



CERN-THESIS-2006-137

Optimierung der  
Zyklotronfrequenzbestimmung  
und  
Hochpräzisionsmassenmessungen  
an neutronenreichen Zinnisotopen  
mit ISOLTRAP



Diplomarbeit von  
Michael Dworschak

Fakultät für Physik und Astronomie  
Bayerische Julius-Maximilians-Universität Würzburg

und

CERN

Optimierung der  
Zyklotronfrequenzbestimmung  
und  
Hochpräzisionsmassenmessungen  
an neutronenreichen Zinnisotopen  
mit ISOLTRAP

25. Januar 2006



贈周莉

Für Zhou Li



# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Grundlagen einer Penning-Falle</b>  | <b>6</b>  |
| 2.1      | Prinzip einer Penning-Falle . . . . .  | 6         |
| 2.1.1    | Die ideale Penning-Falle . . . . .   | 6         |
| 2.1.2    | Die reale Penning-Falle . . . . .  | 9         |
| 2.2      | Anregung der Ionenbewegungen in einer Penning-Falle . . . . .                        | 11        |
| 2.2.1    | Dipolanregung . . . . .  | 12        |
| 2.2.2    | Quadrupolanregung . . . . .  | 13        |
| 2.3      | Puffergaskühlen der gespeicherten Ionen . . . . .                                    | 15        |
| <b>3</b> | <b>Experimenteller Aufbau</b>  | <b>17</b> |
| 3.1      | Der on-line-Isotopenseparator ISOLDE . . . . .                                       | 17        |
| 3.2      | Das Penning-Fallen-Massenspektrometer ISOLTRAP . . . . .                             | 18        |
| 3.3      | Massenbestimmung an ISOLTRAP . . . . .   | 23        |
| 3.3.1    | Messzyklus einer Zyklotronfrequenzbestimmung . . . . .                               | 23        |
| 3.3.2    | Bestimmung der Zyklotronfrequenz mittels der Flugzeit-Resonanz-<br>methode . . . . . | 24        |
| <b>4</b> | <b>Optimierung der Zyklotronfrequenzbestimmung</b>                                   | <b>30</b> |
| 4.1      | Auswertung von Massenmessungen . . . . .   | 30        |
| 4.1.1    | Fehler in der Massenbestimmung . . . . .   | 31        |
| 4.1.2    | Parameter der Flugzeit-Resonanzkurve . . . . .                                       | 34        |
| 4.2      | Statistische Gewichte der einzelnen Frequenzpunkte . . . . .                         | 35        |
| 4.2.1    | Grundlegende Überlegungen . . . . .  | 36        |
| 4.2.2    | Experimentelle Ergebnisse . . . . .  | 36        |
| 4.3      | Messungen mit reduziertem Frequenzbereich . . . . .                                  | 39        |
| <b>5</b> | <b>Temperaturstabilisierung</b>  | <b>46</b> |
| 5.1      | Notwendigkeit einer Temperaturstabilisierung . . . . .                               | 46        |
| 5.2      | Funktionsweise eines PID-Reglers . . . . .   | 46        |
| 5.2.1    | Dynamische Systeme . . . . .   | 46        |
| 5.2.2    | Grundlagen elektronischer Regler . . . . .   | 47        |
| 5.2.3    | Der PID-Regler . . . . .   | 48        |
| 5.3      | Aufbau des Temperatur-Stabilisierungssystems . . . . .                               | 49        |
| 5.4      | Experimentelle Ergebnisse der Temperaturstabilisierung . . . . .                     | 50        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>6</b> | <b>Massenmessungen an neutronenreichen Zinn-Isotopen</b> | <b>54</b> |
| 6.1      | Produktion der Zinn-Isotope . . . . .                    | 54        |
| 6.2      | Bestimmung der atomaren Massen . . . . .                 | 54        |
| 6.3      | Diskussion der Resultate . . . . .                       | 61        |
| <b>7</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>                      | <b>63</b> |

# Abbildungsverzeichnis

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Relative Massenungenauigkeiten aller bekannten Nuklide . . . . .  | 2  |
| 1.2  | r-Prozess auf der Nuklidkarte . . . . .   | 4  |
| 2.1  | Aufbau einer Penning-Falle . . . . .  | 7  |
| 2.2  | Charakteristische Bewegung eines Ions in einer Penning-Falle . . . . .  | 9  |
| 2.3  | Energieschema eines harmonischen Oszillators in einer idealen Penning-Falle . . . . .   | 11 |
| 2.4  | Radiale Segmentierung der Ringelektrode . . . . .   | 12 |
| 2.5  | Phase zwischen Dipolfeld und Ionenbewegung . . . . .  | 13 |
| 2.6  | Magnetronradius als Funktion der Dauer der Dipolanregung . . . . .  | 13 |
| 2.7  | Konversion von Magnetronbewegung in reduzierte Zyklotronbewegung  | 14 |
| 2.8  | Radiale Ionenbewegung in einer mit Puffergas gefüllten Penning-Falle  | 16 |
| 3.1  | Farbcodiertes Periodensystem der Elemente mit Informationen über die Ionisationsmechanismen der einzelnen Elemente an ISOLDE/CERN | 18 |
| 3.2  | Überblick über die ISOLDE-Halle . . . . .   | 19 |
| 3.3  | Experimenteller Aufbau von ISOLTRAP . . . . .   | 20 |
| 3.4  | Paul-Falle zum Abbremsen, Kühlen und Bündeln der Ionen . . . . .  | 21 |
| 3.5  | Präparations-Penning-Falle an ISOLTRAP . . . . .  | 22 |
| 3.6  | Präzisions-Penning-Falle an ISOLTRAP . . . . .  | 23 |
| 3.7  | Messzyklus an ISOLTRAP . . . . .  | 25 |
| 3.8  | Magnetfeldgradient zur Messung des Flugzeitspektrums . . . . .  | 26 |
| 3.9  | Flugzeitspektrum und Flugzeit-Resonanzkurve . . . . .   | 27 |
| 3.10 | Magnetfeldgradient . . . . .  | 28 |
| 4.1  | Zählklassenanalyse zur Bestimmung der wahren Zyklotronfrequenz bei Anwesenheit von Kontaminationen . . . . .                      | 33 |
| 4.2  | Theoretische Resonanzkurve und der Absolutwert ihrer Ableitung . . . . .  | 36 |
| 4.3  | Gewichte der einzelnen Frequenzpunkte der Flugzeit-Resonanzkurve . . . . .  | 38 |
| 4.4  | Fehler $\delta\nu_c$ über reduziertem Frequenzbereich, Messung mit 500 Ionen  | 41 |
| 4.5  | Fehler $\delta\nu_c$ über reduziertem Frequenzbereich, Messung mit 1500 Ionen   | 42 |
| 4.6  | Zyklotronfrequenz $\nu_c$ über reduziertem Frequenzbereich, Messung mit 500 Ionen . . . . .                                       | 43 |
| 5.1  | Schema eines PID-Reglers . . . . .  | 48 |
| 5.2  | Aufbau des Temperatur-Stabilisierungssystems . . . . .  | 50 |
| 5.3  | Kontroll- und Messfenster des PID-Steuerungsprogramms . . . . .   | 51 |

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 5.4 | Zyklotronfrequenz- und Temperaturschwankungen als Funktion der<br>Zeit . . . . . | 52 |
| 5.5 | Temperaturfluktuationen nach der Stabilisierung . . . . .                        | 53 |
| 6.1 | Cäsium-Referenzmessungen als Funktion der Zeit . . . . .                         | 55 |
| 6.2 | Flugzeit-Resonanzkurve von $^{132}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ . . . . .            | 60 |

# Tabellenverzeichnis

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 3.1 | Magnetfeldparameter, Spannungswerte und Längen der Driftröhren . . .  | 29 |
| 4.1 | Anpassungsparameter der theoretischen Flugzeit-Resonanzkurve . . .  | 34 |
| 4.2 | Reduktion des Fehlers $\delta\nu_c$ bei Messungen mit gleichbleibendem Abstand der Frequenzpunkte . . . . .               | 40 |
| 4.3 | Reduktion des Fehlers $\delta\nu_c$ bei Messungen mit gleichbleibender Anzahl der Frequenzpunkte . . . . .                | 44 |
| 4.4 | Massenmessung von $^{87}\text{Rb}$ mit $^{85}\text{Rb}$ als Referenzmasse bei Reduzierung des Frequenzbereiches . . . . . | 45 |
| 6.1 | Ergebnisse der Zyklotronfrequenzmessungen an den untersuchten Zinnsulfid-Isotopen . . . . .                               | 57 |
| 6.2 | Frequenzverhältnisse der gemessenen Zinnsulfide zur Referenzmasse $^{133}\text{Cs}^+$ . . . . .                           | 58 |
| 6.3 | Vergleich der ISOLTRAP-Daten der Zinnisotope mit den Literaturwerten . . . . .  | 58 |



# 1 Einleitung

Die Masse eines Atoms ist eine wichtige Grundzustandsgröße in der Physik. Sie ist nach Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie durch die Formel

$$E = mc^2 \tag{1.1}$$

direkt mit der Energie verbunden. Die Masse, die bei der Verschmelzung mehrerer Nukleonen zu einem Nuklid verloren geht, kann somit als Bindungsenergie identifiziert werden. Diese Bindungsenergie spiegelt sich in der Masse eines Nuklids wider. Heute sind ungefähr 3200 Nuklide bekannt. Davon sind weniger als 300 stabil. Die relativen Massenunsicherheiten  $\delta m/m$  der bekannten Nuklide sind in Abb. 1.1 aufgetragen [Audi2003]. Um grundlegende Informationen über den Aufbau von Atomkernen zu sammeln, muss daher ein besonderes Augenmerk auf die instabilen Nuklide gelegt werden.

Es existiert heute immer noch keine exakte Theorie der starken Wechselwirkung und somit gibt es keine Möglichkeit, die Kernbindungsenergie präzise zu berechnen. Die aus dem Tröpfchenmodell des Atomkerns abgeleitete Weizsäcker-Massenformel [Weiz1935] war ein erster Versuch zur Beschreibung der Kernbindungsenergie. Neuere theoretische Ansätze und experimentelle Methoden zur Massenbestimmung werden in dem Übersichtsartikel [Lunn2003] behandelt. Im Gegensatz zur Weizsäcker-Massenformel, die ein stetiges Verhalten der Kernbindungsenergie beschreibt, findet man in der Realität auf der Nuklidkarte Bereiche, in denen sich die Bindungsenergien stark ändern. Dies führte dazu, das Schalenmodell aus der Atomphysik auch auf die Kernphysik zu übertragen. Damit wurde klar, dass die Abweichungen der experimentell bestimmten Werte von denen nach dem Weizsäcker-Modell berechnet bei den Nukliden am größten sind, bei denen ein Schalenabschluss vorliegt. Hier ist es wichtig, neue theoretische Modelle durch Experimente zu verifizieren.

Die höchste Genauigkeit bei der Messung von stabilen und radioaktiven Isotopen wird heute mit Ionenfallen erreicht. Eine Übersicht über verschiedene massenspektrometrische Methoden sowie die Anwendung von Präzisionsmassenmessungen an stabilen und kurzlebigen Isotopen findet sich in [Blau2006]. In der an ISOLTRAP [Herf2003a] befindlichen Penning-Falle wird die Masse der in ihr gespeicherten Ionen über die Messung ihrer Zyklotronfrequenz bestimmt. Die Verwendung einer Penning-Falle hat hierbei mehrere Vorzüge. Zum einen können die Ionen in der Falle prinzipiell beliebig lange gespeichert werden. Die Speicherzeit wird bei genügend guten Vakuumbedingungen nur durch die Halbwertszeit der Ionen beschränkt. Außerdem können Fallen zur Kühlung und Bündelung des Ionenstrahls verwendet werden. Darüber hinaus ist es möglich, die Ionen in der Falle gezielt zu manipulieren. So können zum Beispiel unerwünschte Nuklide aus einem Ionenensemble entfernt werden.

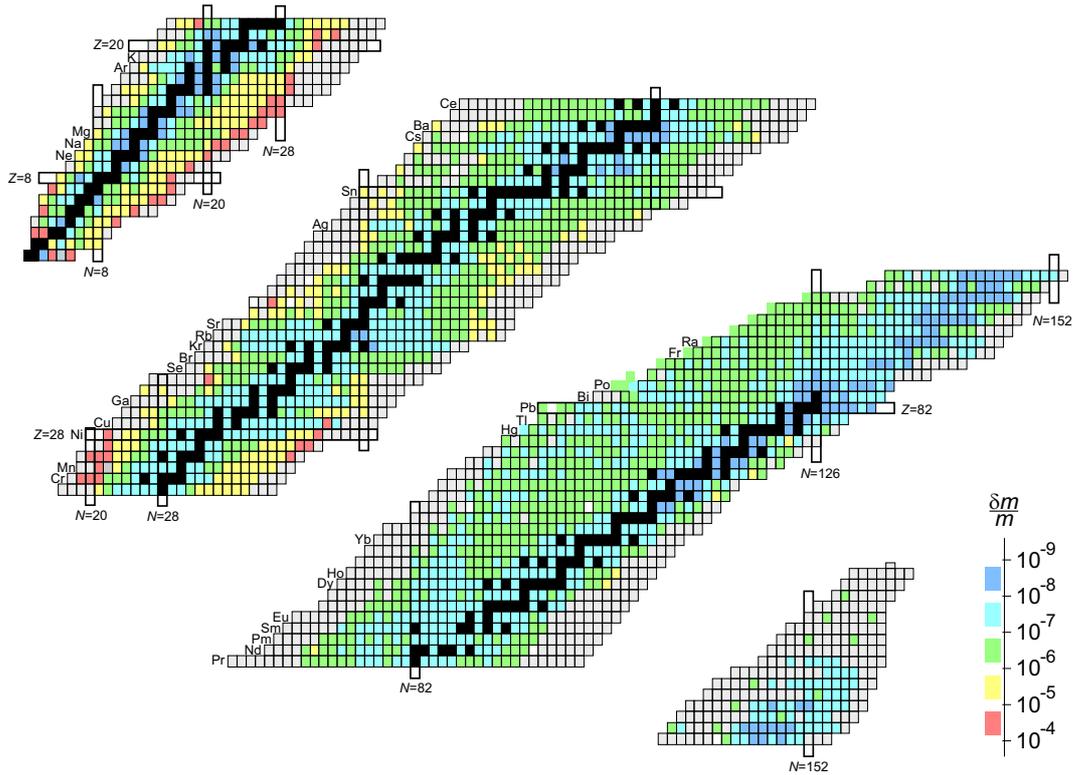


Abbildung 1.1: (farbig) Die Nuklidkarte mit allen bekannten Nukliden [Blau2005]. Die stabilen Nuklide sind schwarz gezeichnet. Für die bekannten Radionuklide sind die relativen Massenunsicherheiten  $\delta m/m$  farbcodiert aufgetragen (siehe Skala unten rechts). Die grau gefärbten Nuklide sind Abschätzungen nach systematischen Zusammenhängen [Audi2003].

Die Ergebnisse von Massenmessungen an Radionukliden sind in vielen unterschiedlichen Bereichen von Nutzen. So kann man die bereits erwähnten *Massenformeln* testen. Eine davon ist die *isobaric multiplet mass equation* (IMME), die die Massen der Nuklide eines Isospinmultipletts miteinander verknüpft und dazu verwendet wird, unbekannte Massen vorherzusagen. Sie wird vor allem für astrophysikalische Anwendungen gebraucht. Die bisher akzeptierte und benutzte IMME-Gleichung hat eine quadratische Form:  $M(T_z) = a + bT_z + cT_z^2$ . Die  $z$ -Komponente des Isospins ist hierbei mit  $T_z$  bezeichnet. Die Existenz eines kubischen Terms  $dT_z^3$  würde die bisherige Form der IMME widerlegen. Durch die Messung der Massen von  $^{32}\text{Ar}$  und  $^{33}\text{Ar}$  an ISOLTRAP konnte dieses  $d$  mit einer vorher nie erreichten Genauigkeit bestimmt werden [Blau2003b]. Der Wert von  $d$  ist für beide Isospinsysteme ( $A = 32, T_z = 2; A = 33, T_z = 3/2$ ) mit Null verträglich. Somit wurde die quadratische Form der IMME bestätigt.

Die Massen von Nukliden und ihren angeregten Kernzuständen, den sogenannten Isomeren, im Bereich von Schalen oder Unterschalenabschlüssen geben Auskunft über die *Kernstruktur*. Es konnte zum Beispiel die Kernstruktur von  $^{70}\text{Cu}$  durch Kombination von resonanter Laserionisation und Massenspektrometrie an ISOLTRAP bestimmt werden. Der Grundzustand ( $T_{1/2} = 44,5$  s) und die beiden tief-

liegenden angeregten Zustände ( $T_{1/2} = 33$  s,  $E_{exc} = 101,1$  keV) und ( $T_{1/2} = 6,6$  s,  $E_{exc} = 242,4$  keV) konnten zum ersten Mal als drei dem Beta-Zerfall unterliegende Isomere identifiziert werden [Roos2004].

Durch direkte Massenmessungen an übererlaubten Beta-Emittern und ihren Tochternukliden können zwei fundamentale Postulate des *Standardmodells* getestet werden, nämlich die CVC-Hypothese (*conserved-vector-current hypothesis*) der schwachen Wechselwirkung und die Unitarität der Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Quark-Mischungsmatrix (CKM-Matrix) [Hard2005]. Für diese Untersuchungen benötigt man relative Massenfehler von etwa  $10^{-8}$ , was bei der Bestimmung der Zerfallsenergien von  $^{74}\text{Rb}(\beta^+)^{74}\text{Kr}$ ,  $^{34}\text{Ar}(\beta^+)^{34}\text{Cl}$  und  $^{22}\text{Mg}(\beta^+)^{22}\text{Na}$  erreicht wurde [Herf2001c, Kell2004b, Mukh2004].  $^{74}\text{Rb}$  ist das Nuklid mit der kürzesten Halbwertszeit ( $T_{1/2} = 65$  ms) das bisher an ISOLTRAP gemessen werden konnte. Die niedrigste Produktionsrate bei der noch Messungen durchgeführt werden konnten betrug 100 Ionen pro Sekunde. Dies war der Fall bei dem kurzlebigen Isotop  $^{32}\text{Ar}$ .

Desweiteren sind Massen von Radionukliden auch in der *Astrophysik* für zuverlässige Berechnungen von Nukleosyntheseprozessen und für Tests von Massenmodellen von großer Bedeutung. Letztere erlauben die Vorhersage von Massen weitab der Stabilität, beispielsweise in Bereichen wo der r- und rp-Prozess (siehe Abb. 1.2) stattfinden. Dazu wurden kürzlich an ISOLTRAP Massen im Bereich des rp-Prozesses gemessen. Es wurde eine direkte Massenmessung an  $^{72}\text{Kr}$  durchgeführt [Rodr2004]. Massen von kurzlebigen Nukliden wie die Reaktionspartner  $^{21}\text{Na}(p, \gamma)^{22}\text{Mg}$  sind ebenfalls wichtige Informationen für Novamodelle [Mukh2004].

Der r-Prozess ist in in der Astrophysik von großer Bedeutung. Etwa die Hälfte der schweren Elemente jenseits von Eisen werden durch ihn erzeugt [Cowa1991, Pfei2001]. Elemente wie Europium, Gold, Platin oder Uran stammen fast ausschließlich aus diesem Prozess. Die Elemente werden dabei durch Neutroneneinfang gebildet. Damit Elemente durch den r-Prozess entstehen können, muss die Neutronendichte so hoch sein, dass Neutroneneinfänge sehr viel schneller als Beta-Zerfälle ablaufen. Die so gebildeten extrem beta-instabilen Kerne gehen durch Beta-Zerfälle in stabile Nuklide über. Modernen theoretischen Modellen zufolge benötigt man für das Auftreten des r-Prozesses Temperaturen von über einer Milliarde Grad. Bei so hohen Temperaturen können Kerne durch hochenergetische Photonen soweit angeregt werden, dass sie ein eingefangenes Neutron wieder emittieren. Solche Photodisintegrationsreaktionen können daher den r-Prozess aufhalten. An welcher Stelle in einer Isotopenkette dies passiert, ist im Wesentlichen von der Bindungsenergie der einzelnen Neutronen und damit von den Kernmassen abhängig. Ein Kern, bei dem Neutroneneinfang und Photodisintegration im Gleichgewicht sind, wird als Wartepunkt bezeichnet. Erst wenn dieser durch einen Beta-Zerfall zerfallen ist, kann der r-Prozess fortgesetzt werden. Um die Wartepunkte bei gegebenen Neutronendichten und Temperaturen zu bestimmen, müssen die Kernmassen mit einer relativen Genauigkeit von teilweise besser als  $10^{-6}$  bekannt sein. Durch die Kernmassen und die Halbwertszeiten der Beta-Zerfälle entlang des Pfades sind sowohl die Geschwindigkeit des Prozesses als auch das am Ende erzeugte Muster der Elementhäufigkeiten festgelegt. Die Berechnung des Häufigkeitsmusters anhand eines Modells des r-Prozesses erfordert somit präzise Messungen der Kernmassen. Da die für den r-Prozess interessanten extrem neutronenreichen Kerne mit der heutigen Technik zum Groß-

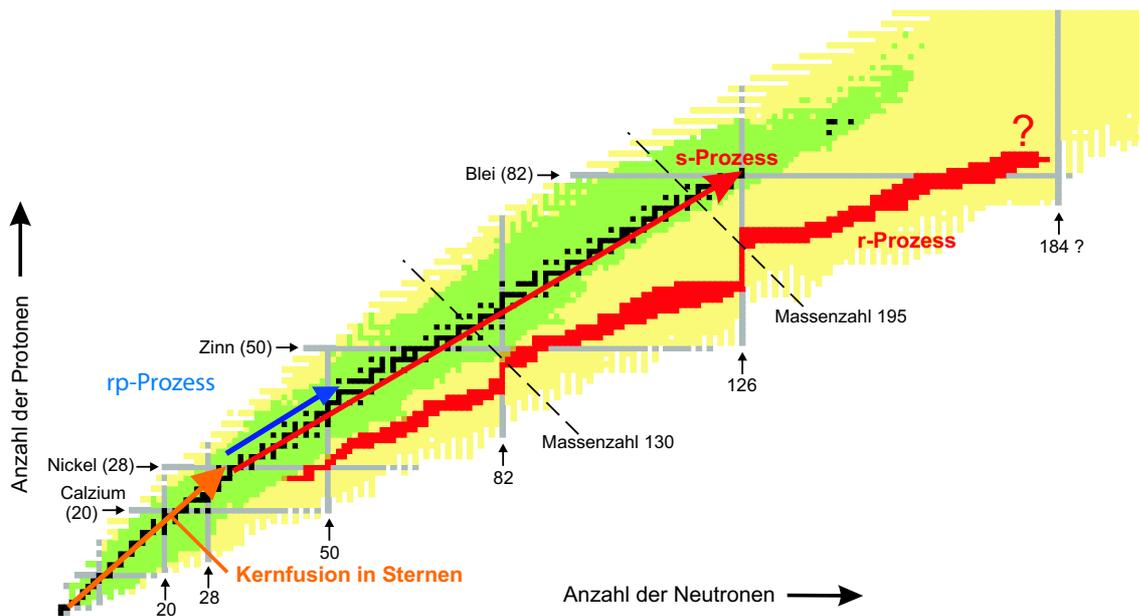


Abbildung 1.2: (farbig) Ein typischer vorhergesagter Pfad [3] des r-Prozesses (rot) auf der Nuklidkarte, in der die Anzahl der Protonen im Kern reihenweise nach oben und die Anzahl der Neutronen spaltenweise nach rechts zunimmt. Jedes Kästchen entspricht also einem Atomkern mit einer bestimmten Anzahl von Protonen und Neutronen. Die Kerne in einer horizontalen Reihe entsprechen den verschiedenen Isotopen eines gegebenen chemischen Elements. Markiert sind magische Protonen- und Neutronenzahlen, bei denen die entsprechenden Schalen abgeschlossen sind. Eingezeichnet sind stabile, in der Natur vorkommende Kerne (schwarz), Kerne, deren Masse experimentell bekannt ist (grün), und alle anderen, die theoretisch vorhergesagt sind (gelb). Die diagonalen Linien markieren die Massenzahlen, bei denen Maxima in der r-Prozess-Elementhäufigkeit auftreten. Ebenfalls gezeigt sind die schematischen Verläufe der Kernfusionsprozesse in Sternen (oranger Pfeil), des rp-Prozesses (blauer Pfeil) sowie des s-Prozesses (roter Pfeil). Beim Neutroneneinfang wird  $N$  um 1 erhöht, beim Beta-Zerfall wird  $Z$  um 1 erhöht und  $N$  um 1 erniedrigt.

teil für Messungen nicht zugänglich sind, ist man auf theoretische Vorhersagen der Kernmassen angewiesen, deren Genauigkeit jedoch bei weitem nicht ausreicht. Die Zinnisotope  $^{133}\text{Sn}$  und  $^{134}\text{Sn}$ , die in dieser Diplomarbeit behandelt werden, liegen in dem Bereich der Nuklidkarte, in der der r-Prozess stattfindet.

Der bislang kleinste erreichte Fehler bei Massenmessungen an kurzlebigen Radionukliden mit ISOLTRAP beträgt derzeit  $\delta m/m = 8 \cdot 10^{-9}$  [Mukh2004]. Dies ist zugleich die höchste Genauigkeit, die bei Massenmessungen an kurzlebigen Radionukliden jemals erreicht wurde. Der Gesamtfehler setzt sich aus systematischem und statistischem Fehler zusammen. Der systematische Fehler kann nur durch Verbesserungen der Messapparatur weiter minimiert werden. Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Möglichkeit, den statistischen Fehler bei der Anpassung der

theoretisch erwarteten Linienform an die Resonanzkurve durch eine Änderung der Messprozedur weiter zu reduzieren. Die Masse eines Nuklids wird an ISOLTRAP wie bereits erwähnt über die Zyklotronfrequenz bestimmt. Dazu werden die Ionen in einer Penning-Falle gespeichert, mit einer Radiofrequenz angeregt und dann aus der Falle ausgeschossen. Die Zyklotronfrequenz wird aus einer Resonanzkurve bestimmt, in der die Flugzeit der Ionen von der Penning-Falle zu einem Detektor über der zur Anregung verwendeten Radiofrequenz aufgetragen wird. Die Radiofrequenz wird dabei in äquidistanten Schritten in der Umgebung der erwarteten Zyklotronfrequenz variiert. An die gemessenen Daten wird dann die theoretisch zu erwartende Resonanzkurve angepasst. Es stellt sich die Frage, welche Frequenzpunkte für die Bestimmung der Zyklotronfrequenz den größten Beitrag leisten. Durch eine Änderung der aufgenommenen Frequenzpunkte oder des Frequenzbereiches könnte eine Minimierung des statistischen Fehlers der Zyklotronfrequenz erreicht werden.

In dieser Diplomarbeit werden zunächst die Grundlagen der Penning-Falle erklärt, wobei auch auf verschiedene Möglichkeiten zur Manipulation der in ihr gespeicherten Ionen eingegangen wird. Danach wird das ISOLTRAP-Experiment als Teil der ISOLDE-Anlage vorgestellt. Alle Messungen im Rahmen dieser Diplomarbeit wurden an diesem Experiment durchgeführt. Es werden der Aufbau des Experiments und die Durchführung der Messungen beschrieben. Nach der Behandlung dieser Grundlagen werden neue experimentelle Ergebnisse und technische Weiterentwicklungen beschrieben. Zur Reduzierung des Fehlers der Massenmessungen wurde versucht, experimentell die Gewichte der einzelnen Frequenzpunkte der Resonanzkurve zu bestimmen. Desweiteren wurde am ISOLTRAP-Experiment ein Temperaturstabilisierungssystem installiert. Dadurch sollen Temperaturfluktuationen in der Penning-Falle minimiert werden, die eine Änderung des Magnetfeldes und somit eine systematische Unsicherheit in der Bestimmung der Zyklotronfrequenz hervorrufen. Schließlich wurden noch on-line-Massenmessungen an neutronenreichen Zinnisotopen durchgeführt, deren Ergebnisse im Anschluss aufgezeigt und diskutiert werden.

## 2 Grundlagen einer Penning-Falle

Eine Penning-Falle erlaubt die Speicherung von geladenen Teilchen und bildet die Grundlage der Massenmessungen, die im Rahmen dieser Diplomarbeit durchgeführt wurden. Die Masse der gespeicherten Teilchen wird dabei durch Messung ihrer Zyklotronfrequenz bestimmt. In diesem Kapitel werden die Grundlagen einer Penning-Falle behandelt. Außerdem werden Möglichkeiten beschrieben, die in der Penning-Falle befindlichen Ionen durch Anregungs- und Kühlmechanismen gezielt zu manipulieren. Diese werden benötigt, um die Ionen zur Frequenzbestimmung geeignet zu präparieren.

### 2.1 Prinzip einer Penning-Falle

Zunächst werden die theoretischen Grundlagen der Speicherung eines Teilchens in einer idealen Penning-Falle betrachtet. Danach werden Abweichungen von dieser idealen Falle durch Inhomogenitäten der Speicherfelder sowie die durch Coulomb-Wechselwirkung gegenseitige Beeinflussung von mehreren gleichzeitig in der Falle gespeicherten Ionen diskutiert.

#### 2.1.1 Die ideale Penning-Falle

Ein geladenes Teilchen mit einem Ladungs-zu-Masse-Verhältnis  $q/m$  und der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  wird in einem Magnetfeld  $\vec{B}$  aufgrund der Lorentzkraft  $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$  abgelenkt, wenn es eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Magnetfeld besitzt. Als resultierende Bewegung des Teilchens in einem genügend starken Magnetfeld ergibt sich eine Kreisbahn. Die Frequenz dieser Kreisbewegung ergibt sich nach Gleichsetzen von Lorentzkraft und Zentrifugalkraft zu

$$\omega_c = \frac{q}{m}B. \quad (2.1)$$

Das Anlegen eines Magnetfeldes erlaubt also die Speicherung geladener Teilchen in zwei Dimensionen. Für die dreidimensionale Speicherung wird dem starken Magnetfeld ein schwaches elektrisches Quadrupolfeld überlagert. Dies ist die sogenannte Penning-Fallen-Konfiguration, benannt nach F.M. Penning. Die Realisierung geht jedoch auf den Nobelpreisträger H. Dehmelt (1989) zurück. Eine detaillierte Beschreibung einer Penning-Falle findet sich in [Brow1986]. Abbildung 2.1 zeigt den Aufbau einer *idealen Penning-Falle*. Das elektrische Feld kann beispielsweise durch Spannungen auf Elektroden erzeugt werden, die die Form von Rotations-Hyperboloiden aufweisen und die den Äquipotentialflächen des Quadrupolfeldes entsprechen. Eine solche Penning-Falle besteht dann aus einer Ringelektrode mit dem Innendurchmesser  $2r_0$  und zwei Endkappen, die jeweils den Abstand  $z_0$  zum Fallenzentrum haben.

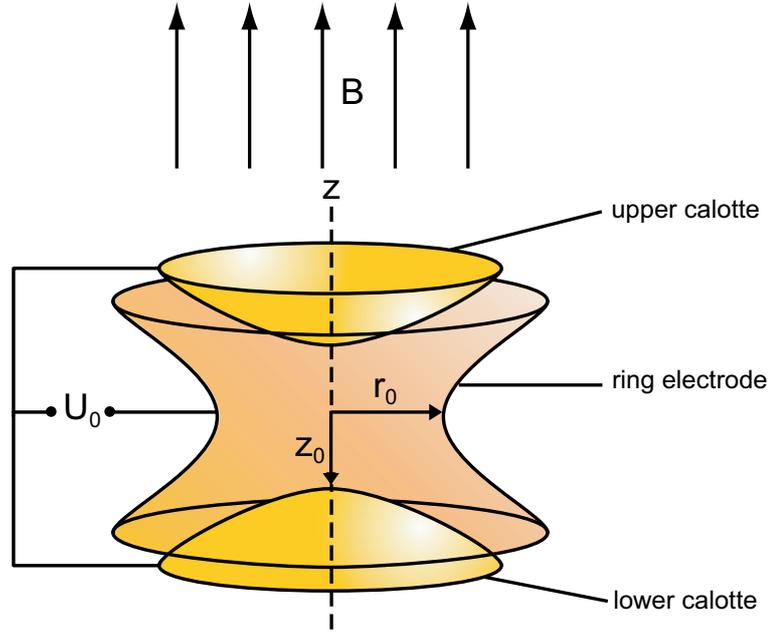


Abbildung 2.1: (farbig) Aufbau einer Penning-Falle. Die Ionen werden parallel zum Magnetfeld eingeschossen. Zum Einfangen der Ionen wird die Gleichspannung  $U_0$  an die obere und untere Endkappe angelegt.

Als  $z$ -Achse wird die Richtung des Magnetfeldes gewählt, die mit der gemeinsamen Rotationsachse der Elektroden (Fallenachse) zusammenfällt. Der Ursprung  $(x, y, z) = 0$  befindet sich bei halbem Abstand zwischen den Endkappen und im Zentrum der Ringelektrode (Fallenzentrum). Für das elektrische Potential in Zylinderkoordinaten gilt:

$$U(z, \rho) = \frac{U_0}{2d^2} \left( z^2 - \frac{\rho^2}{2} \right). \quad (2.2)$$

$d$  ist dabei der charakteristische Fallenparameter, der durch das Minimum der axialen  $z_0$  und radialen  $r_0$  Abstände zu den Elektroden definiert ist. Es gilt:

$$d^2 = \frac{1}{2} \left( z_0^2 + \frac{r_0^2}{2} \right). \quad (2.3)$$

Die dreidimensionale Bewegung eines Teilchens in der Penning-Falle ist durch die Newton'schen Bewegungsgleichungen gegeben:

$$\ddot{x} - \omega_c \dot{y} - \frac{1}{2} \omega_z^2 x = 0 \quad (2.4)$$

$$\ddot{y} + \omega_c \dot{x} - \frac{1}{2} \omega_z^2 y = 0 \quad (2.5)$$

$$\ddot{z} + \omega_z^2 z = 0. \quad (2.6)$$

Die Bewegung in  $z$ -Richtung ist entkoppelt von den radialen Bewegungen und nur vom elektrostatischen Potential  $E_z = -U_0/d^2$  abhängig. Das Potential führt zu einer

harmonischen Oszillation parallel zur  $z$ -Achse, falls die Einfangs-Bedingung  $q \cdot U_0 > 0$  erfüllt ist. Die charakteristische Eigenfrequenz hierbei ist gegeben durch

$$\omega_z = \sqrt{\frac{qU_0}{md^2}}. \quad (2.7)$$

Zur Bestimmung der gekoppelten Bewegung in der  $xy$ -Ebene wird die komplexe Variable  $u = x + iy$  eingeführt [Kret1991]. Damit lassen sich die beiden linearen Differentialgleichungen (2.4, 2.5) durch eine komplexe Differentialgleichung ausdrücken:

$$\ddot{u} + i\omega_c \dot{u} - \frac{1}{2}\omega_z^2 u = 0. \quad (2.8)$$

Mit dem Ansatz  $u = e^{-i\omega t}$  erhält man:

$$\omega^2 - \omega_c \omega + \frac{1}{2}\omega_z^2 = 0, \quad (2.9)$$

mit den beiden charakteristischen Eigenfrequenzen

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_z^2} \right). \quad (2.10)$$

$\omega_+$  wird als reduzierte bzw. modifizierte Zyklotronfrequenz bezeichnet,  $\omega_-$  ist die Magnetronfrequenz. Aus den Gln. (2.7) und (2.10) können folgende Beziehungen für die Eigenfrequenzen hergeleitet werden:

$$\omega_c = \omega_+ + \omega_- \quad (2.11)$$

und

$$\omega_c^2 = \omega_+^2 + \omega_-^2 + \omega_z^2. \quad (2.12)$$

In Abb. 2.2 ist die Bewegung eines Ions in einer Penning-Falle als Überlagerung aus den drei Eigenbewegungen schematisch dargestellt. Aus der Bedingung, dass der Wurzelausdruck in Glg. (2.10) positiv sein muss, erhält man das Stabilitätskriterium

$$\omega_c^2 > 2\omega_z^2 \quad (2.13)$$

bzw.

$$B > \sqrt{2 \frac{m U_0}{q d^2}} \quad (2.14)$$

als Bedingung für die Magnetfeldstärke. Mit der Frequenz  $\omega_1 = \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_z^2}$  können die Eigenfrequenzen identifiziert werden als die reduzierte Zyklotronfrequenz

$$\omega_+ = \frac{1}{2} (\omega_c + \omega_1) \quad (2.15)$$

und die Magnetronfrequenz

$$\omega_- = \frac{1}{2} (\omega_c - \omega_1). \quad (2.16)$$

Durch Reihenentwicklung der Radialbewegungen erhält man die beiden Näherungen

$$\omega_+ \approx \omega_c - \frac{U_0}{2d^2 B} \quad (2.17)$$

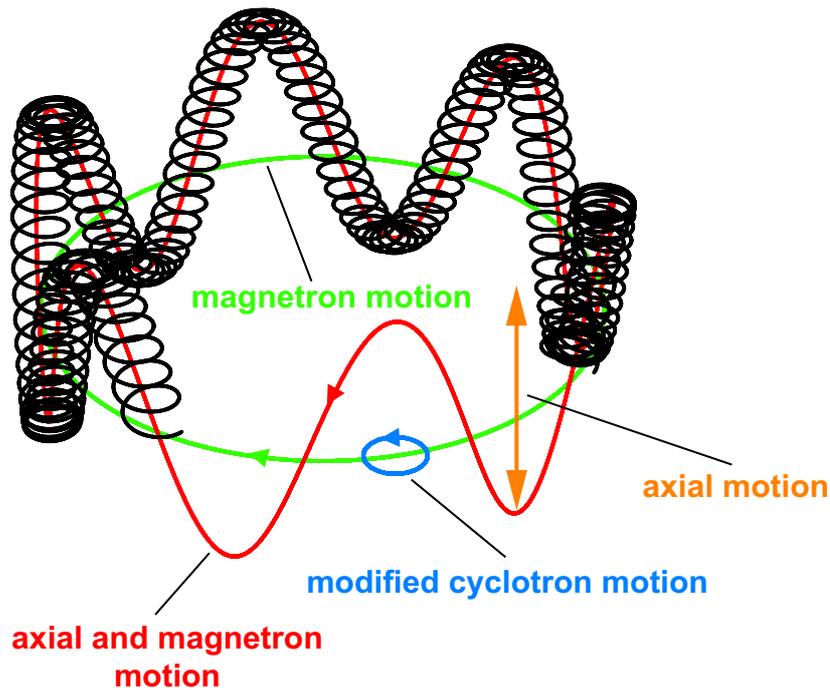


Abbildung 2.2: (farbig) Schematische Darstellung der charakteristischen Bewegung eines Ions in einer Penning-Falle (Aufbau siehe Abb. 2.1). Sie ist eine Überlagerung von drei Eigenbewegungen: Einer harmonischen Schwingung parallel zur  $z$ -Achse, der schnellen, modifizierten Zyklotronbewegung in der radialen Ebene und einer langsamen, ebenfalls in der radialen Ebene ablaufenden, azimuthalen Präzession um das Fallenzentrum, der Magnetronbewegung.

und

$$\omega_- \approx \frac{U_0}{2d^2B} . \quad (2.18)$$

Man erkennt, dass die Magnetronfrequenz in erster Näherung massenunabhängig ist.

Die Penning-Falle eignet sich zur Massenmessung an stabilen und kurzlebigen Nukliden. Hierbei wird ausgenutzt, dass nach Glg. (2.1) die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  direkt umgekehrt proportional zur Masse  $m$  des Nuklids ist. An ISOLTRAP wird zur Bestimmung der Masse eines Radionuklids durch geeignete Anregung (siehe Kap. 2.2) dessen Zyklotronfrequenz ermittelt. Der genaue Hergang der Massenbestimmung ist in Kap. 3.3 beschrieben.

### 2.1.2 Die reale Penning-Falle

Die obigen Gleichungen beschreiben die ungestörte Bewegung eines einzelnen Teilchens in einer idealen Penning-Falle. Die Eigenbewegungen sind völlig voneinander entkoppelt und ihre Frequenzen hängen nur von der Fallengröße, den Feldern und der Masse und Ladung des gespeicherten Teilchens ab. Bei der realen Penning-Falle müssen aufgrund von Feldfehlern und weiteren Unvollkommenheiten zahlreiche Abweichungen von der idealen Geometrie in Betracht gezogen werden [Brow1986,

Boll1996, Boll2004, Majo2005].

### **Inhomogenität des elektrischen Feldes**

Um ein elektrisches Feld zu erzeugen, das möglichst wenig von der idealen Quadrupolform abweicht, werden die Elektroden so geformt, dass sie den Äquipotentialflächen des gewünschten Feldes entsprechen. Die Elektroden haben die Form von Rotationshyperboloiden. Die Tatsache, dass die Elektroden nur endlich ausgedehnt sind und die Endkappen Löcher für den Ein- und Ausschuss der Ionen in die Falle aufweisen, weichen sie von ihrer idealen Form ab. Dies führt zu Abweichungen vom idealen elektrostatischen Potential. Diese Abweichungen können durch Korrektur-elektroden weitgehend kompensiert werden.

### **Inhomogenität des magnetischen Feldes**

Die Homogenität des Magnetfeldes im Fallenzentrum kann durch die Anwesenheit von Fallenelektroden, Halterungen, elektrischen Leitungen und der Vakuumkammer gestört werden, da die magnetischen Suszeptibilitäten der verwendeten Materialien von Null verschieden sind. Um die Störung des Magnetfeldes zu minimieren, ist bei der Konstruktion der Fallen auf die Verwendung von möglichst wenig Material zu achten, das darüberhinaus eine möglichst geringe Suszeptibilität aufweisen sollte. Ein weiterer Grund liegt in der endlichen Ausdehnung und im Bau des Magneten, dessen Feld nur begrenzt homogen ist. Außerdem sollte die  $z$ -Achse der Penning-Falle mit der Richtung des Magnetfeldes zusammenfallen, was in der Realität nur näherungsweise erreicht wird. Die Abweichungen von der idealen Feldform führen im Allgemeinen zu einer schwachen Kopplung der Eigenbewegungen untereinander und zu einer Änderung der Frequenzen [Boll1990].

### **Ion-Ion-Wechselwirkung**

Wie bereits erwähnt gelten die oben ausgeführten Überlegungen nur für ein einzelnes eingefangenes Teilchen. Wenn sich mehrere geladene Teilchen in der Penning-Falle befinden, wechselwirken sie miteinander aufgrund der Coulomb-Kraft. Diese Wechselwirkung wird umso größer, je mehr Ionen sich in der Penning-Falle befinden. Ionen der gleichen Masse verändern nur das elektrostatische Potential, nicht aber die Resonanzfrequenz. Dies hat eine Linienverbreiterung der Resonanzkurve zur Folge. Werden Ionen unterschiedlicher Massen gemeinsam eingefangen, wird sowohl eine Frequenzverschiebung als auch eine Linienverbreiterung beobachtet. Wenn die Differenz der Resonanzfrequenzen der unterschiedlichen Ionensorten kleiner ist als die Halbwertsbreite der Resonanzkurve, so können sie nicht getrennt aufgelöst werden. Falls die beiden Ionensorten aufgelöst werden können, wird eine Verschiebung ihrer Resonanzfrequenzen hin zu niedrigeren Werten beobachtet [Boll1992]. Eine genauere Beschreibung der Ion-Ion-Wechselwirkung findet sich in [Köni1991].

## 2.2 Anregung der Ionenbewegungen in einer Penning-Falle

Außer der Speicherung von Ionen kann in einer Penning-Falle auch deren gezielte Manipulation durchgeführt werden. Die bislang gebräuchlichsten Methoden seien hier kurz erläutert.

Im Idealfall sind die drei Ionenbewegungen entkoppelt und können jeweils durch einen quantisierten harmonischen Oszillator beschrieben werden [Kret1999]. In Abb. 2.3 ist das Energieschema mit den diskreten Energiezuständen der einzelnen Bewegungen, den sogenannten Landau-Niveaus, dargestellt. Die Gesamtenergie ergibt sich dabei als Summe der Energien der drei unabhängigen Bewegungen. Bemerkenswert ist das negative Potential der Magnetronbewegung. Hier führt eine Erhöhung der Quantenzahl  $n_-$ , was einer Vergrößerung des Magnetronradius entspricht, zu einer niedrigeren potentiellen Energie.

Zur Ionenanregung werden gewöhnlich zwei verschiedene Methoden angewendet: Die Dipol- und die Quadrupolanregung. Für die Dipolanregung muss die Ringelektrode in zwei Segmente aufgeteilt werden (siehe Abb. 2.4(a)). Sie wird zur Manipulation einzelner Bewegungen verwendet. Die Quadrupolanregung (siehe Abb. 2.4(b)) dient zur Kopplung zweier unterschiedlicher Bewegungsmoden. Im Falle der Anregung bei der Summenfrequenz (Glg. (2.11)) kommt es zur Konversion der beiden Bewegungen.

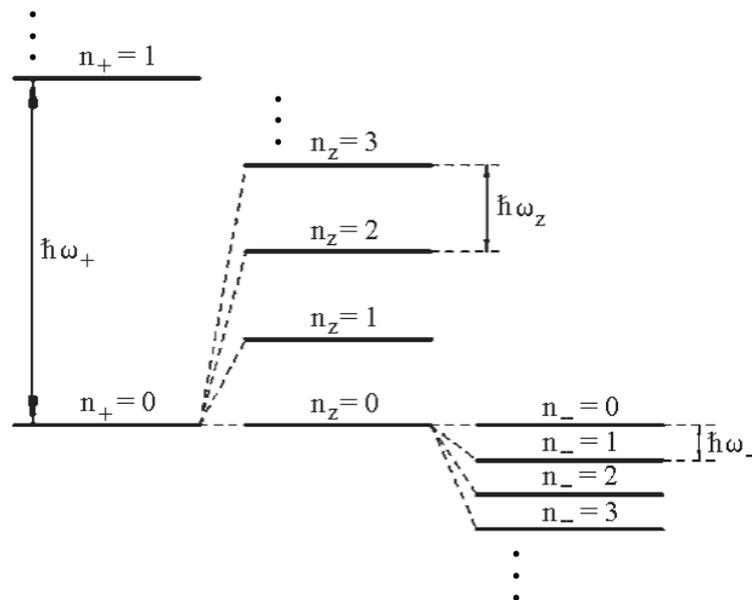


Abbildung 2.3: Energieschema eines harmonischen Oszillators für spinlose geladene Teilchen in einer idealen Penning-Falle.  $\omega_+$  ist die reduzierte Zyklotronfrequenz,  $\omega_z$  die axiale Frequenz und  $\omega_-$  die Magnetronfrequenz. Die dazugehörigen Quantenzahlen sind mit  $n_+$ ,  $n_z$  und  $n_-$  bezeichnet.

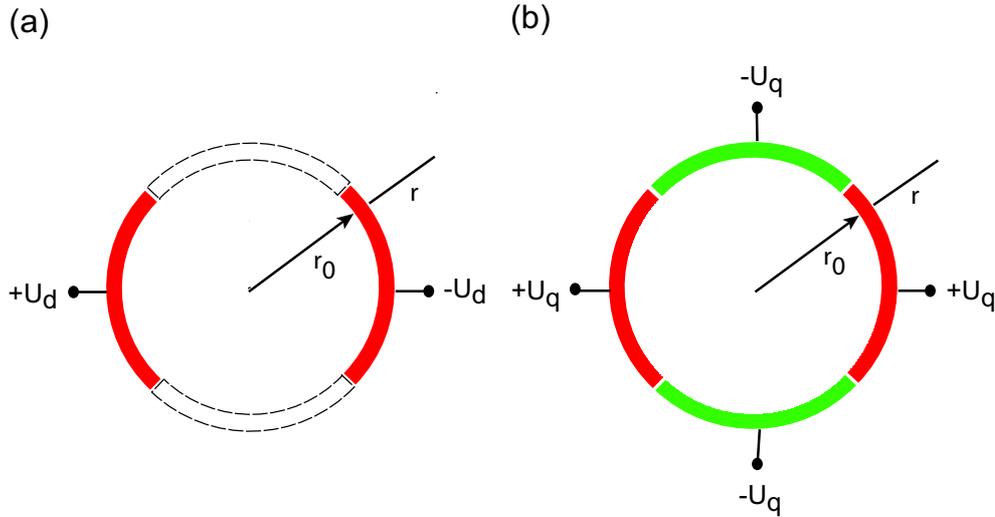


Abbildung 2.4: (farbig) Die radiale Segmentierung der Ringelektrode (Aufsicht) zum Anlegen eines elektromagnetischen Wechselfeldes. In (a) wird eine Radiofrequenz an zwei gegenüberliegenden Ringsegmenten angelegt, was ein Dipolfeld zur Folge hat. Ein Quadrupolfeld wird erzeugt, indem bei einer vierfach segmentierten Ringelektrode jeweils an zwei gegenüberliegende Ringsegmente ein Radiofrequenzsignal derselben Phase angelegt wird (b).

## 2.2.1 Dipolanregung

Eine Möglichkeit zur Manipulation der Ionen in der Falle bietet die Dipolanregung. Da die Magnetronbewegung quasi massenunabhängig ist (siehe Glg. (2.18)), können mit einer Dipolanregung der Frequenz  $\nu_-$  alle in der Falle befindlichen Ionen simultan angeregt werden. Eine Dipolanregung der Frequenz  $\nu_+$  dagegen ist massenselektiv und wird zum Entfernen von Kontaminationen, d.h. unerwünschten Ionen in der Falle, verwendet. Zur Erzeugung des Dipolfeldes wird an zwei gegenüberliegende Segmente der Ringelektrode eine Wechselfeldspannung angelegt (siehe Abb. 2.4(a)). Als Signal wird beispielsweise eine Sinusspannung gewählt. Das elektrische Feld hat dann die Form

$$\vec{E}_x = \frac{U_d}{a} \cdot \cos(\omega_d t + \Phi_d) \cdot \hat{x}. \quad (2.19)$$

Dabei ist  $U_d$  die Amplitude der angelegten Spannung beim Radius  $a$ ,  $\omega_d$  die Anregungsfrequenz und  $\Phi_d$  die Phase. Wenn das angelegte Signal phasengleich mit der Ionenbewegung in der Falle erfolgt (siehe Abb. 2.5(a)), so wird der Magnetronradius gleich vom Beginn der Anregung an linear erhöht. Beträgt der Phasenunterschied  $180^\circ$  (siehe Abb. 2.5(b)), so nimmt der Magnetronradius erst bis Null ab, bevor er wieder erhöht wird. In Abb. 2.6 ist der Magnetronradius für verschiedene Phasen als Funktion der Anregungszeit zu sehen.

Bei der Dipolanregung liefert der Dipol-Term den führenden Beitrag zur Multipolentwicklung des Wechselfeldes. Entgegengesetzte Phasen an gegenüberliegenden Segmenten anzulegen hat gegenüber einer Monopolanregung den Vorteil, dass im Fallenzentrum ein zeitlich konstantes Potential und damit Kräftefreiheit herrscht.

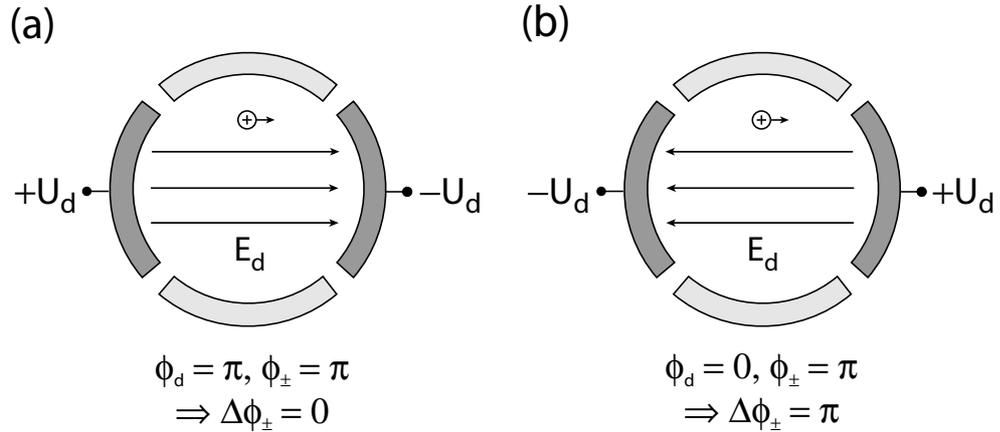


Abbildung 2.5: Die Phase zwischen dem angelegten Dipolfeld und der Ionenbewegung. In Abb. (a) haben Dipolfeld und Ionenbewegung dieselbe Phase, in Abb. (b) dagegen sind die Phasen entgegengesetzt.

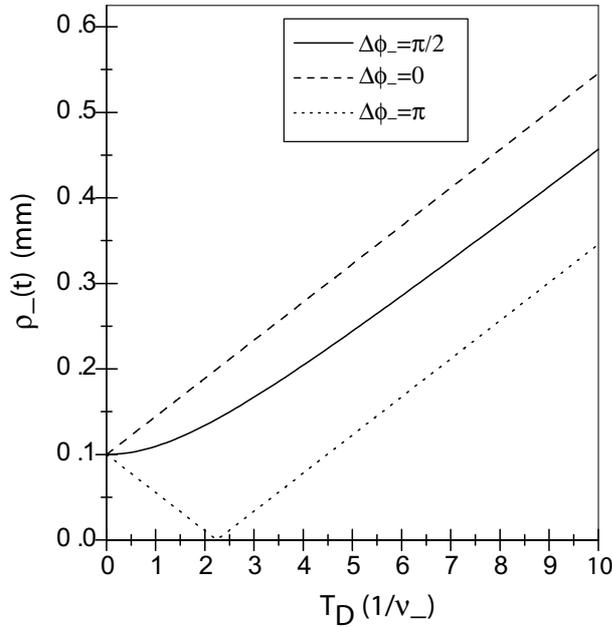


Abbildung 2.6: Die Entwicklung des Magnetronradius als Funktion der Dauer der Dipolanregung für die Phasenunterschiede von 0, 90° und 180° zwischen dem angelegten Dipolfeld und der Ionenbewegung.

## 2.2.2 Quadrupolanregung

Bei der Quadrupolanregung ist die Ringelektrode in vier Segmente unterteilt (siehe Abb. 2.4(b)). Dabei wird jeweils an zwei gegenüberliegende Segmente dieselbe Phase des Signals angelegt. Wenn die Frequenz des eingestrahelten Signals so gewählt wird, dass sie der Summe der beiden Eigenfrequenzen der radialen Bewegungskomponenten entspricht, so werden diese miteinander gekoppelt. Es gelten die beiden Gleichungen:

$$\vec{E}_x = \frac{2U_q}{a^2} \cdot \cos(\omega_q t + \Phi_q) \cdot y\vec{x} \quad (2.20)$$

und

$$\vec{E}_y = \frac{2U_q}{a^2} \cdot \cos(\omega_q t + \Phi_q) \cdot x\vec{y}. \quad (2.21)$$

Dies ermöglicht eine periodische Konversion zwischen Magnetronbewegung und modifizierter Zyklotronbewegung (siehe Abb. 2.7). Nach einer bestimmten Zeit, die von der Amplitude  $U_q$  der Quadrupolanregung abhängt, ist die eine Bewegung vollständig in die andere umgewandelt [Boll1990]. Bei einer nicht-resonanten Anregung ( $\omega_q \neq \omega_c$ ) ist die Konversion nach derselben Zeit nicht komplett [Köni1995a]. Für die radiale Energie  $E_r$  gilt nach [Brow1986]:

$$E_r \propto \omega_+^2 \rho_+^2(0) - \omega_-^2 \rho_-^2(0) \approx \omega_+^2 \rho_+^2(0), \quad (2.22)$$

da

$$\omega_+ \gg \omega_-. \quad (2.23)$$

Daher führt die resonante Kopplung von Magnetronbewegung und modifizierter Zyklotronbewegung zu einer Zunahme der radialen Energie und so auch des magnetischen Moments.

Für die Summenfrequenz der beiden radialen Bewegungen gilt nach den Glgn. (2.1) und (2.11):

$$\omega_+ + \omega_- = \omega_c = \frac{q}{m} B. \quad (2.24)$$

Die Quadrupolanregung mit  $\omega_c$  ist demnach massenselektiv und findet Anwendung beim massenselektiven Puffergaskühlen (siehe Kap. 2.3) [Sava1991] und bei der Bestimmung der Zyklotronfrequenz mittels der Flugzeit-Resonanzmethode (siehe Kap. 3.3.2) [Köni1995a].

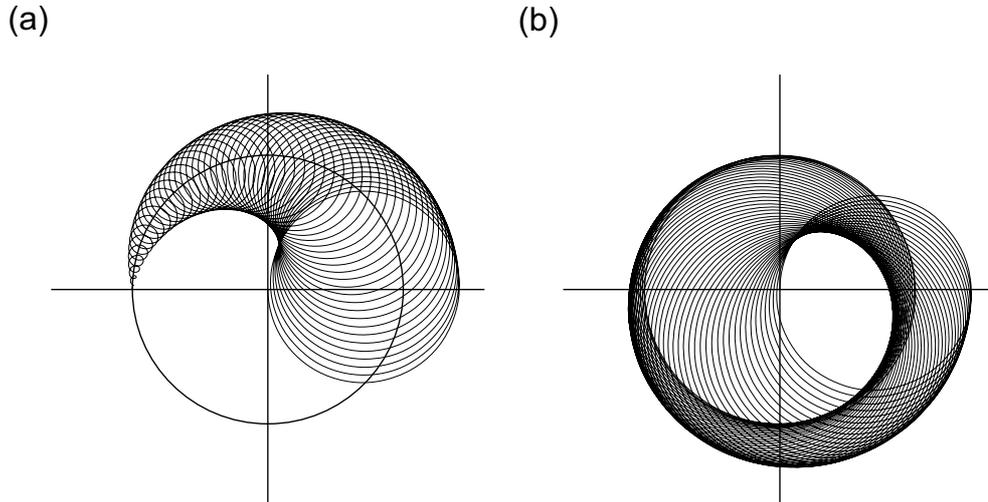


Abbildung 2.7: Konversion von reiner Magnetronbewegung in reine modifizierte Zyklotronbewegung durch Anlegen eines quadrupolaren Wechselfeldes mit der Zyklotronfrequenz  $\omega_c = \omega_+ + \omega_-$ . Zunächst liegt reine Magnetronbewegung vor. Diese ist durch einen schwarzen Kreis um den Ursprung gekennzeichnet. Abbildung (a) zeigt die erste, Abbildung (b) die zweite Hälfte der Konversion.

## 2.3 Puffergaskühlen der gespeicherten Ionen

Das Puffergaskühlen wird dazu verwendet die Bewegungsamplitude der gespeicherten Ionen zu reduzieren. Dadurch wird die Ungenauigkeit von Energie und Ort des Ions minimiert. Außerdem werden Fehler verringert, die aufgrund der Inhomogenitäten von elektrischem und magnetischem Feld entstehen. Zusätzlich ist der Transfer eines gekühltes Ionenensembles zwischen zwei Penning-Fallen durch die resultierende, geringere zeitliche Verteilung erleichtert [Beck1997].

Unter Anwesenheit eines leichten Puffergases verlieren die Ionen der Masse  $m$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  durch mehrfache Stöße mit den Gasmolekülen an kinetischer Energie. Dies kann durch eine geschwindigkeitsabhängige Dämpfungskraft

$$\vec{F} = -\delta \cdot m \cdot \vec{v} \quad (2.25)$$

mit dem Dämpfungskoeffizienten

$$\delta = \frac{q}{m} \cdot \frac{1}{M_{ion}} \cdot \frac{p/p_N}{T/T_N} \quad (2.26)$$

beschrieben werden. Der Druck  $p$  und die Temperatur  $T$  des Gases werden in Einheiten von Normaldruck  $p_N$  und Normaltemperatur  $T_N$  angegeben.  $M_{ion}$  ist die reduzierte Mobilität der Ionen im Gas. Für gewöhnlich werden Edelgase als Puffergas verwendet, da wegen ihres hohen Ionisierungspotentials geringere Verluste aufgrund von Ladungsaustausch stattfinden. Die Dämpfung führt zu einer Reduzierung der Amplituden von modifizierter Zyklotronbewegung und Axialbewegung. Der Magnetronradius nimmt jedoch aufgrund der negativen potentiellen Energie der Magnetronbewegung zu. Ein Verlust der Ionen kann durch eine Ankopplung der Magnetronbewegung an eine der beiden anderen Eigenbewegungen verhindert werden. Die Quadrupolanregung bei  $\nu_c$  bewirkt eine starke Kopplung der beiden Radialbewegungen. Da  $\nu_+ \gg \nu_-$  wird wegen Glg. (2.25) die reduzierte Zyklotronbewegung viel schneller gekühlt als die Magnetronbewegung. Dies ist in Abb. 2.8 dargestellt. Die Kopplung durch das Quadrupolfeld kann bei geeigneter Wahl von Druck und Anregungsamplitude zu einer Reduzierung der Bahnamplituden aller Freiheitsgrade führen. Ist die Anregung mit der wahren Zyklotronfrequenz  $\omega_c = qB/m$  zu einer Masse  $m$  resonant, bewirkt dies ein massenselektives Zentrieren einer Ionensorte, wie in Abb. 2.8(b) dargestellt [Sava1991]. Der Ausschuss von gespeicherten Ionen durch ein Diaphragma an der Ausgangsseite der Falle stellt somit eine Selektionsmöglichkeit für einzelne Ionensorten dar. Bei ISOLTRAP wird das massenselektive Puffergaskühlen zur Trennung von Isobaren mit einem Auflösungsvermögen von bis zu  $R = 10^5$  verwendet.

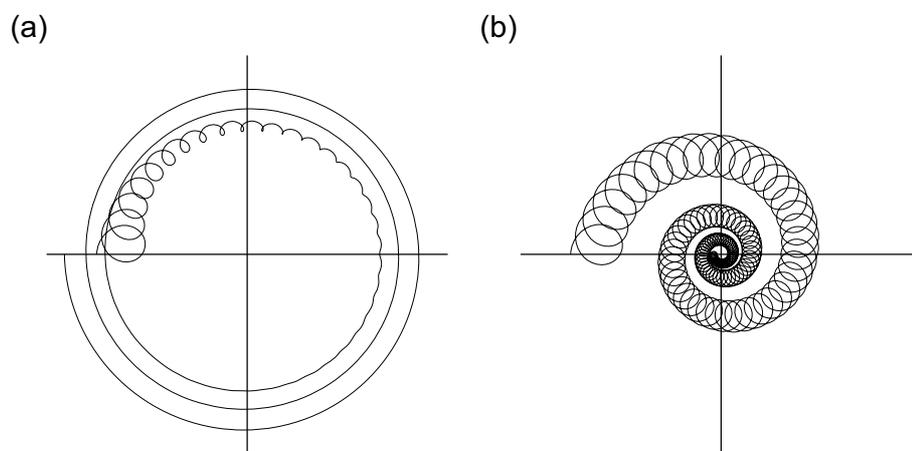


Abbildung 2.8: Die radiale Ionenbewegung in einer mit Puffergas gefüllten Penning-Falle. Der Kreuzungspunkt stellt den Mittelpunkt der Falle dar. (a) Unter Einfluss der geschwindigkeitsabhängigen Dämpfung beobachtet man eine schnelle Reduzierung des Zyklotronradius sowie ein langsames Anwachsen des Magnetronradius, das letztendlich zum Ionenverlust führt. (b) Die zusätzliche Anregung durch ein resonantes Quadrupolfeld bei  $\nu_c = \nu_+ + \nu_-$  und die damit verbundene Kopplung der radialen Bewegungsmoden bewirkt eine langsamere Abnahme des Zyklotronradius mit einer gleichzeitigen Verringerung des Magnetronradius. Dies bewirkt das massenselektive Zentrieren einer Ionensorte zum Fallenzentrum hin.

## 3 Experimenteller Aufbau

ISOLTRAP ist ein Präzisionsmassenspektrometer, das auf der Bestimmung der Zyklotronfrequenz von gespeicherten Ionen in einer Penning-Falle basiert [Boll1996, Herf2003a]. Es befindet sich am on-line-Massenseparator ISOLDE/CERN [Kugl2000] und wird zur Massenmessung an kurzlebigen Nukliden eingesetzt [Blau2004]. Mit ISOLTRAP können auch Nuklide vermessen werden, die Produktionsraten von 100 Ionen pro Sekunde aufweisen und Halbwertszeiten von lediglich wenigen 10 ms besitzen [Kell2004a]. Mehr als 300 Nuklide wurden in den letzten zehn Jahren dort vermessen [Blau2005]. Die relative Massenungenauigkeit wurde durch stetige Verbesserungen auf  $\delta m/m = 8 \cdot 10^{-9}$  herabgesetzt und ein Auflösungsvermögen von  $10^7$  wurde erreicht, was die Auflösung von angeregten Kernzuständen, sogenannten Isomeren, ermöglicht [Schw2001, Blau2003a, Webe2005]. In diesem Kapitel sollen der Aufbau des on-line-Isotopenseparators ISOLDE und des Penning-Fallen-Massenspektrometers ISOLTRAP kurz vorgestellt werden.

### 3.1 Der on-line-Isotopenseparator ISOLDE

Der on-line-Isotopenseparator ISOLDE (siehe Abb. 3.2) ist Teil des europäischen Kernforschungszentrums CERN in Genf (Schweiz). Seine Aufgabe ist es, kurzlebige Radionuklide zu erzeugen und sie in Form von isotonenreinen Ionenstrahlen unmittelbar nach ihrer Produktion und Ionisation (*on-line*) an die verschiedenen Experimente zu verteilen. In der ISOLDE-Halle befinden sich über 30 Experimente, die den Ionenstrahl nutzen können. Die Radionuklide werden durch den Beschuss eines dicken Targets mit hochenergetischen Protonen erzeugt. Dazu werden die Protonen durch Ionisation von Wasserstoff erzeugt und mit einem Linearbeschleuniger auf bis zu 1,4 GeV beschleunigt. Der *Proton-Synchrotron Booster* (PSB) liefert Protonenpulse mit einer Intensität von etwa  $3 \cdot 10^{13}$  Teilchen pro Puls und einem Pulsabstand von 1,2 s. Wenn die Protonen eines der beiden ISOLDE-Targets treffen, entsteht durch induzierte Spaltung, Spallation und Fragmentation aus den schweren Targetkernen eine Vielzahl verschiedener Nuklide. Je nachdem welche Nuklide man erzeugen will, wählt man unterschiedliche Target-Materialien, wie zum Beispiel Calciumoxid oder Urancarbid [Köst2002].

Die Reaktionsprodukte diffundieren aus der geheizten Targetmatrix ( $T > 2000^\circ\text{C}$ ) in eine Ionenquelle, wo sie entweder durch Oberflächenionisation, Plasmaionisation oder resonante Laserionisation ionisiert werden [Köst2003]. Die verschiedenen Ionisationsmethoden nutzen physikalische und chemische Eigenschaften der verschiedenen Radionuklide aus, um die erwünschten Nuklide in stärkerem Maße zu ionisieren und unerwünschte Nuklide so gut es geht zu unterdrücken. Nach ihrem Austritt aus der Ionenquelle werden die Ionen auf 60 keV beschleunigt und durch einen magnetischen Massenseparator geleitet. In der ISOLDE-Halle befinden sich zwei solcher

Separatoren: der *General-Purpose Separator* (GPS) mit einem Auflösungsvermögen von  $R = m/\Delta m \approx 1000$  und der *High-Resolution Separator* (HRS) mit  $R \approx 6000$  [Kugl2000]. Nach der Separation werden die Ionen zu den verschiedenen Experimenten mittels eines Strahlverteilungssystems geführt (siehe Abb. 3.2). Im Moment können nahezu 70 Elemente und etwa 700 Isotope an ISOLDE erzeugt und verteilt werden. Eine Übersicht über die zur Verfügung stehenden Elemente und deren Ionisationsmechanismen zeigt das farbcodierte Periodensystem der Elemente in Abb. 3.1.

**ISOLDE TABLE OF ELEMENTS**

| H  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |    |    |    | He |    |   |   |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|
| Li | Be |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |    |    |    | B  | C  | N | O | F  | Ne |
| Na | Mg |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |    |    |    | Al | Si | P | S | Cl | Ar |
| K  | Ca | Sc | Ti | V  | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn  | Ga  | Ge  | As  | Se | Br | Kr |    |    |   |   |    |    |
| Rb | Sr | Y  | Zr | Nb | Mo | Tc | Ru | Rh | Pd | Ag | Cd  | In  | Sn  | Sb  | Te | I  | Xe |    |    |   |   |    |    |
| Cs | Ba | La | Hf | Ta | W  | Re | Os | Ir | Pt | Au | Hg  | Tl  | Pb  | Bi  | Po | At | Rn |    |    |   |   |    |    |
| Fr | Ra | Ac | Rf | Db | Sg | Bh | Hs | Mt | Ds | Rg | 112 | 113 | 114 | 115 |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
|    |    |    | Ce | Pr | Nd | Pm | Sm | Eu | Gd | Tb | Dy  | Ho  | Er  | Tm  | Yb | Lu |    |    |    |   |   |    |    |
|    |    |    | Th | Pa | U  | Np | Pu | Am | Cm | Bk | Cf  | Es  | Fm  | Md  | No | Lr |    |    |    |   |   |    |    |

**ION SOURCE:**

|       |         |        |
|-------|---------|--------|
| +     | SURFACE | -      |
| hot   | PLASMA  | cooled |
| LASER |         |        |

Abbildung 3.1: (farbig) Das farbcodierte Periodensystem der Elemente mit Informationen über die Ionisationsmechanismen der einzelnen Elemente an ISOLDE/CERN.

## 3.2 Das Penning-Fallen-Massenspektrometer ISOLTRAP

Der experimentelle Aufbau von ISOLTRAP ist in Abb. 3.3 dargestellt. Der erste Bestandteil (a) ist eine mit Puffergas gefüllte lineare Radiofrequenz-Quadrupol-(RFQ)-Struktur, die auf einem Potential von etwas weniger als 60 kV relativ zum Erddpotential liegt. Das dadurch erzeugte Feld bremst die von ISOLDE kommenden 60 keV-Ionen auf eine kinetische Energie von wenigen eV ab. Außerdem werden die Ionen durch Stöße mit dem Puffergas gekühlt und gebündelt [Herf2001a, Herf2001b, Kell2001]. Die RFQ-Struktur ist in Abb. 3.4 detailliert dargestellt. Die Ionen werden aufgrund des angelegten Potentials von etwa 60 kV abge-

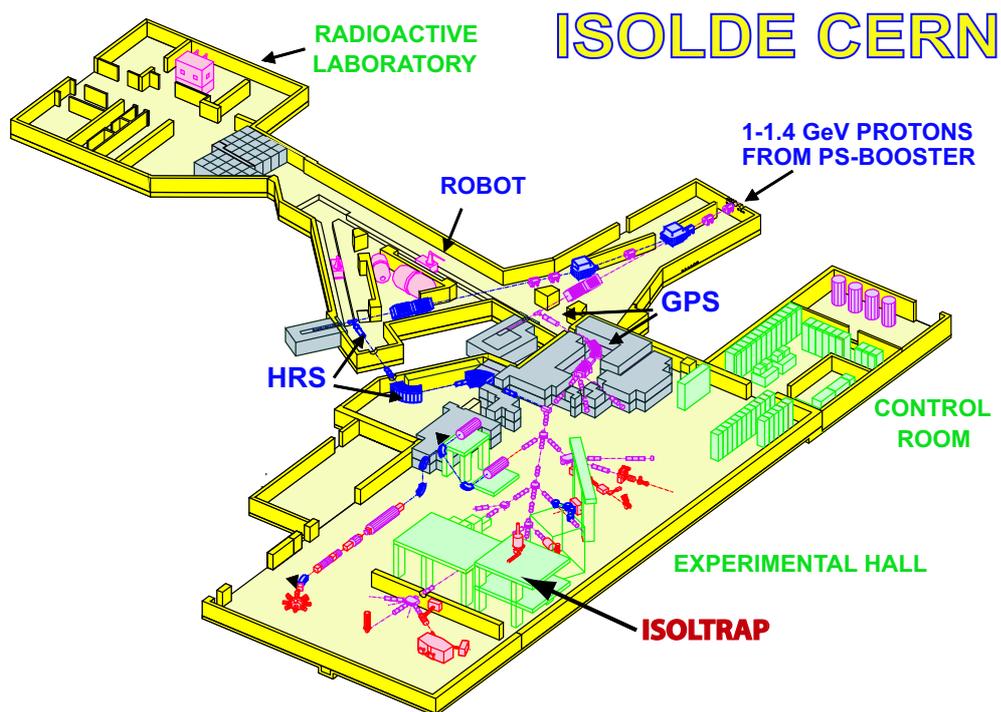


Abbildung 3.2: (farbig) Ein Überblick über die ISOLDE-Experimentierhalle. Der Protonenstrahl vom *Proton-Synchrotron Booster* kommt von rechts oben. Es sind die beiden Massenseparatoren GPS und HRS, das Strahlverteilungssystem, der Kontrollraum und das ISOLTRAP-Experiment eingezeichnet.

bremst und von der Einschuss-Elektrode auf die 6-mm-große Eingangsöffnung fokussiert. Ein radiales Quadrupol-Wechselfeld geeigneter Frequenz ( $\approx 1$  MHz) und Amplitude, das an die vier parallelen Stäbe angelegt wird, schränkt die Ionenbewegung in transversaler Richtung ein. Die Stäbe sind in longitudinaler Richtung in 26 Segmente unterteilt, die elektrisch voneinander isoliert sind. Dadurch kann dem Radiofrequenzfeld (RF) ein elektrisches Gleichspannungsfeld (DC) überlagert werden, das in axialer Richtung einen Potentialtopf formt. So entsteht zusammen mit dem RF-Feld ein Potential, das die Ionen in allen drei Raumrichtungen einschließt und speichert. Die Ionen oszillieren im Pseudo-Potential in axialer Richtung und geben so durch Stöße mit dem Puffergas ihre Bewegungsenergie ab. Sie sammeln sich schließlich im Minimum des Potentialtopfes und werden akkumuliert. Der Vorgang des Kühlens und Akkulierens dauert etwa fünf bis zehn Millisekunden. Danach wird das axiale Potential am Ausgang der Struktur herabgesetzt und der Ionenstrahl in Richtung Präparations-Penning-Falle extrahiert. Der Schaltvorgang dauert etwa  $1 \mu\text{s}$ . Anschließend werden die Ionen beim Durchflug durch eine gepulste Driftröhre auf eine kinetische Energie von etwa 2,5 keV gebracht und zur nächsten Falle transportiert. Bevor die Ionen in die erste Penning-Falle gelangen, werden sie durch eine zweite gepulste Driftröhre auf eine kinetische Energie von etwa 100 eV abgebremst.

Die Präparations-Penning-Falle (siehe Abb. 3.3b) ist ein weiteres wichtiges Element der ISOLTRAP-Apparatur. Sie ist eine mit Heliumgas gefüllte zylindrische Penning-Falle in einem homogenen Magnetfeld der Stärke 4,7 T und wird zum wei-

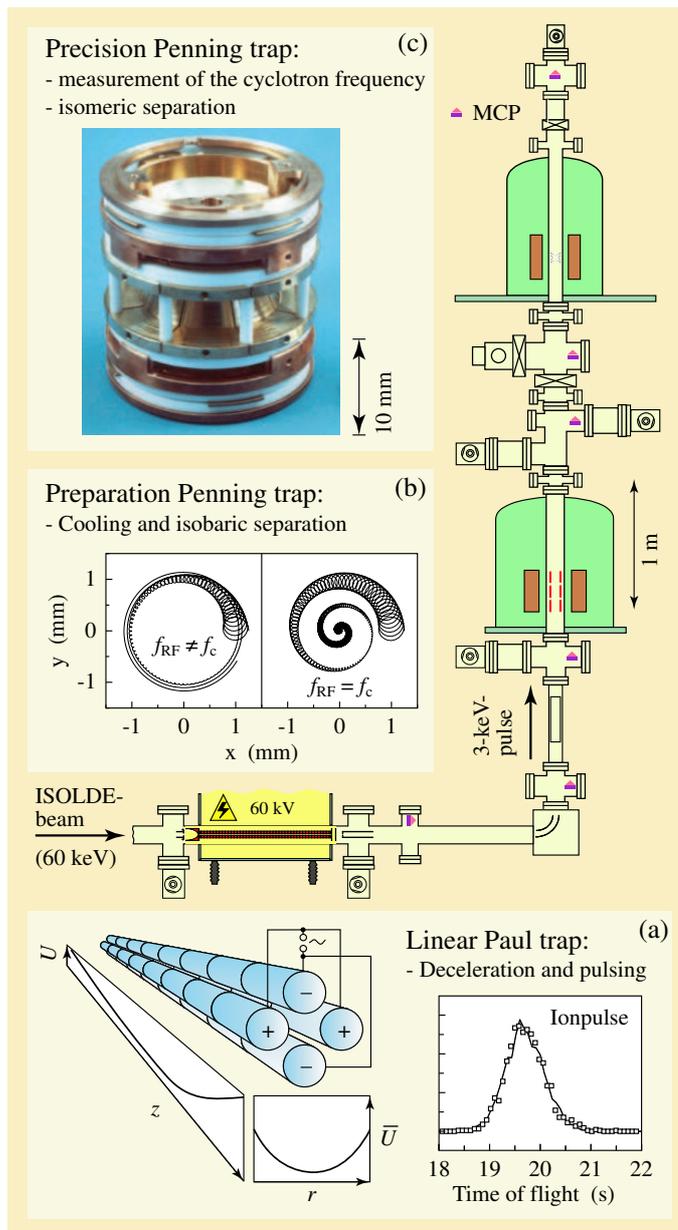


Abbildung 3.3: (farbig) Der experimentelle Aufbau von ISOLTRAP. Die wichtigsten Bestandteile sind: (a) eine lineare Paul-Falle zum Kühlen und Bündeln des Ionenstrahls, (b) die Präparations-Penning-Falle zum Entfernen von unerwünschten Ionen und (c) die Präzisions-Penning-Falle, in der die Zyklotronfrequenzbestimmung erfolgt. Um den Transfer zwischen den einzelnen Komponenten zu kontrollieren und zu optimieren werden Mikrokanalplatten-Detektoren (MCP = *microchannel plate*) verwendet. Zur Flugzeitmessung der aus der Präzisions-Penning-Falle ausgeschossenen Ionen und damit zur Zyklotronfrequenzbestimmung kann wahlweise ein MCP-Detektor oder ein Channeltron verwendet werden.

teren Kühlen des Strahls, sowie zur Isobarenscheidung mittels des in Kap. 2.3 be-

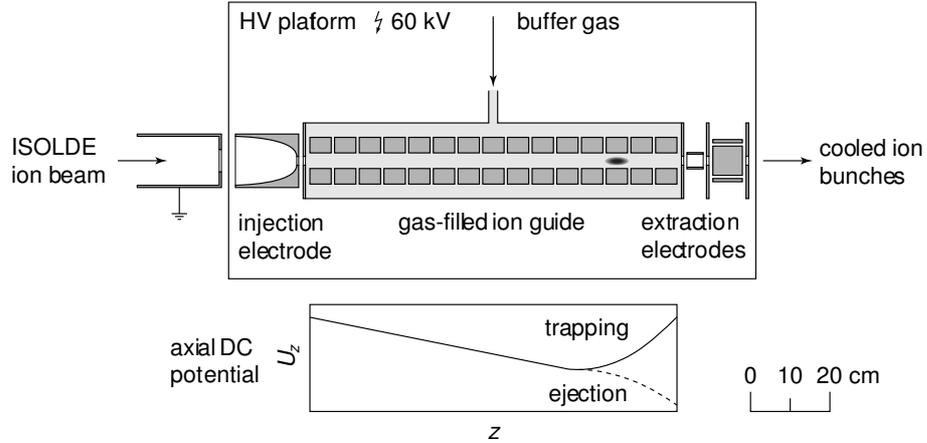


Abbildung 3.4: Die gasgefüllte lineare Paul-Falle an ISOLTRAP dient zum Abbremsen, Kühlen und Bündeln der Ionen, die in Form eines quasi-kontinuierlichen 60 keV-Strahls von ISOLDE geliefert werden [Herf2001a]. Während die Ionen in transversaler Richtung vom Radiofrequenzfeld eingeschlossen werden, verlieren sie durch Stöße mit dem He-Puffergas ihre Energie und sammeln sich im Potentialminimum am rechten Ende der Struktur. Schließlich wird das Ionenbündel durch Herabsetzen der Spannung an den letzten Segmenten (gestrichelte Linie im Potentialverlauf) extrahiert und zur Präparations-Penning-Falle transportiert.

schriebenen massenselektiven Puffergaskühlens verwendet [Raim1997]. Dabei wird ein Auflösungsvermögen von bis zu  $10^5$  erreicht. Das Auflösungsvermögen  $R$  wird definiert als

$$R = \frac{m}{\Delta m} = \frac{\nu}{\Delta \nu} , \quad (3.1)$$

wobei

$$\Delta \nu \propto \frac{1}{T_{RF}} \quad (3.2)$$

die volle Halbwertsbreite (FWHM) der Zyklotronresonanz ist und  $T_{RF}$  die Anregungsdauer. Die Kurve ist also Fourier-limitiert und man erhält für das Auflösungsvermögen

$$R \propto \nu \cdot T_{RF} . \quad (3.3)$$

Die Präparations-Penning-Falle und ihr Potentialverlauf sind in Abb. 3.5 dargestellt. Die Speicherzeit beträgt hier je nach erforderlichem Auflösungsvermögen zwischen wenigen zehn und mehreren hundert Millisekunden.

Nach der Präparations-Penning-Falle gelangen die Ionen in die hyperbolische Präzisions-Penning-Falle (siehe Abb. 3.3, Komponente (c)), die sich in einem Magnetfeld der Stärke 5,9 T befindet. Dort findet die eigentliche Massenmessung statt. Die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  wird hier mit der Flugzeit-Resonanzmethode (siehe Kap. 3.3.2) bestimmt. Die Präzisions-Penning-Falle [Boll1996] befindet sich im Ultra-Hochvakuum. Abweichungen des elektrischen Feldes vom idealen Quadrupolfeld werden

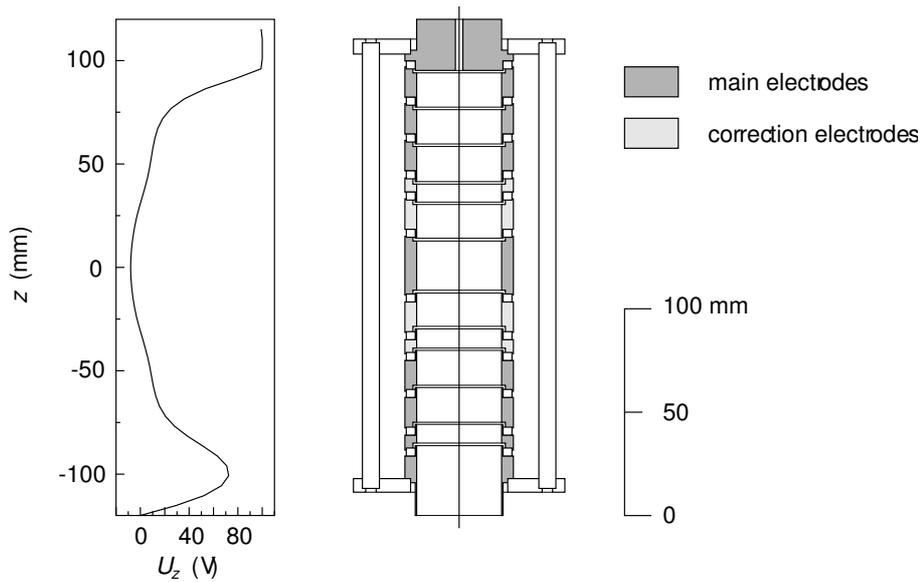


Abbildung 3.5: Die zylindrische Präparations-Penning-Falle an ISOLTRAP [Raim1997]. Der Graph links zeigt den Potentialverlauf, wie er durch Anlegen der entsprechenden Spannungen an den Segmenten entsteht. Um  $z = 0$  wird ein harmonisches Potential erzeugt. Die Abbildung rechts zeigt ein Schnittbild der Falle mit den Haupt- und Korrektorelektroden.

durch geeignete Korrektorelektroden kompensiert. Diese sind in Abb. 3.6 hellgrauschattiert dargestellt. In der Präzisions-Penning-Falle wird je nach Anregungsdauer ein Auflösungsvermögen von bis zu  $10^7$  erreicht. Dies erlaubt nicht nur die Separation von Isobaren sondern auch die Auflösung angeregter Kernzustände [Schw2001, Blau2004, Webe2005]. Eine detaillierte Darstellung der Präzisions-Penning-Falle ist in Abb. 3.6 gezeigt.

Als weiterer wichtiger Bestandteil von ISOLTRAP sind noch die Referenz-Ionenquellen zur Kalibration des Magnetfeldes zu nennen, die zum einen die stabilen Nuklide  $^{39}\text{K}^+$ ,  $^{85}\text{Rb}^+$ ,  $^{87}\text{Rb}^+$  und  $^{133}\text{Cs}^+$ , und zum anderen Kohlenstoffcluster  $\text{C}_n$  ( $1 \leq n \leq 60$ ) liefern. Die Alkaliionen werden durch Oberflächenionisation zur Verfügung gestellt. Bis auf  $^{39}\text{K}$  sind ihre Massen mit relativen Ungenauigkeiten von wenigen  $10^{-10}$  bekannt [Brad1999]. Sie werden deshalb bei Massenmessungen als Referenzmassen zur Kalibration des Magnetfeldes hergenommen. Dazu misst man die Zyklotronfrequenz der unbekannt Masse  $\nu_c$  und die der Referenzmasse  $\nu_{c,ref}$ . Nach Glg. (2.1) gilt dann für das Verhältnis der Zyklotronfrequenzen von einfach geladenen Ionen unter Berücksichtigung der fehlenden Elektronenmasse und ohne Berücksichtigung der Elektronenbindungsenergie:

$$\frac{\nu_{c,ref}}{\nu_c} = \frac{m - m_e}{m_{ref} - m_e}, \quad (3.4)$$

wobei  $m$  und  $m_{ref}$  die atomaren Massen des zu untersuchenden Nuklids und des Referenznuklids angeben. Damit lässt sich mit der als bekannt angenommenen Masse

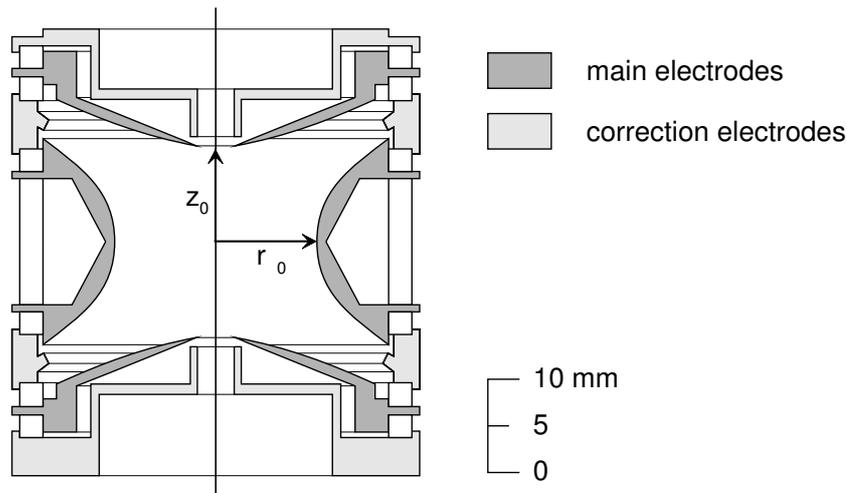


Abbildung 3.6: Schnittbild der hyperbolischen Präzisions-Penning-Falle an ISOLTRAP mit einem inneren Radius von  $r_0 = 13$  mm und einem Elektrodenabstand von  $z_0 = 11,18$  mm vom Zentrum zu den Endkappen. Mit den Korrektorelektroden werden Abweichungen vom idealen Quadrupolfeld korrigiert [Boll1996].

des Referenznuklids  $m_{ref}$  und nach Messung der beiden Zyklotronfrequenzen  $\nu_c$  und  $\nu_{c,ref}$  die gesuchte Masse  $m$  bestimmen. Eine Neuentwicklung an ISOLTRAP ist die Kohlenstoffcluster-Ionenquelle [Sche2001, Blau2002, Kell2003], die ebenfalls für Referenzmessungen hergenommen werden kann. Die Kohlenstoffclusterionen werden durch Desorption, Fragmentation und Ionisation von  $C_{60}$  erzeugt. Da die Masse von  $^{12}C$  per Definition keinen Fehler hat ( $1u = \frac{1}{12}$  von  $m(^{12}C)$ ), sind somit absolute Massenmessungen gegen den mikroskopischen Massenstandard möglich.

### 3.3 Massenbestimmung an ISOLTRAP

In diesem Kapitel wird auf das Verfahren zur Massenbestimmung eingegangen. Dazu wird zunächst die Präparation der Ionen aufgezeigt und dann der genaue Hergang der Zyklotronfrequenzbestimmung beschrieben.

#### 3.3.1 Messzyklus einer Zyklotronfrequenzbestimmung

Abbildung 3.7 gibt einen detaillierten Überblick eines Messzyklus an ISOLTRAP. Er beginnt mit der Produktion der Radionuklide durch einen Protonenpuls (1), danach folgt deren Ionisation (2). Anschließend werden die Ionen separiert und gelangen mit einer Energie von 60 keV in die ISOLTRAP-RFQ-Struktur, wo sie eingefangen, gekühlt und akkumuliert werden (3). Die Extraktion des Ionenbündels (4) erfolgt durch Herunterschalten der Gleichspannung am Ausgang der RFQ-Struktur. Dabei erhalten die Ionen wieder die Energie, die sie beim Eintritt in die RFQ-Struktur hatten, nämlich 60 keV. Wenn die Ionen in der Mitte des nachgeschalteten Driftrohres angekommen sind, wird dessen Spannung von 57,5 kV auf 0 heruntergeschaltet (5). So wird die potentielle Energie der Ionen von 60 keV auf 2,5 keV reduziert. Eine

zweite gepulste Röhre befindet sich kurz vor der ersten Penning-Falle. Dort wird die Ionenenergie auf ca. 100 eV abgesenkt.

Das Einfangen der Ionen in der Präparations-Penning-Falle wird durch den Ausschuss aus der RFQ-Struktur ausgelöst (6). Die nun folgenden Zeitperioden können variiert werden. Die Ionen bleiben zunächst für eine gewisse Zeit ohne externe Anregung in der Präparations-Penning-Falle (7). Dadurch werden sie axial gekühlt. Dann werden sie durch eine Dipolanregung mit der Magnetronfrequenz  $\nu_-$  angeregt (8). Durch diese massenunabhängige Anregung werden alle Ionen auf einen Radius gebracht (ca. 3 mm), der größer ist als das Ausschussloch am Ausgang der Falle. Danach wird eine Quadrupolanregung mit der massenselektiven Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  durchgeführt (9). Dadurch wird die Magnetronbewegung des zu messenden Ions in reduzierte Zyklotronbewegung umgewandelt (siehe Kap. 2.2). Aufgrund der hohen Zyklotronfrequenz wird diese Bewegung viel schneller gedämpft als die Magnetronbewegung. Dabei kann, abhängig vom Druck des Puffergases, der Zyklotron-Kühlzeit und der Amplitude der Quadrupolanregung, ein Auflösungsvermögen von bis zu  $10^5$  erreicht werden. Eine zusätzliche Wartezeit (10) dient zum weiteren Kühlen und Zentrieren. Die isobarensparierten Ionen werden dann aus der Präparations-Penning-Falle ausgeschossen (11) und gelangen in die Präzisions-Penning-Falle (12). Dort wird wieder zuerst eine Dipolanregung mit der Magnetronfrequenz durchgeführt, wodurch der Magnetronradius aller Ionen in der Falle auf etwa 0,7 mm vergrößert wird (13). Wenn notwendig, kann danach eine Säuberung von isobaren oder isomeren Kontaminationen durch massenselektive Dipolanregung mit der reduzierten Zyklotronfrequenz  $\nu_+$  durchgeführt werden (14). Dann wird eine Quadrupolanregung um die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  herum durchgeführt (15), wodurch eine Konversion von Magnetron- in Zyklotronbewegung stattfindet. Schließlich werden die Ionen durch Herabsetzen der Spannung an der oberen Endkappe aus der Falle ausgeschossen (16) und ihre Flugzeit von der Falle zum Detektor (siehe Abb. 3.3) gemessen.

### 3.3.2 Bestimmung der Zyklotronfrequenz mittels der Flugzeit-Resonanzmethode

Die Zyklotronfrequenz wird mit der sogenannten Flugzeit-Resonanzmethode nach [Gräf1980] bestimmt. Dazu soll ein Ion der Ladung  $q$ , das auf einer Kreisbahn mit Radius  $\rho$  und der Frequenz  $\omega$  umläuft, betrachtet werden. Es stellt einen Kreisstrom

$$I = q \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.5)$$

dar. Dieser erzeugt ein magnetisches Dipolmoment

$$\vec{\mu} = I \cdot \hat{f} . \quad (3.6)$$

Hierbei ist  $\hat{f}$  der Normalenvektor der vom Kreisstrom eingeschlossenen Fläche  $F = \pi\rho^2$ . Die potentielle Energie eines magnetischen Dipolmomentes  $\vec{\mu}$  im Magnetfeld  $\vec{B}$  ist gegeben durch:

$$E_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} . \quad (3.7)$$

In einer Penning-Falle sind  $\vec{\mu}$  und  $\vec{B}$  antiparallel und haben nur eine Komponente in  $z$ -Richtung. Daher lässt sich die potentielle Energie auch schreiben als radiale

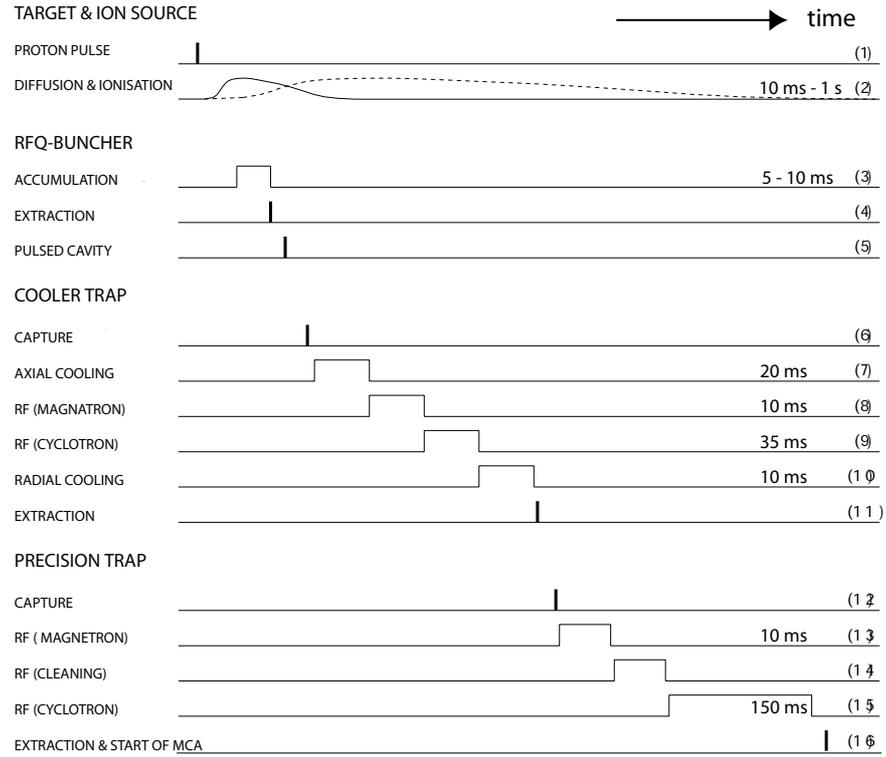


Abbildung 3.7: Zeitlicher Verlauf eines Messzyklus an ISOLTRAP. Genauere Erläuterungen finden sich im Text.

Bewegungsenergie

$$E_{rad} = \mu B = \frac{1}{2} q \omega \rho^2 B . \quad (3.8)$$

Beim Ausschuss des Ions aus der Falle kommt es zu einer Kopplung des magnetischen Moments  $\vec{\mu}$  mit dem Magnetfeldgradienten  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial z}$  (siehe Abb. 3.8). Auf das Ion wirkt die Kraft

$$\vec{F} = \vec{\mu} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} . \quad (3.9)$$

Durch diese Kraft erhält das Ion Bewegungsenergie in Richtung der  $z$ -Achse. Die radiale Bewegungsenergie wird also in axiale Bewegungsenergie umgewandelt. Diese Tatsache macht man sich bei der Bestimmung der Zyklotronfrequenz mittels der Flugzeit-Resonanzmethode (Time-of-Flight- oder TOF-Methode) zunutze [Gräf1969, Gräf1980]. Hierbei wird die Flugzeit der Ionen als Funktion der angelegten Quadrupolfrequenz um  $\nu_c$  zur Kopplung der Bewegungsmoden nach ihrem Ausschuss aus der Falle bis zu ihrem Nachweis auf einem Detektor gemessen. Aufgrund der oben erwähnten Energiekonversion ist die Flugzeit von der radialen Bewegungsenergie, die die Ionen vor dem Ausschuss aus der Falle hatten, abhängig. Die kürzeste Flugzeit entspricht also der höchsten radialen Energie. Wie bereits in Kap. 2.2.2 erwähnt, können die beiden radialen Bewegungskomponenten durch Quadrupolanregung mit geeigneter Amplitude und Dauer ineinander umgewandelt werden, wenn die eingestrahlte Frequenz  $\nu_{RF}$  der Summenfrequenz der beiden Bewegungen entspricht. Bei

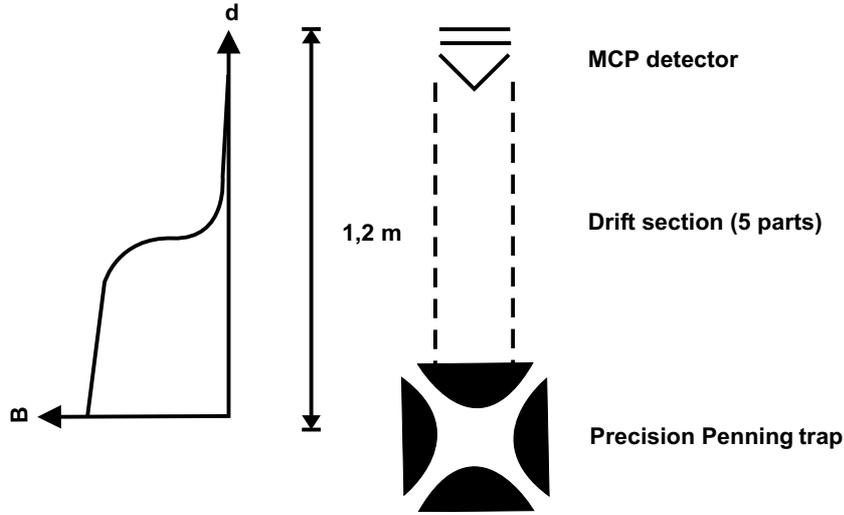


Abbildung 3.8: Prinzip der Flugzeit-Resonanzmethode [Gräf1980] und Magnetfeldgradient oberhalb der Präzisions-Penning-Falle.

$\nu_{RF} = \nu_c$  haben die Ionen die größte radiale Energie und damit auch - am Ende der Konversionsstrecke - die größte axiale Energie. Das Flugzeitspektrum, bei dem die Flugzeit über der Anregungsfrequenz  $\nu_{RF}$  aufgetragen wird, weist demnach bei  $\nu_{RF} = \nu_c$  ein Minimum auf. Abb. 3.9 zeigt dies am Beispiel des Kohlenstoffclusters  $^{12}\text{C}_{10}^+$ . Die Form des Flugzeitspektrums ergibt sich aus der Fourier-Transformation des rechteckigen Anregungspulses.

Die Flugzeit  $T$  der Ionen von der Falle zum Detektor ist eine nicht-lineare Funktion ihrer radialen Energie [Köni1995a]:

$$T(\omega_q) = \int_0^z \sqrt{\frac{m}{2(E_0 - qU(z) - \mu(\omega_q)B(z))}} dz . \quad (3.10)$$

$E_0$  beschreibt die anfängliche axiale Energie des Ions,  $U(z)$  die elektrische und  $B(z)$  die magnetische Potentialdifferenz. An ISOLTRAP ist die Driftsektion zwischen der Präzisions-Penning-Falle und dem Detektor in fünf Teile (Driftröhren) unterteilt. Der Gradient des Magnetfeldes ist in Abb. 3.10 (links) zu sehen. Die Flugzeit ist also die Zeit, die ein Ion zum Durchlaufen aller fünf Driftröhren benötigt. Die Konversion von radialer in axiale Energie findet in der dritten und vierten Driftröhre statt, da dort der Magnetfeldgradient am größten ist [Köni1995a].

In der ersten Driftröhre kann das Magnetfeld durch die Gleichung

$$B_a(z) = \frac{B_1 - B_0}{z_2^2} \cdot z^2 + B_0 \quad (3.11)$$

beschrieben werden.  $B_0$  ist das Magnetfeld am Eingang und  $B_1$  das Magnetfeld am Ende der ersten Driftröhre. Die Parameter  $z_0$  bis  $z_4$  sind die Längen der fünf Driftröhren. Die Parameterwerte sind in der Tab. 3.1 aufgelistet. Das Magnetfeld in der zweiten Driftröhre wird durch die Gleichung

$$B_b(z) = \frac{B_1 - B_2}{(z_2 - z_3)^2} \cdot (z - z_3)^2 + B_2 \quad (3.12)$$

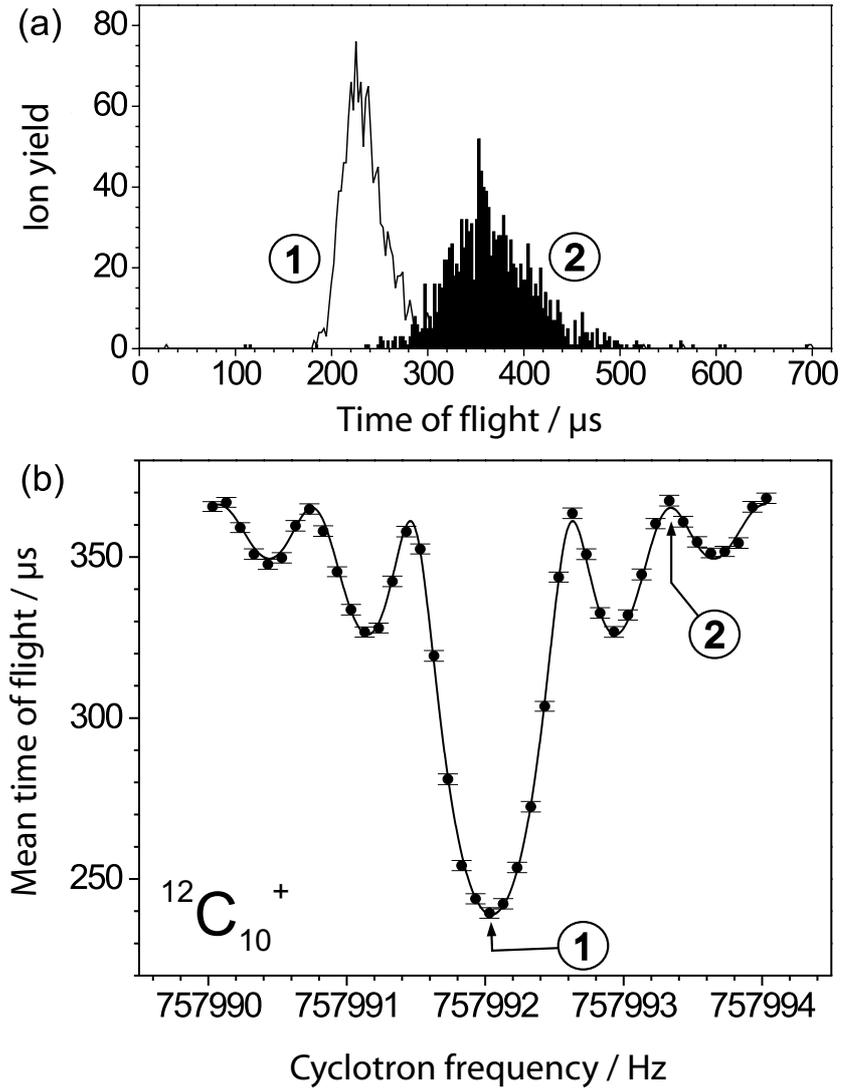


Abbildung 3.9: Flugzeitspektrum (a) und Flugzeit-Resonanzkurve (b) für  $^{12}\text{C}_{10}^+$ -Ionen. In (a) sind die getrennten Flugzeitspektren von resonanten (1) und nicht resonanten (2) Ionen zu sehen. (b) zeigt die Flugzeit-Resonanzkurve für eine Quadrupolanregung von  $T_q = 1,5$  s. Zusätzlich ist die theoretisch erwartete Linienform (durchgezogene Kurve), die an die Datenpunkte angepasst wurde, eingezeichnet [Köni1995a]. Das Minimum liegt genau bei der wahren Zyklotronfrequenz  $\nu_c$ .

beschrieben. Die Flugzeit  $T_0$  vom Zentrum der Falle zur ersten Driftröhre ist gegeben durch

$$T_0 = z_0 \cdot \sqrt{\frac{m}{2E_z}}. \quad (3.13)$$

$E_z$  ist die anfängliche axiale Energie der Ionen beim Ausschuss aus der Falle. Im Programm, das die Daten an die theoretische Kurve anpasst, ist  $E_z$  ein freier Parameter. Dieser liegt für gewöhnlich bei etwa 20 meV. Die Flugzeit  $T_1$  in der ersten

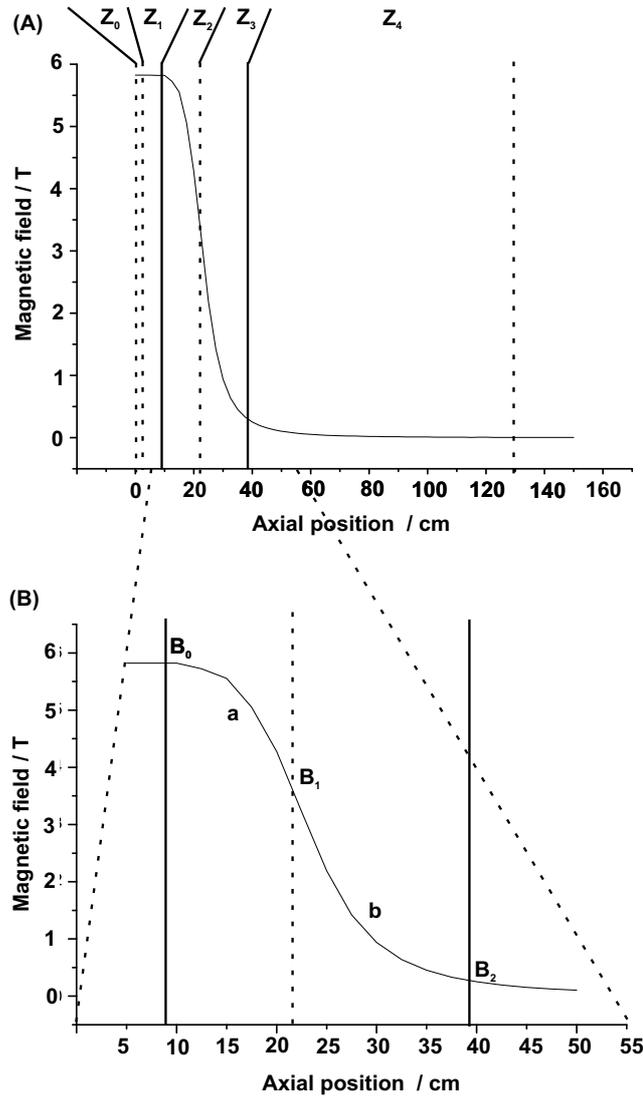


Abbildung 3.10: Der Magnetfeldgradient von der Präzisions-Penning-Falle zum Detektor (A) und eine detaillierte Darstellung des Magnetfeldgradienten in der Konversionsstrecke (B). Die entsprechenden Parameter sind in Tab. 3.1 aufgelistet.

Driftröhre beträgt

$$T_1 = z_1 \cdot \sqrt{\frac{m}{2(E_z + eV_1)}} \quad (3.14)$$

$V_1$  ist die Potentialdifferenz zwischen der Endkappe der Präzisions-Penning-Falle und der ersten Driftröhre (siehe Tab. 3.1). Die Flugzeit  $T_2$  in der Driftröhre  $z_2$  ergibt sich zu

$$T_2 = z_2 \cdot \sqrt{\frac{m}{2\mu(B_0 - B_1)}} \cdot \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{\frac{\mu(B_0 - B_1)}{E_{rad}}} \right) \quad (3.15)$$

Hierbei ist  $\mu = E_{rad}/B_0$  das magnetische Moment der Ionenbewegung und  $E_{rad}$  die radiale Energie der Ionen (siehe Glg. (3.8)). Im Folgenden wird angenommen,

Tabelle 3.1: Magnetfeldparameter, Spannungswerte und Längen der Driftröhren.

| Parameter | Wert    | Parameter | Wert   |
|-----------|---------|-----------|--------|
| $z_0$     | 2,5 cm  | $V_1$     | 9,2 V  |
| $z_1$     | 6,5 cm  | $V_4$     | 1000 V |
| $z_2$     | 12,5 cm | $B_0$     | 5,90 T |
| $z_3$     | 17,5 cm | $B_1$     | 3,10 T |
| $z_4$     | 90,0 cm | $B_2$     | 0,14 T |

dass  $E_{rad}$  die Energie der Zyklotronbewegung ist, was nur im Resonanzfall korrekt ist. Außerhalb der Resonanz ist immer noch Magnetronenergie vorhanden, die hier wegen  $\omega_- \ll \omega_+$  und Glg. (2.22) vernachlässigt werden kann. Die Flugzeit  $T_3$  in der Driftröhre  $z_3$  beträgt

$$T_3 = z_3 \cdot \sqrt{\frac{m}{2\mu(B_1 - B_2)}} \cdot \arctan \left( \sqrt{\frac{\mu(B_1 - B_2)}{\mu(B_0 - B_1) + E_{conv}}} \right). \quad (3.16)$$

$B_2$  ist das Magnetfeld am Ende der Konversionsstrecke (siehe Abb. 3.10) und  $E_{conv}$  die axiale Energie am Anfang der Konversionsstrecke. Im Anpassungsprogramm ist  $E_{conv}$  ein weiterer freier Parameter.  $T_4$  ist die Flugzeit vom Ende der Driftröhre  $z_3$  zum Nachweisdetektor und wird durch die Gleichung

$$T_4 = z_4 \cdot \sqrt{\frac{m}{2eV_4}} \quad (3.17)$$

beschrieben.  $V_4$  ist der Potentialunterschied zwischen dem Ende der Konversionsstrecke und dem Detektor. Die gesamte Flugzeit der Ionen ergibt sich demnach zu

$$T = \sum_{n=0}^4 T_n. \quad (3.18)$$

Der Frequenzbereich, in dem das Flugzeitspektrum aufgenommen wird, variiert mit der Anregungszeit und wird immer so gewählt, dass auf beiden Seiten der Resonanz zwei Seitenbänder zu sehen sind. Zur Aufnahme der Flugzeitkurve wird der in Kap. 3.3.1 beschriebene Zyklus zu jedem Frequenzpunkt des gewählten Frequenzbereichs wiederholt. Dies geschieht so lange, bis eine genügende Anzahl von Ionen in der Flugzeit-Resonanzkurve (typischerweise einige hundert bis wenige tausend, je nach Produktionsrate des zu untersuchenden Nuklids) aufgenommen sind. An die gemessenen Daten wird die theoretisch zu erwartende Linienform [Köni1995a] angepasst. Dabei wird das Programm EVA (Version 6.0.5.2) verwendet, das vom ISOLTRAP-Mitarbeiter Stefan Schwarz entwickelt wurde. Die Optimierung der Zyklotronfrequenzbestimmung bei gegebener Ionenzahl im Flugzeitresonanzspektrum war eine Teilaufgabe der vorliegenden Diplomarbeit und wird in Kap. 4 näher diskutiert.

# 4 Optimierung der Zyklotronfrequenzbestimmung

Für die Durchführung von Hochpräzisionsmassenmessungen an ISOLTRAP ist es unerlässlich, die Apparatur durch technische Weiterentwicklungen ständig in ihrer Genauigkeit zu verbessern. Auch die Verwendung neuer Anregungsmethoden, wie zum Beispiel der Ramsey-Anregung [Geor2005], trugen zur Genauigkeitssteigerung bei. Als weitere Möglichkeit den Fehler der Frequenzbestimmung zu minimieren, wurde im Rahmen dieser Diplomarbeit der gewählte Frequenzbereich und die Frequenzschrittweite untersucht. Die in Kap. 3.3.2 beschriebene Resonanzkurve, in der die Flugzeit der Ionen über der Anregungsfrequenz aufgetragen ist, wurde bisher in äquidistanten Frequenzschritten aufgenommen. Nun liegt die Vermutung nahe, dass nicht alle Frequenzpunkte der Resonanzkurve zur Bestimmung der Zyklotronfrequenz in gleichem Maße beitragen, d.h. gleiches statistisches Gewicht haben. Durch die bisher durchgeführte Rasterung werden somit wichtige und unwichtige Punkte ohne Differenzierung aufgenommen. Dieses Kapitel behandelt die Untersuchung der statistischen Gewichte einzelner Frequenzpunkte und deren Einfluss auf die Zyklotronfrequenzbestimmung sowie der Möglichkeit, sich die Ergebnisse dieser Untersuchung bei realen Massenmessungen zu Nutze zu machen. Ziel ist es, in kürzerer Zeit eine höhere Genauigkeit in der Massenbestimmung durch optimierte Wahl der Frequenzpunkte zu erzielen.

Zunächst wird die Auswertung der Massenmessungen allgemein beschrieben. Danach werden die experimentellen Ergebnisse zu den Gewichten der Frequenzpunkte dargelegt. Abschließend werden Messungen mit reduziertem Frequenzbereich behandelt, die bei zukünftigen Massenmessungen mit dem jetzigen Stand des Messprogramms bereits durchführbar sind.

## 4.1 Auswertung von Massenmessungen

Abbildung 3.9 zeigt den charakteristischen Verlauf einer Flugzeit-Resonanzkurve. Die Flugzeit der Ionen vom Ausschuss aus der oberen Falle bis zu ihrer Detektion wird typischerweise für 41 äquidistante Frequenzpunkte um die erwartete Zyklotronfrequenz herum aufgenommen. Der Frequenzbereich wird so gewählt, dass auf beiden Seiten der Resonanz je zwei Seitenbänder vollständig aufgenommen werden. Für die erste Frequenzschätzung wird dazu der in der *Atomic-Mass Evaluation* AME 95 tabellierte bzw. extrapolierte Massenwert genommen. Da die Resonanzkurve die Fouriertransformierte des Anregungssignals darstellt, variiert ihre Breite mit der Dauer der Anregung: Je länger die Anregungszeit  $T_q$ , desto schmaler die Resonanzkurve. Es gilt:  $\Delta\nu_{FWHM} \approx \frac{0,8}{T_q}$  [Boll1990]. Bei unterschiedlichen Anregungszeiten

sind demnach unterschiedliche Frequenzbereiche zu wählen. Der Messzyklus mit 41 Frequenzschritten wird solange wiederholt, bis die gewünschte Ionenzahl bzw. der erforderliche statistische Fehler erreicht ist. Referenzmessungen werden gewöhnlich mit insgesamt 3000 Ionen aufgenommen. Bei einer Anregungszeit von 900 ms und einer mittleren Ionenzahl von 1 bis 3 Ionen pro Einzelzyklus benötigt man dazu etwa 30 Minuten. Bei Massenmessungen an kurzlebigen Radionukliden kommen aufgrund der geringen Produktionsrate oft erheblich weniger Ionen pro Zeiteinheit an und man begnügt sich meistens mit etwa 1000 Ionen pro Resonanz.

Die Masse eines Nuklids wird über Referenzmassen bestimmt. Als Referenzmassen standen für die in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen die Ionen  $^{39}\text{K}^+$ ,  $^{85}\text{Rb}^+$ ,  $^{87}\text{Rb}^+$  und  $^{133}\text{Cs}^+$  zur Verfügung. Nach Glg. (3.4) errechnet sich die gesuchte Masse bei bekannter Referenzmasse  $m_{ref}$  und Elektronenmasse  $m_e$  und mit dem gemessenen Frequenzverhältnis von Referenzion und gesuchtem Ion,  $\nu_{c,ref}$ ,  $\nu_c$  gemäß

$$m = \frac{\nu_{c,ref}}{\nu_c} (m_{ref} - m_e) + m_e. \quad (4.1)$$

Der Fehler der so gemessenen Masse hängt somit auch vom Fehler der Referenzmasse ab.

### 4.1.1 Fehler in der Massenbestimmung

Im Folgenden werden Effekte diskutiert, die zum Fehler des Frequenzverhältnisses  $\nu_{c,ref}/\nu_c$  beitragen.

#### Statistischer Fehler

Die experimentelle Standardabweichung  $s(\nu_c)$  der Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  ist eine Funktion des Auflösungsvermögens der Präzisions-Penning-Falle  $\nu/\Delta\nu$ , der Dauer der Quadrupolanregung  $T_q$  und der Anzahl der aufgenommenen Ionen  $N_{tot}$ . Sie wird durch folgende Formel beschrieben [Boll2001]:

$$\frac{s(\nu_c)}{\nu_c} = \frac{1}{\nu_c} \frac{c}{\sqrt{N_{tot}} \cdot T_q}, \quad (4.2)$$

wobei  $c$  eine dimensionslose Konstante ist. Das Auflösungsvermögen hängt von der Dauer der Quadrupolanregung ab (siehe Glg. (3.3)), welche wiederum durch die Halbwertszeit des zu messenden Nuklids begrenzt ist. Mit einer Vielzahl von Messungen an Kohlenstoffclustern wurde die Konstante bestimmt zu  $c = 0,898(8)$  [Kell2003].

#### Kontaminationen

Die Massenseparation der Nuklide der off-line-Ionenquelle ist ausreichend, um Kontaminationen zu verhindern. Bei on-line-Messungen an radioaktiven Nukliden von ISOLDE dagegen muss mit Kontaminationen gerechnet werden. Diese sind isobare und isomere Verunreinigungen, die entweder von der ISOLDE-Ionenquelle selbst kommen, von ISOLTRAP durch Ladungsaustauschreaktionen mit dem Puffergas

oder Restgasatomen erzeugt werden, oder als Zerfallsprodukte kurzlebiger Radionuklide entstehen. Die Anwesenheit von Kontaminationen in der Präzisions-Penning-Falle wurde ausführlich diskutiert in [Boll1992, Köni1995a, Kell2003]. Bei einer niedrigen Anzahl von Kontaminationsionen können - bei genügend hohem Auflösungsvermögen - zwei getrennte Resonanzen beobachtet werden. Mit zunehmender Ionenanzahl beobachtet man bei ausreichend gewählter Auflösung und Statistik eine Verschiebung der Zyklotronfrequenz in Abhängigkeit von der Ionenanzahl. Sind die Frequenzen beider Ionensorten innerhalb ihrer Linienbreiten nicht zu trennen, so wird eine Resonanzkurve beobachtet, die schmaler ist als die Überlagerung beider Einzelresonanzen und beide Frequenzen verschieben sich in Richtung des gemeinsamen Schwerpunktes. Ist der Unterschied beider Ionenmassen so groß, dass deren Resonanzkurven einzeln aufzulösen sind, so beobachtet man eine Verschiebung beider Resonanzen zu niedrigeren Frequenzen hin. Der Betrag der Verschiebung ist in beiden Fällen von der Anzahl der gespeicherten Ionen abhängig. Zur Bestimmung der ungestörten bzw. wahren Zyklotronfrequenz erfolgt eine Einteilung aller nachgewiesenen Ionen in mindestens drei Zählklassen mit möglichst gleicher Zählstatistik (siehe Abb. 4.1). Die Zyklotronfrequenz wird dann für jede Zählklasse einzeln bestimmt und gegen die Anzahl der Ionen aufgetragen, wobei für jede Zählklasse der Schwerpunkt der Zählratenverteilung gewählt wird. Eine Frequenzverschiebung aufgrund einer Kontamination wird dann korrigiert, indem man auf die reine Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  bei nur einem Ion in der Falle extrapoliert. Dabei muss jedoch die Nachweiseffizienz des verwendeten Detektors berücksichtigt werden. Im Falle des Mikrokanalplattendetektors liegt diese bei etwa 25% bei einer angelegten Verstärkerspannung von 2,2 kV. Das bedeutet, dass nur jedes vierte gespeicherte Ion detektiert wird. In diesem Fall extrapoliert man auf eine Ionenanzahl von 0,25. Der Fehler in der Frequenzbestimmung hängt dabei unter anderem vom Fehler der Nachweiseffizienz ab. Die korrigierte Zyklotronfrequenz ergibt sich dann aus dem minimalen  $\nu_{min}$  und dem maximalen  $\nu_{max}$  Wert der extrapolierten Zyklotronfrequenz nach

$$\nu_c = \frac{\nu_{max} + \nu_{min}}{2} . \quad (4.3)$$

Für die Standardabweichung gilt:

$$s(\nu_c) = \frac{\nu_{max} - \nu_{min}}{2} . \quad (4.4)$$

Der in diesem Jahr an ISOLTRAP installierte Channeltron-Detektor [Yazi2006] hat eine Nachweiseffizienz von nahezu 100%. Dadurch wird die zur Frequenzbestimmung benötigte Zeit deutlich verkürzt und die Messung von noch kürzer lebigen Radionukliden, die nur in geringsten Mengen von wenigen 10 bis 100 Ionen pro Sekunde produziert werden, ermöglicht.

Bei der Auswertung der in diesem Kapitel diskutierten Daten wurde auf die Zählklassenanalyse verzichtet, da sie alle mit Ionen der off-line-Ionenquelle durchgeführt wurden, welche frei von Kontaminationen sind. Bei der Auswertung der kurzlebigen Zinnisotope (siehe Kap. 6) dagegen war wegen einer Vielzahl an Kontaminationen die Zählklassenanalyse zwingend erforderlich.

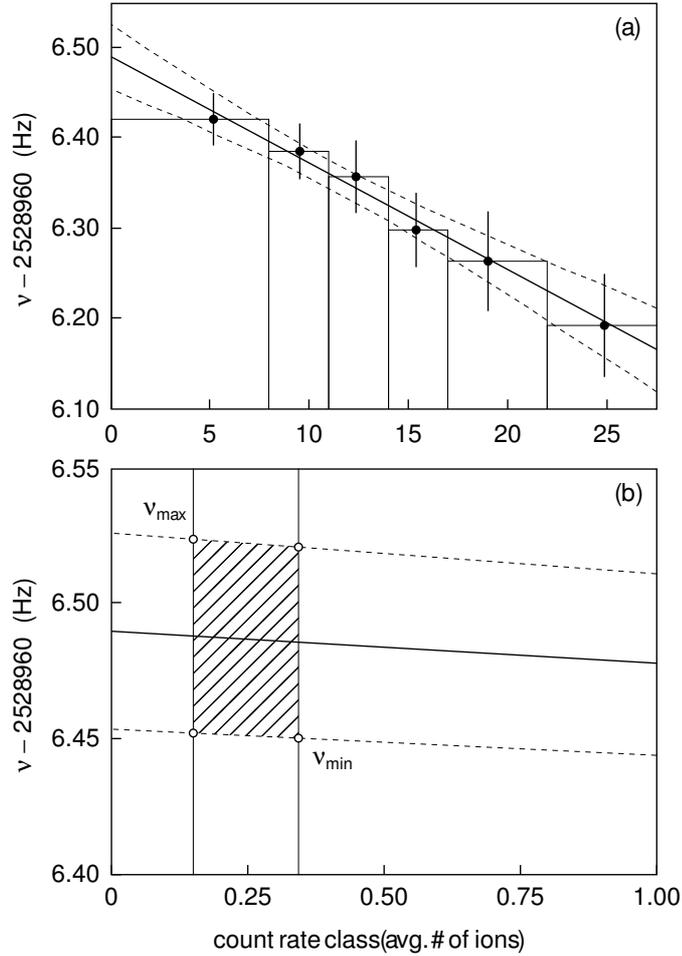


Abbildung 4.1: Zählklassenanalyse zur Bestimmung der wahren Zyklotronfrequenz bei Anwesenheit von Kontaminationen [Kell2003]. Die Ionen werden in Zählklassen eingeteilt. Die Zyklotronfrequenz wird pro Zählklasse einzeln bestimmt und gegen die Anzahl der Ionen aufgetragen, wobei für jede Zählklasse der Schwerpunkt der Zählratenverteilung gewählt wird (a). Die Zyklotronfrequenz wird durch Extrapolation bestimmt (b).

### Zyklotronfrequenz des Referenzions

Die Feldstärke eines supraleitenden Magneten unterliegt zeitlichen Veränderungen. Zum einen ist eine Abnahme des Magnetfeldes mit der Zeit zu beobachten [Ande1962, Ande1964]. Diese kann als logarithmischer Zerfall in der Form  $[1 - d \ln(t/\tau_0)]$  geschrieben werden, wobei  $d$  und  $\tau_0$  phänomenologische Parameter sind. Der Zerfall ist allerdings sehr langsam, sodass in kurzen Zeitskalen, die einige Jahre betragen können, der logarithmische Zerfall als eine lineare Abnahme angenähert werden kann [Kell2003].

Der zweite Beitrag zu den zeitlichen Veränderungen des Magnetfeldes sind Fluktuationen aufgrund von Temperatur- und Druckänderungen in der Umgebung des supraleitenden Magneten bzw. in der Helium-Rückführleitung. Sie beeinflussen die mag-

Tabelle 4.1: Parameter, die bei der Anpassung der theoretisch zu erwartenden Flugzeit-Resonanzkurve an die gemessenen Daten variiert werden können.

| Parameter  | typischer Wert | Beschreibung  |
|------------|----------------|---|
| $\nu_c$    | variabel       | Zyklotronfrequenz   |
| $E_z$      | 20 meV         | anfängliche axiale Energie des Ions in der oberen Korrekturröhre    |
| $E_{conv}$ | 250 meV        | axiale Energie des Ions am Eingang der zweiten Driftröhre           |
| $\rho_-$   | 0,7 mm         | Magnetronradius vor der Quadrupolanregung                           |
| $\rho_+$   | 0              | reduzierter Zyklotronradius vor der Quadrupolanregung               |
| $Conv$     | 1              | Anzahl der Konversionen zwischen den beiden radialen Bewegungsmoden |
| $A_{damp}$ | 0,5            | Dämpfung aufgrund von Stößen mit dem Restgas                        |

netische Permeabilität der Materialien in der Falle und ihrer Umgebung und damit auch das magnetische Feld [Dyck1992]. Es wird versucht, die Änderungen des magnetischen Feldes durch Temperatur- und Druckstabilisierungssysteme zu minimieren [Berg2002]. Die für ISOLTRAP entwickelte Temperaturstabilisierung wird in Kap. 5 behandelt.

Um die Masse eines Nuklids nach Glg. (4.1) zu bestimmen, müssen die Zyklotronfrequenzen  $\nu_c$  und  $\nu_{c,ref}$  bei gleichem Magnetfeld gemessen werden, da die genannte Gleichung nur dann Gültigkeit hat. In der Praxis wird die Zyklotronfrequenz  $\nu_{c,ref}$  der Referenzmasse vor und nach der Messung der Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  der unbekanntenen Masse gemessen und mit diesen beiden Werten mit Annahme einer linearen Abnahme des Magnetfeldes die korrigierte Zyklotronfrequenz  $\nu_{c,ref}$  zum Zeitpunkt der eigentlichen Frequenzmessung errechnet. Bei dieser Auswertemethode werden die Fluktuationen des Magnetfeldes aufgrund von Temperatur- und Druckänderungen allerdings nicht berücksichtigt. Mit den bereits erwähnten Stabilisierungssystemen können diese allerdings minimiert werden.

### 4.1.2 Parameter der Flugzeit-Resonanzkurve

Anhand des bekannten Anregungszyklus lässt sich die Energiekonversion genau berechnen [Köni1995a, Geor2005]. Das Programm EVA 6.0.5.2 passt die theoretisch erwartete Linienform an die gemessene Resonanzkurve an. Die dabei variierten Anpassungsparameter sind in Tab. 4.1 aufgelistet. Der bedeutendste Parameter ist die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$ , die zur Bestimmung der Masse dient.  $E_z$  ist die anfängliche axiale Energie der Ionen in der oberen Korrekturröhre in  $z$ -Richtung. Mit zunehmender Energie  $E_z$  nimmt die Flugzeit ab und umgekehrt.  $E_{conv}$  ist die axiale Energie der Ionen am Eingang der zweiten Driftröhre. Dort wird die radiale Energie in axiale

Energie umgewandelt (siehe Kap. 3.3.2). Ionen außerhalb der Resonanz verweilen in dieser Driftsektion eine gewisse Zeit, die linear von  $E_{conv}$  abhängt. Resonante Ionen gewinnen dort zusätzliche axiale Energie, die viel höher als die anfängliche axiale Energie ist. Dies vergrößert die Unterschiede in den Flugzeiten der resonant und nicht-resonant angeregten Ionen drastisch (siehe Abb. 3.9(a)).

$\rho_-$  und  $\rho_+$  bezeichnen den Magnetronradius bzw. den reduzierten Zyklotronradius nach der Dipolanregung und vor der Quadrupolanregung. Bei ISOLTRAP werden die Ionen so präpariert, dass der anfängliche Zyklotronradius immer gleich Null ist. Der Parameter  $\rho_+$  wird daher auf Null festgehalten.  $\rho_-$  hängt von der Dauer und der Amplitude der Dipolanregung ab. Letztere darf nicht zu groß gewählt werden, da die Bewegungsamplitude der Ionen sonst zu groß wird, so dass Feldinhomogenitäten akkumuliert werden. Dies führt zu Frequenzverschiebungen und damit zu Fehlern in der Massenbestimmung. Die Energie des Ions und somit die Flugzeit hängen von  $\rho_-$  ab; je größer  $\rho_-$ , desto kürzer die Flugzeit.

$Conv$  ist die Anzahl der Konversionen der beiden radialen Bewegungsmoden (siehe Kap. 2.2.2) und bestimmt zusammen mit der Anregungszeit die Form der Resonanzkurve. Wenn die Anregungszeit fest gewählt ist, muss die Amplitude der Quadrupolanregung so eingestellt werden, dass sich eine vollständige Konversion, also  $Conv = 1$ , ergibt.

$A_{damp}$  beschreibt die Dämpfung der Ionenbewegung durch Stöße mit den Restgasatomen bzw. -molekülen. Vor allem die Seitenbänder der Resonanzkurve werden dabei abgeschwächt. Außerdem nimmt die Halbwertsbreite der Resonanzkurve zu, was den Fehler bei der Bestimmung der Zyklotronfrequenz vergrößert. Die Wahrscheinlichkeit von Stößen zwischen Ion und Restgasatomen nimmt mit der Verweildauer des Ions in der Falle zu. Daher gewinnt  $A_{damp}$  bei längeren Anregungszeiten zunehmend an Bedeutung.

Da die Anregung im Zeitraum als Rechtecksignal erfolgt, ergibt sich durch Fourier-Transformation im Frequenzraum eine Kurve der Form  $|\sin(\alpha x)/x|$ , die noch durch die nichtlineare Konversion von radialer in axiale Energie nach dem Ausschuss der Ionen aus der Präzisions-Penning-Falle modifiziert wird.  $\alpha$  hängt im Wesentlichen vom Produkt aus der Anregungszeit und der Anzahl der Konversionen ab, die im Idealfall eins ist. Die Breite der Resonanz wird durch die Dauer der Quadrupolanregung  $T_q$  gemäß dem Fourier-Limit zu  $\Delta\nu_{FWHM} \propto 1/T_q$  bestimmt. Für eine detaillierte Beschreibung der Parameter der Resonanzkurve und dem Einfluss von  $\alpha$  sei hier auf [Köni1995a, Köni1995b] und [Yazi2006] verwiesen.

## 4.2 Statistische Gewichte der einzelnen Frequenzpunkte

In diesem Kapitel sollen zunächst einfache Überlegungen zu den Gewichten einzelner Frequenzpunkte dargelegt werden. Um diese zu überprüfen wurden zahlreiche Experimente an ISOLTRAP durchgeführt, deren Ergebnisse im Anschluss erläutert werden.

## 4.2.1 Grundlegende Überlegungen

Die Zyklotronfrequenz wird bestimmt, indem die theoretisch zu erwartende Flugzeit-Resonanzkurve an die gemessenen Daten angepasst wird. Die Daten, die dazu zur Verfügung stehen, sind 41 Punkte, bei denen die Frequenz der Quadrupolanregung in äquidistanten Schritten variiert und jeweils die dazugehörige Flugzeit der ausgeschossenen Ionen gemessen wurde. Diese Werte geben also nicht den kontinuierlichen Verlauf der theoretisch zu erwartenden Resonanzkurve wieder, sondern legen nur 41 Punkte fest, durch die die theoretische Kurve mit minimalem  $\chi^2$  gelegt wird. Nun soll ermittelt werden, welche Punkte die meisten Informationen über die Form der Resonanzkurve enthalten. Eine erste Vermutung legt nahe, dass die Punkte in den Seitenbändern nicht so aussagekräftig für die Lage des Minimums der Zyklotronresonanz sind, wie Punkte in der Nähe der Resonanz. In erster Näherung wird angenommen, dass die Gewichte der einzelnen Frequenzpunkte mit der Steigung der Resonanzkurve in diesen Punkten zusammenhängen. Der Absolutwert der Ableitung der theoretischen Resonanzkurve ist in Abb. 4.2 gezeigt. Mit dieser Annahme sind die Punkte mit den größten statistischen Gewichten an den Umkehrpunkten der Zyklotronresonanz zu erwarten.

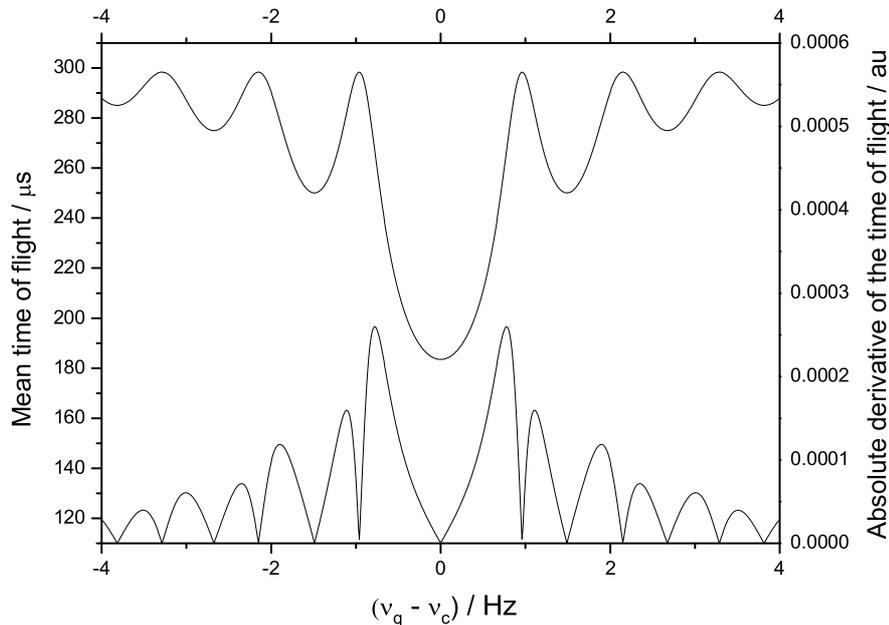


Abbildung 4.2: Die theoretische Resonanzkurve und der Absolutwert ihrer Ableitung.

## 4.2.2 Experimentelle Ergebnisse

Um die eben beschriebenen Überlegungen experimentell zu überprüfen, wurden mehrere Messungen an ISOLTRAP durchgeführt. Dazu wurde das stabile Isotop

$^{85}\text{Rb}^+$  verwendet, das von der Referenz-Ionenquelle geliefert wird. Um eine möglichst gute Auflösung der Resonanzkurve zu bekommen, wurde die Anzahl der aufgenommenen Frequenzpunkte von 41 auf 100 erhöht. Dabei war darauf zu achten, dass die Zyklotronfrequenz möglichst im Zentrum des aufgenommenen Frequenzspektrums saß, die Resonanzkurve also symmetrisch war. Nur so können mehrere Messungen, die durchgeführt wurden um eine höhere Statistik zu erhalten, miteinander verglichen werden. Um die Änderung der Zyklotronfrequenz aufgrund von Temperaturfluktuationen und zeitlichen Drifts des Magnetfelds zu minimieren, empfiehlt es sich, neben dem Einsatz der noch zu beschreibenden Temperaturstabilisierung eine kurze Anregungszeit  $T_q$  zu wählen und damit eine sehr breite Resonanz aufzunehmen. Da die Breite der Resonanz für die Auswertung nur von untergeordneter Bedeutung ist, wurde hier eine Anregungszeit von  $T_q = 100$  ms gewählt, statt der üblichen 900 ms. Der Abstand zweier Frequenzpunkte, bei insgesamt 100 Frequenzpunkten und einer an ISOLTRAP üblichen Resonanzkurve mit zwei Seitenbändern, beträgt damit 0,36 Hz, was etwa ein Faktor zehn mehr ist als die Änderungen der Frequenz aufgrund von Magnetfelddrifts und Magnetfeldschwankungen, bedingt durch Temperaturfluktuationen innerhalb eines Tages. Insgesamt wurde die Resonanzkurve mit 100 Frequenzpunkten sieben Mal aufgenommen. Für spätere, weiter gehende Auswertungen wurden die Messungen mit einer sehr hohen Ionenanzahl durchgeführt, so dass jede Einzelmessung ca. zwölf Stunden dauerte. Für die Detektion der Ionen wurde das neu installierte Channeltron verwendet, das eine Effizienz von nahezu 100% aufweist [Yazi2006].

Bei der ersten Auswertung wurde die Ionenanzahl der aufgenommenen Daten jeweils auf 3000 beschränkt, was im Auswerteprogramm vorgegeben werden kann durch Auswahl einer begrenzten Anzahl an Messzyklen. Um die Wechselwirkung zwischen den Ionen in der Falle zu vermeiden, wurden nur solche detektierten Ereignisse gezählt, bei denen nicht mehr als acht Ionen gleichzeitig in der Falle waren. Dann wurde der Datensatz an die theoretisch zu erwartende Flugzeitkurve angepasst, wobei die Parameter  $\nu_c$ ,  $E_z$ ,  $E_{conv}$ ,  $\rho_-$  und  $Conv$  variiert wurden. Anschließend wurden die 100 Frequenzpunkte nacheinander einzeln weggelassen, alle Parameter bis auf  $\nu_c$  auf die zuvor ermittelten Werte festgehalten und jeweils die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  und deren Fehler  $\delta\nu_c$  bestimmt.  $\delta\nu_c$  wurde dann als Funktion des ausgelassenen Frequenzpunktes aufgetragen. Dadurch wurden die Gewichte der einzelnen Frequenzpunkte ermittelt. Die Idee dabei ist, dass bei Auslassen eines Frequenzpunktes mit hohem Gewicht der Fehler stärker zunimmt als beim Auslassen eines Frequenzpunktes mit vergleichsweise geringem Gewicht. Diese Auswertung wurde insgesamt zehn Mal mit den aufgenommenen Datensätzen mit jeweils 3000 Ionen<sup>1</sup> durchgeführt. Aus diesen zehn Datensätzen wurde der Durchschnitt und der Fehler des gewichteten Mittelwertes ermittelt. Das Ergebnis ist zusammen mit der Flugzeit-Resonanzkurve in Abb. 4.3 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die maximalen Fehler  $\delta\nu_c$  dort liegen, wo die Flugzeit-Resonanzkurve ihre Umkehrpunkte, also die Maxima ihrer Steigung, hat. Die Kurve des Fehlers  $\delta\nu_c$  als Funktion des ausgelassenen Frequenzpunktes ähnelt somit der Ableitung (bzw. dem Betrag der Ableitung) der Flugzeit-Resonanzkurve (siehe Abb. 4.2). Sowohl die Flugzeit-Resonanzkurve als auch die Kurve des Fehlers  $\delta\nu_c$  sind symmetrisch um den Frequenzpunkt 51. Sym-

<sup>1</sup>Dies entspricht der Ionenanzahl bei Referenzmessungen, siehe Kap. 4.1.

metrisch zu diesem Frequenzpunkt sind bei der Fehlerkurve auf beiden Seiten jeweils fünf Maxima zu erkennen. Die offensichtlich wichtigsten Punkte sind die ersten Ma-

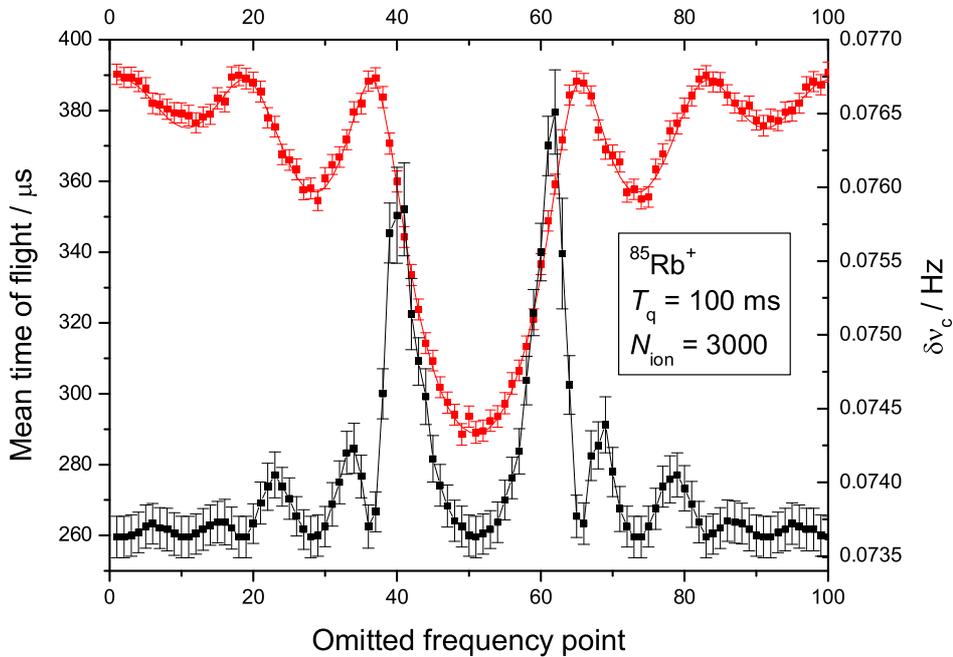


Abbildung 4.3: (farbig) Die Flugzeit-Resonanzkurve (rot) einer Messung mit 100 Frequenzpunkten ist als Funktion des ausgelassenen Frequenzpunktes aufgetragen. Die durchgezogene Kurve ist eine Anpassung an die gemessenen Datenpunkte. Zusätzlich ist der Fehler der Zyklotronfrequenz  $\delta\nu_c$  als Funktion des ausgelassenen Frequenzpunktes (schwarz) aufgetragen. Diese Kurve wurde als Mittelwert aus zehn Messungen ermittelt. Die angegebenen Fehler sind die Standardabweichungen.  $\delta\nu_c$  ist ein Maß für die Gewichte der einzelnen Frequenzpunkte. Beide Kurven sind symmetrisch. Die Maxima des Fehlers liegen bei den Punkten mit der größten Steigung in der Flugzeit-Resonanzkurve.

xima (Punkt 40 und Punkt 62). Der Punkt bei der Zyklotronfrequenz selbst (Punkt 51) hat offenbar kein großes Gewicht, d.h. keinen großen Einfluss auf die Bestimmung der Zentrumsfrequenz.

Um zu prüfen, ob durch gezieltes Aufnehmen der Punkte mit den höchsten Gewichten den Fehler gegenüber der Messung mit äquidistanten Punkten verkleinert werden kann, wird zunächst zur Anpassung der theoretischen Kurve an die Datenpunkte nur jeder dritte Frequenzpunkt (also die Punkte 1, 4, 7, ...) hergenommen, danach wird dieselbe Anzahl an Frequenzpunkten (nämlich 34, was etwa der sonst typischen Zahl von 41 Schritten entspricht) gezielt auf die Stellen der Resonanzkurve mit den höchsten Gewichten verteilt, wobei die Anzahl der Ionen pro Frequenzpunkt etwa gleich ist und deren statistische Gewichte somit nicht verändert werden.

Hierbei werden die Frequenzpunkte der ersten bis dritten Maxima gewählt. Diese Auswertung wird an fünf Datensätzen mit genügend hoher Statistik durchgeführt. Die Ionenanzahl wird wieder auf  $N_{ion} = 3000$  beschränkt. Im Durchschnitt ergibt sich bei gezieltem Auswählen der Frequenzpunkte eine Reduktion des Fehlers auf 61,0% des Fehlers mit äquidistanter Punkteverteilung (bei gleicher Punkt- und Ionenanzahl). Interpretiert man dieses Ergebnis über die Messzeit, so gewinnt man einen Faktor zwei zum Erreichen des gleichen Fehlers wie bei früheren Messungen. Dies ist insbesondere an on-line-Beschleunigeranlagen mit hohen Betriebskosten von großer Bedeutung.

Zur praktischen Umsetzung der Messung mit nicht äquidistanten Punkten an ISOLTRAP muss sowohl das Mess- als auch das Auswerteprogramm umgeschrieben werden. Dabei ist darauf zu achten, dass die Zyklotronfrequenz auch tatsächlich innerhalb eines bestimmten Bereichs (ca. 0,1 Hz) im Zentrum des gewählten Frequenzfensters liegt, damit auch die richtigen Punkte aufgenommen werden. Wenn das nicht der Fall ist, gehen zu viele für die Bestimmung der Zyklotronfrequenz wichtige Informationen verloren. Eine andere Möglichkeit ist eine äquidistante Aufnahme aller Punkte mit dem gleichen Frequenzbereich wie bisher, bei der an unterschiedlichen Frequenzpunkten unterschiedlich viele Messungen durchgeführt würden. Die Anzahl der Messungen an einem Frequenzpunkt müsste dann proportional zu seinem Gewicht sein. Ob diese Art von Messung zu einem noch kleineren Fehler führt, kann im Moment noch nicht experimentell überprüft werden, soll aber nach der ISOLDE shut-down-Phase angegangen werden.

### 4.3 Messungen mit reduziertem Frequenzbereich

Da die Punkte mit den höchsten Gewichten nahe dem Zentrum der Resonanz zu finden sind, liegt der Gedanke nahe, nur diesen offensichtlich ausschlaggebenden Bereich aufzunehmen. Dazu genügt ein Frequenzdurchlauf in äquidistanten Schritten. Es bedarf also keiner Änderung des Mess- oder Auswerteprogramms. Nun soll ermittelt werden, bei welchem Frequenzbereich der Fehler  $\delta\nu_c$  am kleinsten ist. Dazu wurden Messreihen aufgenommen, bei denen der Frequenzbereich in Schritten von  $\frac{1}{20}$  des ursprünglichen Frequenzbereichs sukzessive verkleinert wird. Beim ersten Schritt entspricht dies gerade dem Auslassen des linken und rechten Randpunktes. Bei allen Messungen einer Messreihe wird die Gesamtzahl der Ionen im Spektrum konstant gelassen.

Es werden zwei verschiedene Arten von Messreihen durchgeführt. Bei der ersten Art wird der Abstand der Frequenzpunkte bei Reduktion des Frequenzbereichs nicht geändert. Die Anzahl der Frequenzpunkte nimmt daher bei jeder neuen Messreihe um zwei ab. Um die theoretische Kurve durch das Auswerteprogramm an die experimentellen Daten anpassen zu können, werden mindestens elf Frequenzpunkte benötigt. Dies ist im Auswerteprogramm so festgelegt, damit die Anzahl der Punkte nicht unter die Anzahl der freien Parameter der Anpassung sinkt. Daher können in einer Messreihe maximal 16 Schritte aufgenommen werden. Im 16. Schritt ist der Frequenzbereich auf ein Viertel des anfänglichen Frequenzbereichs reduziert. Es wurden Messreihen mit 500, 1500 und 3000 Ionen pro Flugzeit-Resonanzkurve jeweils mit

Tabelle 4.2: Ergebnisse der Messungen mit reduziertem Frequenzbereich, wobei die Abstände zwischen den Frequenzpunkten und damit deren Anzahl bei Reduktion des Frequenzbereiches nicht verändert wurden. Der kleinste Fehler wurde beobachtet für Messungen mit der Reduktion auf ein Viertel des normal üblichen Frequenzbereiches. Der Fehler bei diesem Frequenzbereich ist im Verhältnis zum Fehler des gesamten Frequenzbereiches in Prozent angegeben. Außerdem sind noch dargestellt: Das Nuklid, mit dem die Messungen durchgeführt wurden, die Anzahl der Ionen, mit der die jeweilige Resonanzkurve aufgenommen wurde, die Dauer der Quadrupolanregung und die Anzahl der Messreihen.

| Nuklid              | $N_{ion}$ | $T_{RF}$ | Anzahl der Messreihen | Reduktion des Fehlers $\eta$ / % |
|---------------------|-----------|----------|-----------------------|----------------------------------|
| $^{133}\text{Cs}^+$ | 500       | 300      | 12                    | 57,8(1,5)                        |
| $^{39}\text{K}^+$   | 1500      | 300      | 3                     | 59,5(2,5)                        |
| $^{133}\text{Cs}^+$ | 3000      | 300      | 3                     | 54,4(1,0)                        |
| $^{85}\text{Rb}^+$  | 500       | 900      | 11                    | 57,6(3,8)                        |
| $^{85}\text{Rb}^+$  | 1500      | 900      | 5                     | 55,9(5,1)                        |
| $^{85}\text{Rb}^+$  | 3000      | 900      | 3                     | 57,2(12,3)                       |

den Anregungszeiten 300 ms und 900 ms aufgenommen. Bei allen Messreihen wird eine stetige Abnahme des Fehlers  $\delta\nu_c$  mit kleiner werdendem Frequenzbereich beobachtet. Die Abnahme des Fehlers hält bis zum kleinsten möglichen Frequenzbereich an. Die Ergebnisse der einzelnen Messreihen sind in Tab. 4.2 zusammengefasst. Dort ist der Fehler des kleinsten Frequenzbereichs im Verhältnis zum Fehler des anfänglichen Frequenzbereichs in Prozent aufgetragen. Die Messungen dafür wurden über einen sehr langen Zeitraum aufgenommen, in dem die Apparatur ständig auf die für die jeweilige Strahlzeit benötigte Referenzmasse umgestellt wurde. Daher wurden die Messungen mit unterschiedlichen Elementen durchgeführt, was aber für die Betrachtung der Änderung des Fehlers keine Rolle spielt.

Bei der zweiten Art der Messung wird die Anzahl der Frequenzpunkte konstant gelassen, nämlich bei 41. Dadurch nimmt bei Verkleinerung des Frequenzbereichs auch der Abstand zwischen zwei Frequenzpunkten ab. Wie zuvor werden auch hier Messreihen mit 500, 1500 und 3000 Ionen bei Anregungszeiten von 300 ms und 900 ms durchgeführt. Allerdings kann hier wegen der gleichbleibenden Anzahl der Frequenzpunkte der Frequenzbereich noch weiter reduziert werden, da die Anpassungsroutine - die mindestens elf Frequenzpunkte benötigt - weiterhin funktioniert. Die Messreihen werden bis zu einer Reduktion auf  $\frac{1}{20}$  des ursprünglichen Bereichs durchgeführt. Eine weitere Einschränkung macht keinen Sinn, da man sich dann schon nahe dem Zentrum der Resonanz befindet. Hier wird ebenfalls eine Abnahme des Fehlers  $\delta\nu_c$  bis zur Reduzierung auf etwa ein Viertel des ursprünglichen Frequenzbereichs beobachtet, danach aber ein steiler Anstieg (siehe Abb. 4.4 und Abb. 4.5). Das Minimum des Fehlers liegt ungefähr bei einem Frequenzbereich von  $\pm 0,8$  bis  $\pm 1,0$  Hz.

Die Ergebnisse von allen Messreihen sind in Tab. 4.3 zusammengefasst. Auch hier liefert der Punkt bei der Reduktion auf ein Viertel des ursprünglichen Frequenz-

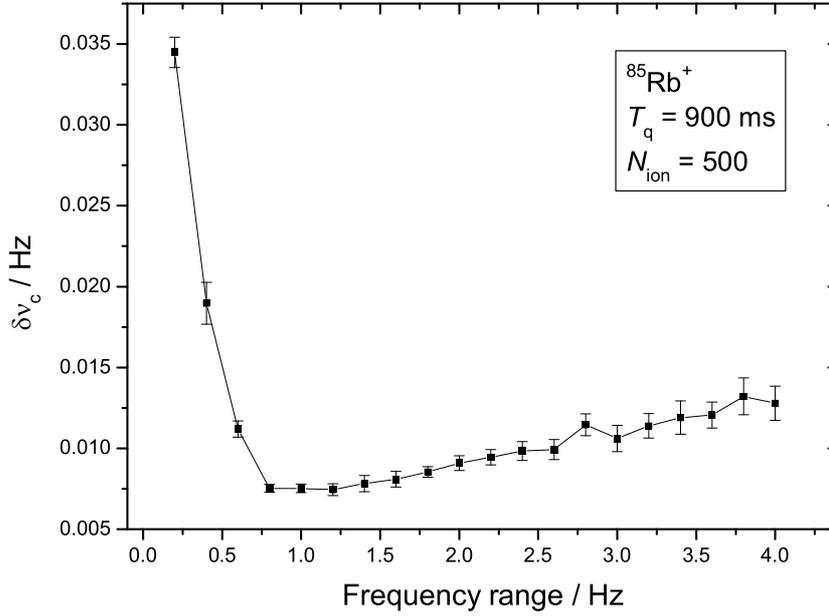


Abbildung 4.4: Der Fehler der Zyklotronfrequenz  $\delta\nu_c$  ist aufgetragen gegen den Frequenzbereich. Die Messung wurde an  $^{85}\text{Rb}^+$  bei einer Anregungszeit von 900 ms durchgeführt. Diese Abbildung zeigt den Mittelwert aus neun Messungen mit je 500 Ionen. Die Fehlerbalken ergeben sich aus dem gewichteten Fehler des Mittelwertes.

bereiches den kleinsten Fehler. Somit sind die beiden verschiedenen Arten von Messreihen gut miteinander vergleichbar.

Um zu überprüfen, ob sich die Zyklotronfrequenz bei der Reduzierung des Frequenzbereichs systematisch ändert, wurde auch diese ermittelt und über dem Frequenzbereich aufgetragen (siehe Abb. 4.6). Es lässt sich innerhalb der Fehlerbalken keine systematische Änderung feststellen.

Nach Glg. (4.2) ist der statistische Fehler  $\delta\nu_c$  der Zyklotronfrequenz indirekt proportional zur Wurzel aus der Anzahl  $N_{tot}$  der Ionen. Es gilt also

$$\delta\nu_c = \frac{k}{\sqrt{N_{tot}}} , \quad (4.5)$$

wobei  $k$  eine Konstante ist. Diese Konstante  $k$  ändert nun ihren Wert, wenn der Frequenzbereich der Flugzeit-Resonanzkurve geändert wird. Für zwei verschiedene Frequenzbereiche gelten die beiden Gleichungen:

$$\delta\nu_{c,0} = \frac{k_0}{\sqrt{N_{tot,0}}} \quad (4.6)$$

und

$$\delta\nu_{c,red} = \frac{k_{red}}{\sqrt{N_{tot,red}}} . \quad (4.7)$$

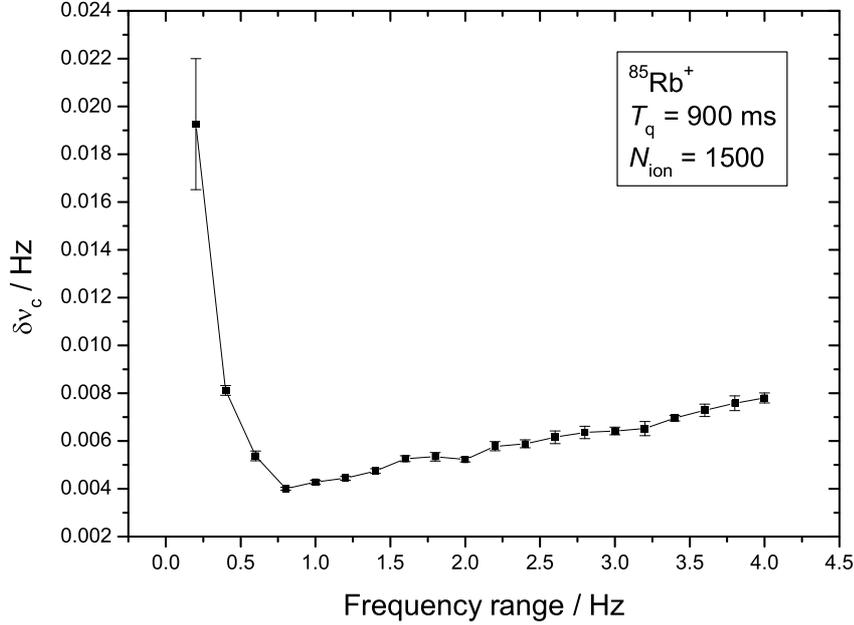


Abbildung 4.5: Der Fehler der Zyklotronfrequenz  $\delta\nu_c$  ist aufgetragen gegen den Frequenzbereich. Die Messung wurde an  $^{85}\text{Rb}^+$  bei einer Anregungszeit von 900 ms durchgeführt. Diese Abbildung zeigt den Mittelwert aus fünf Messungen mit je 1500 Ionen. Die Fehlerbalken ergeben sich aus dem gewichteten Fehler des Mittelwertes.

Hierbei sind  $\nu_{c,0}$ ,  $k_0$  und  $N_{tot,0}$  der Fehler, die Konstante und die Ionenanzahl mit ursprünglichem Frequenzbereich und  $\nu_{c,red}$ ,  $k_{red}$  und  $N_{tot,red}$  die Werte mit reduziertem Frequenzbereich. Durch Dividieren der beiden Gleichungen ergibt sich

$$\frac{\delta\nu_{c,0}}{\delta\nu_{c,red}} = \frac{k_0}{k_{red}} \cdot \sqrt{\frac{N_{tot,red}}{N_{tot,0}}}. \quad (4.8)$$

Bei den hier diskutierten Messungen waren bei den zu unterschiedlichen Frequenzbereichen aufgenommenen Spektren jeweils die Anzahl der Ionen der Resonanzkurve konstant ( $N_{tot,red} = N_{tot,0}$ ). Nach Glg. (4.8) ist damit das Verhältnis der beiden Konstanten gleich dem Verhältnis der Fehler:

$$\frac{k_{red}}{k_0} = \frac{\delta\nu_{c,red}^{N=const}}{\delta\nu_{c,0}^{N=const}} = \eta. \quad (4.9)$$

Dieser Faktor  $\eta$ , auf den der Fehler reduziert wurde, beträgt nach den Ergebnissen der Messreihen (siehe Tab. 4.2 und Tab. 4.3) etwa 60%. Sollen nun die Messungen mit beiden unterschiedlichen Frequenzbereichen denselben Fehler ergeben ( $\delta\nu_{c,0} = \delta\nu_{c,red}$ ), so ergibt sich aus Glg. (4.8):

$$\frac{N_{red}^{\delta\nu_c=const}}{N_0^{\delta\nu_c=const}} = \eta^2. \quad (4.10)$$

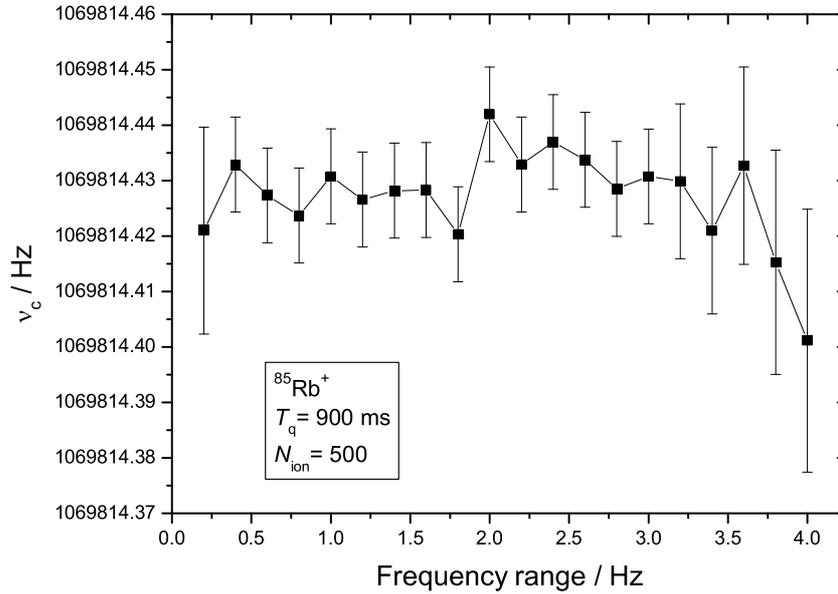


Abbildung 4.6: Die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  ist aufgetragen gegen den Frequenzbereich. Die Messung wurde an  $^{85}\text{Rb}^+$  bei einer Anregungszeit von 900 ms durchgeführt. Diese Abbildung zeigt den Mittelwert aus neun Messungen die mit jeweils 500 Ionen durchgeführt wurden. Die Fehlerbalken ergeben sich aus dem gewichteten Fehler des Mittelwertes unter Berücksichtigung systematischer Fehler.

Das bedeutet, um denselben Fehler zu erhalten, werden bei der Messung mit reduziertem Frequenzbereich nur etwa  $\eta^2 \approx 36\%$  der Ionen der Messungen mit dem ursprünglichen Frequenzbereich benötigt. Somit kann die Messdauer auf etwa  $\frac{1}{3}$  reduziert werden.

Bei der Reduktion des Frequenzbereiches liegen zwei gegensätzliche Effekte vor. Zum einen gehen durch die Abnahme des Frequenzbereiches Informationen verloren. Daher müsste der Fehler zu kleineren Frequenzbereichen hin zunehmen. Zum anderen erhöht man durch die Tatsache, dass die Anzahl der Ionen gleich bleibt und diese immer gleichmäßig über den aufgenommenen Frequenzbereich verteilt werden, die Statistik der Punkte mit hohem statistischem Gewicht. Beide Arten der Messung zeigen, dass wegen des sehr hohen statistischen Gewichts der ersten Maxima (siehe Abb. 4.3) letzterer Effekt überwiegt. Es ergibt sich die größte Fehlerabnahme, wenn die Messungen auf diesen wichtigen Bereich der Kurve konzentriert werden. Wird der Messbereich so weit eingeschränkt, dass er diese Maxima nicht mehr enthält, so nimmt der Fehler sehr stark zu, was in den Abb. 4.4 und 4.5 ab einem Frequenzbereich von etwa 0,5 Hz deutlich zu sehen ist.

Abschließend soll untersucht werden, ob bei einer realen Massenmessung mit reduziertem Frequenzbereich auch der Wert der Zyklotronfrequenz und damit der

Tabelle 4.3: Darstellung der Messergebnisse mit reduziertem Frequenzbereich bei gleichbleibender Anzahl an Frequenzpunkten. Der kleinste Fehler wurde ermittelt für Messungen mit nur einem Viertel des sonst üblichen Frequenzbereiches. Gegeben sind das Nuklid, die Anzahl der Ionen pro Resonanzkurve, die Dauer der Quadrupolanregung, die Anzahl der Messreihen und die Reduzierung des Fehlers.

| Nuklid              | $N_{ion}$ | $T_q$ | Anzahl der Messreihen | Reduktion des Fehlers $\eta$ / % |
|---------------------|-----------|-------|-----------------------|----------------------------------|
| $^{133}\text{Cs}^+$ | 500       | 300   | 10                    | 58,8(2,8)                        |
| $^{39}\text{K}^+$   | 1500      | 300   | 3                     | 65,9(2,0)                        |
| $^{133}\text{Cs}^+$ | 3000      | 300   | 3                     | 55,7(1,4)                        |
| $^{85}\text{Rb}^+$  | 500       | 900   | 11                    | 60,1(5,4)                        |
| $^{85}\text{Rb}^+$  | 1500      | 900   | 5                     | 54,9(1,8)                        |
| $^{85}\text{Rb}^+$  | 3000      | 900   | 2                     | 58,1(2,9)                        |

Massenwert richtig bestimmt werden kann. Dazu werden zwei Nuklide gegeneinander gemessen, wobei das eine Nuklid als Referenz für das andere dient (siehe Glg. (4.1)). Aus dem Frequenzverhältnis der beiden Nuklide und der bekannten Referenzmasse kann die unbekannte Masse berechnet werden. Daraus wird dann der Massenexzess ermittelt und überprüft, ob dieser innerhalb des Fehlers mit dem Literaturwert übereinstimmt. Es wurden fünf Messungen mit  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$  durchgeführt, wobei  $^{85}\text{Rb}$  als Referenzmasse diente. Die Ergebnisse sind in Tab. 4.4 zusammengefasst. Die ermittelten Werte stimmen ausgezeichnet innerhalb ihrer Fehler mit dem Literaturwert überein. Außerdem ist zu bemerken, dass auch hier der Fehler  $\delta\text{ME}_{exp}$  bei Reduzierung des Frequenzbereichs abnimmt, wenn auch in geringerem Maße (etwa um 5%). Der Grund ist, dass bei dieser Auswertung auch die systematischen Fehler der ISOLTRAP-Apparatur mit eingerechnet wurden. Setzt man diese gleich null, so kommt man auf eine Reduzierung des statistischen Fehlers um ca. 35%. Dies ist im Einklang mit den Ergebnissen der vorherigen Messungen.

Die on-line-Massenmessungen und deren Auswertung werden prinzipiell nach demselben Muster durchgeführt, wie die eben beschriebenen Messungen von  $^{87}\text{Rb}$  gegen  $^{85}\text{Rb}$ . Bei Kontaminationen wird nur zusätzlich noch eine Zählklassenanalyse durchgeführt, was hier aufgrund der Reinheit des Ionenensembles nicht nötig war. Die Ergebnisse zeigen somit, dass die Methode der Reduzierung des Frequenzbereichs durchaus bei realen Massenmessungen eingesetzt werden kann. Allerdings muss vor einer Anwendung dieser Messmethode das Zentrum der Resonanz zumindest näherungsweise bekannt sein, da der Frequenzbereich symmetrisch um das Zentrum gewählt werden muss. Desweiteren dürfen keine isobaren oder isomeren Kontaminationen vorhanden sein. Somit kann diese Methode im Wesentlichen nur für Referenzmessungen bzw. on-line-Messungen mit ganz sauberen Strahlen ihre Anwendung finden und zu einer deutlichen Reduzierung der benötigten Strahlzeit zum Erreichen einer benötigten Genauigkeit für das entsprechende Nuklid führen.

Tabelle 4.4: Massenmessung von  $^{87}\text{Rb}$  mit  $^{85}\text{Rb}$  als Referenzmasse. Es wurden zu vier verschiedenen Frequenzbereichen ( $\pm 1$  Hz,  $\pm 2$  Hz,  $\pm 3$  Hz und  $\pm 4$  Hz) jeweils fünf Einzelmessungen durchgeführt. In der Tabelle sind für jeden Frequenzbereich der experimentell ermittelte mittlere Massenexzess  $\text{ME}_{exp}$  von  $^{87}\text{Rb}$ , dessen gewichteter Fehler  $\delta\text{ME}_{exp}$  und die Abweichung vom Literaturwert  $\Delta\text{ME}$  dargestellt. Die Fehler in Spalte 3 der Tabelle beinhalten auch die systematischen Fehler der ISOLTRAP-Apparatur während Spalte 4 nur den statistischen Fehler berücksichtigt. Die Verringerung des statistischen Fehlers  $\delta\text{ME}_{exp}^{stat}$  beträgt ca. 35%, wie vorhergesagt (siehe Tab. 4.2 und Tab. 4.3).

| Frequenzbereich / Hz | $\text{ME}_{exp}$ / keV | $\delta\text{ME}_{exp}$ / keV | $\delta\text{ME}_{exp}^{stat}$ / keV | $\Delta\text{ME}$ / keV |
|----------------------|-------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------|
| $\pm 4$              | -84597,68               | 0,79                          | 0,26                                 | -0,11                   |
| $\pm 3$              | -84598,03               | 0,76                          | 0,25                                 | 0,23                    |
| $\pm 2$              | -84598,11               | 0,75                          | 0,21                                 | 0,31                    |
| $\pm 1$              | -84597,82               | 0,75                          | 0,17                                 | 0,03                    |

# 5 Temperaturstabilisierung

## 5.1 Notwendigkeit einer Temperaturstabilisierung

In Kap. 4 wurde gezeigt, dass jedem Frequenzpunkt der Resonanzkurve ein bestimmtes Gewicht zuzuordnen ist. Es ist deshalb naheliegend, die Anzahl der Messungen pro Frequenzpunkt von seinem Gewicht abhängig zu machen, d.h. bei den Punkten mit höherem Gewicht eine höhere Anzahl von Messungen durchzuführen als bei den Punkten mit kleinerem Gewicht. Um die einzelnen Frequenzpunkte gezielt aufzunehmen ist es jedoch notwendig, ihre Lage innerhalb eines bestimmten Bereiches zu kennen. Je länger die Anregungszeit, desto genauer müssen die Punkte gemessen werden. Bei einer an ISOLTRAP für langlebige Nuklide üblichen Anregungszeit von 900 ms müssten diese mit einer Unsicherheit in ihrer Lage von etwa 0,1 Hz angesteuert werden können. Dies könnte man bewerkstelligen, indem man erst mit einer wie bisher üblichen Resonanz die Zyklotronfrequenz des zu messenden Nuklids auf etwa 0,1 Hz genau festlegt und dann die Messung mit den gewichteten Punkten durchführt. Deren Lage bezüglich der Zyklotronfrequenz ist bekannt, da sie nur von der Anregungszeit abhängt. Das Problem bei der Durchführung derartiger Messungen wären aber Änderungen der Zyklotronfrequenz aufgrund von Temperaturschwankungen. In der ISOLDE-Halle betragen die Temperaturunterschiede zwischen Tag und Nacht etwa 1°C, was eine Änderung der Zyklotronfrequenz von ca. 0,3 Hz bei  $^{85}\text{Rb}^+$  zur Folge hat. Um dem Abhilfe zu schaffen, wurde an ISOLTRAP ein Temperaturstabilisierungssystem installiert, das auf einer PID-Regelung beruht [Mari2005]. Die Reduzierung der Temperaturfluktuationen ist nicht nur für die geplante Messung mit gewichteten Frequenzpunkten von Nutzen. Auch bei den bisherigen Messungen limitierten die Magnetfeldschwankungen aufgrund von Temperaturänderungen die Genauigkeit [Kell2003]. Dies kommt daher, dass bei der Auswertung die Zyklotronfrequenz der Referenzmasse zum Zeitpunkt der Messung der gesuchten Masse unter Annahme einer linearen Änderung des Magnetfeldes interpoliert wird, in Realität das Magnetfeld aber mit der Temperatur ungleichmäßig fluktuiert. Der Effekt wurde in [Kell2003] diskutiert und bei den bisherigen Messungen als zusätzlicher systematischer Fehler berücksichtigt.

## 5.2 Funktionsweise eines PID-Reglers

### 5.2.1 Dynamische Systeme

Im Allgemeinen kann ein dynamisches System durch die beiden Gleichungen

$$\dot{\vec{x}} = \vec{f}(\vec{x}, \vec{u}) \quad (5.1)$$

und

$$\vec{y} = \vec{g}(\vec{x}, \vec{u}) \quad (5.2)$$

beschrieben werden. Der Vektor  $\vec{x}$  steht hierbei für die  $n$  unabhängigen Zustände des Systems,  $\vec{u}$  für  $m$  unabhängige Stellgrößen und  $\vec{y}$  für  $p$  unabhängige Regelgrößen. Die Zustände  $\vec{x}$ , die unter Umständen nicht beobachtbar sind, werden durch Glg. (5.2) mit den Regelgrößen  $\vec{y}$  in Verbindung gebracht. Die Anzahl  $n$  der Zustände des Systems ist meist größer als die Anzahl  $p$  der Regelgrößen.

Hat man es mit linearen Systemen zu tun, lassen sich die Glgn. (5.1) und (5.2) wie folgt schreiben:

$$\dot{\vec{x}} = \tilde{A}\vec{x} + \tilde{B}\vec{u} \quad (5.3)$$

und

$$\vec{y} = \tilde{C}\vec{x} + \tilde{D}\vec{u} . \quad (5.4)$$

Für eine vereinfachte Beschreibung seien Stellgröße  $u$  und Regelgröße  $y$  hier als skalare Größen angenommen. Die Transferfunktion  $G$  ist dann definiert als

$$G(t) = \frac{y(t)}{u(t)} \quad (5.5)$$

im Zeitraum und

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} \quad (5.6)$$

im Frequenzraum. Es gilt:  $s = i\omega$ . Eine Größe im Zeitraum kann durch Laplace-Transformation in den Frequenzraum überführt werden:

$$\mathcal{L}[y(t)] \equiv y(s) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt . \quad (5.7)$$

Eine ausführlichere Beschreibung dynamischer Systeme findet sich in [Stro1994].

## 5.2.2 Grundlagen elektronischer Regler

Die Aufgabe eines elektronischen Reglers ist es nun, eine physikalische Größe (Regelgröße  $y$ ) auf einen vorgegebenen Sollwert (Führungsgröße  $r$ ) zu stabilisieren. Dazu wird die Regelgröße  $y$  mit Hilfe der Stellgröße  $u$  dahingehend beeinflusst, dass die Regelabweichung

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (5.8)$$

möglichst klein wird. Der Regler ist im einfachsten Fall ein Verstärker, der die Regelabweichung  $e$  verstärkt. Bei linearen Systemen gilt:

$$y(t) = K_p G(t) e(t) \quad (5.9)$$

mit der Verstärkung  $K_p$ . Durch Eliminierung von  $e$  nach Glg. (5.8) ergibt sich:

$$y(t) = \frac{K_p G(t) r(t)}{1 + K_p G(t)} . \quad (5.10)$$

Wenn die Regelgröße  $y$  über den Sollwert  $r$  ansteigt, wird die Regelabweichung  $e$  negativ. Der Regler wirkt dem dadurch entgegen, indem er die Stellgröße  $u$  verringert:

$$u_p(t) = K_p e(t) . \quad (5.11)$$

Dies beschreibt den Fall proportionaler Verstärkung. Ein Regler, der auf proportionaler Verstärkung beruht, wird P-Regler genannt. Der P-Regler wählt also die Stellgröße  $u$  immer proportional zur Regelabweichung  $e$ , also proportional zur Abweichung der Regelgröße  $y$  von der gewünschten Führungsgröße  $r$ . Für eine realistischere Beschreibung muss noch eine Störgröße  $d$  und ein Sensorrauschen  $\xi$  angenommen werden. Die Glgn. (5.8), (5.9) und (5.10) werden dann wie folgt geschrieben [Bech2005]:

$$e(t) = r(t) - y(t) - \xi(t) , \quad (5.12)$$

$$y(t) = K(t)G(t)e(t) + d(t) \quad (5.13)$$

und

$$y(t) = \frac{K(t)G(t)(r(t) - \xi(t))}{1 + K(t)G(t)} + \frac{d(t)}{1 + K(t)G(t)} . \quad (5.14)$$

### 5.2.3 Der PID-Regler

Bei einem P-Regler weicht allerdings die Regelgröße  $y$  vom gewünschten Sollwert  $r$  ab. Nach Glg. (5.10) kann die Regelgröße nur bei unendlicher Verstärkung  $K_p$  auf den Wert der Führungsgröße stabilisiert werden. Um dies zu verhindern, werden zusätzlich zum P-Regler noch ein integraler und ein differentieller Regler verwendet (siehe Abb. 5.1). Für die Stellgröße  $u(t)$  gilt dann:

$$u(t) = u_p(t) + u_i(t) + u_d(t) = K_p e(t) + K_i \int_{-\infty}^t e(t') dt' + K_d \frac{de(t)}{dt} . \quad (5.15)$$

Die Parameter  $K_p$ ,  $K_i$  und  $K_d$  müssen für jede Anwendung individuell eingestellt werden. Im Fall einer Temperaturstabilisierung würde ein P-Regler heizen, wenn die

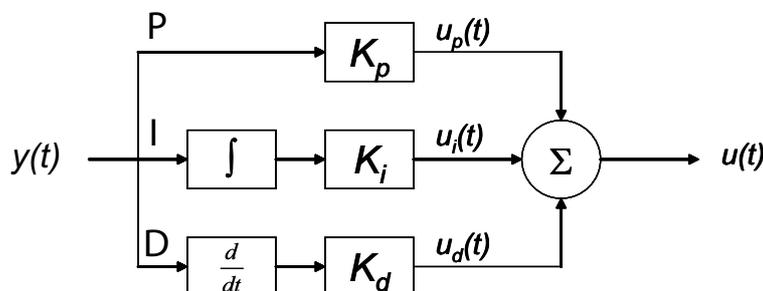


Abbildung 5.1: Schema eines PID-Reglers. Die Stellgröße  $u(t)$  wird anhand der Regelgröße  $y(t)$  und den Parametern  $K_p$ ,  $K_i$  und  $K_d$  ermittelt.

gemessene Temperatur (Regelgröße  $y$ ) unter der gewünschten Temperatur (Sollwert  $r$ ) ist und die Heizung abschalten, wenn die gemessene Temperatur über den Sollwert

ansteigt. Es ergibt sich also eine periodische Temperaturschwankung um den Sollwert. Die Heizleistung ist proportional zum Parameter  $K_p$ . Je größer dieser gewählt wird, desto größer ist die Amplitude der Schwankung. Der integrale Anteil eines PID-Reglers sorgt dafür, dass die durch den P-Regler hervorgerufene Temperaturschwankung geglättet wird. Hier liegt auch noch nach Überschreiten der Solltemperatur eine Zeit lang Heizung vor. So wird auch durch ein zu hoch gewähltes  $K_i$  die Amplitude der Temperaturschwankung vergrößert. Durch den differentiellen Anteil wird dagegen schneller auf Temperaturänderungen reagiert. Hier wird z.B. die Heizung schon eingeschaltet, wenn die Temperatur über dem Sollwert ist und beginnt abzufallen. Sowohl proportionaler als auch integraler Anteil liefern hier negative Stellgrößen. Der differentielle Anteil trägt somit zu einer Dämpfung der Oszillation um den Sollwert bei und verhindert, dass die Temperatur zu weit unter den Sollwert abfällt, bzw. im entgegengesetzten Fall zu weit über den Sollwert ansteigt. Für eine Berechnung der Parameter  $K_p$ ,  $K_i$  und  $K_d$  müssten alle Parameter des Systems genau bekannt sein, was in der Realität jedoch zumeist nicht der Fall ist. Deshalb kommt man in der Regel schneller zum Ziel, wenn man ihre optimale Einstellung experimentell ermittelt. Dazu müssen die Parameter  $K_p$ ,  $K_i$  und  $K_d$  im PID-Steuerungsprogramm unabhängig voneinander variiert werden können.

### 5.3 Aufbau des Temperatur-Stabilisierungssystems

Um eine Stabilisierung der Temperatur in der Penning-Falle und dem sie umgebenden Vakuumrohr im supraleitenden Magneten zu gewährleisten, wurde ein in sich abgeschlossenes System aufgebaut, das in Abb. 5.2 grob skizziert ist. Der Freiraum zwischen der Röhre, in der sich die Präzisions-Penning-Falle befindet, und dem Magneten wird verschlossen und isoliert. Dazu werden die beiden Enden der Röhre durch einen Schlauch verbunden. Insgesamt vier Ventilatoren sorgen dafür, dass die Luft im Schlauch ausreichend zirkuliert. Dadurch wird gewährleistet, dass in diesem abgeschlossenen System an jedem Ort dieselbe Temperatur herrscht.

Die Temperatur muss nicht nur am Ort der Falle selbst, sondern über die gesamte Länge des Magneten konstant gehalten werden. Deshalb sind zur Kontrolle insgesamt drei Temperatursensoren in der Röhre angebracht. Sie befinden sich am oberen und unteren Ende und in der Mitte des Magneten (siehe Abb. 5.2). Als Solltemperatur für das Temperatur-Stabilisierungsprogramm wird aber nur der Wert des Sensors nahe der Penning-Falle verwendet. Ein vierter Temperatursensor befindet sich außerhalb der Röhre, um die Raumtemperatur zu messen.

Die Heizung besteht aus einem Heizwiderstand, der mit einer Leistung von maximal 34 W betrieben werden kann. Die an den Widerstand angelegte Leistung wird vom PID-Regler (siehe Kap. 5.2), abhängig von der gemessenen Temperatur an der Penning-Falle, reguliert. Das Steuerungsprogramm des PID-Reglers ist in LabView geschrieben. Dessen Kontrollfenster ist in Abb. 5.3 zu sehen. Links oben (*Initialization*) können Leistung und Zeit der Aufheizperiode eingestellt werden. In der Mitte links (*PID control*) können die Parameter  $K_p$ ,  $K_i$  und  $K_d$ , die untere und obere Grenze für die Leistung während der Regulierung sowie die gewünschte Solltemperatur eingestellt werden. Es wird zusätzlich die aktuelle Abweichung der im

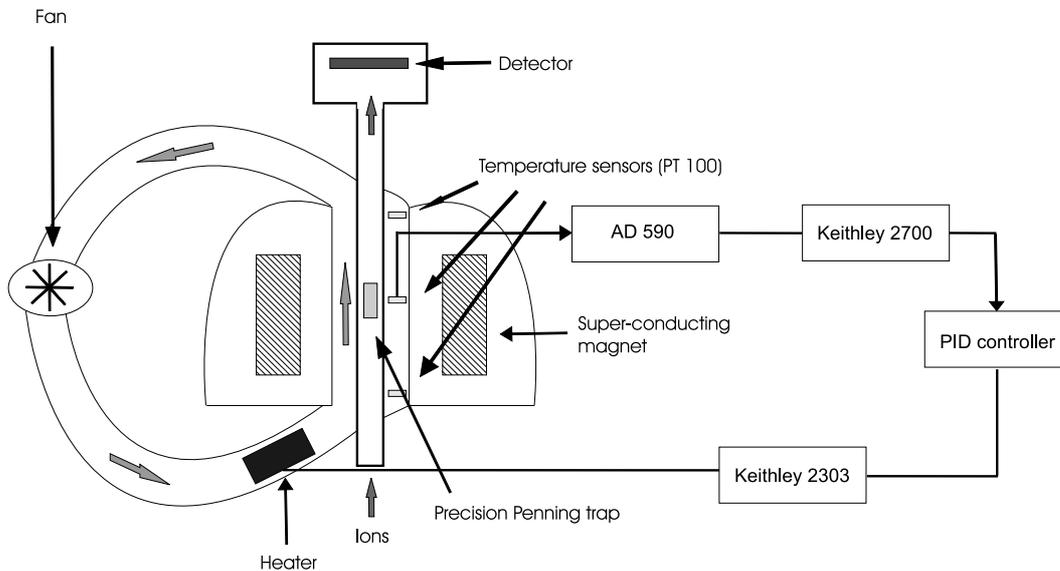


Abbildung 5.2: Der Aufbau des Temperatur-Stabilisierungssystems. Durch die Ventilatoren zirkuliert die Luft gleichmäßig um das Fallenrohr. Die Temperatur wird mit drei PT 100-Sensoren und einem AD 590 gemessen. Der ausschlaggebende Sensor ist der in der Mitte des Magneten, der nahe bei der Präzisions-Penning-Falle angebracht ist. Die Temperatur wird mit einem Keithley 2700 ausgelesen und als Regelgröße in das PID-Steuerungsprogramm eingegeben. Der Ausgabewert wird über ein Keithley 2303 an die Heizung im Fallenrohr weitergegeben.

Zentrum des Magneten gemessenen Temperatur von der gewünschten Temperatur angezeigt. Links unten ist der Verlauf dieser Temperatur (rot) und der Heizleistung (blau) als Funktion der Zeit zu sehen. Auf der rechten Seite des Kontroll- und Messfensters werden auf größerer Zeitskala die Raumtemperatur und die Temperatur an den drei Positionen im Fallenrohr angezeigt.

## 5.4 Experimentelle Ergebnisse der Temperaturstabilisierung

Die Änderung der Zyklotronfrequenz hat zwei unterschiedliche Ursachen. Die erste Ursache ist die Abnahme des Magnetfeldes mit der Zeit. Diese ist auf der Zeitskala in der die Messungen durchgeführt werden quasi linear und deshalb rechnerisch sehr einfach zu korrigieren. Die zweite Ursache sind Temperaturfluktuationen. Diese Fluktuationen zu minimieren ist Aufgabe der Temperaturstabilisierung. Abbildung 5.4 zeigt die Zyklotronfrequenz für  $^{85}\text{Rb}^+$  und die Falltemperatur als Funktion der Zeit ohne Temperaturstabilisierung. Die ausgeprägten Schwankungen kommen aufgrund der Tag-Nacht-Temperaturunterschiede zustande. Wenn man die Abnahme des Magnetfeldes herauskorrigiert, sind die Schwankungen von Temperatur und Zyklotronfrequenz nahezu synchron, jedoch aufgrund der Trägheit des Systems zeit-

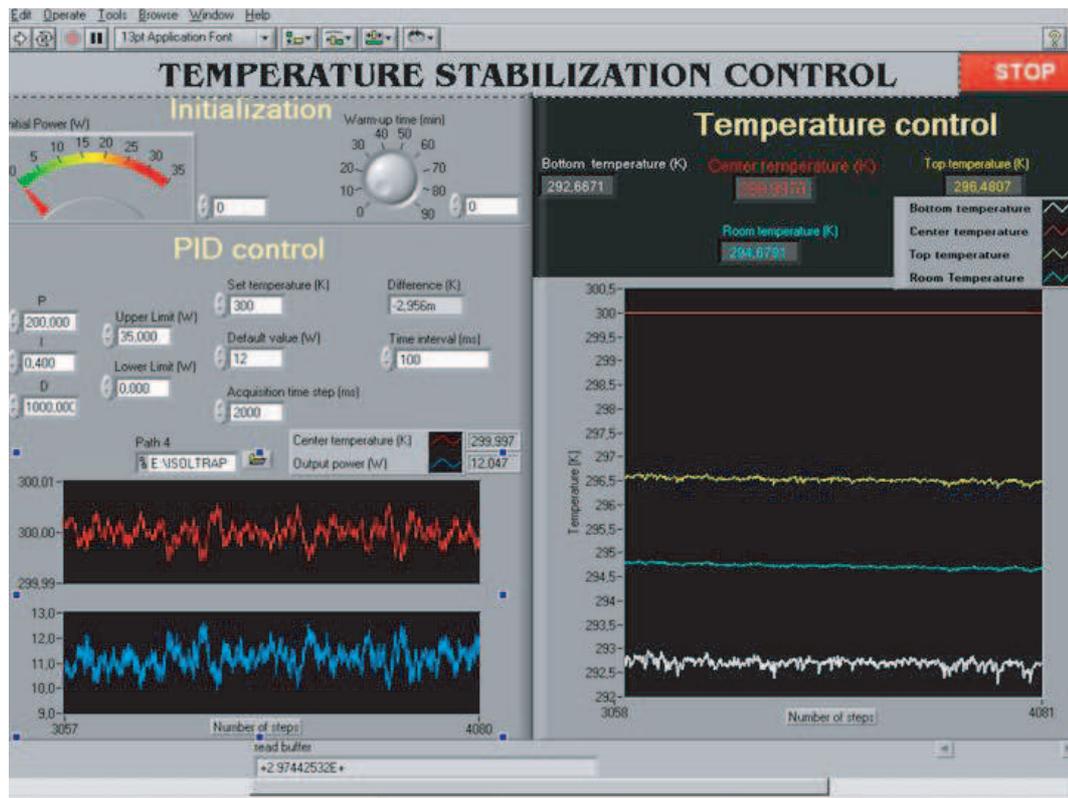


Abbildung 5.3: (farbig) Kontroll- und Messfenster des PID-Steuerungsprogramms. Weitere Erläuterungen im Text.

lich leicht verschoben ( $\Delta T \approx 10$  min). In Abb. 5.5 sind die Zyklotronfrequenz von  $^{133}\text{Cs}^+$  und die Temperatur als Funktion der Zeit mit Temperaturstabilisierung gezeigt<sup>1</sup>. Die Temperatur konnte auf  $\pm 5$  mK stabilisiert werden, was bei der Größe der Apparatur beachtlich ist. Das Temperatur-Stabilisierungssystem arbeitet zuverlässig und ist inzwischen permanent eingeschaltet.

<sup>1</sup>Zwischen beiden Messungen lagen mehrere Wochen, so dass zwischenzeitlich die Apparatur für on-line-Massenmessungen von  $^{85}\text{Rb}^+$  auf  $^{133}\text{Cs}^+$  als Referenzmasse umgestellt wurde.

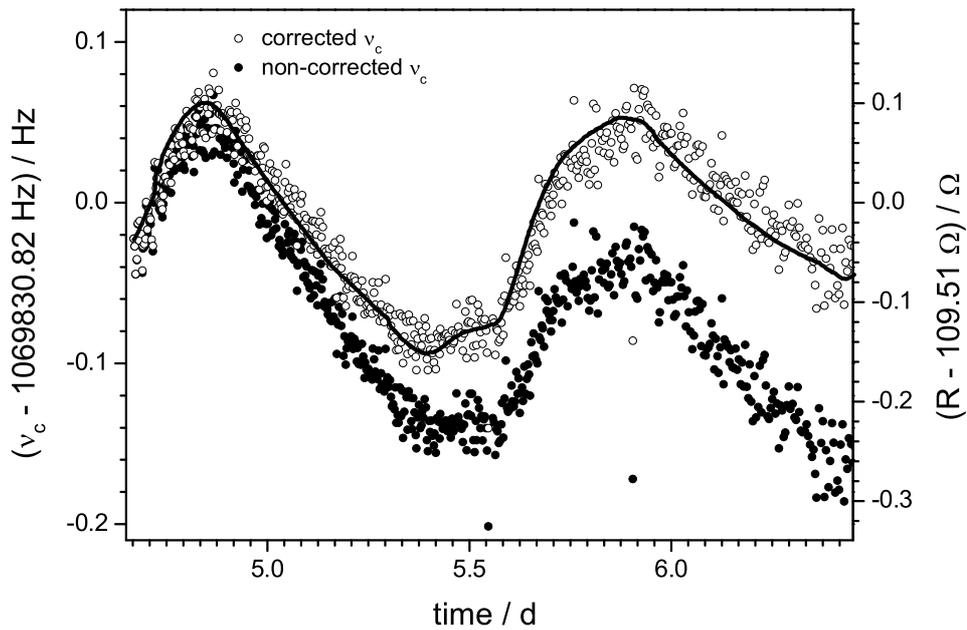


Abbildung 5.4: Der Verlauf der Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  (Punkte) und der Temperatur  $T$ , bzw. der eines zu ihr proportionalen Widerstandes  $R$  (durchgezogene Linie) sind als Funktion der Zeit aufgetragen. Man erkennt deutlich die Tag-Nacht-Schwankungen, die etwa  $1^\circ\text{C}$  in der ISOLDE-Halle betragen. Zusätzlich ist bei der Zyklotronfrequenz noch eine lineare Abnahme zu beobachten (volle Punkte), die von der Abnahme des Magnetfeldes herrührt. Wenn man diese korrigiert, erhält man einen Verlauf von  $\nu_c$  (offene Punkte), der sehr stark dem Temperaturverlauf ähnelt, jedoch leicht in der Zeit verschoben ist. Diese Verschiebung hat ihre Ursache in der Temperaturträgheit des Systems.

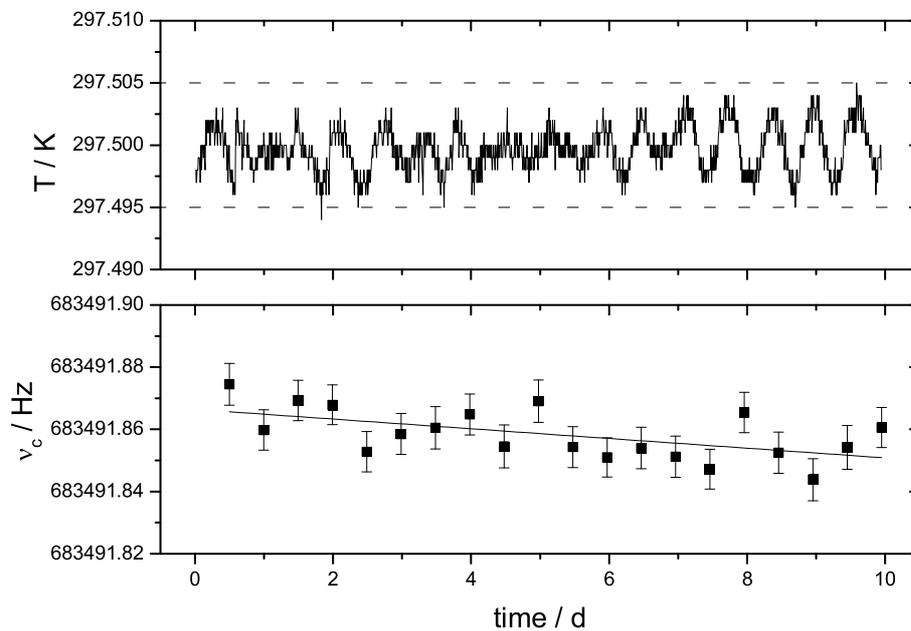


Abbildung 5.5: Temperaturverlauf (oben) und Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  (unten) mit Temperaturstabilisierung als Funktion der Zeit. Die Fluktuationen der beiden Kurven sind im Vergleich zu Abb. 5.4 drastisch reduziert. Die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  weist nur noch die bekannte lineare Abnahme (Ausgleichsgerade) proportional zum Magnetfeld auf. Die gestrichelten Linien sollen verdeutlichen, dass die Temperatur auf  $\pm 5$  mK stabilisiert ist.

# 6 Massenmessungen an neutronenreichen Zinn-Isotopen

Neben apparativen Verbesserungen wurden im Rahmen dieser Diplomarbeit auch on-line-Massenmessungen an kurzlebigen Zinn-Isotopen mit ISOLTRAP durchgeführt. Diese sind von Bedeutung für ein besseres Verständnis des r-Prozesses in der Nukleosynthese schwerer Elemente. Desweiteren ist das gemessene Nuklid  $^{132}\text{Sn}$  ein doppeltmagischer Kern ( $Z = 50$ ,  $N = 82$ ), aus dessen Masse man wichtige Informationen über die Struktur von Atomkernen gewinnen kann. In diesem Kapitel werden die gewonnenen Messergebnisse vorgestellt und diskutiert.

## 6.1 Produktion der Zinn-Isotope

Die Produktion der neutronenreichen Zinn-Isotope erfolgte durch Beschuss eines Urancarbid-Targets mit 1,4 GeV Protonen. Alle 1,2 s wird ein Protonenstrahl mit bis zu  $5 \mu\text{A}$  Strahlstrom auf das Target gegeben. Für eine schnelle und effiziente Diffusion der so produzierten Radionuklide wird der Targetbehälter auf mehr als  $2000^\circ\text{C}$  geheizt. Die Zinn-Isotope wurden als molekulare Verbindungen mit dem Schwefelisotop  $^{34}\text{S}$  aus dem Target extrahiert und massensepariert. Außerdem werden im Behältermaterial enthaltene Cäsium- und Bariumisotope frei, die an den heißen Oberflächen ionisiert werden. In molekularer Verbindung mit Chlor oder Schwefel liegen diese Elemente ebenfalls im Bereich der Massen der gemessenen Zinnsulfide. Man erhält eine große Menge an Isobarenkontaminationen von BaCl und BaS. Als Massenseparator wurde der HRS (siehe Kap. 3.1) mit einem Auflösungsvermögen von etwa 3000 betrieben.

## 6.2 Bestimmung der atomaren Massen

Der Prozess zur Bestimmung der Zyklotronfrequenz mittels der Flugzeit-Resonanzmethode wurde in Kap. 3.3 beschrieben. Die Zyklotronfrequenzen der Zinnsulfide sowie die der Referenzmassen wurden auf diese Weise bestimmt. Als Referenznuklid wurde das Cäsium-Isotop  $^{133}\text{Cs}$  gewählt, da es von den Nukliden, die von der Referenzionenquelle geliefert werden, die geringste Massendifferenz zu den Zinnsulfiden aufweist und somit der massenabhängige systematische Fehler minimiert wird [Kell2003]. In Abb. 6.1 sind alle Zyklotronfrequenzen der Referenzmessungen, die während der Strahlzeit aufgenommen wurden, als Funktion der Zeit aufgetragen. Die Falltemperatur wurde mit Hilfe des Temperatur-Stabilisierungssystems (siehe Kap. 5) während der einwöchigen Strahlzeit auf  $\pm 30$  mK (bei ca.  $22^\circ\text{C}$  Regeltemperatur) stabilisiert. Die Änderung der Zyklotronfrequenz ist daher im Wesent-

lichen auf die lineare Abnahme des Magnetfeldes zurückzuführen. Während der Zinn-Strahlzeit nahm die Zyklotronfrequenz von  $^{133}\text{Cs}^+$  um 0,25 Hz ab, was einer relativen Änderung von  $3,7 \cdot 10^{-7}$  entspricht. Die Referenzmessungen wurden mit Quadrupolanregungszeiten von 900 ms bzw. 1,2 s aufgenommen. Bei der Anpassung der gemessenen Daten an die theoretisch zu erwartende Flugzeitkurve wurde sowohl bei den Referenzmessungen als auch bei den Messungen an den Zinnsulfiden eine Zählklassen-Analyse (siehe Kap. 4.1.1) durchgeführt, um die Verschiebung der Zyklotronfrequenz durch den Einfluss von Kontaminationen zu korrigieren. Die Auswerteprozedur erfolgte gemäß dem in [Kell2003] beschriebenen Verfahren.

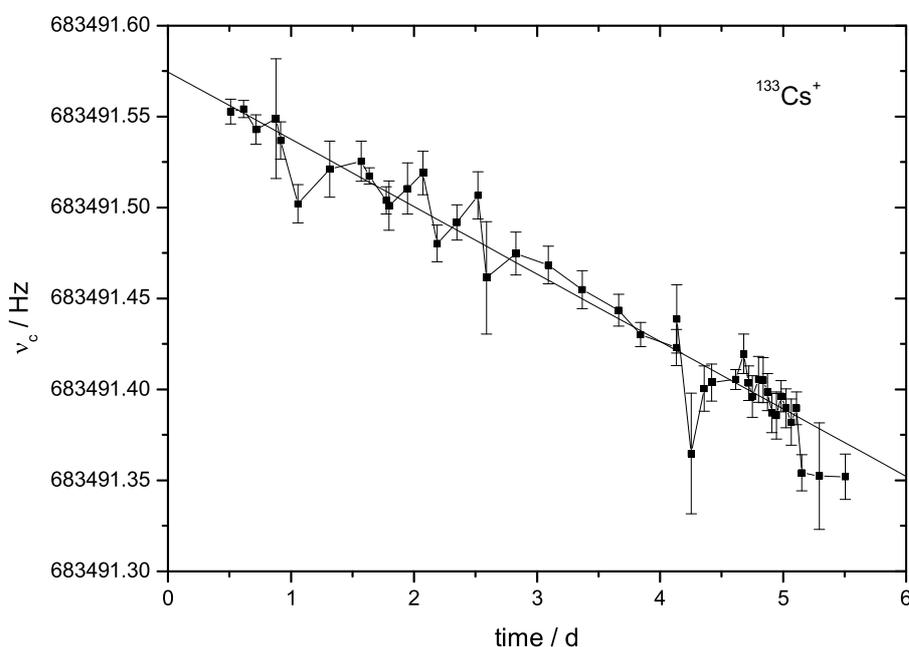


Abbildung 6.1: Die Zyklotronfrequenz  $\nu_c$  der Cäsium-Referenzmessungen während der Zinn-Strahlzeit (28.06.2005 bis 05.07.2005) als Funktion der Zeit. Der lineare Abfall der Zyklotronfrequenz (durchgezogene Ausgleichsgerade) ist die Folge der zeitlichen Abnahme des Magnetfeldes in der Präzisions-Penning-Falle.

Die Ergebnisse für die Zyklotronfrequenzen der Zinnsulfide mit den Zinn-Isotopen  $^{127}\text{Sn}$ ,  $^{128}\text{Sn}$ ,  $^{132}\text{Sn}$ ,  $^{133}\text{Sn}$  und  $^{134}\text{Sn}$  sind in Tab. 6.1 aufgeführt. Die relativen Massenunsicherheiten liegen zwischen  $9 \cdot 10^{-8}$  und  $9 \cdot 10^{-7}$ . Neben diesen Isotopen wurde auch noch das Isotop  $^{131}\text{Sn}$  aufgenommen, mit dem Ziel, seinen isomeren Zustand mit bisher unbekannter Anregungsenergie zu messen. Grundzustand und angeregter Zustand konnten aber trotz Anregungszeiten von bis zu 9 s, was einem Auflösungsvermögen von  $4 \cdot 10^6$  bzw. einer Energieauflösung von etwa 50 keV entspricht, nicht aufgelöst werden. Zusätzlich spielt bei sehr langen Anregungszeiten die Dämpfung in der Präzisions-Penning-Falle eine größere Rolle. Bei Radionukliden kommen außerdem bei einer längeren Verweildauer in der Falle immer mehr Zerfallsprodukte hinzu.

Diese führen zu einer weiteren Verschlechterung der ohnehin schon durch Kontaminationen verwaschenen Resonanzkurven.

Es wurden die Kontaminationen Yb, Tm, BaS und BaCl über deren Zyklotronresonanzkurven identifiziert. Zu ihrer Entfernung wurde ihre reduzierte Zyklotronfrequenz  $\nu_+$  eingestrahlt. Ihr Radius wurde dadurch so weit vergrößert, dass sie beim Ausschuss aus der Falle auf die obere Endkappe trafen und nicht detektiert wurden. Diesen Vorgang nennt man massenselektives Reinigen (siehe Kap. 2.2.1 und Kap. 3.2). Oft lagen die Zyklotronfrequenzen der Kontaminationen zu dicht an denen der Zinnsulfide. In diesem Fall würden beim massenselektiven Reinigen auch alle Zinnsulfid-Ionen entfernt werden. Um eine höhere Auflösung beim massenselektiven Reinigen zu bekommen, müsste dann die Zeit der Einstrahlung der reduzierten Zyklotronfrequenz verlängert werden. Dies hat aber wiederum hohe Zerfallsverluste zur Folge. Deshalb wurde in den meisten Fällen auf das massenselektive Reinigen verzichtet. Die Korrektur der Kontaminationen erfolgte über die Zählklassenanalyse.

Aus den Zyklotronfrequenzen  $\nu_{c,i}$  der zu einer gleichen Masse aufgenommenen Flugzeitkurven wird der gewichtete Mittelwert  $\bar{\nu}_c$  gebildet:

$$\bar{\nu}_c = \sum_i g_i \nu_{c,i} . \quad (6.1)$$

Die Gewichtungsfaktoren  $g_i$  errechnen sich dabei aus den inversen Fehlerquadraten  $\delta\nu_{c,i}$  der einzelnen Zyklotronfrequenzen:

$$g_i = \frac{1/\sqrt{\delta\nu_{c,i}}}{1/\sqrt{\delta\bar{\nu}_c}} . \quad (6.2)$$

$\delta\bar{\nu}_c$  ist der Fehler des gewichteten Mittelwertes und gegeben durch den Ausdruck

$$\frac{1}{\sqrt{\delta\bar{\nu}_c}} = \sum_i \frac{1}{\sqrt{\delta\nu_{c,i}}} . \quad (6.3)$$

In Tab. 6.2 sind die Frequenzverhältnisse der gemessenen Zinnsulfidionen zu dem Referenznuclid  $^{133}\text{Cs}^+$  aufgeführt. Aus diesen Werten kann nach Glg. (4.1) die Masse der Zinnsulfide bestimmt werden. Danach muss noch die Masse von  $^{34}\text{S}$  subtrahiert werden. Als absolute Fehler  $\delta\nu_c$  für die Zinn-Massen werden dieselben wie für die der Zinnsulfide angenommen, da der absolute Fehler von  $^{34}\text{S}$  nur  $0,12 \mu\text{u}$  (entsprechend  $0,11 \text{ keV}$ ) beträgt und somit hier vernachlässigbar ist [Audi2003]. Der Massenexzess wird dann nach folgender Formel berechnet:

$$ME[u] = m_{Atom}[u] - A , \quad (6.4)$$

wobei  $m_{Atom}$  die atomare Masse und  $A$  die Massenzahl des jeweiligen Nuklids ist. In Tab. 6.3 sind die Massenexzesse der Zinnisotope in keV angegeben. Sie werden verglichen mit den bisherigen Werten der AME (*Atomic-Mass Evaluation*). Die Nuklide  $^{131}\text{Sn}$  und  $^{132}\text{Sn}$  wurden bereits von Günther Sikler an ISOLTRAP gemessen [Sikl2003, Sikl2005], jedoch mit geringerer Genauigkeit im Falle von  $^{132}\text{Sn}$ . Mit einer gewählten Anregungsdauer von 1,2 s konnten auch damals Grund- und angeregter Zustand von  $^{131}\text{Sn}$  nicht aufgelöst werden. Im Folgenden werden die untersuchten Nuklide einzeln diskutiert. Eine exemplarische Flugzeit-Resonanzkurve für jedes einzelne Nuklid findet sich im Anhang.

Tabelle 6.1: Die Ergebnisse der Zyklotronfrequenzmessungen an den untersuchten Zinnsulfid-Isotopen. Neben der Zyklotronfrequenz sind für jede einzelne Messung noch der absolute ( $\delta\nu_c$ ) und relative ( $\delta\nu_c/\nu_c$ ) Fehler der Zyklotronfrequenz, die Anzahl der Ionen ( $N_{ion}$ ), die zur Aufnahme der jeweiligen Resonanzkurve nachgewiesen wurden, sowie die Anregungsdauer  $T_q$  aufgeführt.

| Ion                              | $\nu_c$ / Hz                     | $\delta\nu_c$ / Hz | $\delta\nu_c/\nu_c$   | $N_{ion}$           | $T_q$ / s |
|----------------------------------|----------------------------------|--------------------|-----------------------|---------------------|-----------|
| $^{127}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 564648,564                       | 0,055              | $9,8 \cdot 10^{-8}$   | 1514                | 0,9       |
|                                  | 564648,428                       | 0,051              | $9,1 \cdot 10^{-8}$   | 976                 | 0,9       |
| $^{128}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 561159,928                       | 0,139              | $2,48 \cdot 10^{-7}$  | 4426                | 0,3       |
|                                  | 561160,038                       | 0,397              | $7,07 \cdot 10^{-7}$  | 3506                | 0,3       |
|                                  | 561159,633                       | 0,210              | $3,73 \cdot 10^{-7}$  | 4442                | 0,3       |
|                                  | 561159,771                       | 0,079              | $1,40 \cdot 10^{-7}$  | 7362                | 0,6       |
|                                  | 561159,918                       | 0,207              | $3,69 \cdot 10^{-7}$  | 1583                | 0,6       |
|                                  | 561159,852                       | 0,078              | $1,38 \cdot 10^{-7}$  | 4418                | 0,6       |
|                                  | 561159,698                       | 0,220              | $3,91 \cdot 10^{-7}$  | 959                 | 0,6       |
|                                  | 561160,016                       | 0,234              | $4,16 \cdot 10^{-7}$  | 953                 | 0,6       |
| $^{131}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 550927,415                       | 0,125              | $2,27 \cdot 10^{-7}$  | 1912                | 0,9       |
|                                  | 550927,630                       | 0,131              | $2,38 \cdot 10^{-7}$  | 882                 | 0,9       |
|                                  | 550927,536                       | 0,030              | $5,4 \cdot 10^{-8}$   | 1074                | 9         |
|                                  | 550927,556                       | 0,070              | $1,26 \cdot 10^{-7}$  | 660                 | 1,2       |
|                                  | 550927,503                       | 0,042              | $7,5 \cdot 10^{-8}$   | 2222                | 6         |
|                                  | 550927,541                       | 0,019              | $3,4 \cdot 10^{-8}$   | 2703                | 9         |
|                                  | 550927,871                       | 0,586              | $1,063 \cdot 10^{-6}$ | 614                 | 0,1       |
|                                  | 550927,107                       | 0,225              | $4,08 \cdot 10^{-7}$  | 759                 | 0,3       |
|                                  | 550927,525                       | 0,078              | $1,42 \cdot 10^{-7}$  | 891                 | 0,9       |
|                                  | 550927,570                       | 0,038              | $6,9 \cdot 10^{-8}$   | 2043                | 0,9       |
|                                  | 550927,504                       | 0,041              | $7,5 \cdot 10^{-8}$   | 562                 | 6         |
|                                  | 550927,600                       | 0,026              | $4,8 \cdot 10^{-8}$   | 546                 | 3         |
|                                  | 550927,531                       | 0,028              | $5,1 \cdot 10^{-8}$   | 2449                | 6         |
|                                  | 550927,502                       | 0,013              | $2,3 \cdot 10^{-8}$   | 3087                | 9         |
|                                  | $^{132}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 547604,122         | 0,052                 | $9,5 \cdot 10^{-8}$ | 2658      |
| 547604,060                       |                                  | 0,035              | $6,4 \cdot 10^{-8}$   | 2263                | 1,5       |
| 547603,972                       |                                  | 0,131              | $2,39 \cdot 10^{-7}$  | 1272                | 0,9       |
| 547603,957                       |                                  | 0,070              | $1,27 \cdot 10^{-7}$  | 3108                | 0,9       |
| 547603,973                       |                                  | 0,093              | $1,69 \cdot 10^{-7}$  | 1427                | 0,9       |
| 547604,167                       |                                  | 0,090              | $1,64 \cdot 10^{-7}$  | 1328                | 0,9       |
| 547604,281                       |                                  | 0,222              | $4,05 \cdot 10^{-7}$  | 825                 | 0,9       |
| $^{133}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 544303,028                       | 0,208              | $3,82 \cdot 10^{-7}$  | 1953                | 0,3       |
|                                  | 544302,471                       | 0,196              | $3,60 \cdot 10^{-7}$  | 1414                | 0,3       |
|                                  | 544302,740                       | 0,154              | $2,82 \cdot 10^{-7}$  | 1110                | 0,6       |
|                                  | 544302,561                       | 0,127              | $2,34 \cdot 10^{-7}$  | 1286                | 0,9       |
| $^{134}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 541044,985                       | 0,524              | $9,68 \cdot 10^{-7}$  | 3460                | 0,1       |

Tabelle 6.2: Die Frequenzverhältnisse der gemessenen Zinnsulfide ( $\nu_c$ ) zur Referenzmasse  $^{133}\text{Cs}^+$  ( $\nu_{c,ref}$ ). Die Masse von  $^{133}\text{Cs}$  beträgt 132,905451933(24) u [Brad1999]. Die hier eingetragenen Werte wurden aus den Mittelwerten über die in Tab. 6.1 aufgeführten Zyklotronfrequenzen bestimmt. Mittelwerte und Fehler wurden nach den Gln. (6.1) - (6.3) berechnet.

| Nuklid                           | Frequenzverhältnis $\nu_c/\nu_{c,ref}$ |
|----------------------------------|--|
| $^{127}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 1,2104724155(874)                      |
| $^{128}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 1,217997920(102)                       |
| $^{132}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 1,2481491465(577)                      |
| $^{133}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 1,255719368(187)                       |
| $^{134}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ | 1,26328008(122)                        |

Tabelle 6.3: Vergleich der ISOLTRAP-Daten mit den in der *Atomic-Mass Evaluation* (AME 2003) angegebenen Werten [Audi2003]. Die zweite Spalte gibt die Halbwertszeiten der jeweiligen Zinnisotope an. In der dritten Spalte sind die im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Werte für den Massenexzess aufgeführt. In der vierten Spalte sind die jeweiligen Werte für den Massenexzess angegeben, wie sie in der AME 2003 [Audi2003] angegeben sind. Die Differenz dieser Werte  $\Delta ME = ME_{IST} - ME_{AME}$  ist in der fünften Spalte aufgeführt. Eine Einbindung der Daten in die AME sowie die Bestimmung deren Signifikanz erfolgt in den nächsten Monaten.

| Nuklid            | $T_{1/2}$ | $ME_{IST} / \text{keV}$ | $ME_{AME} / \text{keV}$ | $\Delta ME / \text{keV}$ |
|-------------------|-----------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| $^{127}\text{Sn}$ | 2,10 h    | -83461(11)              | -83499(25)              | 202                      |
| $^{128}\text{Sn}$ | 59,07 m   | -83297(13)              | -83335(27)              | 38                       |
| $^{132}\text{Sn}$ | 39,7 s    | -76547(7)               | -76554(14)              | 7                        |
| $^{133}\text{Sn}$ | 1,45 s    | -70847(23)              | -70950(40)              | 103                      |
| $^{134}\text{Sn}$ | 1,12 s    | -66323(152)             | -66800(100)             | 477                      |

### $^{127}\text{Sn}^{34}\text{S}$

Zu diesem Isotop wurden insgesamt zwei Resonanzen mit jeweils einer Anregungsdauer von  $T_q = 900$  ms aufgenommen. Es sind in beiden Fällen jeweils eine deutliche Resonanz zu erkennen. Aus den aufgenommenen Spektren lässt sich schließen, dass bei der Messung Verunreinigungen vorlagen. Diese konnten jedoch nicht identifiziert werden. Desweiteren wurde geprüft, ob das Zinnsulfid während der Messung aufbricht. Es konnten allerdings auch weder  $^{127}\text{Sn}$  noch  $^{34}\text{S}$  eindeutig nachgewiesen werden. Der Massenexzess von  $^{127}\text{Sn}$  wurde mit einem Fehler von nur 11 keV bestimmt.

### $^{128}\text{Sn}^{34}\text{S}$

Das Zinnisotop  $^{128}\text{Sn}$  hat einen isomeren Zustand mit einer Anregungsenergie von  $E_{exc} = 2091,50(11)$  keV und einer Halbwertszeit von  $T_{1/2} = 6,5$  s. Hier konnte eine Reihe von Messungen aufgenommen werden. Allerdings waren auch Kontaminationen vorhanden. Dies konnte dadurch nachgewiesen werden, dass nach massenselektivem Reinigen von  $^{128}\text{Sn}^{34}\text{S}$  immer noch Ionen detektiert wurden. Die Kontaminationen konnten allerdings nicht identifiziert werden. Das Aufbrechen von  $^{128}\text{Sn}^{34}\text{S}$  in  $^{128}\text{Sn}$  und  $^{34}\text{S}$  konnte nicht beobachtet werden. Bei einigen Messungen mit Anregungsdauern von  $T_q = 600$  ms konnten Grundzustand und angeregter Zustand aufgelöst werden. Der Massenexzess des Grundzustandes wurde mit einem Fehler von 13 keV bestimmt.

### $^{131}\text{Sn}^{34}\text{S}$

Auch das Zinnisotop  $^{131}\text{Sn}$  weist neben dem Grundzustand ( $T_{1/2} = 56$  s) einen etwa gleich lange lebenden ( $T_{1/2} = 58,4$  s) angeregten Zustand auf. Dessen Anregungsenergie ist in [Audi2003] mit  $E_{exc} = 80(30)$  keV angegeben. Trotz einer Anregungsdauer von  $T_q = 9$  s konnten die beiden Zustände nicht aufgelöst werden. Die Zyklotronfrequenz die man nun erhält ist ein Mittelwert aus den Zyklotronfrequenzen der beiden isomeren Zustände. Das Besetzungsverhältnis der isomeren Zustände muss erst noch ausgewertet werden. Deshalb kann momentan keine Aussage über die Masse von  $^{131}\text{Sn}$  gemacht werden.

Man kann die sehr verrauschten Resonanzen auch auf die Anwesenheit zahlreicher Kontaminationen zurückführen. Als das Molekül, das den Hauptbeitrag zu den Kontaminationen liefert, wurde  $^{130}\text{Ba}^{35}\text{Cl}$  angenommen. Außerdem konnte beobachtet werden, dass die Anzahl der detektierten  $^{131}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ -Ionen abnimmt, wenn man die Wartezeit nach der Zyklotronanregung in der Präparations-Penning-Falle verlängert. Die Anzahl der  $^{131}\text{Sn}^+$ -Ionen nimmt dagegen zu. Es kann somit angenommen werden, dass das  $^{131}\text{Sn}^{34}\text{S}$  in der Präparations-Penning-Falle zu  $^{131}\text{Sn}$  und  $^{34}\text{S}$  aufbricht. Bei dem Aufnehmen der Resonanzkurven wurden daher  $^{131}\text{Sn}$  und  $^{130}\text{Ba}^{35}\text{Cl}$  durch massenselektives Reinigen entfernt.

### $^{132}\text{Sn}^{34}\text{S}$

Die Flugzeit-Resonanzkurve von  $^{132}\text{Sn}^{34}\text{S}$  ist in Abb. 6.2 zu sehen. Auch hier waren offensichtlich viele Kontaminationen vorhanden, von denen aber keine identifiziert

werden konnte. Es wurden aber insgesamt gut auswertbare Messungen aufgenommen. Dies ermöglichte es, einen sehr kleinen Fehler bei der Bestimmung des Massenexzesses von  $^{132}\text{Sn}$  zu erzielen ( $\delta m = 7 \text{ keV}$ ). Die erste direkte Massenmessung an dem Nuklid  $^{132}\text{Sn}$  wurde ebenfalls an ISOLTRAP durchgeführt [Sikl2003, Sikl2005]. Die damals erreichte Genauigkeit betrug  $17 \text{ keV}$ .

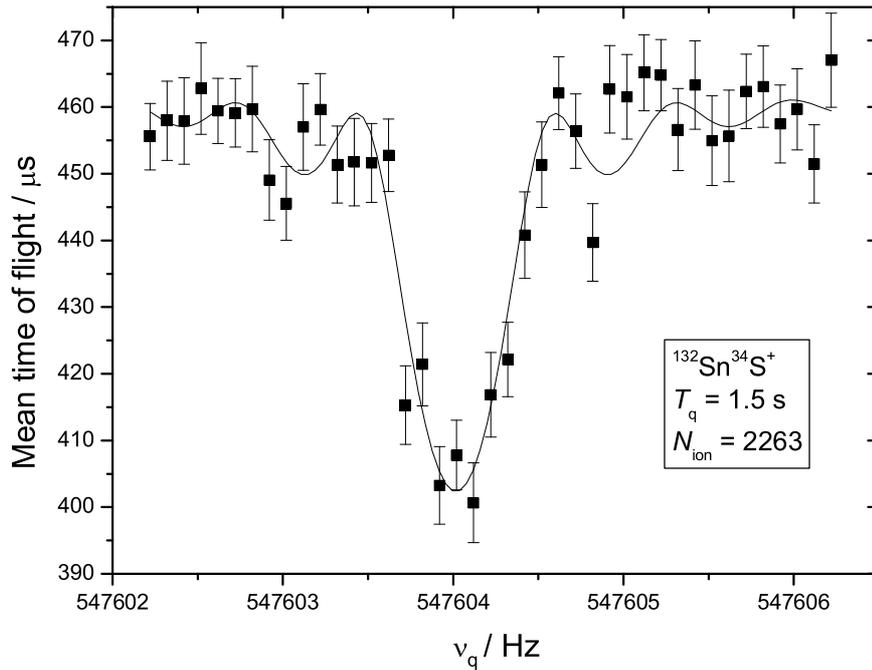


Abbildung 6.2: Die Flugzeit-Resonanzkurve von  $^{132}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ . Die durchgezogene Linie ist die theoretische Kurve, die an die experimentellen Daten angepasst wurde [Köni1995a].

### $^{133}\text{Sn}^{34}\text{S}$

Hier wurden  $^{167}\text{Tm}$  und  $^{132}\text{Ba}^{35}\text{Cl}$  als Kontaminationen identifiziert und durch massenselektives Reinigen entfernt. Aus den vier  $^{133}\text{Sn}^{34}\text{S}^+$ -Resonanzen wurde der Massenexzess mit einem Fehler von  $23 \text{ keV}$  bestimmt.

### $^{134}\text{Sn}^{34}\text{S}$

Bei der Messung des Isotops  $^{134}\text{Sn}^{34}\text{S}$  wurden die Kontaminationen  $^{134}\text{Ba}^{34}\text{S}$  und  $^{168}\text{Yb}$  durch massenselektives Reinigen entfernt. Es konnte insgesamt nur eine Resonanz aufgenommen werden ( $T_q = 100 \text{ ms}$ ). Somit ergibt sich ein relativ großer Fehler für den Massenexzess von  $^{134}\text{Sn}$ , nämlich  $\delta ME = 152 \text{ keV}$ .

## 6.3 Diskussion der Resultate

Das Nuklid  $^{132}\text{Sn}$  besitzt einen doppelmagischen Kern, d.h. die Anzahl der Protonen  $Z$  und die der Neutronen  $N$  entsprechen jeweils einer abgeschlossenen Schale. Diese sind gekennzeichnet durch die *magischen Zahlen* ( $N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ ). Solche doppelmagischen Kerne und ihre direkten Nachbarn sind von besonderem Interesse, da sie wichtige Informationen über die Struktur von Atomkernen geben. Hier wird die Analogie zur Atomphysik deutlich. Bei Kernen, die ein Nukleon mehr haben als ein doppelmagischer Kern, wird dieses analog zum Valenzelektron bei den Alkalimetallen als Valenznukleon bezeichnet. Kerne, die ein Nukleon weniger haben als ein doppelmagischer Kern, werden analog zu den Halogenen behandelt. Man spricht hier von einem Valenzloch. Das Termschema solcher Kerne ist sehr einfach, da die Energien der Kern-Anregungszustände der potentiellen Energie eines einzelnen Nukleons oder Loches im Potential des Restkerns entsprechen. Bei  $^{133}\text{Sn}$  besteht beispielsweise der Restkern aus 50 Protonen und 82 Neutronen (dies entspricht dem Kern von  $^{132}\text{Sn}$ ) und das Valenzteilchen ist ein Neutron. Aus dem Vergleich der Anregungsschemata von  $^{132}\text{Sn}$  mit denen der Valenzkerne kann unmittelbar die Schalenstruktur der angrenzenden Protonen- und Neutronenschalen hergeleitet werden. Theoretische Berechnungen zu Einteilchen-Zuständen finden sich in [Blom1981, Lean1984, Mezi1995].

$^{132}\text{Sn}$  ist der einzige doppelmagische Kern, der im mittleren Massenbereich der Nuklidkarte liegt und heutigen Methoden der Massenmessung zugänglich ist. Bei allen anderen doppelmagischen Kernen in diesem Bereich, wie z.B.  $^{100}\text{Sn}$ , sind die Produktionsraten an den derzeit existierenden Beschleunigeranlagen zu gering für direkte Massenmessungen mit der Penning-Fallenmethode. Dem kann teils Abhilfe geschaffen werden mit der GSI Zukunftsanlage FAIR [FAIR2006], siehe auch Kap. 7. Darüber hinaus ist  $^{132}\text{Sn}$  das einzige Bindeglied zwischen den beiden doppelmagischen Kernen  $^{56}\text{Ni}$  ( $N = 28, Z = 28$ ) und  $^{208}\text{Pb}$  ( $N = 126, Z = 82$ ). Für  $^{56}\text{Ni}$  und  $^{208}\text{Pb}$  und ihre unmittelbaren Nachbarn sind alle wichtigen Informationen bereits aus früheren Experimenten bekannt. Die experimentell ermittelten Werte bestätigen dabei die theoretischen Rechnungen [Chou1991]. Für  $^{131}\text{Sn}$  und  $^{132}\text{Sn}$  gibt es bis jetzt nur eine direkte Penning-Fallen-Massenmessung, die ebenfalls an ISOLTRAP durchgeführt wurde, allerdings mit geringerer Genauigkeit [Sikl2003]. Für  $^{133}\text{Sn}$  und  $^{134}\text{Sn}$  stellt die in dieser Diplomarbeit beschriebene Messung die erste direkte Penning-Fallen-Massenmessung dar. Die Ergebnisse dieser Massenmessungen sind von großer Bedeutung, da sie Auswirkungen auf die Schalenmodell-Rechnungen für alle Kerne mit einer Protonenzahl  $Z$  zwischen 28 und 82 und einer Neutronenzahl  $N$  zwischen 50 und 126 haben. Dies betrifft etwa die Hälfte der heute bekannten Nuklide und einen Großteil aller neutronenreichen Kerne, die bis jetzt zum Teil noch nicht erzeugt werden konnten. Diese neutronenreichen Kerne spielen unter anderem in der Astrophysik für die Untersuchung des r-Prozesses (schneller Neutroneneinfangprozess) sowie für Kernstruktureffekte eine wichtige Rolle. Berechnungen zur Kernstruktur werden zur Zeit von der Theoriegruppe um R. Casten (Yale University) durchgeführt.

Weiterhin kann mit dem für  $^{132}\text{Sn}$  neu gewonnenen Massenwert das sogenannte *mass window* berechnet werden. Dabei handelt es sich um eine spezielle Linear-

kombination der Grundzustandsmassen der ( $N=82$ )-Isotone  $^{132}\text{Sn}$ ,  $^{133}\text{Sb}$ ,  $^{134}\text{Te}$  und  $^{135}\text{I}$ :

$$W = m(^{132}\text{Sn}) - 3m(^{133}\text{Sb}) + 3m(^{134}\text{Te}) - m(^{135}\text{I}) . \quad (6.5)$$

Der theoretische Wert des *mass windows* ist  $W_{theo} = -3570$  keV [Zhan1996]. Der experimentelle Wert unter Einbeziehung der von Günther Sikler an ISOLTRAP genommenen Daten von  $^{132}\text{Sn}$  beträgt  $W_{AME2003} = -3612(31)$  keV. Angesichts großer Abweichungen von diesem Wert bei früheren Messungen ( $W_{AME1995} = -3080(150)$  keV) ist es wichtig, diesen Wert noch einmal zu reproduzieren. Unter Einbeziehung der neugewonnenen Daten für  $^{132}\text{Sn}$  erhält man ein neues *mass window* von  $W_{AME2003} = -3605(29)$  keV.

Die im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Zinnisotope  $^{133}\text{Sn}$  und  $^{134}\text{Sn}$  liegen auf dem Pfad eines r-Prozesses. Ihre Massen konnten mit relativen Genauigkeiten von  $1,9 \cdot 10^{-7}$  bzw.  $1,2 \cdot 10^{-6}$  bestimmt werden. Dies liegt im Bereich der erforderlichen Genauigkeit für Rechnungen zum r-Prozess. Diese Massen stehen nun für astrophysikalische Berechnungen zur Verfügung. Das Ziel zukünftiger Messungen muss es nun sein, die Massen erneut mit höherer Genauigkeit zu messen oder darüber hinaus die Massen deren angrenzender Isotope hin zur neutronenreichen Seite zu bestimmen.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

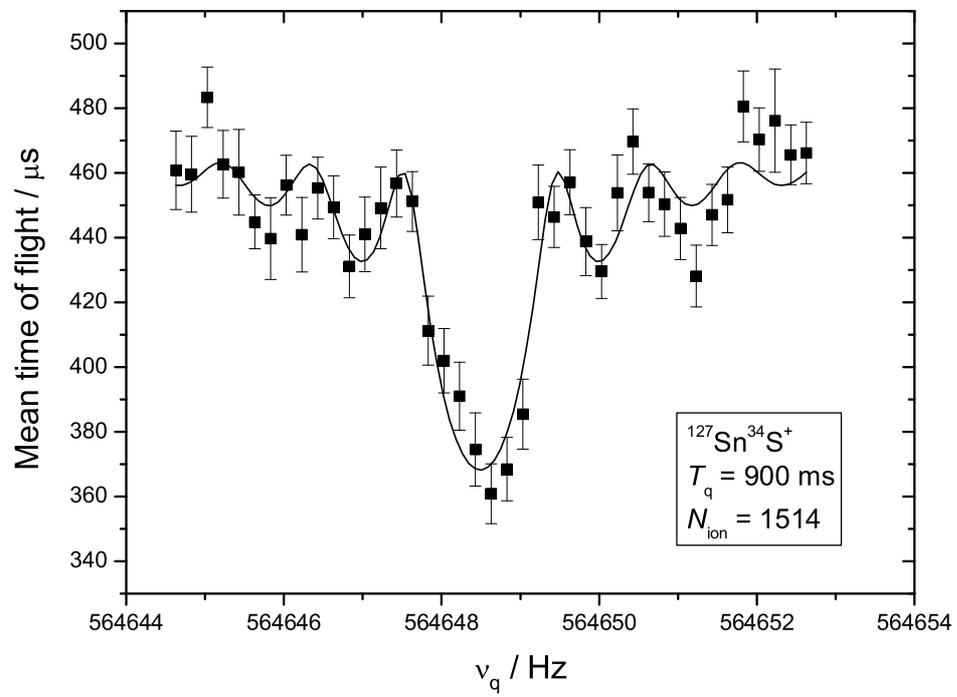
Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde das Verfahren zur Aufnahme der Flugzeit-Resonanzkurve zur Bestimmung der Zyklotronfrequenz gespeicherter Ionen für Präzisionsmassenmessungen an ISOLTRAP eingehend untersucht. Ziel dabei war die Reduzierung des Fehlers bei der Zyklotronfrequenzbestimmung. Durch Auslassen einzelner Frequenzpunkte wurde ihr Einfluss auf den Fehler der Zyklotronfrequenz und damit ihr Gewicht bestimmt. Es konnte gezeigt werden, dass die Punkte in den Bereichen, in denen die Resonanzkurve die größte Steigung aufweist, das größte Gewicht haben. Durch gezieltes Verteilen der Frequenzpunkte auf diese Bereiche kann bei gleicher Punkt- und Ionenanzahl in der Flugzeit-Resonanzkurve der Fehler der Zyklotronfrequenz im Vergleich zu einer Messung mit äquidistanten Frequenzpunkten deutlich reduziert werden. Durch eine Reduzierung des ursprünglichen Frequenzbereichs auf ein Viertel, und somit auf den Bereich der Punkte mit den größten Gewichten, lässt sich auch bei einer Messung mit äquidistanten Frequenzpunkten der Fehler reduzieren. Die Anwendbarkeit dieser Methode bei realen Massenmessungen mit sauberen (kontaminationsfreien) Ionenstrahlen wurde gezeigt. Für eine gezielte Auswahl der Frequenzpunkte entsprechend ihrem Gewicht müsste das Messprogramm so geändert werden, dass bestimmt werden kann, welcher Punkt in einem Frequenzdurchlauf wie oft aufgenommen werden soll. Eine detaillierte Theorie zu den statistischen Gewichten der Datenpunkte wird zur Zeit von G. Drake (Windsor University, Kanada) entwickelt.

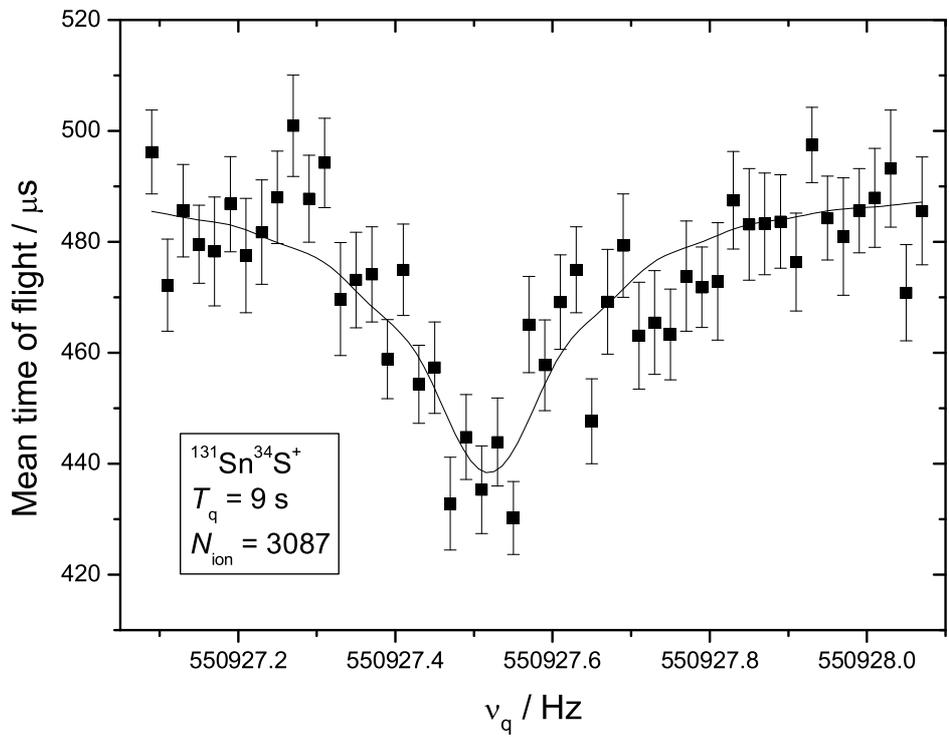
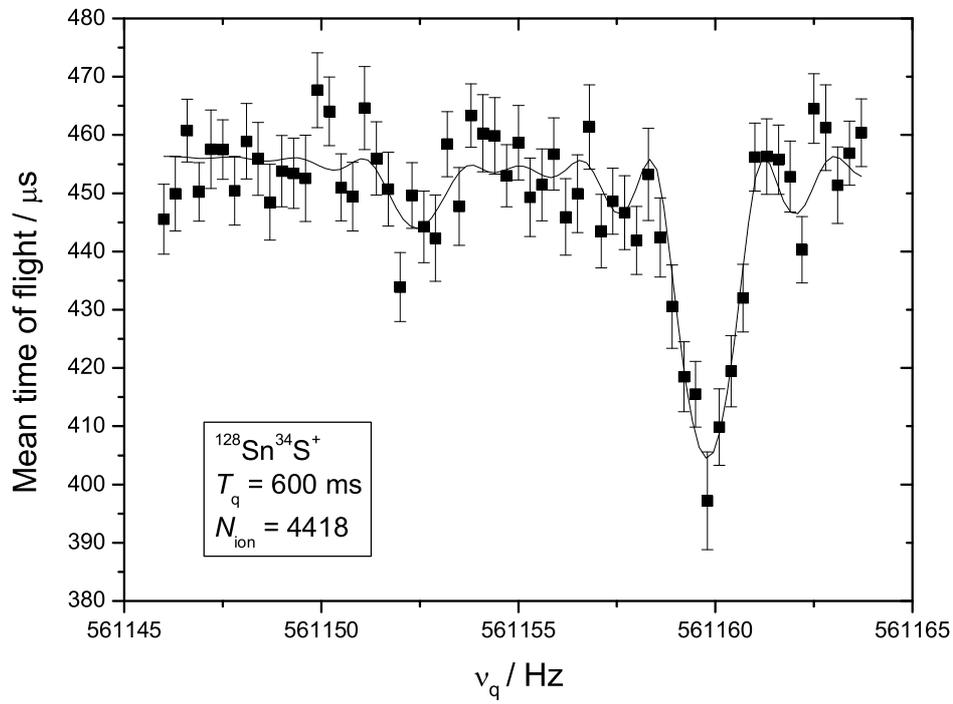
Um den Einfluss von Schwankungen der Raumtemperatur und daraus resultierenden Änderungen der Zyklotronfrequenz weitestgehend zu unterbinden, wurde an ISOLTRAP ein Temperaturstabilisierungssystem installiert. Damit wurden die Temperaturfluktuationen in der Penning-Falle auf  $\pm 5$  mK reduziert. Die Änderungen der Zyklotronfrequenz aufgrund dieser Temperaturfluktuationen sind kleiner als die Ungenauigkeiten der gemessenen Frequenzwerte. Die Druckschwankungen, die ebenfalls Einfluss auf die Zyklotronfrequenz haben, werden ebenfalls durch ein bereits an ISOLTRAP installiertes Druckstabilisierungssystem minimiert. Durch Temperatur- und Druckstabilisierung wird der systematische Fehler der ISOLTRAP-Apparatur reduziert. Die genaue Auswirkung auf die erreichbare Genauigkeit bzw. den verbleibenden systematischen Fehler muss noch untersucht werden.

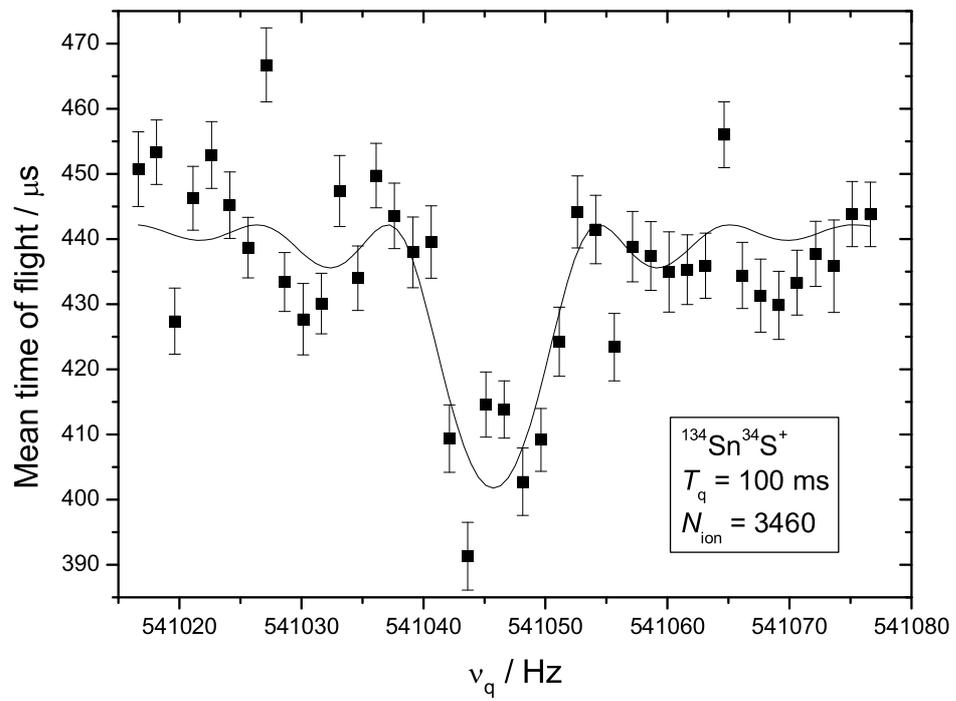
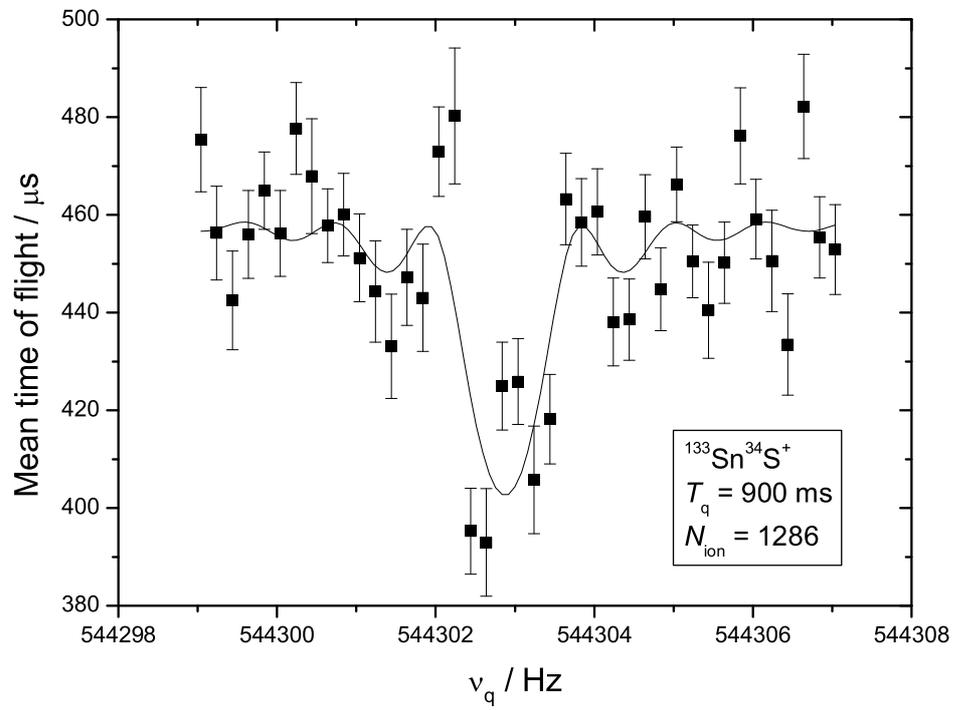
Neben diesen Versuchen zur Minimierung des Messfehlers wurden in dieser Diplomarbeit noch on-line-Massenmessungen an neutronenreichen Zinnisotopen durchgeführt und ausgewertet. Dabei konnten die Fehler des Massenexzesses bei den Nukliden  $^{127}\text{Sn}$ ,  $^{128}\text{Sn}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  und  $^{133}\text{Sn}$  etwa auf die Hälfte der angegebenen Fehler in der Literatur reduziert werden. Der kleinste Fehler von nur 7 keV wurde bei  $^{132}\text{Sn}$  erreicht. Dieses Nuklid ist von besonderem Interesse, da es einen doppeltmagischen Kern besitzt. In den nächsten Jahren sind weitere Massenmessungen an kurzlebigen Nukliden mit dem Penning-Fallen-Massenspektrometer ISOLTRAP geplant.

Im Hinblick auf Zinn soll unter anderem der isomere Zustand von  $^{131}\text{Sn}$  aufgelöst und Nuklide gemessen werden, die noch weiter entfernt von der Stabilität liegen.

# Anhang: Exemplarische Zyklotronresonanzen







# Literaturverzeichnis

- [Ande1962] P.W. Anderson, Phys. Rev. Lett. 9 (1962) 309.
- [Ande1964] P.W. Anderson, Y.B. Kim, Rev. Mod. Phys. 39 (1964) 39.
- [Audi2003] G. Audi, A.H. Wapstra, C. Thibault, Nucl. Phys. A 729 (2003) 337.
- [Bech2005] J. Bechhoefer, Rev. Mod. Phys. 77 (2005) 783.
- [Beck1997] D. Beck, *Massenbestimmung instabiler Isotope der Seltenen Erden um  $^{146}\text{Gd}$  mit dem ISOLTRAP-Spektrometer*, Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1997).
- [Berg2002] I. Bergström, C. Carlberg, T. Fritioff, G. Douysset, J. Schönfelder, R. Schuch, Nucl. Instr. and Meth. A 487 (2002) 618.
- [Blau2002] K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Kuckein, E. Sauvan, C. Scheidenberger, L. Schweikhard, Eur. Phys. J. A 15 (2002) 245.
- [Blau2003a] K. Blaum, D. Beck, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, R.B. Moore, E. Sauvan, C. Scheidenberger, S. Schwarz, L. Schweikhard, Nucl. Instr. and Meth. B 204 (2003) 478.
- [Blau2003b] K. Blaum, G. Audi, D. Beck, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, E. Sauvan, S. Schwarz, Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 260801.
- [Blau2004] K. Blaum, G. Audi, D. Beck, G. Bollen, P. Delahaye, C. Guénaut, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, D. Lunney, D. Rodríguez, S. Schwarz, L. Schweikhard, C. Weber, C. Yazidjian, Nucl. Phys. A 746 (2004) 305c.
- [Blau2005] K. Blaum, G. Audi, D. Beck, G. Bollen, P. Delahaye, S. George, C. Guénaut, F. Herfurth, A. Herlert, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, D. Lunney, M. Mukherjee, S. Schwarz, L. Schweikhard, C. Yazidjian, Nucl. Phys. A 752 (2005) 317c.
- [Blau2006] K. Blaum, Phys. Rep., in print (2006).
- [Blom1981] Blomqvist, Proceedings of the 4th International Conference on Nuclei far from Stability, Helsingor, Denmark (CERN report 81-09, Geneva, 1981), 536.

- [Boll1990] G. Bollen, R.B. Moore, G. Savard, H. Stolzenberg, J. Appl. Phys. 68 (1990) 4355.
- [Boll1992] G. Bollen, H.-J. Kluge, M. König, T. Otto, G. Savard, H. Stolzenberg, R.B. Moore, G. Rouleau, G. Audi, ISOLDE Collaboration, Phys. Rev. C 46 (1992) R2140.
- [Boll1996] G. Bollen, S. Becker, H.-J. Kluge, M. König, R.B. Moore, T. Otto, H. Raimbault-Hartmann, G. Savard, L. Schweikhard, H. Stolzenberg, ISOLDE Collaboration, Nucl. Instr. and Meth. A 368 (1996) 675.
- [Boll2001] G. Bollen, Nucl. Phys. A 693 (2001) 3.
- [Boll2004] G. Bollen, Lect. Notes Phys. 651 (2004) 169.
- [Brad1999] M.P. Bradley, J.V. Porto, S. Rainville, J.K. Thompson, D.E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 4510.
- [Bran1981] S. Brandt, *Datenanalyse mit statistischen Methoden und Computerprogrammen*, Bibliographisches Institut Zürich 2 (1981) 79.
- [Brow1986] L.S. Brown, G. Gabrielse, Rev. Mod. Phys. 58 (1986) 233.
- [Chou1991] W.T. Chou, J.Y. Zhang, R.F. Casten, D.S. Brenner, Phys. Lett. B255 (1991), 487-492.
- [Cowa1991] J.J. Cowan, F.-K. Thielemann, J.W. Truran, Phys. Rep. 208 (1991) 267.
- [Dyck1992] R.S. Van Dyck, Jr., D.L. Farnham, P.B. Schwinberg, J. Mod. Opt. 39 (1992) 243.
- [FAIR2006] <http://www.gsi.de/fair/>
- [Geor2005] S. George, *Application of the Ramsey method in high-precision Penning trap mass spectrometry*, Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (2005).
- [Gräf1969] G. Gräff, E. Klempt, G. Werth, Z. Phys. 222 (1969) 201.
- [Gräf1980] G. Gräff, H. Kalinowsky, J. Traut, Z. Phys. 297 (1980) 35-39.
- [Hard2005] J.C. Hardy, I.S. Towner, Phys. Rev. C 71 (2005) 055501.
- [Herf2001a] F. Herfurth, J. Dilling, A. Kellerbauer, G. Bollen, S. Henry, H.-J. Kluge, E. Lamour, D. Lunney, R.B. Moore, C. Scheidenberger, S. Schwarz, G. Sikler, J. Szerypo, Nucl. Instr. and Meth. A 469 (2001) 254.
- [Herf2001b] F. Herfurth, J. Dilling, A. Kellerbauer, G. Audi, D. Beck, G. Bollen, S. Henry, H.-J. Kluge, D. Lunney, R. B. Moore, C. Scheidenberger, S. Schwarz, G. Sikler, J. Szerypo, ISOLDE Collaboration, in: Proc. *Atomic Physics at Accelerators: Mass Spectrometry (APAC 2000)*, Cargèse, France, 2000 (eds. D. Lunney, G. Audi, H.-J. Kluge), Hyp. Int. 132 (2001) 309.

- [Herf2001c] F. Herfurth, J. Dilling, A. Kellerbauer, G. Audi, D. Beck, G. Bollen, H.-J. Kluge, D. Lunney, R.B. Moore, C. Scheidenberger, S. Schwarz, G. Sikler, J. Szerypo, ISOLDE Collaboration, Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 142501.
- [Herf2003a] F. Herfurth, F. Ames, G. Audi, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Kuckein, D. Lunney, R.B. Moore, M. Oinonen, D. Rodríguez, E. Sauvan, C. Scheidenberger, S. Schwarz, G. Sikler, C. Weber, ISOLDE Collaboration, J. Phys. B 36 (2003) 931.
- [Kell2001] A. Kellerbauer, T. Kim, R.B. Moore, P. Varfalvy, Nucl. Instr. and Meth. A 469 (2001) 276.
- [Kell2003] A. Kellerbauer, K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, H.-J. Kluge, M. Kuckein, E. Sauvan, C. Scheidenberger, L. Schweikhard, Eur. Phys. J. D 22 (2003) 53.
- [Kell2004a] A. Kellerbauer, G. Audi, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, P. Delahaye, F. Herfurth, H.-J. Kluge, V. Kolhinen, M. Mukherjee, D. Rodríguez, S. Schwarz, Nucl. Phys. A 746 (2004) 635c.
- [Kell2004b] A. Kellerbauer, G. Audi, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, B.A. Brown, P. Delahaye, C. Guénaut, F. Herfurth, H.-J. Kluge, D. Lunney, S. Schwarz, L. Schweikhard, C. Yazidjian, Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 072502.
- [Köni1991] M. König, *Massenspektrometrische Auflösung von Isomer und Grundzustand in einer Penningfalle und Untersuchungen zur Coulombwechselwirkung gespeicherter Ionen*, Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1991).
- [Köni1995a] M. König, G. Bollen, H.-J. Kluge, T. Otto, J. Szerypo, Int. J. Mass Spec. Ion Process. 142 (1995) 95.
- [Köni1995b] M. König, *Präzisionsmassenbestimmung instabiler Cäsium- und Bariumionen in einer Penningfalle und Untersuchung der Ionenbewegung bei azimuthaler Quadrupolanregung*, Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1995).
- [Köst2002] U. Köster, Eur. Phys. J. A 15, 255-263 (2002).
- [Köst2003] U. Köster, V.N. Fedoseyev, V.I. Mishin, Spectrochim. Acta B 58 (2003) 1047.
- [Kret1991] M. Kretschmar, Eur. J. Phys. 12 (1991) 240.
- [Kret1999] M. Kretschmar, AIP Conference Proceedings 457 (1999) 242.
- [Kugl2000] E. Kugler, Hyp. Int. 129 (2000) 23.
- [Lean1984] G. A. Leander, J. Dudek, W. Nazarewicz, J. R. Nix, P. Quentin, Phys. Rev. C30 (1984) 416.

- [Lunn2003] D. Lunney, J.M. Pearson, C Thibault, *Rev. Mod. Phys.* 75 (2003) 1021.
- [Majo2005] F.G. Major, V.N. Gheorghe, G. Werth, *Charged Particle Traps: Physics and Techniques of Charged Particle Field Confinement* (Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics, Vol. 37). Springer, Berlin (2005).
- [Mari2005] M. Marie-Jeanne, *Stabilisation en pression et en température du champs magnétique dans le piège à ions de précision d'ISOLTRAP au CERN*, Diplomarbeit, Universität Caen (2005).
- [Mezi1995] K. A. Mezilev et al., *Phys. Scr.* T56 (1995).
- [Mukh2004] M. Mukherjee, A. Kellerbauer, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, F. Carrel, P. Delahaye, J. Dilling, S. George, C. Guénaut, F. Herfurth, A. Herlert, H.-J. Kluge, U. Köster, D. Lunney, S. Schwarz, L. Schweikhard, C. Yazidjian, *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004) 150801.
- [Pfei2001] B. Pfeiffer, K.-L. Kratz, F.-K. Thielemann, W.B. Walters, *Nucl. Phys. A* 693 (2001) 282.
- [Raim1997] H. Raimbault-Hartmann, D. Beck, G. Bollen, M. König, H.-J. Kluge, E. Schark, J. Stein, S. Schwarz, J. Szerypo, *Nucl. Instr. and Meth. B* 126 (1997) 378.
- [Rodr2004] D. Rodríguez, V.S. Kolhinen, G. Audi, J. Äystö, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, A. Jokinen, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Oinonen, H. Schatz, E. Sauvan, S. Schwarz, *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004) 161104.
- [Roos2004] J. Van Roosbroeck, C. Guénaut, G. Audi, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, J. Cederkall, P. Delahaye, H. De Witte, D. Fedorov, V.N. Fedoseyev, S. Franchoo, H. Fynbo, M. Gorska, F. Herfurth, K. Heyde, M. Huyse, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, U. Köster, K. Kruglov, D. Lunney, A. De Maesschalck, V.I. Mishin, W.F. Müller, S. Nagy, S. Schwarz, L. Schweikhard, N.A. Smirnova, K. Van de Vel, P. Van Duppen, A. Van Dyck, W.B. Walters, L. Weissmann, C. Yazidjian, *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004) 112501.
- [Sava1991] G. Savard, St. Becker, G. Bollen, H.-J. Kluge, R.B. Moore, Th. Otto, L. Schweikhard, H. Stolzenberg, U. Wiess, *Phys. Lett. A* 158 (1991) 247.
- [Sche2001] C. Scheidenberger, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Koizumi, S. Schwarz, and L. Schweikhard, *Nucl. Phys. A* 701 (2001) 574.
- [Schw2001] S. Schwarz, F. Ames, G. Audi, D. Beck, G. Bollen, C. De Coster, J. Dilling, O. Engels, R. Fossion, J.-E. Garcia Ramos, S. Henry, F. Herfurth, K. Heyde, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, A. Kohl, E. Lamour, D. Lunney, I. Martel, R. B. Moore, M. Oinonen, H. Raimbault-Hartmann, C. Scheidenberger, G. Sikler, J. Szerypo, C. Weber, ISOLDE Collaboration, *Nucl. Phys. A* 693 (2001) 533.

- [Sikl2003] G. Sikler, *Massenspektrometrie kurzlebiger Sr- und Sn-Isotope und Aufbau der SHIPTRAP-Penningfallen*, Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2003).
- [Sikl2005] G. Sikler, G. Audi, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, D. Lunney, M. Oinonen, C. Scheidenberger, S. Schwarz, J. Szerypo, Nucl. Phys. A 763 (2005) 45.
- [Stro1994] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Addison-Wesley, Reading, MA) 1994.
- [Webe2005] C. Weber, G. Audi, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, F. Herfurth, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, D. Lunney, S. Schwarz, Phys. Lett. A 347 (2005) 81.
- [Weiz1935] C. F. von Weizsäcker, Z. Phys. 96 (1935) 431.
- [Yazi2006] C. Yazidjian, in Bearbeitung, Dissertation, Universität Caen, Frankreich (2006).
- [Zhan1996] C. T. Zhang *et al.*, Phys. Rev. Lett. 77 (1996) 3743-3746.

# Danksagung

Bei allen, die mich bei meiner Arbeit unterstützt haben, möchte ich mich ganz herzlich bedanken.

Zuallererst gilt mein Dank Prof. Dr. Gustav Gerber, der es mir ermöglicht hat, eine externe Diplomarbeit am CERN zu schreiben.

Meinen besonderen Dank richte ich an Dr. Klaus Blaum. Ohne seine unermüdliche Betreuung und Unterstützung in Mainz und am CERN wäre die Arbeit in diesem Umfang und mit so viel Spaß nicht möglich gewesen.

Dr. Alexander Herlert und Chabouh Yazidjian danke ich für die Betreuung während der Durchführung meiner Experimente am CERN.

Vielen Dank auch an Dr. Stefan Schwarz und Dr. Stefan Stahl für die technische Unterstützung.

Ich bedanke mich bei Sudarshan Baruah, Martin Breitenfeldt, Dr. Pierre Delahaye, Dr. Slobodan Djekic, Dr. Céline Guénaut, Ulrike Hager, Dr. Frank Herfurth, Dr. Alban Kellerbauer, Prof. Dr. H.-Jürgen Kluge, Mélanie Marie-Jeanne, Prof. Dr. Lutz Schweikhard und allen Mitarbeitern an ISOLTRAP.

Außerdem bedanke ich mich bei Susanne Kreim, Rafael Ferrer, Sebastian George, Stefan Ulmer, Dr. Christine Weber und allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe MATS in Mainz.

Meinen Eltern und meiner Schwester Anita danke ich für die Unterstützung während meines gesamten Studiums.

最后我还想谢谢我的最重要的人。周莉，如果没有你的话我一定不能完成这个论文。只有跟你在一起我才有动力每天努力工作。



# Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbst verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Würzburg, den 25.01.2006

Michael Dworschak