

SÉRIE A, n° 4515  
N° D'ORDRE : 5362

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00081114

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES-PHYSIQUES

PAR

**Louis BEHR**

---

**1<sup>re</sup> THÈSE.** —

“ Mesure des taux absolus de  
désintégration des  $K_2^0$  en 3 pions ”

**2<sup>e</sup> THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 31 Mai 1965 devant la Commission d'examen.

MM. BERTHELOT A.

*Président.*

LAGARRIGUE A.

MEYER Ph.

LEPRINCE-RINGUET

} *Examineurs.*

---

CERN LIBRARIES, GENEVA

# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

## PROFESSEURS

Doyen : ZAMANSKY

BRELOT	T Analyse supérieure.	SOULAIRAC	T Psychophysiologie.
PRENANT	T Anatomie et Histologie comparées.	ULRICH	T Physiologie végétale appliquée.
GRASSE	T Evolution des êtres organisés.	MARÉCHAL	T Optique théorique et appliquée.
PREVOST	T Chimie organique.	KIRRMANN	T Théories chimiques.
WYART	T Minéralogie et Cristallographie.	CHADEFAUD	T Botanique.
TEISSIER	T Zoologie.	M <sup>lle</sup> LE BRETON	T Physiologie de la nutrition.
MANGENOT	T Biologie végétale (Orsay).	LELONG	T Application de l'analyse à la géométrie.
AUGER	T Physique quantique et Relativité.	DEVILLERS	T Anatomie et Histologie comparées.
MONNIER	T Physiologie générale.	EHRESMANN	T Topologie algébrique.
PIVETEAU	T Paléontologie.	FRANÇON	T Physique (S.P.C.N.).
ROCARD	T Physique (E.N.S.).	GLANGEAUD	T Géographie physique et Géologie dynamique.
CARTAN	T Mathématiques (E.N.S.).	GODEMENT	T Mathématiques (M.G.P.).
LAFFITTE	T Chimie générale.	PISOT	T Technique mathématique de la Physique.
N	T Géométrie supérieure.	ROCH	T Géologie.
COULOMB	T Physique du Globe.	SCHATZMAN	T Astrophysique.
M <sup>lle</sup> COUSIN	T Biologie animale (S.P.C.N.).	TERMIER	T Géologie générale
CHRÉTIEN	T Chimie minérale.	ZAMANSKY	T Mathématiques générales.
BOCQUET	T Zoologie.	LENNUIER	T Physique (M.G.P.).
KASTLER	T Physique (E.N.S.).	RIZET	T Génétique (Orsay).
EPHRUSSI	T Génétique.	ROUTHIER	T Géologie appliquée.
RIVIÈRE	T Géologie (SPCN) et Sédimentologie (Orsay)	M <sup>me</sup> TONNELAT	T Physique théorique.
GAUTHERET	T Biologie végétale (P.C.B.).	DIXMIER	T Mathématiques (M.P.C.).
LUCAS R.	T Recherches physiques.	SOUCHAY	T Chimie générale.
THOMAS A.	T Biologie cellulaire.	AIGRAIN	T Electrotechnique générale.
ARNULF	T Optique appliquée.	BRUSSET	T Chimie systématique.
MORAND	T Physique enseignement.	M. LÉVY	T Physique théo. des hautes énergies (Orsay).
SOLEILLET	T Physique (P.C.B.).	M <sup>me</sup> CHAIX	T Chimie biologique.
FORTIER	T Mécanique expérimentale des fluides.	M <sup>me</sup> HUREL-PY	T Biologie végétale (P.C.B.).
DRACH	T Zoologie.	PANNETIER	T Chimie générale.
QUENEY	T Météorologie et dynamique atmosphérique.	BRUN	T Mécanique théorique des Fluides.
GALLIEN	T Embryologie.	LEDERER	T Chimie biologique (Orsay).
EICHORN	T Botanique.	M <sup>me</sup> DUBREIL	T Mathématiques (agrégation).
DE CUGNAC	T Biologie végétale (S.P.C.N.).	M <sup>me</sup> LELONG	T Mathématiques II (E.N.S.).
M <sup>lle</sup> CAUCHOIS	T Chimie physique.	BELLAIR	T Géologie (S.P.C.N.).
THELLIER	T Physique du Globe.	COTTE	T Physique électricité.
L'HÉRITIER	T Biologie générale (Orsay).	DUBOIS J.-E.	T Chimie organique.
GRIVET	T Radioélectricité (Orsay).	LAMOTTE	T Zoologie (E.N.S.).
PONCIN	T Mécanique générale.	MICHEL A.	T Chimie minérale (Orsay).
DUBREIL	T Arithmétique et théorie des nombres.	OLMER	T Energétique générale.
QUELET	T Chimie organique.	ROUAULT	T Electricité (Orsay).
CAGNIARD	T Géophysique appliquée.	GAUTHIER	T Mécanique appliquée.
CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire.	BARCHEWITZ	T Chimie physique.
CUVILLIER	T Micropaléontologie.	BROSSEL	T Physique atomique.
JUNG	T Géologie	BUSER	T Physiologie comparée.
TRILLAT	T Microscopie et diffraction électronique.	CAMUS	T Physiologie végétale (B.M.P.V.) (Orsay).
WIEMANN	T Chimie organique et structure.	CASTAING	T Physique II - Thermodynamique (Orsay).
JACQUINOT	T Spectroscopie et Physique céleste (Orsay)	CURIEN	T Minéralogie et Cristallographie.
VASSY	T Physique de l'atmosphère.	MOYSE	T Physiologie végétale (Orsay).
DESTOUCHES	T Théories physiques.	M <sup>me</sup> Charmiaux-Cotton	T Evolution des êtres organisés.
AMIEL	T Chimie générale.	POSSOMPES	T Zoologie.
HOCART	T Minéralogie et Cristallographie.	PULLMANN	T Chimie quantique.
J.-P. MATHIEU	T Physique optique.	TEILLAC	T Physique nucléaire et radioactivité (Orsay).
COUTEAUX	T Cytologie.	TONNELAT	T Biologie physico-chimique (Orsay).
MAY	T Zoologie (Orsay).	VILLE	T Econométrie.
CHOQUET	T Théorie des fonctions et Topologie.	WILLEMART	T Chimie (P.C.B.).
FELDMANN	T Biologie végétale marine.	DODE	T Chimie (Orsay).
GUINIER	T Physique des Solides (Orsay).	FREYMANN	T Recherches physiques.
JOST	T Physiologie comparée.	GUINOCHET	T Biologie végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
FORTET	T Calcul des Probabilités et Phys. mathématique	ROLLET	T Chimie minérale.
SCHWARTZ	T Calcul différentiel et intégral.	M <sup>lle</sup> JOSIEN	T Chimie (S.P.C.N.).
CHOUARD	T Physiologie végétale.	CHEVALLEY	T Géométrie algébrique et théorie des groupes.
MALAVARD	T Aviation (technique aéronautique).	ARNOULT	T Electronique (Orsay).
NORMANT	T Synthèse organique.	CHAPELLE	T Physique 1 (Orsay).
BÉNARD	T Chimie minérale.	DELANGE	T Mathématiques I (Orsay).
BUVAT	T Botanique (E.N.S.).	DENY	T Mathématiques générales (Orsay).
DUGUÉ	T Statistiques mathématiques.	GERMAIN	T Mécanique théorie des Fluides.

LUCAS G.	T Géologie.	GUILBERT	Physique (CSU Orléans).
ALLARD	T Chimie Physique.	HUPE	T Pétrographie.
BERTHELOT	T Physique des particules fondament. (Orsay)	HOLLANDE	T Biologie générale.
BRICARD	T Météorologie physique de l'atmosphère.	LIONS	T Analyse numérique.
Mme ALBESSARD	T Psychophysiologie.	MAITTE	T Chimie (P.C.B.)
FRIEDEL	T Physique des Solides (Orsay).	MEYER	Physique-Propédeutique.
M. JULIA	T Etudes des Moléculaires naturelles complexes	NICOLAS	Géologie appliquée.
LENDER	T Biologie animale (S.P.C.N.) (Orsay).	PANIGEL	Biologie générale.
MAGAT	T Physico-Chimie des radio-éléments.	RAVIER	Pétrographie.
M <sup>lle</sup> QUINTIN	T Electrochimie.	ROSEAU	T Mécanique théorique des fluides.
MONOD	T Chimie du métabolisme.	ROUBINE	Electronique.
BENOIT	T Physiologie animale (Orsay).	SILBER	T Chimie (P.C.B.)
DE POSSEL	T Analyse numérique.	UEBERSFELD	T Electronique.
CHARLOT	T Chimie analytique.	YVON	T Théories physiques.
LEMEE	T Ecologie végétale (Orsay).	HERVÉ	T Mathématiques.
GUERIN	T Chimie (M.P.C.) (Orsay).	NERON	T Mathématiques (M.P.C.) (Orsay)
CHATELET	T Chimie (P.C.B.)	Mme NECKER-WIMEL	T Astrophysique
JEAN	T Physique nucléaire (Orsay).	BALKANSKY	Physique (M.P.C.)
MATTLER	T Physique (S.P.C.N.)	LE CORRE	T Electricité
BERGERARD	T Zoologie (Orsay).	DEL CROIX	T Physique théorique (Orsay)
BERTEIN	T Electronique (Orsay).	GOURDIN	Phys. théorique des hautes énergies (Orsay)
BOUSSIERES	T Radio-chimie	LEHMANN	T Phys. expérim. des hautes énergies (Orsay)
M <sup>me</sup> COUTURE	T Thermodynamique et Mécanique physique.	NATAF	T Physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
ELLENBERGER	T Géologie des grandes régions du Globe.	ECHALIER	Biologie animale (P.C.B.)
FRANC	T Biologie animale (P.C.B.)	BARRAUD	Physiologie cellulaire
SCHNELL	Botanique tropicale (Orsay).	LIORÉ	T Physiologie végétale (Orsay).
STOLKOWSKI	T Physiologie végétale.	DARS	Géologie struc. et Géologie appliquée
ACHER	T Chimie biologique (Orsay).	CAMEFORT	T Botanique (agrégation)
BAUDOIN	T Biologie animale (P.C.B.)	VICHNIEWSKY	T Mécanique industrielle
BEAUMONT	Biologie animale (S.P.C.N.)	BLAQUIÈRE	Electronique (Orsay)
BLAMONT	Géophysique ionosphère.	ARNOUS	T Physique théorique (Orsay)
BOURREAU	T Botanique.	TATIBOUET	Chimie (CSU Orléans)
CURIE D.	Physique (M.G.P.)	MALLIAVIN	T Mathématiques Propédeutique (Orsay)
DURAND-DELGA	T Géologie.	GAUDEMAR	Chimie Propédeutique
FREON	T Chimie organique (Orsay).	PEREZ Y JORBA	Phys. expér. des hautes énergies (Orsay)
HELLER	T Physiologie végétale.	DAVID	T Chimie (agrégation) (Orsay)
TORTRAT	T Calcul des Probabilités.	BROUSSE	T Mécanique théorique
CAILLEUX	T Géologie (S.P.C.N.)	ROSCH	T Astronomie
MAGNAN	Physique Electricité	GUY	T Physique expérimentale.
DAUDEL	T Mécanique ondulatoire appliquée à la Chimie théorique et à la Physique nucléaire.	LAZARD	Mathématiques (M.P.C.).
M <sup>lle</sup> FOURCROY	Biologie végétale (S.P.C.N.)	MOREL P.	Physique (M.P.C.).
Mme CHOQUET-BRUHAT	Mécanique analytique et Mécanique céleste	ARSAC	Programmation.
M <sup>lle</sup> VEIL	T Physiologie générale.	LEFEBVRE	Chimie (M.P.C.).
LWOFF	T Microbiologie.	CHAPEVILLE	Biochimie
SIESTRUNCK	T Mécanique physique et expérimentale.	BENOIT	Physique (C.P.E.M.).
LACOMBE	T Métallurgie des Métaux nucléaires (Orsay).	RIO	Chimie (C.P.E.M.).
BROCHARD	T Physique (P.C.B.) (Orsay).	JAUZEIN	Géologie (E.N.S.).
CABANNES	T Mécanique générale.	PRÉVOST G.	Biologie végétale (C.P.E.M.).
LESIEUR	T Mathématiques I (Orsay).	FAVARD	Biologie animale (C.P.E.M.)
MAZET	T Mécanique générale (Orsay).	VILKAS	Chimie (C.P.E.M.).
CAIRE	Géographie physique et Géologie dynamique.	M <sup>lle</sup> FICINI	Chimie (C.P.E.M.).
COMOLET	Mécanique des fluides.	LEQUEUX	Astronomie.
CORABŒUF	T Physiologie animale (Orsay).	COHEN TANNOUJJI	Physique (M.P.C.).
DELLOUE	T Physique de l'exosphère.	TAVERNIER	Physique (C.P.E.M.).
GORENFLOT	Botanique II (Orsay).	Mme ROIZEN	Physique (C.P.E.M.).
HOUILLON	Biologie animale (P.C.B.)	DURAND M.	Biologie animale (S.P.C.N.).
JULLIEN J.	Chimie (S.P.C.N.) (Orsay).	PASCAUD	Physiologie.
MALGRANGE	T Technique math. de la Physique (Orsay).	Mme PETIT	Biologie animale (C.P.E.M.).
OLIVIER	Antropologie.	BROUSSE	Géologie (Orsay).
NOZERAN	T Botanique II (Orsay).	CAGNAC	Physique agrégation (Orsay).
BLANC-LAPIERRE	T Physique (E.N.S.) (Orsay).	LEBERRE	Zoologie (Orsay).
CHEVAUGEON	T Botanique (Orsay).	SCHAEFFER	Microbiologie (Orsay).
KAHANE	T Mathématiques (Orsay).	DE GENNES	Physique des solides (Orsay).
SAMUEL	T Mathématiques (E.N.S. féminine).	RIOU	Physique nucléaire expérimentale (Orsay).
KOURGANOFF	T Astronomie (Orsay).	CLAUSER	Chimie biologique (Orsay).
THIRY	T Mécanique céleste.	CHEVALLIER	Physiologie animale (Orsay).
ABELES	Physique (S.P.C.N.)	JANCOVICI	Physique atomique (Orsay).
AMAT	T Physique (P.C.B.)	FALK-VAIRANT	Physique nucléaire (Orsay).
AUBOIN	T Géologie.	FETIZON	Chimie propédeutique (Orsay).
Mme BENOIT-GUEUTAL	T Physique nucléaire et radio-activité (Orsay).	CERF	Mathématique (Orsay).
BOUGIS	Biologie marine (Villefranche-sur-Mer).		
BRUHAT	T Mathématiques (M.P.C.)		
BRUNN	T Géologie historique (Orsay).		
CHABBAL	T Physique (M.G.P.) (Orsay).		
DEHEUVELS	T Mathématique-Propédeutique		
D'ESPAGNAT	T Physique théorique (Orsay).		
FURON	T Géologie (S.P.C.N.)		
M <sup>me</sup> GANS	T Génétique.		
GENEVES	Biologie végétale (P.C.B.)		

Le Secrétaire Général : R. POUILLAIN

A MA FEMME,

A MES ENFANTS



## INTRODUCTION

-:-

Lorsque cette expérience fut projetée, les résultats expérimentaux semblaient en désaccord avec les règles de sélection  $\Delta S = \Delta Q$  dans les désintégrations leptoniques de  $K^0$  et  $|\Delta I| = 1/2$  dans les désintégrations des  $K$  en trois pions : l'étude du nombre de désintégrations leptoniques en fonction du temps (1) laissait à la première règle une chance infime d'être vraie. Quant à la seconde, une comparaison de divers résultats expérimentaux sur les  $K^+$  et les  $K_2^0$  lui accordait une chance sur cent d'être vraie (2).

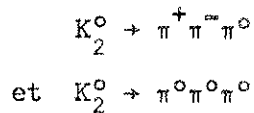
Mais dans le premier cas l'identification des désintégrations leptoniques était délicate et le nombre total d'événements trouvés faible. Dans le second cas les valeurs des taux de désintégration non leptoniques des  $K_2^0$  étaient atteintes de façon très indirecte. Notre expérience se proposait d'augmenter de façon considérable le nombre de désintégrations leptoniques et de mesurer tous les taux absolus des divers modes de désintégration des  $K_2^0$ .

Trois prises de photographies eurent lieu entre juillet 1962 et mai 1963 auprès de l'accélérateur du CERN. La chambre à liquide lourd de l'Ecole Polytechnique était placée dans un faisceau de  $K^+$  produisant des  $K^0$  par échange de charge sur les neutrons du liquide. Le demi million de photographies fut partagé entre trois laboratoires français et italiens.

Le premier lot de photographies n'a pas permis l'étude des désintégrations du  $K_2^0$  en  $3\pi^0$  car la probabilité de matérialisation des photons y était trop faible; tous les autres modes de désintégration y ont été cherchés. Sur le second lot, de densité plus élevée, n'ont pas été analysées les désintégrations en  $3\pi^0$  et les désintégrations muoniques de  $K^0$ . Le troisième lot, de forte densité, qui n'aurait

permis l'étude des désintégrations leptoniques qu'au prix de grandes difficultés, a été entièrement consacré aux désintégrations en trois pions.

L'analyse des désintégrations leptoniques et muoniques a abouti à de nombreux résultats, soit déjà publiés (3), soit à paraître (4). Il nous a été confié la tâche de mesurer les deux taux absolus des désintégrations



Cette rédaction expose la façon dont fut menée l'analyse des photographies

Dans les préliminaires, après avoir décrit sommairement le dispositif expérimental, le faisceau et nos moyens de dépouillement et de mesure, nous donnons quelques rappels sur les  $K_2^0$ . Nous montrons également que pour obtenir l'incertitude minimum sur les taux de désintégration mesurés, il ne faut pas pondérer chaque événement, mais plutôt calculer le temps total passé par les  $K^0$  dans le dispositif expérimental.

La première partie concerne la recherche des désintégrations. Des critères de sélection permettent d'éliminer la majeure partie des faux événements. Cependant la sélection cinématique n'étant pas parfaite il reste des candidats pour lesquels plusieurs hypothèses de désintégration sont aussi probables : ce problème sera l'objet du chapitre IC. Le petit nombre de candidats et l'efficacité de dépouillement de l'ordre de 60 % nous ont amenés à traiter longuement au chapitre ID des corrections des pertes d'événements aux dépouillements.

Dans la seconde partie nous donnons quelques détails sur l'estimation du temps total passé par les  $K_2^0$  dans le dispositif expérimental, que nous appelons temps observable. Pour le calculer nous avons du employer une méthode de "Monte-Carlo", qui consiste à créer des événements fictifs et à leur appliquer les mêmes critères de sélection qu'aux événements observés. L'incertitude finale sur le temps observable est faible, comparée à celle qui porte sur le nombre d'événements.

Dans la troisième partie nous donnons les résultats obtenus, et les comparons aux valeurs expérimentales antérieures. Après un bref exposé des prédictions de la règle de sélection  $|\Delta I| = 1/2$ , le dernier chapitre confronte résultats expérimentaux et valeurs prédites.

P R E L I M I N A I R E S

- 3 -

- A/ - DISPOSITIF EXPERIMENTAL
- B/ - RAPPELS THEORIQUES
- C/ - ORGANISATION DE L'EXPERIENCE





## A/ - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

-:-

### 1/ LA CHAMBRE ET SES MOYENS ANNEXES

La chambre à liquide lourd B.P. 3 a été suffisamment décrite (5) pour que nous n'en rappelions que quelques caractères essentiels.

De grandes dimensions (10 x 5 x 5 dcm<sup>3</sup>), placée dans un champ magnétique élevé (1,75 Tesla), elle peut être remplie de propane ou de mélanges propane-fréon. Les trois photographies sont prises avec des angles stéréoscopiques importants. Néanmoins la presque totalité du volume sensible est visible à la fois sur les trois photographies.

Elle a fonctionné durant cette expérience au taux de répétition d'une détente par 1,8 seconde.

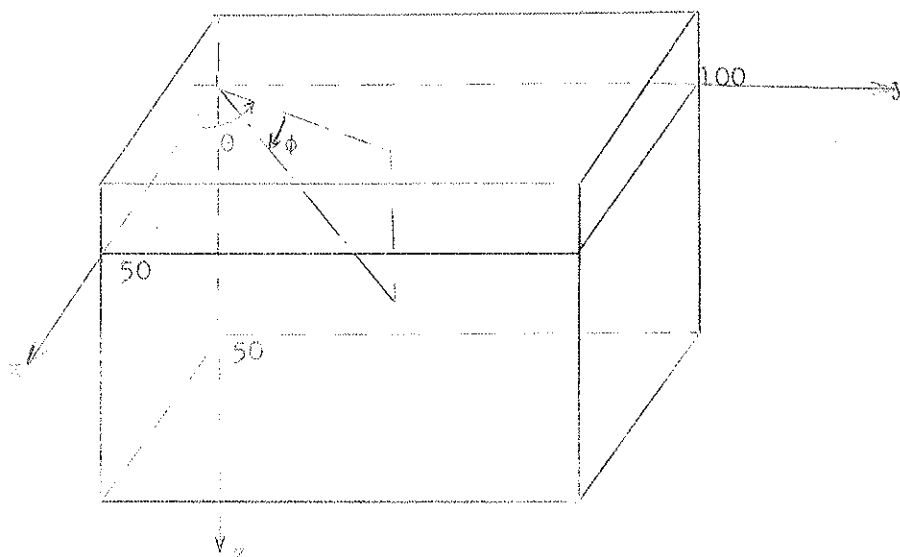
On ne peut pas séparer une chambre à bulles de tous ses moyens annexes : projecteurs de dépouillement, appareils de mesure et programme de reconstruction géométrique.

Nous disposons pour effectuer le dépouillement de nos évènements, simultanément avec le dépouillement des désintégrations leptoniques, de 5 projecteurs permettant de voir sur un plan horizontal l'une des trois photographies en grandeur réelle. Le fonctionnement progressivement mécanisé de ces appareils est une réussite totale, qui n'empêche cependant pas le dépouillement, même effectué avec un bon confort, d'être une tâche rebutante et difficile.

Toutes les mesures ont été effectuées sur un appareil à coordonnées bipolaires, qui pour un prix de revient nettement inférieur à celui d'un IEP

classique donne une précision de pointé acceptable, de 0,2 mm en vraie grandeur. La thèse de M. Sauteron (6) donne tous les détails utiles sur cet appareil.

La reconstruction géométrique des traces a été confiée au programme "Bull" (7), exploité sur l'ordinateur Bull IET du Collège de France. A partir des coordonnées de points mesurés sur deux des trois projections coniques d'une trace le programme calcule les paramètres géométriques de cette trace, en tenant compte de tous les dioptries traversés. Pour une "trace neutre", c'est-à-dire définie par deux points de mesure seulement, le programme calcule la direction, qu'il exprime sous forme de deux angles  $\theta$  et  $\phi$  avec des axes liés à la chambre.



Pour une trace chargée, la courbure est estimée par une adaptation de parabole par moindres carrés. Le programme dispose d'une table lui donnant le champ magnétique en tout point de la chambre. La connaissance des relations moment-parcours permet de corriger la valeur du moment calculé par courbure.

Sur chacune des quantités calculées par ce programme de reconstruction, une erreur est donnée ; elle tient compte :

- a) de l'imprécision des pointés lors de la mesure sur chacune des photographies. Cette incertitude entraîne une imprécision sur la position des points reconstruits, qui dépend de l'ensemble des deux photographies choisies.
- b) du phénomène de diffusion multiple. L'influence de ce phénomène sur la mesure du moment d'une particule par courbure est bien connue (8). Disons seulement

que le programme "Bull  $\square$ " ne calcule pas les corrélations que ce phénomène introduit entre les mesures angulaires et la mesure du moment.

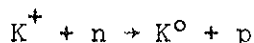
c) des pertes d'énergie par radiation pour les trajectoires électroniques (9).

Les résultats du programme de reconstruction géométrique se présentent sous deux formes : un listing sur papier des diverses quantités calculées, ainsi que des cartes perforées pouvant être utilisées dans d'autres programmes (cinématiques par exemple).

L'ensemble de ces moyens expérimentaux, malgré quelques pannes inévitables, a très bien fonctionné pendant toute la durée de l'analyse des photographies.

## 2/ LE FAISCEAU

Pour produire des  $K^0$  nous avons utilisé un faisceau de  $K^+$ , qui par échange de charge sur les neutrons du liquide



nous fournissait des  $K^0$ . Le moment des  $K^+$  a été fixé à la valeur de 800 Mev/c pour éviter la production d'un trop grand nombre d'échanges de charge inélastiques. Néanmoins comme nous voulions lors de la 3e prise de photographies pouvoir produire des  $K^*$  (730 Mev/c<sup>2</sup>), l'énergie a été légèrement augmentée, la proportion d'échange de charges inélastiques restant limitée à un faible pourcentage.

Le faisceau fut construit au CERN pour fonctionner auprès du synchrotron à protons. C'était un faisceau à deux étages de séparation qui produisait des  $K^+$  en nombre suffisant pour n'utiliser qu'une faible partie des protons accélérés. Une description détaillée en sera trouvée dans l'ouvrage référencié (10), et les points essentiels dans la thèse de M. Aubert (11).

La contamination en  $\pi$  et  $\mu$  était faible et de toute façon ne présente aucun caractère gênant pour notre analyse. Il a été plus difficile de déterminer le nombre d'échanges de charge de  $K^+$  ayant pu se produire dans les parois de la chambre. L'ouvrage précédent fait une estimation de cette contamination en  $K_2^0$  en étudiant le profil du faisceau et la répartition des  $K^+$  à l'entrée de la chambre.

### 3/ LA PRISE DES PHOTOGRAPHIES

Trois prises de photographies eurent lieu entre juillet 1962 et mai 1963. Les liquides utilisés furent de densité croissante pour augmenter le nombre de désintégrations  $K_2^0 + \pi^+ \pi^- \pi^0$  et  $K_2^0 + \pi^0 \pi^0 \pi^0$  observées avec respectivement 1 ou 2 photons et 5 ou 6 photons matérialisés en paires. Le premier liquide avait une densité suffisante pour permettre une bonne spiralisation des électrons, sans trop diminuer la précision de mesure d'énergie par courbure, ce qui en fait le mélange idéal pour l'étude des désintégrations leptoniques de  $K^0$  (3). Ce raisonnement tient en fait également pour notre étude ; à nombres égaux d'événements, il faut préférer l'expérience faite dans le liquide le moins dense, car la précision de mesure y est meilleure et les interactions de  $\bar{K}^0$  moins nombreuses. Mais la prise des photographies étant une phase onéreuse de l'expérience, on a intérêt à produire le plus possible d'événements sur le plus petit nombre de photographies (ce qui diminue également le temps de dépouillement).

Le lot de photographies a été partagé entre 3 laboratoires :

- le laboratoire de Physique Nucléaire de l'Ecole Polytechnique - Collège de France Paris
- l'Institut de Physique Nucléaire de Milan
- l'Institut de Physique Nucléaire de Padoue.

Nous donnerons les résultats obtenus à Paris et à Milan. Les mêmes méthodes d'analyses ayant été utilisées dans les deux laboratoires, sauf sur des points de détails (utilisation de programmes cinématiques différents, etc...), nous n'exposerons que lorsque cela sera nécessaire des calculs différents relatifs aux données de Milan.

Le tableau 1 résume toutes les informations intéressantes sur les trois lots de photographies utilisés à Paris.

LOTS DE PHOTOGRAPHIES UTILISES A PARIS (1)

	1er lot	2è lot	3è lot
Nombre de photographies dépouillées	94650	108675	58700
Nombre de photographies dépouillées 2 fois	69300	78500	58700
Composition du liquide	$C_3H_8, CF_3Br$	$C_2F_5Cl, CF_3Br$	$CF_3Br$
Densité	0,9	1,26	1,53
Longueur de radiation (2)	22 cm	17 cm	11 cm
Moment des $K^+$	800 Mev/c	800 Mev/c	900 Mev/c
Nombre moyen d'échanges de charge par photographie (3)	0,315	0,382	0,350
Etudes réalisées sur chacun de ces lots	$K^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}$ $K^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}$ $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	$K^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}$ $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	$K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ $K^+ \pi \rightarrow K^* + \pi$

TABEAU 1

- (1) L'étude faite à l'Institut de Physique Nucléaire de Milan porte sur 40.000 photographies prises dans le 3è mélange.
- (2) Pour plus de précision, voir la variation de la probabilité de matérialisation des photons en fonction de l'énergie, page 97.
- (3) Dans le volume fiduciaire défini dans le tableau 4 de la page 34.



B/ - RAPPELS THEORIQUES

-:-

1/ RAPPELS SUR LES  $K^0$ ,  $\bar{K}^0$

Tout ce qui sera dit ici suppose la conservation de l'opérateur PC dans les interactions faibles. Les modifications que peut apporter l'infirmité de cette règle de sélection seront étudiées dans la troisième partie.

On sait que si  $K^0$  et  $\bar{K}^0$  sont des états propres de l'étrangeté, ils ne sont pas étatspropres de l'opérateur PC

$$PC |K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$$

$$PC |\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$$

Les états propres de PC sont donc

$$|K_1^0\rangle = \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} \quad PC |K_1^0\rangle = + |K_1^0\rangle$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} \quad PC |K_2^0\rangle = - |K_2^0\rangle$$

Que peut-on en déduire pour les désintégrations en  $3\pi$  ?

a) la désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

Appelons  $l_1$  le moment orbital relatif du  $\pi^+$  et du  $\pi^-$ , et  $l_2$  le moment orbital du  $\pi^0$  par rapport au centre de masse du  $\pi^+$  et du  $\pi^-$ . Le spin du K étant nul on a nécessairement  $l_1 = l_2$ .



$$\text{Or } PC |\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle = (-1)^{\ell_2+1} |\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle$$

Donc pour  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$   $\ell_1 = \ell_2 = 1, 3, 5 \dots$  etc ...

et  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$   $\ell_1 = \ell_2 = 0, 2, \dots$  etc ...

La désintégration  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  est donc freinée par un effet de barrière centrifuge.

Dans tout ce qui suit nous parlerons toujours des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , car la désintégration du  $K_1^0$  suivant ce mode doit être négligeable. Nous étudierons cependant dans la 3e partie la distribution en temps de vol des désintégrations observées.

b) La désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$

Si les moments orbitaux sont toujours  $\ell_1$  et  $\ell_2$

$$PC |\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle = (-1)^{\ell_1+\ell_2+1} |\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle$$

Puisque  $\ell_1 = \ell_2$ ,  $PC |\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle = - |\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle$ .

Cette désintégration est donc interdite pour le  $K_1^0$ . Dans l'étude de ces événements nous n'étudierons pas la distribution en temps des candidats, ce qui nous permettra de faire une coupure aux courts temps de vol et d'éliminer ainsi des bruits de fond dangereux.

2/ DEFINITION D'UN TAUX DE DESINTEGRATION

Considérons la désintégration de la particule A en un état final que nous appelons a. Si à l'instant t,  $N_A$  particules sont présentes et si dans l'intervalle de temps dt,  $dN_a$  d'entre-elles se désintègrent suivant le mode a, on définit le taux  $\Gamma_{A \rightarrow a}$  de la désintégration par

$$\Gamma_{A \rightarrow a} \equiv \frac{1}{N_A(t)} \frac{dN_a}{dt} \quad (1)$$

C'est donc la proportion de particules A qui se désintègrent dans la voie a pendant l'unité de temps.

L'identité (1) de définition peut se réécrire

$$dN_a = \Gamma_{A \rightarrow a} N_A(t) dt$$

soit par intégration

$$\Delta N_a = \Gamma_{A \rightarrow a} \int_{t_1}^{t_2} N_A(t) dt \quad (2)$$

où  $\Delta N_a$  est le nombre de désintégrations observées entre  $t_1$  et  $t_2$ .  $N_A(t)$  dépend de la vie moyenne de la particule A et du dispositif expérimental. Supposons que  $N_A(t)$  ne dépende pas explicitement de  $\Gamma_{A \rightarrow a}$  (ce qui ne serait manifestement pas le cas si la désintégration  $A \rightarrow a$  était le seul mode de disparition de la particule A). On a alors directement :

$$\Gamma_{A \rightarrow a} = \frac{\Delta N_a}{\int_{t_1}^{t_2} N_A(t) dt} \quad (3)$$



## C/ - ORGANISATION DE L'EXPERIENCE

-:-

- 1) Il a été rappelé au chapitre précédent qu'un taux de désintégration se calcule très aisément à partir de la formule :

$$\Gamma = \frac{\text{Nombre de désintégrations}}{\text{Temps total pendant lequel on a observé les particules}}$$

Ceci, qui n'est apparemment qu'un simple quotient, est en réalité un calcul délicat ; il faut tenir compte de toutes les pertes d'événements que nous avons pu subir, soit par nécessité parce que la chambre à bulles a un volume limité, soit volontairement par suite des critères de sélection que nous exposerons dans la première partie. Signalons ici que la correction de toute coupure exige la connaissance d'une quantité ou d'une loi physique : par exemple, le dispositif expérimental étant limité, pour tenir compte des  $K_2^0$  qui n'ont pu se désintégrer dans son volume il faut connaître la vie moyenne de cette particule. Si on veut corriger les pertes ayant pu se produire par suite d'une coupure en angle de profondeur des produits de la désintégration, il faut supposer, par exemple, une désintégration ayant une symétrie de révolution autour de la direction des  $K_2^0$ .

- 2) Ces corrections devant être effectuées de toute façon, il existe deux manières de calculer  $\Gamma$ .

Symbolisons par la variable  $q$  l'ensemble des caractéristiques géométriques et dynamiques de la production des  $K_2^0$ . La fonction  $\eta(q)$  sera définie comme la probabilité d'observer et retenir une désintégration suivant le mode cherché si le  $K_2^0$

émiss avait les caractéristiques  $q$ . La valeur de cette fonction  $n(q)$  peut être calculée pour chacun des  $N$  événements retenus.

Une première façon de calculer  $\Gamma$  est le procédé classique de pondération

$$\Gamma_1 = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{n(q_i)}}{N_0 \tau_2}$$

$N_0$  étant le nombre de  $K_2^0$  produits et  $\tau_2$  la vie moyenne des  $K_2^0$ .

Supposons maintenant que nous puissions mesurer la probabilité  $\pi(q) dq$  d'apparition de la variable  $q$  (rappelons que cette variable représente l'ensemble des coordonnées géométriques et dynamiques de la production des  $K_2^0$ , et que  $\pi(q)$  pourra être atteinte par l'étude des désintégrations  $K_1^0$ ).

Nous préférons alors, à la valeur  $\Gamma_1$  précédente, la seconde expression :

$$\Gamma_2 = \frac{N}{N_0 \tau_2 \int \pi(q) n(q) dq}$$

En effet, montrons que si sur un grand nombre d'expériences similaires, les valeurs moyennes de  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  sont égales à  $\Gamma$ , les variances de ces deux estimateurs ne sont pas égales.

Pour cela écrivons les fonctions caractéristiques de  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ .

$$\phi_{\Gamma_1}(u) = \sum_{N=0}^{\infty} e^{-N_0 \Gamma \tau_2} \frac{(N_0 \Gamma \tau_2)^N}{N!} \prod_{i=1}^N \int dq_i \pi(q_i) n(q_i) e^{\frac{i u}{N_0 \tau_2 n(q_i)}}$$

$$\phi_{\Gamma_2}(u) = \sum_{N=0}^{\infty} e^{-N_0 \Gamma \tau_2} \frac{(N_0 \Gamma \tau_2)^N}{N!} \prod_{i=1}^N \int dq_i \pi(q_i) n(q_i) e^{\frac{i u}{N_0 \tau_2 \int \pi n dq}}$$

En sommant sur  $N$ ,  $\phi_{\Gamma_1}(u)$  s'écrit :

$$\phi_{\Gamma_1}(u) = e^{-N_0 \Gamma \tau_2 \int \pi \eta \, dq} e^{N_0 \Gamma \tau_2 \int dq e^{\frac{i u}{N_0 \tau_2 \eta(q)}}$$

On sait que

$$\log \phi_{\Gamma_1}(u) = 0 + (iu) \langle \Gamma_1 \rangle + \frac{(iu)^2}{2} \sigma_{\Gamma_1}^2$$

où  $\sigma_{\Gamma_1}^2$  est la variance sur  $\Gamma_1$ .

On trouve

$$\langle \Gamma_1 \rangle = \Gamma \int \pi(q) \, dq = \Gamma$$

et

$$\sigma_{\Gamma_1}^2 = \frac{\Gamma}{N_0 \tau_2} \int \frac{\pi(q)}{\eta(q)} \, dq$$

Les mêmes calculs effectués pour  $\Gamma_2$  aboutissent à :

$$\langle \Gamma_2 \rangle = \Gamma$$

$$\sigma_{\Gamma_2}^2 = \frac{\Gamma}{N_0 \tau_2} \frac{1}{\int \pi(q) \eta(q) \, dq}$$

$\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  sont donc deux estimations correctes de  $\Gamma$ , mais les incertitudes sont différentes. Il est facile de voir que  $\sigma_{\Gamma_1}^2 > \sigma_{\Gamma_2}^2$ .

En effet

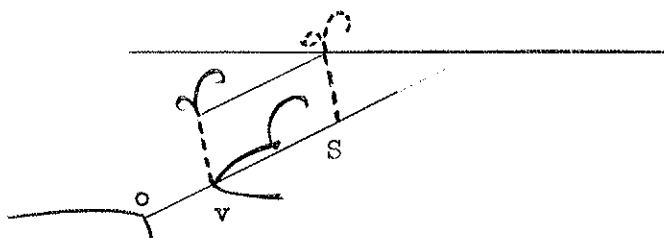
$$r = \frac{\sigma_{\Gamma_1}^2}{\sigma_{\Gamma_2}^2} = \int \pi(q) \eta(q) \, dq \int \frac{\pi(q)}{\eta(q)} \, dq$$

Comme  $\pi$  et  $\eta$  sont positifs on peut écrire

$$r = \int (\sqrt{\pi} \sqrt{\eta})^2 \, dq \int \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\eta}}\right)^2 \, dq$$

produit qui d'après l'inégalité de Schwartz  $\int f^2 \int g^2 - [\int fg]^2 > 0$ , est supérieur à  $[\int \pi \, dq]^2$ , donc à 1.

Quand on a à sa disposition toutes les informations nécessaires, on a intérêt à choisir la seconde méthode : il faut évidemment connaître  $\pi(q)$ , ce qui n'est pas toujours possible. Le calcul de  $\eta(q)$  doit être fait dans un cas comme dans l'autre. Signalons cependant, que même là, la seconde méthode suppose plus d'hypothèses : il faudra recréer complètement des désintégrations fictives et connaître la vie moyenne du  $K_2^0$ , les éléments de matrice des désintégrations, probabilités de matérialisation des  $\gamma$ , alors que dans la première méthode, sur un événement déjà construit par la nature il suffit d'effectuer les modifications dont on est sûr : si on ne connaît pas la probabilité de matérialisation des photons on peut translater l'ensemble de la configuration sans déplacer les  $\gamma$  sur leur ligne de vol.



Dans l'exemple correspondant à la figure ci-dessus, appelons  $t_s$  le temps de vol correspondant au point S. Le poids accordé à l'événement sera  $\frac{1}{\int_0^{t_s} e^{-t/\tau_2} dt/\tau_2}$  poids qui ne fait pas intervenir la probabilité de matérialisation des photons.

Remarquons également que tout ce qui vient d'être dit suppose que l'on sache estimer correctement  $\eta(q_1)$ . Dans l'exemple précédent, pour calculer  $t_s$  il faut connaître le moment du  $K_2^0$ . Si celui-ci est déterminé avec une mauvaise précision l'incertitude sur le résultat final sera augmentée.

3) Nous avons pu dans cette expérience connaître toutes les quantités nécessaires à l'utilisation de la seconde méthode. Nous prendons donc comme estimateur du taux cherché

$$\Gamma = \frac{N}{N_0 \tau_2 \int \pi(q) \eta(q) dq}$$

Les mesures de  $N$  et du dénominateur sont en principe indépendantes ; c'est pourquoi elles seront étudiées dans deux parties bien distinctes.

La première partie de notre exposé vise à l'estimation du nombre de désintégrations produites dans la chambre. Nous y parlerons donc du dépouillement et des critères de sélection appliqués sur les candidats. Après avoir passé en revue les diverses possibilités de faux événements nous verrons que seuls deux types d'entre eux peuvent rester importants dans l'étude des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  (aucun dans le cas des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ ). Nous serons donc amenés à effectuer une analyse cinématique qui éliminera la plupart des faux événements. Sur les événements restant il faudra corriger les effets de cette sélection cinématique, ce qui sera fait dans le chapitre traitant de la pondération des événements ambigus. Il sera également nécessaire de tenir compte des pertes d'événements s'étant produites lors du dépouillement.

Dans la seconde partie nous exposerons le calcul de  $N_0 \tau_2 \int \pi(q) \eta(q) dq$ , quantité que nous appellerons le "temps observable". Nous dirons d'abord comment ont été obtenues toutes les informations nécessaires au calcul. En fait le calcul du temps observable n'a pu être effectué analytiquement : nous serons amenés à calculer numériquement cette intégrale par la méthode de Monte-Carlo.

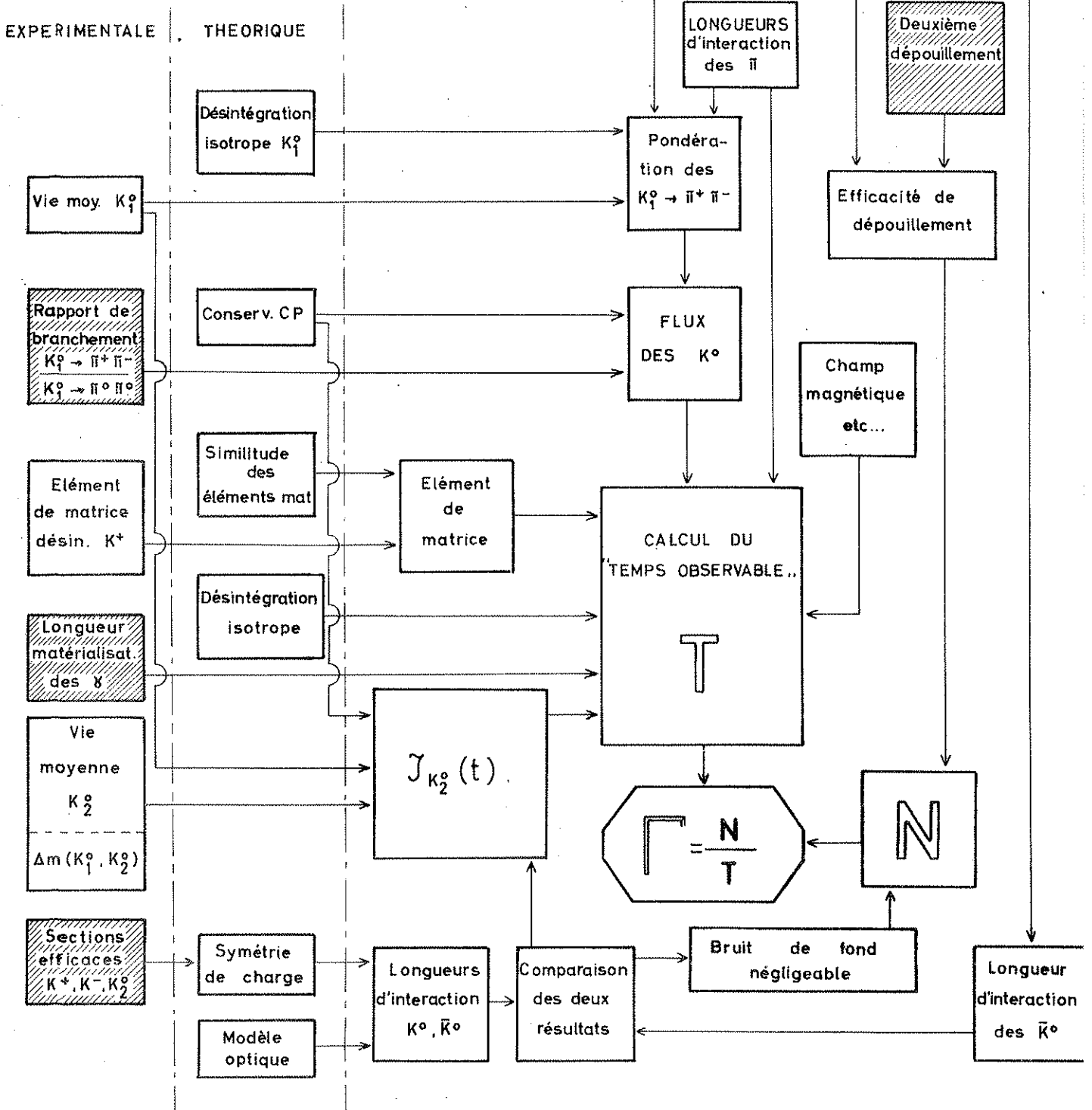
Le tableau 2 résume la marche générale de l'analyse. Les parties non grisées correspondent à la partie de l'étude dont l'influence sur le résultat final est faible.



ORGANISATION DE L'EXPERIENCE

Tableau 2

INFORMATION EXTERIEURE



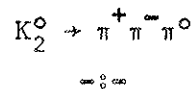
PREMIERE PARTIE

- : -

- A/ - RECHERCHE ET ANALYSE DES DESINTEGRATIONS  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$
- B/ - RECHERCHE ET ANALYSE DES DESINTEGRATIONS  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$
- C/ - PONDERATION DES EVENEMENTS AMBIGUS
- D/ - DETERMINATION D'UNE EFFICACITE DE DEPOUILLEMENT

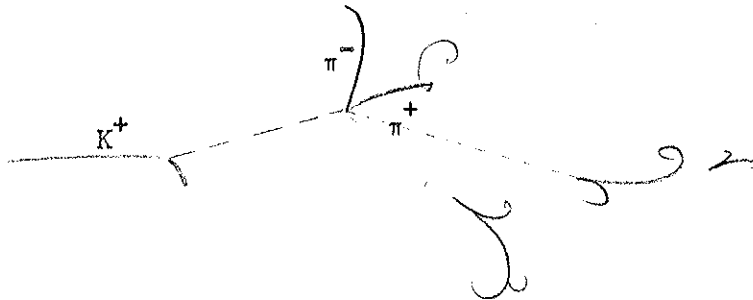


A/ - RECHERCHE ET ANALYSE DES DESINTEGRATIONS

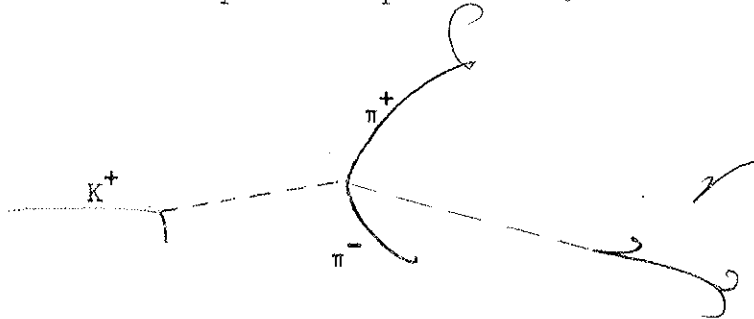


Une désintégration du type  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \xrightarrow{\quad} \gamma + \gamma$

se présente dans une chambre à liquide lourd de façon très caractéristique, à condition que tous les produits de la désintégration soient visibles.



Une telle configuration trouvée au dépouillement sera appelée dans la suite un candidat à  $2\gamma$ . Dans le cas où un seul des photons se matérialise le phénomène est également d'un aspect bien particulier.



Nous appellerons tout phénomène de ce type un candidat à  $1\gamma$ .

Si aucun des deux photons de désintégration du  $\pi^0$  ne se matérialise dans le volume sensible, la configuration n'est pas très différente de celle d'une désintégration du type  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ . Il serait possible de faire sur la table de dépouillement une séparation cinématique entre les deux modes : on peut voir par exemple que dans le domaine d'énergie accessible aux  $K^0$ , il n'est pas possible que l'angle entre les deux  $\pi$  d'une désintégration de  $K_1^0$  soit inférieur à  $60^\circ$ . Egalement, il n'est pas possible aux deux  $\pi$  d'un  $K_1^0$  de s'arrêter tous les deux dans la chambre. Mais l'application de tels critères nous amènerait un lot déformé, difficile à corriger.

Il serait cependant séduisant de retenir ces événements sans photon pour diminuer l'erreur statistique sur le résultat. Mais il est aisé de voir que cette méthode, nécessaire dans une chambre à hydrogène où la qualité des mesures la rend réalisable, serait pour nous une source de travail sans rapport avec le gain en nombre d'événements. En effet, en adoptant une probabilité moyenne de matérialisation des  $\gamma$  égale à 0,5, les événements sans  $\gamma$  matérialisé représentent un quart des désintégrations. Par contre, étant donné qu'il se produit une désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  pour 300 désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  nous devrions accroître nos mesures par un facteur 400. En réalité comme nous le verrons plus loin, le fait de ne retenir que les désintégrations "signées" par un ou deux  $\gamma$  ne limite pas nos mesures à celles des véritables désintégrations, et ce facteur se réduirait à 40. Malgré tout il nous était impossible de mener à bien la mesure de plusieurs dizaines de milliers de candidats. Et, si cela avait été possible, la précision de nos mesures aurait été insuffisante pour séparer les véritables désintégrations des désintégrations leptoniques de  $K^0$  ou tout simplement des désintégrations de  $K_1^0$  en deux pions, avec un des pions subissant une diffusion très près de son point de production.

Donc la seule façon de sélectionner beaucoup de désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , en limitant le nombre d'événements inutiles, était de ne retenir au dépouillement que les candidats à 1 et 2  $\gamma$ .

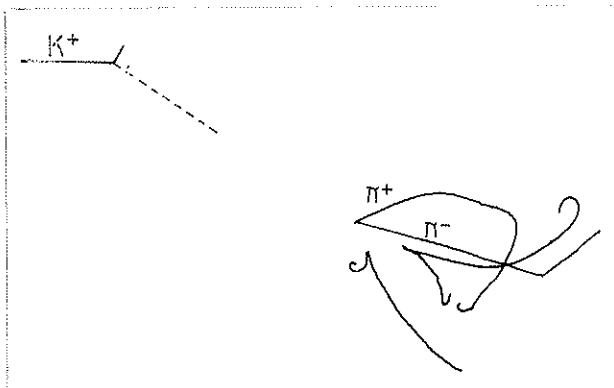
## 1/ CRITERES DE SELECTION UTILISES AU DEPOUILLEMENT

Au début du dépouillement la seule condition exigée d'un candidat était qu'il soit un "V" sur le sommet duquel pointent 1 ou 2  $\gamma$ .



Exemple de désintégration

$K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  à 2 photons matérialisés



Très vite, après une analyse sommaire, il est apparu que parmi les candidats à  $\gamma$  beaucoup trop de faux événements venaient ralentir la marche générale de l'expérience et alourdir l'analyse cinématique. Les faux événements ainsi retenus étaient pour la plupart des désintégrations du type  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  sur lesquelles  $\gamma$  produit dans la chambre pointait fortuitement. En effet les sources de  $\gamma$  sont très nombreuses dans cette expérience. Citons :

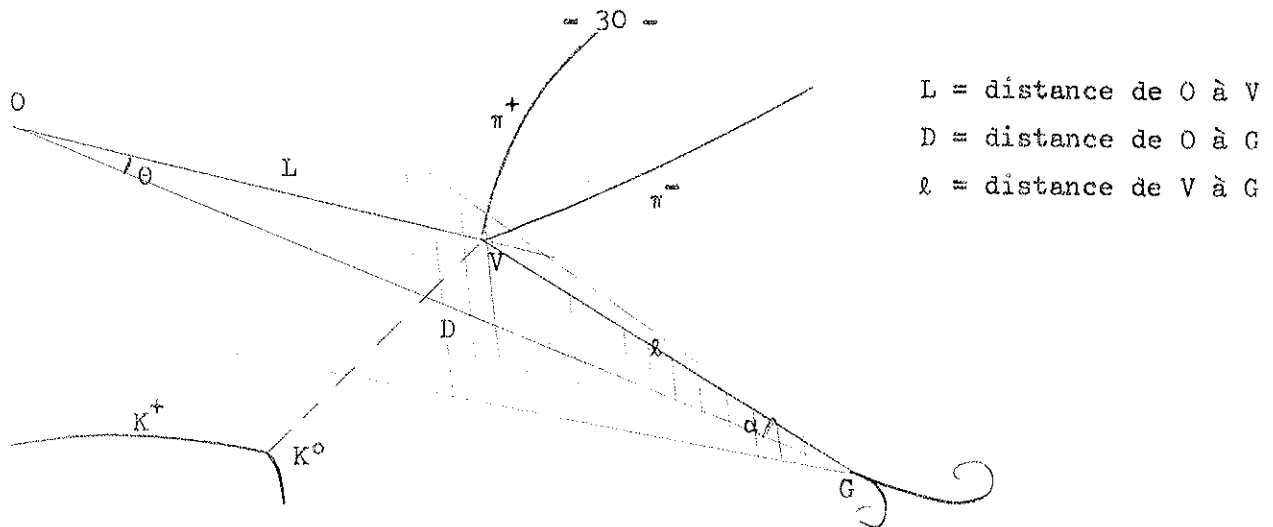
- les désintégrations de  $K^+$  en  $\pi^+ \pi^0$   
 $\pi^+ \pi^0 \pi^0$   
 $\ell^+ \nu \pi^0$   
 en vol ou à l'arrêt après diffusion élastique
- les désintégrations de  $K_1^0$  en deux pions neutres
- les échanges de charge inélastiques de  $K^+$   

$$K^+ + n \rightarrow K^0 + \pi^0 + p$$
- les échanges de charge des  $\pi$  de  $K_1^0$

La densité de ces  $\gamma$  dans la chambre est élevée, et la probabilité pour qu'un  $\gamma$  ainsi produit semble pointer sur le sommet d'une désintégration, tout en étant faible, est suffisante pour que ce dépouillement préliminaire nous ait apporté 500 faux candidats pour une dizaine de vrais événements. Les  $\gamma$  signant ainsi de fausses désintégrations sont en général de faible énergie, et leur ligne de vol est alors assez mal définie (l'angle moyen entre un électron de matérialisation et la direction du photon est  $\frac{m_e c^2}{E_\gamma}$ ; également, l'angle moyen de diffusion multiple d'un électron est inversement proportionnel à son moment).

Il est possible d'éliminer une bonne proportion des faux événements du type  $K_1^0$  associé à un  $\gamma$  aléatoire. En effet pour une véritable désintégration la probabilité pour qu'un  $\gamma$  se matérialise à la distance  $l$  est  $P(l) dl = e^{-\mu l} \mu dl$ . Par contre nous allons montrer que pour les faux événements la loi de probabilité est proportionnelle à  $l^2 e^{-\mu l}$ , sauf dans le cas  $K^+ + n \rightarrow K_1^0 + \pi^0 + p$ , où le  $K_1^0$  se désintègre près de son point de production.

Soit un  $K^0$  se désintégrant en V et O une source de photons. Un  $\gamma$  émis à un angle  $\theta$  par rapport à la direction OV se matérialise en G. Dans un cône de révolution de demi angle au sommet  $\alpha$  on ne peut séparer les diverses origines du  $\gamma$ .



Le  $\gamma$  semble pointer sur le vertex V si  $l\alpha > L\theta$ . Comme  $\alpha$  est petit,  
 $D = L + l$ .

Appelons  $\mu$  la probabilité de matérialisation du  $\gamma$  par unité de longueur  
 et  $p(\theta\phi) d\theta d\phi$  la probabilité qu'il soit émis à l'angle  $\theta, \phi$ .

La probabilité pour que les  $\gamma$  émis en O semblent pointer sur le vertex  
 V à la distance  $l$  est donnée par :

$$\pi(l) dl = dl \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{l\alpha}{L}} \int_{\phi=0}^{2\pi} p(\theta\phi) e^{-\mu(L+l)} d\theta d\phi$$

Pour les petites valeurs de  $\theta$ , nous pouvons écrire :

$$p(\theta, \phi) d\theta d\phi = p^0(0) d(\cos\theta) d\phi$$

et alors

$$\pi(l) dl = (2\pi e^{-\mu L} \frac{\alpha^2}{L^2} p^0(0)) l^2 e^{-\mu l} dl$$

c'est-à-dire qu'à une constante multiplicative près (en supposant  $\mu$  indépendant  
 de l'énergie du  $\gamma$ ),  $\pi(l) dl$  est de la forme :

$$\pi(l) dl = k l^2 e^{-\mu l} dl$$

Si nous faisons une coupure à  $l = l_0$ , le rapport  $r$  du nombre de faux  
 événements au nombre de vraies désintégrations retenues est une fonction de  $l_0$

$$r = k \frac{\int_0^{l_0} l^2 e^{-\mu l} dl}{\int_0^{l_0} e^{-\mu l} \mu dl}$$



Il est évident que la coupure à  $l_0 = 0$  est celle qui donne la plus faible proportion de faux événements. Le choix de la coupure, que nous aurions pu tirer d'un calcul d'optimisation assez délicat, a finalement été tiré de l'analyse des événements trouvés à ce dépouillement préliminaire. Nous avons fixé  $l_0 = 15$  cm, conjointement à une coupure à 35 Mev en énergie du proton (la figure 3 montre la faible proportion de vrais événements rejetés par ce critère).

Cette coupure, justifiée pour les candidats à 1  $\gamma$ , devons-nous l'appliquer aux candidats à 2  $\gamma$ ? La plupart des faux candidats à 2  $\gamma$  sont des désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  associées aux deux photons d'un  $\pi^0$  produit près du point de désintégration du  $K^0$ . Le calcul précédent n'est donc plus valable. Cependant, dans chacune des 3 expériences, le nombre de désintégrations en 2  $\gamma$  est faible, et nous ne pouvons pas espérer déterminer pour eux seuls une efficacité de dépouillement. La solution qui consiste à déterminer une efficacité de détection globale pour les candidats à 1 et 2  $\gamma$  exigeait que ces deux modes aient sensiblement la même probabilité d'être vus. Nous avons donc demandé qu'au moins 1 des 2  $\gamma$  satisfasse aux critères précédents.

#### / CRITERES DE SELECTION APPLIQUES APRES MESURE

Les deux coupures exposées précédemment n'étaient en fait effectuées au dépouillement que dans les cas de rejet évident (très petit  $\gamma$ , distance du  $\gamma$  supérieure à 20 cm). Les autres événements étaient donc mesurés, et ce n'est qu'après la reconstruction géométrique qu'étaient appliqués ces critères de sélection. Signalons que les  $\gamma$  d'énergie légèrement inférieure à 35 Mev étaient néanmoins conservés : dans le cas où l'analyse cinématique donnait finalement à l'événement la nature  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , nous accordions plutôt confiance au moment du  $\gamma$  ajusté cinématiquement qu'au résultat de la mesure. Nous n'avons donc effectué la coupure qu'au dernier moment.

Outre ces deux coupures, nous avons appliqué, après mesure des événements, les critères de sélection suivants, habituels à ce genre d'expérience :

- Volume fiduciaire pour le vertex, de façon que les désintégrations retenues ne soient pas trop proches des limites de la chambre. Cette coupure permet également d'éliminer certains biais, car des événements trop proches du haut ou du

# SPECTRES D'ENERGIE DES $\delta$ DE LA DESINTEGRATION

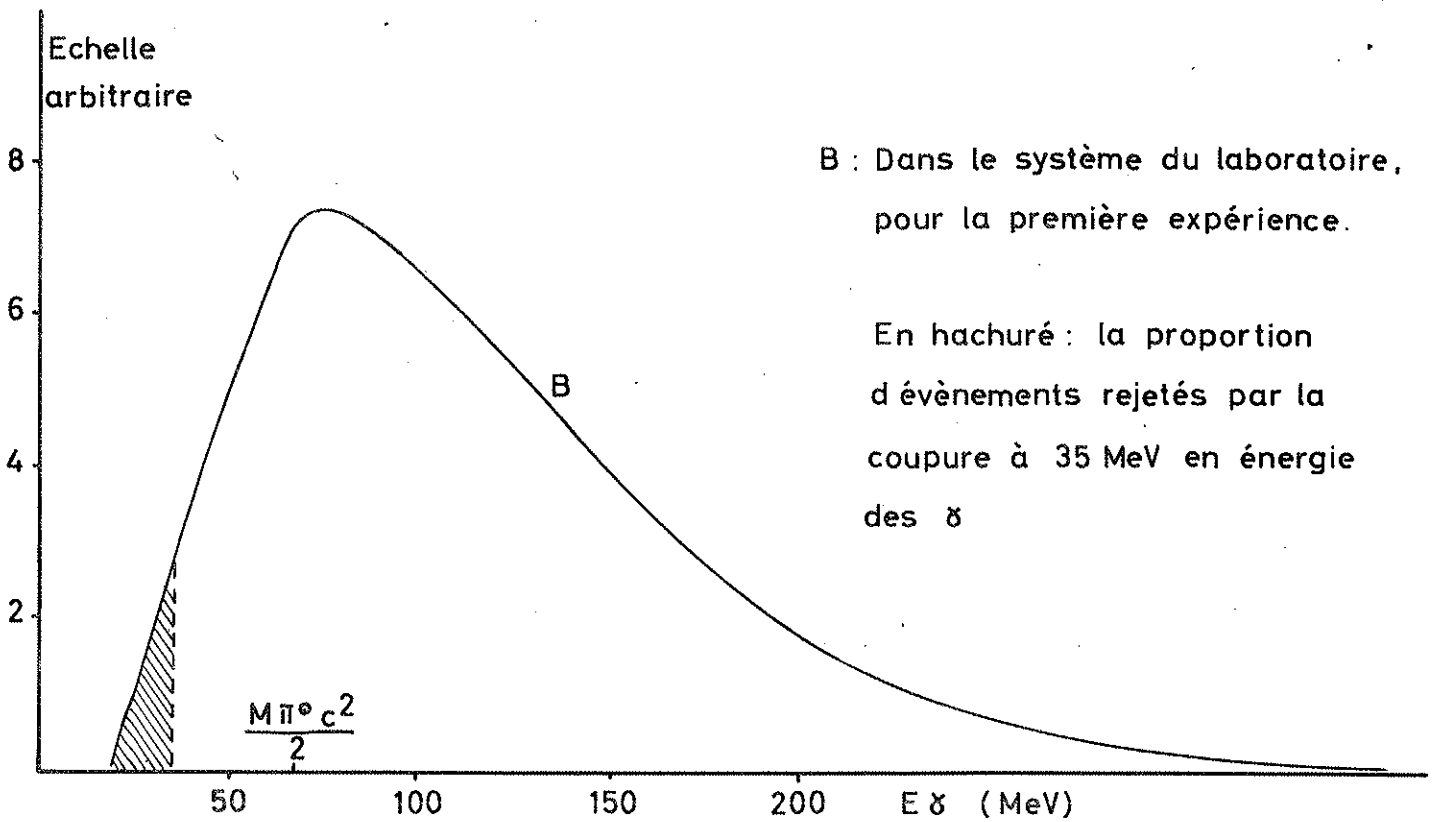
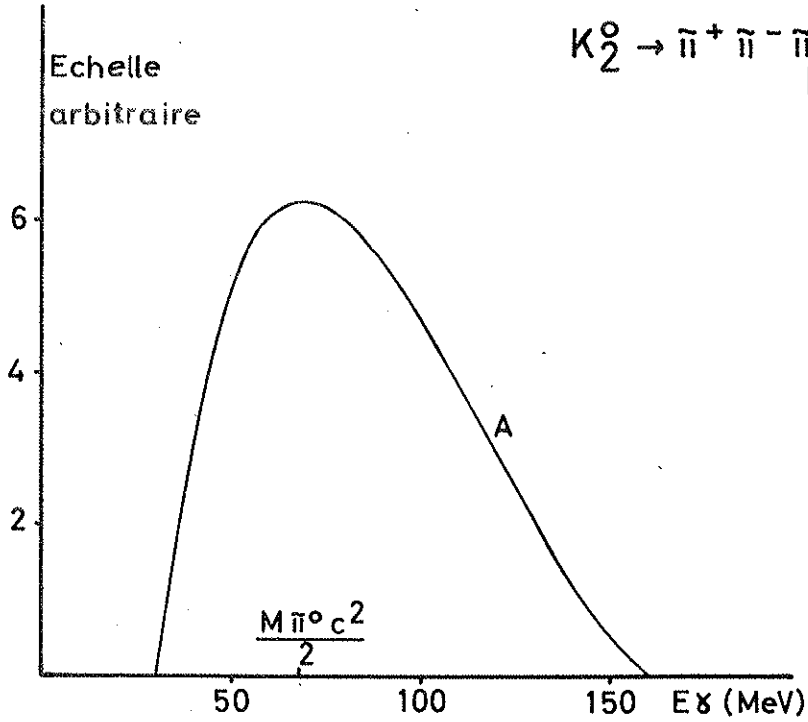
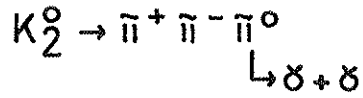


Fig 3

Bas de la chambre ne sont visibles que sur une vue et ne peuvent donc passer le stade de la mesure.

- Volume fiduciaire pour le point de matérialisation du  $\gamma$  pour que celui-ci puisse être correctement mesuré.
- Dans le but d'améliorer la mesurabilité des  $\pi$ , car toute notre analyse repose sur un ajustement cinématique, nous avons en outre appliqué :

Une coupure en angle de profondeur des  $\pi$ , sauf dans le cas où ils s'arrêtent dans le volume sensible et sont alors mesurés à l'aide des relations moment-parcours.

Une coupure en longueur minimum des  $\pi$ . Nous exigeons que sur cette longueur les  $\pi$  ne fassent pas d'interaction, une interaction étant définie comme une diffusion inélastique ou une diffusion élastique d'angle supérieur à  $20^\circ$ . La même définition d'une interaction de  $\pi$  sera adoptée lors de l'étude des  $K_1^0$  (cf. II A1), et nous pourrons ainsi mesurer la longueur d'interaction correspondante.

- Toujours dans le but de ne conserver que les événements correctement mesurables nous avons exigé que l'angle de profondeur des  $\gamma$  soit inférieur à une certaine valeur.

Nous verrons au chapitre II A1, que pour calculer le temps observable à partir des désintégrations de  $K_1^0$  nous avons dû fixer un volume fiduciaire pour les interactions de  $K^+$ . Nous devons donc adopter le même volume fiduciaire pour les échanges de charge de  $K^+$  produisant un candidat, mais cette coupure ne peut être effectuée qu'après analyse complète de l'événement. En effet, s'il existe plusieurs origines possibles après ajustement cinématique pour une désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , il faudra pondérer les diverses possibilités et rejeter seulement à ce moment les origines illégales.

Une coupure supplémentaire exigeait que le point de désintégration soit à plus de 3 mm de l'interaction ayant produit le  $K^0$ . Ceci élimine les interactions de  $\pi$  du faisceau et améliore l'analyse cinématique.

Le tableau 4 de la page 34 donne pour chacun des 3 mélanges les diverses valeurs adoptées pour les coupures.

TABEAU 4

		1er mélange	2è mélange	3è mélange		
					Paris	Milan
VOLUMES FIDUCIATRES (1)	Point de désinté- gration des $K_2^0$	$5 < x < 45$	$5 < y < 85$	$5 < z < 35$	$5 < x < 45$ $5 < y < 95$ $5 < z < 35$	
	Point de matéria- lisation des $\gamma$	$5 < x < 45$	$5 < y < 95$	$5 < z < 35$		
	Origines	$5 < x < 45$	$3 < y < 87$	$5 < z < 35$	$5 < x < 45$ $5 < y < 95$ $5 < z < 35$	
$\pi^+$ (2)	Angle de profondeur inférieur à $70^\circ$ longueur minimum sans interaction : 5 cm					
$\gamma$	Angle de profondeur inférieur à $70^\circ$ Distance maximum au vertex : 15 cm Energie minimum : 35 Mev					
(1) L'unité est le cm. x, y, z sont définis par le dessin de la page 10.						
(2) pour les $\pi^+$ qui s'arrêtent, pas de coupure en angle de profondeur, ni en longueur minimum.						

Avant d'exposer notre analyse cinématique il est nécessaire de faire une liste des catégories de faux événements que nous attendons, afin de connaître les diverses hypothèses à faire sur un candidat. C'est l'objet du paragraphe suivant.

### 3/ LES BRUITS DE FOND

Par "bruit de fond" nous entendons tout phénomène pouvant être confondu avec une désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Nous les classerons en deux catégories.

- a) une des deux branches du "V" n'est pas un  $\pi$
- b) les deux branches sont des  $\pi$

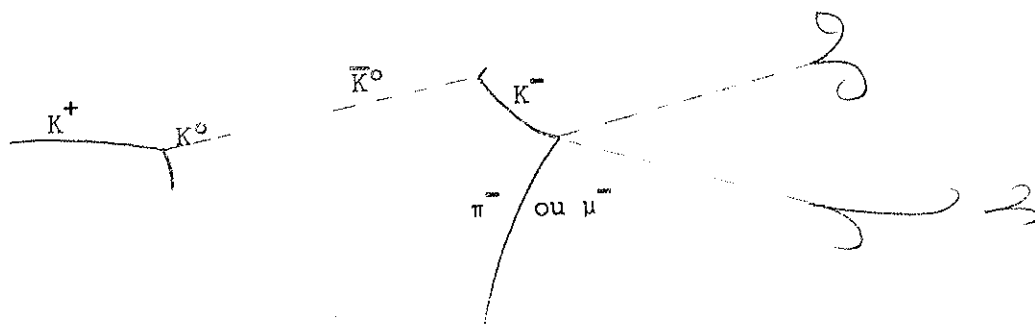
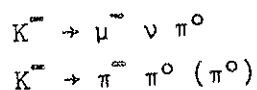
Les faux  $\gamma$  n'ont pas été considérés ; nos critères de sélection sont tels qu'on voit toujours les électrons sur au moins 5 cm. Sur cette longueur les désintégrations électroniques des  $\mu^+$  entrant par les parois de la chambre sont aisément identifiées par ionisation. Les autres simulations de  $\gamma$  (désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu$  à angle nul entre les deux chargés, etc...) sont très peu nombreuses et leurs effets négligeables.

De même nous n'avons pas considéré les étoiles neutres produisant 2 protons et 1  $\pi^0$ . L'ionisation permet de les identifier sans ambiguïté.

a) Une des branches du " $\gamma$ " n'est pas un  $\pi$

1) Désintégrations de  $K^-$

L'échange de charge des  $K^+$  produit des  $K^0$ , mais par suite de la disparition rapide des  $K^0$  il apparaît une amplitude  $\bar{K}^0$  qui par l'échange de charge  $\bar{K}^0 + n \rightarrow K^- + p$ , peut produire des  $K^-$ , en général de faible moment. Les  $K^-$  ont trois modes de désintégration produisant des  $\pi^0$

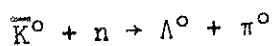


Si le  $K^-$  est interprété comme un  $\pi^+$  allant dans le sens opposé, nous avons un événement de bruit de fond à 1 ou 2  $\gamma$ .

Fort heureusement les  $K^-$  ont une forte probabilité d'être absorbés avant d'avoir pu se désintégrer. En outre notre critère en longueur minimum des  $\pi$  élimine complètement ce bruit de fond ; l'absence de la chaîne  $\pi^+ \mu^+ e^+$  nous oblige à considérer le  $K^-$  comme un  $\pi^+$  ne s'arrêtant pas. Il faut donc le voir sur au moins 5 cm, et alors il est facile de juger de la nature de la particule par ionisation, diffusion multiple et variation de courbure.

2)  $\Lambda^0$  sur lequel pointent un ou deux  $\gamma$

Une des interactions possibles des  $\bar{K}^0$  est la suivante :

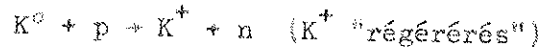


Si le  $\Lambda^0$  se désintègre suivant le mode chargé près de son point de production, ou si un des  $\gamma$  a dans le système du laboratoire la même direction que le

$\Lambda^0$ , on peut avoir un événement de bruit de fond, mais peu dangereux : la confusion entre un proton et un  $\pi^+$ , vus sur au moins 5 cm n'est pas possible (le moment du proton est faible).

### 3) Les désintégrations de $K^+$

Ce sont celles des  $K^+$  produits par échange de charge des  $K^0$



ou celles des  $K^+$  entrant par une des parois de la chambre. Nous n'avons plus ici, comme dans le cas des  $K^+$ , des raisons importantes de croire ce bruit de fond négligeable ; les  $K^+$  ne sont pas absorbés et nous ne pouvons pas exiger des  $\pi^-$  qu'ils se désintègrent en  $\mu^-$ ,  $e^-$ .

Il n'y a en fait pas de difficulté pour éliminer les  $K^+$  entrant par une paroi ; ils sont visibles sur une longueur suffisante pour que l'on puisse juger l'ionisation. La même raison est valable pour les  $K^+$  régénérés de haut moment. Mais en général la longueur des  $K^+$  régénérés est inférieure à 5 cm, et au-dessous de cette longueur, bon nombre d'entre eux ne sont pas identifiables.

Ceci nous a amenés à effectuer une coupure supplémentaire sur les candidats ; pour les  $\pi^-$  qui s'arrêtent nous avons demandé une longueur d'au moins 2 cm. Malgré cette condition il est resté avant analyse cinématique quelques événements pour lesquels la nature du  $\pi^-$  n'était pas certaine. Ces événements n'ayant pu franchir avec succès le stade de l'analyse cinématique, nous avons pu nous dispenser d'adopter une coupure plus importante qui aurait largement entamé notre lot de vraies désintégrations.

Finalement, nous pouvons affirmer que parmi les événements retenus après analyse cinématique, aucun ne peut être interprété comme une désintégration de  $K^+$ .

### 4) Les désintégrations $K^0 \rightarrow \pi \mu \nu$ ou $K^0 \rightarrow \pi e \nu$

Imaginons une désintégration de ce type où le lepton ne soit pas identifié. Si un  $\gamma$  pointe fortuitement sur le vertex, nous le retiendrons comme candidat. Cinématiquement la séparation serait très difficile. Mais en nous fondant sur notre nombre final, toutes coupures effectuées, de  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  associés fortuitement à un  $\gamma$ , et sur la proportion de désintégrations leptoniques et de désinté-

grations  $K_1^0$ , nous trouvons ce bruit de fond complètement négligeable.

En conclusion, parmi les catégories de faux événements de la classe a, aucune n'est dangereuse et ne nous oblige à en faire une évaluation précise.

b) Les deux branches du V sont des  $\pi$

Les deux premiers de ces bruits de fond sont dus à des interactions de  $\bar{K}^0$ ,  $\bar{K}^0 + n \rightarrow \Lambda^0 \pi^+ \pi^-$   
 $\bar{K}^0 + n \rightarrow \Sigma^{\pm} \pi^{\mp} \pi^0$

Effectuons tout d'abord un calcul qui va nous permettre d'exprimer le rapport des nombres de faux et vrais événements en fonction des sections efficaces d'interaction et du taux  $\Gamma$ , que nous cherchons.

Appelons  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  l'intensité de l'onde  $\bar{K}_2^0$  en fonction du temps. De même  $\mathcal{J}_{\bar{K}^0}(t)$  est le carré de l'amplitude  $\bar{K}^0$ .  $C_{K_2^0}(t)$  est la probabilité pour qu'un  $K_2^0$  se désintègre au temps t suivant le mode  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  soit retenu après nos coupures.  $C_{\bar{K}^0}(t)$  est la probabilité pour qu'une interaction de  $\bar{K}^0$ , simulant une désintégration cherchée, soit retenue au temps t.  $N_f$  et  $N_v$  sont les nombres de faux et vrais événements dans l'expérience

$$\frac{N_f}{N_v} = \frac{\int_0^{\infty} \mathcal{J}_{\bar{K}^0}(t) C_{\bar{K}^0}(t) \frac{d\ell}{L_{\bar{K}^0}} \frac{\sigma}{\sigma_T}}{\int_0^{\infty} \mathcal{J}_{K_2^0}(t) C_{K_2^0}(t) dt}$$

Dans cette expression  $L_{\bar{K}^0}$  est la longueur d'interaction des  $\bar{K}^0$ ,  $\sigma_T$  la section efficace totale d'interaction de ces  $\bar{K}^0$  et  $\sigma$  la section efficace partielle pour le mode cause du bruit de fond. Faisons l'hypothèse que les événements de bruit de fond ont le même pourcentage de rejet que les vrais événements, donc que  $C_{K_2^0}(t) = C_{\bar{K}^0}(t)$ . En tenant compte du fait que :

$$\ell = \frac{p_{K^0} c}{M_{K^0} c^2} ct, \quad \text{il vient :}$$

$$\frac{N_f}{N_v} = \left( \frac{p_{K^0 c}}{M_{K^0 c^2}} \right) c \frac{\sigma}{\sigma_T} \frac{1}{L_{K^0}} \frac{1}{\Gamma} \frac{\int_0^\infty \mathcal{J}_{K^0}(t) C(t) dt}{\int_0^\infty \mathcal{J}_{K^0_2}(t) C(t) dt}$$

En utilisant les valeurs de  $C(t)$  que nous fournit le calcul de Monte-Carlo de la seconde partie, il vient :

$$\frac{N_f}{N_v} = 0,4 \left( \frac{p_{K^0 c}}{M_{K^0 c^2}} \right) c \frac{\sigma}{\sigma_T} \frac{1}{L_{K^0}} \frac{1}{\Gamma}$$

En prenant pour  $\Gamma$  la valeur que prévoit la règle  $|\Delta I| = 1/2$ , pour  $p_{K^0}$  la valeur moyenne de 400 Mev/c, et en estimant  $\sigma_T$  d'après divers résultats expérimentaux (voir II A2), on trouve :

$$\frac{N_f}{N_v} = 40 \frac{\sigma}{L_{K^0}} \quad \text{où } \sigma \text{ est exprimée en m barn et } L_{K^0} \text{ en centimètre.}$$

Appliquons maintenant cette formule aux deux bruits de fond produits par les interactions de  $\bar{K}^0$ .

1) Interaction de  $\bar{K}^0$  produisant  $\Sigma^+ \pi^- \pi^0$

Nous considérons ici uniquement la proportion de ces événements où le  $\Sigma^+$  se désintègre près de son point de production, disons avant 1 mm. N'observant donc pas le  $\Sigma$ , nous pouvons croire à une désintégration  $\pi^+ \pi^- \pi^0$ . En fait ce bruit de fond n'est gênant que pour les candidats à 1  $\gamma$ , car pour les événements à 2  $\gamma$  nous disposons d'un ajustement cinématique à 4 contraintes (d'ailleurs la simple valeur de la masse effective totale permettrait d'éliminer complètement ces événements à 2  $\gamma$ ).

La section efficace d'interaction de ce type est de l'ordre de 0,2 mb, soit pour les deux modes 0,4 mb. Si nous voulons rapporter notre nombre de faux événements à 1  $\gamma$  au nombre total de vrais événements à 1 ou 2  $\gamma$ , il faut légèrement modifier la formule donnée ci-dessus. On trouve

$$\frac{N_f}{N_v} = \frac{10}{L_{K^0}} \frac{p_{1\gamma}}{p_{1\gamma} + p_{2\gamma}}$$



$p_{1\gamma}$  et  $p_{2\gamma}$  étant les proportions de vrais événements à 1 et 2  $\gamma$ , qui dépendent du liquide, de même que  $L_{K^0}$ .

Le cas le plus défavorable se rencontre dans le troisième mélange où

$$L_{K^0} = 50 \text{ cm et } p_{1\gamma} = p_{2\gamma} = 0,5$$

$$\frac{N_f}{N_V} = 0,1$$

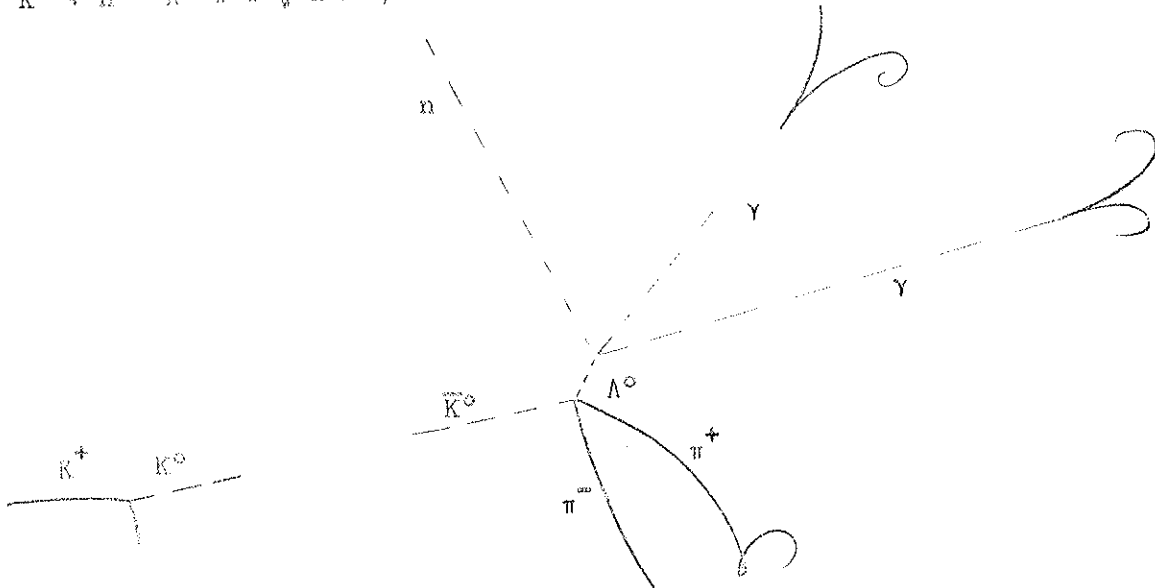
Nous devons encore tenir compte du fait que la désintégration  $p\pi^0$  du  $\Sigma^+$  n'est pas gênante et nous obtenons le chiffre de

$$\frac{N_f}{N_V} = 0,07$$

Par ailleurs les facteurs supplémentaires, exprimant la probabilité pour que le  $\Sigma$  ne soit pas observé et la compatibilité cinématique vont rendre ce rapport de l'ordre de 1 ou 2 %. Nous pouvons donc négliger ce bruit de fond. Signalons que nous avons apporté un soin particulier à l'étude des vertex des candidats, et que deux d'entre eux ont aussi été rejetés.

## 2) Interaction de $\bar{K}^0$ produisant $\Lambda^0 \pi^+ \pi^-$

Ici les deux  $\pi$  formant le " $V$ " sont produits dans l'interaction  $\bar{K}^0 + n \rightarrow \Lambda^0 \pi^+ \pi^-$ , à laquelle on peut attribuer une section efficace de 1,5 mb.



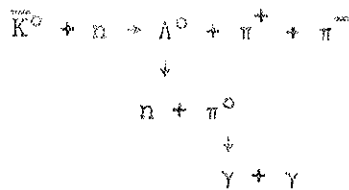
Quand le  $\Lambda^0$  se désintègre suivant son mode neutre, les  $\gamma$  peuvent sembler pointer sur le vertex des deux  $\pi$ , soit parce qu'ils ont été émis dans la même direction que le  $\Lambda^0$ , soit parce que le  $\Lambda^0$  (émis à faible moment en général) s'est désintégré près de son point de production.

Comme précédemment ce bruit de fond ne peut être inquiétant que parmi les candidats à 1  $\gamma$ . Dans le troisième mélange, où la valeur de  $\frac{p_{1\gamma}}{p_{2\gamma} + p_{1\gamma}} \frac{1}{L_{K^0}}$  est la plus grande, on trouve en tenant compte du facteur 1/3 exprimant que le  $\Lambda^0$  se désintègre suivant son mode neutre :

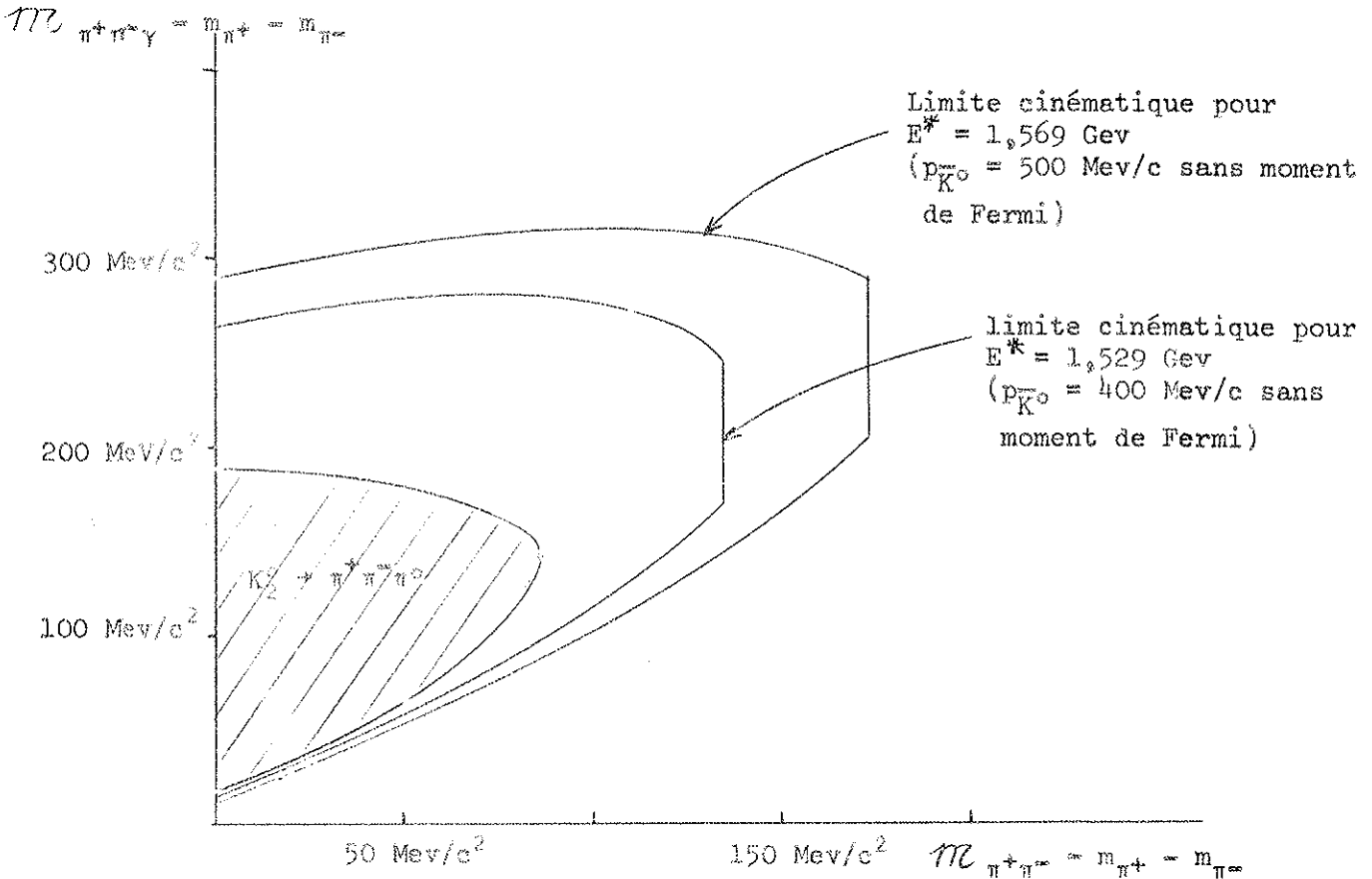
$$\frac{N_f}{N_\gamma} = \frac{1}{4} \times \text{autres facteurs.}$$

Ces autres facteurs doivent tenir compte :

- du fait que le  $\Lambda^0$  doit se désintégrer près de son point de production. Nous avons calculé le moment moyen de ces  $\Lambda^0$  et l'avons trouvé de l'ordre de 250 Mev/c. Si nous estimons que nous ne pouvons pas discerner l'origine d'un  $\gamma$  dans un angle de  $5^\circ$ , nous devons multiplier le résultat précédent par 1/3.
- de la proportion des rejets cinématiques que nous pouvons estimer grossièrement. Nous verrons au paragraphe suivant que dans le plan  $(M_{\pi\pi}, M_{\pi\pi\gamma})$  le point représentant une véritable désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  doit se trouver dans une certaine surface. Nous avons calculé le domaine permis aux masses  $(M_{\pi\pi}, M_{\pi\pi\gamma})$  des ensembles de deux  $\pi$  et de 1  $\gamma$  produits dans la réaction :



Ces limites cinématiques dépendent de l'énergie du  $\bar{K}^0$ . Il n'a pas été tenu compte du moment de Fermi, mais au lieu d'étalonner les surfaces en  $p_{K^0}$ , nous pouvons le faire en énergie totale  $E^*$  dans le centre de masse ( $\bar{K}^0$ , nucléon).



Nous pouvons connaître la population de ces surfaces pour la variable  $m_{\pi^+\pi^-\gamma}^2$ , car elle ne fait appel qu'aux propriétés de désintégration du  $\Lambda^0$  et du  $\pi^0$ . Nous pensons qu'un facteur de l'ordre de 1/3 (rapport des surfaces) vient encore réduire  $\frac{N_f}{N_V}$ .

Le facteur  $\frac{N_f}{N_V}$  qui vaut alors 1/36 est déjà largement confortable. Nous avons cependant tenté de calculer un facteur cinématique supplémentaire tenant compte de l'origine. En fait, si l'on affecte à la fausse désintégration l'origine ayant produit le  $\bar{K}^0$ , les valeurs de la masse et du moment transverse ne sont pas indépendantes et ce nouveau facteur est difficile à estimer. Il faut d'autre part envisager l'attribution d'une autre origine à l'événement, ce qui complique largement les calculs.

Signalons encore qu'il faudrait tenir compte de la "propreté" de l'interaction, qui est quelquefois accompagnée de l'émission de quelques protons

nucléaires. Si nous nous basons sur les productions de  $\Lambda^0$  associées à un seul  $\pi$ , dépouillées dans le troisième mélange, nous trouvons une proportion d'interactions propres de l'ordre de 50 %.

3) Tous les bruits de fond précédents étant négligeables, il n'en reste que deux importants :

- les désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  associées fortuitement à un  $\gamma$  dont nous avons déjà amplement parlé.
- les désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ , sur lesquelles nous donnerons plus de détails au paragraphe IC2.

#### 4/ ANALYSE CINEMATIQUE DES EVENEMENTS

D'après les résultats du paragraphe précédent, nous avons à séparer les candidats en 3 lots :

$$K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$$

$$K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- + \gamma \text{ fortuit}$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$$

Disons tout de suite que les candidats à 2  $\gamma$  n'ont posé aucun problème : l'utilisation de l'ajustement cinématique 3) décrit plus loin, nous a permis (avec une coupure en  $\chi^2$  retenant 90 % des vraies désintégrations) d'éliminer tous les événements douteux ( $K^+$  régénérés notamment). De plus, pour aucun candidat il n'est resté d'ambiguïté entre plusieurs origines.

Avant d'entrer dans le détail de l'analyse cinématique des événements à 1  $\gamma$ , voyons dans quelle mesure nous pourrions séparer par une mesure de masse les trois désintégrations citées ci-dessus. Etudions pour cela le couple ( $\mathcal{M}_{\pi^+ \pi^-}$ ,  $\mathcal{M}_{\pi^+ \pi^- \gamma}$ ).

- Pour les désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

$$\mathcal{M}_{\pi\pi} = M_{K^0}$$

$$\mathcal{M}_{\pi\pi\gamma} > M_{K^0}$$

- Pour les désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$

$$\mathcal{M}_{\pi\pi\gamma} = M_{K^0}$$

$$m_{\pi^+} + m_{\pi^-} < \mathcal{M}_{\pi\pi} < M_{K^0}$$

- Pour les désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , il est bien connu que

$$m_{\pi^+} + m_{\pi^-} < \mathcal{M}_{\pi\pi} < M_{K^0} - m_{\pi^0}$$

A une valeur de  $\mathcal{M}_{\pi\pi}$  comprise entre ces deux bornes correspond une seule valeur de l'énergie du  $\pi^0$  dans le système du  $K^0$  au repos, solution de

$$\mathcal{M}_{\pi\pi}^2 = (M_{K^0} - E_{\pi^0}^*)^2 - p_{\pi^0}^{*2} = M_{K^0}^2 + m_{\pi^0}^2 - 2 M_{K^0} E_{\pi^0}^*$$

De la même façon on voit que

$$\mathcal{M}_{\pi\pi\gamma}^2 = (M_{K^0} - E_{\gamma_2}^*)^2 - p_{\gamma_2}^{*2} = M_{K^0}^2 - 2 M_{K^0} E_{\gamma_2}^*$$

où  $E_{\gamma_2}^*$  est l'énergie du  $\gamma$  non vu dans le système du  $K^0$  au repos. On sait que dans ce système le spectre d'énergie du  $\gamma$  est :

$$p(E_{\gamma_2}^*) dE_{\gamma_2}^* = \frac{dE_{\gamma_2}^*}{p_{\pi^0}^*}$$

$E_{\gamma_2}^*$  variant entre

$$\frac{E_{\pi^0}^* - p_{\pi^0}^*}{2} \quad \text{et} \quad \frac{E_{\pi^0}^* + p_{\pi^0}^*}{2}$$

Donc  $\mathcal{M}_{\pi\pi\gamma}^2$  varie entre deux bornes A et B

$$A = M_{K^0}^2 - M_{K^0} (E_{\pi^0}^* + p_{\pi^0}^*)$$

$$B = M_{K^0}^2 - M_{K^0} (E_{\pi^0}^* - p_{\pi^0}^*)$$

avec  $E_{\pi^0}^* = \frac{M_{K^0}^2 + m_{\pi^0}^2 - \mathcal{M}_{\pi\pi}^2}{2 M_{K^0}}$

On sait également que

$$P(m_{\pi\pi\gamma}^2) d(m_{\pi\pi\gamma}^2) = \frac{d(m_{\pi\pi\gamma}^2)}{B - A}$$

Il est aisé de tracer les limites du domaine cinématique possible au couple  $(m_{\pi\pi}, m_{\pi\pi\gamma})$ . La figure 5 montre le résultat obtenu.

Les valeurs numériques indiquées sur cette figure montrent que la séparation sera difficile à effectuer entre les désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$  de faible  $m_{\pi\pi}$  et les désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  dont le  $\gamma$  manquant est de faible énergie. Il ne faut d'ailleurs pas espérer que la connaissance de l'origine permettra de lever l'ambiguïté ; le  $\gamma$  manquant, de faible énergie, ne compte pratiquement pas dans le bilan d'énergie et de moment.

On voit également sur cette figure que la séparation  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ,  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  sera aisée, sauf dans quelques cas exceptionnels où les incertitudes de mesure seraient très grandes.

Nous avons écrit, pour l'ordinateur IBM 7094, un programme d'ajustement cinématique qui pouvait tester, à la demande de l'utilisateur, les 4 hypothèses :

- 1)  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$
- 2)  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$
- 3)  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  (2  $\gamma$  connus)
- 4)  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  (1  $\gamma$  connu)

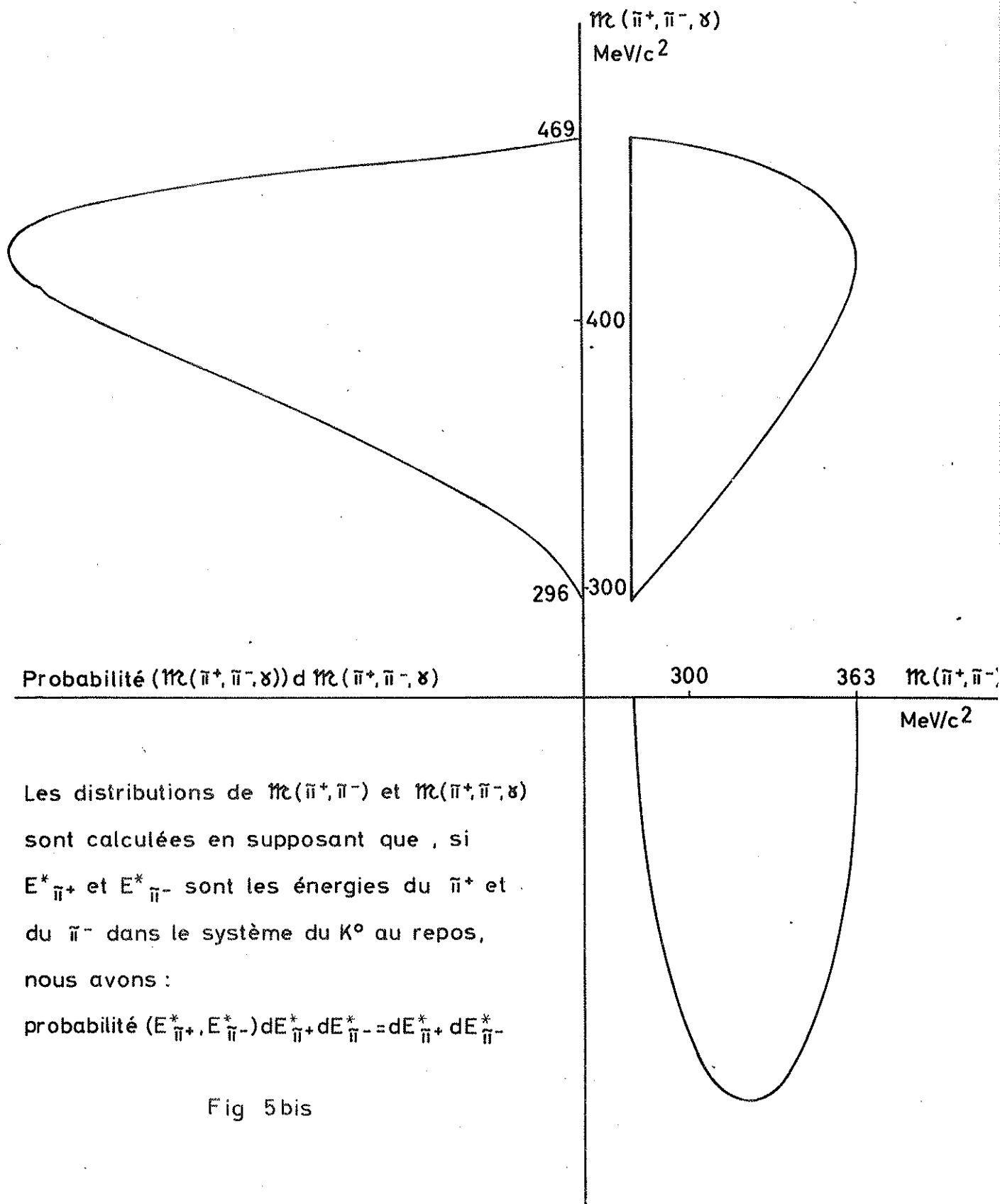
sur l'ensemble des quantités : direction du  $K^0$  définie par 2 angles, direction et moment des  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\gamma_1$  ( $\gamma_2$ ).

Les tests d'hypothèse 1) et 2) sont classiques. Il s'agit de désintégrations où tout est mesuré sauf le moment de la particule primaire. Les 3 équations de contrainte sont :

$$\sum_{i=1, N} p_i a_{ij} - P\alpha_j = 0 \quad j = 1, 3$$

$$\text{avec } \sum_i \sqrt{p_i^2 + m_i^2} - \sqrt{P^2 + M_{K^0}^2} = 0$$





Les distributions de  $m(\pi^+, \pi^-)$  et  $m(\pi^+, \pi^-, \gamma)$  sont calculées en supposant que, si  $E_{\pi^+}^*$  et  $E_{\pi^-}^*$  sont les énergies du  $\pi^+$  et du  $\pi^-$  dans le système du  $K^0$  au repos, nous avons :

probabilité  $(E_{\pi^+}^*, E_{\pi^-}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^* = dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*$

Fig 5 bis



$p_i$  = moment de la  $i^e$  particule  
 $a_{ij}$  ( $j = 1, 3$ ) : ses trois cosinus directeurs dans un système quelconque  
 $\alpha_j$  = cosinus directeurs de la particule primaire  
 $P$  = moment de la particule primaire (inconnu).

Dans le cas du test d'hypothèse (3) il faut ajouter aux trois équations précédentes: l'équation exprimant que les 2  $\gamma$  forment un  $\pi^0$ .

L'hypothèse (4) bénéficie d'une seule équation de contrainte, que l'on peut obtenir en éliminant E et P dans

$$\left[ E - (E_{\pi^+} + E_{\pi^-}) \right]^2 - \left[ P\vec{\alpha} - (\vec{p}_{\pi^+} + \vec{p}_{\pi^-}) \right]^2 = m_{\pi^0}^2$$

$$\left[ E - (E_{\pi^+} + E_{\pi^-} + E_{\gamma}) \right]^2 - \left[ P\vec{\alpha} - (\vec{p}_{\pi^+} + \vec{p}_{\pi^-} + \vec{p}_{\gamma}) \right]^2 = m_{\gamma}^2$$

$$P = \text{moment du } K^0 \quad E = \sqrt{P^2 + M_{K^0}^2}$$

$\vec{\alpha}$  = vecteur unitaire de la direction du  $K^0$ .

Nous avons utilisé dans ce programme d'ajustement cinématique la méthode des multiplicateurs de Lagrange. On obtient ainsi pour chaque événement à 1  $\gamma$ , dans les trois hypothèses (1) (2) et (3) les quantités suivantes :  $\chi^2$  et quantités dynamiques ajustées.

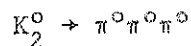
Pour la plupart des candidats, deux des trois hypothèses sont très peu probables ( $\chi^2$  de l'ordre de 100 à 1000), et on peut affirmer avec une très faible chance de se tromper qu'ils sont d'un certain type de désintégration. Mais la présence de quelques événements pour lesquels au moins deux des  $\chi^2$  sont du même ordre de grandeur nous empêche de calculer le nombre de désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  à 1  $\gamma$  matérialisé. La pondération de ces événements ambigus sera l'objet du chapitre IC.

Nous devons également apporter une correction au nombre d'événements trouvés pour tenir compte des pertes subies au dépouillement : ce sera l'objet du chapitre ID.

	1er mélange	2è mélange	3è mélange	
			Paris	Milan
Nombre d'événements retenus après les coupures géométriques	147	207	77	90

Les événements du tableau ci-dessus représentent environ 50 % des candidats trouvés au dépouillement.

## B/ - RECHERCHE ET ANALYSE DES DESINTEGRATIONS



- 5 -

L'observation de ces désintégrations ne pouvait être réalisée que dans une grande chambre à liquide lourd, pour qu'on obtienne la matérialisation des 6 photons provenant des 3  $\pi^0$ . Les expériences précédentes ne permettaient d'observer que des événements à 2 ou 3  $\gamma$  au maximum. Le flux élevé de  $K_2^0$  et les grandes dimensions de la chambre nous ont permis d'envisager la recherche de tels événements à 5 et 6  $\gamma$ , la plupart des faux événements étant éliminée.

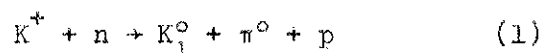
En effet, l'étude des événements à 4  $\gamma$  et moins était exclue a priori car nous attendions de l'ordre d'un millier de désintégrations de  $K_1^0$  en 2  $\pi^0$  avec 4  $\gamma$  matérialisés dans la chambre, pour quelques dizaines d'événements  $K_2^0 \rightarrow 3 \pi^0 \rightarrow 4 \gamma$  matérialisés. Les précisions de mesure sur les  $\gamma$  ne nous permettaient pas d'extraire les vraies désintégrations d'un lot aussi important.

### 1/ CRITERES DE SELECTION UTILISES AU DEPOUILLEMENT

On recherchait 5 ou 6  $\gamma$  dont les lignes de vol se croisent en un même point de la chambre et qui ne pointaient pas tous manifestement sur une interaction. La démarche utilisée était la suivante : regarder systématiquement tous les  $\gamma$  de la photo et chercher leur origine. Si l'un des  $\gamma$  n'a pas de source, regarder s'il n'y aurait pas au moins 4 autres  $\gamma$ , avec ou sans origine possible, pouvant provenir d'un même point de la ligne de vol du premier  $\gamma$ , quelle que soit leur distance à ce point.

La très grande majorité de ces événements était des  $K_1^0 \rightarrow 2 \pi^0 \rightarrow 4 \gamma$  un ou plusieurs des électrons de matérialisation des  $\gamma$  émettant un 5e ou 6e photon par radiation. Nous n'avons conservé que les événements où nous étions sûrs qu'au moins 4 des photons n'étaient pas liés les uns aux autres par ce phénomène.

A ces faux événements il faut ajouter les suivants, dus également à la désintégration des  $K_1^0$  en  $2 \pi^0$  : les  $K_1^0$  peuvent être produits dans l'échange de charge inélastique



Si le  $K_1^0$  se désintègre près de son point de production ou si l'un des  $\gamma$  du  $\pi^0$  a la même direction que le  $K_1^0$  on peut croire à la présence d'une désintégration de  $K_2^0$  en  $3 \pi^0$  avec 5 ou 6  $\gamma$ .

Pour éliminer partiellement ces deux bruits de fond deux coupures semblent évidentes :

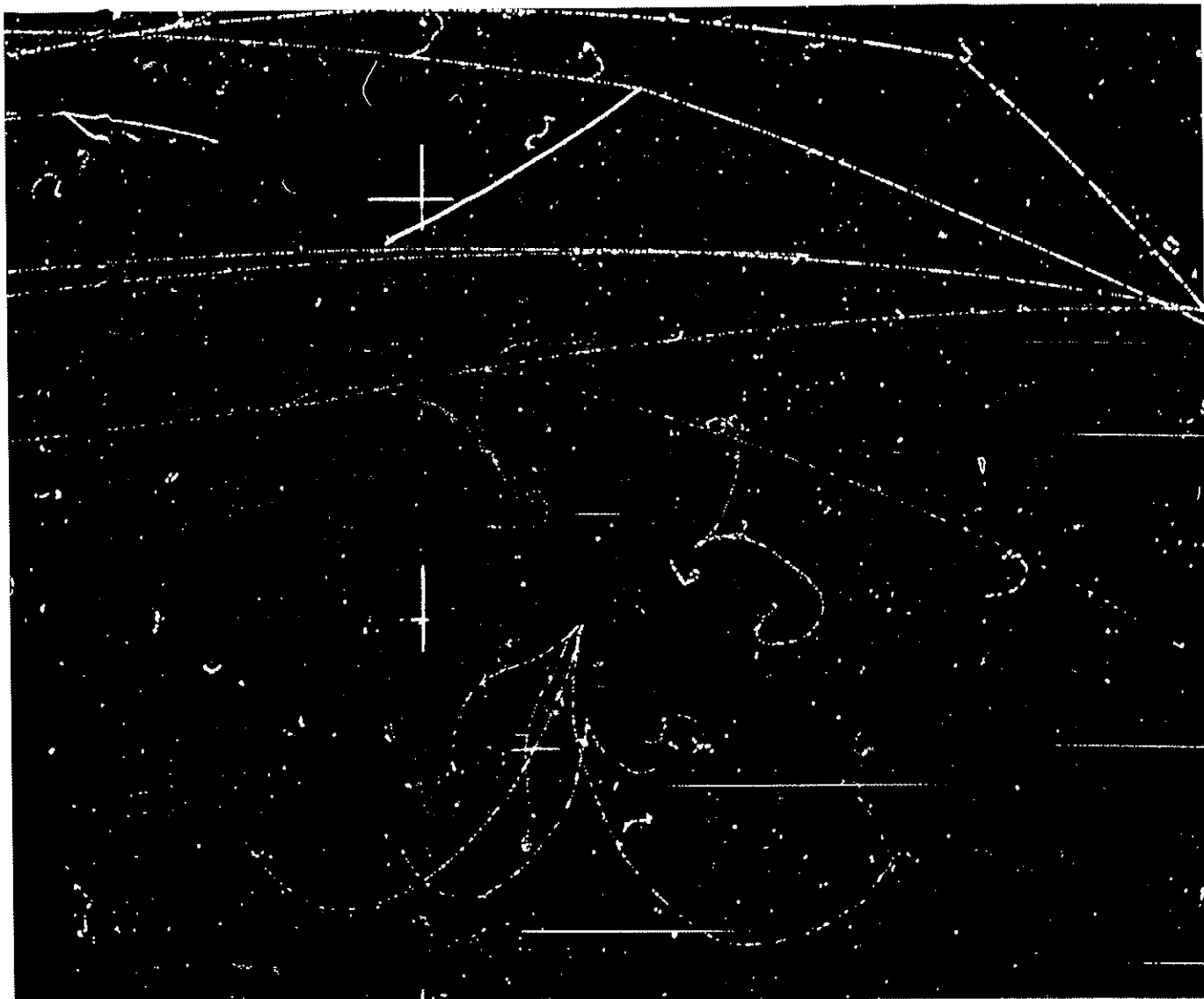
- 1) rejeter les candidats dont le point de désintégration est à trop courte distance d'une interaction de  $K^+$  ; on supprime ainsi une bonne proportion de  $K_1^0$ , et on limite la contamination provenant de la réaction (1).
- 2) Ne conserver que les événements dans lesquels il y a au moins 5  $\gamma$ , la direction de chacun d'entre eux faisant un angle supérieur à  $10^\circ$  avec la direction de l'un quelconque des autres. On limite ainsi le nombre de faux candidats dus à des photons de bremsstrahlung.

Ces deux coupures n'ont été appliquées de manière précise qu'après la mesure des candidats : cependant, utilisées au dépouillement dans des cas de rejet évident elles ont permis d'éliminer la plupart des faux événements.

## 2/ CRITERES DE SELECTION APPLIQUES APRES MESURE

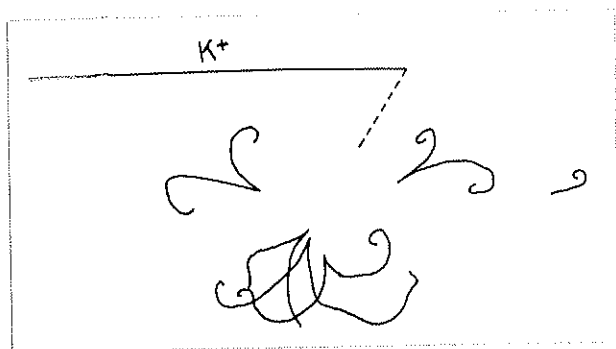
Les deux coupures exposées précédemment ne pouvaient être faites directement car nous ne connaissions pas les coordonnées précises du point de désintégration.

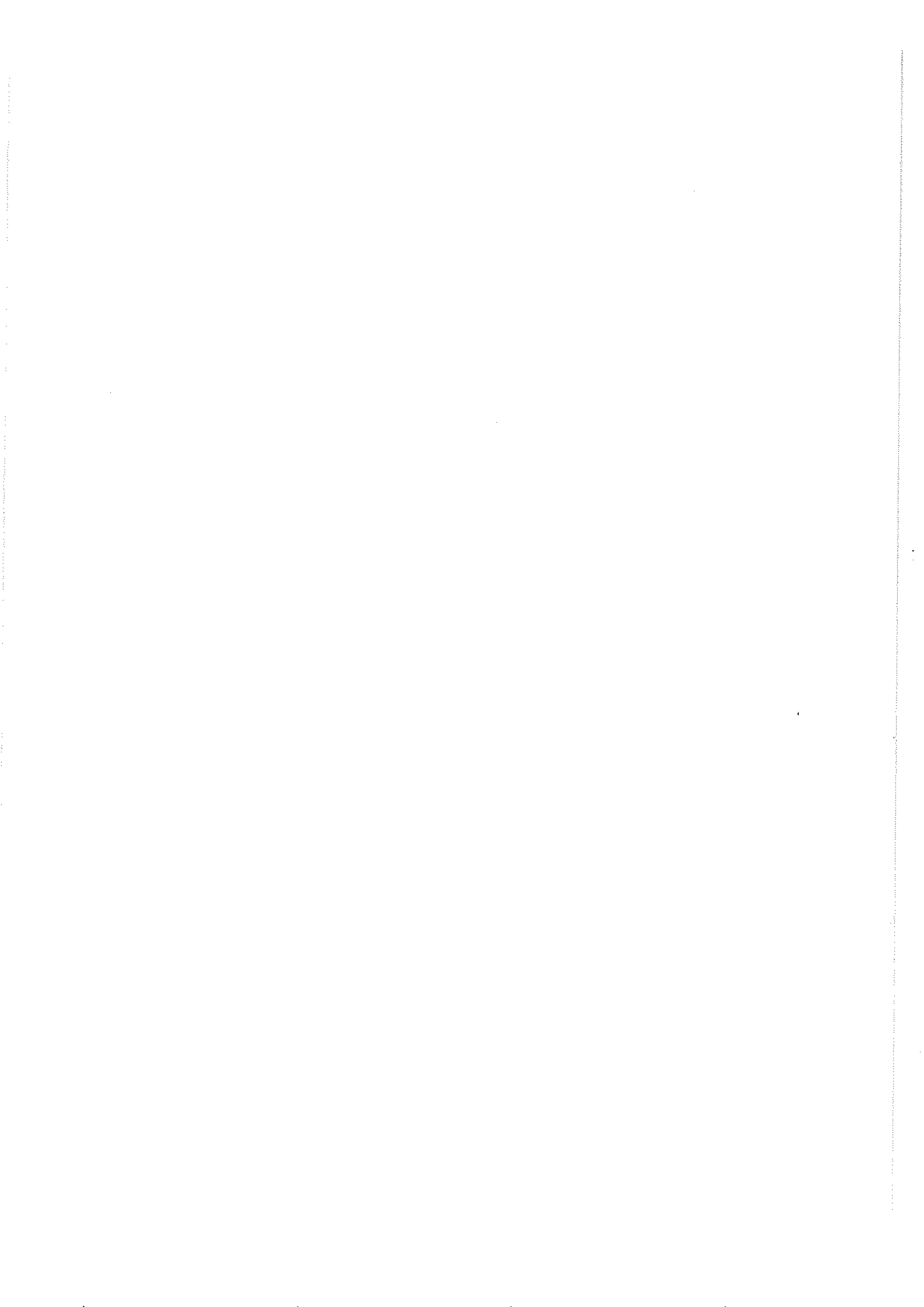
La mesure des électrons nous a fourni les coordonnées du point de maté-



Exemple de désintégration

$K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$  à 6 photons matérialisés





rialisation de chaque  $\gamma$  ainsi que la direction de ce  $\gamma$  (moyenne pondérée des directions des deux électrons). Une épure de géométrie descriptive utilisant ces informations définissait le point le plus probable de la désintégration. La connaissance de ce point permettait d'effectuer la coupure en distance à l'interaction la plus proche, fixée à 1 cm. L'incertitude sur les coordonnées du point de désintégrations était de l'ordre de 0.3 cm. Notre coupure à 1 cm est donc soumise à une incertitude que nous négligerons dans la suite, car il n'y a aucune raison de penser que la fonction de détection de notre appareillage varie fortement pour des désintégrations proches des interactions.

Des coordonnées du point de désintégration et des coordonnées des points de matérialisation des  $\gamma$  étaient déduites les directions ajustées des photons (incertitude de l'ordre de  $1,5^\circ$ ), sur lesquelles était effectuée la coupure à  $10^\circ$  exposée au paragraphe précédent.

En outre, nous n'avons conservé que les candidats dont au moins 5 photons se matérialisaient à l'intérieur du volume fiduciaire défini par

$$3 < x < 47 \quad 3 < y < 97 \quad 5 < z < 35$$

et pour lesquels le point de désintégration était dans le volume suivant :

$$5 < x < 45 \quad 5 < y < 95 \quad 5 < z < 35$$

Un volume fiduciaire pour les interactions de  $K^+$  sera également nécessaire. Ce volume est fixé lors de l'étude des  $K_1^0$ , et de toutes manières une telle coupure ne peut être appliquée qu'après analyse cinématique, sauf dans les cas où les seules origines présentes sur la photographie sont illégales.

### 3/ BRUITS DE FOND

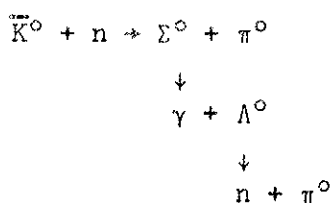
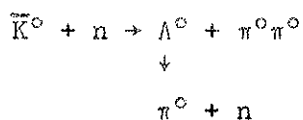
Les sources les plus importantes a priori sont les suivantes :

- a) Les désintégrations de  $K_1^0$  en  $2 \pi^0$ , associées à 1 ou 2  $\gamma$  fortuits, ces  $\gamma$  pouvant être produits dans la même interaction que le  $K_1^0$  ou pouvant venir d'une autre source de  $\gamma$ . Pour étudier la contribution de ces faux événements nous avons considéré dans le lot de candidats  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  ceux qui après analyse cinématique s'avaient être des désintégrations de  $K_1^0$ . Parmi ces événements une faible proportion avait deux

photons visibles. Nous avons donc le nombre de faux événements de ce type à 5 $\gamma$  en calculant la probabilité que les  $K_1^0$  s'étant désintégrés en 2  $\pi^0$  au lieu de  $\pi^+ \pi^-$  aient eu leurs 4  $\gamma$  matérialisés. Il faut tenir compte du facteur  $K_1^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$  et de la coupure à 1 cm en distance à l'origine.

Le résultat est que nous attendons 0,5 événement de ce type.

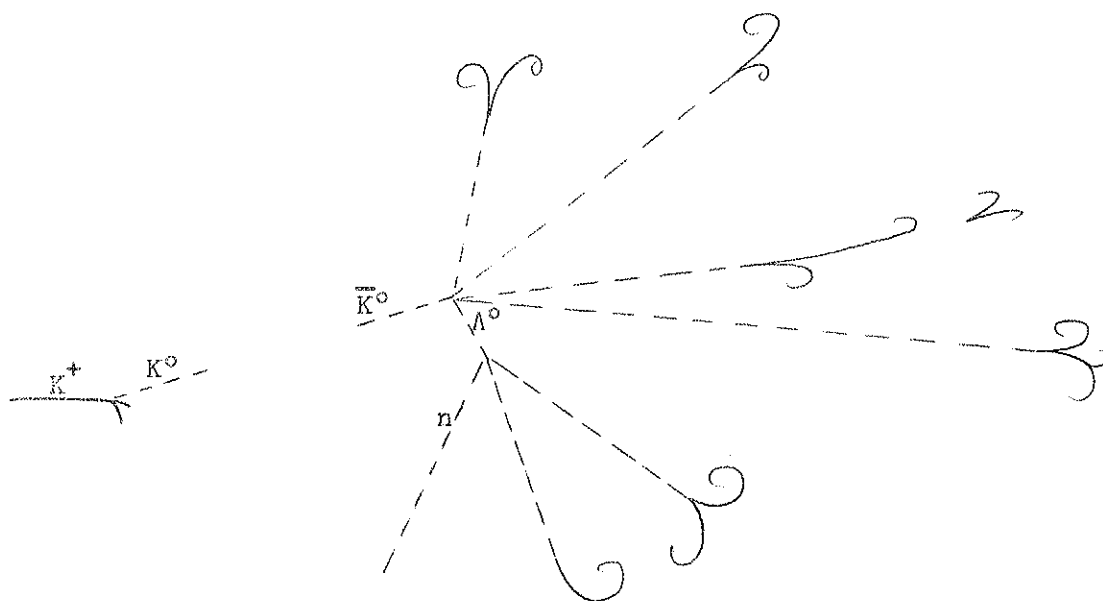
b) les deux types d'interactions de  $\bar{K}^0$



La seconde interaction ne peut évidemment produire que de faux événements à 5  $\gamma$ .

Pour ces deux interactions les formules données au chapitre précédent, dans le paragraphe "bruits de fond", sont toujours valables, à condition de prendre pour  $\Gamma$  la valeur du mode  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$

1)  $\bar{K}^0 + n \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0 + \pi^0$



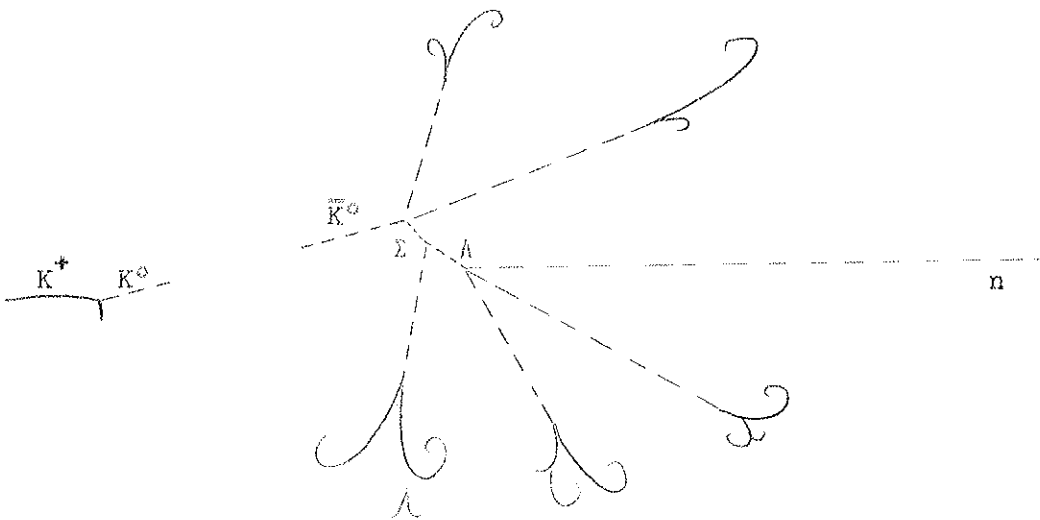


Cette réaction a une section efficace de l'ordre de 0.8 mb (IIA2). En tenant compte de la désintégration neutre du  $\Lambda^0$  ( $\frac{1}{3}$ ), de la nécessité que ce  $\Lambda^0$  se désintègre près de son point de production et de l'absence de proton d'évaporation à l'interaction, on obtient :

$$\frac{N_f}{N_v} = \frac{25}{50} \times 0.8 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \approx 0.02$$

Cette contamination n'est donc pas dangereuse.

2)  $\bar{K}^0 + n \rightarrow \Sigma^0 + \pi^0$



La section efficace expérimentale de  $K^+ p \rightarrow \Sigma^+ \pi^0$ , moyennée sur le spectre d'énergie de nos  $K^0$  est de 4 mb (IIC2).

Les facteurs utilisés dans l'étude de  $\Lambda^0 \pi^0 \pi^0$  sont toujours présents. Le  $\Sigma^0$  ayant une vie moyenne courte n'introduit pas de facteur supplémentaire. Mais il faut considérer que nous demandons ici la matérialisation de 5  $\gamma$  sur 5 produits, alors que pour les vrais événements il suffit d'en observer 5 sur 6 produits (nous corrigeons ainsi l'hypothèse  $C_{K_2^0}(t) = C_{\bar{K}^0}(t)$  faite au chapitre précédent et qui n'est évidemment pas valable ici). Donc, en normalisant au nombre total de vraies désintégrations à 5 et 6  $\gamma$  on trouve

$$\frac{N_f}{N_v} \approx 0.04$$

#### 4/ ANALYSE CINEMATIQUE

Puisque les faux événements apportent une contamination négligeable, ce que nous venons de voir, une analyse cinématique ne s'impose pas a priori (nous n'avons inclue dans les facteurs du paragraphe précédent aucun terme faisant intervenir la compatibilité cinématique).

Cependant nous attendons une certaine proportion de vraies désintégrations  $K^0 \rightarrow 3 \pi^0 \rightarrow 5$  ou  $6 \gamma$  provenant de  $K^0$  produits à l'extérieur du volume fiduciaire.

Cette analyse cinématique a été effectuée dans le but d'éliminer les événements venant de l'extérieur de la chambre.

##### a) Choix des couples de $\gamma$ formant des $\pi^0$

Sur les candidats à 5 et 6  $\gamma$  il faut faire le choix des combinaisons de  $\gamma$  qui forment des  $\pi^0$ . En général plusieurs combinaisons sont possibles car la masse des faux couples que l'on peut former est souvent compatible avec la masse du  $\pi^0$ . Un programme d'ajustement cinématique calculait pour toutes les combinaisons de  $\gamma$  (10 et 15 respectivement pour les candidats à 5 et 6  $\gamma$ ), la direction et le moment les plus probables du  $\pi^0$ .

Appelons  $\gamma_i$  un des 5 ou 6  $\gamma$  présents, et  $\chi_{ij}^2$  le  $\chi^2$  de l'ajustement précédent sur les photons  $\gamma_i$  et  $\gamma_j$ .

Pour les événements à 6  $\gamma$  on peut calculer 10 valeurs de

$$\chi_6^2 = \chi_{ij}^2 + \chi_{kl}^2 + \chi_{mn}^2 \quad i \neq j \neq k \neq l \neq m \neq n \quad ijk\ell mn = 1, \dots, 6$$
$$j > i, \quad k > l, \quad m > n$$

Nous avons choisi les 3 combinaisons  $((ij), (kl), (mn))$  donnant les 3 plus petits  $\chi_6^2$ , quelle que soit la valeur de ces  $\chi_6^2$ .

Pour les événements à 5  $\gamma$  on calculait les 15 valeurs de  $\chi_5^2 = \chi_{ij}^2 + \chi_{kl}^2$

$$i \neq j \neq k \neq l \quad i, j, k, l = 1, \dots, 5$$
$$j > i, \quad k > l$$

Ici également n'étaient acceptées que les 3 combinaisons ayant le plus faible  $\chi_5^2$ .

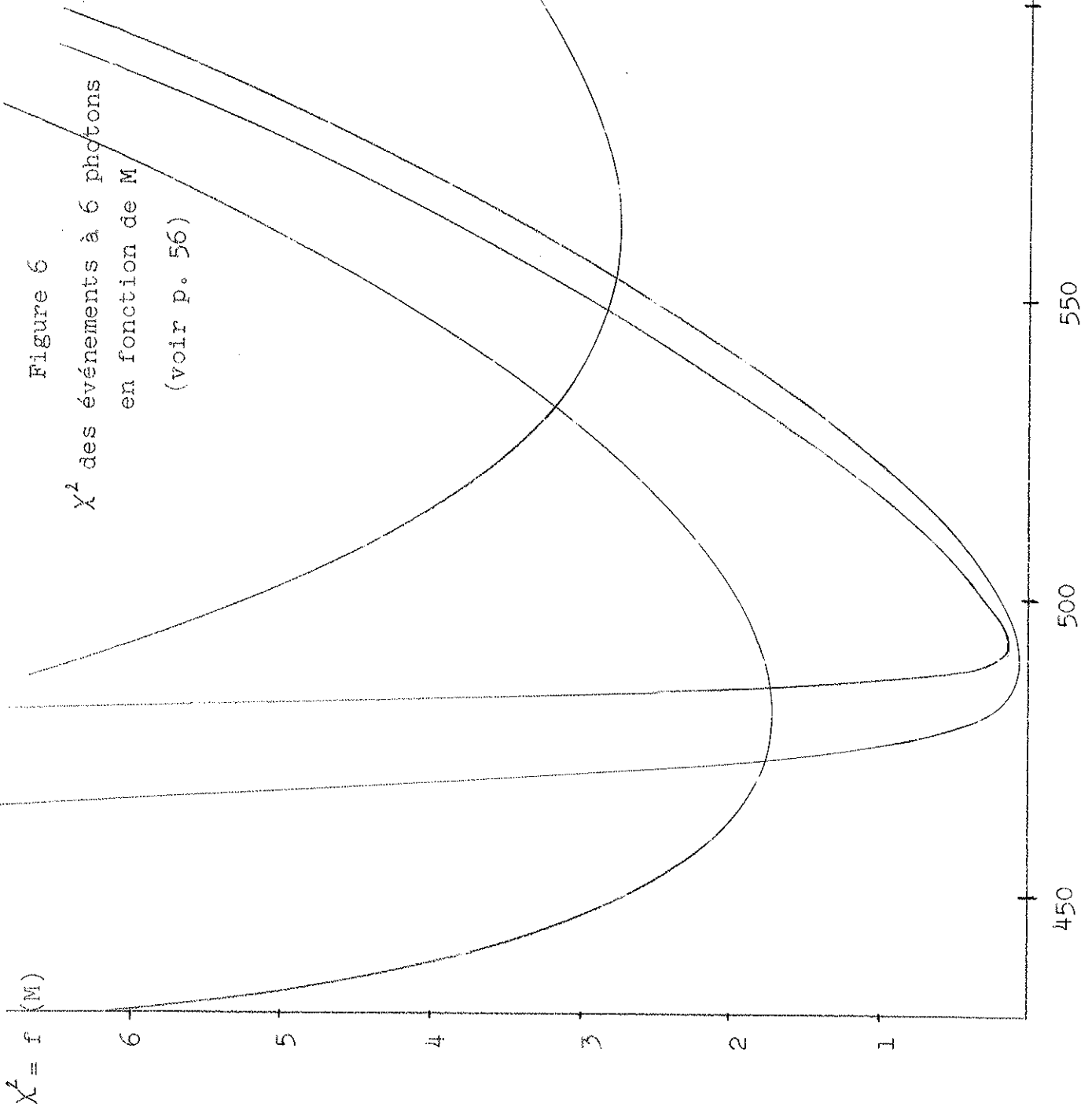


Figure 6

$\chi^2$  des événements à 6 photons  
en fonction de M

(voir p. 56)

b) Analyse cinématique des événements à 6  $\gamma$

Avec chacune des trois combinaisons des 6  $\gamma$  choisies précédemment, mais en reprenant les valeurs mesurées pour chacun des photons, nous effectuons un ajustement cinématique simplifié sur les 6 moments en imposant que les couples choisis forment 3  $\pi^0$  de la désintégration d'une particule de masse  $M$ . Nous avons fait varier  $M$  entre 400 et 600 MeV/c<sup>2</sup>. Pour chaque combinaison nous tracions la courbe donnant  $\chi^2$  en fonction de  $M$ , et ne retenions finalement que la combinaison qui donnait le  $\chi^2$  minimum ; nous avons ainsi la valeur la plus probable de la masse de la particule ayant produit les 6  $\gamma$ . Les courbes obtenues (figure 6) laissent supposer qu'il ne reste pas de  $K_1^0$  dans le lot.

La résultante vectorielle des 6  $\gamma$  était toujours suffisamment bien définie pour qu'il n'y ait pas eu d'ambiguïté sur le choix de l'origine.

c) Analyse cinématique des événements à 5  $\gamma$

Pour les 3 combinaisons de 2  $\pi^0$  et d'un  $\gamma$ , sélectionnées précédemment, nous utilisons l'ajustement cinématique 4) décrit dans le paragraphe IA4. La coupure en  $\chi^2$  à 2,7 nous a permis d'éliminer certaines origines et certaines combinaisons de  $\gamma$ . La compatibilité cinématique avec une fausse origine que l'on peut calculer grossièrement en fonction du nombre d'origines retenues et du nombre d'origines essayées est sensiblement du même ordre de grandeur que celle que nous avons calculée pour les désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Nous pensons donc ici également n'avoir aucun événement venant de l'extérieur (le calcul de la contamination est fait au paragraphe IC2).

Il n'est pas aisé d'estimer la proportion d'événements à 5 photons matérialisés retenus par la coupure en  $\chi^2$  à 2,7. D'une part le fait d'utiliser dans l'ajustement 4) des  $\pi^0$  déjà ajustés et d'autre part le fait d'avoir à notre disposition plusieurs combinaisons de  $\gamma$  formant des  $\pi^0$  acceptables nous empêchent d'estimer la proportion des rejets.

Un seul candidat à 5 photons a été éliminé par suite de la sélection cinématique, et on peut très bien l'interpréter comme une désintégration de  $K_1^0$  associée à un  $\gamma$  aléatoire, ce qui n'est pas en contradiction avec le nombre prévu de 0,5 événement de ce type.

Si nous admettons donc qu'aucune véritable désintégration de notre lot n'a été rejetée, nous pouvons raisonner comme si nous n'avions fait aucune sélection cinématique, ce qui revient à prendre le facteur cherché égal à l'unité.

Le tableau 7 résume les données obtenues dans ce chapitre. Nous y indiquons également les nombres d'événements trouvés au premier et au second dépouillement, les notations étant celles du chapitre ID.

Nombre de photographies (toutes dépouillées deux fois)	58700
Evénements à 6 photons matérialisés	4
Evénements à 5 photons matérialisés	14
Efficacité de dépouillement	$C = 6$ $n_1 = 8$ $n_2 = 4$

TABEAU 7 - Désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$

L'ensemble de ces données, combiné au temps observable calculé dans la seconde partie, nous permettra de calculer dans la troisième partie le taux absolu de la désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ .



C/ = PONDERATION DES EVENEMENTS AMBIGUS

∞ : ∞

Nous avons vu que parmi les candidats aux désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  se trouvaient de faux événements. Nous avons pu réduire ces faux événements à d'autres types de désintégrations des  $K^0$ . Pour chaque événement nous avons donc effectué un ajustement cinématique dans les diverses hypothèses possibles.

On sait bien que la connaissance des  $\chi^2$  dans les multiples hypothèses possibles sur un événement ne permet pas de calculer la probabilité qu'il soit de l'un des types de désintégration possibles. Pour comparer sur un événement deux hypothèses A et B il faudrait connaître la probabilité  $P_A(\chi^2_A, \chi^2_B) d\chi^2_A d\chi^2_B$ , probabilité d'obtenir  $\chi^2_A$  dans l'hypothèse A et  $\chi^2_B$  dans l'hypothèse B, pour un événement du type A. Il faudrait évidemment connaître aussi  $P_B(\chi^2_A, \chi^2_B) d\chi^2_A d\chi^2_B$ .

$$\text{On connaît bien } P_A^0(\chi^2_A) d\chi^2_A = d\chi^2_A \int P_A d\chi^2_B$$

$$\text{et } P_B^0(\chi^2_B) d\chi^2_B = d\chi^2_B \int P_B d\chi^2_A$$

Ce sont les lois du  $\chi^2$ , qui sont indépendantes des erreurs et des configurations d'événements a priori possibles, pour des équations de contraintes suffisamment linéaires.

Par contre  $P_{A(\text{ou } B)}(\chi^2_A, \chi^2_B) d\chi^2_A d\chi^2_B$  dépend des incertitudes de mesures et de la répartition a priori des événements du type A (ou B).

Le calcul de ces probabilités est possible dans le cas de contraintes linéaires ; mais en général il n'est pas possible de donner une solution analytique

au problème. Une méthode de Monte-Carlo est possible, mais on attend d'elle une distribution à autant de variables qu'il y a d'hypothèses à tester ; le nombre de tirage au sort sera donc élevé et devra être recommencé autant de fois qu'il y a d'événements ambigus pour tenir compte des erreurs individuelles des candidats

Nous avons donc employé une méthode, qui utilisait l'information donnée par les  $\chi^2$ , et faisant en outre intervenir pour chaque événement la probabilité a priori de sa configuration.

## 1/ CAS GENERAL

Soit un lot de N événements sur lesquels on a effectué la mesure d'un certain nombre de quantités, que nous symboliserons par  $\{x\}$ . On sait à l'avance les diverses hypothèses à faire sur ces événements. Nous nous plaçons en outre dans le cas idéal où nous savons calculer dans chacune des hypothèses  $H_\alpha$  la probabilité  $P_\alpha(\{x\})$  d' $\{x\}$  d'obtenir les valeurs  $\{x\}$ . Nous imposons en outre aux  $P_\alpha$  la condition de normalisation

$$\int P_\alpha(\{x\}) d\{x\} = 1,$$

l'intégration étant effectuée sur toutes les valeurs de  $\{x\}$  pouvant se présenter dans le lot d'événements.

Ces  $P_\alpha(\{x\})$  d' $\{x\}$  peuvent être par exemple les  $P_{A \text{ ou } B}(\chi^2_A, \chi^2_B)$   $d\chi^2_A d\chi^2_B$  dont nous avons parlé plus haut.

Sans préciser pour l'instant notre choix de  $\{x\}$ , voyons comment la connaissance des  $P_\alpha(\{x\})$  nous permettra de calculer le nombre d'événements de chaque type présents dans le lot initial.

Soit  $n_\alpha$  le nombre moyen d'événements du type  $\alpha$  présents dans le lot. La probabilité d'avoir observé les  $\{x\}_i$  ( $i = 1, N$ ) présents dans le lot est

$$\frac{1}{N!} e^{-\sum_\alpha n_\alpha} \prod_{i=1}^N \left( \sum_\alpha n_\alpha P_\alpha(\{x\}_i) \right) d\{x\}_i$$



Nous en déduisons la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}(n_\alpha; \{x\}_i) = e^{-\sum_\alpha n_\alpha} \prod_{i=1}^N \left[ \sum_\alpha n_\alpha P_\alpha(\{x\}_i) \right]$$

On voit facilement que les valeurs  $n_\alpha^0$  des  $n_\alpha$  qui maximisent  $\mathcal{L}$  sont solutions de

$$n_\alpha^0 = \frac{N}{\sum_{i=1}^N} \frac{n_\alpha^0 P_\alpha(\{x\}_i)}{\sum_{\beta} n_\beta^0 P_\beta(\{x\}_i)} \quad (1)$$

On vérifie que les valeurs  $n_\alpha^0$  sont telles que :

$$\sum_\alpha n_\alpha^0 = N.$$

On peut interpréter les équations (1) d'une façon différente : une fois obtenus les  $n_\alpha^0$  (par itération par exemple), on peut considérer pour l'événement  $i$  la quantité

$$\frac{n_\alpha^0 P_\alpha(\{x\}_i)}{\sum_{\beta} n_\beta^0 P_\beta(\{x\}_i)}$$

comme son "poids" dans l'hypothèse  $\alpha$ .

Signalons aussi que l'un des  $P_\alpha(\{x\})$  peut dépendre de paramètres supplémentaires  $\rho$ , que nous cherchons à déterminer. La nouvelle fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L}(n_\alpha, \rho; \{x\}_i) = e^{-\sum_\alpha n_\alpha} \prod_{i=1}^N \left[ n_{\alpha_0} P_{\alpha_0}(\rho, \{x\}_i) + \sum_{\alpha \neq \alpha_0} n_\alpha P_\alpha(\{x\}_i) \right]$$

Le système d'équations à résoudre pour trouver les  $n_\alpha^0$  et  $\rho^0$  est

$$n_\alpha^0 = \frac{N}{\sum_{i=1}^N} \frac{n_\alpha^0 P_\alpha(\{x\}_i)}{\sum_{\beta} n_\beta^0 P_\beta(\{x\}_i)}$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{n_{\alpha_0}^0}{\sum_{\beta} n_\beta^0} \frac{\partial P_{\alpha_0}}{\partial \rho^0}(\rho^0, \{x\}_i) = 0 \quad (\text{autant d'équations qu'il y a de } \rho \text{ à déterminer}).$$

Nous avons par la méthode ci-dessus obtenu des équations faciles à résoudre par itération. Il reste à faire le choix des  $\{x\}$ .

Nous prendrons pour  $\{x\}$  l'ensemble des quantités dynamiques mesurées sur un événement ; ce sont les moments et angles des traces chargées, les angles des traces neutres.

Faisons le changement de notations :

$$\begin{aligned} \{x\} &= x_1, \dots, x_\mu, \dots, x_n \\ d\{x\} &= \prod_{\mu=1}^n dx_\mu \end{aligned}$$

Appelons  $x_k^*$  l'ensemble des  $n - j$  variables indépendantes dont dépend la désintégration  $H_\alpha$ . La probabilité d'avoir mesuré les  $x_\mu$  (supposés sans corrélation pour la clarté du calcul) s'écrit très simplement :

$$P_\alpha(x_\mu) \prod dx_\mu = \left( \prod \frac{dx_\mu}{\sigma_\mu} \right) \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int p_\alpha(x_k^*) e^{-\sum_{\mu} \frac{(x_\mu - x_\mu^*(x_k^*))^2}{2\sigma_\mu^2}} \prod_{k=1}^{n-j} dx_k^*$$

avec la condition  $\int p_\alpha(x_k^*) \prod dx_k^* = 1$

Les  $x_\mu^*(x_k^*)$  sont les valeurs des variables  $x_\mu$  que l'on peut calculer à partir des  $x_k^*$  ; elles sont donc liées par  $j$  équations de contraintes  $C_\lambda (x_\mu^* = 0 (\lambda = 1, j))$ .

$p_\alpha(x_k^*) \prod dx_k^*$  est la probabilité a priori d'obtenir les  $x_k^*$  (que l'on peut connaître entièrement, ou qui dépendra des paramètres à déterminer  $\rho$  dont nous avons parlé précédemment). Les  $\sigma_\mu$  sont les incertitudes de mesure sur les  $x_\mu$ .

On ne change pas le membre de droite en le multipliant par

$$\prod_{\lambda=1}^j \int \delta(C_\lambda) dC_\lambda = 1. \text{ Donc}$$

$$P_\alpha(x_\mu) \prod dx_\mu = \left( \prod \frac{dx_\mu}{\sigma_\mu \sqrt{2\pi}} \right) \int p_\alpha(x_k^*) \left[ \prod_{\lambda=1}^j \delta(C_\lambda) \right] e^{-\sum_{\mu} \frac{(x_\mu - x_\mu^*(x_k^*))^2}{2\sigma_\mu^2}} \prod_{k=1}^{n-j} dx_k^* \prod_{\lambda=1}^j dC_\lambda$$

L'ajustement des variables  $x_\mu$  dans l'hypothèse  $H_\alpha$  donne un  $\chi^2$ ,  $\chi^2_\alpha$ , et des valeurs ajustées des  $x_\mu$  que nous appellerons  $x_{\mu f}$ . A ces valeurs des  $x_{\mu f}$  correspondent les valeurs  $x_{kf}^*$  des  $x_k^*$ .

Posons  $\Delta x_\mu^* = x_\mu^*(x_{kf}^*) - x_{\mu f}$ .

L'exposant de l'exponentielle s'écrit alors :

$$\frac{1}{2} \left[ \chi_{\alpha}^2 - 2 \sum_{\mu=1}^n \frac{(x_{\mu} - x_{\mu f}) \Delta x_{\mu}'}{\sigma_{\mu}^2} + \sum_{\mu} \frac{\Delta x_{\mu}'^2}{\sigma_{\mu}^2} \right]$$

Nous voyons alors que seules vont contribuer au résultat les valeurs de  $x_k^*$  telles que les  $\Delta x_{\mu}'$  soient de l'ordre de grandeur des  $\sigma_{\mu}$ . Dans ce volume la

quantité  $\sum \frac{(x_{\mu} - x_{\mu f}) \Delta x_{\mu}'}{2 \sigma_{\mu}^2}$  est négligeable.

Au voisinage des valeurs  $x_{kf}^*$  des  $x_k^*$  développons linéairement les équations de contrainte :

$$C_{\ell} = \sum_{\mu} \left( \frac{\partial C_{\ell}}{\partial x_{\mu}'} \right) x_{\mu f} \Delta x_{\mu}'$$

Réécrivons maintenant  $P_{\alpha}(x_{\mu}) \Pi dx_{\mu}$  :

$$P_{\alpha}(x_{\mu}) \Pi dx_{\mu} = \left( \Pi \frac{dx_{\mu}}{\sigma_{\mu} \sqrt{2\pi}} \right) e^{-\chi_{\alpha}^2/2} \int P_{\alpha}(x_k^*) \prod_{\ell=1}^j \delta \left( \sum_{\mu} \frac{\partial C_{\ell}}{\partial x_{\mu}'} \Delta x_{\mu}' \right) e^{-\sum \frac{\Delta x_{\mu}'^2}{2 \sigma_{\mu}^2}} \Pi dx_k^* \Pi dC_{\ell}$$

Les  $x_k^*$  et les  $C_{\ell}$  sont des fonctions des  $x_{\mu}'$ . Appelons J le jacobien

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1^*}{\partial x_1'} & \dots & \frac{\partial x_k^*}{\partial x_1'} & \dots & \frac{\partial x_{n-j}^*}{\partial x_1'} & \frac{\partial C_1}{\partial x_1'} & \dots & \frac{\partial C_{\ell}}{\partial x_1'} & \dots & \frac{\partial C_j}{\partial x_1'} \\ \frac{\partial x_1^*}{\partial x_{\mu}'} & \dots & \frac{\partial x_k^*}{\partial x_{\mu}'} & \dots & \frac{\partial x_{n-j}^*}{\partial x_{\mu}'} & \frac{\partial C_1}{\partial x_{\mu}'} & \dots & \frac{\partial C_{\ell}}{\partial x_{\mu}'} & \dots & \frac{\partial C_j}{\partial x_{\mu}'} \\ \frac{\partial x_1^*}{\partial x_n'} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial x_{n-j}^*}{\partial x_n'} & \frac{\partial C_1}{\partial x_n'} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial C_j}{\partial x_n'} \end{vmatrix}$$

$P_{\alpha}(x_{\mu})$  s'écrit maintenant :

$$P_{\alpha}(x_{\mu}) \Pi dx_{\mu} = \prod_{\mu=1}^n \left( \frac{dx_{\mu}}{\sigma_{\mu} \sqrt{2\pi}} \right) e^{-\chi_{\alpha}^2/2} \int P_{\alpha}(x_k^*) \left( \prod_{\ell=1}^{n-j} \delta \left( \sum_{\mu=1}^n \frac{\partial C_{\ell}}{\partial x_{\mu}'} \sigma_{\mu} \frac{\Delta x_{\mu}'}{\sigma_{\mu}} \right) \right) J e^{-\sum \frac{\Delta x_{\mu}'^2}{2 \sigma_{\mu}^2}} \Pi d \frac{\Delta x_{\mu}'}{\sigma_{\mu}}$$

L'intégration est alors triviale et donne :

$$P_{\alpha}(x_{\mu}) \prod_{\mu=1}^n dx_{\mu} = \prod_{\mu=1}^n dx_{\mu} \frac{e^{-\chi_{\alpha}^2/2}}{(2\pi)^{j/2}} p(x_{kf}^*) \frac{J_f}{\sqrt{|D|_f}}$$

D étant le déterminant

$$D_{\nu\rho} = \sum_{\mu=1}^n \frac{\partial C_{\nu}}{\partial x_{\mu}^{\nu}} \frac{\partial C_{\rho}}{\partial x_{\mu}^{\rho}} \sigma_{\mu}^2$$

L'indice f indique qu'il faut prendre la valeur de ces quantités pour les valeurs  $x_{\mu}^{\nu} = x_{\mu f}^{\nu}$ .

Pour aboutir à ce résultat nous avons dû faire l'hypothèse qu'au voisinage des  $x_{kf}^*$ , la fonction  $p_{\alpha}(x_k^*)$  varie suffisamment lentement pour l'exponentielle  $e^{-\frac{\Delta x_{\mu}^2}{2\sigma_{\mu}^2}}$  soit importante seulement au voisinage des  $x_{kf}^*$ , hypothèse d'autant plus valable que les  $\sigma_{\mu}$  sont faibles. L'expression obtenue est néanmoins très satisfaisante car elle fait intervenir ce que raisonnablement nous pensions trouver

- un terme  $e^{-\chi_{\alpha}^2/2}$ , tenant compte de la "distance de l'événement à l'hypothèse  $H_{\alpha}$ "
- un terme  $p(x_{kf}^*)$ , qui exprime la probabilité a priori de la configuration ajustée ce qui est normal : si l'ajustement donne une configuration très peu probable dans l'hypothèse  $H_{\alpha}$ , il faudra plutôt chercher à interpréter l'événement comme étant d'un autre type.

Signalons en outre :

- 1) qu'il ne faut pas s'étonner d'obtenir  $e^{-\chi_{\alpha}^2/2}$  et non pas  $e^{-\chi_{\alpha}^2/2} (\chi_{\alpha}^2)^{j/2-1}$ , nous avons calculé la probabilité d'obtenir la configuration  $x_{\mu}$  et non pas la probabilité d'apparition de  $\chi_{\alpha}^2$ .
- 2) que le déterminant D, qui apparaît lors de l'intégration sur les distributions  $\delta(C_{\rho})$ , intervient dans la méthode d'ajustement des variables par les multiplicateurs de Lagrange. On peut donc l'obtenir en même temps que  $\chi_{\alpha}^2$  et les  $x_{\mu f}^{\nu}$ .

On peut d'ailleurs voir que dans le cas  $j = 1$  (une seule équation de contrainte), on peut remplacer

$$\frac{1}{\sqrt{|D|}} \text{ par } \sqrt{\frac{x_\alpha^2}{|C(x_\mu)|}}$$

$|C(x_\mu)|$  étant le module de l'équation de contrainte, valeur prise pour les  $x_\mu$  expérimentaux.

- 3) qu'avec la condition  $\int p_\alpha(x_k^*) \prod_1^{n-j} dx_k^* = 1$ , que nous avons imposée, nous aboutissons à des  $P_\alpha(x_\mu)$  tels que

$$\int P_\alpha(x_\mu) \prod dx_\mu = 1,$$

qui répondent donc bien à la condition de normalisation exigée par le maximum de vraisemblance.

- 4) que le calcul du Jacobien  $J$  n'est pas aussi redoutable qu'il pourrait sembler. Nous donnons dans l'appendice I les expressions de  $J$  obtenues dans notre cas : elles sont très simples, et il semble qu'il doive toujours en être de même à condition de prendre comme  $x_k^*$  des paramètres naturels des désintégrations.

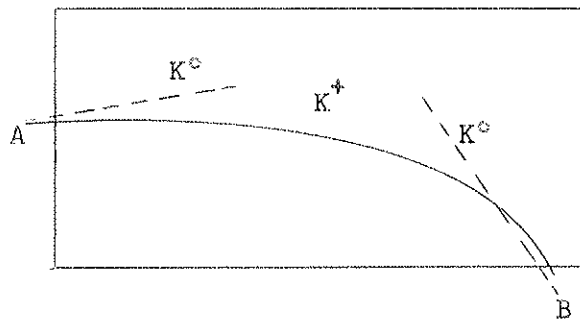
#### APPLICATION AUX DESINTEGRATIONS $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

L'application directe des résultats précédents n'est pas possible pour plusieurs raisons.

- a) Nous avons fait remarquer que la condition de normalisation  $\int p_\alpha(x_k^*) \prod dx_k^*$  sur les variables indépendantes de la désintégration entraînait  $\int P_\alpha(x_\mu) \prod dx_\mu = 1$ . Ceci n'est vrai que si nous n'effectuons aucune coupure sur les événements : il faudrait alors normaliser de façon différente  $p_\alpha(x_k^*) \prod dx_k^*$ , ou apporter un facteur correctif à  $P_\alpha(x_\mu) \prod dx_\mu$ , ce qui revient au même. Dans notre cas les facteurs correctifs doivent tenir compte à la fois des coupures géométriques et d'une sélection supplémentaire que nous devons faire après les résultats de l'analyse cinématique. En effet, nous avons vu dans le paragraphe "bruit de fond" qu'il était nécessaire

d'introduire une sélection cinématique pour éliminer complètement certains types de faux événements : les calculs approchés que nous avons fait supposaient une sélection cinématique parfaite ce qui n'est pas réalisable ; néanmoins l'estimation du nombre de faux événements ne sera pas très modifiée si nous effectuons une coupure en  $\chi^2_{\pi^+\pi^-\pi^0}$ , telle que le volume d'acceptance d'un candidat ne soit pas très différent de celui que l'on aurait sans erreurs de mesure. Une coupure en  $\chi^2_{\pi^+\pi^-\pi^0}$  à 2.707 nous a semblé correcte, car elle correspond à des événements pas trop éloignés des véritables désintégrations, tout en ne rejetant que 10 % de celles-ci.

Cette sélection cinématique nous permet donc d'espérer que notre lot ne contient plus que des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$  et  $K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Mais nous ne sommes pas sûrs a priori que toutes les désintégrations observées et retenues viennent de l'intérieur de la chambre. Nous avons dit dans les préliminaires que nous attendions un flux de  $K_2^0$  produits à l'extérieur du volume visible. Une étude de cette contamination, exposée dans la thèse de M. B. Aubert (11), limite les sources extérieures de  $K_2^0$  à deux régions bien précises :



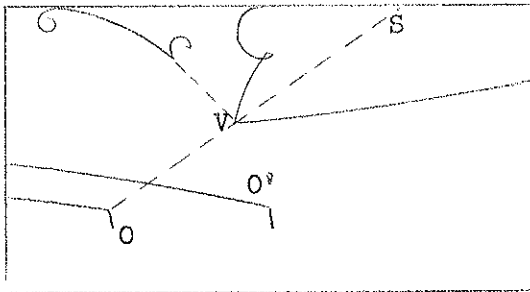
La région A représente la fenêtre d'entrée de la chambre et les premiers centimètres de liquide traversés, non visibles sur les photographies. En B les  $K^+$  n'ayant pas interagi dans la chambre peuvent produire des échanges de charge avec émission des  $K^0$  vers l'arrière.

Il est a priori possible que des  $K_2^0$  produits en A ou B, puissent avoir une origine cinématiquement compatible à l'intérieur de la chambre : de tels événements doivent être rejetés car le calcul du temps observable fait à l'aide de  $K_1^0$  dont les origines sont dans le volume sensible, ne peut en tenir compte. On peut se convaincre que la contamination de tels événements est négligeable. Pour le calcul

il faut que nous connaissions la probabilité pour qu'une désintégration d'un  $K^0$  émis en A ou B soit retenue avec une origine visible dans la chambre. La méthode employée a été la suivante : en utilisant partiellement le programme de calcul du temps observable, nous avons généré à partir d'origines visibles dans la chambre des désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Sur les paramètres dynamiques de ces désintégrations nous avons apporté des déviations gaussiennes, dont l'écart était sensiblement celui des variables mesurées sur nos candidats. Les événements ainsi fictivement mesurés étaient analysés cinématiquement à l'aide du test d'hypothèse (4), avec leur véritable origine et avec de fausses origines choisies au hasard dans notre lot.

En ajustant les événements avec leur véritable origine nous avons vérifié que la coupure à  $\chi^2_{\pi^+ \pi^- \pi^0} = 2.707$  correspondant bien à 10 % de rejet (le test a été effectué sur 400 événements fictifs). Nous avons également obtenu de cette façon une distribution des moments de  $K^0$  après ajustement en fonction du moment véritable. Nous aurons à utiliser ces résultats dans le chapitre IIB4.

Le résultat des ajustements avec de fausses origines a montré que la compatibilité cinématique avec une fausse origine, avec une coupure en  $\chi^2_{\pi^+ \pi^- \pi^0}$  à 2.707, est de l'ordre de 14 %. En fait le calcul que nous avons fait n'est pas parfait, car nous avons tiré au sort le point de désintégration V sur la ligne de

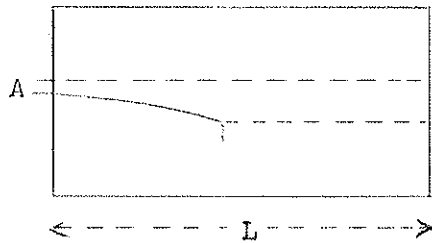


vol OS. L'événement était ensuite ajusté cinématiquement avec O'. Il aurait fallu tenir compte des pertes géométriques d'événements qui font que la distance moyenne OV est bien inférieure à  $\frac{OS}{2}$  : les événements sont donc plus près de leur origine en moyenne, et la chance qu'ils trouvent une origine O' compatible est diminuée.

Le chiffre de 14 % est néanmoins suffisamment faible pour exclure presque totalement les événements venant de l'extérieur (l'hypothèse que la compatibilité cinématique avec une fausse origine d'un événement venant de l'extérieur est également de 14 % ne peut qu'augmenter l'évaluation de la contamination).

Parmi nos événements aucun ne serait compatible avec une origine située dans la région B. Il reste donc à estimer la contamination due aux  $K^0_2$  produits en A. Une limite supérieure de la contamination pourra être obtenue de la manière

suivante : nous supposerons que les  $K_2^0$  sont tous émis vers l'avant.



La longueur potentielle d'un événement produit en A est L, alors que la longueur potentielle moyenne d'un  $K^0$  produit dans la chambre n'est que  $\frac{L}{2}$ . Appelons  $\epsilon$  l'épaisseur de liquide équivalent à la source A. Le rapport des événements produits à l'extérieur au nombre d'événements produits dans le volume visible est

$$r = \frac{2 \cdot \epsilon}{L}$$

Introduisons maintenant la compatibilité cinématique. Nous avons dit que la probabilité de retenir un événement avec une fausse origine est de 14 %. Quand plusieurs origines sont présentes cette probabilité augmente : si n origines sont présentes dans la chambre, la chance de retenir l'événement est  $1 - (1 - (0,14))^n = 1 - 0,86^n$ . Nous supposerons que n est réparti de façon poissonnienne autour de  $\bar{n} = 0,85$  (donnée expérimentale, déduite de l'étude des  $K_1^0$ ). Nous pouvons écrire :

$$r = \frac{2 \cdot \epsilon}{0,9 L} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!} (1 - 0,86^n) = \frac{2 \cdot \epsilon}{0,9 L} (e^{-\bar{n}} - e^{-\bar{n}} \times 0,86)$$

Pour  $\epsilon = 7$  cm,  $L = 100$  cm

$$r \approx 1 \%$$

Cette limite supérieure du nombre d'événements venant de l'extérieur est très faible. Nous sommes donc presque sûrs de n'avoir dans le lot que des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  produites dans le volume visible et ce qui reste des désintégrations  $\pi^+ \pi^- \gamma$  et  $\pi^+ \pi^-$  après la coupure en  $\chi^2_{\pi^+ \pi^- \pi^0}$  à 2.707.

Il reste à résoudre le problème de la renormalisation de  $P_{\alpha}(x_{\mu}) \Pi dx_{\mu}$ , ( $\alpha = \pi^+ \pi^- \pi^0, \pi^+ \pi^- \gamma, \pi^+ \pi^-$ ). Nous devons également aborder la question des origines multiples.



b) Il arrive qu'un candidat ait plusieurs origines possibles dans le volume visible. Le calcul des  $P_\alpha(x_\mu) \Pi dx_\mu$  était fait dans le cas où les diverses hypothèses se referaient à la même origine : nous calculions la probabilités qu'un événement du type  $\alpha$  produit en cette origine se présente avec  $\theta_{K^0}, \phi_{K^0}, p_{\pi^+}, \theta_{\pi^+}, \phi_{\pi^+}, p_{\pi^-}, \theta_{\pi^-}, \phi_{\pi^-}, p_\gamma, \theta_\gamma, \phi_\gamma$ . Pour résoudre le problème dans le cas d'origines multiples il faut calculer la probabilité pour qu'un événement du type  $\alpha$ , produit en l'une des origines, de coordonnées  $x_0, y_0, z_0$  se désintègre en  $x, y, z$  avec  $p_{\pi^+}, \theta_{\pi^+}, \phi_{\pi^+}$  etc... Nous devons alors nécessairement faire intervenir le temps auquel s'est produit la désintégration, alors qu'avec une seule origine ce n'était pas nécessaire (mais possible).

Les variables indépendantes, dans notre cas, sont :  $p_{K^0}, \theta_{K^0}, \phi_{K^0}$  et les variables indépendantes dans le centre de masse de la désintégration.

Dans le cas de la désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , on obtient :

$$P_{\pi^+ \pi^- \pi^0} \text{ origine A} = \left[ \frac{P(\theta_f, \phi_f, p_f) P(t)}{l^2 \frac{p_{K^0_f} c}{M_{K^0} c^2}} \frac{J_f e^{-\chi^2/2} p(x_f^*)}{(2\pi)^{1/2} \sqrt{|c|}} \right]_A$$

l'indice f indiquant qu'il faut prendre la valeur pour les variables ajustées. L'indice A qu'il faut se servir des résultats de l'ajustement avec l'origine A.

$P(\theta_f, \phi_f, p_f) d\theta_f d\phi_f =$  probabilité qu'un  $K^0$  soit émis à l'angle  $\theta_f, \phi_f$ , avec le moment  $p_f$

$$P(t) = e^{-t/\tau_2} \frac{dt}{\tau_2}$$

$l =$  distance de la désintégration à l'origine.

La renormalisation de P doit tenir compte des coupures géométriques aussi bien que des coupures opérées lors de la sélection des événements. Elle n'est donc pas facile à calculer. Mais remarquons que si nous incluons également dans  $P_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0}$  la probabilité d'avoir une origine en  $(x_0, y_0, z_0)$ , la probabilité que le 2e  $\gamma$  ne se soit pas matérialisé et que les deux  $\Pi$  n'interagissent pas, nous avons

$$\int P_{\pi^+ \pi^- \pi^0} \Pi dx_\mu^0 = \text{temps observable à } l \gamma / \tau_2$$

x proportion d'événements dont  $\chi^2_{\pi^+ \pi^- \pi^0} < \chi_0^2$

Or nous savons calculer ces deux quantités.

En fait si nous cherchons à estimer le taux absolu de la désintégration et non plus le nombre  $n_{\pi^+\pi^-\pi^0}$  de désintégrations retenues après la sélection géométrique et cinématique, le temps observable T et le facteur de compatibilité cinématique  $\eta$  s'éliminent des poids accordés aux événements ambigus. En effet on peut écrire

$$n_{\pi^+\pi^-\pi^0} = \Gamma \eta \times \text{temps observable à } 1 \gamma$$

Dans les équations  $n_{\alpha}^0 = \frac{N \sum_{\alpha} P_{\alpha}^{\nu} (\{x\}_i)}{1 \sum_{\beta} P_{\beta}^{\nu} (\{x\}_i)}$ , où les  $P^{\nu}$  sont normalisés à l'unité pour

les événements retenus, on peut remplacer  $n_{\pi^+\pi^-\pi^0}^0$   $P_{\pi^+\pi^-\pi^0}^{\nu}$  par  $N_0 \tau_2 P_{\pi^+\pi^-\pi^0}$ , où  $P_{\pi^+\pi^-\pi^0}$  est la fonction que nous savons calculer et  $N_0$  le nombre de  $K_2^0$  produits dans l'expérience.

Il est d'ailleurs normal que le temps observable et  $\eta$  n'interviennent pas dans les poids accordés aux événements ambigus : la probabilité qu'un événement soit d'un type de désintégration ne doit pas dépendre des coupures effectuées sur les autres événements.

Cette remarque va nous permettre de traiter le problème de la renormalisation de  $P_{\pi\pi\gamma}^{\nu}$  et  $P_{K_1^0}^{\nu}$ . Il suffit de connaître le nombre de désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  et  $K_1^0$  associées à un  $\gamma$  aléatoire produites dans l'expérience.

Nous avons opéré de la façon suivante :

- pour les désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi\pi\gamma$  nous avons fait l'hypothèse que ce sont des désintégrations radiatives de  $K_1^0$ . Nous avons déjà fait (12) une estimation du rapport de branchement  $\frac{K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma}{K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-}$ , et nous trouvons un résultat compatible

avec la prédiction théorique d'un processus radiatif (13). La pondération de l'hypothèse  $K^0 \rightarrow \pi\pi\gamma$  a donc été effectuée en supposant que seuls les  $K_1^0$  peuvent se désintégrer suivant ce mode, avec le rapport de branchement  $2,5 \cdot 10^{-3}$ .

- Nous pouvons estimer, parmi les événements non retenus par la coupure en  $\chi_{\pi^+\pi^-\pi^0}^2$  à 2,707, le nombre de désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  sans commettre une grande erreur. Ce nombre, corrigé pour les pertes géométriques sur les  $2\pi$ , nous a servi à pondérer l'hypothèse  $K_1^0$ .

Appelons  $N_{\pi\pi\gamma}$  et  $N_{K_1^0}$  les nombres d'événements ainsi calculés. Le taux absolu  $\Gamma$  sera tiré de l'équation :

$$\Gamma T \eta = \sum \frac{N \Gamma N_{O^2} P_{\pi^+\pi^-\pi^0} (\{x\}_i)}{1 \Gamma N_{O^2} P_{\pi^+\pi^-\pi^0} + N_{\pi\pi\gamma} P_{\pi^+\pi^-\gamma} + N_{K_1^0} P_{K_1^0}}$$

Dans cette expression  $\eta$  n'est pas tout à fait égal à 0,9, valeur théorique correspondant à la coupure en  $\chi_{\pi^+\pi^-\pi^0}^2$  à 2,707. Il faut en effet tenir compte du fait que l'on peut attribuer à certains événements plusieurs origines présentes dans la chambre : la chance de les retenir en est augmentée. En utilisant la valeur de la compatibilité cinématique avec une fausse origine (0,14), obtenue plus haut, et la fréquence a priori du nombre d'origines dans la chambre, on trouve que 0,9 doit être remplacé par 0.903. Remarquons également que  $P_{\pi^+\pi^-\pi^0}$  dépend de la forme de l'élément de matrice de la désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ .

Les résultats de ce chapitre nous ont montré qu'il est impossible de traiter séparément le numérateur et le dénominateur de l'expression de  $\Gamma$  donnée dans les préliminaires, ceci par suite de la présence d'événements ambigus. Le tableau 8 donne l'ensemble des données obtenues jusqu'ici, données qui seront utilisées dans la troisième partie de cet exposé.

La seule modification à leur apporter est la correction des pertes d'événements subies au dépouillement : c'est l'objet du chapitre suivant.

		1er mélange	2è mélange	3è mélange	
				Paris	Milan
Nombre de photographies dépouillées		94650	108675	58700	40000
Proportion de photographies dépouillées 2 fois (1)		$\alpha = 0,732$	$\alpha = 0,722$	$\alpha = 1$	$\alpha = 0,484$
Evts à 2 photons	% d'événements retenus par la coupure en $\chi^2$	0,90	0,98	0,90	0,90
	Nombre d'événements	4	7	7	3
Evénements à 1 photon	% d'événements retenus par la coupure en $\chi^2$	0,903	0,903	0,903	0,903
	Nombre de candidats	16	25	11	10
	Evénements "sûrs" (2)	12	22	9	10
	Evénements ambigus	4	3	2	0
Efficacité de dépouillement (1)		$C = 8$ $n_1 = 5$ $n_2 = 6$ $n_3 = 1$	$C = 15$ $n_1 = 5$ $n_2 = 6$ $n_3 = 6$	$C = 6$ $n_1 = 4$ $n_2 = 8$	(3)

TABLEAU 8

- (1) Les notations adoptées sont celles du chapitre ID
- (2) par événement sûr nous entendons un candidat pour lequel à la fois  $\chi_{\pi^+\pi^-\gamma}^2$  et  $\chi_{K_1^0}^2$  sont supérieurs à 20. Ces événements ont néanmoins été pondérés, et jamais les facteurs cinématiques n'ont pu compenser le terme  $e^{-\chi^2/2}$ .
- (3) Etant donné le petit nombre d'événements et la faible valeur de  $\alpha$  l'efficacité de dépouillement a été déterminée sur l'ensemble des candidats, avant la sélection cinématique. La valeur du paramètre  $\gamma$  (ID5) ainsi calculée est de 0,77.

## D/ - DETERMINATION D'UNE EFFICACITE DE DEPOUILLEMENT

- 3 -

La recherche des désintégrations neutres ou celle des ensembles de paires électron-positron semblant provenir du même point est un travail délicat et difficile. Il est donc très rare que tous les phénomènes soient notés au dépouillement.

Ce fait peut être attribué aux deux causes suivantes, essentiellement différentes :

- certains événements, étant donné leur configuration et leur situation dans le volume de la chambre sont plus difficiles à apercevoir
- l'attention du personnel chargé du dépouillement n'est pas parfaite.

La première cause laisse supposer des biais importants dans le lot d'événements trouvés. Dans le cas de notre expérience, les nombreuses coupures effectuées, aussi bien sur l'aspect des événements que sur leur position peuvent nous convaincre que ce n'est pas là qu'il faudrait chercher les raisons d'une efficacité de détection imparfaite.

Il est aisé de corriger les effets de l'inattention des dépouilleurs, en supposant que tout événement a la même probabilité d'être observé.

Cette probabilité n'est évidemment pas connue et il est clair qu'un seul dépouillement ne permet pas de la mesurer ; la nécessité d'un double dépouillement s'impose donc à l'expérimentateur. Plusieurs cas peuvent se présenter, que nous allons étudier dans ce qui suit à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance.

Rappelons notre hypothèse : tout événement a la même probabilité d'attirer l'attention du dépouilleur, et l'attention du dépouilleur reste constante au cours d'un dépouillement. Nous avons dit qu'il fallait effectuer deux dépouillements ; en général, on admet pour le premier et le second de ces dépouillements des "efficacités" différentes  $p_1$  et  $p_2$ , ce qui peut paraître artificiel car il est fréquent que les deux dépouillements soient effectués par les mêmes personnes et qu'ils se chevauchent dans le temps. Nous dirons que  $p_1$  et  $p_2$  sont les probabilités moyennes de noter un événement au premier et au second dépouillement.

Sur ces données nous allons étudier quelques cas fréquents de détermination d'une efficacité de dépouillement.

1) Le cas le plus simple est le suivant :

Les photographies sont dépouillées une première fois et le nombre d'événements retenus après coupures et analyse est  $N_1$ . Supposons que ce nombre d'événements soit suffisant pour donner la précision statistique souhaitée. Alors, du second dépouillement on ne tirera qu'une information ; parmi ces  $N_1$  événements,  $C$  ont été retrouvés. On évite aussi la mesure et l'analyse des nouveaux événements trouvés.

Soit  $n$  le nombre moyen d'événements du type cherché produits dans une série d'expériences identiques à celle que nous étudions. En fait  $n$  est le seul nombre qui nous intéresse car c'est lui qui est lié aux paramètres physiques que nous étudions ; pour nous,  $n$  est proportionnel au taux de désintégration  $\Gamma$ .

Dans l'expérience considérée,  $N$  événements se sont produits. Nous supposons  $N$  réparti suivant une loi de Poisson autour de  $n$

$$p(N) = e^{-n} \frac{n^N}{N!}$$

Parmi ces  $N$  événements  $C$  ont été vus aux deux dépouillements.  $n_1 = N_1 - C$  au premier dépouillement seulement et  $N - N_1$  n'ont pas été vus au premier dépouillement.

La probabilité d'avoir observé  $C$ ,  $N_1$  est donc  $p(n, p_1, p_2 ; C, N_1) =$

$$= \sum_N e^{-n} \frac{n^N}{N!} \frac{N!}{C! n_1! (N - N_1)!} (p_1 p_2)^C (p_1 (1 - p_2))^{n_1} (1 - p_2)^{N - N_1}$$

(où  $\frac{N!}{C! n_1! (N - N_1)!}$  est un facteur d'analyse combinatoire donnant le nombre de choix de C et  $n_1$  parmi N). Après sommation sur N, on obtient la fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}$  de  $n$ ,  $p_1$  et  $p_2$

$$\mathcal{L}(n, p_1, p_2 ; C, N_1) = \frac{1}{C! n_1!} e^{-np_1} (p_1 p_2)^C (p_1 (1 - p_2))^{n_1}$$

Les valeurs de  $n$ ,  $p_1$  et  $p_2$  rendant  $\mathcal{L}$  maximum sont solutions de

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = 0 \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = 0 \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = 0$$

On tire immédiatement de ces trois équations :

$$p_2 = \frac{C}{C + n_1}$$

Par suite de l'identité  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1}$ , nous ne pouvons pas déterminer à la fois  $p_1$  et  $n$ . Imposons donc  $p_1 = p_2$ , ce qui donne  $n = \frac{N_1^2}{C}$

Ce résultat, qui aurait pu être trouvé plus simplement, nous permet de préciser que  $n$  est non pas le nombre d'événements produits dans l'expérience, mais le nombre moyen d'événements produits dans des expériences similaires.

- 2) Quand on ne veut pas faire l'hypothèse  $p_1 = p_2$  ou qu'on a analysé les événements du second dépouillement, la solution mathématique est encore aisée.

Aux notations précédentes ajoutons que  $N_2 = C + n_2$  est le nombre d'événements trouvés au second dépouillement.

La fonction de vraisemblance est alors  $\mathcal{L}(n, p_1, p_2 ; C, N_1, N_2) =$

$$= \sum_{\mu} e^{-n} \frac{n^N}{N!} \frac{N!}{C! n_1! n_2! \mu!} (p_1 p_2)^C (p_1 (1 - p_2))^{n_1} (p_2 (1 - p_1))^{n_2} ((1 - p_1)(1 - p_2))^{\mu}$$

soit

$$\mathcal{L} = e^{-n} (1 - (1 - p_1)(1 - p_2))^n n^{C + n_1 + n_2} (p_1 p_2)^C (p_1 (1 - p_2))^{n_1} (p_2 (1 - p_1))^{n_2}$$

Les valeurs des plus probables de  $n$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  sont solutions de

$$(1) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = n (1 - p_2) (1 - p_1) p_1 - N_1 (1 - p_1) + n_2 p_1 = 0$$

$$(2) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = n(1-p_1)(1-p_2)p_2 - N_2(1-p_2) + n_1 p_2 = 0$$

$$(3) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = n(1 - (1-p_1)(1-p_2)) - (C + n_1 + n_2) = 0$$

C'est-à-dire :

$$\boxed{p_1 = \frac{C}{N_2} \quad p_2 = \frac{C}{N_1} \quad n = \frac{N_1 N_2}{C}}$$

3) Il est fréquent qu'on se limite à un second dépouillement partiel : en effet, sauf dans le cas de très mauvaises efficacités, le gain en nouveaux événements est faible et sans rapport avec le temps de dépouillement : on arrêtera le second dépouillement quand on estimera avoir suffisamment d'événements pour déterminer l'efficacité du dépouillement.

Nos notations sont maintenant : sur la partie des films dépouillée deux fois  $N_1 = C + n_1$  événements ont été notés la première fois,  $N_2 = C + n_2$ . Sur le reste des photographies dépouillées une fois seulement - avec l'efficacité  $p_1$  - on a trouvé  $n_1^0$  événements.

Les résultats de 1) et 2) nous indiquent que le nombre moyen d'événements  $n^0$  est donné par :

$$n^0 = \frac{N_1 N_2}{C} + \frac{n_1^0}{p_1} = \frac{N_1 N_2}{C} + n_1^0 \frac{N_2}{C}$$

4) On dispose cependant, en général, d'une information supplémentaire : sur la partie des films dépouillée deux fois doit se trouver une proportion  $\alpha$  du nombre moyen d'événements ; par exemple pour un lot de photographies homogènes, on attend sur les deux portions de films des nombres moyens d'événements proportionnels aux nombre de photographies qu'elles contiennent.

La nouvelle fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L}(n, p_1, p_2, \alpha; C, n_1, n_2, n^0) = \left\{ \sum_{\mu^0}^{\infty} e^{-\alpha n} \frac{(\alpha n)^{\mu^0}}{\mu^0!} \frac{n^{\mu^0}}{C(n_1! n_2! \mu^0!)} (p_1 p_2)^C (p_1(1-p_2))^{n_1} (p_2(1-p_1))^{n_2} ((1-p_1)(1-p_2))^{\mu^0} \right\} \times \left\{ \sum_{\nu=n_1^0}^{\infty} e^{-(1-\alpha)n} \frac{((1-\alpha)n)^{\nu}}{\nu!} \frac{\nu!}{n_1^0!(\nu-n_1^0)!} p_1^{n_1^0} (1-p_1)^{\nu-n_1^0} \right\}$$



Après sommations sur  $\mu^e$  ( $\mu^e \equiv \mu - C - n_1 - n_2$ ) et  $\nu$ , et en n'écrivant pas les termes constants

$$\mathcal{L} = e^{-n \cdot (1 - (1-p_1)(1-\alpha p_2))} \cdot n^{C+n_1+n_2+n_1^e} \cdot p_1^{N_1+n_1^e} \cdot p_2^{N_2(1-p_1)^{n_2} (1-p_2)^{n_1}}$$

Les valeurs de  $n$ ,  $p_1$  et  $p_2$  rendant  $\mathcal{L}$  maximum sont solutions de

$$(4) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = n (1 - \alpha p_2) p_1 (1 - p_1) - (N_1 + n_1^e) (1 - p_1) + n_2 p_1 = 0$$

$$(5) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = n (1 - p_1) \alpha p_2 (1 - p_2) - N_2 (1 - p_2) + n_1 p_2 = 0$$

$$(6) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = n (-1 + (1 - p_1) (1 - \alpha p_2)) + C + n_1 + n_2 + n_1^e = 0$$

Ces valeurs sont :

$$p_2 = \frac{C}{C + n_1}$$

$$n = N_1 + n_1^e + \frac{n_2}{\alpha} \frac{C + n_1}{C}$$

$$p_1 = \frac{N_1 + n_1^e}{n}$$

Si nous comparons la valeur ainsi obtenue de  $n$  à la valeur de  $n'$  obtenue en 3) sans tenir compte des proportionnalités à  $\alpha$  et  $1 - \alpha$ , nous remarquons que  $n$  est supérieur à  $n'$  si  $n_1^e$  est inférieur à  $N_1 \frac{1-\alpha}{\alpha}$  : cela se produit si on trouve au premier dépouillement moins d'événements dans le lot dépouillé une seule fois que ne le laissait prévoir le nombre d'événements trouvés sur l'autre lot.

5) Que deviennent les résultats précédents quand il y a dans le lot des événements ambigus ?

Il est facile de voir, qu'en faisant l'hypothèse que l'efficacité de dépouillement ne dépend pas de la nature de l'événement, les résultats de 4) combinés à ce que nous avons dit lors de la pondération des événements ambigus permettent d'écrire :

$$p_2 = \frac{C}{C + n_1}$$

$$p_1 = \frac{N_1 + n_1^0}{N_1 + n_1^0 + \frac{n_2}{\alpha p_2}}$$

$$\text{Posons } \gamma = 1 - (1 - p_1)(1 - \alpha p_2) = \frac{C + n_1 + n_2 + n_1^0}{n_2 \frac{C + n_1}{N_1 + n_1^0 + \frac{n_2}{\alpha} \frac{C}{C}}}$$

On a alors

$$\gamma n_\alpha^0 = \frac{C + n_1 + n_2 + n_1^0}{\sum_{i=1}^n} \frac{n_\alpha^0 P_\alpha(\{x\}_i)}{\sum_\beta n_\beta^0 P_\beta(\{x\}_i)}$$

$$0 = \frac{C + n_1 + n_2 + n_1^0}{\sum_{i=1}^n} \frac{n_\alpha^0 \frac{\partial P_\alpha(\rho, \{x\}_i)}{\partial \rho^\alpha}}{\sum_\beta n_\beta^0 P_\beta(\{x\}_i)}$$

(dans le cas où on cherche à déterminer un paramètre inconnu sur un des  $P_\alpha$ ).

## 6) Calcul des incertitudes

Nous avons vu précédemment que la méthode du maximum de vraisemblance permet de donner une solution simple au problème des efficacités de dépouillement. Il est par contre moins aisé d'affecter une incertitude au résultat.

Nous avons utilisé la méthode des intervalles de confiance, dont nous rappelons brièvement le principe :

On mesure  $n$  valeurs  $x_i$  d'une variable  $x$ , dont la densité de probabilité dépend d'un paramètre  $\alpha_v$  à déterminer. La probabilité d'obtenir  $x$  s'écrit donc  $p(\alpha_v, x) dx$ . On fait le choix d'un estimateur  $\varepsilon(x_i)$ , qui dans toute expérience à  $n$  observations de  $x$  donne une valeur estimée de  $\alpha_v$ . Construisons deux fonctions des  $x_i$  ( $i = 1, n$ ),  $f_1(x_i)$  et  $f_2(x_i)$ , répondant aux conditions suivantes :

$$1) f_1(x_i) < \varepsilon(x_i) < f_2(x_i)$$

2) sur un nombre infinis d'expériences, toutes avec n mesures de x, la proportion d'ensembles  $x_i$  tels que  $f_1(x_i) < \alpha_v < f_2(x_i)$  ne dépend pas de  $\alpha_v$ . Appelons C cette proportion :

$$C = \frac{\int_{\mathcal{D}_2} \prod_{i=1}^n p(\alpha_v, x_i) dx_i}{\int_{\mathcal{D}_1} \prod_{i=1}^n p(\alpha_v, x_i) dx_i}$$

$\mathcal{D}_1$  = toutes les valeurs des  $x_i$

$\mathcal{D}_2$  = les  $x_i$  sont tels que  $f_1(x_i) < \alpha_v < f_2(x_i)$

Si les conditions précédentes sont remplies, en disant que  $\alpha_v$  est compris entre  $f_1(x_i)$  et  $f_2(x_i)$  nous aurons C chances d'avoir raison.

Il n'est pas évident qu'on soit capable de construire  $f_1$  et  $f_2$ , pour une expression non triviale de  $p(\alpha_v, x)$ . Il n'est pas non plus évident que dans certains cas on ne puisse construire qu'un seul couple des fonctions  $f_1$  et  $f_2$ .

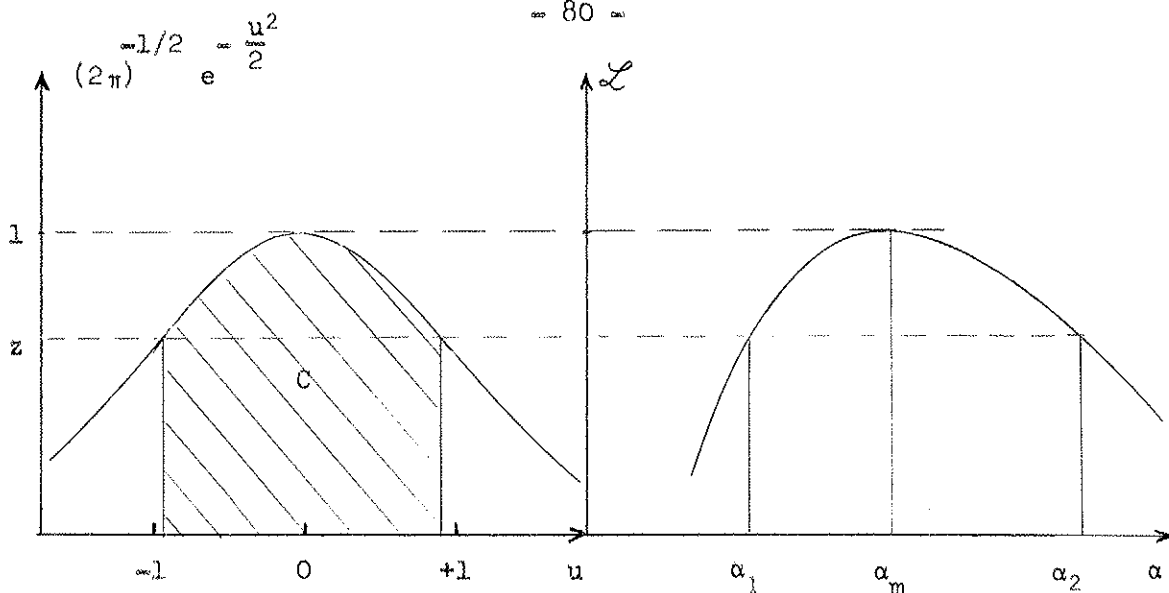
Cependant cette méthode permet d'obtenir des résultats particulièrement simples quand on cherche une estimation de  $\alpha_v$  par la méthode du maximum de vraisemblance : on peut montrer que lorsque  $\log \mathcal{L}(\alpha) = \sum_{i=1}^n \log p(\alpha, x_i)$  peut être assimilé à une fonction quadratique en  $\alpha$ , les intervalles de confiance se calculent de la façon suivante : cherchons y tel que

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-y}^y e^{-u^2/2} du = C$$

L'intervalle de confiance sur  $\alpha$  sera défini par  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  tels que

$$\log \mathcal{L}(\alpha_1 \text{ ou } \alpha_2) = \log \mathcal{L}(\alpha_m) - \frac{y^2}{2}$$

où  $\alpha_m$  est solution de  $\frac{\partial}{\partial \alpha} \log \mathcal{L}(\alpha_m) = 0$



Dans notre cas, la fonction de vraisemblance dépend de plusieurs paramètres, et en fait un seul d'entre eux nous intéresse : c'est le nombre moyen d'événements. Appelons  $\alpha$  le paramètre pour lequel nous voulons donner un intervalle de confiance, et  $\beta_j$  les autres paramètres dont dépend la fonction de vraisemblance. Dans les mêmes conditions asymptotiques que précédemment la façon d'opérer est la suivante : optimiser  $\mathcal{L}(\alpha, \beta_j, x_i)$  par rapport aux  $\beta_j$  en écrivant  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta_j} = 0$ , et en reportant les valeurs obtenues dans  $\mathcal{L}$ , qui s'écrit alors  $\mathcal{L}^{(j)}(\alpha, x_i)$ . Sur cette nouvelle fonction la méthode précédente est toujours valable.

L'application de cette méthode aux résultats des paragraphes précédents est relativement aisée : nous allons la faire dans les cas 2) et 4).

Dans le cas traité en 2), les équations  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = 0$  et  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = 0$  s'écrivent :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = n(1 - p_2)(1 - p_1)p_1 - N_1(1 - p_1) + n_2 p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = n(1 - p_1)(1 - p_2)p_2 - N_2(1 - p_2) + n_1 p_2 = 0$$

La solution de ce système pour une valeur de  $n$  fixée est donnée par

$$p_1 = N_1/k, \quad p_2 = N_2/k$$

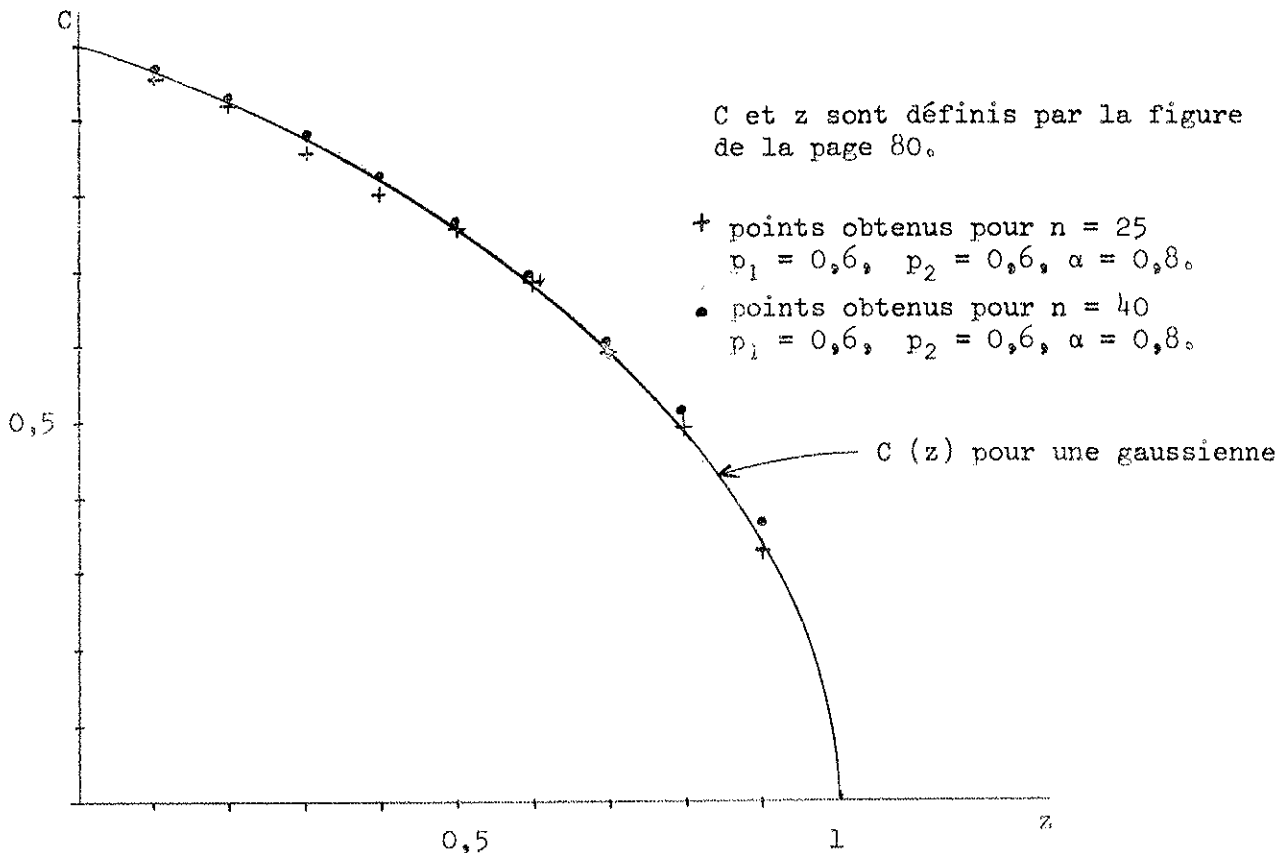
$k$  étant racine de

$$k^3 - (n + N_1 + N_2 - C)k^2 + n(N_1 + N_2)k - nN_1N_2 = 0$$

(équation que pour  $n > 0$  a une seule racine réelle supérieure à  $C + n_1 + n_2$ , donc rendant  $p_1$  et  $p_2$  inférieurs à l'unité). En reportant les expressions de  $p_1$  et  $p_2$  en fonction de  $n$  dans la fonction de vraisemblance, on obtient  $\mathcal{L}'(n)$ .

Dans le cas traité en 4),  $p_2$  est solution d'une équation du 4<sup>e</sup> degré. Nous donnons en appendice tous les détails relatifs à ce calcul.

Comme il ne semblait pas évident que la méthode exposée ci-dessus était valable dans notre cas, nous l'avons vérifiée pour des valeurs de  $n$ ,  $p_1$  et  $p_2$  voisine de celles présentées dans notre cas. Les résultats obtenus sont indiqués sur la figure suivante :



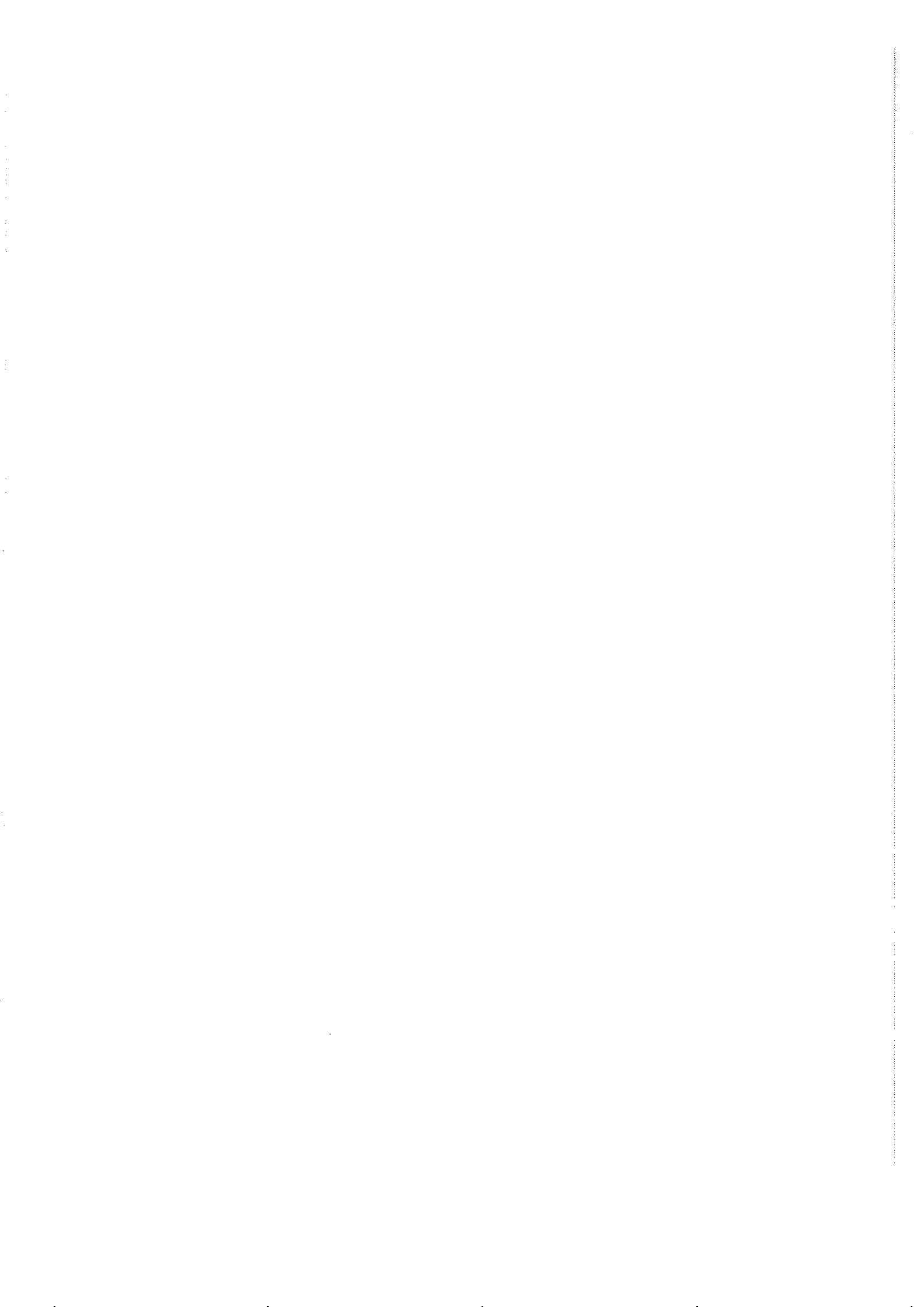
L'accord étant très satisfaisant, nous avons utilisé cette méthode pour déterminer tous nos intervalles de confiance, bien que la fonction de vraisemblance finale (3<sup>e</sup> partie), tenant compte des pertes d'événements au dépouillement, des événements ambigus, de la forme de l'élément de matrice de la désintégration, et de l'incertitude sur le temps observable s'écarte notamment de celles écrites dans ce chapitre.



SECONDE PARTIE

--:-

- A/ - QUANTITES NECESSAIRES AU CALCUL
- B/ - CALCUL DU TEMPS OBSERVABLE





L'analyse exposée dans la première partie nous a fourni le numérateur de l'expression du taux absolu donnée dans les préliminaires (C1). La seconde partie vise à l'estimation du dénominateur que nous appelons "temps observable" : c'est le temps total passé par les  $K_2^0$  dans le dispositif expérimental, en tenant compte de tous les critères de sélection que nous avons employés lors de la recherche des événements.

Avec les notations utilisées dans les préliminaires, la valeur du temps observable est donnée par :

$$T = N_0 \tau_2 \int \pi(q) n(q) dq$$

où  $N_0$  est le nombre de  $K_2^0$  produits dans l'expérience et  $\tau_2$  la vie moyenne de ces particules. La variable  $q$  représente l'ensemble des paramètres définissant la production des  $K^0$  ; pour rendre plus explicites nos notations, nous écrirons maintenant :  $q = (\vec{x}, \vec{p})$ ,  $\vec{x}$  étant le point de production d'un  $K_2^0$ ,  $\vec{p}$  son moment.

$\pi(\vec{x}, \vec{p}) d\vec{x} d\vec{p}$  est donc la probabilité qu'un  $K_2^0$  soit émis en  $\vec{x}$  avec le moment  $\vec{p}$ .  $\pi(\vec{x}, \vec{p})$  est évidemment telle que

$$\int \pi(\vec{x}, \vec{p}) d\vec{x} d\vec{p} = 1.$$

$n(\vec{x}, \vec{p})$  est la probabilité qu'on a de voir et de retenir une désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  (ou  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ ), pour un  $K^0$  émis en  $(\vec{x}, \vec{p})$ . Pour mettre en évidence toutes les quantités qui seront nécessaires au calcul de  $T$ , nous pouvons détailler  $n(\vec{x}, \vec{p})$  :

$$n(\vec{x}, \vec{p}) = \int \mathcal{J}_{K_2^0}(t) C(\vec{x} + \frac{\vec{p}c}{M_{K^0} c^2} ct, \vec{p}) \frac{dt}{\tau_2}$$

où  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  est l'intensité de l'onde  $K_2^0$  au temps  $t$  ( $\mathcal{J}_{K_2^0}(0) = 1$ ), et  $C(\vec{x}, \vec{p})$  la probabilité de retenir une désintégration du type cherché, se produisant en  $\vec{x}$  avec le moment  $\vec{p}$ .

Nous aurons donc à utiliser les quantités suivantes :

- 1)  $N_0$  et  $\pi(\vec{x}, \vec{p})$ . On obtient ces informations en étudiant le mode le plus fréquent de désintégration des  $K^0$ , c'est-à-dire les désintégrations de  $K_1^0$  en  $2\pi$  chargés. On a évidemment :

$$\pi_{K_2^0}(\vec{x}, \vec{p}) = \pi_{K_1^0}(\vec{x}, \vec{p})$$

D'autre part le nombre  $K_2^0$  est lié de façon simple au nombre de désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

$$N_0 = \frac{\text{Nombre de } K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-}{\text{rapport de branchement } \frac{K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-}{K_1^0 \rightarrow \text{tous les modes}}}$$

Ces désintégrations sont l'instrument idéal de la mesure de  $N_0$  et  $\pi(\vec{x}, \vec{p})$ , car la vie moyenne courte du  $K_1^0$  et la connaissance de tous les éléments de la désintégration permettent de fixer les origines sans ambiguïté et donnent après ajustement cinématique des valeurs précises des quantités dynamiques. En outre leur recherche est aisée et nous avons pu obtenir une efficacité de dépouillement voisine de l'unité.

L'étude de ces désintégrations, pour l'importance qu'elle a dans le résultat final, mérite d'être exposée longuement, ce qui sera fait au chapitre suivant.

- 2)  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  qui est la probabilité d'avoir un  $K_2^0$  au temps  $t$ .  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  serait simplement  $e^{-t/\tau_2}$  dans le vide, mais a une forme plus compliquée dans un milieu où les amplitudes  $K^0$  et  $\bar{K}^0$  ne sont pas absorbées de la même façon.

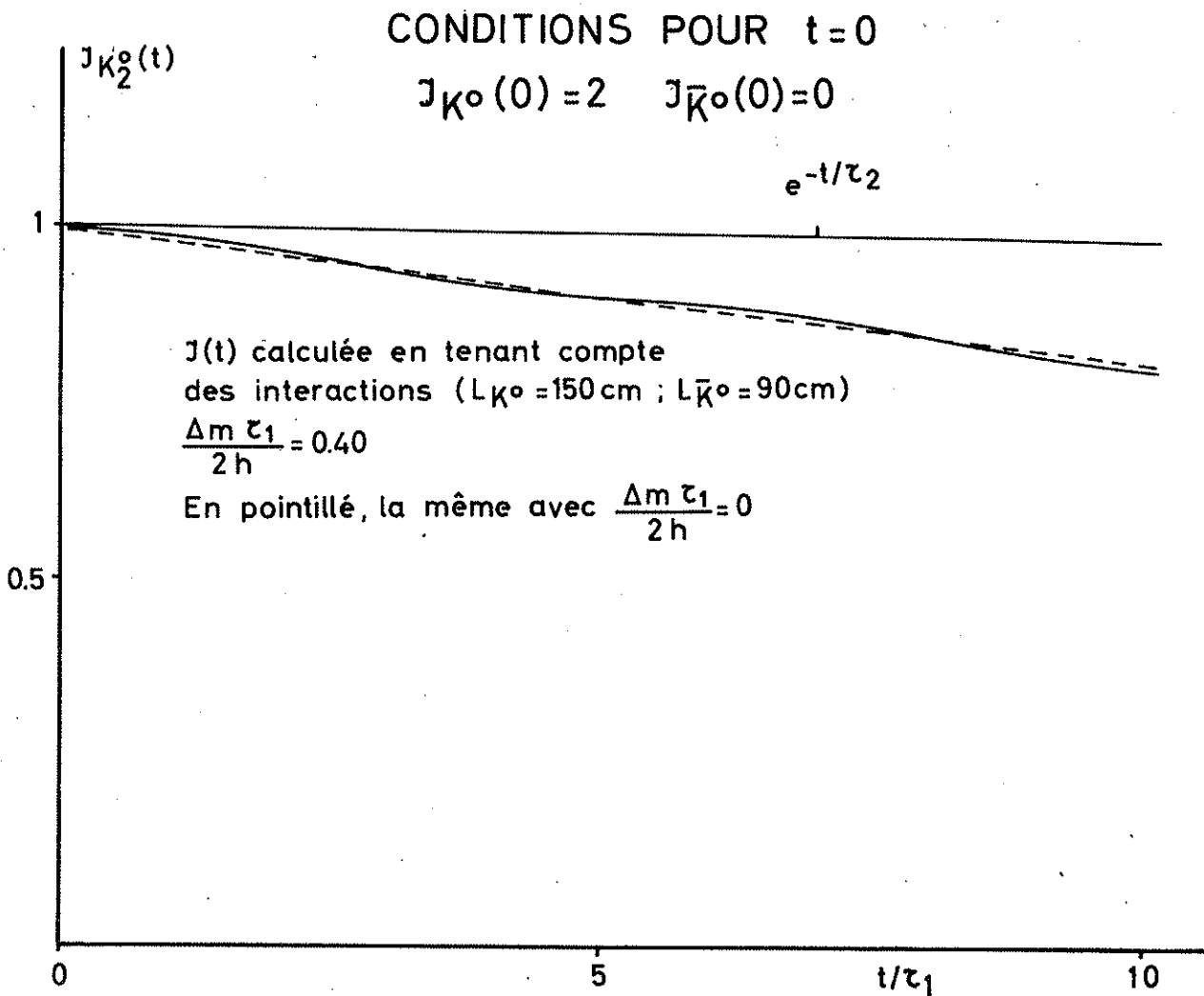
Le calcul de  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  relève de la résolution d'un système d'équations différentielles linéaires. La solution de ce système ainsi que les expressions de  $\mathcal{J}_{K_1^0}(t)$ ,  $\mathcal{J}_{K^0}(t)$ ,  $\mathcal{J}_{\bar{K}^0}(t)$  sont données dans l'appendice III. Notons seulement que  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  dépend de cinq paramètres :

- α)  $\tau_1$ , la vie moyenne des  $K_1^0$ . De nombreuses déterminations expérimentales en ont été faites et on la connaît avec une bonne précision. En fait, la contribution

de  $\tau_1$  est faible car ce paramètre n'intervient que dans des termes d'interférence entre  $K^0$  et  $\bar{K}^0$  par suite de leurs différentes longueurs d'interaction.

$\beta$ )  $\tau_2$ , la vie moyenne des  $K_2^0$ . Elle est moins bien déterminée à l'heure actuelle que la précédente. Néanmoins, comme elle est grande devant le temps moyen passé par les  $K^0$  dans le volume sensible, une connaissance plus précise n'en est pas nécessaire.

$\gamma$ )  $\Delta m$ , la différence de masse entre le  $K_1^0$  et le  $K_2^0$ . Les termes d'interférence où interviennent  $\Delta m$  ont une amplitude faible. Comme en outre nous intégrons sur le temps, la contribution de ce terme est négligeable. La figure suivante montre la variation sur  $J_{K_2^0}(t)$  qu'entraîne la suppression de la dépendance en  $\Delta m$ .



- δ)  $L$  et  $\bar{L}$  qui sont les longueurs d'interaction de  $K^0$  et  $\bar{K}^0$ .  $L$  et  $\bar{L}$  sont plus difficiles à atteindre que les paramètres précédents. Nous en avons fait à la fois une étude théorique et expérimentale. Les deux résultats coïncident, mais sont néanmoins entachés d'une incertitude assez forte.
- 3) Le calcul de  $C(\vec{x}, \vec{p})$  sera l'objet du Monte-Carlo exposé dans le chapitre B de cette partie.

Le plan de la seconde partie est donc le suivant :

en A nous exposerons l'étude effectuée sur les désintégrations de  $K_1^0$  en deux  $\pi$  chargés. Ensuite nous donnerons sommairement les valeurs numériques prises pour les divers paramètres cités ci-dessus, avec leurs origines. Le chapitre B donne quelques détails sur le Monte-Carlo utilisé pour calculer le temps observable.

A/ - QUANTITES NECESSAIRES AU CALCUL

~ ~ ~

ETUDE DES DESINTEGRATIONS  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

Nous attendons de cette étude deux informations :

- a) les longueurs d'interaction des  $\pi^+$  et  $\pi^-$ , qui interviennent dans  $C(\vec{x}, \vec{p})$
- b) le flux de  $K_2^0, \pi(\vec{x}, \vec{p}) d\vec{x} d\vec{p}$ .

Les  $K^0$  produits par l'échange de charge  $K^+ + n \rightarrow K^0 + p$  peuvent se désintégrer aussi bien sous le mode  $K_1^0$  que sous le mode  $K_2^0$ . On a donc

$$\pi_{K_1^0}(\vec{x}, \vec{p}) \equiv \pi_{K_2^0}(\vec{x}, \vec{p})$$

L'étude des  $K_1^0$  que nous avons faites est en tous points semblable à celle des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  ou  $K_2^0 \rightarrow 3\pi^0$ . Un grand soin lui a été apporté car le taux absolu étant inversement proportionnel à  $N_0$  (qui est le nombre d'échanges de charge dans l'expérience) il faut éviter des erreurs systématiques qui se retrouveraient dans le résultat final. L'erreur statistique sur le nombre de  $K_1^0$  peut être rendue très faible, car nous disposons d'un grand nombre de telles désintégrations, et cette incertitude sera faible devant celle qui affecte le numérateur.

L'expérience comporte donc : un double dépouillement, l'application de critères de sélection, une analyse cinématique, le calcul de corrections tenant compte des pertes apportées par les coupures.

- 1) Du dépouillement il suffit de dire que c'était une recherche systématique des désintégrations de particules neutres en deux pions. Cependant, nous ne l'avons effectué que sur une portion des photographies car nos moyens d'analyse ne nous permettaient pas de traiter plusieurs milliers de  $K_1^0$ . Pour chacun des trois lots de photographies nous nous sommes limités à quelques centaines de désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ , une fois toutes les coupures effectuées. L'erreur statistique est néanmoins nettement plus faible que celle portant sur le numérateur. L'efficacité de détection, déterminée par un double dépouillement, était très bonne (98 %).
- 2) Les coupures effectuées ensuite avaient pour but de supprimer dans la mesure du possible, avant analyse cinématique, les événements mal mesurables ; donc coupures classiques en angles de profondeur des  $\pi$ , en longueur projetée des  $\pi$ , en position du vertex. Une coupure en distance à l'interaction de production du  $K_1^0$  a éliminé de possibles interactions de  $\pi$  du faisceau, et permis une bonne utilisation d'un ajustement cinématique à 3 contraintes (il ne reste plus qu'une contrainte si la ligne de vol du  $K^0$  n'est pas déterminée). Nous avons choisi comme définition d'une interaction de  $\pi$  la même que celle adoptée lors de l'analyse des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ .
- 3) Analyse cinématique

Constituée essentiellement d'un ajustement cinématique à 3 contraintes, elle nous a permis de rejeter certains candidats qui n'étaient pas des  $K_1^0$ . Pour tout événement incompatible avec l'hypothèse  $K_1^0$  un examen sévère des résultats de la mesure géométrique renvoyait l'événement en analyse cinématique avec de nouvelles valeurs des quantités mesurées, ou alors confirmait que l'événement était d'une autre nature : diffusion de  $\pi$ , étoile neutre, désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^+ e^- \nu$  etc.

Il n'est resté aucun événement pour lequel l'ambiguïté entre deux origines possibles n'ait pas été levée. A la fin de cette analyse cinématique nous disposons donc d'un lot de  $K_1^0$ , où nous pensons qu'aucun faux événement n'a pu s'infiltrer.

- 4) Pondération des événements  $K_1^0$

Nous sommes bien obligés de pondérer nos événements, bien que ce soit une méthode dangereuse. En effet nous ne disposons d'aucune information a priori sur leur distribution : c'est ce que nous cherchons !

Il faut donc prendre suffisamment de précautions pour éviter de laisser, après pondération, des biais importants.

Supposons en effet que nos coupures en angles de profondeur des  $\pi$  et en longueur minimum de ces  $\pi$  aient complètement éliminé de notre lot les  $K_1^0$  dont l'angle de profondeur soit supérieur à  $70^\circ$ . Nous aurions beau déplacer les produits de la désintégration le long de la ligne de vol, faire tourner les  $\pi$  autour de cette ligne de vol, il resterait toujours cette lacune. La seule solution est alors de revenir à la production des  $K^0$  et faire tourner les  $K^0$  autour de la direction  $K^+$  incident, en faisant l'hypothèse d'une symétrie de révolution.

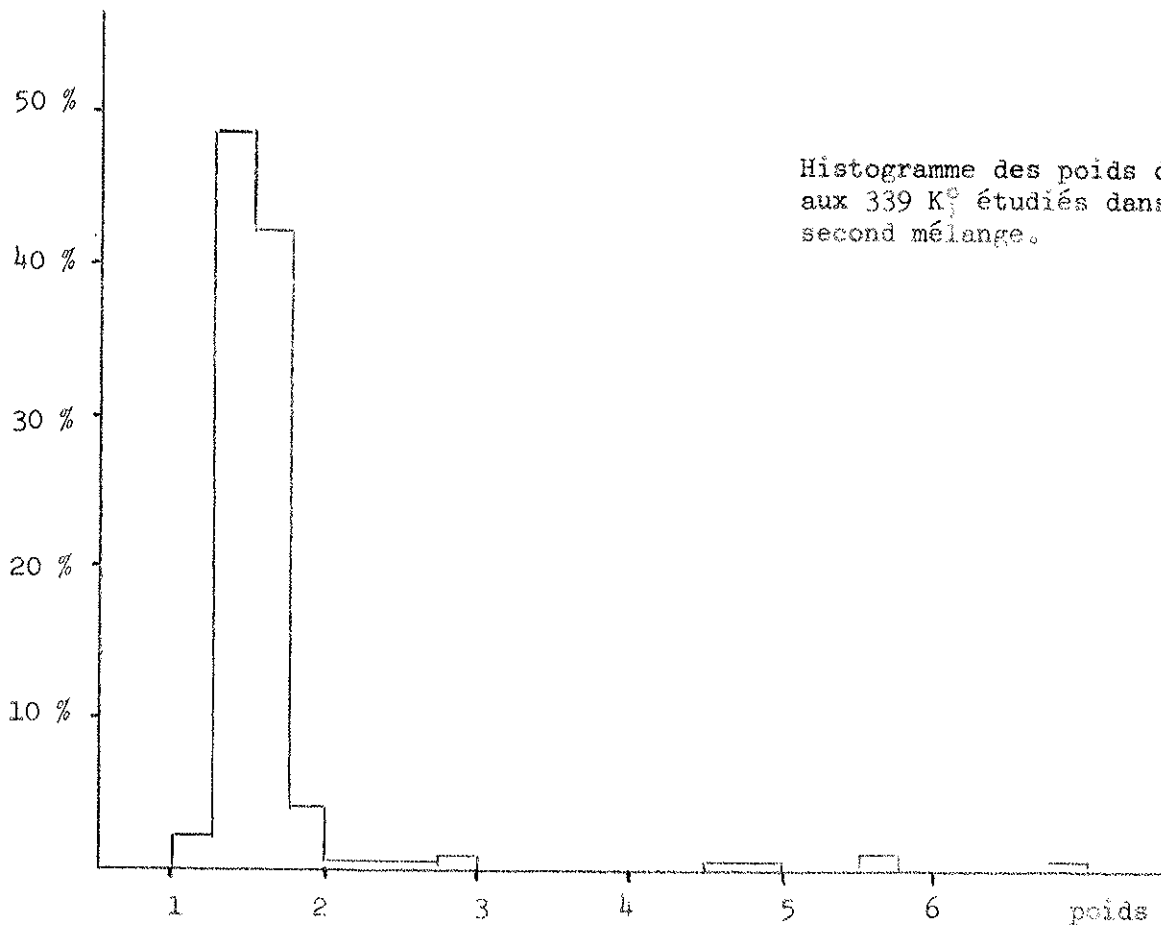
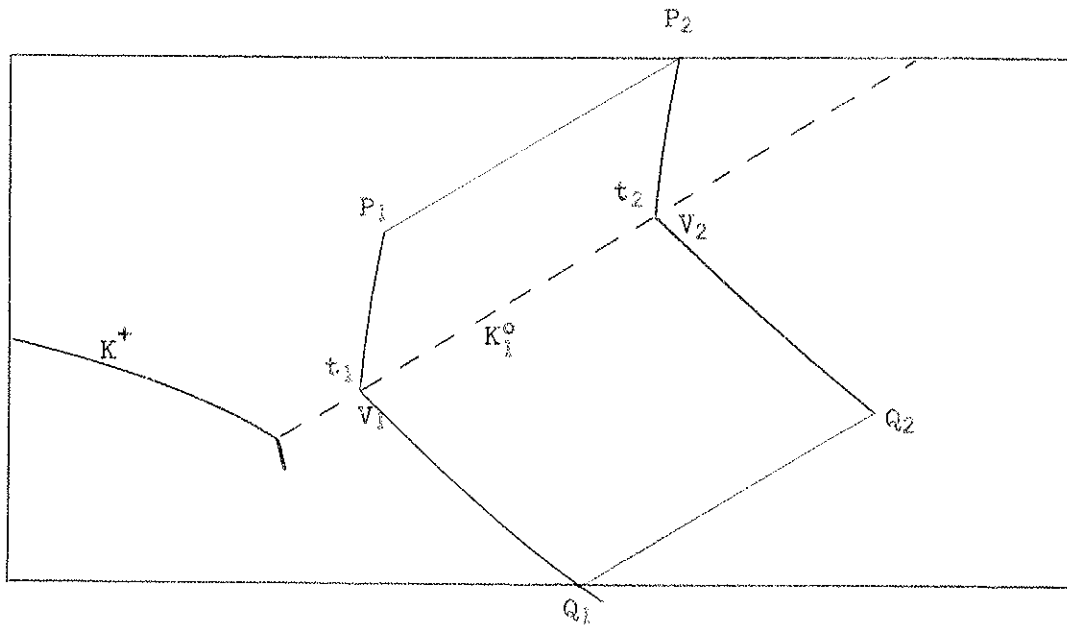
De même, étant donnée la courte vie moyenne des  $K_1^0$ , et notre lot restreint à quelques centaines de désintégrations, il ne faudrait pas croire que l'on puisse estimer correctement le flux des  $K^0$  produits en un point éloigné du volume où nous retenons les désintégrations. Les restrictions que nous avons imposées sur la position des désintégrations de  $K_1^0$  vont donc en entraîner d'autres sur le volume dans lequel nous pourrions calculer le flux de  $K^0$ .

Après ces considérations générales, voyons la façon de procéder. Un  $K_1^0$  ayant été retenu, et l'ajustement cinématique nous ayant fourni son moment  $\vec{p}$ , nous utilisons en outre les coordonnées de son point de production. Les autres paramètres, qui auraient pu être conservés partiellement, n'ont pas été gardés, car tant qu'on ne fait que des hypothèses raisonnables de symétrie ou d'isotropie, on a intérêt à utiliser toutes les configurations possibles pour obtenir des poids significatifs.

La désintégration d'un  $K_1^0$  en deux  $\pi$  est isotrope dans le système du  $K^0$  au repos. Choisissons une des configurations possibles. Pour cette configuration (indiquée par  $i$ ) nous pouvons revenir dans le système du laboratoire et reconstruire les deux  $\pi$  (les trajectoires sont remplacées par des hélices à pas constant). Portons sur chacun de ces  $\pi$  la longueur minimum que nous aurions exigée pour retenir l'évènement. Soient P et Q ces points (figure 10). Translatons maintenant le  $K_1^0$  le long de sa ligne de vol : il existe deux temps  $t_{1i}$  et  $t_{2i}$  entre lesquels le point de désintégration V est dans son volume fiduciaire, et P et Q dans la chambre. Soient  $p_i$  la probabilité qu'avaient les deux  $\pi$  de ne pas interagir jusqu'aux points P et Q.

La probabilité d'observer cette configuration est donc

$$p_i \int_{t_{1i}}^{t_{2i}} e^{-t/\tau_i} \frac{dt}{\tau_i}$$



Histogramme des poids donnés  
aux 339  $K_1^0$  étudiés dans le  
second mélange.

Figure 10



Si on choisit N configurations, le poids accordé au  $K_1^0$  sera

$$\frac{N}{\sum_{i=1}^N p_i \int_{t_{1i}}^{t_{2i}} e^{-t/\tau_1} \frac{dt}{\tau_1}}$$

En dehors de l'appareil mathématique nécessaire à un tel calcul, nous avons besoin de connaître  $\tau_1$  et les longueurs d'interaction des  $\pi$ .

- 1) Nous avons déjà dit plus haut que  $\tau_1$  était déterminé avec une bonne précision. De plus, la quantité intervenant dans nos calculs est

$$e^{-t_{1i}/\tau_1} - e^{-t_{2i}/\tau_1}$$

En fait  $t_{1i}$  est toujours petit devant  $\tau_1$  et  $t_{2i}$  toujours grand. On peut voir que dans ces conditions la valeur de  $\tau_1$  n'est pas critique.

- 2) Les longueurs d'interaction des  $\pi$  nous sont fournies par l'étude des interactions de  $\pi$  de ces mêmes  $K_1^0$ . Cette longueur d'interaction s'écrit :

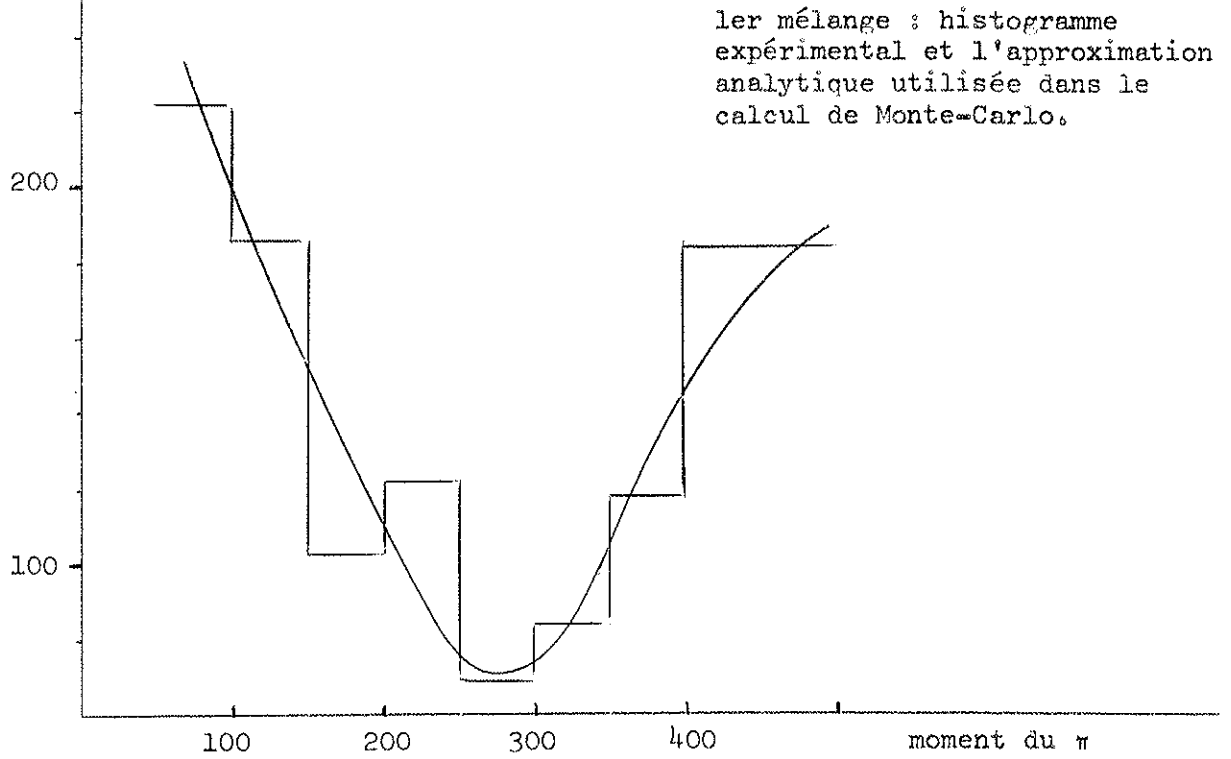
$$L = \frac{\text{Longueur totale de } \pi \text{ observée}}{\text{Nombre d'interactions}}$$

Il suffit donc, sur notre lot de  $\pi$ , de voir le sort de chacun d'entre eux : il peut sortir du volume sensible, interagir, ou s'arrêter. Dans le cas d'une interaction ou d'un arrêt nous mesurons la longueur du  $\pi$ , avant ce point. Pour les  $\pi$  sortant de la chambre, un calcul permet de calculer leur longueur visible.

La somme de toutes les longueurs, divisée par le nombre d'interactions, donne la longueur d'interaction. En réalité nous connaissons, après l'ajustement cinématique, le moment de chacun de ces  $\pi$  avec une bonne précision, et nous disposons d'un lot suffisamment étoffé pour nous permettre de déterminer la variation de la longueur d'interaction avec le moment des  $\pi$ . Disons que nous voulons calculer les longueurs d'interaction moyennes dans les bandes de moments 0 à  $p_1$ ,  $p_1$  à  $p_2$  etc... Sur chacun des  $\pi$  on peut calculer la longueur qu'il a traversé dans chacune de ces bandes de moment. Quand on observe une interaction, on calcule le moment du  $\pi$  à l'interaction et on compte une interaction dans la bande de moment correspon-

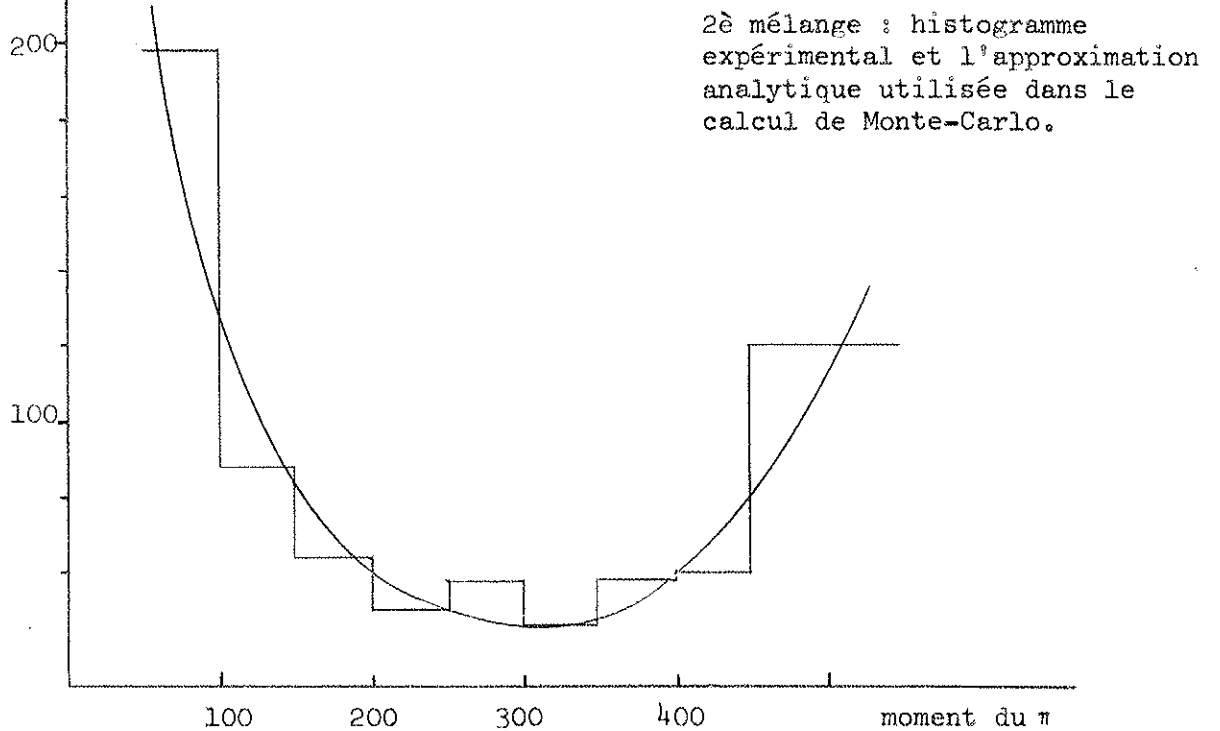
Longueur d'interaction en cm.

Figure 11



Longueur d'interaction en cm.

Figure 12



dante. Dans chacune des bandes la formule précédente est toujours applicable. (Nous avons voulu mesurer la variation de la longueur d'interaction en fonction du moment car les spectres d'énergie des  $\pi$  de  $K_1^0$  et des  $\pi$  de désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  sont assez différents. Mais en fait, notre coupure en longueur est toujours petite devant la longueur d'interaction, et ce facteur correctif est faible). Les résultats que nous avons obtenus pour les  $\pi^+$  et  $\pi^-$  ne montrent pas de différence significative entre les longueurs d'interaction de ces deux particules, ce qui n'est pas surprenant car les proportions de neutrons et protons dans les liquides utilisés sont sensiblement les mêmes. Pour augmenter la précision statistique de mesure de la longueur d'interaction des  $\pi$  nous n'avons pas tenu compte de la charge. Les figures 11 et 12 montrent la variation de cette longueur d'interaction en fonction du moment des  $\pi$  dans le premier et le second mélange.

Signalons qu'une fois la pondération effectuée, les distributions que nous avons pu tracer ne laissent pas supposer l'existence d'un biais.

Le tableau 13 donne quelques détails sur les études des désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  faites dans chacun des 3 mélanges.

	1er mélange	2è mélange	3è mélange
Nombre de photographies sur lesquelles a été effectuée l'étude	1909	2084	1545
Nombre de $K_1^0$ retenus après coupures	209	339	202
Somme des poids de ces $K_1^0$	391	532	322
Efficacité de dépouillement	99 %	96 %	90,5 %

TABLEAU 13

En conclusion de ce paragraphe nous dirons qu'il nous fournit  $N_0$ , qui est la somme des poids des  $K_1^0$ .  $\pi(\vec{x}, \vec{p})$  apparaît sous la forme de  $K_1^0$  pondérés, et non pas sous la forme d'une expression analytique. Nous verrons au paragraphe IIB que ceci ne fait que simplifier le calcul, car ces  $K_1^0$  pondérés peuvent être considérés comme des tirages au sort sur  $\pi(\vec{x}, \vec{p}) d\vec{x} d\vec{p}$ .

## 2/ COMPILATION DES AUTRES QUANTITES

### α) La vie moyenne $\tau_1$ des $K_1^0$

Nous avons pris une moyenne pondérée des deux meilleures valeurs de  $\tau_1$  publiées dans l'article (2).

$$\text{Soit } \tau_1 = (0,89 \pm 0,025) \cdot 10^{-10} \text{ sec.}$$

### β) La vie moyenne $\tau_2$ des $K_2^0$

La valeur la plus précise à l'heure actuelle est celle publiée par Zorn (14).

$$\tau_2 = (5,4 \pm 0,6) \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

### γ) Les probabilités de matérialisation des photons

Nous les avons calculées en tenant compte des proportions de noyaux d'hydrogène, carbone, fluor, chlore et brome dans les 3 mélanges. Les probabilités de matérialisation  $\mu_i$  ( $\text{cm}^2/\text{gr}$ ) pour chacun des 5 corps précédents sont connues avec une bonne précision. Si  $\rho_i$  est la masse de chacun de ces constituants dans  $1 \text{ cm}^3$  du mélange, on a

$$\mu (\text{cm}^{-1}) = \sum \rho_i \mu_i$$

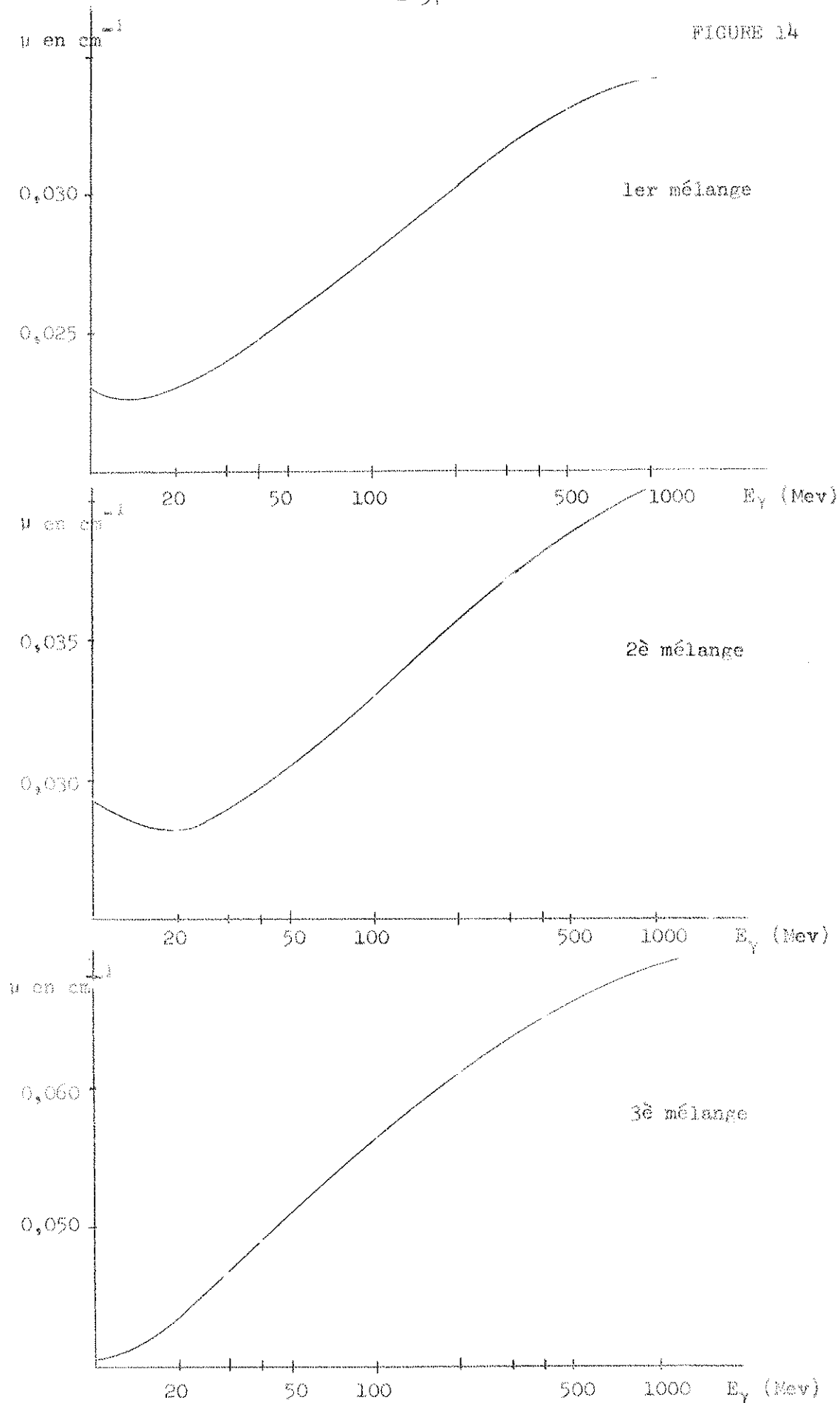
L'incertitude sur  $\mu$  est surtout due à l'incertitude sur les  $\rho_i$ . Les valeurs de  $\mu$  sont montrées par les courbes 14, de la page 97.

Nous adopterons, pour tenir compte de l'incertitude sur les  $\rho_i$ , une erreur de 2 % sur  $\mu$ .

### δ) Les longueurs d'interaction des $K^0$ et $\bar{K}^0$

Elles ont été calculées par un modèle optique simplifié (15), en prenant pour  $K^0$  et  $\bar{K}^0$  les sections efficaces que l'on peut déduire de  $K^+$  et  $K^-$  par symétrie de charge.

FIGURE 14



En omettant les diffusions et échanges de charges inélastiques, dont le seuil est à environ 500 Mev/c, les interactions possibles sont :

		$\sigma$ (mb)	
$K^0 n \rightarrow K^0 n$	$K^+ p \rightarrow K^+ p$	14	(16)
$K^0 p \rightarrow K^0 p$	$K^+ n \rightarrow K^+ n$	5	} (17) et (18)
$\rightarrow K^+ n$	$\rightarrow K^0 p$	7	
$K^0 n \rightarrow \bar{K}^0 n$	$K^- p \rightarrow K^- p$	36	(19)
$\rightarrow K^- p$	$\rightarrow \bar{K}^0 n$	8	(19) et (20)
$\rightarrow$ hypérons	$\rightarrow$ hypérons	28	(19)
$K^0 p \rightarrow \bar{K}^0 p$	$K^- n \rightarrow K^- n$	14	(20)
$\rightarrow$ hypérons		18	(21)

Les valeurs de ces sections efficaces ont été prises au voisinage de 400 Mev/c.

Une portion de l'amplitude de diffusion produit des  $K_1^0$  ( $\sigma_{K_2^0 p \rightarrow K_1^0 p} = 4n$  (21)). Par contre la section efficace  $K_2^0 n \rightarrow K_1^0 n$  n'est pas connue. En outre, une fraction des  $K_2^0$  diffusés à faible angle sera cinématiquement compatible. Nous avons fait l'approximation grossière que la moitié des  $K^0$  et  $\bar{K}^0$  diffusés n'est pas rejetée à l'analyse cinématique. On arrive alors aux sections efficaces totales de disparition :

$\bar{K}^0 n$	:	53 mb
$\bar{K}^0 p$	:	25 mb
$K^0 n$	:	7 mb
$K^0 p$	:	9 mb

Ces sections efficaces correspondent aux longueurs d'interaction suivantes dans les 3 mélanges :

	1er mélange	2è mélange	3è mélange
$L_{K^0}$	261 cm	196 cm	161 cm
$L_{\bar{K}^0}$	82 cm	60 cm	51 cm

Un dépouillement de  $\Lambda^0$  effectué par le groupe de Milan aboutit, dans le 3è mélange, à la valeur de 80 cm pour la longueur d'interaction des  $K_2^0$ , en accord avec les valeurs ci-dessus.

Cependant, par suite des nombreuses hypothèses que nous avons faites pour aboutir à ces longueurs d'interaction, nous leur affecterons une incertitude de 50 %. Nous verrons au paragraphe IIB<sup>4</sup> que l'incertitude sur T qui en résulte est cependant inférieure à celle qui provient du lot limité de  $K_1^0$ .

Les valeurs des sections efficaces de production d'hypérons que nous avons utilisées dans le paragraphe IA3 sont celles de l'article référencié (19)

c) Le rapport de branchement  $r = \frac{K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-}{K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- + K_1^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0}$

Une compilation récente de 9 valeurs expérimentales (22) permet de calculer la moyenne pondérée

$$r = 0,697 \pm 0,009$$





B/ - CALCUL DU TEMPS OBSERVABLE

- 8 -

Nous voulons calculer :

$$T = N_0 \tau_2 \int \pi(\vec{x}, \vec{p}) \mathcal{J}_{K_2^0}(t) C\left(\vec{x} + \frac{\vec{p}c}{M_{K_2^0} c^2} ct, \vec{p}\right) \frac{dt}{\tau_2} d\vec{x} d\vec{p}$$

Nous connaissons maintenant  $N_0$ ,  $\pi(\vec{x}, \vec{p})$  sous la forme d'un lot de  $K_1^0$  pondérés,  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  et les divers paramètres qui interviennent dans  $C(\vec{x}, \vec{p})$ , sans connaître la forme explicite de cette fonction. Nous allons donc devoir calculer pour chaque  $K_2^0$  se désintégrant en  $\vec{x}$  avec le moment  $\vec{p}$ , suivant le mode  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  ou  $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ , la probabilité qu'on avait de le retenir : cette probabilité dépend des 7 variables indépendantes de la désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \rightarrow 2\gamma$ , ou des 11 variables indépendantes de la désintégration  $K_2^0 \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ . Pour une valeur de l'ensemble de ces variables la probabilité se calcule en tenant compte des probabilités de matérialisation des  $\gamma$ , des angles de profondeur des  $\pi$  et de leurs probabilités d'interaction.

Il serait illusoire de chercher une expression analytique de  $C(\vec{x}, \vec{p})$ . Il serait également hors de portée de calculer  $T$  par une intégration numérique à 14 (ou 18) variables (variables indépendantes de la désintégration,  $\vec{x}, \vec{p}, t$ ). Il faudra donc utiliser une méthode de Monte-Carlo dont nous allons rappeler brièvement le principe.

On cherche à calculer

$$I = \frac{\int f(x) dx}{\int dx}$$

l'élément  $dx$  pouvant représenter l'ensemble de plusieurs variables. Décidons de

calculer cette intégrale en tirant au sort  $n$  valeurs de  $x$  et en formant la quantité

$$I^v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

$I^v$  est-elle une bonne estimation de  $I$  ? Pour calculer la valeur moyenne de  $I^v$  (moyenne sur un grand nombre de calculs, tous avec  $n$  tirages), et sa variance, construisons la fonction caractéristique de  $I^v$

$$\phi_{I^v}(u) = e^{iu \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)} = \frac{e^{iu \sum_{i=1}^n f(x_i)}}{\left[ \int dx \right]^n}$$

D'où

$$\log \phi_{I^v}(u) = n \log \frac{e^{iu \frac{f(x)}{n}}}{\int dx}$$

En développant  $\log \phi_{I^v}(u)$ , on obtient :

$$\langle I^v \rangle = \frac{\int f(x) dx}{\int dx}$$

$$\sigma_{I^v}^2 = \frac{1}{n} \left[ \frac{\int f^2(x) dx}{\int dx} - \left( \frac{\int f(x) dx}{\int dx} \right)^2 \right]$$

Le résultat important est que la valeur moyenne de  $I^v$  est bien l'intégrale  $I$  cherchée. La variance dépend de la forme de la fonction  $f(x)$ . Une estimation de cette erreur, calculée à l'aide des mêmes tirages au sort sur  $x$  est :

$$\sigma^v = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{\sum f^2(x_i)}{n} - \left( \frac{\sum f(x_i)}{n} \right)^2}$$

C'est la seule façon que nous avons de calculer  $I$  car nous ne connaissons pas d'expression analytique de  $f(x)$ . Mais, pour un  $x_i$  tiré au sort, nous sommes capables de calculer  $f(x_i)$  : il suffit de revenir dans le système du laboratoire et, après avoir vérifié que l'évènement ainsi créé satisfait aux critères de sélection, de calculer la probabilité de matérialisation des photons et de non interaction des  $\pi$ .

Nous avons parlé précédemment de 14 (ou 18) variables à tirer au sort. En fait, de la façon dont nous avons obtenu  $\pi(\vec{x}, \vec{p})$ , nous disposons de tirages au sort déjà effectués sur les variables  $\vec{x}$  et  $\vec{p}$  : ne connaissant pas exactement  $N_0 \pi(\vec{x}, \vec{p})$  ce qui nous permettrait de calculer l'erreur comme nous l'avons indiqué ci-dessus, il faudra tenir compte de l'erreur statistique qui vient s'ajouter à l'erreur interne de calcul d'intégrale numérique. Nous réservons ce calcul d'erreur pour le paragraphe IIB<sup>4</sup>, une fois le processus du calcul expliqué sommairement. Comme il va être montré dans ce qui suit, seule l'intégration sur  $t$  a pu être effectuée analytiquement.

#### PRINCIPE DU CALCUL

Rappelons que lors de la pondération des  $K_1^0$  nous construisions un événement fictif que nous déplaçons ensuite entre deux temps  $t_1$  et  $t_2$ . Supposons qu'ici encore nous construisions une désintégration, par tirage au sort de  $\vec{x}$ ,  $\vec{p}$  et des 7 ou 11 variables indépendantes de la désintégration, sans préciser le temps auquel s'effectue la désintégration. Comme dans le cas des  $K_1^0$  nous pouvons définir deux temps  $t_1$  et  $t_2$  entre lesquels l'évènement n'est pas rejeté par les critères de sélection sur les  $\pi$  et la position du point de désintégration. Mais ici la probabilité de visibilité de cet événement ne se réduit pas à

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{J}_{K_2^0}(t) \frac{dt}{\tau_2}$$

car il faut tenir compte de la matérialisation des  $\gamma$ .

Comme nous avons choisi pour volume fiduciaire des points de matérialisation des  $\gamma$  un parallélépipède rectangle, le calcul va néanmoins être aisé. La longueur potentielle d'un des  $\gamma$  en fonction du temps de vol du  $K_2^0$  est une succession de fonctions linéaires, avec discontinuité de la dérivée chaque fois que la ligne de vol du  $\gamma$  change de face du parallélépipède.  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  étant une somme d'exponentielles, nous pouvons effectuer l'intégration sur  $t$ .

Pour rendre compte de cette manière d'opérer, nous dirons que nous prenons comme estimation de  $T$

$$T^0 = \frac{1}{n} \sum_{K_1^0} p_i \sum_{j=1}^n \int_{t_1(x_j)}^{t_2(x_j)} \mathcal{J}_{K_2^0}(t) C^0(x_j, t) dt$$

$n$  = nombre de tirages des 7 ou 11 variables, pour un  $K_1^0$  donné de poids  $p_1$ .  $x_j$  est un ensemble de ces variables,  $C^j(x_j, t)$  la probabilité de matérialisation des  $\gamma_j$ , en fonction du temps de vol du  $K_2^0$ , pour un ensemble  $x_j$  des variables indépendantes. L'estimation de  $T^0$  ainsi obtenue correspond au temps observable pour le lot de photographies sur lesquelles ont été dépouillés les  $K_1^0$  utilisés. Il faudra évidemment le corriger pour tenir compte du nombre total de photographies dans l'expérience.

Entrons maintenant un peu plus dans le détail des calculs, en séparant nettement le cas des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  et  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ .

## 2/ LE MONTE-CARLO POUR LES DESINTEGRATIONS $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

Nous avons dit que nous ne faisons pas de tirage au sort sur  $\pi(\vec{x}, \vec{p})$  car nous prenons tout simplement les  $K^0$  étudiés, après pondération.

Soit donc un des  $K_1^0$  de notre lot, de poids  $p_1$ . Nous connaissons son moment  $\vec{p}$  et son point de production  $\vec{x}$ . Plaçons nous dans le système du  $K^0$  au repos et faisons le désintégrer en  $3\pi$  (figure 15). Pour cela tirons tout d'abord au hasard une valeur des 2 énergies du  $\pi^+$  et du  $\pi^-$ . Il faut maintenant orienter cette configuration. Prenons le  $\pi^+$  par exemple et tirons deux nombres au sort qui nous permettrons de fixer sa direction par rapport au  $K^0$  (un des nombres aléatoires sera proportionnel à  $\cos \theta_{\pi^+}$ , l'autre à l'angle azimutal  $\phi$ ). Le  $\pi^+$  fixé il ne reste plus qu'un degré de liberté qui est par exemple l'angle azimutal du  $\pi^-$  dans un système lié au  $\pi^+$ . Un 5e tirage au sort permet de fixer cet angle. La configuration des  $3\pi$  étant connue, il suffit de faire se désintégrer le  $\pi^0$ , ce qui est obtenu par tirage au sort de 2 nombres, proportionnels à  $\cos \theta_\gamma$  et  $\phi_\gamma$ , angles d'un des  $\gamma$  et du  $\pi^0$  dans le système du  $\pi^0$  au repos.

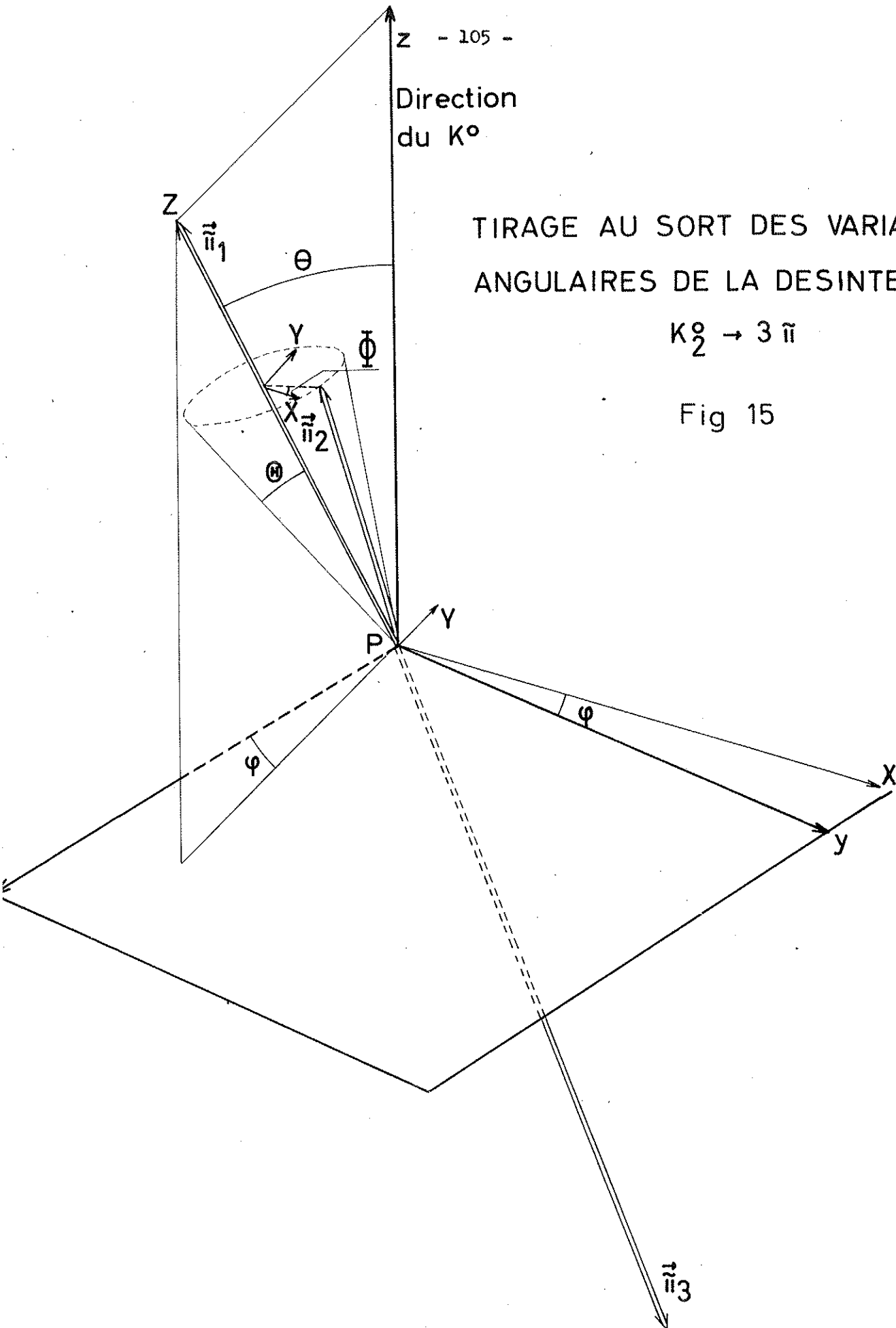
En utilisant  $\vec{p}$ , revenons alors dans le système du laboratoire. Nous pouvons appliquer nos critères de sélection sur chacun des  $\pi$  et des  $\gamma$ . Dans le cas où l'événement est conservé, construisons sur chacun des  $\pi$ , en supposant sa trajectoire hélicoïdale, le point situé à la longueur minimum exigée par nos critères. Faisons subir maintenant à l'ensemble des deux  $\pi$  une translation parallèle à la direction du  $K^0$  : nous trouvons deux temps  $t_1$  et  $t_2$  entre lesquels l'événement aurait été conservé.

Direction  
du  $K^0$

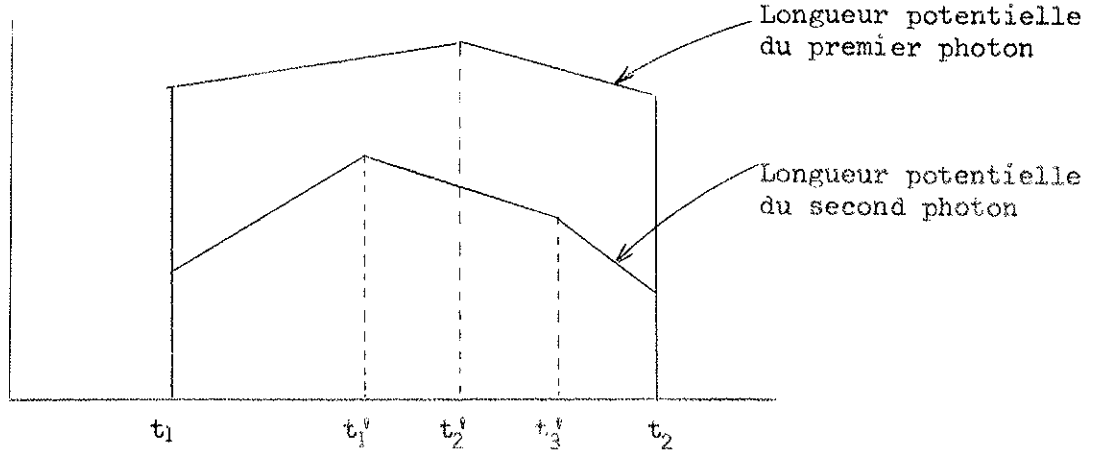
TIRAGE AU SORT DES VARIABLES  
ANGULAIRES DE LA DESINTEGRATION

$$K_2^0 \rightarrow 3 \pi$$

Fig 15



Entre ces deux temps, la longueur potentielle de chacun des  $\gamma$  est une succession de fonctions linéaires.



Si  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les probabilités de matérialisation par unité de longueur du 1er et du second  $\gamma$ , dans chacun des intervalles  $t_1 t_1'$ ,  $t_1' t_2'$ , ...  $t_3' t_2$  la probabilité de matérialisation des 2 $\gamma$  est de la forme

$$a(t) = \left( 1 - e^{-\mu_1(a_1 t + b_1)} \right) \left( 1 - e^{-\mu_2(a_2 t + b_2)} \right).$$

Il est possible de calculer analytiquement

$$\theta = \int \mathcal{J}_{K_2^0}(t) a(t) dt$$

car  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$  est une somme d'exponentielles.

La somme des  $\theta$ , multipliée par la probabilité de non interaction des  $\pi$ , donne  $\Theta$  qui est le temps observable pour ce  $K_1^0$  particulier.

Finalement, en recommençant l'opération pour tous les  $K_1^0$

$$T \text{ (temps observable)} = \sum_{K_1^0} p_i \Theta_i$$

Nous pouvons également, sur chacun des  $K_1^0$  effectuer  $n$  tirages au sort sur l'ensemble des  $n$  variables indépendantes. On a alors

$$T = \sum_{K_1^0} p_i \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Theta_{ij}$$

Nous avons exposé ici le calcul du temps observable pour les événements à 2 photons matérialisés. Il faut, en même temps, calculer le temps observable pour les événements à un  $\gamma$  matérialisé. En réalité les calculs étaient plus complexes car notre coupure sur la distance du  $\gamma$  au point de désintégration du  $K^0$  nous oblige à "écrêter" les longueurs potentielles de  $\gamma$ . La coupure en énergie des  $\gamma$  introduit également des calculs logiques supplémentaires, etc...

Ajoutons qu'il était possible, lors des tirages au sort, de fixer l'énergie du  $\pi^0$  dans le système du  $K^0$  au repos, dans le but d'obtenir la variation de T en fonction de cette énergie. En effet, on sait à l'heure actuelle, que l'élément de matrice de la désintégration n'est pas constant. Une des formes les plus couramment admises est pour le carré  $|M|^2$  de cet élément de matrice

$$|M|^2 = 1 - \gamma T^* \pi^0 \quad (23)$$

En donnant à  $E_{\pi^0}^*$  des valeurs différentes, nous pouvons calculer une fonction de détection de notre dispositif expérimental en fonction de  $E_{\pi^0}^*$ . Nous verrons dans la troisième partie qu'on peut alors, avec les événements expérimentaux, déterminer  $\gamma$ .

Pour tenir compte de cet élément de matrice non constant, le programme peut également donner à chaque événement tiré au sort un poids proportionnel au carré de l'élément de matrice.

### 3/ LE MONTE-CARLO POUR LES DESINTEGRATION $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$

Tout ce qui a été dit précédemment est encore valable, tout au moins jusqu'aux tirages au sort dans le centre de masse du  $K^0$ . 4 tirages supplémentaires sont nécessaires pour fixer les désintégrations des 2 autres  $\pi^0$ .

Après retour dans le système du laboratoire, nous vérifions qu'aucun des angles entre deux des  $\gamma$  est inférieur à la coupure. L'événement étant conservé, la seule limitation en temps de vol du  $K_2^0$ , fixée par les coupures sur le point de désintégration, nous donne deux temps  $t_1$  et  $t_2$  entre lesquels l'événement est retenu.

Comme précédemment, on peut diviser l'intervalle  $t_1 t_2$  en intervalles dans lesquels chaque longueur potentielle de  $\gamma$  est une fonction linéaire. Dans chacun de ces intervalles

$$\theta = \int \mathcal{J}_{K_2^0}(t) \prod_{i=1}^6 (1 - e^{-\mu_i(a_i t + b_i)}) dt$$

donne le temps observable pour 6  $\gamma$  et

$$\theta' = \int \mathcal{J}_{K_2^0}(t) \sum_{i=1}^6 e^{-\mu_i(a_i t + b_i)} \prod_{j \neq i} (1 - e^{-\mu_j(a_j t + b_j)}) dt$$

donne le temps observable pour les événements à 5  $\gamma$ .

La somme des  $\theta$  et  $\theta'$  donne  $\Theta$  et  $\Theta'$ , temps observable pour le  $K_1^0$  étudié. Finalement

$$T(6 \gamma) = \sum_{K^0} p_i \frac{1}{n} \sum \Theta_{ij}$$

$$T(5 \gamma) = \sum_{K_1^0} p_i \frac{1}{n} \sum \Theta'_{ij}$$

si on effectue sur chaque  $K_1^0$  le tirage au sort de  $n$  configurations.

#### 4/ CALCUL DE L'INCERTITUDE

Nous avons déjà dit que l'incertitude que nous devons calculer doit inclure l'incertitude due à notre méthode d'intégration numérique par Monte-Carlo et l'incertitude portant sur le nombre de  $K_1^0$ .

Revenons à nos notations initiales

$$T = N_0 \tau_2 \int \pi(q) n(q) dq$$

Appelons  $x$  l'ensemble des variables, autres que  $q$ , dont dépend une désintégration : ce sont les variables que nous tirons au sort.

Pour la commodité des calculs écrivons donc

$$\tau_2 n(q) = \int f(q, x) dx / (\int dx)$$



Appelons  $\mu(q)$  la probabilité de voir et retenir un  $K_1^0$  émis avec les caractéristiques  $q$ . On reconnaît en  $\frac{1}{\mu(q_i)}$  les  $p_i$  du paragraphe précédent.

Soit  $n$  le nombre de tirages des variables  $x$  faites sur chaque  $K_1^0$ . Nous avons fait de l'intégrale

$$T = N \int \pi(q) \left( \frac{\int f(q, x) dx}{\int dx} \right)_q dq$$

l'estimation

$$T' = \sum_{K_1^0} \frac{1}{\mu(q_i)} \sum_{j=1}^n \frac{f(x_{ij}, q_i)}{n}$$

La probabilité d'avoir obtenu l'ensemble des variables  $q_i, x_{ij}$  est

$$e^{-N \int \pi \mu dq} \frac{N \int \pi \mu dq}{m!} \prod_{i=1}^m \frac{\pi(q_i) \mu(q_i) dq_i}{\int \pi \mu dq} \prod_{l=1}^m \prod_{j=1}^n \frac{dx_{lj}}{\int dx}$$

où  $m$  est le nombre de  $K_1^0$  utilisés.

La fonction caractéristique de  $T'$  est par conséquent :

$$\phi_{T'}(u) = \sum_m \int (\pi dq_i) (\pi dx_{ij}) e^{-N \int \pi \mu dq} \frac{N^m \prod_{i=1}^m \pi(q_i) \mu(q_i) e^{\frac{i u}{n \mu(q_i)} \sum_j f(q_i, x_{ij})}}{m! \prod_{l=1}^m \left| \int dx \right|^n}$$

Après quelques transformations on trouve :

$$\log \phi_{T'}(u) = -N \int \pi(q) \mu(q) dq + N \int \left[ \pi(q) \mu(q) \left( \frac{\int e^{\frac{i u}{n \mu(q)} f(q, x) dx}}{\int dx} \right)^n \right] dq$$

et en développant  $e^{\frac{i u}{n \mu(q)}}$  il vient :

$$\langle T' \rangle = N \int \pi(q) \frac{\int f(q, x) dx}{\int dx} dq = T$$

$$\begin{aligned} \text{et} \quad \sigma_{T'}^2 &= N \int \frac{\pi(q)}{\mu(q)} \left( \frac{\int f(q, x) dx}{\int dx} \right)^2 dq \\ &+ \frac{N}{n} \int \frac{\pi(q)}{\mu(q)} \left( \frac{\int f^2(q, x) dx}{\int dx} - \left( \frac{\int f(q, x) dx}{\int dx} \right)^2 \right) dq \end{aligned}$$

On peut reconnaître dans cette dernière expression l'erreur statistique provenant de notre lot de  $K_1^0$  et l'erreur due au  $n$  tirages au sort sur les variables  $x$ .

Un estimateur de  $\sigma_T^2$ , est :

$$\sum \frac{1}{\mu^2(q_i)} \frac{1}{n^2} \left( \sum_j f(q_i, x_j) \right)^2$$

c'est-à-dire en revenant aux notations du paragraphe précédent

$$\sigma_T^2 = \sum_{K_1^0} p_i^2 \frac{1}{n^2} \left( \sum_{j=1}^n \theta_{ij} \right)^2$$

Le calcul de cette incertitude a été inclu dans le calcul de Monte-Carlo.

A l'erreur calculée précédemment doit s'ajouter l'incertitude due à l'imprecision sur les quantités utilisées, c'est-à-dire  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $L_{K^0}$ ,  $L_{\bar{K}^0}$ , la longueur d'interaction des  $\pi$  et la probabilité de matérialisation  $\mu$  des photons. Une incertitude supplémentaire est due au taux de branchement  $\frac{K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-}{K_1^0 \rightarrow \text{tous les modes}}$ .

Les incertitudes due à  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $L_{K^0}$ ,  $L_{\bar{K}^0}$  et  $\mu$  ont été calculées de la façon suivante : appelons  $y_i$  l'un de ces paramètres. La variance totale sur  $T$  sera donnée par :

$$\left( \frac{\Delta T}{T} \right)^2 = \sum_i \left( \frac{y_i}{T} \frac{\partial T}{\partial y_i} \right) \left( \frac{dy_i}{y_i} \right)^2$$

où  $\frac{dy_i}{y_i}$  est l'incertitude relative sur  $y_i$ . Pour estimer  $\frac{y_i}{T} \frac{\partial T}{\partial y_i}$  nous avons fait varier, les unes après les autres, les valeurs des  $y_i$  à l'entrée du programme de Monte-Carlo : ceci est possible, car les tirages au sort sont toujours les mêmes, et ainsi les variations de  $T$  ne sont pas masquées par les incertitudes statistiques

Pour la longueur d'interaction des  $\pi$  nous avons du reprendre le calcul du temps observable au stade des  $K_1^0$  : les longueurs d'interactions modifiées servaient à pondérer les désintégrations  $K_1^0$  et les  $K_1^0$  ainsi pondérés étaient utilisés pour le calcul du temps observable.

Le tableau suivant résume, dans chacune des expériences, les valeurs

de  $\frac{y_i}{T} \frac{T}{y_i}$

$y_i$	Monte-Carlo $\pi^+ \pi^- \pi^0$			Monte-Carlo $\pi^0 \pi^0 \pi^0$
	1er mél.	2è mél.	3è mél.	3è mélange
$\tau_1$	+ 0.011	+ 0.011	+ 0.011	+ 0.011
$\tau_2$	+ 0.011	+ 0.011	+ 0.011	+ 0.011
$L_{K^0}$	+ 0.029	+ 0.037	+ 0.048	+ 0.048
$L_{\bar{K}^0}$	+ 0.050	+ 0.070	+ 0.076	+ 0.076
$\mu$	+ 0.68	+ 0.65	+ 0.48	+ 1.83
$L_\pi$	+ 0.013	+ 0.013	+ 0.020	- 0.085

On remarque immédiatement que ce seront les incertitudes dues à  $L_{K^0}$  et  $L_{\bar{K}^0}$  qui seront les plus importantes, étant donné les erreurs relatives sur ces paramètres données au paragraphe IIA2 (l'incertitude sur  $\mu$  est faible).

Une méthode permettrait de réduire les incertitudes dues à ces paramètres : il faudrait faire une coupure supplémentaire en temps de vol des candidats. En effet, écrivons grossièrement T sous la forme

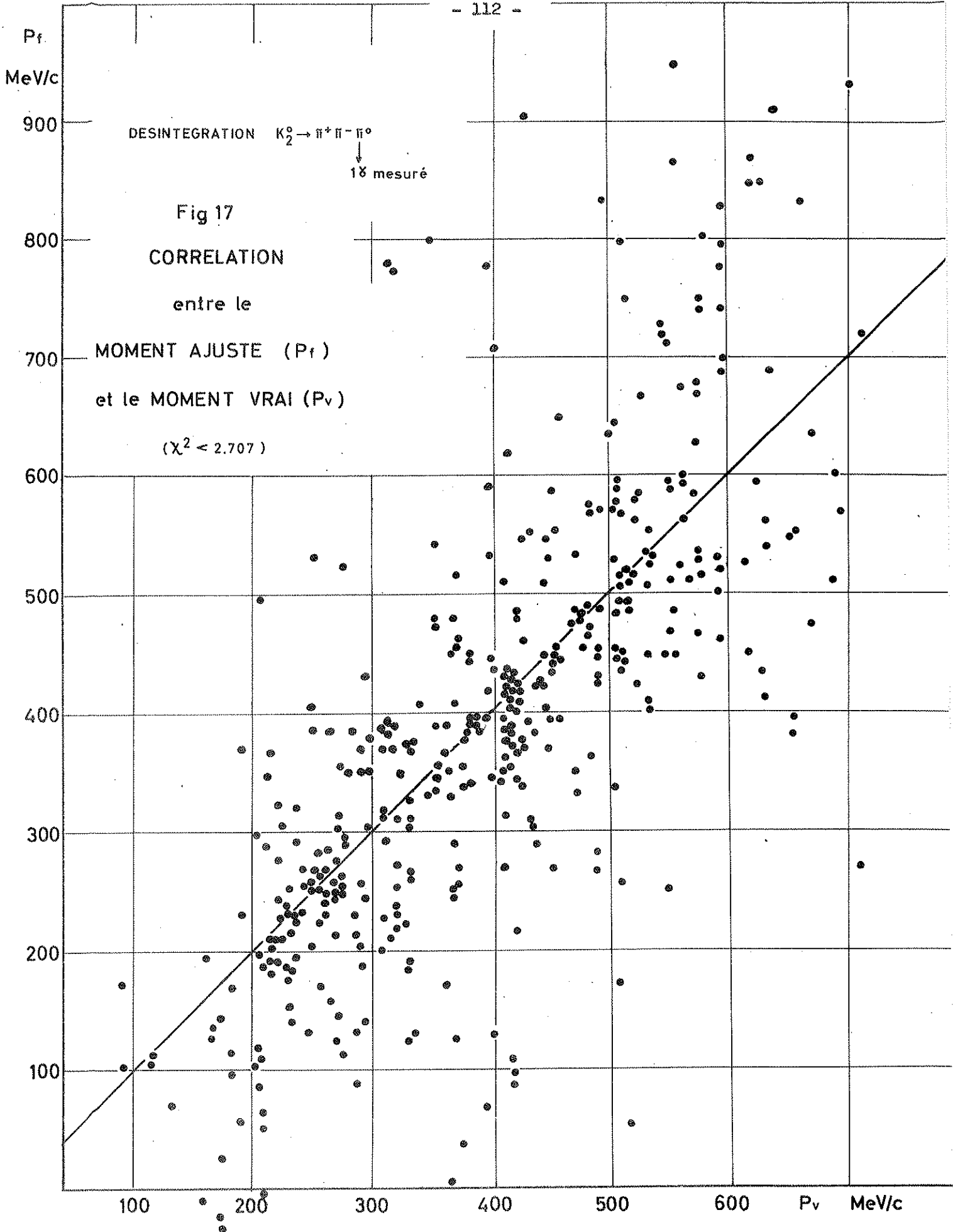
$$T = \int_0^{t_0} e^{-t/\lambda} C(t) dt$$

ou  $\lambda$  est sensiblement proportionnel à  $L_{K_2^0}$ , longueur d'interaction des  $K_2^0$ .

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda^2} \int_0^{t_0} t e^{-t/\lambda} C(t) dt$$

On peut donc réduire l'incertitude sur T due aux interactions de  $K^0$  et  $\bar{K}^0$  en rejetant les événements à grand temps de vol, ce qui diminue

$$\int_0^{t_0} t e^{-t/\lambda} C(t) dt.$$



Mais  $C(t)$  est une fonction qui décroît rapidement, et il faudrait, pour réduire notablement l'expression précédente, adopter une coupure à  $t_0$  faible ce qui augmenterait l'erreur statistique. Un autre argument vient s'opposer à cette coupure : la distribution des moments ajustés dans l'hypothèse  $\pi^+ \pi^- \pi^0$ , en fonction des moments vrais des  $K_2^0$  (figure 17) montre qu'il y a sur ce moment ajusté une forte incertitude (cette distribution a été obtenu dans un calcul de Monte-Carlo déjà cité dans le paragraphe IC2). L'incertitude supplémentaire que cela entraînerait serait trop importante pour que nous puissions envisager cette méthode.

Nous donnons ci-dessous les valeurs des incertitudes relatives  $\frac{\Delta T}{T}$  dans chacune des expériences. Elles ont été calculée en utilisant un élément de matrice constant dans les calculs de Monte-Carlo ; leur valeur est modifiée de moins de 1 % en tenant compte la variation de cet élément de matrice.

	Monte-Carlo $\pi^+ \pi^- \pi^0$				$\pi^0 \pi^0 \pi^0$
	1 <sup>er</sup> mélange	2 <sup>ème</sup> mélange	3 <sup>ème</sup> mélange Paris      Milan		3 <sup>ème</sup> mélange
Incertainitude statistique	8,5 %	6,9 %	10,1 %	10,1 %	10,3 %
Incertainitude totale	10 %	10 %	12 %	12 %	13 %

Comme nous supposons l'élément de matrice de la désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$  constant, nous pouvons dès maintenant donner la valeur du temps total observable ; il vaut :  $T = 4,77 \cdot 10^{-6}$  sec.



### TROISIEME PARTIE

- 2 -

- A/ - VALEURS DES TAUX ABSOLUS
- B/ - COMPARAISONS DES RESULTATS AVEC LES PREDICTIONS  
DE LA REGLE  $|\Delta I| = 1/2$





Nous calculons dans cette partie les deux taux absolus des désintégrations  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  et  $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ , en utilisant les résultats de la première et de la seconde partie. La marche suivie est sensiblement la même dans les deux cas ; cependant la présence d'événements ambigus parmi les candidats  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  et la variation de l'élément de matrice de cette désintégration en fonction des quantités dynamiques vont entraîner des calculs supplémentaires.

Après avoir donné les résultats pour les valeurs de chacun de ces deux taux nous verrons les modifications qu'il faudrait leur apporter dans le cas où l'opérateur PC ne commuterait pas avec l'hamiltonien des interactions faibles.

Nos résultats expérimentaux seront ensuite comparés aux valeurs expérimentales antérieures et aux prédictions de la règle de sélection  $|\Delta I| = 1/2$ .



## A/ - VALEURS DES TAUX ABSOLUS

- 0 -

### / LE TAUX ABSOLU $\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0}$

Nous devons tenir compte ici : de l'efficacité de dépouillement, cette correction intervenant uniquement sur le nombre d'événements. Ce problème a été résolu au chapitre ID,

de la variation de l'élément de matrice en fonction de l'énergie du  $\pi^0$  dans le système du  $K^0$  au repos. L'élément de matrice intervient à la fois sur le nombre d'événements, par l'intermédiaire des poids accordés aux événements ambigus, et sur le temps observable,

des événements ambigus, dont le poids outre l'élément de matrice, fait intervenir le taux absolu.

Appelons  $\Gamma$  le taux cherché. L'élément de matrice est supposé représenté par la fonction  $|M|^2 = M_0^2 (1 - \gamma t_{\pi^0}^*)$  (III, C), où  $t_{\pi^0}^*$  est l'énergie cinétique du  $\pi^0$  dans le système du  $K^0$  au repos. Le temps observable est une fonction de  $\gamma$ ,  $T(\gamma)$ . Appelons  $D(t_{\pi^0}^*)$  la fonction de détection de notre expérience en fonction de  $t_{\pi^0}^*$  : nous avons dit dans la seconde partie que  $D(t_{\pi^0}^*)$  est calculée en fixant  $t_{\pi^0}^*$  dans les tirages au sort du calcul de Monte-Carlo.  $N_{\pi\pi\gamma}$  et  $N_{K_1^0}$  sont les nombres moyens de désintégrations  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$  et  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  (associées à un  $\gamma$  aléatoire) produits dans l'expérience.  $n_{\pi\pi\gamma}$  et  $n_{K_1^0}$  sont les nombres de ces événements présents dans le lot final (coupures géométriques et cinématiques effectuées). Appelons  $\eta$  la probabilité pour qu'une désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  soit retenue après analyse cinématique (moyenne de  $\eta_{1\gamma}$  et  $\eta_{2\gamma}$  du tableau 8 pondérés par les proportions attendues de désintégrations à 1 et 2 photons matérialisés).

Les valeurs de  $\Gamma$  et  $\gamma$  peuvent être tirées de la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}(\Gamma, \gamma, p_1, p_2) = \frac{-(\Gamma T(\gamma) n + n_{\pi\pi\gamma} + n_{K_1^0}) (1 - (1-p_1)(1-\alpha p_2))}{e^{(p_1 p_2)^C (p_1(1-p_2))^{n_1} (p_2(1-p_1))^{n_2} p_1^{n^0_1}}}$$

$$\prod_{\text{ambigus}} \left( \frac{\Gamma T(\gamma)}{T(\gamma)} \frac{P_{\pi^+\pi^-\pi^0} (1 - \gamma t_{\pi_i}^*)}{\int (1 - \gamma t_{\pi^0}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*} + N_{\pi\pi\gamma} P_{\pi\pi\gamma} + N_{K_1^0} P_{K_1^0} \right)$$

$$\prod_{\text{non ambigus}} \frac{\Gamma (1 - \gamma t_{\pi_i}^*)}{\int (1 - \gamma t_{\pi^0}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*} \prod_{i=1}^N D(t_{\pi_i}^*) e^{-\frac{(T(\gamma) - T_0(\gamma))^2}{2 \Delta T(\gamma)^2}}$$

Nous voyons sur cette expression que :

- a) le temps observable n'apparaît pas dans la pondération des événements ambigus ; c'est logique, car la probabilité qu'un événement soit une désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ ,  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$  ou  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  ne doit pas dépendre des critères de sélection
- b) que la fonction de détection  $D(t_{\pi_i}^*)$  apparaît sous forme d'une constante multiplicative : ceci ne se produit en fait que parce que nous avons négligé les incertitudes de mesure sur les  $t_{\pi^0}^*$ .
- c) que nous avons fait intervenir un terme (le dernier) tenant compte de l'incertitude de mesure de  $T(\gamma)$  :  $T_0(\gamma)$  est le résultat de notre calcul de Monte-Carlo, et  $T(\gamma)$  est la valeur que nous aurions obtenue avec un lot infini de  $K_1^0$ , en sachant calculer exactement le temps observable.

L'optimisation de la fonction de vraisemblance précédente est possible. Néanmoins pour simplifier les calculs nous ferons les remarques suivantes :

- a) les événements pour lesquels les probabilités des trois hypothèses de désintégration sont du même ordre de grandeur sont très peu nombreux (ceci est dû essentiellement au facteur  $e^{-\chi^2_\alpha/2}$  qui apparaît dans  $P_\alpha$ ). Il en résulte que la corrélation entre  $\Gamma$  et  $\gamma$  est négligeable, et nous pouvons déterminer  $\gamma$  en prenant une valeur approchée de  $\Gamma$ . Nous avons utilisé la valeur  $2,5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

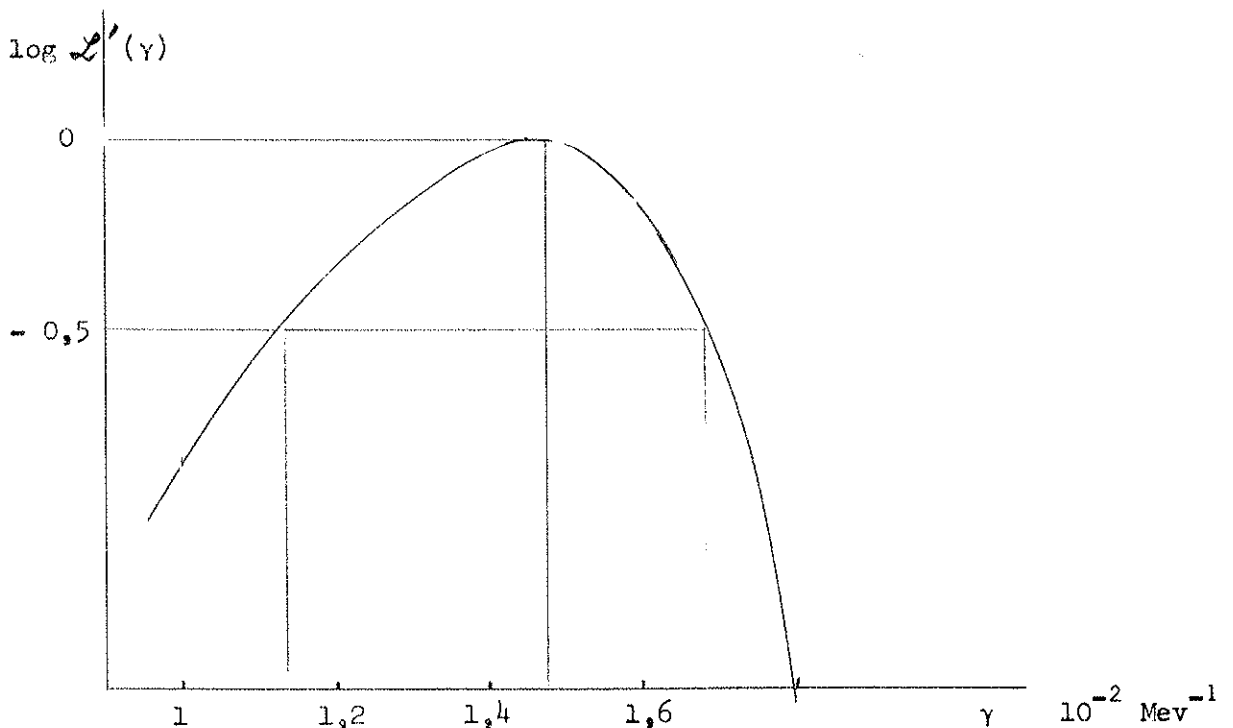
b) La variation de T en fonction de  $\gamma$  est très faible ; les résultats du calcul de Monte-Carlo, obtenus en faisant varier  $\gamma$ , montrent que nous pouvons négliger cette variation (l'erreur que nous commettons ainsi est de sens contraire à celle que nous commettons en supposant  $t_{\pi^0}^*$  mesuré avec une précision infinie).

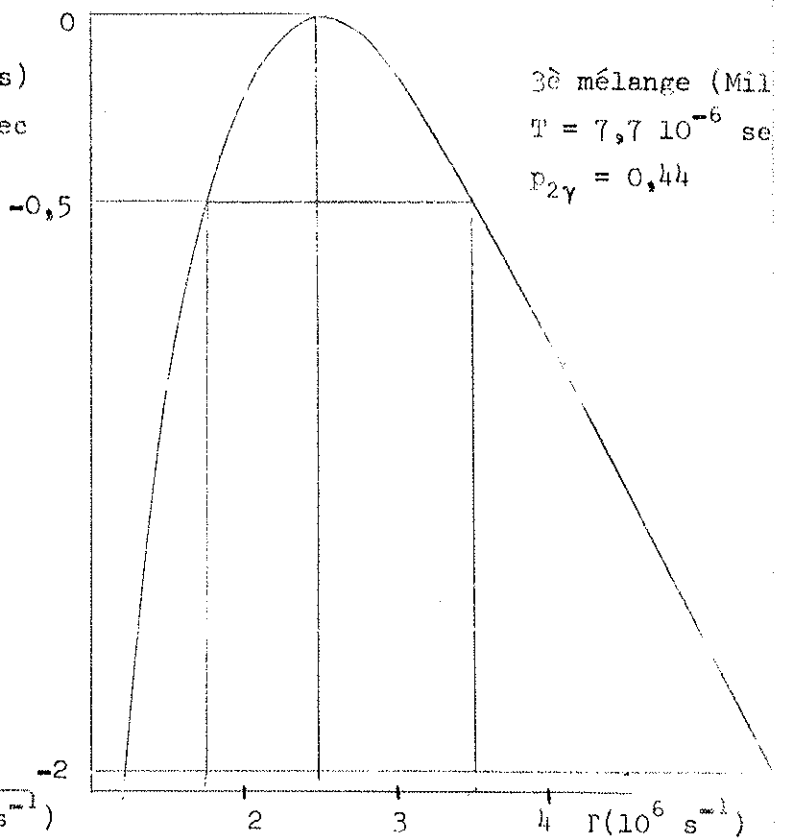
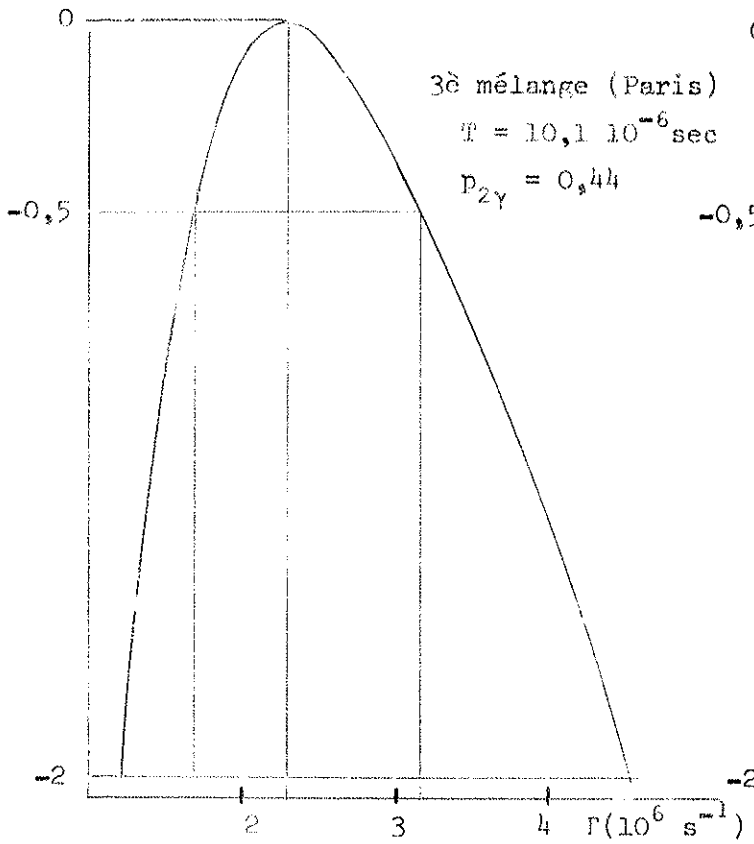
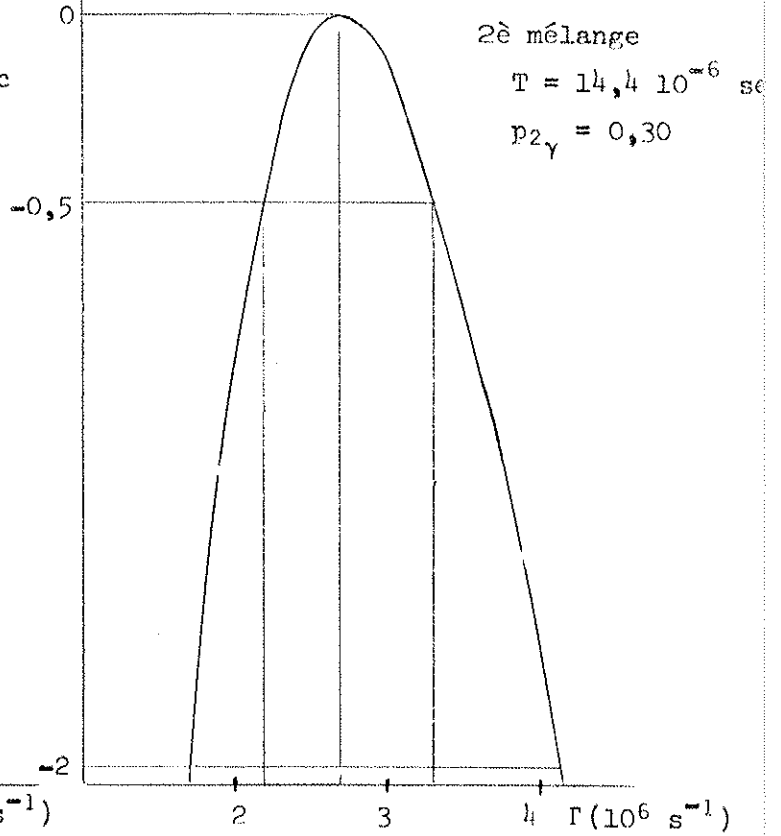
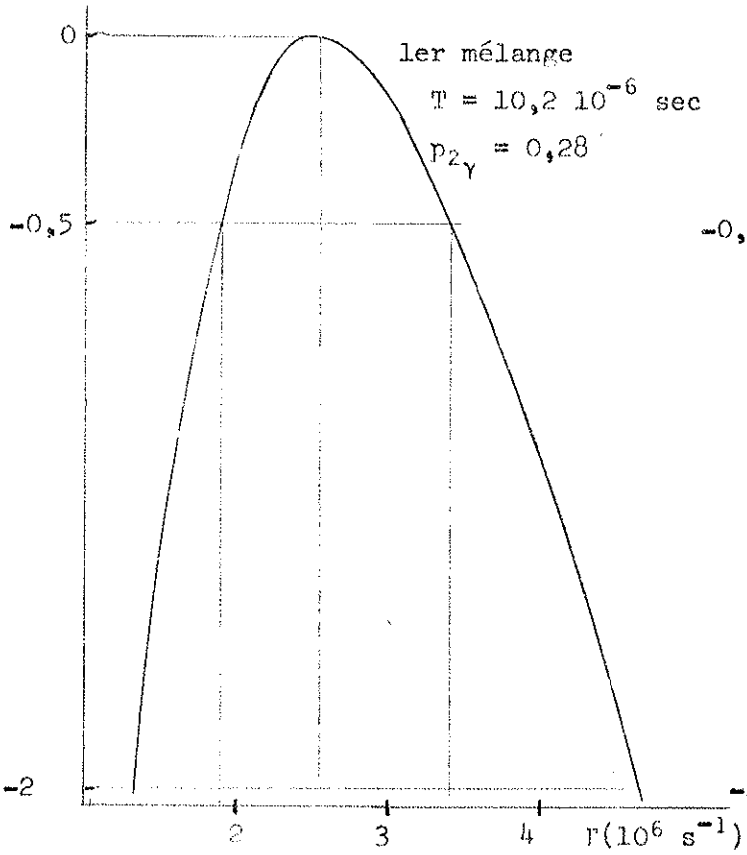
En conclusion, nous avons calculé  $\gamma$  à l'aide de la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}'(\gamma) = \prod_{\text{Ambigus}} \left( \frac{\Gamma P_{\pi^+\pi^-\pi^0}^i (1 - \gamma t_{\pi^0 i}^*)}{\int (1 - \gamma t_{\pi^0}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*} + N_{\pi\pi\gamma} P_{\pi\pi\gamma} + N_{K_1^0} P_{K_1^0} \right) \times \prod_{\text{non ambigus}} \frac{1 - \gamma t_{\pi^0 i}^*}{\int (1 - \gamma t_{\pi^0}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*}$$

Nous avons déjà dit au paragraphe IC2 comment ont été estimés  $N_{\pi\pi\gamma}$  et  $N_{K_1^0}$ .

La variation de  $\mathcal{L}'(\gamma)$ , pour l'ensemble des trois mélanges, est donnée par la courbe ci-dessous :



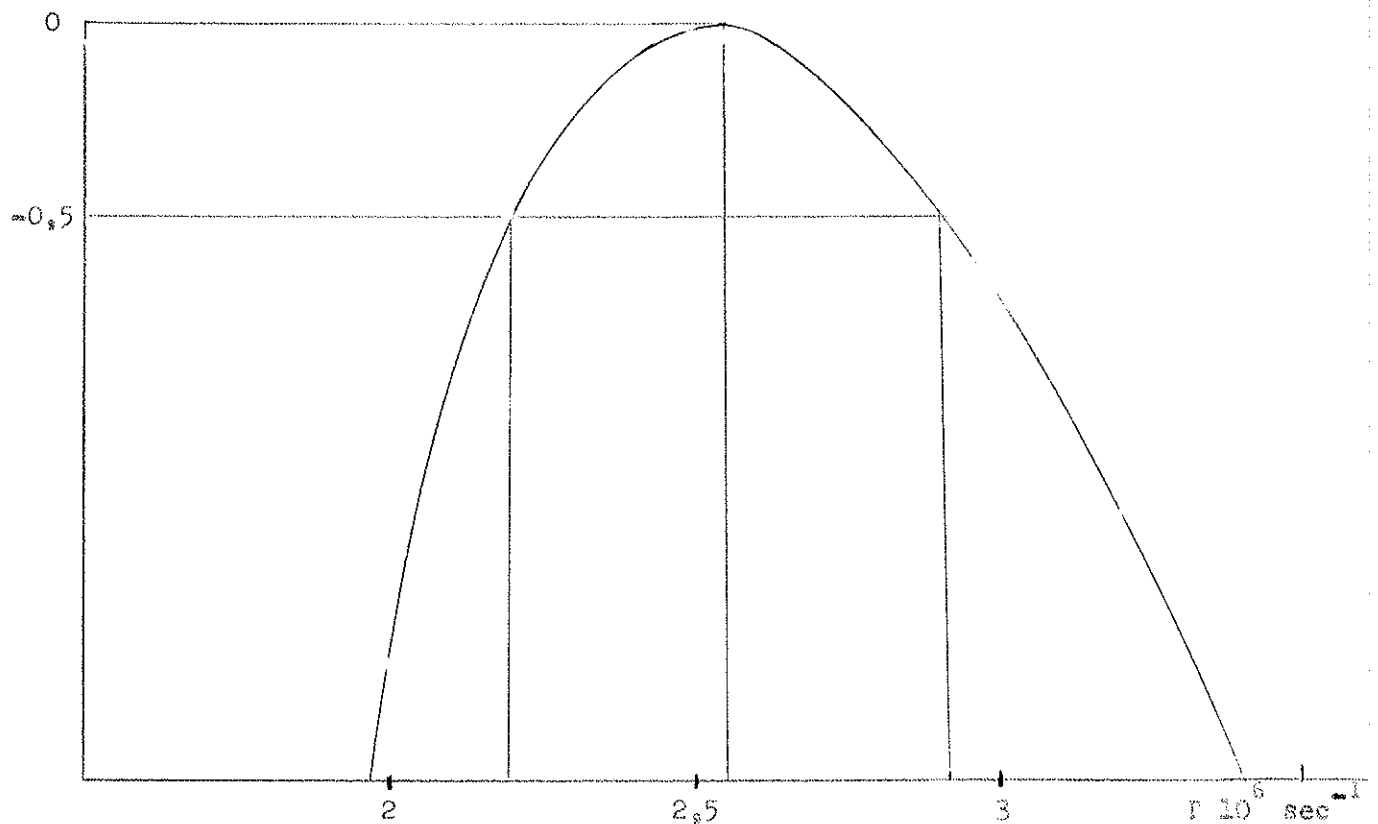


Si nous admettons donc (nous avons fait une estimation de  $\gamma$  et non pas un test d'hypothèse) que la probabilité de transition est proportionnelle à  $1 - \gamma t_{\pi^0}^*$ , notre résultat pour  $\gamma$  est :

$$\gamma = (1,48^{+0,21}_{-0,34}) 10^{-2} \text{ Mev}^{-1}$$

Une fois  $\gamma$  déterminé nous pouvons le reporter dans l'expression de  $\mathcal{L}$  (dans  $T(\gamma)$  et les poids accordés aux évènements ambigus). Nous utilisons les valeurs de  $\alpha, n_{1\gamma}, n_{2\gamma}, C, n_1, n_2, n'$ , données dans le tableau 8 : nous obtenons dans chacune des 4 expériences les variations de  $\log \mathcal{L}(\Gamma)$  (après optimisation sur  $T, p_1, p_2$ ), représentées par la figure 122. Les valeurs de  $T, p_{1\gamma}$  et  $p_{2\gamma}$  sont portées sur chacune des figures.

Le résultat final s'obtient en faisant la somme des  $\log \mathcal{L}(\Gamma)$ , ce qui donne la variation ci-dessous :



Nous aboutissons donc à la valeur

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = (2,55 \pm 0,38 \text{ } ^+ \text{ } - 0,35) 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (\text{à } 68 \text{ \% de chance})$$

Rappelons que pour obtenir ce résultat nous avons fait les hypothèses suivantes :

- a) Les désintégrations  $\pi^+ \pi^- \gamma$  ne peuvent être produites que par des  $K_1^0$  (processus radiatif), avec le rapport de branchement  $2,5 \cdot 10^{-3}$ .
- b) Seuls les  $K_2^0$  se désintègrent en  $\pi^+ \pi^- \pi^0$
- c)  $\mathcal{J}_{K_1^0}(t=0) = \mathcal{J}_{K_2^0}(t=0) = 1/2$  pour  $\mathcal{J}_{K^0}(t=0) = 1$  et  $\mathcal{J}_{\bar{K}^0}(t=0) = 0$

A la valeur de  $\Gamma$  précédente correspond pour chacun des événements ambigus donnés dans le tableau 8 un poids dans l'hypothèse  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Nous pouvons ainsi connaître le nombre d'événements à 1 photon matérialisé dans chacune des expériences et comparer la proportion observée de désintégration à 1 et 2 photons à celle que prévoit le calcul de Monte-Carlo.

	1er mél.	2e mél.	3e mél.
Proportion attendue à 2 $\gamma$	0,28	0,30	0,44
Proportion observée à 2 $\gamma$	0,25	0,21	0,44



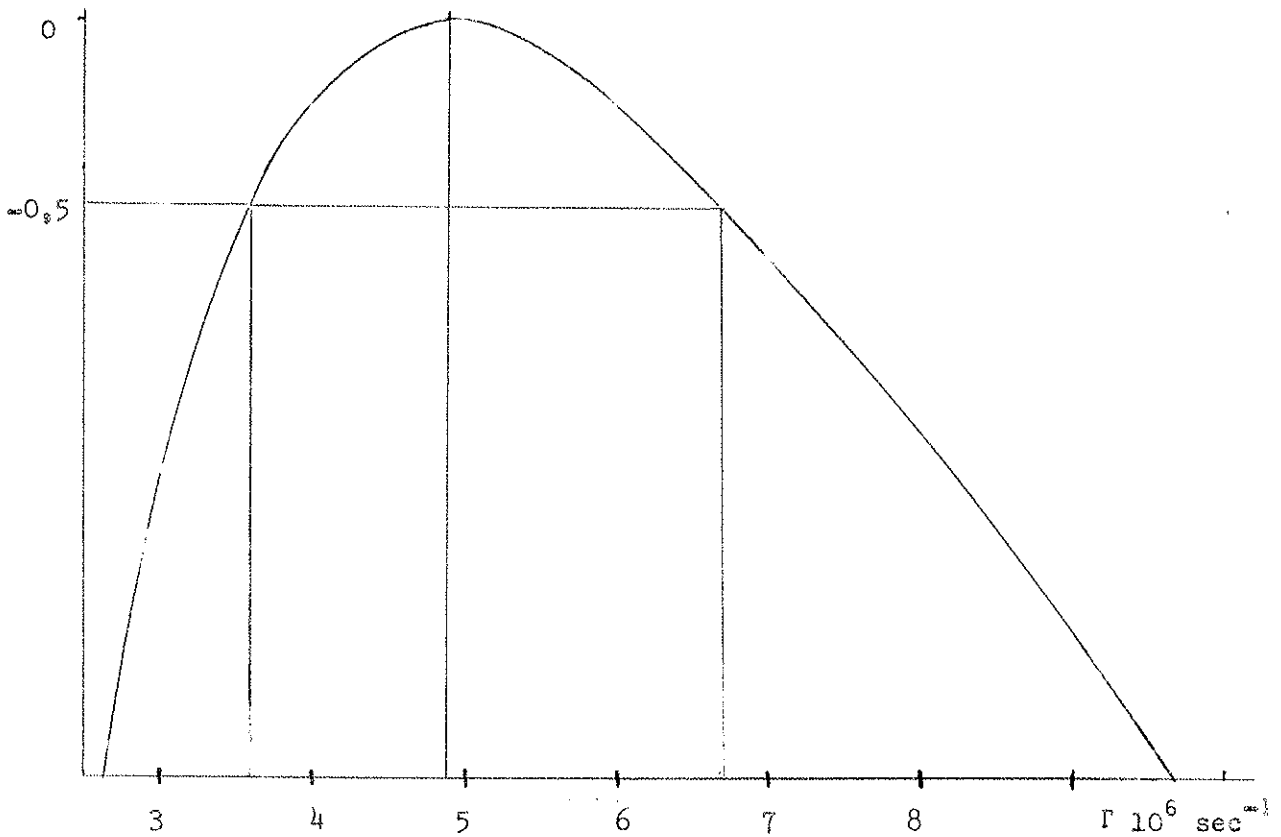
1/ LE TAUX ABSOLU  $\Gamma_{K_2^0} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$

Le problème est ici plus simple puisqu'il n'y a pas d'événements ambigus, et que nous supposons l'élément de matrice constant (ce qui est vrai dans l'hypothèse d'une dépendance linéaire en  $t_{\pi^0}^*$  : la seule fonction linéaire et symétrique en  $t_{\pi_1^0}^*, t_{\pi_2^0}^*, t_{\pi_3^0}^*$  s'écrit  $1 + \delta (t_{\pi_1^0}^* + t_{\pi_2^0}^* + t_{\pi_3^0}^*) \equiv 1 + \delta (M_{K^0} - 3 m_{\pi^0})$ ).

En portant dans la fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}(\Gamma, T, p_1, p_2) =$

$$= \Gamma T \{1 - (1-p_1)(1-p_2)\} e^{-\frac{(T - T_0)^2}{2 \Delta T^2}} (\Gamma T)^N (p_1 p_2)^C (p_1 (1-p_2))^{n_1} (p_2 (1-p_1))^{n_2} e$$

les valeurs de  $T, C, n_1, n_2$  données dans la seconde et la première partie (page 113 et 57), nous obtenons après optimisation sur  $T, p_1$  et  $p_2$  la dépendance suivante en  $\Gamma$  :



Donc, à 68 % de chance

$$\Gamma = (4,89 \pm 1,8) \pm 1,3 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

3/ ETUDE DANS L'HYPOTHESE DE LA NON CONSERVATION DE PC.

Nous avons dit dans les préliminaires (B1) que la désintégration du  $K_1^0$  en  $\pi^+\pi^-\pi^0$  n'est pas interdite si l'on croit à la conservation de PC dans les interactions faibles, mais seulement défavorisée par un effet de barrière centrifuge.

Si en outre, comme une récente expérience (24) sur le  $K_2^0$  semble l'indiquer, l'opérateur PC n'est pas conservé dans les interactions faibles, nous pouvons avoir parmi nos événements, aussi bien  $\pi^+\pi^-\pi^0$  que  $\pi^0\pi^0\pi^0$ , des désintégrations de  $K_1^0$ .

La non conservation de PC se manifeste de deux façons :

- ce ne sont plus  $K_1^0$  et  $K_2^0$ , définis comme états propres de PC, qui ont des vies moyennes bien définies mais deux autres combinaisons de  $K^0$  et  $\bar{K}^0$ , que l'on appellera  $K_S^0$  et  $K_L^0$ . Comme d'après les résultats de l'expérience précédemment citée,  $K_S^0$  et  $K_L^0$  peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} K_S^0 &= K_1^0 + \epsilon K_2^0 \\ K_L^0 &= K_2^0 - \epsilon K_1^0, \quad \text{avec } \epsilon \text{ de l'ordre de } 10^{-3} \quad (25) \end{aligned}$$

nous négligerons cet effet.

- les désintégrations  $\pi^+\pi^-\pi^0$  et  $\pi^0\pi^0\pi^0$  sont autorisées pour  $K_S^0$  et  $K_L^0$ . Si  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont les vies moyennes de  $K_S^0$  et  $K_L^0$  et  $a_S$  et  $a_L$  les amplitudes de transition de  $K_S^0$  et  $K_L^0$  vers l'état  $\pi^+\pi^-\pi^0$  (ou  $\pi^0\pi^0\pi^0$ ) posons

$$a_L = |a_L| \quad \text{et} \quad a_S = |a_S| e^{i\phi}, \quad \Delta m = \frac{M_{K_S^0} - M_{K_L^0}}{\hbar}$$

Le nombre des désintégrations observées au temps  $t$  sera proportionnel à

$$N(t) = C(t) \left( \Gamma_L e^{-t/\tau_2} + \Gamma_S e^{-t/\tau_1} + 2 \sqrt{\Gamma_S \Gamma_L} e^{-t/2\tau_1 - t/2\tau_2} \cos(\Delta m t + \phi) \right)$$

où  $C(t)$  est la fonction de détection de l'expérience en fonction du temps de vol.  $C(t)$  peut être obtenu dans le calcul de Monte-Carlo de la seconde partie.  $\Gamma_L$  et  $\Gamma_S$  sont les taux absolus des désintégrations de  $K_L^0$  et  $K_S^0$  suivant le mode étudié.

Notre propos n'est pas de faire une analyse complète en temps de vol des désintégrations  $\pi^+\pi^-\pi^0$  ou  $\pi^0\pi^0\pi^0$ , pour les raisons suivantes :

- l'incertitude sur le moment du  $K^0$  ajusté pour les désintégrations  $\pi^+\pi^-\pi^0$  à 1 photon (fig. 17) aussi bien que sur le moment ajusté des désintégrations  $\pi^0\pi^0\pi^0$

à 5 photons est très grande. L'analyse devrait être faite d'une manière analogue à celle utilisée dans l'étude des désintégrations leptoniques faite sur les mêmes photographies (11) : elle consiste à donner à chaque événement le moment moyen des  $K_1^0$  ayant le même angle d'émission par rapport au  $K^+$ . Cet effet doit être introduit dans le calcul de Monte-Carlo, pour évaluer  $C(t)$ .

- à moins que  $\Gamma_S$  ne soit bien supérieur à  $\Gamma_L$  il est difficile d'en donner une estimation précise. En effet, en intégrant l'expression précédente de  $N(t)$ , on obtient, dans chacune des expériences :

$$N = \Gamma_L T \left( 1 + r \frac{\Gamma_S}{\Gamma_L} + 2 (c \cos \phi - s \sin \phi) \sqrt{\frac{\Gamma_S}{\Gamma_L}} \right)$$

où  $T$  est le temps observable que nous avons calculé jusqu'ici et

$$rT = \int C(t) e^{-t/\tau_1} dt$$

$$cT = \int C(t) e^{-t/2\tau_1 - t/2\tau_2} \cos(\Delta mt) dt$$

$$sT = \int C(t) e^{-t/2\tau_1 - t/2\tau_2} \sin(\Delta mt) dt$$

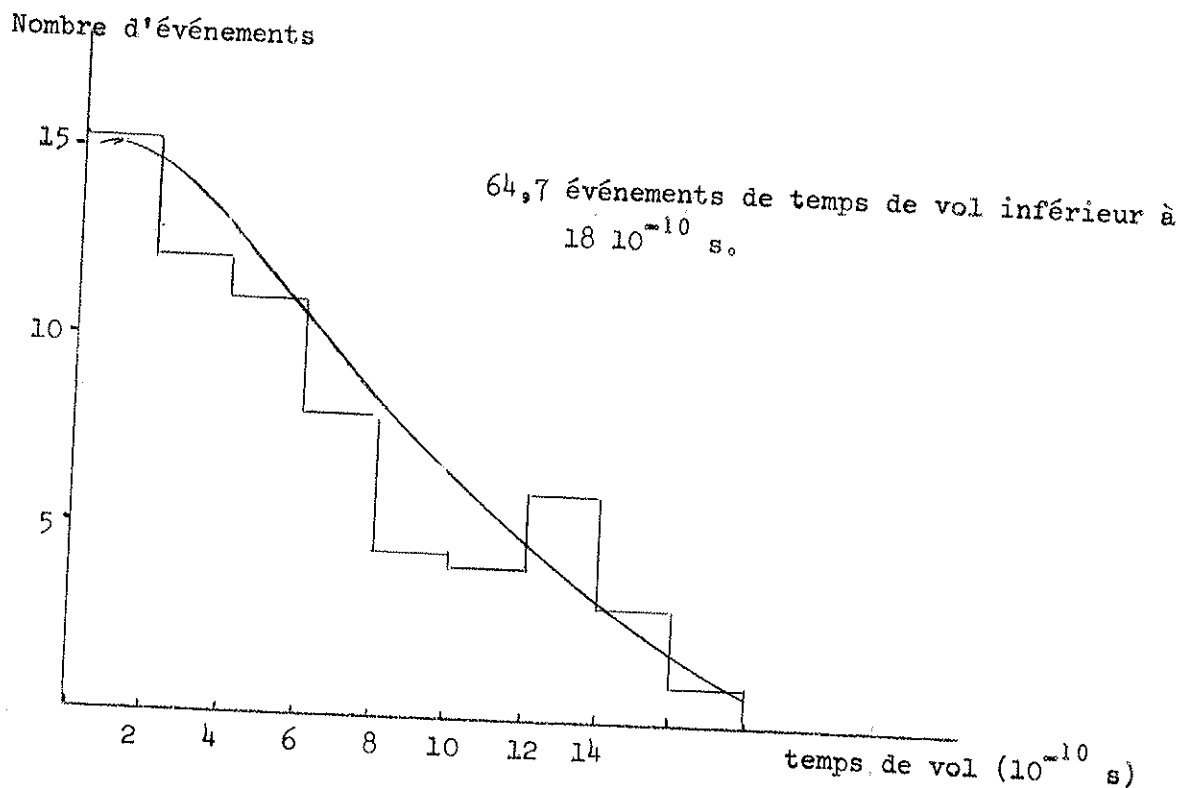
	1er mél.	2è mél.	3è mél.
r	0,073	0,075	0,065
c	0,086	0,087	0,076
s	0,077	0,084	0,071

Dans chacune des expériences les valeurs de  $r$ ,  $c$ , et  $s$  sont suffisamment voisines pour que nous puissions écrire :

$$N = \Gamma_L T \left( 1 + 0,08 \left( \epsilon + 2 \sqrt{2} \epsilon \cos \left( \phi + \frac{\pi}{4} \right) \right) \right) \quad \epsilon = \frac{\Gamma_S}{\Gamma_L}$$

Pour  $\epsilon < 8$  les désintégrations de  $K_1^0$  peuvent se manifester par aucun excès ou manque d'événements dans les premières vies moyennes : seule une analyse précise en temps de vol peut donc donner un résultat.

Nous nous bornerons donc à remarquer que notre histogramme expérimental (fig. suivante) en temps de vol des désintégrations  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  (avec toutes les réserves que l'on peut faire sur la mesure du temps de vol) présente un bon accord avec la courbe  $C(t)$  calculée par Monte-Carlo.



Il n'y a donc pas d'évidence pour une forte valeur de  $\epsilon = \frac{\Gamma_{K_S^0}}{\Gamma_{K_L^0}}$ . Si  $\epsilon$  reste petit devant l'unité notre estimation de  $\Gamma_{K_L^0} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  reste correcte.

COMPARAISON AVEC LES RESULTATS ANTERIEURS

Une récente compilation (26) de tous les résultats expérimentaux sur les désintégrations des  $K_2^0$  aboutit aux rapports de branchement suivants :

$$\tau_2 \Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = (27,1 \pm 3,6) \%$$

$$\tau_2 \Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = (12,7 \pm 1,7) \%$$

Ceci donne

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = (5,02 \pm 0,90) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

en utilisant la valeur de  $\tau_2$  de la référence (14). Cette valeur est en très bon accord avec notre résultat. Le même calcul aboutit à :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = (2,35 \pm 0,43) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

valeur également en excellent accord avec notre résultat. Il existe une mesure directe du taux précédent dans une chambre à hydrogène (27). Les auteurs donnent :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = (3,26 \pm 0,77) 10^6 \text{ s}^{-1} ;$$

dans cette même étude une analyse en temps de vol, mais basée seulement sur 18 événements, aboutit à la conclusion qu'il y a une chance sur 10 que  $\frac{\Gamma_{K_1^0}}{\Gamma_{K_2^0}}$  soit supérieur à 5.

Signalons également qu'en utilisant la valeur la plus récente de  $\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi \nu}$  (28), obtenue sur les mêmes photographies que celles que nous avons employées, et la valeur  $0,78 \pm 0,15$  du rapport  $\frac{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi \nu \nu}}{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi \nu}}$  (29) nous aboutissons à

$$\Gamma_{K_2^0} = 2,55 + 4,89 + 8,15 + 8,15 \times 0,78 = (21,8 \pm 2,6) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

valeur compatible avec la valeur  $(5,4 \pm 0,6) 10^{-8} \text{ s}$  de  $\tau_2$  (14).



B/ - COMPARAISON DES RESULTATS AVEC  
LES PREDICTIONS DE LA REGLE  $|\Delta I| = 1/2$

- 3 -

Considérons les désintégrations du  $K^+$  et du  $K^0$  en 3 pions. Si nous appelons  $\Delta I_3$  la quantité

$$\Delta I_3 = I_3(f) - I_3(i), \text{ où } I_3(f) \text{ et } I_3(i)$$

sont la troisième composante du spin isotopique de l'état final et de l'état initial, dans chacun des cas la valeur de  $\Delta I_3$  est

$$\Delta I_3 = 1/2 .$$

L'hypothèse avancée par la règle  $|\Delta I| = 1/2$  est la suivante : l'hamiltonien effectif de la transition de l'état  $K$  à l'état formé de  $3\pi$  se transforme comme un spineur de l'espace du spin isotopique. On peut rapprocher cette théorie de celle de l'indépendance de charge : dans ce cas (interactions fortes) où  $\Delta I_3 = 0$ , on fait l'hypothèse que  $|\Delta I| = 0$ , donc que l'hamiltonien effectif se transforme comme un scalaire.

Les conséquences de la règle  $|\Delta I| = 1/2$  sont très simples à formuler à l'aide du théorème de Wigner-Eckart : les éléments de matrice des diverses désintégrations possibles sont liés par des relations linéaires faisant intervenir des coefficients de Clebsch-Gordan.

/ LES PREDICTIONS DE LA REGLE POUR LES DESINTEGRATIONS DE  $K$  en  $3\pi$ .

---

L'ensemble de trois pions peut se trouver dans un état de spin isotopique 0, 1, 2 ou 3. Mais si les trois pions proviennent d'une désintégration de  $K^+$  ou de  $K_2^0$  certaines valeurs de l'isospin final sont interdites ; il est évident que les  $3\pi$

de désintégration du  $K^+$  ont  $I_3 = 1$  ; donc  $I = 0$  est interdit et il ne reste plus que  $I = 1, 2, 3$ .

Nous avons vu dans les préliminaires que l'opérateur  $C$  appliqué aux  $3\pi$  d'un  $K_2^0$  a pour valeur propre  $+1$ . On sait d'autre part que la valeur de l'isoparité  $G$  de  $3\pi$  est  $-1$ . En outre pour un système de pions globalement neutre

$$e^{i\pi I_2} |I, 0\rangle = (-1)^I |I, 0\rangle$$

On doit donc avoir

$$G = -1 = C e^{i\pi I_2} = 1 \times (-1)^I,$$

ce qui entraîne  $I$  impair. Seuls sont donc permis les états  $I = 1$  et  $I = 3$ .

L'utilisation de la règle  $|\Delta I| = 1/2$  permet, dans les désintégrations de  $K_2^0$  et  $K^+$ , de limiter l'état final aux états d'isospin 1.

Ecrivons les vecteurs de base des  $3\pi$  sous la forme

$$\vec{\phi}_i = \begin{pmatrix} \pi_i^+ \\ \pi_i^0 \\ \pi_i^- \end{pmatrix} \quad i = 1, 2, 3$$

On voit immédiatement que dans l'espace produit tensoriel des trois espaces vectoriels précédents, il existe 3 sous espaces irréductibles représentant des états de spin isotopique 1. Ils s'écrivent

$$\vec{\phi}_i (\vec{\phi}_j \vec{\phi}_k) \quad ijk = \text{permutation circulaire de } 1, 2, 3$$

$$\text{où } \vec{\phi}_j \vec{\phi}_k = \pi_j^+ \pi_k^- + \pi_j^- \pi_k^+ - \pi_j^0 \pi_k^0$$

La statistique de Bose implique que l'état final soit

$$(\vec{\phi}_1 \vec{\phi}_2) \vec{\phi}_3 f(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + (\vec{\phi}_2 \vec{\phi}_3) \vec{\phi}_1 f(\omega_2, \omega_3, \omega_1) + (\vec{\phi}_3 \vec{\phi}_1) \vec{\phi}_2 f(\omega_3, \omega_1, \omega_2)$$

avec  $f(x, y, z) = f(y, x, z)$ .

En utilisant le théorème de Wigner-Eckart on en déduit que les amplitudes de transition vers les états  $\pi^+ \pi^- \pi^0$ ,  $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ ,  $\pi^+ \pi^0 \pi^0$  et  $\pi^+ \pi^+ \pi^-$  sont proportionnelles à :



$$\langle K_2^0 | M^{1/2} | \pi^+ \pi^- \pi^0 \rangle = \sqrt{2} f(\omega_{\pi^+}, \omega_{\pi^-}, \omega_{\pi^0})$$

$$\langle K_2^0 | M^{1/2} | \pi^0 \pi^0 \pi^0 \rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left( f(\omega_{\pi_1^0}, \omega_{\pi_2^0}, \omega_{\pi_3^0}) + f(\omega_{\pi_2^0}, \omega_{\pi_3^0}, \omega_{\pi_1^0}) + f(\omega_{\pi_3^0}, \omega_{\pi_1^0}, \omega_{\pi_2^0}) \right)$$

$$\langle K^+ | M^{1/2} | \pi^0 \pi^0 \pi^+ \rangle = -f(\omega_{\pi_1^0}, \omega_{\pi_2^0}, \omega_{\pi^+})$$

$$\langle K^+ | M^{1/2} | \pi^+ \pi^+ \pi^- \rangle = f(\omega_{\pi_1^+}, \omega_{\pi^-}, \omega_{\pi_2^+}) + f(\omega_{\pi_2^+}, \omega_{\pi^-}, \omega_{\pi_1^+})$$

c'est-à-dire que les taux des désintégrations sont proportionnels à :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = 2 \int f^2(\omega_{\pi^+}, \omega_{\pi^-}, \omega_{\pi^0}) d\omega_{\pi^+} d\omega_{\pi^-}$$

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = \frac{1}{3} \int |f(\omega_{\pi_1^0}, \omega_{\pi_2^0}, \omega_{\pi_3^0}) + f(\omega_{\pi_2^0}, \omega_{\pi_3^0}, \omega_{\pi_1^0}) + f(\omega_{\pi_3^0}, \omega_{\pi_1^0}, \omega_{\pi_2^0})|^2 d\omega_{\pi_1^0} d\omega_{\pi_2^0}$$

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+} = \int f^2(\omega_{\pi_1^0}, \omega_{\pi_2^0}, \omega_{\pi^+}) d\omega_{\pi_1^0} d\omega_{\pi_2^0}$$

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-} = \int |f(\omega_{\pi_1^+}, \omega_{\pi^-}, \omega_{\pi_2^+}) + f(\omega_{\pi_2^+}, \omega_{\pi^-}, \omega_{\pi_1^+})|^2 d\omega_{\pi_1^+} d\omega_{\pi_2^+}$$

Si les masses des 2 K et des 3  $\pi$  étaient les mêmes, ces expressions conduiraient aux relations suivantes :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = 2 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+}$$

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-} = \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+}$$

Les formes des spectres d'énergies des  $\pi$  des 4 désintégrations sont liées entre elles : par exemple, le spectre d'énergie du  $\pi^+$  de la désintégration  $K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+$  a la même forme que le spectre d'énergie du  $\pi^0$  de la désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ .

Remarquons que les relations qui sont écrites ci-dessus ne font aucune hypothèse sur la forme de  $f(x, y, z)$ .

2/ CORRECTIONS D'ESPACES DES PHASES

Que deviennent les relations précédentes si les masses des 2 K et des 3 $\pi$  ne sont pas égales, c'est-à-dire si nous introduisons les interactions électromagnétiques ?

Il faut tenir compte dans les expressions précédentes des corrections électromagnétiques, que malheureusement on ne sait pas calculer. On se contente d'introduire une correction d'espaces de phases, non négligeable par suite de la faible valeur Q de ces désintégrations ( $Q = M_K - \Sigma m_\pi$ ).

Nous avons calculé numériquement, pour chacune des 4 désintégrations les valeurs de  $\int d\omega_1 d\omega_2$ . Les résultats sont les suivants :

Désintégrations	$10^{-3} \int d\omega_1 d\omega_2$ (Mev <sup>2</sup> )	Proportionnels à	Masses utilisées
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$	1,5741	1	$M_{K^0} = 497,8$
$K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	1,9326	1,228	$M_{K^+} = 493,9$
$K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+$	1,9616	1,246	$m_{\pi^+} = m_{\pi^-} = 139,59$
$K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	2,3553	1,496	$m_{\pi^0} = 135,0$

L'erreur relative (due à l'intégration numérique) sur chacune des quantités ci-dessus est comprise entre  $2 \cdot 10^{-4}$  et  $4 \cdot 10^{-4}$ . La différence entre ces valeurs et celles utilisées jusqu'ici est due au fait que leurs auteurs utilisaient un développement en masse du K et des  $\pi$  de l'intégrale elliptique  $\int d\omega_1 d\omega_2$  (30).

En fait, il est difficile de considérer f constant, ce qui reviendrait à utiliser les facteurs correctifs du tableau précédent. En effet les résultats expérimentaux sur les  $K^+$  et  $K_2^0$  montrent qu'il n'en est pas ainsi ; la plupart des données expérimentales (ainsi que les nôtres, III A1) ont été analysées avec l'hypothèse d'une dépendance au maximum linéaire de f en énergie cinétique t des pions. En ajoutant la condition  $f(t_1, t_2, t_3) = f(t_2, t_1, t_3)$ , f ne peut être qu'une fonction linéaire de  $t_3$ .

La meilleure façon d'écrire cette fonction linéaire semble être

$$f_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \left( t_3 - \frac{Q}{3} \right) \right)$$

En effet l'origine de cette dépendance linéaire est sans doute une interférence entre les états de moments angulaires  $l = 0$  et  $l = 2$ . Cependant on ne peut pas considérer qu'elle soit valable dans tout le domaine de variation des énergies : au voisinage des bornes l'amplitude de transition n'est certainement pas une fonction analytique et donc pas développable en puissances de  $t$ . La formulation précédente exprime que l'approximation linéaire que nous faisons est valable surtout lorsque les  $3\pi$  ont la même énergie.

Dans ces conditions on peut écrire les expressions suivantes des taux absolus, en négligeant les termes en  $\alpha^2$

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = 2 \int \left( 1 + \alpha \left( t_{\pi^0} - \frac{Q}{3} \right) \right) d\omega_{\pi^+} d\omega_{\pi^-} \quad (1)$$

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = 3 \int d\omega_{\pi_1^0} d\omega_{\pi_2^0} \quad (2)$$

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^+} = \int \left( 1 + \alpha \left( t_{\pi^+} - \frac{Q}{3} \right) \right) d\omega_{\pi_1^0} d\omega_{\pi_2^+} \quad (3)$$

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-} = 4 \int \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \left( t_{\pi^-} - \frac{Q}{3} \right) \right) d\omega_{\pi_1^+} d\omega_{\pi_2^+} \quad (4)$$

(dans le paragraphe III A1 nous avons écrit que le spectre d'énergie était de la forme  $1 - \gamma t_{\pi^0}$  : en fait l'utilisation de  $\alpha$  est plus pratique pour comparer les diverses valeurs de  $\alpha$  dans les 3 désintégrations où ce paramètre intervient.

$\alpha$  est lié à  $\gamma$  par  $\alpha = - \frac{\gamma}{1 - \gamma \frac{Q}{3}}$  )

Sur les expressions précédentes, on voit que les pentes  $\sigma_{\pi^0}$ ,  $\sigma_{\pi^+}$  et  $\sigma_{\pi^-}$  des spectres d'énergies des  $\pi^0$ ,  $\pi^+$  et  $\pi^-$  des désintégrations (1), (3) et (4) sont liées par :

$$\sigma_{\pi^0} = \sigma_{\pi^+} = - 2 \sigma_{\pi^-}$$

Les valeurs expérimentales de ces pentes sont :

$$\sigma_{\pi^0} = (- 2,8 \pm 0,30) 10^{-2} \text{ Mev}^{-1} \quad (25), \text{ notre résultat étant}$$

$$\sigma_{\pi^0} = (- 2,5 \pm 0,55) 10^{-2} \text{ Mev}^{-1}.$$

$$\sigma_{\pi^+} = (3,1 \pm 0,6) 10^{-2} \text{ Mev}^{-1} \quad (25)$$

La valeur de  $\sigma_{\pi^-}$  est :

$$\sigma_{\pi^-} = (1,32 \pm 0,26) 10^{-2} \text{ Mev}^{-1} \quad (31)$$

La relation liant les  $\sigma$  est donc bien vérifiée.

### 3/ COMPARAISON DE NOS VALEURS AVEC LES TAUX PREDITS

Revenons maintenant au calcul des taux absolus, en tenant compte de cette forme linéaire de  $f(x, y, z)$ . On peut voir que  $\int t \, d\omega_1 \, d\omega_2 = \frac{Q}{3} \int d\omega_1 \, d\omega_2$ , et que par conséquent, le résultat est le même que celui que nous aurions avec un élément de matrice constant. En introduisant donc les corrections d'espace des phases, les prédictions de la règle deviennent :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = 1,97 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0} \quad (5)$$

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = 1,496 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-} = 1,200 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0} \quad (6)$$

En utilisant les valeurs suivantes des taux de désintégration des  $K^+$  (25)

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0} = 1,41 \pm 0,08 \quad 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-} = 4,36 \pm 0,08 \quad 10^6 \text{ s}^{-1}$$

on obtient par (5) et (6)

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = (2,78 \pm 0,16) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{et } \Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = (4,83 \pm 0,16) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

à comparer à nos valeurs

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = (2,55 \pm 0,38 \text{ } - 0,35) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = (4,89 \pm 1,8 \text{ } - 1,3) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

Les taux mesurés sont donc très compatibles avec les valeurs prédites.

Pour rendre plus concrète notre analyse nous allons maintenant calculer l'ordre de grandeur de la contribution d'amplitude 3/2 que l'on peut déduire de ces données expérimentales.

L'opérateur de transition le plus général peut s'écrire sous la forme d'une somme d'opérateurs tensoriels irréductibles

$$M = M^{1/2} + M^{3/2} + M^{5/2} + M^{7/2}$$

Les états finals permis étant  $I = 1, 2$  (seulement pour le  $K^+$ ), 3, les taux de désintégrations vont dépendre de trop de paramètres pour que nous puissions tous les déterminer.

Remarquons que la prédiction de la règle  $|\Delta I| = 1/2$  pour les rapports des 2 taux du  $K^+$  et du  $K_2^0$  sont :

$$\frac{\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0}}{\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-}} = 0,31$$

et

$$\frac{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0}}{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0}} = 1,83$$

à comparer aux valeurs expérimentales  $0,32 \pm 0,01$  et  $1,92 \pm 0,70$ . Les valeurs 0,31 et 1,83 sont obtenues en prenant pour état final des  $3\pi$  l'état de spin isotopique 1, soit entièrement symétrique, soit avec une fonction d'espace linéaire. Nous pouvons donc raisonnablement penser que les amplitudes 5/2 et 7/2 sont négligeables, et que seul l'état final 1 peut être atteint par des transitions de  $|\Delta I| = 1/2$  et  $|\Delta I| = 3/2$ .

On a alors, en appelant  $M^{1/2}$  et  $M^{3/2}$  les éléments de matrice réduits :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0} = 2 \int |M^{1/2} + M^{3/2}|^2 d\omega_1 d\omega_2$$

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0} = 3 \int |M^{1/2} + M^{3/2}|^2 d\omega_1 d\omega_2$$

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0} = \int |M^{1/2} - \frac{1}{2} M^{3/2}|^2 d\omega_1 d\omega_2$$

$$\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-} = 4 \int |M^{1/2} - \frac{1}{2} M^{3/2}|^2 d\omega_1 d\omega_2$$

En négligeant les termes  $|M^{3/2}|^2$ , il vient

$$\frac{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0}}{\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0}} = 2 \frac{1 + 2 \operatorname{Re} M^{3/2}/M^{1/2}}{1 - \operatorname{Re} M^{3/2}/M^{1/2}}$$

$$\frac{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0}}{\Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0}} = 3 \frac{1 + 2 \operatorname{Re} M^{3/2}/M^{1/2}}{1 - \operatorname{Re} M^{3/2}/M^{1/2}}$$

Soit

$$\operatorname{Re} \frac{M^{3/2}}{M^{1/2}} = \frac{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0} - 2 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0}}{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0} + 4 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0}} \quad (7)$$

$$\operatorname{Re} \frac{M^{3/2}}{M^{1/2}} = \frac{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0} - 3 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0}}{\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0} + 6 \Gamma_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0}} \quad (8)$$

(ou  $\Gamma$  doit en fait être divisé par l'intégrale d'espace des phases). Nous obtenons les deux valeurs suivantes de  $\operatorname{Re} \frac{M^{3/2}}{M^{1/2}}$  :

$$\operatorname{Re} \frac{M^{3/2}}{M^{1/2}} = -0,03 \pm 0,05 \quad (\text{d'après 7})$$

$$\operatorname{Re} \frac{M^{3/2}}{M^{1/2}} = -0,02 \pm 0,09 \quad (\text{d'après 8})$$

Nous pouvons donc penser à une très faible contribution d'amplitude  $3/2$ .

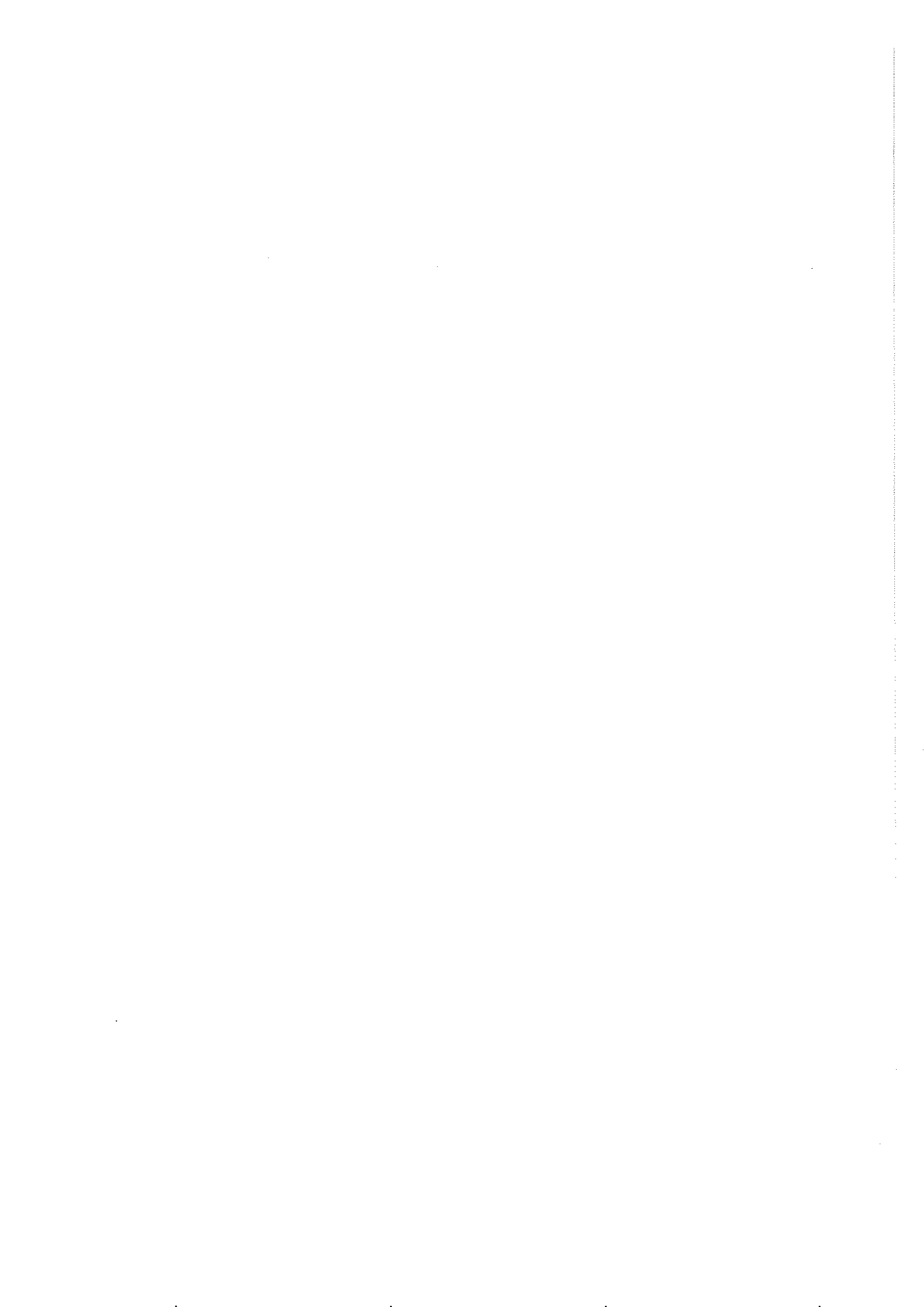
## CONCLUSION

Les valeurs des taux de désintégration aussi bien que les pentes des spectres d'énergie des  $\pi$  sont donc parfaitement compatibles avec les prédictions de la règle  $|\Delta I| = 1/2$ . Signalons cependant que la relation liant les pentes n'est plus un bon test de la règle si la forme des spectres est surtout due aux interactions dans l'état final. De nombreuses études ont été faites sur ce sujet (32), et sans que les conclusions en soient bien nettes, on ne peut pas exclure que la forme des spectres aie cette origine.

Nous retiendrons donc surtout le résultat donné par les taux absolus. Il est impossible d'affirmer que la règle de sélection  $|\Delta I| = 1/2$  est vraie ; nous pouvons seulement dire que la contribution d'amplitude 3/2 est faible.

Cela vient apporter une nouvelle confirmation à tous les résultats expérimentaux antérieurs, presque tous en accord avec les prédictions de la règle (désintégration des hyperons, rapport de branchement du  $K_1^0$ ). Seuls les résultats expérimentaux sur la désintégration  $K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+$ , dont le taux semble ne pas pouvoir être expliqué par une transition électromagnétique, pourraient exiger la présence d'amplitude 3/2.

Il est intéressant, dans le cadre de la théorie  $SU_3$ , de pouvoir supposer que la règle  $|\Delta I| = 1/2$  est vraie. En effet, les courants d'interaction faible se transforment alors sous  $SU_3$  comme les composantes d'un octet. Admettre la présence d'amplitude 3/2, oblige à donner à ces courants des propriétés de transformation correspondant à des représentations d'ordre supérieur. A l'heure actuelle la théorie a du mal à expliquer pourquoi les transitions 1/2 sont favorisées par rapport aux transitions 3/2.

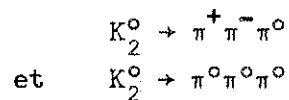




## CONCLUSION

- 3 -

Cette étude a permis la mesure des taux absolus des deux désintégrations du  $K_2^0$  en trois pions :



Seules ont été retenues les désintégrations avec au moins 1 ou 5 photons matérialisés, la plupart des faux événements étant aussi éliminés.

Sur un lot d'environ 80 événements du premier type, nous aboutissons à la valeur suivante du taux :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0} = (2,55 \pm 0,38) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

L'étude de la distribution des énergies des  $\pi^0$  de ces désintégrations permet de calculer, dans l'hypothèse d'une probabilité de transition de la forme  $1 - \gamma t_{\pi^0}$  la valeur de  $\gamma$  :

$$\gamma = (1,48 \pm 0,21) 10^{-2} \text{ Mev}^{-1}$$

L'analyse de 18 événements du second mode de désintégration, observés avec 5 et 6 photons matérialisés, donne la valeur :

$$\Gamma_{K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0} = (4,89 \pm 1,8) 10^6 \text{ s}^{-1}$$

valeur encore imprécise étant donné le petit nombre de tels événements.

L'ensemble de ces résultats est en accord avec les prédictions de la règle  $|\Delta I| = 1/2$  non leptonique, la contribution d'amplitude  $3/2$  étant évaluée à 3 %.

L'analyse en temps de vol des désintégrations n'a pu être réalisée de façon précise. Il semble exclu que le taux de désintégration du  $K_1^0$  en  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  soit bien supérieur au taux de désintégration du  $K_2^0$  suivant ce même mode. Par contre une faible violation de CP aurait des conséquences trop faibles pour que nous puissions la mettre en évidence.

APPENDICE I

--:-

EXPRESSION DES JACOBIENS DU PARAGRAPHE ICI

Dans un système d'axes liés à la chambre chaque particule est définie par son moment et deux angles :  $\phi'$  angle azimutal et  $\theta'$  angle polaire. Appelons  $\theta$  son angle polaire avec la direction du  $K^0$ . Si nous prenons comme variables  $x_\mu$  les  $p \theta' \phi'$  définis ci-dessus les jacobiens s'écrivent :

1) désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

$$x_\mu = \theta'_{K^0}, \phi'_{K^0} (p \theta' \phi')_{\pi^+} \text{ et } \pi^-$$

$$x_K^* = \theta'_{K^0}, \phi'_{K^0}, p_{K^0}, \cos\theta_{\pi^+}^* \phi_{\pi^+}^*$$

$$J = \frac{\partial (x_K^*)}{\partial x_\mu} \partial (\text{contraintes}) = (\sin\theta_{\pi^+}^* \beta_{\pi^+}^* p_{\pi^+}^*) (\sin\theta_{\pi^-}^* \beta_{\pi^-}^* p_{\pi^-}^*) \frac{M_{K^0}}{\beta_{K^0} p_{K^0}^*}$$

$\beta_c^i$  = vitesse de la ième particule

$$p^* = \left[ \left( \frac{M_{K^0}}{2} \right)^2 - m_\pi^2 \right]^{1/2}$$

Nous avons pris :

$$p(x_K^*) \pi dx_K^* = p(\theta'_{K^0}, \phi'_{K^0}, p_{K^0}) d\theta'_{K^0} d\phi'_{K^0} dp_{K^0} \frac{d\cos\theta^*}{2} \frac{d\phi^*}{2\pi}$$

où  $p(\theta'_{K^0}, \phi'_{K^0}, p_{K^0}) d\theta'_{K^0} d\phi'_{K^0} dp_{K^0}$  est la probabilité d'émission d'un  $K^0$  de caractéristiques  $\theta'_{K^0}, \phi'_{K^0}, p_{K^0}$ .

2) Désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$

$$x_\mu = \theta'_{K^0}, \phi'_{K^0} (p, \theta', \phi')_{\pi^+}, \pi^-, \gamma$$

$$x_K^* = \theta'_{K^0}, \phi'_{K^0}, p_{K^0}, E_{\pi^+}, E_{\pi^-}, \cos\theta_{\pi^+}^* \phi_{\pi^+}^* \phi_{\pi^-}^* / \pi^+$$

$$J = (\sin\theta_{\pi^+}^* \beta_{\pi^+}^* \beta_{\pi^+}^* p_{\pi^+}^* \frac{\cos\theta_{\pi^+}^*}{\sin^2\theta_{\pi^+}^*}) (\sin\theta_{\pi^-}^* \beta_{\pi^-}^* \beta_{\pi^-}^* p_{\pi^-}^* \frac{\cos\theta_{\pi^-}^*}{\sin^2\theta_{\pi^-}^*}) \sin\theta_\gamma^* p_\gamma \frac{M_{K^0}^2 E_{K^0}}{p_{K^0}^3}$$

Nous avons pris comme probabilité des  $x_k^*$

$$p(x_k^*) \pi dx_k^* = p(\theta_{K^0}^*, \phi_{K^0}^*, p_{K^0}) d\theta_{K^0}^* d\phi_{K^0}^* dp_{K^0} \frac{d\cos\theta_{\pi^+}^*}{2} \frac{d\phi_{\pi^+}^*}{2\pi} \frac{d\phi_{\pi^-/\pi^+}^*}{2\pi} + p(E_{\pi^+}^*, E_{\pi^-}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*$$

où  $p(\theta_{K^0}^*, \phi_{K^0}^*, p_{K^0})$  a la même définition qu'en 1.  $p(E_{\pi^+}^*, E_{\pi^-}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*$  est la probabilité qu'une désintégration  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$  se présente avec  $E_{\pi^+}^*$  et  $E_{\pi^-}^*$ .

3) Désintégration  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

$$x_\mu = \theta_{K^0}^*, \phi_{K^0}^*, (p, \theta^*, \phi^*)_{\pi^+, \pi^-, \gamma}$$

$$x_k^* = \theta_{K^0}^*, \phi_{K^0}^*, p_{K^0}, E_{\pi^+}^*, E_{\pi^-}^*, \cos\theta_{\pi^+}^*, \phi_{\pi^+}^*, \phi_{\pi^-/\pi^+}^*, \phi_{\gamma/\pi^0}^*, E_\gamma^*$$

$$\phi_{\pi^-/\pi^+}^* = \text{angle azimutal du } \pi^- \text{ par rapport au } \pi^+$$

$$\phi_{\gamma/\pi^0}^* = \text{angle azimutal du } \gamma \text{ par rapport au } \pi^0$$

$$E_\gamma^* = \text{énergie du } \gamma \text{ dans le système du } K^0$$

$$J = 4 \left( \sin\theta_{\pi^+}^* \beta_{\pi^+} \beta_{\pi^+ p} + \frac{\cos\theta_{\pi^+}^*}{\sin^2\theta_{\pi^+}^*} \right) \left( \sin\theta_{\pi^-}^* \beta_{\pi^-} \beta_{\pi^-} - \frac{\cos\theta_{\pi^-}^*}{\sin^2\theta_{\pi^-}^*} \right) \left( \sin\theta_\gamma^* \beta_\gamma \beta_\gamma p_\gamma \frac{\cos\theta_\gamma^*}{\sin^2\theta_\gamma^*} \right) p_{\pi^0}^* \frac{M_K^2}{p_\gamma^*}$$

Nous avons pris pour  $p(x_k^*)$  :

$$p(x_k^*) \pi dx_k^* = p(\theta_{K^0}^*, \phi_{K^0}^*, p_{K^0}) d\theta_{K^0}^* d\phi_{K^0}^* dp_{K^0} \frac{d\cos\theta_{\pi^+}^*}{2} \frac{d\phi_{\pi^+}^*}{2\pi} \frac{d\phi_{\pi^-/\pi^+}^*}{2\pi} \frac{d\phi_{\gamma/\pi^0}^*}{2\pi} \times \frac{dE_\gamma^*}{p_{\pi^0}^*} p(E_{\pi^+}^*, E_{\pi^-}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^*$$

$p(\theta_{K^0}^*, \phi_{K^0}^*, p_{K^0})$  : même définition que ci-dessus

$$p(E_{\pi^+}^*, E_{\pi^-}^*) = (1 - \gamma t_{\pi^0}^*) / \left( \int (1 - \gamma t_{\pi^0}^*) dE_{\pi^+}^* dE_{\pi^-}^* \right)$$

APPENDICE II

-:-

Détermination de l'intervalle de confiance sur le nombre moyen d'événements, dans le cas d'un second dépouillement partiel (voir chapitre ID<sup>4</sup>).

La fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L}(n, p_1, p_2 ; C ; n_1, n_2) = e^{-n \{1 - (1-p_1)(1-\alpha p_2)\}} \frac{C + n_2 + n_1}{n} \frac{N_1 + n_1}{p_1} \frac{N_2}{p_2} \frac{n_2}{(1-p_1)^2} \frac{n_1}{(1-p_2)}$$

A l'optimum ( $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = 0, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = 0, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = 0$ ), on trouve

$$p_{2\text{opt}} = \frac{C}{C + n_1}$$

$$n_{\text{opt}} = N_1 + n_1 + \frac{n_2}{\alpha} \frac{C + n_1}{C}$$

$$p_{1\text{opt}} = \frac{N_1 + n_1}{n}$$

Pour calculer l'intervalle de confiance sur n il faut résoudre

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = 0$$

ce qui permet d'exprimer  $p_1$  et  $p_2$  en fonction de n.

$p_2$  est solution de :

$$f(p_2) = (-N_1 \alpha) n p_2^4 + \{n(N_2 + n_1 + \alpha(C + N_1)) - n_1^2 (N_2 + n_1)\} p_2^3$$

$$+ \left\{ n \left( -2 N_2 - n_1 - \alpha C \right) + N_2 n_1^2 + (N_2 + n_1) \left( n_1 + n_1^2 - \frac{N_2}{\alpha} - \frac{n_1}{\alpha} \right) \right\} p_2^2$$

$$+ \left( N_2 n - N_2 \left( n_1 + n_1^2 - \frac{N_2}{\alpha} - \frac{n_1}{\alpha} \right) + (N_2 + n_1) \frac{N_2}{\alpha} \right) p_2 - \frac{N_2^2}{\alpha} = 0$$

$p_1$  est lié à  $p_2$  par la relation

$$1 - p_1 = \frac{N_2 (1 - p_2) - n_1 p_2}{\alpha p_2 (1 - p_2)}$$

Puisqu'il n'existe pas de solution analytique de  $p_2$  et  $p_1$  en fonction de  $n$  (sauf dans certains cas particulier), il faut se fixer une série de valeurs de  $n$ , résoudre pour chacune de ces valeurs  $f(p_2)$ , et reporter  $p_2$  et  $p_1$  dans  $\mathcal{L}$ . On trace ensuite  $\mathcal{L}'(n)$  et on détermine graphiquement les valeurs  $n_1$  et  $n_2$ , telles que  $\mathcal{L}'(n_1) = \mathcal{L}'(n_2) = e^{-1/2} \mathcal{L}'(n_{\text{opt}})$ .

Remarquons que  $f(p_2)$  a en général 2 racines dans l'intervalle  $(0, 1)$  et qu'il faut choisir celle qui donne  $p_1$  compris entre 0 et 1.

APPENDICE III

-:-

Expressions de  $\mathcal{J}_{K_1^0}(t)$ ,  $\mathcal{J}_{K_2^0}(t)$ ,  $\mathcal{J}_{K^0}(t)$ ,  $\mathcal{J}_{\bar{K}^0}(t)$

Soit un  $K^0$  de vitesse  $v = \beta c$  ( $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ )

Les notations adoptées sont les suivantes :

$\tau_1$  : vie moyenne des  $K_1^0$

$\tau_2$  : vie moyenne des  $K_2^0$

$\tau = \frac{L}{\gamma v}$  où  $L$  est la longueur d'interaction des  $K^0$

$\bar{\tau} = \frac{\bar{L}}{\gamma v}$  où  $\bar{L}$  est la longueur d'interaction des  $\bar{K}^0$

$\Delta m$  = différence de masse  $K_1^0$ ,  $K_2^0$ .

Posons alors

$$a = .5 \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau} \right) \quad b = .5 \left( \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right) \quad c = .5 \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau} \right)$$

$$r = \frac{b+c}{2} \quad x = \frac{b-c}{2} \quad p^2 = .25 (b^2 + c^2) \quad d = \frac{\Delta m}{2\hbar}$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left( (p^2 - d^2)^2 + b^2 d^2 \right)^{1/2} + p^2 - d^2 \right]^{1/2}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left( (p^2 - d^2)^2 + b^2 d^2 \right)^{1/2} - (p^2 - d^2) \right]^{1/2}$$

Pour les conditions initiales  $\mathcal{J}_{K^0}(0) = 1$   $\mathcal{J}_{\bar{K}^0}(0) = 0$

$$\mathcal{J}_{K_1^0}(t) = \frac{e^{-at}}{8(\mu^2 + v^2)} \left[ \left( (\mu+r)^2 + (v+d)^2 \right) e^{-2\mu t} + \left( (\mu-r)^2 + (v-d)^2 \right) e^{2\mu t} + 2(\mu^2 + v^2 - r^2 - d^2) \cos 2vt + 4(\mu d - vr) \sin 2vt \right]$$

$$\mathcal{J}_{K_2^0}(t) = \frac{e^{-at}}{8(\mu^2 + v^2)} \left[ \left( (\mu-s)^2 + (v-d)^2 \right) e^{-2\mu t} + \left( (\mu+s)^2 + (v+d)^2 \right) e^{2\mu t} + 2(\mu^2 + v^2 - s^2 - d^2) \cos 2vt + 4(vs - \mu d) \sin 2vt \right]$$

$$\mathcal{J}_{K^0}(t) = \frac{e^{-at}}{16(\mu^2 + v^2)} \left[ \left( (2\mu+c)^2 + 4v^2 \right) e^{-2\mu t} + \left( (2\mu-c)^2 + 4v^2 \right) e^{2\mu t} + 2(4\mu^2 + 4v^2 - c^2) \cos 2vt - 8vc \sin 2vt \right]$$

$$\mathcal{J}_{\bar{K}^0}(t) = \frac{e^{-at}}{16(\mu^2 + v^2)} (b^2 + 4d^2) \left[ e^{-2\mu t} + e^{2\mu t} - 2 \cos 2vt \right]$$

( $t$  est le temps de vie de la particule dans son propre système).





BIBLIOGRAPHIE

-:-

- ( 1) - An experimental test of the selection rule  $\Delta Q = \Delta S$ .  
P.P. ELY et al.  
Conférence Internationale d'Aix-en-Provence - vol. 1 - 209 (1961)
- ( 2) - Weak interactions of strange particles.  
F.S. CRAWFORD  
1962 International Conference on High Energy Physics at CERN - p. 827
- ( 3) - Experimental test of the  $\Delta S = \Delta Q$  rule in  $K^0$  meson leptonic decay.  
B. AUBERT et al.  
Proceedings of the Sienna International Conference on Elementary Particles - vol. 1 - 39 (1963)
- Further results on the  $\Delta Q = \Delta S$  rule in  $K^0$   $\beta$  decay, and  $K_1^0 - K_2^0$  mass  
B. AUBERT et al.  
Phys. Let. - vol. 10 - 215 (1964)
- Direct evidence for the validity of the  $|\Delta I| = 1/2$  leptonic rule in  $K^0$  decay.  
B. AUBERT et al.  
Phys. Let. - 11 - 267 (1964)
- 3 body electronic decay of  $K^0$ .  
B. AUBERT et al.  
Conférence Internationale de Dubna 1964 (à paraître)
- ( 4) - Résultats à paraître - J.P. LOWYS
- ( 5) - A 300-liter heavy liquid bubble chamber.  
M. BLOCH et al.  
Rev. of Sc. Instr. - vol. 32 - 1302 (1961)
- ( 6) - Appareil de mesure des photographies de chambres à traces en coordonnées bipolaires.  
X. SAUTERON  
Thèse d'Ingénieur-Docteur - Paris n° 734 (1962)

- ( 7 ) - The geometry programme BULL.  of the Ecole Polytechnique.  
J. HENNESSY
- ( 8 ) - High energy particles .  
B. ROSSI - p. 72
- ( 9 ) - Mesure par courbure de l'énergie des électrons dans les chambres à bulles  
à liquide lourd.  
L. BEHR  
Thèse de 3<sup>e</sup> cycle - Paris 1962
- Mesure par courbure de l'énergie des électrons dans les chambres à bulles  
à liquide lourd.  
L. BEHR, P. MITTNER  
Proceedings of the informal Meeting on Geometry Programmes for  
Heavy Liquid Bubble Chambers - CERN 63-23 - (1963).
- (10) - Publication CERN 62-26.  
B. AUBERT et al.
- (11) - Vérification expérimentale de la règle de sélection  $\Delta S = \Delta Q$  dans les  
désintégrations de mésons K neutres.  
B. AUBERT  
Thèse Doctorat ès-sciences physiques - Paris 1964.
- (12) - Radiative decay of  $K^0$  mesons.  
B. AUBERT et al.  
Proceedings of the Sienna International Conference on Elementary  
Particles - vol. 1 - 20 (1963)
- (13) - Final state interaction and CP invariance in radiative  $K_{\pi^2}$  decay.  
H. CHEW  
Il Nuovo Cimento - vol. XXVI - 1109 (1962)
- Radiative  $\tau$ -meson decay  
R.H. DALITZ  
Phys. Rev. - 99 - 915 (1955)
- Pion spectrum in radiative  $K_{\pi^+}$  decay  
J.D. GOOD  
Phys. Rev. - 113 - 352 (1959)
- (14) - Lifetime of the  $K_2^0$  meson  
G.T. ZORN  
Conférence Internationale de Dubna 1964 (à paraître)

- (15) - J.J. VEILLET - Thèse de 3<sup>e</sup> cycle - Paris(1962)
- (16) - Elastic  $K^+$  - p scattering at 0,97, 1,17 and 1,97 GeV/c.  
V. COOK et al.  
1962 International Conference on High Energy Physics at CERN - p.364
- (17) - Status report on the  $K^+d$  and  $K^+p$  scattering experiment.  
W. CHINOWSKY et al.  
Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester - p. 451
- (18) -  $K^+$  + d charge-exchange reaction from 52 to 456 Mev.  
W. SLATER et al.  
P.R.L. 7 - 378 (1961)
- (19) - Interactions of  $K^-$  mesons in hydrogen in the 300 to 850 MeV/c region.  
P.L. BASTIEN et al.  
1962 International Conference On High Energy Physics at CERN - p.373
- (20) - The  $K^-$  proton and neutron interaction from 0,6 BeV to 3,5 BeV.  
V. COOK et al.  
Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at ROCHESTER - p. 456
- (21) -  $K^0$  interactions.  
D. LUERS  
Conférence Internationale d'Aix-en-Provence - 1961 - vol. I - p. 235
- (22) - Improved determination of the neutral branching ratios of the  $K_1^0$  meson and the  $\Lambda^0$  hyperon  
M. CHRETIEN  
Phys. Rev. 131 - 2208 (1963)
- (23) - New test for  $|\Delta I| = 1/2$  in  $K^+$  decay  
S. WEINBERG  
P.R.L. 4 - 87 (1960)  
Tests for  $\Delta T = 1/2$  in  $K^+ \rightarrow 3 \pi$  and  $K_2^0 \rightarrow 3 \pi$  decay modes  
R.F. SAWYER, K.C. WALI  
Il Nuovo Cimento XVII - n<sup>o</sup> 6 - 938 (1960)  
Isotopic spin in  $K \rightarrow 3 \pi$   
G. BARTON et al.  
P.R. 130 - 783 (1963)

- (24) - Evidence for the  $2\pi$  decay of the  $K_1^0$  meson.  
J.H. CHRISTENSON et al.  
P.R.L. 13 - 138 (1964)
- (25) - Weak interactions of strange particles.  
I.V. CHUVILO  
Conférence Internationale de Dubna 1964 (à paraître)
- (26) - Data on elementary particles  
A.H. ROSENFELD et al.  
Rev. of Mod. Phys. 36 - 977 (1964)
- (27) - Absolute decay rate for  $K_2^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$  and the  $|\Delta I| = 1/2$  rule.  
D. STERN et al.  
P.R.L. 12 - 459 (1964)
- CP non conserving decay  $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$   
J.A. ANDERSON et al.  
P.R.L. 14 - 475 (1965)
- (28) -  $K^0$  mesons leptonic decay and PC violation.  
B. AUBERT et al. (à paraître)
- (29) - Two pion decay of  $K_2^0$  à 10 Gev/c  
X. DE BOUARD et al.  
P.L. 15 - 58 (1965)
- (30) - Experimental test of the  $|\Delta I| = 1/2$  rule, and the  $\Delta S = + \Delta Q$  rule in three body decays of neutral K mesons.  
G. ALEXANDER, S.P. ALMEIDA  
P.R.L. 9 - 69 (1962)
- R.H. DALITZ  
Proc. phys. Soc. (London) 69 - 527 (1956)
- (31) - On the  $\pi\pi$  interaction puzzle in  $\tau$  decay.  
L.T. SMITH et al.  
P.L. 2 - 204 (1962)
- (32) - Final state interactions in  $K \rightarrow 3\pi$  decay.  
R. PRASAD  
Il Nuovo Cimento XXXV - n° 2 - 682 (1965)  
(D'autres références pourront être trouvées dans cet article).

## REMERCIEMENTS,

Je désire d'abord exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur L. LEPRINCE-RINGUET. Il m'a accueilli avec bienveillance dans son laboratoire où j'ai beaucoup apprécié l'esprit d'équipe qu'il sait y faire régner.

Mes remerciements se portent tout particulièrement vers le Professeur André LAGARRIGUE. Après m'avoir accepté dans son groupe, il a toujours su me confier des travaux passionnants où se développaient mon expérience et mes connaissances.

Le groupe travaillant sur les désintégrations de  $K^0$  en trois corps comprenait Mme V. BRISSON, MM. B. AUBERT, L.M. CHOUNET, J.P. LOWYS, P. MITTNER, C. PASCAUD et P. PETIAU. A tous je voudrais dire combien j'ai apprécié leur esprit de camaraderie. MM. E. BELLOTI et A. PULLIA m'ont toujours cordialement accueilli à Milan. Pour leur importante contribution à cette étude, qu'ils soient assurés de ma reconnaissance.

Je dois également exprimer ma gratitude à Melle A. ORKIN-LECOURTOIS et M. M. BLOCH qui ont pris une certaine part au déroulement de cette expérience, et à tous les physiciens avec lesquels j'ai eu de précieuses discussions, notamment MM. L. JAUNEAU, M. LE BELLAC et J.M. LEBLOND.

Je dois mes plus chaleureux remerciements à M. P. MEYER qui m'a conseillé dans la partie théorique de cette rédaction.

Melle M. OBIOL a pris en charge tous les détails matériels de l'étude des photographies. Les dépouillements, mesures et classements ont été assurés par Mmes BANASIK, GILLON, PICOU, Melles OBIOL, RISPAL, SANNIER, ROUVIERE et MM. LANCELOT, NGUYEN AU LAC. MM. BUJON et TERRANOVA ont assuré avec diligence la liaison avec l'ordinateur de Saclay. Je les remercie tous de leur collaboration dévouée.

Je veux également remercier les personnes qui ont contribué à la construction du faisceau et les physiciens et mécaniciens qui ont assuré le bon fonctionnement de la chambre.

M. P. JOLICLERQ a réalisé avec compétence les photographies illustrant cet ouvrage. M. C. JADOT a dessiné la plupart des figures. Melle J. LO-BUE a assuré la frappe du texte et Melle M.M. RANÇON a procédé à sa polycopie. Je les remercie

tous du soin qu'ils ont apporté à ces tâches.

Ce travail a été effectué grâce à une allocation attribuée par le Centre National de la Recherche Scientifique. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude.

TABLE DES MATIERES

~ : ~

	Page
INTRODUCTION.~ . . . . .	5
PRELIMINAIRES.~ . . . . .	7
A/- Dispositif expérimental . . . . .	9
B/- Rappels théoriques . . . . .	15
C/- Organisation de l'expérience . . . . .	19
PREMIERE PARTIE.~ . . . . .	25
A/- Recherche et analyse des désintégrations $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . . . . .	27
B/- Recherche et analyse des désintégrations $K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ . . . . .	49
C/- Pondération des événements ambigus . . . . .	59
D/- Détermination d'une efficacité de dépouillement . . . . .	73
DEUXIEME PARTIE.~ . . . . .	83
A/- Quantités nécessaires au calcul . . . . .	89
B/- Calcul du temps observable . . . . .	101
TROISIEME PARTIE.~ . . . . .	115
A/- Valeurs des taux absolus . . . . .	119
B/- Comparaisons des résultats avec les prédictions de la règle $ \Delta I  = 1/2$ . . . . .	131
CONCLUSION.~ . . . . .	141
APPENDICE I.~ . . . . .	143
APPENDICE II.~ . . . . .	145
APPENDICE III.~ . . . . .	147
BIBLIOGRAPHIE.~ . . . . .	149
REMERCIEMENTS.~ . . . . .	153

~ : ~





**DEUXIÈME THÈSE**



**Propositions données par la Faculté**

**“ S U  
6 ”**

Vu et approuvé

*Paris, le 14 Mai 1965*

Le Doyen de la Faculté des Sciences

**Marc ZAMANSKY**

Vu  
et Permis d'Imprimer

Le Recteur de l'Académie  
de Paris,

**Jean ROCHE**

