

Bestimmung der transversalen Expansion in
einer Schwerionenreaktion durch die
Analyse von Zweiteilchenkorrelationen

Diplomarbeit
vorgelegt beim Fachbereich Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main
von
Dominik Flierl

Frankfurt am Main 1998

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
2. Das NA49-Experiment am CERN	7
2.1 Der Aufbau des NA49-Experimentes	7
2.2 Arbeitsweise der Spurendriftkammern	9
2.3 Die Vertex-TPC2	13
3. Rekonstruktion der Teilchenspuren	15
3.1 Methoden zur Spurrekonstruktion	15
3.2 Rekonstruktionseffizienz	17
3.3 Orts- und Impulsauflösung	18
3.4 Zweispurtrennung	19
3.5 Auswahlkriterien	20
4. Teilcheninterferometrie	23
4.1 Der HBT-Effekt in der Teilchenphysik	24
4.2 Die Korrelationsfunktion	25
4.3 Die Expansion der Teilchenquelle	26
4.4 Yano-Koonin-Podgoretskii Parametrisierung	28
4.5 Die longitudinale Expansion	31
4.6 Die transversale Expansion	32
4.7 Bezugssysteme	35
4.8 Endzustandswechselwirkungen	36

5. Experimentelle Ergebnisse	41
5.1 Messung der Korrelationsfunktion	41
5.2 Kinematische Intervalle	45
5.3 Extraktion der Radien	48
5.4 Analyse des β -Parameters der Korrelationsfunktion	52
5.5 Diskussion der Ergebnisse	56
6. Zusammenfassung	59
Anhang A	61
Anhang B	67
Literaturverzeichnis	79

1. Einleitung

In dem gegenwärtig geltenden physikalischen Weltbild denkt man sich die Materie aus kleinsten Teilchen aufgebaut und alle beobachtbaren Phänomene erklärbar aus deren Eigenschaften und Wechselwirkungen. Die Teilchen ordnet man nach den Wechselwirkungen, an denen sie teilnehmen, und nach ihren Eigenschaften. Man unterscheidet vier Wechselwirkungen : die Gravitation, die schwache, die starke sowie die elektromagnetische Wechselwirkung. Die Teilchen faßt man zusammen in Leptonen und Quarks. Zu den Leptonen gehören das Elektron, das Myon und das Tauon und jeweils ein Neutrino. Die Quarks lassen sich unterscheiden in up-, down-, charm-, strange-, bottom- und top-Quark. Zu allen angeführten Teilchen existiert jeweils ein Antiteilchen, beim Elektron beispielsweise das Positron. Leptonen können isoliert beobachtet werden, die Quarks jedoch fand man bisher nur in Quark-Antiquark Paaren, den Mesonen (zum Beispiel das Pion), und in Zuständen, in denen drei Quarkteilchen gebunden vorliegen, den Baryonen (zum Beispiel das Proton).

Die großen Erfolge der Quantenelektrodynamik, einer Theorie der elektromagnetischen Wechselwirkung, lassen diese zum Vorbild der Theorien der anderen Wechselwirkungen werden. So versucht man im Rahmen der Quantenchromodynamik die starke Kraft, die nur zwischen den Quarks wirkt, analog der elektromagnetischen Kraft zwischen geladenen Teilchen zu beschreiben. Dem Photon, das im elektromagnetischen Falle die Wechselwirkung vermittelt, entspricht hier das Gluon. Allerdings unterscheiden sich die beiden Theorien in einigen Aspekten erheblich, wo zum Beispiel das Photon selbst der elektromagnetischen Wechselwirkung nicht unterliegt, nimmt das Gluon an der starken teil, auch kennt man acht verschiedene Gluonen, hingegen nur eine Form des Photons.

Um das Wirken der starken Kräfte zu untersuchen, betrachtet man unter anderem das Verhalten heißer, dichter, stark wechselwirkender Materie, wie sie bei Stößen schwerer Ionen erzeugt wird. Mit hohen kinetischen Energien kollidieren in solchen Reaktionen Atomkerne und es entsteht ein Zustand höchster Energiedichte. Unter dem Druck, der in dem Reaktionsvolumen herrscht, erwartet man, daß die Quarks nicht mehr in gebundenen Zuständen vorliegen, sondern daß sie sich (quasi-)frei in einem Plasma aus Quarks und Gluonen bewegen. Es ist nun unmöglich, dieses Szenario direkt zu beobachten, die

räumlichen Ausmaße bewegen sich im Bereich von 10^{-15} Metern und die Lebensdauer beträgt einige 10^{-23} Sekunden. Man versucht daher, die Endprodukte der Reaktion zu vermessen und im Vergleich mit Modellen den Ablauf der Kollision zu rekonstruieren. Einen solchen Zustand der Materie, wie man ihn in Schwerionenreaktion künstlich herbeiführen will, erwartet man, im Inneren von Neutronensternen zu finden. Dort wird die Energiedichte durch den Gravitationsdruck so hoch, daß der Einschluß der Quarks in Hadronen aufbricht. Daneben geht man in einigen kosmologischen Modellen davon aus, daß in einer frühen Entwicklungsphase des Universums die Materie im Zustand eines Quark-Gluon-Plasmas vorgelegen hat. In diesem Fall verhindert eine extrem hohe Temperatur die Bindung der Quarks in Hadronen.

Wenn die Existenz einer Quark-Gluon-Plasma Phase in einer Kernreaktion experimentell bestätigt werden könnte, so wäre dies ein starkes Indiz dafür, daß mit der Quantenchromodynamik eine angemessene Beschreibung der starken Wechselwirkung gefunden ist. Besonderes Augenmerk legt man in den Experimenten daher auf solche Observablen, die einen Phasenübergang von einem Quark-Gluon-Plasma zurück in hadronische Materie anzeigen. Um diese Signaturen nachzuweisen, untersucht man beispielsweise das Verhältnis der Häufigkeiten verschiedener Quarks (insbesondere die Häufigkeit von strange-Quarks zu up- und down-Quarks). Eine andere Signatur besteht in der Unterdrückung der Produktion von J/ψ Mesonen [Won94]. Es ist jedoch nicht hinreichend, daß eine der prognostizierten Signaturen bestätigt wird, vielmehr müssen die Modelle die Häufigkeiten und Impulsverteilungen aller Teilchen nachvollziehen, um Aussagen über den Ablauf der gesamten Reaktion machen zu können.

Neben den Multiplizitäten der emittierten Teilchen und ihrer Verteilung im Impulsraum wird eine Schwerionenreaktion durch ihr raumzeitliches Verhalten charakterisiert. Während ersteres experimentell einfacher zugänglich ist, können Informationen über die Dynamik der Reaktion nur durch eine Korrelationsanalyse erhalten werden. In einer solchen Studie bestimmt man in enger Anlehnung an Modelle Größen wie die Ausdehnung des Reaktionsvolumens, die Lebens- bzw. Emissionsdauer des Systems und das Expansionsverhalten. Für eine Blei-Blei Kollision beträgt die transversale Ausdehnung des Reaktionsvolumens etwa 6 fm, die Emissionsdauer wurde zu 3-4 fm/c bestimmt. Die Quelle unterliegt einer boostinvarianten Expansion in longitudinaler Richtung, daraus läßt sich eine Lebensdauer des Systems von 7-9 fm/c ableiten [App97]. In der Analyse zeigten sich Hinweise auf eine transversale Expansion, was auch die Transversalimpulsspektren, die für schwere Hadronen Steigungsparameter von bis zu 400 MeV aufweisen, erklären könnte.

Mit diesem Wissen lassen sich wiederum die Modelle an die Realität anpassen. Auf diese Weise versucht man, verschiedene Stadien der Reaktion zu unterscheiden. Der Ablauf der gesamten Reaktion hängt wesentlich von den frühen Phasen der Reaktion ab. Bei ultrarelativistischen Energien durchdringen sich die beiden Kerne und bilden eine Zone stark wechselwirkender Materie aus. In dieser Phase der Reaktion könnte es zur Bildung eines Quark-Gluon-Plasmas kommen. Im weiteren Verlauf der Reaktion expandiert das System, die Energiedichte nimmt ab und die Quarks bilden wieder gebundene Systeme: hadronische Materie entsteht. In diesem (teil-)hadronischen System hören zuerst die inelastischen Wechselwirkungen auf, diesen Vorgang bezeichnet man als chemischen "freeze out". Damit ist die Häufigkeit, mit der man die verschiedenen Teilchen im Experiment bestimmt, festgelegt. Die produzierten Teilchen wechselwirken in einem

Hadronengas weiterhin miteinander bis die Dichte so gering ist, daß keine Impulsänderung durch elastische Streuprozesse mehr stattfindet, damit ist die Phasenraumverteilung der produzierten Teilchen festgelegt. Diesen Schritt bezeichnet man als thermischen "freeze out".

Aufgrund des hydrodynamischen Drucks, der zu Beginn der Reaktion aufgebaut wird, kommt es möglicherweise nicht nur in der durch die Anfangsimpulse bevorzugten longitudinalen Richtung zu einer Expansionsbewegung, sondern auch transversal zur Strahlachse. Für eine solche Annahme sprechen mehrere Indizien :

- die transversale Ausdehnung des expandierten Systems, die im Rahmen der Korrelationsanalyse bestimmt wird, ist größer als die, die man für die Überlappung der Kerne berechnen kann [App98],
- die Abhängigkeit des transversalen HBT-Radius-Parameters vom Transversalimpuls läßt sich analog dem longitudinalen Fall auf eine transversale Expansion zurückführen [App97].

Die direkte Messung der transversalen Expansionsbewegung in einer Schwerionenreaktion bei hohen Einschußenergien ist das Thema dieser Arbeit. Durch die Modifikation eines HBT-Formalismus, der er sich schon bei der Bestimmung der longitudinalen Expansion bewährt hat, wird die transversale Geschwindigkeit in einem Blei-Blei Ereignis analysiert. Das Geschwindigkeitsfeld, das der Expansion zugrundeliegt, wurde an einigen Punkten vermessen. Als Resultat kann beispielsweise ein statisches Quellverhalten in transversaler Richtung ausgeschlossen werden.

In der vorliegenden Arbeit ist zunächst das Experiment beschrieben, in welchem die Daten gemessen wurden, deren Analyse vorgestellt wird. Dann werden die Grundlagen der Teilcheninterferometrie, soweit sie für das Verständnis des Formalismus notwendig sind, dargelegt. Dem folgt eine Beschreibung des Formalismus und schließlich die Ergebnisse der Analyse. Zum Schluß werden die Meßergebnisse mit einer indirekten Methode, den transversalen Fluß zu bestimmen, verglichen.

2. Das NA49-Experiment am CERN

2.1 Der Aufbau des NA49-Experimentes

In den Beschleunigeranlagen des europäischen Kernforschungszentrums CERN in Genf werden Bleiionen auf eine kinetische Energie von 158 GeV pro Nukleon beschleunigt. Diesen Strahl nutzt man in verschiedenen Experimentaufbauten, um Kollisionen schwerer Ionen unter unterschiedlichen Aspekten zu studieren. Das NA49-Experiment ist so konzipiert, daß die Identität und der Impuls nahezu aller geladenen Hadronen, die bei einem zentralen Blei-Blei Stoß entstehen, nachgewiesen werden. Bei einem solchen Ereignis wird eine Energie von $\sqrt{s} \approx 17 \text{ GeV}$ pro Nukleonpaar erreicht, die sich in der Produktion von ca. 1800 geladenen Teilchen zeigt.

Das NA49-Experiment besteht im wesentlichen aus vier großvolumigen Spurendriftkammern (Time Projection Chamber, TPC), vier Flugzeitwänden (Time of Flight, TOF) und zwei Kalorimetern. Die Anordnung der Detektoren ist in Abbildung 2.1 skizziert.

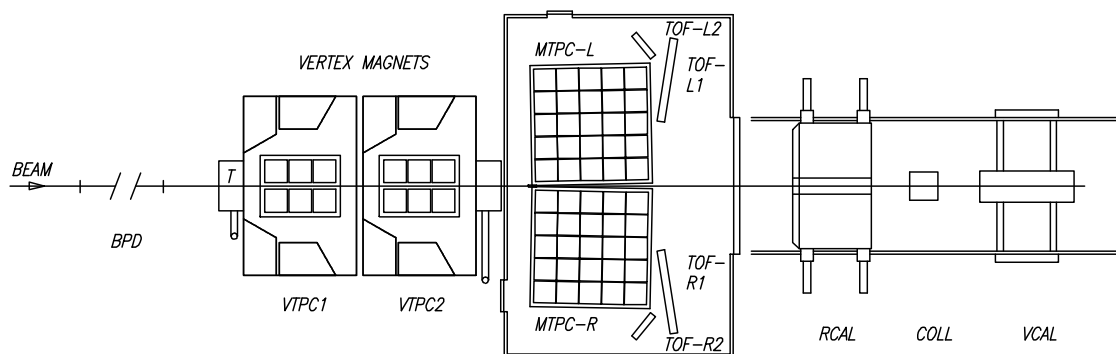


Abbildung 2.1

Anordnung der Detektoren im NA49-Experiment.

Die Spurendriftkammern ermöglichen die Rekonstruktion der Trajektorien der emittierten geladenen Teilchen und liefern durch die Messung deren spezifischer Ionisation einen Anhaltspunkt für ihre Identität. Zwei der Kammern, die Vertex-TPC1 (VTPC1) und die Vertex-TPC2 (VTPC2), stehen in einem Magnetfeld, so daß aus der Krümmung der Trajektorie eines geladenen Teilchens im Magnetfeld dessen Impuls und das Vorzeichen der Ladung direkt bestimmt werden können. Die Main-TPCs werden von den Teilchen geradlinig durchquert. Unter der Annahme, daß das Teilchen vom Hauptvertex stammt, ist die Kenntnis des Magnetfeldes jedoch hinreichend, um den Teilchen eindeutig einen Impuls zuzuordnen.

Die Flugzeitwände dienen dazu, die Identität der Teilchen zu bestimmen. Sie registrieren den Zeitpunkt und den Ort, an dem die Teilchen auftreffen. Verknüpft man diese Information mit dem aus den TPCs gewonnenen Wissen über die Flugbahn des Teilchens im Magnetfeld, kann aus dem Impuls und der Flugzeit dessen Masse errechnet werden. Die hohe Zeitauflösung dieser Detektoren, die im Bereich von $\sigma_{TOF} = 60 ps$ liegt, ermöglicht es, die geringen Flugzeitunterschiede verschieden schwerer Teilchen zu messen [Eck96]. Die geringere Akzeptanz dieser Detektoren erlaubt es jedoch nicht, alle in den Driftkammern beobachteten Teilchen auch hier nachzuweisen.

Das Vetokalorimeter dient zur Selektion zentraler Ereignisse. Es mißt die Gesamtenergie aller Teilchen, deren Winkel zwischen Trajektorie und Strahlachse 0.3° nicht überschreitet. Dieser Trigger ist im Standardbetrieb so justiert, daß nur die zentralsten Ereignisse aufgezeichnet werden. Als entscheidendes Kriterium darf das Vetokalorimeter nicht mehr als 7 TeV registrieren, das entspricht etwa 4% des totalen inelastischen Wirkungsquerschnittes [Mar95].

Bei voller Einsatzfähigkeit aller Komponenten ist das Detektorensystem somit in der Lage, zentrale Ereignisse zu selektieren und den Impuls sowie die Identität fast aller geladenen Reaktionsprodukte zu bestimmen. Außerdem können neutrale Teilchen, wie beispielsweise das K_S^0 , das Λ oder das $\bar{\Lambda}$, dann nachgewiesen werden, wenn sie in geladene Teilchen zerfallen, die innerhalb der Akzeptanz der Detektoren liegen.

Die Informationen, die die Detektoren liefern, werden digitalisiert, zwischengespeichert und auf ein Magnetband geschrieben, um später "offline" analysiert zu werden. Pro zentralem Blei-Blei Ereignis müssen so etwa 10 MB Daten aufgezeichnet werden; das Schreiben der Daten auf ein Magnetband kann maximal mit 16 MB pro Sekunde erfolgen, damit ist eine Rate von ein bis zwei Ereignissen je Sekunde vorgegeben.

Um dies zu gewährleisten, muß - bei gegrenzter Strahlintensität - die Dicke des Targets ein gewisses Minimum überschreiten. Andererseits darf die Massenbelegung des Targets nicht zu groß werden, weil dann die Vielfachstreuung im Target zu einer erheblichen Verschlechterung der Impulsauflösung führt. Bei etwa 10^5 Bleiionen, die der Beschleuniger pro Spill - das entspricht etwa fünf Sekunden - an das NA49-Experiment liefern kann, führten diese Überlegungen dazu, daß ein Bleitarget mit einer Massenbelegung von 224 mg/cm^2 verwendet wurde.

In den Strahlzeiten 1994, 1995 und 1996 wurden insgesamt bereits über 1.5 Millionen Ereignisse aufgezeichnet. Die Ergebnisse dieser Arbeit basieren aber nur auf etwa 40.000 Ereignissen aus der Strahlzeit 1994. Dieser Datensatz wurde bereits in [App97] analysiert, wesentliche Teile der Untersuchung, die hier vorgestellt wird, beruhen auf der

Vorarbeit, die dort geleistet wurde. Im Folgenden wird nur die Spurendriftkammer als Detektortyp näher vorgestellt, da die in dieser Arbeit analysierten Daten ausschließlich in der Vertex-TPC2 aufgezeichnet wurden.

2.2 Arbeitsweise der Spurendriftkammern

Spurendriftkammern bestehen hauptsächlich aus einem abgeschlossenen Gasvolumen, das in einem homogenen elektrischen Driftfeld liegt, und einer Ausleseebene. Wenn ein geladenes Teilchen das Zählgas durchquert, erzeugt es entlang seiner Bahn aus den Atomen des Gases durch elektromagnetische Wechselwirkung Elektron-Ion Paare.

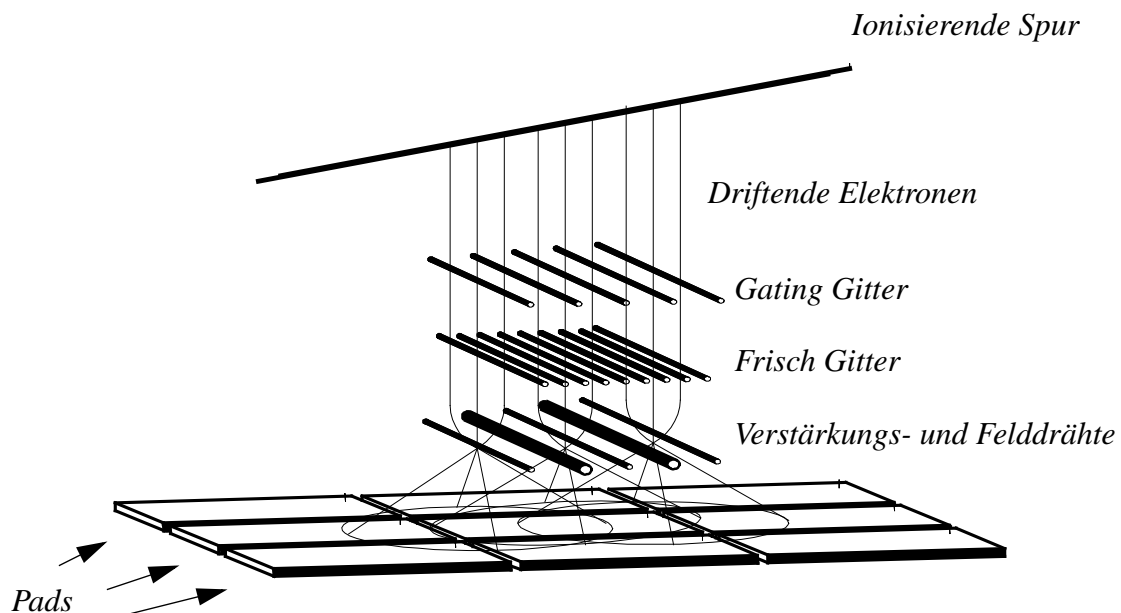


Abbildung 2.2

Schematische Darstellung der Funktionsweise einer Spurendriftkammer: Beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch eine TPC werden durch Coulombwechselwirkung mit dem Kammergas Elektronen freigesetzt, die in einem elektrischen Feld auf die Ausleseebene zudriften. Bei einem gültigen Triggersignal passieren die Elektronen das Gating Gitter; ein inhomogenes Feld zwischen den beiden anderen Drahtebenen führt durch Sekundärionisationen zu einer Verstärkung des Signals, das als induzierte Spannung auf den Pads gemessen wird [Gün93].

Durch das anliegende elektrische Feld werden die Elektronen und die Ionen in entgegengesetzte Richtungen beschleunigt. Die Ionen werden an der Kathode absorbiert, die

Elektronen driften auf die Ausleseebene zu und erzeugen dort durch weitere Reaktionen mit dem Kammergas eine Elektronenwolke.

Das Abfließen der Wolke auf den Verstärkungsdrähten und die somit verbleibende Raumladung verursacht die Induktion eines Signals auf der Padebene. Dieses wird elektronisch aufbereitet und schließlich in digitaler Form zu einem Speichermedium weitergeleitet. Aus diesen Rohdaten werden in einer späteren Prozedur die Ionisationspunkte berechnet, welche die Grundlage der Spurrekonstruktion bilden. Schematisch ist die Funktionsweise einer Spurendriftkammer in Abbildung 2.2 dargestellt.

Die Ausleseebene ist in eine Vielzahl von Segmenten (Pads) unterteilt; dies erlaubt die Bestimmung des Ortes, an dem die Elektronenwolke ein Signal verursacht. In Kombination mit dieser Information ermöglichen die Kenntnis der Driftgeschwindigkeit und der Driftzeit die Bestimmung des Ionisationspunktes. Außerdem läßt sich aus der Größe der induzierten Gesamtladung die Energie errechnen, die das Teilchen bei der Ionisation verloren hat. Diese Information kann zur Bestimmung der Identität des Teilchens genutzt werden.

Über der Ebene, in der die Pads liegen, befinden sich, wie in Abbildung 2.2 angedeutet, drei Drahtgitter. Das Gating Gitter läßt die Elektronen passieren, wenn ein gültiges Triggersignal vorliegt. In einem starken inhomogenen Feld um die Verstärkungsdrähte, das durch das Frischgitter und die Felddrähte geformt wird, werden die Elektronen beschleunigt und erzeugen durch Kollisionen mit dem Kammergas eine große Zahl Elektron-Ion Paare: dieser Lawineneffekt wird zur Signalverstärkung ausgenutzt. Die im Vergleich zu den Ionen leichten Elektronen werden von den Verstärkungsdrähten schnell aufgenommen und die verbleibenden Ionen induzieren schließlich in den Pads eine Spannung, die von der Ausleseelektronik aufgenommen wird.

Die Unsicherheit in der Bestimmung des Ionisationspunktes führt bei der Rekonstruktion der Spuren zu Fehlern; da die Krümmung der Spuren zur Impulsbestimmung benutzt wird, zeigt sich die Güte der Detektoren und der Spurrekonstruktion letzten Endes in der Auflösung des Teilchenimpulses. Für die Vertex-TPCs ist die relative Impulsauflösung $\frac{\Delta p}{p}$ im betrachteten Impulsbereich ($2 < p < 12 GeV$) kleiner als $3 \cdot 10^{-3}$.

Der Fehler bei der Lokalisierung der Ionisationspunkte und die daraus resultierende begrenzte Impulsauflösung hat verschiedene Ursachen :

- Die Vertex-TPCs befinden sich in einem Magnetfeld, um den Impuls der geladenen Teilchen zu bestimmen. Das elektrische Driftfeld und das Magnetfeld sollten im Idealfall homogen und parallel zueinander ausgerichtet sein. Ist dies nicht der Fall, folgt die driftende Elektronenwolke einer komplizierten Trajektorie. Bis zu einem gewissen Grad können die Fehler, die durch diesen sogenannten “ExB Effekt” entstehen, bestimmt und korrigiert werden. Dazu mißt man zunächst die Feldstärke sowohl des magnetischen als auch des elektrischen Feldes an verschiedenen Punkten innerhalb des Driftvolumens. Dann berechnet man die Auswirkungen der Felder auf die Elektronenwolke, wenn sie auf die Ausleseebene zudriftet. Daraus entwickelt man dann eine Korrektur, die durch ein Lasersystem überprüft wird. Dies geschieht, indem man einen Laserstrahl, dessen Position im Raum bekannt ist, als ionisierende Spur benutzt.

Aus der Abweichungen der gemessenen und korrigierten Spur von einer Geraden bestimmt man schließlich die Qualität der Korrektur. Die Durchführung dieses Verfahrens ist in [Hüm97] beschrieben.

- Die analogen Signale, die an den einzelnen Segmenten der Ausleseebene anliegen, werden verstärkt und digitalisiert, so daß sie an ein digitales Speichermedium weitergeleitet werden können. Da sich die elektronischen Bauteile, die diese Umformung ausführen, geringfügig unterscheiden, zeigen sich leichte Abweichungen in der Signalverarbeitung von Pad zu Pad. So liefert das gleiche induzierte Signal, abhängig vom Pad und der zugehörigen Ausleseelektronik, leicht verschiedene digitale Informationen. Durch eine Kalibration der Elektronik wird dieser Fehler vernachlässigbar [Bau97].
- Das Driftverhalten der Elektronenwolken im Meßgas hängt stark von dessen Temperatur, Druck und Zusammensetzung ab. Die genaue Kenntnis der Driftgeschwindigkeit ist unerlässlich für die Bestimmung der Raumkoordinaten der Ionisation. Bereits Fehler im Bereich von einem Prozent führen zu systematischen Fehlern in der Impulsbestimmung, was eine merkliche Änderung der Teilchenspektren bewirkt. Die Driftgeschwindigkeit kann zum Beispiel mittels speziell angefertigter Driftgeschwindigkeitsmonitore ermittelt werden, dieses Verfahren wird in [Mar95a] vorgestellt.
- Die TPCs sind derart aufgebaut, daß Spuren, die in einem ausgezeichneten Winkel zur TPC liegen, optimal vermessen werden. Dieser wird durch die Häufigkeit festgelegt, mit der man Spuren eines bestimmten Winkels erwartet. Wenn aber eine Spur aus einem Zerfall oder von einem Teilchen mit relativ hohem Transversalimpuls stammt, liegt die Spur unter einem anderem Winkel als die Padausrichtung im Detektor. Unter diesen Umständen kann der Ladungsschwerpunkt der Elektronenwolken nicht exakt bestimmt werden. Damit verringert aber die Auflösung mit der der Impuls dieses Teilchens bestimmt werden kann. Die Spuren, die zur Analyse zugelassen werden, müssen daher eine Anzahl von Qualitätskriterien erfüllen, um zu garantieren, daß die Auflösung nicht zu schlecht wird und daß die Nachweiseffizienz auf einem hohen Niveau stabil bleibt.

Die Ausleseelektronik der Spurendriftkammer liefert nicht nur genügend Informationen, um den Ort der Ionisation zu bestimmen, sondern auch den Energieverlust, den das Teilchen beim Ionisationsprozess erlitten hat. Dieser ist proportional der Gesamtladung der Elektronenwolke und damit der Höhe des induzierten Signals. Es besteht nun ein Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit v des Teilchens und dem Energieverlust pro Wegstück dE/dx , den das Teilchen durch Coulombwechselwirkungen mit dem umgebenden Medium erleidet. Diese Abhängigkeit ist in der Bethe-Bloch Formel quantifiziert :

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi N z^2 e^4 Z}{m_e v^2 A} \left(\ln \left(\frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)} \right) - \beta^2 - \delta(\beta) - K \right) \quad 2.1$$

wobei m_e die Elektronmasse, N die Avogadrokonstante, $\beta = v/c$ die Geschwindigkeit relativ zur Lichtgeschwindigkeit c , z die Ladung des durchgehenden Teilchens sowie Z und A jeweils die Kernladungs- und Massenzahl der Atome des durchstrahlten Mediums bedeuten. I bezeichnet das Ionisationspotential des Gasmediums, K die Schalenkorrektur für Teilchengeschwindigkeiten in der Größenordnung der Umlaufgeschwindigkeiten der atomaren Elektronen und $\delta(\beta)$ die Dichte-Korrektur, die Effekte ausgleicht, die bei relativistischen Geschwindigkeiten durch Feldverzerrungen auftreten.

Durch die Messung des Energieverlustes wird mit Gleichung 2.1 die Geschwindigkeit v des Teilchens bestimmt. Dann kann bei gegebenem Impuls seine Masse und damit die Identität berechnet werden. Abbildung 2.3 zeigt die Abhängigkeit zwischen Impuls und spezifischer Ionisation für verschiedene Teilchensorten.

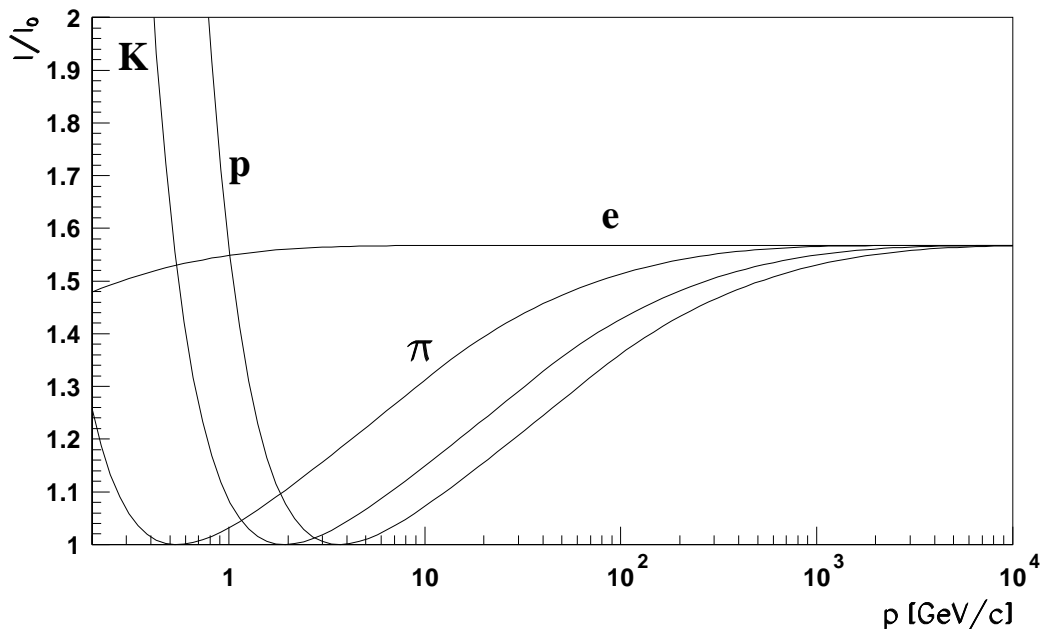


Abbildung 2.3

Spezifische Ionisation für Kaonen, Protonen, Pionen und Elektronen, normiert auf die minimale Ionisation I_0 [Gün93].

Für die Analyse, die in dieser Arbeit vorgestellt wird, wäre es hilfreich gewesen, die Pionen zu identifizieren. Es hat sich aber gezeigt, daß diese Methode der Teilchenidentifikation in den Vertex-TPCs allenfalls dazu genutzt werden kann, die Elektronen von den restlichen Teilchen zu unterscheiden [Ber98][Las97]. So werden alle detektierten Teilchen als Pionen angesehen, wobei etwa 85 % aller produzierten Teilchen tatsächlich Pionen sind. Damit betrachtet man eine Blei-Blei Reaktion als reine Pionenquelle, diese Vereinfachung scheint für die hier durchgeführte Analyse angemessen. Die Auswirkungen einer fehlenden Teilchenidentifikation auf die Teilcheninterferometrie wurden in [Las97] untersucht.

2.3 Die Vertex-TPC2

Die Daten, deren Analyse hier vorgestellt wird, wurden in der Strahlzeit im Herbst 1994 in der Vertex-TPC2 gewonnen. Die Bedingungen, unter denen in dieser Strahlzeit der Detektor betrieben wurde, und eine genauere Beschreibung seines Aufbaus werden in diesem Abschnitt gegeben.

Im Folgenden werden sich Richtungsangaben immer auf das NA49-Koordinatensystem beziehen, der Ursprung fällt dabei mit dem Mittelpunkt der Vertex-TPC2 zusammen, die z -Achse wird parallel zum Strahl gewählt, die y -Achse parallel zum Driftfeld und die x -Achse senkrecht zu beiden (siehe Abb. 2.4).

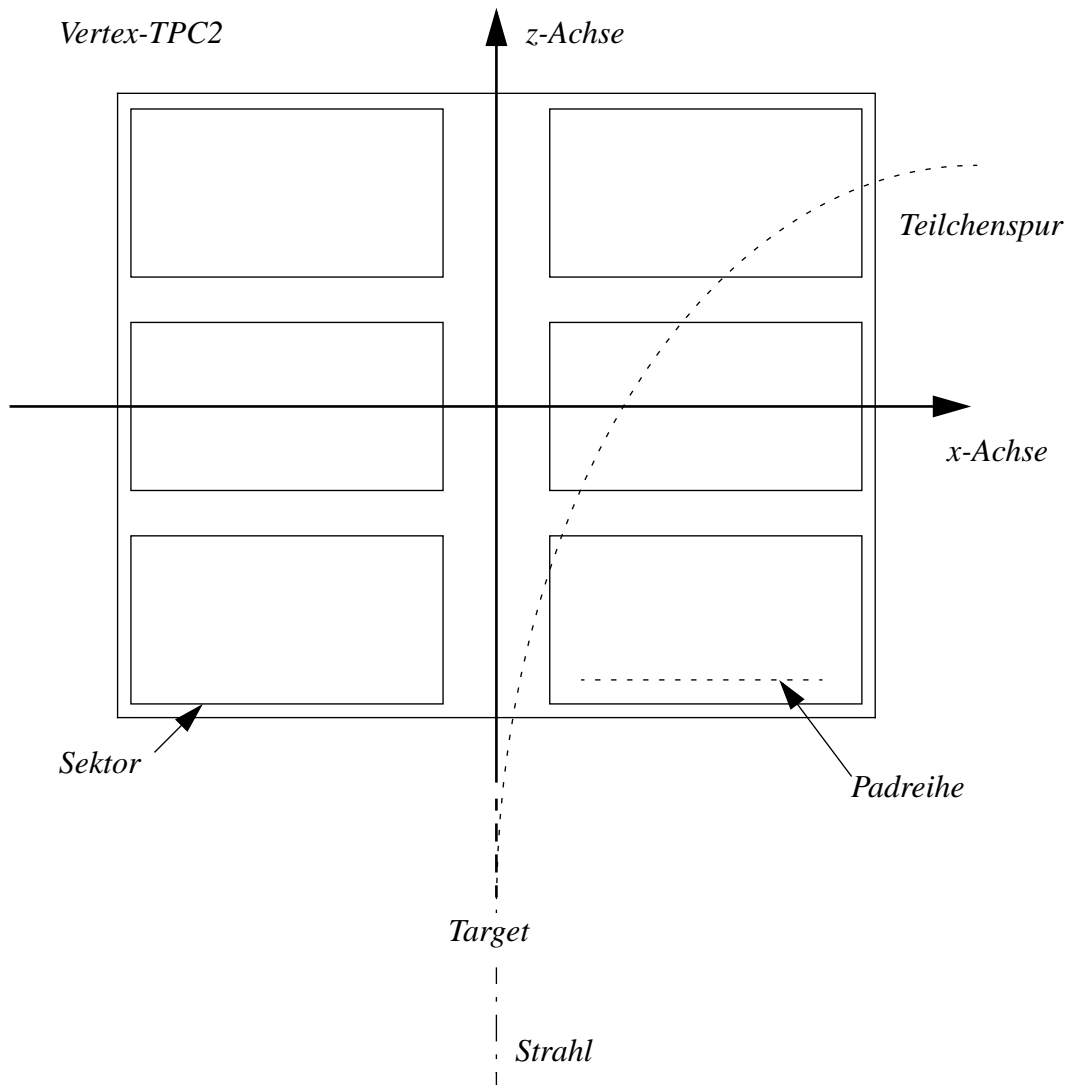


Abbildung 2.4
Die Vertex-TPC2 im NA-49 Koordinatensystem.

Die Ausmaße des Detektors betragen 2.1 m in Richtung des Strahls (z-Richtung), 0.65 m in Richtung des Driftfeldes (y-Richtung) und 1.6 m in der Breite (x-Richtung). Die Pads sind auf einer Fläche von $2.1 \times 1.6 \text{ m}^2$ in 6 Sektoren mit jeweils 24 Reihen eingeteilt, wobei jede Reihe 192 Pads umfaßt, das heißt, insgesamt müssen 27468 Kanäle ausgelesen werden. Die Fläche der einzelnen Pads beträgt $2.97 \times 27.5 \text{ mm}^2$.

Als Stärke des Driftfeldes wurden 195 V/cm gewählt, was bei dem gewählten Kammergas zu einer Driftgeschwindigkeit von $1.3 \text{ cm}/\mu\text{s}$ führt. Das heißt, bei einer maximalen Driftlänge von 65 cm hat der Detektor eine Auslesezeit von 50 μs .

Die Driftzeit, also die Zeit zwischen der Ionisation und der Induktion eines Signals auf der Ausleseebene, wird bestimmt, indem nach einem Triggersignal jeder Kanal 512 mal jeweils 100 ns lang ausgelesen wird. Durch diese Zeitfenster wird die Höhe des Detektors in Abschnitte von jeweils etwa 1.3 mm aufgeteilt. Eine auftreffende Elektronenwolke bewirkt in einer zusammenhängenden Folge von Zeitfenstern (durchschnittlich etwa 7) einen Eintrag. Damit wird das Aussehen der Elektronenwolke in Driftrichtung digital abgebildet und dem Ladungsschwerpunkt der Wolke eine Driftzeit zugeordnet. Als Zählgas wählte man eine Mischung aus Ne (91%) und CO_2 (9 %). Diese Gas Mischung führt bei der angelegten Driftspannung zu der gewünschten Driftgeschwindigkeit und zeigt auch ein optimales Diffusionsverhalten [App97][Mar95a][Gün98].

Da in der Strahlzeit 1994 lediglich die VTPC2 und die MTPCL als Spurendriftkammern betriebsbereit waren, wurde das Magnetfeld in zwei unterschiedlichen Konfigurationen betrieben, um einen größeren Akzeptanzbereich abzudecken. In der "Niedrigfeld"-konfiguration betrug die Magnetfeldstärke des Vertex1-Magneten 3 kG und die des Vertex2-Magneten 15 kG, in der "Standardfeld"-konfiguration 15 kG (VTPC1) und 11 kG (VTPC2). Es werden 25325 Niedrigfeldereignisse und 17949 Standardfeldereignisse in dieser Arbeit analysiert.

3. Rekonstruktion der Teilchenspuren

3.1 Methoden zur Spurrekonstruktion

Die Spurendriftkammern liefern zunächst nur die Koordinaten der Spurpunkte (Ionisationspunkte), die ein geladenes Teilchen beim Durchgang durch den Detektor verursacht. Die Rekonstruktion der Teilchenbahn aus den einzelnen Ionisationspunkten erfolgt durch verschiedene Spurfindealgorithmen. Dabei verfolgte man bei der Rekonstruktion der Ereignisse, auf deren Analyse die Ergebnisse dieser Arbeit beruhen, zwei sich ergänzende Methoden, um möglichst alle Spuren zu finden.

Einer dieser Algorithmen nutzt eine Transformation der Rohdaten in einen passenden Parameterraum, wo ein Vergleich mit möglichen Spuren (*templates*) stattfindet [Fuc95]. Die durch Ionisationen erzeugten Ladungen entlang einer solchen Modellspur werden in diesem Raum aufaddiert und liefern im Falle, daß eine echte Spur in der Nähe einer Modellspur liegt, ein deutliches Signal. Man nutzt also hier das Wissen um das mögliche Aussehen der Teilchenbahn aus, um aus den Rohdaten direkt Spuren herauszufiltern.

Eine alternative Methode, um die Spuren zu rekonstruieren, geht zunächst von der Bestimmung der Ionisationspunkte (Cluster) aus. Man untersucht dann die nächste Nachbarschaft dieser Cluster, ob sich weitere Ionisationspunkte dort finden; dabei beschränkt man die Suche auf Bereiche, die im Falle, daß der Cluster tatsächlich zu einer Spur gehört, wahrscheinlich Einträge aufweisen. Man extrapoliert also bereits gefundene Spurabschnitte und sucht um diese Extrapolation nach weiteren Punkten. So ergeben sich schließlich "Ketten" von Ionisationspunkten, die als Teilchenspuren interpretiert werden. Diese Methode wird als "Spurverfolgen" bezeichnet, die andere als "Transformations-Tracking".

Der zuerst beschriebene Algorithmus liefert gute Resultate in Zonen, in denen die Spuren dicht nebeneinander liegen. Er ist andererseits aber nicht in der Lage, beispielsweise Zerfallsspuren aufzufinden, weil dazu bliebig viele Modellspuren überprüft werden müßten. Die Resultate, die diese Methode liefern kann, hängen stark davon ab, wieviele Modellspuren man vorgibt : eine größere Anzahl von Modellen bedeutet jedoch auch eine längere Rechenzeit.

Der Spurverfolger hingegen findet auch Zerfallsspuren und arbeitet sehr effizient in Zonen geringer Spurdichte; liegen die Spuren allerdings zu eng, so überlappen die Cluster und die Spuren werden nicht mehr klar getrennt. Ein weiteres Problem dieser Methode besteht darin, daß die Spuren oft nicht als ganzes erkannt werden, sondern als verschiedene hintereinander liegende Spurstücke.

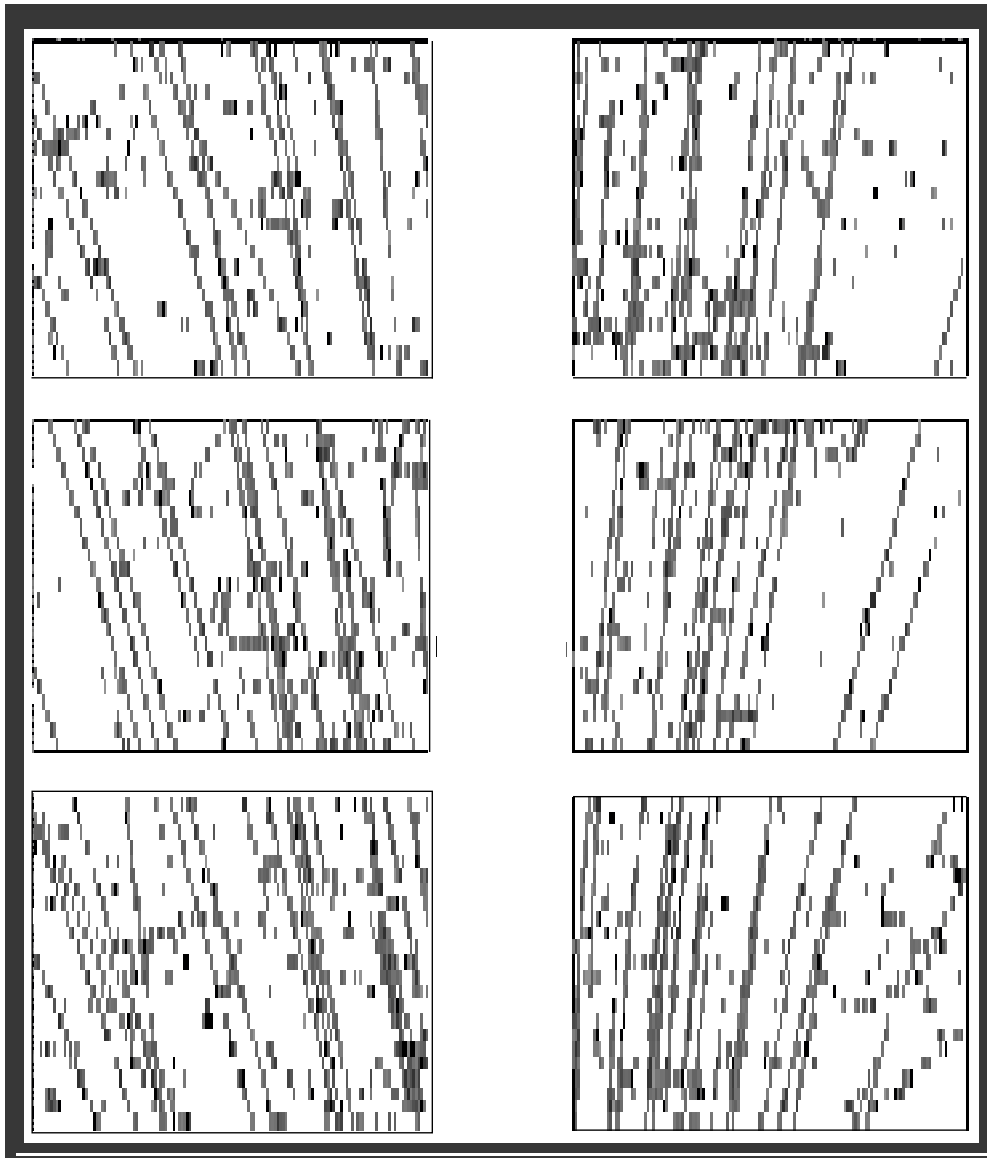


Abbildung 3.1
Projektion eines Rohdatenbildes; in der Driftrichtung wurde in dieser
Darstellung über einen Abschnitt von ca. 2 cm integriert.

Um die Vorteile beider Ansätze zu nutzen, verbindet man in der Rekonstruktionskette die zwei Programme. Zunächst wendet man den Transformationstracker (TRANS) an und markiert die Cluster der Spuren, die erkannt werden. Die verbleibenden Cluster versucht man mit dem Spurverfolger (PATREC) zu Trajektorien zu verbinden.

Bevor den Spuren ein Impuls zugeordnet wird, müssen die Raumpunkte in einer aufwendigen Prozedur auf Verzerrungen korrigiert werden, die aus den Inhomogenitäten der Felder und den technischen Eigenheiten des Detektors (beispielsweise Signallaufzeiten oder minimale Verschiebungen in der Geometrie) resultieren.

3.2 Rekonstruktionseffizienz

Das Verhältnis der gefundenen Spuren zu den tatsächlich vorhandenen bezeichnet die Effizienz der Spurrekonstruktion. Man versucht diese zu bestimmen, indem man in die Rohdaten eines aufgezeichneten Ereignisses zusätzlich eine bestimmte Anzahl Spuren geeignet implantiert und nach der Rekonstruktion des gesamten Ereignisses kontrolliert, wieviele der Spuren wiedergefunden werden.

Um diesen Vergleich möglichst aussagekräftig zu machen, ist es notwendig, daß die künstlich erzeugten Spuren den echten weitestgehend ähnlich sind; dazu ist ein genaues Verständnis des Detektionsprozesses notwendig. So wird zunächst die Form der Cluster in ihrer Abhängigkeit von der Driftlänge, von dem Winkel, den die zugehörige Spur mit den Pads bildet, und dem Winkel, den sie mit den Verstärkungsröhren bildet, untersucht. Nachdem das Aussehen der Cluster auch bei verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen durch eine Parametrisierung beschrieben werden kann, generiert man zunächst Teilchen mit einem realistischen Impuls. Diesen ordnet man eine entsprechende Spur aus Ionisationspunkten im Detektor zu. Die künstlichen Cluster, welche die Information über die Ionisationspunkte tragen, werden nun den realen Clustern entsprechend parametrisiert und ihre Position den Verzerrungskorrekturen gemäß, das heißt ihnen gegenläufig, verschoben. Dieses präparierte Ereignis wird nun mit derselben Analyseketten wie die echten Ereignisse auf Spuren hin untersucht.

Die Ergebnisse dieser Effizienzbestimmung für Teilchen aus verschiedenen Transversalimpuls- und Rapiditätsbereichen zeigen, daß die Spuren zu etwa 80% wiedergefunden werden [App97].

Die Effizienz der Rekonstruktionskette ist allerdings für die Teilcheninterferometrie nur insofern wichtig, als Teilchen aus kinematischen Bereichen ausgewählt werden, in denen die Effizienz stabil ist. Prinzipiell führt aber eine schlechte Rekonstruktionseffizienz bei der Teilcheninterferometrie nur zu einem größeren statistischen Fehler, da im wesentlichen die Form von Paarimpulsverteilungen verglichen wird; im Gegensatz zu Einteilchenspektren beispielsweise, bei denen eine Effizienzkorrektur notwendig ist, um die tatsächlichen Teilchenmultiplizitäten angeben zu können.

3.3 Orts- und Impulsauflösung

Die Qualität des Detektors spiegelt sich letzten Endes in der Auflösung, mit welcher der Impuls der Teilchen bestimmt wird. Die Güte dieser Impulsbestimmung ist zunächst begrenzt durch die Genauigkeit, mit der die Ionisationspunkte im Raum bestimmt werden. Daneben muß man die Änderungen des Impulsvektors beachten, die die Teilchen bei Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial erfahren. Diesen Effekt bezeichnet man als Vielfachstreuung.

Der Fehler δ in der Ortsbestimmung der Ionisationspunkte wird durch die Berechnung des Abstandes der gemessenen Punkte von der zugehörigen - an alle gemessene Punkte angepaßten - Spur angegeben. Er läßt sich in Abhängigkeit von der Driftlänge y des Clusters und dem Winkel β , den die Teilchenspur mit den Pads bildet, für verschiedene Magnetfeldkonfigurationen wie folgt angeben:

Niedrigfeld :

$$\begin{aligned}\delta_x^2 &= 3.9 \cdot 10^{-3} - 2.1 \cdot 10^5 \cdot y + 8.85 \cdot 10^{-2} \cdot \tan^2 \beta \text{ (}[cm^2]\text{)}, \\ \delta_y^2 &= 3.6 \cdot 10^{-3} - 2.4 \cdot 10^{-5} \cdot y \text{ [}cm^2\text{]}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Standardfeld :

$$\begin{aligned}\delta_x^2 &= 4.2 \cdot 10^{-3} - 3.1 \cdot 10^5 \cdot y + 1.17 \cdot 10^{-2} \cdot \tan^2 \beta \text{ [}cm^2\text{]}, \\ \delta_y^2 &= 3.8 \cdot 10^{-3} - 3.3 \cdot 10^{-5} \cdot y \text{ [}cm^2\text{]}.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Da $\tan \beta$ den Wert 0.3 nicht überschreitet und die Driftlänge y nicht größer als 65 cm werden kann, bleibt der Fehler immer kleiner als 1.5 mm in x-Richtung und 0.7 mm in y-Richtung.

Die Impulsauflösung kann bestimmt werden, indem man zunächst Teilchen mit einem bekannten Impuls generiert und dann den gesamten Detektionsprozess simuliert. Die Differenz zwischen dem ursprünglichen Impuls und dem, den man in der Simulation "mißt", betrachtet man als Güte der Impulsauflösung. In die Simulation fließen neben der Ortsauflösung der Kammer auch die Geometrie des Detektors und die Eigenschaften des Detektormaterials ein. Die letzten beiden Punkte sind notwendig, um die Vielfachstreuung angemessen zu berücksichtigen.

Einen weiteren Anhaltspunkt für die Güte der Impulsbestimmung gibt der Fehler, der beim Anpassen eines Spurmodells an die Kette aus Ionisationspunkten auftritt. Die Sicherheit, mit welcher der Impuls zugeordnet wird, entspricht direkt der Genauigkeit, mit welcher der Verlauf der Spur im Magnetfeld angegeben werden kann.

Die relative Impulsauflösung $\Delta p/p$, die durch Mehrfachstreuung verursacht wird, ist unabhängig vom Impuls p . Die Qualität der Bestimmung der Krümmung nimmt hingegen mit steigendem Impuls ab. Der Zusammenhang zwischen der relativen Impulsauflösung und Teilchenimpuls ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß der relative Fehler bei der Impulsbestimmung nicht größer als 4 ‰ wird und

daß beide Methoden, eine Aussage über die Impulsauflösung zu machen, ähnliche Resultate liefern. Als Folge der begrenzten Impulsauflösung wählt man die Größe der Intervalle, in denen bei der Konstruktion der Korrelationsfunktion das Verhältnis zwischen Signalverteilung und Untergrund gebildet wird, zu 10 MeV.

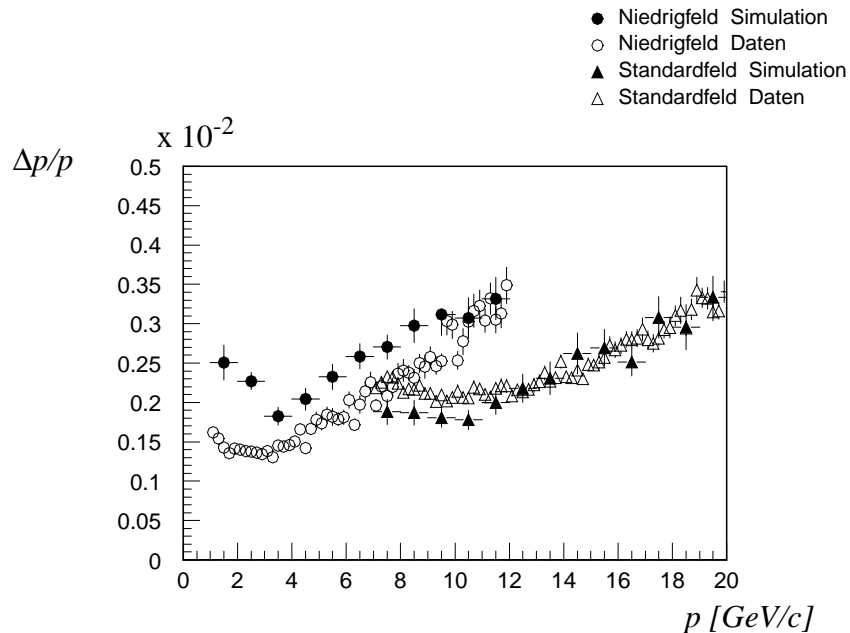


Abbildung 3.2
Die relative Impulsauflösung als Funktion des Teilchenimpulses [App97].

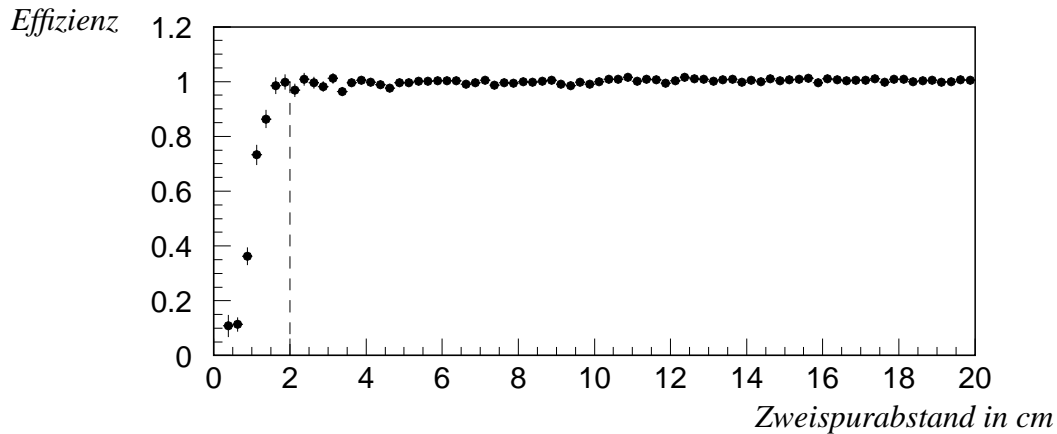
3.4 Zweispurtrennung

Die Teilcheninterferometrie beruht auf der Analyse der Verteilungen von Teilchenpaaren, deren Impulsdifferenz gering ist. Wenn aber zwei Spuren nur einen kleinen Unterschied in ihren Impulsen aufweisen, so ist zu erwarten, daß sie auch im Detektor dicht beieinander gefunden werden. Wird aber der Abstand zweier Spuren zu klein, so überlappen die Cluster, und die Spuren können unter Umständen nicht richtig rekonstruiert werden. Damit entsteht die Notwendigkeit zu untersuchen, wie nahe zwei Spuren im Ortsraum liegen dürfen, um korrekt detektiert zu werden, und welchen Einfluß die begrenzte Zweispurtrennung auf die Paarimpulsverteilung ausübt.

Dazu definiert man zunächst den Spurabstand als das Mittel der Abstände der Durchstoßpunkte zweier Spuren in drei verschiedenen Ebenen, die senkrecht zur Strahlachse ausgerichtet sind. Dann berechnet man den Spurabstand für Spurpaare, bei denen die Spuren aus demselben Ereignis stammen, und für solche Paare, die aus Spuren verschiedener Ereignisse kombiniert sind. Bildet man nun das Verhältnis dieser Verteilungen, so bleibt dieses für größere Abstände konstant. Bei kleineren Abständen führt die

endliche Zweispurtrennung dazu, daß verhältnismäßig weniger Paare gefunden werden, die sich aus Spuren eines Ereignisses zusammensetzen. In Abbildung 3.3 ist das Ergebnis dieser Analyse dargestellt.

Man erkennt, daß bei Abständen größer als 2 cm das Verhältnis konstant ist, es macht keinen Unterschied mehr, ob das Paar der endlichen Zweispurtrennung unterliegt, oder ob die Spuren unabhängig in zwei verschiedenen Ereignissen aufgenommen wurden.



*Abbildung 3.3
Die Trenneffizienz zweier benachbarter Spuren in Abhängigkeit vom Zweispurabstand [App97].*

Bei der Auswahl der Paare, die später zur Analyse zugelassen werden, fordert man einen Spurabstand größer als 2 cm. Damit verliert man einen Teil der interessanten Paare, was allerdings auf den Verlauf der Korrelationsfunktion keinen Einfluß hat. Diese bildet das Verhältnis aus einer Signalverteilung und einer Referenzverteilung: wenn man aber in beiden denselben Mindestabstand fordert, so ändert das am Verhältnis nichts, lediglich der statistische Fehler wird größer. Die Forderung, daß der Spurabstand mehr als 2 cm beträgt führt allerdings dazu, daß nur 40 % der Paare mit einer Impulsdifferenz kleiner als 10 MeV gemessen werden.

3.5 Auswahlkriterien

Um nur solche Spuren auszuwählen, deren Impuls mit einer gewissen Sicherheit anzugeben ist, und um zu gewährleisten, daß die Teilchen direkt in der Reaktion und nicht bei späteren Zerfällen erzeugt wurden, führt man eine Reihe von Auswahlkriterien ein, die man an die detektierten Spuren stellt.

Zunächst fordert man, daß mindestens 20 Ionisationspunkte gemessen wurden. Maximal kann eine Spur in 72 Reihen nachgewiesen werden, neben Spuren, deren Bahn nicht ausreichend lange durch das Detektorvolumen führt, werden damit auch solche Spuren aussortiert, die nur mit ungenügender Sicherheit erkannt wurden oder deren

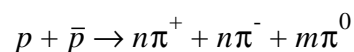
Impulsbestimmung durch die schlechte Bahnrekonstruktion zu ungenau wurde. Desweiteren verwirft man die Spuren, die im Magnetfeld zur Strahlachse hin abgelenkt werden. Man ist bestrebt, nur solche Spuren zur Analyse zuzulassen, die direkt von der Reaktion kommen, also nicht aus späteren Zerfällen stammen. Darum verfolgt man die detektierten Spuren bis zur Ebene zurück, in der das Target liegt, und fordert, daß der Abstand des Durchstoßpunktes vom gemeinsamen Punkt zwischen Strahl und Target, dem Hauptvertex, einen vorgegebenen Wert in x- und y-Richtung nicht überschreitet. In x-Richtung beträgt der maximale Abstand 5 cm und in y-Richtung 2 cm, der unterschiedliche Betrag in den beiden Dimensionen rührt daher, daß die Ablenkung des Teilchen im Magnetfeld in x-Richtung stattfindet und damit eine größere Ungenauigkeit in der Bestimmung dieser Komponente des Impulses zu erwarten ist.

Bei der Auswahl der Ereignisse, die man zur Analyse zuläßt, fordert man, daß die Anzahl sowohl der negativ als auch der positiv geladenen Teilchen in der Vertex-TPC2 Akzeptanz größer als 50 und kleiner als 300 ist, damit werden solche Ereignisse, die aufgrund eines falschen Triggersignals oder solche, bei denen mehr als nur ein Blei-Blei Stoß zur Teilchenproduktion beigetragen hat, ausgeschlossen.

4. Teilcheninterferometrie

Die Teilcheninterferometrie bietet die Möglichkeit, aus Interferenzmessungen Informationen über die Ausdehnung von Teilchenquellen zu gewinnen, die sich direkten Messungen entziehen. Verfahren, die auf der Teilcheninterferometrie beruhen, finden sowohl in der Astrophysik als auch in der Teilchenphysik Verwendung. Der wesentliche Unterschied zu den bekannten Interferenzeffekten aus der Optik besteht darin, daß diese durch Amplitudenüberlagerung entstehen, die Teilcheninterferometrie basiert hingegen auf der Interferenz von Intensitäten.

Eine Methode, die das Prinzip der Teilcheninterferometrie ausnutzt, wurde zuerst in der Astrophysik angewandt. Dort nutzte man die Interferenz detektierter Photonen, um den Winkeldurchmesser von Sternen zu bestimmen. Diese Versuche wurden 1956 von **Hanbury-Brown** und **Twiss** durchgeführt, daher rührt auch die Bezeichnung HBT-Effekt [Han56]. Goldhaber, Goldhaber, Lee und Pais wandten erstmals 1960 die Idee der Interferometrie in der Kernphysik an. Sie benutzten sie, um Widersprüche auszuräumen, die bei der Analyse von Proton-Antiproton-Stößen auftraten [Gol60]. Man fand in der Reaktion



einen substanziellen Unterschied in den Öffnungswinkeln gleich und ungleich geladener Pionen, dies widersprach den Vorhersagen, die aufgrund statistischer Überlegungen gegeben wurden. Erst durch die explizite Forderung, daß das Quadrat der Wellenfunktion, die das Entstehen von n-Pionen beschreibt, beim Tausch zweier Teilchen unverändert bleibt, konnten die Verteilungen der Öffnungswinkel nachvollzogen werden. Diese Forderung der Symmetrie erweist sich als Grundgedanke der Teilcheninterferometrie.

Mit fortschreitenden technischen und experimentellen Möglichkeiten und mit zunehmender Erfahrung entwickelte sich aus der einfachen Erklärung des Phänomens ein Formalismus, um den Ablauf einer Teilchenreaktion im Ortsraum detailliert zu erforschen. Die Analyse einer großen Zahl von Ereignissen ermöglicht es, die Korrelationsfunktion als "Interferenzmuster" in verschiedenen kinematischen Bereichen sehr genau zu mes-

sen, damit können die Größe und das Expansionsverhalten der Quelle im Rahmen von Modellbeschreibungen quantitativ bestimmt werden.

4.1 Der HBT-Effekt in der Teilchenphysik

Die Produktion von zwei Teilchen, die gleichzeitig in geringem Abstand entstehen, wird durch eine Linearkombination von Einteilchenwellenfunktionen beschrieben. Diese muß gewissen Bedingungen genügen, die aus quantenmechanischen Überlegungen abgeleitet werden. Wenn die beiden Teilchen in einem solch geringen Abstand im Phasenraum erzeugt werden, daß die Bedingung $\hbar \approx \Delta p \Delta r$ erfüllt ist, wobei Δr den räumlichen Abstand bezeichnet und Δp die Impulsdifferenz, dann können die Teilchen prinzipiell nicht unterschieden werden; dies folgt aus der Heisenbergschen Unschärferelation. Die Forderung der Ununterscheidbarkeit läßt sich mathematisch formulieren als :

$$|\Psi_{1,2}|^2 = |\Psi_{2,1}|^2 \quad 4.1$$

wobei $|\Psi|^2$ die Wahrscheinlichkeitsdichte des Zweiteilchenzustandes und die Indizes die Anordnung der Teilchen bedeuten. Die Ununterscheidbarkeit der beiden Teilchen schlägt sich bei der Messung darin nieder, daß nicht entschieden werden kann, von welchem Ort des Quellelements welches der Teilchen emittiert wurde. In Abbildung 4.1 ist diese Problematik illustriert.

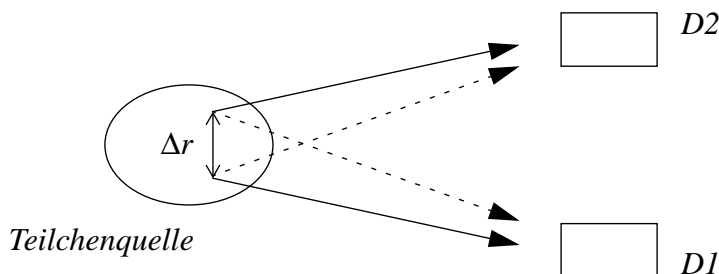


Abbildung 4.1

Wenn der Abstand Δr genügend klein ist, kann prinzipiell nicht entschieden werden, ob die Teilchen jeweils auf den gestrichelten oder den durchgezogenen Wegen von der Quelle zu den Detektoren $D1$ und $D2$ gelangten.

Eine weitere Forderung besteht darin, daß die Form der Zustandsfunktion bei der Vertauschung zweier Teilchen erhalten bleibt. Dies gilt für zwei Bosonen; die Zustandsfunktion für Fermionen hingegen kehrt ihr Vorzeichen bei der Vertauschung zweier Teilchen um. Da in dieser Arbeit eine Pionenquelle analysiert wird und Pionen bosonischen Charakter tragen, soll im Weiteren nur der HBT-Effekt für Bosonen diskutiert werden. Die Sym-

metrie der Wellenfunktion bei der Vertauschung zweier Teilchen entspricht der Bedingung :

$$\Psi_{1,2} = \Psi_{2,1}. \quad 4.2$$

Setzt man für die Einteilchenwellenfunktion nun ebene Wellen ein, so führen die Bedingungen zu folgender Wellenfunktion $\Psi_{p_1 p_2}(x_1, x_2, r_1, r_2)$ für zwei Bosonen, die mit den Impulsen p_1 und p_2 an den Orten x_1 und x_2 gemessen und an den Punkten r_1 und r_2 erzeugt wurden [Lah91] :

$$\Psi_{p_1 p_2}(x_1, x_2, r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ e^{(ip_1(x_1 - r_1))} e^{(ip_2(x_2 - r_2))} + e^{(ip_1(x_1 - r_2))} e^{(ip_2(x_2 - r_1))} \}. \quad 4.3$$

Bildet man nun daraus die Erwartungswerte, so ergibt sich :

$$|\Psi_{1,2}|^2 = |\Psi_{2,1}|^2 = \Psi_{1,2} \Psi_{1,2}^* = 1 + \cos(\Delta p \cdot \Delta r), \quad 4.4$$

mit $\Delta p = p_1 - p_2$ und $\Delta r = r_1 - r_2$.

Für zwei Teilchen, die genügend nah im Phasenraum liegen und die Korrelationsbedingung erfüllen, wird das Argument des Kosinus in Gleichung 4.4 klein. Damit wird der Erwartungswert, ein Teilchenpaar zu messen, das der Korrelation unterliegt, bis zu doppelt so hoch wie der, den man für unkorrelierte Paare angibt.

In Gleichung 4.4 sieht man den Zusammenhang zwischen der Impulsdifferenz zweier gleichartiger nachgewiesener Teilchen und ihren Entstehungspunkten. Dieser ermöglicht es, aus der Messung der Impulse Aufschlüsse über die Abläufe im Ortsraum zu erhalten. Diese Abhängigkeit, die bei der Emission von zwei gleichartigen Teilchen beobachtet wird, bezeichnet man als Bose-Einstein Korrelation, da der Effekt bei allen Teilchensorten auftritt, die der Bose-Einstein Statistik gehorchen.

4.2 Die Korrelationsfunktion

Unter der Annahme, daß die Teilchen von allen Punkten der Quelle statistisch unabhängig und unkorreliert emittiert werden, führt man eine geeignete Emissionsdichtefunktion $\rho(r)$ ein, die das Emissionsverhalten einer Quelle beschreibt. Durch Überlagern der Bose-Einstein Korrelation wird dann die Wahrscheinlichkeit $P_{1,2}$ formuliert, zwei Teilchen mit den Impulsen p_1 und p_2 zu messen, die von einer Bosonenquelle emittiert wurden :

$$P_2(p_1, p_2) = \int d^4 r_1 d^4 r_2 \rho(r_1) \rho(r_2) |\Psi_{1,2}|^2 = 1 + |\tilde{\rho}(q)|^2 \equiv C_2(q). \quad 4.5$$

Die Fourier-Transformierte $\tilde{\rho}(q)$ der Emissionsdichtefunktion wird in Abhängigkeit der Viererimpulsdifferenz

$$q = \Delta p = \sqrt{(p_{1,x} - p_{2,x})^2 + (p_{1,y} - p_{2,y})^2 + (p_{1,z} - p_{2,z})^2 - (E_1 - E_2)^2} \quad 4.6$$

angegeben, wobei die i -te Komponente der Impulsdifferenz Informationen über das Verhalten der Quellfunktion in der i -ten räumlichen Koordinate enthält.

Um ein Beispiel zu geben, wie aus der Messung der Korrelationsfunktion C_2 Aussagen über die Quellverteilung möglich werden, sei die Emissionsdichtefunktion als in räumlicher und zeitlicher Dimension gaußförmig verteilt angenommen :

$$\rho(r) = \rho(\vec{r}, t) = \frac{1}{\pi^2 R^3 \tau} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\vec{r}^2}{R^2} + \frac{t^2}{\tau^2}\right)\right), \quad 4.7$$

dann erhält man als Korrelationsfunktion:

$$C_2(q) = 1 + \exp(-\vec{q}^2 R^2 - q_0^2 \tau^2). \quad 4.8$$

Dabei bedeuten \vec{q} die Dreierimpulsdifferenz und q_0 die Energiedifferenz der beiden Teilchen. Durch eine Anpassung der Funktion 4.8 an die im Experiment gemessene Verteilung werden die Parameter R und τ bestimmt, die, in Gleichung 4.7 eingesetzt, den gaußschen Breiten der Quelle entsprechen [Yan78][Cha95a].

Die in 4.5 definierte Korrelationsfunktion C_2 wird experimentell bestimmt als das Verhältnis der gemessenen Impulsdifferenzverteilung $A(q)$ zu einer Untergrundverteilung $B(q)$, die alle Eigenschaften enthält, die durch die Dynamik der Quelle oder die experimentelle Akzeptanz eingeführt werden, nicht aber die Bose-Einstein Korrelation. Dies wird dadurch erreicht, daß Paare aus Teilchen verschiedener Ereignisse gebildet werden. Der Hintergrundverteilung entspricht also die Erwartung $P_1(p_1)P_1(p_2)$, Teilchenpaare der Impulse p_1 und p_2 zu messen, wenn man sie aus der Impulsverteilung einzelner Teilchen ableitete :

$$C_2(q)_{Exp} = \frac{A(q)}{B(q)} = \frac{P_2(p_1, p_2)}{P_1(p_1)P_1(p_2)}. \quad 4.9$$

4.3 Die Expansion der Teilchenquelle

Die gegenwärtig geltenden Modellbeschreibungen für Kollisionen ultrarelativistischer schwerer Ionen, wie sie hier an einem Beispiel analysiert werden, zeichnen alle ein wesentlich komplizierteres Bild, als die durch Gleichung 4.7 beschriebene Vorstellung einer einfachen gaußförmigen Quellverteilung.

In einem phänomenologischen Modell, das von einem hydrodynamischen Ansatz ausgeht, läßt sich die Emissionsfunktion einer ‘‘Quellflüssigkeit’’ dann beispielsweise im Schwerpunktsystem angeben als [Cha95] :

$$S(r, K) = \frac{m_t \cosh(\eta - Y)}{(2\pi)^3 \sqrt{2\pi(\Delta\tau)^2}} \exp \left[-\frac{K \cdot u(r)}{T} - \frac{x^2 + y^2}{2R^2} - \frac{\eta^2}{2(\Delta\eta)^2} - \frac{(\tau - \tau_0)^2}{2(\Delta\tau)^2} \right].$$

4.10

Dabei bedeuten:

$$r = (x, y, z, t), \quad \vec{K} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2), \quad K_0 = \sqrt{m_\pi^2 + |\vec{K}|^2},$$

$$\tau = \sqrt{t^2 - z^2}, \quad \eta = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{t+z}{t-z} \right\}, \quad Y = \ln \left\{ \frac{K_0 + K_z}{K_0 - K_z} \right\}, \quad m_t = \sqrt{m_\pi^2 + \sqrt{K_x^2 + K_y^2}}$$

und $u(r)$ ein Geschwindigkeitsfeld

$$u(r) = \left\{ \sqrt{\left(1 + \left(\frac{v\rho}{R}\right)^2\right)} \cosh(\eta), \left(\frac{vx}{R}\right), \left(\frac{vy}{R}\right), \sqrt{\left(1 + \left(\frac{v\rho}{R}\right)^2\right)} \sinh(\eta) \right\}$$

mit $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ und v als transversale Flußgeschwindigkeit.

Diese Modellfunktion enthält neben Größen, die mittels der Teilcheninterferometrie bestimmt werden können, auch solche, die durch das Studium anderer Observablen festgelegt werden. Damit versucht man, möglichst viele der Informationen, die man bei der Analyse von Kollisionen schwerer Kerne bereits gewinnen konnte, zu einem konsistenten Bild zusammenzufügen. Der Parameter T entspricht so der Temperatur des Feuerballs. Der $\Delta\eta$ -Term führt zu einer gaußförmigen Rapidityverteilungen der Teilchen, wie sie im Experiment beobachtet wird [Cha95b]. $\Delta\tau$ bezeichnet die Emissionsdauer, also das Zeitintervall, in dem die Teilchen das Quellvolumen verlassen. Die Größe R entspricht der transversalen Ausdehnung der Quelle. Die Größe τ_0 gibt den Zeitpunkt der maximalen Emission an. In diesem Modell können die Werte für $\Delta\tau$, R und τ_0 durch die Teilcheninterferometrie bestimmt werden. Die Emissionsdichtefunktion $S(r;K)$ ist nicht nur in Abhängigkeit vom Ort r angegeben, sondern auch vom Paarimpuls K . Dies wird dann notwendig, wenn durch eine Expansion ein Zusammenhang zwischen Impuls und Emissionsort besteht.

Die Bedingungen, die zur Annahme einer solchen Quellverteilung führen, werden einerseits begründet durch Modellvorstellungen, andererseits durch experimentelle Ergebnisse. So finden sich beispielsweise viele experimentelle Anzeichen dafür, daß ein in longitudinaler und transversaler Richtung (also parallel und senkrecht zum Strahl) expandierendes Quellvolumen der Realität eher entspricht als ein statisch emittierendes; daher erscheint es notwendig, ein Geschwindigkeitsfeld in die Emissionsfunktion einzuführen.

Geht man aber von einem solchen Szenario aus, wie es etwa auch Bjorken [Bjo83] näher beschreibt, so ergeben sich für die Teilcheninterferometrie entscheidende Konsequenzen.

Die Expansion der Quelle führt dazu, daß für viele Teilchenpaare die Bedingung $\hbar \approx \Delta p \Delta r$ nicht erfüllt ist. Denn für zwei Teilchen, die aus Bereichen der Quelle stammen, die sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten bewegen, kann die Impulsdifferenz Δp nicht genügend klein werden. Damit entsprechen die Parameter der Korrelationsfunktion nicht mehr den Ausmaßen der gesamten Quelle, vielmehr sind sie zu interpretieren als Größe eines Teiles der Quelle, eines Quellelementes oder Kohärenz-volumens. Sie werden deshalb auch als HBT-Radien oder als Homogenitätslängen bezeichnet.

Dieser Unbestimmtheit bei der Deutung der HBT-Radien, die zunächst als gravierender Nachteil erscheint, wird dadurch Rechnung getragen, daß die Korrelationsfunktion für verschiedene Intervalle der Paarrapidität und des Transversalimpulses k_T bestimmt wird. Die longitudinale Paarrapidität bzw. der transversale Impuls sind definiert als :

$$Y_{\pi\pi, long} = \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{E_1 + E_2 + p_{z,1} + p_{z,2}}{E_1 + E_2 - p_{z,1} - p_{z,2}} \right), \quad 4.11$$

$$k_T = \frac{1}{2} (\vec{p}_{\perp,1} + \vec{p}_{\perp,2}), \quad 4.12$$

die Indizes 1 und 2 bezeichnen hier die beiden Teilchen, E die Energie, p_z die longitudinale Komponente des Impulses und p_{\perp} die transversale Komponente. Die Unterteilung der Paare in Intervalle longitudinaler Paarrapidität kommt der Zerlegung der Quelle in einzelne Quellelemente dann gleich, wenn man eine longitudinale Expansion annimmt. Durch eine geeignete Parametrisierung der Korrelationsfunktion wird es nun möglich, neben den Radien den einzelnen Abschnitten eine Geschwindigkeit zuzuordnen, mit der sie sich relativ zum Beobachtersystem bewegen. Damit kehrt sich der scheinbare Nachteil um, und mittels einer differentiellen Analyse kann anhand der Korrelationsfunktion das Expansionsverhalten der Quelle studiert werden.

4.4 Yano-Koonin-Podgoretskii Parametrisierung

Im letzten Abschnitt wurde darauf hingewiesen, daß die Parametrisierung der Korrelationsfunktion ausschlaggebend ist für den physikalischen Gehalt, den man aus der Analyse der experimentell bestimmten Korrelationsfunktion gewinnt. Die Parametrisierung leitet man im Rahmen von Modellen ab, in denen den extrahierten Größen wiederum eine Bedeutung zukommt.

Mit fortschreitenden technischen Möglichkeiten in den experimentellen Untersuchungen und mit zunehmender Erfahrung haben sich verschiedene Parametrisierungen etabliert. Eine der populärsten ist die nach G. Bertsch und S. Pratt [Ber89a], die es allerdings nicht zuläßt, die Geschwindigkeit der Quellelemente explizit zu bestimmen. Dieser Idee kommt eine Formulierung der Korrelationsfunktion nach, die auf Yano, Koonin [Yan78]

und Podgoretskii [Pod83] zurückgeht. Dabei beschreibt man die einzelnen Quellelemente durch eine gaußförmige Funktion; was damit begründet wird, daß in einem begrenzten Volumen innerhalb der Quelle die Impulsverteilung von der Temperatur dominiert wird und nicht vom Expansionsverhalten der Quelle. Damit gibt man die Korrelationsfunktion an als :

$$C_2(q) = 1 + \exp(-q_x^2 R_x^2 - q_y^2 R_y^2 - q_z^2 R_z^2 - q_0^2 R_0^2) = 1 + \exp(-q_{\perp}^2 R_{\perp}^2 - q_{\parallel}^2 R_{\parallel}^2 - q_0^2 R_0^2) \quad 4.13$$

Da die Korrelationsfunktion aus der Analyse vieler Ereignisse bestimmt wird, sollte sie azimuthalsymmetrisch sein, also formulierbar in Abhängigkeit von $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, entsprechend können die Komponenten q_x und q_y zusammengefaßt werden zu $q_{\perp} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$. Für die Komponente q_z führt man die Bezeichnung q_{\parallel} ein, da diese Impulskomponente parallel zum Strahl liegt.

Die Geschwindigkeit eines Quellelements fließt als Lorentz-Transformation in die Parametrisierung. Der Transformation in ein System, das sich mit der Geschwindigkeit β_z entlang der z-Achse bewegt, entsprechen gemäß der speziellen Relativitätstheorie folgende Relationen für die Impulskomponenten und die Energie :

$$\begin{aligned} p_z' &= \gamma(p_z - \beta_z E) \\ p_y' &= p_y \\ p_x' &= p_x \\ E' &= \gamma(E - \beta_z p_z) \end{aligned} \quad 4.14$$

mit $\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta_z^2)}}$.

Damit läßt sich die Korrelationsfunktion schreiben als :

$$C_2(q) = 1 + \exp(-q_{\perp}^2 R_{\perp}^2 - \gamma^2 (q_{\parallel} - \beta_z q_0)^2 R_{\parallel}^2 - \gamma^2 (q_0 - \beta_z q_z)^2 R_0^2). \quad 4.15$$

Nimmt man eine Emissionsfunktion an, wie sie in Abschnitt 4.4 vorgestellt wurde, dann lassen sich die Parameter der Korrelationsfunktion den Größen, die in die Emissionsfunktion einfließen, gemäß Tabelle 4.2 annäherungsweise zuordnen [Cha95]

Parameter der Emissionsfunktion $S(r,K)$	Parameter der Korrelationsfunktion C_2
$\Delta\tau$	R_0
$R \left[1 + \frac{v^2 \cdot m_t}{T} \cosh(\bar{\eta} - Y) \right]^{-\frac{1}{2}}$	R_{\perp}
$\tau_0 \left[\frac{m_t}{T} \cosh(\bar{\eta} - Y) - \frac{1}{(\cosh(\bar{\eta} - Y))^2} + \frac{1}{(\Delta\eta)^2} \right]^{-\frac{1}{2}}$	R_{\parallel}

Tabelle 4.1

Zuordnung zwischen den Parametern der Emissionsdichtefunktion und denen der Korrelationsfunktion ($\bar{\eta}$ bezeichnet die Pseudorapidität am Punkt der maximalen Emission) [Cha95].

Da die Geschwindigkeit β_z der Bewegung nicht bekannt ist, wird sie als zusätzlicher Parameter in der Anpassung der gemessenen Verteilung an die Korrelationsfunktion bestimmt.

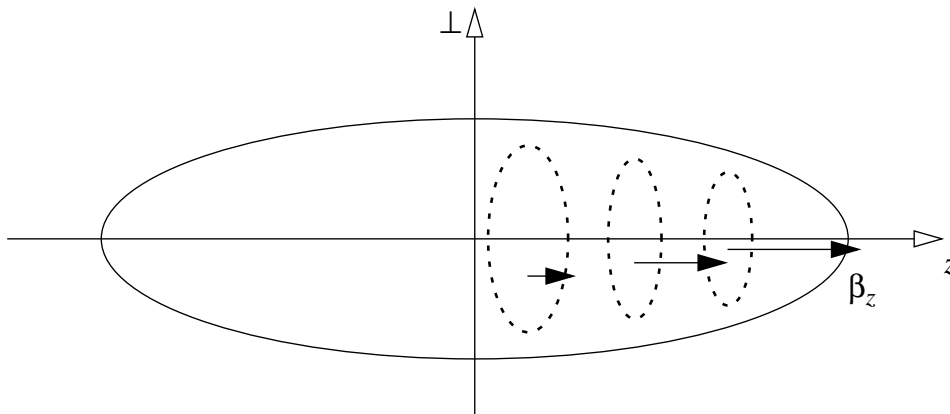


Abbildung 4.2

Die Quelle wird in einzelne Abschnitte zerlegt, die Intervallen der Paarrapidität entsprechen. Den Abschnitten wird im Rahmen von Modellen eine Geschwindigkeit β_z gegenüber dem Ruhesystem zugeordnet.

Damit kann - im Rahmen von idealisierenden Modellvorstellungen [Cha95] - dem Bereich der Quelle, das heißt dem Intervall der Paarrapidität, dessen Teilchenpaare die Korrelationsfunktion bilden, eine Geschwindigkeit gegenüber dem Ruhesystem der Quelle zugeordnet werden. Die Geschwindigkeit eines Quellelementes geht so als Meßgröße in die Analyse der Korrelationsfunktion ein. Es kann gezeigt werden, daß β_z für eine große Klasse von Modellen der Geschwindigkeit eines Quellelementes entspricht [Cha95a]. Die Zerlegung der Quelle in einzelne Quellelemente ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

4.5 Die longitudinale Expansion

Die Bestimmung der longitudinalen Expansion in einem Blei-Blei Ereignis bei einem Impuls von 158 GeV/c pro Nukleon mittels des Yano-Koonin-Podgoretskii Formalismus ist in [App97] beschrieben. Als Ergebnis dieser Untersuchung ist in Abbildung 4.3 die Abhängigkeit der Yano-Koonin-Podgoretskii-Rapidität Y_{YKP} von der mittleren Paarrapidität $Y_{\pi\pi}$ dargestellt. Die Yano-Koonin-Podgoretskii-Rapidität berechnet sich aus dem Geschwindigkeitsparameter β_{YKP} ($= \beta_z$) gemäß :

$$Y_{YKP} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \beta_{YKP}}{1 - \beta_{YKP}} \right) + Y_{obs} , \quad 4.16$$

dabei entspricht Y_{obs} der Rapidität des Beobachtersystems.

Die Abhängigkeit ist in verschiedenen k_T -Intervallen angegeben. Diese Aufteilung entspricht einer Zerlegung der Quelle in transversaler Richtung, wenn man eine transversale Expansion annimmt. Es werden hier jedoch nicht die transversalen Geschwindigkeiten von Quellelementen bestimmt, sondern die longitudinale Expansion von Quellbereichen, die sich verschieden schnell in transversaler Richtung bewegen.

Die Abhängigkeit des HBT-Parameters $R_{||}$ von der longitudinalen Paarrapidität wird als Hinweis auf eine longitudinale Expansion interpretiert [App97]. Der lineare Zusammenhang zwischen der Yano-Koonin-Podgoretskii-Rapidität und der mittleren Paarrapidität bedeutet, daß die Rapidität der Quellelemente und damit ihre Geschwindigkeit gegenüber dem Ruhesystem gleich der mittleren Rapidität der Teilchenpaare ist, die dieses Quellelement ausmachen. Daraus ergibt sich, daß ein boostinvariantes Geschwindigkeitsfeld die Expansion in longitudinaler Richtung bestimmt. Boostinvarianz in longitudinaler Richtung bedeutet hier, daß, vom Ruhesystem eines beliebigen Quellelementes aus betrachtet, die Expansion in beide Richtungen entlang des Strahles gleich erscheint. Das heißt auch, daß sich einem Beobachter unabhängig davon, welches Quellelement er als Ruhesystem wählt, eine gleich stark expandierende Quelle zeigt.

Boostinvariantes Verhalten ist auch in der Astrophysik bekannt. In verschiedenen Modellen nimmt man eine boostinvariante Expansion des Universums an. Dies manifestiert sich darin, daß sich für einen Beobachter die umgebenden Galaxien unabhängig von der Raumrichtung gleich schnell entfernen.

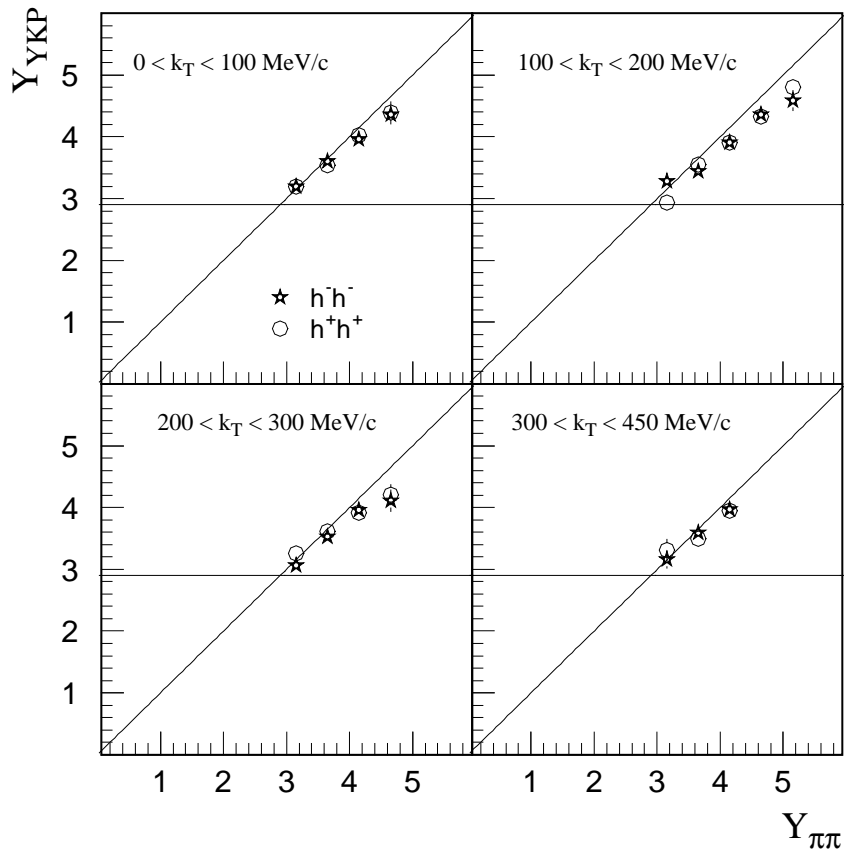


Abbildung 4.3

Die Abhängigkeit der Yano-Koonin-Podgoretskii-Rapidity von der mittleren Paarrapidity. Der nahezu lineare Zusammenhang deutet auf ein boostinvariantes Verhalten der Quelle in longitudinaler Richtung hin. Die Ergebnisse zeigen sich in der Analyse der $\pi^+\pi^+$ -Korrelation ebenso wie in der Analyse der $\pi^-\pi^-$ -Korrelation [App97].

4.6 Die transversale Expansion

Ähnlich wie in longitudinaler Richtung erwartete man auch in der transversalen eine Expansion. Einen Hinweis darauf liefert beispielsweise die k_T -Abhängigkeit von R_\perp [App97]. Diese Expansion sollte durch eine geeignete Anpassung des YKP-Formalismus beobachtbar sein. Die Expansion in transversaler Richtung wird aber nicht so stark ausgeprägt sein wie die in longitudinaler, da durch den longitudinalen Impuls der ursprünglichen Kerne die Richtung entlang des Strahles ausgezeichnet ist.

Die Messung der transversalen Expansion, basierend auf einer entsprechenden YKP-Parametrisierung der Korrelationsfunktion, wurde bereits von M. Kh. Anikina et al. [Ani96] durchgeführt, allerdings im Rahmen eines Experimentes, in dem Mg-Mg Stöße bei einer Energie von 4.4 GeV/c pro Nukleon untersucht wurden. In Abbildung 4.4 ist das Ergebnis dieser Analyse dargestellt.

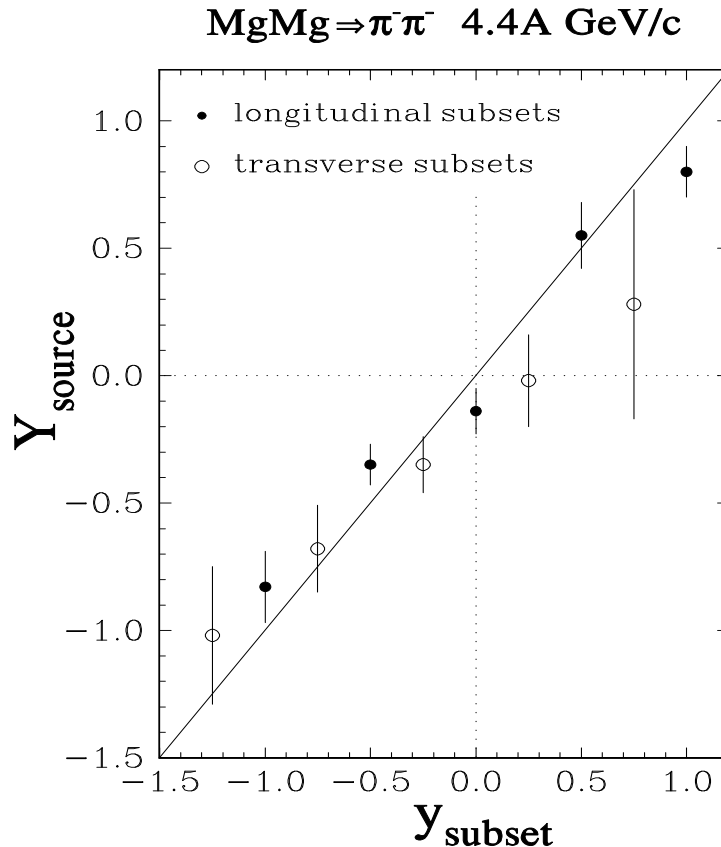


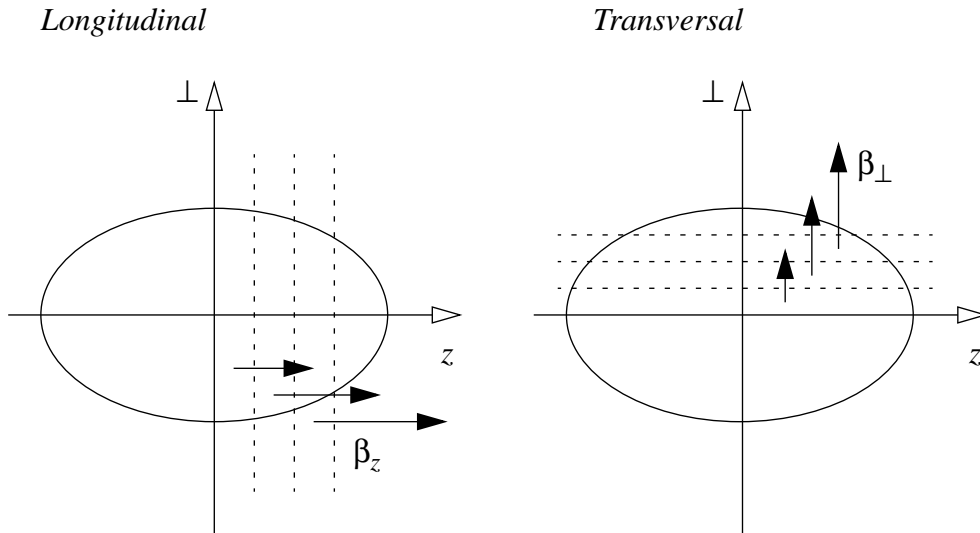
Abbildung 4.4
Messung der longitudinalen und der transversalen Expansion mit dem YKP-Formalismus. Y_{subset} entspricht der mittleren Paarrapidität und Y_{source} der YKP-Rapidität des Quellelements [Ani96].

Neben der longitudinalen Expansion ist offensichtlich auch eine transversale meßbar. Die Beobachtung der transversalen Expansion bei einem räumlich geringer ausgedehnten System bei einer niedrigeren Energie gaben Anlaß, den YKP-Formalismus auch bei der Reaktion $PbPb \rightarrow \pi^+\pi^- + X$ bei 158 AGeV/c zur Messung der transversalen Expansion anzuwenden.

Der Formalismus, der sich bei der Bestimmung der longitudinalen Expansion bewährt hat, muß zur Messung der transversalen Expansion modifiziert werden. Zunächst wird eine Achse senkrecht zur Strahlrichtung ausgewählt, entlang derer die Expansionsge-

schwindigkeit bestimmt wird. Diese nimmt die Stelle der ausgezeichneten longitudinalen Richtung, also parallel zum Strahl, ein. Die Drehung der Meßrichtung ist in Abbildung 4.5 veranschaulicht.

*Abbildung 4.5
Gegenüberstellung des longitudinalen und transversalen Formalismus.*



Die Quelle wird in Abschnitte longitudinaler Paarrapidität unterteilt, denen jeweils eine Geschwindigkeit β in longitudinaler Richtung zugewiesen wird.

Hier wird die Quelle in Intervalle transversaler Paarrapidität geteilt, denen entsprechend eine transversale Geschwindigkeit zugeordnet wird.

Der Unterteilung der Paare in Intervalle longitudinaler Paarrapidität entspricht im transversalen Formalismus der Einteilung in Abschnitte transversaler Rapidität. Diese definiert man analog der longitudinalen als :

$$Y_{\pi\pi, trans} = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{E_1 + E_2 + p_{x,1} + p_{x,2}}{E_1 + E_2 - p_{x,1} - p_{x,2}}\right), \quad 4.17$$

dabei wurde in diesem Fall die x-Achse als ausgezeichnete transversale Richtung angenommen. Der longitudinalen Expansionsgeschwindigkeit β_z entspricht die transversale Geschwindigkeit β_{\perp} entlang der gewählten Achse, die Impulsdifferenzen, wie sie im transversalen und im longitudinalen Fall jeweils gebildet werden, sind in Tabelle 4.2 gegenübergestellt. Dabei wurde als transversale Achse, entlang der die Geschwindigkeit bestimmt werden soll, die x-Achse gewählt.

Longitudinal	Transversal
$q_0 = p_{1,0} - p_{2,0} = E_1 - E_2$	$q_0 = p_{1,0} - p_{2,0} = E_1 - E_2$
$q_{\parallel} = p_{1,z} - p_{2,z}$	$q_T = p_{1,x} - p_{2,x}$
$q_{\perp} = \sqrt{(p_{1,x} - p_{2,x})^2 + (p_{1,y} - p_{2,y})^2}$	$q_{\Sigma} = \sqrt{(p_{1,z} - p_{2,z})^2 + (p_{1,y} - p_{2,y})^2}$

Tabelle 4.2

Impulsparameter im longitudinalen und transversalen Formalismus :

p_1 und p_2 bedeuten jeweils die Viererimpulse eines Teilchens, die Indizes zeigen die einzelnen Komponenten an.

Entsprechend Gleichung 4.15 läßt sich die Korrelationsfunktion für den transversalen Fall formulieren :

$$C_2(q) = 1 + \exp(-q_{\Sigma}^2 R_{\Sigma}^2 - \gamma^2 (q_T - \beta_{\perp} q_0)^2 R_T^2 - \gamma^2 (q_0 - \beta_{\perp} q_T)^2 R_0^2) \quad 4.18$$

Das größte Interesse dieser Arbeit galt der Bestimmung des Parameters β_{\perp} , um damit die transversale Expansion zu untersuchen.

4.7 Bezugssysteme

Da es sich um einen relativistischen Effekt handelt, der in der YKP-Parametrisierung ausgenutzt wird, um die Geschwindigkeit eines Quellelementes zu bestimmen, ist es notwendig, die Bewegung des Beobachtersystems zu beachten. Die Wahl eines Beobachtersystems sollte keinen Einfluß auf die Messung der Korrelationsfunktion haben, der physikalische Gehalt der Analyse ändert sich bei einer Lorentz-Transformation nicht. Allerdings führt eine Transformation in ein System, das sich schnell gegenüber dem Ruhesystem des Quellelementes bewegt, zu einer ungünstigen Belegung des Phasenraums. In Abbildung 4.6 ist diese Problematik illustriert. Abbildung 4.6 a.) zeigt eine zweidimensionale Projektion der Korrelationsfunktion für das Quellelement $4.4 \leq Y_{\pi\pi} \leq 4.9$, gemessen im Beobachtersystem $Y_{obs} = 2.9$, Abbildung 4.6 b.) dieselbe Funktion im Beobachtersystem $Y_{obs} = 4.65$. Die gestrichelten Achsen deuten das Ruhesystem des Quellelementes an. Die Bose-Einstein-Erhöhung ist in beiden Fällen deutlich zu erkennen. Offensichtlich ist es jedoch sinnvoller, die Anpassung der Korrelationsfunktion in einem System durchzuführen, dessen Geschwindigkeit β gegenüber dem Ruhesystem des Quellelementes so gering wie möglich ist.

In dieser Arbeit wird die Korrelationsfunktion jeweils in dem System bestimmt, dessen Rapidity der Mitte des Paarrapidityintervalls entspricht. Für das Rapidityintervall $4.4 \leq Y_{\pi\pi} \leq 4.9$ beispielsweise wählt man das Beobachtersystem $Y_{obs} = 4.65$. Auf eine

Transformation in transversaler Richtung wurde verzichtet, da die Bewegung in dieser Richtung geringer ausgeprägt ist.

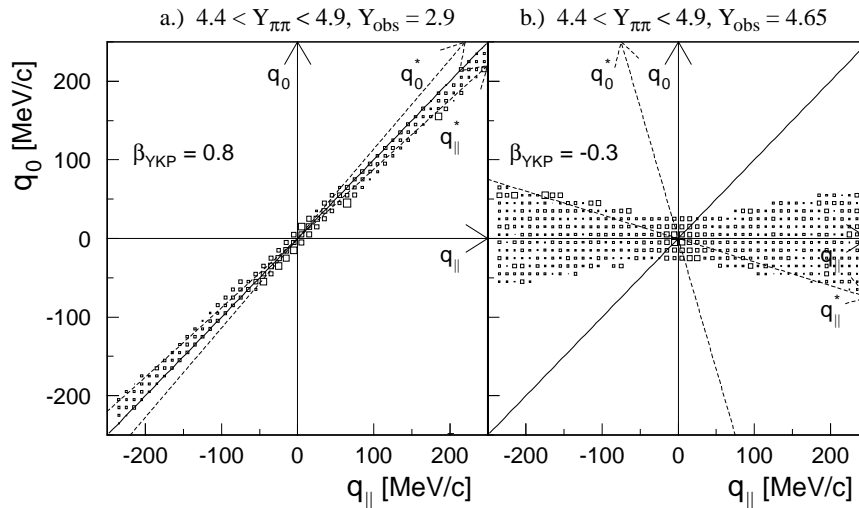


Abbildung 4.6

Messung der Korrelationsfunktion in zwei verschiedenen Beobachtersystem. Die gestrichelten Achsen geben das Ruhesystem des Quellelementes an [App97].

4.8 Endzustandswechselwirkungen

Damit die Korrelationsfunktion nur den Bose-Einstein Effekt widerspiegelt, sollte sie aus den Impulsverteilungen gebildet werden, wie sie zum Zeitpunkt des “freeze out” vorliegen, also direkt nachdem die erzeugten Teilchen das Quellvolumen verlassen.

Dies ist experimentell nicht möglich. Die Teilchen unterliegen in der Zeit zwischen der Emission und ihrem Nachweis Wechselwirkungen, die die Phasenraumverteilungen entscheidend verändern. In der Tat ist der Effekt so stark, daß er umgekehrt genutzt werden kann, um Informationen über die Quelle zu gewinnen. Hier soll er jedoch nur als Störung betrachtet werden, die allerdings bis zu einem gewissen Grade beschrieben und durch eine Korrektur kompensiert werden kann.

Von den vier bekannten Wechselwirkungen kommen die starke Kernkraft und die elektromagnetische Kraft in Frage, um einen merklichen Einfluß auf die Verteilungen auszuüben. Die starke Kernkraft tritt allerdings nur bei sehr kurzen Distanzen auf. Theoretische Betrachtungen zeigen, daß sie bei der Pioneninterferometrie als vernachlässigbar angenommen werden kann [Suz87] [Bow88]. Die Coulombkraft zwischen einem geladenen Zentralkörper - der Quelle - und den emittierten Teilchen führt zu beobachtbaren Effekten, beispielsweise unterschiedliche HBT-Radien in der

Analyse positiver und negativer Pionenpaare. Der Einfluß dieser Kraft ist aber nicht gravierend, deswegen wird auch hierfür kein Korrekturterm in die Korrelationsfunktion eingeführt [Bay96].

Die Coulombkraft, die zwischen den einzelnen emittierten Pionen wirkt, hat eine wesentlich größere Auswirkung auf das Aussehen der Korrelationsfunktion. Als ersten Ansatz, um diesen Einfluß zu kompensieren, ist die Gamow-Korrektur zu nennen. Dabei bestimmt man quantenmechanisch die Bewegung zweier geladener Teilchen im gemeinsamen Coulombpotential bei gegebenem Relativimpuls [Lah91][Gam28].

Eine Lösung der Schrödingergleichung für ein Teilchenpaar im Coulombpotential läßt sich angeben als :

$$\Psi_C = \sqrt{\frac{2\pi\eta}{\exp(2\pi\eta) - 1}} \quad 4.19$$

mit $\eta = \frac{zz'e^2}{v_{rel}}$, wobei z jeweils der Ladungszahl entspricht und v_{rel} der relativen

Geschwindigkeit $v_{rel} = \frac{q}{m_{red}} = \frac{2q}{m}$ mit dem relativen Impuls $q = \left| \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \right|$ und der

Masse m .

Der Gamow Korrekturfaktor läßt sich dann als Erwartungswert dieser Zustandsfunktion bilden :

$$G(\eta) = |\Psi_C|^2 = \frac{2\pi\eta}{\exp(2\pi\eta) - 1}. \quad 4.20$$

Die Korrelationsfunktion kann damit korrigiert werden zu :

$$C_{2, korrigiert} = G(\eta)^{-1} C_2. \quad 4.21$$

Die repulsive Kraft zwischen zwei identischen Pionen, die zu einer Unterdrückung von Paaren geringer Impulsdifferenz führt, wird damit ausgeglichen.

Es hat sich gezeigt, daß die Vereinfachungen, die bei der Herleitung dieser Korrektur angenommen werden, zu weitreichend sind. So geht man von einer verschwindenden Quellgröße aus, eine realistische endliche Quellgröße führt aber dazu, daß ein Abstand zwischen den Teilchen bei der Emission berücksichtigt werden muß. Das erfordert wiederum entscheidende Änderungen der Funktion Ψ_C in Gleichung 4.19. Die Anwesenheit vieler Ladungsträger in unmittelbarer Nähe oder sogar zwischen den Teilchen, die zu merklichen Abschirmeffekten [Bay96] führen kann, wird in dem einfachen Bild der Gamow Korrektur ebenfalls nicht berücksichtigt. Da aber bisher keine zufriedenstellende theoretische Korrektur angegeben werden kann, wendet man eine empirisch gewonnene Erweiterung der Gamow Korrektur an [Alb97].

Betrachtet man nämlich ungleiche Teilchen, die also keiner quantenstatistischen Korrelation unterliegen, so sollten die Impulsverteilungen maßgeblich von den Endzustandswechselwirkungen geprägt sein. Daher nimmt man im Experiment die $\pi^+\pi^-$ Verteilung auf und leitet daraus eine Beschreibung des Einflusses der Coulombwechselwirkung auf die Impulsverteilungen ab. Diese Möglichkeit, eine Korrektur zu bestimmen, bietet sich

nur dann, wenn sowohl die negativ als auch die positiv geladenen Reaktionsprodukte gemessen werden, wie es im NA49-Experiment der Fall ist. Diese Korrekturfunktion läßt sich dann, einem Vorschlag von [Bri95] folgend, formulieren als

$$F(q_{inv}) = 1 + (G(q_{inv}) - 1) \cdot \exp\left(\frac{-q_{inv}}{q_{eff}}\right). \quad 4.22$$

Diese Funktion geht für kleine q_{inv} über in die Gamowfunktion, mit wachsendem q_{inv} sorgt der Dämpfungsterm $\exp\left(\frac{-q_{inv}}{q_{eff}}\right)$ dafür, daß die Funktion schneller auf Eins abfällt.

Die $\pi^+\pi^-$ -Korrelationen wurden im Pb+Pb System in verschiedenen kinematischen Bereichen untersucht und der empirische Parameter q_{eff} gemäß 4.22 bestimmt. Dabei zeigte sich im Rahmen der statistischen und systematischen Genauigkeit keine signifikante Abhängigkeit. Zur Korrektur der $\pi^-\pi^-$ -Korrelationsfunktion wurde daher in allen untersuchten Impulsbereichen der $q_{eff} = 25$ MeV benutzt. Der Einfluß der Unsicherheit in der Bestimmung von q_{eff} wurde in [App97] untersucht und kann als vernachlässigbar angenommen werden.

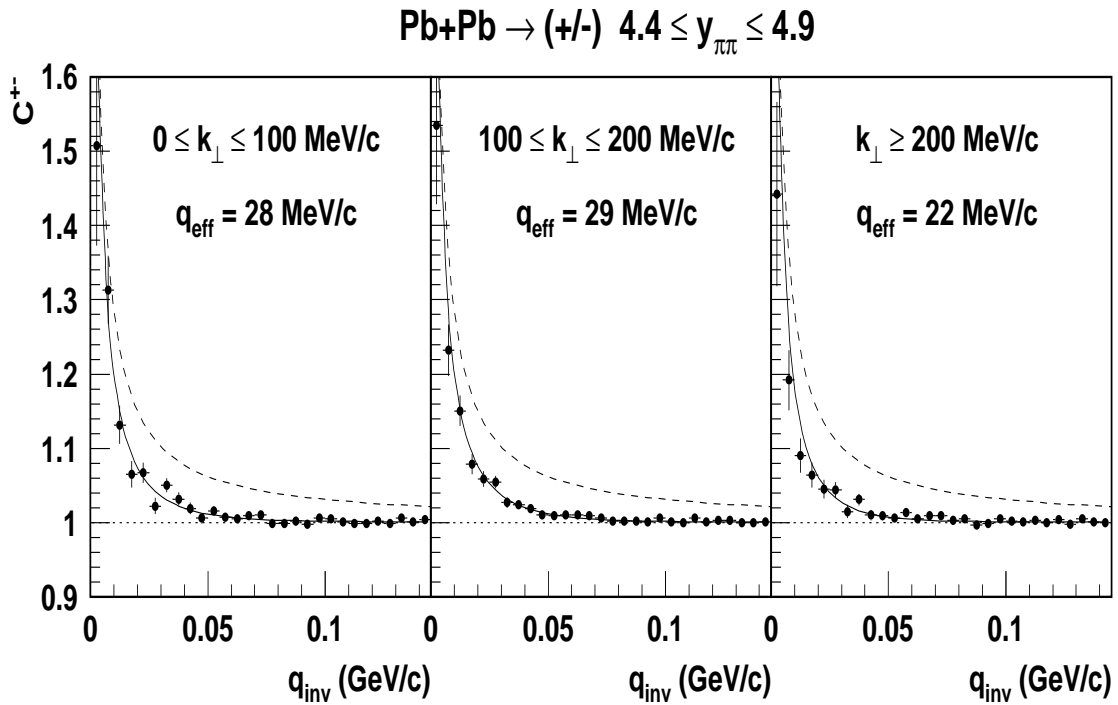


Abbildung 4.7

Die Korrelationsfunktion für $\pi^+\pi^-$ Paare in verschiedenen Intervallen des Transversalimpulses k_{\perp} ($=k_T$) [App97].

Die Auswirkungen der Gamow-Korrektur sind in Abbildung 4.8 dargestellt : Ohne diese Korrektur ist die Bose-Einstein Überhöhung durch die Wirkung der repulsiven Coulombkraft stark reduziert.

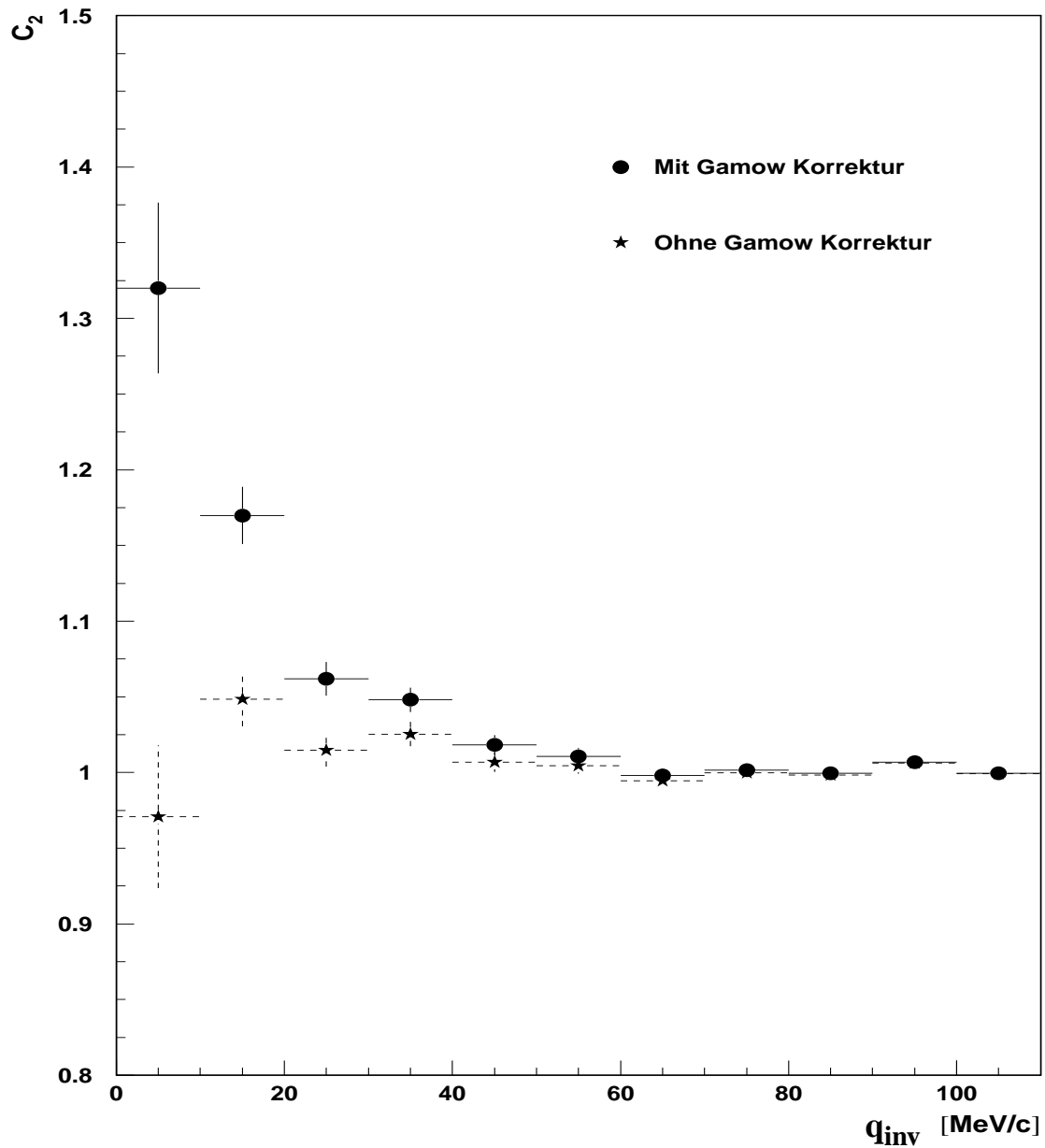


Abbildung 4.8

Die Auswirkung der Gamow-Korrektur auf die Korrelationsfunktion im Intervall $3.4 < Y_{\pi\pi,\text{long}} < 3.9$.

5. Experimentelle Ergebnisse

5.1 Messung der Korrelationsfunktion

Die experimentelle Messung der Korrelationsfunktion C_2 erfolgt, indem man das Verhältnis aus der Signalverteilung $A(q)$ und einer Hintergrundverteilung $B(q)$ bildet. Zur Bestimmung der Verteilung $B(q)$ stehen mehr Paare zur Verfügung als zu der der Signalverteilung $A(q)$; deshalb führt man eine Normierungskonstante N ein. Die in Kapitel 4.8 beschriebene Coulombkorrektur wird durch die Multiplikation des Verhältnisses mit einem Faktor G durchgeführt :

$$C_2 = N \cdot \frac{A(q)}{B(q)} \cdot G. \quad 5.1$$

Um die Verteilung $A(q)$ zu bestimmen, berechnet man für alle Paarkombinationen, die sich in einem Ereignis bilden lassen, die Impulsdifferenz in den Komponenten q_T , q_Σ und q_0 . Außerdem bestimmt man für jedes der Paare die Viererimpulsdifferenz q_{inv} ; diese Größe wird zur Normierung der Korrelationsfunktion gebraucht.

Die Hintergrundverteilung $B(q)$ wird durch die Impulsverteilung von Paaren gebildet, die sich aus Teilchen verschiedener Ereignisse zusammensetzen. Dazu ordnet man jedes Teilchen aus einem Ereignis E_n jeweils jedem Teilchen eines Ereignisses E_m zu. Die Hintergrundverteilung kann somit aufgrund von wesentlich mehr Paaren bestimmt werden als die Signalverteilung. Man beschränkt sich aber darauf, nur etwa zehnmal mehr Paare zur Erzeugung der Hintergrundverteilung zu verwenden, als zur Bildung der Signalverteilung zur Verfügung stehen. Dann wird der statistische Fehler bei der Quotientenbildung in 5.1 vernachlässigbar und die benötigte Rechenzeit bleibt begrenzt. Für die Paare der Hintergrundverteilung berechnet man ebenfalls die Differenz in den einzelnen Komponenten sowie die Viererimpulsdifferenz.

In Abbildung 5.1 sind die Verteilungen der Viererimpulsdifferenz im Signal und im Hintergrund sowie ihr Verhältnis dargestellt.

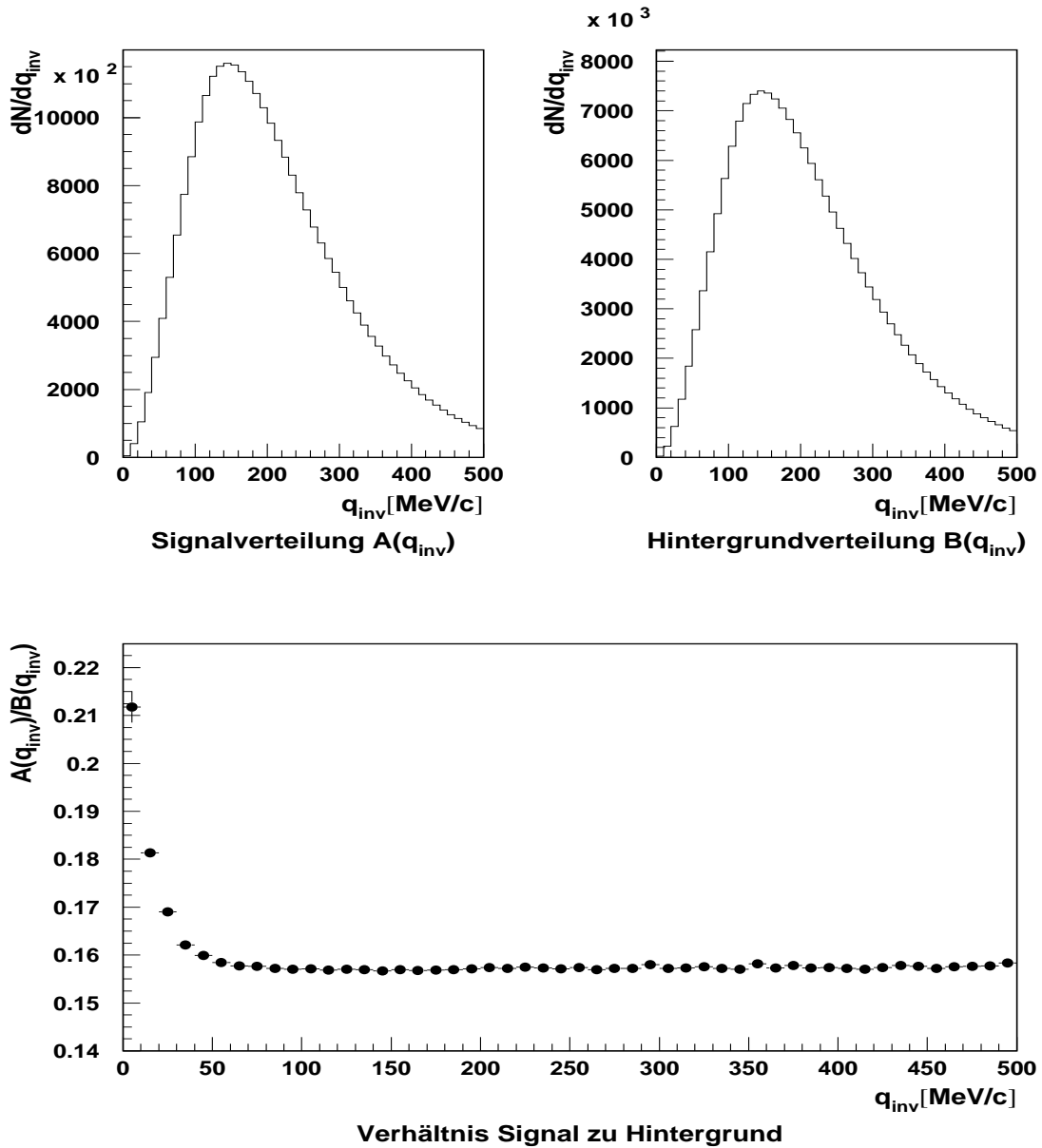


Abbildung 5.1

Häufigkeitsverteilungen der Viererimpulsdifferenz im Signal und im Hintergrund. Bei der Bestimmung des Signals wurde eine Coulombkorrektur durchgeführt. Bildet man das Verhältnis der beiden Verteilungen, dann ist die Bose-Einstein Überhöhung bei kleinen Impulsen zu beobachten. Die Paare, die zu den gezeigten Verteilungen beitragen, stammen aus dem Rapiditätsintervall : $3.4 < Y_{\pi\pi, long} < 3.9$ und $0.0 < Y_{\pi\pi, trans} < 1.0$.

Deutlich erkennt man in Abbildung 5.1 bei kleinen Impulsen die Bose-Einstein Überhöhung. Bei Impulsen größer als 50 MeV/c bleibt das Verhältnis nahezu konstant : der Impulsabstand ist so groß, daß der Bose-Einstein Effekt verschwindet. Der Kehrwert des konstanten Verhältnisses bei großen Impulsen dient als Normierungsfaktor. In dem gezeigten Beispiel Abbildung 5.1 bedeutet $N \approx \frac{1}{0.16} \approx 6$, daß etwa 6 mal so viele Paare zur Bestimmung des Hintergrundes benutzt wurden wie zur Bestimmung des Signals zur Verfügung standen.

In Abbildung 5.2 ist die Korrelationsfunktion C_2 , gemessen in einem Intervall longitudinaler und transversaler Paarrapidität, dargestellt. Die Funktion hängt von den drei Variablen q_T , q_Σ und q_0 ab, sie wird hier als Projektion auf die einzelnen Komponenten gezeigt, wobei jeweils über ein Intervall in den beiden projizierten Variablen integriert wurde. In Anhang B sind verschiedene Korrelationsfunktionen angeführt, denen mit der Anpassungsprozedur ein Parametersatz zugewiesen werden konnte.

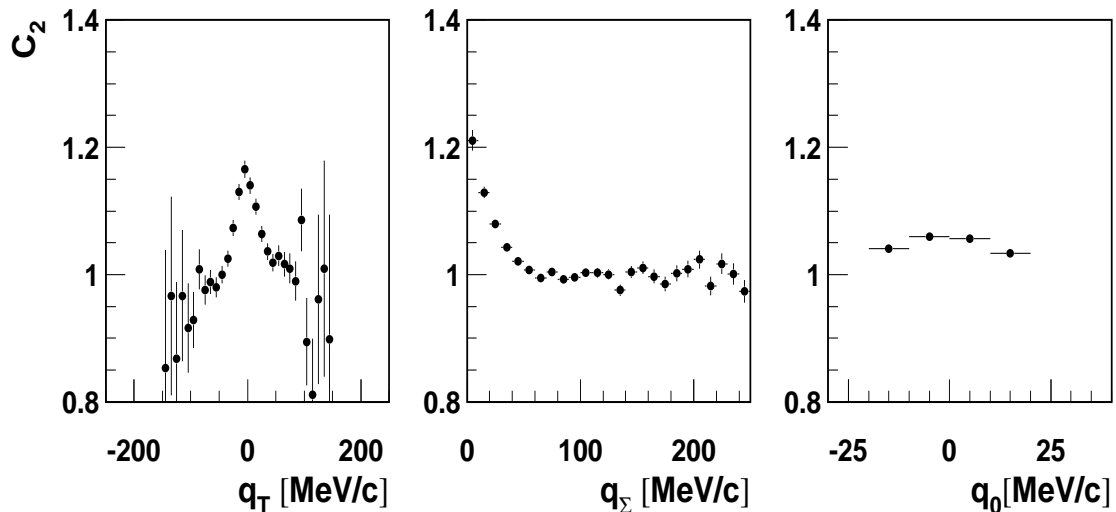


Abbildung 5.2

Projektion der Korrelationsfunktion auf die Komponenten q_T , q_Σ und q_0 :
diese Korrelationsfunktion wurde im Intervall $3.4 < Y_{\pi\pi, long} < 3.9$ und $0.0 < Y_{\pi\pi, trans} < 0.6$ gemessen. Als ausgezeichnete transversale Richtung wurde hier die positive x-Achse gewählt.

Da die Bestimmung des Parameters β in Gleichung 4.18 auf dem Zusammenhang zwischen den Variablen q_0 und q_T beruht, ist die Projektion der Korrelationsfunktion in die q_0 - q_T -Ebene aufschlußreich für die Bestimmung der transversalen Expansion. In Abbildung 5.3 ist diese Projektionen dargestellt. Im Rahmen einer einfachen Modell-

vorstellung kann hier die Auslenkung der Ellipse aus dem Achsenkreuz direkt dem Parameter β gleichgesetzt werden.

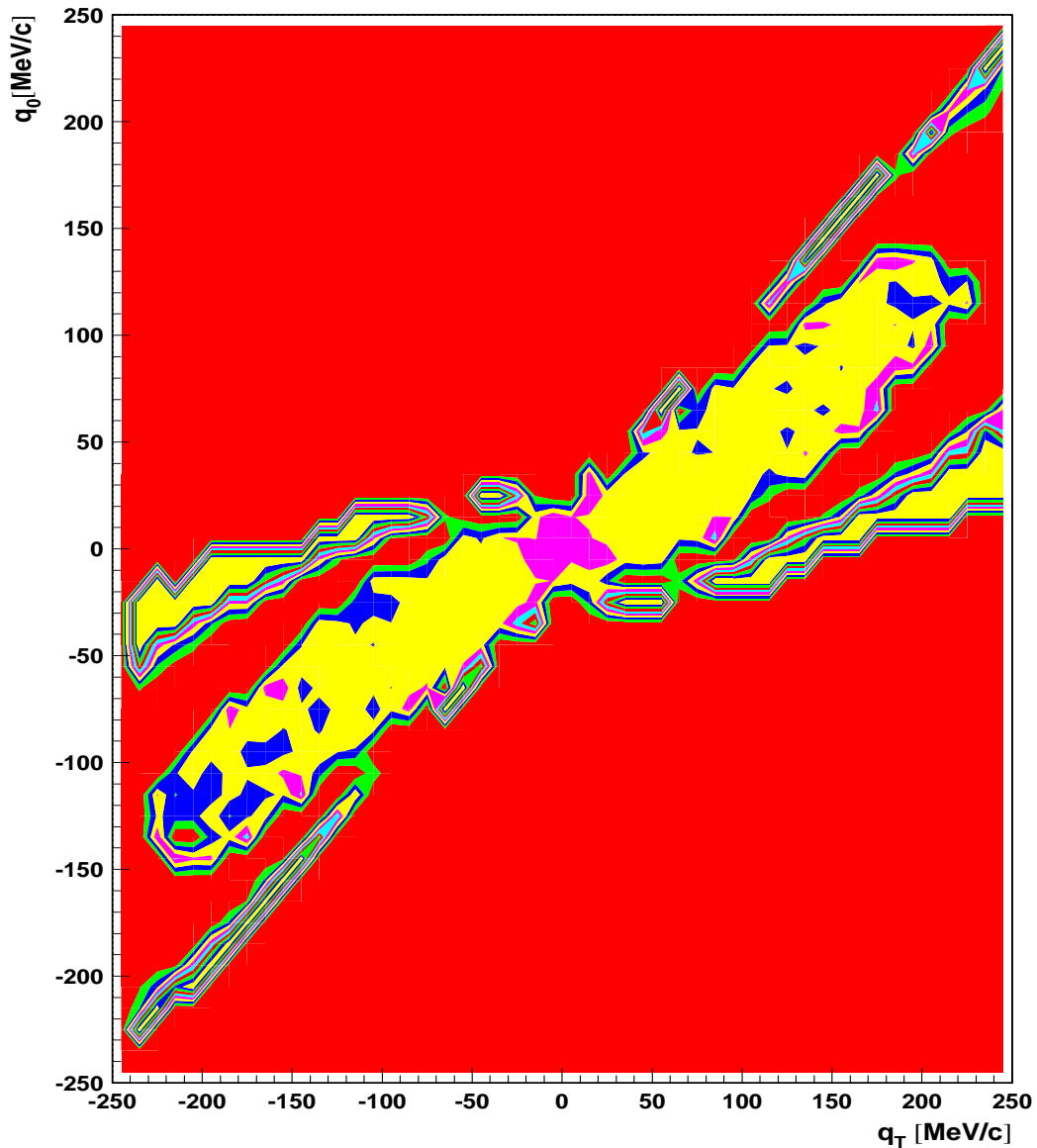


Abbildung 5.3

Projektion der Korrelationsfunktion in die q_0 - q_T -Ebene:

Die Paare stammen bei dieser Darstellung aus dem Rapiditätsintervall :
 $3.4 < Y_{\pi\pi, long} < 3.9$ und $0.6 < Y_{\pi\pi, trans} < 0.8$.

Der Parameter q_Σ ist über den Bereich $0 < q_\Sigma < 50$ [MeV] integriert.

5.2 Kinematische Intervalle

Die Korrelationsfunktion wird in verschiedenen Intervallen der longitudinalen und transversalen Paarrapidität gemessen. Damit sind die Voraussetzungen zur Anwendung des YKP-Formalismus erfüllt und die HBT-Parameter können für verschiedene Abschnitte der Quelle bestimmt werden. Zur Bildung der Korrelationsfunktion tragen in den verschiedenen Intervallen unterschiedlich viele Paare bei. In einigen Intervallen ist die Anzahl der Teilchenpaare so gering, daß eine Anpassung der Korrelationsfunktion an die Daten nicht möglich ist.

Für beide Magnetfeldkonfigurationen werden die Paare in 5 Intervalle longitudinaler Paarrapidität eingeteilt. In der Niedrigfeldkonfiguration konnte aber nur in den beiden Intervallen niedrigster Rapidität die Anpassungsprozedur durchgeführt werden, in der Standardfeldkonfiguration in den vier Intervallen höherer longitudinaler Paarrapidität.

In transversaler Richtung erfolgt die Unterteilung in bis zu 4 Intervalle. Dabei muß eine Richtung senkrecht zum Strahl ausgezeichnet werden, entlang der die transversale Expansion gemessen wird. Um die Konsistenz des Formalismus zu prüfen, wird die Expansion in 4 verschiedene Richtungen bestimmt : entlang der positiven und negativen x-Achse und entlang der positiven und negativen y-Achse im NA49-Koordinatensystem. Wählt man beispielsweise die positive x-Achse, so tragen zur Korrelationsfunktion nur Paare positiver transversaler Paarrapidität bei, wobei diese gemäß Gleichung 4.17 bestimmt wird. Aufgrund der experimentellen Akzeptanz sind die Impulsverteilungen der Teilchen in den einzelnen Komponenten sowohl bezüglich der x-Achse als auch bezüglich der y-Achse unsymmetrisch (Abbildung 5.4). Für die Extraktion der Parameter ist es deshalb entscheidend, welche transversale Richtung ausgezeichnet wird. Wählt man eine Richtung geringer Akzeptanz, liefert der Anpassungsalgorithmus kein Ergebnis oder nur mit einem großen Fehler behaftete Parameter. In den Fällen, in denen eine Bestimmung der Anpassungsparameter in verschiedene Richtungen möglich war, ergaben sich vergleichbare Werte (siehe 5.4 und Anhang A). Damit ist die Konsistenz des Formalismus bezüglich verschieden gewählten Expansionsrichtungen gewährleistet.

In Abbildung 5.5 sind die Paarimpulsverteilungen als Funktion der Paarrapidität in den 4 verschiedenen Richtungen dargestellt. Man erkennt, daß sich die Verteilungen in ihrer Form stark unterscheiden und daß sie aus verschieden vielen Paaren gebildet werden. Beide Effekte werden durch die experimentelle Akzeptanz verursacht. In die Darstellung der Verteilungen sind die Intervalle transversaler Paarrapidität eingezeichnet. Diese wurden so gewählt, daß genügend Einträge zur Bestimmung der Anpassungsparameter vorlagen und daß das Verhalten des Parameters β deutlich sichtbar wird. Die geringere Population der Intervalle höherer Paarrapidität führt dazu, daß die dort gewonnenen Anpassungsparameter mit größeren Fehlern behaftet sind als die, die man in Bereichen bestimmt, wo die Korrelationsfunktion durch eine hohe Statistik gut definiert ist. Die Anpassungsparameter werden als Funktion der mittleren Paarrapidität $\langle Y_{\pi\pi} \rangle$ angegeben, diese ist in der Darstellung Abbildung 5.5 in den einzelnen Intervallen durch Pfeile angedeutet.

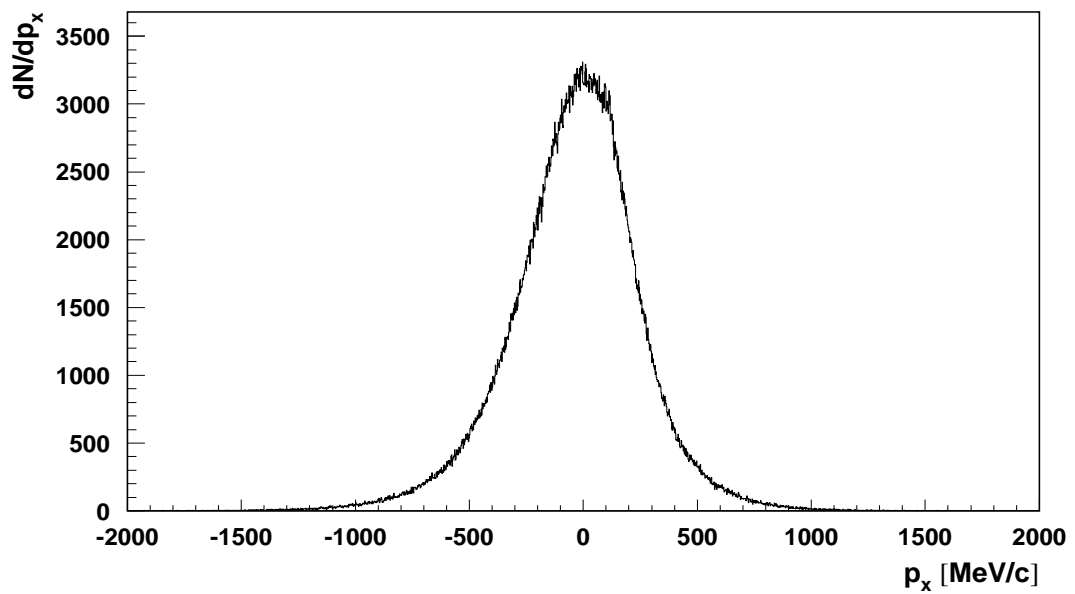
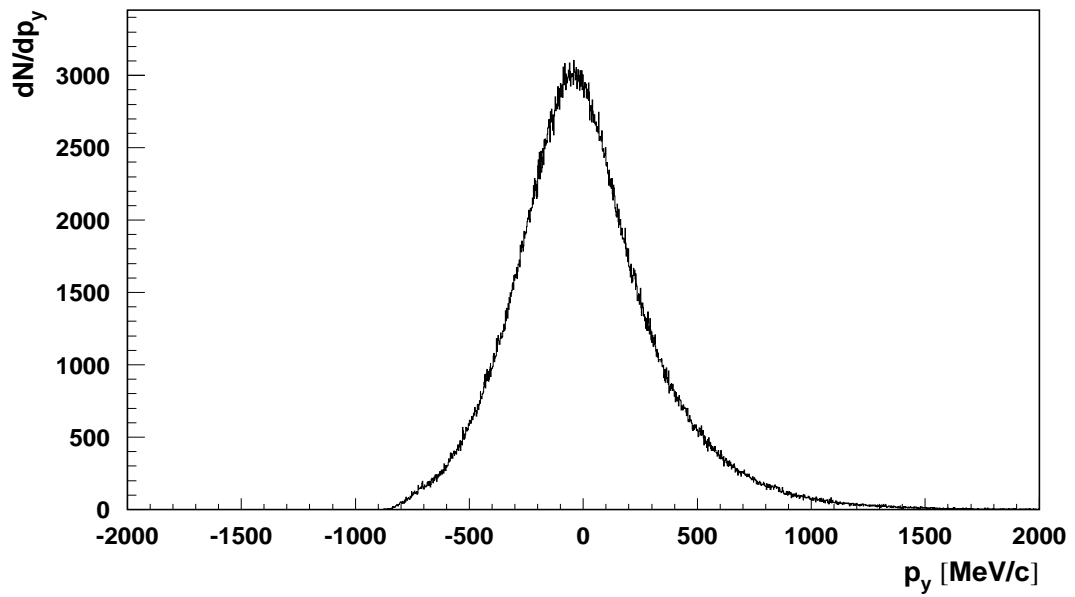


Abbildung 5.4
 Impulskomponentenverteilung der Teilchen in der Standardfeldkonfiguration.
 Die Asymmetrie wird durch die experimentelle Akzeptanz verursacht.

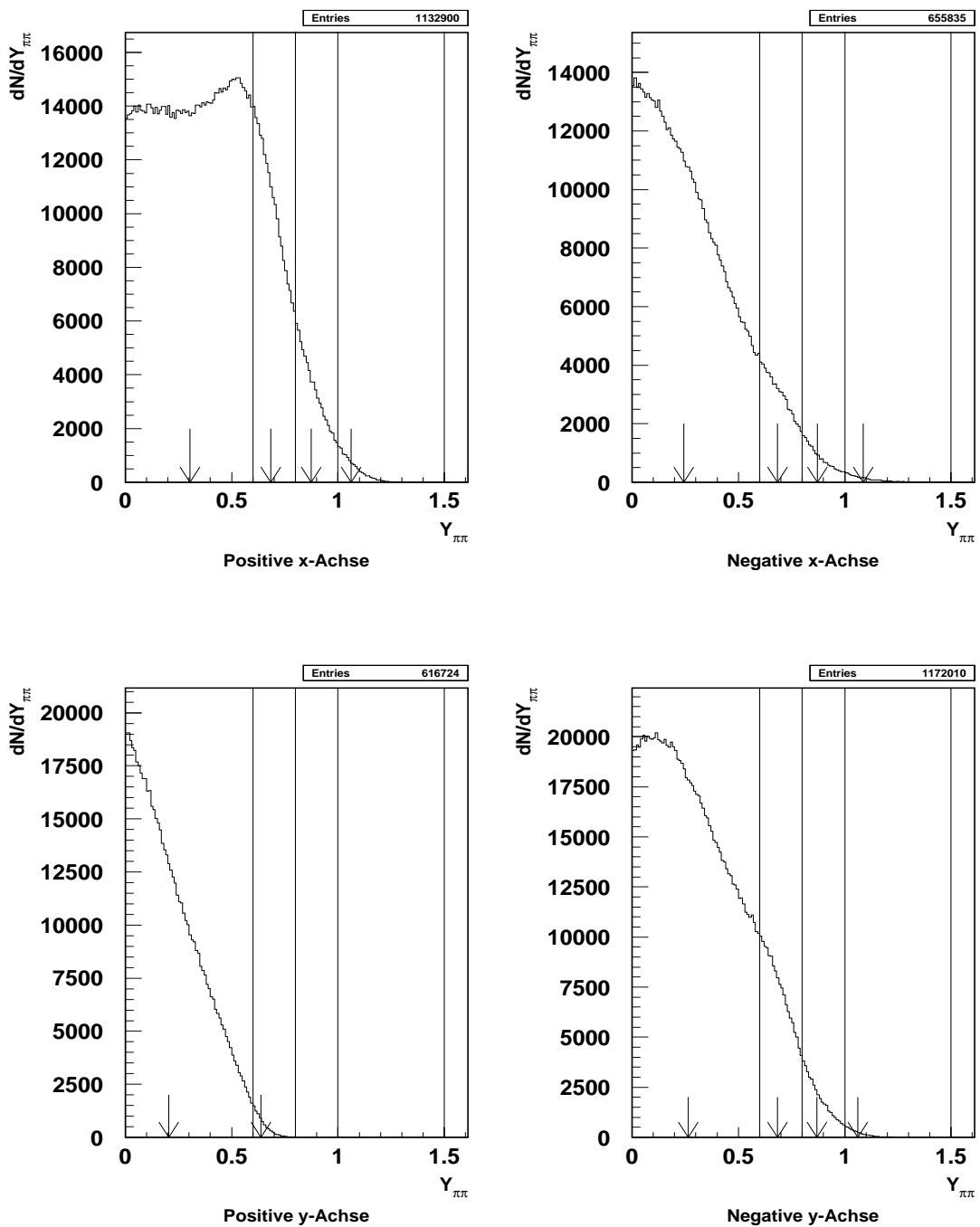


Abbildung 5.5
 Häufigkeitsverteilungen in Abhängigkeit von der transversalen Rapidität. Die Untertitel der Histogramme bezeichnen die jeweils gewählte transversale Richtung. Die Intervalle, für die die Korrelationsfunktion bestimmt wurde, sind eingezeichnet. Die Pfeile deuten auf den Punkt der mittleren transversalen Paarrapidität im jeweiligen Intervall. Die longitudinale Paarrapidität der Paare liegt in diesem Beispiel zwischen 3.4 und 3.9.

5.3 Extraktion der Radien

An die gemessene Korrelationfunktion wird mit der “*maximum likelihood*”-Methode die Funktion

$$C_2(q) = 1 + \lambda \exp(-q_\Sigma^2 R_\Sigma^2 - \gamma^2 (q_T - \beta_\perp q_0)^2 R_T^2 - \gamma^2 (q_0 - \beta_\perp q_T)^2 R_0^2) \quad 5.2$$

angepaßt. Diese Korrelationsfunktion unterscheidet sich von der in Kapitel 4 vorgestellten durch den Chaotizitätsparameter λ . Dieser wurde ursprünglich eingeführt, um die Abweichung von einer vollständig chaotisch emittierenden Quelle zu messen. Der Parameter λ nimmt Werte zwischen 1 und 0 an, je chaotischer die Quelle emittiert, desto größer wird λ [Deu82]. Daneben unterliegt dieser Parameter allerdings verschiedenen anderen Einflüssen. So führen beispielsweise die fehlende Teilchenidentifizierung und die begrenzte Impulsauflösung des Detektors zu einer Änderung dieses Parameters. Systematische Fehler in der Coulomkorrektur und physikalische Effekte, wie die Wirkung der starken Kernkraft und Zerfälle langlebiger Resonanzen, beeinflussen ihn ebenfalls. Auf eine Interpretation dieses Parameters soll verzichtet werden. Die Werte, die in der Anpassungsprozedur für λ bestimmt wurden, sind neben den der anderen Parameter in Anhang A tabellarisch aufgeführt.

In Abbildung 5.6 sind die Werte, die für den Parameter R_Σ bestimmt wurden, dargestellt. Dabei ist jeweils der Mittelwert der Ergebnisse in den verschiedenen Raumrichtungen, in denen eine Anpassung durchgeführt werden konnte, aufgetragen. In Gleichung 5.2 wird deutlich, daß dieser Parameter nur von der Variable q_Σ abhängt. So ist zu erwarten, daß er sich stabiler verhält, als die stark korrelierten Parameter R_T , R_0 und β . Die Werte, die für diesen Parameter bestimmt wurden bewegen sich zwischen 5 und 6 fm, eine Änderung in Abhängigkeit von der transversalen Rapidität ist nicht zu erkennen.

In Abbildung 5.7 sind die Werte zusammengefaßt, die für den Parameter R_T bestimmt wurden. Ebenso wie bei R_Σ sind die Mittelwerte der Ergebnisse in den verschiedenen Richtungen dargestellt. Bei den Parametern R_T und R_0 wurden allerdings nur solche Werte berücksichtigt, die mit einem Fehler kleiner als 3 fm angegeben werden konnten. Die Beträge, die für den Parameter R_T bestimmt wurden, bewegen sich im Bereich um 6 fm. In zwei Rapiditätsintervallen ergeben sich jedoch Werte größer als 10 fm, in diesen Fällen führt allerdings eine niedrige Statistik zu schlechter definierten Korrelationsfunktionen; damit liefert die Anpassungsprozedur weniger verlässliche Resultate.

Die Werte für den Parameter R_0 sind in Abbildung 5.8 dargestellt. In diesem Fall erwartet man durch den engen Zusammenhang mit zwei anderen Parametern und durch die physikalische Interpretation des Parameters als Emissionsdauer ein weniger stabiles Ergebnis. In der Anpassungsprozedur zeigte sich dieser Parameter sensibler bei schlecht definierten Korrelationsfunktionen als die anderen. Die Unsicherheit bei der Bestimmung schlägt sich auch in der Fehlerangabe nieder, die in allen Rapiditätsintervallen größer ist als bei den anderen Parametern. Durchgehend hat es sich gezeigt, daß in Intervallen kleiner Paarrapidität niedrige Werte für R_0 bestimmt wurden.

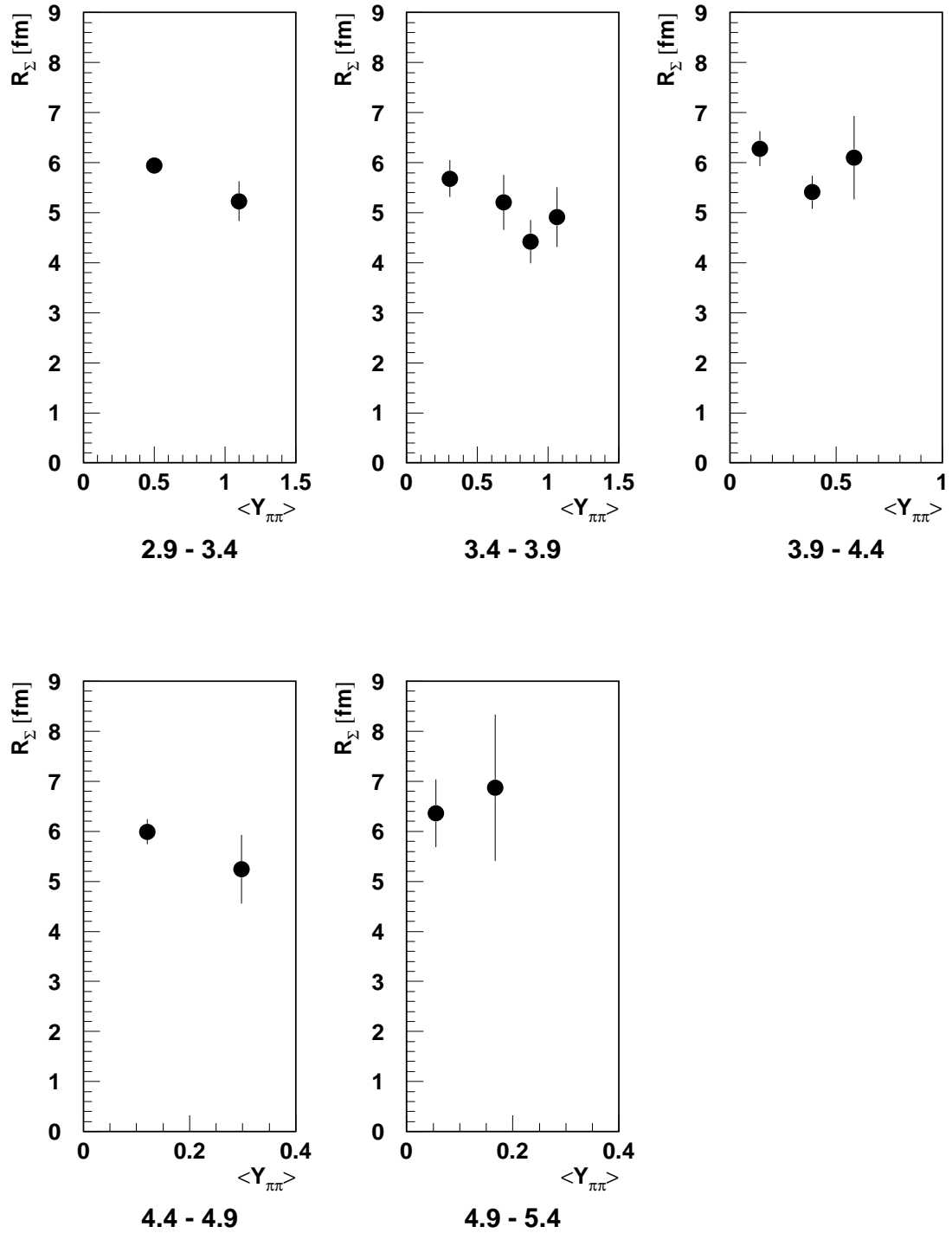


Abbildung 5.6
 Abhängigkeit des Parameters R_Σ von der mittleren transversalen Paarrapidität.
 Die Untertitel der Histogramme geben die Intervalle der longitudinalen Paarrapidität an.

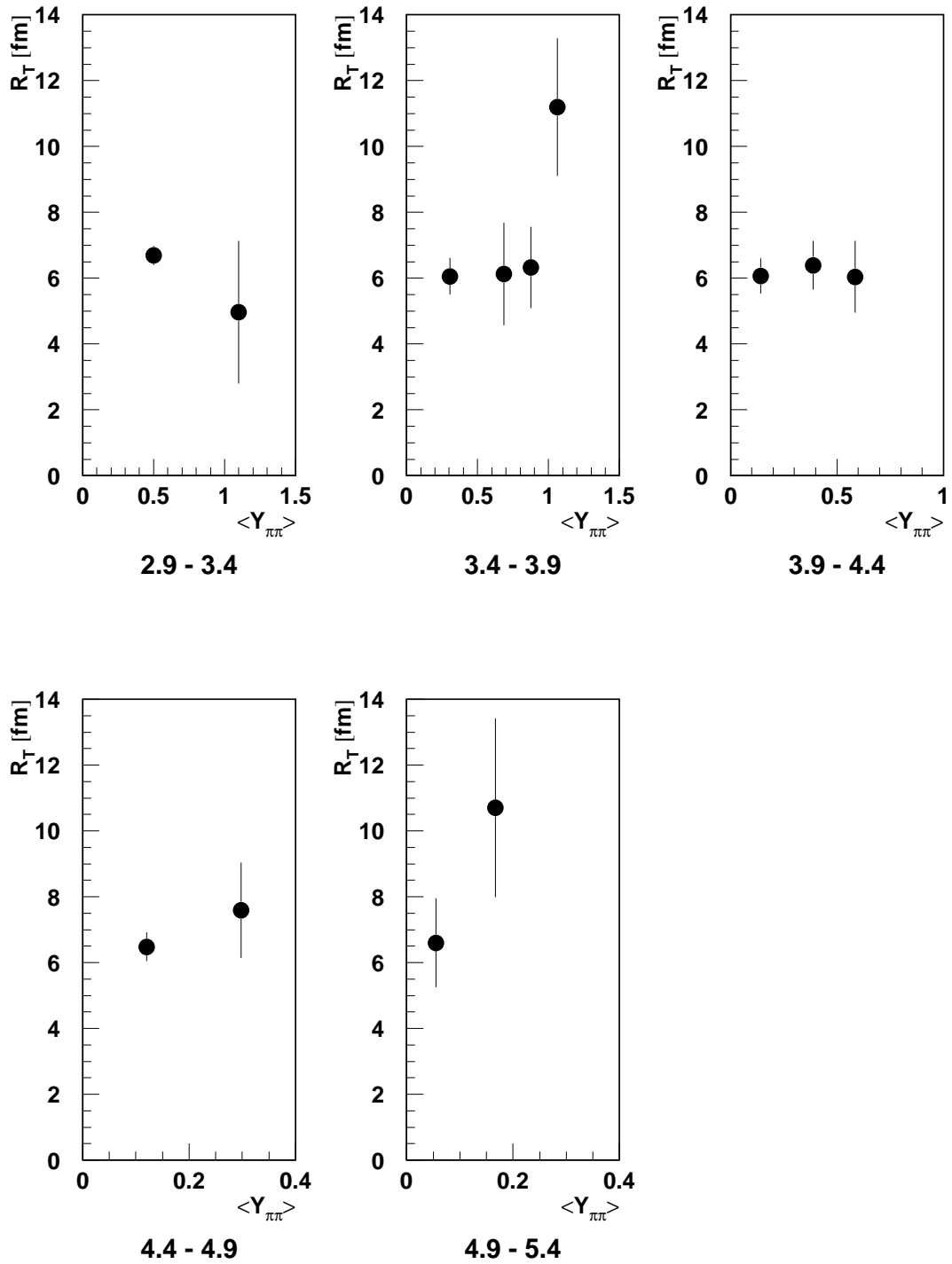


Abbildung 5.7
 Abhängigkeit des Parameters R_T von der mittleren transversalen Paarrapidität.
 Die Untertitel der Histogramme geben die Intervalle der longitudinalen Paarrapidität an.

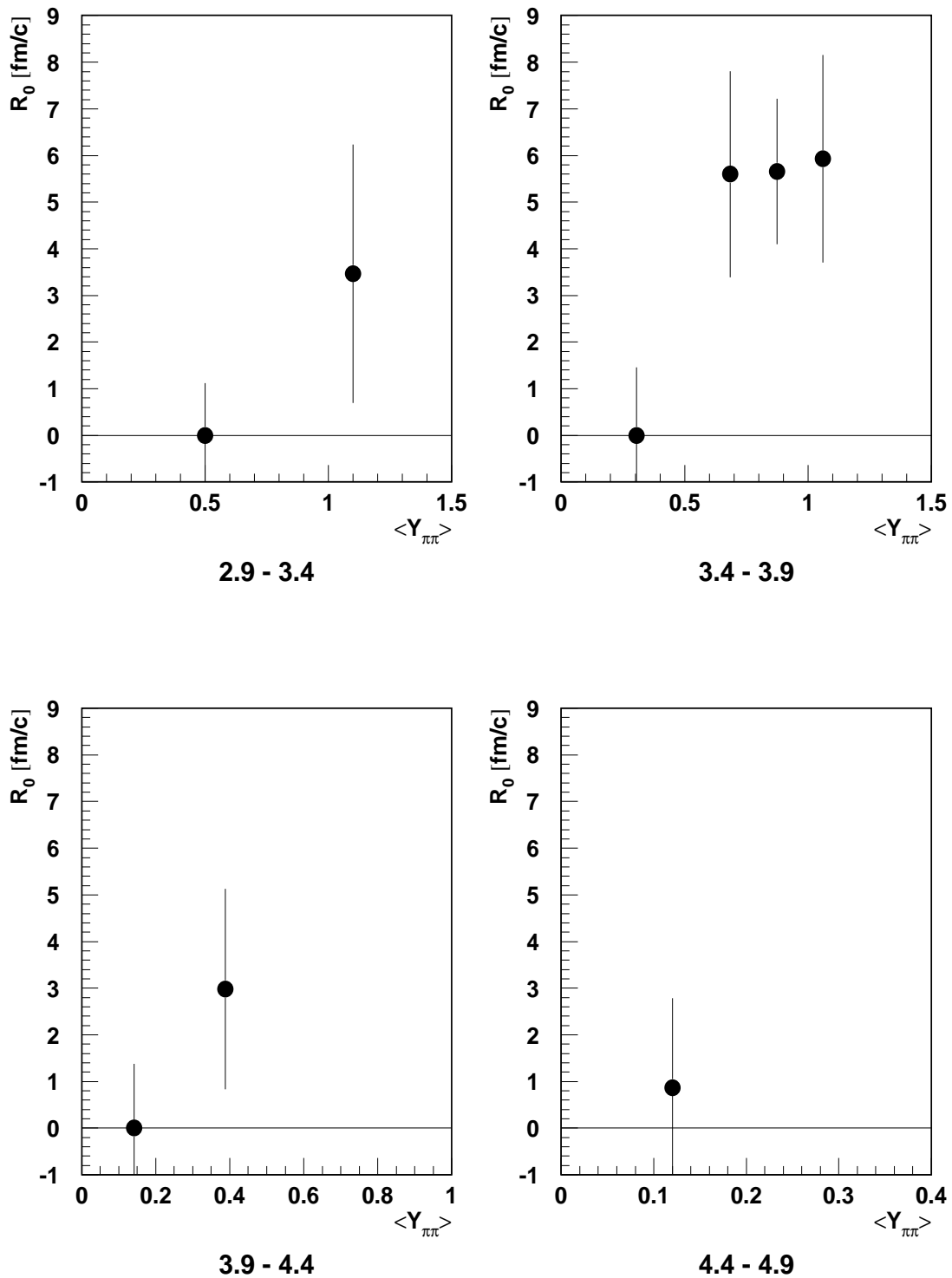


Abbildung 5.8
 Abhängigkeit des Parameters R_0 von der mittleren transversalen Paarrapidität.
 Die Untertitel der Histogramme geben die Intervalle der longitudinalen Paarrapidität an.

5.4 Analyse des β -Parameters der Korrelationsfunktion

Der Parameter β der Korrelationsfunktion Gleichung 5.2 ist ein Maß der transversalen Geschwindigkeit eines Quellelementes. Die Werte, die in der Anpassungsprozedur für die verschiedenen kinematischen Bereiche und Magnetfeldkonfigurationen bestimmt werden konnten, sind in Anhang A tabellarisch zusammengefaßt. In Abbildung 5.9 sind die Ergebnisse in einem Intervall longitudinaler Paarrapidität dargestellt. Dort ist ersichtlich, daß die Resultate, die in der Niedrigfeldkonfiguration erhalten wurden, im Rahmen der Fehler mit denen der Standardfeldkonfiguration übereinstimmen. Der Formalismus erweist sich auch als unabhängig davon, welche transversale Richtung ausgezeichnet wurde, entlang der die Expansion bestimmt wird. Wegen der Isotropie des Raumes und der Mittelung über viele Ereignisse fordert man ein Expansionsverhalten, das unabhängig von der gewählten transversalen Richtung ist. Die unsymmetrischen Verteilungen der transversalen Paarrapidität aufgrund der experimentellen Akzeptanz, wie sie in Abbildung 5.5 dargestellt sind, lassen aber ein solches Verhalten nicht unbedingt erwarten. Auch die stark unterschiedliche Anzahl von Paaren, die in den verschiedenen Richtungen die Korrelationsfunktion bilden, führt nicht zu einer systematischen Veränderung der Parameter. Die Untersuchungen in den beiden Feldkonfigurationen und in den verschiedenen Richtungen wurden durchgeführt, um die Unabhängigkeit des Formalismus von den experimentellen Vorgaben soweit wie möglich zu gewährleisten.

In Abbildung 5.10 sind die Mittelwerte der Parameter aus den verschiedenen Raumrichtungen in den beiden Feldkonfigurationen dargestellt. Dabei wurden nur solche Werte berücksichtigt, die mit einem Fehler kleiner als 0.2 angegeben werden konnten. Deutlich ist die Abhängigkeit des Parameters β von der mittleren transversalen Paarrapidität zu erkennen. Diese Abhängigkeit bedeutet, daß mit steigender mittlerer transversaler Paarrapidität auch die Geschwindigkeit der Quellelemente gegenüber dem Ruhesystem wächst. Die Quellelemente erreichen dabei Geschwindigkeiten bis zu $\beta = 0.8$. Klar ausgeprägt ist das Verhalten vor allem in den Intervallen der mittleren longitudinalen Paarrapidität zu beobachten. Das sind die Bereiche, wo die Korrelationsfunktion am besten definiert ist. In Abbildung 5.10 ist der Zusammenhang gezeigt zwischen der mittleren transversalen Paarrapidität und der Yano-Koonin-Podgorteskii-Rapidität Y_{YKP} , die sich aus der Geschwindigkeit β gemäß Gleichung 4.14 berechnet. In dieser Darstellung führte das Vorliegen einer statischen Quelle dazu, daß die Werte für Y_{YKP} konstant gleich 0 wären. Dies kann offensichtlich ausgeschlossen werden. Lägen die Werte auf der Winkelhalbierenden, gälte also $Y_{YKP} = \langle Y_{\pi\pi} \rangle$, dann wäre das ein Hinweis auf ein boostinvariantes Verhalten der Quelle. Die Datenpunkte unterstützen ein solches Bild in den Intervallen mittlerer longitudinaler Paarrapidität. In den Bereichen hoher longitudinaler Paarrapidität ist die mittlere transversale Rapidität niedriger, dort bestimmt man allerdings trotzdem verhältnismäßig hohe Werte für die Yano-Koonin-Podgorteskii Rapidität. In diesen Intervallen konnte die Anpassungsprozedur aufgrund geringer Statistik allerdings nur in ein oder zwei Raumrichtungen erfolgreich bestimmt werden, folglich sind die gewonnenen Parameter auch mit einem großen Fehler behaftet.

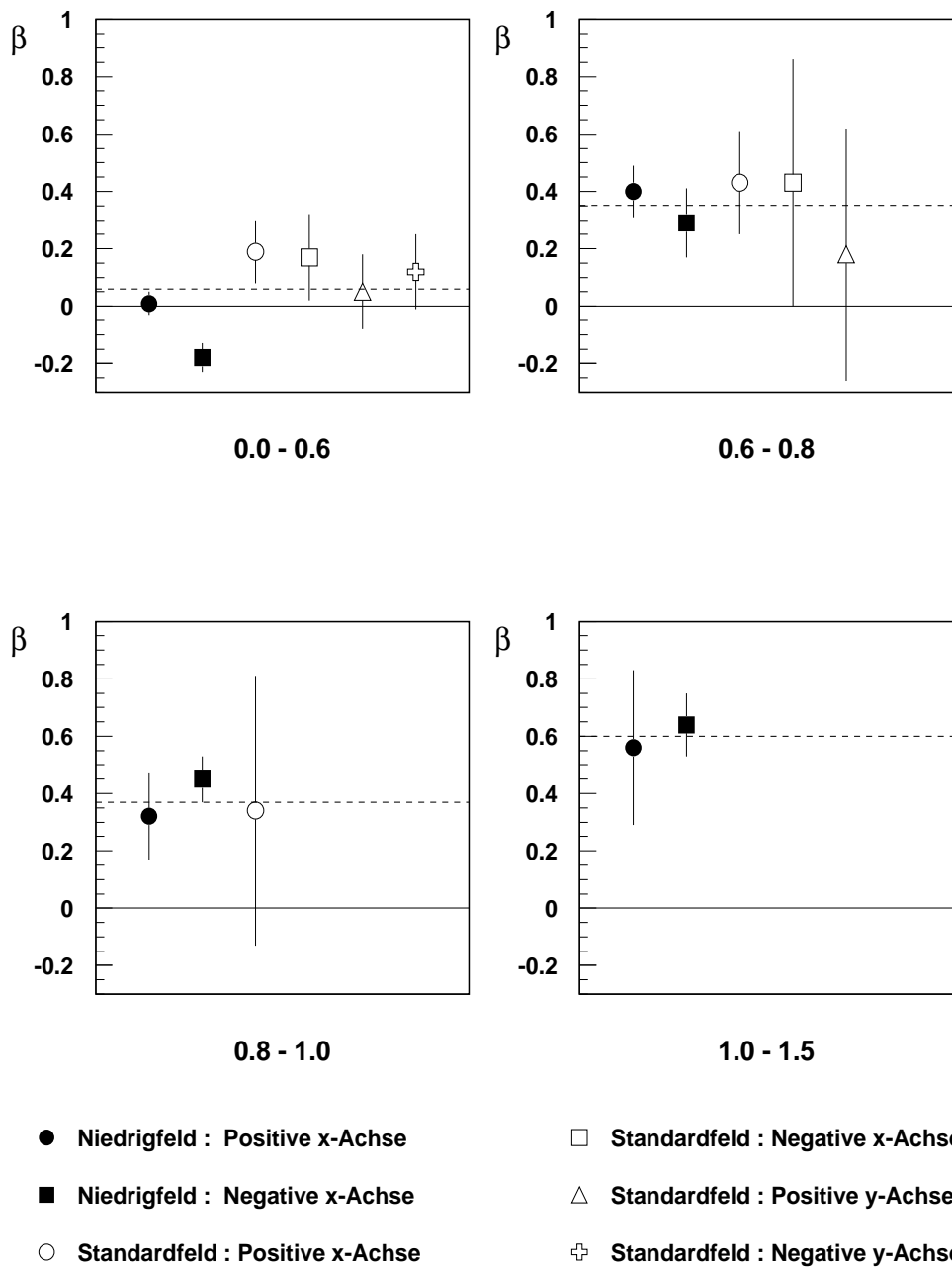


Abbildung 5.9

Die Resultate für β in den unterschiedlichen Raumrichtungen in zwei Magnetfeldkonfigurationen im Intervall $3.4 < Y_{\pi, long} < 3.9$. Die gestrichelte Linie entspricht jeweils dem Mittelwert. Die Untertitel geben die Intervalle transversaler Paarrapidität an.

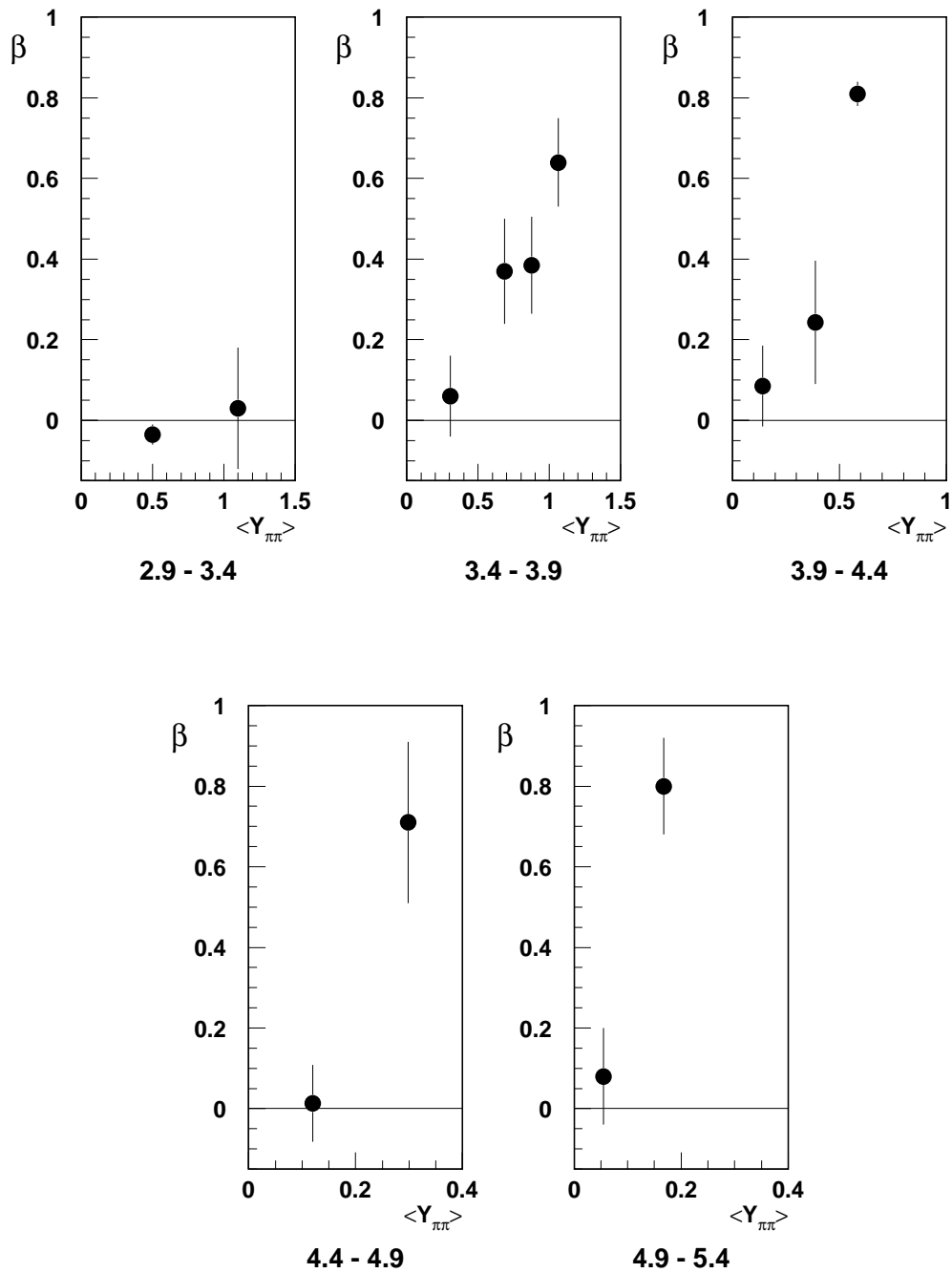


Abbildung 5.10

Die Mittelwerte des Parameters β in Abhängigkeit von der mittleren transversalen Paarrapidität $\langle Y_{\pi\pi} \rangle$. Die Untertitel geben die Intervalle longitudinaler Paarrapidität an.

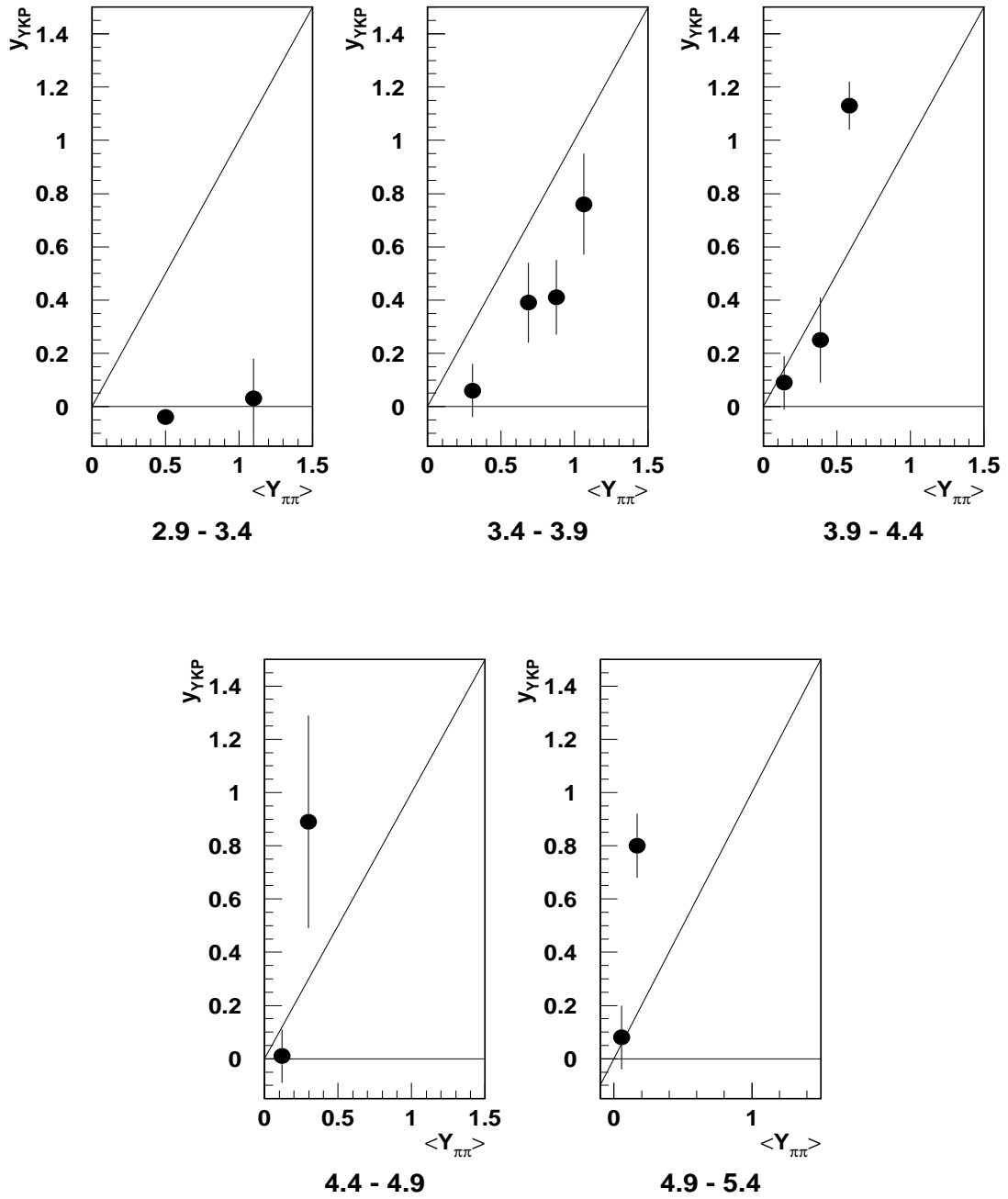


Abbildung 5.11
 Die Abhängigkeit der Yano-Koonin-Podgoretskii Rapidität Y_{YKP} von der mittleren transversalen Paarrapidität $\langle Y_{\pi\pi} \rangle$. Die Untertitel geben die Intervalle der longitudinalen Paarrapidität an.

5.5 Diskussion der Ergebnisse

In Blei-Blei Stößen bei 158 AGeV erreicht man in einem begrenzten Volumen für kurze Zeit Energiedichten von 2-3 GeV/fm³. Bei diesem Vorgang finden auf kleinem Raum eine Vielzahl von Elementarprozessen zwischen den Teilchen statt, die schließlich zur Emission von über 2500 Hadronen führen. Die Zahl der Elementarprozesse ist so groß, daß die Reaktion angemessen in Begriffen der Thermodynamik beschrieben wird. Damit betrachtet man die Kollision in erster Näherung als eine Teilchenquelle, aus deren Expansions- und Emissionsverhalten Rückschlüsse über die zugrundeliegenden Elementarprozesse gezogen werden. Die transversale Expansion der Teilchenquelle wurde in dieser Arbeit durch die Analyse der Korrelationsfunktion direkt nachgewiesen und in verschiedenen kinematischen Intervallen quantitativ bestimmt. Einzelne Quellelemente erreichen nach dieser Studie eine Geschwindigkeit bis zu $\beta = 0.8$.

Dieses Ergebnis entspricht dem, was in [App98] indirekt bestimmt wurde. Dort führt man zunächst eine Analyse der Korrelationsfunktion in der konventionellen YKP-Parametrisierung durch.

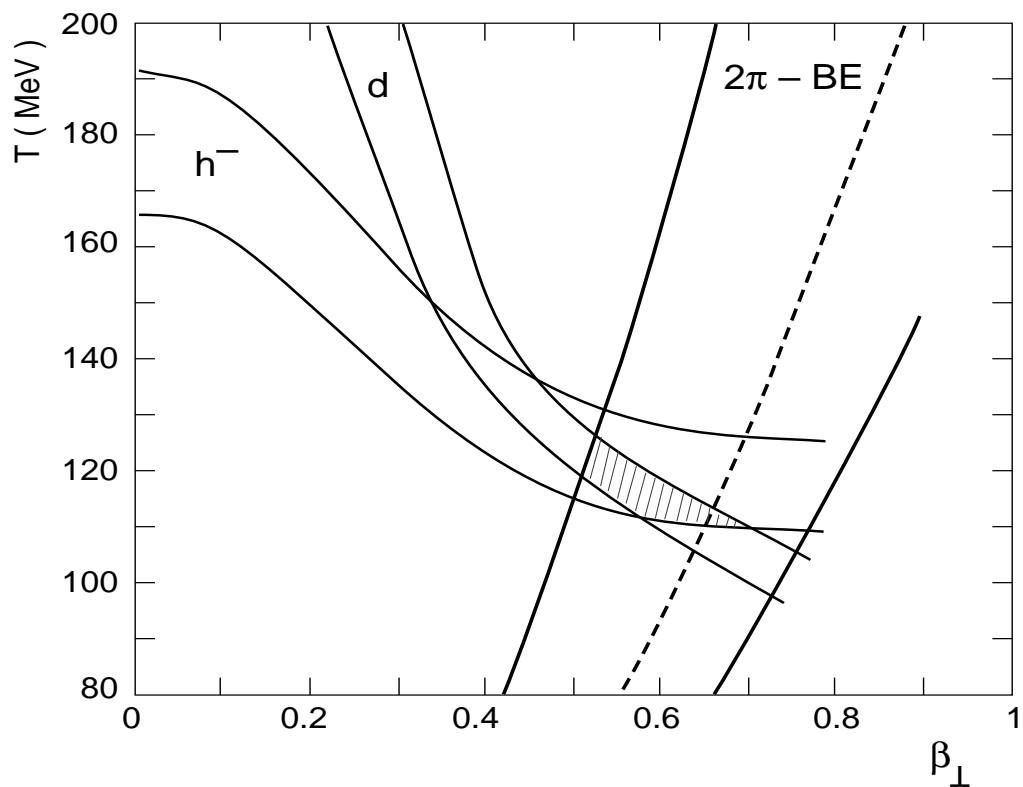


Abbildung 5.12

Indirekte Bestimmung der transversalen Expansion durch die Kombination von Korrelationsanalyse und m_T -Spektren in einem Modell.

Die Abhängigkeit des Radiusparameters R_{\perp} vom Transversalimpuls k_T entspricht in einem Modell [Hei96] einem Satz von Werten für die Temperatur T der Quelle und einer zugehörigen transversalen Expansionsgeschwindigkeit β . Die Annahme eines transversalen Geschwindigkeitsfeldes und einer Temperatur führt andererseits zu charakteristischen m_T -Spektren der Pionen und schwererer Hadronen.

Durch Messung der transversalen Massenspektren der negativen Hadronen (h^-) und der Deuteronen (d) wird es nun möglich, im Rahmen des Modells wiederum ein Gebiet erlaubter Werte für die Temperatur und den transversalen Fluß anzugeben. Kombiniert man beide Ansätze, so ergeben sich Werte im Bereich von $\beta = 0.6$ für die transversale Expansion. In Abbildung 5.12 ist das Ergebnis dieser indirekten Bestimmung des transversalen Flusses dargestellt.

Die Bestimmung der transversalen Expansion in dieser Arbeit beruht auf der Anpassung eines Formalismusses, der sich bei der Analyse der longitudinalen Dynamik bewährt hat. In wie weit im transversalen Fall die Voraussetzungen erfüllt sind, die im longitudinalen die Anwendung des YKP-Formalismus erlaubten, ist unklar. Im letzteren geht man beispielsweise von einer symmetrischen Quellverteilung senkrecht zur Strahlachse aus, bei der Bestimmung der transversalen Expansion liegt aber wahrscheinlich eine asymmetrische Quellverteilung bezüglich der gewählten Expansionsrichtung vor. Das Expansionsverhalten insgesamt, das heißt bezüglich der Stärke des Geschwindigkeitsfeldes und der Dichteverteilung, unterscheidet sich in beiden Fällen wesentlich.

Wagt man aber trotz dieser Bedenken eine Interpretation der hier bestimmten Radien analog derer im longitudinalen Fall, so wäre der Parameter R_0 als Emissionsdauer zu deuten. Nach den hier vorgestellten Ergebnissen läge dann ein Zusammenhang zwischen der mittleren transversalen Rapidity und der Emissionsdauer vor. Der Parameter R_{Σ} sollte eine Abhängigkeit von der longitudinalen Rapidity zeigen, das entspräche einer Expansion in longitudinaler Richtung. Dieser Zusammenhang ist auch deshalb nicht zu beobachten, weil die Intervalle der transversalen Paarrapidity unterschiedlich gewählt wurden. Die diffizile Interpretation schon im longitudinalen Fall und die Unsicherheit in der Bestimmung dieser Radien im Rahmen dieser Untersuchung erlauben keine klare Deutung der HBT-Radien an dieser Stelle. Das Verhalten dieser Radien läßt sich durch die Angabe zusammenfassen, daß die Größenordnung von R_{Σ} und R_T mit den entsprechenden Werten, die im longitudinalen Fall bestimmt wurden, übereinstimmt.

Im Folgenden sind einige Punkte aufgeführt, die die Aussagekraft der Parameter, die mittels des hier vorgestellten Formalismusses bestimmt wurden, erhöhten. Die Analyse von wesentlich mehr Ereignissen würde zu einer stärkeren Population der Intervalle höherer Paarrapidity führen, wodurch die Korrelationsfunktion in diesen Bereichen besser definiert wäre. Durch eine Teilchenidentifizierung, die im Rahmen des "Global Chain"-Programmes im NA49-Experiment möglich wird, sollte die Korrelationsfunktion von Paaren nicht identischer Teilchen befreit werden. Außerdem würde die dann mögliche Analyse verschiedener Bosonen, zum Beispiel Kaonen, interessante Informationen über die Dynamik der Quelle liefern. Die Untersuchung von pp-Ereignissen im NA49-Experiment könnte die Korrelationsanalyse in einer Form, wie sie hier vorgestellt wurde, beinhalten. Der Vergleich mit einer so verschiedenen Teilchenquelle lieferte sicherlich aufschlußreiche Informationen über die Qualität des Formalismus.

Um die theoretischen Grundlagen zu festigen, auf denen diese direkte Bestimmung der transversalen Expansion basiert, wäre die Diskussion des Formalismus in einem Modell sehr hilfreich. Insbesondere wäre damit eine Interpretation der Radiusparameter möglich.

6. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die transversale Flußgeschwindigkeit einer Schwerionenreaktion direkt bestimmt. Dazu modifizierte man den herkömmlichen Yano-Koonin-Podgoretskii Formalismus, der zur Bestimmung der longitudinalen Expansion bereits erfolgreich eingesetzt wurde. Die transversale Expansion wurde in verschiedenen kinematischen Bereichen bestimmt. Einzelne Quellabschnitte erreichen Geschwindigkeiten bis zu $\beta = 0.8$. Das entspricht den Werten, die man durch indirekte Verfahren für den transversalen Fluß bestimmte. In den Intervallen mittlerer longitudinaler Paarrapidität entspricht die Yano-Koonin-Podgoretskii Rapidität der mittleren Paarrapidität. Dieses Verhalten erwartet man von einer Quelle, die ein boostinvariantes Expansionsverhalten besitzt.

Die HBT-Radien, die im Zuge der Analyse der Korrelationsfunktion bestimmt wurden, entsprechen in der Größenordnung denen, die bei der Untersuchung der longitudinalen Expansion bestimmt wurden. Lediglich der Parameter R_0 zeigt ein abweichendes Verhalten, indem er für geringere Rapiditäten kleinere Werte annimmt, dieser Parameter ist jedoch mit einem großen Fehler belastet.

Die Konsistenz des Formalismus bezüglich verschieden gewählter transversaler Richtungen wurde überprüft. Trotz erheblicher Unterschiede in den transversalen Rapiditätsverteilungen wurden in vier verschiedenen Richtungen vergleichbare Resultate gemessen. Um einen größeren Impulsbereich abzudecken wurden die Messungen in zwei verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen durchgeführt, in den Bereichen wo die Parameter der Korrelationsfunktion im beiden bestimmt werden konnten, ergaben sich vergleichbare Werte.

Anhang A

In diesem Teil werden die Parameter tabellarisch zusammengefaßt, die durch die Anpassungsprozedur der Funktion Gleichung 5.2 an die gemessenen Korrelationsfunktion in den gewählten Intervallen longitudinaler und transversaler Paarrapidität bestimmt wurden. Als transversale Expansionsrichtung wurden die Richtungen entlang der positiven bzw. negativen x -Achse sowie entlang der positiven bzw. negativen y -Achse gewählt.

Standardfeld

Longitudinale Paarrapidität 3.4 - 3.9

Transversale Rapidität	λ	+/-	R_0	+/-	R_Σ	+/-	R_T	+/-	β	+/-
Positiv x										
0.00 - 0.60	0.24	0.03	10^{-2}	2.15	5.03	0.39	6.03	0.68	0.19	0.11
0.60 - 0.80	0.24	0.03	10^{-2}	4.28	5.41	0.43	6.20	1.09	0.43	0.18
0.80 - 1.00	0.29	0.05	3.28	5.81	4.81	0.57	6.05	2.11	0.34	0.47
Negativ x										
0.00 - 0.60	0.30	0.07	10^{-3}	2.12	5.87	0.78	6.81	1.07	0.17	0.15
0.60 - 0.80	0.41	0.12	10^{-3}	2.84	5.45	0.85	6.21	3.32	0.43	0.43
Positiv y										
0.00 - 0.60	0.25	0.03	10^{-2}	4.10	5.44	0.35	4.94	0.54	0.05	0.13
0.60 - 0.80	0.40	0.07	4.86	3.22	5.04	0.59	5.27	2.01	0.18	0.44
Negativ y										
0.00 - 0.60	0.26	0.03	10^{-3}	1.22	5.56	0.44	5.62	0.61	0.12	0.13
0.60 - 0.80	0.26	0.08	10^{-2}	6.98	4.61	0.86	4.20	8.56	-0.47	1.06

Longitudinale Paarrapidität 3.9 - 4.4

Transversale Rapidität	λ	+/-	R_0	+/-	R_Σ	+/-	R_T	+/-	β	+/-
Positiv x										
0.00 - 0.30	0.19	0.02	10^{-4}	1.15	5.48	0.30	6.60	0.46	0.14	0.08
0.30 - 0.55	0.25	0.02	3.71	1.55	5.35	0.28	6.36	0.53	0.37	0.11
0.55 - 0.90	0.38	0.09	16.2	4.14	6.10	0.83	6.04	1.09	0.81	0.03
Negativ x										
0.00 - 0.30	0.26	0.03	10^{-4}	1.80	7.09	0.46	6.68	0.62	-0.02	0.11
0.30 - 0.55	0.32	0.03	10^{-2}	4.98	5.46	0.36	5.73	0.99	-0.01	0.19

Longitudinale Paarrapidität 3.9 - 4.4

Transversale Rapidität	λ	+/-	R_0	+/-	R_Σ	+/-	R_T	+/-	β	+/-
Positiv y										
0.00 - 0.30	0.22	0.02	10^{-5}	1.10	6.17	0.32	5.97	0.46	10^{-3}	0.10
0.30 - 0.55	0.23	0.02	2.18	2.56	4.86	0.29	5.65	0.62	0.29	0.17
Negativ y										
0.00 - 0.30	0.21	0.02	10^{-3}	1.47	6.39	0.33	5.03	0.60	0.20	0.13
0.30 - 0.55	0.34	0.04	3.04	2.34	5.96	0.39	7.83	0.87	0.31	0.14

Longitudinale Paarrapidität 4.4 - 4.9

Transversale Rapidität	λ	+/-	R_0	+/-	R_Σ	+/-	R_T	+/-	β	+/-
Positiv x										
0.00 - 0.25	0.22	0.02	3.49	1.30	5.51	0.24	7.01	0.38	0.19	0.07
0.25 - 0.35	0.17	0.03	10^{-3}	2.54	4.09	0.51	8.27	1.33	0.32	0.15
Negativ x										
0.00 - 0.25	0.27	0.02	10^{-3}	3.01	6.82	0.28	7.70	0.49	0.07	0.10
0.25 - 0.35	0.32	0.05	10^{-2}	3.26	5.57	0.49	7.06	1.38	0.34	0.25
0.35 - 0.50	0.62	0.33	10^{-3}	6.22	4.58	1.66	18.4	8.20	0.14	0.39
Positiv y										
0.00 - 0.25	0.19	0.01	10^{-4}	1.40	5.78	0.24	6.18	0.39	0.04	0.09
0.25 - 0.35	0.16	0.03	4.12	4.87	4.29	0.90	5.92	1.54	0.33	0.42
Negativ y										
0.00 - 0.25	0.20	0.02	10^{-3}	1.98	5.86	0.25	5.04	0.50	-0.25	0.12
0.25 - 0.35	0.35	0.07	5.63	5.31	6.99	0.87	9.10	1.54	0.56	0.14
0.35 - 0.50	0.38	0.14	10^{-4}	4.08	4.86	0.76	9.63	2.58	0.71	0.20

Longitudinale Paarrapidität 4.9 - 5.4

Transversale Rapidität	λ	+/-	R_0	+/-	R_Σ	+/-	R_T	+/-	β	+/-
Positiv x										
0.00 - 0.15	0.25	0.03	10^{-3}	3.98	6.50	0.47	6.79	0.98	-0.10	0.22
0.15 - 0.30	0.31	0.15	10^{-5}	5.82	7.15	1.75	11.1	3.13	0.62	0.36
Negativ x										
0.00 - 0.15	0.24	0.04	2.36	13.2	7.00	0.69	6.01	2.22	-0.38	0.66
0.15 - 0.30	0.34	0.12	10^{-2}	6.99	6.58	1.17	10.2	2.31	0.80	0.12
Positiv y										
0.00 - 0.15	0.19	0.04	4.42	5.00	5.94	0.86	7.10	1.20	0.29	0.23
Negativ y										
0.00 - 0.15	0.24	0.05	10.2	3.49	6.01	0.70	6.49	1.01	0.08	0.12

Niedrigfeld

Longitudinale Paarrapidität 2.9 - 3.4

Transversale Rapidität	λ	+/-	R_0	+/-	R_Σ	+/-	R_T	+/-	β	+/-
Positiv x										
0.00 - 1.00	0.21	10^{-2}	10^{-5}	0.54	5.55	0.11	6.65	0.20	-0.07	0.04
1.00 - 1.50	0.33	0.05	3.51	1.77	5.29	0.40	4.61	2.38	0.03	0.12
Negativ x										
0.00 - 1.00	0.23	0.01	10^{-4}	1.70	6.32	0.21	6.76	0.38	10^{-2}	0.01
1.00 - 1.50	0.34	0.03	3.43	3.77	5.17	0.39	5.33	1.95	0.18	0.51

Longitudinale Paarrapidität 3.4 - 3.9

Transversale Rapidität	λ	+/-	R_0	+/-	R_Σ	+/-	R_T	+/-	β	+/-
Positiv x										
0.00 - 0.60	0.20	0.01	10^{-5}	0.95	6.01	0.12	6.78	0.21	0.01	0.04
0.60 - 0.80	0.26	0.02	5.81	1.39	5.23	0.30	6.84	0.69	0.40	0.09
0.80 - 1.00	0.27	0.03	4.94	1.86	4.44	0.44	6.22	0.94	0.32	0.15
1.00 - 1.50	0.32	0.07	4.61	6.03	4.80	0.68	12.3	2.65	0.56	0.27
Negativ x										
0.00 - 0.60	0.21	0.01	10^{-5}	0.86	6.15	0.11	6.19	0.23	-0.18	0.05
0.60 - 0.80	0.30	0.02	6.13	1.40	5.49	0.25	6.12	0.68	0.29	0.12
0.80 - 1.00	0.26	0.03	6.37	1.25	4.00	0.29	6.73	0.67	0.45	0.08
1.00 - 1.50	0.35	0.06	5.93	2.22	5.01	0.51	10.1	1.53	0.64	0.11

Anhang B

Hier werden die Projektionen auf die einzelnen Komponenten q_T , q_0 und q_\perp der Korrelationsfunktion in den Intervallen der longitudinalen und transversalen Paarrapidität dargestellt. In Tabelle B.2 sind der Bereich, über den die Funktion dargestellt ist, und die Impulsintervalle, über die bei den jeweiligen Projektionen integriert wurde, angegeben. Neben den Projektionen der Korrelationsfunktion Gl. 5.2 werden die Korrelationsfunktionen in der Viererimpulsdifferenz q_{inv} gezeigt. Diese dienen im Bereich größerer Impulse ($q_{inv} > 50$ MeV/c) zur Normierung. Die angegebenen Fehlerbalken beziehen sich nur auf den statistischen Fehler.

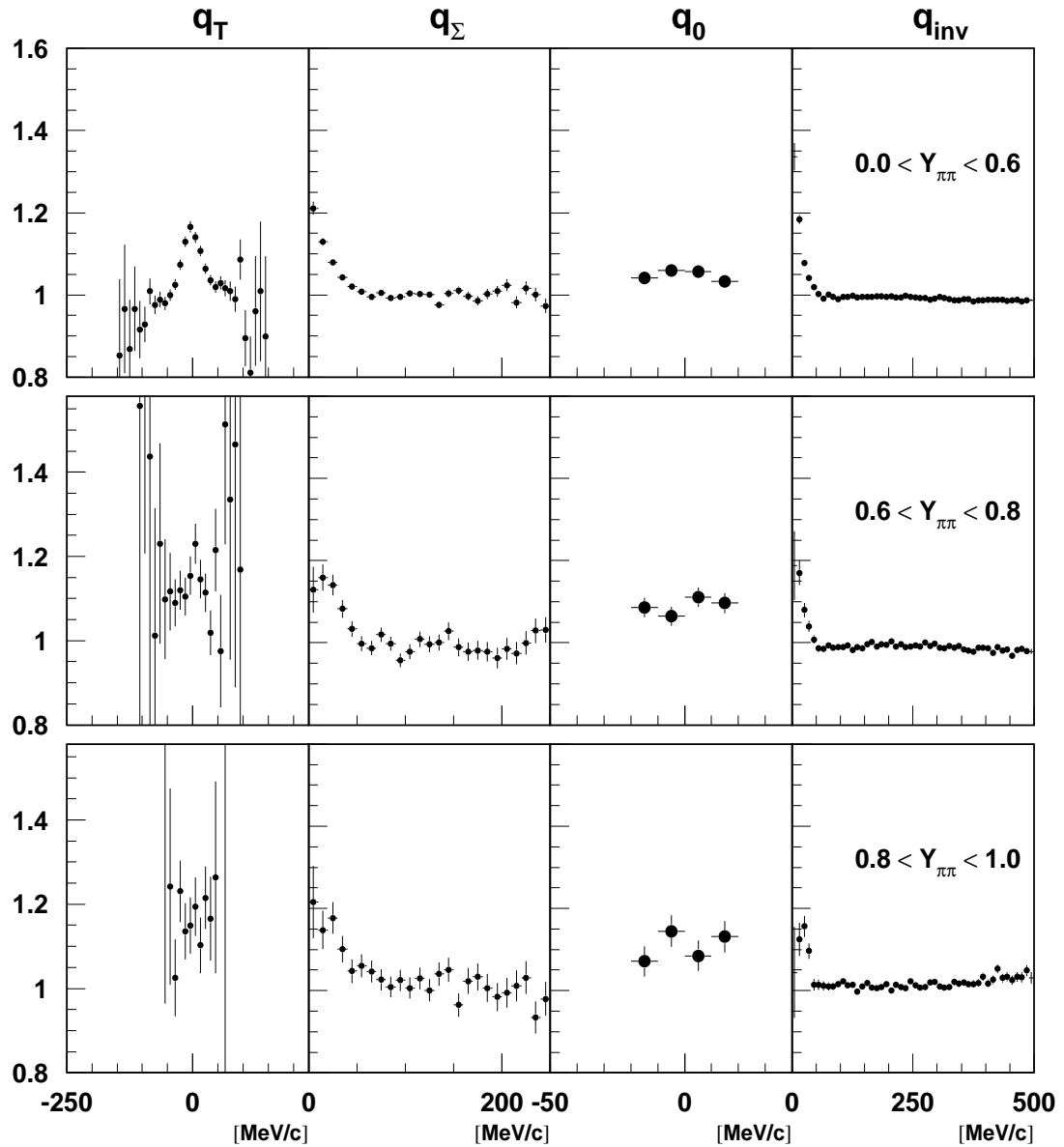
	q_T	q_Σ	q_0
$-150 < q_T < 150$	-	[0, 30]	[-30, 30]
$0 < q_\Sigma < 250$	[-30, 30]	-	[-30, 30]
$-20 < q_0 < 20$	[-50, 50]	[0, 50]	-

*Tabelle B.2 :
Definitionsbereich der Korrelationsfunktion bzw. Integrationsbereich
der projizierten Variable (alle Angaben in MeV/c).*

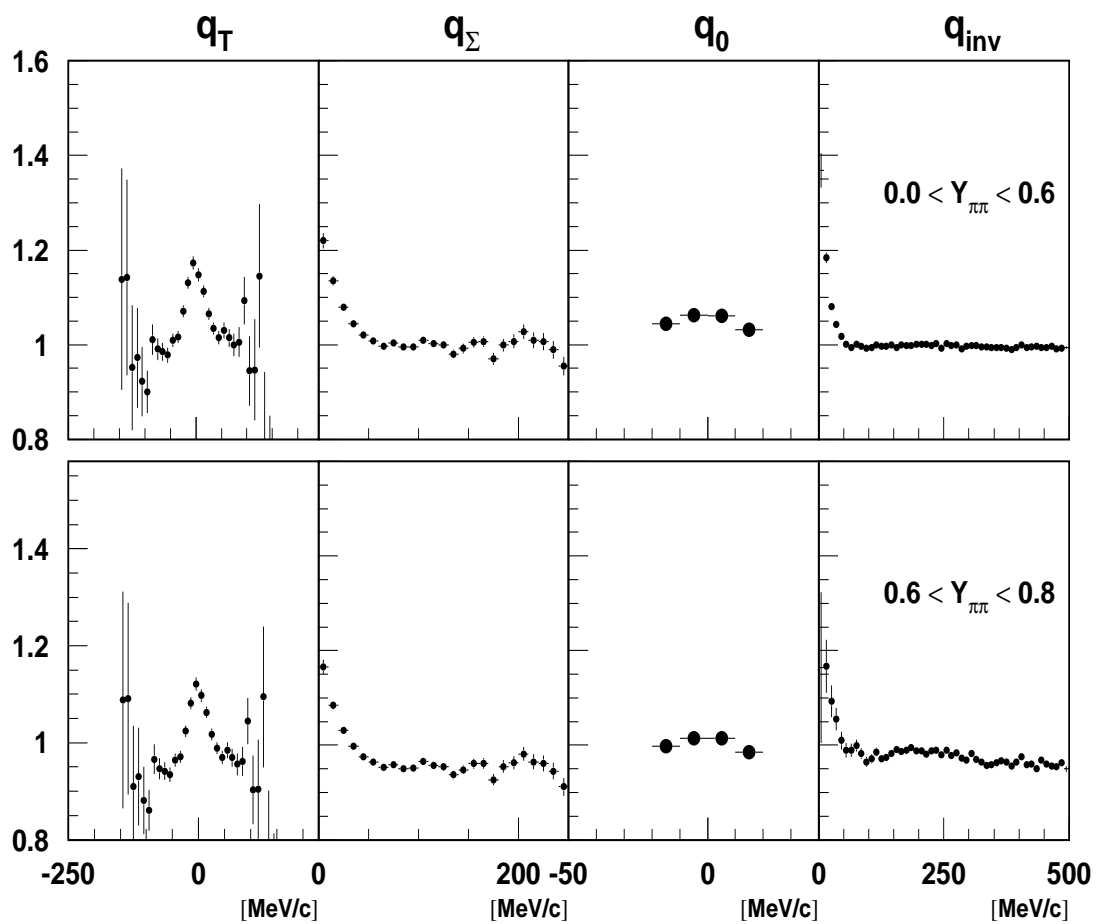
Standardfeld

Longitudinale Paarrapidität 3.4 - 3.9

Transversale Expansionsrichtung entlang der positiven x-Achse :

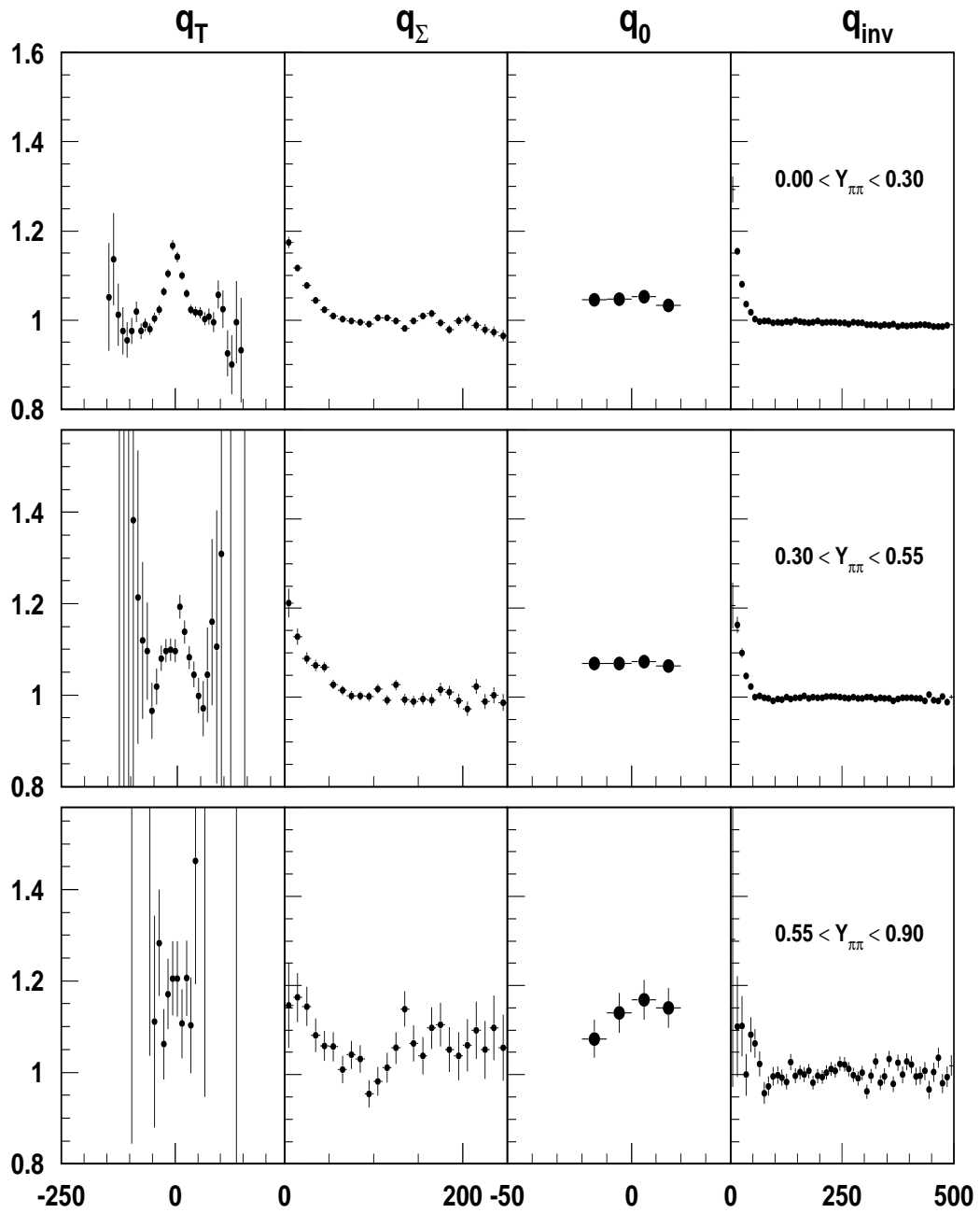


Transversale Expansionsrichtung entlang der negativen x-Achse :



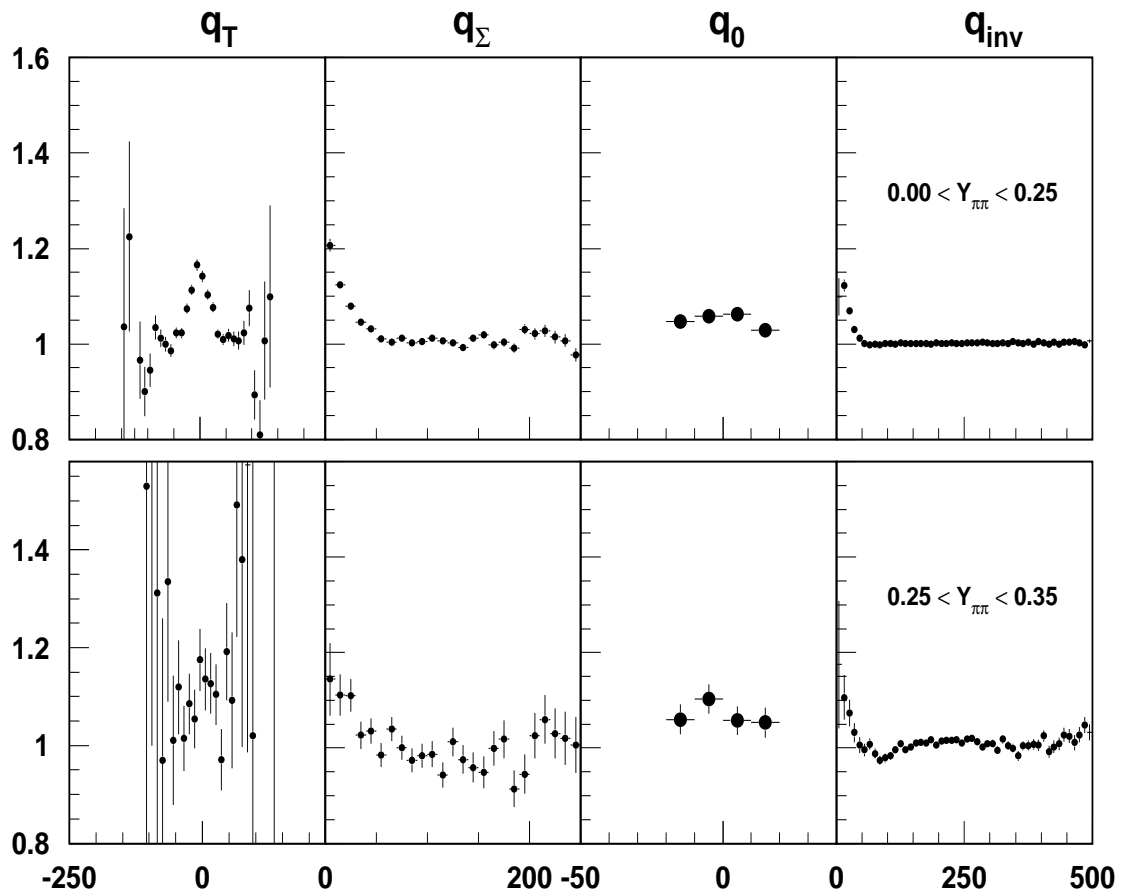
Longitudinale Paarrapidität 3.9 - 4.4

Transversale Expansionsrichtung entlang der positiven x-Achse :



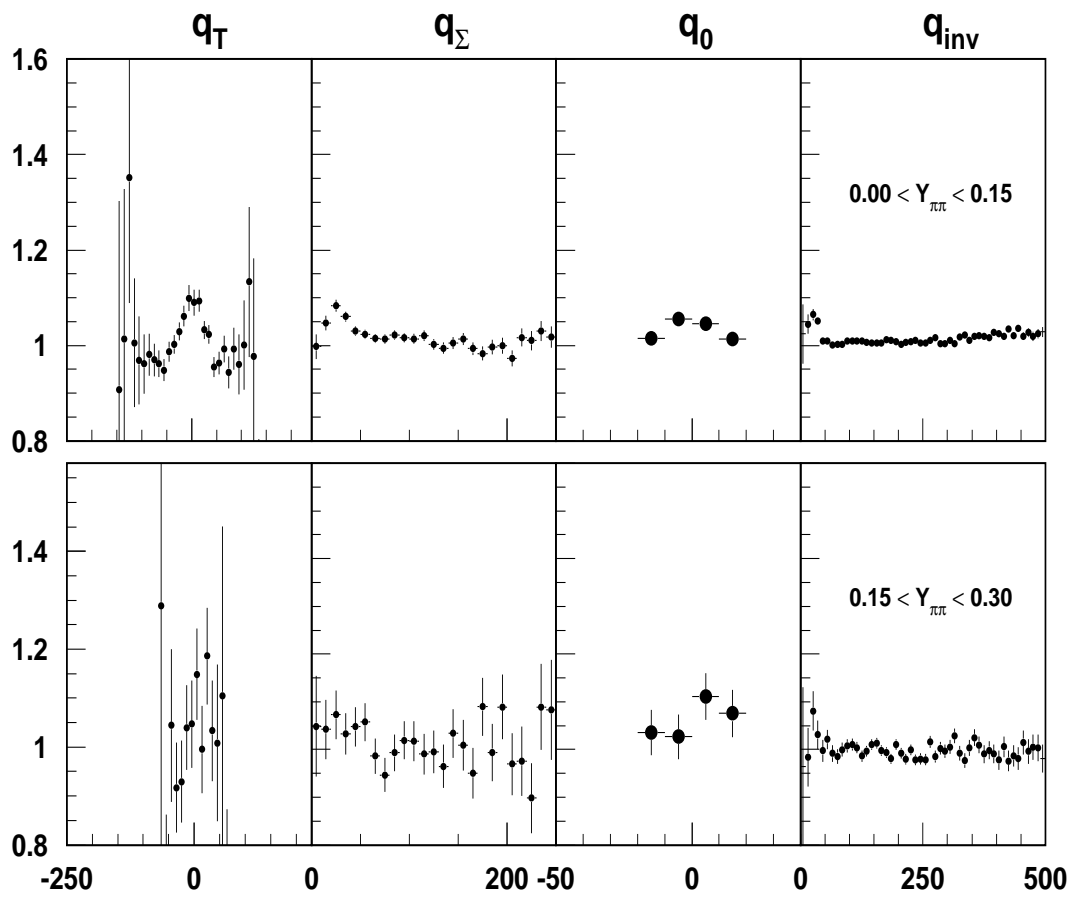
Longitudinale Paarrapidität 4.4 - 4.9

Transversale Expansionsrichtung entlang der positiven x-Achse :



Longitudinale Paarrapidität 4.9 - 5.4

Transversale Expansionsrichtung entlang der positiven x-Achse :

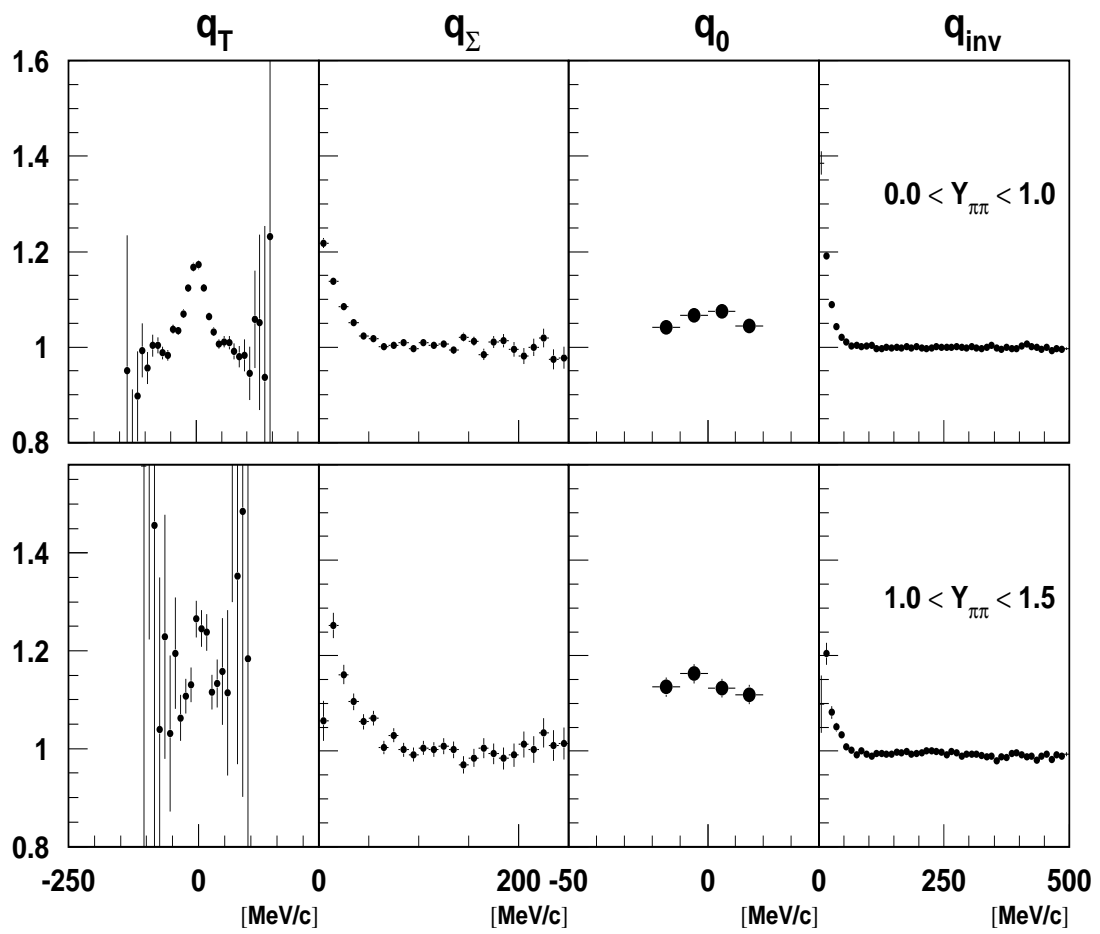


Niedrigfeld

Longitudinale Paarrapidität 2.9 - 3.4

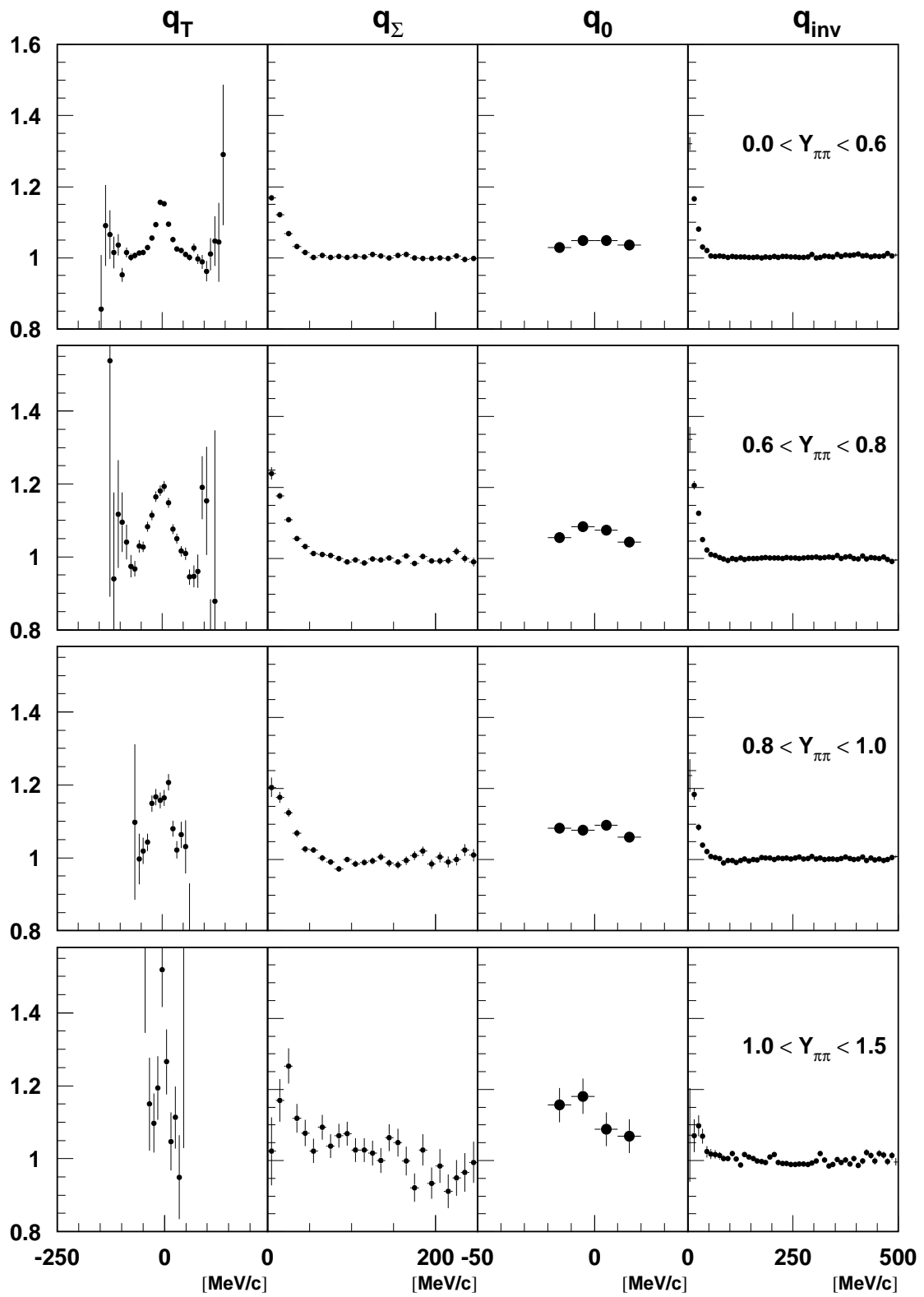
Transversale Expansionsrichtung entlang der positiven x-Achse :

Transversale Expansionsrichtung entlang der negativen x-Achse :

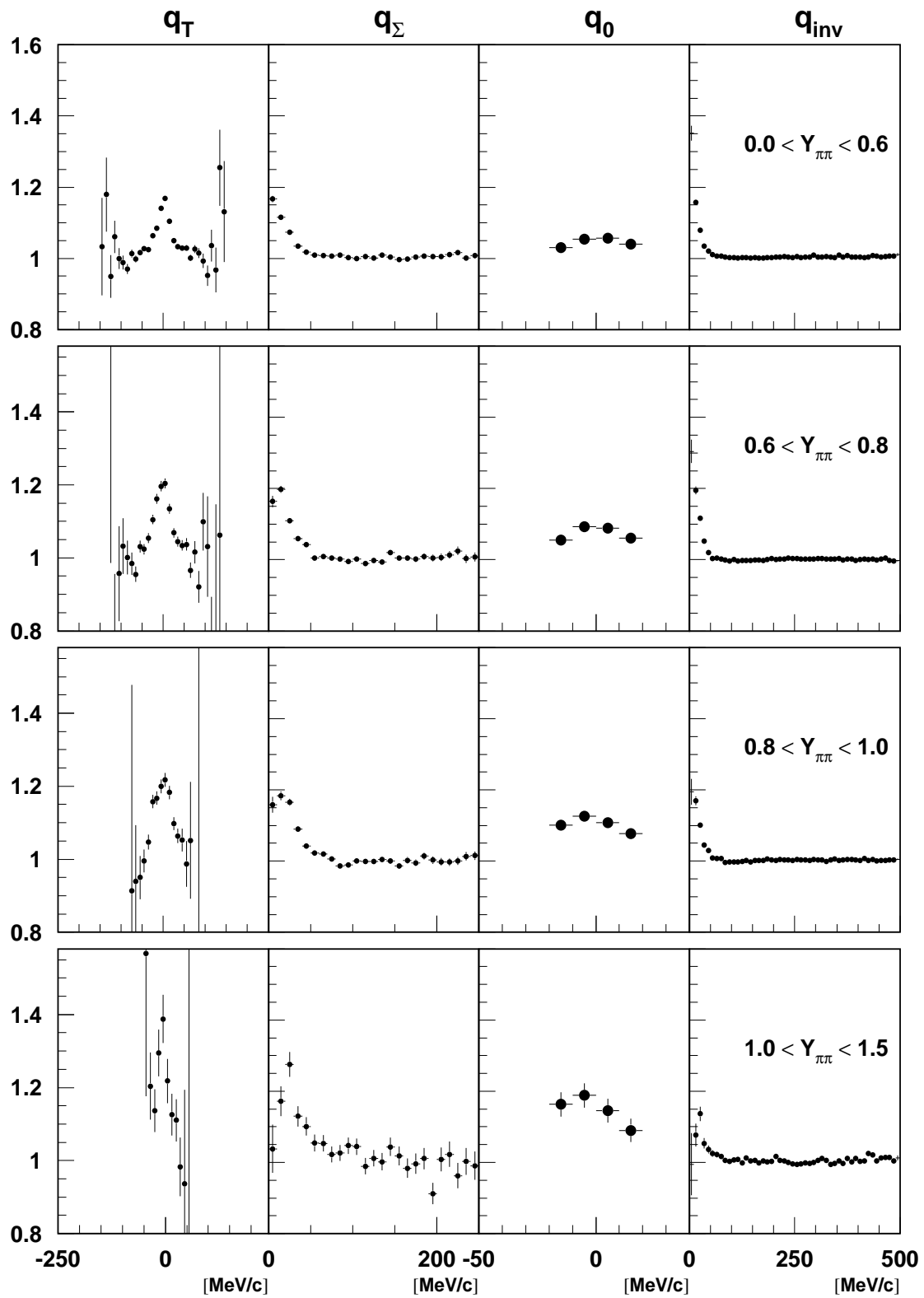


Longitudinale Paarrapidität 3.4 - 3.9

Transversale Expansionsrichtung entlang der positiven x-Achse :



Transversale Expansionsrichtung entlang der negativen x-Achse :



Literaturverzeichnis

- [Alb97] T. Alber et al., Z. Phys. **C73** (1997) 443
- [Ani96] M. Kh. Anikina et al., Phys. Lett. **B397** (1997) 30
- [App97] H. Appelshäuser, Dissertation (1997), Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [App98] H. Appelshäuser et al., “Hadronic Expansion Dynamics in Ultra-Relativistic Pb+Pb Collisions at 158 GeV/Nucleon” akzeptiert von Euro. Phys. Jour. (1998)
- [Bau97] S. Bauer, Diplomarbeit (1997), IKF Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [Bay96] G. Baym, P. Braun-Munzinger, Nucl. Phys. **A610** (1996) 286c
- [Ber98] J. Berger, Diplomarbeit (in Vorbereitung), IKF Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [Ber89a] G. Bertsch, Nukl. Phys. **A498** (1989) 173c
- [Bjo83] J. Bjorken, Phys. Rev. **D27** (1983) 140
- [Bow88] M. Bowle, Z. Phys. **C39** (1988) 81
- [Bri95] D. Brinkmann, Dissertation (1995), IKF Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt

- [Cha95] S. Chapman et al., Phys. Rev. Letters **74** (1995) 4400
- [Cha95a] S. Chapman et al., Phys. Rev. **C52** (1995) 2694
- [Cha95b] S. Chapman et al., Heavy Ion Phys. **1** (1995) 1
- [Deu82] M. Deutschmann et al., Nucl. Phys. **B204** (1982) 333
- [Eck96] F. Eckhardt, Dissertation (1996), Philipps-Universität Marburg
- [Fuc95] M. Fuchs, NIM **A367** (1995) 394
- [Gam28] G. Gamow, Z. Phys. **51** (1928) 204
- [Gol60] G. Goldhaber et al., Phys. Rev. **120** (1960) 300
- [Gün93] J. Günther, Diplomarbeit (1993), IKF Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [Gün98] J. Günther, Dissertation (1998), IKF Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [Han56] R. Hanbury-Brown, R. Twiss, Nature **178** (1956) 1046
- [Hei96] U. Heinz, Nucl. Phys. A610 (1996) 264
- [Hüm97] H. Hümmeler, Diplomarbeit (1997), IKF Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [Las97] B. Lasiuk, Ph. D. thesis (1997), University of California, Los Angeles
- [Lah91] M. Lahanas, Dissertation (1991), Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [Mar95] S. Margetis, Quark Matter 1995
- [Mar95a] C. Markert, Diplomarbeit (1995), IKF Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt
- [Pod83] M.I. Podgoretskii, Sov. J. Nucl. Phys. **37** (1983) 273
- [Suz87] M. Suzuki, Phys. Rev. **D35** (1987) 3359

[Won94] C. Wong, Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions, Wo. Sc. Pub. Singapore (1994)

[Yan78] F. Yano, S. Koonin, Phys. Lett. **B78** (1978) 556

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Prof. Dr. Reinhard Stock und bei Prof. Dr. Herbert Ströbele für die Aufnahme in ihre Gruppe und für die Teilnahme am NA49-Experiment bedanken.

Besonderen Dank gebührt Priv. Doz. Dr. Dieter Röhrich, der das Gedeihen dieser Arbeit immer unterstützt und gefördert hat.

Den Doktoranden der Frankfurter Gruppe und besonders Jörg Günther gilt mein Dank für die geduldige Erhellung so mancher Mysterien rund um den Computer. Dr. Harald Appelshäuser hat durch seine Vorarbeit die Anregung zum Thema dieser Arbeit geliefert und hat mir die Grundlagen der Korrelationsanalyse dankenswerterweise näher zu bringen versucht.

Allen Teilnehmern am NA49-Experiment und den Mitarbeitern des IKF gilt mein Dank, da sie die Umgebung geschaffen haben, in der ich diese interessante Studie durchführen konnte.

Meinen besonderen Dank möchte ich Jens Berger aussprechen, der mich an manchem Abend nicht alleine im Institut ließ und immer bereit war, sich nach getaner Arbeit gemeinsam eine Erfrischung zu gönnen.

Meiner Familie, besonders meinem Bruder Patrik, will ich für die zumindest moralische Teilnahme an dieser Arbeit hier meinen Dank sagen.