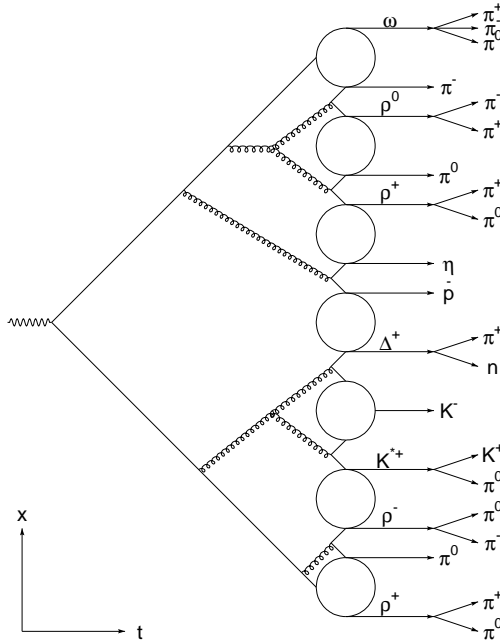


Abbildung 4.4: Skizze eines Partonschauers mit anschließender Clusterfragmentation

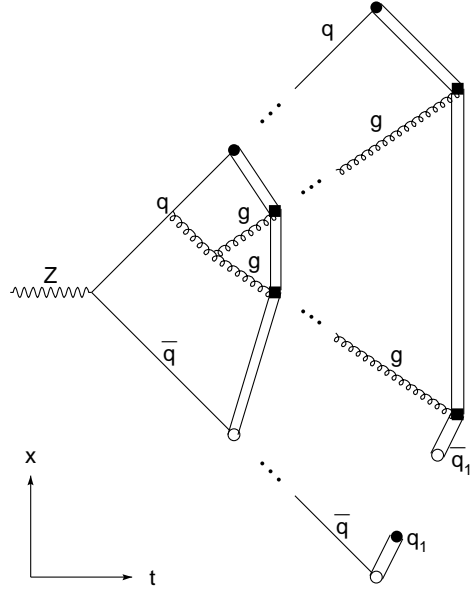


Abbildung 4.5: Skizze eines Partonschauers mit anschließender Stringfragmentation

befindet, so daß die zur Bildung der Massen benötigte Energie aus dem Farbfeld zwischen dem Quark und dem Antiquark entnommen werden kann. Dies läßt sich quantenmechanisch als ein Tunneffekt beschreiben, in dem das an einem Punkt gebildete  $q\bar{q}$ -Paar den notwendigen Abstand überbrückt. Die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Tunnelvorgang ist proportional zu

$$\mathcal{P} \propto \exp\left(-\frac{\pi M_T^2}{\rho}\right) = \exp\left(-\frac{\pi M^2}{\rho}\right) \exp\left(-\frac{\pi p_T^2}{\rho}\right) \quad (4.3)$$

Hierin steht  $M_T = \sqrt{M^2 + p_T^2}$  für die sogenannte *transversale Masse*,  $M$  für die Masse und  $p_T$  für den Transversalimpuls des gebildeten  $q\bar{q}$ -Paares.  $\rho$  entspricht der oben angeführten Energiedichte im Flußschlauch. In Gleichung (4.3) ist bereits enthalten, daß das Transversalimpulsspektrum unabhängig von der Quarkflavour ist und daß die Produktion von schweren Quarks gegenüber der von leichten Quarks im Verhältnis ihrer Massen unterdrückt ist [25]. Zur Bestimmung des longitudinalen Impulses des so gebildeten  $q\bar{q}$ -Paares muß eine Fragmentationsfunktion vorgegeben werden. Für leichte Quarks wird häufig die links-rechts-symmetrische- oder Lund-Fragmentationsfunktion verwendet, die Produk-

tion schwerer Quarks wird besser durch die Peterson-Fragmentationsfunktion beschrieben [25].

# Kapitel 5

## Jets in der QCD

Aufgrund des Confinements der QCD sind die in der Reaktion  $e^+e^- \rightarrow Z/\gamma \rightarrow q\bar{q}$  entstehenden Quarks und Antiquarks keine frei beobachtbaren Teilchen. Vielmehr entstehen im Umfeld des initialen Quark-Antiquark-Paares durch Prozesse der starken Wechselwirkung eine Vielzahl von Gluonen und weiteren Quarks, welche sich letztlich zu farbneutralen Hadronen zusammenfinden. Diese Hadronen bündeln sich bei ausreichend hoher Schwerpunktennergie ( $\sqrt{s} \gtrsim 10\text{GeV}$ ) um die Richtung der initialen Quarks zu sogenannten Jets. Die Ausprägung einer Jetstruktur wird mit zunehmender Schwerpunktennergie der Annihilationsreaktion stärker, da Effekte der Hadronisierung gegenüber den Effekten der perturbativen QCD um einen Faktor  $1\text{GeV}/\mu$  unterdrückt sind, wobei  $\mu$  die für die perturbative Entwicklung relevante Energieskala ist. Wird von einem der initialen Quarks ein Gluon mit einem hohen Transversalimpuls abgestrahlt, so kann sich ein dritter, von diesem Gluon initiiertes Jet bilden. Entsprechend können durch Abstrahlung mehrerer solcher Gluonen auch Ereignisse mit einer höheren Anzahl von Jets entstehen.

Der experimentelle Nachweis von Jets erfolgte 1975 durch die MARK I Kollaboration [27] am SPEAR<sup>1</sup>-Speicherring des SLAC<sup>2</sup> durch die Beobachtung der Energieabhängigkeit der Sphärizität bei Schwerpunktennergien von 6.2 und 7.4 GeV. Die Sphärizität ist eine Ereignisformvariable, die die räumliche Isotropie eines Ereignisses quantifiziert. Der Nachweis der Jetstruktur der Ereignisse erfolgte über die Beobachtung, daß die Sphärizität mit wachsender Schwerpunktennergie abnimmt. Wenige Jahre später wurde die Existenz von Jets, deren ursprüngliches Parton ein

---

<sup>1</sup>Stanford Positron Electron Accelerating Ring

<sup>2</sup>Stanford Linear Accelerator Center

Gluon war, durch die Beobachtung von Dreijetereignissen durch die vier PETRA<sup>3</sup> Experimente nachgewiesen [28].

## 5.1 LPHD Hypothese

Im Rahmen der perturbativen QCD abgeleitete Vorhersagen können sich naturgemäß nur auf Partonen beziehen, wohingegen nur die aus ihnen gebildeten Hadronen experimentell beobachtbar sind. Auf einige Observablen, wie beispielsweise den totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt oder die Verteilung von Jets können die Ergebnisse der perturbativen QCD in guter Näherung direkt angewendet werden. Für weniger inklusive Observablen bleibt eine Abhängigkeit von der Energie  $Q_0$ , bei der der Übergang von der perturbativen Phase zur Hadronisierungsphase definiert wird. Allerdings wird diese Abhängigkeit bei infrarot- und kollinearitätssicheren Variablen für kleine  $Q_0$  vernachlässigbar. Dies sind Observablen, die auf die Abspaltung eines Teilchens mit verschwindender Energie (infrarot) oder verschwindendem Transversalimpuls (kollinear) nicht sensitiv sind. Dies ist beispielsweise für einige globale Ereignisformvariablen wie Thrust erfüllt. Observablen, die dieses Kriterium nicht erfüllen hängen explizit von dem Abschneideparameter  $Q_0$  ab. Dies sind in der Regel Observablen, die auf einzelne Teilchen bezogen sind, wie beispielsweise die Multiplizität. Die Hypothese der lokalen Parton–Hadron Dualität (LPHD) [30] besagt, daß die Spektren der Hadronen sich von denen der Partonen nur um einen Normierungsfaktor unterscheiden, wenn der Abschneideparameter  $Q_0$  klein genug gewählt wird, etwa in der Größenordnung der Hadronmassen. Dieses Konzept verletzt bei der Betrachtung von beispielsweise der Impulsverteilung direkt die Impulserhaltung, ist aber bei Observablen wie der Multiplizität der produzierten Teilchen anwendbar und erlaubt einen Rückschluß von der Messung hadronischer Observablen auf partonische Eigenschaften.

## 5.2 Rekombinationsalgorithmen

Um die einem Ereignis zugrundeliegende partonische Struktur aus dem hadronischen Endzustand zu rekonstruieren werden Algorithmen angewendet, die die Jets eines Ereignisses finden und Teilchen den einzelnen Jets zuordnen. Die so gefundenen Jets sollten in Anzahl und Dynamik die initialen Partonen eines Er-

---

<sup>3</sup>Positron-Elektron-Tandem-Ring-Anlage

eignisses widerspiegeln. Im Folgenden werden einige Rekombinationsalgorithmen vorgestellt.

### 5.2.1 Der Kegel-Algorithmus

Der Kegel-Algorithmus ist im Umfeld der Hadron-Hadron Kollisionsexperimente entwickelt worden. Er basiert auf der Idee, Kegel mit vorgegebener Öffnungsgröße so in einem Ereignis zu orientieren, daß sie die in dem Ereignis befindlichen Jets umschließen. Die innerhalb eines solchen Kegels gelegenen Spuren werden dem entsprechenden Jet zugeordnet. Da das Schwerpunktsystem von Ereignissen in Hadron-Hadron Kollisionen im Allgemeinen nicht das Laborsystem ist, sondern relativ zu diesem Entlang der Strahlachse bewegt ist, wird anstelle des Polarwinkels  $\theta$  die Pseudorapidität

$$\eta = -\ln(\tan(\theta/2)) \quad , \quad (5.1)$$

die additiv unter Lorentztransformationen entlang der Strahlachse ist, neben dem Azimutalwinkel  $\phi$  als Koordinate verwendet. Ausgehend von einigen Startpunkten, die anhand hoher Energiedeposition ausgewählt werden, werden Kegel mit festem Radius

$$R = \sqrt{\eta^2 + \phi^2} \quad (5.2)$$

verschoben, bis die Richtung der Kegelachse mit der Richtung der summierten Impulse innerhalb des Kegels übereinstimmt. Es gibt zahlreiche Variationen dieses Algorithmus, die insbesondere auch das Verhalten des Algorithmus bei Überlappung von Kegeln regeln.

Eine Angepaßte Variante des Kegel-Algorithmus wird vereinzelt auch in der  $e^+e^-$ -Annihilation verwendet [32]. Hierbei werden die Winkelkoordinaten  $\phi$  und  $\theta$  zur Kegeldefinition verwendet. Neben dem Kegelradius  $R$  ist die Minimalenergie eines Jets  $\epsilon$  ein freier Parameter des Algorithmus. Spurcluster mit einer kleineren Energie als der Minimalenergie werden nicht als Jets betrachtet und verworfen. Ein weiterer freier Parameter, der auf die Jetrekonstruktion allerdings nur eine geringe Auswirkung hat, ist der Energiebruchteil  $f$ , der die Vorgehensweise bei sich überlappenden Kegeln regelt.

Der Kegel-Algorithmus ist auf die Bedürfnisse der Hadron-Hadron Kollisionen zugeschnitten. So steigt beispielsweise der Rechenaufwand für die Jetrekonstruktion nicht derart stark mit der Zahl der in einem Ereignis vorkommenden Spuren an, wie dies bei den im weiteren diskutierten sukzessiven Rekonstruktionsalgorithmen

der Fall ist. Dies ist im wesentlichen in den Spurreichen Hadron-Hadron Kollisionen ein Vorteil. Ferner werden vom Kegel-Algorithmus im Gegensatz zu den meisten anderen Jetrekonstruktionsalgorithmen im Allgemeinen nicht alle Spuren eines Ereignisses einem rekonstruierten Jet zugeordnet. Im Falle von Hadron-Hadron Kollisionen, in denen es neben den in der harten Wechselwirkung produzierten Jets auch noch die Reste der ursprünglichen Strahlteilchen sowie unter Umständen eine Anzahl von Hintergrundereignissen gibt, ist dies durchaus sinnvoll. Andererseits ist gerade die Festlegung auf feste Kegelradien ein Nachteil bei der Untersuchung von Jeteigenschaften, da bekannt ist, daß beispielsweise Gluon- oder  $b$ -Quark Jets in der Regel breiter sind als die Jets leichter Quarks. Dies führt insbesondere bei der Zuordnung von Teilchen zu einem Jet zu einer gewissen Willkür. Aufgrund der ausgeprägten Spezialisierung des Kegel-Algorithmus auf das Umfeld von Hadron-Hadron Kollisionen wird dieser Algorithmus im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet.

### 5.2.2 Der Luclus-Algorithmus

Der Luclus-Algorithmus [35] gehört, wie auch die nachfolgend diskutierten Algorithmen, zur Gruppe der sukzessiven Rekombinationsalgorithmen. In diesen Algorithmen werden die Abstände zwischen allen möglichen Spurpaaren  $i, j$  mittels eines vorher definierten Abstandsmaßes  $y_{ij}$  berechnet und dasjenige Paar mit dem kleinsten Abstand mittels einer Rekombinationsvorschrift  $p_{ij}$  zu einem Pseudoteilchen zusammengefaßt. Die Prozedur wird iterativ unter den nun um eine verminderten Spuren fortgesetzt, bis der kleinste der berechneten Abstände  $y_{ij}$  größer als ein vorgegebener Maximalabstand  $y_{\text{cut}}$  wird. Die Pseudoteilchen, die nach dem letzten Iterationsschritt verblieben sind, werden mit den Jets identifiziert.

Der Leitgedanke des Luclus-Algorithmus ist es, Spuren mit dem kleinsten Abstand zu einer hypothetischen Jetachse miteinander zu kombinieren. Entsprechend ist sein Abstandsmaß als

$$d_{ij}^2 = \frac{2|\vec{p}_i|^2|\vec{p}_j|^2(1 - \cos \theta_{ij})}{(|\vec{p}_i| + |\vec{p}_j|)^2} \quad (5.3)$$

definiert, es entspricht dem Transversalimpuls zweier Spuren bezogen auf eine gemeinsame Jetachse. Das Abstandsmaß hat die Dimension GeV, kann aber auch durch das Normieren auf die sichtbare Energie  $E_{\text{vis}}$  eines Ereignisses dimensionslos definiert werden. Die Rekombination zweier Spuren wird über die Addition ihrer Viererimpulse durchgeführt.

Eine Besonderheit des Luclus-Algorithmus ist die Neuordnung der einzelnen Spuren zu den aktuell rekonstruierten Jets nach jedem erfolgten Rekombinationsschritt. Hierdurch ist gewährleistet, daß eine Spur immer demjenigen Jet zugeordnet ist, zu dem sie den geringsten Abstand hat. Neben dieser Neuordnung besitzt der Luclus-Algorithmus noch die Option des Vorbündelns (*preclustering*). Hierbei werden alle Spuren, die zu derjenigen Spur mit dem höchsten Impuls einen Abstand  $d_{ij} < d_{\text{init}}$  haben mit dieser Spur zusammengefaßt. Dieser Vorgang wird unter den verbleibenden Spuren iteriert, solange Abstände kleiner als  $d_{\text{init}}$  gefunden werden. Für Werte von  $d_{\text{init}}$ , die sehr viel kleiner sind als der Abschneidewert  $d_{\text{cut}}$ , an dem der Algorithmus beendet wird, hat das Vorbündeln keine relevanten Auswirkungen auf den erzielten Endzustand. Die Reduktion der Anzahl der vom eigentlichen Algorithmus zu behandelnden Spuren führt zu einer erheblichen Verringerung der zu berücksichtigenden Zweiteilchenkombinationen. Auf derzeitigen Computern fällt die hierdurch erzielte Rechenzeitersparnis jedoch nicht mehr ins Gewicht, sodaß auf diese Option verzichtet werden kann. Der Luclus-Algorithmus ist im Jetset-Simulationspaket enthalten. In den neueren Versionen des Simulationsprogrammes Pythia wird der Algorithmus als Pyclus bezeichnet, dennoch wird im weiteren stets die ursprüngliche Bezeichnung Luclus verwendet.

### 5.2.3 Der Jade-Algorithmus

Das Abstandsmaß des Jade-Algorithmus [33] ist mit

$$y_{ij}^{\text{Jade}} = \frac{2E_i E_j \cdot (1 - \cos \theta_{ij})}{E_{\text{vis}}^2} \quad (5.4)$$

gegeben. Dieser Ausdruck ist der invarianten Masse der zwei Spuren

$$m_{ij} = m_i^2 + m_j^2 + 2(E_i E_j - |\vec{p}_i| |\vec{p}_j| \cos \theta_{ij}) \quad (5.5)$$

ähnlich und für masselose Teilchen bis auf die Normierung damit identisch. Die naheliegende Wahl der invarianten Masse zweier Spuren als Abstandsmaß erweist sich allerdings als instabil, da bevorzugt Teilchen mit kleiner Energie geringe invariante Massen miteinander bilden, sodaß der Rekombinationsprozeß bei den schwach ausgeprägten Spuren beginnt und die energiereichen Spuren eines Ereignisses, von welchen man annimmt, daß sie die partonische Struktur der Ereignisses am besten wiedergeben, erst im späteren Verlauf des Prozesses berücksichtigt werden. Das Jade-Maß Gl. 5.4 hingegen nimmt für massebehaftete Teilchen mit wachsendem longitudinalimpuls der Teilchen weniger schnell zu als die invariante Masse, wodurch Energiereichere Teilchen eher in den Rekombinationsprozeß einbezogen werden. Dennoch tendiert der Jade-Algorithmus noch immer zu der



Bildung von künstlichen Jets aus niederenergetischen Spuren und zu der Fehlzuordnung niederenergetischer Spuren. Zur Rekombination zweier Spuren werden ihre Viererimpulse addiert. Es existieren weitere Varianten des Jade-Algorithmus, die sich in Einzelheiten von dem hier Beschriebenen unterscheiden:

- Im sogenannten **E-Schema** wird trotz der dargestellten Instabilitäten die invariante Masse Gl. 5.5 aufgrund ihrer Lorentzinvarianz als Abstandsmaß verwendet.
- Im **P-Schema** erfolgt die Rekombination zweier Spuren durch die Addition ihrer räumlichen Impulskomponenten, während die Energie des rekombinierten Pseudoteilchens zu  $E_{i+j} = |\vec{p}_i + \vec{p}_j|$  bestimmt wird, wodurch unter Verletzung der Energieerhaltung masselose Jets erzwungen werden.
- Im **E0-Schema** werden masselose Jets unter Verletzung der Impulserhaltung erzwungen, indem die räumlichen Impulskomponenten des rekonstruierten Pseudoteilchens mit dessen Energie reskaliert werden:

$$\vec{p}_{i+j} = E_{i+j} \frac{\vec{p}_i + \vec{p}_j}{|\vec{p}_i + \vec{p}_j|} \quad (5.6)$$

## 5.2.4 Der Durham-Algorithmus

Der Durham-Algorithmus [34] vermeidet die künstliche Sammlung niederenergetischer Spuren, indem als relevante Größe der Transversalimpuls der energieärmeren Spur eines Spurpaares bezogen auf die Richtung der energiereicheren Spur identifiziert wird. Dies führt zu dem Abstandsmaß

$$y_{ij}^{\text{Durham}} = \frac{2 \min(E_i^2, E_j^2) \cdot (1 - \cos \theta_{ij})}{s} \quad , \quad (5.7)$$

wobei der Faktor  $\sin \theta_{ij}$ , der in der Berechnung des Transversalimpulses auftaucht durch  $(1 - \cos \theta_{ij})$  ersetzt wurde, was für kleine Winkel  $\theta_{ij}$  eine gute Näherung darstellt, im Gegensatz zu  $\sin \theta_{ij}$  aber bis  $\theta_{ij} = 180^\circ$  monoton steigt, wodurch zwei Spuren, die in entgegengesetzte Richtungen fliegen, trotz eines unter Umständen kleinen Transversalimpulses ein großes Abstandsmaß zugeordnet wird. Die Rekombination der Spuren erfolgt ebenfalls durch Addition der Viererimpulse. Die Verwendung des Transversalimpulses anstelle der invarianten Masse zweier Spuren wurde insbesondere durch die Erkenntnis motiviert, daß die Abstrahlung weicher Gluonen exponentiell ist, wenn die Abstrahlungen nach dem Transversalimpuls, nicht aber, wenn sie nach der invarianten Maße geordnet sind.

### 5.2.5 Der angular ordered Durham Algorithmus

Der angular ordered Durham Algorithmus [36] verwendet dasselbe Abstandsmaß wie der Durham-Algorithmus, unterscheidet sich jedoch von diesem durch die Verwendung einer vom Abstandsmaß verschiedenen Ordnungsvariable  $v_{ij}$ , anhand derer entschieden wird, welche Spurpaarung zunächst betrachtet wird. Die Entscheidung, ob die Rekombination durchgeführt wird, wird weiterhin mittels des Abstandsmaßes  $y_{ij}$  gefällt. Die Ordnungsvariable ist durch den Ausdruck

$$v_{ij} = 2(1 - \cos \theta_{ij}) \quad (5.8)$$

gegeben. Da  $1 - \cos \theta = 2 \sin^2(\theta/2)$  gilt, werden die Spurpaarungen entsprechend der zwischen den Spuren eingeschlossenen Winkel abgearbeitet, was zu der Bezeichnung *angular ordered* Durham führte. Während der Durham-Algorithmus aufgrund seines Abstandsmaßes bevorzugt energiearme Spuren zuerst zur Rekombination mit anderen Spuren vorsieht, werden im angular ordered Durham dicht beieinanderliegende Spuren zuerst betrachtet. Dies reduziert zum einen die Tendenz, künstliche Jets um energiearme Spuren anzusammeln und entspricht zum anderen eher dem Bild des winkelgeordneten Partonschauers, in dem ein unter einem großen Winkel abgestrahltes Gluon kohärent sowohl vom ursprünglichen Parton als auch den unter kleineren Winkeln abgestrahlten Gluonen produziert wird, es also effektiv vor diesen abgestrahlt wird.

Es zeigt sich, daß der angular ordered Durham-Algorithmus bei gegebenem  $y_{\text{cut}}$  zu einer höheren Zweijetraterate und entsprechend einer niedrigeren Dreijetraterate als der Durham-Algorithmus führt. Dies kann als Anzeichen kleinerer Korrekturen höherer Ordnung des angular ordered im Vergleich zum standard Durham-Algorithmus gewertet werden, während die Exponenzierbarkeit des Durham-Algorithmus erhalten bleibt.

### 5.2.6 Der Cambridge-Algorithmus

Der Cambridge-Algorithmus [36] erweitert den angular ordered Durham-Algorithmus durch das vorzeitige entfernen relativ energiearmer Spuren aus dem rekombinationsprozeß. Die Schritte des Cambridge-Algorithmus sind im einzelnen:

1. Ist in der Liste der zu behandelnden Spuren nur noch ein Eintrag, so wird diese Spur als Jet aufgefaßt und der Algorithmus beendet.
2. Die Spuren  $i$  und  $j$  mit dem niedrigsten Wert  $v_{ij}$  werden gesucht. Durch die Definition von  $v$  entspricht dies dem Spurpaar mit dem kleinsten eingeschlossenen Winkel  $\theta_{ij}$

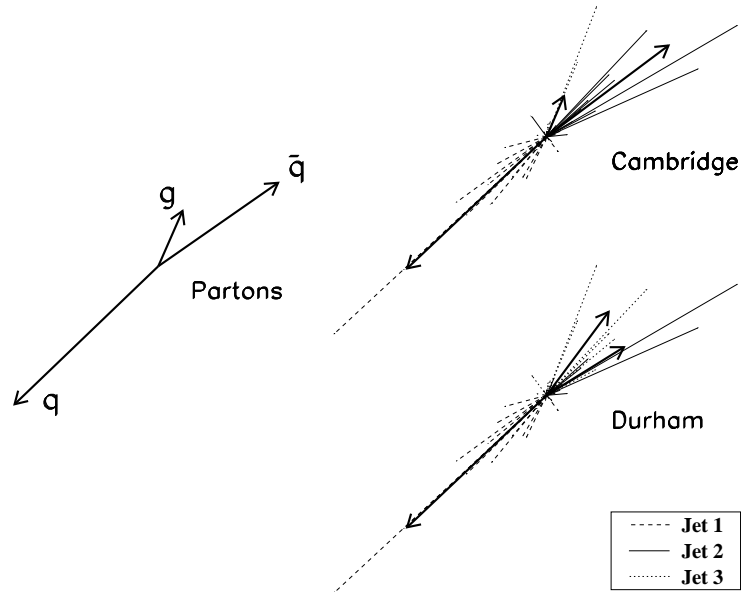


Abbildung 5.1: Die einem Dreijetereignis zugrundeliegende partonische Struktur und ihre Rekonstruktion aus dem hadronischen Endzustand mittels des Durham- und des Cambridge-Algorithmus<sup>7</sup>. Durch das vorzeitige Ausfrieren des Gluonjets wird der partonische Zustand besser rekonstruiert [37].

3. Die Testvariable  $y_{ij}$  wird mit einem gegebenen Abbruchwert  $y_{\text{cut}}$  verglichen:

$y_{ij} < y_{\text{cut}}$ : Die beiden Spuren  $i$  und  $j$  werden durch Addition ihrer Viererimpulse kombiniert und in der Liste der zu behandelnden Spuren durch die rekombinierte Spur ersetzt.

$y_{ij} \geq y_{\text{cut}}$ : Die Spur mit der kleineren Energie wird als vollständiger Jet betrachtet und aus der Liste der Spuren entfernt. Die andere Spur verbleibt in der Liste. Diesen Schritt bezeichnet man als *Soft Freezing*.

Die Idee des Soft Freezing ist es, schwächer ausgeprägte Jets in der Rekombination daran zu hindern, durch das Aufsammeln nahe liegender Spuren anderer stärker ausgeprägter Jets künstlich an Gewicht zu gewinnen. Dies ist exemplarisch in Abb. 5.1 dargestellt: Der Cambridge-Algorithmus entfernt den Gluonjet vorzeitig aus dem Rekombinationsprozeß, wodurch dieser weniger stark ausgeprägt ist als

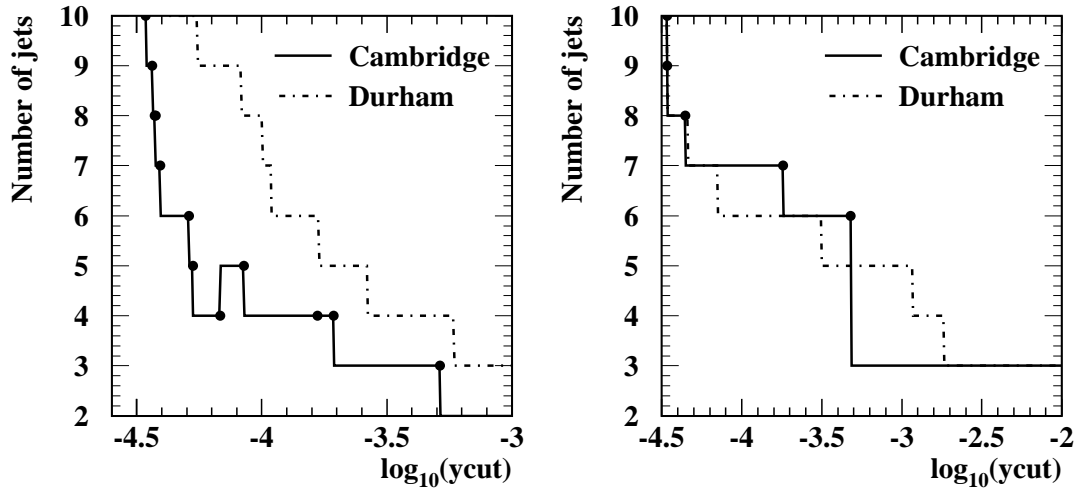


Abbildung 5.2: Die Anzahl der in einem Ereignis aufgelösten Jets in Abhängigkeit von  $y_{\text{cut}}$ . Während der Durham-Algorithmus eine mit größer werdendem  $y_{\text{cut}}$  monoton geringer werdende Anzahl von Jets auflöst und dabei jede Anzahl von Jets rekonstruiert, ändert sich die Anzahl der vom Cambridge-Algorithmus aufgelösten Jets im linken Beispiel nicht monoton, während im rechten Beispiel keine Konfiguration mit vier oder fünf Jets rekonstruiert werden kann [37].

bei Benutzung des Durham-Algorithmus'. Diese Rekombination kommt der dem Ereignis zugrundeliegenden Partonkonfiguration sehr viel näher als das Ergebnis des Durham-Algorithmus'. Die Eigenschaften des Cambridge-Algorithmus' sind in Monte-Carlo Simulationsstudien untersucht worden mit dem Ergebnis, daß der Cambridge-Algorithmus dem Durham-Algorithmus in Bezug auf Reproduktion des partonischen Zustandes aus den beobachteten Hadronen überlegen ist [36].

Durch die Benutzung einer von der Testvariablen verschiedenen Ordnungsvariablen und das vorzeitige Ausfrieren von Jets ist die Anzahl der in einem gegebenen Ereignis aufgelösten Jets nicht mehr in so einfacher Weise von  $y_{\text{cut}}$  abhängig wie in den zuvor behandelten Algorithmen. Während in den anderen sukzessiven Rekonstruktionsalgorithmen durch kontinuierliche Verkleinerung des gewählten  $y_{\text{cut}}$ -Wertes jede Anzahl von Jets in einem Ereignis beginnend bei eins bis hin zur Anzahl der in dem Ereignis vorhandenen Spuren in aufsteigender Folge aufgelöst werden kann, ist dies im Cambridge-Algorithmus im Allgemeinen nicht mehr möglich. Zum einen ist die Anzahl der aufgelösten Jets hier nicht mehr eine monoton fallende Funktion von  $y_{\text{cut}}$ , vielmehr kann es vorkommen, daß die Anzahl in einem Ereignis rekombinierter Jets bei größer werdendem  $y_{\text{cut}}$  wieder ansteigt. Zum anderen sind Spurkonfigurationen möglich, in denen es dem Cambridge-

Algorithmus unabhängig vom gewählten  $y_{\text{cut}}$  unmöglich ist, eine bestimmte vorgegebene Anzahl von Jets aufzulösen. Diese beiden Eigenschaften sind in Abb. 5.2 an zwei beispielhaften Ereignissen wiedergegeben. Dies macht die Definition eines Übergangswertes  $y_{m \rightarrow n}$ , bei dem ein Ereignis von einer Konfiguration mit  $m$  Jets in eine mit  $n$  Jets übergeht, schwierig.

Eine Methode, Übergangswerte  $y$  zu finden, bei denen eine Spurkonfiguration von einer Anzahl rekonstruierter Jets zu einer anderen übergeht, ist von Bengtvelsen und Mayer vorgeschlagen worden [37]. Hierzu werden in einer Spurkonfiguration zunächst mit einem groß gewählten Startwert  $y_{\text{init}}$ , der im Allgemeinen eins gesetzt wird, Jets rekonstruiert. Hierbei werden die auftretenden  $y_{ij}$  beobachtet und der größte auftretende Wert als  $y_{\text{max}}$  gespeichert. Für jeden Wert  $y_{\text{cut}} > y_{\text{max}}$  ist die aufzulösende Jetkonfiguration identisch mit der gefundenen. Der Wert  $y_{\text{max}}$  wird als ein Übergangswert gespeichert. Nun wird die Spurkonfiguration erneut dem Cambridge-Algorithmus unterworfen, wobei nun  $y_{\text{max}}$  als Schwellenwert  $y_{\text{cut}}$  verwendet wird. Dies wird bis zum Erreichen eines vorgegebenen Minimalwertes für  $y_{\text{max}}$  oder das Auflösen einer vorgegebenen Anzahl von Jets iteriert. Somit können alle Schwellenwerte  $y_{m \rightarrow n}$  bei denen ein Ereignis von Konfiguration mit  $m$  rekonstruierten Jets zu einer mit  $n$  Jets übergeht gefunden werden. Ebenso ist es hierdurch möglich, ein Ereignis in eine bestimmte Anzahl von Jets ohne Vorgabe eines  $y_{\text{cut}}$  aufzulösen, sofern dies dem Cambridge-Algorithmus möglich ist.

### 5.3 Bestimmung der Jetenergie

Betrachtet man ein Ereignis mit drei Jets 1, 2, 3 und den von ihnen eingeschlossenen Winkeln  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ , so liefert die Impulserhaltung zwei Beziehungen:

- Die Jetimpulse müssen in einer Ebene liegen, d. h.

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 = 2\pi \quad . \quad (5.9)$$

- Der Impulsbetrag eines beliebigen Jets kann durch den eines anderen ausgedrückt werden durch

$$p_i = p_j \frac{\sin \vartheta_i}{\sin \vartheta_j} \quad . \quad (5.10)$$

Nimmt man nun die Jets als masselos an, so ergibt sich weiterhin die Bedingung

$$\sqrt{s} = E_1 + E_2 + E_3 = p_1 + p_2 + p_3 \quad (5.11)$$

und man erhält als Energie des Jets  $i$  :

$$E_i = p_i = \sqrt{s} \frac{\sin \vartheta_i}{\sin \vartheta_1 + \sin \vartheta_2 + \sin \vartheta_3} \quad . \quad (5.12)$$

Experimentell ist diese Methode zur Bestimmung der Jetenergie der Summation der Energien der einem Jet zugeordneten Spuren vorzuziehen, da sie weniger sensitiv auf Fehlmessungen einzelner Spuren ist.

# Kapitel 6

## Perturbative Vorhersagen der QCD

Perturbative Vorhersagen können in der QCD prinzipiell analog zur Vorgehensweise in der QED in Störungsreihen nach Potenzen der Kopplung  $\alpha_s$  entwickelt werden.

$$R = R_0 + R_1 \cdot \alpha_s + R_2 \cdot \alpha_s^2 + \dots \quad (6.1)$$

Je nachdem wie viele der minimal zur Berechnung einer Observablen  $R$  benötigten Potenzen von  $\alpha_s$  berücksichtigt werden, bezeichnet man eine solche Entwicklung als Vorhersage *führender Ordnung* (LO), *nächstführender Ordnung* (NLO) u.s.w. Vorhersagen, die über NLO hinausgehen, sind in der QCD in der Regel aufgrund der Komplexität der Berechnungen nicht formuliert.

Anders als in der QED gewährleistet eine Berechnung genügend hoher Ordnung in der QCD nicht, daß der nachfolgende vernachlässigte Term klein gegen den letzten berücksichtigten ist, da auch die Koeffizienten  $R_i$  unter Umständen große Logarithmen der Energie enthalten können, sodaß eine höhere Potenz von  $\alpha_s$  durch den Koeffizienten wieder kompensiert werden kann. Aus diesem Grunde werden Reihen in der QCD häufig nach führenden Logarithmen der Energie entwickelt (*Leading Log Approximation*, LLA). Die Störungsreihe wird hierbei nach Termen

$$c_n \alpha_s^n \log^{2n} \left( \frac{\mu}{\Lambda} \right) \quad (6.2)$$

geordnet. Eine Observable bezeichnet man als exponenzierbar, wenn die Koeffizienten  $c_n$  derart beschaffen sind, dass sich die so entwickelte Reihe als Exponentialfunktion schreiben läßt. Hierdurch ist es dann möglich, die führenden

logarithmischen Terme aller Ordnungen  $\alpha_s$  aufzusummieren. Die Berücksichtigung der nachfolgenden logarithmischen Terme, also Termen der Art

$$c_n \alpha_s^n \log^{2n-1} \left( \frac{\mu}{\Lambda} \right) \quad , \quad (6.3)$$

führt zur sogenannten *Next to Leading Log Approximation* (NLLA).

In der LLA wird der Umstand, daß ein Parton durch die Abstrahlung eines Gluons Energie verliert, vernachlässigt. Hierdurch wird die Teilchenproduktion in der LLA oftmals überschätzt, dennoch ermöglicht die LLA eine gute qualitative Beschreibung der Prozesse. Die Berücksichtigung des Energieverlustes erfordert nicht nur die Betrachtung der führenden doppeltlogarithmischen Terme wie in Gl. 6.2, sondern auch die gleichzeitige Einbeziehung der führenden einzellogarithmischen Terme

$$c_n \alpha_s^n \log^n \left( \frac{\mu}{\Lambda} \right) \quad , \quad (6.4)$$

was zu einer großen Zahl zu berücksichtigender Interferenzterme führt. Da sich dieser Ansatz im nachhinein als eine eher einfache Erweiterung der LLA erweist, wird er im Allgemeinen als *Modified Leading Log Approximation* (MLLA) bezeichnet [20].

## 6.1 Produktion weicher Teilchen in Dreijeterereignissen

Ein Dreijeterereignis entsteht in der Elektron-Positron-Annihilation, indem ein Gluon von dem beim  $Z/\gamma$ -Zerfall entstandenen Quark-Antiquark-Paar unter genügend großem Winkel und mit ausreichend großer Energie abgestrahlt wird. Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß ist in führender Ordnung mit

$$\sigma_{q\bar{q}g} = \frac{4\pi}{s} \alpha^2 \sum_q Q_q^2 \int dx_q dx_{\bar{q}} C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \quad (6.5)$$

gegeben [38]. Die Terme vor dem Integral entstammen hierbei der Kopplung der Leptonen und der Quarks an das Photon (die Bildung eines intermediären  $Z$  ist hier nicht berücksichtigt), der Integrand hingegen spiegelt die Abstrahlung des Gluons wieder.  $x_q$  und  $x_{\bar{q}}$  bezeichnen die Energie in Einheiten der Strahlenergie, die nach der Abstrahlung des Gluons dem Quark bzw. dem Antiquark verbleiben. Der Integrand wird singulär bei Abstrahlung eines Gluons mit verschwindender



Energie ( $x_q = x_{\bar{q}} = 1$ ), sowie auch bei Abstrahlung eines Gluons kollinear mit dem Quark oder Antiquark, da ein kollinear zum Quark abgestrahltes Gluon unmittelbar  $x_{\bar{q}} = 1$  bedingt und umgekehrt.

Die Produktion von Teilchen erfolgt im wesentlichen durch die Abstrahlung von Gluonen durch die harten, primären Partonen. Während einige der produzierten Teilchen, insbesondere die sich relativ spät formierenden energiereichen Teilchen, eindeutig einem bestimmten Jet und damit einem bestimmten initialen harten Parton zugeordnet werden können, gibt es neben diesen Intrajetteilchen auch Interjetteilchen, die keinem einzelnen initialen Parton direkt zugeordnet werden können, sondern vielmehr kohärent von mehr als einem initialen Parton abgestrahlt wurden. Der Propagatorfaktor für die Abstrahlung eines Gluons von einem der drei initialen Partonen

$$\frac{\pm 1}{2\omega E(1 - v \cos \theta)} \quad (6.6)$$

wird groß für sehr niedrige Energien  $\omega$  des abgestrahlten Gluons.  $E$  und  $v$  bezeichnen die Energie und Geschwindigkeit des abstrahlenden Partons, sodaß für leichte Partonen mit  $v \simeq 1$  auch eine verstärkte Abstrahlung in Richtung des Partons ( $\theta \simeq 0$ ) gegeben ist. Zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes und damit der Wahrscheinlichkeit einer solchen Abstrahlung, wird die Summe über die Propagatoren 6.6 der drei initialen Partonen quadriert, sodaß der Wirkungsquerschnitt für die kohärente Abstrahlung eines Gluons proportional zu der Summe

$$\sum_{i,j \in \{Q, \bar{Q}, G\}} C_{ij} W_{ij} \quad (6.7)$$

ist.  $Q, \bar{Q}$  und  $G$  bezeichnen die initialen Partonen des Dreijetereignisses, die Strahlungsfunktion  $W_{ij}$  ergibt sich aus den Propagatorfaktoren zu

$$W_{ij} = \frac{\omega^2 p_i \cdot p_j}{p_i \cdot p_g p_j \cdot p_g} = \frac{1 - v_i v_j \cos \theta_{ij}}{(1 - v_i \cos \theta_{ig})(1 - v_j \cos \theta_{jg})} \quad , \quad (6.8)$$

wobei  $g$  das abgestrahlte Gluon bezeichnet. Der in 6.7 auftretende Farbfaktor  $C_{ij}$  wird aus den Farbladungen der beteiligten Partonen berechnet. Die Farbladung eines Partons wird als Vektor  $\vec{Q}$  im Farbraum aufgefaßt, wobei  $\vec{Q}_Q^2 = \vec{Q}_{\bar{Q}}^2 = C_F$  und  $\vec{Q}_G^2 = C_A$  gilt. Mit dieser Notation läßt sich der Farbfaktor als

$$C_{ij} = -\vec{Q}_i \cdot \vec{Q}_j \quad (6.9)$$

schreiben [38].

Betrachtet man die Abstrahlung eines weichen Gluons in die Richtung senkrecht zu der durch die drei initialen Partonen aufgespannten Ereignisebene (d.h.  $\cos\theta_{ig} = \cos\theta_{jg} = 0$ ), und nimmt masselose Partonen an (d.h.  $v_i = v_j = 1$ ), so vereinfacht sich die Strahlungsfunktion und man erhält

$$W_{ij} = 1 - \cos\theta_{ij} = 2 \sin^2\left(\frac{\theta_{ij}}{2}\right) . \quad (6.10)$$

Hieraus ergibt sich die Gluonabstrahlung senkrecht zur Ereignisebene in einem Dreijetereignis zu [39]

$$dN_{Q\bar{Q}G} = dN_{Q\bar{Q}} \cdot r_t \quad \text{mit} \quad (6.11a)$$

$$r_t = \frac{C_A}{4C_F} \left[ (1 - \cos\theta_{QG}) + (1 - \cos\theta_{\bar{Q}G}) - \frac{1}{N_C^2} (1 - \cos\theta_{Q\bar{Q}}) \right] . \quad (6.11b)$$

$dN_{Q\bar{Q}}$  ist hier die Gluonabstrahlung senkrecht zur Ereignisachse in einem Zweijetereignis. Der Wertebereich von  $r_t$  reicht von 1 bei einer zweijetartigen Konfiguration ( $\theta_{QG} = 0$  oder  $\theta_{\bar{Q}G} = 0$ ) bis zu  $C_A/C_F$  bei einer Konfiguration, in der das Gluon von einem kollinearen Quark-Antiquark-Paar abgestrahlt wird ( $\theta_{Q\bar{Q}} = 0$ ). Die ersten beiden Summanden von  $r_t$  können als die Abstrahlung von Gluonen durch die zwischen Quark und Gluon sowie zwischen Antiquark und Gluon aufgespannten Farbdipole interpretiert werden. Der letzte Summand hingegen liefert einen negativen Beitrag und stellt eine destruktive Interferenz dar, die im Grenzfall einer großen Anzahl von Farbladungen ( $N_C \rightarrow \infty$ ) verschwindet. Sie ist auch Ursache des sogenannten Stringeffektes, der Reduktion der Teilchenproduktion im Winkelbereich zwischen den beiden Quarkjets eines Dreijetereignisses durch destruktive Gluoninterferenzen.

## 6.2 Die Multiplizitätsverteilung

Die Gluonabstrahlung ist im Sinne der Quantenmechanik ein stochastischer Prozess, sodaß die Multiplizität, also die Anzahl der in einem Ereignis produzierten Teilchen, statistisch verteilt ist. Die sogenannte *Negative Binomialverteilung* hat sich als geeignet erwiesen, die Verteilung der Multiplizität zu beschreiben. Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit, daß ein Zufallsexperiment mit zwei möglichen Ausgängen, von denen einer die Wahrscheinlichkeit  $p$  besitzt, genau  $N$  mal wiederholt werden muß, bis dieser Ausgang genau  $k$ -mal eingetreten ist. Die Verteilung ist durch

$$P(X = N) = \binom{N+k-1}{k-1} p^k (1-p)^N \quad (6.12)$$

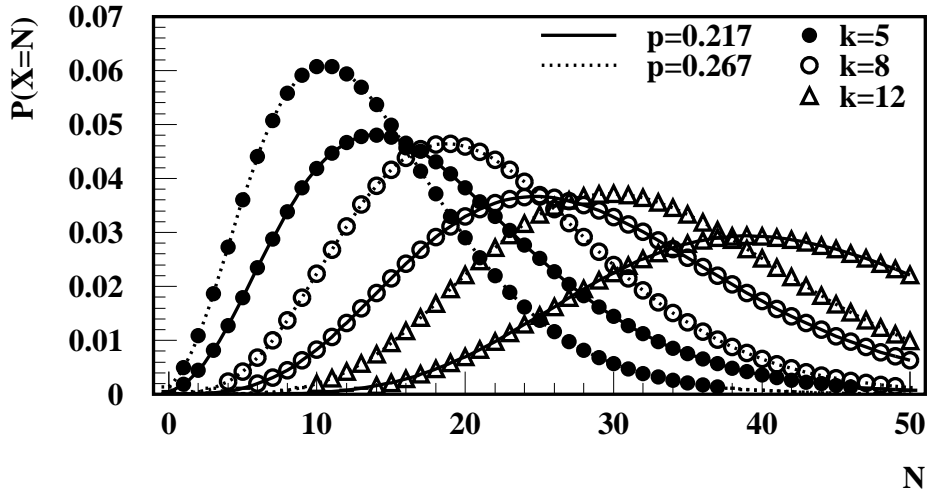


Abbildung 6.1: Die Negative Binomialverteilung für einige Werte der Parameter  $p$  und  $k$

gegeben [40]. Ihr Erwartungswert beträgt

$$\mu = k \frac{1-p}{p} \quad (6.13)$$

und ihre Varianz

$$\sigma^2 = k \frac{1-p}{p^2} = \frac{\mu}{p} \quad (6.14)$$

Ausgedrückt durch den Erwartungswert läßt sich die Negative Binomialverteilung als

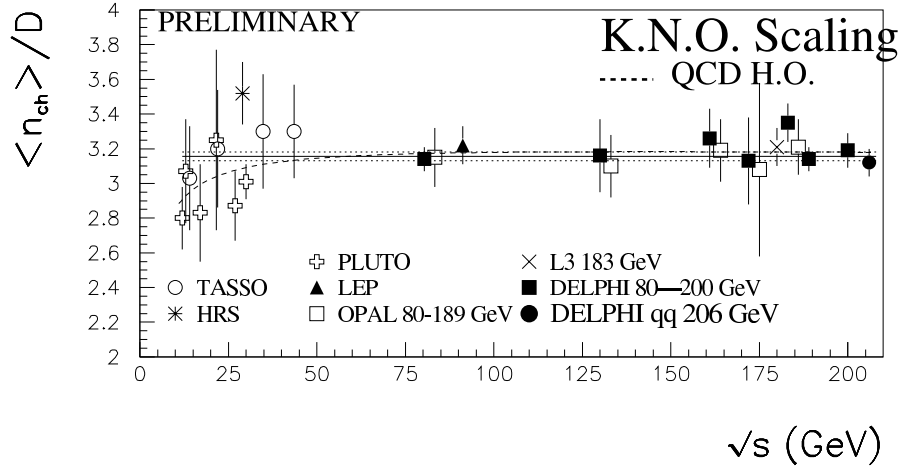
$$P(X = N) = \binom{N+k-1}{k-1} \left( \frac{\mu+k}{k} \right)^{-k} \left( \frac{\mu}{\mu+k} \right)^N \quad (6.15)$$

schreiben, wobei der Parameter  $k$  mit dem Erwartungswert und der Varianz über

$$k = \frac{\mu^2}{\sigma^2 - \mu} \quad (6.16)$$

verbunden ist.  $k$  kann im Zusammenhang der Teilchenproduktion als Anzahl der unabhängigen Strahlungsquellen interpretiert werden. In Abb. 6.1 ist die Negative Binomialverteilung für einige Werte der Parameter  $k$  und  $p$  gezeigt.

Die negative Binomialverteilung weist in der Parameteranpassung insbesondere aufgrund des auftretenden Binomialkoeffizienten numerische Instabilitäten auf.

Abbildung 6.2: Messungen von  $R_{\text{KNO}}$  bei verschiedenen Schwerpunktenenergien [43]

Zudem ist es für eine Anpassung der negativen Binomialverteilung beispielsweise an Multiplizitätsverteilungen notwendig,  $k$  auch kontinuierlich auffassen zu können. Dies wird durch die Stirlingsche Formel

$$n! \simeq e^{f(n)} \quad \text{mit} \quad f(n) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \log(n) - n + \frac{1}{2} \log(2\pi) \quad (6.17)$$

ermöglicht. Der Binomialkoeffizient in Gl. 6.12 und 6.15 läßt sich damit als

$$\binom{N+k-1}{k-1} = \frac{(N+k-1)!}{N!(k-1)!} \simeq e^{f(N+k-1)-f(N)-f(k-1)} \quad (6.18)$$

schreiben, was insbesondere die Subtraktion der Beiträge vor der Exponentiation ermöglicht.

Die Anzahl der abgestrahlten Gluonen erhöht sich mit der Schwerpunktenenergie des Ereignisses, sodaß sowohl die mittlere Multiplizität  $\mu$  als auch die Breite  $\sigma$  der Multiplizitätsverteilung energieabhängig sind. Koba, Nielsen und Olesen leiteten aus wenigen allgemeinen Annahmen über das Skalenverhalten von inklusiven Wirkungsquerschnitten ab, daß die Multiplizitätsverteilung asymptotisch für große Energien die Form

$$P(X = N) = \frac{1}{\mu} f\left(\frac{N}{\mu}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\mu^2}\right) \quad (6.19)$$

haben muß [41], wobei  $f$  eine beliebige, positive Funktion ist, für die die Bedin-

gungen

$$\int_0^{\infty} f(z) dz = 1 \quad \text{und} \quad \int_0^{\infty} f(z) z dz = 1$$

gelten, sodaß die Definition von  $P$  als Wahrscheinlichkeitsverteilung und  $\mu$  als Erwartungswert gewährleistet bleiben. Aus diesem als *KNO-scaling* bezeichnetem Verhalten folgt direkt, daß zwar Erwartungswert und Varianz der Multiplizitätsverteilung von der Energie abhängen, das Verhältnis

$$R_{\text{KNO}} = \frac{\mu}{\sigma} \tag{6.20}$$

hingegen Energieunabhängig ist<sup>1</sup>. Dieses Verhalten ist bereits vor der Herleitung durch Koba, Nielsen und Olesen experimentell beobachtet [42] und seither auch bei höheren Energien bestätigt gefunden worden (z.B. in [43]). Die Konstanz von  $R_{\text{KNO}}$  ist in Abb. 6.2 (aus [43] entnommen) dargestellt.

### 6.3 Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizität

Eine Fragmentationsfunktion  $D(x)$  gibt die Wahrscheinlichkeit an, ein Hadron mit dem Impulsbruchteil  $x = p_{\text{hadron}}/p_{\text{parton}}$  unter den Fragmentationsprodukten eines Partons zu finden. Die Fragmentationsfunktion besitzt eine logarithmische Energieabhängigkeit, die durch die Altarelli-Parisi Gleichung

$$\frac{\partial D_q(x, s)}{\partial \log s} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 P(y) D\left(\frac{x}{y}, s\right) \frac{dy}{y} \tag{6.21}$$

gegeben ist.  $P$  bezeichnet hierbei die in Gl. 3.33 – 3.35 gegebenen Splittingkernels. Die in Gl. 6.21 auftretenden Splittingkernels müssen entsprechend der Fragmentationsfunktion, deren Energieabhängigkeit bestimmt wird, ausgewählt werden. Zur Lösung von Gl. 6.21 betrachtet man die Mellin-Transformierte der Fragmentationsfunktion. Die Mellin-Transformation einer Funktion  $D(x)$  ist definiert als

$$M_i = \int_0^1 x^{i-1} D(x) dx \quad . \tag{6.22}$$

---

<sup>1</sup>Eine Herleitung hierzu findet sich im Anhang.

Das Moment  $M_1$  entspricht also direkt der mittleren Multiplizität. Die Lösung von Gl. 6.21 ist im Mellin-Raum mit

$$M_i(t) = M_i(0) \left[ \frac{\alpha_s(0)}{\alpha_s(t)} \right]^{\frac{\gamma_i}{2\pi b}} \quad (6.23)$$

gegeben, wobei

$$b = \frac{33 - 2N_f}{12\pi} = \frac{\beta_0}{4\pi} \quad (6.24)$$

und  $\gamma_i$  eine sogenannte anomale Dimension ist, welche sich aus den Splitting Kernels Gl. 3.33 – 3.35 zu

$$\gamma_i = \int_0^1 x^{i-1} P(x) dx \quad (6.25)$$

ergibt [44]. Die Momente  $M_i$  haben somit die allgemeine Form [45]

$$M_i(t^2) \propto C_i [g(t^2)] \exp \left( \int_{g(t_0^2)}^{g(t^2)} \frac{\gamma_i(g')}{\beta(g')} dg' \right) . \quad (6.26)$$

Hierbei ist  $g$  die renormalisierte Kopplung der starken Wechselwirkung, die mit der Kopplungskonstanten  $\alpha_s$  über deren Definition

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{g^2(\mu^2)}{4\pi} \quad (6.27)$$

in Beziehung gesetzt ist. Im Integranden steht ferner die aus der Renormierungsgruppengleichung Gl. 3.14 bekannte  $\beta$ -Funktion Gl. 3.15,  $C_i$  bezeichnet man als Koeffizientenfunktionen des  $i$ -ten Momentes. Singularitäten im Bereich von  $i = 1$  erschweren die Berechnung der Multiplizität. Reihenentwicklungen dieser Funktionen führen schließlich zu einem funktionalen Ausdruck für die mittlere Multiplizität:

$$\langle N(t^2) \rangle = a \cdot \alpha_s^b(t^2) \cdot \exp \left( \frac{c}{\sqrt{\alpha_s(t^2)}} \right) \cdot \left[ 1 + \mathcal{O} \left( \sqrt{\alpha_s(t^2)} \right) \right] \quad (6.28a)$$

Hierbei ist  $a$  eine perturbativ nicht berechenbare Normierung,

$$b = \frac{1}{4} + \frac{2 N_F}{3 \beta_0} \left( 1 - \frac{C_F}{C_A} \right) \quad \text{und} \quad (6.28b)$$

$$c = \sqrt{\frac{32\pi \cdot C_A}{\beta_0^2}} \quad (6.28c)$$

$n_f$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
3	0.280	-0.379	0.209
4	0.297	-0.339	0.162
5	0.314	-0.301	0.112

Tabelle 6.1: Die Koeffizienten  $a_i$  nach [47]

$n_f$	$r_1$	$r_2$	$r_3$
3	0.185	0.426	0.189
4	0.191	0.468	0.080
5	0.198	0.510	-0.041

Tabelle 6.2: Die Koeffizienten  $r_i$  nach [47]

mit  $\beta_0$  aus Gl. 3.36a [45, 46].

In einer neueren Veröffentlichung [47] wurde die Energieabhängigkeit der Multiplizität von Quarks und Gluonen aus erzeugenden Funktionen als eine Entwicklung in

$$r = \frac{\langle N_g \rangle}{\langle N_q \rangle} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{\langle N_g \rangle'}{\langle N_g \rangle}$$

abgeleitet.  $N_g'$  ist hier die Ableitung der Gluonmultiplizität nach dem Entwicklungsparameter

$$y = \log \left( \frac{p\Theta}{\Lambda} \right) \quad (6.29)$$

wobei  $\Theta$  den Öffnungswinkel der ersten Aufspaltung bezeichnet. Für die Betrachtung von Ereignismultiplizitäten läßt sich  $p\Theta \sim E$  annehmen.  $\Lambda$  ist eine effektive Energieskala, die nicht notwendig mit  $\Lambda_{\text{QCD}}$  aus Gl. 3.37 bzw. 3.38 übereinstimmt. Die Gluonmultiplizität ergibt sich in dieser Rechnung zu

$$\langle N_g(y) \rangle = k_g \cdot y^{-a_1 C^2} \cdot \exp [2C\sqrt{y} + \delta_g(y)] \quad (6.30)$$

Hierbei ist  $k_g$  eine konstante Normierung,  $C = \sqrt{4N_C/\beta_0}$  und

$$\delta_g(y) = \frac{C}{\sqrt{y}} \left[ 2a_2 C^2 + \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \{\log(2y) + 2\} \right] + \frac{C^2}{y} \left[ a_3 C^2 - \frac{a_1 \beta_1}{\beta_0^2} \{\log(2y) + 1\} \right] \quad (6.31)$$

Die  $a_i$  ergeben sich als Koeffizienten der Entwicklung von  $\gamma$ . Sie sind in Tab. 6.1 angegeben. Die Quarkmultiplizität ergibt sich zu

$$\langle N_q(y) \rangle = \frac{k_q}{r_0} \cdot y^{-a_1 C^2} \cdot \exp [2C\sqrt{y} + \delta_q(y)] \quad (6.32)$$

mit  $r_0 = C_A/C_F$  und

$$\delta_q(y) = \delta_g(y) + \frac{C}{\sqrt{y}} r_1 + \frac{C^2}{y} \left( r_2 + \frac{r_1^2}{2} \right) . \quad (6.33)$$

Die  $r_i$  sind entsprechend den  $a_i$  die Koeffizienten der Entwicklung von  $r$ . Sie sind in Tab. 6.2 angegeben.

Die Wahl der Entwicklungsparameter  $\gamma$  und  $r$  ist asymmetrisch in der Behandlung von Quarks und Gluonen, was dazu führt, daß die Gluonmultiplizität die theoretisch genauer beschriebene Größe ist.  $k_q$  und  $k_g$  sollten prinzipiell gleich sein, doch zeigt eine Betrachtung der Daten aus [85] in [47], daß  $k_g$  kleiner als  $k_q$  gewählt werden muß.

## 6.4 Das Verhältnis von Quark- und Gluonmultiplizität

Da die Abstrahlung von Gluonen durch die Splitting-Kernels Gl. 3.33 beziehungsweise Gl. 3.34 beschrieben wird, in denen als effektive Farbladungen die Farbfaktoren  $C_F$  und  $C_A$  auftreten, ist jeder solcher Vertex in einem System aus zwei Gluonen um den Faktor  $C_A/C_F$  gegenüber einem Quark-Antiquark-System erhöht [48]. Das tatsächliche Verhältnis der in Quark- bzw. Gluonjets produzierten Multiplizität

$$r = \frac{N_g}{N_q} \quad (6.34)$$

enthält zusätzliche Korrekturen zu dieser Erwartung und ist in führender Ordnung zu

$$r^{\text{LO}} = r_0[1 - r_1\gamma_0] \quad (6.35a)$$

mit

$$r_0 = \frac{C_A}{C_F} , \quad r_1 = \frac{1}{6} \left( 1 + \frac{n_f}{C_A} - \frac{2n_f C_F}{C_A^2} \right) , \quad \gamma_0 = \sqrt{\frac{2C_A\alpha_s}{\pi}} \quad (6.35b)$$

gegeben [49]. Die Einbeziehung nächstführender Korrekturen führt zu [46]

$$r^{\text{NLO}} = r_0[1 - r_1\gamma_0 - r_2\gamma_0^2] \quad (6.36a)$$



$N_f$	$\Lambda$
3	0.738
4	0.436
5	0.226

Tabelle 6.3: Die zur Berechnung von  $r$  benutzten Werte für  $\Lambda$ 

mit

$$r_2 = \frac{r_1}{6} \left( \frac{25}{8} - \frac{3 n_f}{4 C_A} - \frac{n_f C_F}{C_A^2} \right) \quad (6.36b)$$

sowie  $r_1$ ,  $r_0$  und  $\gamma_0$  aus Gl. 6.35b. Die Berechnung von  $r$  basiert hierbei auf einer Entwicklung der Mellin-Transformierten (s. Gl. 6.22) der Gluonabstrahlungswirkungsquerschnitte  $G(x, Q^2)$  und  $\tilde{G}(x, Q^2)$  in einem Quark- bzw. Gluonjet in Ausdrücken der anomalen Dimensionen und ihrer Koeffizientenfunktionen. Zur LO Vorhersage wird lediglich die erste Transformierte betrachtet, sodaß

$$r = \frac{\tilde{G}_1}{G_1} = \frac{\int_0^1 \tilde{G}(x, Q^2) dx}{\int_0^1 G(x, Q^2) dx} \quad (6.37)$$

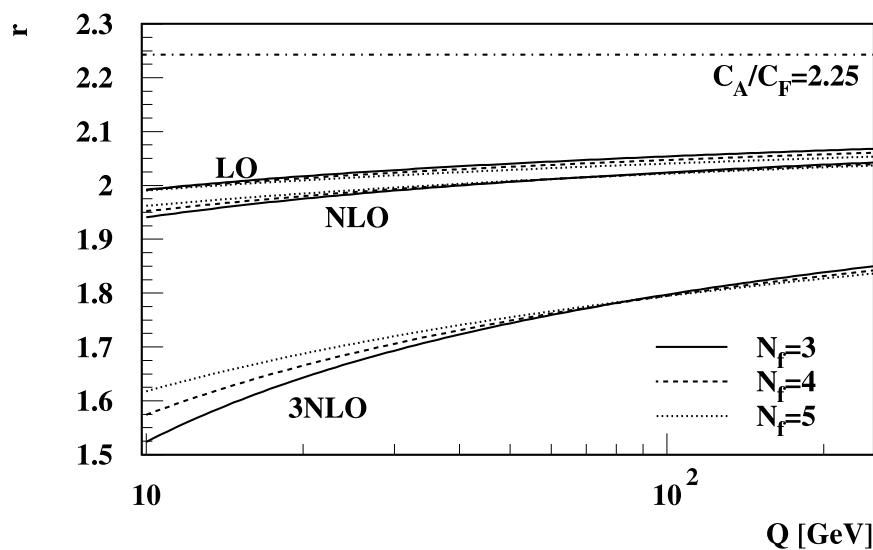
bestimmt wird. Der Umstand, daß sich die Korrekturen zu  $r$  durch  $\gamma_0$  als Entwicklung in  $\sqrt{\alpha_s}$  ergeben, ist auf die großen mit der Emission weicher Gluonen verbundenen Singularitäten zurückzuführen.

Eine als 3NLO bezeichnete Berechnung von  $r$  über erzeugende Funktionen unter Berücksichtigung der Energieerhaltung [50] ergibt

$$r^{3\text{NLO}} = r_0 [1 - r_1 \gamma_0 - r_2 \gamma_0^2 - r_3 \gamma_0^3] \quad (6.38)$$

Die Koeffizienten  $r_1$ ,  $r_2$  und  $r_3$  unterscheiden sich hierbei von den oben angegebenen. Sie sind in [47] berechnet und in Tab. 6.2 gegeben.

In Abb. 6.3 sind die Vorhersagen Gl. 6.35a, Gl. 6.36a und Gl. 6.38 dargestellt. Die Energieabhängigkeit ist lediglich durch  $\alpha_s$  in  $\gamma_0$  Gl. 6.35b gegeben. Die Variation der Anzahl der freien Quarkflavours  $N_f$  ist hier derart vorgenommen, daß  $\alpha_s(M_Z) = 0.118$  mittels Anpassung von  $\Lambda$  in Gl. 3.38 konstant gehalten wurde. Die sich für  $\Lambda$  ergebenden Werte sind in Tab. 6.3 gegeben. Die LO- und NLO-Korrekturen reduzieren  $r$  um  $\sim 10\%$  vom asymptotischen Wert  $C_A/C_F$ , während die 3NLO Rechnung eine deutlich größere Korrektur ergibt. Hierbei ist zu beachten, daß durch die Berücksichtigung der Energieerhaltung in der 3NLO Rechnung, die Differenz zwischen NLO und 3NLO nicht direkt als der Beitrag der zwei nachfolgenden Ordnungen in  $\alpha_s$  interpretiert werden kann. Experimentelle Messungen

Abbildung 6.3: Die Vorhersagen für  $r$  in LO, NLO und 3NLO

hingegen ergeben sehr viel kleinere Werte für  $r$ , wie einige Beispiele in Tab. 6.4 zeigen. Ein Grund hierfür sind unter anderem nichtperturbative Effekte, die bei zur Zeit experimentell erreichbaren Energien nicht vernachlässigbar sind. Dies ist in Abb. 6.4 verdeutlicht. Hier sind schematisch die Fragmentationsfunktionen von Quarks und Gluonen dargestellt. Im Bereich kleiner  $x$ , in dem der Hauptanteil der Multiplizität zu finden ist, ist aufgrund der unterschiedlichen Splittingkerns in Quark- und Gluonjets die Fragmentationsfunktion des Gluons in etwa das  $C_A/C_F$ -fache der Fragmentationsfunktion des Quarks. Dies kann nicht für alle  $x$  gelten, da mit

$$\int_0^1 D_g(x) x dx = \int_0^1 2.25 D_q(x) x dx = 2.25 > 1 \quad (6.39)$$

die Energieerhaltung verletzt wird. Um dies zu verhindern bricht die Fragmentationsfunktion des Gluons in einem einfachen Modell bei  $x_{\text{cut}}$  ab. Die im Bereich  $x > x_{\text{cut}}$  im Quarkjet erzeugte Multiplizität hat also keine Entsprechung im Gluonjet, sodaß durch diese zusätzliche Quarkmultiplizität das Multiplizitätsverhältnis  $r$  kleiner als  $C_A/C_F$  ausfällt. Bei ausreichend hoher Energie ist diese zusätzliche Multiplizität hingegen vernachlässigbar [51]. Die Energieabhängigkeit der durch Gluonabstrahlung produzierten Multiplizität hingegen sollte bereits bei sehr viel niedrigeren Energien von derartigen nichtperturbativen Beiträgen

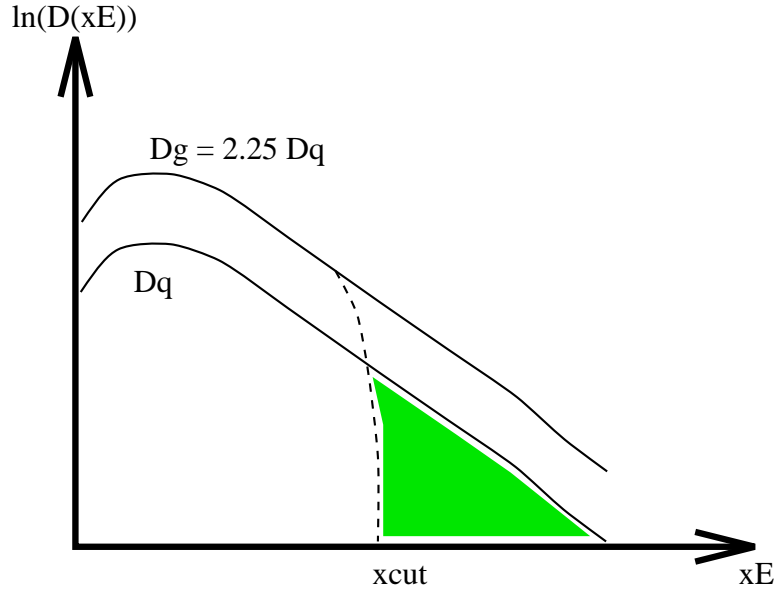


Abbildung 6.4: Die Fragmentationsfunktion von Quarks und Gluonen. Der unterlegte Bereich in der Quarkfunktion besitzt keine Entsprechung in der Gluonfunktion.

unabhängig sein, sodaß das Verhältnis

$$r^{(1)} = \frac{d \langle N_g \rangle / ds}{d \langle N_q \rangle / ds} \quad (6.40)$$

eine sehr viel bessere Observable darstellt. Diese in [52] vorgeschlagene Größe wurde zu

$$r^{(1)} \simeq \frac{r}{\rho_1} \quad (6.41a)$$

mit  $r$  aus Gl. 6.38 und

$$\rho_1 = 1 - \frac{\beta_0}{8C_A} r_1 \gamma_0^2 \left[ 1 + \left( a_1 + r_1 + \frac{2r_2}{r_1} \right) \gamma_0 + \left( \frac{2r_2 a_1}{r_1} + a_1 r_1 + 3r_2 + \frac{3r_3}{r_1} + a_2 + a_1^2 + r_1^2 + \frac{\beta_1}{4C_A \beta_0} \right) \gamma_0^2 \right] \quad (6.41b)$$

sowie den Koeffizienten  $r_i$  aus Tab. 6.2,  $a_i$  aus Tab. 6.1 und den  $\beta$ -Koeffizienten aus Gl. 3.36a und 3.36b berechnet [47].

Eine im Rahmen des Farbdipolmodells abgeleitete MLLA-Vorhersage [53] beschreibt die Multiplizitätsentwicklung in Farbsinglett-Systemen aus zwei Gluonen

HRS	[54]	$E_{\text{Jet}} = 9.7\text{GeV}$	$r = 1.29 \pm 0.2(\text{stat.})_{-0.20}^{+0.21}(\text{syst.})$
TASSO <sup>2</sup>	[55]	$E_{\text{Jet}} = 11\text{GeV}$	$r \simeq 1.$
OPAL	[56]	$E_{\text{Jet}} = 24.5\text{GeV}$	$r = 1.02 \pm 0.04_{-0.00}^{+0.06}$
OPAL	[57]	$E_{\text{Jet}} = 24\text{GeV}$	$r = 1.27 \pm 0.04 \pm 0.06$
OPAL	[58]	$E_{\text{Jet}} = 24\text{GeV}$	$r = 1.25 \pm 0.02 \pm 0.03 \quad (k_{\perp})$ $r = 1.10 \pm 0.02 \pm 0.02 \quad (\text{cone})$
OPAL	[59]	$E_{\text{Jet}} = 24\text{GeV}$	$r = 1.390 \pm 0.038 \pm 0.032$
ALEPH	[60]	$E_{\text{Jet}} = 24\text{GeV}$	$r = 1.249 \pm 0.084 \pm 0.022$
DELPHI	[61]	$\overline{E_{\text{Jet}}} = 24\text{GeV}$	$r = 1.241 \pm 0.015 \pm 0.025$
OPAL	[62]	$E_{\text{Jet}} = 39\text{GeV}$	$r = 1.552 \pm 0.041 \pm 0.061$
CLEO	[63]	$E_{\text{Jet}} < 3.5\text{GeV}$	$r = 1.04 \pm 0.02 \pm 0.05$

 Tabelle 6.4: Ein Überblick über bisherige Messungen von  $r$ 

beziehungsweise einem Quark-Antiquark-Paar. Hiernach ist die Energieabhängigkeit der Multiplizität eines Zwei-Gluon-Systems mit der eines Quark-Antiquark-Systems über

$$\left. \frac{dN_{gg}(L')}{dL'} \right|_{L'=L+c_g-c_q} = \frac{C_A}{C_F} \left( 1 - \frac{\alpha_0 c_r}{L} \right) \frac{d}{dL} N_{q\bar{q}}^h(L) \quad (6.42a)$$

in Beziehung gesetzt.  $L$  ist hierbei eine logarithmische Energieskala

$$L = \ln \left( \frac{s}{\Lambda^2} \right) \quad (6.42b)$$

und  $\alpha_0$  eine der Energieabhängigkeit beraubte Kopplungskonstante

$$\alpha_0 = \frac{6}{11 - 2N_f/C_A} \quad (6.42c)$$

Der durch Linearisierung überschätzte Phasenraum des Quark-Antiquark-Paares wird in der MLLA-Rechnung durch  $c_q$ , der des Zwei-Gluon-Systems durch  $c_g$

<sup>2</sup>„We do not observe any significant difference between the fragmentation of a gluon jet and that of a quark jet, both at 11GeV jet energies.“[125]

reduziert, die Korrekturen betragen

$$c_q = \frac{3}{2} \quad c_g = \frac{11}{6} \quad . \quad (6.42d)$$

Der Korrekturterm  $c_r$  entstammt der Korrektur auf den Energieverlust, den ein Parton bei der Abstrahlung eines Gluons erfährt, er wird mit

$$c_r = \frac{10}{27}\pi^2 - \frac{3}{2} \quad (6.42e)$$

bei einer Unsicherheit von  $\sim 10\%$  abgeschätzt [53].

## 6.5 Multiplizität von Dreijetereignissen

Zur Multiplizität eines Dreijetereignisses trägt neben den Quarkjets auch der Gluonjet bei. Aufgrund von Lorentzinvarianz und Kohärenzeffekten ist die zur Bestimmung des Gluonjetbeitrags relevante Skala nicht die Energie des den Jet initiiierenden Gluons, sondern sein Transversalimpuls. Die Definition des Transversalimpulses ist nicht eindeutig festgelegt, da insbesondere bei Abstrahlung eines energiereichen Gluons Quark und Antiquark des Ereignisses einen Rückstoß erfahren, sodaß keine Achse der Quarkimpulse mehr gegeben ist, gegen die der Transversalimpuls gemessen werden könnte. Eine mögliche Definition des Transversalimpulses, welche beispielsweise im Lund-Dipolmodell als Entwicklungsskala dient [64], ist

$$p_{\perp Lu}^2 = \frac{s_{qg}s_{\bar{q}g}}{s} \quad (6.43)$$

mit den invarianten Massen

$$s_{ij} = (p_i + p_j)_\mu (p_i + p_j)^\mu = 2E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij}) \quad (6.44)$$

wobei im letzten Schritt masselose Partonen angenommen wurden. In einer anderen, von der Leningrad-Gruppe vorgeschlagenen Definition [65] wird der Transversalimpuls gegen die Achse des Quark-Antiquark-Paares in dessen gemeinsamen Ruhesystem gemessen. Der Transversalimpuls ergibt sich hiernach zu

$$p_{\perp Le}^2 = \frac{s_{qg}s_{\bar{q}g}}{s_{q\bar{q}}} \quad . \quad (6.45)$$

Beide Definitionen des Transversalimpulses stimmen für die Abstrahlung weicher Gluonen überein, unterscheiden sich aber deutlich im Falle härterer Gluonen.

Während für  $p_{\perp Lu}$  mit  $\sqrt{s}/2$  eine obere Grenze gegeben ist, kann  $p_{\perp Le}$  aufgrund des topologieabhängigen Nenners beliebig hohe Werte annehmen und divergiert im Falle eines gegen ein kollineares Quark-Antiquark-Paar rückstoßenden Gluons. Analog zu der logarithmischen Skala Gl. 6.42b werden hier die logarithmischen Größen

$$\kappa_{Lu} = \log\left(\frac{p_{\perp Lu}^2}{\Lambda^2}\right) \quad , \quad \kappa_{Le} = \log\left(\frac{p_{\perp Le}^2}{\Lambda^2}\right) \quad \text{und} \quad L_{q\bar{q}} = \log\left(\frac{s_{q\bar{q}}}{\Lambda^2}\right) \quad (6.46)$$

definiert.

Der Umstand, daß in einem Dreijetereignis ein Gluonjet mit gegebenem Transversalimpuls  $\kappa_{\text{cut}}$  aufgelöst wurde, schränkt den den beiden Quarkjets und dem Gluonjet jeweils zur Verfügung stehenden Phasenraum ein. Wenn  $N_{q\bar{q}}(L)$  die mittlere Multiplizität eines sich frei entwickelnden Quark-Antiquark-Systems mit der Schwerpunktenenergie  $L$  bezeichnet, so ist die Multiplizität dieses Systems mit der Beschränkung der Gluonabstrahlung auf den Transversalimpulsbereich  $\kappa < \kappa_{\text{cut}}$  in MLLA mit

$$N_{q\bar{q}} = N_{q\bar{q}}(\kappa_{\text{cut}} + c_q) + (L - \kappa_{\text{cut}} - c_q) \left. \frac{dN_{q\bar{q}}(L')}{dL'} \right|_{L'=\kappa_{\text{cut}}+c_q} \quad (6.47)$$

gegeben [66].  $c_q$  ist hierbei die in Gl. 6.42d gegebene MLLA-Korrektur des Phasenraumes. Der erste Summand in Gl. 6.47 beschreibt die Entwicklung innerhalb zweier Kegel um die Flugrichtung des Quarks und des Antiquarks, in denen lediglich kinematische Phasenraumgrenzen die Gluonabstrahlung beschränken, während der zweite Term den zentralen Bereich des Phasenraumes beschreibt, in dem die Einschränkung  $\kappa < \kappa_{\text{cut}}$  zum tragen kommt, sodaß sich ein Plateau der Höhe  $N'_{q\bar{q}}(\kappa_{\text{cut}} + c_q)$  und der Breite  $(L - \kappa_{\text{cut}} - c_q)$  ausbildet. Im Falle des Gluonjets, dessen Entwicklungsparameter der Transversalimpuls selbst ist, ist die Multiplizitätsreduktion durch die Phasenraumbegrenzung vernachlässigbar, da mit  $\kappa_{Lu} \simeq \kappa_{\text{cut}}$  anstelle von  $L$  in LLA ( $c_q = c_g = 0$ ) das Plateau in Gl. 6.47 verschwindet und die Gesamtmultiplizität durch den uneingeschränkten ersten Summanden gegeben ist. Die Rekonstruktion eines Gluonjets mit einem vorgegebenen Auflösparameter  $y_{\text{cut}}$ , der sich vom tatsächlichen Transversalimpuls des Gluonjets unterscheiden kann, führt dazu, daß die Bedingung  $\kappa_{Lu} \simeq \kappa_{\text{cut}}$  nicht mehr notwendigerweise erfüllt ist. Um die uneingeschränkte Gluonmultiplizität zu erlangen, sollten Dreijetereignisse daher ohne einen expliziten Abbruchparameter  $y_{\text{cut}}$  des Rekombinationsalgorithmus rekonstruiert werden [66].

In einem Dreijetereignisse sind zwischen Quark und Gluon sowie zwischen Gluon und Antiquark zwei Farbdipole mit einer Rapiditätsausdehnung von  $L_{qg}$  bzw.  $L_{g\bar{q}}$  gespannt (Abb. 6.5). Aufgrund der unterschiedlichen Enden der Dipole wird

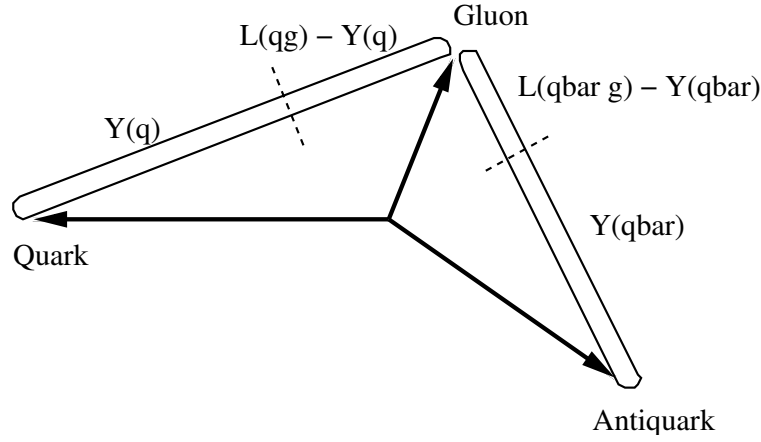


Abbildung 6.5: Die in einem Dreijetereignis gespannten Dipole und ihre Unterteilung in quarkartige ( $Y_q, Y_{\bar{q}}$ ) und gluonartige ( $L_{qg} - Y_q, L_{\bar{q}g} - Y_{\bar{q}}$ ) Anteile

sich ein Teil jedes Dipoles wie in einem Quark-Antiquark Ereignis, der andere Teil jedoch wie einer der zwei Dipole in einem Zwei-Gluon-System verhalten. Bezeichnet man die Rapiditätsausdehnung des quarkjetartigen Teils der Dipole mit  $Y_q$  und  $Y_{\bar{q}}$ , so verbleiben dem Gluonjet Dipolteile der Länge  $(L_{qg} - Y_q)$  und  $(L_{\bar{q}g} - Y_{\bar{q}})$ . Die Gesamtmultiplizität des Dreijetereignisses läßt sich damit als

$$N_{q\bar{q}g} = N_{q\bar{q}}(Y_q + Y_{\bar{q}}, \kappa_{Lu}) + \frac{1}{2}N_{gg}(L_{qg} - Y_q + L_{\bar{q}g} - Y_{\bar{q}}) \quad (6.48)$$

schreiben [66]. Identifiziert man nun die Skala des Beitrages durch das Quark-Antiquark-Paar mit der Energie dieses Paares [65]

$$Y_q + Y_{\bar{q}} = L_{q\bar{q}} \quad , \quad (6.49)$$

so ergibt sich für die Gesamtmultiplizität der Ausdruck [66]

$$N_{q\bar{q}g} = N_{q\bar{q}}(L_{q\bar{q}}, \kappa_{Lu}) + \frac{1}{2}N_{gg}(\kappa_{Le}) \quad . \quad (\text{Eden A})$$

Alternativ hierzu kann auch das Rapiditätsintervall  $L$ , das einem Quark-Antiquark-Paar ohne Ausbildung des Gluonjets zur Verfügung stünde, als quarkartiger Teil der Dipole aufgefaßt werden [67]

$$Y_q + Y_{\bar{q}} = L \quad , \quad (6.50)$$

sodaß sich für die Mutliplizität des Dreijetereignisses der Ausdruck [66]

$$N_{q\bar{q}g} = N_{q\bar{q}}(L, \kappa_{Lu}) + \frac{1}{2}N_{gg}(\kappa_{Lu}) \quad (\text{Eden B})$$

ergibt. Die Skala des jeweiligen Gluonanteils ergibt sich entsprechend des angenommenen Quarkanteils aus dem verbleibenden Rapiditätsintervall, da der Zusammenhang

$$L_{qg} + L_{g\bar{q}} = L_{q\bar{q}} + \kappa_{Le} = L + \kappa_{Lu} \quad (6.51)$$

gilt. Während in Gl. 6.49 dem Quark-Antiquark-System gerade die Energie beigemessen wird, die es besäße, wenn bei gleicher Topologie anstelle des Gluons ein Photon abgestrahlt worden wäre, stellt Gl. 6.50 ein extremes Szenario dar, in dem dem Quark-Antiquark-System der größtmögliche Anteil des Phasenraumes zugesprochen wird, während der verbleibende Rest als Gluonbeitrag interpretiert wird. Der Unterschied zwischen den beiden Parametrisierungen Gl. Eden A und Gl. Eden B wird in führender Ordnung als klein erwartet, doch nachfolgende Terme führen zu einem Unterschied von ca. einem Teilchen zugunsten von Gl. Eden B bei einer Energie von  $\sqrt{s_{q\bar{q}}} = 60\text{Gev}$  [66]. Dies liegt insbesondere daran, daß bei moderaten Energien  $r < 2$  ist, sodaß sich mit  $\frac{1}{2}N_{gg} < N_{q\bar{q}}$  die Multiplizität größer ergibt, wenn dem Quark-Antiquark-Paar ein größerer Teil des Phasenraumes zugesprochen wird.

Obwohl Eden A und Eden B mit der Summe der Multiplizität eines Quark-Antiquark-Ereignisses und der halben eines Zwei-Gluon-Ereignisses eine eher einfache Form besitzen, wurde der kohärenten Gluonabstrahlung durch ihre Ableitung im Rahmen des Farbdipolmodells Rechnung getragen. Dies findet Ausdruck in den entsprechend gewählten Entwicklungsskalen von  $N_{q\bar{q}}$  und  $N_{gg}$ .



# Kapitel 7

## Die Datenanalyse

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Teilchenproduktion in hadronischen Dreijetereignissen untersucht. Dies umfaßt zum einen die Betrachtung der geladenen Multiplizität ganzer Ereignisse, zum anderen die Betrachtung der in einem Kegel senkrecht zur Ereignisebene produzierten Multiplizität, beides in Abhängigkeit von der Topologie der Ereignisse.

Die zu analysierenden hadronischen  $Z$ -Zerfälle werden zunächst anhand von Qualitätskriterien ausgewählt. Mithilfe eines Verfahrens zur Suche sekundärer Vertizes in einem Ereignis, ist es möglich, Ereignisse mit initialen  $b$ -Quarks von anderen Ereignissen mit leichteren initialen Quarks zu diskriminieren. Die gefundenen hadronischen Ereignisse werden aufgrund ihrer Jettopologie klassifiziert, wobei eine Klasse von einfach symmetrischen Ereignissen gesondert betrachtet wird. Die in den jeweiligen Topologieklassen gefundenen Teilchenmultiplizitäten werden schließlich auf die begrenzte Detektoreffizienz und -auflösung korrigiert.

### 7.1 Spur- und Ereignisselektion

An die vom Detektor gemessenen Spuren werden zunächst Bedingungen gestellt, die eine ausreichende Präzision der Spurmessung gewährleisten. Das aus den akzeptierten Spuren gebildete Ereignis muß entsprechenden Ereignisschnitten genügen, durch die zum einen hadronische  $Z$ -Zerfälle gegen unerwünschte Untergrundereignisse, wie beispielsweise

- Strahl-Gas und Strahl-Wand Wechselwirkung,

- kosmische Strahlung,
- Zwei-Photon-Ereignisse,
- Bhabha Ereignisse oder
- leptonische Ereignisse

abgegrenzt werden, durch die zum anderen aber auch sichergestellt wird, daß das Ereignis selbst in ausreichender Qualität vermessen wurde. Schließlich werden an die in dem Ereignis rekonstruierte Jetstruktur weitere Qualitätsanforderungen gestellt.

Die Spuren elektrisch geladener Teilchen werden im wesentlichen in den Spurdetektoren (VD, ID, TPC, OD) registriert, wobei die Bestimmung der Teilchenenergie aus dem gemessenen Impuls und der Annahme der Pionmasse erfolgt. Die an die einzelnen geladenen Spuren gestellten Anforderungen sind in Tab. 7.1 zusammengestellt. Diese Schnitte entsprechen im wesentlichen den in vorangegangenen Arbeiten zu hadronischen Dreijetereignissen applizierten [68, 69, 70]. Die Forderung eines Polarwinkels der Spur, der mindestens  $20^\circ$  vom Strahlrohr abweicht, stellt sicher, daß die Spur innerhalb des empfindlichen Winkelbereichs des Detektors gelegen ist und gleichzeitig einen genügend großen Winkel mit dem Magnetfeld des Detektors einschließt, wodurch eine präzisere Bestimmung des Impulses der Spur ermöglicht wird. Ferner wird ein maximaler relativer Fehler der Impulsbestimmung von 100% gefordert. Durch die Forderung einer minimalen Spurlänge von 30cm wird neben einer ausreichenden Länge auch die Beteiligung der TPC als zentralem Instrument der Spurmessung im DELPHI-Experiment (vgl. Abs. 2.2) an der Rekonstruktion der betreffenden Spur bedingt, wodurch auch eine Messung der  $z$ -Komponente der Spur gegeben ist. Durch die Einschränkung der maximalen Impaktparameter  $\epsilon_{xy}$  und  $\epsilon_z$  werden insbesondere Teilchen, die einer Sekundärwechselwirkung entstammen, verworfen.

Variable	Schnitt
$p$	$\geq 0.4\text{GeV}/c$
$\theta_{\text{polar}}$	$20^\circ - 160^\circ$
$\epsilon_{xy}$	$\leq 5.0\text{cm}$
$\epsilon_z$	$\leq 10.0\text{cm}$
$L_{\text{Spur}}$	$\geq 30\text{cm}$
$\Delta p/p$	$\leq 100\%$

Tabelle 7.1: Anforderungen an geladene Spuren

Detektor	$E_{\text{min}}$ [GeV]	$E_{\text{max}}$ [GeV]
HPC	0.5	50
EMF	0.5	30
HAC	1.0	50

Tabelle 7.2: Energieschnitte auf Spuren ungeladener Teilchen

Variable	Schnitt
$E_{\text{geladen}}^{\text{Hemisph}}$	$\geq 0.03 \cdot \sqrt{s}$
$E_{\text{geladen}}^{\text{gesamt}}$	$\geq 0.12 \cdot \sqrt{s}$
$N_{\text{geladen}}$	$\geq 5$
$\theta_{\text{Sphärizität}}$	$30^\circ - 150^\circ$
$p_{\text{max}}$	$45\text{GeV}/c$

Tabelle 7.3: Ereignisbezogene Schnitte

Variable	Schnitt
$y_{\text{cut}}$	0.015
$\sum_{i=1}^3 \vartheta_i$	$> 355^\circ$
$E_{\text{sichtbar}}/\text{Jet}$	$\geq 5\text{GeV}$
$N/\text{Jet}$	$\geq 2$
$\theta_{\text{Jet}}$	$30^\circ - 150^\circ$

Tabelle 7.4: Schnitte auf die Jetstruktur

Auf elektrisch neutrale Teilchen sprechen hauptsächlich die Kalorimeter (HPC, EMF, HAC) an, der Impuls dieser Teilchen wird dann unter Annahme der Photonmasse<sup>1</sup> gleich der gemessenen Energie gesetzt. Die an die neutralen Spuren gestellten Anforderungen sind in Tab. 7.2 gegeben. Diese Energieschnitte sind direkt von der an der Messung beteiligten Detektorkomponente abhängig und dienen im wesentlichen der Verbesserung der Beschreibung der Daten durch die Monte-Carlo-Simulation.

An das aus den akzeptierten Spuren bestehende Ereignis werden die in Tab. 7.3 angeführten Anforderungen gestellt. Hierbei wird der Untergrund aus Zwei-Photon-Ereignissen und aus Strahl-Gas Wechselwirkungen durch Schnitte auf die summierte Energie der geladenen Spuren des Ereignisses unterdrückt. Darüber hinaus wird ein solcher Schnitt auch für die beiden Detektorhemisphären einzeln durchgeführt. Die Hemisphären werden hierbei durch die senkrecht zum Strahlrohr stehende und durch den Mittelpunkt des Detektors verlaufende Ebene getrennt. Ferner wird eine minimale Anzahl geladener Spuren gefordert, wodurch leptonische Ereignisse und kosmische Strahlung unterdrückt werden. Über einen Schnitt auf die Ausrichtung der Sphärizitätsachse wird erreicht, daß die berücksichtigten Ereignisse nicht zu sehr in Richtung des Vorwärtsbereichs des Detektors orientiert sind. Somit liegen die meisten Spuren im Akzeptanzbereich der TPC und des VD, wodurch eine möglichst saubere Vermessung des Ereignisses gegeben ist. Darüber hinaus werden Ereignisse, in denen Teilchen mit einem Impuls von mehr als  $45\text{GeV}$  gefunden worden sind, verworfen.

In den selektierten Ereignissen werden mit den vier Rekombinationsalgorithmen Durham, Luclus, Cambridge und Angular Ordered Durham (AoD) Jets rekonstruiert. Zur Analyse der geladenen Gesamtmultiplizität der Ereignisse geschieht dies ohne Beachtung eines Abschneideparameters  $y_{\text{cut}}$ , wodurch der Transver-

<sup>1</sup>Dies gilt auch für im HAC deponierte Energien

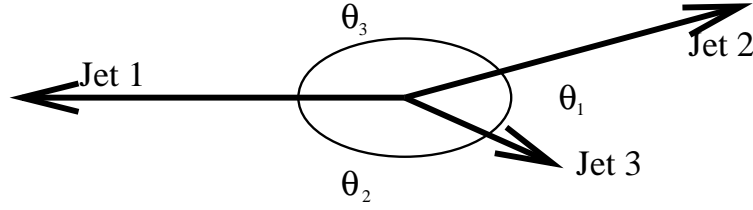


Abbildung 7.1: Zur Bezeichnung der Größen in einem Dreijetereignis

salimpuls des Gluonjets als die alleinige Entwicklungsskala des Gluonbeitrages betrachtet werden kann (s. Abs. 6.5). Hierdurch werden in jedem hadronischen Ereignis genau drei Jets rekonstruiert. Zur Analyse der Multiplizität senkrecht zur Ereignisebene hingegen wird ein Schnitt auf  $y_{\text{cut}}$  angewendet. Für die Algorithmen Durham, AoD und Cambridge beträgt dieser Schnitt  $y_{\text{cut}} = 0.015$ . Dies ist notwendig, um zum einen eine Abgrenzung zwischen Zwei- und Dreijetereignissen zu definieren, zum anderen aber auch, um Vierjetereignisse von der Analyse auszuschließen, da ein vierter, nicht rekonstruierter Jet, der in die betrachtete Richtung orientiert ist, die beobachtete Multiplizität unzulässig erhöhen würde, da dieser Beitrag in der betrachteten theoretischen Vorhersage nicht berücksichtigt wird (vgl. Abs. 6.1).

Die rekonstruierte Jetstruktur muß ebenfalls einigen Anforderungen genügen, welche in Tab. 7.4 angegeben sind. So stellt der minimale Winkel zwischen jedem Jet und dem Strahlrohr sicher, daß kein Jet direkt in die Vorwärtsrichtung des Detektors zeigt und so aufgrund der niedrigeren Akzeptanz in diesem Bereich schlecht vermessen ist. Der Schnitt auf die Summe der Zwischenjetwinkel gewährleistet die Planarität der selektierten Ereignisse.

## 7.2 Ereignistopologien

Aufgrund der Impulserhaltung müssen die Impulse der Jets eines Dreijetereignisses in einer gemeinsamen Ebene liegen. Durch Fehlmessungen einzelner Spuren ist dies in der Regel experimentell nicht exakt der Fall. Daher wird eine gemeinsame Ereignisebene durch die zwei Hauptachsen des Sphärizitätstensors

$$\Theta^{ab} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\text{part}}} p_i^a p_i^b}{\sum_{i=1}^{n_{\text{part}}} |\vec{p}_i|^2}, \quad (7.1)$$

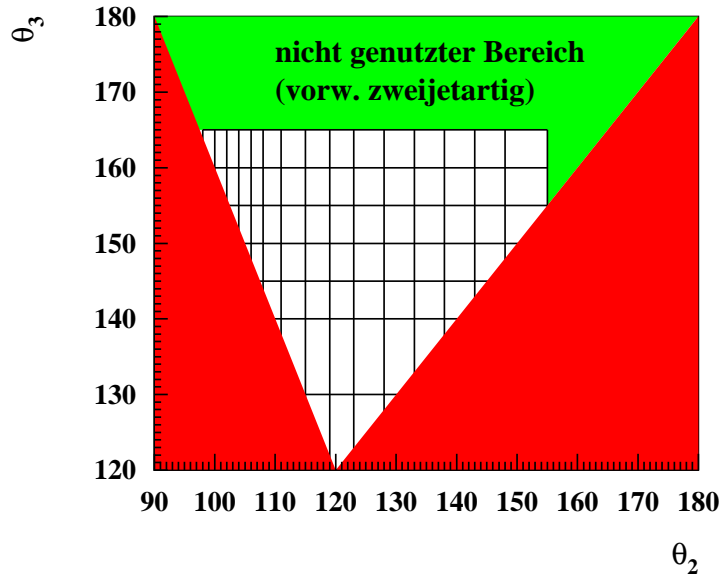


Abbildung 7.2: Der kinematisch zugelassene Bereich von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$

die die größten Eigenwerte besitzen, definiert und die Jets in diese Ebene projiziert.

Die Winkel zwischen den projizierten Jets werden als  $\vartheta_i$  bezeichnet, wobei die Winkel nach ihrer Größe geordnet sind:

$$\vartheta_1 \leq \vartheta_2 \leq \vartheta_3 \quad . \quad (7.2)$$

Die Jets werden nach denen ihnen gegenüberliegenden Zwischenjetwinkeln nummeriert (s. Abb. 7.1). Da sich mit Gl. 5.12 die Energie der Jets aus den Winkeln  $\vartheta_i$  direkt bestimmen läßt, ergibt sich daraus sofort eine Energieordnung der Jets:

$$E_{\text{Jet1}} \geq E_{\text{Jet2}} \geq E_{\text{Jet3}} \quad (7.3)$$

Da die Summe der in einer Ebene liegenden Zwischenjetwinkel  $360^\circ$  ergeben muß, ist die Topologie eines Ereignisses durch die Angabe von zwei Zwischenjetwinkeln vollständig bestimmt.

Die Ereignisse werden gemäß der beiden größeren Zwischenjetwinkel  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  klassifiziert. Die zur Klassifizierung benutzten Winkelintervalle sind in Tab. 7.5

$\vartheta_2$	]98; 100]	]100; 102]	]102; 104]	]104; 106]	]106; 108]	]108; 111]
	]111; 115]	]115; 119]	]119; 123]	]123; 128]	]128; 133]	]133; 138]
	]138; 143]	]143; 148]	]148; 155]			
$\vartheta_3$	]120; 130]	]130; 140]	]140; 145]	]145; 150]	]150; 155]	]155; 160]
	]160; 165]					

Tabelle 7.5: Die verwendete Einteilung der Winkel  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$ 

aufgeführt. Der kinematisch erlaubte Bereich wird durch Gl. 7.2 und die Winkelsumme eingeschränkt. So kann  $\vartheta_3$  grundsätzlich nur Werte zwischen  $120^\circ$  und  $180^\circ$  annehmen. Entsprechend ist  $\vartheta_2$  grundsätzlich auf Werte zwischen  $90^\circ$  und  $180^\circ$  beschränkt. In der von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  aufgespannten Ebene ergibt sich als erlaubter Bereich das in Abb. 7.2 gezeigte Dreieck. Die rechte Begrenzung ergibt sich direkt aus der Bedingung  $\vartheta_2 \leq \vartheta_3$ , die linke Begrenzung ist durch die Bedingung

$$\vartheta_3 \geq 360^\circ - 2\vartheta_2$$

gegeben, welche sich aus der Winkelsumme und der Winkelordnung  $\vartheta_1 \leq \vartheta_2$  ergibt.

Zusätzlich zu der beschriebenen Klassifizierung wird eine Klasse von einfach symmetrischen Ereignissen gesondert betrachtet. Diese Ereignisse erfüllen die Bedingung

$$\vartheta_3 = \vartheta_2 + \Delta\vartheta \quad \text{mit} \quad \Delta\vartheta \leq 5^\circ \quad .$$

Symmetrische Ereignisse können durch Angabe nur eines Winkels vollständig beschrieben werden, hierzu wird im folgenden der Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  benutzt. Symmetrische Dreijetereignisse wurden bereits in früheren Studien untersucht [68, 69, 70]. Durch die Symmetrieforderung ist zum einen die bestmögliche Ausprägung des schwächsten Jets gewährleistet, zum anderen sind mit Jet2 und 3 in einem symmetrischen Ereignis ein Quark- und (in den weit überwiegenden Fällen) ein Gluonjet mit gleichen kinematischen Rahmenbedingungen gegeben, wodurch direkte Vergleiche der Eigenschaften von Quark- und Gluonjets möglich werden. Durch die kinematische Gleichheit der beiden schwächeren Jets ist es bei Betrachtung des Gesamt ereignisses ferner nicht notwendig zu wissen, welcher dieser beiden der Gluonjet ist, wobei der Fall, daß der Gluonjet der energiereichste Jet des Ereignisses ist, aufgrund der Seltenheit dieses Falles nur eine geringe Korrektur darstellt.

In Abb. 7.3 werden für symmetrische Ereignisse die Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  vor und nach der Hadronisierung miteinander verglichen. Die Dreijetstruktur im Partoni-

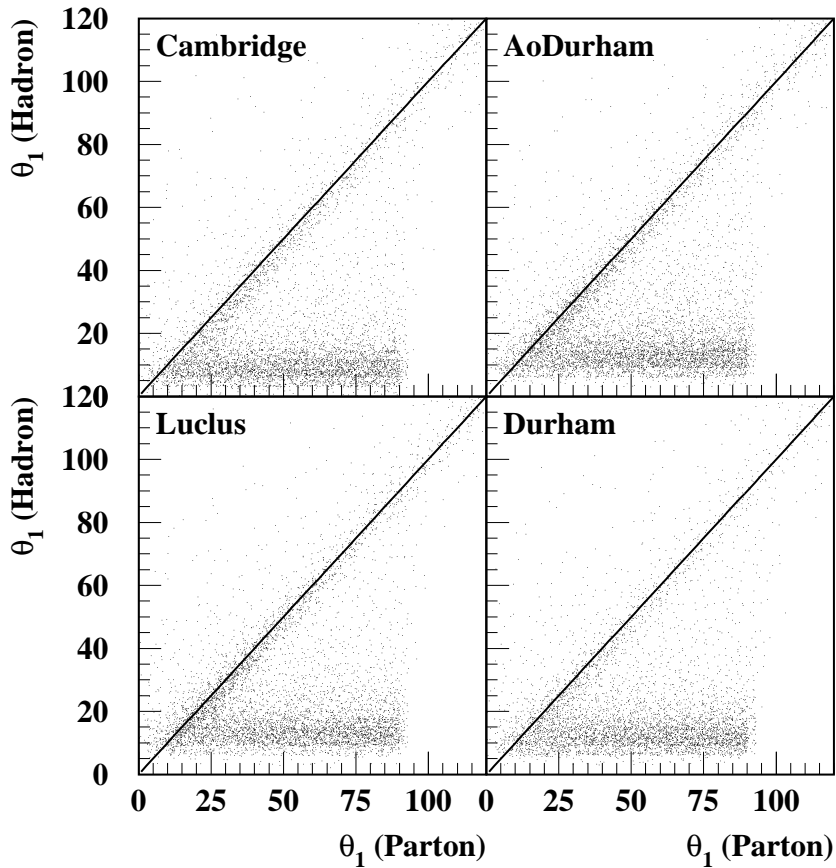


Abbildung 7.3: Vergleich der Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  in symmetrischen Dreijetereignissen vor und nach der Hadronisierung

schen Zustand wurde hierbei durch die drei Partonen nach der ersten Gluonabstrahlung definiert. Die Entscheidung, ob hierzu das erste vom Quark oder das erste vom Antiquark abgestrahlte Gluon berücksichtigt wird, wird anhand der invarianten Masse des Gluon-(Anti-)Quark-Paares entschieden, die Aufspaltung mit der höheren Masse wird berücksichtigt. Es ist zu beobachten, daß auf dem hadronischen Endzustand bestimmte Winkel  $\vartheta_1$ , die größer als  $\sim 20^\circ$  sind, in etwa den im partonischen Zustand gefundenen entsprechen. Unterhalb von  $20^\circ$  ist der partonische Öffnungswinkel nahezu unabhängig von dem im hadronischen Zustand gemessenen. Dies ist durch den Verzicht auf einen Abschneideparameter  $y_{\text{cut}}$  bei der Jetrekonstruktion zu verstehen. Durch das Erzwingen einer Dreijetstruktur wird in Zweijetereignissen ein dritter Jet durch das künstliche Aufspalten eines Jets erzielt, zwischen den zwei neuen Jets liegt in der Regel nur ein klei-

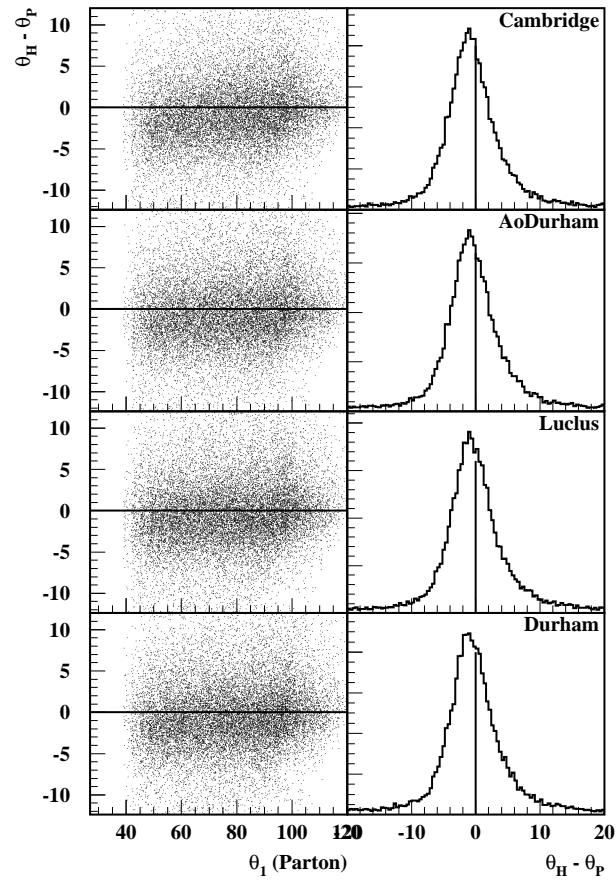


Abbildung 7.4: Vergleich der Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  in symmetrischen Dreijetereignissen vor und nach der Hadronisierung in allgemeinen Dreijetereignissen. In der Linken Spalte sind die Unterschiede zwischen hadronischem und partonischem Zustand in Abhängigkeit von dem im partonischen Zustand rekonstruierten Öffnungswinkel, in der rechten die Verteilung der Winkeldifferenzen insgesamt gezeigt.

ner Winkel. Da in einem Zweijetereignis kein hartes Gluon abgestrahlt wurde, das einen Jet initiiert, wird der Öffnungswinkel im partonischen Zustand durch ein relativ weiches Intrajetgluon definiert, welches mit der im hadronischen Zustand durchgeführten Jetaufspaltung in der Regel nicht in Zusammenhang steht. Der Abbruch des horizontalen Bandes bei einem partonischen Winkel von  $90^\circ$  ist ebenfalls mit der Abstrahlung vornehmlich weicher Gluonen in Zweijetereignissen zu begründen. Da sich bei der Abstrahlung eines solchen Gluons der Impuls des abstrahlenden Quark kaum ändert, beträgt der Winkel zwischen den Quarkimpul-



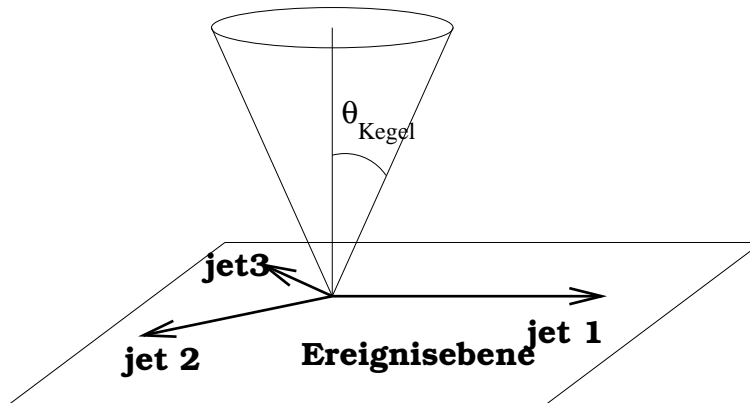


Abbildung 7.5: Kegel senkrecht zur Ereignisebene

sen auch nach der Abstrahlung  $\sim 180^\circ$ , wodurch der kleinste Zwischenjetwinkel nach oben durch  $180^\circ/2$  beschränkt wird. Daraus ist zu folgern, daß die symmetrischen Ereignisse mit  $\vartheta_1 < 20^\circ$  zweijetdominiert sind und daher nicht in die Analyse eingehen.

In Abb. 7.4 ist die Differenz der im partonischen und im hadronischen Zustand gemessenen kleinsten Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  für allgemeine Ereignisse, deren Zwischenjetwinkel  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  innerhalb des in Tab. 7.5 angegebenen Untersuchungsbereichs liegen, gezeigt. In der linken Spalte ist die Differenz abhängig von dem im hadronischen Zustand bestimmten Winkels  $\vartheta_1$  dargestellt. Es ist hier keine nennenswerte Abhängigkeit vom Öffnungswinkel zu bemerken. In der rechten Spalte ist die Verteilung der Winkeldifferenzen als Projektion gezeigt. Die Breite der Verteilung beträgt für alle vier Rekombinationsalgorithmen  $\sim 5^\circ$ . Dies entspricht der Intervallbreite in  $\vartheta_1$  für symmetrische Ereignisse, die Wahl einer kleineren Intervallbreite wäre nicht sinnvoll. Es ist weiterhin zu erkennen, daß die Verteilung nicht um Null zentriert, sondern zu negativen Differenzen hin verschoben ist. Dies zeigt, daß während der Hadronisierung nahe beieinanderliegende Jets dichter zusammengezogen werden, wodurch der Öffnungswinkel im hadronischen Zustand kleiner ist.

Insgesamt werden auf diese Weise 444818 Ereignisse allgemeiner und 150945 Ereignisse symmetrischer Topologie selektiert.

### 7.3 Multiplizität senkrecht zur Ereignisebene

Im Rahmen dieser Untersuchung soll die kohärent produzierte Multiplizität senkrecht zur Ereignisebene untersucht werden. Hierzu wird in einem Dreijetereignis die Multiplizität in einem Kegel mit Öffnungswinkel  $\theta_{\text{Kegel}}$  um die Hauptachse des Sphärizitätstensors Gl. 7.1 mit dem kleinsten Eigenwert betrachtet. Um die Analoge Größe in einem Zweijetereignis zu bestimmen, wäre dieselbe Vorgehensweise denkbar, da auch in einem Zweijetereignis aufgrund der räumlichen Verteilung der Teilchen in einem Jet eine Ereignisebene mathematisch wohldefiniert ist. Da die angenommene partonische Grundstruktur eines Zweijetereignisses jedoch nur aus zwei Partonen mit antiparallel ausgerichteten Impulsen besteht, ist eine solche Ebene physikalisch unsinnig und man erhielte durch dieses Verfahren eine systematisch zu kleine Multiplizität, da die betrachtete Sphärizitätsachse bevorzugt in die Richtung verringerter Spurdichte weist. Stattdessen wird in einem Zweijetereignis die Multiplizität in einem Kegel um eine zufällig orientierte Achse senkrecht zur Ereignisachse betrachtet. Als Ereignisachse wird hier die Sphärizitätsachse mit dem größten Eigenwert angenommen.

Zusätzlich zu den bisher beschriebenen Selektionskriterien werden für diese Analyse Dreijetereignisse, deren kleinste Sphärizitätsachse mit dem Strahlrohr einen Winkel von weniger als  $30^\circ$  einschließt, von der Analyse ausgeschlossen. Die in Zweijetereignissen zufällig gewählte Kegelachse wird solange verworfen, bis sich ein minimaler Winkel zum Strahlrohr von  $30^\circ$  ergibt. Es werden in beiden Fällen die Kegel beiderseits der Ereignisebene betrachtet.

Durch die zusätzlich an Ereignisse gestellte Bedingungen wird die Anzahl der Dreijetereignisse auf 309227 allgemeiner Topologie und auf 53344 symmetrischer Topologie reduziert. Die Anzahl der selektierten Zweijetereignisse beträgt 1031080.

### 7.4 Identifikation von $b$ -Ereignissen

Aufgrund der mit  $\sim 5\text{GeV}$  relativ hohen Masse des  $b$ -Quarks unterscheiden sich hadronische  $Z$ -Zerfälle mit einem initialen  $b\bar{b}$ -Paar von solchen mit leichteren initialen Quarks in zahlreichen Eigenschaften, insbesondere ergibt sich durch die hohe Zahl von Zerfallsprodukten der  $B$ -Mesonen ein zusätzlicher, nicht durch die starke Wechselwirkung bedingter Multiplizitätsbeitrag. In dieser Analyse wird die zusätzlich Multiplizität in Ereignissen mit initialen  $b$ -Quarks rechnerisch berücksichtigt. Zusätzlich werden Ereignisse mit nur leichten initialen Quarks gesondert betrachtet. Im Weiteren wird eine hierfür notwendige Methode zur Identifikation

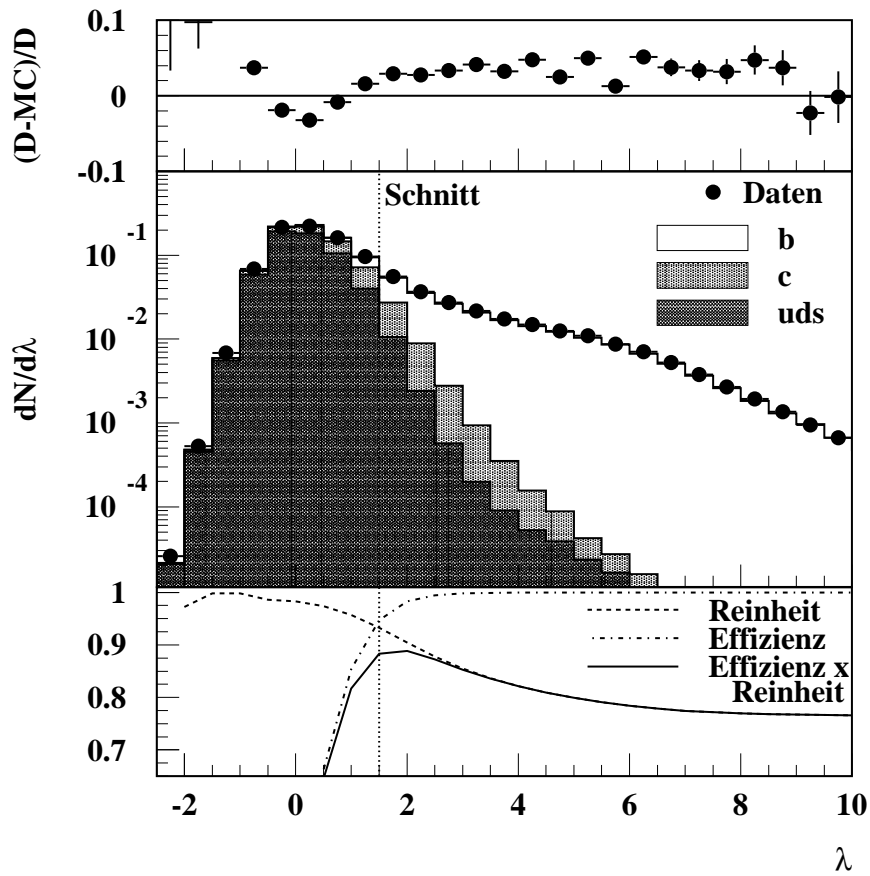


Abbildung 7.6: Die Verteilung der Diskriminationsvariablen  $\lambda = -\log_{10}(y)$  für  $b$ -,  $c$  und  $uds$ -Ereignisse. Im Unteren Teil der Abbildung ist die Reinheit der selektierten  $udsc$ -Ereignisse und die Effizienz der Selektion in abhängigheit vom Schnittwert gezeigt.

von Ereignissen mit initialen  $b$ -Quarks, die für das Studium der Eigenschaften von  $b$ -Quarks entworfen wurde, der sogenannte *kombinierte  $b$ -Tag* [71], erläutert.

Für eine beliebige Diskriminationsvariable  $x$ , die in Signal- und Untergründereignissen unterschiedlichen Verteilungen  $f^S(x)$  und  $f^U(x)$  folgt, betrachte man das Verhältnis

$$R(x) = \frac{f^U(x)}{f^S(x)} \quad (7.4)$$

und nehme zunächst an,  $R(x)$  sei eine monoton mit  $x$  steigende Funktion. Durch die Annahme der Monotonie ist gewährleistet, daß eine Vergrößerung des zur Se-

lektion der verwendeten Bereiches in  $x$  hin zu kleineren Werten die Effizienz der Selektion und die Reinheit der selektierten Ereignisse vergrößert. Eine Untergrenze des Selektionsintervalls ist somit nicht sinnvoll und man erhält als Selektionsbedingung für eine gewünschte Effizienz  $\epsilon_0$  die einfache Forderung  $x < x_0$ , wobei  $x_0$  durch

$$\epsilon_0 = \int_{x < x_0} f^S(x) dx \quad (7.5)$$

gegeben ist. Für den allgemeinen Fall, daß  $R(x)$  eine beliebige Funktion von  $x$  ist, läßt sich  $x$  in eine neue Variable  $y = f^U(x)/f^S(x)$  transformieren, für die man  $R(y) = y$  wieder als monoton steigende Funktion findet.

Besitzt man nun  $n$  Diskriminationsvariablen  $x_i$ , so läßt sich entsprechend eine gemeinsame Diskriminationsvariable

$$y = \frac{f^U(x_1, \dots, x_n)}{f^S(x_1, \dots, x_n)} \quad (7.6)$$

mit dem gewünschten Monotonieverhalten definieren. Im Falle unabhängiger  $x_i$  ergibt sich  $y$  zu

$$y = \prod_i y_i \quad \text{mit} \quad y_i = \frac{f_i^U(x_i)}{f_i^S(x_i)} \quad (7.7)$$

Im Allgemeinen sind die gewählten Variablen nicht völlig unabhängig voneinander, doch da es technisch sehr schwierig ist,  $y$  nach Gl. 7.6 für mehr als zwei abhängige Variablen zu bestimmen, werden die Variablen in Näherung als unabhängig angenommen. Auf diese Weise ergibt sich mit  $y$  eine Diskriminationsvariable, die die kombinierten Informationen der  $n$  Variablen  $x_i$  enthält und die der einfachen Selektionsbedingung  $y < y_0$  genügen muß, wobei  $y_0$  durch die gewünschte Selektionseffizienz gegeben ist.

Im Folgenden werden die zur Diskrimination von  $b$ -Ereignissen verwendeten Variablen im einzelnen erläutert.

**Die Jetlebensdauer-Wahrscheinlichkeit  $P_j^+$ :** Aufgrund der relativ großen Lebensdauer von  $B$ -Mesonen legen diese vor ihrem Zerfall eine makroskopische Flugstrecke zurück, welche in der Größenordnung von einigen Millimetern liegt. Der Zerfall eines  $B$ -Mesons findet also i.A. in einem vom primären Vertex verschiedenen sekundären Vertex statt. Durch die große Masse der  $B$ -Mesonen besitzen die Zerfallsprodukte hohe Transversalimpulse, wodurch bei genügend präziser Vermessung der Spuren der sekundäre Vertex rekonstruiert werden kann. Die

Jetlebensdauer-Wahrscheinlichkeit wird aus den minimalen Annäherungen der Spuren eines Jets bzw. einer Ereignishemisphäre an den primären Vertex gebildet und gibt die Wahrscheinlichkeit an, daß alle betrachteten Spuren aus dem primären Vertex stammen. Für Ereignisse mit initialen  $b$ -Quarks ist diese Wahrscheinlichkeit aufgrund des sekundären Zerfallsvertex' klein, während sie für Ereignisse mit leichten initialen Quarks größere Werte annimmt. Ereignisse mit initialen  $c$ -Quarks weisen allerdings durch die Lebensdauer der aus den  $c$ -Quarks gebildeten Hadronen ebenfalls gehäuft niedrige Werte von  $P_j^+$  auf, dies jedoch nicht so ausgeprägt wie  $b$ -Ereignisse.

**Die Masse des sekundären Vertex:** Dies ist die invariante Masse der einem sekundären Vertex zugeordneten Spuren. Durch die hohe Masse des zerfallenden  $B$ -Mesons ist die rekonstruierte Masse in  $b$ -Ereignissen deutlich höher als in anderen Ereignissen und kann der Masse des  $B$ -Mesons entsprechend bis zu  $5\text{GeV}$  betragen, während die Masse des sekundären Vertex in  $c$ -Ereignissen durch die Masse des  $D$ -Mesons auf weniger als  $1.8\text{GeV}$  beschränkt ist.

**Die Rapidität der Zerfallsprodukte:** Die auf die entsprechende Jetachse bezogenen Rapiditäten der einem sekundären Vertex zugeordneten Spuren sind aufgrund der höheren Masse des  $B$ -Mesons im Vergleich zum  $D$ -Meson in  $b$ -Ereignissen niedriger als in  $c$ -Ereignissen. In Ereignissen mit initialen  $uds$ -Quarks ist der sekundäre Vertex fälschlich im wesentlichen durch energiearme Spuren rekonstruiert, sodaß hier eine Verschiebung zu sehr niedrigen Rapiditäten zu beobachten ist.

**Der Energiebruchteil, der im sekundären Vertex enthalten ist:** Der Bruchteil der Energie eines Jets oder einer Ereignishemisphäre, die in den Spuren, die einem sekundären Vertex zugewiesen wurden versammelt ist entspricht in  $b$ - bzw.  $c$ -Ereignissen der Energie des  $B$ - bzw.  $D$ -Mesons, welche durch die Fragmentationsfunktion des  $c$ - bzw.  $b$ -Quarks gegeben ist. Die Fragmentationsfunktion des  $b$ -Quarks ist härter als die des  $c$ -Quarks, wodurch der gemessene Energiebruchteil in  $b$ -Ereignissen im Mittel größer als in  $c$ -Ereignissen ist. In  $uds$ -Ereignissen ist der Energiebruchteil im Mittel niedrig. Dennoch gibt es einen großen Überlapp zwischen den einzelnen Verteilungen, sodaß die Unterscheidungskraft dieser Variablen geringer als die der anderen diskutierten ist. Dennoch trägt auch eine nur schwache Unterscheidungsvariable zur Verbesserung der kombinierten Selektion bei.

Sollten sekundäre Vertizes nicht in ausreichender Qualität rekonstruiert werden können, so wird nur eine reduzierte Anzahl von Observablen, wie beispielsweise die Lebensdauer-Wahrscheinlichkeit, benutzt [72]. In Abb. 7.6 ist die Verteilung der Diskriminationsvariablen  $\lambda = -\log_{10}(y)$  für  $b$ -,  $c$ - und  $uds$ -Ereignisse ge-

zeigt. Es ist eine deutliche Anreicherung der  $b$ -Ereignisse bei hohen Werten von  $\lambda$  zu beobachten, währen bei niedrigen Werten von  $\lambda$  Ereignisse mit leichten initialen Quarks dominieren. Im unteren Teil der Abbildung ist in Abhängigkeit vom Selektionswert die Reinheit der selektierten Ereignisse und die Effizienz der Selektion dargestellt. Der gewählte Selektionswert von  $\lambda_0 = 1.5$  liegt nahe dem Maximum des Produktes von Reinheit und Effizienz, leicht verschoben zu höherer Selektionsreinheit.

## 7.5 Korrekturen

Durch die begrenzte Effizienz eines Detektors und in geringerem Mae durch die angewendeten Schnitte ist es notwendig, die gemessenen Daten auf diese Effekte hin zu korrigieren. Diese Akzeptanzkorrektur wird mithilfe simulierter Ereignisse durchgeführt, die eine Detektorsimulation durchlaufen haben wie in Abs. 2.3 geschildert.

Eine multiplikative Akzeptanzkorrektur ist die einfachste Korrekturmöglichkeit. Hierbei wird die für eine Topologiekategorie gemessene Teilchenzahl mit einem der Simulation entnommenen Korrekturfaktor multipliziert:

$$\text{Daten}_{\text{korrigiert}} = \text{Daten}_{\text{gemessen}} \cdot \frac{(\text{Monte - Carlo})_{\text{generiert}}}{(\text{Monte - Carlo})_{\text{akzeptiert}}} . \quad (7.8)$$

Als *generiert* wird die Megroe in der Simulation, als *akzeptiert* hingegen die Megroen nach Durchlaufen der Detektorsimulation und der Analyskette bezeichnet.

Die geladene Multiplizität eines Ereignisses hängt davon ab, welche Teilchen als stabil und welche als instabil im Rahmen des Experimentes angesehen werden. Während die meisten instabilen Hadronen nach kurzer Zeit meist noch innerhalb des Strahlrohres zerfallen, legen insbesondere das  $K_s^0$  und Hyperonen wie das  $\Lambda^0$  unter Umständen relevante Flugstrecken innerhalb des Detektors zurück. Da diese Flugstrecken in der Detektorsimulation berücksichtigt werden müssen, werden diese Teilchen in der QCD-Simulation zunächst als nicht zerfallen deklariert, der Zerfall wird gegebenenfalls anschlieend simuliert. Abhängig davon, ob diese Teilchen vor ihrem Zerfall von einem Kalorimeter absorbiert werden, erscheinen sie im Wuppertaler Datenformat MINI als stabile Teilchen. Da es üblich ist, die Multiplizität eines Ereignisses unter der Annahme zu definieren, da alle  $K_s^0$  und  $\Lambda^0$  zerfallen sind, mu in denjenigen generierten Ereignissen, in denen dies nicht der Fall ist, der Zerfall dieser Teilchen nachträglich erzwungen werden. Hierzu wird die Routine LUDECY des JETSET-Paketes verwendet.

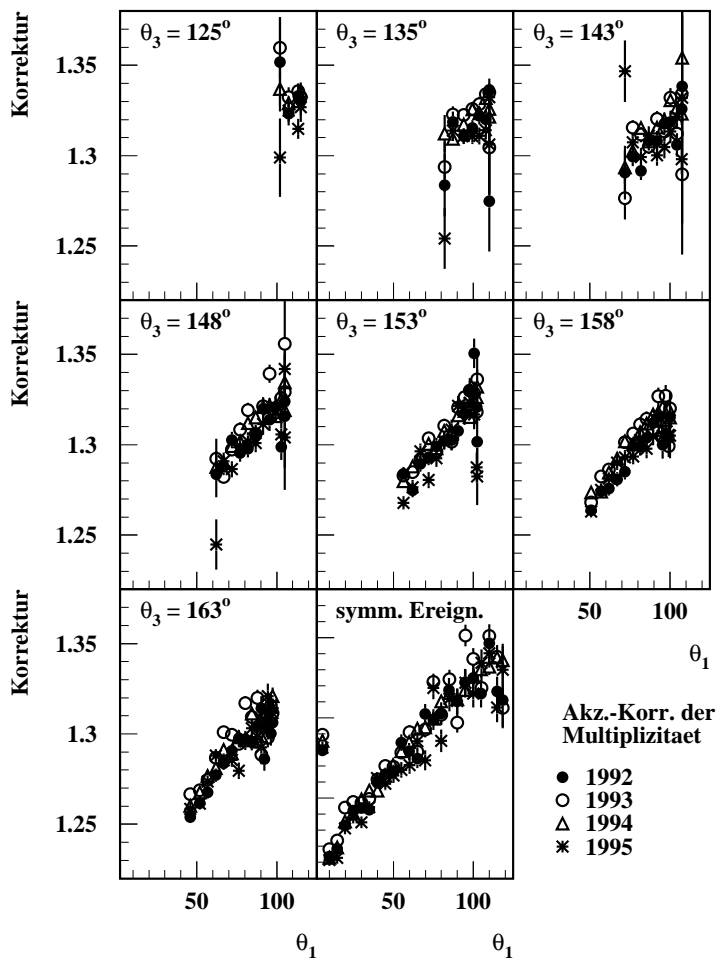


Abbildung 7.7: Korrekturfaktoren für die geladene Gesamtmultiplizität der Ereignisse

In Abb. 7.7 sind die Korrekturfaktoren für die mittleren Multiplizitäten der in Abs. 7.2 beschriebenen Ereignistopologien am Beispiel des AoD-Rekonstruktionsalgorithmus nach den Jahren der entsprechenden Datennahme aufgeschlüsselt gezeigt. Der Korrekturfaktor steigt mit größer werdendem Öffnungswinkel und beträgt im Mittel etwa 1.3. Es zeigt sich, daß die Korrekturfaktoren der verschiedenen Jahre miteinander kompatibel sind.

Die Akzeptanzkorrektur für die Multiplizität mit großem Winkel zur Ereignisebene ist in Abb. 7.8 gezeigt. Da die in diesem Bereich erzeugten Teilchen in der Regel über einen eher geringen Impuls verfügen, ist die Effizienz der Rekonstruktion geringer und der Korrekturfaktor entsprechend höher als bei den allgemeinen

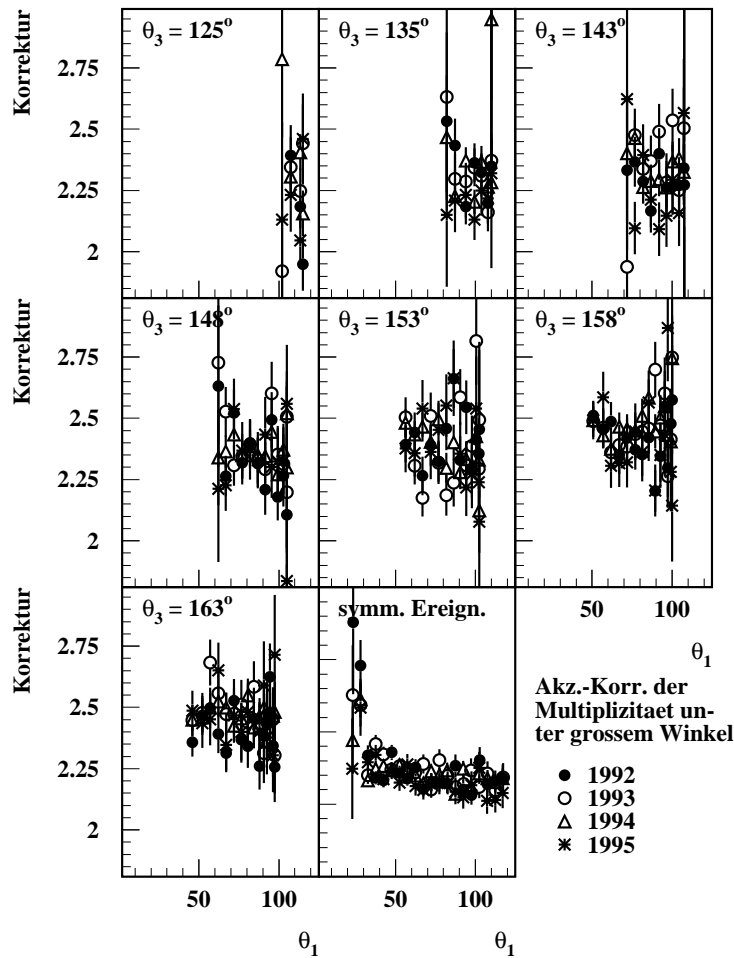


Abbildung 7.8: Korrekturfaktoren für die geladene Multiplizität senkrecht zur Ereignisebene

Multiplizitäten. Die Variation der Korrektur zwischen den verschiedenen Topologien vergrößert sich hingegen nicht in dem Maße wie es der Korrekturfaktor selbst tut, vielmehr ist er deutlich weniger von der Ereignistopologie abhängig als die Korrektur für die Gesamtmultiplizität, sodaß die Korrektur weiterhin als stabil betrachtet werden kann. Auch hier sind die Korrekturfaktoren der verschiedenen Jahre miteinander verträglich. Um die größeren statistischen Schwankungen aufgrund der geringeren Teilchenzahl in dieser Analyse auszugleichen, wird zur Korrektur ein über die Korrekturfaktoren der einzelnen Jahre gemittelter Faktor benutzt.

Eine einfache multiplikative Korrektur wie sie oben beschrieben wurde, ist nicht



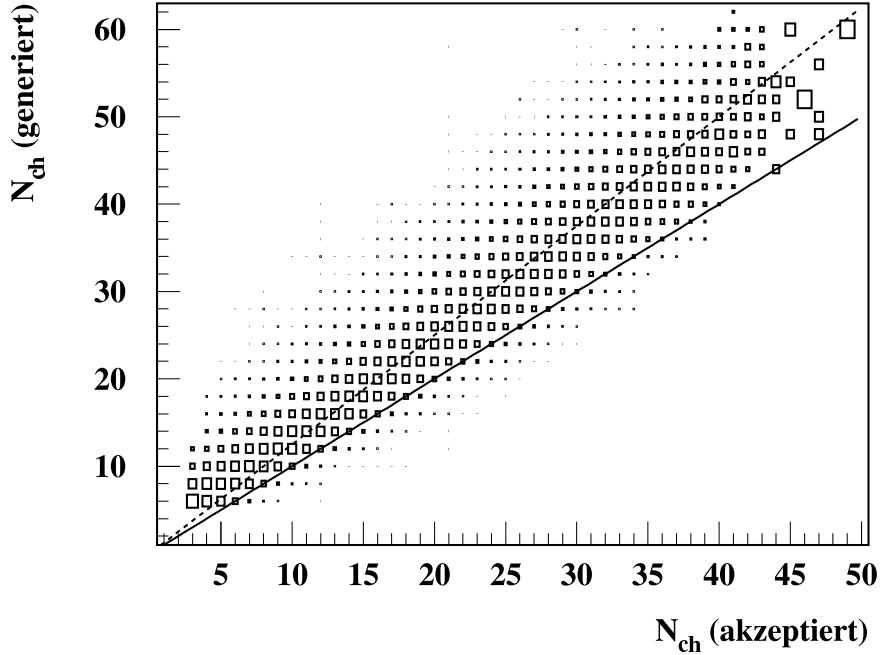


Abbildung 7.9: Die Korrekturmatrix  $\tilde{M}_{mn}$  für die hadronische Multiplizität aller Ereignisse ohne Berücksichtigung der Ereignistopologie. Die Matrix ist Spaltenweise auf Eins normiert.

auf Multiplizitätsverteilungen anwendbar, da hier die Teilchenzahl die Abszisse darstellt, sodaß eine Akzeptanzkorrektur weniger einer Umskalierung des Histogramminhaltes, als vielmehr einer Verschiebung des Histogramminhaltes entlang der Abszisse entspricht. Dies wird mithilfe einer Matrixoperation erzielt. Die Wahrscheinlichkeit  $P_n^{\text{akz}}$ , in einer bestimmten Ereignisklasse  $n$  Teilchen zu finden, ergibt sich als Summe über die Wahrscheinlichkeiten  $P_m^{\text{gen}}$ , daß ein Ereignis mit  $m$  Spuren auftritt, gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit  $M_{nm}$ , in einem solchen Ereignis  $n$  Spuren zu rekonstruieren:

$$P_n^{\text{akz}} = \sum_m M_{nm} P_m^{\text{gen}} \quad . \quad (7.9)$$

Die gesuchte korrigierte Verteilung ergäbe sich prinzipiell direkt aus der Anwendung der invertierten Matrix  $M_{nm}$  auf die gemessenen Multiplizitätsverteilungen:

$$P_m^{\text{kor}} = \sum_n (M^{-1})_{mn} P_n^{\text{gemessen}} \quad . \quad (7.10)$$

Im Allgemeinen ist die Matrix  $M_{nm}$  allerdings nicht invertierbar, was sich direkt an dem Umstand erkennen läßt, daß es generierte Ereignisse geben kann,

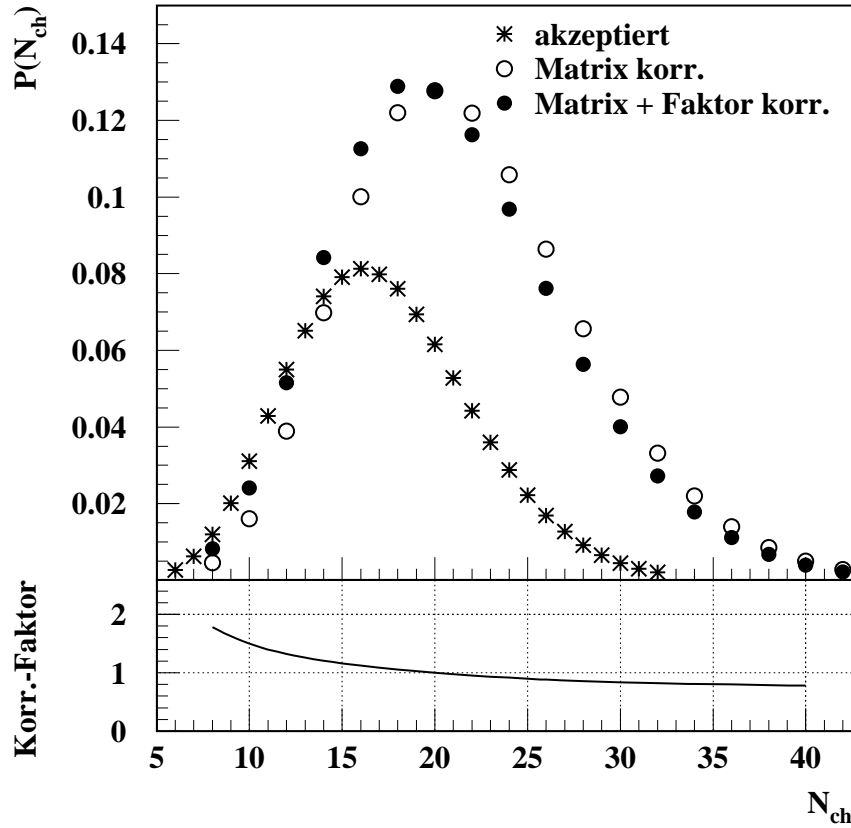


Abbildung 7.10: Die Auswirkungen der einzelnen Korrekturschritte: Die durch die Sterne repräsentierte gemessene Multiplizitätsverteilung wird zunächst mit der Matrix  $\tilde{M}_{mn}$  korrigiert (offene Kreise) und anschliessend mit dem im unteren Teil dargestellten Korrekturfaktor multipliziert (ausgefüllte Kreise)

deren Detektorsignatur nicht den Akzeptanzanforderungen genügt, sodaß diese Ereignisse keine Entsprechung unter den akzeptierten Ereignissen besitzen. Um dieses Problem zu umgehen wird direkt eine Matrix  $\tilde{M}_{mn}$  gebildet, die die Wahrscheinlichkeiten enthält, daß ein mit  $m$  Spuren akzeptiertes Ereignis mit  $n$  Spuren generiert worden war. Eine näherungsweise akzeptanzkorrigierte Multiplizitätsverteilung erhält man dann durch Anwendung von  $\tilde{M}_{mn}$  anstelle von  $(M^{-1})_{mn}$  in Gl. 7.10. Die Korrekturmatri  $\tilde{M}_{mn}$  ist in Abb. 7.9 exemplarisch für die Multiplizitätsverteilung aller hadronischer Ereignisse gezeigt. Die generierten Multiplizitäten sind in der Regel höher als die nach der Detektorsimulation rekonstruierten, sodaß die Matrix gegen die Hauptdiagonale verschoben ist. Die

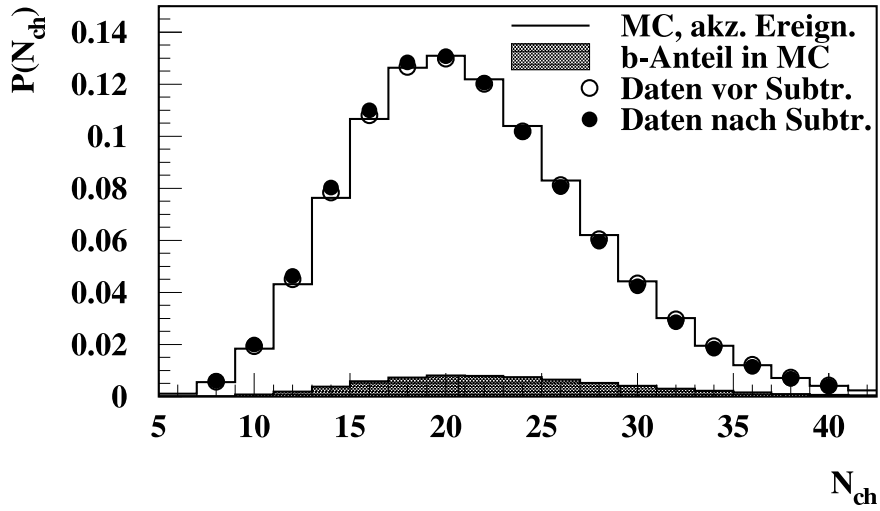


Abbildung 7.11: Der residuale Beitrag von Ereignissen mit initialen  $b$ -Quarks zur Multiplizitätsverteilung trotz Anwendung eines Schnittes auf sekundäre Vertices. Die Kreise zeigen die Auswirkung der Subtraktion dieses Anteils von den mit der Matrix  $\tilde{M}_{mn}$  korrigierten Daten.

eingezeichnete gestrichelte Linie gibt einen mittleren Korrekturfaktor von  $\sim 1.3$  wieder, wie er aus der multiplikativen Korrektur der Mittelwerte zu erwarten ist. Aufgrund der Ladungserhaltung können nur gerade Anzahlen von geladenen Spuren generiert werden, während aufgrund der Effizienz des Detektors auch Ereignisse mit einer ungeraden Anzahl geladener Teilchen gemessen werden. Für jede Ereignisklasse wird eine eigene Korrekturmatrix ermittelt und angewendet.

Um die aufgrund der vernachlässigten Singularitäten von  $M_{nm}$  verbleibenden Abweichungen zu korrigieren, wird anschließend noch eine rein multiplikative Korrektur der Multiplizitätsverteilung durchgeführt. Hierzu wird die Multiplizitätsverteilung der generierten Ereignisse durch die Verteilung der generierten Multiplizitäten der akzeptierten Ereignisse dividiert. Die mithilfe der Korrekturmatrix aus der gemessenen Multiplizitätsverteilung gewonnene Verteilung wird dann mit dieser Korrektur multipliziert. Diese multiplikative Korrektur ist am Beispiel der Multiplizitätsverteilung aller Ereignisse in Abb. 7.10 gezeigt. Die Sterne repräsentieren die unkorrigierte Multiplizitätsverteilung, die offenen Kreise stellen die mit der Matrix  $M_{mn}$  korrigierte Verteilung dar. Diese wird mit dem im unteren Diagramm gezeigten Korrekturfaktor multipliziert. Die komplett korrigierte Multiplizitätsverteilung ist durch die ausgefüllten Kreise gegeben. Da vorwiegend generierte Ereignisse mit einer geringen Multiplizität nach der Detektorsimulation den Erfordernissen der Akzeptanz nicht mehr genügen, bewirkt die

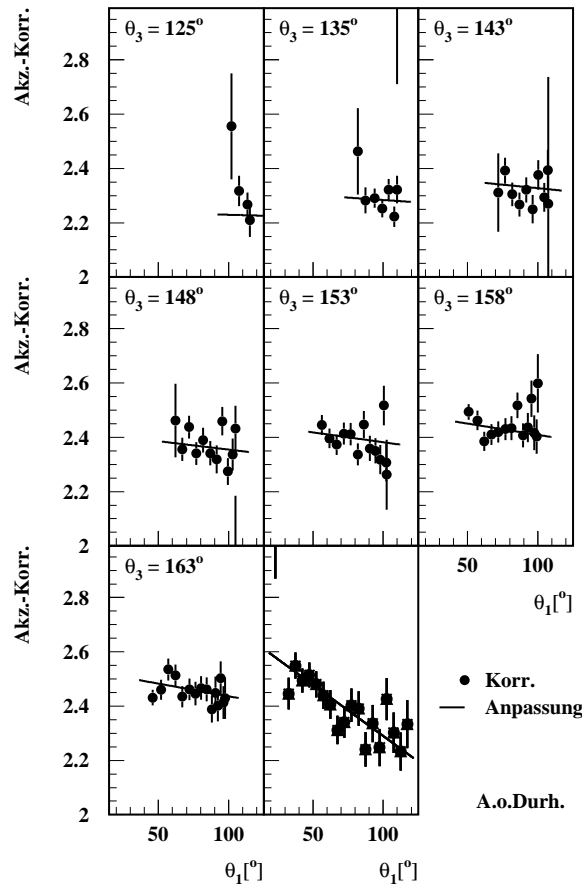


Abbildung 7.12: Die über die Jahre 1992-1995 summierte Akzeptanzkorrektur für die Multiplizität in einem  $30^\circ$ -Kegel und die und die Korrekturfaktoren angepassten Funktion

multiplikative Korrektur eine leichte Verschiebung der Verteilung hin zu kleineren Multiplizitäten. Daß es sich hierbei nur noch um eine kleine verbleibende Korrektur handelt, läßt sich auch an der Änderung der Mittelwerte der Verteilung erkennen. Während die direkt gemessene Multiplizitätsverteilung einen Mittelwert von 17.24 hat, beträgt die mittlere Multiplizität nach der Matrixkorrektur 21.93, was durch die anschließende multiplikative Korrektur um lediglich 0.92 auf 21.01 verringert wird. Alle Verteilungen sind auf eine Gesamtwahrscheinlichkeit von Eins normiert, die Verteilung der unkorrigierten Ereignisse erscheint niedriger, da hier neben den geradzahigen Multiplizitäten auch ungerade berücksichtigt werden.

Im Falle der Untersuchung von Multiplizitätsverteilungen von Ereignissen mit

allg. Topol.		symm. Topol.	
$p_{11}$	1.304	$p_1$	2.667
$p_{12}$	$7.521 \cdot 10^{-3}$	$p_2$	$-3.773 \cdot 10^{-3}$
$p_{21}$	$2.455 \cdot 10^{-3}$		
$p_{22}$	$-2.078 \cdot 10^{-5}$		

Tabelle 7.6: Die Parameter der Akzeptanzkorrekturfunktionen der Kegelmultiplizitäten

leichten initialen Quarks, enthalten die Daten aufgrund der von Eins verschiedenen Reinheit der  $b$ -Quark Identifikation noch verbleibende Ereignisse mit initialen  $b$ -Quarks. Der Anteil dieser fehlidentifizierten Ereignisse an der Multiplizitätsverteilung ist in Abb. 7.11 anhand der akzeptierten simulierten Ereignisse dargestellt. Der in der Simulation vorgefundene Beitrag von  $b$ -Ereignissen wird von der mit der Matrix  $\tilde{M}_{mn}$  korrigierten gemessenen Multiplizitätsverteilung subtrahiert, bevor diese mit dem im vorhergehenden Absatz diskutierten Faktor korrigiert wird. Dies ist notwendig, da in den zur Bestimmung des Korrekturfaktors notwendigen generierten Simulationsereignissen keine Ereignisse mit initialen  $b$ -Quarks enthalten sind. Die Subtraktion des verbleibenden Anteils von Ereignissen mit initialen  $b$ -Quarks ist eine sehr kleine Korrektur, der Mittelwert der Multiplizitätsverteilung wird hierbei nur um 0.13 verringert.

Dieses Korrekturverfahren wird auf die Multiplizitätsverteilung jeder in Abs. 7.2 beschriebenen Topologie angewendet. Insbesondere wird für jede Ereignistopologie eine eigene Korrekturmatrix bestimmt, da die Akzeptanzkorrektur wie in Abb. 7.7 gezeigt, von der Ereignistopologie abhängt. Da die Matrixkorrektur sehr empfindlich gegenüber statistischen Schwankungen innerhalb der mit einer begrenzten Anzahl von simulierten Ereignissen aufgestellten Korrekturmatrix ist, wird für alle Jahre der Datennahme eine gemeinsame mittlere Korrekturmatrix gebildet. Dies ist gerechtfertigt, da wie in Abb. 7.7 gezeigt die Korrekturen der einzelnen Jahre miteinander verträglich sind. Die mittlere Multiplizität einer Ereignistopologie wird der matrixkorrigierten Multiplizitätsverteilung entnommen.

Die Anwendung dieses Korrekturverfahrens auf die mittlere Multiplizität in einem Kegel senkrecht zur Ereignisebene läßt sich aufgrund der geringen Multiplizität in diesem Bereich und den damit verbundenen statistischen Schwankungen der Korrekturfaktoren nicht durchführen. Diese Multiplizitäten werden vielmehr mit der oben beschriebenen rein multiplikativen Akzeptanzkorrektur behandelt. Um

die statistischen Fluktuationen weiter zu unterdrücken, werden die Korrekturfaktoren über die Jahre der Datennahme gemittelt. Dies ist zum einen dadurch gerechtfertigt, daß die Korrekturfaktoren der einzelnen Jahrgänge sich nicht wesentlich unterscheiden, zum anderen dadurch, daß das Verhältnis der Ereignisanzahl der verschiedenen Jahrgänge in den Daten und der Simulation annähernd gleich ist. An diese gemittelten Werte wird nun eine in  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_3$  lineare Funktion mit Mischterm

$$f(\vartheta_1, \vartheta_3) = (p_{11} + p_{12}\vartheta_3) + (p_{21} + p_{22}\vartheta_3) \cdot \vartheta_1 \quad (7.11)$$

angepaßt (Abb. 7.12). Die nur geringen Variationen Korrektur mit der Topologie werden durch die Funktion adäquat wiedergegeben. An die Korrekturfaktoren der symmetrischen Ereignisse wird die lineare Funktion

$$f(\vartheta_1) = p_1 + p_2 \cdot \vartheta_1 \quad (7.12)$$

in  $\vartheta_1$  angepaßt. Die Werte der Parameter sind in Tab. 7.6 gegeben.

# Kapitel 8

## Ergebnisse

Im nachfolgenden Kapitel werden die Ergebnisse der Analyse dargestellt.

In Abs. 8.1 wird zunächst die kohärente Teilchenproduktion in einem Kegel senkrecht zur Ereignisachse betrachtet. An die gemessenen Multiplizitäten wird eine Anpassung der Theorievorhersage unter Variation des Farbfaktorverhältnisses  $C_A/C_F$  vorgenommen und die Kohärenz der Teilchenproduktion anhand der destruktiven Gluoninterferenz untersucht. Schließlich werden die Impulsspektren der kohärent produzierten Teilchen und ihre Skalenverhalten betrachtet.

In Abs. 8.2 werden die gemessenen Ereignismultiplizitäten diskutiert, wobei der Unterschied zwischen  $udscb$ - und  $udsc$ -Ereignissen besonders beachtet wird. Anschließend werden die Vorhersagen Eden A und Eden B der Dreijetmultiplizität mit den Daten verglichen, bevor das Farbfaktorverhältnis  $C_A/C_F$  durch eine Parameteranpassung dieser Vorhersagen an die Daten ermittelt wird. Schließlich werden die Vorhersagen dazu genutzt, aus den gemessenen Dreijetmultiplizitäten den Gluonbeitrag zu extrahieren. Mit den so erlangten Gluonmultiplizitäten werden die Verhältnisse  $r$ ,  $r^{(1)}$  und  $r^{(2)}$  studiert.

### 8.1 Teilchenproduktion unter großen Winkeln

Die Produktion von Teilchen unter großen Winkeln zur Ereignisebene in hadronischen Dreijetereignissen ist bisher in qualitativer Weise unter Beschränkung auf symmetrische Ereignistopologien in [73] untersucht und mit der Vorhersage Gl. 6.11a verglichen worden. Im Folgenden wird eine quantitative Analyse der Teilchenproduktion unter großen Winkeln unter Betrachtung auch von Dreijetereignissen allgemeiner Topologie durchgeführt. Um quantitative Resultate zu

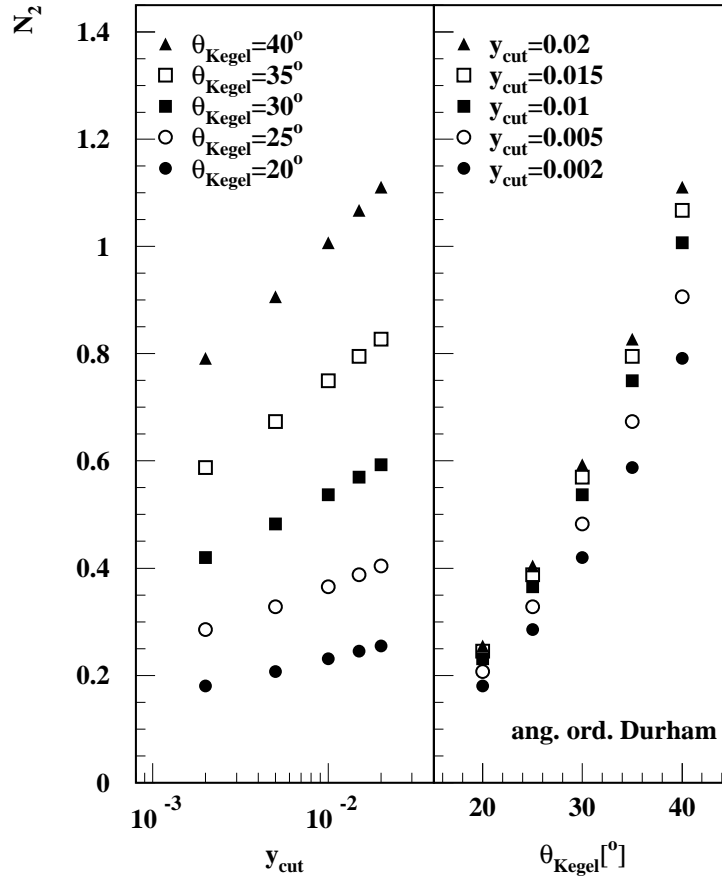


Abbildung 8.1: Die Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen

erlangen, ist es insbesondere notwendig, auch die Multiplizität unter großen Winkeln zur Ereignisachse in Zweijetereignissen zu verstehen, durch die die Normierung der Vorhersage der entsprechenden Multiplizität in Dreijetereignissen gegeben ist.

### 8.1.1 Zweijetereignisse

Die theoretische Vorhersage Gl. 6.11a gibt das Verhältnis der Gluonabstrahlung senkrecht zur Ereignisebene in einem Dreijetereignis zu der senkrecht zur Ereignisachse in einem Zweijetereignis in Abhängigkeit von der Topologie des Dreijetereignisses an. Bevor diese Multiplizität in Dreijetereignissen in Abs. 8.1.2 untersucht wird, werden in diesem Abschnitt Zweijetereignisse betrachtet, um die



Normierung der Vorhersage zu bestimmen.

Als Näherung zu der berechneten exakt senkrechten Abstrahlung wird hier ein Kegel mit einem endlichen Öffnungswinkel  $\theta_{Kegel}$  um die Normale der wie in Abs. 7.3 beschrieben bestimmten Ereignisebene betrachtet. Die gemessene Multiplizität ist abhängig von dem gewählten  $\theta_{Kegel}$  und die Vorhersage nur im Grenzwert  $\theta_{Kegel} \rightarrow 0$  exakt. Ferner ist die Unterscheidung zwischen Zwei- und Dreijetereignissen mittels eines gewählten Wertes von  $y_{cut}$  mit Einschränkungen willkürlich. Die Abhängigkeit der in Zweijetereignissen gemessenen Multiplizität in einem Kegel senkrecht zur Ereignisachse  $N_2$  (Kegelmultiplizität) von  $\theta_{Kegel}$  und  $y_{cut}$  ist in Abb. 8.1 unter Verwendung des angular ordered Durham-Algorithmus dargestellt. Die gemessene Multiplizität ist meist kleiner als eins, was impliziert, daß in vielen Ereignissen keine geladenen Teilchen in dem betrachteten Winkelbereich auftreten. Es ist zu erkennen, daß die gemessene Kegelmultiplizität mit größer werdendem Öffnungswinkel des Kegels rasch anwächst. Dies ist zum einen durch die triviale Vergrößerung des berücksichtigten Phasenraumes bedingt, zum anderen aber auch durch die Ausweitung des Kegels aus der an Teilchen armen Region senkrecht zur Ereignisebene hin zu kleineren Winkeln zur Ereignisebene, wo die Teilchenproduktion stärker ausgeprägt ist. Ferner ist zu beobachten, daß die in Zweijetereignissen gemessene Kegelmultiplizität annähernd logarithmisch mit ansteigendem  $y_{cut}$  anwächst. Dies ist durch den Abbruchparameter  $y_{cut}$  zu verstehen, der den Phasenraum für die Abstrahlung von Gluonen in Zweijetereignissen einschränkt, sodaß bei anwachsendem  $y_{cut}$  ein logarithmischer Anstieg der generellen Multiplizität erwartet wird, da sich die Abstrahlungswahrscheinlichkeit von Gluonen logarithmisch zum Transversalimpuls, der im wesentlichen  $y_{cut}$  entspricht, verhält. Während die Variation von  $y_{cut}$  über eine Größenordnung lediglich eine Änderung der Kegelmultiplizität um einen Faktor  $\sim 1.5$  bewirkt, resultiert eine Variation der Kegelgröße um einen Faktor 2 bereits in einer Änderung der Kegelmultiplizität um einen Faktor 4.

Es ist bereits aus vorherigen Studien bekannt, daß die Produktion von Teilchen mit großem Transversalimpuls zur Ereignisebene  $p_t^{out}$  von Monte-Carlo Simulationen unterschätzt wird [74, 75, 76]. Dieses Verhalten ist wahrscheinlich durch die in den Modellen verwendete LLA begründet und wird auch für die Kegelmultiplizität beobachtet. In Tab. 8.1 sind die für verschiedene Kegelöffnungswinkel gemessenen Kegelmultiplizitäten im Vergleich mit den von den Simulationsprogrammen ARIADNE, JETSET und HERWIG vorhergesagten aufgeführt. Die Kegelmultiplizität wird um 3% (HERWIG) bis 4% (ARIADNE, JETSET) unterschätzt.

$\theta_K$	Daten	ARIADNE		JETSET		HERWIG	
	$N_2$	$N_2$	Skal.	$N_2$	Skal.	$N_2$	Skal.
20°	$0.245 \pm 0.001$	0.236	$1.040 \pm 0.004$	0.236	$1.040 \pm 0.004$	0.238	$1.029 \pm 0.004$
25°	$0.388 \pm 0.001$	0.374	$1.037 \pm 0.003$	0.374	$1.038 \pm 0.003$	0.378	$1.027 \pm 0.003$
30°	$0.570 \pm 0.001$	0.549	$1.038 \pm 0.003$	0.549	$1.038 \pm 0.003$	0.554	$1.027 \pm 0.002$
35°	$0.795 \pm 0.002$	0.764	$1.041 \pm 0.002$	0.764	$1.040 \pm 0.002$	0.772	$1.030 \pm 0.002$
40°	$1.067 \pm 0.002$	1.026	$1.041 \pm 0.002$	1.027	$1.040 \pm 0.002$	1.037	$1.029 \pm 0.002$

Tabelle 8.1: Die gemessene Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen im Vergleich mit Simulationsergebnissen für den angular ordered Durham- Algorithmus bei einem  $y_{\text{cut}}$  von 0.015. Die Skalierungsfaktoren wurden als  $N_2(\text{Daten})/N_2(\text{MC})$  bestimmt. Die entsprechenden Tabellen für den Durham- und den Cambridge-Algorithmus finden sich im Anhang.

### 8.1.2 Dreijetereignisse

In Abb. 8.2 sind die in einem 30°-Kegel gemessenen Kegelmultiplizitäten in Dreijetereignissen  $N_3$ , die mit dem Durham-, dem angular Ordered Durham- und dem Cambridge-Algorithmus unter Verwendung eines Abschneideparameters  $y_{\text{cut}} = 0.015$  rekonstruiert wurden, in Abhängigkeit der Ereignistopologie gezeigt. Der Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  ist hierbei auf der Abszisse aufgetragen, während  $\vartheta_3$  Parameter der Kurvenschar ist. Im letzten Diagramm sind die in symmetrischen Dreijetereignissen gefundenen Kegelmultiplizitäten ebenfalls gegen  $\vartheta_1$  aufgetragen. Es ist generell ein Ansteigen der Kegelmultiplizität mit größer werdendem  $\vartheta_1$  zu beobachten, während ein Ansteigen von  $\vartheta_3$  eine leichte Abnahme der Kegelmultiplizität zur Folge hat. Die für die verschiedenen Rekonstruktionsalgorithmen gefundenen Multiplizitäten stimmen sehr gut miteinander überein, wenngleich eine leichte Tendenz zu beobachten ist, daß die mit dem angular ordered Durham erhaltene Kegelmultiplizität leicht über der mit den anderen beiden Algorithmen gefundenen Kegelmultiplizität liegt. Hierbei ist zu beachten, daß alle drei Algorithmen dasselbe Abstandsmaß verwenden, sodaß die in Abs. 8.1.1 diskutierte Abhängigkeit der Kegelmultiplizität von  $y_{\text{cut}}$  hier keinen Einfluß hat.

Da die Unterschätzung der Multiplizität senkrecht zur Ereignisebene bzw. -achse durch die Simulationen bekannt ist, werden die simulierten Kegelmultiplizitäten zum Vergleich mit den Daten mit den in Tab. 8.1 angegebenen, aus den Kegelmultiplizitäten der Zweijetereignisse gewonnenen Skalierungsfaktoren multipliziert. Der Vergleich mit den Ergebnissen der Simulationsprogramme ARIADNE, JETSET und HERWIG zeigt, daß alle drei Simulationen im wesentlichen mitein-

ander kompatible Resultate liefern, und nach der Reskalierung die Daten gut beschreiben. Ferner ist zu beobachten, daß ARIADNE bei großen  $\vartheta_1$  geringere Kegelmultiplizitäten vorhersagt als dies die anderen Simulationen tun.

Ein Vergleich der gemessenen Kegelmultiplizitäten mit der theoretischen Vorhersage ist in Abb. 8.3 dargestellt. Hier ist  $\vartheta_3$  auf der Abszisse aufgetragen, während  $\vartheta_2$  den Parameter der Kurvenschar darstellt. Als ausgefüllte Punkte sind die mit dem angular ordered Durham mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$  und  $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$  gefundenen Kegelmultiplizitäten dargestellt, während die offenen Symbole unter Variation von  $\theta_{\text{Kegel}}$  und  $y_{\text{cut}}$  gefundene Kegelmultiplizitäten darstellen. Um eine Vergleichbarkeit der Kegelmultiplizitäten zu ermöglichen, wurden sie auf die mit dem entsprechenden  $y_{\text{cut}}$  und  $\theta_{\text{Kegel}}$  in Zweijetereignissen gefundenen Kegelmultiplizitäten normiert. Die Ordinate stellt somit direkt das in Gl. 6.11b definierte Verhältnis  $r_t$  dar. Die durchgezogene Kurve ist die Vorhersage Gl. 6.11b für  $r_t$ . Da der Gluonjet nicht explizit identifiziert wird, müssen bei der Bestimmung von  $r_t$  alle drei denkbaren Gluonjethypothesen berücksichtigt werden. Der Wert für  $r_t$  als Funktion der Ereignistopologie ergibt sich als gewichtetes Mittel der  $r_t$ -Werte aller drei Hypothesen, wobei sich das Gewicht jeder Hypothese aus dem in Gl. 6.5 enthaltenen sogenannten Dreijetmatrixelement zu

$$w_i = \frac{x_j^2 + x_k^2}{(1 - x_j)(1 - x_k)} \quad (8.1)$$

ergibt.  $i, j, k$  sind hierbei eine Permutation von 1,2,3, bei der  $i$  den angenommenen Gluonjet bezeichnet.  $x_k$  und  $x_j$  ergeben sich nach Gl. 5.12 zu

$$x_i = \frac{\sin \vartheta_i}{\sin \vartheta_1 + \sin \vartheta_2 + \sin \vartheta_3} \quad (8.2)$$

Für allgemeine Topologien ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Messdaten und der Vorhersage zu beobachten. Die in symmetrischen Ereignissen gemessenen Kegelmultiplizitäten stimmen für kleine  $\vartheta_3$  ebenfalls gut mit der Vorhersage überein, während für große  $\vartheta_3$ , was kleinen Werten von  $\vartheta_1$  entspricht, die Kegelmultiplizität überschätzt wird. Dies kann auf die Verwendung des Abschneideparameters  $y_{\text{cut}}$  zurückgeführt werden. In Abb. 8.4 ist  $y_{\text{cut}}$  für symmetrische Ereignisse und masselose Jets als Funktion von  $\vartheta_1$  aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß Ereignisse mit einem Öffnungswinkel  $\vartheta_1 < 32^\circ$  bei  $y_{\text{cut}} = 0.02$  nicht als Dreijetereignisse rekonstruiert werden. Aus demselben Grund enthält auch das  $\vartheta_2$ -Intervall von  $148^\circ - 155^\circ$  keine rekonstruierten Dreijetereignisse. In den mit kleinem  $\vartheta_1$  dennoch rekonstruierten Dreijetereignisse muß Jet 3 eine überdurchschnittlich hohe Masse besitzen um einen ausreichenden großen Wert  $y > y_{\text{cut}}$  zu

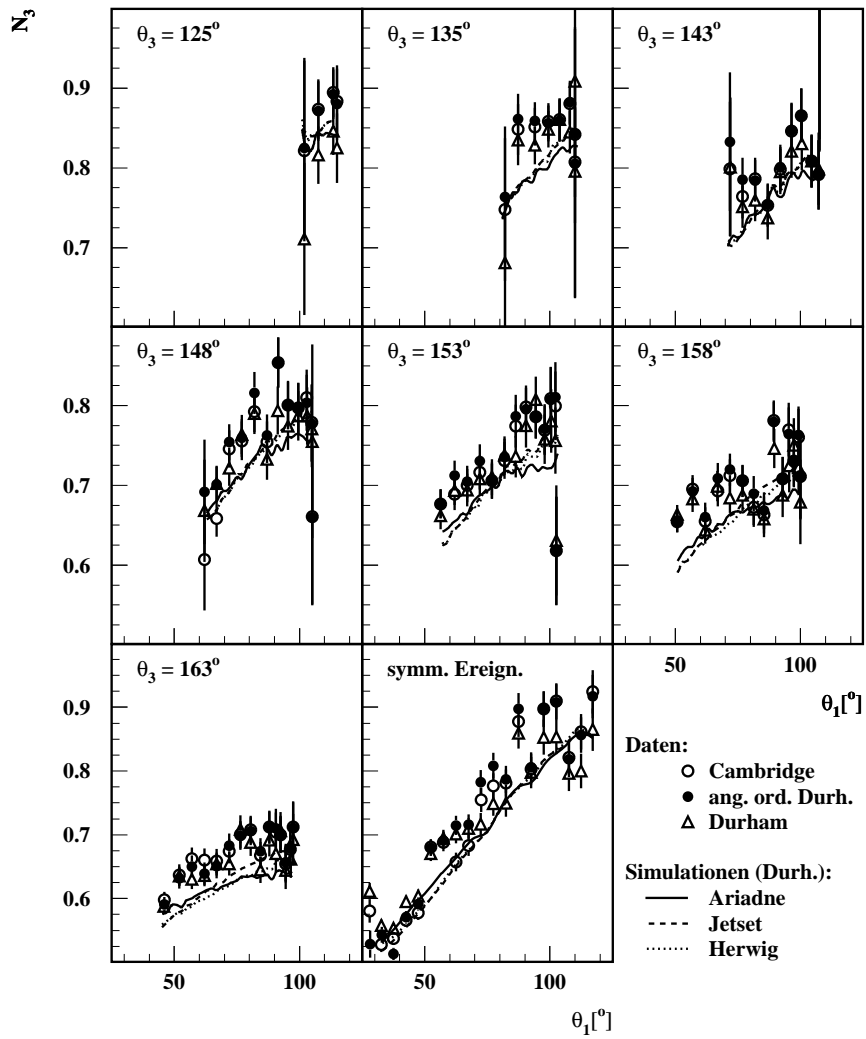


Abbildung 8.2: Die Kegelmultiplizität in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  mit  $\vartheta_3$  als Parameter für verschiedene Rekombinationsalgorithmen im Vergleich mit den Monte-Carlo Simulationen ARIADNE, JETSET und HERWIG

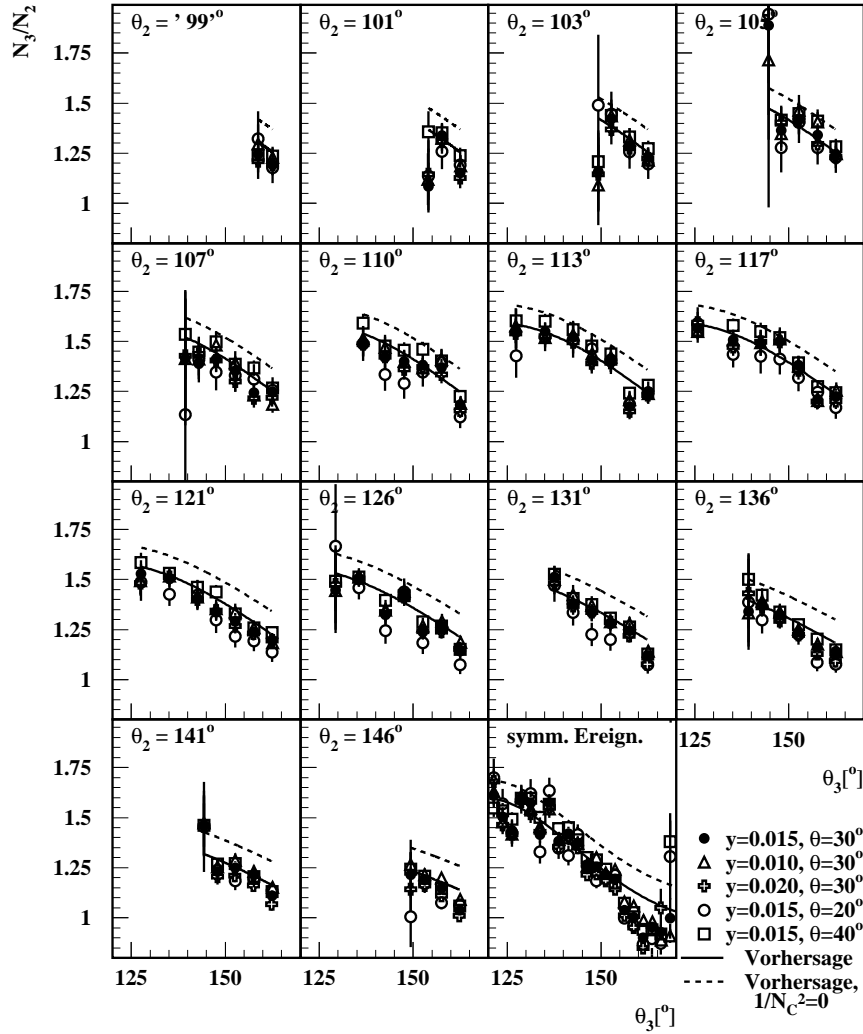


Abbildung 8.3: Die Kegelmultiplizität in Abhängigkeit von  $\vartheta_3$  mit  $\vartheta_2$  als Parameter für den ang. ord. Durham-Algorithmus mit Variationen der Kegelgröße und des Abschneideparameters  $y_{\text{cut}}$ . Um einen direkten Vergleich der Variationen zu ermöglichen sind die Multiplizitäten auf die entsprechende Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen normiert. Die durchgehende Linie gibt das Vorhergesagte Verhältnis  $r_t$  an, die gestrichelte Linie stellt  $r_t$  ohne den Interferenzterm proportional zu  $1/N_C^2$  dar.

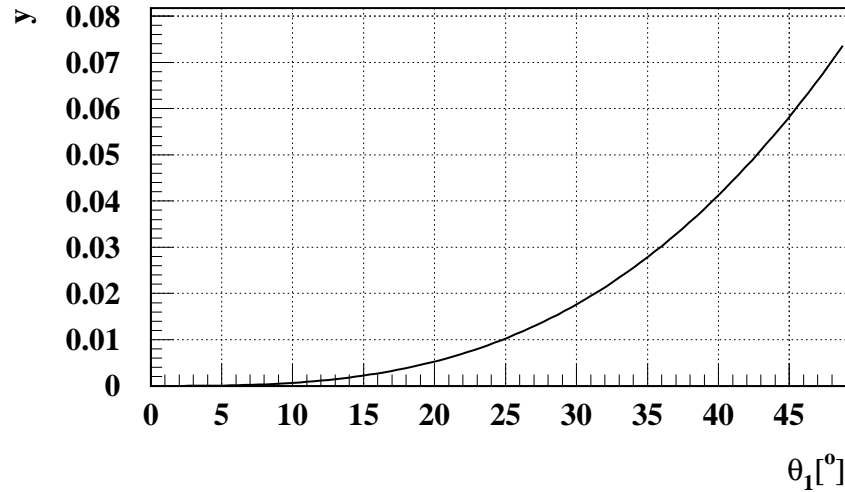


Abbildung 8.4:  $y_{\text{cut}}$  aus Gl. 5.7 in symmetrischen Dreijetereignissen als Funktion von  $\vartheta_1$

gewährleisten. Der Abschneideparameter  $y_{\text{cut}}$  beeinflusst hier also unmittelbar die Eigenschaften der selektierten Topologien.

In dem theoretischen Ausdruck Gl. 6.11b für  $r_t$  steht als letzter Summand ein negativer Beitrag durch destruktive Gluoninterferenzen. Ein solcher negativer Beitrag ist ohne kohärente Gluonabstrahlung nicht möglich, der Nachweis der Notwendigkeit eines solchen Termes ist also ein direkter Nachweis kohärenter Gluonabstrahlung. Er stellt einen rein quantenmechanischen Effekt dar, der im probabilistischen Bild eines Partonschauers keine Entsprechung besitzt. Die gestrichelte Linie in Abb. 8.3 stellt die Vorhersage Gl. 6.11b unter Vernachlässigung des Interferenztermes dar. Es ist zu erkennen, daß die Vernachlässigung dieser Interferenz zu einer deutlichen Überschätzung der Kegelmultiplizität in Dreijetereignissen führt. Um dies quantitativ zu fassen, wird eine Anpassung des Koeffizienten  $k/N_C^2$  des Interferenztermes an die Daten mit  $k$  als freiem Parameter durchgeführt. Als zentraler Datensatz wird hier die mit dem angular ordered Durham-Algorithmus bei  $y_{\text{cut}} = 0.015$  und  $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$  gewonnene Kegelmultiplizität betrachtet. Um die unterschiedlichen systematischen Unsicherheiten der einzelnen Meßpunkte in die Anpassung eingehen zu lassen, wird die quadratische Summe des statistischen und des systematischen Fehlers jedes Meßpunktes als Gesamtfehler dieses Punktes betrachtet. Der systematische Fehler eines Punktes ergibt sich hierbei als die Streuung der Kegelmultiplizität bei den Variationen

$y_{\text{cut}} = 0.020$ ,  $y_{\text{cut}} = 0.010$ ,  $\theta_{\text{Kegel}} = 20^\circ$  und  $\theta_{\text{Kegel}} = 40^\circ$  sowie der Verwendung des Durham- und des Cambridge-Algorithmus. Die Messpunkte sind in Abb. 8.5 mit den statistischen und den sich ergebenden Gesamtfehlern dargestellt. Die durchgehende Linie gibt  $r_t$  mit angepaßtem  $k$  wieder. Die Anpassung liefert für allgemeine Ereignistopologien das Ergebnis

$$k = 1.39 \pm 0.05 \text{ (stat.)} \pm 0.28 \text{ (sys.)} \quad (8.3a)$$

bei einem  $\chi^2/N_{\text{df}}$  von 0.72. Für symmetrische Ereignisse ergibt sich der Wert

$$k = 1.30 \pm 0.06 \text{ (stat.)} \pm 0.33 \text{ (sys.)} \quad (8.3b)$$

mit einem  $\chi^2/N_{\text{df}}$  von 2.4. Im Falle symmetrischer Ereignisse wurden nur Topologien mit  $\vartheta_1 > 32^\circ$  berücksichtigt. Der statistische Fehler des Anpassungsparameters ist bestimmt worden, indem die Gesamtfehler der Messpunkte derart skaliert wurden, daß das resultierende  $\chi^2/N_{\text{df}}$  dem der Anpassung unter Berücksichtigung lediglich der statistischen Fehler der Messpunkte entspricht. Der systematische Fehler des Anpassungsparameters ist abgeschätzt worden, indem die Anpassung an die um ihren jeweiligen systematischen Fehler erhöhten beziehungsweise verringerten Meßpunkte durchgeführt wurde. Die halbe sich dabei ergebende Variation des Anpassungsparameters wird als systematischer Fehler aufgefaßt.

Die beiden gefundenen Werte für  $k$  stimmen im Rahmen ihrer Fehler gut miteinander überein, der größere Wert von  $\chi^2/N_{\text{df}}$  für symmetrische Ereignisse ist durch die Abweichung der Meßpunkte bei großen  $\vartheta_3$  zu verstehen, welche durch die Beschränkung auf  $\vartheta_1 > 32^\circ$  nicht vollständig eliminiert werden kann. Beide Werte entsprechen der theoretischen Erwartung von eins und sind insbesondere signifikant von Null verschieden. Hierdurch ist die Notwendigkeit des Interferenztermes erstmals eindeutig gezeigt.

Eine andere, theoretisch übliche Art, Interferenzterme zu vernachlässigen, besteht in der Betrachtung des Grenzwertes der Vorhersage für unendlich vieler Farbblaudungen  $N_C \rightarrow \infty$ . Mit den in Abs. 3.2 gegebenen Definitionen von  $C_A = N_C$  und  $C_F = T_F(N_C^2 - 1)$  führt dies gleichzeitig zu einer Reduktion des Farbfaktorverhältnisses  $C_A/C_F \rightarrow 2$ . Die kontinuierliche Unterdrückung von Farbinterferenzen mit wachsendem  $N_C$  geht jedoch über die bloße Untersuchung der Existenz destruktiver Gluoninterferenzen hinaus, die Anzahl der Farben ist experimentell eindeutig zu  $N_C = 3$  bestimmt. Der Nachweis der Gluoninterferenz hat also unter der Annahme von drei Farbfreiheitsgraden zu erfolgen und ist somit mit den in Gl. 8.3a und b gefundenen Werten erbracht. Eine Anpassung des Faktors  $k$  vor  $1/N_C^2$  an die Kegelmultiplizität allgemeiner Ereignistopologien mit  $C_A/C_F = 2$  führt zu dem Ergebnis

$$k = -0.07 \pm 0.05 \text{ (stat.)} \pm 0.31 \text{ (sys.)} \quad (8.4a)$$

bei einem  $\chi^2/N_{\text{df}}$  von 1.0. Für symmetrische Ereignisse ergibt sich der Wert

$$k = -0.17 \pm 0.06 \text{ (stat.)} \pm 0.37 \text{ (sys.)} \quad (8.4b)$$

bei einem  $\chi^2/N_{\text{df}}$  von 3.4. Beide Ergebnisse sind mit Null verträglich und würden die Auslassung des Interferenztermes zulassen, wäre die Anzahl der Farben nicht bekannt.

Alternativ zum Nachweis der Gluoninterferenz kann auch eine Messung des Farbfaktorverhältnisses  $C_A/C_F$  mit der Vorhersage Gl. 6.11a durchgeführt werden. Eine gleichzeitige Variation der Vorfaktoren  $C_A/C_F$  und  $1/N_C^2$  läßt sich aufgrund großer Korrelationen zwischen diesen Parametern von mehr als 0.95 nicht durchführen, sodaß es nicht möglich ist,  $C_A$  und  $C_F$  gleichzeitig an die Daten anzupassen. Zur Bestimmung von  $C_A/C_F$  muß also die Anzahl der Farben mit drei als bekannt und die Gluoninterferenz als gegeben vorausgesetzt werden. Eine solche Anpassung liefert für allgemeine Ereignistopologien das Ergebnis

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.182 \pm 0.009 \text{ (stat.)} \pm 0.055 \text{ (sys.)} \quad (8.5a)$$

bei einem  $\chi^2/N_{\text{df}}$  von 0.77. Für symmetrische Ereignisse ergibt sich der Wert

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.205 \pm 0.006 \text{ (stat.)} \pm 0.073 \text{ (sys.)} \quad , \quad (8.5b)$$

der Wert von  $\chi^2/N_{\text{df}}$  beträgt hierbei 2.5. Die Anpassung ist in Abb. 8.5 als gestrichelte Linie eingezeichnet, welche durch die durchgezogene Line im wesentlichen überdeckt wird. Die Fehler der Datenpunkte und des Anpassungsparameters sind hierbei genauso behandelt worden, wie bei der Anpassung von  $k/N_C^2$ . Beide Werte stimmen in Anbetracht der zu erwartenden Präzision der LO Vorhersage sehr gut mit dem erwarteten Wert  $C_A/C_F = 2.25$  überein. Es ist insbesondere anzumerken, daß der hier ermittelte Wert von  $C_A/C_F$  direkt der Messung eines Multiplizitätsverhältnisses von Zwei- und Dreijetereignissen ohne Korrekturen höherer Ordnung entstammt, was ihn insbesondere von Messungen der Gesamtmultiplizität unterscheidet, in denen Das Multiplizitätsverhältnis durch Korrekturen höherer Ordnung von 2.25 auf  $\sim 1.5$  verringert wird. Dies ist im wesentlichen durch den Umstand bedingt, daß bei der hier betrachteten Produktion energiearmer Teilchen Energiebeschränkungen und Rückstoßeffekte keine bedeutende Rolle spielen.

### 8.1.3 $r_t$ als Skalenvariable

Bislang wurde die Kegelmultiplizität direkt als Funktion der Ereignistopologie betrachtet, was bei allgemeinen Dreijetttopologien zu einer zweidimensionalen



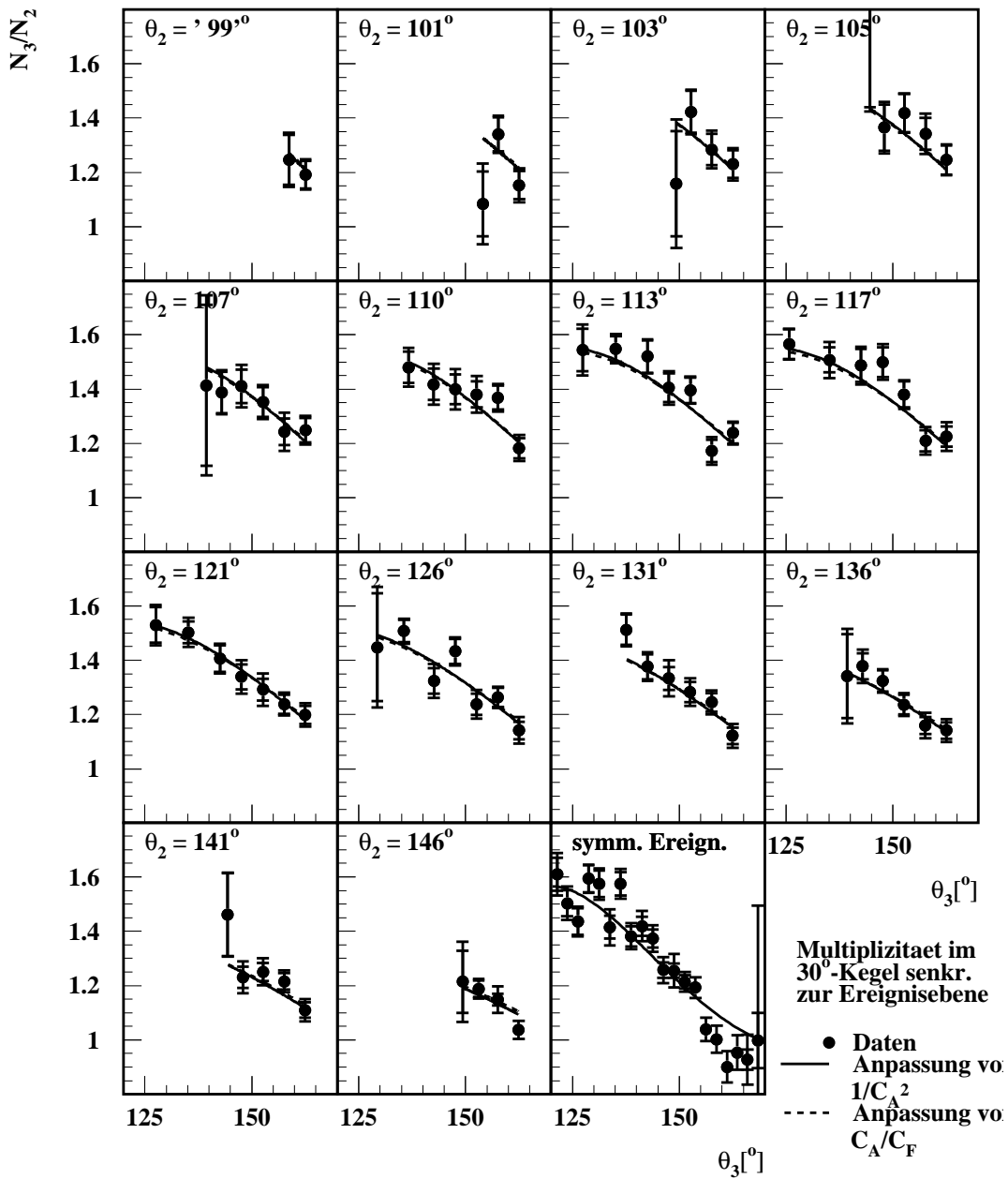


Abbildung 8.5: Die auf die Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen normierte Kegelmultiplizität in Abhängigkeit von  $\vartheta_3$  mit  $\vartheta_2$  als Parameter für den ang. ord. Durham-Algorithmus. Die inneren Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an, die äußeren sind die quadratische Summe aus statistischem und systematischem Fehler. Die eingezeichnete Funktion ist eine Anpassung der Vorhersage für  $r_t$  unter Variation von  $C_A/C_F$ .

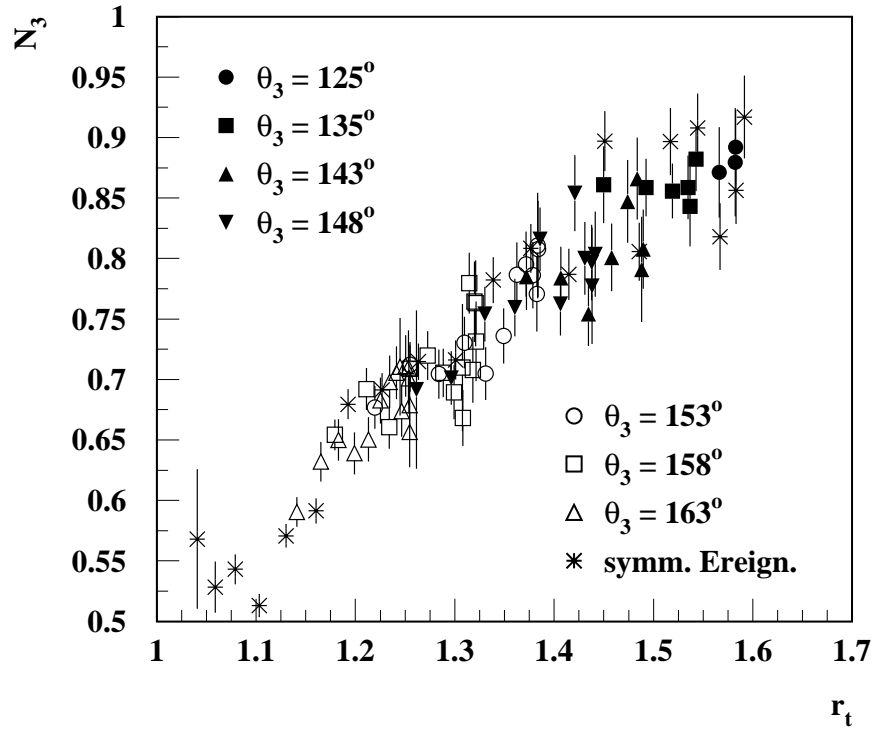


Abbildung 8.6: Die Kegelmultiplizität aus den verschiedenen betrachteten Topologieklassen nach  $r_t$  geordnet

Abhängigkeit führt. Alternativ hierzu kann man den in Gl. 6.11b gegebenen analytischen Ausdruck für  $r_t$  als eine die Ereignistopologie charakterisierende Skalenvariable auffassen und somit die Betrachtung von Dreijetereignissen in ein eindimensionales Problem überführen. Diese Betrachtungsweise ermöglicht es insbesondere, Intervalleinteilungen durchzuführen, bei denen ausreichend Ereignisse in die einzelnen Intervalle fallen, um auch weitere Abhängigkeiten wie z. B. die Impulsverteilungen für verschiedene Werte von  $r_t$  studieren zu können.

In Abb. 8.6 sind die in den einzelnen Topologieklassen gemessenen Kegelmultiplizitäten gegen das aus der jeweiligen Ereignistopologie bestimmte  $r_t$  aufgetragen. Der einer Topologiekategorie zugeordnete  $r_t$ -Wert ist der Mittelwert der  $r_t$ -Werte der Einzelereignisse dieser Klasse, welche ihrerseits, wie in Abs. 8.1.2 beschrieben, das gewichtete Mittel der sich durch drei Gluonjethypothesen ergebenden Werte für

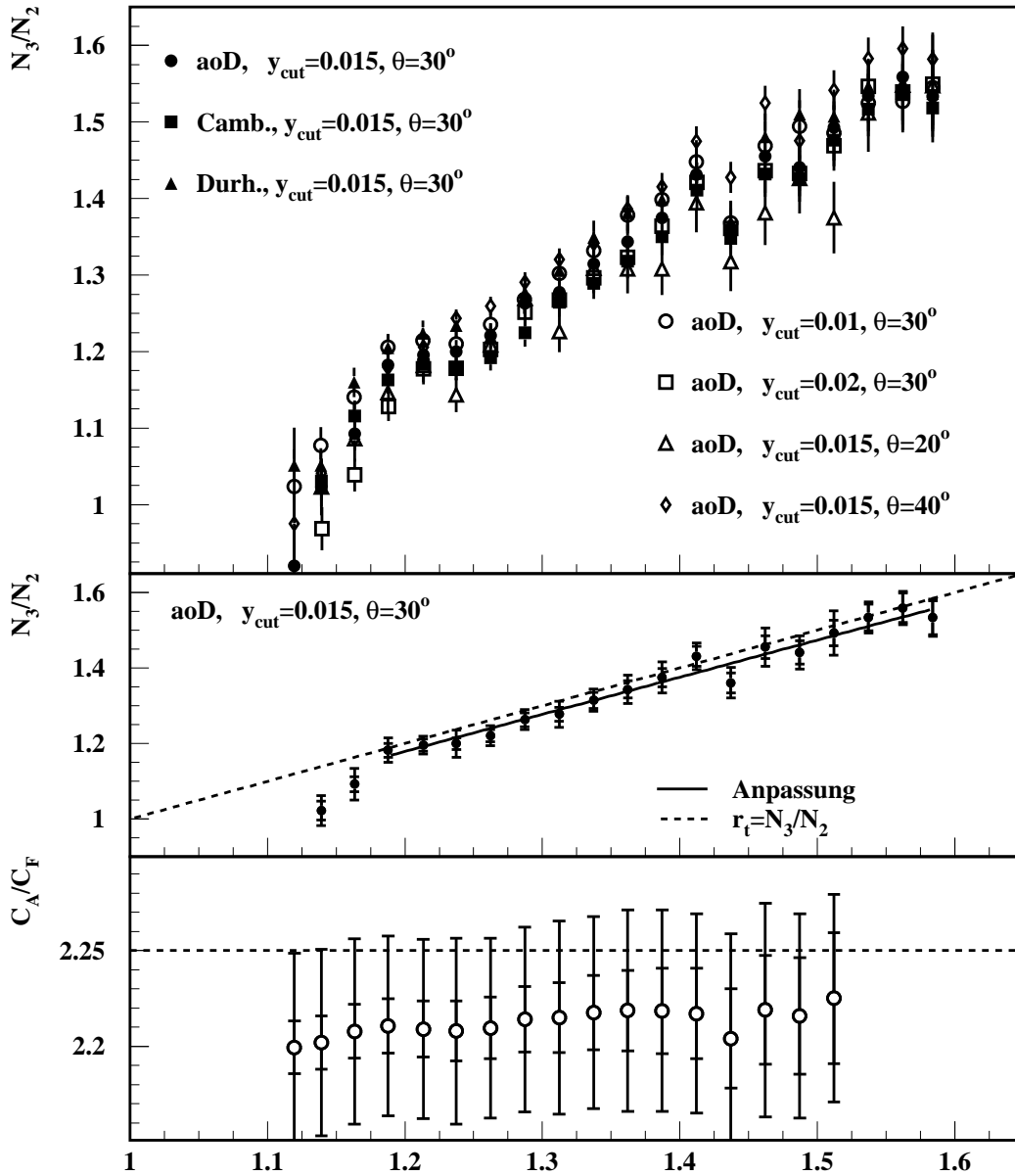


Abbildung 8.7:

Oben: Die nach  $r_t$  geordneten normierten Kegelmultiplicitäten für verschiedene Analysevariationen

Mitte: Die normierten Kegelmultiplicitäten mit statistischen und systematischen Fehlern. Die gestrichelte Linie stellt die theoretische Vorhersage  $N_3/N_2 = r$  dar, die durchgezogene Linie ist eine angepasste homogen-lineare Funktion

Unten: Die sich aus der Anpassung ergebenden Werte von  $C_A/C_F$  in Abhängigkeit vom Startpunkt der Anpassung

$r_t$  sind. Es zeigt sich, daß die durch ähnliche  $r_t$ -Werte charakterisierten Ereignistopologien auch ähnliche Kegelmultiplizitäten aufweisen. Dies rechtfertigt die Verwendung von  $r_t$  als SkalenvARIABLE zur Klassifizierung der Dreijetttopologien. Diese Übereinstimmung zwischen Ereignistopologien mit vergleichbarem  $r_t$ -Wert ist nicht überraschend, sondern folgt aus der guten Beschreibung der Meßdaten durch die theoretische Vorhersage, welche schon in Abb. 8.3 zu erkennen war. Die Kegelmultiplizitäten steigen ferner mit  $r_t$  in etwa linear an. Der lineare Anstieg folgt direkt aus dem Umstand, daß auf der Abszisse das aus der Topologie bestimmte  $r_t$ , auf der Ordinate hingegen nach Vorhersage  $r \cdot N_{2\text{Jet}}$  aufgetragen ist.

Die ausschließlich nach  $r_t$  geordneten Kegelmultiplizitäten sind für die unterschiedlichen Variationen von  $\theta_{\text{Kegel}}$ ,  $y_{\text{cut}}$  und des Rekombinationsalgorithmus normiert auf die entsprechende Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen im oberen Teil von Abb. 8.7 dargestellt. Hier ist insbesondere die Auswirkung der Variation von  $y_{\text{cut}}$  bei kleinen Werten von  $r_t$ , welche im wesentlichen Ereignissen mit kleinem Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  entsprechen, zu beobachten. Aufgrund der mitunter unterschiedlichen Klassifizierung dieser Ereignisse als Zwei- bzw. Dreijetereignisse fällt das gemessene Multiplizitätsverhältnis  $N_{3\text{jet}}/N_{2\text{jet}}$  mit ansteigendem  $y_{\text{cut}}$  ab, d.h. bei größer werdendem  $y_{\text{cut}}$  werden bevorzugt Ereignisse mit großer Kegelmultiplizität als Zweijetereignisse klassifiziert. Im mittleren Teil von Abb. 8.7 sind die mit dem angular ordered Durham-Algorithmus bei  $y_{\text{cut}} = 0.015$  in einem  $30^\circ$ -Kegel gemessenen und auf die entsprechende Multiplizität in Zweijetereignissen normierten Multiplizitäten mit statistischem und Gesamtfehler dargestellt. Der systematische Fehler der Punkte wurde analog zu dem in Abs. 8.1.2 beschriebenen Verfahren ermittelt. Die gestrichelte Linie gibt die theoretische Vorhersage an, welche in dieser Darstellung die einfache Form  $N_{3\text{jet}}/N_{2\text{jet}} = r$  besitzt. Es ist eine gute Übereinstimmung mit der Vorhersage ab  $r \simeq 1.18$  zu erkennen, für kleinere Werte von  $r_t$  weicht das gemessene Multiplizitätsverhältnis nach unten ab, was, wie oben diskutiert, auf die Verwendung eines Abschneideparameters im Rekombinationsalgorithmus zurückgeführt werden kann. Die Anpassung einer homogen-linearen Funktion an die Meßpunkte mit  $r > 1.18$  liefert für  $C_A/C_F$  das Ergebnis

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.211 \pm 0.014 \text{ (stat.)} \pm 0.045 \text{ (sys.)} \quad (8.6)$$

mit einem durch die Berücksichtigung auch der systematischen Fehler der Meßpunkte niedrigen  $\chi^2/N_{\text{df}}$  von 0.34. Das Ergebnis liegt etwas dichter an der theoretischen Erwartung von  $C_A/C_F = 2.25$  als die in Gl. 8.5a und b angegebenen, durch die Anpassung der Vorhersage an die nach Ereignistopologien klassifizierten Kegelmultiplizitäten. Dies ist durch die hier vorgenommene Auftragung nach

$r_t$  zur erklären, durch welche ein Teil der Vorhersage bereits als Vorurteil in die Klassifizierung eingehen konnte. Im unteren Teil von Abb. 8.7 ist das aus der Anpassung gewonnene Ergebnis für  $C_A/C_F$  in Abhängigkeit vom Startpunkt der Anpassung mit statistischem und Gesamtfehler angegeben.

Zur Betrachtung der Impulsverteilung der unter großem Winkel zur Ereignisebene produzierten Teilchen wird der  $r_t$ -Bereich von 1.1 bis 1.6 in vier gleich große Intervalle unterteilt. In der linken Spalte von Abb. 8.8 sind die Impulsverteilungen, die in den vier  $r_t$ -Intervallen in einem  $30^\circ$ -Kegel gemessen wurden, gezeigt. Es handelt sich erwartungsgemäß überwiegend um sehr weiche Teilchen mit geringem Impuls, da der Propagator Gl. 6.6 nur bei kleinen Gluonenergien verstärkt wird. Ferner ist zu erkennen, daß die Impulsverteilungen zwar ihre Normierung, im wesentlichen aber nicht ihre Form für verschiedene Werte von  $r_t$  ändern. Um dieses Skalieren der Impulsverteilung genauer zu untersuchen wurde eine mittlere Impulsverteilung berechnet. Da die Kegelmultiplizität linear mit  $r_t$  ansteigt, wurden die vier Verteilungen durch ihre entsprechenden  $r_t$ -Werte und die mittlere Impulsverteilung durch einen mittleren  $r_t$ -Wert dividiert. Schließlich wurden die vier Impulsverteilungen durch die mittlere Verteilung dividiert. Diese Verteilungsverhältnisse sind in der rechten Spalte von Abb. 8.8 gegeben. Bei einem perfekten Skalenverhalten der Verteilungen würden diese Verhältnisse unabhängig vom Impuls konstant Eins betragen. Tatsächlich kann dieses Verhalten in den Verteilungen bis zu einem Impuls von  $\sim 1\text{GeV}/c$  beobachtet werden. Das Skalieren der Impulsverteilungen für kleine Impulse wird also beobachtet. Das Abweichen der Impulsverteilungen vom erwarteten Skalenverhalten bei Impulsen größer als  $\sim 1\text{GeV}/c$  zeigt, daß die Vorhersage nur bis zu diesem Impuls gerechtfertigt ist. Dies stellt jedoch eine nur geringfügige Korrektur dar, da die maximale relative Abweichung vom Skalenverhalten  $\sim 18\%$  beträgt und einen Impulsbereich betrifft, in dem lediglich ca. 10% der gemessenen Spuren liegen, sodaß die daraus resultierende Abweichung als kleiner als 2% angenommen werden kann. In Abb. 8.9 ist das Verhältnis der Kegelmultiplizität mit einer Einschränkung des Impulses auf weniger als  $1\text{GeV}/c$  zu den ohne diese Einschränkung gemessenen Kegelmultiplizitäten in Abhängigkeit von der Ereignistopologie dargestellt. Es zeigt sich, daß eine solche Einschränkung lediglich eine Reduktion der absolut gemessenen Kegelmultiplizität um etwa 10% zur Folge hat, die aber weitgehend von der Ereignistopologie unabhängig ist.

Die gute Beschreibung der hadronischen Multiplizität unter großen Winkel zur Ereignisebene durch die LO Vorhersage Gl. 6.11a sowie das skalieren der Impulsverteilungen für kleine Impulse bis hinunter zur Meßgrenze von  $400\text{MeV}$  stellen eine deutliche Bestätigung der Gültigkeit der LPHD-Hypothese dar.

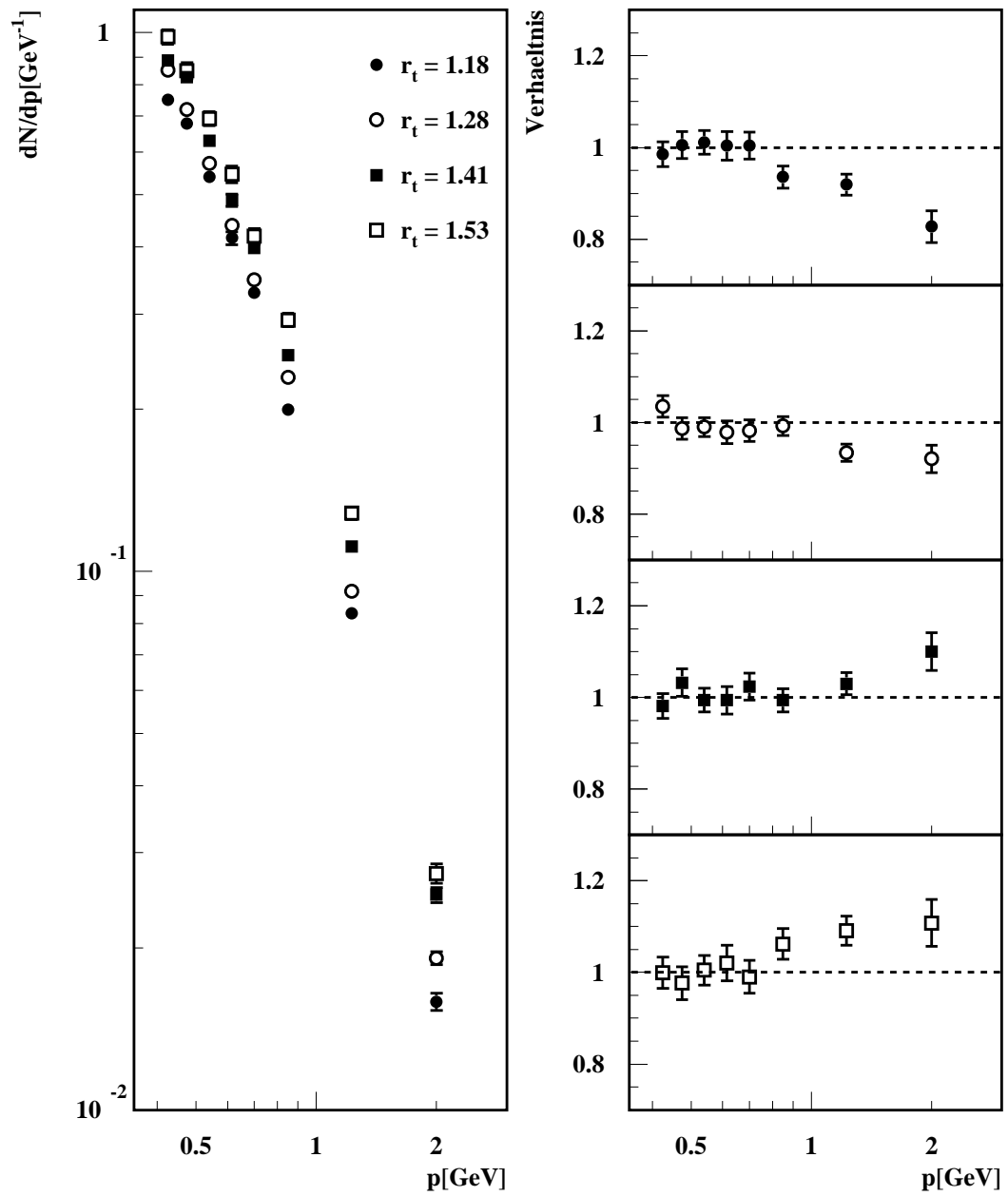


Abbildung 8.8:

Links: Impulsverteilung der Spuren in einem  $30^\circ$ -Kegel für verschiedene Werte von  $r_t$

Rechts: Auf die mittlere Verteilung normierte und durch den entsprechenden Wert von  $r_t$  dividierte Impulsverteilungen. Für  $p < 1 \text{ GeV}$  kann ein Skalieren der Verteilungen beobachtet werden.

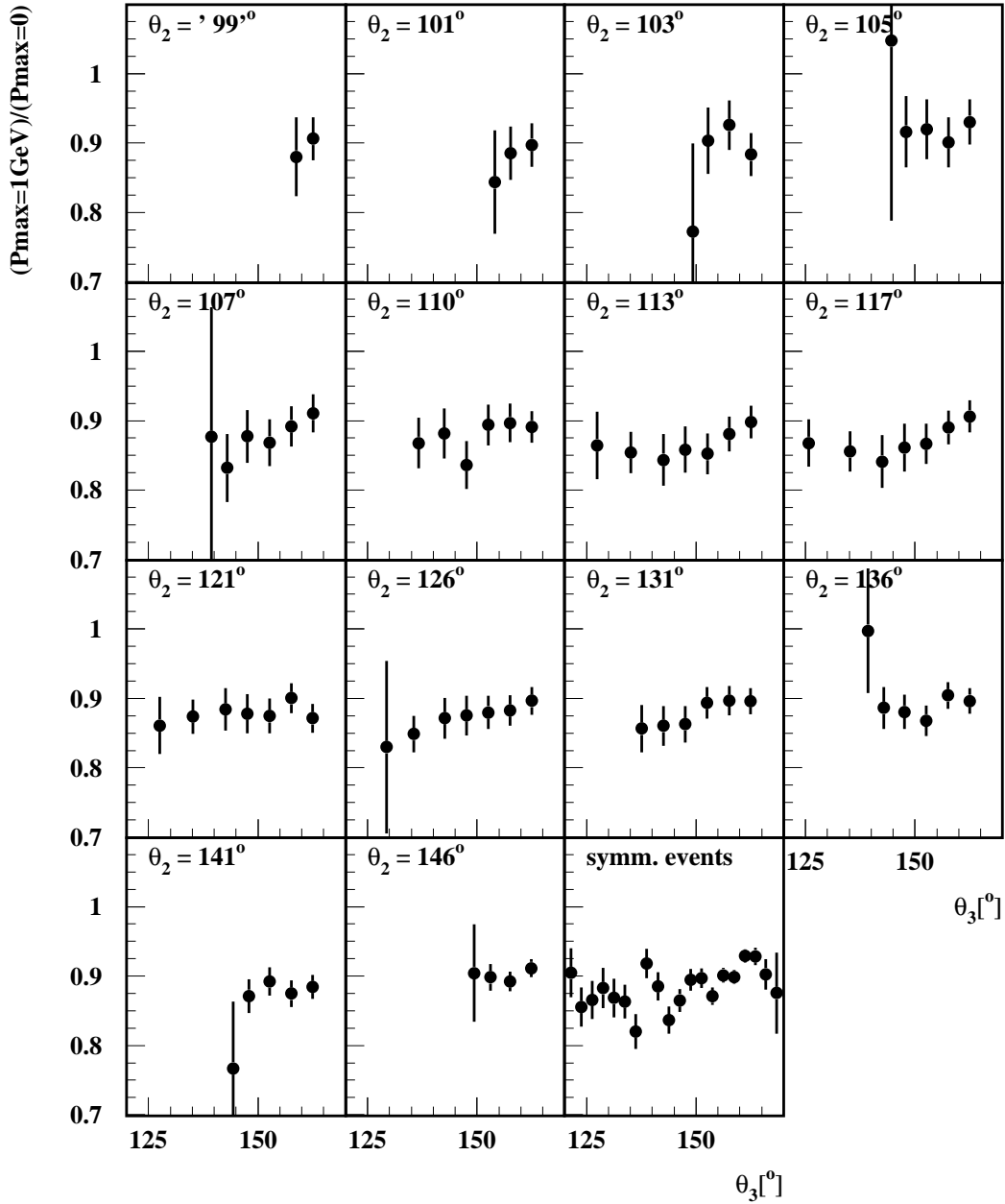


Abbildung 8.9:

Das Verhältnis der mit einem Impulsschnitt von maximal  $1\text{GeV}/c$  gemessenen Kegelmultiplizität zu der Kegelmultiplizität ohne einen solchen Schnitt in Abhängigkeit der Ereignistopologie

## 8.2 Multiplizitäten

Die Multiplizität symmetrischer Dreijetereignisse ist mit einem heuristisch erweiterten theoretischen Ansatz in [85] untersucht worden. In diesem Kapitel wird diese Analyse auf Ereignisse allgemeiner Topologien ausgeweitet und durch das Verwenden der Vorhersagen Eden A und Eden B in einem theoretisch fundiertem Rahmen behandelt. Hierdurch ist insbesondere die Subtraktion des Quarkanteils von der Dreijetmultiplizität möglich, sodaß bei bekannter Quarkmultiplizität die Multiplizität von Zwei-Gluon-Systemen aus den Messungen bestimmt werden kann. Die Kenntnis dieser experimentell sonst nur wenig zugänglichen Größe erlaubt die Untersuchung der verschiedenen Verhältnisse der Quark- und Gluonmultiplizität und deren Ableitungen bei verschiedenen effektiven Schwerpunktsenergien. Der Vergleich der Quark- und Gluonmultiplizität gibt direkt Aufschluß über die effektiven Farbladungen von Quarks und Gluonen und erlaubt damit, die Gruppenstruktur der QCD experimentell zu testen.

### 8.2.1 Die Ereignismultiplizität

Die untersuchten Multiplizitäten ergeben sich gemäß Abs. 7.5 als Mittelwert der jeweiligen Multiplizitätsverteilung. In Abb. 8.10 sind exemplarisch die Multiplizitätsverteilungen für die mit dem angular ordered Durham-Algorithmus rekonstruierten symmetrischen Ereignistopologien dargestellt. Die eingezeichneten Linien stellen eine Anpassung der negativen Binomialverteilung mit freiem  $\mu$  und  $k$  dar. Die Beschreibung der Verteilungen durch die angepaßte Funktion ist gut. Die Mittelwerte dieser Verteilungen sind in Abb. 8.11 im Vergleich mit den Vorhersagen verschiedener Monte-Carlo Generatoren dargestellt. In der logarithmischen Darstellung ist ein nahezu linearer Anstieg der Ereignismultiplizität mit dem Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  zu beobachten. Die Vorhersagen der QCD-Simulationen stimmen gut miteinander überein, wenngleich ARIADNE bei großen Öffnungswinkeln niedrigere Multiplizitäten als JETSET und HERWIG vorhersagt. Alle drei Simulationen unterschätzen allerdings die Ereignismultiplizität um ca. 0.4 Einheiten.

In Abb. 8.13 sind die mittleren Multiplizitäten von Ereignissen allgemeiner Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  gezeigt. Die dargestellten Multiplizitäten wurden unter Verwendung des angular Ordered Durham-Algorithmus gewonnen, die entsprechenden Multiplizitäten für den Cambridge-, Durham- und Luclus-Algorithmus sind im Anhang tabelliert. Da sich die Wertebereiche für verschiedene Werte von  $\vartheta_3$  teilweise überlappen, sind die Messpunkte wechselweise im linken oder rechten Koordinatensystem dargestellt. Zur Orientierung sind in Abb. 8.12 die Ereignistopologien, die den einzelnen Messpunkten entsprechen, dargestellt. Die



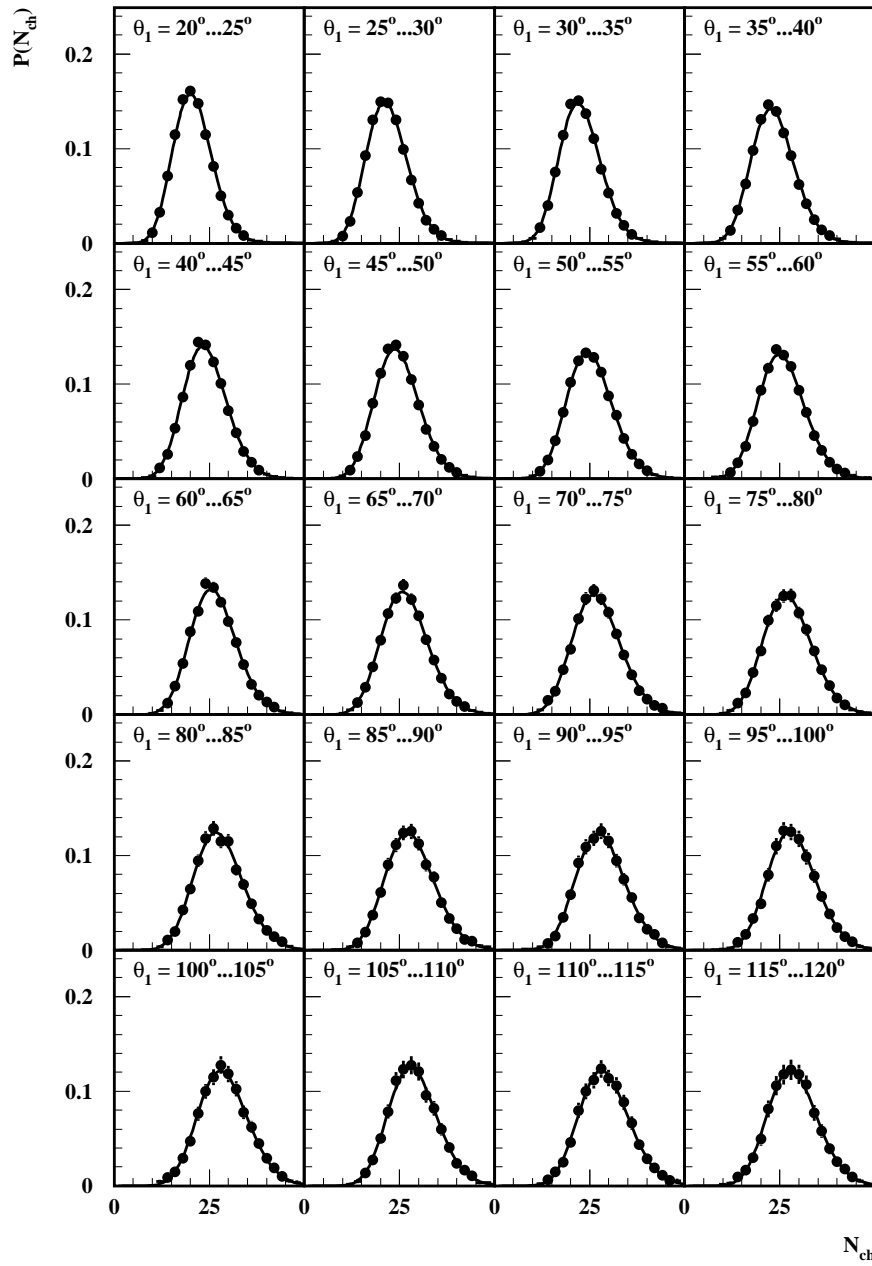


Abbildung 8.10: Die Multiplizitätsverteilungen der symmetrischen Ereignisse

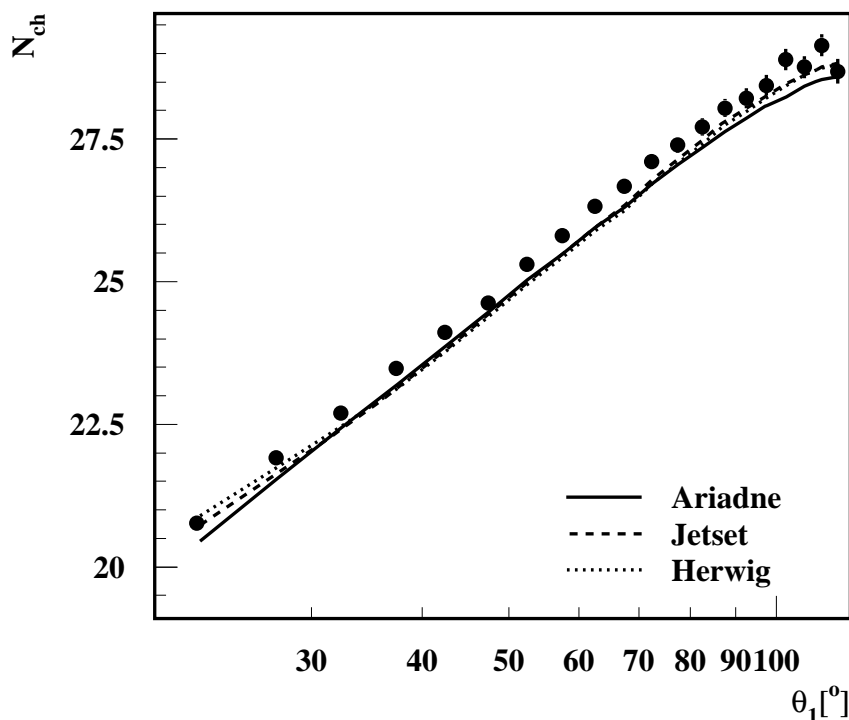


Abbildung 8.11: Die mittlere Multiplizität in symmetrischen Dreijetereignissen in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  im Vergleich mit den Vorhersagen verschiedener Monte-Carlo Generatoren

zu einer gegebenen Topologie gehörende Multiplizität wurde für diese Darstellung mit der Vorhersage Gl. Eden A bestimmt. Der nach links weisende Strich stellt Jet 1 dar, gegen den Uhrzeigersinn folgen Jet 2 und Jet 3. Die Länge der Striche entspricht der Energie der Jets.

Es ist zu beobachten, daß die Ereignismultiplizität bei größer werdendem  $\vartheta_1$  zunimmt, mit anwachsendem  $\vartheta_3$  hingegen abnimmt. Die Abhängigkeit der in Abb. 8.13 dargestellten Multiplizitäten von  $\vartheta_1$  ist bei festem  $\vartheta_3$  deutlich schwächer ausgeprägt, als dies bei den symmetrischen Topologien der Fall ist. Die Abhängigkeit von  $\vartheta_3$  hingegen ist deutlich größer. Während eine Änderung von  $50^\circ$  in  $\vartheta_1$  eine Multiplizitätsänderung von ca. 2 Einheiten bewirkt, beträgt die entsprechende Änderung bei Variation von  $\vartheta_3$  ca. 4 Einheiten. Auch hier wird, wie bei den symmetrischen Ereignistopologien, die Multiplizität von den QCD-Simulationen unterschätzt, es ist allerdings zu beobachten, daß dies bei kleinen  $\vartheta_3$  stärker der Fall ist als bei größeren.

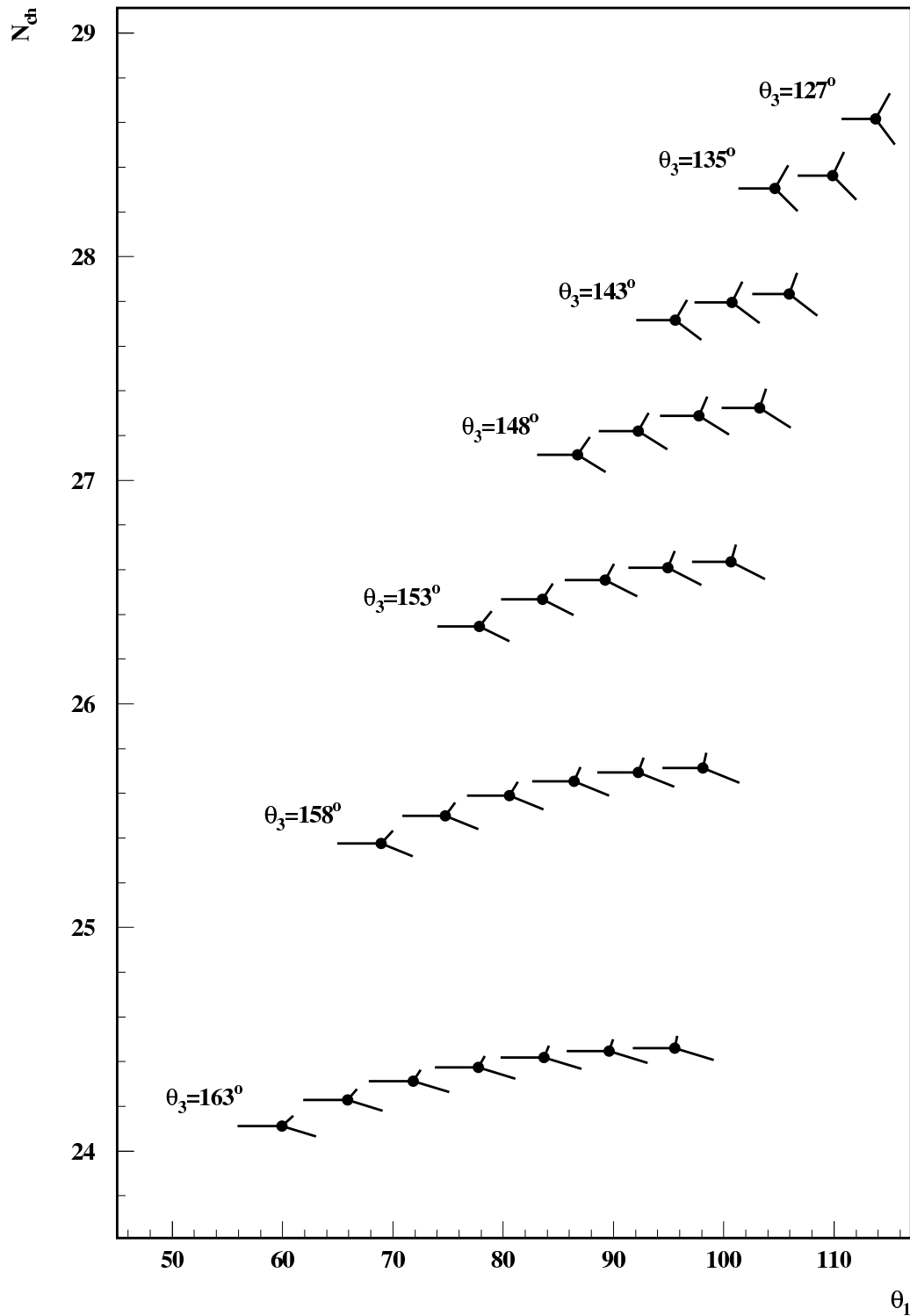


Abbildung 8.12: Die Ereignistopologien als Funktion von  $\vartheta_1$  und  $N_{ch}$ . Jet 1 weist nach links, die Numerierung erfolgt gegen den Uhrzeigersinn. Die Länge der Jets entspricht der jeweiligen Energie. Die Werte für  $N_{ch}$  wurden mit Gl. Eden A bestimmt.

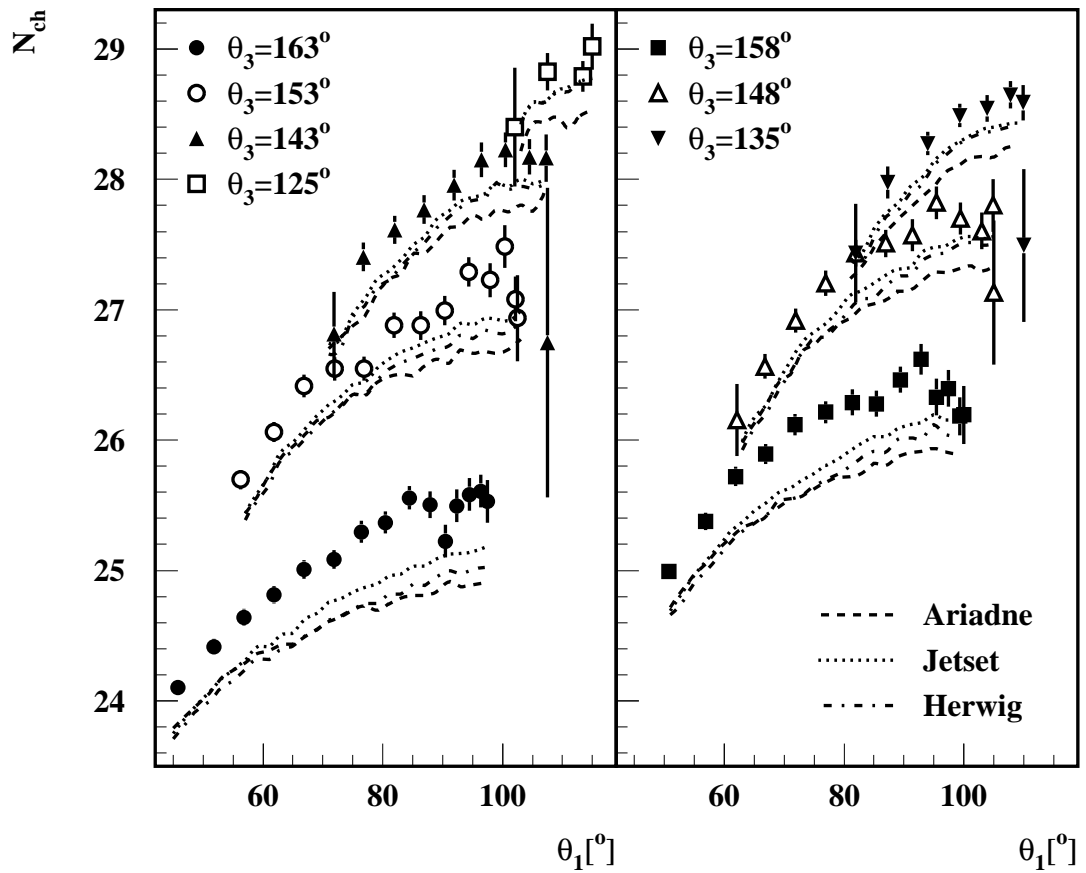


Abbildung 8.13: Die mittlere Multiplizität in Dreijetereignissen allgemeiner Topologie in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  für unterschiedliche Werte von  $\vartheta_3$  im Vergleich mit den Vorhersagen verschiedener Monte-Carlo Generatoren.

Zur Untersuchung der Auswirkung, die die angewandte Methode der Akzeptanzkorrektur bzw. der Bestimmung der mittleren Multiplizität auf die Messwerte hat, wurde die zentrale Methode mit zwei alternativen Verfahren verglichen:

- Die in Abs. 7.5 beschriebene Matrixkorrektur, der Mittelwert wird hier arithmetisch bestimmt. Dieses Verfahren liefert den Zentralwert.
- Die in Abs. 7.5 beschriebene Matrixkorrektur, der Mittelwert wird einer Parameteranpassung der negativen Binomialverteilung entnommen
- Eine einfache multiplikative Korrektur

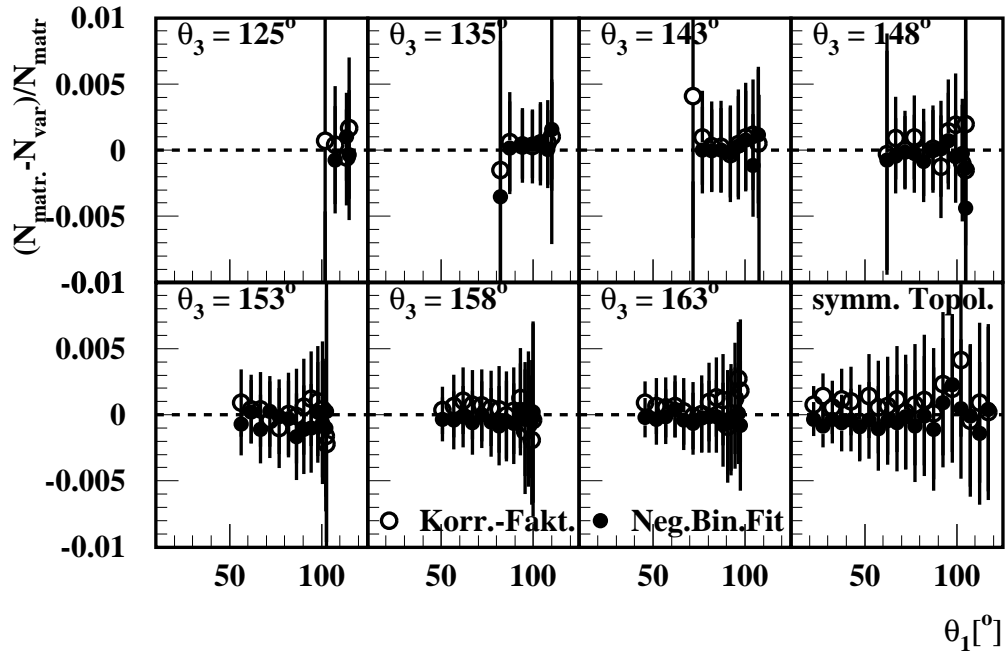


Abbildung 8.14: Die relativen Abweichungen aufgrund verschiedener Verfahren zur Gewinnung der mittleren Multiplizität

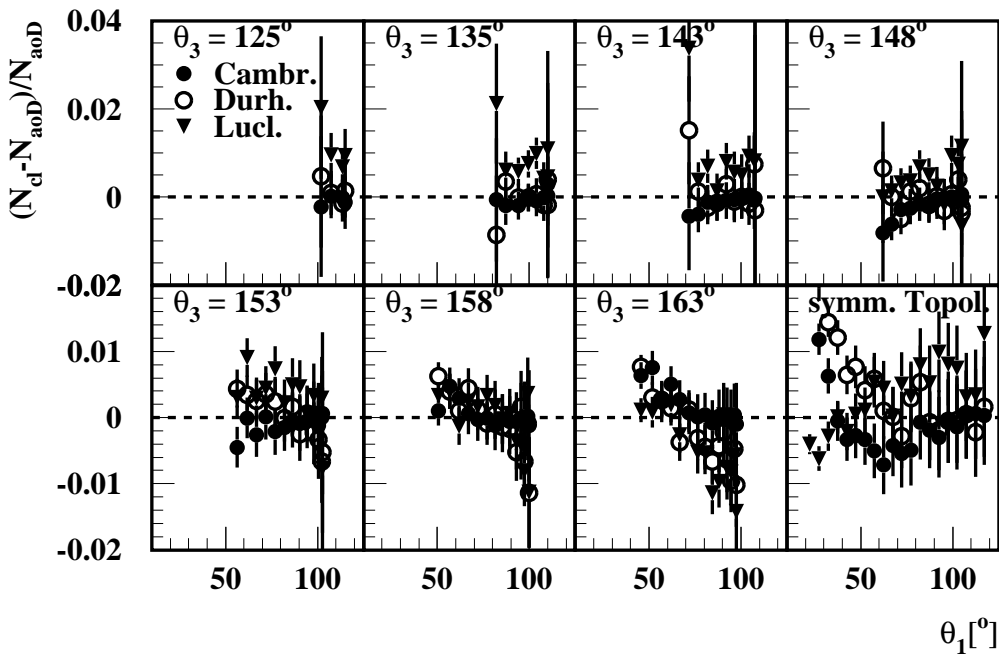


Abbildung 8.15: Die relativen Abweichungen, die sich durch die Verwendung anderer Rekombinationsalgorithmen bezogen auf den angular ordered Durham-Algorithmus ergibt.

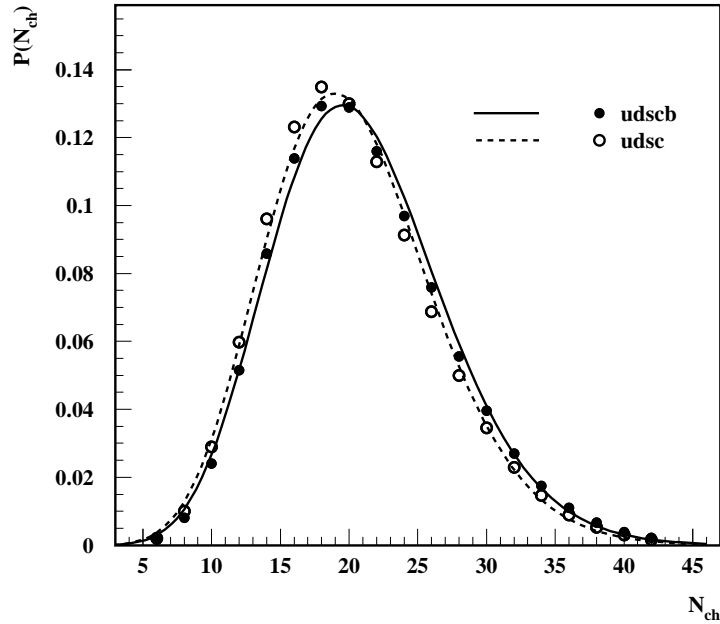


Abbildung 8.16: Die Multiplizitätsverteilung aller Ereignisse für selektierte *udscb*- und *udsc*-Ereignisse. Die Linien stellen eine Anpassung der negativen Binomialverteilung dar.

Die relativen Abweichungen, die sich durch die beiden alternativen Verfahren ergeben, sind in Abb. 8.14 gezeigt. Alle drei Verfahren stimmen hervorragend überein, die Abweichungen sind  $\sim 0.1\%$ . Insbesondere tendiert die multiplikative Korrektur systematisch zu geringfügig niedrigeren Werten.

Die Multiplizitätsunterschiede, die sich durch die Verwendung verschiedener Rekombinationsalgorithmen ergeben, sind in Abb. 8.15 bezogen auf den angular ordered Durham-Algorithmus dargestellt. Die Änderung der Multiplizität durch Variation des Rekombinationsalgorithmus erfolgt indirekt, indem verschiedene Algorithmen die Spuren der Ereignisse unterschiedlich zu Jets zusammenfassen, wodurch sich Unterschiede in den Zwischenjetwinkeln ergeben. Ordnet beispielsweise bei symmetrischen Topologien ein Rekombinationsalgorithmus, der dazu tendiert,  $\vartheta_1$  kleiner zu bestimmen, eine gemessene Multiplizität bei einem kleineren  $\vartheta_1$  ein als ein Vergleichsalgorithmus, so ermittelt dieser für einen gegebenen  $\vartheta_1$ -Wert eine im Mittel höhere Multiplizität als der Vergleichsalgorithmus, da die Multiplizität mit  $\vartheta_1$  ansteigt. Die Multiplizitätsänderungen durch den Rekombinationsalgorithmus liegen im Bereich von  $\sim 1\%$ , wobei die größten Abweichungen beim Luclus-Algorithmus zu erkennen sind, was nicht überrascht, da sich dieser Algo-

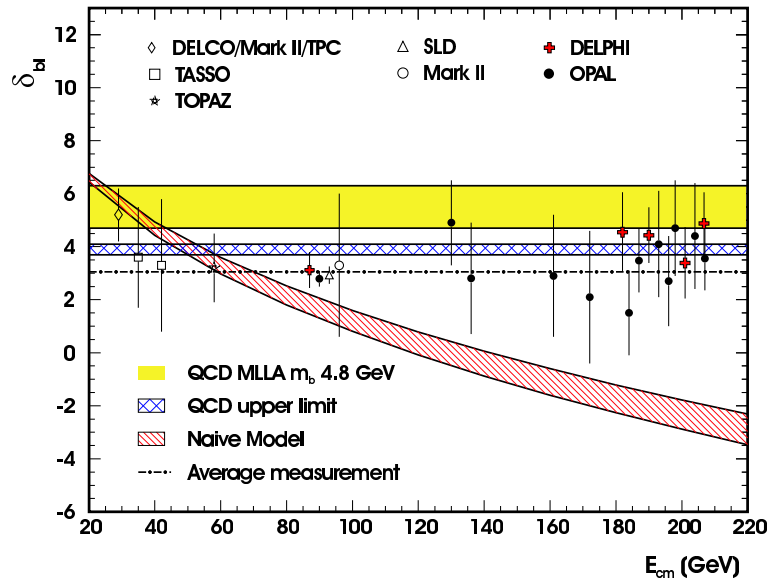


Abbildung 8.17: Messungen von  $\delta_{b-uds}$  bei verschiedenen Schwerpunktenenergien [78]

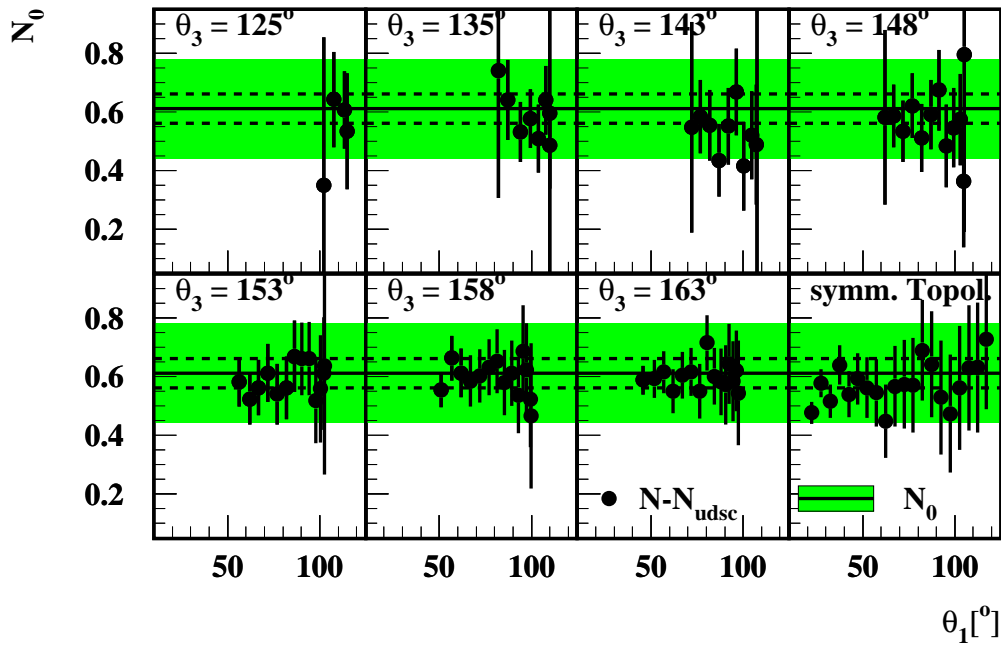


Abbildung 8.18: Die Multiplizitätsdifferenzen zwischen  $udscb$ - und  $udsc$ -Ereignissen. Die unterlegte Fläche stellt die in Gl. 8.14 angegebene Unsicherheit von  $N_0$  dar, die gestrichelten Linien entsprechen dem statistischen Fehler von  $N_0$ .

rithmus aufgrund seines Abstandsmaßes am stärksten von den anderen Algorithmen unterscheidet. Bei symmetrischen Topologien führt der Luclus-Algorithmus bei kleinen Öffnungswinkeln zu niedrigeren, bei großen Öffnungswinkeln hingegen zu höheren Multiplizitäten als der angular ordered Durham-Algorithmus, d.h. er tendiert dazu, kleine Öffnungswinkel größer und große Öffnungswinkel kleiner als dieser zu rekonstruieren. Die mit dem Cambridge- oder Durham-Algorithmus gefundenen Multiplizitäten stimmen bei großen Winkeln gut mit den mit dem angular ordered Durham erzielten überein, weichen aber bei kleinen Öffnungswinkeln zu höheren Multiplizitäten ab. Sie tendieren also dazu, kleine Öffnungswinkel kleiner als der angular ordered Durham-Algorithmus zu rekonstruieren. Die mit dem angular ordered Durham-Algorithmus erzielten Ergebnisse liegen zwischen denen der anderen Algorithmen, wodurch die Wahl des angular ordered Durham-Algorithmus zur Gewinnung der zentralen Resultate zusätzlich motiviert wird. Die Abweichungen aufgrund des Korrekturverfahrens oder des Rekombinationsalgorithmus werden bei der Betrachtung von systematischen Fehlern berücksichtigt.

Die Multiplizitätsverteilung für alle Ereignisse unbeachtet der jeweiligen Topologie ist in Abb. 8.16 für  $udscb$ - und  $udsc$ -Ereignisse dargestellt.  $udsc$ -Ereignisse wurden hierbei gegen  $b$ -Ereignisse mittels des in Abs. 7.4 beschriebenen Verfahrens diskriminiert. Die Ereignisse, die in diese Verteilungen eingehen, wurden ohne die in Tab. 7.4 angegebenen Schnitte auf die Jetstruktur ausgewählt, da diese für die Gesamtmultiplizität nicht relevant sind, aber die Ereignisauswahl zugunsten von Ereignissen mit tendenziell höherer Multiplizität beeinflussen. So ergibt sich die mittlere Multiplizität aller Ereignisse bei Anwendung der jetbezogenen Schnitte um ca. 3% höher als ohne diese Schnitte.

Die Mittelwerte dieser Verteilungen betragen  $N_{ch}^{(udscb)}(m_Z) = 20.963 \pm 0.004$  und  $N_{ch}^{(udsc)}(m_Z) = 20.353 \pm 0.004$ , was in guter Übereinstimmung mit anderen Messungen dieser Größe ([101] bis [114], vgl. Anhang, Tab. B.1) ist. Die Differenz der Multiplizität von  $udscb$ - und  $udsc$ -Ereignissen ergibt sich hieraus zu

$$N_0 \equiv \delta_{udscb-udsc} = N_{ch}^{(udscb)} - N_{ch}^{(udsc)} = 0.610 \pm 0.0009 \quad , \quad (8.7)$$

wobei zur Bestimmung des statistischen Fehlers die Korrelation der beiden Messwerte zu  $\sqrt{1 - R_b} \sim 0.9$  angenommen wurde. Eine Messung der Multiplizität in  $b$ - und indiskriminierten Ereignissen bei  $\sqrt{s} = M_Z$  der DEHLPI-Kollaboration [79] ergab

$$\langle n_h \rangle = 10.569 \pm 0.002 \quad (8.8)$$

$$\langle n_h \rangle_b = 11.66 \pm 0.04 \quad , \quad (8.9)$$



während eine entsprechende Messung der OPAL-Kollaboration [80] auf

$$\langle n_h \rangle = 10.680 \pm 0.004 \quad (8.10)$$

$$\langle n_h \rangle_b = 11.81 \pm 0.01 \quad (8.11)$$

führte. Diese Messungen beziehen sich auf nur eine Hemisphäre eines Ereignisses, müssen zum Vergleich mit Ereignismultiplizitäten also mit Zwei multipliziert werden. Mit dem Zusammenhang

$$N_0 = 2 \frac{R_b}{1 - R_b} \cdot (\langle n_h \rangle_b - \langle n_h \rangle) \quad (8.12)$$

läßt sich  $N_0$  aus diesen Messungen bestimmen.  $R_b$  ist hierbei der relative Anteil der  $b\bar{b}$ -Ereignisse an den hadronischen  $Z$ -Zerfällen, der zu

$$R_b(m_Z) = 0.21643 \pm 0.00073 \quad (8.13)$$

bestimmt worden ist [81]. Für  $N_0$  ergeben sich hieraus die Werte  $N_0 = 0.603 \pm 0.06$  für die DELPHI-Messung sowie  $N_0 = 0.624 \pm 0.07$  für die Messung der OPAL-Kollaboration, wobei neben den oben angeführten statistischen Fehlern auch der systematische Fehler von  $\langle n_h \rangle_b$  berücksichtigt wurde, der von DELPHI mit  $\pm 0.22$  und von OPAL mit  $\pm 0.24$  angegeben wird. Diese beiden Ergebnisse lassen sich zu einem mittleren Wert von

$$N_0 = 0.612 \pm 0.24 \quad (8.14)$$

in völliger Übereinstimmung mit dem in Gl. 8.7 gegebenen Wert zusammenfassen.

$N_0$  ist im Rahmen dieser Untersuchung als Unterschied zwischen den gemessenen  $udscb$ -Multiplizitäten und der auf  $udsc$ -Ereignisse bezogenen Vorhersage von Bedeutung. Aufgrund von Energieerhaltung und der gleichzeitigen Berücksichtigung von Kohärenzeffekten in der Gluonabstrahlung durch schwere Quarks wird der Multiplizitätsunterschied  $\delta_{b-uds}$  zwischen Ereignissen mit initialen  $b$ - bzw. leichten Quarks in der MLLA als unabhängig von der Schwerpunktenenergie des Quark-Antiquark-Paares vorhergesagt [29]. In Abb. 8.17 sind Messungen von  $\delta_{b-uds}$  bei verschiedenen Schwerpunktenenergien gezeigt. Die MLLA-Vorhersage wird durch die Messungen mit  $\delta_{b-uds} \sim 3$  bestätigt. Unter der Voraussetzung, daß der Anteil von  $b\bar{b}$ -Ereignissen unabhängig von der Topologie der Dreijetereignisse ist, impliziert dies, daß auch  $N_0$  unabhängig von der Ereignistopologie ist. In Abb. 8.18 ist die Differenz zwischen den in  $udscb$ - und  $udsc$ -Ereignissen gemessenen Multiplizitäten in Abhängigkeit von der Ereignistopologie gezeigt. Die horizontale Linie gibt den in 8.14 angegebenen Wert wieder. Es ist im Rahmen der Fehler keine Topologieabhängigkeit der Multiplizitätsdifferenzen zu erkennen, die ermittelten Werte stimmen überdies gut mit Gl. 8.14 überein, sodaß von einer Topologieunabhängigkeit von  $N_0$  ausgegangen werden kann.

### 8.2.2 Die Anpassung der Farbfaktoren

An die gemessenen Ereignismultiplizitäten für verschiedene Topologien soll nun die Vorhersage Eden A und Eden B angepaßt werden, wobei das Farbfaktorverhältnis  $C_A/C_F$  als freier Parameter der Anpassung aufgefaßt wird. Diese Untersuchung wurde erstmals in [87] für mit dem angular ordered Durham-Algorithmus rekombinierte symmetrische Ereignisse vorgestellt und wird nun auf symmetrische sowie auch allgemeine Ereignistopologien angewandt. Hierzu werden zunächst die Vorhersagen Eden A und Eden B unter Verwendung von Gl. 6.42a in eine geschlossene Form gebracht, mit der das Farbfaktorverhältnis  $C_A/C_F$  aus den Daten bestimmt wird, bevor abschließend die systematischen Fehler diskutiert werden.

#### Vorbereitung der Theriefunktion

Um eine geschlossene Darstellung der Vorhersage zu erhalten, muß zunächst eine Parametrisierung der inklusiven Ereignismultiplizität in  $q\bar{q}$ -Paarproduktionsprozessen in Abhängigkeit von der Schwerpunktennergie gefunden werden. Eine geeignete Parametrisierung dieser Abhängigkeit führt schließlich über Gl. 6.42a und Gl. 6.47 zu Parametrisierungen von  $N_{gg}(L)$  und  $N_{q\bar{q}}(L, \kappa_{\text{cut}})$ , welche in Gl. Eden A und Eden B eingesetzt werden können und somit zu einem Ausdruck für die Dreijetmultiplizität führen, der über die auftretenden Skalenvariablen, welche als Funktionen der Zwischenjetwinkel ausgedrückt werden, lediglich von der Ereignistopologie abhängt.

Zur Bestimmung der Ereignismultiplizität in der  $q\bar{q}$ -Paarproduktion werden die in der  $e^+e^-$ -Annihilation bei verschiedenen Schwerpunktennergien gemessenen Multiplizitäten hadronischer Ereignisse betrachtet ([92] bis [122]). Ältere Daten der JADE- und der PLUTO-Kollaboration [123, 124, 125] wurden nicht verwendet, da in diesen Daten die Pionen aus dem Zerfall  $K^0 \rightarrow \pi\pi$  nicht mitgezählt wurden, was zu systematisch niedriger gemessenen Multiplizitäten führt. Kürzlich neu analysierte Daten der JADE-Kollaboration wurden hingegen berücksichtigt [92]. Die Daten sind in Abb. 8.19 dargestellt und im Anhang tabelliert. In diesen Messungen sind auch Ereignisse mit initialen  $b$ -Quarks enthalten, die aufgrund der Zerfallsprodukte der produzierten  $B$ -Mesonen eine nicht durch die starke Wechselwirkung verursachte, zusätzliche Multiplizität besitzen. Da der Anteil von hadronischen Ereignissen mit einem initialen  $b\bar{b}$ -Paar von der Schwerpunktennergie der  $e^+e^-$ -Annihilation abhängt ergibt sich daraus eine zusätzliche Energieabhängigkeit der Multiplizität, die berücksichtigt werden muss.

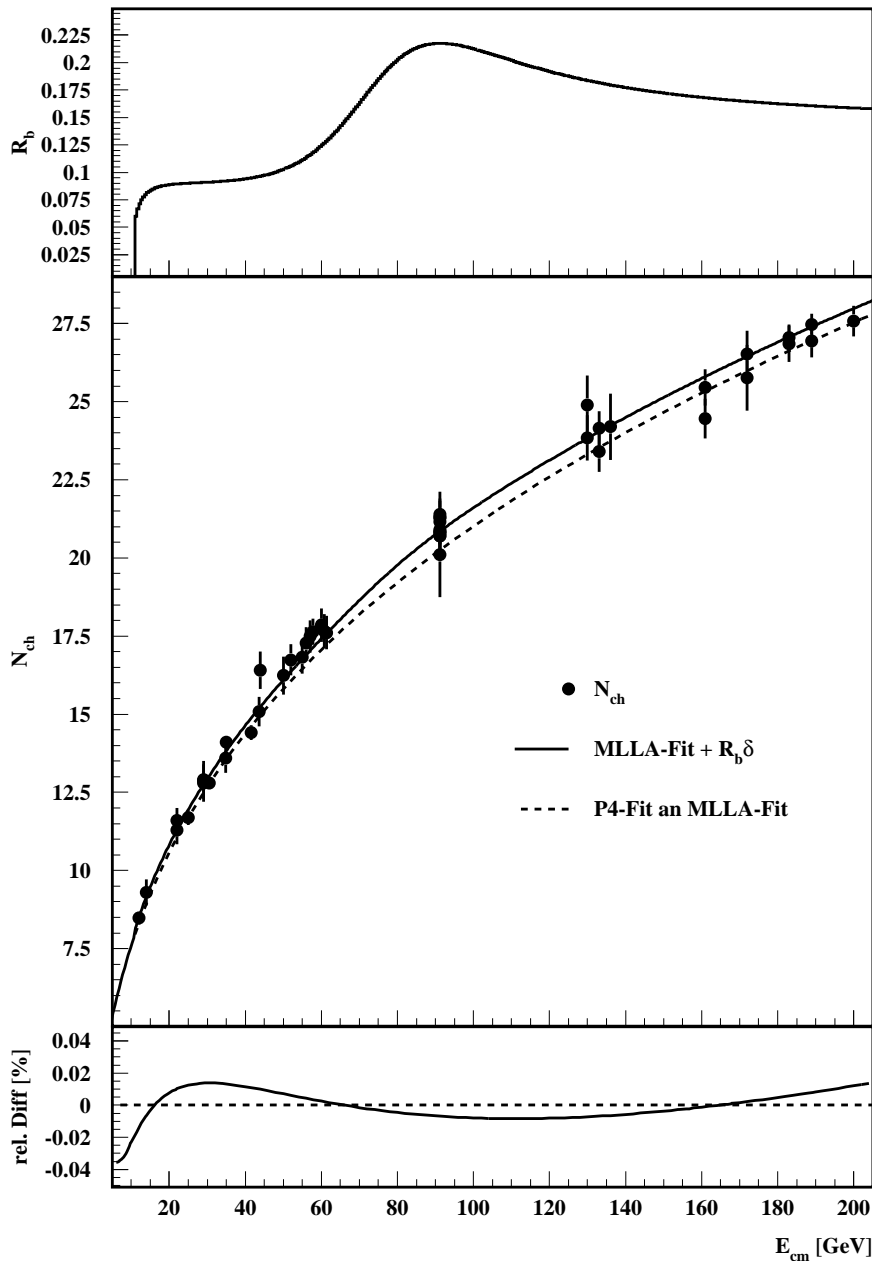


Abbildung 8.19: oben: Das Verzweigungsverhältnis  $R_b$  als Funktion der Schwerpunktenenergie  
 mitte: Die zur Bestimmung von  $N_{q\bar{q}}$  verwendeten Messungen mit angepaßter Parametrisierung  
 unten: Die relative Differenz zwischen der angepaßten Parametrisierung und dem daran angepaßten Polynom

Im oberen Drittel von Abb. 8.19 ist das Verzweigungsverhältnis

$$R_b = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow b\bar{b})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})} \quad (8.15)$$

gezeigt. Bei einer Schwerpunktenenergie von  $\sqrt{s} > 10\text{Gev}$ , die zur Bildung eines  $b\bar{b}$ -Paares ausreicht, beginnend, bleibt  $R_b$  zunächst im durch den Photonaustausch dominierten Energiebereich nahezu konstant bei dem durch die elektrische Ladung des  $b$ -Quarks gegebenen Wert von  $R_b \sim \frac{1}{11}$ . Der Anteil der produzierten  $b$ -Quarks erhöht sich dann in der Umgebung der  $Z$ -Resonanz, da die partielle Zerfallsbreite in  $b$ -Quarks des  $Z$ -Bosons größer ist als die des Photons. Im auf die  $Z$ -Resonanz folgenden Bereich, in dem sowohl Photonen als auch  $Z$ -Bosonen gebildet werden, ergibt sich dann ein mittlerer Wert. Die gezeigte Kurve wurde mittels der Routine LUXTOT des Simulationsprogrammes JETSET bestimmt. Hierbei werden Quarkschwellen ebenso wie Effekte der schwachen und starken Wechselwirkung sowie Strahlungskorrekturen berücksichtigt.

Die mittlere durch  $b$ -Ereignisse zusätzlich beigetragene Multiplizität ergibt sich als

$$\begin{aligned} \delta_{b-udsc} &= 2 \cdot \left( \langle n_h \rangle_b - \langle n_h \rangle_{udsc} \right) = 2 \cdot \left( \langle n_h \rangle_b - \frac{\langle n_h \rangle - R_b \langle n_h \rangle_b}{1 - R_b} \right) \\ &= \frac{2}{1 - R_b} \cdot \left( \langle n_h \rangle_b - \langle n_h \rangle \right) = \frac{N_0}{R_b(m_Z)} \quad , \end{aligned} \quad (8.16)$$

sodaß sich mit Gl. 8.13 und 8.14 der Wert  $\delta_{b-udsc} = 2.83 \pm 0.23$  ergibt. An die Multiplizitäten wird nun die Parametrisierung Gl. 6.28a in der Form

$$N_{ch}^{udscb}(\sqrt{s}) = N_{ch}^{udsc}(\sqrt{s}) + \delta_{b-udsc} \cdot R_b(\sqrt{s}) \quad (8.17)$$

angepaßt, wobei  $a$  und  $\Lambda$  als freie Parameter aufgefaßt werden. Die angepaßte Funktion beschreibt die Energieabhängigkeit der gemessenen Multiplizitäten mit einem  $\chi^2$  pro Freiheitsgrad von 33/48 ausgezeichnet, die Werte der angepaßten Parameter sind

$$\begin{aligned} a &= 0.10252 \pm 0.0025 \\ \Lambda &= 0.243 \pm 0.012 \quad . \end{aligned}$$

Da Gl. 6.42a die Integration der Parametrisierung verlangt, wird zur rechnerischen Vereinfachung ein Polynom vierten Grades in  $L = \log(s/\Lambda^2)$

$$N_{P4}(\sqrt{s}) = p_0 + p_1 L + p_2 L^2 + p_3 L^3 + p_4 L^4 \quad (8.18)$$

an die MLLA-Parametrisierung für  $N_{ch}^{udsc}$  angepaßt. Die Anpassung wird mit  $\Lambda = 0.25\text{GeV}$  durchgeführt und liefert die folgenden Werte für die Koeffizienten  $p_i$ :

$$\begin{aligned} p_0 &= 0.18981 \\ p_1 &= 0.40950 \\ p_2 &= 0.57358 \cdot 10^{-1} \\ p_3 &= 0.10349 \cdot 10^{-2} \\ p_4 &= 0.28640 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Im unteren Teil von Abb. 8.19 ist die relative Abweichung der Polynoms von der MLLA-Parametrisierung gezeigt. Der Unterschied zwischen beiden Parametrisierungen beträgt wenige zehntel Promille, sodaß von einer sehr guten Beschreibung der MLLA-Parametrisierung durch das Polynom ausgegangen werden kann.

Zur Verwendung eines Wertes für  $\Lambda$ , der von dem bei der Anpassung des Polynoms verwendeten Wert verschieden ist, ist es möglich, aus den Koeffizienten  $p_i$  die zu einem Wert  $\Lambda'$  passenden Koeffizienten  $p'_i$  auszurechnen:

$$\begin{aligned} p'_0 &= p_0 + p_1 y + p_2 y^2 + p_3 y^3 + p_4 y^4 \\ p'_1 &= p_1 + 2p_2 y + 3p_3 y^2 + 4p_4 y^3 \\ p'_2 &= p_2 + 3p_3 y + 6p_4 y^2 \\ p'_3 &= p_3 + 4p_4 y \\ p'_4 &= p_4 \end{aligned}$$

Hierbei ist  $y = \log(\Lambda'^2/\Lambda^2)$ .

Das Polynom Gl. 8.18 nimmt für  $\sqrt{s} = M_Z$  den Wert 20.2561 an. Dies ist zu Vergleichen mit der in dieser Analyse gemessenen Gesamtmultiplizität in  $udsc$ -Ereignissen, die sich zu  $20.353 \pm 0.004$  ergibt. Die Abweichung ist sehr klein und wird bei der Betrachtung des systematischen Fehlers berücksichtigt.

Unter Verwendung der Parametrisierung Gl. 8.18 für  $N_{q\bar{q}}$  läßt sich nunmehr Gl. 6.42a elementar integrieren und man erhält

$$\begin{aligned} N_{gg}(L) &= N_{q\bar{q}}(L_0) + \frac{C_A}{C_F} \left\{ \alpha_0 c_r p_1 \log \left( \frac{L_0 - c_g + c_q}{L - c_g + c_q} \right) \right. \\ &\quad + (p_1 - 2\alpha_0 c_r p_2) \cdot (L - L_0) + \left( p_2 - \frac{3}{2} \alpha_0 c_r p_3 \right) \cdot (L - L_0)^2 \\ &\quad \left. + \left( p_3 - \frac{4}{3} \alpha_0 c_r p_4 \right) \cdot (L - L_0)^3 + p_4 \cdot (L - L_0)^4 \right\} \quad (8.19) \end{aligned}$$

Hierbei bedeutet  $L_0$  diejenige Skalenvariable, bei der  $N_{q\bar{q}}(L_0) = N_{gg}(L_0)$  gilt und die somit einen natürlichen Startpunkt der Integration von Gl. 6.42a darstellt. Die freie Integrationskonstante ist mit  $N_{q\bar{q}}(L_0)$  entsprechend gewählt. Der Wert von  $L_0$  wird aus einer direkten Messung der Multiplizität eines zwei-Gluon Farb-Singlett Systems bestimmt. Eine solche ist von der CLEO Kollaboration anhand des Zerfalls des  $\chi'$  durchgeführt worden. Die Multiplizität wurde hier zu  $N_{gg}(9.9132\text{GeV}) = 9.339 \pm 0.090 \pm 0.045$  bestimmt. [90] Mit  $\Lambda = 0.25\text{GeV}$  ergibt sich hieraus  $L_0 = 5.86$ , was einer Schwerpunktennergie von  $4.86\text{GeV}$  entspricht, bei der Quark- und Gluonmultiplizität übereinstimmen. Mit Gl. 8.19 ist damit eine vollständige Vorhersage der Gluonmultiplizität und ihrer Energieabhängigkeit gegeben, die keinen freien Parameter besitzt.

Für die phasenraumbeschränkte Quarkmultiplizität ergibt sich entsprechend nach Gl. 6.47 die folgende geschlossene Darstellung:

$$N_{q\bar{q}}(L, \kappa_{\text{cut}}) = p_0 + \frac{1}{2}p_2(\kappa_{\text{cut}} + c_q)^2 + \frac{2}{3}p_3(\kappa_{\text{cut}} + c_q)^3 + \frac{3}{4}p_4(\kappa_{\text{cut}} + c_q)^4 + L \cdot \left( p_1 + \frac{1}{2}p_2(\kappa_{\text{cut}} + c_q) + \frac{1}{3}p_3(\kappa_{\text{cut}} + c_q)^2 + \frac{1}{4}p_4(\kappa_{\text{cut}} + c_q)^3 \right) \quad (8.20)$$

Die in Gl. Eden A und Eden B verwendeten Skalenvariablen  $s_{q\bar{q}}$ ,  $p_{\perp\text{Le}}$  und  $p_{\perp\text{Lu}}$  lassen sich unter Annahme masseloser Jetkinematik durch die Zwischenjetwinkel des Ereignisses ausdrücken. Es ergibt sich hierbei

$$s_{q\bar{q}} = 2s \frac{\sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2}{(\sin \vartheta_1 + \sin \vartheta_2 + \sin \vartheta_3)^2} (1 - \cos \vartheta_3) \quad (8.21)$$

$$p_{\perp\text{Le}} = 2s \frac{\sin^2 \vartheta_3}{(\sin \vartheta_1 + \sin \vartheta_2 + \sin \vartheta_3)^2} \frac{(1 - \cos \vartheta_1)(1 - \cos \vartheta_2)}{(1 - \cos \vartheta_3)} \quad (8.22)$$

$$p_{\perp\text{Lu}} = 4s \frac{\sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \sin^2 \vartheta_3}{(\sin \vartheta_1 + \sin \vartheta_2 + \sin \vartheta_3)^4} (1 - \cos \vartheta_1)(1 - \cos \vartheta_2) \quad (8.23)$$

wobei angenommen wurde, das Jet 3 der Gluonjet ist. Die entsprechenden Ausdrücke für die Fälle, daß der Gluonjet Jet 1 oder Jet 2 ist, ergeben sich durch Permutation der Indizes. Da der Gluonjet nicht explizit identifiziert wird, müssen, um die mittlere Multiplizität einer gegebenen Ereignistopologie anzugeben, alle drei Jets als Gluonjet in betracht gezogen werden. Die Ereignismultiplizität wird für alle drei Hypothesen bestimmt, aus den Multiplizitäten wird anschließend ein gewichteter Mittelwert analog zu dem in Abs. 8.1.2 beschriebenen Verfahren gebildet. Somit ist die Multiplizität eines Dreijetereignisses als Funktion der Zwischenjetwinkel gegeben.

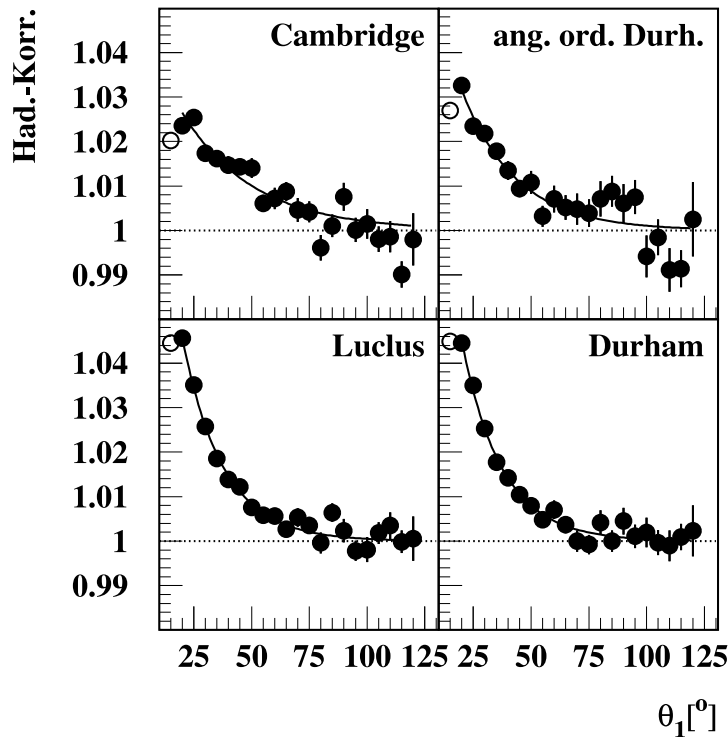


Abbildung 8.20: Das Verhältnis der Ereignismultiplizität in symmetrischen Ereignissen mit im hadronischen Zustand bestimmten Zwischenjetwinkeln zu derselben Größe mit im partonischen Zustand bestimmten Winkeln aus der ARIADNE-Simulation

### Die Hadronisierungskorrektur

Wie bereits in Abs. 7.2 ausgeführt, werden die Winkel zwischen dicht beieinanderliegenden Jets durch den Hadronisierungsprozeß verkleinert. Da die theoretische Vorhersage auf den Winkeln zwischen den drei primären Partonen beruht, muß sie auf diesen Effekt korrigiert werden. Da es sich hierbei um einen lediglich kleinen Effekt handelt, wird eine einfache multiplikative Korrektur der vorhergesagten Multiplizitäten vorgenommen. Hierzu werden in Monte-Carlo Simulationen die Ereignismultiplizitäten einerseits als Funktion der Zwischenjetwinkel im hadronischen Zustand, andererseits als Funktion der entsprechenden Winkel im partonischen Zustand betrachtet. In Abb. 8.20 ist das Verhältnis der mit den im hadronischen Zustand bestimmten Zwischenjetwinkeln erhaltenen Multiplizitäten zu den mit im partonischen Zustand bestimmten Winkeln erlangten für symmetrische Ereignistopologien gezeigt. Da  $\vartheta_1$  durch die Hadronisierung verringert

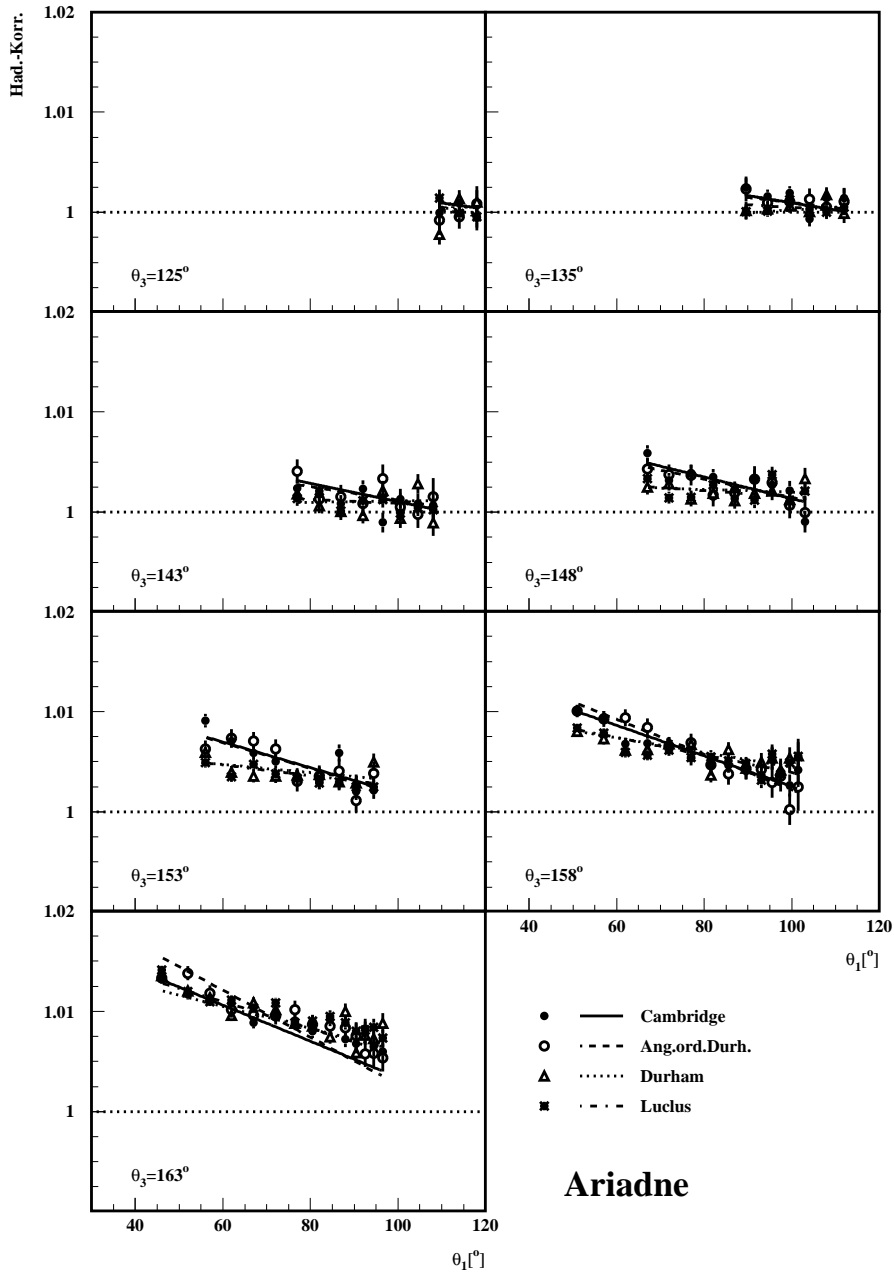


Abbildung 8.21: Das Verhältnis der Ereignismultiplizität in Ereignissen allgemeiner Topologie mit im hadronischen Zustand bestimmten Zwischenjetwinkeln zu derselben Größe mit im partonischen Zustand bestimmten Winkeln



		a.o.D.	Camb.	Durh.	Lucl.
ARIADNE	$p_1$	-0.0417134	-0.0317331	-0.0564096	-0.0554275
	$p_2$	0.07052	0.0487817	0.133435	0.132929
JETSET	$p_1$	-0.0591038	-0.0455694	-0.0750201	-0.0564708
	$p_2$	0.111077	0.0804121	0.240021	0.149093
HERWIG	$p_1$	-0.0843598	-0.147902	-0.0788673	-0.0680853
	$p_2$	0.549409	0.869146	0.727511	0.521014

Tabelle 8.2: Die Parameter der an die Hadronisierungskorrekturfaktoren symmetrischer Topologien angepaßten Funktion 8.24

wird, ergeben sich höhere Multiplizitäten bei der Klassifizierung nach Winkeln im hadronischen Zustand, sodaß sich das gezeigte Verhältnis größer als Eins ergibt. Die Korrektur ist für kleine  $\vartheta_1$  im Bereich weniger Prozent und nimmt mit größer werdendem  $\vartheta_1$  rasch ab. Der angular ordered Durham- und der Cambridge-Algorithmus weisen niedrigere Korrekturen als die anderen beiden Algorithmen auf, was der Erwartung, daß der partonische Zustand besser durch diese Algorithmen beschrieben wird, entspricht. Da noch nicht gezeigt ist, daß das Soft Freezing die Rekonstruktion der QCD-Kaskade tatsächlich verbessert, wird der angular ordered Durham-Algorithmus im weiteren als zentrale Analyseverfahren betrachtet, während die sich durch die Verwendung der anderen Algorithmen ergebenden Variationen im systematischen Fehler berücksichtigt werden.

An die ermittelten Verhältnisse wird eine Funktion der Form

$$c = \frac{1}{1 - p_2 e^{p_1 \vartheta_1}} \quad (8.24)$$

angepaßt, die Anpassung ist in Abb. 8.20 eingezeichnet, die Parameter der Anpassung sind in Tab. 8.2 angegeben. Die Korrektur wird durch die Parametrisierung sehr gut wiedergegeben.

Die entsprechenden Korrekturfaktoren für allgemeine Ereignistopologien sind in Abb. 8.21 wiedergegeben. Der Korrekturfaktor ist für große  $\vartheta_3$  im Bereich von einem Prozent und nimmt für kleiner werdende  $\vartheta_3$  ab. Anders als bei symmetrischen Ereignissen nimmt hier die Korrektur mit anwachsendem  $\vartheta_1$  für einen festen Wert von  $\vartheta_3$  ab. An die Korrekturfaktoren für allgemeine Topologien wird eine Funktion der Form

$$c = (p_1 + p_2 \vartheta_3 + p_5 \vartheta_3^2) + (p_3 + p_4 \vartheta_3 + p_6 \vartheta_3^2) \cdot \vartheta_1 \quad (8.25)$$

		a.o.D.	Camb.	Durh.	Lucl.
ARIADNE	$p_1$	1.45743	1.19004	1.26382	1.58878
	$p_2 \cdot 10^3$	-6.7041	-2.85481	-4.1925	-8.40213
	$p_3 \cdot 10^3$	-4.27398	-1.15495	-1.83942	-4.62464
	$p_4 \cdot 10^5$	6.25913	1.78559	2.94159	6.54661
	$p_5 \cdot 10^5$	2.48986	1.11675	1.64381	3.00994
	$p_6 \cdot 10^7$	-2.31969	-0.728499	-1.15423	-2.32587
JETSET	$p_1$	0.925643	1.34605	1.47339	1.33754
	$p_2 \cdot 10^3$	0.604669	-4.93063	-6.55149	-4.90623
	$p_3 \cdot 10^3$	1.5079	-2.33696	-3.10136	-2.0464
	$p_4 \cdot 10^5$	-1.75222	3.32752	4.17083	2.84691
	$p_5 \cdot 10^5$	-0.019105	1.80813	2.29184	1.81215
	$p_6 \cdot 10^7$	0.449687	-1.23386	-1.42457	-1.01679
HERWIG	$p_1$	0.910054	1.22464	1.41922	0.820707
	$p_2 \cdot 10^3$	0.994144	-3.11472	-6.18148	1.78567
	$p_3 \cdot 10^3$	2.14597	-0.3132	-2.81892	2.43204
	$p_4 \cdot 10^5$	-2.94057	0.232189	4.03189	-3.00669
	$p_5 \cdot 10^5$	-0.208228	1.12039	2.28406	-0.351293
	$p_6 \cdot 10^7$	0.947642	-0.0622476	-1.46606	0.888795

Tabelle 8.3: Die Parameter der an die Hadronisierungskorrekturfaktoren allgemeiner Topologien angepaßten Funktion 8.25

angepaßt, welche das Verhalten der Korrekturfaktoren angemessen wiedergibt. Die Parameter der Anpassung sind Tab. 8.3 zu entnehmen.

### Ergebnisse der Parameteranpassung

Die als Funktion der Ereignistopologie dargestellten Vorhersagen Eden A und Eden B sind in Abb. 8.22 im Vergleich mit den in  $udscb$ - und  $udsc$ -Ereignissen gemessenen Multiplizitäten gezeigt. Zum Vergleich der Vorhersagen mit  $udscb$ -Ereignissen, wurde der in 8.14 angegebene Wert für  $N_0$  zu den Vorhersagen addiert. Die Multiplizität symmetrischer Ereignisse wird bis zu kleinen Öffnungs-

winkeln sowohl für  $udsc$ - als auch für  $udscb$ -Ereignisse sehr gut durch Eden A beschrieben. Die Vorhersage Eden B hingegen gibt zwar den Verlauf der Multiplizitätsentwicklung gut wieder, überschätzt die Dreijetmultiplizität allerdings um ca. 0.6 Einheiten, wodurch die Vorhersage der  $udsc$ -Multiplizität nach Eden B ungefähr der in  $udscb$ -Ereignissen gemessenen Multiplizität entspricht. Die Multiplizität allgemeiner Topologien wird bei nicht zu großen  $\vartheta_3$  durch Eden A ebenfalls sehr gut beschrieben, während bei großen  $\vartheta_3$  die Multiplizität nur von Topologien mit kleinen  $\vartheta_1$  gut beschrieben wird, bei größer werdenden  $\vartheta_1$  aber unterschätzt wird. Dieser Bereich entspricht den Topologien mit dem am geringsten ausgeprägten Jet 3, wie Abb. 8.12 zu entnehmen ist. Wie auch bei den symmetrischen Ereignissen wird die Dreijetmultiplizität durch Eden B im allgemeinen deutlich überschätzt, wenngleich dies bei Topologien mit wenig ausgeprägtem Jet 3 durch die oben beschriebene Tendenz teilweise kompensiert wird.

In Abb. 8.23 werden die unter Verwendung verschiedener Rekonstruktionsalgorithmen in  $udscb$ -Ereignissen gemessenen Multiplizitäten mit den um  $N_0$  erhöhten Vorhersagen verglichen. Es ist deutlich zu erkennen, daß die durch die Wahl des Rekombinationsalgorithmus entstehende Multiplizitätsvariation deutlich geringer ist als der Unterschied zwischen den gemessenen Multiplizitäten und der Vorhersage Eden B. Zusammenfassend läßt sich also sagen, daß die Multiplizität von Dreijetereignissen mit nicht zu schwach ausgeprägtem dritten Jet ausgezeichnet durch die Vorhersage Eden A beschrieben wird, während die Multiplizität durch Eden B deutlich überschätzt wird.

Zur Bestimmung von  $C_A/C_F$ , das über Gl. 6.42a in die Vorhersagen Eden A und Eden B eingeht, werden die Vorhersagen unter Variation von  $C_A/C_F$  an die gemessenen Multiplizitäten angepaßt. In die Vorhersage der Gluonmultiplizität geht  $C_A/C_F$  lediglich als Verhältnis der Energieabhängigkeit der Gluon- und Quarkmultiplizität ein, was, wie in Abs. 6.4 diskutiert wurde, mit kleineren Fehlern behaftet ist, als dies bei Vorhersagen des Verhältnisses der Absolutwerte der Fall ist. Um diesen Umstand Rechnung zu tragen, werden die Vorhersagen mit frei variablen, additiven  $N_0$  an die Multiplizitäten angepaßt, wodurch  $C_A/C_F$  im wesentlichen sensitiv auf Änderungen der Multiplizität und weniger sensitiv auf deren Absolutwert wird. Die Berücksichtigung einer additiven Konstanten erlaubt gleichzeitig, auf das Deselektieren von  $b$ -Ereignissen zu verzichten, da die zusätzliche Multiplizität durch diese Ereignisse wie oben gezeigt konstant ist und ihr somit durch die Anpassung von  $N_0$  Rechnung getragen wird.

Zur Selektion der in der Anpassung zu berücksichtigenden Daten wird der  $\chi^2/N_{df}$ -Wert der Anpassung betrachtet und die in die Anpassung eingehenden Bereiche derart gewählt, daß von einer angemessenen Beschreibung der Daten durch die angepaßte Vorhersage ausgegangen werden kann. In symmetrischen Ereignissen

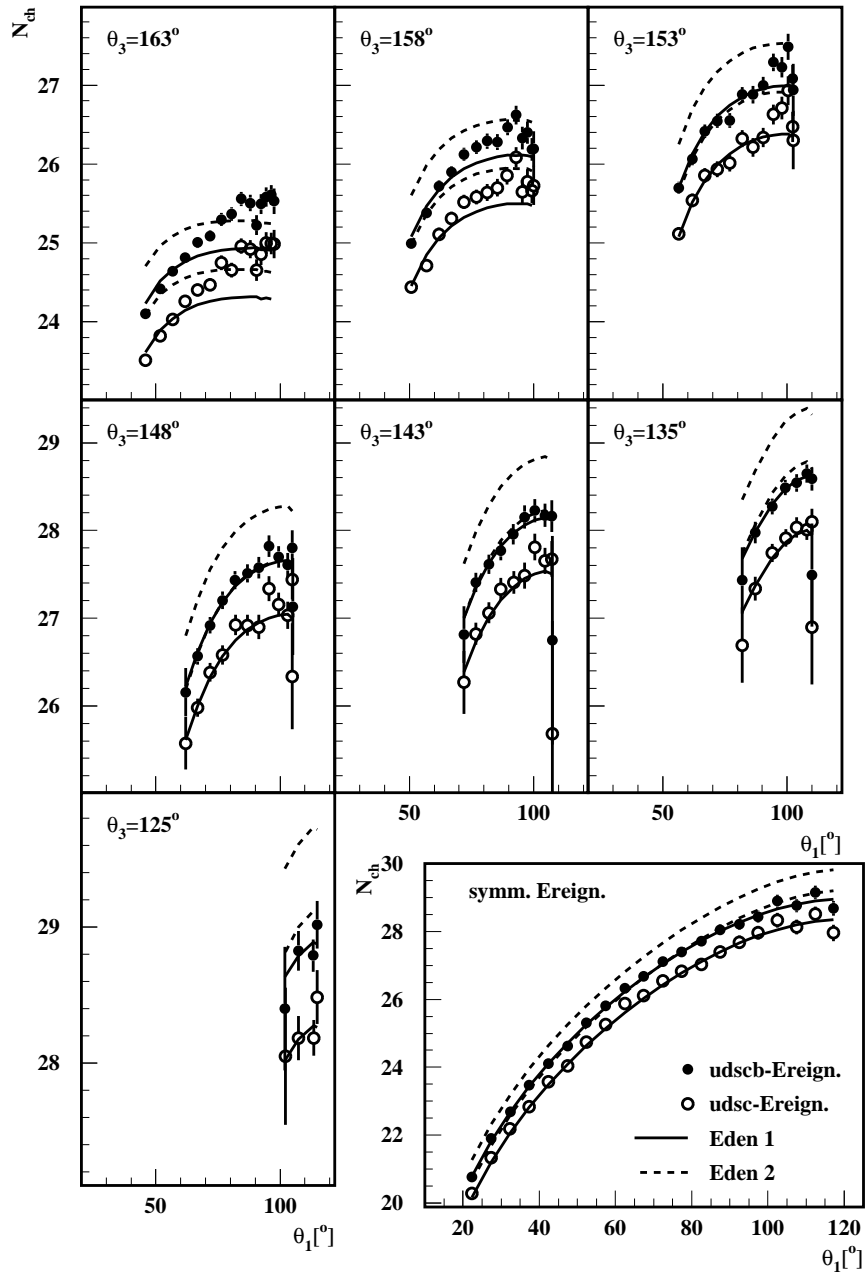


Abbildung 8.22: Die mittleren Multiplizitäten von Ereignissen mit symmetrischer und allgemeiner Topologie für  $udscb$ - und  $udsc$ -Ereignisse im Vergleich mit den Vorhersagen Eden A und Edens B

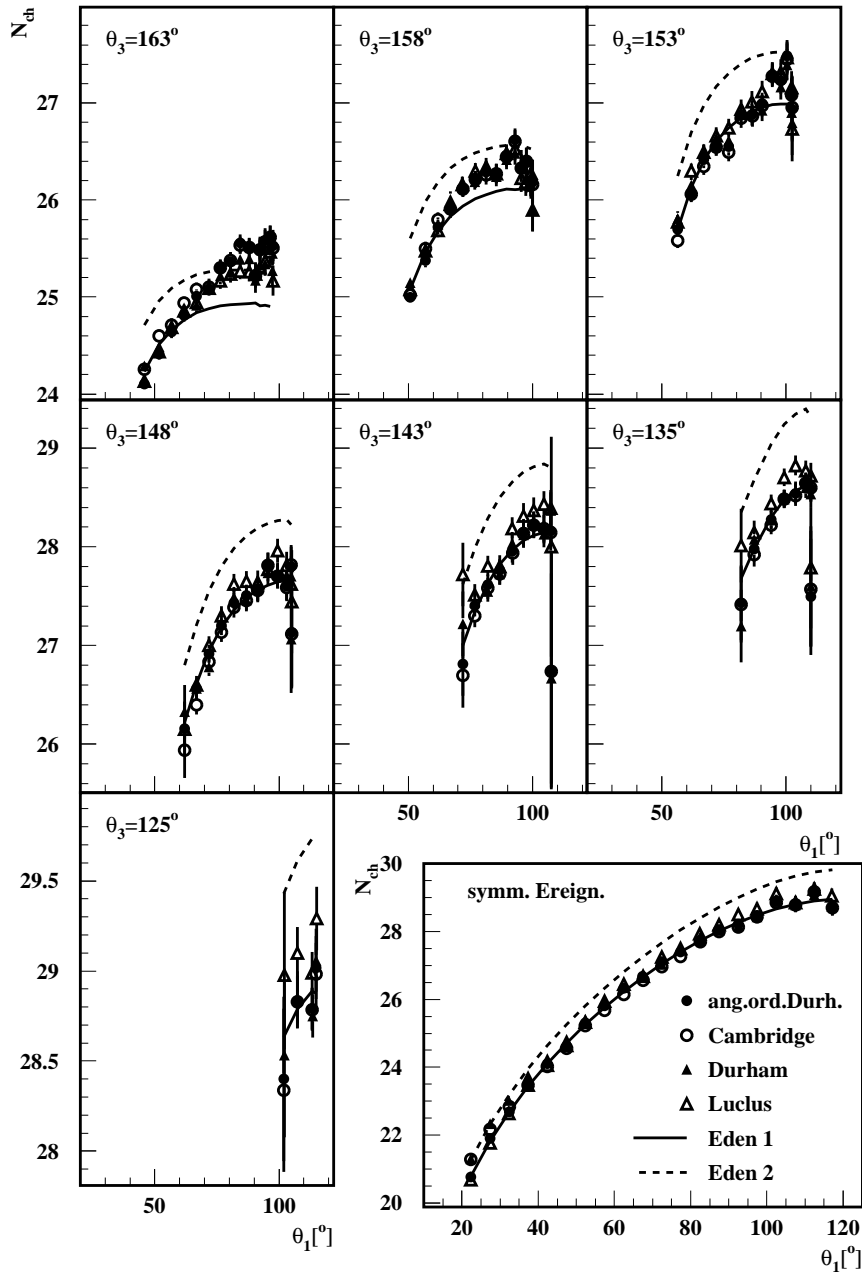


Abbildung 8.23: Die mittleren Multiplizitäten von  $uds\bar{c}b$ -Ereignissen mit symmetrischer und allgemeiner Topologie für verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen im Vergleich mit den Vorhersagen Eden A und Eden B

		Eden A		Eden B	
		$C_A/C_F$	$N_0$	$C_A/C_F$	$N_0$
$udscb$	symm.	$2.257 \pm 0.019$	$0.62 \pm 0.03$	$2.127 \pm 0.034$	$0.12 \pm 0.03$
	allg.	$2.261 \pm 0.014$	$0.60 \pm 0.03$	$2.028 \pm 0.050$	$0.282 \pm 0.025$
$udsc$	symm	$2.237 \pm 0.030$	$0.086 \pm 0.05$	$2.101 \pm 0.096$	$-0.423 \pm 0.127$
	allg.	$2.272 \pm 0.015$	$0.011 \pm 0.038$	$2.039 \pm 0.056$	$-0.297 \pm 0.077$

Tabelle 8.4: Die Ergebnisse der Parameteranpassung für  $C_A/C_F$  und  $N_0$ 

kann davon ausgegangen werden, daß ab einem minimalen  $\vartheta_1$  Wert die Anpassung die Daten in einer angemessenen Weise wiedergibt. Bei allgemeinen Topologien, die durch mehr als nur einen Winkel beschrieben werden müssen, werden Ereignisse mit einem minimalen  $p_{t,Lu}$  des dritten Jets in der Anpassung berücksichtigt. Es hat sich gezeigt, daß  $p_{t,Lu}$  als Ordnungsvariable bei gleicher Anzahl berücksichtigter Datenpunkte zu niedrigeren  $\chi^2/N_{df}$ -Werten führt als  $p_{t,Le}$  oder die Energie des dritten Jets. In Abb. 8.24 ist in der obersten Zeile  $\chi^2/N_{df}$  für allgemeine Ereignistopologien in Abhängigkeit des minimalen  $p_{t,Lu}$  und für symmetrische Ereignisse in Abhängigkeit des minimalen  $\vartheta_1$  gezeigt. Die unterschiedlichen Symbole geben den Konvergenzstatus der jeweiligen Anpassung durch Minuit wieder, wobei 3 eine Konvergenz der Anpassung, 2 eine Konvergenz der Anpassung mit Erzwingen einer positiv-definiten Fehlermatrix und 1 eine nicht konvergierte Anpassung bedeuten. Für symmetrische Ereignisse ist der Wert von  $\chi^2/N_{df}$  für beide Vorhersagen bei nicht zu großen minimalen  $\vartheta_1$  stets kleiner als Eins, mit einem schwach ausgeprägten lokalen Minimum um  $\vartheta_1^{\min} \sim 30^\circ$ . Für allgemeine Topologien ist der Wert von  $\chi^2/N_{df}$  zunächst deutlich größer als Eins, fällt aber stufenartig ab. Die stufige Struktur ist auf das Ausschließen kompletter Intervalle in  $\vartheta_3$  von der Anpassung zurückzuführen. Um  $p_{t,Lu}^{\min} \sim 22\text{GeV}$  bis  $27\text{GeV}$  zeigt sich ein Plateau mit  $\chi^2/N_{df}$ -Werten die für Eden A leicht unter und für Eden B leicht über Eins liegen. Unter Berücksichtigung der  $\chi^2/N_{df}$ -Werte und der Statuum der Anpassungen führt dies für allgemeine Topologien zu der Forderung  $p_{t,Lu} > 25\text{GeV}$  und  $\vartheta_1 > 30^\circ$  für symmetrische Topologien. Für die Anpassung der Vorhersage Eden B an die  $udscb$ -Multiplizitäten wurde bei der Betrachtung allgemeiner Topologien die Schwelle leicht auf  $p_{t,Lu} > 28.1\text{GeV}$  erhöht, um eine völlig konvergierte Anpassung zu erzielen. Ebenso wurde die Schwelle bei der Anpassung von Eden A an  $udsc$ -Multiplizitäten auf  $p_{t,Lu} > 27\text{GeV}$  angehoben. Die Werte der Anpassungsparameter wurden hierdurch in beiden Fällen nicht signifikant geändert. Dies führt zu den in Tab. 8.4 angegebenen Ergebnissen, wo zum Vergleich auch die mit  $udsc$ -Ereignissen erzielten Werte aufgeführt sind. Die an  $udscb$ -Ereignisse

angepaßten Vorhersagen Eden A und Eden B sind in Abb. 8.25 gezeigt. Beide beschreiben im in der Anpassung berücksichtigten Bereich die Daten gut.

Es zeigt sich, daß die Vorhersage Eden A für  $C_A/C_F$  Werte liefert, die sowohl für symmetrische und allgemeine Topologien als auch für *udscb*- und *udsc*-Ereignisse gut miteinander und dem theoretisch erwarteten Wert von  $C_A/C_F = 2.25$  übereinstimmen. Die für  $N_0$  gefundenen Werte stimmen für *udscb*-Ereignisse sehr gut mit dem erwarteten Wert von  $0.612 \pm 0.05$  überein, während die für *udsc*-Ereignisse gefundenen Werte beide mit Null verträglich sind.

Die mit der Vorhersage Eden B erlangten Werte für  $C_A/C_F$  weisen insbesondere zwischen den mit symmetrischen und den mit allgemeinen Topologien gefundenen Ergebnissen deutlich größere Unterschiede auf. Die Werte für  $N_0$  sind im Falle von *udscb*-Ereignissen deutlich niedriger als der erwartete Wert, während sie für *udsc*-Ereignisse sogar negativ werden.

Die Abhängigkeit der Anpassungsparameter vom Bereich der berücksichtigten Datenpunkte wird in den unteren beiden Zeilen von Abb. 8.24 betrachtet. Hier sind die Werte für  $C_A/C_F$  und  $N_0$  in Abhängigkeit von  $p_{t, Lu}^{\min}$  für allgemeine Topologien beziehungsweise in Abhängigkeit von  $\vartheta_1^{\min}$  für symmetrische Topologien dargestellt. Da die Parameter miteinander korreliert sind, diese Korrelation aber nicht in die Betrachtung der Abhängigkeit vom zur Anpassung verwendeten Datenbereich eingehen soll, wurde bei der Betrachtung der Abhängigkeit des einen Parameters der andere auf dem entsprechenden in Tab. 8.4 angegebenen Wert festgehalten. Es ist einerseits zu erkennen, daß die Vorhersage Eden A deutlich stabilere Ergebnisse liefert als Eden B, andererseits ist eine deutliche Diskrepanz der mit Eden B für symmetrische und allgemeine Topologien gefundenen Werte zu erkennen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Abschätzung Gl. 6.49 des gluonartigen Anteils eines Strings in einem Dreijetereignis, die zu Gl. Eden A führt der entsprechenden Abschätzung Gl. 6.50, die auf die Vorhersage Eden A führt, deutlich überlegen ist, da mit Gl. Eden B

- Werte für  $N_0$  erzielt werden, die von den zu erwartenden Werten  $0.612 \pm 0.05$  beziehungsweise Null signifikant verschieden sind,
- die für symmetrische und allgemeine Ereignistopologien erzielten Ergebnisse Diskrepanzen aufweisen.

Ferner stellt Eden B, wie in Abs. 6.5 diskutiert, ein extremes Szenario dar, sodaß die Formulierung Eden B zugunsten von Eden A aus oben genannten Gründen

verworfen wird. Als zentrales Resultat lassen sich somit die Werte

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.257 \pm 0.019_{\text{stat.}} \quad (8.26)$$

für symmetrische Ereignistopologien, sowie

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.261 \pm 0.014_{\text{stat.}} \quad (8.27)$$

für allgemeine Ereignistopologien angeben. Die Bildung eines Mittelwertes verbietet sich hier, da beide Werte aus zum Teil übereinstimmenden Ereignismengen gewonnen wurden.

### Abschätzung des systematische Fehlers

Zur Abschätzung des systematischen Fehlers werden verschiedene Variationen der Selektionskriterien sowie der Analysemethode betrachtet. Für jede dieser Variationen wird ein Wert für  $C_A/C_F$  sowohl für symmetrische als auch allgemeine Topologien bestimmt. Um Korrelationen zwischen  $C_A/C_F$  und  $N_0$  nicht in den systematischen Fehler einfließen zu lassen, wird  $N_0$  für diese Untersuchung auf 0.612 festgehalten, sodaß die jeweils festgestellte Änderung in  $C_A/C_F$  ausschließlich auf der Variation der Analyse beruht. Die sich für die einzelnen Variationen ergebenden Werte sind im Anhang in Tab. B.3 aufgeführt. Die betrachteten Variationen sind im Einzelnen:

- Die in Tab. 7.1 aufgeführten Spurschnitte werden um  $\sim 50\%$  härter beziehungsweise weicher gefaßt. Der Schnitt auf die minimale Spurlänge wird hierbei jedoch nicht verändert, um stets eine Beteiligung der TPC zu gewährleisten.
- Die in Tab. 7.3 und Tab. 7.4 aufgeführten Schnitte auf die Ereignis- beziehungsweise Jetstruktur werden variiert.
- JETSET wird Anstelle von ARIADNE zur Bestimmung der Hadronisierungskorrektur verwendet. Alternativ werden 30% der Hadronisierungskorrektur als Unsicherheit betrachtet. Beides entspricht einer Änderung in  $C_A/C_F$  von 1.2%, sodaß die Unsicherheit der Hadronisierungskorrektur mit 1.2% abgeschätzt werden kann.
- Alternativ zum verwendeten Verfahren der Akzeptanzkorrektur und Mittelwertsbestimmung wird eine multiplikative Akzeptanzkorrektur angewendet beziehungsweise wird die mittlere Multiplizität als Parameter einer Anpassung der negativen Binomialverteilung gewonnen.



experi- mentell	Spurschnitte	1.2%	2.5%	4.0%
	Ereignisschnitte	0.8%		
	Hadr.-Korr.	1.2%		
	Akz.-Korr.	0.4%		
	$b$ -tagging	1.0%		
	Fitbereich	0.1%		
	Normierung v. $N_{q\bar{q}}$	0.5%		
	$e^+e^-$ -Datensatz	0.9%		
Variation v. $\delta_{b-udsc}$	0.8%	2.2%		
theo- retisch	Variation v. $\Lambda$		1.0%	
Variation v. $c_r$	2.0%			
	Variation v. $L_0$	0.0%		
Rekomb.-Algor.			2.2%	

Tabelle 8.5: Die systematischen Fehler der Bestimmung von  $C_A/C_F$  aus den Multiplizitäten symmetrischer Ereignisse

- Es werden nur  $udsc$ -Ereignisse betrachtet.
- Der minimale Öffnungswinkel für symmetrische Ereignisse wird zwischen  $25^\circ$  und  $35^\circ$  variiert, der minimale Wert für  $p_{t,Lu}$  wird zwischen  $22.5\text{GeV}$  und  $28\text{GeV}$  variiert.
- Alternativ zum angular ordered Durham-Algorithmus werden der Cambridge-, Durham- und Luclus-Algorithmus verwendet.
- $\Lambda$  wird zwischen  $200\text{MeV}$  und  $300\text{MeV}$  variiert.
- $c_r$  wird innerhalb der theoretischen Unsicherheit von  $\pm 10\%$  variiert.
- Die zur Bestimmung von  $L_0$  verwendete Multiplizitätsmessung der CLEO-Kollaboration wird im Rahmen ihres Fehlers variiert. Da  $L_0$  eine Integrationskonstante darstellt, ist zu erwarten, daß hierdurch lediglich  $N_0$ , nicht aber das auf Multiplizitätsänderungen sensitive  $C_A/C_F$  variiert wird. Aus diesem Grund wird hier  $N_0$  als variabler Parameter der Anpassung aufgefaßt. Tatsächlich ergibt sich bei Variation von  $N_0$  keine Änderung in  $C_A/C_F$ .

experimentell	Spurschnitte	0.4%	1.6%	3.3%
	Ereignisschnitte	0.6%		
	Hadr.-Korr.	0.4%		
	Akz.-Korr.	0.2%		
	$b$ -tagging	0.8%		
	Fitbereich	0.0%		
	Normierung v. $N_{q\bar{q}}$	0.5%		
	$e^+e^-$ -Datensatz	0.7%		
Variation v. $\delta_{b-udsc}$	0.7%	2.3%		
theoretisch	Variation v. $\Lambda$		1.0%	
	Variation v. $c_r$		2.1%	
	Variation v. $L_0$	0.0%	1.8%	
Rekomb.-Algor.				

Tabelle 8.6: Die systematischen Fehler der Bestimmung von  $C_A/C_F$  aus den Multiplizitäten von Ereignissen allgemeiner Topologie

- Der Unterschied zwischen der in dieser Analyse gemessenen Multiplizität aller  $udsc$ -Ereignisse und dem Wert, den die verwendete Parametrisierung von  $N_{q\bar{q}}$  bei  $\sqrt{s} = m_Z$  annimmt, beträgt 0.101 Einheiten, was 0.5% entspricht. Ungünstigstenfalls stellt dies eine Unsicherheit der Normierung der Parametrisierung dar, wodurch diese Abweichung direkt auf den gemessenen Wert von  $C_A/C_F$  wirkt. Daher wird die vollständige Abweichung als systematischer Fehler betrachtet.
- Aus dem zur Bestimmung der Parametrisierung von  $N_{q\bar{q}}$  verwendeten Datensatz wurden einerseits die Ergebnisse von TOPAZ, JADE und MARK-I, andererseits die Ergebnisse von AMY herausgenommen.
- Die Korrektur auf  $b$ -Ereignisse bei der Bestimmung der Parametrisierung von  $N_{q\bar{q}}$  im Rahmen der Fehler von  $\delta_{b-udsc}$  variiert.

Die systematischen Fehler sind in Tab. 8.5 für die symmetrische Ereignistopologien und in Tab. 8.6 für allgemeine Topologien zusammengefaßt. Das Endergebnis läßt sich mit diesen Fehlern für symmetrische Ereignisse zu

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.257 \pm 0.019_{\text{stat.}} \pm 0.056_{\text{exp.}} \pm 0.050_{\text{theo.}} \pm 0.050_{\text{clus.}} \quad (8.28)$$

Experiment	Methode	$C_A/C_F$	(stat.)	(sys.)	rel. Gesamtfehler	
[82]	ALEPH	Vierjetwinkel	2.27	$\pm 0.09$	$\pm 0.08$	5.3%
[76]	DELPHI	Vierjetwinkel	2.36	$\pm 0.06$	$\pm 0.10$	5.6%
[85]	DELPHI	Dreijetmult.	2.246	$\pm 0.062$	$\pm 0.12$	6.0%
[83]	OPAL	Vierjetwinkel	2.25	$\pm 0.08$	$\pm 0.14$	7.2%
[88]	OPAL	Dreijetmult.	2.232	$\pm 0.008$	$\pm 0.14$	6.1%
Diese Analyse			2.261	$\pm 0.014$	$\pm 0.075$	3.4%

Tabelle 8.7: Messungen von  $C_A/C_F$  im Vergleich mit dem Ergebnis dieser Untersuchung

und für allgemeine Ereignistopologien zu

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.261 \pm 0.014_{\text{stat.}} \pm 0.036_{\text{exp.}} \pm 0.052_{\text{theo.}} \pm 0.041_{\text{clus.}} \quad (8.29)$$

angeben. Diese Werte sind zu vergleichen mit früheren Messungen dieser Größe (vgl. Tab. 8.7). Die Messung von  $C_A/C_F$  aus den Kegelmultiplizitäten aus Abs. 8.1 soll hierbei nicht beachtet werden, da dieser Teil der Untersuchung dem Nachweis der kohärenten Gluonabstrahlung diene und die theoretische Unsicherheit der verwendeten Vorhersage erster Ordnung nicht sicher anzugeben ist. Die Untersuchung der Zwischenjetwinkel in Vierjetergebnissen [82, 76, 83] ist sensitiv auf  $C_A/C_F$ , da sowohl die Abstrahlung eines Gluons durch ein Quark, als auch die Aufspaltung eines Gluons in zwei zum Vierjetmatrixelement beiträgt. Die Splitting Kernels der beiden Aufspaltungen enthalten jeweils einen der Farbfaktoren und haben unterschiedliche Winkelverteilungen, sodaß sich auf diese Weise auch  $C_A$  und  $C_F$  einzeln ermitteln lassen. Eine frühere Untersuchung der Dreijetmultiplizität von DELPHI [85] verwendete eine durch heuristische Argumente erweiterte theoretische Vorhersage. Mit der vorliegenden Untersuchung steht diese Analyse nun auf theoretisch festem Fundament. Die OPAL-Analyse der Dreijetmultiplizität verwendet eine dieser Analyse ähnliche Methode und wird in Abs. 8.2.3 eingehender diskutiert. Alle angeführten Messungen stimmen gut sowohl mit dem erwarteten Wert von 2.25 als auch mit dem Ergebnis dieser Untersuchung überein. Sie haben dabei untereinander vergleichbare Gesamtfehler, die deutlich größer als der Gesamtfehler dieser Untersuchung sind. Damit ist das hier vorgestellte Resultat die bislang präziseste Messung von  $C_A/C_F$ .

In Abb. 8.26 sind die Verhältnisse  $C_A/C_F$  sowie  $T_R/C_F$  mit  $T_R = T_F N_F$  für verschiedene Symmetriegruppen im Vergleich mit Messungen dieser Größen dargestellt. Die Ellipsen ergeben sich aus den Messungen der Vierjetwinkel [76, 82, 83],

die sensitiv auf sowohl  $T_R/C_F$  als auch  $C_A/C_F$  sind. Die nahezu diagonale Linie ergibt sich aus einer Messung der  $\beta$ -Funktion [86]. Das senkrechte Band entspricht dem Ergebnis dieser Untersuchung. Alle Messungen stimmen gut mit dem für SU(3)-Symmetrie erwarteten Punkt überein, wobei die DELPHI-Messung von  $T_R/C_F$  etwas tiefer, in der Nähe des Sp(6)-Punktes liegt. Die Kombination dieser Messungen ist durch die durchgehende Kontur gegeben. Sie umschließt im 1- $\sigma$ -Bereich ausschließlich den SU(3)-Punkt und schließt die meisten Alternativen aus.

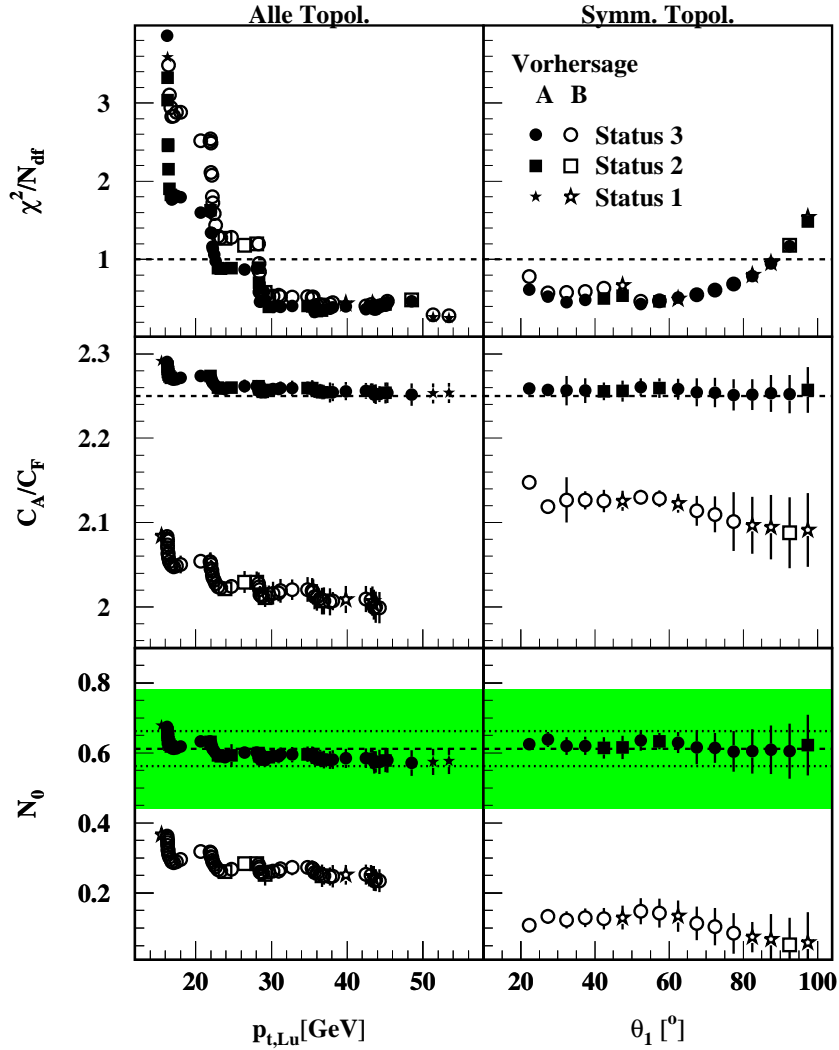


Abbildung 8.24:  $\chi^2/N_{df}$ ,  $C_A/C_F$  und  $N_0$  in Abhängigkeit vom bei der Anpassung berücksichtigten Datenbereich. Die unterlegte Fläche stellt die in Gl. 8.14 angegebene Unsicherheit von  $N_0$  dar, die gestrichelten Linien entsprechen dem statistischen Fehler von  $N_0$ .

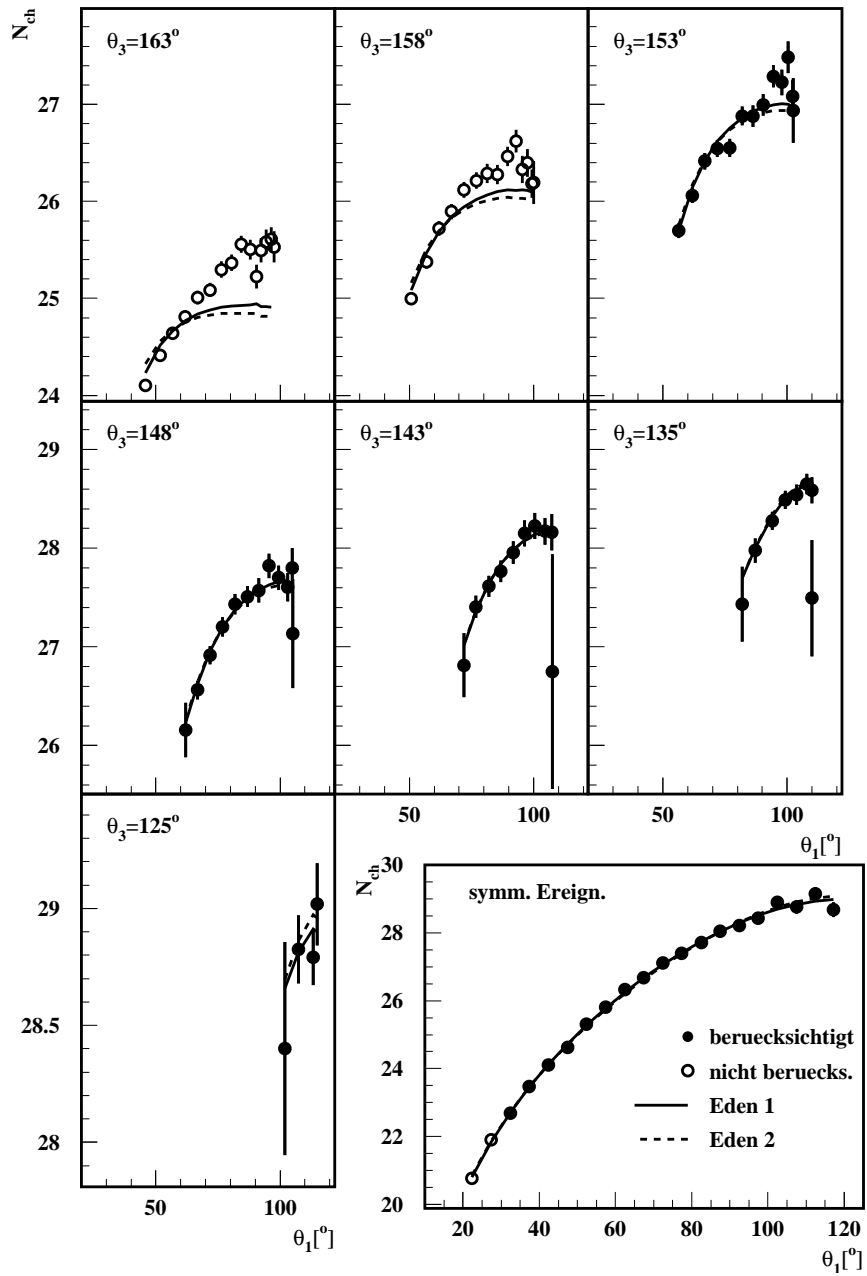


Abbildung 8.25: Die an  $udscb$ -Ereignisse angepaßten Vorhersagen Eden A und Eden B

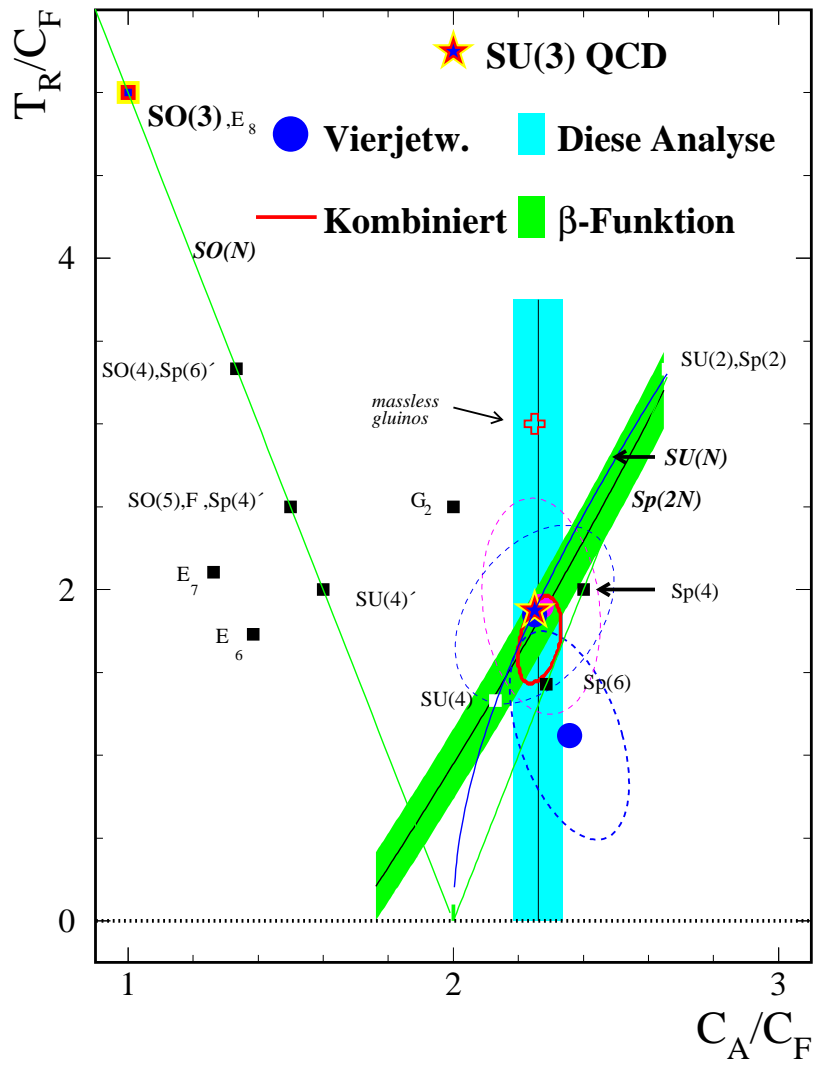


Abbildung 8.26: Messungen der QCD-Farbfaktorverhältnisse

### 8.2.3 Bestimmung der Gluonmultiplizität

Alternativ zur Bestimmung von  $C_A/C_F$  können die Vorhersagen Eden A und Eden B auch genutzt werden, um aus der gemessenen Multiplizität von Dreijetereignissen durch Subtraktion des Quarkbeitrages die Multiplizität von Zweigluon-Ereignissen zu bestimmen. Hierzu werden die Gleichungen nach  $N_{gg}$  umgestellt:

$$N_{gg}(\kappa_{Le}) = 2 \cdot \left( N_{q\bar{q}g}(\vartheta_2, \vartheta_3) - N_{q\bar{q}}(L_{q\bar{q}}, \kappa_{Lu}) \right) \quad (8.30)$$

$$N_{gg}(\kappa_{Lu}) = 2 \cdot \left( N_{q\bar{q}g}(\vartheta_2, \vartheta_3) - N_{q\bar{q}}(L, \kappa_{Lu}) \right) \quad (8.31)$$

Wie bereits in Abs. 8.2.2 dargelegt, wird die Multiplizität von Dreijetereignissen durch Eden A in dem entsprechend eingegrenzten Topologiebereich gut beschrieben, während Eden B von den gemessenen Dreijetmultiplizitäten abweicht. Aus diesem Grund wird zur Gewinnung der Gluonmultiplizität im weiteren Gl. 8.30, nicht jedoch Gl. 8.31 verwendet.

Der in Abs. 8.2.2 beschriebenen Hadronisierungskorrektur wird hier Rechnung getragen, indem die Dreijetmultiplizitäten durch die in Abb. 8.20 beziehungsweise Abb. 8.21 gezeigten Korrekturfaktoren dividiert werden.  $N_{q\bar{q}}$  wird analog zu dem oben geschilderten Vorgehen für alle drei Gluonjethypothesen berechnet und ein entsprechend gewichteter Mittelwert der drei  $N_{q\bar{q}}$ -Werte wird von den Dreijetmultiplizitäten subtrahiert. Der Wert von  $\kappa_{Lu}$ , an dem die Gluonmultiplizität bestimmt wird, ergibt sich als analog gewichteter Mittelwert der  $\kappa_{Lu}$ -Werte aller drei Gluonjethypothesen.

Entsprechend des in Abs. 8.2.2 gewählten Zentralwertes, werden die Gluonmultiplizitäten auch hier aus den mit dem angular ordered Durham-Algorithmus re-kombinierten Ereignissen gewonnen. Es werden hierbei lediglich die in Abs. 8.2.2 auch zur Parameteranpassung zugelassenen Datenpunkte berücksichtigt, um eine gute Beschreibung der Daten durch Eden A zu gewährleisten. Da  $N_0$  als konstant angesehen werden kann, werden auch hier *udscb*-Ereignisse verwendet und  $N_0$  als freier Parameter der Vorhersage betrachtet und an die Daten angepaßt.  $N_0$  ergibt sich zu  $N_0 = 0.628 \pm 0.017$  für allgemeine und zu  $N_0 = 0.628 \pm 0.024$  für symmetrische Topologien in guter Übereinstimmung mit dem in Gl. 8.14 angegebenen Wert. Die Übereinstimmung zwischen der angepaßten Vorhersage und den gemessenen Multiplizitäten ist in Abb. 8.27 dargestellt. Zur Abschätzung des systematischen Fehlers der Gluonmultiplizitäten wird deren Streuung unter den in Abs. 8.2.2 angeführten Analysevariationen bestimmt. Hierbei ist insbesondere die Verwendung von *udsc*-Ereignissen mit einem auf Null festgehaltenen  $N_0$  zu erwähnen.



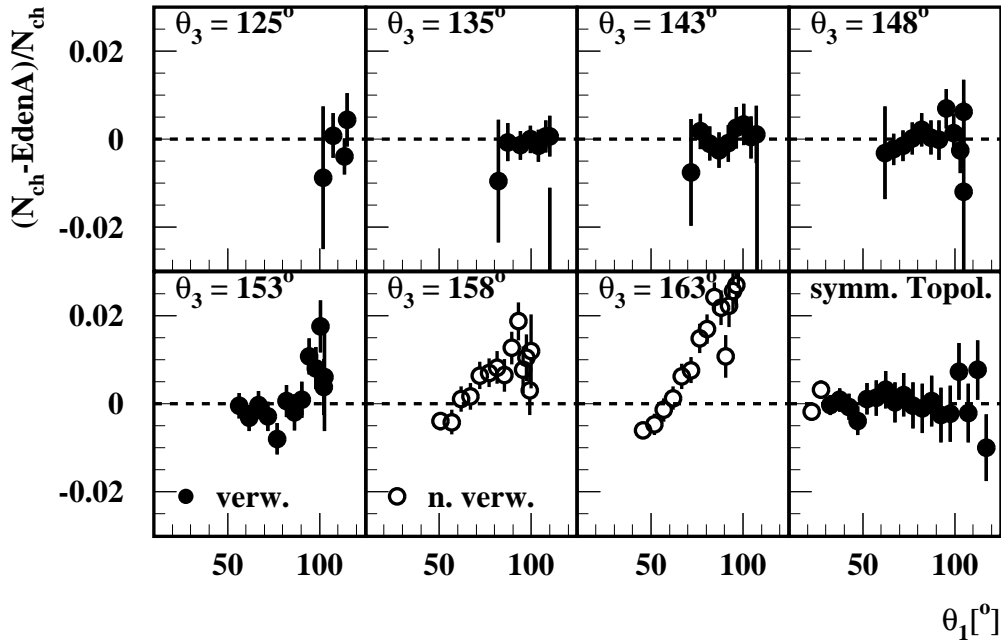


Abbildung 8.27: Übereinstimmung zwischen den gemessenen Dreijetmultiplizitäten und der Vorhersage Eden A mit angepaßtem  $N_0$ . Offene Kreise bezeichnen Datenpunkte, die aufgrund der Abs. 8.2.2 aufgeführten Kriterien nicht berücksichtigt werden.

Die auf diese Weise gewonnenen Multiplizitäten von Zwei-Gluon Farbsinglettsystemen ist in Abb. 8.28 dargestellt. Die offenen Kreise repräsentieren die aus den Multiplizitäten von Ereignissen allgemeiner Topologie gewonnenen Werte, die geschlossenen Kreise geben die entsprechenden Werte für symmetrische Topologien an. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Resultaten beider Ereignisklassen zu beobachten. Da für symmetrische Ereignisse die Übereinstimmung zwischen der Vorhersage und den Daten bis hinunter zu kleinen Öffnungswinkeln gegeben ist, erlaubt diese Topologiekategorie die Extraktion von Gluonmultiplizitäten auch bei kleinen Werten von  $p_{\perp Lu}$ , während die Skalenvariation für allgemeine Ereignistopologien deutlich kleiner ist. Die eingezeichnete durchgehende Linie stellt die Vorhersage der Gluonmultiplizität, Gl. 8.19, dar. Es ist eine gute Übereinstimmung zwischen den extrahierten Gluonmultiplizitäten und der Vorhersage zu erkennen, was die bereits in Abs. 8.2.2 festgestellte gute Beschreibung der Dreijetmultiplizitäten durch Eden A widerspiegelt.

Zusätzlich sind in Abb. 8.28 Messungen der Gluonmultiplizität durch die CLEO-

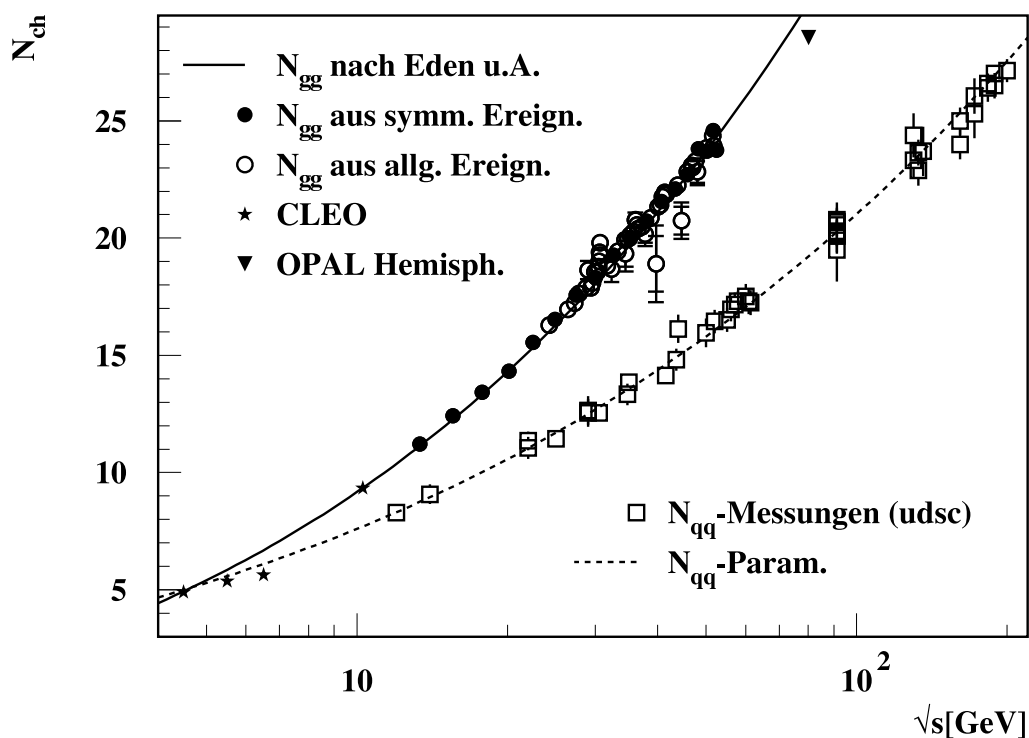


Abbildung 8.28: Gluonmultiplizität und Quarkmultiplizität

Kollaboration [90, 91] eingezeichnet, von denen der Meßpunkt bei  $\sqrt{s} \sim 10\text{GeV}$  zur Bestimmung von  $L_0$  verwendet worden ist, sodaß er per definitionem mit der Vorhersage übereinstimmt. Die [91] entnommenen Gluonmultiplizitäten bei  $\sqrt{s} < 8\text{GeV}$  sind nur indirekt über eine Messung von  $r$  bestimmt und sollen hier nur eine ungefähre Orientierung geben. Bei  $\sqrt{s} \sim 80\text{GeV}$  ist überdies eine Messung der Gluonmultiplizität der OPAL-Kollaboration eingezeichnet. In dieser Studie wurden Ereignisse untersucht, in denen Jet 1 indirekt als Gluonjet identifiziert wurde, indem sowohl Jet 2 als auch Jet 3 als  $b$ -Jets identifiziert wurden. Auf diese Weise wurden 436 hadronische  $Z$ -Zerfälle untersucht. Im Idealfall sind beide Quarkjets kollinear, sodaß die Hemisphäre des Gluonjets einer Hemisphäre eines Zwei-Gluon-Ereignisses äquivalent ist, wodurch die Messung als unverzerrt<sup>1</sup> aufgefaßt werden kann. Durch die Notwendige Identifikation der  $b$ -Jets liegen zwischen Jet 2 und Jet 3 im mittel jedoch  $\sim 90^\circ$ . Es ist zu erkennen, daß die Vorhersage der Gluonmultiplizität etwas höher als sowohl diese Messung, als auch die CLEO-Messung bei  $\sqrt{s} \sim 6\text{GeV}$  liegt.

---

<sup>1</sup>„unbiased“

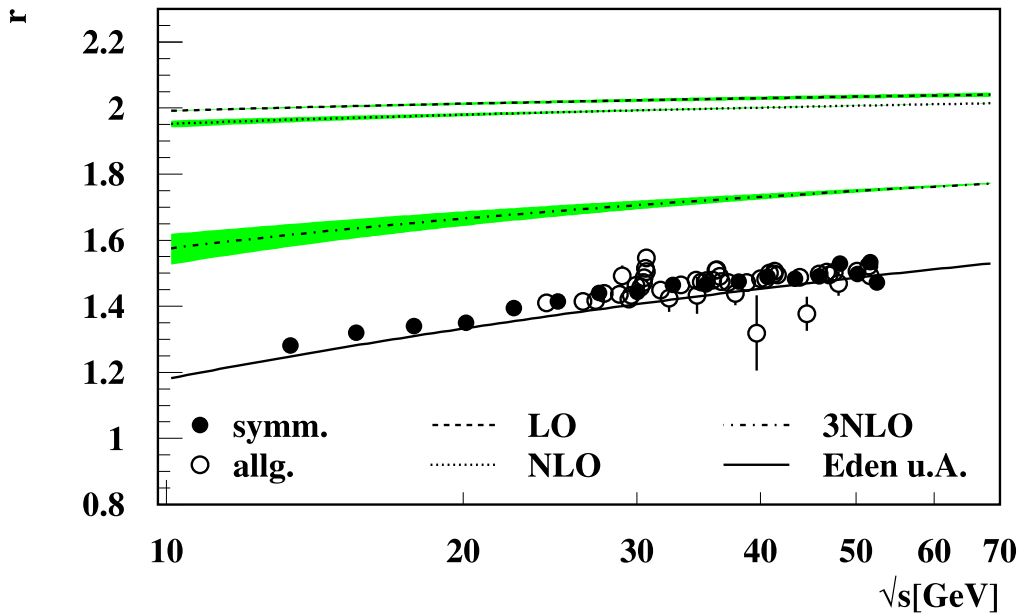
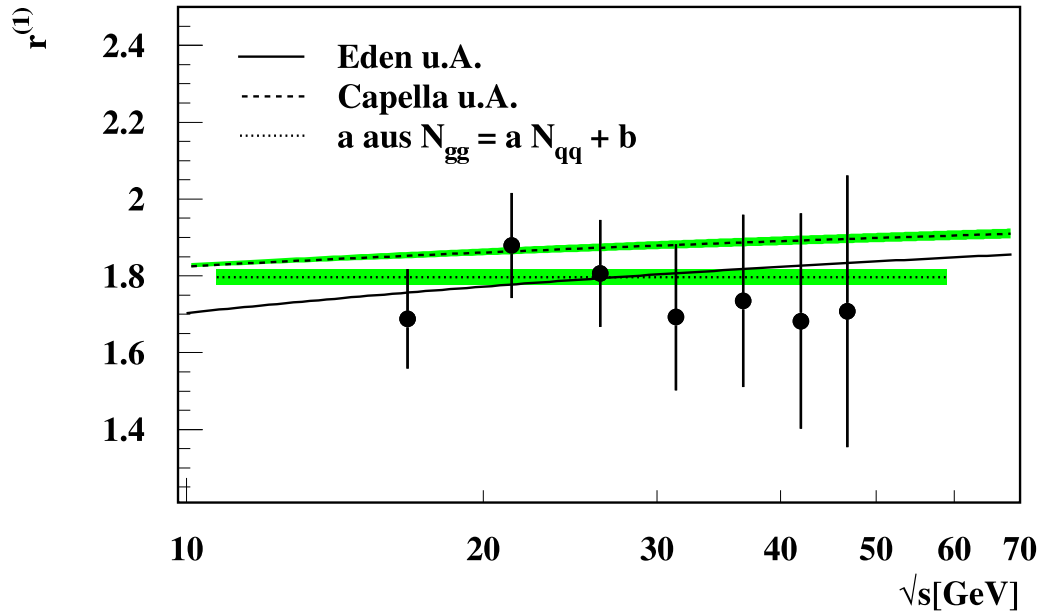


Abbildung 8.29: Messungen von  $r_0$  im Vergleich mit theoretischen Vorhersagen

Die auf die zusätzliche Multiplizität durch  $b$ -Ereignisse korrigierten Messungen der Quarkmultiplizität sind in Abb. 8.28 als offene Quadrate zusammen mit der an sie angepassten Parametrisierung Gl. 6.28a dargestellt. Der durch die größere Farbladung der Gluonen verglichen mit der Quarkmultiplizität sehr viel steilere Anstieg der Gluonmultiplizität ist deutlich zu erkennen. Zur Untersuchung des Multiplizitätsverhältnisses  $r$  werden die gemessenen Gluonmultiplizitäten durch die bei der entsprechenden Energie ausgewertete Parametrisierung der Quarkmultiplizität dividiert. Die so gefundenen Werte für  $r$  sind in Abb. 8.29 in Abhängigkeit von der Energie dargestellt. Sie liegen für Energien von 20 bis 60 GeV zwischen 1,28 und 1,53 in Übereinstimmung mit den in Tab. 6.4 aufgeführten Messungen. Die durchgezogene Linie entspricht der durch die Parametrisierung der Quarkmultiplizität dividierten Vorhersage der Gluonmultiplizität, Gl. 8.19. Sie liegt geringfügig tiefer als die Meßpunkte, stimmt jedoch insbesondere in der Steigung recht gut mit den Daten überein. Zusätzlich sind in Abb. 8.29 die Vorhersagen Gl. 6.35a, 6.36a und 6.38 dargestellt. Die Linien geben den Verlauf für  $n_f = 4$  wieder, die unterlegten Bänder repräsentieren die Änderungen für  $3 \leq n_f \leq 5$ . Wie bereits in Abs. 6.4 diskutiert überschätzen diese drei Vorhersagen das gemessene Verhältnis deutlich, jedoch ist eine Verbesserung der Vorhersage mit steigender Ordnung sichtbar.

Die Bestimmung von  $r^{(1)}$  erfolgt aus den gemessenen Quark- und Gluonmulti-

Abbildung 8.30: Messungen von  $r_1$  im Vergleich mit theoretischen Vorhersagen

plizitäten, indem Steigungsdreiecke zwischen den Messpunkten der Gluonmultiplizität gebildet werden. Hierzu werden lediglich die aus symmetrischen Ereignissen gewonnenen Gluonmultiplizitäten verwendet, da diese gleichmäßiger und über einen größeren Skalenbereich verteilt sind, als es dies bei allgemeinen Topologien der Fall ist. Um voneinander unabhängige Steigungen in gleichmäßigen Abständen zu berechnen, werden Paarungen zwischen jedem Meßpunkt, der in der Energiefolge einen ungeraden Platz besetzt und dem Drittnächsten in der Energiefolge gebildet. Die Steigungen werden schließlich durch die Ableitung der Parametrisierung von  $N_{q\bar{q}}$  dividiert. Die sich so ergebenden Werte für  $r^{(1)}$  sind in Abb. 8.30 dargestellt. Die Messungen sind im Rahmen ihrer Fehler konstant, eine Geradenanpassung an die  $r^{(1)}$ -Werte liefert mit  $(-6.7 \pm 7.6) \cdot 10^{-3}$  eine leicht negative, aber mit Null verträgliche Steigung. Der mittlere Wert für  $r^{(1)}$  ergibt sich zu

$$r^{(1)} = 1.75 \pm 0.07 \quad . \quad (8.32)$$

$r^{(1)}$  liegt damit deutlich höher als die Messungen für  $r$ , was auf die in Abs. 6.4 diskutierte geringere Abhängigkeit dieser Größe von nichtperturbativen Effekten zurückzuführen ist. Entsprechend der in [70, 85] angewendeten Methode zur Bestimmung von  $r^{(1)}$  wird zur Überprüfung der Konsistenz eine Anpassung an die

	$k$	$\Lambda[\text{GeV}]$	$\chi^2/N_{df}$
$N_{q\bar{q}}$	$0.243 \pm 0.011$	$0.454 \pm 0.05$	0.75
$N_{gg}$	$0.198 \pm 0.0005$		8.5
$N_{gg}$	$0.343 \pm 0.012$	$1.32 \pm 0.08$	1.1

Tabelle 8.8: Die Parameter der 3NLO-Anpassungen der Quark- und Gluonmultiplizitäten

Gluonmultiplizitäten der Form

$$N_{gg}(\sqrt{s}) = a \cdot N_{q\bar{q}}(\sqrt{s}) + b \quad (8.33)$$

vorgenommen, wobei für  $N_{q\bar{q}}$  Gl. 6.28a angenommen wird. Sie liefert

$$r^{(1)} = a = 1.794 \pm 0.015 \quad (8.34)$$

in Übereinstimmung mit dem oben angeführten Mittelwert. Der Wert von  $a$  ist in Abb. 8.30 als gepunktete Linie dargestellt. Die in Abb. 8.30 eingezeichnete, durchgehende Linie stellt die durch Gl. 6.42a gegebene Vorhersage von  $r^{(1)}$  dar, die getrichelte Linie repräsentiert die Vorhersage Gl. 6.41a. Die unterlegte Fläche gibt die Variation von Gl. 6.41a für  $3 \leq n_f \leq 5$  an. Beide Vorhersagen stimmen im Rahmen der Fehler mit den gemessenen Werten überein. Der Unterschied zwischen beiden Vorhersagen ist überdies deutlich geringer als dies bei den entsprechenden Vorhersagen für  $r$  der Fall war.

Außer der Vorhersage von Eden u.A. für  $r$  stimmt keine der Vorhersagen mit den Messungen überein. Diese stellt aber aufgrund ihrer Konstruktion, in die insbesondere eine direkte Messung der Gluonmultiplizität zur Bestimmung der Integrationskonstanten  $L_0$  eingeht, keine ausschließlich störungstheoretische Berechnung von  $r$  dar. Beide Vorhersagen für  $r^{(1)}$  sind hingegen reine Vorhersagen der perturbativen QCD, welche gut mit den Messungen übereinstimmen. Hierdurch ist gezeigt, daß die Energieabhängigkeit eine sehr viel geeignetere Observable darstellt, als die Multiplizität selbst.

Zur Untersuchung der Vorhersagen Gl. 6.30 der Gluonmultiplizität und Gl. 6.32 der Quarkmultiplizität werden diese zunächst an die Daten angepaßt. Wie bereits in [47] beobachtet wurde, führt die Verwendung der gleichen Normierungskonstanten  $k$  für Quarks und Gluonen zu einer deutlichen Unterschätzung der Quarkmultiplizität und zu einer falschen Beschreibung ihrer Energieabhängigkeit. Für die Anpassungen werden also unterschiedliche Normierungen  $k_q$  und  $k_g$  zugelassen. Da die Quarkmultiplizitäten die experimentell direkter gemessene

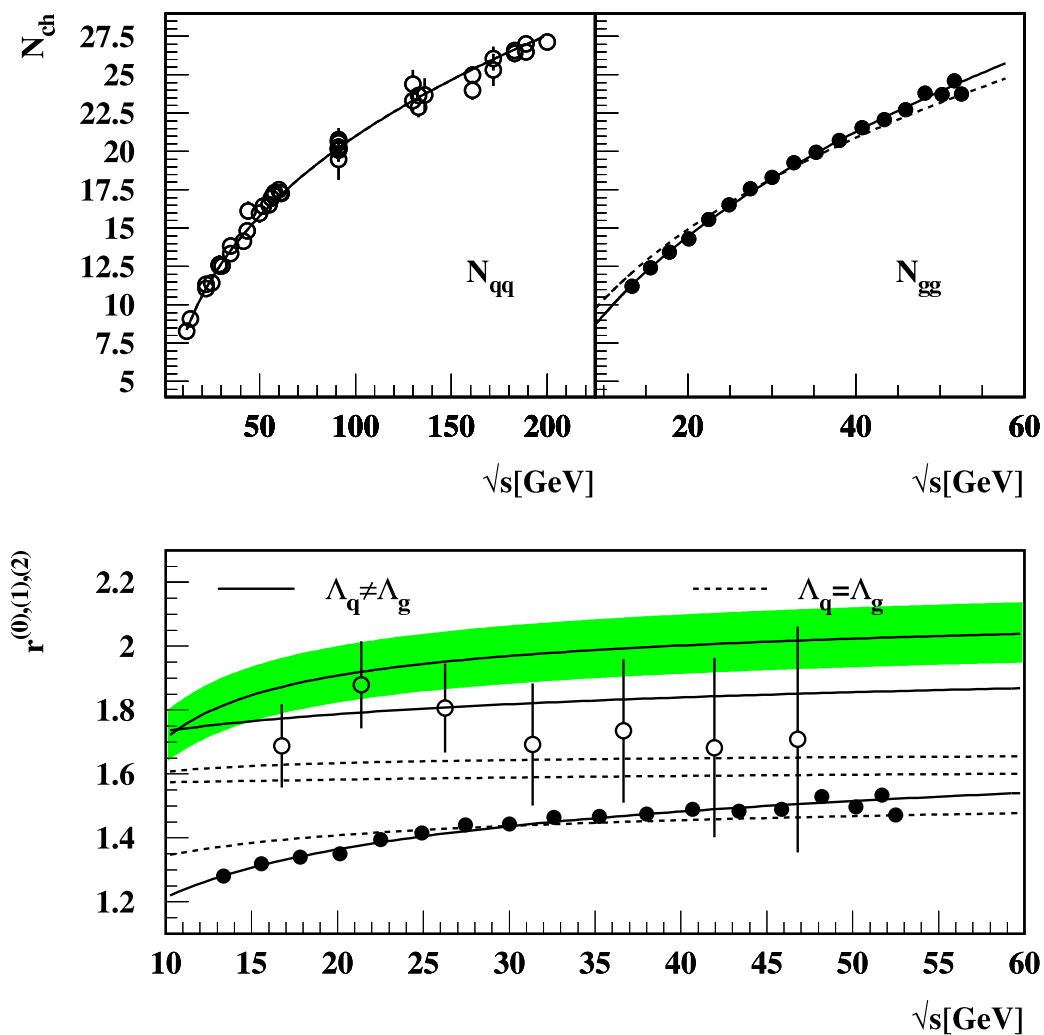


Abbildung 8.31: Die an die Daten angepaßten 3NLO-Vorhersagen für  $N_{q\bar{q}}$  und  $N_{gg}$ . Im unteren Teil sind die aus den Ableitungen der angepaßten theoretischen Ausdrücke berechneten Verhältnisse  $r$ ,  $r^{(1)}$  und  $r^{(2)}$  im Vergleich mit den Messungen dieser Studie dargestellt.

Größe darstellen, wird  $\Lambda$  durch die Anpassung von Gl. 6.32 festgelegt. Für die Gluonmultiplizitäten ergibt sich hieraus als einzig freier Parameter  $k_g$ . Es ergeben sich die in Tab. 8.8 angegebenen Werte. Die Anpassungen sind in den oberen beiden Diagrammen von Abb. 8.31 als gestrichelte Linie dargestellt. Die Quarkmultiplizität wird sehr gut beschrieben, der  $\chi^2$ -Wert ist entsprechend klein. Der Werte von  $\Lambda$  kommt mit 454MeV in einer üblichen Größenordnung heraus. Die Energieentwicklung der Gluonmultiplizität wird mit dem derart festgesetztem  $\Lambda$  allerdings nicht beschrieben, der  $\chi^2$ -Wert der Anpassung ist entsprechend groß. Läßt man hingegen in der Anpassung der Gluonmultiplizität eine eigene Skala  $\Lambda_g$  zu, so wird die Gluonmultiplizität durch Gl. 6.30 gut beschrieben und es ergeben sich in der letzten Zeile von Tab. 8.8 angegebenen Parameterwerte.

Die angepaßten Vorhersagen Gl. 6.32 und Gl. 6.30 lassen sich nun analytisch beliebig ableiten. Aus den Vorhersagen und ihren Ableitungen können dann die Verhältnisse  $r$ ,  $r^{(1)}$  und  $r^{(2)}$  berechnet werden. Diese Verhältnisse sind im unteren Teil von Abb. 8.31 im Vergleich mit den gemessenen Werten von  $r$  und  $r^{(1)}$  dargestellt. Die unterste gestrichelte Linie stellt  $r$  für die Anpassung der Quark-Gluonmultiplizität mit gemeinsamem  $\Lambda$ , die mittlere  $r^{(1)}$  und die oberste  $r^{(2)}$  dar. Entsprechend stellen die durchgezogenen Linien die Ergebnisse unter Verwendung unterschiedlicher  $\Lambda$  für Quarks und Gluonen dar. Es zeigt sich, daß eine gemeinsame Energieskala  $\Lambda$  für Quarks und Gluonen auch zu mit den Messungen nicht verträglichen Ergebnissen für  $r$  und  $r^{(1)}$  führt. Die Verwendung verschiedener Skalen für Quarks und Gluonen kann in der in Abs. 6.3 dargestellten verglichen mit der Quarkmultiplizität präziseren Vorhersage der Gluonmultiplizität begründet liegen. Die mit unterschiedlichen Skalen für Quarks und Gluonen berechneten  $r$  und  $r^{(1)}$  stimmen gut mit den Daten überein, insbesondere wird die Energieentwicklung von  $r$  gut wiedergegeben. Die unterlegte Fläche unter dem mit zwei Skalen ermittelten  $r^{(2)}$  gibt die sich aus den Parameterfehlern ergebende Unsicherheit von  $r^{(2)}$  wieder. Interpretiert man diese Kurve als Messung von  $r^{(2)}$  so ergibt sich Beispielsweise für 30GeV der Wert

$$r^{(2)}(30\text{GeV}) = 1.97 \pm 0.09 \quad (8.35)$$

in völliger Übereinstimmung mit dem in [88] auf ähnliche Weise ermittelten Wert. In den so gewonnenen Wert von  $r^{(2)}$  fließen jedoch aufgrund der Konstruktion der Ableitungen theoretische Annahmen über die Energieentwicklung der Quark- und Gluonmultiplizität ein, sodaß dieser Wert keine direkte Messung dieser Größe im Sinne der Messungen von  $r$  und  $r^{(1)}$  darstellt.

Einige Zeit nach der ersten Präsentation der Analyse der Multiplizität symmetrischer Dreijetereignisse [87], wurde eine vergleichbare Analyse der OPAL-Kollaboration publiziert, die insbesondere die Gültigkeit der Vorhersagen Eden

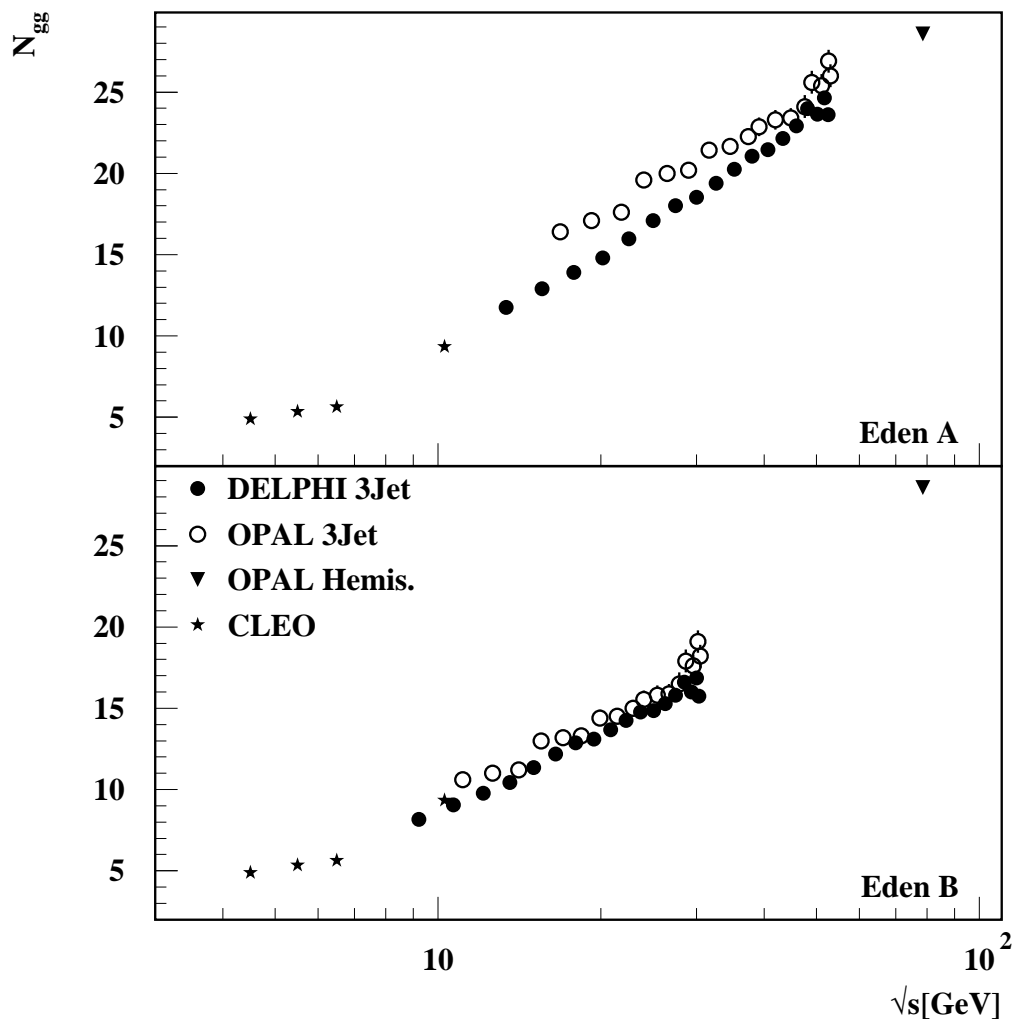


Abbildung 8.32: Die extrahierte Gluonmultiplizität der OPAL-Studie im Vergleich mit den Resultaten dieser Untersuchung

A und Eden B betreffend zu anderen Ergebnissen kommt als diese Untersuchung. Die Studie der OPAL-Kollaboration unterscheidet sich von der Vorliegenden insbesondere in folgenden Punkten:

- Der Durham-Algorithmus wird für den Zentralwert verwendet.
- Es werden  $uds$ -Ereignissen anstelle von  $udsc$ - oder  $udscb$ -Ereignissen untersucht.  $uds$ -Ereignisse werden mittels eines der in Abs. 7.4 geschilderten Methode vergleichbaren Verfahrens selektiert, was zu einer Reinheit der



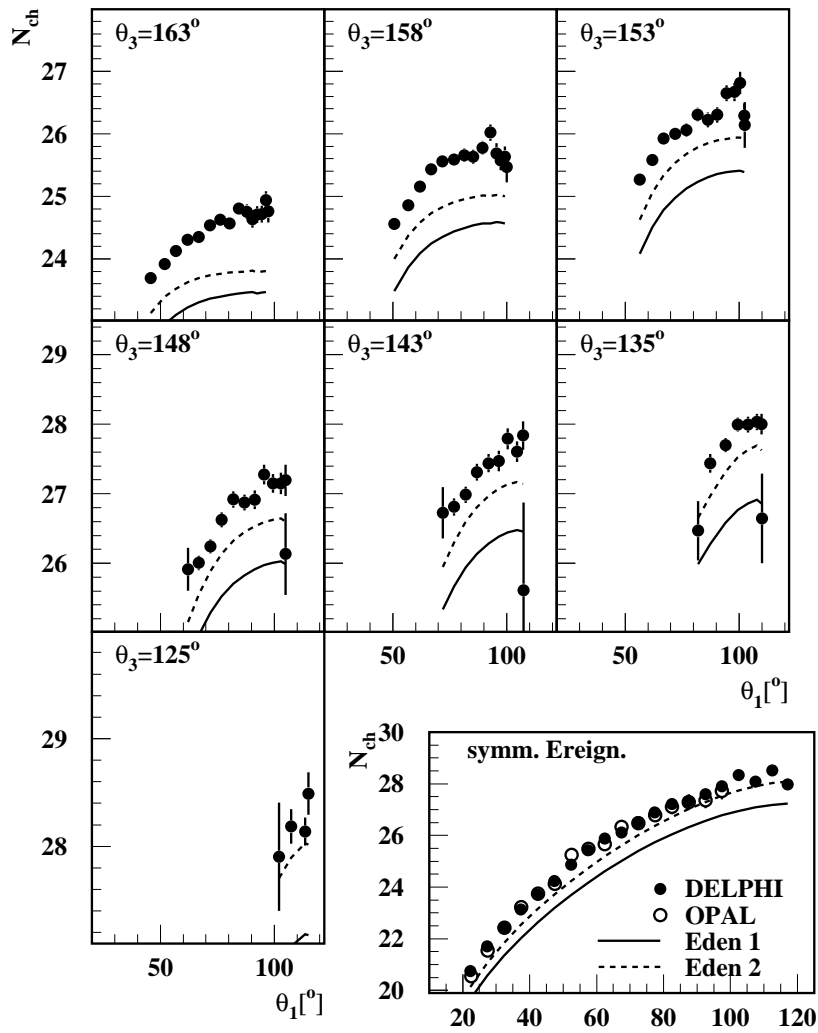


Abbildung 8.33: Die Dreijetmultiplizität in symmetrischen Ereignissen der OPAL-Studie im Vergleich zu den Ergebnissen dieser Untersuchung und den verschiedenen Parametrisierungen von  $N_{q\bar{q}g}$

$uds$ -Ereignisse von 78.5% führt. Dieser Wert ist vergleichbar mit dem  $uds$ -Gehalt der  $udsc$ -Ereignisse dieser Untersuchung, welcher bei  $\sim 80\%$  liegt. Auf Fehlidentifikationen wird mittels eines aus Monte-Carlo Simulationen gewonnenen Faktors korrigiert. Es wird entsprechend keine additive Multiplizität  $N_0$  verwendet.

- $N_{q\bar{q}}(L, \kappa_{Lu})$  wird über die Betrachtung der Abhängigkeit der Multiplizität von  $y_{cut}$  bei  $\sqrt{s} = m_Z$  experimentell bestimmt. Dieses sehr elegante Verfahren macht die Untersuchung weniger von theoretischen Annahmen abhängig, ist jedoch nur für Edén B anwendbar, da hier die Energieskala des Quarkbeitrages topologieunabhängig und gleich der Schwerpunktennergie ist.
- Eine 3NLO-Parametrisierung von  $N_{q\bar{q}}$  [47] wird an einen weniger vollständigen Multiplizitätensatz [89] angepaßt. Insbesondere werden die von AMY gemessenen Multiplizitäten in einem Punkt vereint, wodurch die Information über die Energieentwicklung der Multiplizität verloren geht. Die Daten werden entsprechend der studierten Ereignisse mittels einer Monte-Carlo Simulation auf ihren  $uds$ -Gehalt korrigiert.
- Die Integrationskonstante  $L_0$  wird aus der Messung der Hemisphärenmultiplizität [84] bestimmt.
- Es wird keine Hadronisierungskorrektur der Art, wie sie in Abs. 8.2.2 beschrieben wird, angewendet.
- Es werden wie in [87] lediglich symmetrische Dreijetereignisse untersucht.

Das Extrapolationsverhalten der derart gewonnenen Gluonmultiplizitäten wird in [88] mit den in Abb. 8.28 auch gezeigten Messungen der CLEO- und der OPAL-Kollaboration verglichen. Da die mit Edén B gewonnenen Gluonmultiplizitäten zu diesen Messungen extrapolieren, die mit Edén A gewonnenen jedoch nicht, wird Edén A zugunsten von Edén B verworfen. Dies steht in direktem Widerspruch zu den hier gefundenen Resultaten und soll daher diskutiert werden.

Abb. 8.32 zeigt die in der OPAL-Studie gefundenen Gluonmultiplizitäten im Vergleich mit den in dieser Studie gefundenen. Um beide Messungen miteinander vergleichen zu können wurden die Gluonmultiplizitäten aus mit dem Durham-Algorithmus rekonstruierten symmetrischen  $udsc$ -Ereignissen mit  $N_0 = 0$  gewonnen. Es zeigt sich, daß die mit Edén B gefundenen Gluonmultiplizitäten beider Analysen für große Energien annähernd übereinstimmen, während der Unterschied zu kleineren Energien hin zunimmt. Dies kann im wesentlichen auf die fehlende Hadronisierungskorrektur zurückgeführt werden, welche die vorhergesagte

Dreijetmultiplizität bei kleinen  $\vartheta_1$  erhöht und so zu verringerten Gluonmultiplizitäten bei kleinen Energien führt.

Die mit Eden A gefundenen Gluonmultiplizitäten beider Analysen weichen deutlich stärker voneinander ab und auch hier wird der Unterschied zu kleinen Energien hin größer, was insbesondere impliziert, daß sich die Energieabhängigkeit beider Messungen unterscheidet. Während, wie oben ausgeführt, die mit Eden B gefundenen Gluonmultiplizitäten der OPAL-Studie zu den ebenfalls eingezeichneten CLEO- und OPAL-Messungen extrapolieren und dies für die mit Eden A extrahierten Multiplizitäten nicht der Fall ist, extrapolieren die in dieser Studie mit Eden A gefundenen Gluonmultiplizitäten etwas besser zu diesen Messungen als die mit Eden B erlangten, welche jedoch auch ein akzeptables Extrapolationsverhalten zeigen.

Die Dreijetmultiplizitäten beider Analysen werden im letzten Diagramm von Abb. 8.33 miteinander verglichen. Die gemessenen Multiplizitäten stimmen gut miteinander überein. Die Linien stellen die Vorhersagen der Dreijetmultiplizität Gl. Eden A und Gl. Eden B dar, die sich ergeben, wenn die in der OPAL-Studie gefundene Parametrisierung von  $N_{q\bar{q}}$  mit dem in Abs. 8.2.2 beschriebenen Verfahren, jedoch ohne Hadronisierungskorrektur behandelt wird. Die Multiplizität symmetrischer Ereignisse wird hier besser durch Eden B beschrieben. Eden A liegt hier deutlich zu tief. Die Beschreibung der Dreijetmultiplizität durch Eden B wird durch die Verwendung des gemessenen Quarkbeitrages  $N_{q\bar{q}}(L, \kappa_{Lu})$  anstelle des mittels Gl. 8.20 berechneten weiter verbessert, da die gemessene Multiplizität etwas größer als die berechnete ist, wie Abb. 5 in [88] zeigt, wodurch die Vorhersage für  $N_{q\bar{q}g}$  leicht angehoben wird.

Wertet man die so erlangte Vorhersage von  $N_{q\bar{q}g}$  auch für nicht symmetrische Ereignistopologien aus, so ergeben sich, wie in Abb. 8.33 gezeigt, deutliche Diskrepanzen auch zwischen Eden B und den in dieser Untersuchung gemessenen Multiplizitäten. Das Versagen dieser Parametrisierung, auch allgemeinere Topologien zu beschreiben, sowie die für kleine Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  nicht vernachlässigbare Hadronisierungskorrektur, durch welche insbesondere das Extrapolationsverhalten der Gluonmultiplizitäten zu kleineren Energien unsicher wird, lassen die zum Verwerfen von Eden A in [88] führenden Argumente nicht zwingend erscheinen.

# Kapitel 9

## Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit ist die Teilchenproduktion in hadronischen  $Z$ -Zerfällen mit drei Jets im Endzustand anhand von mit dem DELPHI-Experiment in den Jahren 1992-95 aufgenommenen Daten untersucht worden. Hierzu wurden einerseits Teilchen mit vorwiegend geringem Impuls betrachtet, die unter einem großen Winkel zur Ereignisebene emittiert wurden und andererseits die von allen Teilchen eines Dreijetereignisses gebildete Gesamtmultiplizität untersucht.

Die Untersuchung der Teilchen mit großem Winkel zur Ereignisebene ergab eine gute Übereinstimmung der in diesem Bereich gemessenen Multiplizität mit der verwendeten LO-Vorhersage, welche mit der entsprechenden in Zweijetereignissen gemessenen Multiplizität normiert wurde. Die Abhängigkeit dieser Multiplizität von den Zwischenjetwinkeln entspricht der der kohärenten Abstrahlung von Gluonen durch ein Quark-Antiquark-Gluon-System. Insbesondere war es möglich, die Reduktion der Teilchenproduktion durch destruktive Gluoninterferenzen zu beobachten. Es wurde gezeigt, daß zur Beschreibung der Daten der zu  $1/N_C^2$  proportionale Interferenzterm der Vorhersage unablässig ist. Dies ist ein quantenmechanischer Effekt, der keine Entsprechung im probabilistischen Partonschauer-Bild besitzt. Aus der Winkelabhängigkeit dieser Kegelmultiplizität ließ sich das Farbfaktorverhältnis  $C_A/C_F$  zu

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.182 \pm 0.009(\text{stat.}) \pm 0.055(\text{sys.}) \quad (9.1)$$

bestimmen. Aufgrund der nur in führender Ordnung formulierten Vorhersage läßt sich jedoch der theoretische Fehler dieser Messung nicht sicher abschätzen. Durch die gute Beschreibung der Daten durch die Vorhersage war es möglich,  $r_t$  als Skala zur Klassifizierung von Ereignistopologien zu verwenden. Hiermit konnte in ausreichender Statistik das Skalenverhalten der Impulsspektren betrachtet werden.

Es wurde ein Skalieren der Impulsverteilungen für kleine Impulse bis ca. 1 GeV beobachtet. Eine Veröffentlichung dieser Ergebnisse ist in Vorbereitung.

Die Gesamtmultiplizität von Dreijetereignissen wird gut durch die Vorhersage Eden A beschrieben. Die alternative Formulierung Eden B, der ein extremes Szenario der Phasenraumaufteilung zwischen Quarks und Gluonen zugrundeliegt, führte zu inkonsistenten Ergebnissen für symmetrische und allgemeine Ereignistopologien. Eine Parameteranpassung von Eden A an die gemessenen Dreijetmultiplizitäten ergab für symmetrische Ereignisse das Farbfaktorverhältnis

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.257 \pm 0.019_{\text{stat.}} \pm 0.056_{\text{exp.}} \pm 0.050_{\text{theo.}} \pm 0.050_{\text{clus.}} \quad (9.2)$$

und

$$\frac{C_A}{C_F} = 2.261 \pm 0.014_{\text{stat.}} \pm 0.036_{\text{exp.}} \pm 0.052_{\text{theo.}} \pm 0.041_{\text{clus.}} \quad (9.3)$$

für allgemeine Ereignistopologien. Mit dieser bislang präzisesten Messung dieses Verhältnisses konnte in Kombination mit anderen Messungen der Farbfaktoren die SU(3)-Gruppenstruktur der QCD bestätigt werden.

Die gute Übereinstimmung von Eden A mit den gemessenen Multiplizitäten erlaubte die Verwendung dieser Vorhersage zur Subtraktion des Quarkbeitrages von der Dreijetmultiplizität zur Bestimmung der Multiplizität für Farbsinglettsysteme aus zwei Gluonen bei unterschiedlichen effektiven Schwerpunktenenergien. Dies ermöglichte die direkte Bestimmung des Verhältnisses der Gluon- und Quarkmultiplizität in Abhängigkeit von der Schwerpunktenenergie, sowie eine Messung des Verhältnisses der Ableitungen der Gluon- und Quarkmultiplizitäten zu

$$r^{(1)} = 1.795 \pm 0.015 \quad . \quad (9.4)$$

Ein Vergleich der Quark- und Gluonmultiplizität mit 3NLO-Vorhersagen zeigte, daß zur Beschreibung der Quark- und Gluonmultiplizität unterschiedliche Energieskalen  $\Lambda$  verwendet werden müssen. Aus den Ableitungen der angepaßten 3NLO-Parametrisierungen ließ sich  $r^{(2)}$  rechnerisch zu

$$r^{(2)}(30\text{GeV}) = 1.97 \pm 0.09 \quad (9.5)$$

bestimmen.

Die durch das in dieser Untersuchung angewendete Korrekturverfahren zugänglichen Multiplizitätsverteilungen in Abhängigkeit von der Ereignistopologie können weitergehend untersucht werden. Eine erste und vorläufige Betrachtung des KNO-Verhältnisses für symmetrische Ereignistopologien ist in Abb. 9.1 gezeigt. Das in

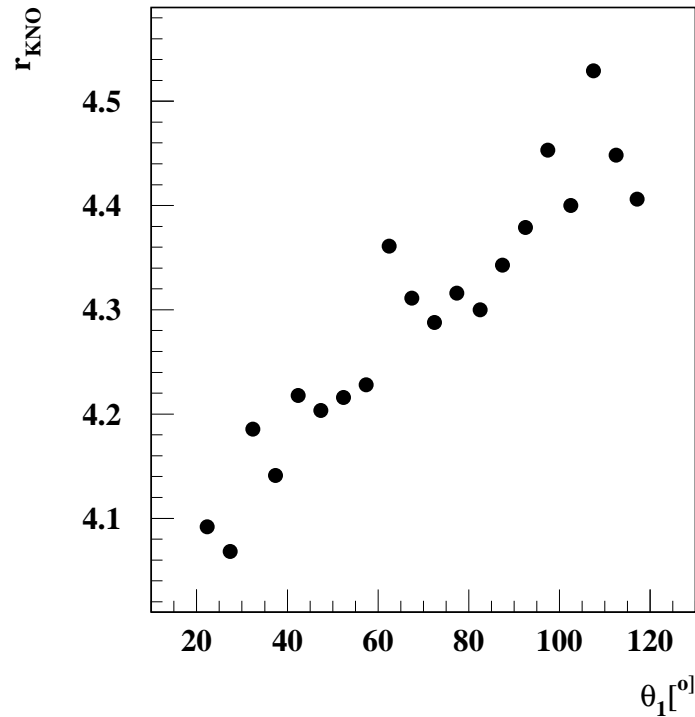


Abbildung 9.1: Das KNO-Verhältnis in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für symmetrische Ereignistopologien

Dreijetereignissen gemessene  $r_{\text{KNO}}$  ist größer als der in inklusiven Ereignissen gemessene Wert und steigt mit  $\vartheta_1$  weiter an. Dies kann durch den mit  $\vartheta_1$  anwachsenden Gluonbeitrag bedingt sein, wenn die Multiplizitätsverteilung der Gluonen nicht oder bei einem größeren Wert von  $r_{\text{KNO}}$  skaliert. Mit der Bestimmung von  $r_{\text{KNO}}$  für Gluonen wäre es dann möglich, aus den gemessenen Dreijetmultiplizitätsverteilungen die Multiplizitätsverteilungen von Gluonen zu bestimmen. Die Untersuchung dieser Verteilungen scheint vielversprechend und wird in den nächsten Monaten fortgesetzt werden.

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die mir die Fertigstellung dieser Arbeit ermöglicht und mich in dieser Zeit unterstützt haben.

Zuallererst gilt mein ganz besonderer Dank meinem Doktorvater Professor Doktor Drees, der mir stets jede erdenkliche Unterstützung hat zukommen lassen und dessen Tür Rat- und Hilfesuchenden immer offenstand. Insbesondere ist es ihm stets gelungen, eine motivierende Arbeitsatmosphäre zu schaffen, die nicht nur ein besonders freies, kollegiales und produktives Arbeiten erlaubte, sondern es auch zu einer sehr erfreulichen Erfahrung machte, in dieser Arbeitsgruppe mitwirken zu können.

Ebenso möchte ich Dr. Klaus Hamacher danken, der neben seiner Erfahrung und seinem in den überaus meisten Fällen hilfreichen Ratschlag auch eine große Menge Ansporn zu dieser Arbeit beisteuerte. Seine freundschaftliche und direkte Art liessen die Arbeit mit ihm ganz besonders angenehm werden.

Weiterhin danke ich meinen Wuppertaler Kollegen für eine wundervolle Zusammenarbeit. Hier sind mit den Doktoren Wolfgang Liebig, Klaus Münich, Uwe Flammeyer, Thomas Brenke, Tobias Burgsmüller und Daniel Wicke insbesondere ehemalige Mitglieder der Wuppertaler DELPHI-Gruppe zu erwähnen, die in unzähligen Diskussionen über physikalische und weniger physikalische Sachverhalte einen unbezwingbaren Sinn für Humor bewiesen haben.

Und nicht zuletzt möchte ich mich bei meiner Mutter und meiner Verlobten Anca bedanken, die nicht nur meine Launen beim Aufsetzen dieser Arbeit geduldig ertragen und diese anstrengende Zeit um vieles angenehmer gemacht haben, sondern mir auch in sehr schweren Zeiten unermüdlich zur Seite standen. Ihnen ist diese Arbeit in besonderer Weise gewidmet.

# Anhang A

## Konstanz von $R_{\text{KNO}}$

Ausgehend von

$$P(n) = \frac{1}{\mu} f\left(\frac{n}{\mu}\right) \quad , \quad \int P(n) dn = 1 \quad \text{und} \quad \int P(n) n dn = \mu$$

und der Varianz

$$\sigma^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \int P(n) n^2 dn \quad - \quad \mu^2$$

kann die Konstanz von  $R_{\text{KNO}} = \mu/\sigma$  über die Betrachtung von  $1/R_{\text{KNO}}^2$  gezeigt werden:

$$\begin{aligned} \frac{d(1/R_{\text{KNO}}^2)}{ds} &= \frac{d}{ds} \left[ \frac{1}{\mu^2} \int P(n) n^2 dn \quad - \quad 1 \right] \\ &= \frac{d}{ds} \left[ \frac{1}{\mu^3} \int f\left(\frac{n}{\mu}\right) n^2 dn \right] \\ &= -\frac{3}{\mu^4} \frac{d\mu}{ds} \int f\left(\frac{n}{\mu}\right) n^2 dn \quad + \quad \frac{1}{\mu^3} \int \frac{df(z)}{dz} \left(-\frac{n}{\mu^2}\right) \frac{d\mu}{ds} n^2 dn \\ &= \frac{d\mu}{ds} \left( -\frac{3}{\mu} \int f(z) z^2 dz \quad - \quad \frac{1}{\mu} \int \frac{df(z)}{dz} z^3 dz \right) \\ &= \frac{d\mu}{ds} \frac{1}{\mu} \left( -3 \int f(z) z^2 dz \quad - \quad [f(z)z^3]_0^\infty \quad + \quad 3 \int f(z) z^2 dz \right) \\ &= -\frac{d\mu}{ds} \frac{1}{\mu} [f(z)z^3]_0^\infty \\ &= 0 \end{aligned}$$

wobei im letzten Schritt angenommen wurde, daß  $f$  für große  $z$  schneller abfällt als  $1/z^3$ , was implizit bereits zur Berechnung von  $\langle n^2 \rangle$  angenommen wurde.



# Anhang B

## Datentabellen

$\sqrt{s}$	$N_{ch}$	(stat.)	(syst.)	Kollab.
12.0	8.48	$\pm 0.21$	$\pm$	TASSO [93]
14.0	9.30	$\pm 0.06$	$\pm 0.41$	TASSO [94]
22.0	11.30	$\pm 0.08$	$\pm 0.46$	TASSO [94]
22.0	11.6	$\pm 0.2$	$\pm$	JADE [92]
25.0	11.69	$\pm 0.24$	$\pm$	TASSO [93]
29.0	12.80	$\pm 0.60$	$\pm$	TPC [95]
29.0	12.90	$\pm 0.10$	$\pm 0.60$	MARK-I [96]
29.0	12.87	$\pm 0.03$	$\pm 0.30$	HRS [97]
30.5	12.79	$\pm 0.13$	$\pm$	TASSO [93]
34.8	13.59	$\pm 0.02$	$\pm 0.46$	TASSO [94]
35.0	14.1	$\pm 0.2$	$\pm$	JADE [92]
41.5	14.41	$\pm 0.24$	$\pm$	TASSO [93]
43.6	15.08	$\pm 0.06$	$\pm 0.47$	TASSO [98]
44.0	16.4	$\pm 0.6$	$\pm$	JADE [92]
50.0	16.24	$\pm 0.41$	$\pm 0.45$	AMY [99]
52.0	16.74	$\pm 0.19$	$\pm 0.46$	AMY [99]
55.0	16.82	$\pm 0.22$	$\pm 0.47$	AMY [99]
56.0	17.27	$\pm 0.16$	$\pm 0.48$	AMY [99]
57.0	17.49	$\pm 0.19$	$\pm 0.48$	AMY [99]
57.8	17.64	$\pm 0.05$	$\pm 0.41$	TOPAZ [100]
60.0	17.85	$\pm 0.23$	$\pm 0.49$	AMY [99]
60.8	17.66	$\pm 0.23$	$\pm 0.49$	AMY [99]
61.4	17.61	$\pm 0.21$	$\pm 0.49$	AMY [99]
91.2	20.1	$\pm 1.0$	$\pm 0.9$	MARK-I [101]
91.2	21.30	$\pm 0.10$	$\pm 0.60$	ALEPH [102]
91.2	20.85	$\pm 0.02$	$\pm 0.24$	ALEPH [103]
91.2	20.91	$\pm 0.03$	$\pm 0.22$	ALEPH [104, 105]
91.2	20.71	$\pm 0.04$	$\pm 0.77$	DELPHI [106, 107]
91.2	20.70	$\pm 0.70$	$\pm$	L3 [108]
91.2	20.79	$\pm 0.03$	$\pm 0.52$	L3 [109]
91.2	21.28	$\pm 0.04$	$\pm 0.84$	OPAL [110]
91.2	21.40	$\pm 0.02$	$\pm 0.43$	OPAL [111, 112]
91.2	20.81	$\pm 0.09$	$\pm 0.19$	DELPHI [113]
91.2	21.16	$\pm 0.01$	$\pm 0.21$	OPAL [114]

Tabelle B.1: Die zur Parametrisierung der Energieabhängigkeit von  $N_{q\bar{q}}$  verwendeten Daten. Wenn nur ein Fehler angegeben ist, handelt es sich um den Gesamtfehler

$\sqrt{s}$	$N_{ch}$	(stat.)	(syst.)	Kollab.	
130.0	24.9	$\pm 0.5$	$\pm 0.8$	L3	[115]
130.0	23.84	$\pm 0.51$	$\pm 0.52$	DELPHI	[116]
133.0	23.40	$\pm 0.45$	$\pm 0.47$	OPAL	[117]
133.0	24.15	$\pm 0.43$	$\pm 0.34$	ALEPH	[118]
136.0	24.2	$\pm 0.7$	$\pm 0.8$	L3	[115]
161.0	24.46	$\pm 0.45$	$\pm 0.44$	OPAL	[119]
161.0	25.46	$\pm 0.45$	$\pm 0.37$	DELPHI	[120]
172.0	26.52	$\pm 0.53$	$\pm 0.54$	DELPHI	[120]
172.0	25.77	$\pm 0.58$	$\pm 0.88$	OPAL	[121]
183.0	26.85	$\pm 0.27$	$\pm 0.52$	OPAL	[121]
183.0	27.05	$\pm 0.27$	$\pm 0.32$	DELPHI	[122]
189.0	26.95	$\pm 0.16$	$\pm 0.51$	OPAL	[121]
189.0	27.47	$\pm 0.18$	$\pm 0.30$	DELPHI	[122]
200.0	27.58	$\pm 0.19$	$\pm 0.45$	DELPHI	[122]
nicht verwendet:					
12.0	7.20	$\pm 0.50$	$\pm 0.70$	JADE	[123]
12.0	7.40	$\pm 0.20$	$\pm 0.51$	PLUTO	[124]
13.0	7.40	$\pm 0.30$	$\pm 0.51$	PLUTO	[124]
17.0	8.00	$\pm 0.30$	$\pm 0.56$	PLUTO	[124]
22.0	10.10	$\pm 0.70$	$\pm 1.50$	JADE	[125]
22.0	9.70	$\pm 0.70$	$\pm 0.67$	PLUTO	[124]
27.6	10.40	$\pm 0.30$	$\pm 0.72$	PLUTO	[124]
27.7	11.60	$\pm 0.50$	$\pm 1.50$	JADE	[125]
30.0	11.40	$\pm 0.40$	$\pm 0.70$	JADE	[123]
30.2	10.40	$\pm 0.20$	$\pm 0.72$	PLUTO	[124]
30.7	10.60	$\pm 0.30$	$\pm 0.74$	PLUTO	[124]
31.3	11.00	$\pm 0.30$	$\pm 0.77$	PLUTO	[124]
31.6	10.90	$\pm 0.60$	$\pm 1.50$	JADE	[125]
35.0	11.80	$\pm 0.40$	$\pm 0.70$	JADE	[123]

Tabelle B.2: Die zur Parametrisierung der Energieabhängigkeit von  $N_{q\bar{q}}$  verwendeten Daten (Forts.). Wenn nur ein Fehler angegeben ist, handelt es sich um den Gesamtfehler. Die im unteren Teil angegebenen Messungen wurden nicht berücksichtigt.

Variation	$C_A/C_F$			
	symm.		allg.	
<b>Zentralwert</b>	2.261±0.010		2.257±0.007	
$\theta_{\text{Spher.}}, \theta_{\text{Jet}} > 40^\circ$	2.249±0.011	-0.5 %	2.246±0.007	-0.5 %
' $E_{\text{vis}} > 18\%$ , $E_{\text{Hem}} > 5\%$ '	2.264±0.011	0.1 %	2.259±0.007	0.1 %
' $E_{\text{vis}} > 6\%$ , $E_{\text{Hem}} > 2\%$ '	2.257±0.010	-0.2 %	2.256±0.008	-0.0 %
$\sum \vartheta_i > 357.5^\circ$	2.263±0.011	0.1 %	2.256±0.008	-0.1 %
$\sum \vartheta_i > 350^\circ$	2.259±0.010	-0.1 %	2.257±0.007	-0.0 %
$E_{\text{Jet}} > 8\text{GeV}$	2.265±0.011	0.2 %	2.261±0.007	0.2 %
$E_{\text{Jet}} > 3\text{GeV}$	2.258±0.014	-0.1 %	2.255±0.007	-0.1 %
$N_{ch} \geq 6$	2.261±0.009	0.0 %	2.257±0.007	0.0 %
$N_{ch} \geq 4$	2.261±0.011	0.0 %	2.257±0.007	0.0 %
'harte Ereign-Schn.'	2.235±0.009	-1.1 %	2.237±0.009	-0.9 %
'weiche Ereign-Schn.'	2.249±0.011	-0.5 %	2.250±0.008	-0.3 %
'harte Spurschn.'	2.230±0.006	-1.3 %	2.252±0.008	-0.2 %
'weiche Spurschn.'	2.289±0.003	1.2 %	2.271±0.006	0.6 %
'Jetset Hadc.'	2.287±0.005	1.2 %	2.263±0.007	0.3 %
'keine Had.-Kor.'	2.345±0.002	3.8 %	2.286±0.004	1.3 %
'mult. Akz.-K.'	2.273±0.007	0.5 %	2.261±0.007	0.2 %
' $N_{ch}$ aus neg.Bin'	2.256±0.009	-0.2 %	2.256±0.005	-0.0 %
$b$ -tagging	2.284±0.005	1.0 %	2.276±0.008	0.8 %
' $\vartheta_1 \geq 25^\circ$ , $p_{t,\text{Lu}} \geq 22.5\text{GeV}$ '	2.262±0.004	0.1 %	2.257±0.005	-0.0 %
' $\vartheta_1 \geq 35^\circ$ , $p_{t,\text{Lu}} \geq 28\text{GeV}$ '	2.261±0.013	0.0 %	2.257±0.006	-0.0 %
$e^+e^-$ -Daten ohne TOPAZ, JADE	2.287±0.005	1.1%	2.275±0.008	0.8%
$e^+e^-$ -Daten ohne AMY	2.276±0.02	0.7%	2.269±0.007	0.5%
$\delta_{b-udsc} + \Delta$	2.282±0.006	0.9%	2.275±0.007	0.8%
$\delta_{b-udsc} - \Delta$	2.245±0.01	0.7%	2.245±0.006	0.5%
$N_{q\bar{q}}$ in 3NLO	2.260±0.03	0.0%	2.256±0.001	0.0%
Cambridge	2.215±0.006	-2.0 %	2.242±0.008	-0.7 %
Durham	2.318±0.002	2.5 %	2.267±0.005	0.5 %
Luclus	2.308±0.003	2.1 %	2.324±0.007	3.0 %
$\Lambda = 200\text{GeV}$	2.237±0.013	-1.0 %	2.234±0.006	-1.0 %
$\Lambda = 300\text{GeV}$	2.282±0.010	1.0 %	2.278±0.007	0.9 %
$c_r + 10\%$	2.308±0.010	2.1 %	2.303±0.008	2.1 %
$c_r - 10\%$	2.215±0.012	-2.0 %	2.212±0.007	-2.0 %
$L_0 - \Delta L_0$ ( $N_0$ frei)	2.256±0.030	0.0 %	2.262±0.013	0.0 %
$L_0 + \Delta L_0$ ( $N_0$ frei)	2.256±0.030	0.0 %	2.260±0.013	0.0 %

Tabelle B.3: Die unter den verschiedenen Variationen der Analyse erhaltenen Werte für  $C_A/C_F$ , aus denen der systematische Fehler bestimmt wird

$\theta_{\text{Kegel}}$	$y_{\text{cut}}$				
	0.002	0.005	0.01	0.015	0.02
20°	0.180 $\pm 0.001$	0.207 $\pm 0.001$	0.231 $\pm 0.001$	0.245 $\pm 0.001$	0.255 $\pm 0.001$
25°	0.285 $\pm 0.001$	0.328 $\pm 0.001$	0.366 $\pm 0.001$	0.388 $\pm 0.001$	0.404 $\pm 0.001$
30°	0.420 $\pm 0.002$	0.482 $\pm 0.001$	0.537 $\pm 0.001$	0.570 $\pm 0.001$	0.593 $\pm 0.001$
35°	0.588 $\pm 0.002$	0.673 $\pm 0.002$	0.749 $\pm 0.002$	0.795 $\pm 0.002$	0.827 $\pm 0.002$
40°	0.792 $\pm 0.002$	0.906 $\pm 0.002$	1.007 $\pm 0.002$	1.067 $\pm 0.002$	1.111 $\pm 0.002$

Tabelle B.4: Die Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen in Abhängigkeit von  $y_{\text{cut}}$  und dem Öffnungswinkel des Kegels  $\theta_{\text{Kegel}}$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus

$\theta_{\text{K.}}$	Daten	ARIADNE		JETSET		HERWIG	
	$N_2$	$N_2$	Skal.	$N_2$	Skal.	$N_2$	Skal.
20°	$0.236 \pm 0.001$	0.226	$1.042 \pm 0.003$	0.226	$1.042 \pm 0.003$	0.230	$1.027 \pm 0.003$
25°	$0.373 \pm 0.001$	0.359	$1.040 \pm 0.003$	0.359	$1.039 \pm 0.003$	0.364	$1.024 \pm 0.003$
30°	$0.547 \pm 0.001$	0.527	$1.040 \pm 0.002$	0.527	$1.038 \pm 0.002$	0.535	$1.024 \pm 0.002$
35°	$0.763 \pm 0.001$	0.734	$1.039 \pm 0.002$	0.735	$1.037 \pm 0.002$	0.746	$1.023 \pm 0.002$
40°	$1.026 \pm 0.002$	0.986	$1.041 \pm 0.002$	0.989	$1.038 \pm 0.002$	1.002	$1.024 \pm 0.002$

Tabelle B.5: Die gemessene Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen im Vergleich mit Simulationsergebnissen für den Durham-Algorithmus bei einem  $y_{\text{cut}}$  von 0.015.

$\theta_K$	Daten	ARIADNE		JETSET		HERWIG	
	$N_2$	$N_2$	Skal.	$N_2$	Skal.	$N_2$	Skal.
20°	$0.249 \pm 0.001$	0.238	$1.043 \pm 0.004$	0.238	$1.044 \pm 0.004$	0.241	$1.031 \pm 0.004$
25°	$0.393 \pm 0.001$	0.378	$1.041 \pm 0.003$	0.377	$1.042 \pm 0.003$	0.382	$1.029 \pm 0.003$
30°	$0.576 \pm 0.001$	0.554	$1.039 \pm 0.003$	0.554	$1.040 \pm 0.003$	0.561	$1.027 \pm 0.003$
35°	$0.803 \pm 0.002$	0.772	$1.040 \pm 0.002$	0.771	$1.041 \pm 0.002$	0.781	$1.028 \pm 0.002$
40°	$1.079 \pm 0.002$	1.036	$1.041 \pm 0.002$	1.036	$1.041 \pm 0.002$	1.048	$1.029 \pm 0.002$

Tabelle B.6: Die gemessene Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen im Vergleich mit Simulationsergebnissen für den Cambridge-Algorithmus bei einem  $y_{\text{cut}}$  von 0.015.

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$
99°	158°	0.710 ±0.053	110°	163°	0.674 ±0.021	126°	148°	0.816 ±0.026
99°	162°	0.679 ±0.029	113°	127°	0.880 ±0.045	126°	153°	0.705 ±0.022
101°	154°	0.617 ±0.068	113°	135°	0.882 ±0.027	126°	158°	0.720 ±0.020
101°	158°	0.763 ±0.036	113°	143°	0.866 ±0.034	126°	162°	0.650 ±0.018
101°	163°	0.657 ±0.029	113°	148°	0.800 ±0.030	131°	138°	0.861 ±0.032
103°	149°	0.660 ±0.110	113°	153°	0.795 ±0.027	131°	143°	0.784 ±0.026
103°	153°	0.811 ±0.044	113°	158°	0.668 ±0.023	131°	148°	0.759 ±0.024
103°	158°	0.731 ±0.033	113°	163°	0.706 ±0.022	131°	153°	0.730 ±0.021
103°	163°	0.701 ±0.029	117°	126°	0.892 ±0.031	131°	158°	0.709 ±0.019
105°	145°	1.076 ±0.256	117°	135°	0.859 ±0.026	131°	162°	0.639 ±0.017
105°	148°	0.777 ±0.048	117°	143°	0.847 ±0.034	136°	139°	0.764 ±0.088
105°	153°	0.808 ±0.040	117°	148°	0.854 ±0.031	136°	143°	0.785 ±0.027
105°	158°	0.764 ±0.033	117°	153°	0.786 ±0.027	136°	148°	0.754 ±0.023
105°	163°	0.710 ±0.031	117°	158°	0.689 ±0.022	136°	153°	0.704 ±0.020
107°	139°	0.805 ±0.169	117°	163°	0.698 ±0.022	136°	158°	0.660 ±0.018
107°	143°	0.791 ±0.043	121°	127°	0.871 ±0.037	136°	162°	0.650 ±0.017
107°	148°	0.804 ±0.035	121°	135°	0.856 ±0.023	141°	144°	0.833 ±0.087
107°	153°	0.771 ±0.031	121°	143°	0.801 ±0.028	141°	148°	0.701 ±0.022
107°	158°	0.708 ±0.027	121°	148°	0.762 ±0.026	141°	153°	0.712 ±0.019
107°	163°	0.711 ±0.025	121°	153°	0.736 ±0.023	141°	158°	0.692 ±0.017
110°	137°	0.843 ±0.033	121°	158°	0.705 ±0.020	141°	162°	0.632 ±0.016
110°	143°	0.808 ±0.033	121°	163°	0.683 ±0.019	146°	149°	0.692 ±0.065
110°	148°	0.797 ±0.031	126°	129°	0.825 ±0.113	146°	153°	0.677 ±0.018
110°	153°	0.786 ±0.028	126°	136°	0.859 ±0.024	146°	158°	0.654 ±0.013
110°	158°	0.780 ±0.025	126°	143°	0.754 ±0.026	146°	162°	0.591 ±0.012

Tabelle B.7: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$
99°	158°	0.697 ±0.053	110°	163°	0.640 ±0.020	126°	148°	0.773 ±0.026
99°	162°	0.660 ±0.029	113°	127°	0.847 ±0.047	126°	153°	0.681 ±0.022
101°	154°	0.602 ±0.069	113°	135°	0.816 ±0.026	126°	158°	0.694 ±0.020
101°	158°	0.712 ±0.034	113°	143°	0.823 ±0.034	126°	163°	0.637 ±0.017
101°	163°	0.637 ±0.029	113°	148°	0.774 ±0.031	131°	138°	0.806 ±0.031
103°	149°	0.587 ±0.108	113°	153°	0.763 ±0.027	131°	143°	0.764 ±0.027
103°	153°	0.772 ±0.043	113°	158°	0.650 ±0.023	131°	148°	0.737 ±0.024
103°	158°	0.706 ±0.033	113°	163°	0.665 ±0.020	131°	153°	0.692 ±0.021
103°	163°	0.653 ±0.027	117°	126°	0.833 ±0.031	131°	158°	0.687 ±0.019
105°	145°	0.922 ±0.214	117°	135°	0.810 ±0.026	131°	163°	0.614 ±0.016
105°	148°	0.725 ±0.047	117°	143°	0.802 ±0.035	136°	139°	0.716 ±0.090
105°	153°	0.787 ±0.041	117°	148°	0.812 ±0.032	136°	143°	0.747 ±0.028
105°	158°	0.755 ±0.034	117°	153°	0.739 ±0.027	136°	148°	0.718 ±0.022
105°	163°	0.671 ±0.029	117°	158°	0.647 ±0.022	136°	153°	0.672 ±0.020
107°	139°	0.760 ±0.179	117°	163°	0.675 ±0.020	136°	158°	0.632 ±0.017
107°	143°	0.758 ±0.044	121°	127°	0.802 ±0.036	136°	163°	0.613 ±0.015
107°	148°	0.796 ±0.036	121°	135°	0.815 ±0.023	141°	144°	0.792 ±0.086
107°	153°	0.748 ±0.032	121°	143°	0.759 ±0.028	141°	148°	0.674 ±0.022
107°	158°	0.661 ±0.027	121°	148°	0.727 ±0.026	141°	153°	0.691 ±0.019
107°	163°	0.637 ±0.023	121°	153°	0.718 ±0.023	141°	158°	0.661 ±0.016
110°	137°	0.813 ±0.034	121°	158°	0.676 ±0.019	141°	163°	0.619 ±0.015
110°	143°	0.789 ±0.034	121°	163°	0.636 ±0.017	146°	149°	0.680 ±0.066
110°	148°	0.752 ±0.031	126°	129°	0.776 ±0.114	146°	153°	0.652 ±0.017
110°	153°	0.735 ±0.027	126°	136°	0.812 ±0.024	146°	158°	0.644 ±0.012
110°	158°	0.757 ±0.025	126°	143°	0.724 ±0.027	146°	163°	0.586 ±0.011

Tabelle B.8: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.010$



$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$
99°	158°	0.718 ±0.053	110°	162°	0.686 ±0.023	126°	148°	0.837 ±0.027
99°	162°	0.708 ±0.031	113°	127°	0.912 ±0.045	126°	153°	0.736 ±0.023
101°	154°	0.679 ±0.076	113°	135°	0.905 ±0.027	126°	158°	0.735 ±0.021
101°	158°	0.776 ±0.036	113°	143°	0.887 ±0.033	126°	162°	0.684 ±0.021
101°	163°	0.668 ±0.031	113°	148°	0.824 ±0.031	131°	138°	0.877 ±0.032
103°	149°	0.678 ±0.110	113°	153°	0.826 ±0.027	131°	143°	0.812 ±0.027
103°	153°	0.812 ±0.044	113°	158°	0.683 ±0.024	131°	148°	0.793 ±0.025
103°	158°	0.757 ±0.033	113°	162°	0.731 ±0.024	131°	153°	0.764 ±0.022
103°	162°	0.726 ±0.031	117°	126°	0.946 ±0.032	131°	158°	0.723 ±0.020
105°	145°	1.234 ±0.286	117°	135°	0.873 ±0.026	131°	162°	0.639 ±0.019
105°	148°	0.832 ±0.050	117°	143°	0.889 ±0.034	136°	139°	0.848 ±0.103
105°	153°	0.838 ±0.041	117°	148°	0.889 ±0.033	136°	143°	0.807 ±0.028
105°	158°	0.769 ±0.033	117°	153°	0.804 ±0.027	136°	148°	0.767 ±0.023
105°	162°	0.731 ±0.033	117°	158°	0.711 ±0.023	136°	153°	0.726 ±0.021
107°	139°	0.847 ±0.170	117°	162°	0.712 ±0.024	136°	158°	0.669 ±0.019
107°	143°	0.853 ±0.045	121°	127°	0.879 ±0.036	136°	162°	0.648 ±0.019
107°	148°	0.833 ±0.035	121°	135°	0.896 ±0.023	141°	144°	0.864 ±0.089
107°	153°	0.771 ±0.030	121°	143°	0.831 ±0.028	141°	148°	0.715 ±0.023
107°	158°	0.722 ±0.028	121°	148°	0.797 ±0.027	141°	153°	0.718 ±0.019
107°	162°	0.722 ±0.027	121°	153°	0.752 ±0.023	141°	158°	0.688 ±0.018
110°	137°	0.881 ±0.034	121°	158°	0.729 ±0.021	141°	162°	0.633 ±0.019
110°	143°	0.845 ±0.034	121°	162°	0.709 ±0.021	146°	149°	0.678 ±0.065
110°	148°	0.807 ±0.031	126°	129°	0.875 ±0.115	146°	153°	0.689 ±0.018
110°	153°	0.813 ±0.028	126°	136°	0.892 ±0.024	146°	158°	0.658 ±0.014
110°	158°	0.791 ±0.026	126°	143°	0.793 ±0.027	146°	162°	0.598 ±0.014

Tabelle B.9: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.020$

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$
99°	158°	0.324 ±0.034	110°	163°	0.275 ±0.013	126°	148°	0.352 ±0.017
99°	162°	0.289 ±0.019	113°	127°	0.350 ±0.027	126°	153°	0.290 ±0.014
101°	154°	0.278 ±0.044	113°	135°	0.373 ±0.017	126°	158°	0.309 ±0.013
101°	158°	0.309 ±0.022	113°	143°	0.370 ±0.022	126°	162°	0.263 ±0.011
101°	163°	0.292 ±0.019	113°	148°	0.359 ±0.019	131°	138°	0.360 ±0.020
103°	149°	0.365 ±0.086	113°	153°	0.345 ±0.018	131°	143°	0.327 ±0.016
103°	153°	0.354 ±0.028	113°	158°	0.291 ±0.015	131°	148°	0.301 ±0.014
103°	158°	0.308 ±0.021	113°	163°	0.305 ±0.014	131°	153°	0.294 ±0.013
103°	163°	0.294 ±0.018	117°	126°	0.390 ±0.020	131°	158°	0.303 ±0.012
105°	145°	0.477 ±0.237	117°	135°	0.352 ±0.016	131°	162°	0.264 ±0.011
105°	148°	0.313 ±0.030	117°	143°	0.350 ±0.021	136°	139°	0.340 ±0.058
105°	153°	0.344 ±0.025	117°	148°	0.346 ±0.019	136°	143°	0.319 ±0.017
105°	158°	0.313 ±0.021	117°	153°	0.323 ±0.017	136°	148°	0.322 ±0.014
105°	163°	0.302 ±0.019	117°	158°	0.306 ±0.015	136°	153°	0.301 ±0.013
107°	139°	0.278 ±0.105	117°	163°	0.287 ±0.013	136°	158°	0.267 ±0.011
107°	143°	0.346 ±0.028	121°	127°	0.365 ±0.023	136°	162°	0.264 ±0.011
107°	148°	0.330 ±0.022	121°	135°	0.350 ±0.014	141°	144°	0.357 ±0.055
107°	153°	0.326 ±0.020	121°	143°	0.349 ±0.018	141°	148°	0.304 ±0.014
107°	158°	0.322 ±0.018	121°	148°	0.319 ±0.016	141°	153°	0.290 ±0.012
107°	163°	0.308 ±0.016	121°	153°	0.299 ±0.014	141°	158°	0.294 ±0.011
110°	137°	0.365 ±0.021	121°	158°	0.292 ±0.013	141°	162°	0.278 ±0.011
110°	143°	0.327 ±0.020	121°	163°	0.279 ±0.012	146°	149°	0.247 ±0.038
110°	148°	0.317 ±0.019	126°	129°	0.409 ±0.076	146°	153°	0.287 ±0.011
110°	153°	0.330 ±0.017	126°	136°	0.358 ±0.015	146°	158°	0.264 ±0.008
110°	158°	0.342 ±0.016	126°	143°	0.305 ±0.016	146°	162°	0.261 ±0.008

Tabelle B.10: Die Multiplizität in einem 20°-Kegel in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$
99°	158°	1.324 ±0.075	110°	163°	1.307 ±0.030	126°	148°	1.516 ±0.037
99°	162°	1.319 ±0.041	113°	127°	1.711 ±0.064	126°	153°	1.375 ±0.031
101°	154°	1.449 ±0.110	113°	135°	1.709 ±0.038	126°	158°	1.352 ±0.028
101°	158°	1.442 ±0.049	113°	143°	1.663 ±0.049	126°	162°	1.229 ±0.025
101°	163°	1.322 ±0.042	113°	148°	1.576 ±0.043	131°	138°	1.630 ±0.045
103°	149°	1.289 ±0.167	113°	153°	1.533 ±0.038	131°	143°	1.499 ±0.037
103°	153°	1.536 ±0.060	113°	158°	1.325 ±0.033	131°	148°	1.469 ±0.034
103°	158°	1.422 ±0.047	113°	163°	1.367 ±0.031	131°	153°	1.395 ±0.030
103°	163°	1.360 ±0.042	117°	126°	1.660 ±0.043	131°	158°	1.349 ±0.027
105°	145°	2.216 ±0.329	117°	135°	1.686 ±0.038	131°	162°	1.204 ±0.024
105°	148°	1.510 ±0.070	117°	143°	1.653 ±0.048	136°	139°	1.602 ±0.141
105°	153°	1.546 ±0.056	117°	148°	1.620 ±0.044	136°	143°	1.517 ±0.038
105°	158°	1.505 ±0.049	117°	153°	1.487 ±0.038	136°	148°	1.428 ±0.031
105°	163°	1.369 ±0.043	117°	158°	1.361 ±0.033	136°	153°	1.362 ±0.029
107°	139°	1.637 ±0.238	117°	163°	1.327 ±0.030	136°	158°	1.283 ±0.025
107°	143°	1.543 ±0.061	121°	127°	1.691 ±0.053	136°	162°	1.227 ±0.024
107°	148°	1.599 ±0.052	121°	135°	1.634 ±0.032	141°	144°	1.560 ±0.116
107°	153°	1.478 ±0.044	121°	143°	1.560 ±0.040	141°	148°	1.355 ±0.031
107°	158°	1.458 ±0.040	121°	148°	1.534 ±0.038	141°	153°	1.355 ±0.027
107°	163°	1.353 ±0.035	121°	153°	1.419 ±0.032	141°	158°	1.286 ±0.024
110°	137°	1.698 ±0.049	121°	158°	1.344 ±0.028	141°	162°	1.207 ±0.023
110°	143°	1.576 ±0.048	121°	163°	1.318 ±0.027	146°	149°	1.327 ±0.089
110°	148°	1.553 ±0.044	126°	129°	1.591 ±0.160	146°	153°	1.288 ±0.025
110°	153°	1.559 ±0.040	126°	136°	1.614 ±0.033	146°	158°	1.225 ±0.018
110°	158°	1.495 ±0.035	126°	143°	1.489 ±0.038	146°	162°	1.129 ±0.017

Tabelle B.11: Die Multiplizität in einem 40°-Kegel in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$
99°	158°	0.711 ±0.053	110°	163°	0.668 ±0.021	126°	148°	0.792 ±0.026
99°	162°	0.677 ±0.029	113°	127°	0.883 ±0.045	126°	153°	0.706 ±0.022
101°	154°	0.618 ±0.068	113°	135°	0.880 ±0.027	126°	158°	0.712 ±0.021
101°	158°	0.760 ±0.036	113°	143°	0.866 ±0.034	126°	163°	0.659 ±0.019
101°	163°	0.655 ±0.029	113°	148°	0.801 ±0.030	131°	138°	0.848 ±0.032
103°	149°	0.661 ±0.110	113°	153°	0.798 ±0.027	131°	143°	0.786 ±0.027
103°	153°	0.800 ±0.043	113°	158°	0.663 ±0.023	131°	148°	0.756 ±0.024
103°	158°	0.730 ±0.033	113°	163°	0.708 ±0.022	131°	153°	0.716 ±0.022
103°	163°	0.700 ±0.029	117°	126°	0.895 ±0.031	131°	158°	0.693 ±0.020
105°	145°	1.078 ±0.256	117°	135°	0.861 ±0.026	131°	163°	0.661 ±0.018
105°	148°	0.779 ±0.048	117°	143°	0.846 ±0.034	136°	139°	0.748 ±0.090
105°	153°	0.809 ±0.040	117°	148°	0.854 ±0.031	136°	143°	0.764 ±0.028
105°	158°	0.770 ±0.034	117°	153°	0.774 ±0.027	136°	148°	0.745 ±0.023
105°	163°	0.704 ±0.031	117°	158°	0.672 ±0.022	136°	153°	0.700 ±0.021
107°	139°	0.807 ±0.169	117°	163°	0.700 ±0.022	136°	158°	0.655 ±0.018
107°	143°	0.791 ±0.044	121°	127°	0.873 ±0.037	136°	162°	0.662 ±0.018
107°	148°	0.810 ±0.036	121°	135°	0.858 ±0.023	141°	144°	0.799 ±0.084
107°	153°	0.769 ±0.031	121°	143°	0.798 ±0.028	141°	148°	0.658 ±0.022
107°	158°	0.708 ±0.027	121°	148°	0.754 ±0.026	141°	153°	0.689 ±0.019
107°	163°	0.712 ±0.026	121°	153°	0.731 ±0.023	141°	158°	0.695 ±0.018
110°	137°	0.842 ±0.033	121°	158°	0.706 ±0.020	141°	162°	0.637 ±0.017
110°	143°	0.808 ±0.033	121°	163°	0.674 ±0.019	146°	149°	0.607 ±0.063
110°	148°	0.797 ±0.031	126°	129°	0.821 ±0.113	146°	153°	0.677 ±0.018
110°	153°	0.786 ±0.027	126°	136°	0.851 ±0.024	146°	158°	0.654 ±0.013
110°	158°	0.781 ±0.025	126°	143°	0.753 ±0.027	146°	162°	0.598 ±0.013

Tabelle B.12: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den Cambridge-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$



$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{Kegel}}$
99°	158°	0.679 ±0.053	110°	163°	0.645 ±0.020	126°	148°	0.790 ±0.026
99°	162°	0.662 ±0.029	113°	127°	0.825 ±0.044	126°	153°	0.710 ±0.022
101°	154°	0.631 ±0.069	113°	135°	0.845 ±0.026	126°	158°	0.684 ±0.019
101°	158°	0.722 ±0.035	113°	143°	0.830 ±0.034	126°	163°	0.654 ±0.018
101°	163°	0.644 ±0.029	113°	148°	0.775 ±0.030	131°	138°	0.835 ±0.032
103°	149°	0.755 ±0.121	113°	153°	0.775 ±0.027	131°	143°	0.760 ±0.026
103°	153°	0.756 ±0.042	113°	158°	0.658 ±0.023	131°	148°	0.764 ±0.024
103°	158°	0.750 ±0.034	113°	163°	0.688 ±0.022	131°	153°	0.708 ±0.021
103°	163°	0.706 ±0.030	117°	126°	0.846 ±0.030	131°	158°	0.699 ±0.019
105°	145°	1.101 ±0.264	117°	135°	0.860 ±0.027	131°	163°	0.636 ±0.017
105°	148°	0.771 ±0.048	117°	143°	0.821 ±0.034	136°	139°	0.681 ±0.081
105°	153°	0.780 ±0.040	117°	148°	0.794 ±0.030	136°	143°	0.751 ±0.027
105°	158°	0.724 ±0.033	117°	153°	0.736 ±0.026	136°	148°	0.722 ±0.022
105°	162°	0.671 ±0.030	117°	158°	0.670 ±0.022	136°	153°	0.694 ±0.020
107°	139°	0.909 ±0.178	117°	163°	0.709 ±0.022	136°	158°	0.644 ±0.017
107°	143°	0.799 ±0.045	121°	127°	0.816 ±0.036	136°	163°	0.630 ±0.016
107°	148°	0.787 ±0.036	121°	135°	0.848 ±0.023	141°	144°	0.801 ±0.087
107°	153°	0.758 ±0.031	121°	143°	0.795 ±0.028	141°	148°	0.702 ±0.022
107°	158°	0.688 ±0.027	121°	148°	0.733 ±0.026	141°	153°	0.693 ±0.018
107°	163°	0.691 ±0.026	121°	153°	0.738 ±0.023	141°	158°	0.683 ±0.017
110°	137°	0.796 ±0.032	121°	158°	0.688 ±0.020	141°	162°	0.635 ±0.015
110°	143°	0.809 ±0.033	121°	163°	0.654 ±0.018	146°	149°	0.668 ±0.064
110°	148°	0.787 ±0.031	126°	129°	0.711 ±0.095	146°	153°	0.662 ±0.017
110°	153°	0.808 ±0.028	126°	136°	0.828 ±0.024	146°	158°	0.664 ±0.012
110°	158°	0.746 ±0.025	126°	143°	0.737 ±0.027	146°	162°	0.588 ±0.011

Tabelle B.13: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den Durham-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$
23°	0.568 ±0.058	57°	0.691 ±0.014	92°	0.806 ±0.024
28°	0.528 ±0.021	62°	0.715 ±0.015	97°	0.897 ±0.028
32°	0.543 ±0.012	67°	0.716 ±0.016	102°	0.908 ±0.028
37°	0.513 ±0.010	72°	0.782 ±0.019	107°	0.818 ±0.028
42°	0.571 ±0.010	77°	0.808 ±0.020	112°	0.856 ±0.028
47°	0.591 ±0.010	82°	0.787 ±0.021	117°	0.917 ±0.034
52°	0.679 ±0.012	87°	0.897 ±0.025		

Tabelle B.14: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Ereignissen mit symmetrischer Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$
23°	0.488 ±0.018	57°	0.657 ±0.013	92°	0.782 ±0.024
27°	0.477 ±0.010	62°	0.699 ±0.015	97°	0.830 ±0.027
32°	0.526 ±0.008	67°	0.676 ±0.016	102°	0.864 ±0.028
37°	0.530 ±0.008	72°	0.736 ±0.019	107°	0.762 ±0.026
42°	0.569 ±0.009	77°	0.751 ±0.020	112°	0.794 ±0.027
47°	0.580 ±0.010	82°	0.747 ±0.021	117°	0.875 ±0.035
52°	0.666 ±0.012	87°	0.829 ±0.024		

Tabelle B.15: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Ereignissen mit symmetrischer Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.010$

$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$
22°	1.430 ±0.260	57°	0.703 ±0.014	92°	0.848 ±0.025
28°	0.622 ±0.057	62°	0.724 ±0.015	97°	0.901 ±0.027
32°	0.484 ±0.019	67°	0.720 ±0.016	102°	0.938 ±0.028
37°	0.503 ±0.012	72°	0.801 ±0.019	107°	0.840 ±0.027
42°	0.564 ±0.011	77°	0.835 ±0.020	112°	0.868 ±0.027
47°	0.600 ±0.011	82°	0.803 ±0.021	117°	0.996 ±0.036
52°	0.678 ±0.013	87°	0.921 ±0.025		

Tabelle B.16: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Ereignissen mit symmetrischer Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.020$

$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$
23°	0.321 ±0.053	57°	0.293 ±0.009	92°	0.326 ±0.014
28°	0.214 ±0.013	62°	0.290 ±0.009	97°	0.397 ±0.018
32°	0.220 ±0.008	67°	0.309 ±0.010	102°	0.391 ±0.018
37°	0.213 ±0.006	72°	0.347 ±0.013	107°	0.349 ±0.017
42°	0.236 ±0.006	77°	0.321 ±0.012	112°	0.385 ±0.018
47°	0.245 ±0.007	82°	0.331 ±0.013	117°	0.417 ±0.023
52°	0.298 ±0.008	87°	0.401 ±0.016		

Tabelle B.17: Die Multiplizität in einem 20°-Kegel in Ereignissen mit symmetrischer Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$
23°	1.472 ±0.113	57°	1.326 ±0.019	92°	1.603 ±0.035
28°	0.982 ±0.030	62°	1.377 ±0.021	97°	1.704 ±0.040
32°	1.003 ±0.017	67°	1.389 ±0.023	102°	1.705 ±0.039
37°	1.004 ±0.014	72°	1.483 ±0.027	107°	1.592 ±0.039
42°	1.094 ±0.014	77°	1.549 ±0.028	112°	1.638 ±0.041
47°	1.146 ±0.015	82°	1.542 ±0.030	117°	1.652 ±0.046
52°	1.252 ±0.017	87°	1.671 ±0.035		

Tabelle B.18: Die Multiplizität in einem 40°-Kegel in Ereignissen mit symmetrischer Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$
22°	0.511 ±0.031	57°	0.688 ±0.014	92°	0.803 ±0.024
27°	0.580 ±0.018	62°	0.657 ±0.015	97°	0.897 ±0.028
32°	0.527 ±0.011	67°	0.683 ±0.016	102°	0.909 ±0.028
37°	0.538 ±0.010	72°	0.755 ±0.019	107°	0.821 ±0.028
42°	0.566 ±0.010	77°	0.776 ±0.020	112°	0.862 ±0.028
47°	0.577 ±0.011	82°	0.781 ±0.021	117°	0.924 ±0.034
52°	0.680 ±0.013	87°	0.878 ±0.025		

Tabelle B.19: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Ereignissen mit symmetrischer Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für den Cambridge-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$



$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$	$\vartheta_1$	$N_3$
23°	0.750 ±0.030	57°	0.694 ±0.014	92°	0.798 ±0.025
27°	0.611 ±0.013	62°	0.701 ±0.015	97°	0.853 ±0.027
32°	0.558 ±0.009	67°	0.710 ±0.016	102°	0.853 ±0.027
37°	0.553 ±0.008	72°	0.716 ±0.018	107°	0.796 ±0.028
42°	0.595 ±0.009	77°	0.749 ±0.019	112°	0.800 ±0.027
47°	0.604 ±0.010	82°	0.749 ±0.021	117°	0.865 ±0.033
52°	0.670 ±0.012	87°	0.860 ±0.024		

Tabelle B.20: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Ereignissen mit symmetrischer Topologie in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für den Durham-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$r$	$N_3$	$r$	$N_3$	$r$	$N_3$
1.119	0.524 ±0.029	1.287	0.720 ±0.010	1.462	0.829 ±0.017
1.139	0.582 ±0.014	1.312	0.728 ±0.011	1.487	0.821 ±0.017
1.163	0.622 ±0.011	1.337	0.749 ±0.012	1.512	0.850 ±0.019
1.188	0.674 ±0.010	1.362	0.765 ±0.013	1.537	0.874 ±0.020
1.213	0.681 ±0.009	1.387	0.783 ±0.014	1.562	0.888 ±0.022
1.237	0.683 ±0.009	1.412	0.815 ±0.015	1.584	0.873 ±0.026
1.262	0.695 ±0.009	1.437	0.775 ±0.015		

Tabelle B.21: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$r$	$N_3$	$r$	$N_3$	$r$	$N_3$
1.119	0.550 ±0.026	1.287	0.681 ±0.010	1.462	0.789 ±0.017
1.139	0.579 ±0.013	1.312	0.700 ±0.011	1.487	0.803 ±0.018
1.163	0.613 ±0.010	1.337	0.715 ±0.012	1.512	0.798 ±0.019
1.188	0.648 ±0.010	1.362	0.741 ±0.013	1.537	0.819 ±0.020
1.213	0.652 ±0.009	1.387	0.752 ±0.014	1.562	0.821 ±0.022
1.237	0.650 ±0.008	1.412	0.778 ±0.015	1.584	0.830 ±0.026
1.262	0.664 ±0.009	1.437	0.735 ±0.015		

Tabelle B.22: Die Multiplizität in einem 30°-Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.010$

$r$	$N_3$	$r$	$N_3$	$r$	$N_3$
1.120	$0.528 \pm 0.036$	1.287	$0.742 \pm 0.011$	1.462	$0.852 \pm 0.017$
1.139	$0.575 \pm 0.017$	1.312	$0.752 \pm 0.011$	1.487	$0.850 \pm 0.017$
1.163	$0.616 \pm 0.013$	1.337	$0.769 \pm 0.012$	1.512	$0.871 \pm 0.019$
1.188	$0.669 \pm 0.011$	1.362	$0.785 \pm 0.013$	1.537	$0.917 \pm 0.020$
1.213	$0.698 \pm 0.010$	1.387	$0.809 \pm 0.014$	1.562	$0.913 \pm 0.022$
1.237	$0.699 \pm 0.009$	1.412	$0.843 \pm 0.015$	1.584	$0.919 \pm 0.026$
1.262	$0.713 \pm 0.010$	1.437	$0.807 \pm 0.015$		

Tabelle B.23: Die Multiplizität in einem  $30^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.020$

$r$	$N_3$	$r$	$N_3$	$r$	$N_3$
1.119	$0.221 \pm 0.018$	1.287	$0.311 \pm 0.007$	1.462	$0.339 \pm 0.010$
1.139	$0.251 \pm 0.009$	1.312	$0.301 \pm 0.007$	1.487	$0.350 \pm 0.011$
1.163	$0.266 \pm 0.007$	1.337	$0.321 \pm 0.008$	1.512	$0.337 \pm 0.011$
1.188	$0.281 \pm 0.007$	1.362	$0.321 \pm 0.008$	1.537	$0.371 \pm 0.013$
1.213	$0.290 \pm 0.006$	1.387	$0.321 \pm 0.008$	1.562	$0.380 \pm 0.014$
1.237	$0.280 \pm 0.005$	1.412	$0.342 \pm 0.009$	1.584	$0.380 \pm 0.016$
1.262	$0.296 \pm 0.006$	1.437	$0.323 \pm 0.009$		

Tabelle B.24: Die Multiplizität in einem  $20^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$r$	$N_3$	$r$	$N_3$	$r$	$N_3$
1.119	$1.041 \pm 0.042$	1.287	$1.378 \pm 0.014$	1.462	$1.627 \pm 0.024$
1.139	$1.112 \pm 0.020$	1.312	$1.409 \pm 0.015$	1.487	$1.575 \pm 0.025$
1.163	$1.159 \pm 0.016$	1.337	$1.432 \pm 0.017$	1.512	$1.646 \pm 0.028$
1.188	$1.258 \pm 0.014$	1.362	$1.479 \pm 0.018$	1.537	$1.690 \pm 0.029$
1.213	$1.287 \pm 0.013$	1.387	$1.511 \pm 0.019$	1.562	$1.703 \pm 0.031$
1.237	$1.327 \pm 0.013$	1.412	$1.574 \pm 0.021$	1.584	$1.689 \pm 0.037$
1.262	$1.344 \pm 0.013$	1.437	$1.524 \pm 0.022$		

Tabelle B.25: Die Multiplizität in einem  $40^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$r$	$N_3$	$r$	$N_3$	$r$	$N_3$
1.119	$0.510 \pm 0.028$	1.287	$0.705 \pm 0.010$	1.462	$0.825 \pm 0.017$
1.139	$0.594 \pm 0.015$	1.312	$0.729 \pm 0.011$	1.487	$0.822 \pm 0.017$
1.163	$0.643 \pm 0.012$	1.337	$0.743 \pm 0.012$	1.512	$0.850 \pm 0.019$
1.188	$0.670 \pm 0.011$	1.362	$0.759 \pm 0.013$	1.537	$0.873 \pm 0.020$
1.213	$0.682 \pm 0.010$	1.387	$0.778 \pm 0.014$	1.562	$0.887 \pm 0.022$
1.237	$0.679 \pm 0.009$	1.412	$0.813 \pm 0.015$	1.584	$0.875 \pm 0.026$
1.262	$0.686 \pm 0.009$	1.437	$0.776 \pm 0.015$		

Tabelle B.26: Die Multiplizität in einem  $30^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den Cambridge-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$r$	$N_3$	$r$	$N_3$	$r$	$N_3$
1.119	$0.575 \pm 0.027$	1.287	$0.699 \pm 0.010$	1.462	$0.810 \pm 0.017$
1.139	$0.575 \pm 0.013$	1.312	$0.714 \pm 0.011$	1.487	$0.826 \pm 0.018$
1.163	$0.634 \pm 0.011$	1.337	$0.738 \pm 0.012$	1.512	$0.825 \pm 0.019$
1.188	$0.659 \pm 0.010$	1.362	$0.756 \pm 0.013$	1.537	$0.846 \pm 0.020$
1.213	$0.670 \pm 0.009$	1.387	$0.765 \pm 0.014$	1.562	$0.840 \pm 0.022$
1.237	$0.675 \pm 0.009$	1.412	$0.784 \pm 0.015$	1.584	$0.841 \pm 0.025$
1.262	$0.668 \pm 0.009$	1.437	$0.749 \pm 0.015$		

Tabelle B.27: Die Multiplizität in einem  $30^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den Durham-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$p[\text{GeV}]$	$r = 1.18$	$r = 1.28$	$r = 1.41$	$r = 1.53$
0.4...0.45	$0.7486 \pm 0.0183$	$0.8510 \pm 0.0157$	$0.8858 \pm 0.0215$	$0.9805 \pm 0.0312$
0.45...0.5	$0.6772 \pm 0.0174$	$0.7195 \pm 0.0141$	$0.8254 \pm 0.0212$	$0.8496 \pm 0.0289$
0.5...0.58	$0.5393 \pm 0.0122$	$0.5712 \pm 0.0098$	$0.6296 \pm 0.0143$	$0.6921 \pm 0.0205$
0.58...0.65	$0.4152 \pm 0.0114$	$0.4381 \pm 0.0091$	$0.4881 \pm 0.0132$	$0.5454 \pm 0.0192$
0.65...0.75	$0.3285 \pm 0.0085$	$0.3476 \pm 0.0068$	$0.3975 \pm 0.0101$	$0.4185 \pm 0.0141$
0.75...0.95	$0.1995 \pm 0.0046$	$0.2290 \pm 0.0039$	$0.2516 \pm 0.0056$	$0.2924 \pm 0.0084$
0.95...1.5	$0.0835 \pm 0.0018$	$0.0919 \pm 0.0015$	$0.1112 \pm 0.0023$	$0.1281 \pm 0.0034$
1.5...2.5	$0.0159 \pm 0.0006$	$0.0191 \pm 0.0005$	$0.0251 \pm 0.0008$	$0.0275 \pm 0.0012$

Tabelle B.28: Die Impulsverteilung von Spuren in einem  $30^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$p[GeV]$	$r = 1.18$	$r = 1.28$	$r = 1.41$	$r = 1.53$
0.4...0.45	$0.7591 \pm 0.0174$	$0.8339 \pm 0.0154$	$0.8756 \pm 0.0215$	$0.9516 \pm 0.0309$
0.45...0.5	$0.6788 \pm 0.0165$	$0.7029 \pm 0.0139$	$0.8131 \pm 0.0212$	$0.8343 \pm 0.0289$
0.5...0.58	$0.5351 \pm 0.0115$	$0.5631 \pm 0.0098$	$0.6197 \pm 0.0143$	$0.6719 \pm 0.0204$
0.58...0.65	$0.4046 \pm 0.0105$	$0.4224 \pm 0.0088$	$0.4749 \pm 0.0131$	$0.5260 \pm 0.0189$
0.65...0.75	$0.3201 \pm 0.0078$	$0.3403 \pm 0.0067$	$0.3756 \pm 0.0097$	$0.4079 \pm 0.0140$
0.75...0.95	$0.1979 \pm 0.0043$	$0.2248 \pm 0.0039$	$0.2404 \pm 0.0054$	$0.2786 \pm 0.0082$
0.95...1.5	$0.0817 \pm 0.0017$	$0.0870 \pm 0.0014$	$0.1053 \pm 0.0022$	$0.1206 \pm 0.0033$
1.5...2.5	$0.0155 \pm 0.0006$	$0.0177 \pm 0.0005$	$0.0240 \pm 0.0008$	$0.0258 \pm 0.0011$

Tabelle B.29: Die Impulsverteilung von Spuren in einem  $30^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den Durham-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$p[GeV]$	$r = 1.18$	$r = 1.28$	$r = 1.41$	$r = 1.53$
0.4...0.45	$0.7537 \pm 0.0186$	$0.8424 \pm 0.0157$	$0.8832 \pm 0.0215$	$0.9823 \pm 0.0312$
0.45...0.5	$0.6807 \pm 0.0177$	$0.7188 \pm 0.0143$	$0.8219 \pm 0.0212$	$0.8495 \pm 0.0288$
0.5...0.58	$0.5524 \pm 0.0126$	$0.5651 \pm 0.0099$	$0.6265 \pm 0.0143$	$0.6918 \pm 0.0205$
0.58...0.65	$0.4158 \pm 0.0116$	$0.4325 \pm 0.0091$	$0.4844 \pm 0.0131$	$0.5413 \pm 0.0190$
0.65...0.75	$0.3285 \pm 0.0086$	$0.3446 \pm 0.0069$	$0.3923 \pm 0.0100$	$0.4180 \pm 0.0140$
0.75...0.95	$0.2011 \pm 0.0047$	$0.2250 \pm 0.0039$	$0.2501 \pm 0.0056$	$0.2923 \pm 0.0084$
0.95...1.5	$0.0841 \pm 0.0019$	$0.0896 \pm 0.0015$	$0.1107 \pm 0.0023$	$0.1280 \pm 0.0034$
1.5...2.5	$0.0160 \pm 0.0006$	$0.0187 \pm 0.0005$	$0.0245 \pm 0.0008$	$0.0274 \pm 0.0011$

Tabelle B.30: Die Impulsverteilung von Spuren in einem  $30^\circ$ -Kegel in Abhängigkeit von  $r$  für den Cambridge-Algorithmus mit  $y_{\text{cut}} = 0.015$

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{\text{uds}cb}$	$N_{\text{ch}}^{\text{ud}sc}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{\text{uds}cb}$	$N_{\text{ch}}^{\text{ud}sc}$
99°	158°	26.19 ±0.22	25.73 ±0.25	117°	158°	25.64 ±0.11	25.73 ±0.25
99°	162°	25.61 ±0.12	24.99 ±0.14	117°	163°	24.75 ±0.09	24.99 ±0.14
101°	154°	26.94 ±0.33	26.30 ±0.37	121°	127°	28.18 ±0.16	26.30 ±0.37
101°	158°	26.18 ±0.15	25.66 ±0.16	121°	135°	27.91 ±0.10	25.66 ±0.16
101°	163°	25.58 ±0.12	25.00 ±0.14	121°	143°	27.41 ±0.13	25.00 ±0.14
103°	149°	27.13 ±0.55	26.34 ±0.60	121°	148°	26.92 ±0.12	26.34 ±0.60
103°	153°	27.08 ±0.17	26.47 ±0.19	121°	153°	26.32 ±0.11	26.47 ±0.19
103°	158°	26.40 ±0.14	25.78 ±0.16	121°	158°	25.58 ±0.10	25.78 ±0.16
103°	163°	25.49 ±0.13	24.85 ±0.14	121°	163°	24.47 ±0.08	24.85 ±0.14
105°	145°	26.75 ±1.19	25.68 ±1.28	126°	129°	28.05 ±0.50	25.68 ±1.28
105°	148°	27.80 ±0.20	27.44 ±0.22	126°	136°	27.74 ±0.10	27.44 ±0.22
105°	153°	27.49 ±0.16	26.93 ±0.18	126°	143°	27.33 ±0.12	26.93 ±0.18
105°	158°	26.33 ±0.14	25.64 ±0.16	126°	148°	26.92 ±0.12	25.64 ±0.16
105°	163°	25.23 ±0.12	24.65 ±0.14	126°	153°	26.01 ±0.10	24.65 ±0.14
107°	139°	27.49 ±0.59	26.90 ±0.65	126°	158°	25.52 ±0.09	26.90 ±0.65
107°	143°	28.16 ±0.18	27.67 ±0.20	126°	163°	24.40 ±0.08	27.67 ±0.20
107°	148°	27.60 ±0.14	27.03 ±0.16	131°	138°	27.34 ±0.14	27.03 ±0.16
107°	153°	27.23 ±0.13	26.71 ±0.14	131°	143°	27.06 ±0.12	26.71 ±0.14
107°	158°	26.62 ±0.12	26.08 ±0.13	131°	148°	26.58 ±0.11	26.08 ±0.13
107°	163°	25.50 ±0.10	24.92 ±0.11	131°	153°	25.93 ±0.10	24.92 ±0.11
110°	137°	28.59 ±0.13	28.10 ±0.15	131°	158°	25.31 ±0.09	28.10 ±0.15
110°	143°	28.17 ±0.13	27.65 ±0.15	131°	163°	24.26 ±0.07	27.65 ±0.15
110°	148°	27.70 ±0.12	27.15 ±0.14	136°	139°	26.69 ±0.43	27.15 ±0.14
110°	153°	27.29 ±0.11	26.63 ±0.12	136°	143°	26.82 ±0.12	26.63 ±0.12
110°	158°	26.46 ±0.10	25.85 ±0.11	136°	148°	26.38 ±0.10	25.85 ±0.11
110°	163°	25.56 ±0.09	24.96 ±0.10	136°	153°	25.85 ±0.09	24.96 ±0.10
113°	127°	29.02 ±0.18	28.48 ±0.20	136°	158°	25.11 ±0.08	28.48 ±0.20
113°	135°	28.65 ±0.10	28.01 ±0.12	136°	163°	24.03 ±0.07	28.01 ±0.12
113°	143°	28.23 ±0.13	27.81 ±0.15	141°	144°	26.27 ±0.36	27.81 ±0.15
113°	148°	27.82 ±0.12	27.34 ±0.14	141°	148°	25.98 ±0.11	27.34 ±0.14
113°	153°	26.99 ±0.11	26.33 ±0.12	141°	153°	25.54 ±0.09	26.33 ±0.12
113°	158°	26.28 ±0.10	25.70 ±0.11	141°	158°	24.71 ±0.08	25.70 ±0.11
113°	163°	25.37 ±0.09	24.65 ±0.09	141°	163°	23.82 ±0.07	24.65 ±0.09
117°	126°	28.79 ±0.12	28.18 ±0.13	146°	149°	25.57 ±0.30	28.18 ±0.13
117°	135°	28.54 ±0.10	28.03 ±0.12	146°	153°	25.12 ±0.08	28.03 ±0.12
117°	143°	28.15 ±0.13	27.48 ±0.15	146°	158°	24.44 ±0.06	27.48 ±0.15
117°	148°	27.57 ±0.12	26.90 ±0.14	146°	163°	23.51 ±0.05	26.90 ±0.14
117°	153°	26.88 ±0.11	26.21 ±0.12				

Tabelle B.31: Die Multiplizität in Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den ang. ord. Durh.-Algorithmus

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$
99°	158°	26.16 ±0.22	25.74 ±0.25	117°	158°	25.62 ±0.11	25.74 ±0.25
99°	162°	25.62 ±0.12	25.01 ±0.14	117°	163°	24.74 ±0.09	25.01 ±0.14
101°	154°	26.95 ±0.33	26.31 ±0.37	121°	127°	28.21 ±0.16	26.31 ±0.37
101°	158°	26.19 ±0.14	25.68 ±0.16	121°	135°	27.93 ±0.10	25.68 ±0.16
101°	163°	25.57 ±0.12	24.96 ±0.14	121°	143°	27.37 ±0.13	24.96 ±0.14
103°	149°	27.11 ±0.55	26.34 ±0.60	121°	148°	26.87 ±0.12	26.34 ±0.60
103°	153°	27.08 ±0.17	26.45 ±0.19	121°	153°	26.25 ±0.11	26.45 ±0.19
103°	158°	26.40 ±0.14	25.79 ±0.16	121°	158°	25.58 ±0.10	25.79 ±0.16
103°	163°	25.48 ±0.12	24.87 ±0.14	121°	163°	24.50 ±0.08	24.87 ±0.14
105°	145°	26.74 ±1.20	25.60 ±1.30	126°	129°	27.88 ±0.50	25.60 ±1.30
105°	148°	27.82 ±0.20	27.44 ±0.22	126°	136°	27.66 ±0.10	27.44 ±0.22
105°	153°	27.45 ±0.16	26.90 ±0.18	126°	143°	27.28 ±0.12	26.90 ±0.18
105°	158°	26.33 ±0.14	25.64 ±0.16	126°	148°	26.89 ±0.12	25.64 ±0.16
105°	163°	25.22 ±0.12	24.62 ±0.14	126°	153°	25.98 ±0.11	24.62 ±0.14
107°	139°	27.57 ±0.59	26.83 ±0.65	126°	158°	25.53 ±0.09	26.83 ±0.65
107°	143°	28.14 ±0.18	27.69 ±0.20	126°	163°	24.44 ±0.08	27.69 ±0.20
107°	148°	27.59 ±0.14	27.00 ±0.16	131°	138°	27.27 ±0.14	27.00 ±0.16
107°	153°	27.25 ±0.13	26.75 ±0.14	131°	143°	27.02 ±0.12	26.75 ±0.14
107°	158°	26.61 ±0.12	26.05 ±0.13	131°	148°	26.53 ±0.11	26.05 ±0.13
107°	163°	25.51 ±0.10	24.92 ±0.11	131°	153°	25.92 ±0.10	24.92 ±0.11
110°	137°	28.60 ±0.13	28.10 ±0.15	131°	158°	25.32 ±0.09	28.10 ±0.15
110°	143°	28.19 ±0.13	27.65 ±0.15	131°	163°	24.38 ±0.08	27.65 ±0.15
110°	148°	27.70 ±0.12	27.17 ±0.14	136°	139°	26.63 ±0.44	27.17 ±0.14
110°	153°	27.28 ±0.11	26.63 ±0.12	136°	143°	26.71 ±0.13	26.63 ±0.12
110°	158°	26.45 ±0.10	25.84 ±0.11	136°	148°	26.29 ±0.11	25.84 ±0.11
110°	163°	25.54 ±0.09	24.93 ±0.10	136°	153°	25.80 ±0.10	24.93 ±0.10
113°	127°	28.98 ±0.17	28.46 ±0.20	136°	158°	25.24 ±0.09	28.46 ±0.20
113°	135°	28.64 ±0.10	28.00 ±0.12	136°	163°	24.11 ±0.07	28.00 ±0.12
113°	143°	28.22 ±0.13	27.81 ±0.15	141°	144°	26.01 ±0.36	27.81 ±0.15
113°	148°	27.81 ±0.12	27.31 ±0.14	141°	148°	25.83 ±0.11	27.31 ±0.14
113°	153°	26.97 ±0.11	26.29 ±0.12	141°	153°	25.54 ±0.09	26.29 ±0.12
113°	158°	26.27 ±0.10	25.69 ±0.11	141°	158°	24.83 ±0.08	25.69 ±0.11
113°	163°	25.38 ±0.09	24.67 ±0.09	141°	163°	24.00 ±0.07	24.67 ±0.09
117°	126°	28.79 ±0.12	28.18 ±0.13	146°	149°	25.28 ±0.31	28.18 ±0.13
117°	135°	28.52 ±0.10	28.00 ±0.11	146°	153°	24.99 ±0.09	28.00 ±0.11
117°	143°	28.13 ±0.13	27.49 ±0.15	146°	158°	24.47 ±0.06	27.49 ±0.15
117°	148°	27.56 ±0.12	26.85 ±0.14	146°	163°	23.66 ±0.05	26.85 ±0.14
117°	153°	26.87 ±0.11	26.19 ±0.12				

Tabelle B.32: Die Multiplizität in Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den Cambridge-Algorithmus

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{\text{udscb}}$	$N_{\text{ch}}^{\text{udsc}}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{\text{udscb}}$	$N_{\text{ch}}^{\text{udsc}}$
99°	158°	25.90 ±0.22	25.47 ±0.25	117°	158°	25.66 ±0.11	25.47 ±0.25
99°	162°	25.49 ±0.13	24.94 ±0.14	117°	163°	24.62 ±0.09	24.94 ±0.14
101°	154°	26.80 ±0.33	26.14 ±0.37	121°	127°	28.18 ±0.16	26.14 ±0.37
101°	158°	26.16 ±0.15	25.64 ±0.16	121°	135°	27.99 ±0.10	25.64 ±0.16
101°	163°	25.34 ±0.12	24.72 ±0.13	121°	143°	27.44 ±0.13	24.72 ±0.13
103°	149°	27.07 ±0.54	26.13 ±0.59	121°	148°	26.87 ±0.12	26.13 ±0.59
103°	153°	26.90 ±0.17	26.29 ±0.19	121°	153°	26.31 ±0.11	26.29 ±0.19
103°	158°	26.22 ±0.14	25.57 ±0.16	121°	158°	25.59 ±0.09	25.57 ±0.16
103°	163°	25.33 ±0.12	24.71 ±0.14	121°	163°	24.54 ±0.08	24.71 ±0.14
105°	145°	26.67 ±1.07	25.61 ±1.26	126°	129°	27.90 ±0.50	25.61 ±1.26
105°	148°	27.70 ±0.20	27.19 ±0.22	126°	136°	27.70 ±0.10	27.19 ±0.22
105°	153°	27.39 ±0.16	26.81 ±0.18	126°	143°	27.31 ±0.12	26.81 ±0.18
105°	158°	26.37 ±0.14	25.69 ±0.16	126°	148°	26.92 ±0.12	25.69 ±0.16
105°	163°	25.17 ±0.12	24.63 ±0.14	126°	153°	26.06 ±0.10	24.63 ±0.14
107°	139°	27.60 ±0.60	26.65 ±0.65	126°	158°	25.56 ±0.09	26.65 ±0.65
107°	143°	28.37 ±0.18	27.84 ±0.21	126°	163°	24.35 ±0.08	27.84 ±0.21
107°	148°	27.72 ±0.14	27.15 ±0.16	131°	138°	27.44 ±0.13	27.15 ±0.16
107°	153°	27.16 ±0.13	26.67 ±0.14	131°	143°	26.99 ±0.12	26.67 ±0.14
107°	158°	26.48 ±0.12	26.02 ±0.13	131°	148°	26.62 ±0.11	26.02 ±0.13
107°	163°	25.40 ±0.10	24.76 ±0.11	131°	153°	26.00 ±0.10	24.76 ±0.11
110°	137°	28.54 ±0.13	28.00 ±0.15	131°	158°	25.43 ±0.09	28.00 ±0.15
110°	143°	28.13 ±0.13	27.60 ±0.15	131°	163°	24.31 ±0.07	27.60 ±0.15
110°	148°	27.72 ±0.12	27.15 ±0.14	136°	139°	26.47 ±0.42	27.15 ±0.14
110°	153°	27.31 ±0.11	26.65 ±0.13	136°	143°	26.81 ±0.12	26.65 ±0.13
110°	158°	26.42 ±0.10	25.78 ±0.11	136°	148°	26.24 ±0.10	25.78 ±0.11
110°	163°	25.39 ±0.09	24.81 ±0.10	136°	153°	25.93 ±0.09	24.81 ±0.10
113°	127°	29.06 ±0.17	28.49 ±0.20	136°	158°	25.15 ±0.08	28.49 ±0.20
113°	135°	28.60 ±0.10	28.03 ±0.12	136°	163°	24.13 ±0.07	28.03 ±0.12
113°	143°	28.23 ±0.13	27.79 ±0.15	141°	144°	26.73 ±0.37	27.79 ±0.15
113°	148°	27.73 ±0.12	27.28 ±0.14	141°	148°	26.01 ±0.11	27.28 ±0.14
113°	153°	26.93 ±0.11	26.31 ±0.12	141°	153°	25.58 ±0.09	26.31 ±0.12
113°	158°	26.24 ±0.10	25.63 ±0.11	141°	158°	24.86 ±0.08	25.63 ±0.11
113°	163°	25.25 ±0.09	24.57 ±0.09	141°	163°	23.92 ±0.06	24.57 ±0.09
117°	126°	28.75 ±0.12	28.14 ±0.13	146°	149°	25.91 ±0.31	28.14 ±0.13
117°	135°	28.56 ±0.10	27.99 ±0.11	146°	153°	25.27 ±0.08	27.99 ±0.11
117°	143°	28.12 ±0.13	27.47 ±0.15	146°	158°	24.56 ±0.06	27.47 ±0.15
117°	148°	27.58 ±0.12	26.91 ±0.14	146°	163°	23.69 ±0.05	26.91 ±0.14
117°	153°	26.92 ±0.11	26.23 ±0.12				

Tabelle B.33: Die Multiplizität in Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den Durham-Algorithmus

$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$
99°	158°	25.90 ±0.22	25.46 ±0.25	117°	158°	25.73 ±0.11	25.46 ±0.25
99°	162°	25.46 ±0.12	24.85 ±0.13	117°	163°	24.59 ±0.09	24.85 ±0.13
101°	154°	26.73 ±0.33	26.34 ±0.37	121°	128°	28.38 ±0.16	26.34 ±0.37
101°	158°	26.28 ±0.14	25.68 ±0.16	121°	135°	28.15 ±0.10	25.68 ±0.16
101°	163°	25.37 ±0.12	24.63 ±0.13	121°	143°	27.55 ±0.13	24.63 ±0.13
103°	149°	27.44 ±0.52	26.98 ±0.59	121°	148°	27.02 ±0.12	26.98 ±0.59
103°	153°	27.16 ±0.17	26.53 ±0.19	121°	153°	26.35 ±0.11	26.53 ±0.19
103°	158°	26.18 ±0.14	25.64 ±0.16	121°	158°	25.61 ±0.09	25.64 ±0.16
103°	163°	25.30 ±0.12	24.69 ±0.13	121°	163°	24.53 ±0.08	24.69 ±0.13
105°	145°	28.00 ±1.11	27.71 ±1.32	126°	129°	28.48 ±0.51	27.71 ±1.32
105°	148°	27.62 ±0.20	27.14 ±0.22	126°	136°	27.87 ±0.10	27.14 ±0.22
105°	153°	27.47 ±0.16	26.86 ±0.18	126°	143°	27.32 ±0.12	26.86 ±0.18
105°	158°	26.22 ±0.14	25.50 ±0.16	126°	148°	27.06 ±0.11	25.50 ±0.16
105°	163°	25.23 ±0.12	24.67 ±0.13	126°	153°	26.20 ±0.10	24.67 ±0.13
107°	139°	27.79 ±0.61	27.23 ±0.70	126°	158°	25.56 ±0.09	27.23 ±0.70
107°	143°	28.39 ±0.18	27.86 ±0.21	126°	163°	24.33 ±0.08	27.86 ±0.21
107°	148°	27.81 ±0.14	27.15 ±0.16	131°	138°	27.53 ±0.13	27.15 ±0.16
107°	153°	27.32 ±0.13	26.69 ±0.15	131°	143°	27.20 ±0.12	26.69 ±0.15
107°	158°	26.53 ±0.11	25.96 ±0.13	131°	148°	26.77 ±0.11	25.96 ±0.13
107°	163°	25.26 ±0.10	24.65 ±0.11	131°	153°	26.03 ±0.10	24.65 ±0.11
110°	137°	28.72 ±0.13	28.17 ±0.15	131°	158°	25.33 ±0.08	28.17 ±0.15
110°	143°	28.43 ±0.13	27.82 ±0.15	131°	163°	24.30 ±0.07	27.82 ±0.15
110°	148°	27.96 ±0.12	27.42 ±0.14	136°	139°	27.11 ±0.41	27.42 ±0.14
110°	153°	27.30 ±0.11	26.65 ±0.12	136°	143°	26.94 ±0.12	26.65 ±0.12
110°	158°	26.48 ±0.10	25.89 ±0.11	136°	148°	26.41 ±0.10	25.89 ±0.11
110°	163°	25.27 ±0.08	24.65 ±0.09	136°	153°	25.93 ±0.09	24.65 ±0.09
113°	127°	29.29 ±0.18	28.75 ±0.20	136°	158°	25.10 ±0.08	28.75 ±0.20
113°	135°	28.77 ±0.10	28.11 ±0.12	136°	163°	24.08 ±0.07	28.11 ±0.12
113°	143°	28.37 ±0.13	27.75 ±0.15	141°	144°	27.07 ±0.36	27.75 ±0.15
113°	148°	27.77 ±0.12	27.19 ±0.14	141°	148°	25.99 ±0.10	27.19 ±0.14
113°	153°	27.12 ±0.11	26.48 ±0.12	141°	153°	25.75 ±0.09	26.48 ±0.12
113°	158°	26.27 ±0.10	25.59 ±0.11	141°	158°	24.83 ±0.07	25.59 ±0.11
113°	163°	25.23 ±0.08	24.59 ±0.09	141°	163°	23.87 ±0.06	24.59 ±0.09
117°	126°	28.99 ±0.12	28.45 ±0.13	146°	149°	25.56 ±0.30	28.45 ±0.13
117°	135°	28.82 ±0.10	28.27 ±0.11	146°	153°	25.21 ±0.08	28.27 ±0.11
117°	143°	28.31 ±0.13	27.62 ±0.15	146°	158°	24.49 ±0.06	27.62 ±0.15
117°	148°	27.64 ±0.12	26.98 ±0.13	146°	163°	23.53 ±0.05	26.98 ±0.13
117°	153°	27.01 ±0.11	26.41 ±0.12				

Tabelle B.34: Die Multiplizität in Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_2$  und  $\vartheta_3$  für den Puclus-Algorithmus



$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{udscb}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$	$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{udscb}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$
22°	20.77 ±0.03	20.29 ±0.04	72°	27.11 ±0.13	26.54 ±0.15
27°	21.91 ±0.04	21.34 ±0.05	77°	27.40 ±0.14	26.83 ±0.16
32°	22.70 ±0.05	22.18 ±0.06	82°	27.71 ±0.15	27.02 ±0.17
37°	23.48 ±0.06	22.84 ±0.07	87°	28.05 ±0.16	27.40 ±0.18
42°	24.11 ±0.07	23.57 ±0.08	92°	28.21 ±0.17	27.69 ±0.19
47°	24.63 ±0.08	24.04 ±0.09	97°	28.44 ±0.18	27.96 ±0.20
52°	25.30 ±0.09	24.74 ±0.10	102°	28.89 ±0.19	28.33 ±0.21
57°	25.81 ±0.10	25.26 ±0.11	107°	28.76 ±0.19	28.13 ±0.21
62°	26.32 ±0.11	25.88 ±0.12	112°	29.14 ±0.20	28.51 ±0.22
67°	26.67 ±0.12	26.11 ±0.14	117°	28.68 ±0.22	27.96 ±0.24

Tabelle B.35: Die Multiplizität in symmetrischen Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  und für den ang. ord. Durh.-Algorithmus

$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{udscb}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$	$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{udscb}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$
22°	21.29 ±0.04	20.78 ±0.05	72°	26.96 ±0.14	26.33 ±0.15
27°	22.17 ±0.05	21.60 ±0.06	77°	27.26 ±0.14	26.70 ±0.16
32°	22.84 ±0.06	22.28 ±0.07	82°	27.69 ±0.16	26.97 ±0.17
37°	23.47 ±0.07	22.84 ±0.08	87°	27.99 ±0.16	27.31 ±0.18
42°	24.03 ±0.08	23.45 ±0.09	92°	28.13 ±0.17	27.56 ±0.19
47°	24.56 ±0.09	23.98 ±0.10	97°	28.42 ±0.18	27.91 ±0.20
52°	25.22 ±0.10	24.60 ±0.11	102°	28.85 ±0.19	28.30 ±0.21
57°	25.68 ±0.11	25.14 ±0.12	107°	28.77 ±0.19	28.16 ±0.21
62°	26.14 ±0.12	25.65 ±0.13	112°	29.16 ±0.20	28.50 ±0.22
67°	26.56 ±0.13	26.06 ±0.14	117°	28.69 ±0.21	27.96 ±0.24

Tabelle B.36: Die Multiplizität in symmetrischen Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  und für den Cambridge-Algorithmus

$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$	$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$
22°	21.30 ±0.03	20.75 ±0.03	72°	27.03 ±0.13	26.51 ±0.15
27°	22.34 ±0.04	21.70 ±0.05	77°	27.48 ±0.14	26.88 ±0.16
32°	23.02 ±0.05	22.41 ±0.05	82°	27.86 ±0.15	27.21 ±0.17
37°	23.76 ±0.06	23.12 ±0.07	87°	28.03 ±0.16	27.33 ±0.18
42°	24.26 ±0.07	23.71 ±0.08	92°	28.16 ±0.17	27.59 ±0.19
47°	24.82 ±0.08	24.23 ±0.09	97°	28.42 ±0.18	27.90 ±0.20
52°	25.41 ±0.09	24.86 ±0.10	102°	28.88 ±0.19	28.34 ±0.21
57°	25.96 ±0.10	25.42 ±0.11	107°	28.78 ±0.19	28.08 ±0.21
62°	26.35 ±0.11	25.89 ±0.12	112°	29.08 ±0.20	28.52 ±0.22
67°	26.68 ±0.12	26.12 ±0.14	117°	28.73 ±0.22	27.98 ±0.24

Tabelle B.37: Die Multiplizität in symmetrischen Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  und für den Durham-Algorithmus

$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$	$\vartheta_1$	$N_{\text{ch}}^{uds\bar{c}b}$	$N_{\text{ch}}^{udsc}$
22°	20.68 ±0.03	20.13 ±0.03	72°	27.25 ±0.13	26.70 ±0.15
27°	21.78 ±0.04	21.19 ±0.04	77°	27.49 ±0.14	26.96 ±0.16
32°	22.63 ±0.05	22.06 ±0.05	82°	27.93 ±0.15	27.23 ±0.17
37°	23.48 ±0.06	22.84 ±0.06	87°	28.19 ±0.16	27.51 ±0.18
42°	24.05 ±0.07	23.47 ±0.07	92°	28.49 ±0.17	27.96 ±0.19
47°	24.64 ±0.08	24.05 ±0.08	97°	28.67 ±0.18	28.05 ±0.20
52°	25.33 ±0.09	24.75 ±0.10	102°	29.11 ±0.19	28.46 ±0.21
57°	25.95 ±0.10	25.38 ±0.11	107°	28.85 ±0.19	28.02 ±0.21
62°	26.44 ±0.11	25.93 ±0.12	112°	29.25 ±0.20	28.68 ±0.22
67°	26.68 ±0.12	26.05 ±0.13	117°	29.05 ±0.22	28.31 ±0.24

Tabelle B.38: Die Multiplizität in symmetrischen Dreijetereignissen in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  und für den Luclus-Algorithmus

$\kappa_{Lu}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})\pm(\text{sys.})$	$\kappa_{Lu}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})\pm(\text{sys.})$
13.36	$11.21 \pm 0.14 \pm 0.14$	35.26	$19.96 \pm 0.14 \pm 0.11$
15.57	$12.41 \pm 0.12 \pm 0.08$	38.01	$20.73 \pm 0.16 \pm 0.13$
17.82	$13.43 \pm 0.11 \pm 0.09$	40.69	$21.56 \pm 0.16 \pm 0.15$
20.13	$14.32 \pm 0.11 \pm 0.08$	43.37	$22.09 \pm 0.17 \pm 0.18$
22.50	$15.56 \pm 0.11 \pm 0.08$	45.87	$22.72 \pm 0.18 \pm 0.18$
24.92	$16.53 \pm 0.11 \pm 0.13$	48.19	$23.81 \pm 0.19 \pm 0.21$
27.45	$17.57 \pm 0.12 \pm 0.16$	50.19	$23.71 \pm 0.19 \pm 0.11$
30.01	$18.32 \pm 0.13 \pm 0.10$	51.69	$24.60 \pm 0.20 \pm 0.15$
32.61	$19.27 \pm 0.14 \pm 0.15$	52.50	$23.75 \pm 0.22 \pm 0.22$

Tabelle B.39:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für angular ordered Durham

$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})\pm(\text{sys.})$	$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})\pm(\text{sys.})$
9.21	$8.75 \pm 0.14 \pm 0.23$	22.24	$15.11 \pm 0.14 \pm 0.24$
10.66	$9.70 \pm 0.12 \pm 0.25$	23.66	$15.58 \pm 0.16 \pm 0.30$
12.12	$10.46 \pm 0.11 \pm 0.21$	24.99	$16.12 \pm 0.16 \pm 0.28$
13.57	$11.09 \pm 0.11 \pm 0.23$	26.28	$16.35 \pm 0.17 \pm 0.26$
15.03	$12.07 \pm 0.11 \pm 0.22$	27.44	$16.71 \pm 0.18 \pm 0.24$
16.48	$12.78 \pm 0.11 \pm 0.24$	28.48	$17.55 \pm 0.19 \pm 0.28$
17.96	$13.55 \pm 0.12 \pm 0.20$	29.36	$17.23 \pm 0.19 \pm 0.26$
19.41	$14.02 \pm 0.13 \pm 0.23$	29.99	$17.95 \pm 0.20 \pm 0.28$
20.84	$14.70 \pm 0.14 \pm 0.25$	30.33	$17.02 \pm 0.22 \pm 0.36$

Tabelle B.40:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für angular ordered Durham

$\kappa_{Lu}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{Lu}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
13.35	$11.38 \pm 0.16$	35.25	$19.87 \pm 0.14$
15.57	$12.59 \pm 0.13$	38.01	$20.76 \pm 0.15$
17.82	$13.41 \pm 0.11$	40.68	$21.25 \pm 0.16$
20.13	$14.39 \pm 0.11$	43.36	$21.70 \pm 0.17$
22.51	$15.50 \pm 0.11$	45.87	$22.40 \pm 0.18$
24.93	$16.57 \pm 0.11$	48.19	$23.50 \pm 0.19$
27.45	$17.37 \pm 0.12$	50.20	$23.45 \pm 0.19$
30.01	$18.07 \pm 0.12$	51.69	$24.17 \pm 0.20$
32.61	$18.86 \pm 0.13$	52.50	$23.54 \pm 0.22$

Tabelle B.41:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für Durham

$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
9.21	$8.93 \pm 0.16$	22.24	$15.01 \pm 0.14$
10.66	$9.87 \pm 0.13$	23.66	$15.61 \pm 0.15$
12.12	$10.43 \pm 0.11$	24.99	$15.81 \pm 0.16$
13.57	$11.17 \pm 0.11$	26.27	$15.97 \pm 0.17$
15.03	$12.01 \pm 0.11$	27.44	$16.40 \pm 0.18$
16.49	$12.82 \pm 0.11$	28.48	$17.24 \pm 0.19$
17.96	$13.35 \pm 0.12$	29.36	$16.96 \pm 0.19$
19.41	$13.77 \pm 0.12$	29.99	$17.53 \pm 0.20$
20.83	$14.29 \pm 0.13$	30.33	$16.81 \pm 0.22$

Tabelle B.42:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für angular ordered Durham

$\kappa_{Lu}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{Lu}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
13.37	11.62± 0.14	35.26	19.72± 0.15
15.58	12.49± 0.13	38.01	20.72± 0.16
17.84	13.34± 0.12	40.70	21.49± 0.16
20.14	14.23± 0.12	43.37	21.96± 0.17
22.51	15.43± 0.12	45.87	22.73± 0.18
24.94	16.30± 0.12	48.20	23.78± 0.19
27.45	17.22± 0.13	50.20	23.79± 0.19
30.01	18.12± 0.13	51.69	24.69± 0.20
32.61	19.00± 0.14	52.50	23.83± 0.21

Tabelle B.43:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für Cambridge

$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
9.22	9.19± 0.14	22.25	14.88± 0.15
10.67	9.79± 0.13	23.66	15.59± 0.16
12.13	10.39± 0.12	24.99	16.07± 0.16
13.58	11.02± 0.12	26.27	16.24± 0.17
15.03	11.96± 0.12	27.44	16.74± 0.18
16.49	12.57± 0.12	28.48	17.53± 0.19
17.96	13.21± 0.13	29.36	17.32± 0.19
19.41	13.84± 0.13	29.99	18.06± 0.20
20.84	14.44± 0.14	30.33	17.12± 0.21

Tabelle B.44:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für Cambridge

$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
13.35	10.89 $\pm$ 0.16	35.26	20.18 $\pm$ 0.14
15.56	12.31 $\pm$ 0.13	38.00	21.20 $\pm$ 0.15
17.83	13.27 $\pm$ 0.11	40.68	21.88 $\pm$ 0.16
20.14	14.33 $\pm$ 0.11	43.36	22.66 $\pm$ 0.17
22.50	15.62 $\pm$ 0.10	45.87	23.19 $\pm$ 0.18
24.93	16.83 $\pm$ 0.11	48.19	24.25 $\pm$ 0.19
27.44	17.84 $\pm$ 0.11	50.20	23.90 $\pm$ 0.19
30.01	18.36 $\pm$ 0.12	51.69	24.80 $\pm$ 0.20
32.61	19.58 $\pm$ 0.13	52.50	24.48 $\pm$ 0.22

Tabelle B.45:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für Luclus

$\kappa_{\text{Le}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{\text{Le}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
9.21	' 8.43' $\pm$ 0.16	22.25	15.32 $\pm$ 0.14
10.66	' 9.59' $\pm$ 0.13	23.66	16.05 $\pm$ 0.15
12.12	10.30 $\pm$ 0.11	24.99	16.43 $\pm$ 0.16
13.57	11.09 $\pm$ 0.11	26.27	16.93 $\pm$ 0.17
15.03	12.13 $\pm$ 0.10	27.44	17.18 $\pm$ 0.18
16.49	13.08 $\pm$ 0.11	28.48	17.98 $\pm$ 0.19
17.95	13.81 $\pm$ 0.11	29.36	17.41 $\pm$ 0.19
19.41	14.06 $\pm$ 0.12	29.99	18.15 $\pm$ 0.20
20.84	15.00 $\pm$ 0.13	30.33	17.74 $\pm$ 0.22

Tabelle B.46:  $N_{gg}$  aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für Luclus

$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.}) \pm(\text{sys.})$	$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.}) \pm(\text{sys.})$
24.29	16.28 $\pm$ 0.09 $\pm$ 0.17	36.14	20.78 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.17
26.44	16.96 $\pm$ 0.09 $\pm$ 0.15	36.38	20.56 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.17
27.25	17.23 $\pm$ 0.28 $\pm$ 0.14	36.50	20.39 $\pm$ 0.14 $\pm$ 0.15
27.79	17.64 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.09	37.13	20.49 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.15
28.78	17.89 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.12	37.73	20.17 $\pm$ 0.38 $\pm$ 0.34
28.99	18.64 $\pm$ 0.33 $\pm$ 0.20	38.75	20.88 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.15
29.44	17.89 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.14	39.67	18.90 $\pm$ 1.19 $\pm$ 1.12
29.60	18.08 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.10	40.01	21.33 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.14
29.93	18.55 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.12	40.52	21.42 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.12
30.27	18.55 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.14	40.88	21.78 $\pm$ 0.13 $\pm$ 0.13
30.45	18.79 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.20	41.33	21.84 $\pm$ 0.18 $\pm$ 0.13
30.50	19.00 $\pm$ 0.17 $\pm$ 0.20	41.35	21.96 $\pm$ 0.13 $\pm$ 0.17
30.59	19.39 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.11	41.63	21.88 $\pm$ 0.13 $\pm$ 0.17
30.66	19.27 $\pm$ 0.13 $\pm$ 0.28	43.86	22.25 $\pm$ 0.09 $\pm$ 0.14
30.66	19.80 $\pm$ 0.16 $\pm$ 0.25	44.60	20.75 $\pm$ 0.59 $\pm$ 0.51
31.69	18.82 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.15	45.88	22.83 $\pm$ 0.09 $\pm$ 0.15
32.33	18.68 $\pm$ 0.32 $\pm$ 0.44	46.71	23.09 $\pm$ 0.13 $\pm$ 0.17
33.25	19.43 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.12	46.97	23.02 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.16
34.42	19.93 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.16	47.55	23.28 $\pm$ 0.10 $\pm$ 0.13
34.51	19.33 $\pm$ 0.55 $\pm$ 0.51	48.00	22.82 $\pm$ 0.46 $\pm$ 0.35
34.86	19.96 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.10	50.14	23.85 $\pm$ 0.15 $\pm$ 0.17
35.27	20.12 $\pm$ 0.11 $\pm$ 0.13	51.52	24.37 $\pm$ 0.18 $\pm$ 0.16
35.78	20.27 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.13	51.72	23.93 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.16
36.07	20.76 $\pm$ 0.20 $\pm$ 0.26		

Tabelle B.47:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für angular ordered Durham

$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})\pm(\text{sys.})$	$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})\pm(\text{sys.})$
16.12	12.61± 0.09 ± 0.24	23.15	15.94± 0.20 ± 0.25
17.44	13.08± 0.09 ± 0.24	23.25	15.44± 0.11 ± 0.24
17.85	13.23± 0.28 ± 0.25	23.26	15.69± 0.12 ± 0.29
18.33	13.64± 0.10 ± 0.22	23.34	15.51± 0.14 ± 0.26
19.00	13.81± 0.10 ± 0.26	23.52	15.05± 0.38 ± 0.44
19.19	13.83± 0.10 ± 0.23	24.12	15.66± 0.11 ± 0.19
19.49	13.78± 0.10 ± 0.24	24.81	15.99± 0.12 ± 1.04
19.65	14.72± 0.33 ± 0.31	24.82	13.64± 1.19 ± 0.83
19.87	14.41± 0.10 ± 0.23	24.91	16.00± 0.12 ± 0.27
20.14	14.40± 0.11 ± 0.29	25.27	16.35± 0.13 ± 0.28
20.30	14.64± 0.11 ± 0.29	25.54	16.49± 0.13 ± 0.19
20.39	14.36± 0.10 ± 0.24	25.57	16.39± 0.18 ± 0.22
20.42	15.24± 0.11 ± 0.27	25.69	16.38± 0.13 ± 0.25
20.42	14.88± 0.17 ± 0.30	26.52	16.46± 0.09 ± 0.23
20.48	15.13± 0.13 ± 0.26	27.01	14.92± 0.59 ± 0.58
20.50	15.66± 0.16 ± 0.27	27.47	16.83± 0.09 ± 0.26
20.69	14.14± 0.32 ± 0.50	27.91	17.02± 0.13 ± 0.23
21.31	14.82± 0.10 ± 0.26	27.99	16.90± 0.10 ± 0.24
22.02	15.21± 0.11 ± 0.24	28.26	17.11± 0.10 ± 0.27
22.04	15.15± 0.11 ± 0.24	28.39	16.58± 0.46 ± 0.36
22.40	14.70± 0.55 ± 0.59	29.33	17.38± 0.15 ± 0.29
22.55	15.33± 0.11 ± 0.25	29.93	17.75± 0.18 ± 0.25
22.88	15.44± 0.12 ± 0.29	30.01	17.28± 0.12 ± 0.28
23.11	15.93± 0.12 ± 0.22		

Tabelle B.48:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für angular ordered Durham



$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
24.29	16.31± 0.08	36.15	20.29± 0.12
26.44	16.92± 0.08	36.35	20.25± 0.12
27.25	17.37± 0.28	36.52	20.25± 0.14
27.81	17.54± 0.09	37.14	20.12± 0.11
28.77	17.81± 0.09	37.73	19.48± 0.37
29.00	17.95± 0.33	38.77	20.54± 0.11
29.45	17.73± 0.10	39.66	18.38± 1.07
29.61	17.87± 0.10	40.01	21.21± 0.12
29.95	18.24± 0.10	40.51	21.38± 0.12
30.24	18.31± 0.11	40.88	21.42± 0.13
30.46	18.31± 0.11	41.29	21.91± 0.18
30.51	18.24± 0.17	41.37	21.64± 0.13
30.58	19.06± 0.12	41.64	21.46± 0.13
30.67	18.77± 0.13	43.85	21.98± 0.09
30.68	19.23± 0.16	44.63	20.63± 0.60
31.70	18.33± 0.09	45.86	22.54± 0.09
32.34	19.28± 0.33	46.71	22.66± 0.13
33.24	19.25± 0.10	46.95	22.76± 0.10
34.42	19.77± 0.10	47.58	22.86± 0.10
34.48	18.81± 0.54	48.00	22.81± 0.46
34.87	19.81± 0.11	50.14	23.60± 0.14
35.26	19.73± 0.11	51.53	24.10± 0.17
35.77	19.97± 0.12	51.73	23.50± 0.12
36.08	20.19± 0.20		

Tabelle B.49:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für Durham

$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
16.12	12.63± 0.08	23.15	15.36± 0.20
17.44	13.04± 0.08	23.25	15.38± 0.12
17.84	13.37± 0.28	23.25	15.06± 0.11
18.33	13.53± 0.09	23.35	15.37± 0.14
19.00	13.74± 0.09	23.52	14.35± 0.37
19.19	13.62± 0.10	24.13	15.32± 0.11
19.50	13.62± 0.10	24.81	15.86± 0.12
19.65	14.03± 0.33	24.81	13.12± 1.07
19.88	14.10± 0.10	24.91	15.96± 0.12
20.13	14.16± 0.11	25.27	15.99± 0.13
20.30	14.16± 0.11	25.54	16.17± 0.13
20.39	13.86± 0.09	25.55	16.46± 0.18
20.41	14.91± 0.12	25.70	15.96± 0.13
20.42	14.12± 0.17	26.51	16.20± 0.09
20.49	14.62± 0.13	27.02	14.79± 0.60
20.50	15.09± 0.16	27.47	16.54± 0.09
20.69	14.74± 0.33	27.91	16.59± 0.13
21.30	14.64± 0.10	27.98	16.64± 0.10
22.02	15.05± 0.10	28.28	16.68± 0.10
22.05	14.99± 0.11	28.40	16.57± 0.46
22.39	14.19± 0.54	29.33	17.12± 0.14
22.54	14.94± 0.11	29.93	17.47± 0.17
22.87	15.13± 0.12	30.01	16.85± 0.12
23.11	15.43± 0.12		

Tabelle B.50:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für Durham

$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
24.30	16.15± 0.10	36.14	20.87± 0.12
26.44	17.06± 0.10	36.38	20.67± 0.12
27.25	16.88± 0.29	36.50	20.47± 0.14
27.80	17.60± 0.10	37.13	20.50± 0.11
28.78	17.99± 0.10	37.72	20.22± 0.38
28.99	18.77± 0.33	38.75	20.89± 0.11
29.44	17.87± 0.10	39.67	19.00± 1.20
29.60	17.83± 0.10	40.01	21.39± 0.12
29.94	18.57± 0.10	40.53	21.40± 0.12
30.27	18.63± 0.11	40.88	21.85± 0.13
30.45	18.84± 0.11	41.33	21.92± 0.18
30.50	19.10± 0.17	41.35	22.06± 0.13
30.59	19.46± 0.11	41.64	22.02± 0.13
30.66	19.84± 0.16	43.87	22.23± 0.09
30.66	19.41± 0.13	44.60	21.03± 0.59
31.69	18.75± 0.10	45.88	22.92± 0.09
32.33	18.53± 0.33	46.70	23.23± 0.13
33.25	19.38± 0.10	46.97	23.08± 0.10
34.43	19.94± 0.11	47.56	23.38± 0.10
34.51	19.41± 0.55	48.00	22.78± 0.45
34.87	19.83± 0.12	50.14	23.94± 0.14
35.27	20.11± 0.11	51.52	24.37± 0.17
35.78	20.35± 0.12	51.72	23.98± 0.12
36.08	20.91± 0.20		

Tabelle B.51:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für Cambridge

$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
16.13	12.49± 0.10	23.15	16.10± 0.20
17.44	13.19± 0.10	23.25	15.47± 0.11
17.84	12.90± 0.29	23.26	15.82± 0.12
18.33	13.61± 0.10	23.34	15.61± 0.14
19.00	13.93± 0.10	23.52	15.12± 0.38
19.19	13.60± 0.10	24.12	15.69± 0.11
19.49	13.78± 0.10	24.81	16.06± 0.12
19.65	14.87± 0.33	24.82	13.76± 1.20
19.88	14.45± 0.10	24.91	16.00± 0.12
20.14	14.49± 0.11	25.27	16.44± 0.13
20.30	14.71± 0.11	25.54	16.61± 0.13
20.39	14.31± 0.10	25.57	16.49± 0.18
20.42	15.33± 0.11	25.69	16.55± 0.13
20.42	14.99± 0.17	26.52	16.47± 0.09
20.48	15.28± 0.13	27.01	15.22± 0.59
20.49	15.71± 0.16	27.48	16.93± 0.09
20.69	14.00± 0.33	27.91	17.18± 0.13
21.31	14.79± 0.10	27.99	16.98± 0.10
22.02	15.24± 0.11	28.26	17.23± 0.10
22.05	15.04± 0.12	28.39	16.56± 0.45
22.40	14.79± 0.55	29.33	17.48± 0.14
22.55	15.33± 0.11	29.93	17.77± 0.17
22.88	15.53± 0.12	30.01	17.36± 0.12
23.11	16.04± 0.12		

Tabelle B.52:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für Cambridge

$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{\text{Lu}}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
24.30	16.54± 0.08	36.17	20.68± 0.12
26.43	17.52± 0.08	36.39	21.06± 0.12
27.22	17.32± 0.27	36.50	20.77± 0.14
27.80	17.86± 0.09	37.13	20.92± 0.11
28.78	18.17± 0.09	37.70	21.38± 0.37
29.06	18.15± 0.33	38.76	20.98± 0.11
29.44	18.31± 0.10	39.59	21.37± 1.11
29.61	18.24± 0.09	40.02	21.81± 0.12
29.94	18.68± 0.10	40.50	21.80± 0.12
30.26	18.82± 0.11	40.87	22.10± 0.13
30.46	19.02± 0.11	41.33	22.24± 0.13
30.50	19.09± 0.17	41.33	22.28± 0.18
30.58	19.38± 0.11	41.65	22.38± 0.13
30.66	19.71± 0.16	43.85	22.59± 0.09
30.68	19.41± 0.13	44.63	21.33± 0.61
31.70	19.06± 0.09	45.86	23.26± 0.09
32.34	20.56± 0.32	46.71	23.35± 0.13
33.25	19.68± 0.10	46.99	23.58± 0.10
34.44	20.35± 0.10	47.58	23.51± 0.10
34.56	19.91± 0.53	48.00	23.96± 0.46
34.87	20.23± 0.11	50.12	24.37± 0.14
35.28	20.42± 0.10	51.54	24.89± 0.18
35.77	20.41± 0.12	51.72	24.29± 0.12
36.04	20.36± 0.20		

Tabelle B.53:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für Luclus

$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$	$\kappa_{Le}$ [GeV]	$N_{gg} \pm(\text{stat.})$
16.12	12.86± 0.08	23.13	15.53± 0.20
17.44	13.63± 0.08	23.25	15.86± 0.11
17.83	13.32± 0.27	23.27	16.19± 0.12
18.33	13.86± 0.09	23.34	15.89± 0.14
19.00	14.10± 0.09	23.50	16.25± 0.37
19.19	13.98± 0.09	24.13	15.76± 0.11
19.49	14.19± 0.10	24.78	16.12± 1.11
19.69	14.22± 0.33	24.81	16.45± 0.12
19.88	14.53± 0.10	24.90	16.37± 0.12
20.14	14.66± 0.11	25.27	16.67± 0.13
20.31	14.86± 0.11	25.53	16.77± 0.13
20.39	14.59± 0.09	25.57	16.82± 0.18
20.41	15.22± 0.11	25.70	16.88± 0.13
20.42	14.96± 0.17	26.52	16.80± 0.09
20.49	15.25± 0.13	27.02	15.49± 0.61
20.50	15.56± 0.16	27.47	17.26± 0.09
20.69	16.01± 0.32	27.91	17.27± 0.13
21.31	15.07± 0.10	28.00	17.46± 0.10
22.03	15.62± 0.10	28.27	17.33± 0.10
22.05	15.42± 0.11	28.40	17.71± 0.46
22.43	15.26± 0.53	29.32	17.90± 0.14
22.55	15.62± 0.10	29.94	18.26± 0.18
22.87	15.57± 0.12	30.01	17.64± 0.12
23.12	15.82± 0.12		

Tabelle B.54:  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für Luclus

# Literaturverzeichnis

- [1] DELPHI Collaboration  
*The DELPHI detector at LEP*  
Nucl.Instr.and Methods in Physics Research **A303** (1991) 233
  
- [2] Vielen Dank an W. Liebig für die Angabe der Luminositäten
  
- [3] DELPHI Collaboration  
*DELPHI event generation and detector simulation*  
DELPHI 89-67 PROG-142  
*DELSIM reference manual*  
DELPHI 89-68 PROG-143
  
- [4] Super-Kamiokande Kollaboration: Y. Fukuda u. a.  
*Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*  
Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1562
  
- [5] D.Griffiths  
*Einführung in die Elementarteilchenphysik*  
Akademie Verlag, Berlin 1996
  
- [6] F. Halzen und A. D. Martin  
*Quarks & Leptons*  
John Wiley & Sons, New York 1984
  
- [7] M. E. Peskin und D. V. Schroeder  
*An introduction to quantum field theory*  
Addison-Wesley Publishing Company, New York 1995
  
- [8] M. Kaku  
*Quantum field theory*  
Oxford University Press, Oxford 1993

- [9] Particle Data Group  
*Review of particle physics*  
Phys.Rev. **D66** (2002) 010001
- [10] P. A. M. Dirac  
Proc. Roy. Soc. Lon. **A117** (1928) 610
- [11] R. P. Feynman  
*The theory of positrons*  
Phys. Rev. **76** (1949) 749
- [12] S. Tomonaga  
*Relativistic invariant formulation of quantum theory of wave fields*  
Prog. Theor. Phys. **1** (1946) 27  
*On infinite field reactions in quantum field theory*  
Phys. Rev. **74** (1948) 224
- J. Schwinger  
*Quantum electrodynamics 2. Vacuum polarisation and selfenergy*  
Phys. Rev. **75** (1949) 651  
*Quantum electrodynamics 3. The electromagnetic properties of the electron:  
Radiative corrections to scattering*  
Phys. Rev. **76** (1949) 790
- [13] C. N. Yang und R. L. Mills  
*Conservation of isotopic spin and gauge invariance*  
Phys. Rev. **96** (1954) 191
- [14] L. D. Fadeev und V. N. Popov  
*Feynman diagrams for the Yang-Mills field*  
Phys. Lett. **B25** (1967) 29
- [15] P. W. Higgs  
*Broken symmetries, massless particles and gauge fields*  
Phys. Lett. **12** (1964)  
*Broken symmetries and the masses of gauge bosons*  
Phys. Rev. Lett. **13** (1964)
- [16] G. t'Hooft  
*Renormalization of massless Yang-Mills fields*  
Nucl. Phys. **B33** (1971) 173  
*Renormalizable Lagrangians for massive Yang-Mills fields*  
Nucl. Phys. **B35** (1971) 167



- [17] S. L. Glashow  
*Partial symmetries of weak interactions*  
Nucl. Phys. **22** (1961) 579
- S. L. Glashow, J. Illipoulos und L. Maiani  
*Weak interactions with Lepton-Hadron symmetry*  
Phys. Rev. **D2** (1970) 1285
- S. Weinberg  
*A model of leptons*  
Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264  
*Effects of a neutral intermediate boson in semileptonic processes*  
Phys. Rev. **D5** (1972) 1412
- [18] C. S. Wu, E. Ambler, R. Hayward, D. Hoppes und R. Hudson,  
*Experimental test of parity violation in beta decay,*  
Phys. Rev. **105** (1957) 1413
- [19] T.Sjöstrand u.A.  
*QCD generators in Z physics at LEP 1*  
CERN 89-08 Vol.3, 1989
- [20] Yu.L.Dokshitzer, V.A.Khoze, A.H.Müller & S.I.Troyan  
*Basics of perturbative QCD,*  
Editions Frontières, Gif-sur-Yvette Cedex 1991
- [21] R.D.Field & R.P.Feynman  
*A parametrization of the properties of quark jets*  
Nucl. Phys. **B136** (1978) 1
- [22] G.Marchesini, B.R.Webber, G.Abbiendi, I.G.Knowles, M.H.Seymour & L.Stanco  
*HERWIG 5.1 – A Monte Carlo event generator for simulating hadron emission reactions with interfering gluons*  
Comp.Phys.Comm. **67** (1992) 465
- [23] X.Artru & G.Menessier  
*String model and multiproduction*  
1974 Nucl.Phys. **B70** (1974) 93
- [24] X.Artru  
*Classical String Phenomenology. How Strings work*  
Phys.Reports **97** (1983) 147

- [25] B.Foster (Hrsg.)  
*Electron-positron annihilation physics*  
Adam Hilger, New York 1990
- [26] G.Gustafson & U.Pettersson  
*Dipole formulation of QCD cascades*  
1988 Nucl.Phys. **B305** (1988) 746
- [27] R. F. Schwitters et al., Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1320  
G. G. Hanson et al.  
*Evidence for jet structure in hadron production by  $e^+e^-$  annihilation*  
Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1609  
zitiert in [29]
- [28] TASSO Collaboration: R. Brandelik et al., Phys. Lett. **86B** (1979) 243, **94B** (1980) 437  
MARK J Collaboration: D. P. Barber et al., Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 830  
PLUTO Collaboration: Ch. Berger et al., Phys. Lett. **86B** (1979) 418  
JADE Collaboration: W. Bartel et al. , Phys. Lett. **91B** (1980) 124  
zitiert in [29]
- [29] V.A. Khoze & W. Ochs,  
*Perturbative QCD approach to multiparticle production*  
hep-ph/9701421
- [30] Ya. I. Azimov, Yu. L. Dokshitzer, V. A. Khoze und S. I. Troyan  
*Similarity of parton and hadron spectra in qcd jets*  
Z. Phys. **C27** (1985) 65, **C31** (1986) 213
- [31] S. Moretti, L. Lönnblad & Torbjörn Sjöstrand,  
*New and old jet clustering algorithms for electron-positron events,*  
hep-ph/9804296
- [32] OPAL-Kollaboration, R. Akers u.A.,  
*QCD studies using a cone-based jet finding algorithm for  $e^+e^-$  collisions at LEP,*  
Z. Phys. **C63** (1994) 197
- [33] JADE-Kollaboration, W. Bartel u.A.,  
*Experimental studies on multi-jet production in  $e^+e^-$  annihilation at PETRA energies,*  
Z. Phys. **C33** (1986) 23

- [34] S. Catani, Yu. L. Dokshitzer, M. Olsson, G. Turnock und B. R. Webber,  
*New clustering algorithm for multi-jet cross-sections in  $e^+e^-$  annihilation*,  
Phys. Lett. **B269** (1991) 432
- [35] T. Sjöstrand,  
*High-energy physics event generation with Pythia 5.7 and Jetset 7.4*,  
Computer Physics Comm. **82** (1994) 74
- [36] Y. L. Dokshitzer, G. D. Leder, S. Morietti und B. R. Webber  
*Better jet clustering algorithms*  
JHEP **9708** (1997) 1
- [37] S. Bentvelsen und I. Meyer,  
*The Cambridge jet algorithm: Features and applications*,  
Eur. Phys. J. **C4** (1998) 623
- [38] R. K. Ellis, W. J. Stirling und B. R. Webber,  
*QCD and Collider Physics*,  
Cambridge University Press, Cambridge 1996
- [39] V. A. Khoze, S. Lupia und W. Ochs,  
*QCD coherence and the soft limit of the particle spectrum*,  
Phys. Lett. **B394** (1997) 179
- [40] J. Pfanzagl,  
*Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung*,  
de Gruyter, Berlin 1991
- [41] Z. Koba, H. B. Nielsen und P. Olesen,  
*Scaling of multiplicity distributions in high endergy hadron collisions*  
Nucl. Phys. **B40** (1972) 317
- [42] O. Czyzewski und K. Rybicki,  
*On the distribution of charged secondary particles in high energy interactions*,  
Beitrag zur 15. Conference on high energy physics, Kiev, 1970,  
Report Nr. 703 (zitiert in [41])
- [43] P. Abreu, N. Anjos,  
*Charged particle multiplicity in  $e^+e^-$  annihilations into  $q\bar{q}$  at  $\sqrt{s} = 206\text{GeV}$* ,  
Beitrag zur 31. Conference on high energy physics, Amsterdam 2002,  
Report Nr. 231
- [44] Rainer Jakob, priv. Komm.

- [45] B.R.Webber  
*Average multiplicities in jets*  
Phys.Lett. **143B** (1984) 501
- [46] J.B.Gaffney & A.H.Mueller  
 $\alpha(Q^2)$  *corrections to particle multiplicity ratios in gluon and quark jets*  
Nucl.Phys. **B250** (1985) 109
- [47] A. Capella, I. M. Dremin, J. W. Gary, V. A. Nechitailo und J. Tran Thanh Van  
*Evolution of average multiplicities of quark and gluon jets*  
hep-ph/9910226
- [48] S. J. Brodsky und J. F. Gunion  
*Hadron multiplicity in color-gauge-theory models*  
Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 402
- [49] A. H. Mueller  
 $\sqrt{\alpha(Q^2)}$  *corrections to particle multiplicity ratios in gluon and quark jets*  
Nucl. Phys. **B241** (1984) 141
- [50] I. M. Dremin und J. W. Gary  
*Energy dependence of mean multiplicities in gluon and quark jets at the next-to-next-to-next-to-leading order*  
hep-ph/9905477
- [51] G. Gustafson, priv. Komm.
- [52] J. Fuster, K. Hamacher, O. Klapp, P. Langefeld, S. Marti und M. Siebel  
*The scale dependence of the multiplicity in quark and gluon jets and a precise determination of  $C_A/C_F$*   
Beitrag zur International Europhysics Conference on High Energy Physics (EPS-HEP'97), Jerusalem 1997  
Beitrag Nr. 545
- [53] P. Edén und G. Gustafson  
*Energy and virtuality scale dependence in quark and gluon jets*  
JHEP **09** (1998) 015
- [54] HRS Collaboration  
*Comparison of charged particle multiplicities in quark and gluon jets produced in  $e^+e^-$  annihilation at 29GeV*  
Phys.Lett **B165** (1985) 1954

- [55] TASSO Collaboration  
*Comparison of inclusive fractional momentum distributions of quark and gluon jets produced in  $e^+e^-$  annihilation*  
Zeit.f.Phys. **C45** (1989) 1
- [56] OPAL Collaboration  
*A direct observation of quark-gluon jet differences at LEP*  
Phys.Lett. **B265** (1991) 462
- [57] OPAL Collaboration  
*A study of differences between quark and gluon jets using vertex tagging of quark jets*  
Zeit.f.Phys. **C58** (1993) 387
- [58] OPAL Collaboration  
*A model independent measurement of quark and gluon jet properties and differences*  
Zeit.f.Phys. **C68** (1995) 179
- [59] OPAL Collaboration  
*A comparison of  $b$  and  $uds$  quark to gluon jets*  
Zeit.f.Phys. **C69** (1996) 543
- [60] ALEPH Collaboration  
*Quark and gluon jet properties in symmetric three jet events*  
Phys.Lett. **B384** (1996) 353
- [61] DELPHI Collaboration  
*Energy dependence of the differences between the quark and gluon jet fragmentation*  
Zeit.f.Phys. **C70** (1996) 179
- [62] OPAL Collaboration  
*Test of QCD analytic predictions for the multiplicity ratio between gluon and quark jets*  
Phys.Lett. **B388** (1996) 659
- [63] CLEO Collaboration  
*Study of gluon versus quark fragmentation in  $\Upsilon \rightarrow gg\gamma$  and  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}\gamma$  events at  $\sqrt{s} = 10\text{GeV}$*   
Zeit.f.Phys. **C70** (1996) 179

- [64] B. Andersson, G. Gustafson, A Nilsson und C. Sjögren  
*Fluctuations and anomalous dimensions in QCD cascades*  
Z. Phys. **C49** (1991) 79
- [65] Yu. L. Dokshitzer, V. A. Khoze und S. I. Troyan  
*Hadron multiple production in hard processes with nontrivial topology*  
Sov. J. Nucl. Phys. **47** (1988) 881
- [66] P. Edén, G. Gustafson und V. Khoze  
*On particle multiplicities in three-jet-events*  
hep-ph/9904455
- [67] G. Gustafson  
*Multiplicity distributions in QCD cascades*  
Nucl. Phys. **B392** (1993) 293
- [68] P. Langefeld,  
*Vergleich der Fragmentation von Gluonen und Quarks durch Messungen mit dem DELPHI-Detektor,*  
Dissertation an der Bergischen Universität Wuppertal, WUB-DIS-99-3,  
in Vorbereitung
- [69] O. Klapp,  
*Eine umfassende Studie der Eigenschaften von Gluon- und Quark-Jets,*  
Dissertation an der Bergischen Universität Wuppertal, WUB-DIS-99-16,  
Wuppertal 1999
- [70] M. Siebel,  
*Fragmentationsfunktionen von Quarks und Gluonen,*  
Diplomarbeit an der Bergischen Universität Wuppertal, WUD 97-43,  
Wuppertal 1997
- [71] G. Borisov,  
*Combined b-tagging*  
DELPHI 97-94 PHYS 716
- [72] DELPHI Kollaboration: J. Abdallah u. a.  
*b-tagging in DELPHI at LEP*  
CERN-EP/2002-088, submitted to Eur. Phys. J. **C**
- [73] K. Hamacher, O. Klapp, P. Langefeld und M. Siebel  
*A test of QCD coherence and LPHD using symmetric 3-jet events*  
Beitrag zur International Europhysics Conference on High Energy Physics

- (EPS-HEP'99), Tampere 1999  
Beitrag Nr. 145
- [74] I. G. Knowles u. A.  
*QCD event generators*  
hep-ph/9601212
- [75] M. Weierstall  
*Anpassung und Test von Fragmentierungsmodellen mit präzisen Ereignisform- und Einteilchenverteilungen unter besonderer Berücksichtigung von identifizierten Teilchenspektren*  
Dissertation an der Bergischen Universität Wuppertal, WUB-DIS 95-11,  
Wuppertal 1995
- [76] H. Hoeth,  
*Messung der Vierjet-Winkelverteilungen und Bestimmung der QCD-Farbfaktoren mit Hilfe des APACIC++-Generators,*  
Diplomarbeit an der Bergischen Universität Wuppertal, WUD 03-11,  
Wuppertal 2003
- [77] DELPHI-Kollaboration  
*Hadronization properties of b quarks compared to light quarks in  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  from 183 to 200 GeV*  
Phys. Lett. **B479** (2000) 118, erratum Phys. Lett. **B492** (2000) 398
- [78] K. Hamacher  
*QCD at  $e^+e^-$ -experiments*  
Vortrag auf dem XXIII. Physics in collision, Zeuthen 2003
- [79] Delphi-Kollaboration  
*Production of charged particles  $K_s^0$ ,  $K^\pm$ ,  $p$  and  $\Lambda$  in  $Z \rightarrow b\bar{b}$  events and in the decay of b hadrons*  
Phys. Lett. **B347** (1995) 447
- [80] Opal-Kollaboration  
*A measurement of charged particle multiplicity in  $Z^0 \rightarrow c\bar{c}$  and  $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$  events*  
Phys. Lett. **B352** (1995) 176
- [81] Die LEP Kollaborationen ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL,  
die LEP Electroweak Working Group,  
und die SLD Heavy Flavour und Electroweak Groups  
*A combination of preliminary electroweak measurements and constraints to*

*the standard model*  
CERN-EP-2000-16

- [82] ALEPH-Kollaboration, A. Heister u.A.,  
*Measurements of the strong coupling constant and the QCD colour factors using four-jet observables from hadronic Z-decays*  
Eur. Phys. J. **C27** (2003) 1
- [83] OPAL-Kollaboration, G. Abbiendi u.A.,  
*A simultaneous measurement of the QCD colour factors and the strong coupling*  
Eur. Phys. J. **C20** (2001) 601
- [84] OPAL-Kollaboration, G. Abbiendi u.A.,  
*Experimental properties of gluon and quark jets from a point source*  
Eur. Phys. J. **C11** (1999) 217
- [85] DELPHI-Kollaboration, P. Abreu u.A.,  
*The scale dependence of the hadron multiplicity in quark and gluon jets and a precise determination of  $C_A/C_F$*   
Phys. Lett. **B449** (1999) 383
- [86] R. Reinhardt,  
*Energieabhängigkeit von Ereignisobservablen,*  
Dissertation an der Bergischen Universität Wuppertal, WUB-DIS-01-06,  
Wuppertal 2001
- [87] M. Siebel, K. Hamacher, P. Langefeld und O. Klapp  
*More about the multiplicity in symmetric three-jet events*  
Osaka 2000
- [88] OPAL-Kollaboration, G. Abbiendi u.A.,  
*Particle multiplicity of unbiased gluon jets from  $e^+e^-$  three-jet events*  
Eur. Phys. J. **C23** (2002) 597
- [89] I. M. Dremin, J. W. Gary  
*Hadron multiplicities*  
Phys. Rep. **349** (2001) 301
- [90] CLEO-Kollaboration, M. S. Alam u.A.,  
*Shape studies of quark jets versus gluon jets at  $s^{1/2} = 10\text{GeV}$ ,*  
Phys. Rev. **D46** (1992) 4822



- [91] CLEO-Kollaboration, M. S. Alam u.A.,  
*Study of gluon vs. quark fragmentation in  $\Upsilon \rightarrow g\gamma$  and  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}\gamma$  events at  $\sqrt{s} = 10\text{GeV}$*   
Phys. Rev. **D56** (1997) 17
- [92] S. Kluth  
*QCD studies with resurrected JADE data*  
Vortrag auf dem XXXVIII. Rencontres de Moriond
- [93] Zeit.Phys. **C22** (1984) 307
- [94] Zeit.Phys. **C45** (1989)193
- [95] Phys.Lett. **B184** (1987) 299
- [96] Phys.Rev.Lett. **54** (1985) 2580
- [97] Phys.Rev. **D34** (1986) 3304
- [98] Zeit.Phys. **C45** (1989) 93
- [99] Phys.Rev. **D42** (1990)737
- [100] Phys.Lett. **B413** (1997) 447
- [101] Phys.Rev.Lett. **64** (1990) 1334
- [102] Phys.Lett. **B234** (1990) 209
- [103] Phys.Lett. **B273** (1991) 181
- [104] Zeit.Phys. **C69** (1996) 15
- [105] Phys.Rep. **294** (1996) 1
- [106] Zeit.Phys. **C50** (1991) 185
- [107] Zeit.Phys. **C52** (1991) 271
- [108] Phys.Lett. **B259** (1991) 199
- [109] Zeit.Phys. **C55** (1992) 39
- [110] Zeit.Phys. **C47** (1990) 505
- [111] Phys.Lett. **B291** (1992) 503
- [112] Zeit.Phys. **C53** (1992) 539

- [113] Eur.Phys.J. **C5** (1998) 585
- [114] Eur.Phys.J. **C7** (1999) 369
- [115] Phys.Lett. **B371** (1996) 137
- [116] Phys.Lett. **B372** (1996) 172
- [117] Zeit.Phys. **C72** (1996) 191
- [118] Zeit.Phys. **C73** (1997) 409
- [119] Zeit.Phys. **C75** (1997) 193
- [120] Phys.Lett. **B416** (1998) 233
- [121] Eur.Phys.J. **C16** (2000) 185
- [122] Eur.Phys.J. **C18** (2000) 203
- [123] Zeit.Phys. **C20** (1983) 187
- [124] Phys.Lett. **B95** (1980) 313
- [125] Phys.Lett. **B88** (1979) 171

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Der Aufbau des DELPHI-Experimentes . . . . .	6
3.1	Elemente der QED-Feynmandiagramme . . . . .	17
3.2	Schleifen in höheren Ordnungen . . . . .	17
3.3	Elemente der QCD-Feynmandiagramme . . . . .	22
3.4	Das Potential des Skalaren Dubletts $\phi$ . . . . .	26
3.5	Die Lagrangedichte des Higgsfeldes . . . . .	28
4.1	Die vier Phasen der Reaktion $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen . . . . .	32
4.2	Die Feynmangraphen der Matrix-Elemente Methode . . . . .	34
4.3	Schematische Zeichnung eines Partonschauers . . . . .	35
4.4	Partonschauer mit Clusterfragmentation . . . . .	37
4.5	Partonschauer mit Stringfragmentation . . . . .	37
5.1	Partonische Struktur und ihre Rekonstruktion . . . . .	46
5.2	Die Anzahl der in einem Ereignis aufgelösten Jets . . . . .	47
6.1	Die Negative Binomialverteilung . . . . .	54
6.2	Messungen von $R_{KNO}$ bei verschiedenen Schwerpunktennergien . . . . .	55
6.3	Die Vorhersagen für $r$ in LO, NLO und 3NLO . . . . .	61
6.4	Die Fragmentationsfunktion von Quarks und Gluonen . . . . .	62

6.5	Die Dipole in einem Dreijetereignis . . . . .	66
7.1	Zur Bezeichnung der Größen in einem Dreijetereignis . . . . .	71
7.2	Der kinematisch zugelassene Bereich von $\vartheta_2$ und $\vartheta_3$ . . . . .	72
7.3	Vergleich der Öffnungswinkel $\vartheta_1$ vor und nach der Hadronisierung	74
7.4	Vergleich der Öffnungswinkel $\vartheta_1$ in asymmetrischen Ereignissen . .	75
7.5	Kegel senkrecht zur Ereignisebene . . . . .	76
7.6	Die Verteilung der Diskriminationsvariablen $\lambda$ . . . . .	78
7.7	Korrekturfaktoren für die geladene Gesamtmultiplizität der Ereignisse . . . . .	82
7.8	Korrekturfaktoren für die geladene Multiplizität senkrecht zur Ereignisebene . . . . .	83
7.9	Die Korrekturmatrix $\tilde{M}_{mn}$ . . . . .	84
7.10	Die einzelnen Korrekturschritte . . . . .	85
7.11	Der residuale Beitrag von Ereignissen mit initialen $b$ -Quarks . . .	86
7.12	Die summierte Akzeptanzkorrektur . . . . .	87
8.1	Die Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen . . . . .	91
8.2	Die Kegelmultiplizität im Vergleich mit den Monte-Carlo Simulationen . . . . .	95
8.3	Die normierte Kegelmultiplizität im Vergleich mit der Vorhersage für $r_t$ . . . . .	96
8.4	$y_{\text{cut}}$ als Funktion von $\vartheta_1$ . . . . .	97
8.5	Die normierte Kegelmultiplizität mit einer Anpassung von $r_t$ . . .	100
8.6	Die nach $r_t$ geordneten Kegelmultiplizitäten . . . . .	101
8.7	Die nach $r_t$ geordneten Kegelmultiplizitäten mit Parameteranpassung . . . . .	102
8.8	Die Impulsspektren für verschiedene Werte von $r_t$ . . . . .	105

8.9	Topologieabhängigkeit der Multiplizitätsreduktion durch Impulschnitt . . . . .	106
8.10	Die Multiplizitätsverteilungen der symmetrischen Ereignisse . . .	108
8.11	Die mittlere Multiplizität in symmetrischen Dreijetereignissen . .	109
8.12	Die Ereignistopologien als Funktion von $\vartheta_1$ und $N_{ch}$ . . . . .	110
8.13	Die mittlere Multiplizität in Dreijetereignissen allgemeiner Topologie	111
8.14	Die relativen Abweichungen durch verschiedene Korrekturverfahren	112
8.15	Die relativen Abweichungen durch Rekombinationsalgorithmen . .	112
8.16	Die Multiplizitätsverteilung aller Ereignisse . . . . .	113
8.17	Messungen von $\delta_{b-uds}$ bei verschiedenen Schwerpunktenenergien . .	114
8.18	Die Multiplizitätsdifferenzen zwischen $udscb$ - und $udsc$ -Ereignissen	114
8.19	Die Parametrisierung von $N_{q\bar{q}}$ . . . . .	118
8.20	Hadronisierungskorrektur für symmetrische Topologien . . . . .	122
8.21	Hadronisierungskorrektur für allgemeine Topologien . . . . .	123
8.22	Die mittleren Multiplizitäten im Vergleich mit den Vorhersagen .	127
8.23	Die mittleren Multiplizitäten für verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen im Vergleich mit den Vorhersagen . . . . .	128
8.24	$\chi^2/N_{df}$ , $C_A/C_F$ und $N_0$ in Abhängigkeit vom bei der Anpassung berücksichtigten Datenbereich . . . . .	136
8.25	Die an $udscb$ -Ereignisse angepaßten Vorhersagen Eden A und Eden B . . . . .	137
8.26	Messungen der QCD-Farbfaktorverhältnisse . . . . .	138
8.27	Übereinstimmung zwischen den gemessenen Dreijetmultiplizitäten und der Vorhersage . . . . .	140
8.28	Gluonmultiplizität und Quarkmultiplizität . . . . .	141
8.29	Messungen von $r_0$ im Vergleich mit theoretischen Vorhersagen . .	142
8.30	Messungen von $r_1$ im Vergleich mit theoretischen Vorhersagen . .	143
8.31	Die an die Daten angepaßten 3NLO-Vorhersagen für $N_{q\bar{q}}$ und $N_{gg}$	145

8.32 Die extrahierte Gluonmultiplizität der OPAL-Studie im Vergleich mit den Resultaten dieser Untersuchung . . . . . 147

8.33 Die Dreijetmultiplizität in symmetrischen Ereignissen der OPAL-Studie im Vergleich zu den Ergebnissen dieser Untersuchung . . . 148

9.1 Das KNO-Verhältnis in Abhängigkeit von  $\vartheta_1$  für symmetrische Ereignistopologien . . . . . 153

# Tabellenverzeichnis

2.1	Die Integrierten Luminositäten der Jahre 1992-95 . . . . .	5
2.2	Akzeptanzbereiche und Auflösungsvermögen in DELPHI . . . . .	8
3.1	Die elementaren Fermionen . . . . .	14
3.2	Die Eichbosonen . . . . .	15
6.1	Die Koeffizienten $a_i$ nach [47] . . . . .	58
6.2	Die Koeffizienten $r_i$ nach [47] . . . . .	58
6.3	Die zur Berechnung von $r$ benutzten Werte für $\Lambda$ . . . . .	60
6.4	Ein Überblick über bisherige Messungen von $r$ . . . . .	63
7.1	Anforderungen an geladene Spuren . . . . .	69
7.2	Energieschnitte auf Spuren ungeladener Teilchen . . . . .	69
7.3	Ereignisbezogene Schnitte . . . . .	70
7.4	Schnitte auf die Jetstruktur . . . . .	70
7.5	Die verwendete Einteilung der Winkel $\vartheta_2$ und $\vartheta_3$ . . . . .	73
7.6	Die Parameter der Akzeptanzkorrekturfunktionen der Kegelmultiplizitäten . . . . .	88
8.1	$N_2$ Daten–Monte-Carlo-Vergleich, ang. ord. Durh. . . . .	93
8.2	Parameter der Hadronisierungskorrektur für symmetrische Topologien . . . . .	124

8.3	Parameter der Hadronisierungskorrektur für allgemeine Topologien	125
8.4	Die Ergebnisse der Parameteranpassung für $C_A/C_F$ und $N_0$ . . . .	129
8.5	Die systematischen Fehler der Bestimmung von $C_A/C_F$ aus den Multiplizitäten symmetrischer Ereignisse . . . . .	132
8.6	Die systematischen Fehler der Bestimmung von $C_A/C_F$ aus den Multiplizitäten von Ereignissen allgemeiner Topologie . . . . .	133
8.7	Messungen von $C_A/C_F$ im Vergleich mit dem Ergebnis dieser Untersuchung . . . . .	134
8.8	Die Parameter der 3NLO-Anpassungen der Quark- und Gluonmultiplizitäten . . . . .	144
B.1	$N_{q\bar{q}}$ Messungen . . . . .	157
B.2	$N_{q\bar{q}}$ Messungen (Forts.) . . . . .	158
B.3	Variationen der Analyse für $C_A/C_F$ . . . . .	159
B.4	Die Kegelmultiplizität in Zweijetereignissen für den ang. ord. Durh.-Algorithmus . . . . .	160
B.5	$N_2$ Daten–Monte-Carlo-Vergleich, Durh. . . . .	160
B.6	$N_2$ Daten–Monte-Carlo-Vergleich, Cambr. . . . .	161
B.7	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh. . .	162
B.8	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.010$ , ang. ord. Durh. . .	163
B.9	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.020$ , ang. ord. Durh. . .	164
B.10	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 20^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh. . .	165
B.11	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 40^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh. . .	166
B.12	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Cambridge . . . . .	167
B.13	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Durham . . . . .	169
B.14	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh., symm. Ereign. . . . .	170
B.15	Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.010$ , ang. ord. Durh., symm. Ereign. . . . .	170



B.16 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.020$ , ang. ord. Durh., symm. Ereign. . . . .	170
B.17 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 20^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh., symm. Ereign. . . . .	171
B.18 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 40^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh., symm. Ereign. . . . .	171
B.19 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Cambridge, symm. Er- eign. . . . .	171
B.20 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Durham, symm. Er- eign. . . . .	172
B.21 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh., gegen $r$ . . . . .	172
B.22 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.010$ , ang. ord. Durh., gegen $r$ . . . . .	172
B.23 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.020$ , ang. ord. Durh., gegen $r$ . . . . .	173
B.24 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 20^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh., gegen $r$ . . . . .	173
B.25 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 40^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh., gegen $r$ . . . . .	173
B.26 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Cambridge, gegen $r$	174
B.27 Kegelmultiplizität, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Durham, gegen $r$	174
B.28 Impulsverteilung, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , ang. ord. Durh., gegen $r$ . . . . .	174
B.29 Impulsverteilung, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Durh., gegen $r$ . . .	175
B.30 Impulsverteilung, $\theta_{\text{Kegel}} = 30^\circ$ , $y_{\text{cut}} = 0.015$ , Cambridge, gegen $r$	175
B.31 Die Multiplizität in Dreijetereignissen für den ang. ord. Durh.- Algorithmus . . . . .	176
B.32 Die Multiplizität in Dreijetereignissen für den Cambridge-Algorithmus	177
B.33 Die Multiplizität in Dreijetereignissen für den Durham-Algorithmus	178

B.34 Die Multiplizität in Dreijetereignissen für den Luclus-Algorithmus	179
B.35 Die Multiplizität in symm. Dreijetereignissen für den ang. ord. Durh.-Algorithmus . . . . .	180
B.36 Die Multiplizität in symm. Dreijetereignissen für den Cambridge-Algorithmus . . . . .	180
B.37 Die Multiplizität in symm. Dreijetereignissen für den Durham-Algorithmus . . . . .	181
B.38 Die Multiplizität in symm. Dreijetereignissen für den Luclus-Algorithmus	181
B.39 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für angular ordered Durham . . . . .	182
B.40 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für angular ordered Durham . . . . .	182
B.41 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für Durham . . .	183
B.42 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für angular ordered Durham . . . . .	183
B.43 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für Cambridge .	184
B.44 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für Cambridge .	184
B.45 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden A für Luclus . . .	185
B.46 $N_{gg}$ aus symmetrischen Ereignissen nach Eden B für Luclus . . .	185
B.47 $N_{gg}$ aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für angular ordered Durham . . . . .	186
B.48 $N_{gg}$ aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für angular ordered Durham . . . . .	187
B.49 $N_{gg}$ aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für Durham	188
B.50 $N_{gg}$ aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für Durham	189
B.51 $N_{gg}$ aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für Cambridge . . . . .	190
B.52 $N_{gg}$ aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für Cambridge . . . . .	191

B.53  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden A für Luclus 192

B.54  $N_{gg}$  aus Ereignissen allgemeiner Topologie nach Eden B für Luclus 193