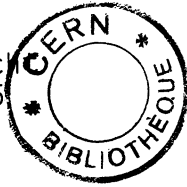


AB

EX-DESY-F 14-87-05

4

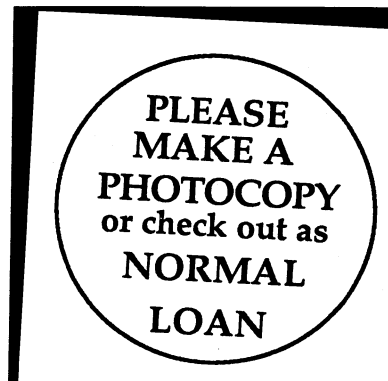
Interner Bericht  
DESY F14-87-05  
August 1987



UNTERSUCHUNG DER  $W^2$ - UND  $Q^2$ -ABHÄNGIGKEIT VON  
HADRONMULTIPLIZITÄTEN IN DER TIEFINELASTISCHEN MYON-PROTON STREUUNG

von

Holger Schiemann



Thesis-1987-Schiemann

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00051716

DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

“Die Verantwortung für den Inhalt dieses  
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser“

Interner Bericht  
DESY F14-87-05  
August 1987

**Untersuchung der  $W^2$ - und  $Q^2$ -Abhängigkeit von  
Hadronmultiplizitäten in der tiefinelastischen  
Myon-Proton Streuung**

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereichs Physik  
der Universität Hamburg

vorgelegt von  
Holger Schiemann  
aus Geesthacht

Hamburg  
1987

Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. H. Spitzer  
Prof. Dr. G. Weber

Gutachter der Disputation: Prof. Dr. E. Lohrmann  
Prof. Dr. P. Soding

Datum der Disputation : 20. Juli 1987

Sprecher des  
Fachbereiches Physik und  
Vorsitzender des  
Promotionsausschusses : Prof. Dr. P.E. Toschek

Hadron multiplicities in deep inelastic  $\mu^+p$ -scattering are investigated as a function of the hadronic centre-of-mass energy  $W$  and as a function of the space-like momentum transfer  $Q^2$  using the NA9 detector of the European Muon Collaboration. The NA9 experiment covers a kinematical range from 4 to 20 GeV in  $W$  and from 4 to 100 GeV<sup>2</sup> in  $Q^2$ .

The  $W$  dependence of the total charged multiplicity is satisfactorily described by a function proportional to  $\ln W^2$ . No variation faster than logarithmic is seen in the energy range of the NA9 experiment. A fit of a function  $\langle n \rangle = a + b \cdot \ln W^2$  gives the following values for the parameter  $a$  and  $b$ :

$$a = 0.69 \pm 0.15 \text{ (stat.)}_{-0.24}^{+0.24} \text{ (syst.)}$$

$$b = 1.11 \pm 0.03 \text{ (stat.)}_{-0.08}^{+0.06} \text{ (syst.)}$$

The average forward multiplicity (hadrons with  $x_F \geq 0$ ) exceeds the average backward multiplicity (hadrons with  $x_F < 0$ ) in the whole energy range, however no significant difference in the energy variation is observed for the forward and backward multiplicities.

The measured mean charged multiplicities show a rise proportional to  $\ln Q^2$  at fixed  $W$ . The study of the  $Q^2$  dependence of the forward and backward multiplicities shows that the  $Q^2$  variation is more pronounced in the backward hemisphere. The  $Q^2$  evolution of the mean multiplicities is not necessarily due to perturbative QCD. It is shown that non-perturbative effects are of essential importance and can account for the observed  $Q^2$  variation in the kinematical range of the NA9 experiment.

The investigation of the mean multiplicities of charged pions, kaons, protons and neutral kaons shows that the  $W^2$  and the  $Q^2$  dependence is not restricted to a particular hadron type.

The results are compared with predictions from the Lund model for lepton production. The model is neither able to reproduce the measured  $W^2$  nor the  $Q^2$  dependence of the mean multiplicities. In both cases the problem is found to be connected with the treatment of photon-gluon fusion events.

Mittlere Multiplizitäten verschiedener Hadrontypen in der tiefinelastischen  $\mu^+p$  Streuung werden als Funktion der hadronischen Schwerpunktsenergie  $W$  und als Funktion des raumartigen Impulsübertrages  $Q^2$  untersucht. Die Daten wurden mit dem NA9-Detektor der Europäischen Myon Kollaboration gewonnen. Das NA9-Experiment überdeckt einen kinematischen Bereich von 4-20 GeV in  $W$  und von 4-100 GeV<sup>2</sup> in  $Q^2$ .

Die  $W$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes läßt sich gut durch eine in  $\ln W^2$  lineare Funktion beschreiben. Die Anpassung einer Funktion  $\langle n \rangle = a + b \cdot \ln W^2$  ergibt die folgenden Werte für die Parameter  $a$  und  $b$ :

$$a = 0.69 \pm 0.15 \text{ (stat.)}_{-0.24}^{+0.24} \text{ (syst.)}$$

$$b = 1.11 \pm 0.03 \text{ (stat.)}_{-0.08}^{+0.06} \text{ (syst.)}$$

Die mittlere Vorwärtsmultiplizität (Hadronen mit  $x_F \geq 0$ ) überschreitet im gesamten Energiebereich die mittlere Multiplizität der geladenen Hadronen im Rückwärtsbereich (Hadronen mit  $x_F < 0$ ); das Anwachsen der mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen im Vorwärtsbereich mit der Schwerpunktsenergie unterscheidet sich jedoch nicht signifikant von dem der Rückwärtsmultiplizitäten.

Die gemessenen Multiplizitäten geladener Hadronen zeigen einen Anstieg proportional zu  $\ln Q^2$  bei festgehaltener Schwerpunktsenergie, wobei die  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten im Rückwärtsbereich stärker ausgeprägt ist als im Vorwärtsbereich. Es wird gezeigt, daß nichtperturbative Effekte im kinematischen Bereich des NA9-Experimentes eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielen und die beobachtete  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten erklären können.

Die Untersuchung der mittleren Multiplizitäten von geladenen Pionen, Kaonen, Protonen und neutralen Kaonen zeigt, daß die  $W^2$ - und  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten nicht auf eine spezielle Hadronart beschränkt ist.

Die Resultate werden mit den Vorhersagen des Lund-Modells für die Lepton-Produktion verglichen. Es zeigt sich, daß das Modell weder die  $W^2$ - noch die  $Q^2$ -Abhängigkeit der gemessenen mittleren Multiplizitäten zu reproduzieren vermag. In beiden Fällen sind die signifikanten Unterschiede mit der Behandlung der Photon-Gluon Fusionsergebnisse im Modell verknüpft.

gewidmet meinem Vater  
1925 - 1973

## Vorbemerkung

Herrn Prof.Dr. H.Spitzer danke ich für die Ermöglichung dieser Arbeit im Rahmen der Europäischen Myon Kollaboration.

Für die Unterstützung bei der Überwindung von kleineren und größeren Problemen und nicht zuletzt für die Schaffung einer angenehmen und anregenden Arbeitsatmosphäre innerhalb der Blaka-Gruppe der Universität möchte ich Herrn Dr. F.Janata meinen besonderen Dank aussprechen.

Die Durchführung einer wissenschaftlichen Arbeit im Rahmen einer großen internationalen Kollaboration ist ohne die Zusammenarbeit, einschließlich der kritischen Auseinandersetzung, der beteiligten Menschen undenkbar. Allen Mitgliedern der EMC möchte ich daher für die vielfältige Unterstützung danken.

Für die zahlreichen Gespräche und fruchtbaren Diskussionen über das Lund-Modell möchte ich mich bei Dr. G.Ingelman bedanken.

Hamburg, Juni 1987

H. Schiemann

# Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung	vii
Abbildungsverzeichnis	xi
Tabellenverzeichnis	xvii
0. Einleitung	1
1. Hadronerzeugung	3
1.1 Kinematik	4
1.2 Das Quark-Parton Modell	5
1.3 Quanten-Chromodynamik	10
1.4 Fragmentationsmodelle	13
– Das Field-Feynman Quark-Jet-Modell	14
– Das Lund String-Modell	16
2. Das Experiment	24
2.1 Das Koordinatensystem	26
2.2 Detektorcomponenten zur Spurbestimmung	28
2.3 Detektorcomponenten zur Teilchenidentifikation	29
3. Die Ereignisrekonstruktion	33
3.1 Die Ereignis- und Spurrekonstruktion	33
3.2 Die Monte-Carlo Simulation	38
4. Die Datenanalyse	39
4.1 Die Bestimmung der mittleren Multiplizität	40
– Die Bestimmung der Ereignisvariablen	43
– Die Wahl der Integrationsvariablen	47
– Berücksichtigung von elektromagnetischen Strahlungskorrekturen	50
4.2 Selektionskriterien	52
– Die Ereignis Selektion	55
– Die Spurselektion	55
4.3 Korrekturen für den hadronischen Endzustand	59
– Untergrund	59
– Akzeptanz	61

# Abbildungsverzeichnis

4.4 Die Identifikation von geladenen Teilchen	65	Abb. 1-1	Feynman-Diagramme für die $\mu p$ -Streuung in	3
4.5 Ein alternatives Verfahren zur Definition von Pionen	73	Abb. 1-2	niedrigster Ordnung der elektroschwachen Theorie	6
4.6 Die Identifikation von $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ -Zerfällen	75	Abb. 1-3	Zur Definition der Hadronvariablen $p_{\parallel}$ , $p_{\perp}$ und $\varphi$	8
5. Die Ergebnisse	80	Abb. 1-4	$x_{Bj}$ -Konturen in der $Q^2, W^2$ -Ebene	9
5.1 Die Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizitäten	82	Abb. 1-5	Linien konstanten Wirkungsquerschnittes in der $Q^2, W^2$ -Ebene	11
- Die mittlere geladene Multiplizität des hadronischen Endzustandes	82	Abb. 1-6	Strom-Parton-Wechselwirkung im QPM und $O(\alpha_s)$ -Korrekturen	18
- Die mittlere geladene Multiplizität von $\pi$ -Mesonen	84	Abb. 1-7	Anteile der $O(\alpha_s)$ -Ereignisse an der Gesamt-Ereignismenge als Funktion von $W^2$	20
- Die mittlere geladene Multiplizität von neutralen Kaonen	84	Abb. 1-8	Anteile der $O(\alpha_s)$ -Ereignisse an der Gesamt-Ereignismenge als Funktion von $Q^2$ für verschiedene Intervalle in $W$	21
- Systematische Fehler bei der Bestimmung von $\langle n \rangle(W^2)$	87	Abb. 1-9	Farbstruktur und String-Konfiguration für Photon-Gluon-Fusionereignisse im Lund-Modell	22
- Ergebnisse für identifizierte geladene Hadronen	96	Abb. 2-1	Die mittlere Multiplizität $n_1$ von $O(\alpha_s)$ -Ereignissen im Lund-Modell	24
5.2 Die $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten	97	Abb. 2-2	Schematische Ansicht des Myon-Strahls M2	25
- Die mittlere geladene Multiplizität des hadronischen Endzustandes	101	Abb. 2-3a	Längsquerschnitt des NA9-Detektors	27
- Die mittlere geladene Multiplizität von $\pi$ -Mesonen	101	Abb. 2-3b	Das im NA9-Experiment verwendete Koordinatensystem	27
- Die mittlere geladene Multiplizität von neutralen Kaonen	103	Abb. 2-4	Vertextrometer-Isometrie	29
- Die mittleren Multiplizitäten von identifizierten geladenen Teilchen	103	Abb. 2-5	Streamerkammer-Aufnahme	30
- Systematische Fehler bei der Bestimmung von $\langle n \rangle(Q^2)$	103	Abb. 3-1	Target- und Strahlmessungen	34
6. Diskussion der Ergebnisse	105	Abb. 4-1a	Die verschiedenen Stufen der Ereignisrekonstruktion	42
6.1 Die Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizitäten	105	Abb. 4-1b	Impulsverteilung der Strahlmyonen	42
6.2 Die $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten	120	Abb. 4-2	Relativer Fehler der Impulsmessung für Strahlmyonen	44
7. Zusammenfassung	128	Abb. 4-3a	$\Delta\kappa/\kappa$ als Funktion von $\kappa$ für das gestreute Myon	
Anhang A: Die Identifikation von geladenen Teilchen	130		Bruchteil der im $j$ -ten $W$ -Intervall erzeugten Ereignisse, die im $i$ -ten Intervall gemessen werden (Einphoton-Austausch Näherung)	45
Anhang B: Tabellen der mittleren Hadronmultiplizitäten	133			
Literaturverzeichnis	142			



Abb. 4-3b	Bruchteil der im j-ten $Q^2$ -Intervall erzeugten Ereignisse, die im i-ten Intervall gemessen werden (Einphoton-Austausch Näherung)	45	Abb. 4-12	Totaler Untergrundanteil für geladene Hadronen als Funktion von W	61
Abb. 4-4a	Anteil der im i-ten W-Intervall gemessenen Ereignisse, die im j-ten Intervall erzeugt wurden (Einphoton-Austausch Näherung)	46	Abb. 4-13a	Akzeptanz für positiv geladene Hadronen als Funktion von $\kappa$	62
Abb. 4-4b	Anteil der im i-ten $Q^2$ -Intervall gemessenen Ereignisse, die im j-ten $Q^2$ -Intervall erzeugt wurden (Einphoton-Austausch Näherung)	46	Abb. 4-13b	Akzeptanz für negativ geladene Hadronen als Funktion von $\kappa$	62
Abb. 4-5a	Transformationsmatrix $C^{(\kappa F)}$ für positiv geladene Hadronen (Einphoton-Austausch Näherung)	48	Abb. 4-14a	Akzeptanz für geladene Hadronen als Funktion von W	64
Abb. 4-5b	Transformationsmatrix $C^{(\kappa F)}$ für negativ geladene Hadronen (Einphoton-Austausch Näherung)	48	Abb. 4-14b	Akzeptanz für geladene Hadronen als Funktion von $Q^2$	64
Abb. 4-6a	Transformationsmatrix $C^{(\kappa)}$ für positiv geladene Hadronen (Einphoton-Austausch Näherung)	49	Abb. 4-15	Laufzeitunterschied für Paare verschiedener Teilchenarten ( $L=5.2m$ )	65
Abb. 4-6b	Transformationsmatrix $C^{(\kappa)}$ für negativ geladene Hadronen (Einphoton-Austausch Näherung)	49	Abb. 4-16	Schwellenkurven des $\check{C}1$ ( $n-1$ )= $3.1 \times 10^{-4}$	67
Abb. 4-7	Feynman-Diagramme zur Beschreibung der Reaktion $\mu p \rightarrow \mu' X$ im Rahmen der QED bis zu Ordnungen $\alpha^3$	51	Abb. 4-17	Akzeptanz für identifizierte geladene Pionen, Kaonen und Protonen	69
Abb. 4-8a	Bruchteil der im j-ten W-Intervall erzeugten Ereignisse, die im i-ten Intervall gemessen werden (einschließlich QED-Korrekturen)	53	Abb. 4-18	Untergrund/Signal-Verhältnis für geladene Pionen, Kaonen und Protonen als Funktion von $\kappa$	71
Abb. 4-8b	Bruchteil der im j-ten $Q^2$ -Intervall erzeugten Ereignisse, die im i-ten Intervall gemessen werden (einschließlich QED-Korrekturen)	53	Abb. 4-19	Akzeptanz für identifizierte geladene Pionen als Funktion von $x_F$	73
Abb. 4-8c	Anteil der im i-ten W-Intervall gemessenen Ereignisse, die im j-ten Intervall erzeugt wurden (einschließlich QED-Korrekturen)	54	Abb. 4-20a	Untergrundanteil für positiv geladene $\pi$ -Mesonen als Funktion von $\kappa$	74
Abb. 4-8d	Anteil der im i-ten $Q^2$ -Intervall gemessenen Ereignisse, die im j-ten $Q^2$ -Intervall erzeugt wurden (einschließlich QED-Korrekturen)	54	Abb. 4-20b	Untergrundanteil für negativ geladene $\pi$ -Mesonen als Funktion von $\kappa$	74
Abb. 4-9	Die Häufigkeitsverteilung der sichtbaren Länge für VS-Spuren	56	Abb. 4-21	Akzeptanz für geladene $\pi$ -Mesonen als Funktion von $\kappa$	76
Abb. 4-10	Zur Definition von $\ell_{vis}$	56	Abb. 4-22	Zur Definition der Verfehlung $\Delta$	77
Abb. 4-11a	Untergrund/Signal-Verhältnis für positiv geladene Hadronen als Funktion von $\kappa$	60	Abb. 4-23	Das gemessene $K_s^0$ -Massenspektrum	78
Abb. 4-11b	Untergrund/Signal-Verhältnis für negativ geladene Hadronen als Funktion von $\kappa$	60	Abb. 4-24	Nachweiswahrscheinlichkeit für $K_s^0$ -Mesonen als Funktion von $\kappa$	79
			Abb. 5-1	Die Verteilung der Ereignisse in der $Q^2, W^2$ -Ebene	81
			Abb. 5-2	Die mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen als Funktion von $W^2$	83
			Abb. 5-3	Die mittleren Multiplizitäten geladener $\pi$ -Mesonen als Funktion von $W^2$	86
			Abb. 5-4	Die mittlere ( $K^0 + \bar{K}^0$ )-Multiplizitäten als Funktion von $W^2$	87
			Abb. 5-5	$\Delta\kappa/\kappa$ -Verteilung für positiv(negativ) geladene VS-Spuren	88
			Abb. 5-6	Die gemessene Abweichung von der Ladungserhaltung als Funktion von W	89

Abb. 5-7	Aus der Monte-Carlo-Simulation bestimmter Prozentsatz von Hadronen, die im Rückwärts(Vorwärts)bereich erzeugt aber durch die Messung dem Vorwärts(Rückwärts)bereich zugeordnet werden	93	Abb. 6-11	Vergleich der gemessenen Steigungsparameter $d$ im Vorwärtsbereich mit der Vorhersage des Field-Feynman-Modells als Funktion von $W$	123
Abb. 5-8	Das aus der Monte-Carlo-Simulation bestimmte $K_s^0$ -Massenspektrum im Vergleich mit der Untergrundverteilung	95	Abb. 6-12	Vergleich der gemessenen Steigungsparameter $d$ im Vorwärts(Rückwärts)bereich mit den Vorhersagen des Lund-Modells	125
Abb. 5-9	Das gemessene $\langle W^2 \rangle$ als Funktion von $Q^2$	98			
Abb. 5-10a	Die mittlere Multiplizität geladener Hadronen als Funktion von $Q^2$ für $W^2 = W_0^2$	100			
Abb. 5-10b	Die mittlere Multiplizität von $\pi$ -Mesonen als Funktion von $Q^2$ für $W^2 = W_0^2$	100			
Abb. 6-1	Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit der Multiplizitäten mit niederenergetischen ep- und $\mu p$ -Daten	106			
Abb. 6-2	Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit der Multiplizitäten mit $\nu(\bar{\nu})p$ -Daten	107			
Abb. 6-3	Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit der Multiplizitäten mit $e^+e^-$ -Daten	109			
Abb. 6-4	Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit von $2 < n >_F$ mit $e^+e^-$ -Daten	110			
Abb. 6-5	Vergleich der Energieabhängigkeit der Vorwärts(Rückwärts)-Multiplizitäten in der $\mu p$ - und in der $\nu(\bar{\nu})p$ -Streuung	112			
Abb. 6-6	Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit der Vorwärtsmultiplizität mit der Vorhersage des Field-Feynman-Modells	113			
Abb. 6-7	Vergleich der Energieabhängigkeit der Multiplizität geladener Hadronen mit der Vorhersage des Lund-Modells	114			
Abb. 6-8	Vergleich der Energieabhängigkeit der Vorwärts(Rückwärts)-Multiplizitäten mit Vorhersagen des Lund-Modells	116			
Abb. 6-9	Das Verhältnis der mittleren Multiplizitäten von geladenen $\pi^-$ bzw. $K^0$ -Mesonen und geladenen Hadronen als Funktion von $W^2$	119			
Abb. 6-10	Vergleich der gemessenen Steigungsparameter $d$ mit Vorhersagen des Lund-Modells als Funktion von $W$	122			

# Tabellenverzeichnis

Tab. 2.i	Einige Parameter des Teilchen-Identifikationssystems	31
Tab. 3.i	Definition der verschiedenen Vertex-Typen	37
Tab. 3.ii	Impulsaufösungen für die verschiedenen Spur-Typen	37
Tab. 4.i	Ereignis-Selektionskriterien	55
Tab. 4.ii	Selektionskriterien für VS-Spuren	57
Tab. 4.iii	mittlere Multiplizitäten für die verschiedenen Spurtypen	59
Tab. 5.i	$\langle n \rangle^{\pm}$ (W) für geladene Hadronen und $\pi$ -Mesonen	82
Tab. 5.ii	Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.2)	85
Tab. 5.iii	Multiplizitäten identifizierter geladener Teilchen in der Vorwärtshemisphäre	97
Tab. 5.iv	Mittelwerte der Ereignisvariablen in der $Q^2, W^2$ -Ebene	99
Tab. 5.v	Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.8) für geladene Hadronen und $\pi$ -Mesonen	102
Tab. 5.vi	Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.8) für neutrale Kaonen	103
Tab. 6.i	Energieabhängigkeit der Multiplizitäten geladener Hadronen im Lund-Modell	118
Tab. 6.ii	Teilchenraten im Vorwärtsbereich als Funktion von W	120
Tab. 6.iii	$R^{\pi}$ als Funktion von $Q^2$	127
Tab. 6.iv	$R^{K^0}$ als Funktion von $Q^2$	127
Tab. B.5.i	Die mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen und $\pi$ -Mesonen als Funktion von W	134
Tab. B.5.ii	$(K^0 + \bar{K}^0)$ -Multiplizitäten als Funktion von W	135
Tab. B.5.iii	Die mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen für die $Q^2, W^2$ -Zellen	136
Tab. B.5.iv	Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.8)	137
Tab. B.5.v	Die mittleren Multiplizitäten von $\pi$ -Mesonen für die $Q^2, W^2$ -Zellen	139

# 0. Einleitung

Tab. B.5.vi Die mittleren Multiplizitäten von neutralen Kaonen für die  $Q^2, W^2$ -Zellen

140

Tab. B.5.vii  $\langle n \rangle > F$  für identifizierte Pionen, Kaonen und Protonen für die  $Q^2, W^2$ -Zellen

141

Die experimentelle Entdeckung des Aufbaus der Nukleonen aus punktförmigen geladenen und neutralen Konstituenten in der Lepton-Nukleon Streuung [57] und deren Identifikation mit den Quarks [58] und Gluonen, führte zusammen mit der vergeblichen Suche [59] nach freien farbgeladenen Partonen zur Beschreibung der Hadronproduktion in hochenergetischen Streu- und Annihilationsprozessen als zweistufigen Prozeß : Die harte Strom-Parton Wechselwirkung gefolgt von der Transformation der im Streu- bzw. Annihilationsprozeß separierten Partonen in beobachtbare Hadronen.

Die theoretische Grundlage zum Verständnis der Wechselwirkung von farbgeladenen Partonen bildet die Quanten-Chromodynamik. Während die durch hohe Impulsüberträge charakterisierte Strom-Parton Wechselwirkung, einschließlich der Korrekturen auf Grund der Quark-Gluon Kopplung, störungstheoretisch berechnet werden kann, ist die quantitative Beschreibung des dynamischen Vorgangs der Hadronformation im Rahmen der Quanten-Chromodynamik gegenwärtig noch nicht möglich. Aus diesem Grund lag ein Hauptaugenmerk der letzten Jahre auf der experimentellen Überprüfung der Vorhersagen der perturbativen Quanten-Chromodynamik.

Die in der Lepton-Nukleon Streuung gemessene  $Q^2$ -Abhängigkeit der Strukturfunktionen [35,60] sowie die Beobachtung von 3-Jet Ereignissen in der  $e^+e^-$  Annihilation [61] lieferten eine eindrucksvolle Bestätigung der von der perturbativen Quanten-Chromodynamik vorhergesagten Skalenverletzung in den Quark-Verteilungsfunktionen bzw. des von der Quanten-Chromodynamik vorhergesagten Auftretens von Gluon-Bremsstrahlungseignissen.

In beiden Fällen zeigt sich jedoch, daß die Bestimmung der starken Kopplungskonstanten bzw. des Skalenparameters  $\Lambda$ , aus der Lösung der Altarelli-Parisi Gleichungen im Fall der Lepton-Nukleon Streuung oder aus der 3-Jet Rate im Fall der  $e^+e^-$  Vernichtung, durch nichtperturbative Effekte beeinflusst wird [62].

Der Untersuchung der Fragmentation von Parton-Konfigurationen kommt daher, neben ihrer eigenständigen Bedeutung, auch im Zusammenhang mit dem Bereich der experimentellen Überprüfbarkeit von Vorhersagen der perturbativen Quanten-Chromodynamik eine nicht zu vernachlässigende Bedeutung zu. Zudem ist die Unterscheidung zwischen perturbativen und nichtperturbativen Anteilen eher künst-

lich und spiegelt mehr den gegenwärtigen Kenntnisstand über die starke Wechselwirkung wider.

Bei der Beschreibung der Bildung von gebundenen, farbneutralen Hadronenzuständen ist man heutzutage auf Modellvorstellungen angewiesen. Die Reproduktion der experimentell gemessenen Abhängigkeit der Multiplizitäten von den kinematischen Invarianten einer Reaktion stellt ein wichtiges Kriterium für die Beurteilung von Fragmentationsmodellen dar. Die  $\mu p$ -Streuung bietet die Möglichkeit die Hadronproduktion nicht nur als Funktion der Schwerpunktsenergie  $W$ , sondern auch als Funktion des raumartigen Impulsübertrages  $Q^2$  zu studieren.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Analyse der Hadronproduktion in der  $\mu p$ -Streuung wurde im Rahmen des NA9-Experimentes der Europäischen Myon Kollaboration durchgeführt. Ziel dieser Arbeit war es, die mittlere geladene Multiplizität sowie mittlere Multiplizitäten identifizierter Hadronen in Abhängigkeit von den kinematischen Größen  $W^2$  und  $Q^2$  zu bestimmen. Sie erweitert und vertieft damit die bereits von der Europäischen Myon Kollaboration veröffentlichten Multiplizitätsstudien [63].

Auf die Minimierung der systematischen Fehler wurde in der vorliegenden Analyse besonderer Wert gelegt. Die Bestimmung der mittleren Multiplizitäten verschiedener Teilchentypen mit Hilfe derselben Methode ermöglicht eine einheitliche Interpretation der gewonnenen Ergebnisse im Rahmen der Quanten-Chromodynamik.

Diese Arbeit ist in sechs Abschnitte gegliedert: Im ersten Kapitel werden die theoretischen Konzepte dargestellt, die zur Beschreibung der Hadronproduktion in der Lepton-Nukleon Streuung verwendet werden. Kapitel 1 enthält ebenfalls eine kurze Beschreibung des Quark-Jet-Modells von Field und Feynman und des Lund Fragmentationsmodells für die Lepto-Produktion. Im zweiten Kapitel werden die experimentellen Gegebenheiten vorgestellt. Das dritte Kapitel enthält eine Beschreibung der Spur- und Ereignisrekonstruktion. Im Mittelpunkt des vierten Kapitels steht die Entwicklung der Methode zur Bestimmung der mittleren Multiplizitäten. In diesem Kapitel wird ebenfalls die Identifikation von geladenen Pionen, Kaonen und Protonen sowie von  $K_s^0$ -Zerfällen vorgestellt. Die Ergebnisse sind in Kapitel 5 zusammengefasst. In diesem Kapitel werden auch die systematischen Fehler an den Ergebnissen diskutiert. In Kapitel 6 werden die Ergebnisse mit Vorhersagen des Field-Feynman-Modells und des Lund-Modells verglichen und im Rahmen der im Kapitel 1 vorgestellten theoretischen Konzepte interpretiert.

# 1. Hadronerzeugung

Im Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung [1] wird die tiefinelastische Myon-Proton Streuung durch den Austausch eines virtuellen Photons und eines virtuellen  $Z^0$ -Bosons beschrieben. Die entsprechenden Feynman-Diagramme sind in Abb. 1-1 dargestellt. Diagramm I repräsentiert die elektromagnetische, Diagramm II die schwache Wechselwirkung.

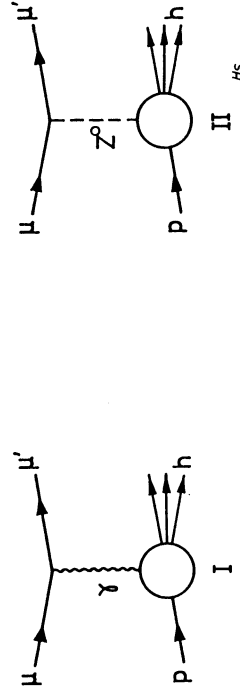


Abb. 1-1 Feynman-Diagramme für die  $\mu p$ -Streuung in niedrigster Ordnung der elektroschwachen Theorie

Die kinematischen Invarianten der Reaktion

$$\mu + p \rightarrow \mu' + \text{Hadronen}, \quad (1.1)$$

ergeben sich aus den Viererimpulsen der Teilchen im Anfangs- und Endzustand.

$$Q^2 = -q^2 = -(p_\mu - p_{\mu'})^2$$

$$W^2 = (q + p)^2$$

Massenquadrat des virtuellen Bosons

Quadrat der Energie im Boson-Proton Schwerpunktsystem

Solange die erreichten  $Q^2$ -Werte klein sind im Vergleich zum Quadrat der  $Z^0$ -Masse, sind die Beiträge zum Wirkungsquerschnitt auf Grund der Interferenz von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung vernachlässigbar. Eine Abschätzung für die Größenordnung der  $\gamma Z^0$ -Interferenz ergibt [2]:

$$\frac{|M_{\gamma Z^0}|}{|M_\gamma|^2} \simeq \frac{G_F}{e^2/Q^2} \simeq 10^{-4} Q^2. \quad (1.2)$$

Die Beiträge der schwachen Wechselwirkung zum Wirkungsquerschnitt sind demzufolge bei den gegenwärtig durchgeführten Lepton-Nukleon Streuexperimenten ( $Q^2 \sim 10^2 \text{ GeV}^2$ ) klein und werden daher im folgenden nicht berücksichtigt.

## 1.1 Kinematik

Anstelle der Skalare  $Q^2$  und  $W^2$  werden häufig auch die folgenden Variablen zur Beschreibung der Anfangsbedingungen in der tiefinelastischen  $\mu p$ -Streuung verwendet:

$$\nu = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}}{M_p} \quad x_{BJ} = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \quad \text{Bjorken } x.$$

Im Ruhesystem des Protons (Laborsystem des NA9-Experimentes) beschreibt  $\nu$  den Energieübertrag auf das Proton. Im Laborsystem gelten die, unter Vernachlässigung der Masse der Myonen, abgeleiteten Beziehungen:

$$\begin{aligned} p_\mu &= (E_\mu, \vec{p}_\mu) & p_{\mu'} &= (E_{\mu'}, \vec{p}_{\mu'}) & p &= (M_p, \vec{0}) & q &= (\nu, \vec{q}) \\ \cos \Theta_{\mu'} &= \frac{\vec{p}_\mu \cdot \vec{p}_{\mu'}}{|\vec{p}_\mu| |\vec{p}_{\mu'}|} \simeq 1 - \frac{Q^2}{2E_\mu E_{\mu'}} \\ Q^2 &= -q^2 \simeq 4E_\mu E_{\mu'} \sin^2 \Theta_{\mu'} \\ \nu &= E_\mu - E_{\mu'} \\ x_{BJ} &= \frac{Q^2}{2M_p \nu} \\ W^2 &= M_p^2 + 2M_p \nu - Q^2 = M_p^2 + Q^2 \left( \frac{1}{x_{BJ}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Im Quark-Parton Modell (vgl. Kap. 1.2) wird die tiefinelastische Myon-Proton Streuung als eine elastische Myon-Quark Streuung interpretiert. Im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem bewegt sich dann das angestoßene Quark parallel und das zurückbleibende Targetsystem antiparallel zur Richtung des ausgetauschten virtuellen Photons. Zur Beschreibung der Hadron-Produktion wird deshalb ein Koordinatensystem eingeführt, dessen  $x$ -Achse in Richtung des virtuellen Photons zeigt und einen Winkel  $\Theta_\gamma$  (siehe Gl. 1.4) mit der Richtung des einlaufenden Myons bildet.

$$\sin^2 \Theta_\gamma = \frac{E_{\mu'}^2}{\nu^2 + Q^2} (1 - \cos^2 \Theta_{\mu'}) \quad (1.4)$$

Die  $y$ -Achse des orthogonalen Systems liegt in der Lepton-Streuebene und zeigt vom einlaufenden zum gestreuten Myon. Das so definierte Koordinatensystem läßt sich sowohl im Labor- als auch im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem (mit \* gekennzeichnete Größen) zur Beschreibung der entstandenen Hadronen mit Hilfe der folgenden Variablen verwenden (vgl. Abb. 1-2):

$p_{\parallel}$  Impulskomponente parallel zur Richtung des virtuellen Photons ,  
 $p_{\perp}$  Impulskomponente senkrecht zur Richtung des virtuellen Photons ,  
 $\varphi$  Winkel zwischen Lepton-Streuebene und Photon-Hadron-Ebene.

Anstelle von  $p_{\parallel}$  werden häufig auch die Variablen

$$\begin{aligned} z &= \frac{E_h}{\nu} && \text{Energiebruchteil des Hadrons (im Laborsystem) und} \\ x_F &= \frac{p_{\parallel}^h}{W/2} && \text{Feynman } x \text{ (def. im Schwerpunktsystem aller Hadronen)} \end{aligned}$$

zur Beschreibung der Hadron-Produktion verwendet. Bei der Transformation der Hadronvariablen vom Labor- ins  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem ändert sich lediglich  $p_{\parallel}$  (in  $p_{\parallel}^*$ ) durch den Lorentz-Boost entlang der Richtung des virtuellen Photons. Dabei ist zu beachten, daß sich die Parameter der Lorentz-Transformation von Ereignis zu Ereignis ändern.

$$\tilde{\beta} = \frac{\vec{q}}{\nu + M_p} \quad \gamma = \frac{\nu + M_p}{W} \quad (1.5)$$

Im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem werden alle Hadronen mit  $p_{\parallel}^* \geq 0$  dem Vorwärts- und Hadronen mit  $p_{\parallel}^* < 0$  dem Rückwärtsbereich zugeordnet. Als Folge der Bewegung des Laborsystems relativ zum  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem liegen alle Teilchen des Vorwärtsbereiches im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem, im Laborsystem innerhalb eines mit dem nach Gl. (1.6) definierten halben Öffnungswinkel  $\Theta_{\text{lab}}^*$ .

$$\tan \Theta_{\text{lab}}^* = \frac{\beta_{\text{Hadron}}^*}{\beta^* \cdot \gamma^*} \quad (1.6)$$

$\beta_{\text{Hadron}}^*$  ist dabei die Geschwindigkeit des Hadrons im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem.

## 1.2 Das Quark-Parton Modell

Im Rahmen des Quark-Parton Modells (QPM)[3] läßt sich die Hadronproduktion in der tiefinelastischen Myon-Proton Streuung als zweistufiger, auf unterschiedlichen Zeitskalen ablaufender Prozess darstellen.

1. Die harte Wechselwirkung des virtuellen Photons mit einem quasi-freien Quark. In einem Lorentzsystem, in dem das virtuelle Photon keine Energie trägt, kann  $x_{BJ}$  als Bruchteil des Gesamt-Protonimpulses interpretiert werden, den das an der Wechselwirkung beteiligte Quark trägt. Die Wechselwirkungszeit ist dabei von der Größenordnung  $\tau \sim \frac{1}{\sqrt{Q^2}}$ . Im QPM wird angenommen, daß während der Strom-2-arten Wechselwirkung die Wechselwirkung zwischen

zwischen  $z$  und  $z+dz$  ist durch

$$\frac{1}{N_{ev}(x_{Bj})} \cdot \frac{dN^h}{dz} = \sum_i \epsilon_i(x_{Bj}) \cdot D_i^h(z) \quad (1.7)$$

gegeben. Die Summe in Gl. (1.7) läuft dabei über alle im Proton vorhandenen Quark- und Antiquark-Flavour.

Entsprechend den grundlegenden Annahmen faktorisiert Gl. (1.7) in einen Term  $\epsilon_i(x_{Bj})$ , der die Wahrscheinlichkeit angibt, daß die Streuung an einem Quark mit Flavour  $i$  stattfindet und den Term  $D_i^h(z)$ , der die Wahrscheinlichkeit für die Transformation des gestreuten Quarks in ein Hadron vom Typ  $h$  beschreibt, das einen Energiebruchteil  $z$  des gestreuten Quarks trägt.

Die Wahrscheinlichkeiten  $\epsilon_p^i(x_{Bj})$  für die Streuung an einem Quark im Proton vom Flavour  $i$  sind in der  $\mu p$ -Streuung über die Quark-Verteilungsfunktionen  $q_p^i(x_{Bj})$  ( $i=u,d,s \dots \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}, \dots$ ) und die Quark-Ladungen definiert.

$$\epsilon_p^i(x_{Bj}) = \frac{e_i^2 q_p^i(x_{Bj})}{\sum_j e_j^2 q_p^j(x_{Bj})} \quad (1.8)$$

Die Quark-Verteilungsfunktionen müssen dabei den in Gl. (1.9) aufgeführten Summenregeln genügen, um die Quantenzahlen des Protons zu reproduzieren.

$$\int_0^1 (q_u - q_{\bar{u}}) dx = 2$$

$$\int_0^1 (q_d - q_{\bar{d}}) dx = 1 \quad (1.9)$$

$$\int_0^1 (q_s - q_{\bar{s}}) dx = 0$$

Diejenigen Teile der verschiedenen Verteilungsfunktionen, die keinen Beitrag zu den Quantenzahlen des Protons liefern, werden als See-Quark-Verteilungsfunktionen bezeichnet. In diesem Bild sind allein die sog. Valenzquarks für die Quantenzahlen des Protons verantwortlich.

$$q_u = q_u^{val} + q_u^{see} \quad \bar{q}_u^{see} = q_u$$

$$q_d = q_d^{val} + q_d^{see} \quad \bar{q}_d^{see} = q_d \quad (1.10)$$

Sowohl die Quark-Verteilungsfunktionen  $q_p^i$  als auch die Quark-Fragmentationsfunktionen  $D_i^h$  zeigen ein sog. Skalenverhalten, da sie nur von den dimensionslosen Größen  $x_{Bj}$  bzw.  $z$  abhängen. Die Quark-Fragmentationsfunktionen  $D_i^h$  sind im QPM universelle Funktionen, die die Transformation eines Quarks  $i$  in Hadronen

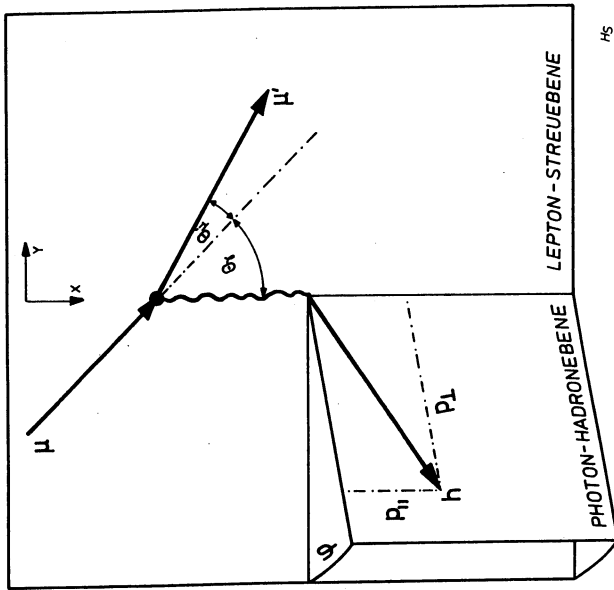


Abb. 1-2 Zur Definition der Hadronvariablen  $p_{||}$ ,  $p_{\perp}$  und  $\varphi$

den Partonen im Proton vernachlässigt werden kann; dies impliziert gleichzeitig, daß die Quarks während der Zeit  $\tau$  ihre Impulse  $x_{Bj}$  nicht ändern.

2. Die Transformation des gestreuten Quarks und des zurückbleibenden Targetsystems in beobachtbare Hadronen. Die zur Hadron-Formation benötigte Zeit  $T$  ist wesentlich größer als die Strom-Parton Wechselwirkungszeit ( $T \gg \tau$ ). Im QPM wird angenommen, daß die Wechselwirkung zwischen dem angestoßenen Quark und dem zurückbleibenden Targetsystem im Endzustand vernachlässigt werden kann; dies impliziert die unabhängige Fragmentation des gestreuten Quarks und des Targetsystems in beobachtbare Hadronen.

Die Anzahl von pro Streueignis erzeugten Hadronen  $N^h$  in einem Energieintervall

vom Typ  $h$  unabhängig vom Erzeugungsmechanismus des Quarks beschreiben. Sie lassen sich daher sowohl aus Streu- als auch aus Annihilations-Experimenten bestimmen. Die Quark-Verteilungsfunktionen  $q_p(x_{Bj})$  ergeben sich aus den Strukturfunktionen  $F_1^p$  und  $F_2^p$  des Protons, die in der Lepton-Nukleon Streuung aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt bestimmt werden können.

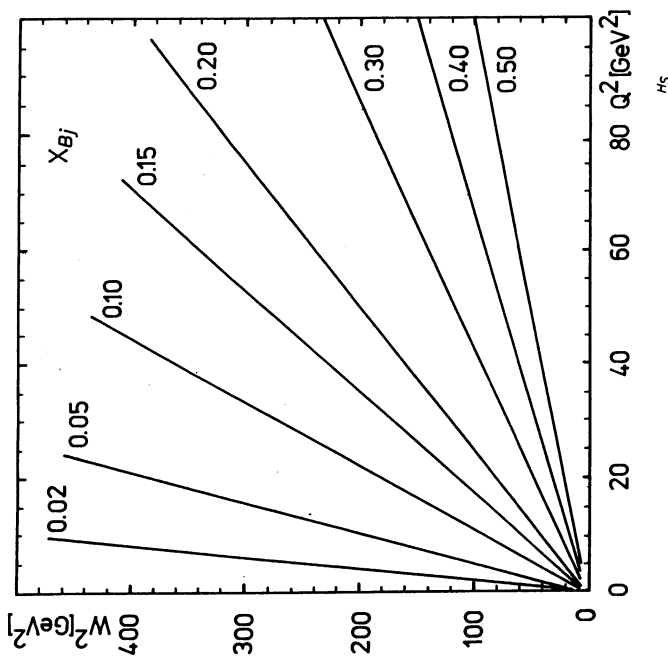


Abb. 1-3  $x_{Bj}$ -Konturen in der  $Q^2, W^2$ -Ebene

Für die Streuung an Spin-1/2 Partonen gilt die Callan-Gross Relation:

$$2x_{Bj} \cdot F_1^p(x_{Bj}) = F_2^p(x_{Bj}),$$

so daß der totale Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu' X$  nur noch von

der Strukturfunktion  $F_2^p$  abhängt:

$$\frac{d^2 \sigma_{\text{Tot}}^{\mu p}}{dQ^2 dW^2} = \frac{\pi \alpha^2}{Q^4} \frac{1 + (1 - \frac{y}{E_\mu})^2}{M_p y} \cdot F_2^p(x_{Bj}) \quad (1.11)$$

$$F_2^p(x_{Bj}) = \sum_j x_{Bj} \cdot e_j^2 \cdot q_j^p(x_{Bj}).$$

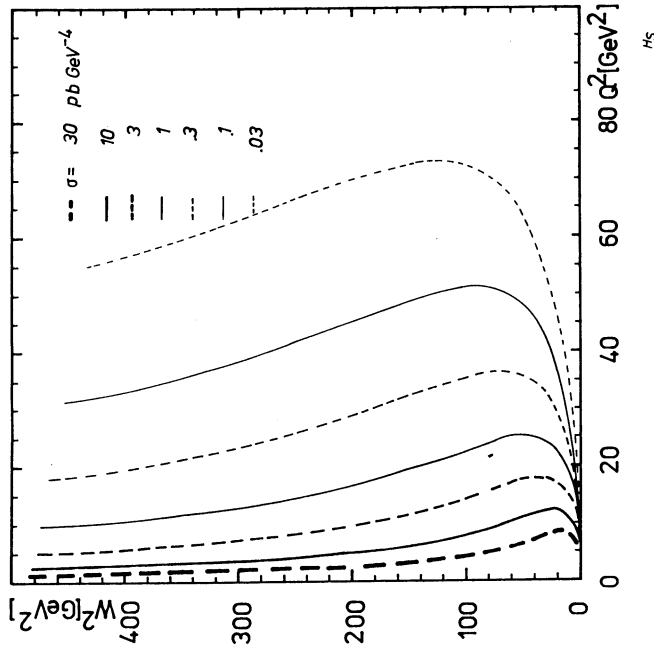


Abb. 1-4 Linien konstanten Wirkungsquerschnittes in der  $Q^2, W^2$ -Ebene

Abb. 1-3 zeigt Linien konstanten  $x_{Bj}$  als Funktion von  $W^2$  und  $Q^2$ . Wie aus Abb. 1-3 zu erkennen, impliziert ein Anwachsen von  $Q^2$  bei festem  $W^2$  auch ein Anwachsen von  $x_{Bj}$ . Zusammen mit der  $Q^{-4}$ -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes hat dies zur Folge, daß experimentelle Messungen der Strukturfunktion



bei hohen  $x_B$ -Werten schwierig durchzuführen sind. Die  $Q^2$ -Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes ist in Abb. 1-4 veranschaulicht. In Abb. 1-4 sind Linien konstanten Wirkungsquerschnittes dargestellt. Sie wurden nach Gl. (1.11) unter Verwendung der in [4] angegebenen Parametrisierung der Strukturfunktion  $F_2^p$  berechnet. Die Endpunkte der Kurven ergeben sich dabei aus der Annahme, daß die gestreuten Myonen bis zu einer Energie von  $E_{\mu'} = 20$  GeV nachgewiesen werden können. Wie aus Abb. 1-4 ersichtlich, sind die Variablen  $Q^2$  und  $W^2$  nur schwach über den Wirkungsquerschnitt korreliert; niedrigen (hohen) Werten von  $Q^2$  entsprechen im Mittel auch niedrige (hohe) Werte von  $W^2$ .

### 1.3 Quanten-Chromodynamik

Die Quanten-Chromodynamik (QCD) [5] bildet die Grundlage zum Verständnis des Aufbaus von Hadronen. In der QCD wird die Wechselwirkung zwischen Quarks durch den Austausch von Gluonen vermittelt. Die Quanten der starken Wechselwirkung koppeln dabei an die Farbladung der Quarks; sie tragen im Gegensatz zu den Quanten der elektromagnetischen Wechselwirkung auch selbst (Farb-)Ladungen. Während die Quarks in 3 Farbzuständen auftreten, bilden die aus Quarks aufgebauten Hadronen Farb-Singulettzustände.

Eine Theorie der starken Wechselwirkung sollte neben einer Beschreibung des statischen Aufbaus von Hadronen aus einzelnen Konstituenten, auch den dynamischen Prozeß der Bildung von Hadronzuständen aus der Wechselwirkung der beteiligten Partonen erklären. D.h. ausgehend von grundlegenden Annahmen sollen sich die Quark-Verteilungs- und Quark-Fragmentations-Funktionen berechnen lassen. Gegenwärtig ist dies im Rahmen der QCD nicht möglich. Die QCD besitzt jedoch die Eigenschaft der asymptotischen Freiheit; die effektive Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung  $\alpha_s$  fällt mit steigendem Impulsübertrag, so daß sich die Quark-Gluon-Wechselwirkung bei hohen Impulsüberträgen störungstheoretisch berechnen läßt.

In führender störungstheoretischer Ordnung ergibt sich für  $\alpha_s$ :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \cdot \ln(Q^2/\Lambda^2)} \quad (1.12)$$

$N_f$  bezeichnet die Anzahl der Quark-Flavour und  $\Lambda$  den QCD-Skalenparameter.

Im QPM wurde die Hadronproduktion in der tiefinelastischen  $\mu p$ -Streuung durch die Kopplung der punktförmigen Quarks an den elektromagnetischen Strom

und die Transformation der im Streuprozeß separierten Quarks in beobachtbare Hadronen beschrieben. In führender störungstheoretischer Ordnung der starken Wechselwirkung bleibt dieser faktorisierte Ansatz bestehen; die Quark-Gluon-Kopplung führt jedoch zu einer modifizierten Beschreibung sowohl des Streu- als auch des Fragmentationsprozesses.

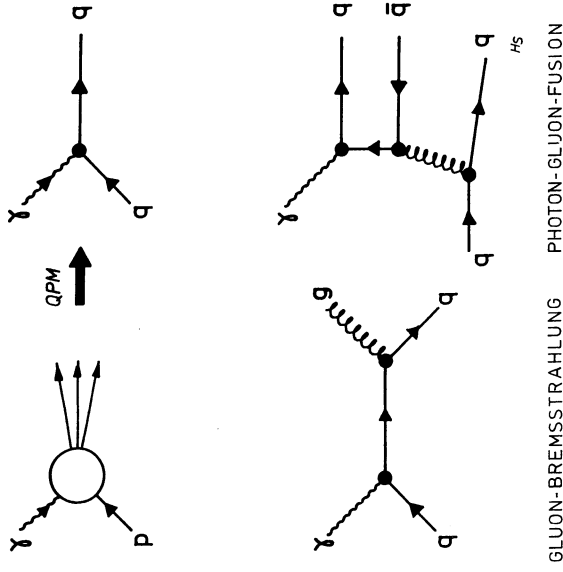


Abb. 1-5 Strom-Parton Wechselwirkung im QPM und  $O(\alpha_s)$ -Korrekturen

In Ordnung  $\alpha_s$  tragen die in Abb. 1-5 dargestellten Prozesse der Gluon-Bremsstrahlung und der Photon-Gluon Fusion zum Strom-Parton Wirkungsquerschnitt bei. Die Wahrscheinlichkeit für den Prozeß der Gluon-Bremsstrahlung und der Photon-Gluon Fusion ist in führender störungstheoretischer Ordnung proportional zur starken Kopplungskonstanten  $\alpha_s(Q^2)$  und ändert sich damit von  $Q^2$ - zu  $Q^2$ -Skala.

Im Streuprozeß führt jede Änderung  $\Delta\tau$  in der endlichen Auflösungszeit, auf

Grund der Quark-Gluon-Kopplung, zu einer Änderung der gemessenen Quark-Verteilungsfunktionen. Da  $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$  für  $Q^2 \rightarrow \infty$  wird das durch das QPM vorhergesagte Skalenverhalten nur asymptotisch erreicht. Nur in diesem Grenzfall gewinnt die Annahme des QPM, daß sich der Quark-Impuls während der Wechselwirkungszeit nicht ändert ihre Gültigkeit.

Im Fragmentationsprozeß führt die Abstrahlung eines Gluons von einem Quark im partonischen Endzustand zu einer Skalenbrechung in den Quark-Fragmentationsfunktionen. Ein im hadronischen Endzustand beobachtetes Hadron kann entweder aus der Fragmentation des abgestrahlten Gluons oder aus der Fragmentation des Quarks, nachdem das Gluon abgestrahlt wurde, entstanden sein. Der Energiebruchteil  $z$  des Hadrons wird also für den Fall, daß das gestreute Quark ein Gluon abstrahlt, zu niedrig gemessen, da das fragmentierende Quark (oder Gluon) nur noch einen Bruchteil der Energie des gestreuten Quarks trägt.

Das Auftreten einer expliziten Massenskala  $\Lambda$  in Gl. (1.12) führt somit zu einer Skalenbrechung sowohl in den Quark-Verteilungs- [6] als auch in den Quark-Fragmentationsfunktionen [7]. Die Änderung der Quark-Verteilungs- und Quark-Fragmentationsfunktionen mit  $Q^2$  wird durch Integralgleichungen vom Altarelli-Parisi Typ beschrieben. Die Altarelli-Parisi Gleichungen stellen ein gekoppeltes System von Integralgleichungen dar, da die Quark-Verteilungs- und Quark-Fragmentationsfunktionen auch von den entsprechenden Gluon-Funktionen abhängen. Die  $q\bar{q}$ -Produktion durch ein Gluon beeinflusst die Quark-Verteilungs- und Quark-Fragmentationsfunktionen genauso wie die Abstrahlung eines Gluons von einem Quark eine Änderung der Gluon-Verteilungs- und Gluon-Fragmentationsfunktion nach sich zieht.

Im Rahmen der QCD hängen demnach die gemessenen Verteilungsfunktionen von der erreichten Auflösung ( $\tau \sim 1/\sqrt{Q^2}$ ) ab ( $q_i^h(x_{Bj}, Q^2) \rightarrow q_i^h(x_{Bj}, Q^2)$  und  $D_i^h(z) \rightarrow D_i^h(z, Q^2)$ ). Störungstheoretisch läßt sich nur die Entwicklung der Verteilungsfunktionen mit  $Q^2$  berechnen, so daß sich quantitative Vorhersagen lediglich unter Berücksichtigung experimentell gewonnener Parametrisierungen von  $q_i^h(x_{Bj}, Q_0^2)$  [8,9] und  $D_i^h(z, Q_0^2)$  [10] ergeben.

Die Altarelli-Parisi Gleichungen lassen sich für die durch Gl. (1.13) definierten Momente der Fragmentationsfunktionen lösen.

$$M_i^h(n, Q^2) = \int_0^1 z^{n-1} \cdot D_i^h(z, Q^2) dz \quad i=q,g \quad (1.13)$$

Das 1. Moment der Fragmentationsfunktionen repräsentiert die mittlere Multiplizität von Hadronen, die aus der Fragmentation eines Partons vom Typ  $i$  entstehen.

Da die Funktionen  $D_i^h(z, Q^2)$  von dem experimentell zu bestimmenden Wert bei  $Q^2 = Q_0^2$  abhängen, sind auch die Momente  $M_i^h(n, Q^2)$  nur bis auf einen experimentell zu bestimmenden Anfangswert bekannt. Im asymptotischen Limit ( $Q^2 \rightarrow \infty$ ) lassen sich jedoch Vorhersagen für die funktionale Abhängigkeit der Momente und für die Verhältnisse von Momenten für verschiedene Partonen  $i$  gewinnen. In diesem Grenzfall ergeben Rechnungen [11], daß die mittlere Multiplizität schneller als jede Potenz von  $\ln Q^2$  wächst

$$\langle n \rangle >^h \sim \exp(c \cdot \sqrt{\ln(Q^2/\Lambda^2)}) \quad (1.14)$$

und daß die mittlere Multiplizität eines durch die Fragmentation eines Gluons entstehenden Jets um einen Faktor  $\frac{9}{4}$  größer ist als die mittlere Multiplizität eines Quark-Jets [12]:

$$\langle n \rangle >^q \sim \frac{4}{9} \cdot \langle n \rangle >^g \quad (1.15)$$

Das vorhergesagte Verhältnis von  $\frac{4}{9}$  in den Multiplizitäten eines Quark- und eines Gluon-Jets läßt sich durch die größere Farbladung des Gluons erklären. Gluonen tragen gleichzeitig Farb- und Antifarbladungen, so daß die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gluon ein Gluon emittiert ( $\sim C_A, C_A = N$  in Theorien der starken Wechselwirkung mit  $N$  Farbladungen), größer ist als die Wahrscheinlichkeit, daß ein Quark ein Gluon abstrahlt ( $\sim C_F, C_F = \frac{N^2-1}{2N}$  für  $SU(N)$ -Theorien). Die Gluon-Gluon-Kopplung in der QCD führt also zusammen mit der im Vergleich zu den Quarks höheren Farbladung des Gluons zu einer beobachtbaren Unterscheidung eines durch ein Gluon initiierten und eines durch ein Quark initiierten Hadronjets.

## 1.4 Fragmentationsmodelle

Da die Erzeugung von Hadronen in der tiefinelastischen  $\mu p$ -Streuung im Rahmen der QCD noch nicht berechnet werden kann, ist man gegenwärtig zur Beschreibung der Hadronproduktion auf Modellvorstellungen angewiesen.

In den beiden folgenden Abschnitten sollen das Quark-Jet-Modell von Field und Feynman [15] sowie das Lund-Modell für die Lepto-Produktion vorgestellt werden. Der Schwerpunkt der Darstellung soll dabei auf denjenigen Aspekten der Fragmentationsmodelle liegen, die die  $W^2$ - und  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten beeinflussen.

Im Field-Feynman-Modell wird das Konzept der unabhängigen Fragmentation der im Streuprozess separierten Partonen in Form der Fragmentationsfunktionen

aus dem QPM übernommen. Das Field-Feynman-Modell gibt eine funktionale Beschreibung der Quark-Fragmentationsfunktionen in Abhängigkeit von experimentell zu bestimmenden Parametern, es liefert aber keine Erklärung des dynamischen Prozesses der Hadronformation. Das Field-Feynman-Modell kann nur zur Beschreibung der Fragmentation des gestreuten Quarks in der Myon-Proton-Streuung eingesetzt werden, da eine Parametrisierung der Fragmentationsfunktionen des Targetsystems von den Autoren nicht durchgeführt wurde.

Das Lund-Modell [16] gehört zu der Klasse der QCD motivierten Fragmentationsmodelle, in denen die Erzeugung von Hadronen durch die Entwicklung des farbneutralen Gesamtsystems, das sich im Fall der  $\mu p$ -Streuung aus dem gestreuten Quark und dem zurückbleibenden Targetsystem zusammensetzt, beschrieben wird. Im Bereich der Lepto-Produktion nimmt das Lund-Modell eine herausragende Stellung ein, da es spezielle Annahmen über den partonischen Aufbau des, in der Streuung zurückbleibenden, Targetsystems beinhaltet und somit auch Vorhersagen über die Fragmentation des Targetsystems macht.

Der in Kapitel 6 durchzuführende Vergleich der gemessenen mittleren Multiplizitäten mit den Vorhersagen des Lund-Modells erlaubt damit eine Überprüfung von grundlegenden Annahmen des Modells und führt zur Weiterentwicklung des Verständnisses über die Fragmentation von komplexen Partonkonfigurationen. Ein Vergleich der gemessenen Multiplizitäten mit den Vorhersagen des Field-Feynman-Modells kann dagegen lediglich zu einer Änderung der experimentell bestimmten Parametrisierung der Quark-Fragmentationsfunktionen führen.

### Das Field-Feynman Quark-Jet-Modell

Im QPM wird angenommen, daß der hadronische Endzustand durch die unabhängige Fragmentation des gestreuten Quarks und des Targetsystems entsteht. Die Energieverteilung der Hadronen im Endzustand wird dabei durch die Quark-Fragmentationsfunktionen (siehe Gl. (1.7)) beschrieben. Motiviert durch das näherungsweise beobachtete Skalenverhalten der Fragmentationsfunktionen (vgl. z.B. [13]) wird weiterhin angenommen, daß die Quark-Fragmentationsfunktionen nur von dem Verhältnis der Hadron- zur Quark-Energie abhängen [14]. Diese Annahmen bilden die Grundlage des Field-Feynman-Modells für die Hadron-Produktion in hochenergetischen Streu- und Anihilationsprozessen. Die folgende Darstellung beschränkt sich der Einfachheit halber auf eine Quark- und eine Hadronart.

Das Field-Feynman-Modell beschreibt die Transformation eines hochenerge-

tischen Quarks in Hadronen als iterativen Übergangsprozeß

$$q \rightarrow M(q, \bar{q}') + q', \quad (1.16)$$

in dem das im harten Streuprozeß 'entstandene' Quark  $q$  in ein Meson und ein Quark  $q'$  zerfällt. Die Wahrscheinlichkeit, daß das im Prozeß (1.16) entstandene Meson (Quark  $q'$ ) einen Impulsbruchteil  $z$  ( $\eta = 1-z$ ) des ursprünglichen Quarkimpulses ( $p_q = W/2$ ) trägt, wird durch die Dichtefunktion  $f(z)$  beschrieben. Die Quark-Fragmentationsfunktion  $D(z)$  und die Wahrscheinlichkeitsfunktion  $f(z)$  stehen über die Integralgleichung (1.17) in Beziehung,

$$D(z) = f(z) + \int_z^1 [f(1-\eta) \cdot D(z/\eta)] d\eta \quad (1.17)$$

die sich unter Annahme einer einfachen Form für  $f(z)$

$$f(z) = (d+1) \cdot (1-z)^d \quad (1.18)$$

lösen läßt:

$$D(z) = (d+1) \cdot \frac{(1-z)^d}{z}.$$

Der minimale Wert von  $z$  ergibt sich aus der Hadronmasse und der Energie des gestreuten Quarks im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem,

$$z_{\min} = \frac{2m_h}{W}$$

so daß die mittlere Multiplizität des hadronischen Endzustandes mit  $\ln W$  wächst.

$$\langle n \rangle = \int_{z_{\min}}^1 dz D(z) = \int_{z_{\min}}^1 dz (d+1) \frac{(1-z)^d}{z} = a + b \cdot \ln W \quad (1.19)$$

Um zu erreichen, daß das im Übergangsprozeß (1.16) erzeugte Meson auch den gesamten Impuls des gestreuten Quarks ( $z = 1$ ) annehmen kann, wurde die Dichtefunktion  $f(z)$  in Gl. (1.18) durch einen additiven Term ergänzt:

$$f(z) = 1 - a_F + 3a_F(1-z)^2. \quad (1.20)$$

Der Parameter  $a_F$  wurde dann durch die Anpassung der Fragmentationsfunktionen an u.a. ep-Daten bei einem mittleren Impulsübertrag von  $Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$  zu  $a_F = 0.77$  bestimmt.

Die von der perturbativen QCD vorhergesagte Skalenverletzung in den Quark-Fragmentationsfunktionen kann zu einer  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Hadronmultiplizitäten führen. Für quantitative Vorhersagen über die Skalenbrechung

werden jedoch experimentell bestimmte Anfangswerte auf einer Skala  $Q^2 = Q_0^2$  benötigt (vgl. Kap. 1.3). Die durch die Dichtefunktion (1.20) festgelegten Quark-Fragmentationsfunktionen können zusammen mit den, die  $Q^2$ -Entwicklung beschreibenden, Altarelli-Parisi Gleichungen dazu benutzt werden, um die Werte der Quark-Fragmentationsfunktionen bei einem  $Q^2 > Q_0^2$  zu berechnen [52]. Die auf dieser Grundlage im Rahmen des Field-Feynman-Modells vorgesezte  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Hadronmultiplizitäten zeigt ein leichtes Ansteigen mit dem Impulsübertrag und wird in Kapitel 6 mit den gemessenen Multiplizitäten verglichen.

### Das Lund String-Modell

Im Rahmen des Lund-Modells resultiert die Entstehung von Hadronen durch das Aufbrechen des Farbfeldes (String) zwischen dem im harten Streuprozess freigesetzten Quark und dem zurückbleibenden Targetsystem. In einem Lorentzsystem, in dem das Meson, welches das gestreute Quark enthält, ruht, 'zerfällt' der String rekursiv in ein Meson, das einen Bruchteil  $z$  der ursprünglich im String gespeicherten Energie enthält, und in einen neuen String. Dies rekursive Bild der Erzeugung von Hadronen ähnelt dem iterativen Field-Feynman-Mechanismus (1.16) und führt ebenfalls zu einem Anwachsen der mittleren Multiplizität geladener Hadronen proportional zu  $\ln W$ . Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Modellen liegt jedoch in der Behandlung der Farbladungen der fragmentierenden Partonen. Während die Abschirmung der Farbladungen im Field-Feynman-Konzept keine Rolle spielt und die farbgeladenen Partonen vollkommen unabhängig voneinander fragmentieren, entstehen in jedem Schritt des Fragmentationsprozesses im Lund-Modell farbneutrale Gesamtsysteme; die beim Aufbrechen des Farbfeldes erzeugten  $q\bar{q}$ -Paare verbinden sich mit dem gestreuten Quark bzw. Targetsystem und bilden zwei neue farbneutrale Systeme: ein beobachtbares Hadron und ein neues Stringsysteem. Im Lund-Modell hadronisieren das gestreute Quark und das Targetsysteem also nicht unabhängig voneinander; eine eindeutige Zuordnung der erzeugten Hadronen, über Quark- oder Diquark-Fragmentationsfunktionen, zu den im Streuprozess freigesetzten Partonen existiert nicht.

Obwohl das nach der elastischen  $\mu q$ -Streuung zurückbleibende Targetsysteem von der Farbstruktur durch ein Antiquark approximiert werden kann, wird das im Streuprozess zurückbleibende Targetsysteem im Lund-Modell nicht als punktförmige Einheit [17] behandelt. Für den Fall der Streuung an einem Valenzquark wird das Targetsysteem durch ein Diquark, das mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit aufbricht, approximiert, so daß das in der Fragmentation des Targetrestes ent-

hende Baryon nicht notwendigerweise beide Konstituenten des Diquarks enthält. Bei der Simulation der Streuung an einem See-Quark oder See-Antiquark wird ein komplexerer Aufbau des Targetrests angenommen. Es werden zwei Fälle unterschieden.

- Das gestreute Parton ist ein Antiquark  $\bar{q}$ .  
In diesem Fall werden ein Zuschauer-Baryon ( $qu$  oder  $qud$ ) und ein String-System  $d\bar{q}$  oder  $u\bar{q}$  gebildet.
- Das gestreute Parton ist ein Quark  $q$ .  
Ist das gestreute Quark ein  $u$ - oder  $d$ -Quark wird angenommen, daß der entsprechende Partner mit einem Valenzquark annihiliert. Nur im Fall der Streuung an einem  $s$ -Quark entsteht im Rückwärtsbereich ein Zuschauer-Meson.

Diese unterschiedliche Behandlung des Streuprozesses an einem Valenzquark und einem See-Quark bzw. See-Antiquark im Lund-Modell führt zu einer Änderung der logarithmischen Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizitäten. Der Anteil der See-Quark bzw. See-Antiquark Streueignisse an der gesamten Ereignismenge erhöht sich innerhalb des dem NA9-Experiment zugänglichen kinematischen Bereiches mit wachsender Schwerpunktsenergie (siehe Kap. 5), so daß die vom Lund-Modell vorhergesagten mittleren Multiplizitäten schneller als mit  $\ln W$  anwachsen.

Da im Lund-Modell Quark-Fragmentationsfunktionen keine Anwendung finden, wird versucht die Auswirkungen der QCD-Beiträge zum Parton-Wirkungsquerschnitt auf den hadronischen Endzustand durch ein spezielles Fragmentationschema für die entsprechenden Multi-Parton-Konfigurationen zu berücksichtigen [18]. Die Erzeugung der Parton-Konfigurationen im Streuprozess wird dabei entsprechend den exakten QCD-Matrixelementen in 1. Ordnung  $\alpha_s$  vorgenommen. Obwohl die Berechnung der Matrixelemente im Rahmen der perturbativen QCD nicht zum Inhalt des Lund-Modells gehört sollen an dieser Stelle doch einige Ergebnisse über die relative Häufigkeit des Auftretens von  $O(\alpha_s)$ -Ereignissen in der tiefinelastischen  $\mu p$ -Streuung, die zum Verständnis der  $W^2$ - und  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten notwendig sind, dargestellt werden.

Da der differentielle Wirkungsquerschnitt in Ordnung  $\alpha_s$ , sowohl für die Gluon-Bremsstrahlung als auch für das Photon-Gluon-Fusionsdiagramm für kleine invariante Massen ( $M_{q\bar{q}}$ ) der beteiligten Quark-Gluon Paare divergiert [19], werden nur  $O(\alpha_s)$ -Ereignisse mit  $M_{q\bar{q}} > 1 \text{ GeV}$  berücksichtigt. Die mit diesen Schritten auf die Matrixelemente erhaltenen Anteile der Gluon-Bremsstrahlungereignisse ( $x_{1q-qg}$ ) und Photon-Gluon-Fusionsereignisse ( $x_{\gamma g \rightarrow q\bar{q}}$ ) an der Gesamt-Ereignismenge sind

in Abb. 1-6 als Funktion von  $W^2$  gezeigt.

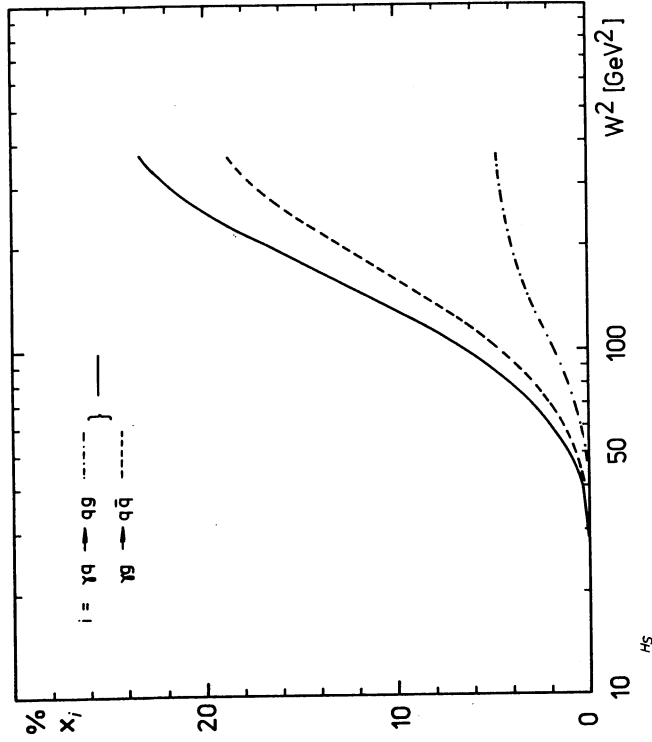


Abb. 1-6 Anteile der  $O(\alpha_s)$ -Ereignisse an der Gesamt-Ereignismenge als Funktion von  $W^2$

Bei der Berechnung der in Abb. 1-6 dargestellten Kurven wurden die in Tab. 4.1 (siehe Kap. 4.2) aufgeführten kinematischen Schnitte angebracht. Speziell wurde verlangt, daß das gestreute Myon einen Winkel  $\Theta_{\mu'} \geq 0.75^\circ$  mit der Strahlachse und eine Mindestenergie von  $E_{\mu'} = 20 \text{ GeV}$  aufweist. Man erkennt aus Abb. 1-6, daß  $O(\alpha_s)$ -Beiträge zum Wirkungsquerschnitt in der  $\mu p$ -Streuung unterhalb von  $W^2 = 100 \text{ GeV}^2$  vernachlässigbar klein sind und man erkennt, daß der Prozeß der Photon-Gluon-Fusion in dem  $W^2$ -Intervall von 100 bis  $400 \text{ GeV}^2$  über die Gluon-Bremsstrahlung dominiert. Während der Anteil von Gluon-Bremsstrahlungseignissen 6 % bei  $W^2 = 400 \text{ GeV}^2$  beträgt, trägt die Photon-

Gluon-Fusion bis zu 20 % zum Wirkungsquerschnitt für die höchsten im NA9-Experiment erreichten Energien bei. Abb. 1-7 zeigt den Anteil der Gluon-Bremsstrahlungseignisse und Photon-Gluon-Fusionseignisse als Funktion von  $Q^2$  für 4 verschiedene Energieintervalle. Wie aus Abb. 1-7 ersichtlich, nimmt der Anteil von Photon-Gluon-Fusionseignissen mit zunehmendem  $Q^2$  ab, während der Anteil von Gluon-Bremsstrahlungseignissen mit zunehmendem  $Q^2$  bei festgehaltener Schwerpunktsenergie anwächst. Dies Verhalten erklärt sich folgendermaßen. Die partonischen Wirkungsquerschnitte  $\sigma_{\gamma g \rightarrow q\bar{q}}$  und  $\sigma_{\gamma q \rightarrow qg}$  wachsen zwar in 1. Ordnung der starken Kopplungskonstanten logarithmisch mit dem Viererimpulsübertrag  $Q^2$ , die Beiträge zum Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu' X$  ergeben sich jedoch aus der Faltung der Parton-Wirkungsquerschnitte mit der Gluon- bzw. den Quark-Verteilungsfunktionen. Die Wahrscheinlichkeit ein Gluon im Proton zu finden, das einen Impulsbruchteil  $x_B$  trägt, nimmt aber stark mit zunehmenden Werten von  $x_B$  ab, so daß der Prozeß der Photon-Gluon-Fusion mit zunehmenden Werten von  $Q^2$  bei festem  $W^2$  immer weniger zum Wirkungsquerschnitt in der tiefinelastischen  $\mu p$ -Streuung beiträgt, da ein Anwachsen von  $Q^2$  bei festem  $W^2$  auch ein Anwachsen von  $x_B$  impliziert (vgl. z.B. Abb. 1-3).

Bremsstrahlungs-Gluonen werden im Lund-Modell als transversale Anregung des Strings behandelt. Da Gluonen gleichzeitig Farb- und Antifarbladung tragen, wird diese Anregung des Strings im Lund-Modell dazu benutzt das Gesamtsystem in 2 farbneutrale Stringssysteme zu zerlegen, die dann unabhängig voneinander fragmentieren.

Für die Fragmentation von in der Photon-Gluon-Fusion entstandener Parton-Konfigurationen werden im Lund-Modell zusätzliche Annahmen gemacht. Im Lund-Modell wird stets angenommen, daß das an der Wechselwirkung beteiligte Gluon mit dem Farbfeld eines Valenzquarks assoziiert werden kann. Sowohl das in der Photon-Gluon-Fusion entstandene  $q\bar{q}$ -Paar als auch das aus den Valenzquarks gebildete Targetsystem befinden sich dann in einem Farb-Oktett-Zustand. Die Bildung von 2 unabhängigen, farbneutralen String-Systemen aus dieser komplexen Parton-Konfiguration erfolgt dann nach dem in Abb. 1-8 gezeigten Schema.

Das Auftreten von 2 String-Systemen für die  $O(\alpha_s)$ -Ereignisse im Lund-Modell führt zu einer Erhöhung der mittleren Multiplizität dieser Ereignisse gegenüber der Fragmentation einer 2-Parton-Konfiguration. Dies ist in Abb. 1-9 veranschaulicht, die die mittlere geladene Multiplizität ( $n_i$ ), die im Lund-Modell bei der Fragmentation von Photon-Gluon-Fusionseignissen ( $i = \gamma g \rightarrow q\bar{q}$ ) bzw. Gluon-Bremsstrahlungseignissen ( $i = \gamma q \rightarrow qg$ ) entsteht, als Funktion von  $W^2$  zeigt.

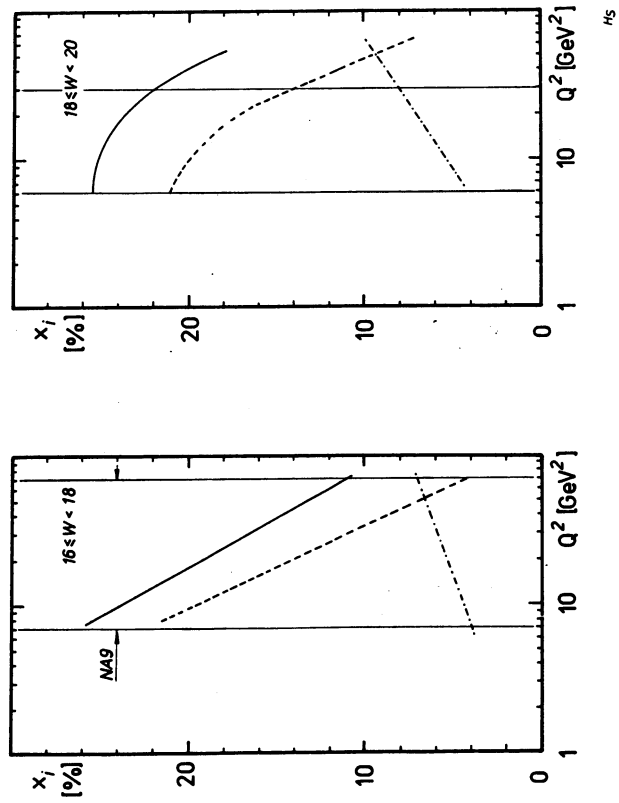
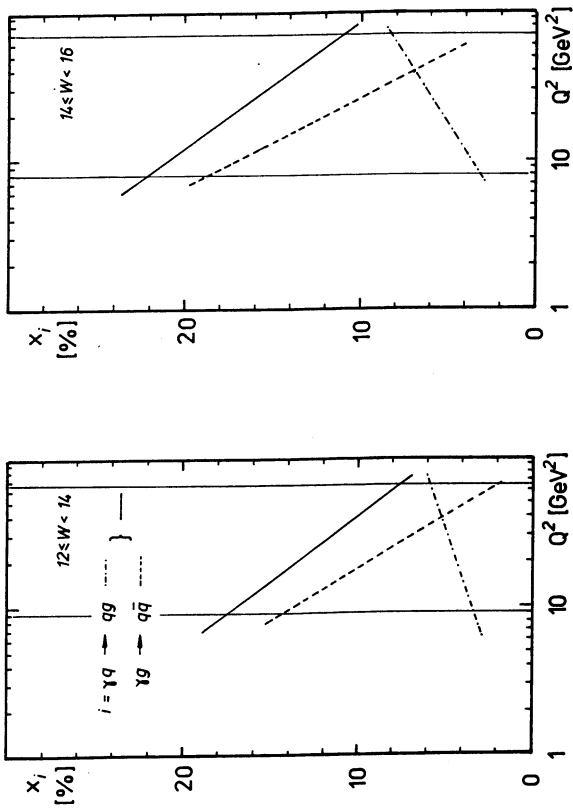


Abb. 1-7 Anteile der  $O(\alpha_s)$ -Ereignisse an der Gesamt-Ereignismenge als Funktion von  $Q^2$  für verschiedene Intervalle in  $W$

Die mittlere Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes setzt sich wie folgt aus den mittleren Multiplizitäten  $n_i$  der verschiedenen Ereignistypen zusammen:

$$\langle n \rangle >^h (W^2) = \sum_i n_i(Q^2, W^2) \cdot \beta(Q^2, W^2) \cdot x_i(Q^2, W^2) \quad (1.21)$$

$$i = \gamma q \rightarrow q, \gamma q \rightarrow qg, \gamma g \rightarrow q\bar{q}$$

$$n_i = \frac{N_i^h(Q^2, W^2)}{N_1^h(Q^2, W^2)}$$

In Gl. (1.21) beschreibt  $\beta(Q^2, W^2)$  den Bruchteil der in einem  $Q^2$ -Intervall erzeugten Ereignisse und berücksichtigt die  $Q^{-4}$ -Variation des Wirkungsquerschnittes (siehe Gl. (1.11));  $x_i$  stellt den Anteil der partonischen Reaktionen  $\gamma q \rightarrow q, \gamma q \rightarrow qg, \gamma g \rightarrow q\bar{q}$  am totalen Wirkungsquerschnitt für die  $\mu p$ -Streuung in einem  $Q^2, W^2$ -Intervall dar.

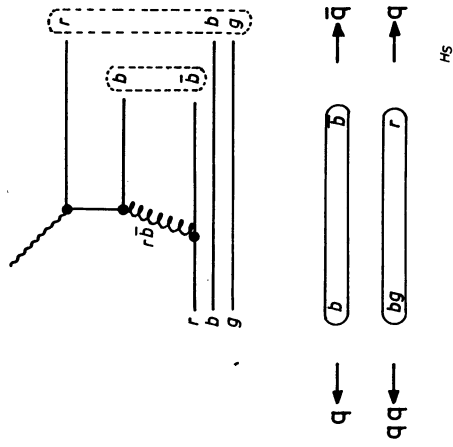


Abb. 1-8 Farbstruktur und String-Konfiguration für Photon-Gluon-Fusionsereignisse im Lund-Modell

Die hohe mittlere Multiplizität  $n_i$  von  $O(\alpha_s)$ -Ereignissen im Lund-Modell führt damit einerseits, zusammen mit dem Anwachsen der Wahrscheinlichkeit für die

$O(\alpha_s)$ -Prozesse mit der Schwerpunktsenergie (siehe Abb. 1-6), zu einem schnelleren Anwachsen der mittleren geladenen Multiplizität als mit dem Logarithmus der Schwerpunktsenergie. Andererseits ergibt sich im Lund-Modell auch eine  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren geladenen Multiplizitäten. Da die Wahrscheinlichkeit für den, im kinematischen Bereich des NA9-Experimentes dominierenden,  $O(\alpha_s)$ -Prozeß der Photon-Gluon-Fusion schnell mit wachsendem  $Q^2$  bei festgehaltenem  $W^2$  abnimmt (siehe oben), sagt das Lund-Modell ein Abfallen der mittleren Multiplizitäten mit steigendem  $Q^2$  voraus.

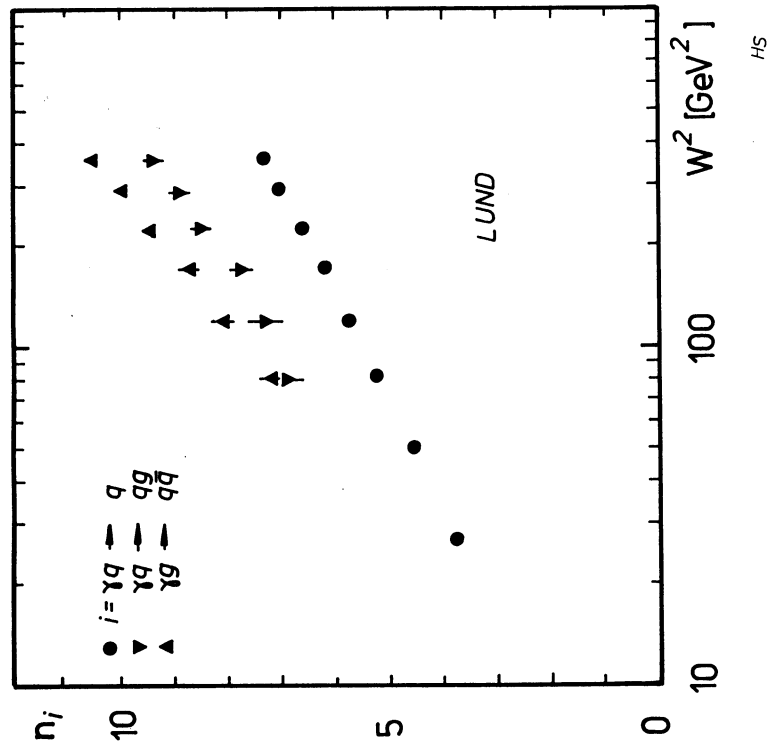


Abb. 1-9 Die mittlere Multiplizität  $n_i$  von  $O(\alpha_s)$ -Ereignissen im Lund-Modell als Funktion von  $W^2$

Diese vom Lund-Modell vorhergesagte  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren geladenen Multiplizität kommt allein auf Grund der Relation der Ereignisvariablen und dem im Modell angenommenen Mechanismus für die Fragmentation von in der Photon-Gluon-Fusion entstandener Parton-Konfigurationen zustande. Sie steht somit in keiner Verbindung mit der von der perturbativen QCD vorhergesagten Entwicklung der Quark-Fragmentationsfunktionen.

## 2. Das Experiment

Abb. 2-1 zeigt eine schematische Ansicht des Myon-Strahls M2 beim Europäischen Forschungszentrum CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire) in Genf. Zur Erzeugung des Myon-Strahls werden im Super-Proton-Synchrotron (SPS) auf 400 GeV beschleunigte Protonen auf ein Beryllium-Target geschossen. Die erzeugten geladenen Pionen und Kaonen werden in einen Zerfallskanal geleitet. Am Ende des Kanals werden die Hadronen in einem Absorber gestoppt, während die entstehenden Zerfallsmyonen nach Impuls selektiert und zum NA9-Experiment der Europäischen Myon Kollaboration (EMC) weitertransportiert werden. Bevor die Myonen schließlich in das Experiment eingeleitet werden, wird ihr Impuls in einem magnetischen Spektrometer auf 0.4 % genau gemessen.

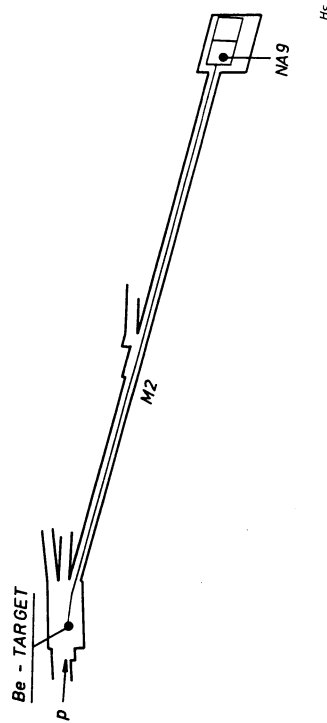
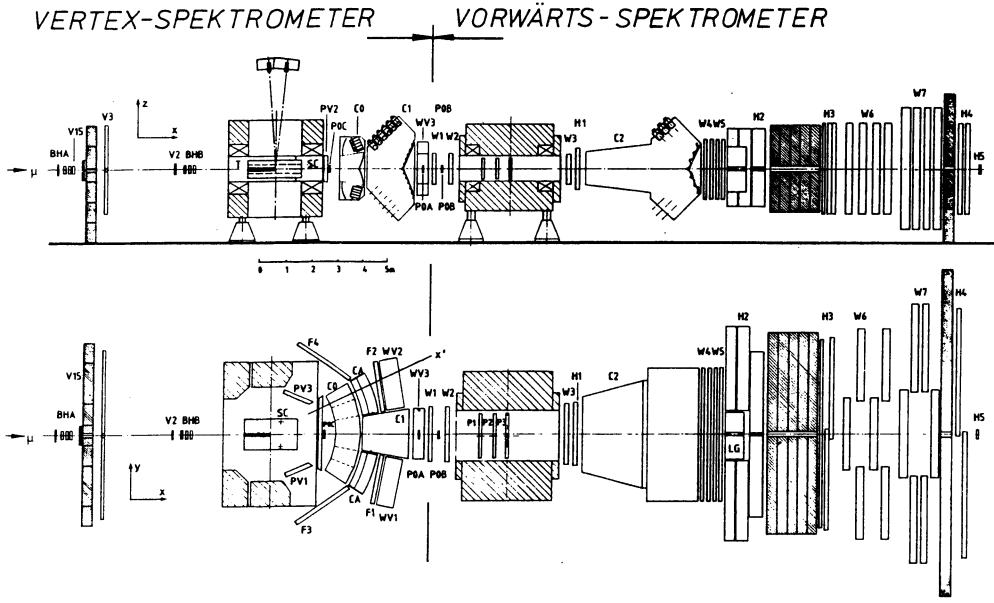


Abb. 2-1 Schematische Ansicht des Myon-Strahls M2

Der NA9-Detektor ermöglicht den Nachweis von Reaktionsprodukten aus der  $\mu p$ -Wechselwirkung über nahezu den gesamten Raumwinkelbereich im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem. Er besteht aus einem Vorwärts- und dem Vertextspektrometer-teil (siehe Abb. 2-2). Das Vorwärtsspektrometer erlaubt eine genaue Messung des



Zeichenerklärung: BH-Strahlhodoskope, C-Čerenkovzähler, F-Flugzeitzähler, LG-Bleiglaszähler, H-Triggerhodoskope, P-Proportionalkammern, SC-Streamerkamera, V-Vetozyähler, W-Driftkammern, T-Target.

Abb. 2-2 Längsschnitt des NA9-Detektors



gestreuten Myons sowie schneller geladener Hadronen während das Vertexspektrometer die Akzeptanz auf niederenergetische Hadronen ausdehnt. Das Vorwärtsspektrometer umfaßt alle Detektorcomponenten strahlabwärts von der Drahtkammer W1. Die gestreuten Myonen werden, nachdem sie den Vorwärtsspektrometermagneten durchlaufen haben, in großflächigen Driftkammern, die hinter einem 2 m dicken Eisenabsorber installiert sind, nachgewiesen. Das Kernstück des Vertexspektrometers bildet die Streamerkammer, die in einem supraleitenden Magneten untergebracht ist. Die Streamerkammer selbst umschließt das 1 m lange, zylindrische, mit flüssigem Wasserstoff gefüllte Target. Weitere Driftrohr- und Proportionalkammern vervollständigen das System von Detektoren zur Ortsbestimmung im Vertexspektrometer. Ein Satz von Flugzeit- und Čerenkovzählern ermöglicht zudem eine Teilchenidentifikation über einen großen Impulsbereich.

Die Bestimmung der Multiplizität geladener Hadronen erfordert vorallend eine hohe Nachweiswahrscheinlichkeit sowie eine möglichst große Akzeptanz für hadronische Spuren. Daher werden im folgenden die einzelnen Spurdetektoren näher beschrieben. Ferner sollen die für die Teilchenidentifikation benutzten Detektorcomponenten vorgestellt werden, die bei der Auswertung der mittleren Multiplizitäten identifizierter geladener Pionen, Kaonen und Protonen Verwendung finden. Für eine eingehendere Behandlung des Detektors siehe [20,21].

## 2.1 Das Koordinatensystem

Das im NA9-Detektor verwendete Koordinatensystem ist in Abb. 2-3a und Abb. 2-3b dargestellt.

Die  $+x$ -Achse zeigt in Richtung des Myon-Strahls und die  $+z$ -Achse vertikal nach oben. Der Ursprung des Systems wird durch das geometrische Zentrum des Vorwärtsspektrometernagneten festgelegt.

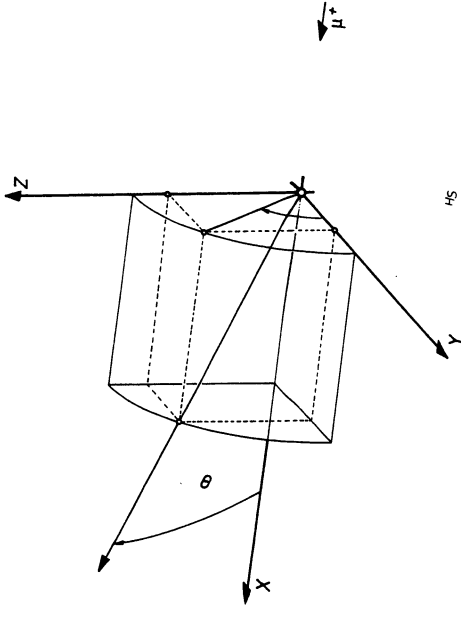


Abb. 2-3a Das im NA9-Detektor verwendete Koordinatensystem

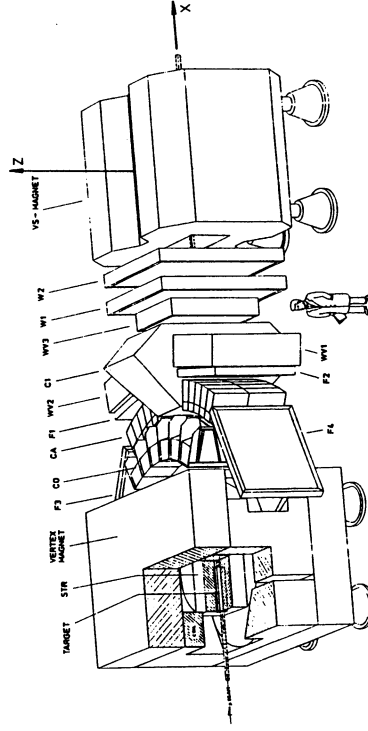


Abb. 2-3b Vertexspektrometer-Isometrie

## 2.2 Detektorkomponenten zur Spurbestimmung

Die Streamerkammer, eine Kammer von 2.0 m Länge, 1.2 m Tiefe und 0.7 m Höhe, wird mit einem Neon-Helium Gasgemisch (70% : 30%) betrieben. Sie befindet sich in einem Magnetfeld von 1.5 T und ermöglicht damit die Messung der Flugbahn, des Impulses und des Ladungsvorzeichens von Teilchen mit einem Impuls bis zu 20 GeV. Zur räumlichen Rekonstruktion werden die Ereignisse in der Streamerkammer von drei Kameras aufgenommen, deren optische Achsen einen Winkel von  $6^\circ$  mit der +z-Achse des Koordinatensystems bilden und die auf den Kammermittelpunkt ausgerichtet sind.

Der Akzeptanzbereich der Streamerkammer wird im wesentlichen durch zwei Effekte eingeschränkt:

- Aufgrund der Kamerapositionierung sind Spuren, die das Target vertikal nach oben oder unten verlassen schwierig zu messen.
- Schnelle Hadronen, die unter kleinen Polarwinkeln  $\Theta$  zur Strahlachse erzeugt wurden, können durch 'alte' Strahl-Spuren, die das Target noch innerhalb der sensitiven Zeit der Streamerkammer passiert haben, verdeckt werden (siehe Abb. 2-4 und Abb. 2-5).

Um diese Akzeptanzlücke zu schließen und die Genauigkeit der Spurmessung zu erhöhen, sind im Vertexspektrometer verschiedene Drahtkammern untergebracht.

In Strahlrichtung schließen sich zunächst die großflächigen Proportionalkammern PV1, PV2 und PV3, die den vorderen Teil der Streamerkammer umgeben, an. Weiter strahlabwärts folgen, ca. 4 m vom Vertexspektrometermagneten entfernt, die Driftrohrmodule WV1 und WV2 mit einer dem Target zugewandten Fläche von  $2 \times 2 \text{ m}^2$ . Die Driftrohrmodule WV3 und WV4 erweitern die Akzeptanz der auf der Strahlachse zentriert angeordneten Driftkammern W1 und W2, die ein Teilchen durchqueren muß bevor es in das Magnetfeld des Vorwärtsspektrometermagneten ( $\int \vec{B} \cdot d\vec{x} = 5.2 \text{ Tm}$ ) eintritt. Innerhalb des Vorwärtsspektrometermagneten liefern die Proportionalkammern P1, P2 und P3 zusätzliche Meßpunkte, welche die Zuordnung von Spurelementen vor und hinter dem Vorwärtsspektrometermagneten erleichtern. Strahlabwärts vom Vorwärtsspektrometermagneten erlaubt der 5 m große Abstand zwischen den ebenfalls auf der Strahlachse zentriert angebrachten Driftkammern W3 und W4, W5 eine präzise Impulsbestimmung hochenergetischer, geladener Teilchen. Um mit einer hohen Strahlintensität von bis zu  $10^8$  Myonen pro Sekunde arbeiten zu können, wurden alle Kammern im Bereich des Strahls

unempfindlich gemacht. Dieser Bereich wird durch die hochauflösenden Proportionalkammern P0C, P0A und P0B, die einen Durchmesser von ca. 15 cm besitzen und hinter PV2 bzw. vor W1 und W2 angebracht sind, abgedeckt.

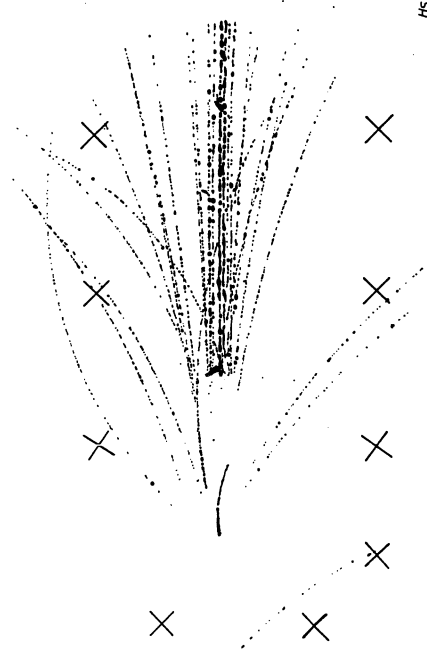


Abb. 2-4 Streamerkammer-Aufnahme

## 2.3 Detektorkomponenten zur Teilchenidentifikation

Zur Identifikation von geladenen Teilchen werden im NA9-Experiment 3 Gas-Schwellen-Čerenkovzähler, 1 Aerogel-Čerenkovzähler und ein System aus Flugzeitzählern eingesetzt.

Der Gas-Schwellen-Čerenkovzähler C0 befindet sich unmittelbar strahlabwärts der Proportionalkammer PV2, ca. 3 m vom Targetmittelpunkt entfernt. Er besitzt ein Gesamtvolumen von  $7 \text{ m}^3$  und ist mit Neopentan gefüllt. Der C0 ist in 12 gleichgroße Module, von denen jeweils 6 ober- und unterhalb der Strahlachse

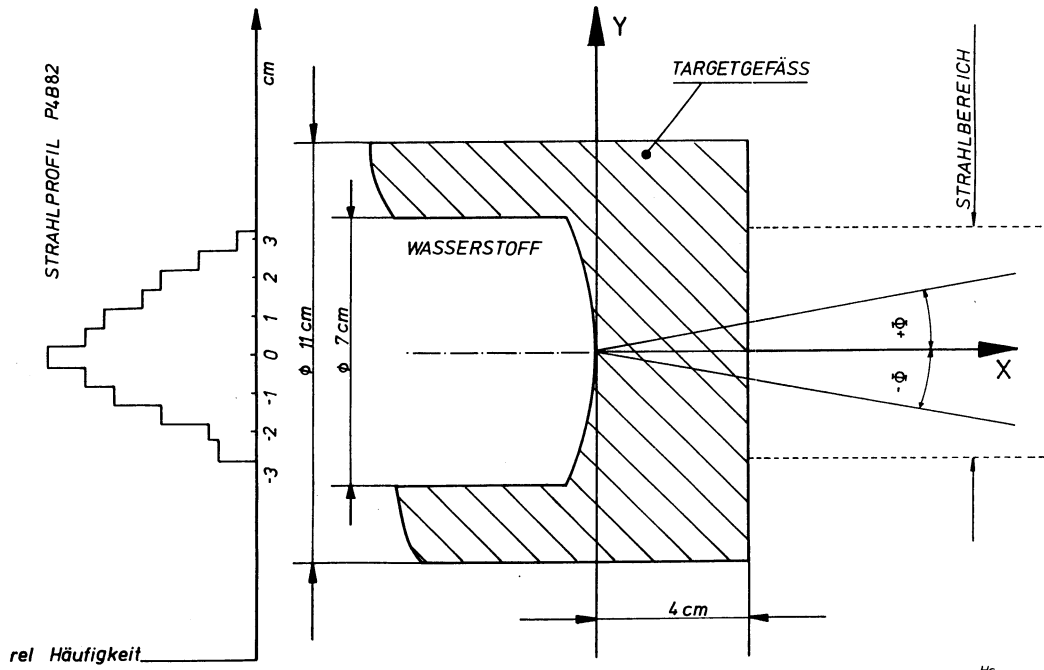


Abb. 2-5 Target- und Strahlmessungen

angeordnet sind, unterteilt. Das von einem Teilchen aus einem bestimmten Raumwinkelbereich emittierte Čerenkovlicht wird über zwei Spiegelflächen mit unterschiedlichem Krümmungsradius auf die von den Photomultipliern eines Modules gebildete Nachweisfläche abgebildet.

Der Gas-Čerenkovzähler C1 ist auf der Strahlachse zentriert angeordnet und schließt sich direkt an den C0 an. Er besitzt ein  $1.1 \times 1.0 \text{ m}^2$  großes Eintrittsfenster und wird mit reinem Stickstoff bei atmosphärischem Druck betrieben. Der Tank des C1 ist aus Aluminium gefertigt, Eintritts- und Austrittsfenster bestehen aus je einer  $100 \mu\text{m}$  dicken Mylar- und einer  $30 \mu\text{m}$  starken Tedlarfolie. Das Čerenkovlicht geladener Teilchen, die das aktive Volumen des C1 durchqueren, trifft auf eine aus 64 einzelnen Elementen aufgebaute Spiegelfläche und wird von dort auf die zugeordneten Photomultiplier fokussiert.

TOF	CA	C0	C1	C2	
NE110	Aerogel	Neopentan	Stickstoff	Neon	Radiatormaterial
	0.19	0.90	1.5	4.0	mittlere Radiatorlänge [m]
	297	14.5	3.1	0.63	Brechungsindex $(n - 1) \cdot 10^4$
	0.57	2.59	5.6	12.4	$\pi$ -Schwelle [GeV]
	2.03	9.17	19.8	44.0	K-Schwelle [GeV]
	3.85	17.4	37.7	83.6	p-Schwelle [GeV]
	13.8	3.1	1.4	0.6	max. Čerenkovwinkel [°]

Tabelle 2.i Einige Parameter des Teilchen-Identifikationssystems

Der Aerogel-Čerenkovzähler CA besteht aus zwei unabhängigen Modulen, die symmetrisch zu beiden Seiten des C1 angeordnet sind. Jedes der beiden  $1.5 \text{ m}$  breiten und  $1.3 \text{ m}$  hohen Module ist in 10 Zellen unterteilt. Eine einzelne Zelle besitzt eine Frontfläche von  $0.65 \times 0.30 \text{ m}^2$  und eine Tiefe von  $0.70 \text{ m}$ , die sich aus der Länge des Aerogelradiators von  $0.19 \text{ m}$  und der sich anschließenden Diffusionsbox

### 3. Die Ereignisrekonstruktion

zusammensetzt. In jeder Zelle sind 5 Photomultiplier untergebracht, die das diffus gestreute Čerenkovlicht registrieren.

Der Gas-Schwellen-Čerenkovzähler C2 ist zwischen dem Vorwärtsspektrometern und den Driftkammern W4 und W5 angeordnet. Er besitzt eine aktive Länge von 4 m und wird mit Neon bei atmosphärischem Druck betrieben. Die Spiegelfläche, die aus 6 Reihen mit je 13 einzelnen sphärischen Elementen mit einer Fläche von jeweils  $0.36 \times 0.40 \text{ m}^2$  aufgebaut ist, bildet das Čerenkovlicht einzelner Teilchen auf die zugeordneten Lichttütten mit den dahinter befindlichen Photomultipliern ab.

Um das von den Strahlmyonen erzeugte Čerenkovlicht abzuschirmen, ist der unmittelbare Strahlbereich in den Zählern C0, C1 und C2 durch eine geschwätzte Röhre von 0.12 m, im C2 von 0.15 m Durchmesser vom Gasvolumen abgetrennt.

Die Flugzeitähler F1-F4 vervollständigen das Teilchenidentifikationssystem, sie werden zur Identifikation von niedereenergetischen Hadronen eingesetzt. Die Zähler F1 und F2, unmittelbar hinter dem CA angebracht, bestehen aus 21 Szintillatorstreifen mit einer Höhe von 1.6 m und einer Breite von 0.1 m. Die Zähler F3 und F4 sind hinter den Proportionalkammern PV1 bzw. PV3 angeordnet; sie sind in 17 Segmente von 1.6 m Höhe und 0.15 m Breite unterteilt. Die einzelnen Streifen werden an beiden Enden über Photomultiplier ausgelesen, die über Lichtleiter an das Szintillatormaterial angekoppelt sind.

Um die Funktionstüchtigkeit der einzelnen Zähler zu kontrollieren, ist u.a. am Eingang jedes einzelnen Photomultipliers eine 'Light Emitting Diode' (LED) angebracht. Während der Datennahme wurden in regelmäßigen Zeitabständen LED-Spektren aufgenommen, ausgewertet und u.a. die Verstärkungsfaktoren der einzelnen Röhren auf Datenbänder geschrieben. In Tabelle 2.i sind einige Parameter der Komponenten des Teilchenidentifikationssystems zusammengestellt.

Im Gegensatz zu einem Elektron-Strahl wird ein Myon-Strahl, da Myonen auf Grund ihres kleinen Absorptionsquerschnittes nur sehr schwer abgeschirmt werden können, immer von sog. Halo-Myonen begleitet, die die Apparatur außerhalb des eigentlichen Strahlkerns durchqueren.

Um zu verhindern, daß durch Halo-Myonen vorgetäuschte Streueignisse die genannte Datenmenge dominieren und um physikalisch interessante Ereignisse zu selektieren, werden im NA9-Experiment verschiedene Szintillationszähler zu Triggerzwecken eingesetzt. Von den 3 großflächigen Hodoskopen H1, H3 und H4 sind die Zähler H1 und H3 aus horizontalen und vertikalen Elementen zusammengesetzt, während H4 nur horizontal angeordnete Szintillatorstreifen besitzt, so daß sich 5 unabhängige Positionsmessungen für das gestreute Myon ergeben. Stromaufwärts von der Streamerkammer befinden sich die Veto-Zähler V2, V3 mit einer Gesamtfläche von  $10.0 \times 4.5 \text{ m}^2$ . Sie werden zusammen mit den Zählern V1 und V15 eingesetzt, um Halo-Myonen nachzuweisen.

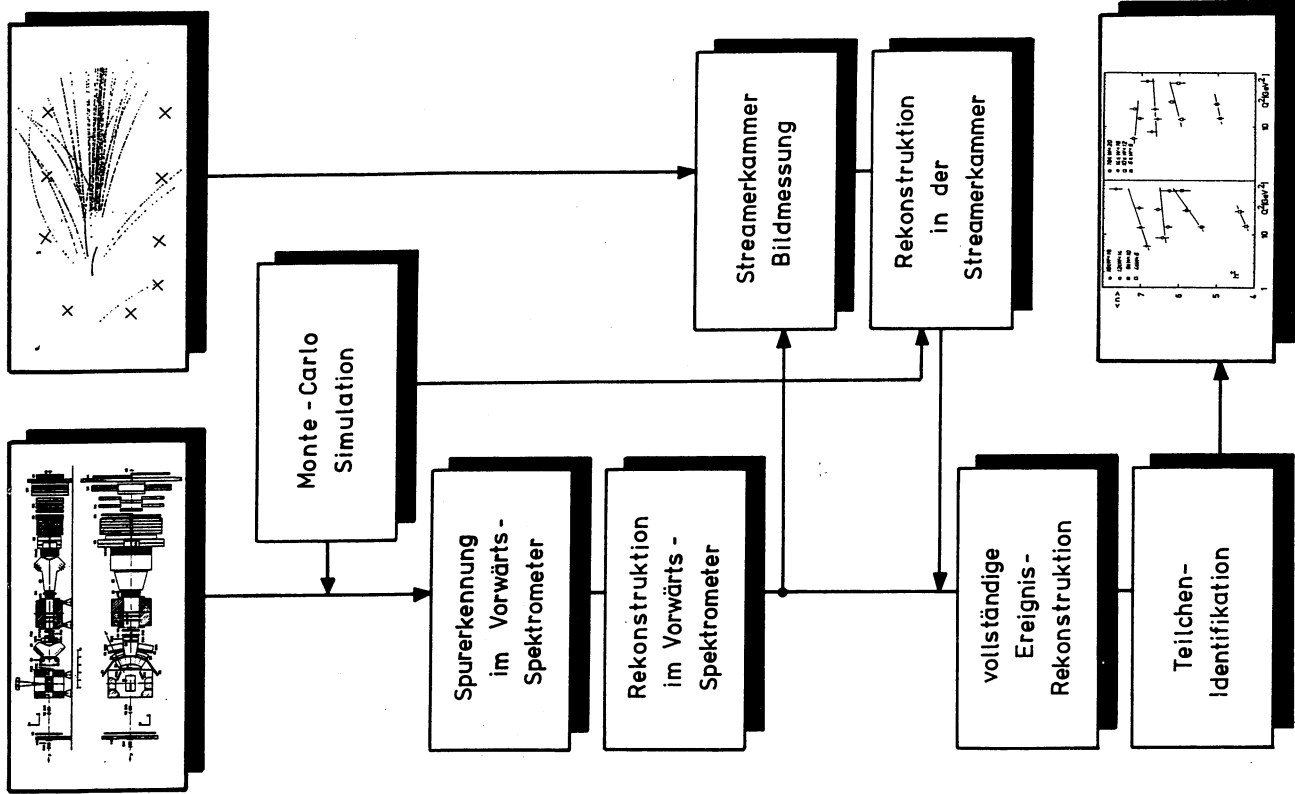
Die Entscheidung über die Auslese eines bestimmten Ereignisses basiert auf folgenden Kriterien:

1. Der in den Szintillationszählern H1, H3 und H4 gemessene Richtungsvektor des gestreuten Myons muß auf das Target zeigen und einen Winkel größer als  $0.5^\circ$  mit der Strahlachse bilden.
2. Die Veto-Zähler dürfen nicht angesprochen haben.

Nur wenn die Bedingungen 1. und 2. erfüllt sind, wird das Ereignis akzeptiert und die Datenauslese, gesteuert und überwacht von einem PDP-11 Rechner, gestartet. Die digitalisierten Informationen aller Detektorcomponenten werden auf Magnetband aufgezeichnet und stehen zur weiteren Analyse auf den Rechnern der am Experiment beteiligten Institute zur Verfügung.

#### 3.1 Die Ereignis- und Spurrekonstruktion

Eine wichtige Voraussetzung für die Umwandlung der digitalisierten Detektorinformationen in physikalische Größen ist neben der Bestimmung detektorspezifischer, i.a. zeitabhängiger Parameter, die Feststellung der räumlichen Position



4/5

Abb. 3-1 Die verschiedenen Stufen der Ereignisrekonstruktion

der verschiedenen Detektorcomponenten. Die auf mm genau durch Geometer vermessenen Zählerpositionen werden durch die Auswertung von Daten, die mit abgeschalteten Magneten genommen wurden, so daß die Teilchenbahnen geradlinig durch die Apparatur verlaufen, verbessert.

Die eigentliche Rekonstruktion eines Ereignisses wird dann aufgrund der Komplexität des NA9-Detektors in verschiedenen, voneinander getrennten Abschnitten, die sich in einer entsprechenden Modularität der entwickelten Rechnerprogramme widerspiegeln, durchgeführt. Die einzelnen Schritte in der Ereignisrekonstruktion sollen im folgenden kurz beschrieben werden (vgl. Abb. 3-1):

1. Spurerkennung im Vorwärtsspektrometer  
Die erste Stufe der Analyse-Kette besteht aus der Mustererkennung und vorläufigen Spurrekonstruktion von Myonen und Hadronen im Vorwärtsspektrometer. Nur wenn eine Myon-Spur in den Driftkammern W6/W7 hinter dem Absorber rekonstruiert werden kann, wird das Ereignis weiterprozessiert.
2. Geometrische Ereignisrekonstruktion im Vorwärtsspektrometer  
Neben der Bestimmung von Impulsen und der Flugbahn von geladenen Teilchen, die im Vorwärtsspektrometer nachgewiesen worden sind, werden in dieser Stufe die Koordinaten des Wechselwirkungspunktes aus dem Schnittpunkt einer Strahlspur und der Trajektorie eines gestreuten Myons vorläufig definiert.
3. Geometrische Rekonstruktion in der Streamerkammer  
Nach der Vermessung der Streamerkammerbilder werden die Spurparameter aus einer Helixanpassung an die in den Raum projizierten Spurpunkte bestimmt. Als Anpassungsparameter werden dabei der sog. Dipwinkel  $\lambda$  (Winkel zur x,y-Ebene), der Winkel  $\Phi$ , den die in die x,y-Ebene projizierte Trajektorie mit der x-Achse bildet und  $\frac{1}{p}$  (im folgenden als  $\kappa$  bezeichnet) verwendet. Die erhaltenen Spurparameter werden dann zusammen mit den berechneten Koordinaten des primären Vertex, definiert durch den gemeinsamen Ursprung der Hadronspuren, und den gemessenen sekundären Vertices auf Magnetband für die weitere Verarbeitung zwischengespeichert.
4. Vollständige Ereignisrekonstruktion  
In diesem Abschnitt der Analyse-Kette werden Spuren, die sowohl im Vorwärtsspektrometer als auch in der Streamerkammer gemessen worden sind, zusammengefaßt. Diese Spuren werden als FS-Spuren bezeichnet. Außerdem werden die Streamerkammerspuren in das System der Vertex-Detektoren extrapoliert und mit vorhandenen Spurelementen kombiniert (SC-Spuren). An-

schließend werden die Spurparameter erneut bestimmt. Unter Ausnutzung der in der 2. und 3. Stufe vorläufig bestimmten Vertexpositionen, werden dann die endgültigen Koordinaten des Wechselwirkungspunktes (primärer Vertex) sowie bereits in der Streamerkammer gemessener sekundärer Vertices mit den verbesserten Spurparametern berechnet. Zusätzlich werden neue Vertices durch Kombination bisher noch keinem Vertex zugeordneter Spuren gesucht. Insgesamt werden 8 verschiedene Vertex-Typen unterschieden, die in Tabelle 3.i zusammengestellt sind. Abschließend werden aus im Vertex-Detektor vorhandenen, aber noch nicht berücksichtigten Spurelementen zusätzliche Spurkanaliden (sog. VS-Spuren) gebildet. Sie werden a priori dem primären Vertex zugeordnet, da für sie nur Ortsinformationen aus Drahtkammern vorliegen, die sich in der feldfreien Region des Vertexspektrometers befinden. Eine Impulsbestimmung für diese Klasse von Spuren läßt sich daher nur unter Zuhilfenahme der Position des Wechselwirkungspunktes durchführen. Für die 3 verschiedenen Spurtypen werden die in Tabelle 3.ii angegebenen Impulsaufösungen erreicht.

#### 5. Teilchenidentifikation

Nach der Festlegung der Parameter der einzelnen Spuren in den vorangegangenen Stufen werden dann im letzten Schritt die Informationen der Flugzeit- und Čerenkovzähler ausgewertet. Für jede geladene Spur, die einen Čerenkov- oder Flugzeitzähler durchquert hat, werden Wahrscheinlichkeiten, daß es sich bei dem entsprechenden Teilchen um ein Elektron, Pion, Kaon oder Proton gehandelt haben könnte, berechnet. Eine detaillierte Beschreibung der Identifikationsmethode wird in Kapitel 4.4 gegeben.

Um sicherzustellen, daß die aus der Myon-Kinematik berechneten Ereignisvariablen zuverlässig bestimmt worden sind, werden in der anschließenden physikalischen Analyse nur Ereignisse verwendet, die folgende Kriterien erfüllen.

- In dem Ereignis darf nur ein Strahl-Myon rekonstruiert worden sein.
- Es muß mindestens ein gestreutes Myon existieren, welches nachweislich die Trigger-Bedingungen erfüllt hat.
- Der rekonstruierte primäre Vertex muß unter Berücksichtigung der Fehler an den Vertex-Koordinaten, innerhalb des Target-Volumens liegen.
- Es darf sich kein sekundärer Vertex stromaufwärts von dem rekonstruierten primären Vertex befinden.

Zudem werden nur solche Ereignisse verwendet, für die ein meßbares Streamer-

kammerbild vorliegt.

Typ	Definition
1	Vertex aus einem Strahlmyon und einem gestreuten Myon mit gleichem Ladungsvorzeichen
2	Vertex aus einem Strahlmyon und mehr als einem gestreuten Myon mit gleichem Ladungsvorzeichen
3	Typ 1 und Hadronen (primärer Vertex)
4	$V^0$ -Vertex (2 geladene Teilchen mit entgegengesetztem Ladungsvorzeichen)
5	Vertex aus einem Strahl- und einem gestreuten Myon mit unterschiedlichem Ladungsvorzeichen
6	Geladener V-Zerfall
7	sekundärer Vertex mit einlaufender Spur (aber nicht vom Typ 6)
8	sekundärer Vertex ohne einlaufende Spur (aber nicht vom Typ 4)

Tabelle 3.i Definition der verschiedenen Vertex-Typen

Spur-Typ	Impulsauflösung
FS	$\sigma(p)/p \simeq (20 + 1.1 \cdot p [\text{GeV}]) \cdot 10^{-4}$
SC	$\sigma(p)/p \simeq (10 + 9.0 \cdot p [\text{GeV}]) \cdot 10^{-3}$
VS	$\sigma(p)/p \simeq (10 + 0.3 \cdot p [\text{GeV}]) \cdot 10^{-3}$

Tabelle 3.ii Impulsaufösungen für die verschiedenen Spur-Typen

### 3.2 Die Monte-Carlo Simulation

Eine Monte-Carlo Simulation des Detektorverhaltens ist aus zwei Gründen wichtig. Zum einen werden für die Entwicklung der Analyse-Kette sowie zum Studium apparativer Effekte realistische Testdaten benötigt. Zum anderen ist es auf Grund der Komplexität der Apparatur notwendig, die gemessenen Verteilungen z.B. auf die begrenzte Nachweiswahrscheinlichkeit einzelner Detektorcomponenten zu korrigieren, so daß ein Vergleich mit anderen Experimenten und theoretischen Vorhersagen möglich wird. Das gewählte Korrekturverfahren wird im Detail in Kapitel 4.1 vorgestellt werden.

Die Simulation eines tiefinelastischen  $\mu p$ -Ereignisses beginnt mit der Festlegung der Myon-Kinematik. Hierzu werden Meßdaten von Strahl-Myonen verwendet, die mit einem Zufallstrigger aufgenommen wurden. Für jedes Strahl-Myon wird ein gestreutes Myon nach einer Parametrisierung des gemessenen totalen Wirkungsquerschnittes erzeugt. Nach der Berücksichtigung der Abstrahlung von Bremsstrahlungs-Photonen im Myon-Arm wird der Vierervektor des ausgetauschten virtuellen Photons berechnet, der als Ausgangspunkt für die Hadronisierung dient. (Der Einfluß von QED-Strahlungsprozessen wird in Kapitel 4.1 diskutiert.) Die Erzeugung von Hadronen in der  $\gamma p$ -Kollision wird mit dem Lund-Generator für die Lepto-Produktion simuliert. Anschließend werden die erzeugten Teilchen durch den simulierten Detektor verfolgt, wobei neben Zerfällen instabiler Teilchen und der hadronischen Wechselwirkung im Target auch die Konversion von Photonen im gesamten Detektor berücksichtigt wird. In den von Teilchen durchquerten Zählern werden unter Berücksichtigung von Nachweiswahrscheinlichkeit und Ortsauflösung Treffer erzeugt. Die Ergebnisse der Apparate-Simulation entsprechen damit den gemessenen Rohdaten; sie durchlaufen dann die in Kapitel 3.1 beschriebene Analyse-Kette (vgl. auch Abb. 3-1).

## 4. Die Datenanalyse

Die mittlere Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes wird üblicherweise als das 1. Moment der Multiplizitätsverteilung bestimmt. Voraussetzung für dies Verfahren ist die Entfaltung der gemessenen Multiplizitätsverteilung  $\hat{n}_i$  nach Gleichung (4.1).

$$\hat{n}_i = \sum_{j=1}^r c_{ij} \cdot n_j \quad i = 1, \dots, m \quad (4.1)$$

In Gl. (4.1) beschreibt  $c_{ij}$  die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ereignis mit der wahren Multiplizität  $j$  als Ereignis mit der Multiplizität  $i$  gemessen wird. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten  $c_{ij}$ , die die Transformationseigenschaften des Meßprozesses beschreiben, hängen dabei nicht von der wahren Multiplizitätsverteilung  $n_j$  ab. Die Transformationsmatrix  $C$  läßt sich auf einfache Weise aus einer zuverlässigen Monte-Carlo Simulation des Detektorverhaltens bestimmen, da hier sowohl die ursprünglich generierte als auch die gemessene Multiplizität eines Ereignisses bekannt ist. Auf Grund der Ladungserhaltung in der  $\mu p$ -Streuung treten in der wahren Multiplizitätsverteilung nur ungerade Werte von  $j$  auf ( $r = 2 \cdot k - 1$ , mit  $k \in \mathbb{N}$ ). Somit ist die Anzahl der Messungen größer als die Anzahl der nach Gl. (4.1) zu bestimmenden Unbekannten ( $m > k$ ). Die wahren Multiplizitäten  $n_j$  ergeben sich daher nach der Methode der kleinsten Quadrate als Lösung des, aus der Minimumbedingung abgeleiteten, linearen Gleichungssystems (4.2).

$$\begin{aligned} n_1 \cdot \sum_{i=1}^m c_{i1} \cdot c_{i1} + \dots + n_r \cdot \sum_{i=1}^m c_{i1} \cdot c_{ir} &= \sum_{j=1}^m c_{j1} \cdot \hat{n}_j \\ \vdots & \vdots \\ n_1 \cdot \sum_{i=1}^m c_{ir} \cdot c_{i1} + \dots + n_r \cdot \sum_{i=1}^m c_{ir} \cdot c_{ir} &= \sum_{j=1}^m c_{ir} \cdot \hat{n}_j \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die einfache Inversion der Matrix-Gleichung (4.1) führt bei großen Verschmierungen, verursacht durch die endliche Auflösung der Detektorcomponenten, zu unphysikalischen Oszillationen in den abgeschätzten wahren Verteilungen. Sie läßt sich daher für den i.a. für die Multiplizitätsverteilung vorliegenden Fall  $c_{ij} \neq 0$  für  $i \neq j$  nicht anwenden. Eine ausführliche Diskussion dieses Problems findet sich in Referenz [22].

Ziel dieser Arbeit war es nicht nur die mittlere Multiplizität aller geladenen Hadronen, sondern auch mittlere Multiplizitäten verschiedener Hadrontypen zu bestimmen. Die Ladungserhaltung, die ein integraler Bestandteil der eben dargestellten Methode ist, kann dabei aber nicht vorausgesetzt werden. Aus diesem

Grund war es notwendig, ein alternatives Verfahren zur Bestimmung von mittleren Multiplizitäten zu entwickeln.

#### 4.1 Die Bestimmung der mittleren Multiplizität

Die mittlere Multiplizität von Hadronen des Typs  $h$  in einem bestimmten Bereich  $\Omega$  der  $Q^2, W^2$ -Ebene läßt sich prinzipiell als das Integral über eine, auf die Gesamtzahl der Streueignisse in diesem Bereich normierte, Verteilung einer beliebigen Hadronvariablen  $y$  berechnen:

$$\langle n \rangle (\Omega) = \int_{y_0}^{y_1} g(y, \Omega) dy \quad (4.3)$$

$$g(y, \Omega) = \frac{1}{N_\mu(\Omega)} \cdot \frac{dN^h(y, \Omega)}{dy}$$

Im folgenden werden die wahren Werte mit  $\Omega, y$  bezeichnet, während die gemessenen Größen oder aus gemessenen abgeleitete Größen durch das Symbol  $\hat{\phantom{x}}$ , z.B.  $\hat{\Omega}, \hat{y}$  kenntlich gemacht werden.

Am Ende der Analyse-Kette liegen für jedes Ereignis folgende Informationen vor:

- Die aus den gemessenen Impulsen des ein- und auslaufenden Myons berechneten Werte der kinematischen Größen  $\hat{Q}^2$  und  $\hat{W}^2$ .
- Die Anzahl der rekonstruierten Teilchen, die dem primären Vertex zugeordnet wurden.
- Die gemessenen Impulskomponenten  $\hat{p}_i$  ( $i = 1 \dots 4$ ) der rekonstruierten Teilchen.

Mit Hilfe dieser Informationen ist es dann möglich, andere, die Hadronproduktion im Labor- oder  $\gamma p$ -Schwerpunktssystem beschreibende, Variablen  $\hat{y}$  zu berechnen. Auf Grund der unvermeidlichen Unzulänglichkeiten eines realen Detektors unterscheidet sich jede gemessene Verteilung von der entsprechenden wahren (oder physikalischen) Verteilung. Die Ursachen für diese Abweichung lassen sich in 3 Gruppen einteilen:

##### 1. Verluste

Die Apparatur bzw. die Analyse-Kette besitzen eine von 1 verschiedene Nachweis- bzw. Rekonstruktionswahrscheinlichkeit für Hadronen, die in der  $\mu p$ -Wechselwirkung entstanden sind.

##### 2. Verschmierungen

Eine physikalische Größe kann auf Grund der beschränkten Auflösung der einzelnen Detektorkomponenten nicht exakt, sondern nur mit einem bestimmten Fehler gemessen werden.

##### 3. Untergrund

Es wird eine Anzahl von Spuren dem Ereignis zugeordnet, die aus Untergrundeffekten stammen.

Um die experimentell gewonnenen Ergebnisse mit theoretischen Vorhersagen und Ergebnissen anderer Experimente vergleichen zu können, ist es notwendig, die der gemessenen Verteilung zugrundeliegende wahre Verteilung, unter Berücksichtigung der oben genannten Effekte, zu rekonstruieren [23].

Ausgangspunkt dafür ist Gl. (4.4), die den Zusammenhang zwischen der gemessenen ( $\hat{f}$ ) und der wahren Verteilung ( $g$ ) einer, in diesem Fall diskreten Größe  $y_j$ , herstellt.

$$\hat{f}_i = \sum_{j=1}^n c_{ij}^{(y)} \cdot g_j + b_i \quad i = 1, \dots, m \quad (4.4)$$

Im folgenden wird stets angenommen, daß sowohl die gemessene als auch die wahre Verteilung durch ein Histogramm mit der gleichen Intervalleinteilung dargestellt wird.

Die Matrixelemente  $c_{ij}^{(y)}$  und die Summanden  $b_i^{(y)}$  hängen dabei nicht von der physikalischen Verteilung  $g_j$  ab, obwohl sie natürlich eine Funktion der Größe  $y$  sein können, was durch den Index ( $y$ ) kenntlich gemacht wird. Der Summand  $b_i$  in Gl. (4.4) berücksichtigt den in einem Intervall  $i$  gemessenen Untergrund, während die bedingten Wahrscheinlichkeiten  $c_{ij}$ , die Größe  $j$  als  $i$  zu messen, die Abdingeigenschaften des Detektors beschreiben, d.h. sie berücksichtigen sowohl die Akzeptanz als auch die beschränkte Auflösung der Apparatur. Somit setzt sich z.B. der gemessene Inhalt  $\hat{f}_i$  des ersten Intervalls aus den oben beschriebenen Anteilen wie folgt zusammen:

$$\hat{f}_i = \underbrace{c_{i1} \cdot g_1 + c_{i2} \cdot g_2 + \dots + c_{in} \cdot g_n}_{\text{Verluste}} + \underbrace{b_i}_{\text{Auflösung Untergrund}} \quad (4.5)$$

Die Bestimmung der wahren Verteilung aus der experimentell gewonnenen Verteilung wird in dieser Arbeit unter Anwendung der sog. Faktor-Methode durchgeführt:

$$g_j = (\hat{f}_j - b_j) \cdot \eta_j \quad (4.6)$$

Die Korrekturfaktoren  $\eta_j$  lassen sich aus der Monte-Carlo Simulation des Detektorverhaltens durch den Vergleich der ursprünglich generierten ( $\hat{g}_j$ ) und der nach der



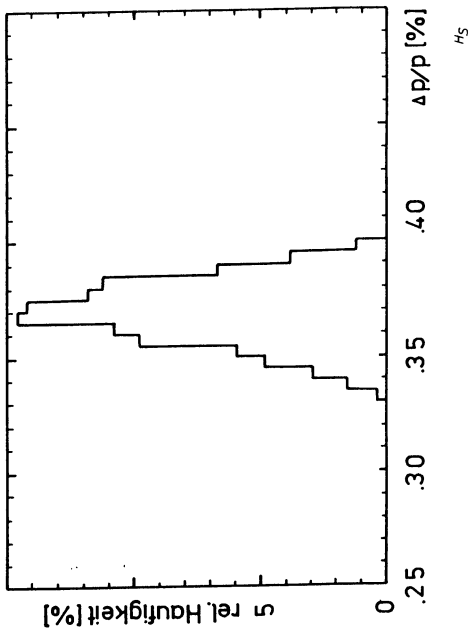


Abb. 4-1b Relativer Fehler der Impulsmessung für Strahlmyonen

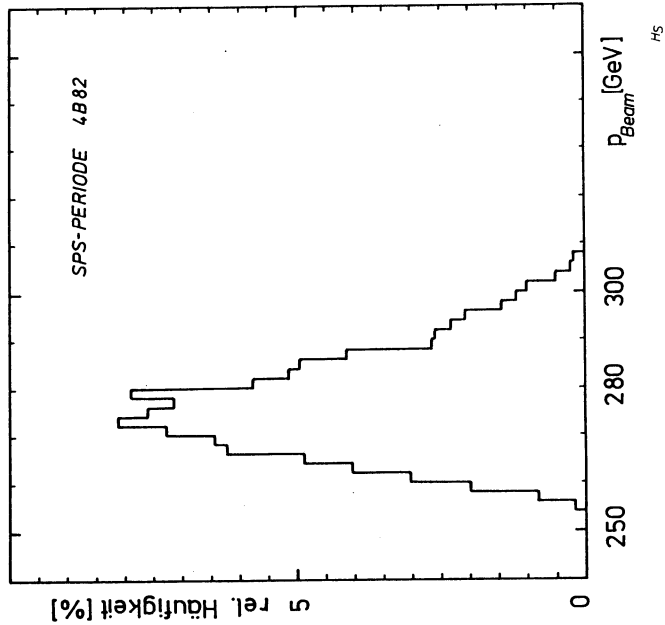


Abb. 4-1a Impulsverteilung der Strahlmyonen

Apparate-Simulation erhaltenen Verteilung ( $\tilde{f}_i$ ), die auch die Beiträge aus Untergrundeffekten beinhaltet, berechnen. (Aus der Monte-Carlo Simulation berechnete oder abgeleitete Größen werden mit dem Tilde-Symbol  $\sim$  gekennzeichnet.)

$$\eta_i = \frac{\tilde{g}_i}{\tilde{f}_i - b_i} = \frac{\tilde{g}_i}{\sum_j c_{ij} \cdot \tilde{g}_j} \quad (4.7)$$

Wie aus Gl. (4.7) ersichtlich, hängen die Korrekturfaktoren  $\eta_i$  für den allgemeinen Fall  $c_{ij} \neq 0$  für  $i \neq j$  über das Verhältnis  $\tilde{g}_i/\tilde{g}_j$  von dem der Apparate-Simulation zugrundegelegten physikalischen Modell  $\tilde{g}_j$  ab. Nur wenn die Abbildungseigenschaften des Detektors im wesentlichen durch die Akzeptanz bestimmt werden ( $c_{ij} = 0$  für  $i \neq j$ ), sind die  $\eta_i$  unabhängig von dem der Apparate-Simulation zugrundegelegten Modell ( $\eta_i = c_{ii}^{-1}$ ).

Bei der Bestimmung der mittleren Multiplizität für ein Intervall in der  $Q^2, W^2$ -Ebene nach Gl. (4.3) ist sowohl die Auflösung bei der Bestimmung der kinematischen Variablen  $Q^2, W^2$  als auch die Auflösung bei der Bestimmung der Hadronvariablen zu berücksichtigen. Die Anzahl der Freiheitsgrade der Indices  $i$  und  $j$  wird hierbei durch die Unterteilung des kinematischen Bereiches  $\Omega$  und der Unterteilung für die Hadronvariable  $y$  festgelegt.

### Die Bestimmung der Ereignisvariablen

Die die Anfangsbedingungen der Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu' X$  bestimmenden Invarianten  $Q^2$  und  $W^2$  lassen sich aus den Vierervektoren des gestreuten Myons und der im Anfangszustand vorliegenden Teilchen berechnen (vgl. Kapitel 1.1). Die Genauigkeit der Bestimmung der kinematischen Größen wird dabei durch die Impulsmessung des Strahlmyons und des gestreuten Myons festgelegt, da das Proton vor der Wechselwirkung im Laborsystem in Ruhe ist. Abb. 4-1 zeigt für die in der SPS-Periode P4B82 genommenen Daten die Impulsverteilung der Strahlmyonen und den relativen Fehler  $\frac{\Delta p}{p}$  der Impulsmessung. Man erkennt, daß der Impuls im Mittel genauer als 0.4% bestimmt werden kann.

Das gestreute Myon wird im Vorwärtsspektrometer nachgewiesen und rekonstruiert. Die Impulsauflösung für die gestreuten Myonen wird daher durch die Geometrie, die Feldstärke des Magneten und die Ortsauflösung der Kammer: im Vorwärtsspektrometer festgelegt. Abb. 4-2 zeigt den relativen Fehler  $\frac{\Delta p}{p} \equiv \frac{\Delta \kappa}{\kappa}$  als Funktion von  $\kappa = p_{lab}^{-1}$  für das gestreute Myon. Man erkennt zwei voneinander getrennte Bänder. Das obere Band entsteht durch Myon-Spuren, die ausschließlich in den Vorwärtsspektrometer-Kammern rekonstruiert werden konnten, während das

untere Band Myon-Spuren enthält, für deren Rekonstruktion zusätzlich die Ortsinformation der Proportionalkammer P0C bzw. PV2 unmittelbar stromabwärts des Vertexpektrometernagneten zur Verfügung stand. Die Impulsauflösung für diese weitaus größere Klasse von Myonen beträgt ca. 1% für 250 GeV Spuren und ist um einen Faktor 2 besser als für die erste Klasse.

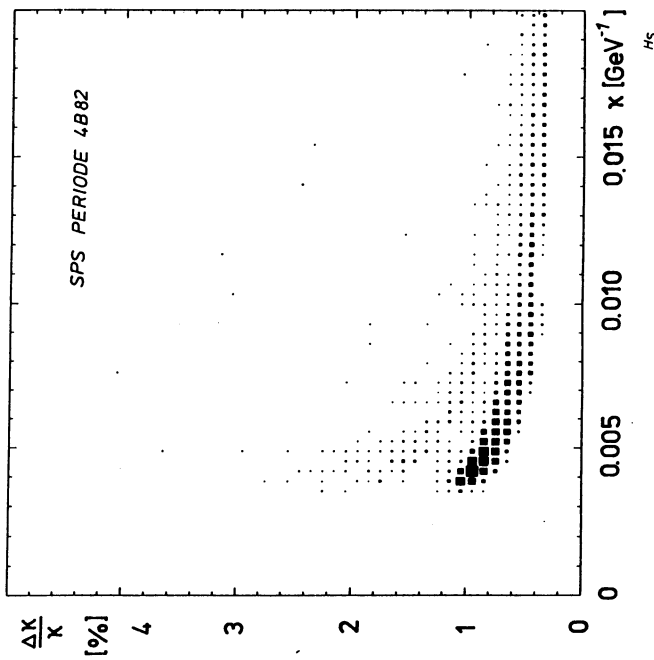


Abb. 4-2  $\Delta\kappa/\kappa$  als Funktion von  $\kappa$  für das gestreute Myon

Wie in Kapitel 3.2 erläutert, werden für die Monte-Carlo Simulation der Ereignisse einerseits Daten von Strahlmyonen verwendet, die parallel zur eigentlichen Datennahme aufgezeichnet wurden, andererseits wird die realistische Simulation der Rekonstruktion des gestreuten Myons durch die Berücksichtigung der aus den Daten gewonnenen Ortsaufösungen und Nachweiswahrscheinlichkeiten der ver-

$W_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	$W_{\text{generiert}} \downarrow$	
0-4		0.95	0.04								
4-6			0.87	0.12							
6-8				0.09	0.84	0.07					
8-10					0.04	0.93	0.03				
10-12						0.05	0.92	0.03			
12-14							0.02	0.96	0.02		
14-16								0.01	0.98	0.01	
16-18									0.01	0.98	0.01
18-20										0.01	0.99
[GeV]										$W_{\text{gemessen}} \leftarrow$	
$W_{\text{generiert}} \uparrow$											

Abb. 4-3a Bruchteil der im j-ten W-Intervall erzeugten Ereignisse, die im i-ten Intervall gemessen werden (Einphoton-Austausch Näherung)

$Q^2_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2_{\text{generiert}} \downarrow$	
0-4		0.90	0.10				
4-10			0.97	0.03			
10-20				0.01	0.98	0.01	
20-50					0.01	0.99	
50-100						0.01	0.99
[GeV <sup>2</sup> ]						$Q^2_{\text{gemessen}} \leftarrow$	
$Q^2_{\text{generiert}} \uparrow$							

Abb. 4-3b Bruchteil der im j-ten  $Q^2$ -Intervall erzeugten Ereignisse, die im i-ten Intervall gemessen werden (Einphoton-Austausch Näherung)

schiedenen Drahtkammern gewährleistet. Von daher lässt sich die Genauigkeit der Bestimmung der kinematischen Variablen  $Q^2$  und  $W^2$  mit Hilfe der Monte-Carlo Simulation auf einfache Weise durch den Vergleich der ursprünglich generierten mit den nach der Detektor-Simulation gemessenen Werten veranschaulichen.

Abb. 4-3a (Abb. 4-3b) zeigt den Bruchteil der in dem  $j$ -ten  $W(Q^2)$ -Intervall in der Einphoton-Austausch Näherung generierten und durch den Trigger akzeptierten Ereignisse, die im  $i$ -ten Intervall gemessen werden. Man erkennt, daß die Verschmierung in den kinematischen Variablen aufgrund der Unzulänglichkeiten des Detektors klein sind. Für die gemessenen Werte wurde verlangt, daß  $4 \leq Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$  bzw.  $4 \leq W < 20 \text{ GeV}$ . In diesem Bereich werden aber auch Ereignisse gemessen, die außerhalb dieser kinematischen Grenzen erzeugt worden sind. So werden z.B. 95 % aller im  $W$ -Bereich  $0 \leq W < 4 \text{ GeV}$  generierter Ereignisse, die oberhalb von  $W=4 \text{ GeV}$  gemessen werden, dem Bereich  $4 \leq W < 6 \text{ GeV}$  durch die Messung zugeordnet. Der prozentuale Anteil dieser Ereignisse an allen im Bereich  $4 \leq W < 6 \text{ GeV}$  gemessenen Ereignisse beträgt allerdings nur 6 % (vgl. Abb.4-4a und 4-4b).

### Die Wahl der Integrationsvariablen

Abb. 4-5 zeigt die aus der Monte-Carlo Simulation in der Einphoton-Austausch Näherung berechnete Matrix  $c_{ij}^{(x_F)}$  als Funktion der Hadronvariablen  $x_F$  getrennt für positiv und negativ geladene Teilchen. Bei der Transformation in das  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem wurde dabei jedem Teilchen die Pion-Masse zugeordnet.

Ein Element  $c_{ij}$  gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein Hadron, welches im  $j$ -ten Intervall der  $x_F$ -Verteilung generiert wurde, im  $i$ -ten Intervall gemessen wird. Die Summe der bedingten Wahrscheinlichkeiten für ein gegebenes  $j$  ist dabei auf Grund der beschränkten Nachweiswahrscheinlichkeit der Apparatur i.a. kleiner als 1. Man erkennt deutlich, daß die Matrix  $C$  für positiv geladene Teilchen im Gegensatz zu den negativ geladenen Teilchen von Verschmierungseffekten dominiert wird. Dies hat seine Ursache in der Massenzuordnung bei der Transformation in das  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem. Mit der Pion-Masse transformierte Protonen erhalten ein zu großes  $x_F$ .

Die  $x_F$ -Variable eignet sich also nicht zur Bestimmung der mittleren Multiplizitäten nach Gl. (4.3), da die Korrekturfaktoren  $\eta_i$  nicht nur von der Proton- und Kaon-Rate, sondern auch von der im Modell gewählten  $x_F$ -Verteilung aller Hadronen abhängen (vgl. Gl. (4.7)).

Im Gegensatz zur  $x_F$ -Variablen ist die der Krümmung einer Spur proportio-

$W_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	$W_{\text{generiert}} \downarrow$ [GeV]
0-4	0.06									
4-6	0.80	0.07								
6-8	0.14	0.87	0.05							
8-10	0.05	0.90	0.03							
10-12	0.05	0.94	0.03							
12-14	0.02	0.96	0.02							
14-16	0.01	0.98	0.01							
16-18	0.01	0.98	0.01	0.98	0.01					
18-20				0.01	0.98	0.01				
[GeV]										$W_{\text{gemessen}} \leftarrow$
$W_{\text{generiert}} \uparrow$										

Abb. 4-4a Anteil der im  $i$ -ten  $W$ -Intervall gemessenen Ereignisse, die im  $j$ -ten Intervall erzeugt wurden (Einphoton-Austausch Näherung)

$Q^2_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2_{\text{generiert}} \downarrow$ [GeV <sup>2</sup> ]
0-4						
4-10	0.98	0.01				
10-20	0.02	0.98	0.01			
20-50	0.01	0.01	0.99			
50-100	0.01	0.01	0.01	0.99		
[GeV <sup>2</sup> ]						$Q^2_{\text{gemessen}} \leftarrow$
$Q^2_{\text{generiert}} \uparrow$						

Abb. 4-4b Anteil der im  $i$ -ten  $Q^2$ -Intervall gemessenen Ereignisse, die im  $j$ -ten Intervall erzeugt wurden (Einphoton-Austausch Näherung)

$\mu_{\text{gemessen}} \rightarrow$	.01	.03	.05	.07	.09	.12	.16	.20	.24	.28	.32	.37	.45	.55	.65	.75	.85	.95	$\mu_{\text{generiert}} \downarrow$
0.01	0.86																		
0.03	0.85 0.01																		
0.05	0.02 0.85 0.01																		
0.07	0.03 0.81 0.02																		
0.09	0.07 0.77 0.05																		
0.12	0.04 0.83 0.02																		
0.16	0.09 0.77 0.04																		
0.20	0.09 0.79 0.03																		
0.24	0.07 0.81 0.04																		
0.28	0.07 0.73 0.05																		
0.32	0.07 0.74 0.05																		
0.37	0.04 0.83 0.03																		
0.45	0.02 0.83 0.02																		
0.55	0.03 0.85 0.03																		
0.65	0.03 0.87 0.03																		
0.75	0.03 0.84 0.04																		
0.85	0.04 0.84 0.04																		
0.95	0.02 0.86 0.04																		
1.25	0.02 0.89 0.02																		
1.75	0.01 0.87																		
$\mu_{\text{generiert}} \uparrow$																			

**Abb. 4-6a** Transformationsmatrix  $C^{(*)}$  für positiv geladene Hadronen  
(Einphoton-Austausch Näherung)

$\mu_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0.01	0.03	0.05	0.07	0.09	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32	0.37	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	$\mu_{\text{generiert}} \downarrow$	
0.01	0.88 0.01																			
0.03	0.85 0.01																			
0.05	0.01 0.85 0.02																			
0.07	0.01 0.82 0.03																			
0.09	0.03 0.81 0.05																			
0.12	0.02 0.79 0.06																			
0.16	0.03 0.75 0.05 0.01																			
0.20	0.04 0.71 0.08																			
0.24	0.04 0.77 0.08																			
0.28	0.05 0.76 0.08																			
0.32	0.02 0.82 0.08																			
0.37	0.02 0.82 0.06																			
0.45	0.02 0.85 0.03																			
0.55	0.01 0.88 0.04																			
0.65	0.02 0.90 0.03																			
0.75	0.02 0.82 0.05																			
0.85	0.01 0.84 0.05																			
0.95	0.01 0.02 0.76 0.08																			
1.25	0.01 0.91																			
1.75	0.02 0.89																			
$\mu_{\text{generiert}} \uparrow$																				

**Abb. 4-6b** Transformationsmatrix  $C^{(*)}$  für negativ geladene Hadronen  
(Einphoton-Austausch Näherung)

$\mu_{\text{gemessen}} \rightarrow$	.95	.85	.75	.65	.55	.45	.35	.25	.15	.05	.05	.15	.25	.35	.45	.55	.65	.75	.85	.95	$\mu_{\text{generiert}} \downarrow$
-.95	0.04 0.02 0.07 0.25 0.14 0.16 0.05																				
-.85	0.02 0.08 0.16 0.20 0.12 0.18 0.03																				
-.75	0.01 0.02 0.07 0.13 0.25 0.22 0.16																				
-.65	0.03 0.10 0.22 0.23 0.25																				
-.55	0.02 0.01 0.05 0.15 0.31 0.38																				
-.45	0.06 0.03 0.10 0.28 0.42																				
-.35	0.01 0.19 0.05 0.13 0.44																				
-.25	0.01 0.31 0.07 0.35 0.02																				
-.15	0.01 0.54 0.20 0.06																				
-.05	0.85 0.06																				
.05	0.01 0.87 0.01																				
.15	0.01 0.84 0.01																				
.25	0.01 0.84 0.01																				
.35	0.01 0.84 0.01																				
.45	0.01 0.84 0.01																				
.55	0.03 0.85 0.02																				
.65	0.02 0.82 0.01																				
.75	0.04 0.06 0.84																				
.85	0.08 0.71																				
.95	0.28 0.60																				
$\mu_{\text{generiert}} \uparrow$																					

**Abb. 4-5a** Transformationsmatrix  $C^{(x^*)}$  für positiv geladene Hadronen  
(Einphoton-Austausch Näherung)

$\mu_{\text{gemessen}} \rightarrow$	.95	.85	.75	.65	.55	.45	.35	.25	.15	.05	.05	.15	.25	.35	.45	.55	.65	.75	.85	.95	$\mu_{\text{generiert}} \downarrow$
-.95																					
-.85																					
-.75																					
-.65																					
-.55	0.08 0.32 0.05																				
-.45	0.32 0.06 0.09																				
-.35	0.12 0.42 0.10																				
-.25	0.01 0.54 0.06 0.09 0.06																				
-.15	0.01 0.54 0.07 0.05 0.01																				
-.05	0.01 0.66 0.11 0.02																				
.05	0.85 0.05																				
.15	0.02 0.85 0.01																				
.25	0.01 0.86 0.02																				
.35	0.01 0.84																				
.45	0.02 0.88 0.01																				
.55	0.87 0.01																				
.65	0.86 0.02																				
.75	0.82 0.02																				
.85	0.84 0.09																				
.95	0.88																				
$\mu_{\text{generiert}} \uparrow$																					

**Abb. 4-5b** Transformations

nale Größe  $\kappa = P_{ab}^{-1}$  der Messung direkt zugänglich (vgl. Kap. 3.1), und die Genauigkeit der Bestimmung von  $\kappa$  legt die Impulsauflösung des Spektrometers fest. Abb. 4-6 zeigt die Matrix  $c_{ij}^{(\kappa)}$  als Funktion der Variablen  $\kappa$  getrennt für positiv und negativ geladene Teilchen. Im Gegensatz zu  $c_{ij}^{(X_p)}$  sind Verschmierungseffekte sowohl für positiv als auch für negativ geladene Teilchen vernachlässigbar, und die gemessenen Verteilungen unterscheiden sich lediglich durch Verluste von den generierten Verteilungen.

Bei der Wahl von  $\kappa$  als Integrationsvariable hängen weder die Korrekturfaktoren  $\eta$  in Gl. (4.6) noch die nach Gl. (4.3) erhaltenen korrigierten mittleren Multiplizitäten von dem der Monte-Carlo Simulation zugrundeliegendem physikalischen Modell ab.

### Berücksichtigung von elektromagnetischen Strahlungskorrekturen

Bei der bisherigen Diskussion der Korrektur gemessener Verteilungen wurde stets vorausgesetzt, daß der Streuprozess  $\mu p \rightarrow \mu' X$  ausschließlich durch das Feynman-Diagramm niedrigster Ordnung (Einphoton-Austausch Näherung, Diagramm 1 in Abb. 4-7) der Quanten-Elektrodynamik (QED) beschrieben wird. Beiträge höherer Ordnung zur Amplitude beeinflussen aber sowohl die Ereignisrate als auch die gemessenen Hadron-Verteilungen. Die Größenordnung dieser sog. Strahlungskorrekturen hängt neben den experimentellen Bedingungen auch von den gestellten Selektionskriterien (vgl. Kap. 4.2) ab. Die Strahlungskorrekturen werden gewöhnlich durch die Größe  $\delta$  parametrisiert [24].

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dW^2} = \frac{d^2\sigma^0}{dQ^2 dW^2} \cdot (1 + \delta(Q^2, W^2)) \quad (4.8)$$

$\frac{d^2\sigma^0}{dQ^2 dW^2}$  ist der in niedrigster Ordnung der QED erhaltene differentielle Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu' X$ ;  $\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dW^2}$  schließt Beiträge höherer Ordnung in der elektromagnetischen Amplitude ein und entspricht dem beobachteten Wirkungsquerschnitt.

Die Feynman-Diagramme, die die  $\mu p$ -Streuung im Rahmen der QED bis zu Ordnungen  $\alpha^3$  beschreiben, sind in Abb. 4-7 dargestellt.

Die Strahlungskorrekturen lassen sich grob in zwei Klassen einteilen: Beiträge, die den leptonschen Teil (Diagramme 2-5) bzw. den hadronischen Teil (Diagramme 6-7) des Einphoton-Austausch-Diagramms modifizieren. Störungstheoretische Rechnungen zeigen, daß die Korrekturen zum hadronischen Vertex im kinematischen Bereich des NA9-Experimentes vernachlässigbar klein sind [25].

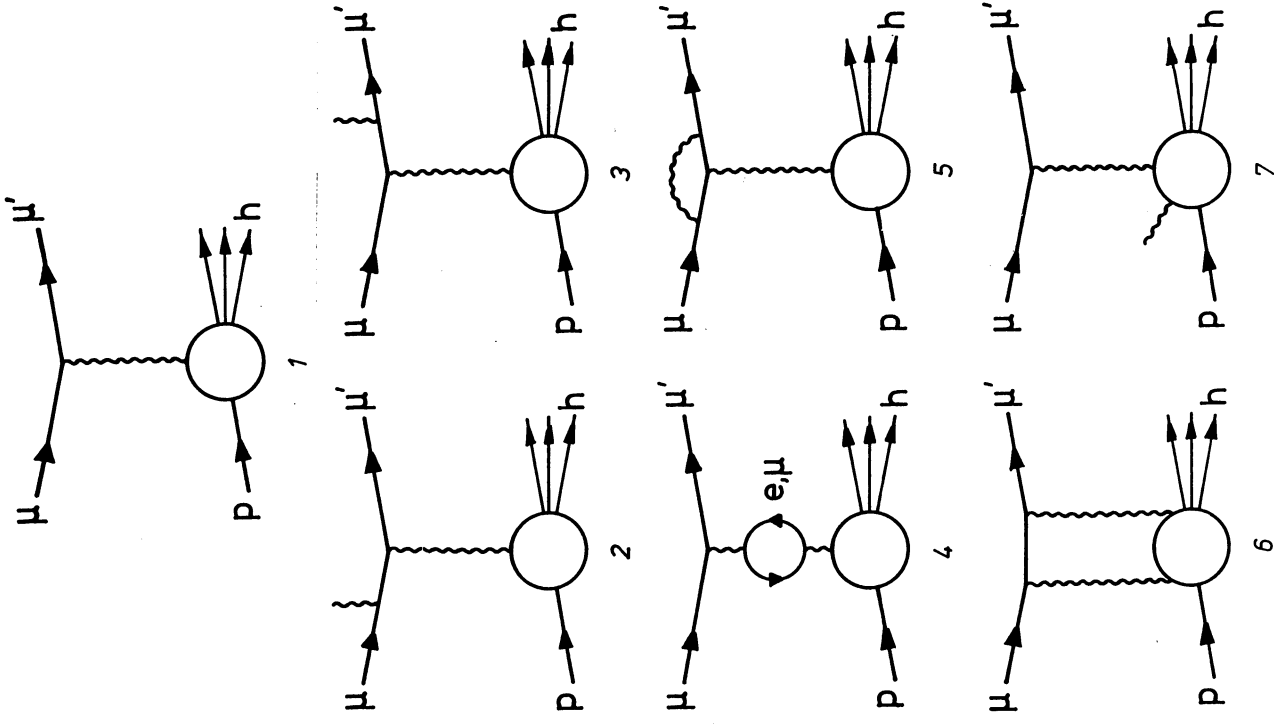


Abb. 4-7 Feynman-Diagramme zur Beschreibung der Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu' X$  im Rahmen der QED bis zu Ordnungen  $\alpha^3$

Die virtuellen Strahlungskorrekturen zum leptonischen Vertex (Diagramm 4 und 5) tragen durch Interferenz mit dem Diagramm niedrigster Ordnung bis zu  $\alpha^3$  zum Wirkungsquerschnitt bei und führen zu einer Änderung des totalen Wirkungsquerschnittes. Diagramm 2 und 3 stellen die Bremsstrahlung reeller Photonen im leptonischen Anfangs- und Endzustand dar. Die Bremsstrahlung bewirkt, daß die kinematischen Variablen  $Q^2$  und  $W^2$  eines Ereignisses systematisch falsch aus der Myon-Kinematik berechnet werden, wenn das abgestrahlte Photon nicht nachgewiesen wird. Die Schwerpunktenergie  $W$  wird immer zu groß gemessen (vgl. Abb. 4-8). Die Bestimmung des Viererimpulsübertrages  $Q^2$  aus der gemessenen Myon-Kinematik ergibt zu niedrige Werte für den Fall, daß das einlaufende Myon ein  $\gamma$ -Quant emittiert, und zu hohe Werte für den Fall, daß das gestreute Myon ein Photon abstrahlt. Durch die falsch bestimmte Kinematik werden ebenfalls die Hadronvariablen, die relativ zum ausgetauschten virtuellen Photon definiert sind, beeinflusst. Die Parallelkomponente des Hadronimpulsvektors wird systematisch zu klein gemessen, während große Hadron-Transversalimpulse relativ zur Richtung des virtuellen Photons vorgetauscht werden.

Die Einflüsse der Diagramme höherer Ordnung auf den Wirkungsquerschnitt lassen sich auf folgende Weise korrigieren. Bei der Simulation der tiefinelastischen Streueignisse werden die Modifikationen des Wirkungsquerschnittes niedrigster Ordnung durch die Diagramme 2 bis 5 in Abb. 4-7 berücksichtigt [26], wobei die Erzeugung der Hadronen relativ zum wahren virtuellen Photon vorgenommen wird. Die Faktoren  $\eta_i$  in Gl. (4.7) beinhalten dann automatisch die Korrektur des beobachteten Wirkungsquerschnittes auf den Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung QED. Natürlich ist die Korrektur auf Strahlungseffekte abhängig von der Genauigkeit der Berechnung der Strahlungskorrekturen. Dies Problem ist aber nicht speziell mit dem gewählten Korrekturverfahren verbunden, sondern tritt bei jeder Korrektur für Strahlungseffekte auf. Die systematischen Fehler auf Grund der Genauigkeit der Strahlungskorrekturen werden in Kapitel 5 diskutiert.

## 4.2 Selektionskriterien

Zur Korrektur der experimentell gemessenen Verteilung nach Gl. (4.6) werden neben den Korrekturfaktoren  $\eta_i$  auch eine Abschätzung für den Untergrundbeitrag in der gemessenen Verteilung benötigt. Beide Größen sollen aus der Monte-Carlo Simulation des Detektorverhaltens bestimmt werden. Voraussetzung für eine zuverlässige Bestimmung dieser Faktoren ist neben einer hohen Monte-Carlo-Sta-

$W_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	$W_{\text{generiert}} \downarrow$
0-4	0.11	0.01	0.01	0.02	0.03	0.03	0.08	0.17	0.57	
4-6	0.69	0.14	0.01	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.06	
6-8	0.07	0.72	0.10	0.02	0.02	0.02	0.01	0.02	0.03	
8-10		0.04	0.84	0.06	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	
10-12			0.04	0.84	0.07	0.02	0.01	0.01	0.02	
12-14				0.02	0.89	0.06	0.02	0.02	0.01	
14-16					0.01	0.93	0.05	0.01	0.01	
16-18						0.01	0.94	0.05	0.05	
18-20									1.00	
[GeV]										$W_{\text{gemessen}} \leftarrow$
$W_{\text{generiert}} \uparrow$										

Abb. 4-8a Bruchteil der im  $j$ -ten  $W$ -Intervall erzeugten Ereignisse, die im  $i$ -ten Intervall gemessen werden (einschließlich QED-Korrekturen)

$Q^2_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2_{\text{generiert}} \downarrow$
0-4	0.62	0.28	0.09	0.01	0.01	
4-10	0.91	0.08	0.01			
10-20	0.01	0.97	0.02			
20-50		0.02	0.97			
50-100			0.03	0.97		
[GeV <sup>2</sup> ]						$Q^2_{\text{gemessen}} \leftarrow$
$Q^2_{\text{generiert}} \uparrow$						

Abb. 4-8b Bruchteil der im  $j$ -ten  $Q^2$ -Intervall erzeugten Ereignisse, die im  $i$ -ten Intervall gemessen werden (einschließlich QED-Korrekturen)

tistik, die Minimierung systematischer Unsicherheiten. Daher müssen sowohl die Daten als auch die Monte-Carlo-Ereignisse Auswahlkriterien erfüllen, die im folgenden kurz beschrieben werden sollen.

### Die Ereignisselektion

Auf alle Ereignisse werden die in Tabelle 4.i zusammengestellten kinematischen Schmitte angewandt. Die Bedingung  $W^2 < 400 \text{ GeV}^2$  schließt, zusammen mit den Schmitte in  $Q^2$ ,  $\nu/E_\mu$  und  $E_\mu$ , diejenigen Bereiche aus, in denen die Strahlungseffekte die Korrekturfaktoren dominieren. Die untere Grenze in  $W^2$  und  $\nu$  sollen Bereiche ausschließen, in denen die Myon-Kinematik schlecht bestimmt werden kann. Ereignisse, in denen das gestreute Myon einen Winkel  $\Theta_{\mu'} < 0.75^\circ$  mit der Strahlachse bildet, werden nicht in der Analyse verwendet, weil in diesem Bereich die Ansprechwahrscheinlichkeit des Triggers gering ist.

$W_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	$W_{\text{generiert}} \downarrow$
0-4	0.07				0.01	0.02	0.04	0.10		
4-6	0.82	0.10	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02		
6-8	0.12	0.83	0.04	0.02	0.01	0.02	0.01	0.02		
8-10		0.07	0.86	0.07	0.02	0.02	0.02	0.02		
10-12		0.04	0.87	0.07	0.02	0.02	0.01	0.01		
12-14			0.02	0.88	0.06	0.02	0.01			
14-16			0.01	0.87	0.04	0.01				
16-18				0.01	0.84	0.04				
18-20					0.01	0.78				
[GeV]										$W_{\text{gemessen}} \leftarrow$
$W_{\text{generiert}} \uparrow$										

Abb. 4-8c Anteil der im i-ten W-Intervall gemessenen Ereignisse, die im j-ten Intervall erzeugt wurden (einschließlich QED-Korrekturen)

$Q^2_{\text{gemessen}} \rightarrow$	0-4	4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2_{\text{generiert}} \downarrow$
0-4	0.11	0.02	0.01	0.01		
4-10	0.86	0.03	0.01			
10-20	0.02	0.94	0.03			
20-50		0.01	0.95			
50-100				0.96		
[GeV <sup>2</sup> ]						$Q^2_{\text{gemessen}} \leftarrow$
$Q^2_{\text{generiert}} \uparrow$						

Abb. 4-8d Anteil der im i-ten  $Q^2$ -Intervall gemessenen Ereignisse, die im j-ten Intervall erzeugt wurden (einschließlich QED-Korrekturen)

Quadrat des Viererimpulses des virtuellen Photons	$4 \leq Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$
Schwerpunktenergie	$16 \leq W^2 < 400 \text{ GeV}^2$
Energie des virtuellen Photons	$20 < \nu < 260 \text{ GeV}$
Energie des gestreuten Myons	$\nu/E_\mu < 0.9$
Winkel des gestreuten Myons	$E_\mu > 20 \text{ GeV}$
	$\Theta_{\mu'} \geq 0.75^\circ$

Tabelle 4.i Ereignis-Selektionskriterien

### Die Spurselektion

Wie in Kapitel 3.1 dargestellt, lassen sich die rekonstruierten Spuren in 3 Klassen einteilen:

- Vorwärtsspektrometerspuren (FS-Spuren)
- Streamerkammerspuren (SC-Spuren)
- Vertextspektrometerspuren (VS-Spuren)

Unabhängig vom Spurtyp werden nur Spuren mit einem Laborimpuls größer als 200 MeV in der Analyse berücksichtigt, da niederenergetische geladene Teilchen bereits auf Grund des Energieverlustes im Targetmaterial gestoppt werden. Ein Hauptaugenmerk bei der Spurselektion lag auf der Untersuchung der VS-Spurkandidaten, die a priori dem Primärvertex zugeordnet werden (vgl. Kap. 3.1). Es ist sehr wahrscheinlich, daß eine Reihe dieser Spurkandidaten aus Untergrundreaktionen stammt; z.B. kann die Konversion eines hochenergetischen Photons im Material vor einer Drahtkammer zu Treffern in dieser Kammer führen, die dann in der Rekonstruktionsprozedur für VS-Spuren zu einem Linienelement verknüpft werden. Die nachfolgende Extrapolation dieses Linienelementes zum Primärvertex führt dann zur irrtümlichen Zuordnung einer weiteren geladenen Spur zum Streuergebnis.

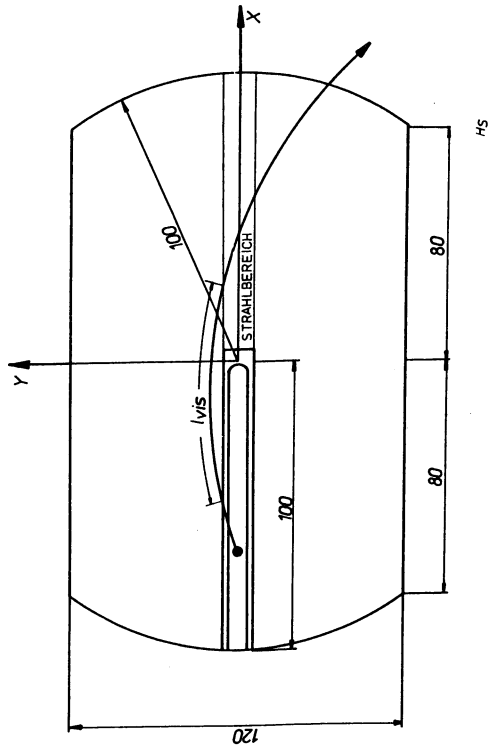


Abb. 4-10 Zur Definition von  $l_{vis}$   
(alle Längenangaben in cm)

Kriterium	Schnitt
$l_{vis}$	$ \Phi  \leq 10^\circ$
PV2 VS-Spuren	Für VS-Spuren, die in PV2 gemessen wurden müssen wenigstens 5 von 6 Drahtebenen angesprochen haben und die $\chi^2$ -Wahrscheinlichkeit für den Spurfitt muß größer als 0.01 sein.
Redundanz	Falls VS-Spuren in die Akzeptanz der Flugzeitähler oder in die Akzeptanz der Drahtkammern P1, W12 zeigen müssen sie dort auch nachgewiesen worden sein.
Strahl-Myonen	Parameter von VS-Spuren, die in den Detektoren P0A, P0B, P0C gemessen werden, dürfen nicht mit den Parametern von Strahl-Myonen übereinstimmen.

Tabelle 4.ii Selektionskriterien für VS-Spuren

Ein Kriterium für die Ablehnung von VS-Spuren [27] beruht auf der hohen Nachweiswahrscheinlichkeit der Streamerkammer für geladene Teilchen, die

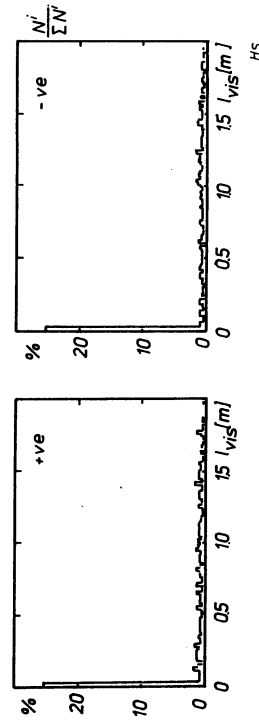


Abb. 4-9 Die Häufigkeitsverteilung der sichtbaren Länge für VS-Spuren



den Strahlbereich, in dem die Teilchendichte am höchsten ist, schon innerhalb des Kammerolumens verlassen. Diese isolierten Spuren durchlaufen eine große Strecke im Kammergas und können daher gut nachgewiesen und rekonstruiert werden (vgl. auch Abb. 2-4 und Abb. 2-5). Abb. 4-9 zeigt die Verteilung der aus den Spurparametern berechneten sichtbaren Länge ( $\ell_{vis}$ ) in der Streamerkammer für alle von dem Spurenerkennungsprogramm gefundenen VS-Spuren, getrennt nach dem zugeordnetem Ladungsvorzeichen. Die sichtbare Länge in der Streamerkammer ist definiert als das größte zusammenhängende Spurstück der in die xy-Ebene projizierten Trajektorie (vgl. Abb. 4-10). Spurstücke, die unterhalb des Targets oder in der Strahl-Region liegen, gelten dabei als nicht sichtbar. Man erkennt deutlich, daß ca. 25 % aller VS-Spuren vollständig im Strahlbereich verlaufen ( $\ell_{vis} = 0$ ) und damit prinzipiell nicht aus der Streamerkammerinformation rekonstruiert werden können, während der restliche Teil der VS-Spuren eine gleichmäßige Verteilung in der Variablen  $\ell_{vis}$  aufweist.

Die visuelle Begutachtung ausgewählter Streamerkammerbilder ergab, daß von 20 VS-Spuren mit  $\ell_{vis} \geq 1$  m lediglich 1 Spur mit einer auf dem Negativ abgebildeten Linie von Streamern identifiziert werden konnte. VS-Spuren mit  $\ell_{vis} \geq 1$  m hätten also in der Streamerkammer gesehen werden müssen. Daher wird angenommen, daß die Spuren mit  $\ell_{vis} \geq 1$  m auf Untergrund-Signalen in den elektronischen Detektoren beruhen.

Die Größe  $\ell_{vis}$  ist stark mit dem Winkel  $\Phi$ , den die in die xy-Ebene projizierte Trajektorie mit der x-Achse bildet, korreliert. Großen Werten von  $\ell_{vis}$  entsprechen große Winkel  $\Phi$ . Die Berechnung von  $\ell_{vis}$  ist relativ aufwendig, während sich eine Selektion der VS-Spuren nach dem Winkel  $\Phi$  auf eine einfache Abfrage der bekanntesten Spurparameter reduziert. Um Rechenzeit zu sparen, werden in der weitergehenden Analyse deshalb nur diejenigen VS-Spuren verwendet, die einen Winkel  $|\Phi| \leq 10^\circ$  aufweisen. Diese Bedingung und weitere Qualitätsanforderungen (vgl. Tabelle 4.iii) führen dazu, daß lediglich 60 % aller ursprünglich rekonstruierten VS-Spuren in die Analyse eingehen. 40 % aller VS-Spuren sind also nicht in der primären Wechselwirkung sondern in Untergrundreaktionen entstanden.

Die nach den oben beschriebenen Schritten aus der Daten- und Monte-Carlo-Ereignismenge erhaltenen mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen sind für die einzelnen Spurtypen in Tabelle 4.iii zusammengestellt. Es ist wichtig festzuhalten, daß die aus den SC-Spuren berechnete Multiplizität in den Daten gut mit dem Monte-Carlo-Wert übereinstimmt, da die SC-Spuren den wesentlichen Anteil an der mittleren geladenen Multiplizität ( $0.75 \cdot \langle n \rangle^\pm$ ) liefern. Die höhere Mul-

tiplizität der VS-Spuren in den Daten wird durch eine höhere Multiplizität von Vorwärtsspektrometerspuren in Monte-Carlo Ereignissen nahezu ausgeglichen, so daß sich insgesamt eine etwa gleich große Gesamtmultiplizität für die Rohdaten ( $6.36 \pm 0.03$ ) und die Monte-Carlo-Ereignisse ( $6.48 \pm 0.03$ ) ergibt. Der signifikante Unterschied in den mittleren Multiplizitäten von VS-Spuren in den Daten und im Monte-Carlo kann jedoch zu einer systematischen Unsicherheit bei der Abschätzung des Untergrundes aus der Monte-Carlo Rechnung führen. Die Unsicherheiten bei der Untergrundbestimmung werden in Kapitel 5 im Rahmen der Diskussion der systematischen Fehler an der gemessenen Energieabhängigkeit der mittleren geladenen Multiplizität berücksichtigt.

	FS	SC	VS	$\langle n \rangle^\pm$
Daten	$0.95 \pm 0.01$	$4.69 \pm 0.02$	$0.72 \pm 0.01$	$6.36 \pm 0.03$
Monte-Carlo	$1.28 \pm 0.01$	$4.62 \pm 0.02$	$0.58 \pm 0.01$	$6.48 \pm 0.03$

Tabelle 4.iii mittlere Multiplizitäten für die verschiedenen Spurtypen

### 4.3 Korrekturen für den hadronischen Endzustand

Mit dem Begriff des geladenen hadronischen Endzustands werden im folgenden alle geladenen Teilchen, die bei der Wechselwirkung des virtuellen Photons mit dem Targetproton entstehen, einschließlich der geladenen Zerfallsprodukte instabiler Teilchen (Resonanzen), bezeichnet. Im Gegensatz zu der bei  $e^+e^-$ -Experimenten gebräuchlichen Definition sind dabei die geladenen Zerfallsprodukte von  $K_s^0$ -Mesonen,  $\Lambda$ ,  $\bar{\Lambda}$ -Baryonen und  $e^+e^-$ -Paare aus Dalitz-Zerfällen von  $\pi^0$ -Mesonen ausgenommen.

#### Untergrund

Die hauptsächlichsten Quellen für Untergrundspuren sind sekundäre hadronische Wechselwirkungen und Konversionen hochenergetischer Photonen. Etwa die Hälfte aller aus diesen Prozessen stammenden geladenen Spuren werden in der Ereignis-

nisrekonstruktion dem primären Vertex zugeordnet (= Untergrundspuren). Der aus der Monte-Carlo Simulation bestimmte Untergrundanteil an den insgesamt dem primären Vertex zugeordneten Spuren ist in Abb. 4-11a,b für positiv und negativ geladenen Hadronen für den kinematischen Bereich  $\hat{\Omega}(W^2, Q^2) = (10 \leq Q^2 < 20 \text{ GeV}^2, 196 \leq W^2 < 256 \text{ GeV}^2)$  als Funktion von  $\kappa$  dargestellt. Man erkennt, daß die Untergrundverteilung mit abnehmenden Laborimpulsen ( $P_{\text{lab}} = \kappa^{-1}$ ) zunimmt. Diese Zunahme ist auf sekundäre hadronische Wechselwirkungen im Targetmaterial zurückzuführen. Der totale prozentuale Untergrundanteil als Funktion der Schwerpunktenergie  $\hat{W}$  ist in Abb. 4-12 gezeigt; die Zunahme des Untergrundanteils von 10% für  $\hat{W} = 5 \text{ GeV}$  auf 15% für  $\hat{W} = 19 \text{ GeV}$  ist auf die ansteigende Multiplizität geladener Hadronen in der  $\mu p$ -Wechselwirkung mit zunehmender Schwerpunktenergie zurückzuführen.

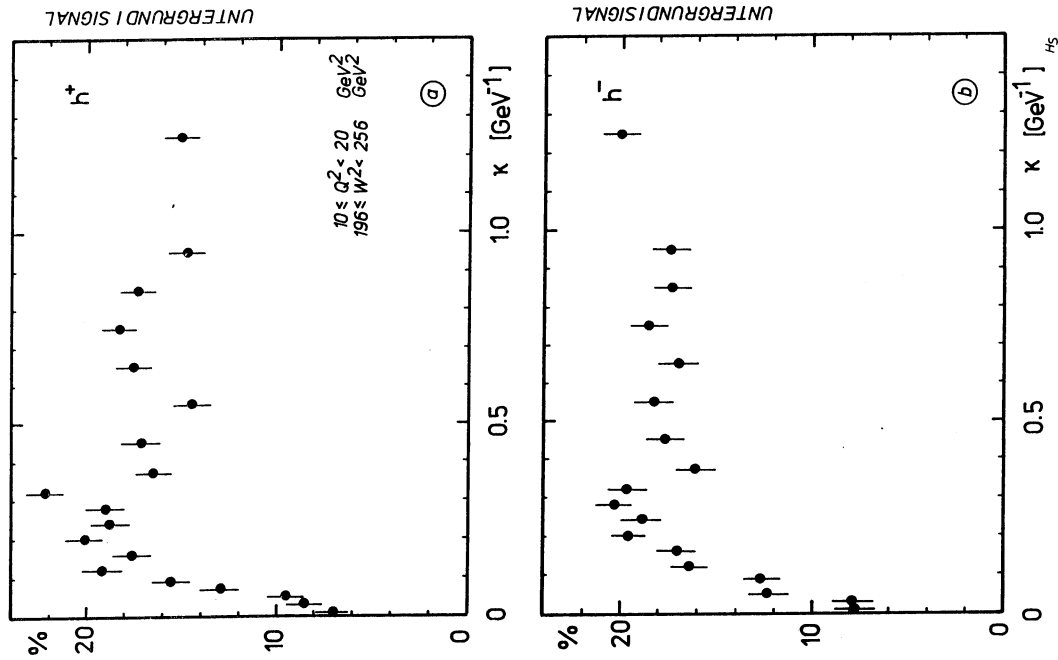


Abb. 4-11a(b) Untergrund/Signal-Verhältnis für positiv (negativ) geladene Hadronen als Funktion von  $\kappa$

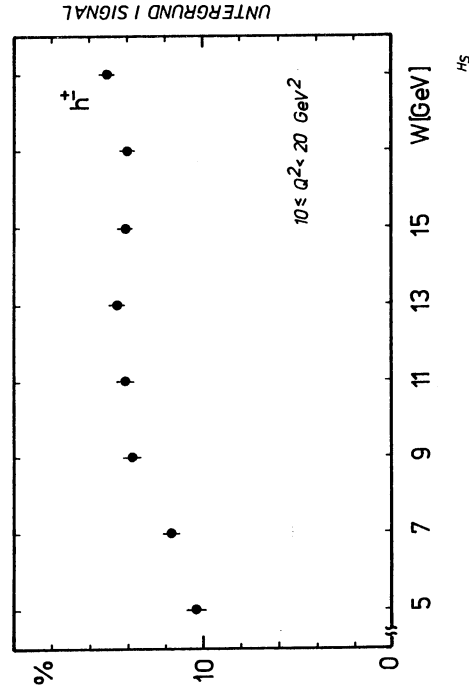


Abb. 4-12 Totaler Untergrundanteil für geladene Hadronen als Funktion von  $W$

### Akzeptanz

Die Nachweis- und Rekonstruktionswahrscheinlichkeit für die in der  $\mu p$ -Wechselwirkung entstandenen geladenen Hadronen wird im wesentlichen durch folgende Effekte bestimmt.

- Die Nachweiswahrscheinlichkeit für schnelle Spuren, die die Apparatur innerhalb eines Zylinders mit 15 cm Durchmesser, dessen Mittellinie mit der Strahlachse zusammenfällt, durchqueren ist erheblich eingeschränkt, da dieser Bereich lediglich von den Proportionalkammern P0C, P0A und P0B abgedeckt wird (vgl. Kap. 2.2).
- Die Nachweiswahrscheinlichkeit der Drahtkammern ist kleiner als 1.
- Die Akzeptanz der Streamerkammer für hochenergetische vorwärtsgehende Spuren ist eingeschränkt (vgl. Kap. 2.2).

Die nach Gl. (4.7) aus der Monte-Carlo Simulation berechnete Akzeptanz ( $\eta^{-1}$ ) für geladene Hadronen ist in Abb. 4-13 für den Bereich  $\hat{\Omega}(\hat{W}^2, \hat{Q}^2) = (10 \leq Q^2 < 20 \text{ GeV}^2, 196 \leq W^2 < 256 \text{ GeV}^2)$  als Funktion der Hadronvariablen  $\kappa$  gezeigt.

Die mittlere Wahrscheinlichkeit, daß die Spur eines geladenen Hadrons rekonstruiert wird, beträgt ca. 0.9.

Die leicht abnehmende Nachweiswahrscheinlichkeit mit zunehmenden Laborimpulsen ist auf die eingeschränkte Akzeptanz der Streamerkammer für schnelle vorwärtsgehende Hadronen und auf die zum Strahlbereich hin abnehmende Nachweiswahrscheinlichkeit der Drahtkammern zurückzuführen. Diese beiden Effekte verursachen ebenfalls eine  $W$ - und  $Q^2$ -Abhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit (siehe Abb. 4-14). Bei festem  $Q^2$  (festem  $W^2$ ) wird der Winkel des virtuellen Photons  $\Theta_\gamma$  relativ zur Strahlachse mit wachsendem  $W^2$  (sinkendem  $Q^2$ ) immer kleiner (vgl. Gl. (1.4)), so daß die Akzeptanz für Hadronen, die im Mittel der Richtung des virtuellen Photons folgen, sinkt.

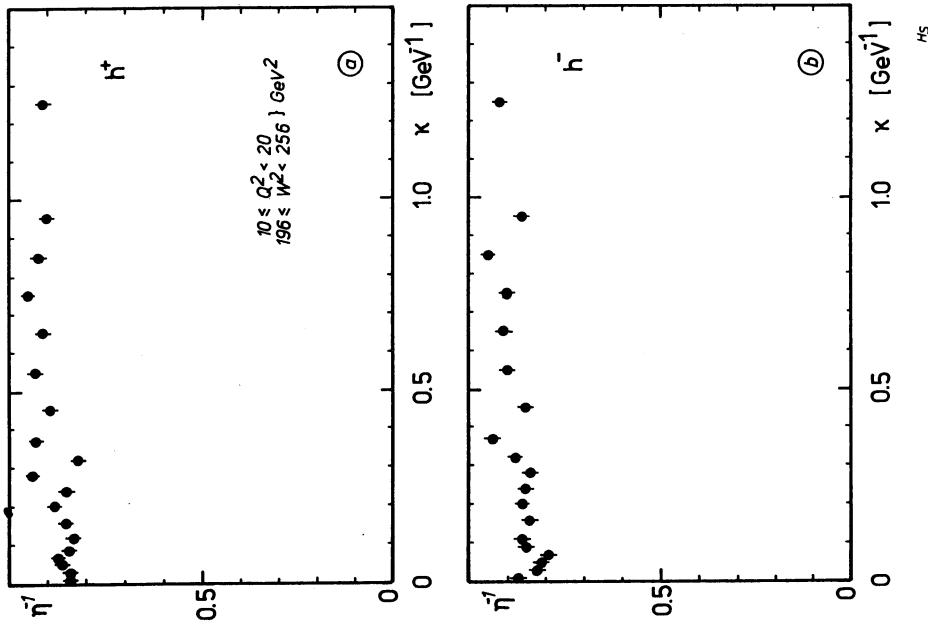


Abb. 4-13a(b) Akzeptanz für positiv (negativ) geladene Hadronen als Funktion von  $\kappa$

#### 4.4 Die Identifikation von geladenen Teilchen

Die Zeit  $\bar{t}$ , die geladene Teilchen mit einem gegebenen Impuls zum Durchlaufen einer Strecke  $L$  benötigen, hängt von der Teilchenmasse in ab:

$$\bar{t} = \frac{L}{\beta} = \sqrt{1 + \left(\frac{m}{p}\right)^2} \cdot L. \quad (4.9)$$

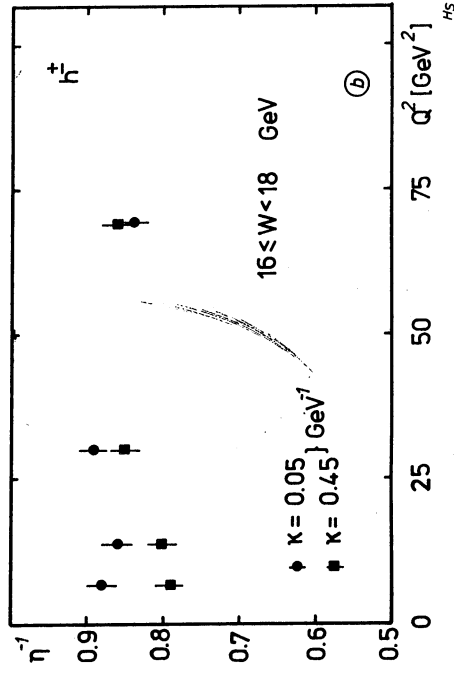
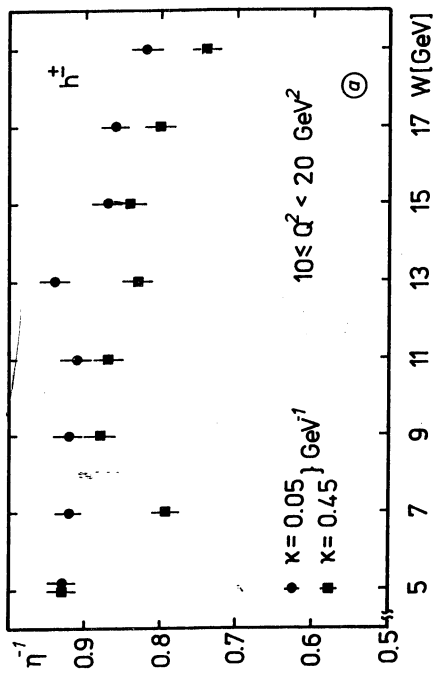


Abb. 4-14a(b) Akzeptanz für geladene Hadronen als Funktion von  $W$  ( $Q^2$ )

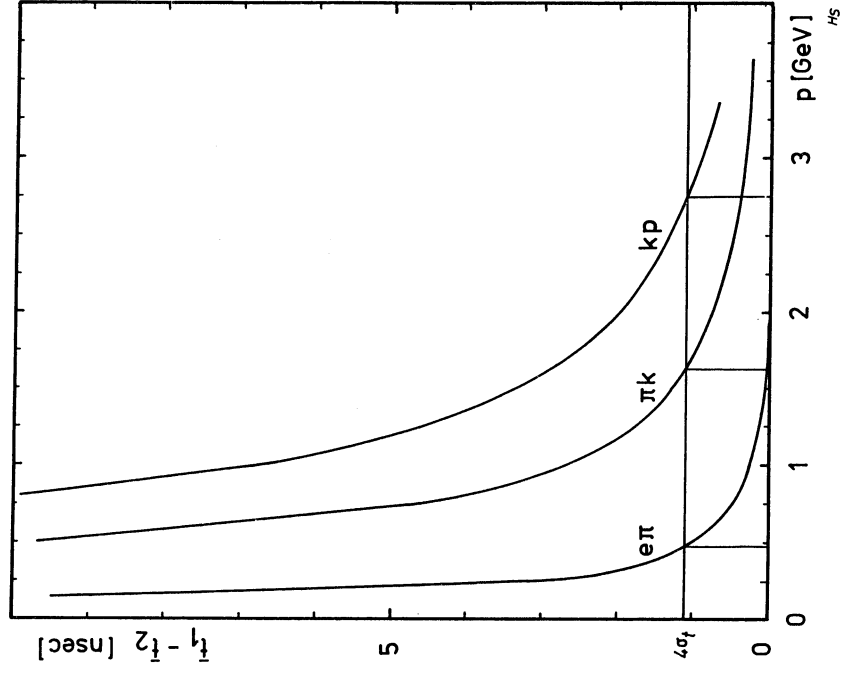


Abb. 4-15 Laufzeitunterschied für Paare verschiedener Teilchenarten ( $L = 5.2\text{m}$ )

Zwei Teilchen mit demselben Impuls, aber mit unterschiedlichen Massen  $m_1$  und  $m_2$ , werden die Strecke  $L$  in unterschiedlichen Zeiten durchlaufen. Die Zeitdifferenz  $\Delta \bar{t} = \bar{t}_1 - \bar{t}_2$  ist in Abb. 4-15 für Paare verschiedener Teilchenarten für eine im NA9-Experiment typische Flugstrecke von  $L=5.2$  m als Funktion des Teilchenimpulses  $p_{lab}$  dargestellt.

Die im Experiment erreichte Zeitaufösung liegt zwischen 250 und 350 psec, abhängig von dem jeweiligen Szintillationszähler. Wie aus Abb. 4-15 ersichtlich, lassen sich Pionen und Kaonen bis 1.7 GeV und Kaonen und Protonen bis 2.75 GeV mit 95 %iger Sicherheit trennen, wenn man eine normalverteilte Flugzeit annimmt.

Ein geladenes Teilchen, das sich mit der Geschwindigkeit  $\beta > \beta_{thr} = \frac{1}{n}$  in einem transparenten Medium mit dem Brechungsindex  $n$  bewegt, emittiert Čerenkovlicht [28]. Gl. (4.10) legt den Winkel  $\Theta_C$  fest, unter dem die elektromagnetische Strahlung relativ zur Teilchenbahn emittiert wird.

$$\cos \Theta_C = \frac{1}{\beta \cdot n} \quad (4.10)$$

Die in einem Radiatormedium der Länge  $L$  von einem einfach geladenen Teilchen erzeugte Anzahl von Photonen  $n_\gamma$  ergibt sich nach Gl. (4.11).

$$n_\gamma = 2\pi\alpha \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \frac{\sin^2 \Theta_C}{\lambda^2} d\lambda \quad (4.11)$$

Unter Vernachlässigung der Dispersion innerhalb des Wellenlängenbereiches  $[\lambda_1, \lambda_2]$  und bei Berücksichtigung der abbildenden Eigenschaften eines speziellen Čerenkovzählers läßt sich die mittlere Anzahl  $\bar{N}$  der an der Photokathode eines Photomultipliers erzeugten Photoelektronen nach Gl. (4.12) angeben.

$$\bar{N} = N_0 \cdot L \cdot \sin^2 \Theta_C \quad (4.12)$$

$N_0$  ist eine für die betrachtete Röhre charakteristische Größe, die im sog. Kalibrationsverfahren [29] bestimmt wird. Sie wird in Photoelektronen pro Längeneinheit angegeben.

In Schwellen-Čerenkovzählern wird der Umstand ausgenutzt, daß Čerenkovstrahlung erst ab einem durch Gl. (4.13) gegebenen, massenabhängigen Schwellenimpuls  $p_{thr}$  emittiert wird.

$$p_{thr}^2 = \frac{m^2}{n^2 - 1} \simeq \frac{m^2}{2(n-1)} \quad \text{für } n \simeq 1 \quad (4.13)$$

Ist der Teilchenimpuls bekannt, so läßt sich innerhalb eines durch den Brechungsindex festgelegten Impulsbereiches eine Trennung zweier Teilchen mit den Massen

$m_1$  und  $m_2$  allein auf Grund der digitalen Information, ob Licht gemessen oder kein Licht gemessen wurde, vornehmen.

In Abb. 4-16 sind die berechneten Schwellenkurven des Čerenkovzählers C1 für Pionen, Kaonen und Protonen dargestellt. Man erkennt, daß die Zahl der Photoelektronen oberhalb der jeweiligen Schwelle stark zunimmt, bei  $p_{lab} = \sqrt{2} \cdot p_{thr}$  50 % des Maximalwertes und bei  $p \gg p_{thr}$  den Maximalwert von  $\bar{N}^{max} = N_0 \cdot L \cdot 2(n-1)$  erreicht. Während ein Pion mit einem Impuls von  $p_{lab} = 4 \cdot p_{thr}$  bereits 0.94  $\cdot \bar{N}^{max}$  Photoelektronen erzeugt, werden für ein Kaon mit demselben Impuls erst 0.23  $\cdot \bar{N}^{max}$  Photoelektronen nachgewiesen.

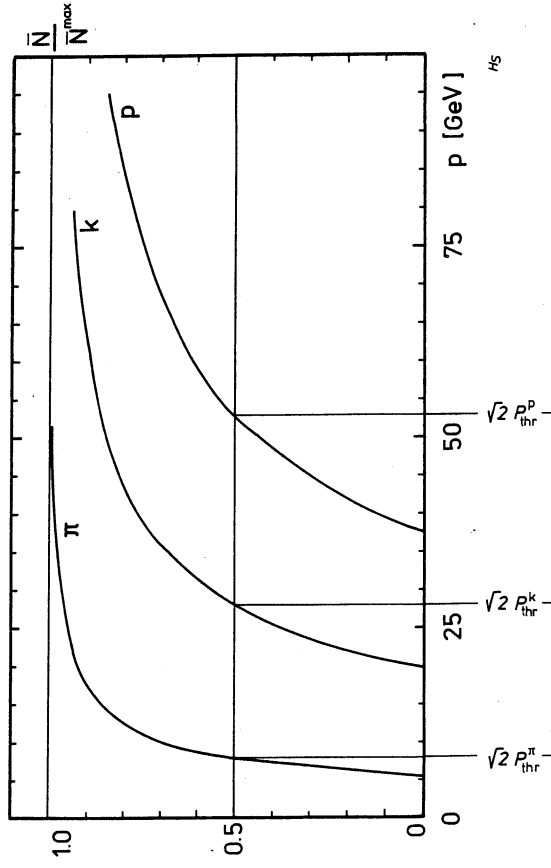


Abb. 4-16 Schwellenkurven des C1 ( $n-1 = 3 \cdot 10^{-4}$ )

Diese unterschiedliche Lichtintensität kann dazu benutzt werden, den Impulsbereich für die Teilchenidentifikation zu erweitern. Durch den Vergleich der gemessenen mit der für ein Teilchen der Masse  $m$  erwarteten Photoelektronenzahl ergeben sich bedingte Wahrscheinlichkeiten  $P(x/m)$ , daß für ein Teilchen der Masse  $m$  Photoelektronen gemessen werden.

Dies Verfahren erlaubt zudem eine einfache Kombination der in den verschiedenen Detektoren (Čerenkov- und Flugzeitzähler) erhaltenen Informationen. Voraussetzung für die Berechnung der erwarteten Photoelektronenzahl (im Fall der Čerenkovzähler) oder der erwarteten Flugzeit (für den Fall der Flugzeitzähler) ist die analytische Beschreibung der Häufigkeitsverteilung der jeweiligen Größen. Die Beschreibung der Häufigkeitsverteilung der Signale sowie die Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeiten ist im Anhang A dargestellt.

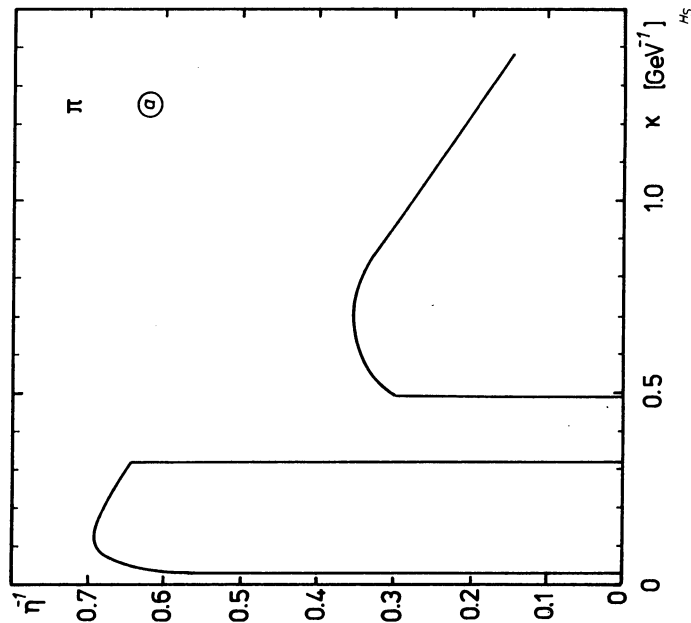


Abb. 4-17a Akzeptanz für identifizierte geladene Pionen als Funktion von  $\kappa$

Die Nachweiswahrscheinlichkeit für identifizierte geladene Teilchen ist einerseits durch die geometrische Akzeptanz und andererseits durch die beschränkte Auflösung der Detektoren des Teilchenidentifikationssystems gegeben. So können z.B.

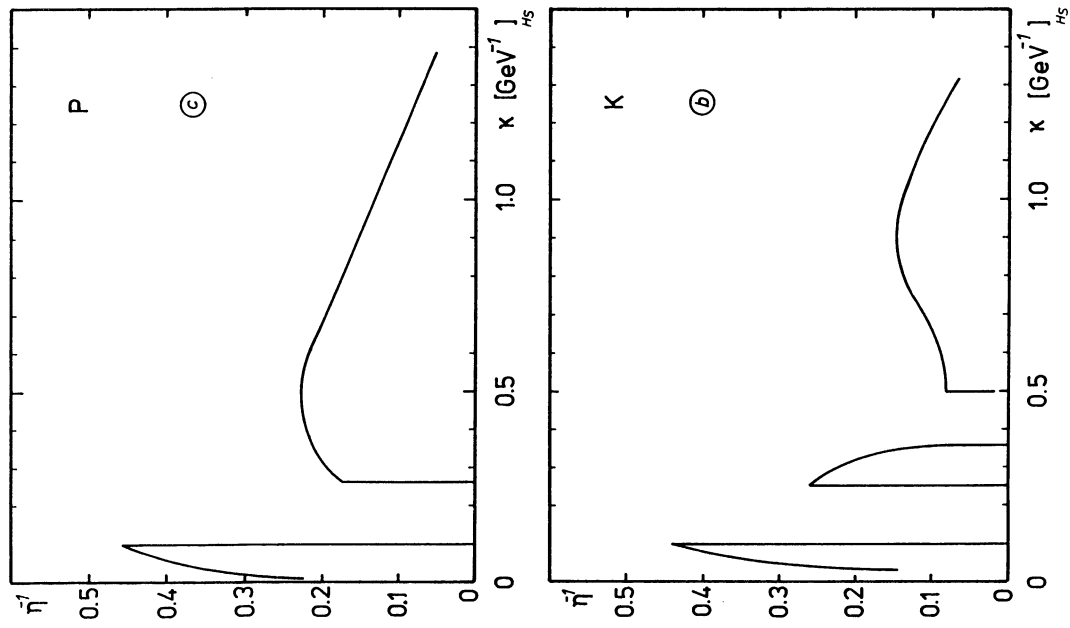


Abb. 4-17b(c) Akzeptanz für identifizierte geladene Kaonen (Protonen) als Funktion von  $\kappa$

mehrere Spuren in einem Szintillatorstreifen der Flugzeitähler nicht mehr unterschieden werden. Ebenso wenig lassen sich die Informationen aus den Čerenkovzählern auswerten, wenn eine geladene Spur nur eine kurze Wegstrecke im Radiatormaterial zurücklegt (z.B. werden Spuren mit einer effektiven Radiatorlänge kleiner als 0.2 m im C1-Auswertprogramm nicht mehr behandelt).

Der Korrekturfaktor  $\eta_i$  für identifizierte Hadronen setzt sich aus 2 Termen zusammen:

$$\eta_i = \eta_i^g \cdot \eta_i^{\text{det}} \quad (4.14)$$

Der Korrekturfaktor  $\eta_i^{\text{det}}$  beschreibt die Verluste bei der Teilchenidentifikation auf Grund der beschränkten Auflösung der Detektoren, während  $\eta_i^g$  die geometrische Akzeptanz der Detektoren, den Wirkungsgrad der Spurrekonstruktion sowie die Fehlidentifikation berücksichtigt.

Vergleiche zwischen Monte-Carlo und experimentell gewonnenen Daten haben gezeigt [33], daß die Verluste bei der Teilchenidentifikation nicht richtig von der Monte-Carlo-Simulation wiedergegeben werden. Das Verhältnis von Spuren pro Ereignis, denen in der Teilchenidentifikation eine Masse zugeordnet wird, im Vergleich zu allen der Teilchenidentifikation angebotenen Spuren ist im Monte-Carlo bis zu 20 % größer als in den Daten.

Von daher wird die Korrektur  $\eta_i^{\text{det}}$  aus den experimentell gewonnenen Daten bestimmt. Die Faktoren  $\eta_i^g$  ergeben sich aus der Monte-Carlo-Simulation durch den Vergleich der Anzahl generierter und der Anzahl von rekonstruierten Hadronen (siehe Gl. (4.7)).

Abb. 4-17a,b,c zeigen die so erhaltenen Nachweiswahrscheinlichkeiten  $\eta_i^{-1}$  für identifizierte Pionen, Kaonen und Protonen als Funktion der Variablen  $\kappa$ . Während geladene Pionen über den gesamten Impulsbereich von 0.6 bis 50 GeV (bis auf den kleinen Impulsbereich von 2. - 3. GeV) identifiziert werden können, verbleibt ein größeres Loch in der Kaon- und Proton-Identifikation zwischen 4 und 10 GeV.

Ein weiteres Kriterium für die Beurteilung der Teilchenidentifikation bildet die Kontamination der gewonnenen identifizierten Hadronen durch Untergrundspuren. Neben Hadronen, die in sekundären Wechselwirkungen erzeugt und fälschlicherweise dem Primärvertex zugeordnet wurden, sind fehlidentifizierte Teilchen als Hauptuntergrundquelle für identifizierte Hadronen von Bedeutung.

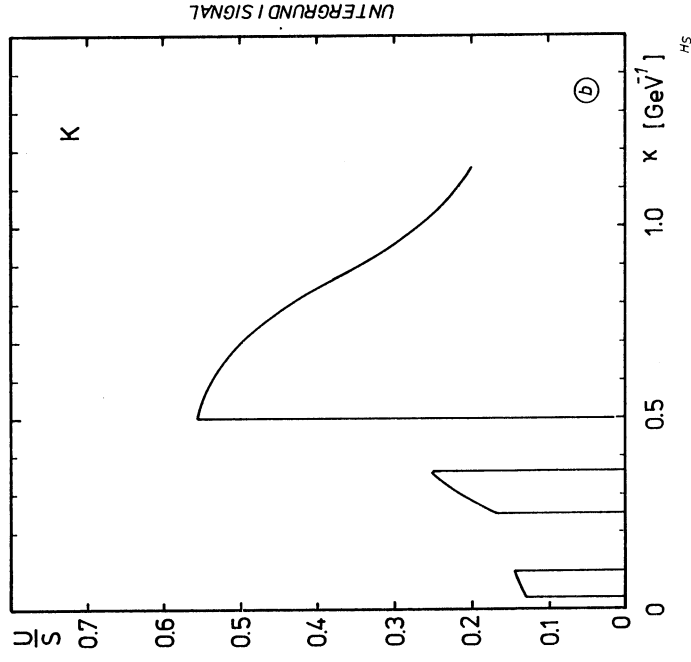
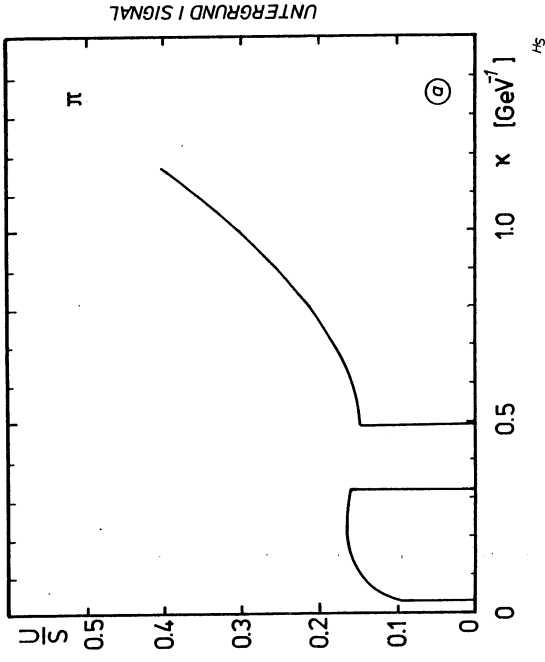


Abb. 4-18a(b) Untergrund/Signal-Verhältnis für geladene Pionen (Kaonen) als Funktion von  $\kappa$

Abb. 4-18 a,b,c zeigen den aus der Monte-Carlo Simulation berechneten Anteil von Untergrundspuren am gemessenen Signal in Abhängigkeit von  $\kappa$  für Pionen, Kaonen und Protonen. Der große Unterschied im Untergrundanteil für Protonen und Anti-Protonen bei kleinen Laborimpulsen ist auf den relativ geringen Bruchteil von Anti-Protonen in der Menge der negativ geladenen Hadronen zurückzuführen. Das Ansteigen des Untergrundanteils für geladene Pionen für sehr kleine Laborimpulse erklärt sich durch fehlidentifizierte Elektronen, da der Laufzeitunterschied zwischen Pionen und Elektronen bei Impulsen von  $p_{lab} = 1 \text{ GeV}$  bereits die Zeitauflösung der Hodoskope unterschreitet (vgl. Abb. 4-15).

Der totale Untergrundanteil ergibt sich aus der Faltung der experimentell erreichbaren Akzeptanz mit der Untergrundverteilung. Für alle 3 Hadrontypen ist der Untergrundanteil klein (gross) in Bereichen hoher (niedriger) Akzeptanz, so dass der prozentuale Anteil von fehlidentifizierten Hadronen in der jeweiligen Hadronmenge gering bleibt. Das Untergrund-zu-Signalverhältnis beträgt für Pionen 15%, für Kaonen 16% und für Protonen 34%.

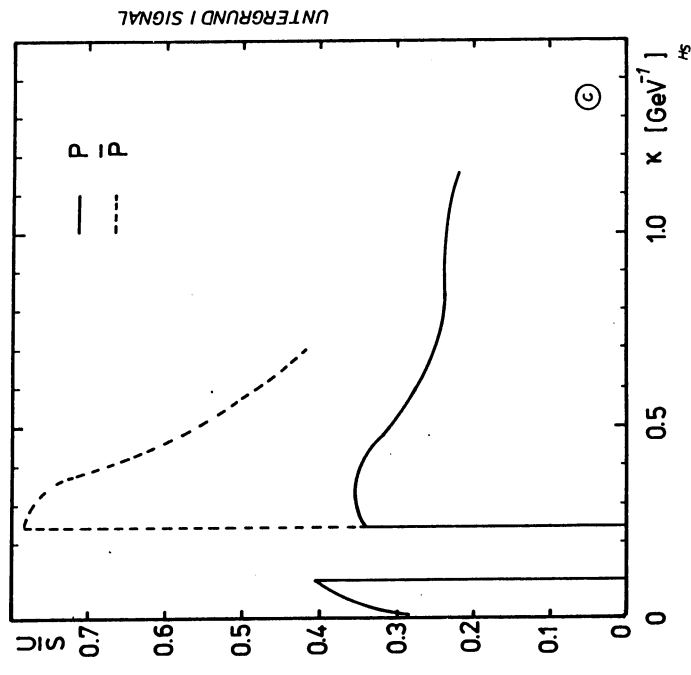


Abb. 4-18c Untergrund/Signal-Verhältnis für identifizierte Protonen als Funktion von  $\kappa$

### 4.5 Ein alternatives Verfahren zur Definition von Pionen

Wie aus Kapitel 4.4 ersichtlich, lassen sich lediglich Pionen mit  $p_{lab} > 0.6 \text{ GeV}$  identifizieren, so daß die Akzeptanz in der im Schwerpunktsystem aller Hadronen definierten  $x_F$ -Variablen auf einen begrenzten Bereich, der zudem noch mit  $W$  variiert, beschränkt bleibt (vgl. Abb. 4-19). Die niedrige Akzeptanz für identifizierte geladene Pionen im Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems erlaubt damit keine experimentelle Bestimmung der mittleren Multiplizität pro Ereignis für geladene Pionen.

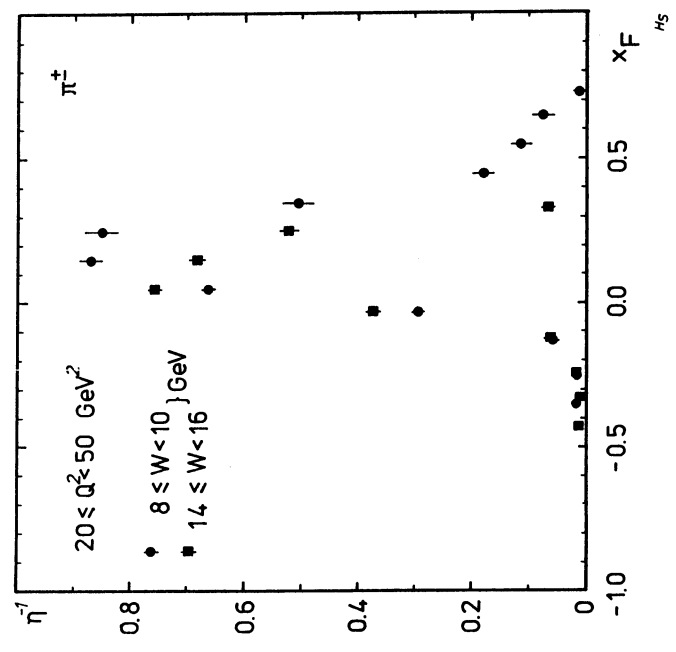


Abb. 4-19 Akzeptanz für identifizierte geladene Pionen als Funktion von  $x_F$



nen auch auf folgende Weise definieren.

Alle Spuren, die in der Ereignisrekonstruktion dem primären Vertex zugeordnet wurden, werden als Pionen klassifiziert, es sei denn sie konnten als Elektron, Kaon oder Proton identifiziert werden. Die in der so erzeugten  $\pi$ -Menge verbliebenen  $e, K$  und  $p$  werden dann als Untergrund behandelt, der wiederum aus der Monte-Carlo-Simulation berechnet wird. Dabei ist allerdings zu beachten, daß die Korrektur der gemessenen Pion-Verteilung jetzt von dem der Monte-Carlo-Simulation zugrundegelegten physikalischen Modell über die angenommenen Teilchenraten abhängt.

Abb. 4-20 zeigt den Untergrundanteil an der gemessenen  $\kappa$ -Verteilung getrennt für positiv und negativ geladene Pionen. Man erkennt deutlich die Impulsbereiche, in denen geladene Teilchen nicht identifiziert werden können; der Untergrundanteil ist in diesen Intervallen entsprechend größer. Das Anwachsen des Untergrundanteils für positiv geladene Spuren oberhalb von  $\kappa = 0.5 \text{ GeV}^{-1}$  erklärt sich durch den relativ hohen Anteil von Target-Protonen, die nicht identifiziert werden können, an der Gesamtzahl aller positiv geladenen Hadronen im Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems.

Die nach Gl. (4.7) berechnete Akzeptanz  $\eta^{-1}$  für geladene  $\pi$ -Mesonen ist vergleichbar mit der von geladenen Hadronen. Die Akzeptanz für einen ausgewählten kinematischen Bereich ist als Beispiel in Abb. 4-21 gezeigt.

#### 4.6 Die Identifikation von $K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ - Zerfällen

Im Gegensatz zur Identifikation von geladenen Hadronen ist die Identifikation von  $K_s^0$ -Teilchen über die Rekonstruktion des Zerfallskanals  $K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  auf Grund der  $4\pi$ -Akzeptanz des NA9-Detektors für geladene Teilchen im gesamten  $x_F$ -Bereich möglich. Da die Mehrzahl der  $K_s^0$ -Mesonen wegen ihrer Lebensdauer bereits im Target zerfällt und der Zerfallsvertex somit nicht in der Streamerkammer sichtbar ist, wird die Position des Zerfallsvertex geometrisch aus dem Schnittpunkt der Trajektorien der Zerfallsteilchen bestimmt [34].

Nachdem in der Ereignisrekonstruktion die Position des Primärvertex bestimmt worden ist (vgl. Kap. 3.1), wird für alle Paare entgegengesetzt geladener Hadronen in einem Ereignis, die nicht dem Primärvertex zugeordnet worden sind, der Schnittpunkt der entsprechenden Spuren berechnet, der im folgenden als  $V^0$ -Vertex bezeichnet wird.

Aus der Position des primären Vertex, den Koordinaten des  $V^0$ -Vertex und den

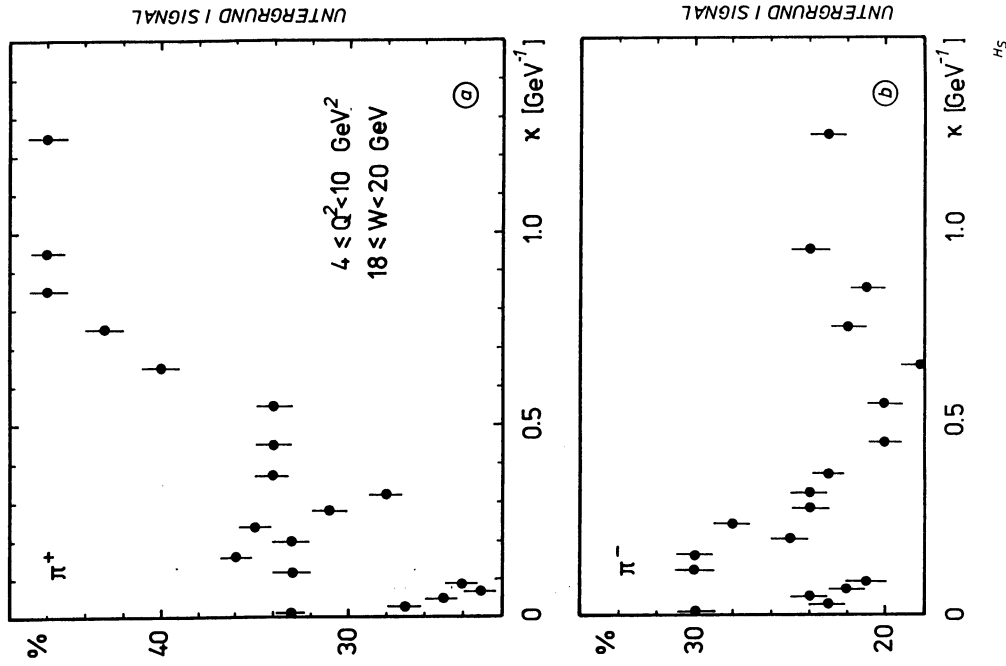


Abb. 4-20a(b) Untergrundanteil für positiv (negativ) geladene  $\pi$ -Mesonen als Funktion von  $\kappa$

Da bei den im NA9-Experiment erreichten Schwerpunktsenergien die Mehrzahl aller Hadronen des geladenen Endzustandes Pionen sind, lassen sich geladene Pio-

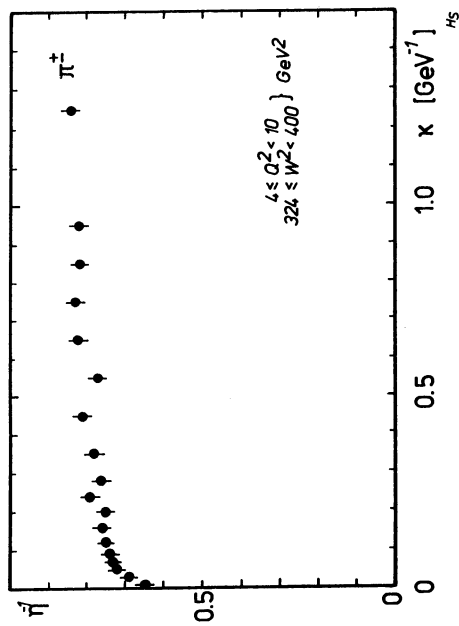


Abb. 4-21 Akzeptanz für geladene  $\pi$ -Mesonen als Funktion von  $\kappa$

Impulsvektoren beider Zerfallsteilchen läßt sich aus der Impulserhaltung die Hypothese, daß das entsprechende neutrale Teilchen aus der Primärwechselwirkung stammt, testen. Für ein aus der Primärwechselwirkung stammendes  $V^0$ -Teilchen sollte die Verfehlung  $|\vec{\Delta}|$ , definiert als der senkrechte Abstand zwischen der rekonstruierten Flugbahn des  $V^0$ -Teilchens und dem Primärvertex, verschwinden (vgl. Abb. 4-22). Der gemessene Wert von  $|\vec{\Delta}|$  weicht jedoch auch für echte  $V^0$ -Zerfälle vom Erwartungswert  $|\vec{\Delta}| = 0$  auf Grund der fehlerhaften Bestimmung der Impulsvektoren der Zerfallsteilchen ab. Um kombinatorischen Untergrund und nukleare Wechselwirkungen von  $V^0$ -Zerfällen zu separieren, wird verlangt, daß die  $\chi^2$ -Wahrscheinlichkeit für die Hypothese  $|\vec{\Delta}| = 0$  mehr als 0.01 beträgt.

Die eigentliche Entscheidung über die Masse eines  $V^0$ -Teilchens beruht auf der Viererimpulserhaltung. Für die Massenhypothesen  $m_{V^0} = m_\gamma, m_{K^0}, m_A$  wird der aus den Zwangsbedingungen berechnete Impulsvektor des hypothetischen  $V^0$ -Teilchens mit dem aus den gemessenen Zerfallsteilchen berechneten Impulsvektor verglichen. Die mit den experimentell bestimmten Varianzen gewichtete Differenz

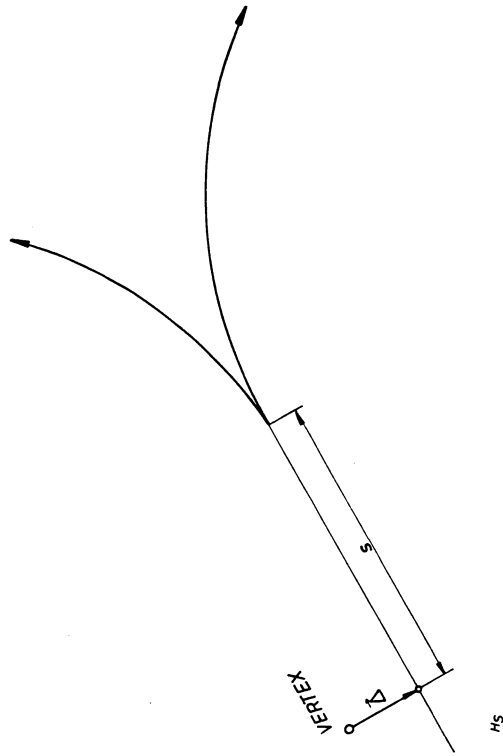


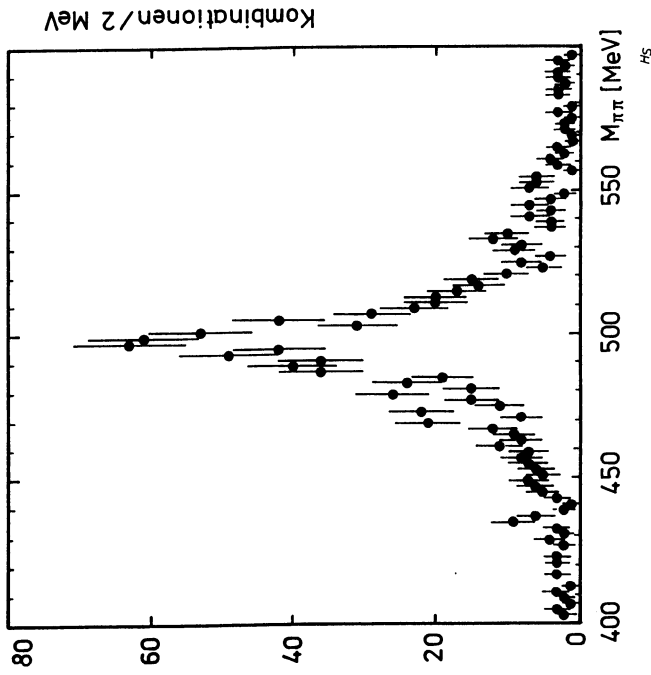
Abb. 4-22 Zur Definition der Verfehlung

beider Impulsvektoren ist entsprechend einer  $\chi^2$ -Verteilung mit 3 Freiheitsgraden verteilt. Die der Hypothese mit der größten  $\chi^2$ -Wahrscheinlichkeit  $P(\chi^2)$  entsprechende Masse wird dann dem  $V^0$ -Teilchen zugeordnet, wenn  $P(\chi^2) > 0.01$ . Zudem wird verlangt, daß die aus den beiden Zerfallsteilchen nach Gl. (4.15) berechnete Masse des  $V^0$ -Teilchens innerhalb von 5 Standardabweichungen mit der hypothetischen Masse übereinstimmt.

$$M = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2} \quad (4.15)$$

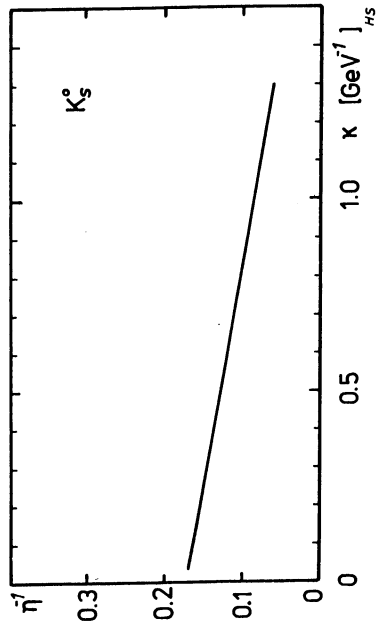
Liegen für die Zerfallsteilchen Informationen aus den Flugzeit- oder Čerenkovzählern vor (vgl. Kap. 4.4), müssen diese verträglich mit den entsprechenden Zerfallsteilchen des hypothetischen  $V^0$ -Teilchens sein.

Die nach dieser Selektion für  $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ -Zerfälle erhaltene Massenverteilung in den Daten ist in Abb. 4-23 gezeigt. Man erkennt ein deutliches  $K_S^0$ -Signal über einem verbliebenen Untergrundspektrum. Der totale Untergrundanteil in der selektierten  $K_S^0$ -Menge wurde aus der Monte-Carlo Simulation bestimmt, er beträgt



**Abb. 4-23** Das gemessene  $K_s^0$ -Massenspektrum

ca. 20 % und setzt sich hauptsächlich aus  $\gamma$ -Konversionen und fälschlicherweise als  $V^0$ -Zerfälle klassifizierte sekundäre Wechselwirkungen zusammen. Die ebenfalls aus der Monte-Carlo Simulation berechnete Nachweiswahrscheinlichkeit für  $K_s^0$ -Teilchen ist in Abb. 4-24 als Funktion der Variablen  $\kappa$  gezeigt.



**Abb. 4-24** Die Nachweiswahrscheinlichkeit für  $K_s^0$ -Mesonen als Funktion von  $\kappa$

## 5. Die Ergebnisse

Die untersuchten Daten wurden in den Jahren 1981 und 1982 mit dem NA9-Detektor gewonnen. Die Verteilung der nach den in Kapitel 4.2 beschriebenen Schnitten verbliebenen 24000 Ereignisse in der  $Q^2, \hat{W}^2$ -Ebene ist in Abb. 5-1 gezeigt. Die Häufigkeitsverteilung der Ereignisse in der  $\hat{Q}^2, \hat{W}^2$ -Ebene ist einerseits durch die Bedingung  $\Theta_{\mu'} \geq 0.75^\circ$  und andererseits durch die  $Q^{-4}$ -Variation des Wirkungsquerschnittes bestimmt. Die Bedingung  $\Theta_{\mu'} \geq 0.75^\circ$  führt zum Ausschluß von Ereignissen mit kleinem  $Q^2$  bei niedriger Schwerpunktsenergie und bewirkt das in der Projektion zu erkennende langsame Ansteigen der  $Q^2$ -Verteilung. Die  $Q^{-4}$ -Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes äußert sich in der abfallende Dichte der Datenpunkte bei großen  $Q^2$ -Werten und bewirkt das schnelle Abfallen der  $Q^2$ -Verteilung oberhalb von  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ .

Für jeden Hadrontyp  $h$  wurde die mittlere Multiplizität als das Integral über die normierte und auf Untergrundspuren korrigierte  $\kappa$ -Verteilung berechnet.

$$\langle n \rangle^h = \int_{\kappa_1}^{\kappa_2} \eta(\kappa) \cdot [\hat{f}(\kappa) - \hat{b}(\kappa)] d\kappa \quad (5.1)$$

$$\hat{f}(\kappa) = \frac{1}{N_\mu} \cdot \frac{dN^h}{d\kappa}$$

$$\hat{b}(\kappa) = \frac{1}{N_\mu} \cdot \frac{dN^b}{d\kappa}$$

Die Integrationsgrenzen in Gl. (5.1) sind dabei auf Grund der experimentellen Gegebenheiten abhängig von der betrachteten Hadronart. Während geladene Hadronen,  $K_s^0$ -Teilchen und  $\pi$ -Mesonen über den gesamten Bereich von  $\kappa_1 = 0$  (genauer vom kinematischen Limit  $\kappa_1 = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ , entsprechend  $p_{\text{lab}}^{\text{max}} = 260 \text{ GeV}$ ), bis  $\kappa_2 = 5 \text{ GeV}^{-1}$  (entsprechend  $p_{\text{lab}}^{\text{min}} = 200 \text{ MeV}$ ) nachgewiesen werden können, ist die Identifikation von geladenen Pionen, Kaonen und Protonen nur in einem eingeschränkten  $\kappa$ -Bereich möglich (vgl. Kap. 4).

Die Fülle der gewonnenen Informationen über die mittleren Multiplizitäten der verschiedenen Hadrontypen machte es notwendig, die einzelnen gemessenen Multiplizitätswerte in einem Anhang zu Kapitel 5 (Anhang B) zusammenzustellen. Die im folgenden Text enthaltenen Verweise auf den Anhang B sollen dem leichteren Auffinden der Informationen dienen; sie werden aber nicht unbedingt zum Verständnis der dargelegten Sachverhalte benötigt.

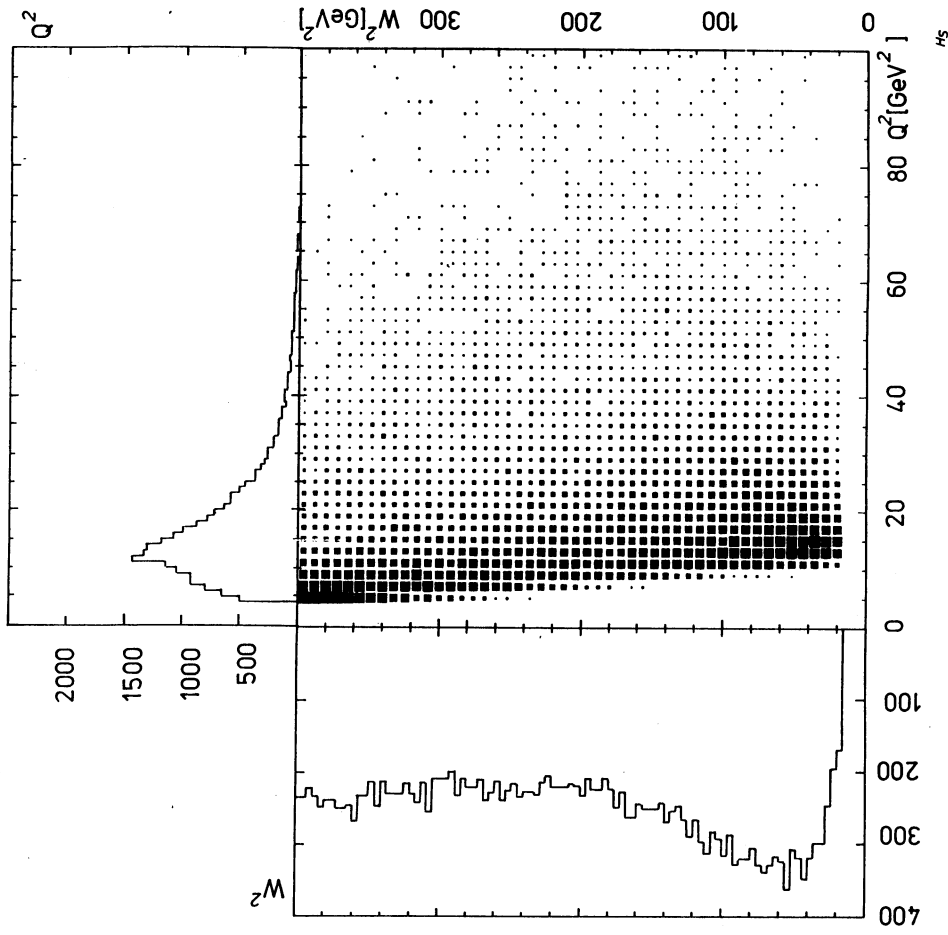


Abb. 5-1 Die Verteilung der Ereignisse in der  $Q^2, \hat{W}^2$ -Ebene

## 5.1 Die Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizitäten

Zur Untersuchung der Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizitäten wurde der Energiebereich  $4 \leq W < 20$  GeV in 8 Intervalle mit einer Breite von 2 GeV unterteilt. Die Anzahl der in den einzelnen W-Intervallen gemessenen Ereignisse ist der Tabelle 5.i zu entnehmen.

W	geladene Hadronen			$\pi$ -Mesonen
	$\langle W^2 \rangle$	Ereig.	$\langle n \rangle_{\pm}$	
4 - 6	27.07	1210	$4.29 \pm 0.09$	$3.45 \pm 0.09$
6 - 8	49.62	2091	$4.98 \pm 0.07$	$3.96 \pm 0.07$
8 - 10	81.79	2862	$5.62 \pm 0.06$	$4.46 \pm 0.07$
10 - 12	120.82	3003	$6.07 \pm 0.06$	$4.82 \pm 0.06$
12 - 14	168.82	3077	$6.39 \pm 0.06$	$5.03 \pm 0.06$
14 - 16	225.68	3321	$6.65 \pm 0.06$	$5.22 \pm 0.06$
16 - 18	288.78	3732	$6.99 \pm 0.06$	$5.48 \pm 0.06$
18 - 20	360.49	4479	$7.15 \pm 0.06$	$5.58 \pm 0.06$

Tabelle 5.i  $\langle n \rangle_{\pm}$  für geladene Hadronen und  $\pi$ -Mesonen

### Die mittlere geladene Multiplizität des hadronischen Endzustandes

Die mittlere Multiplizität geladener Hadronen  $\langle n \rangle_{\pm}$  ist in Abb. 5-2 als Funktion von  $W^2$  gezeigt. Die Anpassung eines Polynoms 1. Ordnung in  $\ln W^2$  ( Gl. (5.2)) an die Datenpunkte ergab die in Tabelle 5.ii aufgeführten Werte für den Achsenabschnitt a und die Geradensteigung b.

$$\langle n \rangle_{\pm}(W^2) = a + b \cdot \ln \frac{W^2}{W_0^2} \quad W_0^2 = 1 \text{ GeV}^2 \quad (5.2)$$

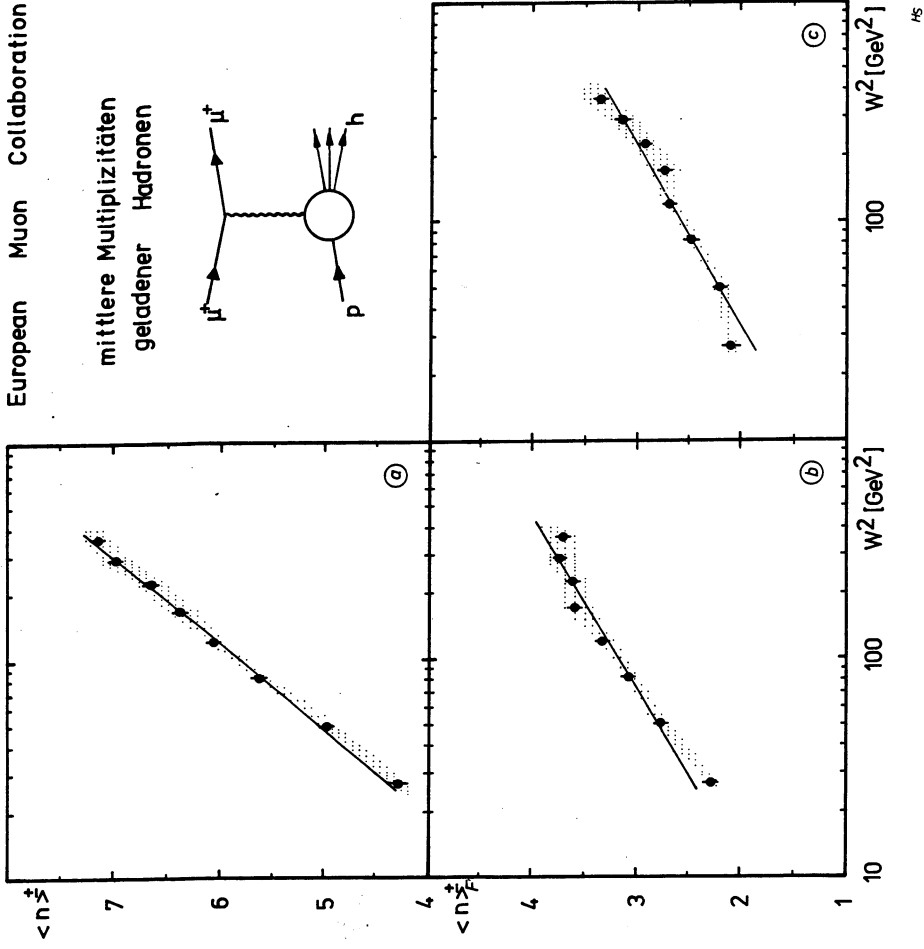


Abb. 5-2 Die mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen als Funktion von  $W^2$  (eingezeichnet sind ebenfalls die Anpassungsgeraden)  
a) für das gesamte Ereignis b) im Vorwärtsbereich c) im Rückwärtsbereich

Das niedrige  $\chi^2$  der Anpassungsrechnung von 5.3 bei 6 Freiheitsgraden (FG) zeigt, daß keine höhere Potenz von  $\ln W^2$  zur Beschreibung der gemessenen Energieabhängigkeit benötigt wird.

Das Anwachsen der mittleren Multiplizität mit zunehmender Schwerpunktsenergie ist nicht auf die Hadronen eines Ladungsvorzeichens beschränkt (vgl. Tab. 5.ii und Tab. B.5.i im Anhang B). Die mittlere Multiplizität geladener Hadronen, die im Vorwärts- bzw. Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems erzeugt werden, ist in Abb. 5-2b und Abb. 5-2c als Funktion von  $W^2$  dargestellt.

Als Teilchen, die in der Vorwärts- bzw. Rückwärtshemisphäre erzeugt werden, wurden alle Hadronen mit  $x_F \geq 0$  bzw.  $x_F < 0$  klassifiziert. Bei der Transformation ins  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem wurde dabei allen Teilchen die Pion-Masse zugeordnet. Diese Massenzuordnung wurde bei der Korrektur der Ergebnisse nach Gl. (4.7) berücksichtigt.

Die mittlere Vorwärtsmultiplizität  $\langle n \rangle_{\vec{F}}$  überschreitet im gesamten W-Bereich die mittlere Multiplizität im Rückwärtsbereich  $\langle n \rangle_{\vec{B}}$ . Das Anwachsen der mittleren Vorwärtsmultiplizität mit  $W^2$  unterscheidet sich jedoch nicht wesentlich von dem der Rückwärtsmultiplizität (vgl. auch Tab. 5.ii; das hohe  $\chi^2$  der Geradenanpassung für die Vorwärts- und Rückwärtsmultiplizitäten wird im Unterkapitel über die systematischen Fehler diskutiert werden).

### Die mittlere Multiplizität von geladenen $\pi$ -Mesonen

Die Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizität von entsprechend dem in Kapitel 4.5 beschriebenen Verfahren klassifizierten geladenen Pionen ist in Abb. 5-3 sowohl für das gesamte Ereignis als auch getrennt für den Vorwärts- und Rückwärtsbereich gezeigt.

Die einzelnen Meßwerte sind in Tabelle B.5.i im Anhang B aufgeführt. Die Ergebnisse der Anpassung einer nach Gl. (5.2) definierten Funktion an die Daten nach der Methode der kleinsten Quadrate sind in Tabelle 5.ii zusammengestellt.

### Die mittlere Multiplizität von neutralen Kaonen

Die mittlere Multiplizität von neutralen Kaonen ( $K^0 + \bar{K}^0$ ) wurde aus dem Zerfallskanal  $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  bestimmt.

Dazu wurde die mittlere Anzahl von  $K_S^0$ -Mesonen pro Ereignis auf die Nachweiswahrscheinlichkeit und auf das  $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  Verzweigungsverhältnis korrigiert sowie die Produktionsrate von  $K_L^0$ -Teilchen berücksichtigt. Die mittlere ( $K^0 + \bar{K}^0$ )-Multiplizität zeigt ebenfalls einen linearen Anstieg mit  $W^2$  (vgl. Abb. 5-4).

geladene Hadronen		
a	b	$\chi^2/FG$
$0.69 \pm 0.15^{+0.24}_{-0.24}$	$1.11 \pm 0.03^{+0.06}_{-0.08}$	5.3/6
$0.93 \pm 0.11^{+0.13}_{-0.13}$	$0.52 \pm 0.02^{+0.03}_{-0.04}$	4.9/6
$-0.23 \pm 0.10^{+0.13}_{-0.13}$	$0.58 \pm 0.02^{+0.03}_{-0.04}$	2.5/6
$0.64 \pm 0.12^{+0.18}_{-0.19}$	$0.55 \pm 0.02^{+0.06}_{-0.07}$	28.1/6
$0.14 \pm 0.12^{+0.20}_{-0.19}$	$0.53 \pm 0.02^{+0.07}_{-0.07}$	24.7/6
$\pi$ -MESONEN		
a	b	$\chi^2/FG$
$0.79 \pm 0.15^{+0.18}_{-0.18}$	$0.82 \pm 0.03^{+0.04}_{-0.06}$	5.1/6
$0.76 \pm 0.12^{+0.10}_{-0.10}$	$0.38 \pm 0.02^{+0.02}_{-0.03}$	4.6/6
$0.05 \pm 0.10^{+0.14}_{-0.15}$	$0.44 \pm 0.02^{+0.02}_{-0.03}$	1.7/6
$0.81 \pm 0.11^{+0.16}_{-0.15}$	$0.41 \pm 0.02^{+0.04}_{-0.05}$	25.3/6
$0.03 \pm 0.09^{+0.16}_{-0.15}$	$0.40 \pm 0.02^{+0.05}_{-0.05}$	19.9/6

**Tabelle 5.ii** Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.2)

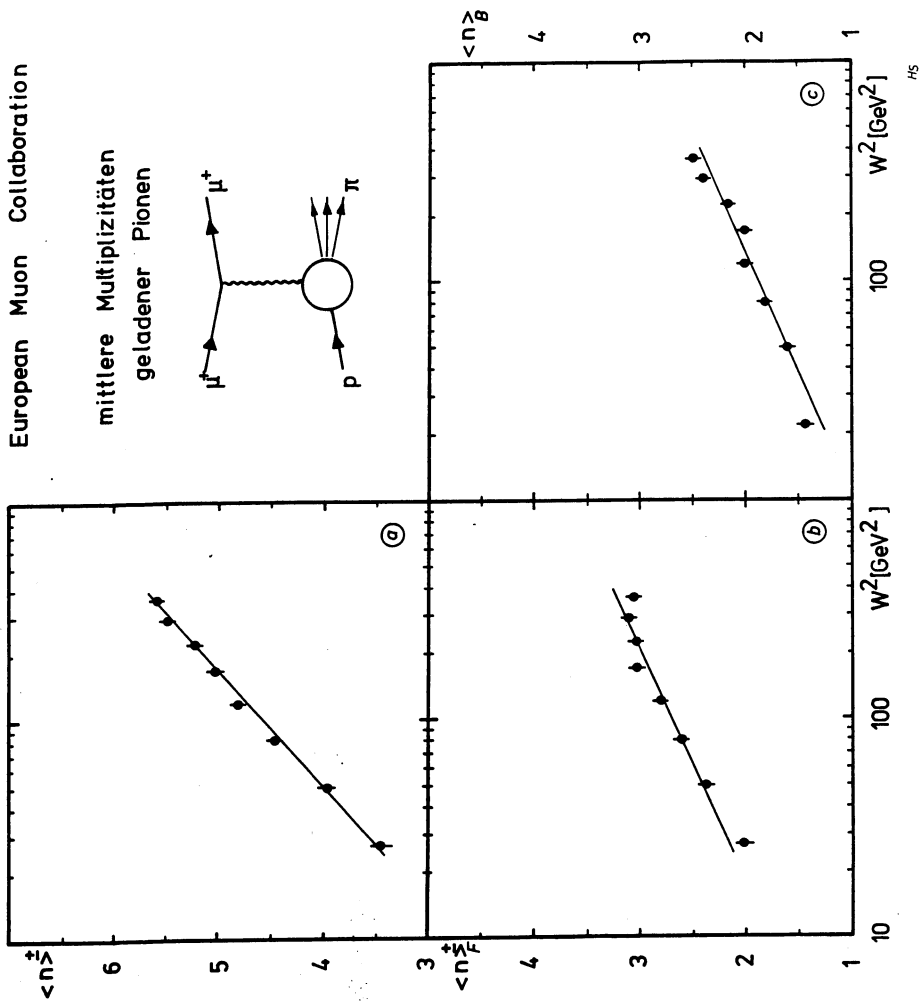
(Die erste Fehlerangabe bezieht sich auf den statistischen, die zweite Fehlerangabe auf den systematischen Fehler)

Die Geradenanpassung Gl. (5.2) ergab folgende Werte für die Parameter a und b:

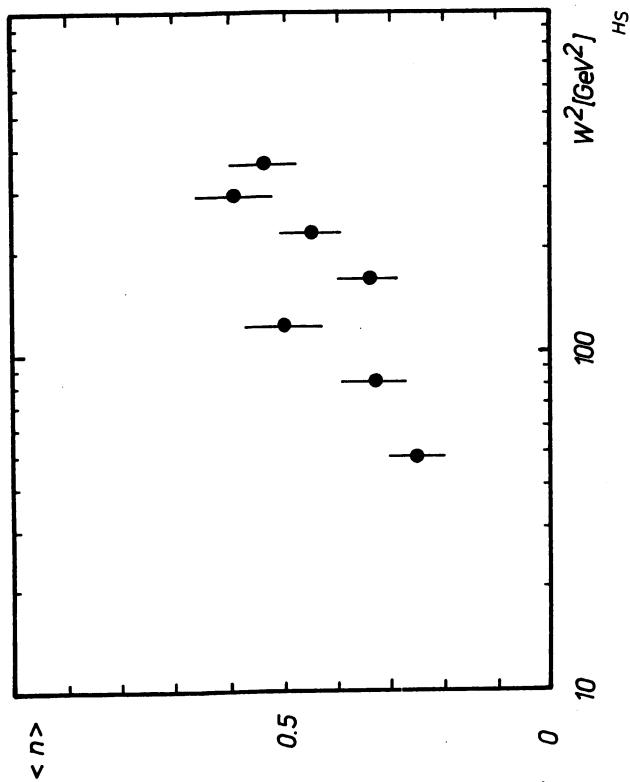
$$a = -0.31 \pm 0.16 \quad b = 0.14 \pm 0.03$$

$$\chi^2/FG = 7.8/5. \quad (5.3)$$

Die einzelnen Multiplizitätswerte sind in Tabelle B.5.ii aufgeführt.



**Abb. 5-3** Die mittleren Multiplizitäten geladener  $\pi$ -Mesonen als Funktion von  $W^2$  (eingezeichnet sind ebenfalls die Anpassungsgeraden)  
 a) für das gesamte Ereignis b) im Vorwärtsbereich c) im Rückwärtsbereich



**Abb. 5-4** Die mittlere  $(K^0 + \bar{K}^0)$ -Multiplizität als Funktion von  $W^2$   
 Systematische Fehler bei der Bestimmung von  $\langle n \rangle(W^2)$

Mögliche Quellen für Fehler bei der Bestimmung der Energieabhängigkeit der Multiplizitäten sind die Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeit  $\eta^{-1}$  und der Untergrundverteilung. Bei der Berechnung von  $\langle n \rangle_F$  bzw.  $\langle n \rangle_B$  ist zusätzlich die Zuordnung zur Vorwärts- bzw. Rückwärtshemisphäre des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems als Fehlerquelle in Betracht zu ziehen, während bei der Bestimmung der mittleren Multiplizitäten positiv bzw. negativ geladener Hadronen die Ladungszuordnung eine wichtige Rolle spielt.

Ladungsbestimmung: Monte-Carlo-Studien zeigen, daß lediglich 0.1% aller geladenen Hadronen das falsche Ladungsvorzeichen zugeordnet wird. Die Ladungszuordnung auf Grund der Krümmung einer Spur ist kritisch für schnelle Spuren,

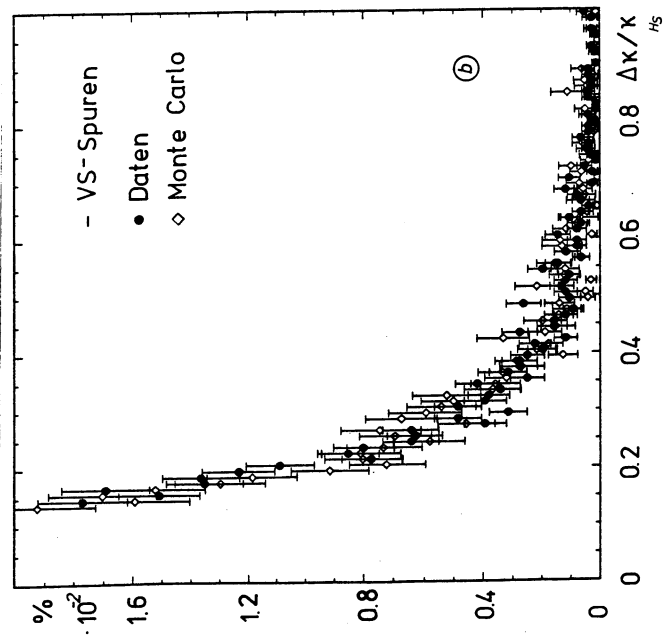
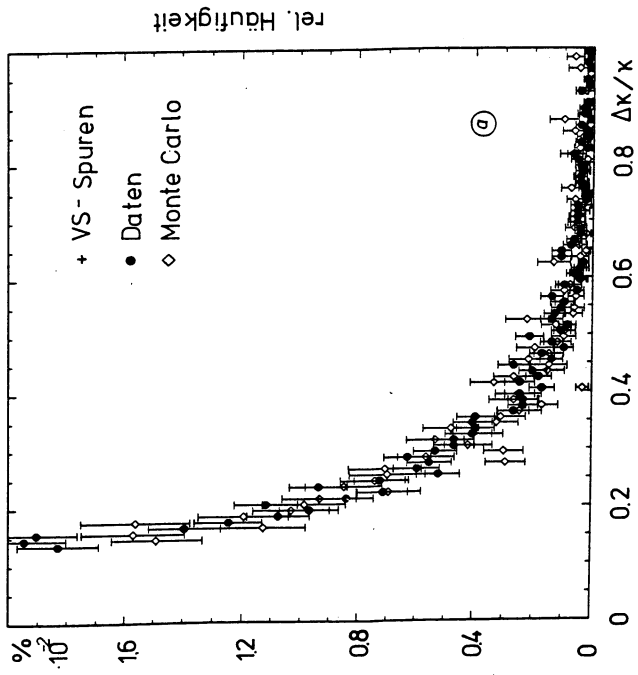


Abb. 5-5a(b)  $\Delta\kappa/\kappa$ -Verteilung positiv (negativ) geladener VS-Spuren

deren Parameter nur mit großen Fehlern bestimmt werden konnten. Ein Vergleich der in den Daten und im Monte-Carlo erreichten Impulsauflösung für die Klasse der VS-Spuren (vgl. Abb. 5-5) zeigt, daß die Anzahl von Spuren, deren Impuls mit einem relativen Fehler von mehr als 20% bestimmt wird, von der Monte-Carlo-Simulation richtig wiedergegeben wird. Mögliche systematische Fehler auf Grund einer falschen Ladungszuordnung sind demnach klein und werden im folgenden vernachlässigt.

**Ladungserhaltung:** Wie in Kapitel 4. erläutert, wird bei dem gewählten Verfahren zur Bestimmung der mittleren Multiplizitäten des geladenen hadronischen Endzustandes die Ladungserhaltung nicht erzwingen.

Trotzdem sollten die korrigierten mittleren Multiplizitäten für positiv und negativ geladene Hadronen in jedem W-Intervall innerhalb der statistischen Fehler der Ladungserhaltung ( $\langle n^+ \rangle - \langle n^- \rangle = 1$ ) genügen, vorausgesetzt die Bestimmung der Korrekturfaktoren und der Untergrundverteilung ist nicht durch systematische Effekte verfälscht.

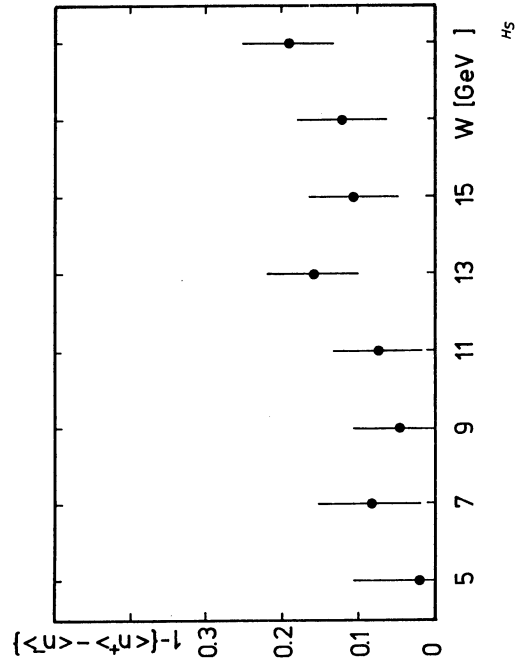


Abb. 5-6 Die gemessene Abweichung von der Ladungserhaltung als Funktion von W



Wie aus Abb. 5-6 ersichtlich, erfüllen die korrigierten mittleren Multiplizitäten von positiv und negativ geladenen Hadronen zwar innerhalb der statistischen Fehler die Ladungserhaltung; es geht aber über den gesamten W-Bereich systematisch Ladung verloren. Das deutet daraufhin, daß die Nachweiswahrscheinlichkeit und/oder der Untergrundbeitrag in der Monte-Carlo-Simulation nicht vollkommen richtig wiedergegeben wird.

Bei der Bestimmung der mittleren Multiplizitäten werden nur Spuren mit  $p_{lab} > 200 \text{ MeV}$  berücksichtigt. Studien mit dem Lund-Generator zeigen, daß sich die Multiplizität bei Hinzunahme der Spuren unterhalb von  $200 \text{ MeV}$  lediglich um 1 %, unabhängig von der zur Hadronisierung zur Verfügung stehenden Energie, erhöht. Selbst die extreme Annahme, daß alle Teilchen mit  $p_{lab} \leq 200 \text{ MeV}$  Protonen sind, kann daher die beobachtete Verletzung der Ladungserhaltung nicht allein erklären.

Die Ladungserhaltung ließe sich zwar nachträglich durch eine Ausgleichsrechnung unter Berücksichtigung der Bedingung  $\langle n \rangle^+ - \langle n \rangle^- = 1$  erzwingen, würde aber zu einer systematischen Erhöhung der Multiplizitäten positiv geladener Hadronen führen. Daher soll die Verletzung der Ladungserhaltung im systematischen Fehler berücksichtigt werden.

Eine Abschätzung für den systematischen Fehler läßt sich wie folgt durchführen. Unter der Annahme, daß die Ladungserhaltung auf Grund von in der Monte-Carlo-Simulation nicht berücksichtigten Verlusten von positiv geladenen Teilchen oder durch einen erhöhten Anteil von negativ geladenen Untergrundspuren in den Daten im Vergleich zur Monte-Carlo-Simulation verletzt wird, ergibt sich aus der gemessenen Differenz der Multiplizitäten positiv und negativ geladener Teilchen eine Abschätzung für den maximal möglichen systematischen Fehler an den mittleren Multiplizitäten des geladenen hadronischen Endzustandes. Wird weiterhin angenommen, daß der Mechanismus, der zur Verletzung der Ladungserhaltung führt, sich für die verschiedenen W-Intervalle nicht unterscheidet, darf der resultierende systematische Fehler nicht als Punkt-zu-Punkt-Fehler verstanden, sondern muß als systematische, aber W-abhängige, Verschiebung aller Multiplizitätswerte interpretiert werden.

Strahlungskorrekturen: Die in der Monte-Carlo Simulation berücksichtigten elektromagnetischen Strahlungskorrekturen sind bis auf 10 % genau bestimmt [35]. Wie in Kapitel 4.1 erläutert, bewirkt die Bremsstrahlung reeller Photonen im Myon-Arm eine Überschätzung der aus den Myon-Variablen berechneten Schwer-

punktenergie W. Damit enthält die Ereignismenge in einem Bereich der gemessenen Schwerpunktsenergie auch Ereignisse aus anderen Bereichen der wahren Schwerpunktsenergie. Dieser Effekt ist am stärksten ausgeprägt für hohe Schwerpunktsenergien (vgl. Abb. 4-8); so stammen z.B. 10 % aller im Bereich zwischen 18 und 20 GeV gemessener Ereignisse aus dem Bereich  $0 \leq W < 4 \text{ GeV}$ . Eine Abschätzung des systematischen Fehlers in Folge der mit der Bestimmung von elektromagnetischen Strahlungskorrekturen verbundenen Unsicherheiten wurde wie folgt durchgeführt.

Der Prozentsatz, der in einem W-Intervall erzeugten Ereignisse, die auf Grund von Beiträgen höherer Ordnung zur  $\gamma$ -Amplitude aber in einem höheren Energieintervall gemessen werden, wurde bei der Berechnung der Korrekturfaktoren aus der Monte-Carlo-Simulation um 10 % erhöht bzw. erniedrigt. Die sich daraus ergebenden Änderungen der Multiplizitätswerte ergeben eine Abschätzung für den maximal möglichen Fehler, der durch die Unsicherheit bei der Bestimmung der Strahlungskorrekturen auftritt.

Bei diesem Verfahren wurde somit nicht der absolute Anteil von Strahlungsereignissen geändert, sondern lediglich die Aufteilung der Strahlungsereignisse auf den zugänglichen kinematischen Bereich. Daher sind auch diese systematischen Fehler für die Multiplizitätswerte der verschiedenen W-Intervalle korreliert und dürfen ebenfalls nicht als Punkt-zu-Punkt-Fehler angesehen werden.

Der gesamte systematische Fehler auf Grund der Verletzung der Ladungserhaltung und der Unsicherheiten bei der Bestimmung der Strahlungskorrekturen ergibt sich dann aus der Superposition beider Fehlerquellen.

Für die untere und obere Grenze des systematischen Fehlers werden die maximal auftretenden Verschiebungen der Multiplizitätswerte angegeben. Die Verschiebungen der Multiplizitätswerte für verschiedene W-Intervalle sind dabei nicht unabhängig voneinander, so daß der systematische Fehler sowohl eine Anhebung oder Absenkung aller Multiplizitätswerte um einen gemeinsamen Betrag, als auch eine Änderung der relativen Lage der einzelnen Werte zueinander bewirkt. Die in Abb. 5-2 durch den punktierten Bereich definierten Konturen sollen diese Verschiebungen der mittleren Multiplizitäten auf Grund des systematischen Gesamtfehlers verdeutlichen.

Quantitativ lassen sich diese systematischen Fehler am einfachsten für die aus der Geradenanpassung bestimmten Parameter a und b angeben. Zur Bestimmung des systematischen Fehlers für den Achsenabschnitt a und die Steigung b wurden die Multiplizitäten einmal auf den oberen, das andere Mal auf

den unteren Rand des in Abb. 5-2 punktiert gezeigten Gebietes verschoben, und die Geradenanpassung wurde erneut durchgeführt. Die so erhaltenen Abweichungen  $\Delta a$  und  $\Delta b$  von den ursprünglich bestimmten Parameterwerten sind in Tabelle 5.ii als systematische Fehler aufgeführt.

Bei der Interpretation der mittleren Multiplizitäten für die  $\pi$ -Mesonen ist zusätzlich zu berücksichtigen, daß die Ergebnisse von den bei der Monte-Carlo-Simulation angenommenen Teilchenraten abhängen. Da die Monte-Carlo-Simulation die Raten identifizierter geladener Teilchen im Vorwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems annähernd reproduziert (siehe unten), wird der systematische Fehler auf Grund der Modellabhängigkeit nicht berücksichtigt.

Die Trennung von Vorwärts- und Rückwärtsbereich: Im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem sind Vorwärts- und Rückwärtshemisphere durch die Ebene senkrecht zur Richtung des virtuellen Photons voneinander getrennt. Als Folge der Lorentztransformation liegen alle Teilchen des Vorwärtsbereiches im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem im Laborsystem innerhalb eines Kegels mit dem nach Gl. (1.6) definierten halben Öffnungswinkel  $\Theta_{lab}^*$ . Der Öffnungswinkel hängt sowohl von der Teilchenmasse als auch von den Parametern der Lorentztransformation ( $\gamma$  und  $\beta$ ) ab (vgl. Kap. 1). Bei festem  $Q^2$  und  $W^2$  ist der Winkel  $\Theta_{lab}^*$ , der der Trennung von Vorwärts- und Rückwärtsbereich im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem ( $\Theta_{\gamma p}^* = \frac{\pi}{2}$ ) entspricht, für Pionen größer als für Protonen:

$$\tan \Theta_{lab}^{\circ, \pi} - \tan \Theta_{lab}^{\circ, p} = \tan \Theta_{lab}^{\circ, \pi} \cdot \left[ 1 - \frac{\beta_p^*}{\beta_\pi^*} \right]. \quad (5.4)$$

Daher werden Protonen, die im Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems erzeugt, aber mit der  $\pi$ -Masse transformiert wurden, teilweise dem Vorwärtsbereich zugeordnet. Dies ist in Abb. 5-7 veranschaulicht. Abb. 5-7 zeigt den aus der Monte-Carlo-Simulation bestimmten Bruchteil der Hadronen, die im Rückwärts- bzw. Vorwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems erzeugt aber durch die Messung dem Vorwärts- bzw. Rückwärtsbereich durch die Messung zugeordnet werden. Während bei der Berechnung der in Abb. 5-7a gezeigten Kurven QED-Strahlungseffekte nicht berücksichtigt wurden, wurden bei der Bestimmung der in Abb. 5-7b dargestellten Kurven die Einflüsse von QED-Diagrammen bis zu Ordnungen  $\alpha^3$  simuliert.

Sind die Parameter der Lorentztransformation z.B. auf Grund der Strahlungskorrekturen falsch bestimmt, werden Pionen, die im Vorwärtsbereich erzeugt wurden,

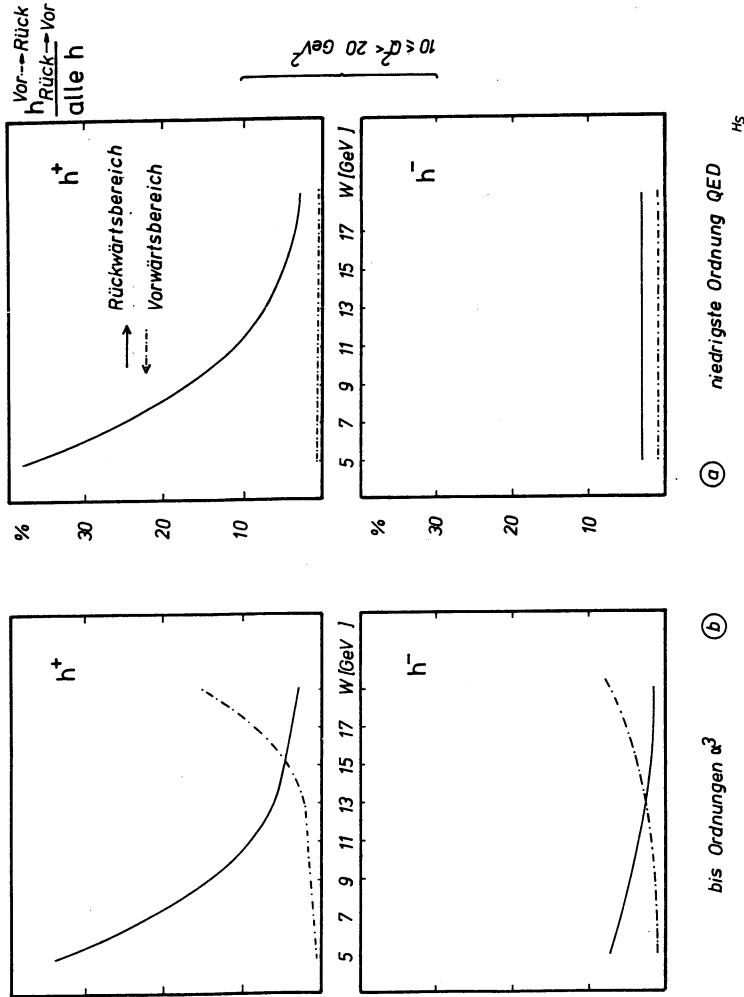


Abb. 5-7 Aus der Monte-Carlo-Simulation bestimmter Prozentsatz von Hadronen, die im Rückwärts(Vorwärts)bereich erzeugt aber durch die Messung dem Vorwärts(Rückwärts)bereich zugeordnet werden.

a) Einphoton-Austausch-Näherung b) einschließlich QED-Korrekturen

dem Rückwärtsbereich zugeordnet (vgl. Abb. 5-7b).

$$\begin{aligned} \tan \Theta_{lab}^{\circ, \pi}(W_2, Q_2^2) - \tan \Theta_{lab}^{\circ, \pi}(W_1, Q_1^2) &= \\ \tan \Theta_{lab}^{\circ, \pi}(W_2, Q_2^2) \cdot \left[ 1 - \frac{\beta^*(W_2, Q_2^2) \cdot \gamma^*(W_2, Q_2^2)}{\beta^*(W_1, Q_1^2) \cdot \gamma^*(W_1, Q_1^2)} \right] &= \end{aligned} \quad (5.5)$$

Beide Effekte, Massenzuordnung und Strahlungskorrekturen, werden bei der Be-

stimmung der Multiplizitäten berücksichtigt.

Die fehlerhafte Simulation des Protonenanteils und der Strahlungskorrekturen in der Monte-Carlo Simulation bilden jedoch Quellen für systematische Fehler bei der Zuordnung der Teilchen zum Vorwärts- bzw. Rückwärtsbereich.

Wie aus Abb. 5-2 und Abb. 5-3 ersichtlich, weichen die Vorwärts- und Rückwärts-multiplizitäten im niedrigsten und höchsten Energieintervall von der eingezeichneten Geradenanpassung ab (demzufolge ergeben sich auch die hohen  $\chi^2$ -Werte für die Geradenanpassung). Im Vorwärtsbereich liegen beide Multiplizitätswerte unterhalb und im Rückwärtsbereich oberhalb der Geradenanpassung. Dies deutet daraufhin, daß einerseits die Strahlungskorrekturen in der Monte-Carlo Simulation unterschätzt und andererseits die Proton-Multiplizität im Rückwärtsbereich von dem der Simulation zugrundegelegten Modell überschätzt wird.

Für niedrige Schwerpunktsenergien spielen Strahlungseffekte praktisch keine Rolle und die Parameter der Lorentztransformation sind genau bestimmt; in Folge eines zu hohen Protonanteils im Modell werden aber über die Korrektur der vorgenommenen Massenzuordnung bei der Lorentztransformation vom Labor- ins Schwerpunktsystem zu viele Teilchen vom Vorwärts- in den Rückwärtsbereich zurückgeschoben. Ein Vergleich der Proton-Multiplizitäten mit dem der Monte-Carlo Simulation zugrundeliegenden Lund-Modell zeigt in der Tat [36], daß die Protonrate im Rückwärtsbereich vom Modell überschätzt wird.

Für die höchsten gemessenen Schwerpunktsenergien spielen Strahlungseffekte eine wichtige Rolle. Wird einem Ereignis auf Grund der Abstrahlung eines Photons im Myon-Arm eine zu hohe Schwerpunktsenergie zugeordnet, führt dies zu einer fehlerhaften Bestimmung der Parameter der Lorentztransformation (siehe oben). Wird der Beitrag von Strahlungsereignissen zum höchsten Energieintervall bei der Monte-Carlo-Simulation unterschätzt, werden bei der Korrektur für die Strahlungseffekte zu wenig Hadronen vom Rückwärts- in den Vorwärtsbereich zurückgeschoben.

Während die systematischen Fehler bei der Trennung des Vorwärts- und Rückwärtsbereiches auf Grund von Unzulänglichkeiten bei der Simulation von QED-Strahlungseffekten bereits zum Teil in der obigen Diskussion systematischer Fehlerquellen berücksichtigt wurden, ist eine quantitative Abschätzung der systematischen Unsicherheiten in Folge einer zu hohen Protonrate in dem der Detektorsimulation zugrundeliegendem Modell nur schwer durchzuführen. Da sich

die aus der Anpassungsrechnung erhaltenen Werte für den Achsenabschnitt  $a$  und die Geradensteigung  $b$  nur wenig ändern, wenn die im niedrigsten und im höchsten Energieintervall gemessenen Multiplizitätswerte nicht mit in die Geradenanpassung einbezogen werden, wird der systematische Fehler, der bei der Trennung von Vorwärts- und Rückwärtsbereich zusätzlich auftritt, im weiteren nicht berücksichtigt.

Systematische Fehler für  $\langle n \rangle_{K^+K^0}$ : Als Quellen für systematische Fehler bei der Bestimmung der mittleren Multiplizität neutraler Kaonen, sind die Bestimmung des Untergrundanteils und die Selektionskriterien in Betracht zu ziehen.

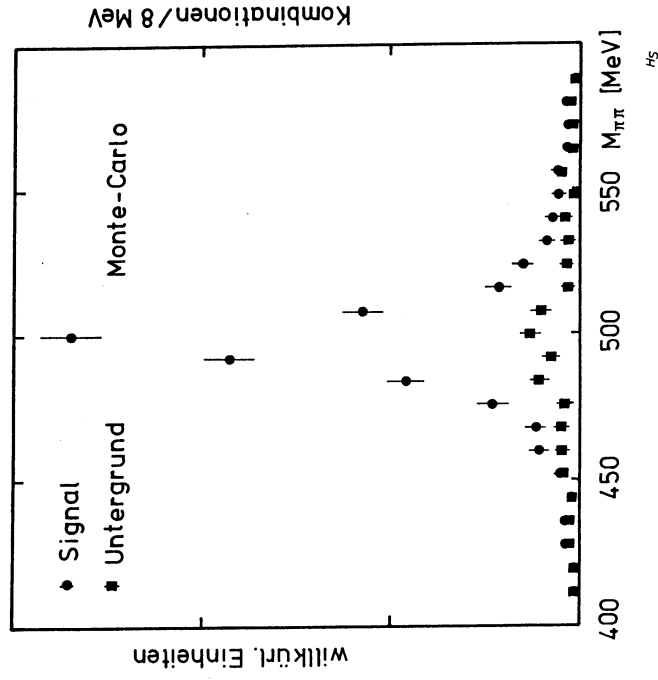


Abb. 5-8 Das aus der Monte-Carlo-Simulation bestimmte  $K_s^0$ -Massenspektrum im Vergleich mit der Untergrundverteilung

Monte-Carlo-Studien zeigen, daß sich der Untergrund im  $K_s^0$ -Massenspektrum in Folge der in Kapitel 4.6 beschriebenen Selektion von  $K_s^0$ -Teilchen bei  $m_{K_s^0}$  anhäuft (vgl. Abb. 5-8). Um eine Abschätzung der Genauigkeit, des in der Monte-Carlo Simulation erzeugten Untergrundanteils zu erhalten, wurde an das aus den Daten gewonnene  $K_s^0$ -Massenspektrum (vgl. Abb. 4-23) eine sich aus 2 Gauss-Verteilungen additiv zusammensetzende Funktion angepaßt:

$$F(M_{\pi\pi}) = a_1 \cdot \exp(-(M_{\pi\pi} - a_2)^2 / 2 \cdot a_3^2) + a_4 \cdot \exp(-(M_{\pi\pi} - a_5)^2 / 2 \cdot a_6^2). \quad (5.6)$$

Das so, aus den Integralen über die einzelnen Verteilungen, erhaltene Verhältnis  $R^D = I_b/I_s$  von Untergrund zu gemessenem Signal wurde mit dem aus der Monte-Carlo-Simulation auf dieselbe Weise bestimmten Verhältnis  $R^M$  verglichen:

$$\frac{R^D}{R^M} = 1.13 \pm 0.28. \quad (5.7)$$

Innerhalb der statistischen Fehler stimmen der Untergrundbeitrag im Monte-Carlo und in den Daten überein. Auf Grund des großen Fehlers an dem Verhältnis (5.7) läßt sich jedoch keine quantitative Abschätzung für eine mögliche systematische Ungenauigkeit bei der Bestimmung des Untergrundanteils durchführen.

Änderungen der in Kapitel 4.6 beschriebenen Selektionskriterien für die  $K_s^0$ -Mesonen ergeben einen systematischen Fehler von 25 % für die mittleren Multiplizitäten neutraler Kaonen unabhängig von der Schwerpunktsenergie [37].

### Ergebnisse für identifizierte geladene Hadronen

Die simultane Identifikation von geladenen Pionen, Kaonen und Protonen ist nur in den Bereichen  $0.02 \leq \kappa < 0.10 \text{ GeV}^{-1}$  und  $0.50 \leq \kappa < 1.50 \text{ GeV}^{-1}$  möglich. Auf Grund der Massen der verschiedenen Teilchen entsprechen diesen  $\kappa$ -Bereichen unterschiedliche Intervalle in der im Schwerpunktsystem aller Hadronen definierten  $x_F$ -Variablen. Während der Bereich  $0.02 \leq \kappa < 0.10 \text{ GeV}^{-1}$  über die Lorentztransformation im wesentlichen auf die Vorwärtshemisphäre im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem abgebildet wird und das entsprechende  $x_F$ -Intervall zwar  $W$ -abhängig, aber in Folge der hohen anteiligen Laborimpulse  $P_{\text{lab}}/W$  unabhängig von dem Teilchentyp ist, ergeben sich für den Bereich  $0.50 \leq \kappa < 1.50 \text{ GeV}^{-1}$  vollkommen unterschiedliche  $x_F$ -Bereiche in der Rückwärtshemisphäre des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems für Pionen, Kaonen und Protonen.

Ein Vergleich der mittleren Multiplizitäten von geladenen Pionen, Kaonen und Protonen kann somit sinnvoll nur für den Vorwärtbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems durchgeführt werden. Die Anteile der  $\pi, K$  und  $p$  an den geladenen

W [GeV]	$\pi, K, p$			
	$x_F$ -Bereich	$\langle n \rangle^\pi$	$\langle n \rangle^K$	$\langle n \rangle^p$
4 - 6	0.30-0.75	$0.53 \pm 0.06$	-	-
6 - 8	0.20-0.75	$0.79 \pm 0.06$	$0.12 \pm 0.02$	$0.07 \pm 0.01$
8 - 10	0.10-0.65	$0.88 \pm 0.04$	$0.21 \pm 0.02$	$0.10 \pm 0.01$
10-12	0.05-0.55	$1.11 \pm 0.04$	$0.26 \pm 0.02$	$0.17 \pm 0.02$
12-14	0.00-0.45	$1.20 \pm 0.03$	$0.29 \pm 0.02$	$0.19 \pm 0.02$
14-16	0.00-0.35	$1.27 \pm 0.03$	$0.35 \pm 0.03$	$0.19 \pm 0.02$
16-18	0.00-0.25	$1.33 \pm 0.03$	$0.33 \pm 0.03$	$0.26 \pm 0.02$
18-20	0.00-0.20	$1.35 \pm 0.03$	$0.37 \pm 0.03$	$0.24 \pm 0.03$

Tabelle 5.iii Multiplizitäten identifizierter geladener Teilchen in der Vorwärtshemisphäre

Hadronen im Vorwärtbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems werden in Kapitel 6 diskutiert. Die  $W$ -Abhängigkeit der Multiplizitäten im Vorwärtbereich ist in Tabelle 5.iii für die verschiedenen Teilchentypen angegeben. Tabelle 5.iii enthält auch die Angaben über den jeweils überdeckten Bereich in der  $x_F$ -Variablen. Der systematische Fehler für die Multiplizitäten identifizierter geladener Teilchen wurde mit 10 % abgeschätzt; er setzt sich aus den Unsicherheiten bei der Untergrund- und Korrekturbestimmung zusammen.

## 5.2 Die $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten

In Abb. 5-9 ist das mittlere Quadrat der Schwerpunktsenergie als Funktion von  $Q^2$  für die nach der in Kapitel 4.2 beschriebenen Selektion verbliebenen Ereignisse aufgetragen. Das steile Abfallen der mittleren Schwerpunktsenergie im  $Q^2$ -Bereich von  $4-15 \text{ GeV}^2$  ist auf die Bedingung  $\Theta_{\mu'} \geq 0.75^\circ$  zurückzuführen, die Ereignisse

mit kleinem  $Q^2$  bei niedriger Schwerpunktsenergie unterdrückt (vgl. auch Abb. 5-1). Das in Abb. 5-9 zu erkennende leichte Anwachsen von  $\langle \hat{W}^2 \rangle$  mit  $\hat{Q}^2$  oberhalb von  $\hat{Q}^2 = 15 \text{ GeV}^2$  wird durch die schwache Korrelation der Variablen über den Wirkungsquerschnitt verursacht (vgl. Kap. 1).

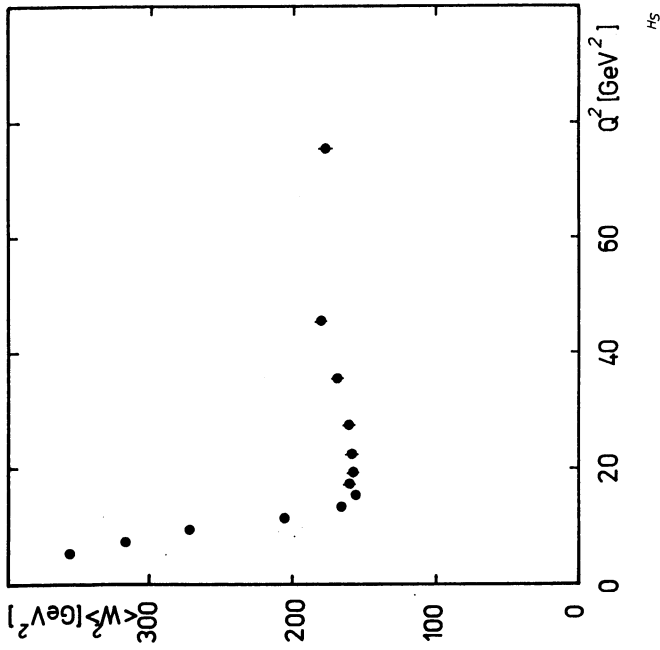


Abb. 5-9 Das gemessene  $\langle W^2 \rangle$  als Funktion von  $Q^2$

Um eine  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten zu studieren, ist es deshalb notwendig die Schwerpunktsenergie festzuhalten. Zur Untersuchung der  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten wurde der kinematisch zugängliche Bereich in 32  $Q^2, W^2$ -Zellen unterteilt. Die auf Strahlungseffekte korrigierten Mittelwerte der Ereignisvariablen  $Q^2, W^2$  in den einzelnen Zellen sind der Tabelle 5.iv zu entnehmen. Die Anzahl der gemessenen Ereignisse in den  $Q^2, W^2$ -Zellen ist ebenfalls in Tabelle 5.iv zusammengestellt.

4-10		10-20		20-50		50-100		$Q^2 [\text{GeV}^2]$
Ereig.	$\langle x_B \rangle$	Ereig.	$\langle x_B \rangle$	Ereig.	$\langle x_B \rangle$	Ereig.	$\langle x_B \rangle$	$W [\text{GeV}]$
-	-	780	0.368	413	0.501	-	-	4-6
-	-	1139	0.232	881	0.361	-	-	6-8
-	-	1535	0.151	1176	0.257	136	0.440	8-10
-	-	1558	0.104	1129	0.195	212	0.350	10-12
308	0.05	1482	0.077	1075	0.149	212	0.283	12-14
679	0.034	1508	0.058	927	0.116	207	0.232	14-16
1355	0.024	1434	0.046	804	0.096	139	0.194	16-18
2406	0.018	1273	0.037	727	0.078	-	-	18-20

4-10		10-20		20-50		50-100		$Q^2 [\text{GeV}^2]$
$\langle Q^2 \rangle$	$\langle W^2 \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$\langle W^2 \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$\langle W^2 \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$\langle W^2 \rangle$	$W [\text{GeV}]$
-	-	14.62	26.65	27.03	27.50	-	-	4-6
-	-	14.43	49.43	27.81	49.82	-	-	6-8
-	-	14.12	81.04	28.05	81.48	64.72	82.85	8-10
-	-	13.77	120.36	29.02	120.37	65.47	121.85	10-12
8.78	170.51	13.84	168.23	29.16	167.62	66.56	168.90	12-14
8.04	228.73	13.71	223.92	29.63	225.25	68.16	224.84	14-16
7.21	291.38	13.74	287.85	30.59	287.93	69.39	287.97	16-18
6.30	362.22	13.89	358.88	30.61	360.38	-	-	18-20

Tabelle 5.iv Mittelwerte der Ereignisvariablen in der  $Q^2, W^2$ -Ebene

Die mittlere geladene Multiplizität des hadronischen Endzustandes:

Die mittlere Multiplizität geladener Hadronen ist in Abb. 5-10a als Funktion von  $Q^2$  für die verschiedenen Intervalle in der Schwerpunktsenergie gezeigt (vgl. auch Tab. B.5.iii im Anhang B).

Die Anpassung eines Polynoms 1. Ordnung in  $\ln Q^2$  (siehe Gl. (5.8)) an die Datenpunkte bei festem  $W^2$  ergab die in Tabelle 5.v aufgeführten Werte für den Achsenabschnitt  $c$  und den Steigungsparameter  $d$ .

$$\langle n \rangle^{\pm} (Q^2) = c + d \cdot \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} \quad Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2 \quad (5.8)$$

Die gemessenen Werte für den Steigungsparameter  $d$  sind positiv über den gesamten Energiebereich von 4-18 GeV. Die Anpassung einer Funktion nach Gl. (5.8) an  $\langle n \rangle > F$  und  $\langle n \rangle > B$  ergab die in Tabelle B.5.iv (im Anhang B) aufgeführten Werte für die Parameter  $c$  und  $d$ .

Die mittlere Multiplizität von geladenen Pionen:

Die  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten von geladenen Pionen ist in Abb. 5-10b für das gesamte Ereignis gezeigt. Die einzelnen Multiplizitätswerte befinden sich in Tab. B.5.v im Anhang B. Die Ergebnisse der Anpassung einer in  $\ln Q^2$  linearen Funktion an die gemessenen Multiplizitätswerte befinden sich in Tabelle 5.v und Tabelle B.5.iv im Anhang B. Die mittleren Multiplizitäten geladener  $\pi$ -Mesonen zeigen ebenfalls einen schwachen Anstieg mit  $\ln Q^2$  bei festgehaltener Schwerpunktsenergie.

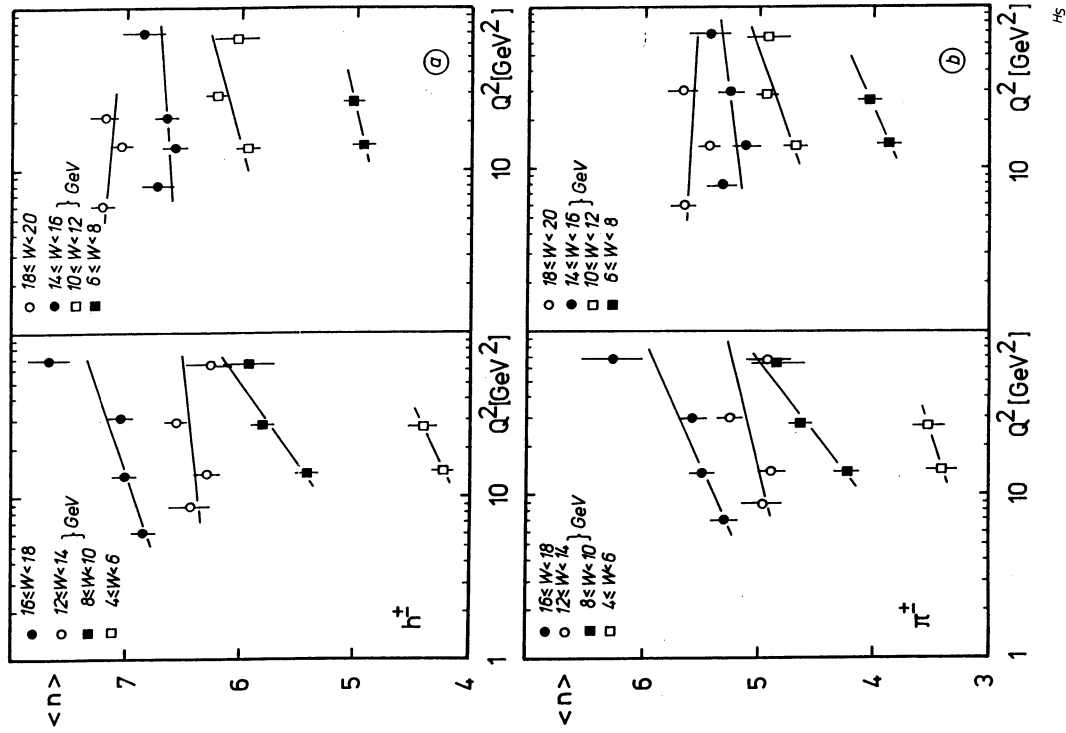


Abb. 5-10a(b) Die mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen ( $\pi$ -Mesonen) als Funktion von  $Q^2$  für  $W^2 = W_0^2$

geladene Hadronen $\langle n \rangle \pm$		d	$\chi^2/FG$	W [GeV]
c				
$3.39 \pm 0.85$	$0.31 \pm 0.29^{+0.03}_{-0.10}$	-	-	4 - 6
$4.57 \pm 0.63$	$0.14 \pm 0.21^{+0.02}_{-0.06}$	-	-	6 - 8
$4.28 \pm 0.45$	$0.44 \pm 0.14^{+0.02}_{-0.06}$	1.06/1	1.06/1	8 - 10
$5.56 \pm 0.40$	$0.17 \pm 0.13^{+0.02}_{-0.07}$	2.42/1	2.42/1	10 - 12
$6.19 \pm 0.34$	$0.07 \pm 0.11^{+0.03}_{-0.07}$	4.16/2	4.16/2	12 - 14
$6.50 \pm 0.29$	$0.05 \pm 0.10^{+0.06}_{-0.10}$	1.71/2	1.71/2	14 - 16
$6.41 \pm 0.26$	$0.22 \pm 0.10^{+0.11}_{-0.18}$	4.16/2	4.16/2	16 - 18
$7.26 \pm 0.24$	$-0.05 \pm 0.10^{+0.21}_{-0.23}$	1.46/1	1.46/1	18 - 20
$\pi$ -Mesonen $\langle n \rangle \pm$				
c	d	$\chi^2/FG$	W [GeV]	
$2.91 \pm 0.89$	$0.18 \pm 0.30$	-	-	4 - 6
$3.20 \pm 0.65$	$0.25 \pm 0.22$	-	-	6 - 8
$2.98 \pm 0.46$	$0.48 \pm 0.15$	0.73/1	0.73/1	8 - 10
$4.14 \pm 0.40$	$0.22 \pm 0.13$	0.91/1	0.91/1	10 - 12
$4.59 \pm 0.34$	$0.15 \pm 0.11$	5.70/2	5.70/2	12 - 14
$4.99 \pm 0.30$	$0.08 \pm 0.10$	2.30/2	2.30/2	14 - 16
$4.73 \pm 0.26$	$0.28 \pm 0.10$	2.70/2	2.70/2	16 - 18
$5.65 \pm 0.24$	$-0.03 \pm 0.10$	3.00/1	3.00/1	18 - 20

**Tabelle 5.v** Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.8) für geladene Hadronen und  $\pi$ -Mesonen. Die erste Fehlerangabe bezieht sich auf den statistischen, die zweite auf den systematischen Fehler.

Die mittlere Multiplizität von neutralen Kaonen:

Die mittleren Multiplizitäten von neutralen Kaonen sind für die einzelnen  $Q^2, W^2$ -Zellen in Tabelle B.5.vi im Anhang B aufgeführt. Die Werte der aus der Anpassungsrechnung erhaltenen Parameter c und d befinden sich in Tabelle 5.vi.

neutrale Kaonen				
c	d	$\chi^2/FG$	W [GeV]	
$0.34 \pm 0.44$	$-0.03 \pm 0.14$	-	-	6 - 8
$-0.31 \pm 0.51$	$0.22 \pm 0.17$	-	-	8 - 10
$0.46 \pm 0.59$	$0.01 \pm 0.20$	-	-	10 - 12
$-0.15 \pm 0.43$	$0.17 \pm 0.15$	2.6/1	2.6/1	12 - 14
$0.78 \pm 0.36$	$-0.12 \pm 0.12$	1.6/1	1.6/1	14 - 16
$0.62 \pm 0.30$	$-0.01 \pm 0.11$	0.1/1	0.1/1	16 - 18
$0.24 \pm 0.26$	$0.13 \pm 0.11$	1.5/1	1.5/1	18 - 20

**Tabelle 5.vi** Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.8) für neutrale Kaonen

Die mittleren Multiplizitäten von identifizierten geladenen Teilchen:

Die Multiplizitäten für Pionen, Kaonen und Protonen sind in Tabelle B.5.vii im Anhang B für den Vorwärtbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems für die verschiedenen  $Q^2, W^2$ -Zellen angegeben.

Systematische Fehler bei der Bestimmung von  $\langle n \rangle (Q^2)$

Die Bestimmung der systematischen Fehler für die  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Hadronmultiplizitäten wurde analog zu dem in Kapitel 5.1 vorgestellten Verfahren durchgeführt. Als Quellen für systematische Fehler wurden die Verletzung der Ladungserhaltung und Ungenauigkeiten bei der Simulation von elektromagnetischen Strahlungseffekten berücksichtigt.

## 6. Diskussion der Ergebnisse

Aus den korrigierten mittleren Multiplizitäten der positiv und negativ geladenen Hadronen wurde die Abweichung  $\Delta n$  von dem auf Grund der Ladungserhaltung erwarteten Wert  $\langle n \rangle^+ - \langle n \rangle^- = 1$  für die einzelnen  $Q^2, W^2$ -Zellen berechnet. Für jedes  $W^2$ -Intervall wurde dann die Steigung  $d^{\Delta n}$  der Abweichung  $\Delta n$  aus der Anpassung der Funktion  $\Delta n = c^{\Delta n} + d^{\Delta n} \ln Q^2$  nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Da die Werte von  $d^{\Delta n}$  für die 8 verschiedenen  $W^2$ -Intervalle innerhalb der statistischen Fehler übereinstimmen, wurde ein mit den statistischen Fehlern gewichtetes Mittel  $\bar{d}^{\Delta n}$  berechnet, um die statistische Signifikanz zu erhöhen. Unter den in Kapitel 5.1 gemachten Voraussetzungen lassen sich die  $1\sigma$ -Grenzen von  $\bar{d}^{\Delta n} = -0.02 \pm 0.04$  als Abschätzung für den maximal möglichen systematischen Fehler auf Grund der Verletzung der Ladungserhaltung verwenden.

Die in Tabelle 5.v und Tabelle B.5.iv für den Steigungsparameter  $d$  angegebenen systematischen Fehler beinhalten zusätzlich die 10%ige Unsicherheit bei der Bestimmung der Strahlungskorrekturen. Zur Abschätzung dieses Fehlers wurden nacheinander die Prozentsätze (vgl. Abb. 4-8), der in einem  $W^2$ - bzw.  $Q^2$ -Intervall erzeugten Ereignisse, die in Folge der elektromagnetischen Strahlungskorrekturen aber in einem anderen  $W^2$ - bzw.  $Q^2$ -Intervall gemessen werden, in der Monte-Carlo-Simulation um 10 % erhöht bzw. erniedrigt.

Die sich daraus über die Korrekturfaktoren ergebenden maximalen Änderungen der Multiplizitätswerte ergeben dann eine Abschätzung für den systematischen Fehler auf Grund der Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der elektromagnetischen Strahlungskorrekturen.

Die Erzeugung von Hadronen stellt eine gemeinsame Eigenschaft hochenergetischer Streu- und Annullationsprozesse dar. Im QPM wird die Hadronproduktion als zweistufiger Prozeß interpretiert (vgl. Kap. 1.2): Die harte Strom-Parton Wechselwirkung, gefolgt von der Transformation der im Streu- oder Annullationsprozeß separierten Partonen in beobachtbare Hadronen. Während die Strom-Parton Wechselwirkung störungstheoretisch berechnet werden kann, ist man bei der Beschreibung der Bildung von gebundenen, farbneutralen Hadronzuständen aus den farbgeladenen Partonen gegenwärtig noch auf Modellvorstellungen angewiesen. Somit stellt die Reproduktion der experimentell gemessenen Abhängigkeiten der Multiplizitäten von den kinematischen Invarianten einer Reaktion in erster Linie ein wichtiges Kriterium für die Beurteilung von Fragmentationsmodellen dar.

In den folgenden Abschnitten werden die in Kapitel 5 dargestellten Ergebnisse mit mittleren Multiplizitäten, die in Lepton-induzierten Reaktionen bestimmt wurden, und mit Vorhersagen des Field-Feynman-Modells sowie des Lund-Modells verglichen.

Während die im QPM erwartete Universalität der Transformation eines hochenergetischen Quarks in Hadronen durch den Vergleich der Multiplizitäten aus verschiedenen Reaktionen überprüft werden kann, ermöglicht der Vergleich der gemessenen mittleren Multiplizitäten mit Modellvorhersagen die Entwicklung eines tieferen Verständnisses des Fragmentationsprozesses. Weiterhin wird untersucht inwieweit sich aus der  $W^2$ - und  $Q^2$ -Abhängigkeit der gemessenen mittleren Multiplizitäten Rückschlüsse auf die Beteiligung von harten QCD-Beiträgen zum Wirkungsquerschnitt ziehen lassen. Da die Hadronformation hauptsächlich durch nichtperturbative Effekte bestimmt wird, wird bei dieser Untersuchung besonderer Wert auf die durch den Fragmentationsprozeß verursachte Variation der Multiplizitäten mit den kinematischen Größen  $Q^2$  und  $W^2$  gelegt.

### 6.1 Die Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizitäten

Der Vergleich der gemessenen Multiplizitäten mit niederenergetischen ep- [38] und  $\mu p$ -Daten [39] zeigt eine gute Übereinstimmung (vgl. Abb. 6-1). Im gesamten Bereich von 2 GeV bis 20 GeV läßt sich die Energieabhängigkeit durch eine in  $W^2$



lineare Funktion beschreiben (siehe Gl.(5.2)). In Abb. 6-1 ist die aus der Anpassungsrechnung an die NA9-Daten erhaltene Gerade eingezeichnet. Abb. 6-2 zeigt einen Vergleich der NA9-Daten mit den in der  $\nu p$ - und  $\bar{\nu} p$ -Streuung [40] gemessenen geladenen Multiplizitäten. Während die  $\bar{\nu} p$ -Multiplizitäten gut mit den  $\mu p$ -Daten übereinstimmen, ist festzustellen, daß sich in der  $\nu p$ -Streuung höhere Multiplizitätswerte ergeben. Diese Unterschiede in den Multiplizitäten lassen sich aus den Unterschieden in der Gesamtladung des in den verschiedenen Reaktionen entstandenen hadronischen Endzustandes verstehen. Da in der Reaktion  $\nu p \rightarrow \mu^- X$  geladene Hadron-Multiplizitäten kleiner 2 nicht auftreten, erwartet man im Mittel höhere geladene Multiplizitäten als in der  $\mu p$ -Streuung. Entsprechend müßte die mittlere geladene Multiplizität in der Reaktion  $\bar{\nu} p \rightarrow \mu^+ X$  im Rahmen dieser Argumentation im Mittel unterhalb der geladenen Multiplizität in der  $\mu p$ -Streuung liegen. Dies ist jedoch nicht der Fall.

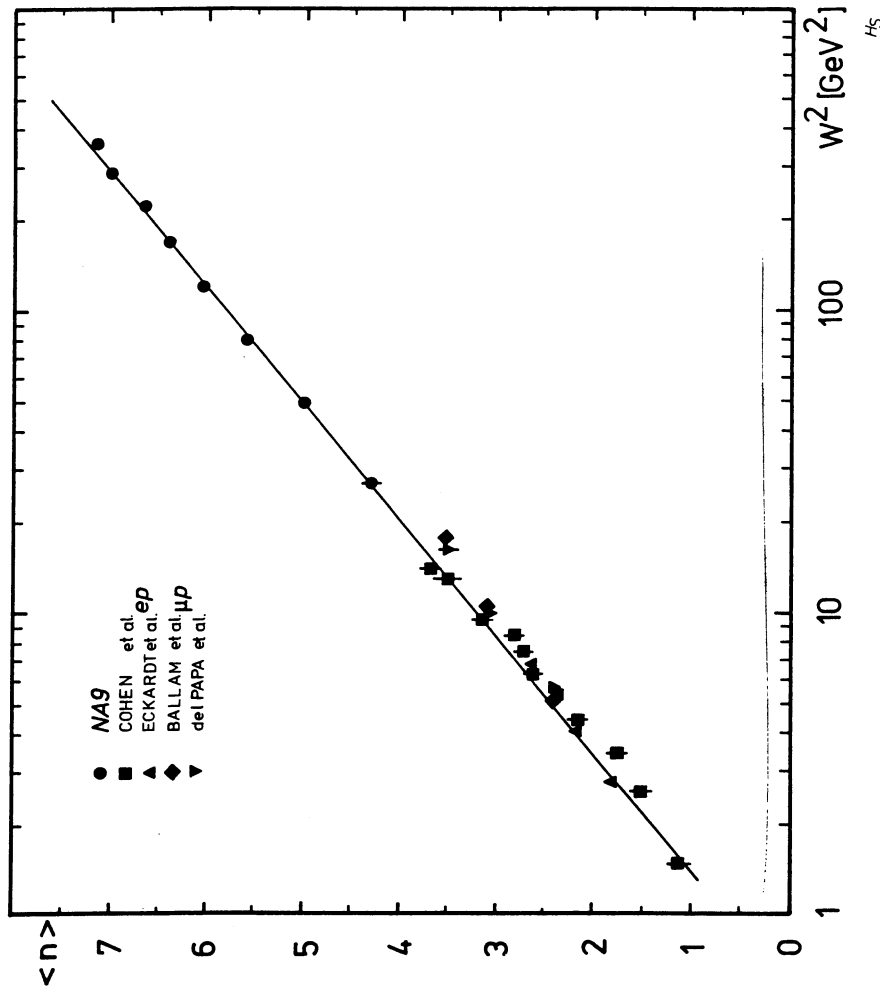


Abb. 6-1 Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit der Multiplizitäten mit niederenergetischen  $\mu p$ - [39] und  $ep$ -Daten [38]

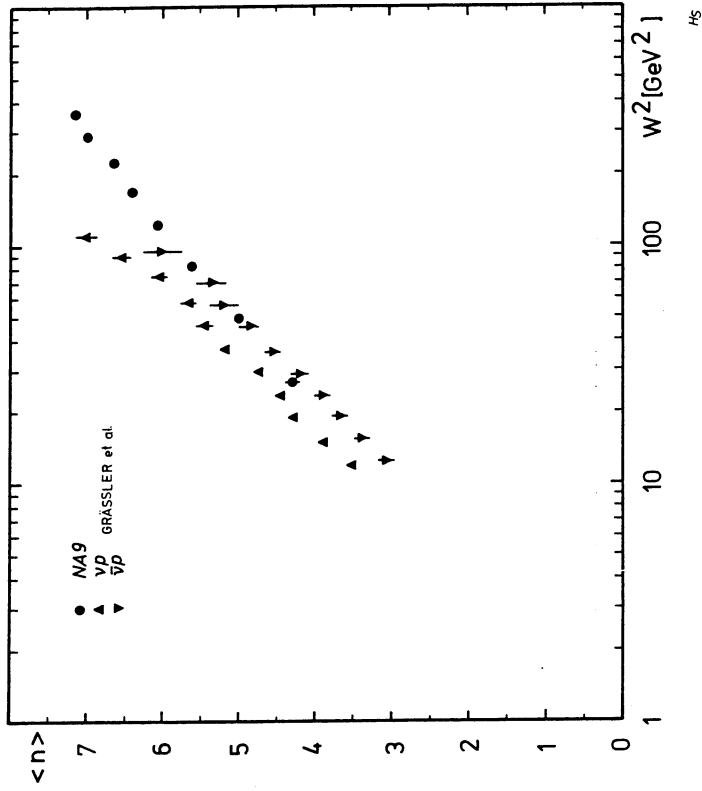


Abb. 6-2 Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit der Multiplizitäten mit  $\nu(p) p$ -Daten [40]

Die Übereinstimmung der  $\bar{\nu}p$ -Multiplizitäten mit den  $\mu p$ -Multiplizitäten läßt sich jedoch im Rahmen des QPM erklären. Dem QPM liegt die Annahme zugrunde, daß das im Streuprozeß 'entstandene' Quark und Targetsystem unabhängig voneinander fragmentieren. Wie in Kap. 1.4 erläutert, ergibt sich die mittlere Multiplizität eines Quark-Jets dann aus dem Integral über die Quark-Fragmentationsfunktion. Beschränkt man sich auf den Fall der Valenzquark-Streuung und approximiert das im Streuprozeß zurückbleibende Targetsystem durch ein Diquark, so ergeben sich die mittleren Multiplizitäten eines Diquark-Jets als das Integral über die Diquark-Fragmentationsfunktion:

$$\begin{aligned} \langle n \rangle_q &= \sum_h \int_{z_{\min}}^1 D_q^h(z) dz \\ \langle n \rangle_{qq} &= \sum_h \int_{z_{\min}}^1 D_{qq}^h(z) dz. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Die mittleren geladenen Multiplizitäten eines Quark- und eines Diquark-Jets entsprechen dabei den Vorwärts- und Rückwärtsmultiplizitäten in der  $\nu(\bar{\nu})p$ - bzw.  $\mu p$ -Streuung. Bei der Beschränkung auf die Valenzquark-Streuung ist die Wahrscheinlichkeit, daß das virtuelle Photon in der Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu' X$  an ein u-Quark koppelt wesentlich größer als die Wahrscheinlichkeit für die Streuung an einem d-Quark. Für die Annahme

$$q_u^{\text{val}}(x_{Bj}) = 2 \cdot q_d^{\text{val}}(x_{Bj})$$

ergibt sich nach Gl. (1.8), daß die Wahrscheinlichkeit für die Streuung an einem u-Valenzquark um einen Faktor 8 größer ist als die Wahrscheinlichkeit für die Streuung an einem d-Quark. Unter Vernachlässigung der See-Quarks ergibt sich folgendes Bild für die  $\nu(\bar{\nu})p$ -Streuung. Das virtuelle  $W^+$ -Boson ( $W^-$ -Boson) in der charged-current-Reaktion  $\nu p \rightarrow \mu^- X$  ( $\bar{\nu} p \rightarrow \mu^+ X$ ) koppelt an ein d (u) Valenzquark, welches sich dann in ein u(d)-Quark umwandelt. In dieser Näherung lassen sich dann die mittleren Multiplizitäten im Rahmen des QPM nach Gl. (6.2) darstellen.

$$\begin{aligned} \langle n \rangle_{\nu p} &= \langle n \rangle_u + \langle n \rangle_{uu} \\ \langle n \rangle_{\mu p} &= \frac{8}{9} \cdot (\langle n \rangle_u + \langle n \rangle_{ud}) + \frac{1}{9} \cdot (\langle n \rangle_d + \langle n \rangle_{du}) \\ \langle n \rangle_{\bar{\nu} p} &= \langle n \rangle_d + \langle n \rangle_{ud} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Da die in der  $\nu p$ - und  $\bar{\nu} p$ -Streuung gemessenen mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen [40] im Vorwärtbereich des Boson-Proton-Schwerpunktsystems gut übereinstimmen folgt, daß  $\langle n \rangle_u \simeq \langle n \rangle_d$  und damit ergibt sich für die mittlere geladene Multiplizität in der  $\mu p$ -Streuung:

$$\langle n \rangle_{\mu p} \simeq \langle n \rangle_{\nu p} + \frac{1}{9} \cdot (\langle n \rangle_{uu} - \langle n \rangle_{ud}). \quad (6.3)$$

Die Differenz  $\langle n \rangle_{uu} - \langle n \rangle_{ud}$  der in der  $\nu p$ - und  $\bar{\nu} p$ -Streuung gemessenen Rückwärtsmultiplizitäten beträgt ca. 0.3 [40], so daß der zweite Summand in Gl. (6.3) gegenüber dem ersten Summanden vernachlässigt werden kann. Die beobachtete Übereinstimmung der mittleren Multiplizitäten in der  $\mu p$ - und  $\bar{\nu} p$ -Streuung erklärt sich also vornehmlich aus der Fragmentation des Targetrestes.

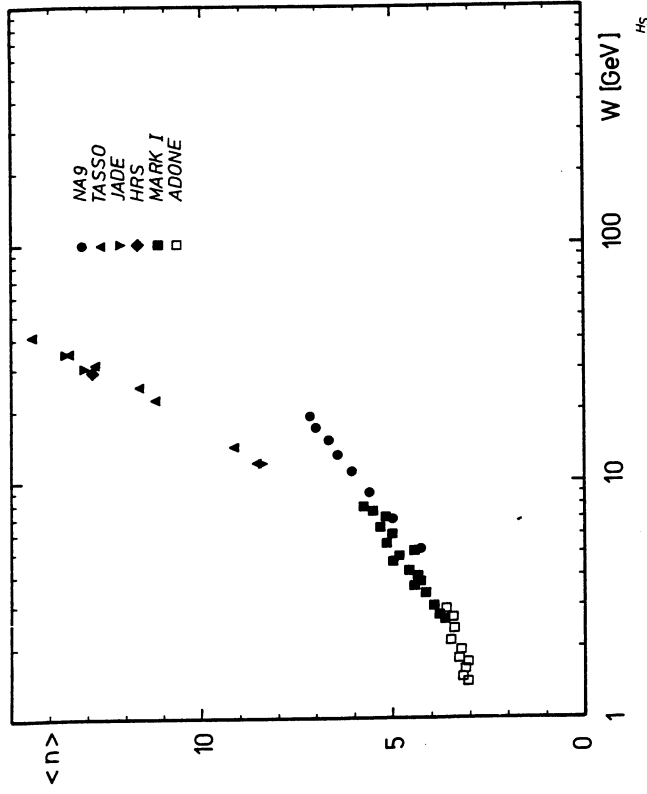


Abb. 6-3 Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit der Multiplizitäten mit  $e^+e^-$ -Daten [41,42]

In Abb. 6-3 sind die gemessenen mittleren Multiplizitäten im Vergleich mit Daten aus der  $e^+e^-$ -Vernichtung [41,42] dargestellt. Bei diesem Vergleich ist zu berücksichtigen, daß die Daten aus der  $e^+e^-$ -Vernichtung im Gegensatz zu den NA9-Multiplizitäten die geladenen Zerfallsprodukte aus  $K_s^0$ - und  $\Lambda$ -Zerfällen beinhalten.

ten. Die unterschiedlichen mittleren Multiplizitätswerte in den beiden Reaktionen erklären sich jedoch hauptsächlich einerseits durch die höhere Multiplizität von Quark-Jets im Vergleich zu Diquark-Jets (siehe Abb. 5-2) und andererseits durch die Erzeugung von schweren Quarks in der  $e^+e^-$ -Annihilation; D- und B-Mesonen weisen hohe geladene Zerfalls-Multiplizitäten auf.

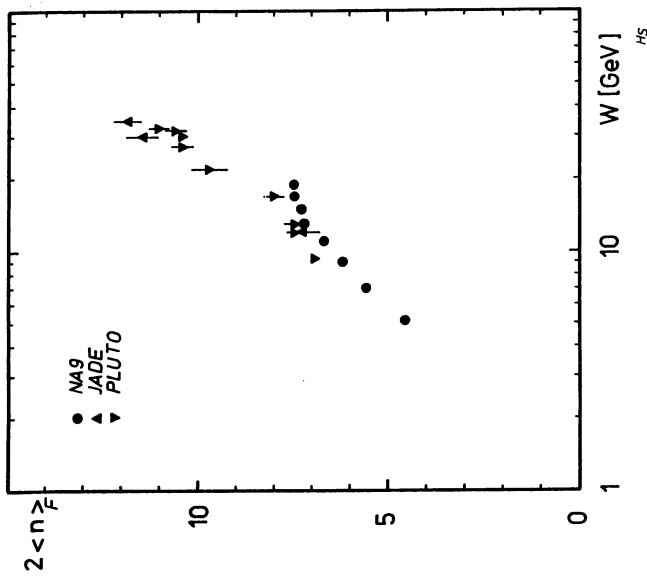


Abb. 6-4 Vergleich der gemessenen Energieabhängigkeit von  $2 < n >$  mit  $e^+e^-$ -Daten [43]

In der  $e^+e^-$ -Vernichtung hadronisieren ein Quark und Anti-Quark. In der  $\mu p$ -Streuung stammen die in der Vorwärtshemisphäre des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems gemessenen Hadronen vornehmlich aus der Fragmentation des gestreuten Quarks (oder Anti-Quarks), so daß die 2-fache Vorwärtsmultiplizität in der  $\mu p$ -Streuung

mit der in der  $e^+e^-$ -Vernichtung gemessenen Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes übereinstimmen sollte. Abb. 6-4 zeigt die auf  $K_s^0$ - und  $\Lambda$ -Zerfälle korrigierten  $e^+e^-$ -Multiplizitäten [43] im Vergleich mit  $2 < n >_F$ . Die  $\mu p$ -Daten schließen sich gut an die in der  $e^+e^-$ -Vernichtung gemessenen Multiplizitäten an und die kombinierten Multiplizitäten zeigen das schon allein in der  $e^+e^-$ -Annihilation beobachtete (siehe Abb. 6-3) schnellere als logarithmische An-

wachsen mit der Schwerpunktsenergie.

Die mittlere geladene Multiplizität in der  $e^+e^-$ -Vernichtung kann zufriedenstellend durch die, im Grenzfall hoher Impulsüberträge gültige QCD-Formel (Gl. (1.14)) beschrieben werden. Die Interpretation des schnelleren als logarithmischen Anwachsens der mittleren Multiplizitäten mit der Schwerpunktsenergie  $W$  allein auf Grund von Gluon-Bremsstrahlungsereignissen muß jedoch umstritten bleiben [44]. Einerseits zeigen Berechnungen mit dem Lund-Modell für die  $e^+e^-$ -Vernichtung, daß die Berücksichtigung von Gluon-Bremsstrahlungsereignissen lediglich eine Erhöhung der mittleren geladenen Multiplizität um 1 Einheit bei  $W = 30$  GeV gegenüber dem Wert von  $< n > \approx 12$  bewirkt [45], der sich ohne Berücksichtigung von QCD-Korrekturen zum Parton-Wirkungsquerschnitt ergibt. Andererseits ergibt der von der HRS-Kollaboration durchgeführte Vergleich der mittleren geladenen Multiplizitäten von Gluon- und Quark-Jets bei einer Schwerpunktsenergie von 29 GeV keinen signifikanten Unterschied [46]. Die Abweichung der Energieabhängigkeit der in der  $e^+e^-$ -Annihilation gemessenen mittleren geladenen Multiplizitäten von der logarithmischen Form ist also, im bisher zugänglichen Energiebereich, offensichtlich im weitaus größeren Maße durch nicht-perturbative Effekte als durch den Beitrag von Gluon-Bremsstrahlungsereignissen bestimmt.

Im Bereich  $x_B > 0.2$  dominiert in der Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu^+ X$  die Valenzquark-Streuung. Wie oben bereits erwähnt, ist die Wahrscheinlichkeit, daß das virtuelle Photon an ein u-Quark koppelt dabei auf Grund der Quark-Ladungen wesentlich größer als die Wahrscheinlichkeit für die Streuung an einem d-Quark. Unter Vernachlässigung von See-Quarks koppelt das virtuelle  $W^+$ -Boson ( $W^+$ -Boson) in der charged-current-Reaktion  $\nu p \rightarrow \mu^+ X(\bar{\nu} p \rightarrow \mu^+ X)$  an ein d(u) Valenzquark, welches sich dann in ein u(d)-Quark umwandelt. Daher sollte die Vorwärtsmultiplizität (Rückwärtsmultiplizität) in der  $\mu p$ -Streuung näherungsweise mit den entsprechenden Multiplizitäten in der  $\nu p(\bar{\nu} p)$ -Streuung übereinstimmen. Wie aus Abb. 6-5 ersichtlich ist dies auch tatsächlich der Fall.

Abb. 6-6 zeigt einen Vergleich der gemessenen Vorwärtsmultiplizität mit

$e^+e^-$ -Experimenten gewonnen wurden, berechnet. Offensichtlich ist dieses Modell nicht in der Lage, die beobachteten Multiplizitäten zu reproduzieren. Im Bereich kleiner Schwerpunktsenergien liefert das Lund-Modell zu niedrige, im Bereich hoher Energien zu hohe Multiplizitätswerte.

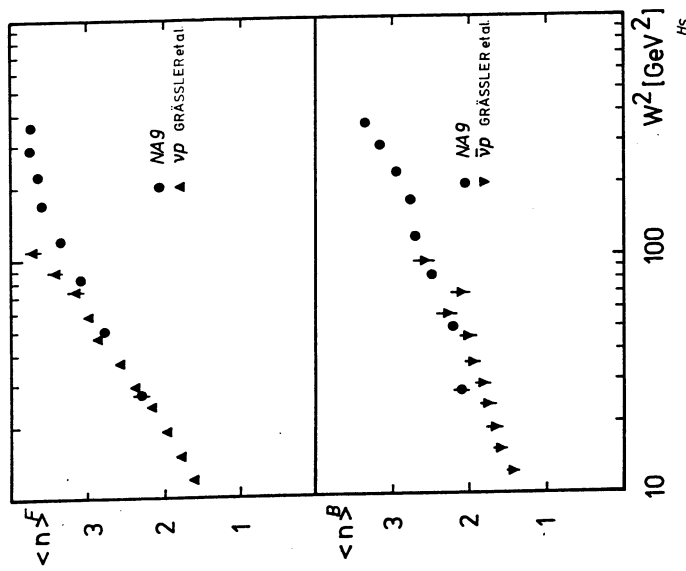


Abb. 6-5 Vergleich der Energieabhängigkeit der Vorwärts- bzw. Rückwärtsmultiplizitäten in der  $\mu p$ - und  $\nu(\bar{\nu})p$ -Streuung

den vom Field-Feynman-Modell vorhergesagten mittleren Multiplizitäten des geladenen hadronischen Endzustandes. Die vom Field-Feynman-Modell erzeugten Multiplizitäten wurden dabei mit Hilfe der in [15] angegebenen analytischen Formeln für die  $Q^2$ -unabhängigen Quark-Fragmentationsfunktionen berechnet. Obwohl das Modell tendenziell zu niedrige Multiplizitätswerte im Vergleich zu den Daten ergibt, wird die Energieabhängigkeit gut reproduziert.

In Abb. 6-7 ist die gemessene mittlere geladene Multiplizität mit der Vorhersage des Lund-Modells für die Lepto-Produktion verglichen. Die gestrichelte Linie in Abb. 6-7 wurde mit den Standard-Parametern des Lund-Modells, die aus

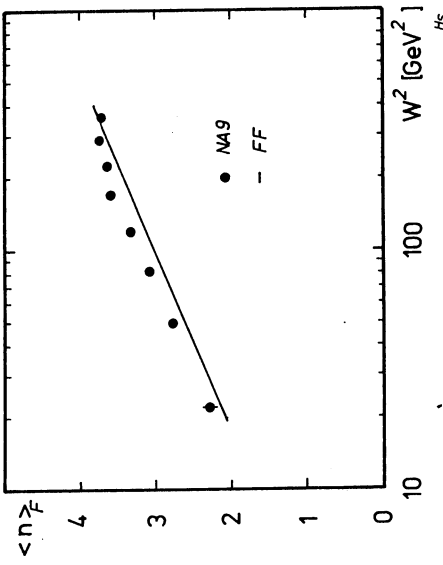


Abb. 6-6 Vergleich der Energieabhängigkeit der Vorwärtsmultiplizität mit der Vorhersage des Field-Feynman-Modells

Die Unfähigkeit des Modells, die geladenen mittleren Multiplizitäten in der Lepto-Produktion zu beschreiben, wurde bereits in der  $\nu p(n)$ -Streuung von der WA25-Kollaboration festgestellt [47]. Das WA25-Experiment erreichte Schwerpunktsenergien bis 10 GeV. Unterhalb von  $W = 10$  GeV sind  $O(\alpha_s)$ -Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt vernachlässigbar. Um eine gute Beschreibung der geladenen Multiplizitäten in der  $\nu p$ -Streuung zu erreichen, mußte der Parameter im Modell,

der die minimale Energie festlegt, bei der die Fragmentationskaskade abgebrochen wird (der sog. 'stopping point') von seinem Standardwert 2 GeV auf 0.2 GeV erniedrigt werden. Neben dem 'stopping point' hängt die erzeugte Multiplizität im Modell von der gewählten Fragmentationsfunktion sowie von dem gewählten Verhältnis von Pseudoskalaren- zu Vektor-Mesonen ab. Diese Parameter wurden in der WA25-Analyse jedoch nicht geändert, da die Standardwerte die gemessene Energieverteilung der Hadronen und die gemessene Rate der erzeugten Vektor-Mesonen gut reproduzierten.

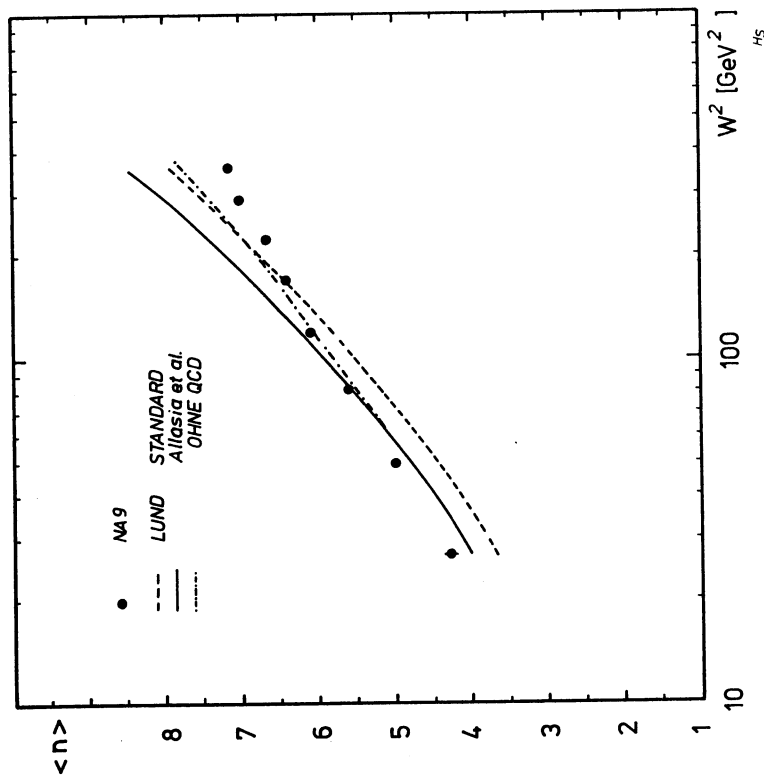


Abb. 6-7 Vergleich der Energieabhängigkeit der Multiplizitäten geladener Hadronen mit der Vorhersage des Lund-Modells

Die mit dieser Parameteränderung erhaltene Modellvorhersage ist in Abb. 6-7 als durchgezogene Linie dargestellt. Die Multiplizitäten sind praktisch unabhängig von der Schwerpunktsenergie zu höheren Werten hin verschoben. Während sich die Übereinstimmung bei niedrigen Energien etwas verbessert, weicht die Modellvorhersage jetzt im höchsten Energieintervall um mehr als 1 Einheit von den gemessenen Multiplizitäten ab.

Zudem wächst die mittlere geladene Multiplizität im Lund-Modell schneller als mit dem Logarithmus der Schwerpunktsenergie. Die funktionale Abhängigkeit der mittleren geladenen Multiplizitäten im Modell läßt sich durch Gl. (6.4) beschreiben.

$$\langle n \rangle > \pm (W^2) = a + b \cdot \ln W^2 + c \cdot \ln^2 W^2 \quad (6.4)$$

Die hohen Multiplizitätswerte für  $W^2 > 100 \text{ GeV}^2$  im Lund-Modell sind auf die QCD-Korrekturen 1. Ordnung in  $\alpha_s$  und die Fragmentation der entsprechenden Parton-Konfigurationen zurückzuführen. Wie in Kap. 1.4 erläutert, ist der Anteil von Gluon-Bremstrahlungseignissen ( $x_{\gamma q \rightarrow qg}$ ) im kinematischen Bereich des NA9-Experimentes relativ klein, während das Photon-Gluon-Fusionsdiagramm bis zu 20% zum Wirkungsquerschnitt im höchsten Energieintervall beiträgt (vgl. Abb. 1-6). Dies führt zusammen mit der hohen Multiplizität der Photon-Gluon-Fusionseignisse ( $n_{\gamma \rightarrow q\bar{q}}$ ) im Lund-Modell (siehe Abb. 1-9) zu den hohen vorhergesagten Multiplizitätswerten. Der Wirkungsquerschnitt für den Prozeß der Photon-Gluon-Fusion in der  $\mu p$ -Streuung läßt sich als das Produkt der Gluon-Verteilung im Proton und der Splitting-Funktion  $P_{qg}(z)$  angeben [19].  $P_{qg}(z)$  gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, mit der sich ein Gluon in ein  $q\bar{q}$ -Paar aufspaltet, so daß das entstehende Quark einen Impulsbruchteil  $z$  des Gluons trägt. Die relative Häufigkeit für den Prozeß der Photon-Gluon-Fusion wird also auch wesentlich von der experimentell zu bestimmenden Gluon-Verteilung im Target bestimmt. Im Lund-Modell werden für die Parton-Verteilungsfunktionen im Proton die Parametrisierungen von Glück, Hoffmann und Reya [8] verwendet. Wird diese Parametrisierung durch die Parametrisierung der Parton-Verteilungsfunktionen von Duke und Owens (Set I) [9] ersetzt, ergibt sich nach Gl. (1.21), die die Zusammensetzung der mittleren Multiplizitäten aus den relativen Häufigkeiten der Reaktionen  $\gamma q \rightarrow q, \gamma q \rightarrow qg$  und  $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$  in der  $\mu p$ -Streuung als Funktion von  $W^2$  beschreibt, eine maximale Änderung der Multiplizitäten bei hohem  $W$  von 1%. Die Unsicherheiten in der experimentell bestimmten Gluon-Verteilung im Proton können demnach die Unterschiede der mittleren Multiplizitäten im Lund-Modell und in den NA9-Daten nicht erklären.

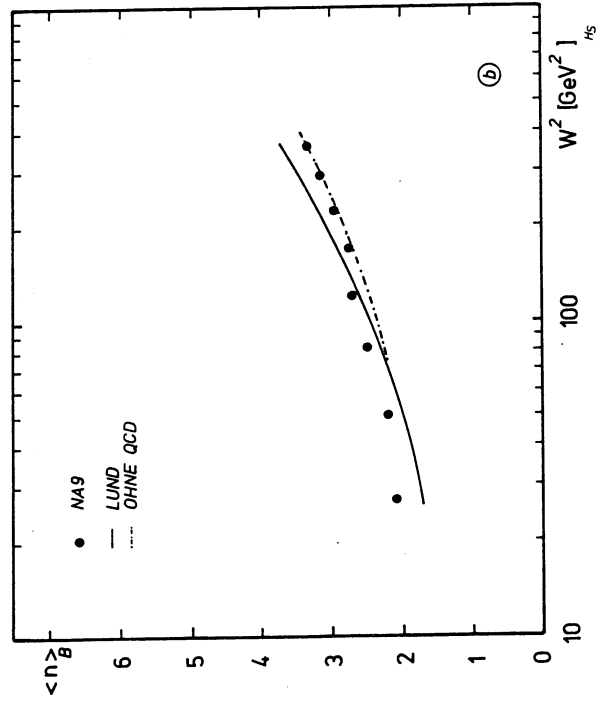
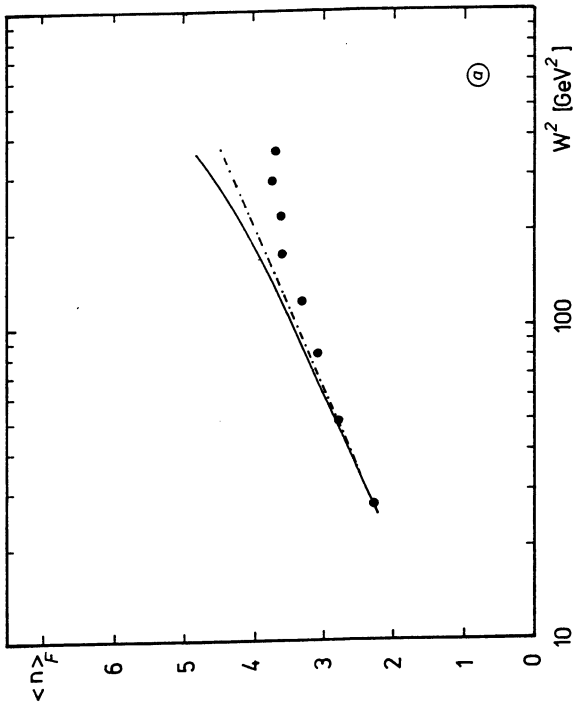


Abb. 6-8a(b) Vergleich der Energieabhängigkeit der Vorwärts(Rückwärts)-Multiplizitäten mit Vorhersagen des Lund-Modells

Werden bei der Berechnung der Modellvorhersage für die mittleren geladenen Multiplizitäten die QCD-Ereignisse nicht mit einbezogen, ergibt sich die in Abb. 6-7 punktiert-gestrichelt gezeigte Abhängigkeit der Multiplizitäten von der zur Verfügung stehenden Schwerpunktsenergie. Die Übereinstimmung mit den gemessenen mittleren Multiplizitäten ist etwas verbessert. Die Übereinstimmung der Multiplizitäten für den gesamten hadronischen Endzustand im mittleren Energiebereich scheint aber mehr zufällig zu sein, da die Vorwärts- und Rückwärtsmultiplizitäten nicht reproduziert werden (vgl. Abb. 6-8).

Auch ohne Berücksichtigung von QCD-Korrekturen, sagt das Modell für höhere Schwerpunktsenergien ein schnelleres Anwachsen der Multiplizitäten als proportional zu  $\ln W^2$  voraus. Wie aus Abb. 6-8 ersichtlich, hat das seine Ursache in der Fragmentation des Targetsystems. Während die Vorwärtsmultiplizität im Modell unter Vernachlässigung von  $O(\alpha_s)$ -QCD-Ereignissen linear mit  $\ln W^2$  anwächst, wird zur Beschreibung der Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizitäten im Rückwärtsbereich nach wie vor ein quadratischer Term in  $\ln W^2$  benötigt (vgl. Tabelle 6.i).

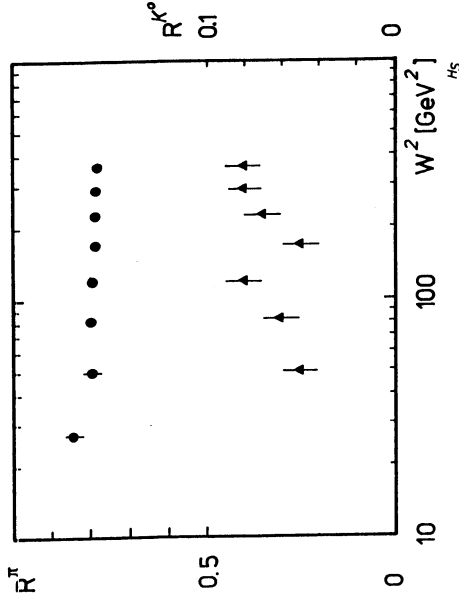
Dies erklärt sich folgendermaßen: Mit zunehmender Schwerpunktsenergie verringert sich das mittlere  $x_B$  (siehe Tab. 5.iv), so daß bei hohen Schwerpunktsenergien die See-Quark Streuung dominiert. Bei der Simulation der Streuung an einem See-Quark wird im Lund-Modell ein Zuschauer-Baryon bzw. ein Zuschauer-Meson im Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems gebildet (vgl. Kap. 1.4), so daß sich die Multiplizität im Rückwärtsbereich für diese Ereignisse relativ zu der in der Valenzquark Streuung erzeugten Multiplizität erhöht.

Die Simulation von See-Quark bzw. See-Antiquark-Ereignissen und Photon-Gluon-Fusionsereignissen basiert im Lund-Modell auf ähnlichen Annahmen über den Aufbau der zu fragmentierenden Parton-Konfigurationen (siehe Kap. 1.4). Der einzige Unterschied liegt in der Ausbildung von 2 String-Systemen in der Photon-Gluon-Fusion, die beide genügend Energie tragen um zu fragmentieren. In der See-Quark (See-Antiquark) Streuung werden ebenfalls zwei String-Systeme gebildet, wobei aber angenommen wird, daß die invariante Masse des einen String-Systems nicht ausreicht um zu fragmentieren; in diesem Fall wird im Modell lediglich ein Zuschauer-Hadron im Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems gebildet. Diese im Lund-Modell bei der Simulation von See-Quark (See-Antiquark) Streueignissen und Photon-Gluon-Fusionsereignissen gemachten Annahmen bedürfen also einer Abänderung, da sie zu keiner befriedigenden Beschreibung der beobachteten Multiplizitäten führen.

Standard Parameter			
a	b	c	$\chi^2/FG$
$2.06 \pm 0.24$	$-0.11 \pm 0.11$	$0.19 \pm 0.01$	$15.5/5$
$0.44 \pm 0.19$	$0.29 \pm 0.08$	$0.06 \pm 0.01$	$8.2/5$
$1.62 \pm 0.15$	$-0.41 \pm 0.07$	$0.12 \pm 0.01$	$14.5/5$
$0.40 \pm 0.24$	$0.83 \pm 0.11$	$0.05 \pm 0.01$	$3.6/5$
$-0.23 \pm 0.19$	$0.68 \pm 0.09$	$0.01 \pm 0.01$	$3.2/5$
$0.63 \pm 0.15$	$0.15 \pm 0.07$	$0.05 \pm 0.01$	$6.8/5$
Neutrino Parameter (Allasia et al.)			
a	b	c	$\chi^2/FG$
$2.34 \pm 0.27$	$-0.15 \pm 0.12$	$0.20 \pm 0.01$	$19.0/5$
$0.09 \pm 0.22$	$0.51 \pm 0.09$	$0.05 \pm 0.01$	$5.0/5$
$2.25 \pm 0.17$	$-0.67 \pm 0.08$	$0.15 \pm 0.01$	$19.5/5$
$0.78 \pm 0.28$	$0.76 \pm 0.13$	$0.07 \pm 0.01$	$2.0/5$
$-0.59 \pm 0.22$	$0.92 \pm 0.09$	$-0.01 \pm 0.01$	$0.7/5$
$1.37 \pm 0.17$	$-0.16 \pm 0.07$	$0.08 \pm 0.01$	$3.0/5$

**Tabelle 6.i** Energieabhängigkeit der Multiplizitäten geladener Hadronen im Lund-Modell

Abb. 6-9 zeigt das Verhältnis  $R^{\pi, K^0}$  der mittleren Multiplizitäten von  $\pi^-$  bzw.  $K^0$ -Mesonen und geladenen Hadronen als Funktion der Schwerpunktsenergie. Es deutet sich eine leichte Variation dieser Verhältnisse mit der zur Hadronerzeugung zur Verfügung stehenden Energie an; das Verhältnis  $R^{\pi}$  fällt schwach und  $R^{K^0}$  steigt leicht mit zunehmender Schwerpunktsenergie. Diese Beobachtung steht in Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus der  $e^+e^-$ -Annihilation. Auch hier zei-



**Abb. 6-9** Das Verhältnis der mittleren Multiplizitäten von geladenen  $\pi^-$  bzw.  $K^0$ -Mesonen als Funktion von  $W^2$

gen die Verhältnisse der mittleren Multiplizitäten der einzelnen Hadrontypen keine starke Variation mit der Schwerpunktsenergie [48]. In Tabelle 6.ii sind die entsprechenden Anteile der identifizierten geladenen Pionen, Kaonen und Protonen an allen identifizierten geladenen Hadronen für den Vorwärtsbereich im  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem aufgeführt. Bei der Interpretation ist jedoch zu beachten, daß die Bestimmung der Multiplizitäten für identifizierte geladene Hadronen nur in bestimmten,  $W$ -abhängigen  $x_F$ -Intervallen durchgeführt werden konnte (siehe Kap. 4.4), so daß die erhaltenen Werte nur mit Modellvorhersagen, die unter den gleichen Bedingungen erhalten wurden, verglichen werden können. Wie aus Tab. 6.ii ersichtlich, reproduziert das Lund-Modell die experimentell gefundenen Teilchenraten qualitativ.

Eine derartige  $Q^2$ -Abhängigkeit wurde erstmals für die aus den Fragmentationsfunktionen im Vorwärtsbereich berechneten Non-Singulett Momente von der WA21-Kollaboration in der  $\nu N$ -Streuung festgestellt [50]. Bei der Analyse wurde die Ereignismenge ausschließlich in  $Q^2$ -Intervalle eingeteilt und die Energieabhängigkeit der Fragmentationsfunktionen wurde vernachlässigt. Es zeigte sich jedoch, daß bei Verwendung von Ereignissen mit  $W > 4$  GeV die zuvor festgestellte  $Q^2$ -Abhängigkeit verschwindet. Dies läßt darauf schließen, daß die beobachtete  $Q^2$ -Abhängigkeit durch eine Reflexion der Energieabhängigkeit verursacht wurde (vgl. Kap. 1.1).

Um die von der QCD vorhergesagte Skalenverletzung in den Fragmentationsfunktionen experimentell zu überprüfen, ist es daher unbedingt notwendig, die  $Q^2$ -Abhängigkeit bei festgehaltener Schwerpunktsenergie zu studieren. Dazu wird jedoch eine sehr hohe Statistik von Streu- und Monte-Carlo-Ereignissen benötigt. Auf Grund der beschränkten Statistik wurde dazu übergegangen, die mittlere geladene Multiplizität (das 1. Moment der Fragmentationsfunktionen) als Funktion von  $Q^2$  bei festem  $W^2$  zu untersuchen.

Messungen in der  $\nu p$ - und  $\bar{\nu} p$ -Streuung, in denen Schwerpunktsenergien in der Größenordnung von  $W \simeq 10$  GeV erreicht wurden, ergaben keinen Hinweis auf eine  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren geladenen Multiplizitäten [51].

Die im NA9-Experiment gemessenen mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen zeigen einen Anstieg mit  $\ln Q^2$  bei festgehaltener Schwerpunktsenergie (siehe Kap. 5.2). Der gemessene Steigungsparameter unterscheidet sich in einem einzelnen  $W$ -Intervall zwar nicht signifikant von Null, ist aber über den gesamten  $W$ -Bereich positiv.

Neben der von der QCD vorhergesagten Skalenverletzung in den Fragmentationsfunktionen, kann eine  $Q^2$ -Abhängigkeit der Multiplizitäten auch, wie oben erwähnt, durch die Korrelation der Ereignisvariablen  $Q^2$  und  $W^2$  entstehen. Wie aus Tab. 5.iv zu entnehmen, ist die maximale Variation des mittleren  $W^2$  mit  $Q^2$  bei der gewählten Einteilung des kinematischen Bereiches klein (maximal  $2 \text{ GeV}^2$ ). Da auch das mittlere  $x_{Bj}$  mit steigendem  $Q^2$  für festgehaltenes  $W^2$  wächst (siehe Gl. (1.3)); ändert sich auch die Wahrscheinlichkeit für die Streuung an den verschiedenen Quark-Flavour im Proton von  $Q^2$ - zu  $Q^2$ -Intervall.

D.h. auch ohne QCD-Beiträge ist eine Variation der mittleren Multiplizitäten mit  $Q^2$  nicht auszuschließen. Von daher bietet sich ein Vergleich der gemessenen  $Q^2$ -Abhängigkeit mit dem Lund-Modell an, welches diese kinematischen Abhängigkeiten berücksichtigt.

Daten		Lund			W [GeV]
$R^\pi$	$R^K$	$R^p$	$R^\pi$	$R^K$	$R^p$
$0.81 \pm 0.03$	$0.12 \pm 0.05$	$0.07 \pm 0.04$	$0.82 \pm 0.03$	$0.11 \pm 0.06$	$0.07 \pm 0.04$
$0.74 \pm 0.02$	$0.18 \pm 0.04$	$0.08 \pm 0.03$	$0.78 \pm 0.02$	$0.12 \pm 0.04$	$0.10 \pm 0.04$
$0.72 \pm 0.02$	$0.17 \pm 0.03$	$0.11 \pm 0.04$	$0.79 \pm 0.02$	$0.13 \pm 0.03$	$0.08 \pm 0.04$
$0.71 \pm 0.01$	$0.17 \pm 0.03$	$0.11 \pm 0.03$	$0.79 \pm 0.02$	$0.12 \pm 0.03$	$0.09 \pm 0.03$
$0.70 \pm 0.01$	$0.19 \pm 0.03$	$0.10 \pm 0.03$	$0.79 \pm 0.01$	$0.12 \pm 0.03$	$0.08 \pm 0.03$
$0.69 \pm 0.01$	$0.17 \pm 0.03$	$0.14 \pm 0.03$	$0.79 \pm 0.01$	$0.12 \pm 0.02$	$0.09 \pm 0.03$
$0.69 \pm 0.01$	$0.19 \pm 0.03$	$0.12 \pm 0.04$	$0.79 \pm 0.01$	$0.12 \pm 0.02$	$0.09 \pm 0.03$

Tabelle 6.ii Teilchenraten als Funktion von  $W$  im Vorwärtsbereich

## 6.2 Die $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten

Die QCD sagt eine  $Q^2$ -Abhängigkeit der Fragmentationsfunktionen voraus. Die Momente der nach Gl. (6.5) definierten Non-Singulett Quarkfragmentationsfunktionen entkoppeln von der Gluon-Fragmentationsfunktion, so daß

$$D_{NS}^{\bar{q}} = D_q^{\pi^-} - D_q^{\pi^+} \quad (6.5)$$

die Lösung der Altarelli-Parisi Gleichungen für die Non-Singulett Momente eine besonders einfache Form annimmt [49]:

$$M_{NS}(n, Q^2) = \left[ \frac{\ln(Q_c^2/\Lambda^2)}{\ln(Q^2/\Lambda^2)} \right]^{d_n^{NS}} \cdot M_{NS}(n, Q_c^2). \quad (6.6)$$

$M_{NS}(n, Q_c^2)$  sind die experimentell zu bestimmenden Anfangswerte auf einer Skala  $Q_c^2$  und  $d_n^{NS}$  die sog. anomalen Dimensionen. Die Non-Singulett Momente nehmen mit zunehmendem  $Q^2$  ab, da  $d_n^{NS} > 0$ .



der mittleren Multiplizitäten von  $Q^2$  voraus, die Modellvorhersage liegt aber im gesamten Energiebereich unterhalb der gemessenen Werte.

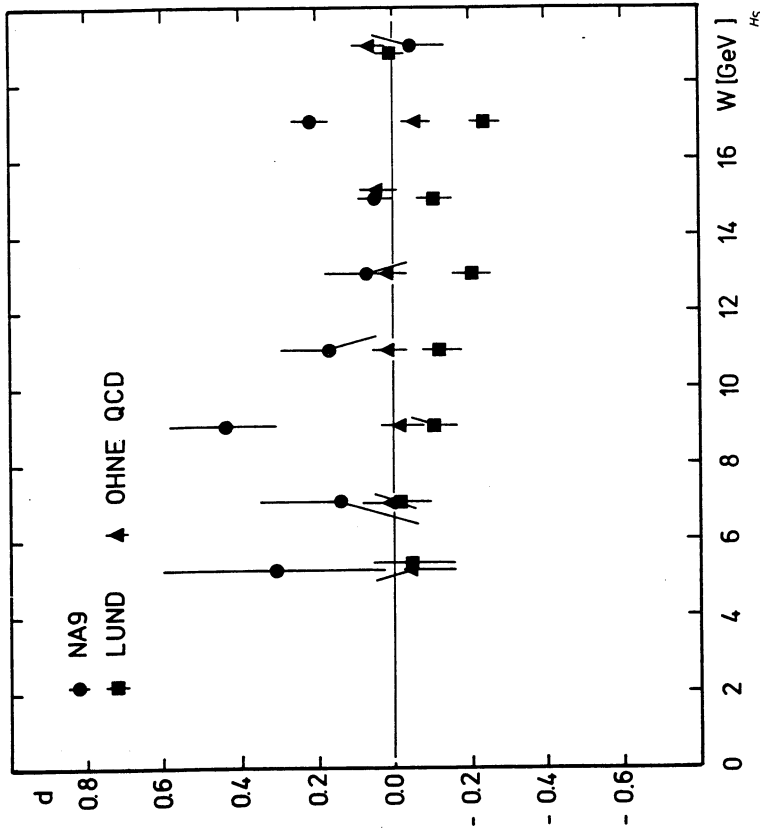


Abb. 6-10 Vergleich der gemessenen Steigungsparameter  $d$  mit Vorhersagen des Lund-Modells als Funktion von  $W$

In Abb. 6-10 sind die aus der Anpassungsrechnung an die Daten und die Monte-Carlo-Ereignisse erhaltenen Steigungsparameter  $d$  (siehe Gl. (5.8)) verglichen. Bei der Berechnung der in Abb. 6-10 als Dreiecke dargestellten Modellvorhersage wurden  $O(\alpha_s)$ -QCD-Ereignisse nicht berücksichtigt und es wurden die von der WA25-Kollaboration bestimmten Parameter verwendet (siehe Kap. 6.1). Rechnungen mit den Standardparametern des Lund-Modells ergaben jedoch vergleichbare Ergebnisse. Bei Vernachlässigung von  $O(\alpha_s)$ -Ereignissen sagt das Modell keine Abhängigkeit

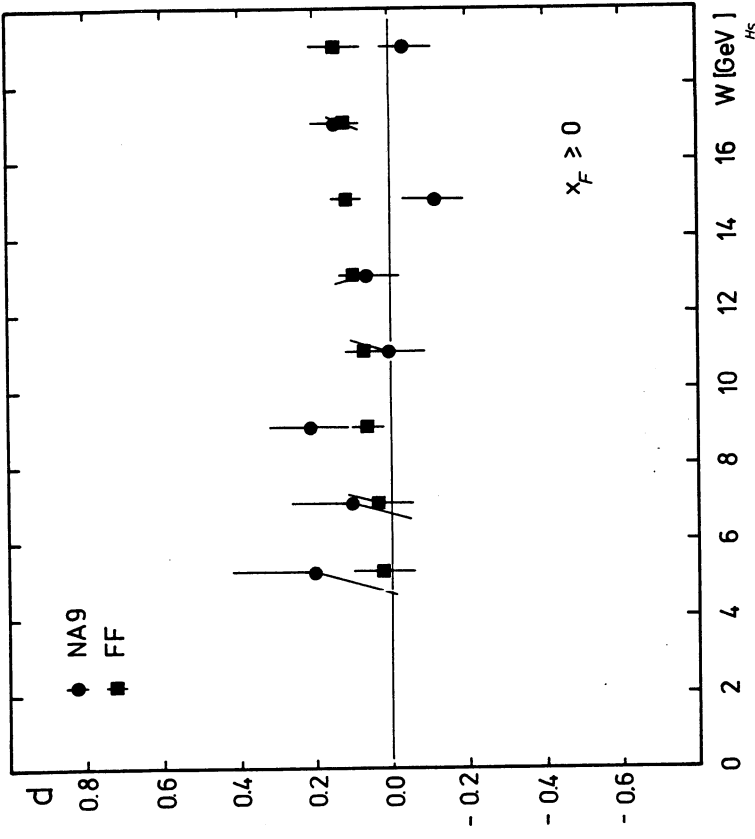


Abb. 6-11 Vergleich der gemessenen Steigungsparameter  $d$  im Vorwärtsbereich mit der Vorhersage des Field-Feynman-Modells als Funktion von  $W$

Werden in die Monte-Carlo-Rechnung die  $O(\alpha_s)$ -Ereignisse mit einbezogen, ergeben sich die in Abb. 6-10 als Quadrate dargestellten Steigungsparameter. Die vom Modell erzeugten geladenen mittleren Multiplizitäten fallen jetzt mit steigendem  $Q^2$  bei festem  $W^2$  und die Steigungsparameter haben sich zudem weiter von den experimentell gemessenen Werten entfernt. Zusätzlich wird eine

Energie-Abhängigkeit des Steigungsparameters in  $\ln Q^2$  vorhergesagt. Diese  $W$ -Abhängigkeit des Steigungsparameters  $d$  erklärt sich durch den Beitrag der Photon-Gluon-Fusionsereignisse. Einerseits wächst der Anteil von Photon-Gluon-Fusionsereignissen mit der Schwerpunktsenergie (vgl. Abb. 1-6), andererseits variiert die Wahrscheinlichkeit für den Prozeß der Photon-Gluon-Fusion, auf Grund der Änderung der Gluon-Verteilung im Proton, auch mit  $x_B$  bzw. mit  $Q^2$  für ein festes  $W^2 = W_0^2$  (siehe Abb. 1-7). So ändert sich z.B. der Anteil von Photon-Gluon-Fusionsereignissen für das vorletzte (letzte)  $W$ -Intervall von 20 % auf 4 % (von 20 % auf 14 %) über den experimentell zugänglichen  $Q^2$ -Bereich. Zwar unterscheiden sich in einem einzelnen  $W$ -Bereich die vom Modell vorhergesagten Werte für den Steigungsparameter  $d$  allein bei Berücksichtigung der statistischen Fehler nicht signifikant von den gemessenen Werten, die Daten liegen jedoch im gesamten  $W$ -Bereich systematisch über der Modellvorhersage, so daß die gemessene  $Q^2$ -Abhängigkeit auch unter Berücksichtigung der systematischen Fehler (siehe Tab. 5.v) signifikant von der Modellvorhersage abweicht. Die Hypothese, daß die Modellvorhersage mit den gemessenen Werten übereinstimmt, kann auf der Grundlage eines Vorzeichentests mit 95 %iger Sicherheit verworfen werden.

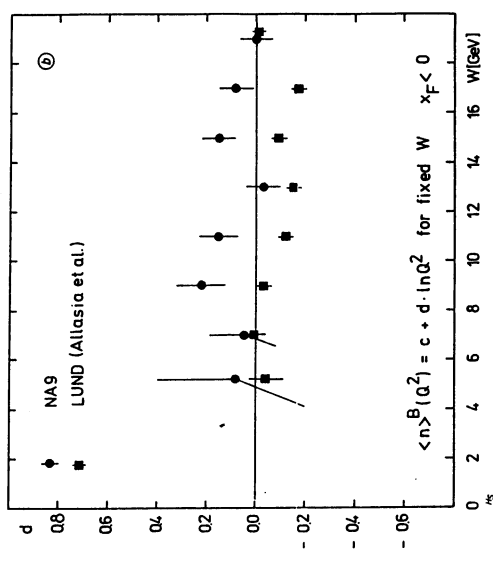
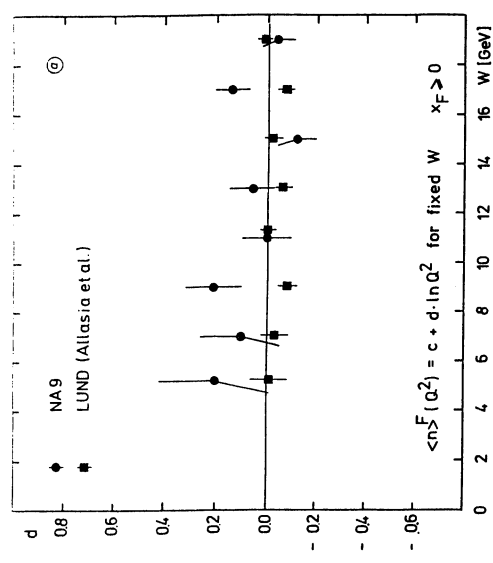


Abb. 6-12a(b) Vergleich der gemessenen Steigungsparameter  $d$  im Vorwärts(Rückwärts)bereich mit den Vorhersagen des Lund-Modells

Abb. 6-11 zeigt einen Vergleich der, aus den Vorwärtsmultiplizitäten bestimmten, Steigungsparameter  $d$  mit der vom Field-Feynman-Modell vorhergesagten  $Q^2$ -Abhängigkeit der Vorwärtsmultiplizitäten. Die Field-Feynman-Vorhersage für die  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten wurde dabei mit Hilfe der in [52] angegebenen analytischen Formeln für die  $Q^2$ -abhängigen Quark-Fragmentationsfunktionen berechnet, die sich aus der Lösung der Altarelli-Parisi Gleichungen unter Verwendung der in [15] ermittelten Anfangswerte  $D(z, Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2)$  ergeben.

Das Modell sagt ein Anwachsen der mittleren geladenen Multiplizitäten mit steigendem  $Q^2$ , wie es in den Daten beobachtet wird, voraus. Dieser Anstieg zeigt zusätzlich eine Abhängigkeit von der zur Hadronisierung zur Verfügung stehenden Energie; mit steigendem  $W$  ändert sich die Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes schneller mit steigendem  $Q^2$ . Bei der von der QCD vorhergesagten Entwicklung der Quark-Fragmentationsfunktionen nimmt die Wahrscheinlichkeit (analog zu der Entwicklung der Parton-Verteilungsfunktionen), daß ein Hadron mit einem großem (kleinem) Impulsanteil des gestreuten Quarks gebildet wird, in Folge der Gluon-Bremsstrahlung, mit  $Q^2$  ab (zu). Mit zunehmender Schwerpunktsenergie können Hadronen mit kleineren  $z$ -Werten in der Fragmentation gebildet werden ( $z_{\min} = \frac{2m_0}{W}$ , siehe Kap. 1.4). Das schnellere Ansteigen der mittleren Multiplizitäten im Field-Feynman-Modell mit  $Q^2$  bei wachsendem  $W$  ist

also mit Schwelleneffekten verknüpft.

Weitergehende Untersuchungen zeigen, daß der Unterschied in der  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten zwischen dem Lund-Modell und den Daten im Bereich der Targetfragmente ausgeprägter ist als im Bereich der Stromfragmente (siehe Abb. 6-12). Änderungen der Aufbruchwahrscheinlichkeit des in der Valenzquark Streuung zurückbleibenden Diquark-Systems in der Modellrechnung ergaben eine gegenüber der Vernachlässigung von Photon-Gluon-Fusionsereignissen geringe Änderung in der Modellvorhersage für die  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren geladenen Multiplizitäten.

Die Interpretation der beobachteten  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten ( $\langle n \rangle \sim \ln Q^2$ ) als Folge der von der perturbativen QCD vorhergesagten Skalenverletzung in den Quark-Fragmentationsfunktionen ist jedoch problematisch, da der Unterschied zwischen den Daten und dem Lund-Modell im Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems konzentriert ist und zudem eng mit den Annahmen über die Fragmentation einer speziellen Parton-Konfiguration verknüpft zu sein scheint.

Unter Berücksichtigung der erreichten Impulsüberträge liegt daher die Schlussfolgerung nahe, daß die beobachtete  $Q^2$ -Abhängigkeit zwar nicht durch kinematische Korrelationen hervorgerufen, aber doch hauptsächlich durch nichtperturbative Effekte verursacht wird. Diese Folgerung wird durch die Untersuchung der Skalenverletzung in der  $e^+e^-$ -Vernichtung gestützt [53]. Die in der  $e^+e^-$ -Annihilation gemessenen  $z_p$ -Verteilungen ( $z_p = \frac{2p}{W}$ ) von geladenen Hadronen [54] zeigen zwar mit zunehmender Schwerpunktsenergie typische Anzeichen für die von der perturbativen QCD erwartete Skalenverletzung, können aber z.B. von dem Gottschalk Cluster-Modell [55], das keine harte QCD enthält, sehr gut beschrieben werden.

Die Untersuchung der mittleren Multiplizitäten von identifizierten Hadronen zeigt, daß die  $Q^2$ -Abhängigkeit nicht auf eine spezielle Hadronart beschränkt ist.

Aus den in Kapitel 5.2 angegebenen mittleren Multiplizitäten für  $\pi^-$  bzw.  $K^0$ -Mesonen und geladenen Hadronen, lassen sich die Verhältnisse

$$R^{\pi, K^0}(Q^2) = \frac{\langle n \rangle_{\pi, K^0}(Q^2)}{\langle n \rangle(Q^2)}$$

bilden. Die Werte von  $R$  für  $\pi^-$  und  $K^0$ -Mesonen sind für die verschiedenen  $Q^2, W^2$ -Zellen in Tabelle 6.iii und Tabelle 6.iv zusammengestellt. Es ist keine signifikante Variation von  $R$  mit  $Q^2$  zu erkennen; die Multiplizitäten der einzelnen Teilchentypen wachsen entsprechend der Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes. Es ergibt sich also kein Hinweis auf eine auf Grund der

4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$W$ [GeV]
-	$0.81 \pm 0.026$	$0.80 \pm 0.02$	-		4-6
-	$0.78 \pm 0.01$	$0.80 \pm 0.01$	-		6-8
-	$0.78 \pm 0.01$	$0.80 \pm 0.01$	$0.82 \pm 0.02$		8-10
-	$0.79 \pm 0.01$	$0.79 \pm 0.01$	$0.82 \pm 0.02$		10-12
$0.77 \pm 0.02$	$0.78 \pm 0.01$	$0.80 \pm 0.01$	$0.79 \pm 0.02$		12-14
$0.79 \pm 0.01$	$0.78 \pm 0.01$	$0.79 \pm 0.01$	$0.79 \pm 0.02$		14-16
$0.77 \pm 0.01$	$0.78 \pm 0.01$	$0.79 \pm 0.01$	$0.82 \pm 0.02$		16-18
$0.78 \pm 0.01$	$0.77 \pm 0.01$	$0.79 \pm 0.01$	-		18-20

Tabelle 6.iii  $R^\pi$  als Funktion von  $Q^2$

4-10	10-20	20-50	$Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$W$ [GeV]
-	$0.05 \pm 0.06$	$0.05 \pm 0.05$		6-8
-	$0.05 \pm 0.06$	$0.07 \pm 0.05$		8-10
-	$0.08 \pm 0.05$	$0.08 \pm 0.06$		10-12
$0.08 \pm 0.11$	$0.04 \pm 0.05$	$0.07 \pm 0.06$		12-14
$0.06 \pm 0.08$	$0.09 \pm 0.05$	$0.05 \pm 0.06$		14-16
$0.08 \pm 0.05$	$0.09 \pm 0.06$	$0.08 \pm 0.05$		16-18
$0.07 \pm 0.04$	$0.07 \pm 0.05$	$0.11 \pm 0.07$		18-20

Tabelle 6.iv  $R^{K^0}$  als Funktion von  $Q^2$

Flavour-Neutralität der Gluonen erwartete Anreicherung [56] von Teilchen, die eine Strangeness-Quantenzahl tragen, infolge von Gluon-Bremsstrahlungereignissen.

## 7. Zusammenfassung

Die Untersuchung der Reaktion  $\mu p \rightarrow \mu'$  Hadronen mit dem NA9-Detektor erweitert den Bereich der Messung der mittleren Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes in der Lepton-Proton Streuung bis hin zu Schwerpunktsenergien von 20 GeV und bis zu raumartigen Impulsüberträgen von  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ .

Die gemessene Energieabhängigkeit der mittleren Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes läßt sich durch eine in  $\ln W^2$  lineare Funktion beschreiben und zeigt eine gute Übereinstimmung mit niederenergetischen ep- und  $\mu p$ -Daten. Die Anpassung einer Funktion  $\langle n \rangle = a + b \cdot \ln W^2$  an die Daten ergab folgende Werte für die Parameter a und b:

$$a = 0.69 \pm 0.15 \text{ (stat.) }^{+0.24}_{-0.24} \text{ (syst.)}$$
$$b = 1.11 \pm 0.03 \text{ (stat.) }^{+0.06}_{-0.06} \text{ (syst.)}$$

Das  $\chi^2$  der Geradenanpassung betrug 5.3 bei 6 Freiheitsgraden. Das niedrige  $\chi^2$  zeigt, daß keine höheren Potenzen von  $\ln W^2$  in dem überdeckten Energiebereich von 4 bis 20 GeV zur Beschreibung der mittleren geladenen Multiplizität benötigt werden.

Die Untersuchung der Multiplizität von geladenen Hadronen, die im Vorwärts- bzw. Rückwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystem erzeugt werden, zeigt, daß das Anwachsen der mittleren Multiplizität nicht auf den Bereich der Stromfragmente beschränkt ist. Die mittlere Vorwärtsmultiplizität überschreitet im gesamten Energiebereich die mittlere Multiplizität der geladenen Hadronen im Rückwärtsbereich; das Anwachsen der mittleren Multiplizität geladener Hadronen im Vorwärtsbereich mit der Schwerpunktsenergie unterscheidet sich jedoch nicht wesentlich von dem der Rückwärtsmultiplizitäten.

Die gemessenen mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen zeigen einen Anstieg proportional zu  $\ln Q^2$  bei festgehaltener Schwerpunktsenergie W; wobei die  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten im Rückwärtsbereich stärker ausgeprägt ist als im Vorwärtsbereich des  $\gamma p$ -Schwerpunktsystems. Die Abwägung der Beiträge verschiedenster Quellen, die zu einer  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten führen können, führt unter Berücksichtigung der erreichten Impulsüberträge zu der Schlussfolgerung, daß der Anstieg der mittleren Multiplizitäten mit  $Q^2$  bei festgehaltener Schwerpunktsenergie hauptsächlich durch nicht-perturbative Effekte verursacht wird.

Die Untersuchung der mittleren Multiplizitäten von identifizierten geladenen Pionen, Kaonen und Protonen sowie neutraler Kaonen zeigt, daß das Anwachsen der mittleren Multiplizitäten mit  $W^2$  und  $Q^2$  nicht auf eine spezielle Hadronart beschränkt ist; wobei für das Verhältnis der mittleren Multiplizitäten der identifizierten Hadronen und der Multiplizität des geladenen hadronischen Endzustandes keine starke Variation mit  $W^2$  oder  $Q^2$  zu beobachten ist.

Ausführliche Studien haben gezeigt, daß das Lund-Modell für die Lepton-Produktion weder die beobachtete Energieabhängigkeit noch die  $Q^2$ -Abhängigkeit der mittleren Multiplizitäten über den gesamten experimentell zugänglichen kinematischen Bereich zu reproduzieren vermag. Die signifikanten Unterschiede sind in beiden Fällen mit der Fragmentation der in der Photon-Gluon-Fusion entstandenen Parton-Konfiguration verbunden.

## Anhang A: Die Identifikation von geladenen Teilchen

### Die Verteilungsfunktion der Signale

Die Häufigkeitsverteilung der in den Čerenkovzählern gemessenen Anzahl von Photoelektronen ergibt sich aus der statistischen Natur des Meßprozesses. Die Anzahl  $x$  der an der Photokathode eines Photomultipliers bei einer festen Lichtintensität erzeugten Photoelektronen folgt einer Poisson-Verteilung mit einem Mittelwert  $\bar{N}$ :

$$P_{\bar{N}}(x) = \frac{\bar{N}^x \cdot \exp(-\bar{N})}{x!} \quad (\text{A.1})$$

Bei der Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeiten  $P(x/m)$ , für ein Teilchen der Masse  $m$   $x$  Photoelektronen zu messen, muß zusätzlich noch der Beitrag von Untergrundlicht berücksichtigt werden. Als Untergrund werden Signale oberhalb der Untergrundschwelle (von typischerweise 0.2 bis 0.4 Photoelektronen), die nicht oder nicht erkennbar durch den Čerenkoveffekt erzeugt wurden, bezeichnet. Ursachen für Untergrundlicht sind z.B. nicht rekonstruierte oder mit großen Fehlern bestimmte Spuren, so daß die Zuordnung von gemessenem Signal und zugehörigem Teilchen nicht oder nur äußerst fehlerhaft vorgenommen werden kann. Das Spektrum des Untergrundlichtes wurde nach Gl. (A.2) parametrisiert.

$$P_B \cdot B(x) = P_B \cdot \beta \cdot \exp(-\beta \cdot x) \quad (\text{A.2})$$

Sowohl die Wahrscheinlichkeit ( $P_B$ ), ein Untergrundsignal zu messen, als auch die Steigung  $\beta$  des differentiellen Untergrundspektrums ( $B(x)$ ) in logarithmischer Darstellung werden aus den Daten für jede Röhre eines Čerenkovzählers im Kalibrationsverfahren bestimmt.

Nachdem für jede geladene Spur ihr Verlauf in den Čerenkovzählern berechnet wurde, werden die Abmessungen des für die Massenhypothesen  $m_i$  ( $i = e, \pi, K, p$ ) erwarteten Lichtkegels auf der Spiegelfläche bzw. der Nachweisoberfläche bestimmt. Die für eine Massenhypothese  $m_i$  erwartete mittlere Anzahl von Photoelektronen  $\bar{N}$  ergibt sich dann aus Gl. (4.12). Die Wahrscheinlichkeit  $P(x/m_i)$ ,  $x$  Photoelektronen zu messen, wenn  $\bar{N}$  Photoelektronen auf Grund einer Massenhypothese  $m_i$  erwartet werden, ergibt sich aus der Faltung der experimentell bestimmten Untergrund- mit der Poisson-Verteilung:

$$P(x/m_i) = (1 - P_B) \cdot P_{\bar{N}}(x) + P_B \cdot \int_0^x B(x-z) \cdot P_{\bar{N}}(z) dz \quad (\text{A.3})$$

$$\text{mit } \int_0^\infty P(x/m_i) dx = 1.$$

Bei der Auswertung der Čerenkovzähler wird einerseits zwischen Signalen, die unterhalb bzw. oberhalb der Untergrundschwelle liegen, und andererseits zwischen Teilchen, die sich unterhalb bzw. oberhalb der massenabhängigen Čerenkovschwelle befinden, unterschieden. Insgesamt ergeben sich die bedingten Wahrscheinlichkeiten  $P(x/m_i)$  für die verschiedenen Fälle dann folgendermaßen:

- Teilchen unterhalb der Čerenkovschwelle ( $p < p_{thr}$ )
- Signal unterhalb der Untergrundschwelle  $P(x/m_i) = 1 - P_B$
- Signal oberhalb der Untergrundschwelle  $P(x/m_i) = P_B \cdot \beta \exp(-\beta \cdot x)$
- Teilchen oberhalb der Čerenkovschwelle ( $p > p_{thr}$ )
- Signal unterhalb der Untergrundschwelle  $P(x/m_i) = (1 - P_B) \cdot P_{\bar{N}}$
- Signal oberhalb der Untergrundschwelle  $P(x/m_i)$  aus Gl. (A.3)

Ausgehend von der zurückgelegten Flugstrecke  $L$  und dem Impuls  $p$  eines geladenen Teilchens ergibt sich mit Hilfe von Gl. (4.9) die mittlere Flugzeit  $\bar{t}$  für verschiedene Massenhypothesen  $m_i$ . Nimmt man für einen gegebenen Teilchenimpuls eine normalverteilte Flugzeit an, so lassen sich die bedingten Wahrscheinlichkeiten  $P(t/m_i)$ , daß für ein Teilchen der Masse  $m$  in eine Zeit  $t$  zum Durchlaufen der Flugstrecke  $L$  gemessen wird, nach Gl. (A.4) berechnen.

$$P(t/m_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp\left(-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.4})$$

### Das Identifikationsverfahren

Für jedes geladene Teilchen, das mindestens einen Detektor  $k$  des Teilchenidentifikationssystems durchquert hat, liegt für den Hypothesensatz  $i=e, \pi, K, p$  ein Wahrscheinlichkeitsvektor  $P_i^k$  vor.<sup>1</sup> Auf Grund der Anordnung der Zähler des Teilchenidentifikationssystems (vgl. Abb. 2-2) können für eine einzelne Spur Informationen aus maximal  $k=3$  Detektoren zur Verfügung stehen. Die  $k$  verschiedenen Wahrscheinlichkeitsvektoren einer Spur lassen sich dann durch Multiplikation zu einem Satz von bedingten Wahrscheinlichkeiten zusammenfassen.

$$P_i = \prod_k P_i^k \quad i=e, \pi, K, p \quad (\text{A.5})$$

Die Identifikation eines geladenen Teilchens der Masse  $m$  auf Grund der Messung eines Signals  $s$  ( $s=x$  für die Čerenkovzähler und  $s=t$  für die Flugzeitähler) ist

<sup>1</sup> Die Myon-Hypothese wird in die Berechnungen nicht mit einbezogen, da Myonen in den Driftkammern W6, W7 hinter dem Absorber nachgewiesen werden.

äquivalent der Angabe einer bedingten Wahrscheinlichkeit  $P(m/s)$ , daß ein Teilchen der Masse  $m$  den Zähler durchquert hat, vorausgesetzt der Zähler liefert das Signal  $s$ .

Die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellte Auswertung der Detektoren zur Teilchenidentifikation liefert die bedingten Wahrscheinlichkeiten  $P(s/m)$ , daß ein Zähler ein Signal  $s$  liefert, vorausgesetzt ein Teilchen der Masse  $m$  hat den Zähler durchquert. Beide Wahrscheinlichkeiten sind über das Baye'sche Theorem [30] miteinander verknüpft:

$$P(m_i/s) = P(s/m_i) \cdot \frac{P(m_i)}{P(s)} \quad (\text{A.6})$$

$P(m_i)$  beschreibt die relative Häufigkeit der verschiedenen Teilchentypen in der Datenmenge. Die Wahrscheinlichkeit  $P(s)$ , daß der Zähler ein Signal  $s$  liefert, ergibt sich dabei nach Gl. (A.7) aus der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten, vorausgesetzt der Hypothesensatz ist vollständig.

$$P(s) = \sum_j P(s/m_j) \cdot P(m_j) \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_j P(m_j) = 1$$

Da die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Teilchentypen a priori nicht bekannt sind, wird die Verteilungsfunktion  $P(m_i)$  entsprechend dem Baye'schen Postulat [31] als konstant angenommen; somit reduziert sich Gl. (A.6) auf eine Normierung.

Basierend auf den so berechneten Wahrscheinlichkeiten  $P(m_i/s)$  wird die Massen-zuordnung entsprechend dem folgenden Schema vorgenommen [32]:

1. Entscheidung für die Elektron-Hypothese wenn  $P(m_e/s) > 0.80$
2. Für den Fall, daß die Elektron-Hypothese verworfen wird bilden  $\pi, K, p$  einen vollständigen Hypothesensatz und die bedingten Wahrscheinlichkeiten werden erneut normiert.  $P'(m_i/s) = P(m_i/s) / \sum_i P(m_i/s) \quad i = \pi, K, p$
3. Annahme der Pion, Kaon oder Proton Hypothese falls  $P'(m_\pi/s) > 0.40$   
 $P'(m_K/s) > 0.70 \wedge P'(m_\pi/s) < 0.15$   
 $P'(m_p/s) > 0.60 \wedge P'(m_\pi/s) < 0.15.$

geladene Hadronen					
$\langle n \rangle^+$	$\langle n \rangle^-$	$\langle n \rangle^{\pm}$	$\langle n \rangle^{\pm}$	$\langle n \rangle^{\pm}$	W [GeV]
2.62 ± 0.07	1.65 ± 0.06	2.28 ± 0.07	2.10 ± 0.10	2.10 ± 0.10	4-6
2.93 ± 0.05	2.01 ± 0.05	2.77 ± 0.05	2.20 ± 0.05	2.20 ± 0.05	6-8
3.27 ± 0.05	2.32 ± 0.04	3.08 ± 0.05	2.49 ± 0.04	2.49 ± 0.04	8-10
3.48 ± 0.05	2.55 ± 0.04	3.33 ± 0.05	2.70 ± 0.04	2.70 ± 0.04	10-12
3.60 ± 0.05	2.76 ± 0.04	3.59 ± 0.05	2.75 ± 0.04	2.75 ± 0.04	12-14
3.75 ± 0.04	2.86 ± 0.04	3.62 ± 0.05	2.94 ± 0.04	2.94 ± 0.04	14-16
3.91 ± 0.04	3.03 ± 0.04	3.74 ± 0.04	3.16 ± 0.04	3.16 ± 0.04	16-18
3.95 ± 0.04	3.14 ± 0.04	3.71 ± 0.04	3.36 ± 0.04	3.36 ± 0.04	18-20
π-Mesonen					
$\langle n \rangle^+$	$\langle n \rangle^-$	$\langle n \rangle^{\pm}$	$\langle n \rangle^{\pm}$	$\langle n \rangle^{\pm}$	W [GeV]
1.96 ± 0.07	1.49 ± 0.06	2.01 ± 0.07	1.43 ± 0.06	1.43 ± 0.06	4-6
2.14 ± 0.06	1.79 ± 0.05	2.37 ± 0.05	1.60 ± 0.04	1.60 ± 0.04	6-8
2.41 ± 0.05	2.03 ± 0.04	2.61 ± 0.05	1.82 ± 0.04	1.82 ± 0.04	8-10
2.58 ± 0.05	2.21 ± 0.04	2.80 ± 0.05	2.00 ± 0.04	2.00 ± 0.04	10-12
2.64 ± 0.05	2.36 ± 0.04	3.03 ± 0.05	2.00 ± 0.04	2.00 ± 0.04	12-14
2.74 ± 0.05	2.45 ± 0.04	3.03 ± 0.05	2.16 ± 0.04	2.16 ± 0.04	14-16
2.87 ± 0.04	2.57 ± 0.04	3.10 ± 0.04	2.34 ± 0.04	2.34 ± 0.04	16-18
2.89 ± 0.04	2.65 ± 0.04	3.05 ± 0.04	2.49 ± 0.04	2.49 ± 0.04	18-20

**Tabelle B.5.i** Die mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen und π-Mesonen als Funktion von W

neutrale Kaonen			
W	$\langle n \rangle$	$\langle n \rangle^F$	$\langle n \rangle^B$
6-8	0.25 ± 0.05	0.18 ± 0.04	0.07 ± 0.03
8-10	0.33 ± 0.06	0.18 ± 0.04	0.14 ± 0.04
10-12	0.50 ± 0.07	0.35 ± 0.06	0.15 ± 0.04
12-14	0.33 ± 0.06	0.27 ± 0.05	0.08 ± 0.03
14-16	0.45 ± 0.06	0.19 ± 0.04	0.20 ± 0.05
16-18	0.59 ± 0.07	0.29 ± 0.05	0.28 ± 0.05
18-20	0.54 ± 0.06	0.28 ± 0.04	0.27 ± 0.05

**Tabelle B.5.ii** (K<sup>+</sup> + K<sup>0</sup>)-Multiplizitäten als Funktion von W

4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	W [GeV]
-	4.21 ± 0.11	4.40 ± 0.13	-	$\langle n \rangle$	
-	2.23 ± 0.09	2.35 ± 0.11	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	4 - 6
-	2.06 ± 0.38	2.11 ± 0.11	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	4.93 ± 0.10	5.02 ± 0.10	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	2.74 ± 0.08	2.80 ± 0.08	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	6 - 8
-	2.19 ± 0.06	2.22 ± 0.07	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	5.41 ± 0.09	5.80 ± 0.10	5.92 ± 0.25	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	2.96 ± 0.07	3.23 ± 0.07	3.05 ± 0.19	$\langle n \rangle_{\pm}$	8 - 10
-	2.42 ± 0.06	2.51 ± 0.06	2.86 ± 0.17	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	5.95 ± 0.10	6.22 ± 0.10	6.03 ± 0.21	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	3.30 ± 0.07	3.41 ± 0.08	3.16 ± 0.16	$\langle n \rangle_{\pm}$	10 - 12
-	2.63 ± 0.06	2.75 ± 0.06	2.84 ± 0.14	$\langle n \rangle_{\pm}$	
6.44 ± 0.21	6.28 ± 0.09	6.55 ± 0.10	6.24 ± 0.21	$\langle n \rangle_{\pm}$	
3.55 ± 0.16	3.53 ± 0.07	3.72 ± 0.08	3.47 ± 0.16	$\langle n \rangle_{\pm}$	12 - 14
2.88 ± 0.14	2.72 ± 0.06	2.78 ± 0.09	2.66 ± 0.14	$\langle n \rangle_{\pm}$	
6.73 ± 0.15	6.57 ± 0.09	6.66 ± 0.11	6.86 ± 0.22	$\langle n \rangle_{\pm}$	
3.80 ± 0.11	3.61 ± 0.07	3.59 ± 0.08	3.45 ± 0.17	$\langle n \rangle_{\pm}$	14 - 16
2.89 ± 0.10	2.88 ± 0.06	2.99 ± 0.07	3.32 ± 0.17	$\langle n \rangle_{\pm}$	
6.84 ± 0.10	7.00 ± 0.10	7.04 ± 0.12	7.67 ± 0.29	$\langle n \rangle_{\pm}$	
3.66 ± 0.08	3.74 ± 0.07	3.78 ± 0.09	4.23 ± 0.22	$\langle n \rangle_{\pm}$	16 - 8
3.10 ± 0.07	3.19 ± 0.07	3.19 ± 0.08	3.46 ± 0.29	$\langle n \rangle_{\pm}$	
7.21 ± 0.08	7.04 ± 0.11	7.18 ± 0.13	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
3.72 ± 0.06	3.75 ± 0.08	3.64 ± 0.10	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	18 - 20
3.41 ± 0.06	3.22 ± 0.07	3.49 ± 0.10	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	

**Tabelle B.5.iii** Die mittleren Multiplizitäten geladener Hadronen für die  $Q^2$ ,  $W^2$ -Zellen

geladene Hadronen $\langle n \rangle_{\pm}$				
c	d	$\chi^2/FG$	W [GeV]	
1.71 ± 0.66	0.20 ± 0.22 <sup>+0.03</sup> <sub>-0.07</sub>	-	4 - 6	
2.48 ± 0.48	0.10 ± 0.16 <sup>+0.02</sup> <sub>-0.06</sub>	-	6 - 8	
2.45 ± 0.34	0.21 ± 0.11 <sup>+0.02</sup> <sub>-0.06</sub>	3.7/1	8 - 10	
3.33 ± 0.30	0.00 ± 0.10 <sup>+0.02</sup> <sub>-0.06</sub>	2.6/1	10 - 12	
3.42 ± 0.27	0.06 ± 0.09 <sup>+0.02</sup> <sub>-0.07</sub>	3.5/2	12 - 14	
3.98 ± 0.23	-0.12 ± 0.08 <sup>+0.03</sup> <sub>-0.09</sub>	1.1/2	14 - 16	
3.37 ± 0.20	0.14 ± 0.07 <sup>+0.07</sup> <sub>-0.11</sub>	2.1/2	16 - 18	
3.81 ± 0.18	-0.04 ± 0.07 <sup>+0.11</sup> <sub>-0.16</sub>	0.4/1	18 - 20	
$\pi$ -Mesonen $\langle n \rangle_{\pm}$				
c	d	$\chi^2/FG$	W [GeV]	
1.48 ± 0.65	0.18 ± 0.22	-	4 - 6	
2.19 ± 0.47	0.06 ± 0.16	-	6 - 8	
1.95 ± 0.34	0.22 ± 0.11	2.2/1	8 - 10	
2.73 ± 0.29	0.02 ± 0.09	2.1/1	10 - 12	
2.79 ± 0.26	0.08 ± 0.09	4.9/2	12 - 14	
3.41 ± 0.22	-0.13 ± 0.07	1.3/2	14 - 16	
2.67 ± 0.19	0.16 ± 0.07	2.5/2	16 - 18	
3.14 ± 0.17	-0.03 ± 0.07	0.1/1	18 - 20	

**Tabelle B.5.iv** Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.8)



geladene Hadronen $\langle n \rangle_{\pm B}$		$\chi^2/FG$	W [GeV]
c	d		
$1.84 \pm 1.98$	$0.08 \pm 0.61^{+0.03}_{-0.07}$	-	4 - 6
$2.06 \pm 0.41$	$0.05 \pm 0.14^{+0.02}_{-0.06}$	-	6 - 8
$1.82 \pm 0.30$	$0.22 \pm 0.10^{+0.02}_{-0.06}$	1.0/1	8 - 10
$2.25 \pm 0.26$	$0.15 \pm 0.08^{+0.02}_{-0.07}$	0.1/1	10 - 12
$2.83 \pm 0.22$	$-0.03 \pm 0.07^{+0.03}_{-0.06}$	1.6/2	12 - 14
$2.50 \pm 0.20$	$0.15 \pm 0.07^{+0.05}_{-0.07}$	1.8/2	14 - 16
$2.95 \pm 0.18$	$0.08 \pm 0.07^{+0.07}_{-0.10}$	0.7/2	16 - 18
$3.36 \pm 0.17$	$0.00 \pm 0.07^{+0.11}_{-0.14}$	6.0/1	18 - 20
$\pi$ -Mesonen $\langle n \rangle_{\pm B}$			
c	d	$\chi^2/FG$	W [GeV]
$1.02 \pm 0.59$	$0.14 \pm 0.21$	-	4 - 6
$1.15 \pm 0.37$	$0.15 \pm 0.12$	-	6 - 8
$1.04 \pm 0.27$	$0.26 \pm 0.09$	2.1/1	8 - 10
$1.44 \pm 0.24$	$0.18 \pm 0.08$	0.1/1	10 - 12
$1.79 \pm 0.20$	$0.07 \pm 0.07$	1.3/2	12 - 14
$1.62 \pm 0.19$	$0.19 \pm 0.07$	2.5/2	14 - 16
$2.14 \pm 0.18$	$0.08 \pm 0.07$	0.5/2	16 - 18
$2.51 \pm 0.15$	$-0.01 \pm 0.06$	8.7/1	18 - 20

Tabelle B.5.iv Ergebnisse der Anpassungsrechnung nach Gl. (5.8)

4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	W [GeV]
-	$3.40 \pm 0.13$	$3.51 \pm 0.13$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	$1.97 \pm 0.09$	$2.08 \pm 0.10$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	4 - 6
-	$1.40 \pm 0.07$	$1.49 \pm 0.11$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	$3.87 \pm 0.11$	$4.04 \pm 0.11$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	$2.35 \pm 0.07$	$2.39 \pm 0.08$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	6 - 8
-	$1.55 \pm 0.06$	$1.65 \pm 0.06$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	$4.23 \pm 0.10$	$4.63 \pm 0.10$	$4.83 \pm 0.24$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	$2.49 \pm 0.07$	$2.73 \pm 0.07$	$2.65 \pm 0.19$	$\langle n \rangle_{\pm}$	8 - 10
-	$1.73 \pm 0.05$	$1.88 \pm 0.06$	$2.15 \pm 0.15$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	$4.69 \pm 0.10$	$4.94 \pm 0.10$	$4.92 \pm 0.20$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
-	$2.76 \pm 0.07$	$2.88 \pm 0.07$	$2.68 \pm 0.15$	$\langle n \rangle_{\pm}$	10 - 12
-	$1.92 \pm 0.05$	$2.05 \pm 0.06$	$2.20 \pm 0.14$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$4.96 \pm 0.21$	$4.89 \pm 0.10$	$5.25 \pm 0.10$	$4.91 \pm 0.20$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$3.01 \pm 0.16$	$2.95 \pm 0.07$	$3.18 \pm 0.08$	$2.92 \pm 0.16$	$\langle n \rangle_{\pm}$	12 - 14
$1.97 \pm 0.12$	$1.95 \pm 0.05$	$2.07 \pm 0.06$	$2.00 \pm 0.13$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$5.31 \pm 0.15$	$5.11 \pm 0.09$	$5.26 \pm 0.11$	$5.44 \pm 0.22$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$3.21 \pm 0.11$	$3.02 \pm 0.07$	$3.01 \pm 0.08$	$2.84 \pm 0.16$	$\langle n \rangle_{\pm}$	14 - 16
$2.08 \pm 0.09$	$2.09 \pm 0.06$	$2.22 \pm 0.07$	$2.59 \pm 0.16$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$5.29 \pm 0.11$	$5.49 \pm 0.10$	$5.57 \pm 0.12$	$6.28 \pm 0.22$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$3.01 \pm 0.08$	$3.10 \pm 0.07$	$3.15 \pm 0.09$	$3.65 \pm 0.22$	$\langle n \rangle_{\pm}$	16 - 8
$2.28 \pm 0.06$	$2.36 \pm 0.06$	$2.39 \pm 0.08$	$2.70 \pm 0.60$	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$5.65 \pm 0.08$	$5.43 \pm 0.11$	$5.66 \pm 0.13$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	
$3.07 \pm 0.06$	$3.06 \pm 0.08$	$3.01 \pm 0.10$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	18 - 20
$2.55 \pm 0.05$	$2.33 \pm 0.07$	$2.61 \pm 0.09$	-	$\langle n \rangle_{\pm}$	

Tabelle B.5.v Die mittleren Multiplizitäten von  $\pi$ -Mesonen für die  $Q^2, W^2$ -Zellen

4-10	10-20	20-50	$Q^2[\text{GeV}^2]$ W[GeV]
-	$0.26 \pm 0.07$	$0.24 \pm 0.06$	6 - 8
-	$0.27 \pm 0.08$	$0.42 \pm 0.09$	8 - 10
-	$0.50 \pm 0.10$	$0.51 \pm 0.11$	10-12
$0.52 \pm 0.21$	$0.26 \pm 0.06$	$0.48 \pm 0.11$	12-14
$0.43 \pm 0.14$	$0.56 \pm 0.10$	$0.34 \pm 0.10$	14-16
$0.58 \pm 0.11$	$0.62 \pm 0.12$	$0.56 \pm 0.11$	16-18
$0.50 \pm 0.08$	$0.51 \pm 0.10$	$0.78 \pm 0.17$	18-20

**Tabelle B.5.vi** Die mittleren Multiplizitäten von neutralen Kaonen für die  $Q^2, W^2$ -Zellen

4-10	10-20	20-50	50-100	$Q^2[\text{GeV}^2]$	W[GeV]
-	$0.52 \pm 0.08$	$0.54 \pm 0.09$	-	$\langle n \rangle$	
-	-	-	-	$\langle n \rangle^\pi$	
-	-	-	-	$\langle n \rangle^K$	4 - 6
-	-	-	-	$\langle n \rangle^P$	
-	$0.80 \pm 0.07$	$0.79 \pm 0.09$	-	$\langle n \rangle^\pi$	
-	$0.11 \pm 0.02$	$0.14 \pm 0.03$	-	$\langle n \rangle^K$	6 - 8
-	$0.07 \pm 0.02$	$0.07 \pm 0.02$	-	$\langle n \rangle^P$	
-	$0.83 \pm 0.05$	$0.94 \pm 0.06$	$1.43 \pm 0.83$	$\langle n \rangle^\pi$	
-	$0.19 \pm 0.03$	$0.24 \pm 0.03$	-	$\langle n \rangle^K$	8 - 10
-	$0.09 \pm 0.02$	$0.12 \pm 0.02$	-	$\langle n \rangle^P$	
-	$1.09 \pm 0.05$	$1.13 \pm 0.05$	$1.17 \pm 0.13$	$\langle n \rangle^\pi$	
-	$0.25 \pm 0.03$	$0.26 \pm 0.04$	-	$\langle n \rangle^K$	10 - 12
-	$0.16 \pm 0.02$	$0.19 \pm 0.03$	-	$\langle n \rangle^P$	
$1.00 \pm 0.10$	$1.17 \pm 0.05$	$1.24 \pm 0.06$	$1.61 \pm 0.14$	$\langle n \rangle^\pi$	
$0.20 \pm 0.07$	$0.34 \pm 0.04$	$0.26 \pm 0.04$	-	$\langle n \rangle^K$	12 - 14
$0.26 \pm 0.08$	$0.19 \pm 0.03$	$0.19 \pm 0.03$	-	$\langle n \rangle^P$	
$1.29 \pm 0.12$	$1.29 \pm 0.05$	$1.24 \pm 0.06$	$1.25 \pm 0.13$	$\langle n \rangle^\pi$	
$0.34 \pm 0.06$	$0.36 \pm 0.04$	$0.34 \pm 0.05$	-	$\langle n \rangle^K$	14 - 16
$0.19 \pm 0.05$	$0.19 \pm 0.03$	$0.18 \pm 0.04$	-	$\langle n \rangle^P$	
$1.26 \pm 0.05$	$1.37 \pm 0.05$	$1.32 \pm 0.07$	$1.72 \pm 0.19$	$\langle n \rangle^\pi$	
$0.37 \pm 0.05$	$0.31 \pm 0.05$	$0.32 \pm 0.06$	-	$\langle n \rangle^K$	16 - 18
$0.31 \pm 0.05$	$0.25 \pm 0.04$	$0.23 \pm 0.04$	-	$\langle n \rangle^P$	
$1.31 \pm 0.05$	$1.36 \pm 0.06$	$1.44 \pm 0.08$	-	$\langle n \rangle^\pi$	
$0.36 \pm 0.04$	$0.40 \pm 0.06$	$0.36 \pm 0.08$	-	$\langle n \rangle^K$	18 - 20
$0.24 \pm 0.03$	$0.32 \pm 0.05$	$0.19 \pm 0.05$	-	$\langle n \rangle^P$	

**Tabelle B.5.vii**  $\langle n \rangle^{\frac{1}{2}}$  für identifizierte geladene Teilchen

## Literaturverzeichnis

- 1 S.L. Glashow, *Rev. Mod. Phys.* **52** (1980) 539.  
A. Salam, *Rev. Mod. Phys.* **52** (1980) 525.  
S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **52** (1980) 515.
- 2 F. Halzen, A.D. Martin, 'Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics', John Wiley and Sons, N.Y. (1984).
- 3 R.P. Feynman, 'Photon Hadron Interactions', Benjamin Inc. N.Y. (1972).  
J.D. Bjorken, E.A. Paschos, *Phys. Rev.* **185** (1969) 1975.
- 4 EMC, J.J. Aubert et al., *Nucl. Phys.* **B259** (1985) 189.
- 5 A.J. Buras, *Rev. Mod. Phys.* **52** (1980) 199.  
E. Reya, *Phys. Rep.* **69** (1981) 195.  
A.H. Mueller, *Phys. Rep.* **73** (1981) 237.  
G. Altarelli, *Phys. Rep.* **81** (1982) 1.
- 6 G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys.* **B126** (1977) 298.
- 7 H. Georgi, H.D. Politzer, *Nucl. Phys.* **B136** (1978) 445.  
T. Uematsu, *Phys. Lett.* **79B** (1978) 97.  
J.F. Owens, *Phys. Lett.* **76B** (1978) 85.  
Yu.L. Dokshitzer, *Sov. Phys. JETP* **46** (1977) 641.
- 8 M. Glück, E. Hoffmann, E. Reya, *Z. Phys.* **C13** (1982) 119.
- 9 D.W. Duke, J.F. Owens, *Phys. Rev.* **D30** (1984) 49.
- 10 R.D. Field, R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 2590.  
L.M. Sehgal, Proceedings of the 8th International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Hamburg (1977) 837.  
J.F. Owens, E. Reya, M. Glück, *Phys. Rev.* **D18** (1978) 1501.  
J.F. Owens, *Phys. Rev.* **D19** (1979) 3279.  
R. Baier, J. Engels, B. Petersson, *Z. Phys.* **C2** (1979) 265.
- 11 W. Furmanski, R. Petronzio, S. Pokorski, *Nucl. Phys.* **B155** (1979) 253.  
A. Bassetto, M. Ciafaloni, G. Marchesini, *Nucl. Phys.* **B163** (1980) 477.
- 12 B.R. Webber, *Phys. Scripta* **25** (1982) 198.  
Yu.L. Dokshitzer, V.S. Fadin, V.A. Khoze, *Z. Phys.* **C15** (1982) 325.  
A.H. Mueller, *Nucl. Phys.* **B241** (1984) 141.  
E.D. Malaza, B.R. Webber, *Phys. Lett.* **149B** (1984) 501.
- 13 R.D. Field, R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 2590.
- 14 R.P. Feynman, *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 1415.
- 15 R.D. Field, R.P. Feynman, *Nucl. Phys.* **B136** (1978) 1.
- 16 B. Andersson et al., *Phys. Rep.* **97** (1983) 33.  
T. Sjöstrand, *Comp. Phys. Com.* **39** (1986) 347.
- 17 B. Andersson et al., *Z. Phys.* **C13** (1982) 861.
- 18 B. Andersson et al., *Z. Phys.* **C9** (1981) 233.
- 19 G. Altarelli, G. Martinelli, *Phys. Lett.* **76B** (1978) 89.  
R.D. Peccei, R. Rückl, *Nucl. Phys.* **B162** (1980) 125.
- 20 EMC, O.C. Allkofer et al., *NIM* **179** (1981) 445.
- 21 EMC, J.P. Albanese et al., *NIM* **212** (1983) 111.

- 22 V. Blobel, 'Unfolding Methods in High-Energy Physics Experiments', Proceedings of the CERN School of Computing, CERN 85-09 (1985).  
 B.W. Rust, W.R. Burrus, 'Mathematical Programming and the Numerical Solution of Linear Equations', American Elsevier Pub. Comp. Inc, N.Y. (1972).
- 23 G.B. Poensgen, H. Schiemann, 'Model Dependence of Corrections', EMC 86/18 (1986), interner Bericht.
- 24 L.W. Mo, Y.S. Tsai, Rev. Mod. Phys. **41** (1969) 205.
- 25 A.A. Akhundov, D.Yu. Bardin, W. Lohmann, JINR Preprint E2-86-104, Dubna 1986.
- 26 J. Drees, Preprint WU-B 78-16, Wuppertal 1978.
- 27 H. Schiemann, 'Further Results on ADD-Tracks', EMC 85/4 (1985), interner Bericht.
- 28 J.V. Jelly, 'Čerenkov Radiation and its Application', Pergamon Press, London 1958.
- 29 C. Bee et al., Proceedings of the 1984 SNOBAL Workshop, EMC 84/30 (1984), interner Bericht.  
 G.B. Poensgen, H. Schiemann, 'On the Determination of the Refractive Index of the C0', Part I and Part II (1985), interner Bericht.
- 30 W.T. Eadie et al., 'Statistical Methods in Experimental Physics', North Holland Pub. Comp. (1971).
- 31 G.P. Yost, 'Lectures on Probability and Statistics', LBL-16993 (1985).
- 32 H.D. Brück, 'Untersuchung von Spektren identifizierter Hadronen mit einem  $4\pi$ -Detektor in der tiefinelastischen Myon-Proton-Streuung', Dissertation Universität/GHS Wuppertal, WU B-DI 84-6 (1984).
- 33 G.B. Poensgen, 'Messungen hadronischer Endzustände in der tiefinelastischen Myon-Proton-Streuung unterer besonderer Berücksichtigung eines  $N_2$ -Schwellen-Cerenkovzählers', Diplomarbeit Universität Hamburg 1984.
- 34 W. Wittke, 'Collection of Formulae used in Routine VQUAN of the Vertex Processor in GEOM2', EMCSW 81/16, interner Bericht.
- 35 J. Drees, H.E. Montgomery, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **33** (1983) 353.
- 36 G.B. Poensgen, 'Untersuchung der Proton- und Antiprotonerzeugung und deren Korrelationen in der tiefinelastischen  $\mu N$ -Streuung bei  $E_\mu = 280\text{GeV}$ ', Dissertation Universität Hamburg 1987.
- 37 EMC, M. Arnedo et al., Z. Phys. **C34** (1987) 283.
- 38 V. Eckardt et al., Preprint DESY 74/5 (1974).  
 I. Cohen et al., Preprint DESY 77/71 (1977).
- 39 C. del Papa et al., Phys. Rev. **D13** (1976) 2934.  
 J. Ballam et al., Phys. Lett. **56B** (1975) 193.
- 40 H. Grässler et al., Nucl. Phys. **B223** (1983) 269.
- 41 Adone, C. Bacci et al., Phys. Lett **86B** (1979) 234.  
 MARK I, J.L. Siegrist et al., Phys. Rev. **D26** (1982) 969.
- 42 TASSO, R. Brandelik et al., Z. Phys. **C22** (1984) 307.  
 JADE, W. Bartel et al., Z. Phys. **C20** (1983) 187.  
 HRS, M. Derrick et al., Preprint ANL-HEP-PR-86-03.
- 43 PLUTO, Ch. Berger et al., Phys. Lett. **95B** (1980) 313.  
 JADE, W. Bartel et al., Z. Phys. **C20** (1983) 187.
- 44 K.H. Mess, B.H. Wiik, Preprint DESY 82-011 (1982).  
 G. Wolf, Preprint DESY 80-85 (1985).
- 45 TASSO, R. Brandelik et al., Z. Phys. **C22** (1984) 307.

- 46 HRS, M. Derrick et al., Phys. Lett. **165B** (1985) 449.
- 47 D. Allasia et al., Z. Phys. **C24** (1984) 119.
- 48 P. Söding, 'Fragmentation of Quarks and Gluons', Proceedings of the International Europhysics Conf. on High Energy Physics, Brighton (UK), July 1983.
- 49 B.R. Webber, Phys. Scripta **25** (1982) 198.
- 50 J. Blütschau et al., Phys. Lett. **87B** (1979) 281.
- 51 N. Schmitz, 'On the W and Q<sup>2</sup>-Dependence of Fragmentation Functions as Measured in Leptonproduction', Proceedings of the VII Warsaw Symposium on Elementary Particle Physics, Kazimierz (1984).
- 52 J.A. Hassan, University Manchester, Preprint M/C TH 80/31.
- 53 C. Peterson et al., Phys. Rev. **D27** (1983) 105.
- 54 TASSO, R. Brandelik et al., Phys. Lett. **114B** (1982) 65.  
JADE, W. Bartel et al., Z. Phys. **C20** (1983) 187.
- 55 T.D. Gottschalk, Nucl. Phys. **B239** (1984) 349.
- 56 K. Sugano, 'Properties of Gluon Jets', Preprint ANL-HEP-CP-86-133.
- 57 W. Panowsky, Proceedings of the International Symposium on High Energy Physics, Vienna 1968.
- 58 M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8** (1964) 274.
- 59 JADE, W. Bartel et al., Z. Phys. **C8** (1980) 295.  
PEP-14, M.C. Ross et al., Phys. Lett. **118B** (1982) 199.  
MARK II, J.M. Weiss et al., Phys. Lett. **101B** (1981) 439.  
EMC, J.J. Aubert et al., Phys. Lett. **133B** (1983) 461.
- 60 neuere Resultate aus der geladenen Lepton-Streuung:  
EMC, J.J. Aubert et al., Nucl. Phys. **B272** (1986) 158.  
BCDMS, A. Benvenuti et al., Dubna Preprint E1-86-650.
- 61 JADE, W. Bartel et al., Phys. Lett. **91B** (1980) 142.  
MARK J, D.P. Barber et al., Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 830.  
PLUTO, Ch. Berger et al., Phys. Lett. **86B** (1979) 418.  
TASSO, R. Brandelik et al., Phys. Lett. **86B** (1979) 243.
- 62 D.W. Duke, R.G. Roberts, Phys. Rep. **120** (1985) 275.
- 63 EMC, M. Arnedo et al., Nucl. Phys. **B258** (1985) 249.  
EMC, M. Arnedo et al., Phys. Lett. **165B** (1985) 222.  
EMC, M. Arnedo et al., Z. Phys. **C31** (1986) 1.  
EMC, M. Arnedo et al., Z. Phys. **C34** (1987) 283.  
EMC, M. Arnedo et al., Preprint CERN-EP/87-35.

