

ORGANISATION EUROPEENNE POUR LA RECHERCHE NUCLEAIRE

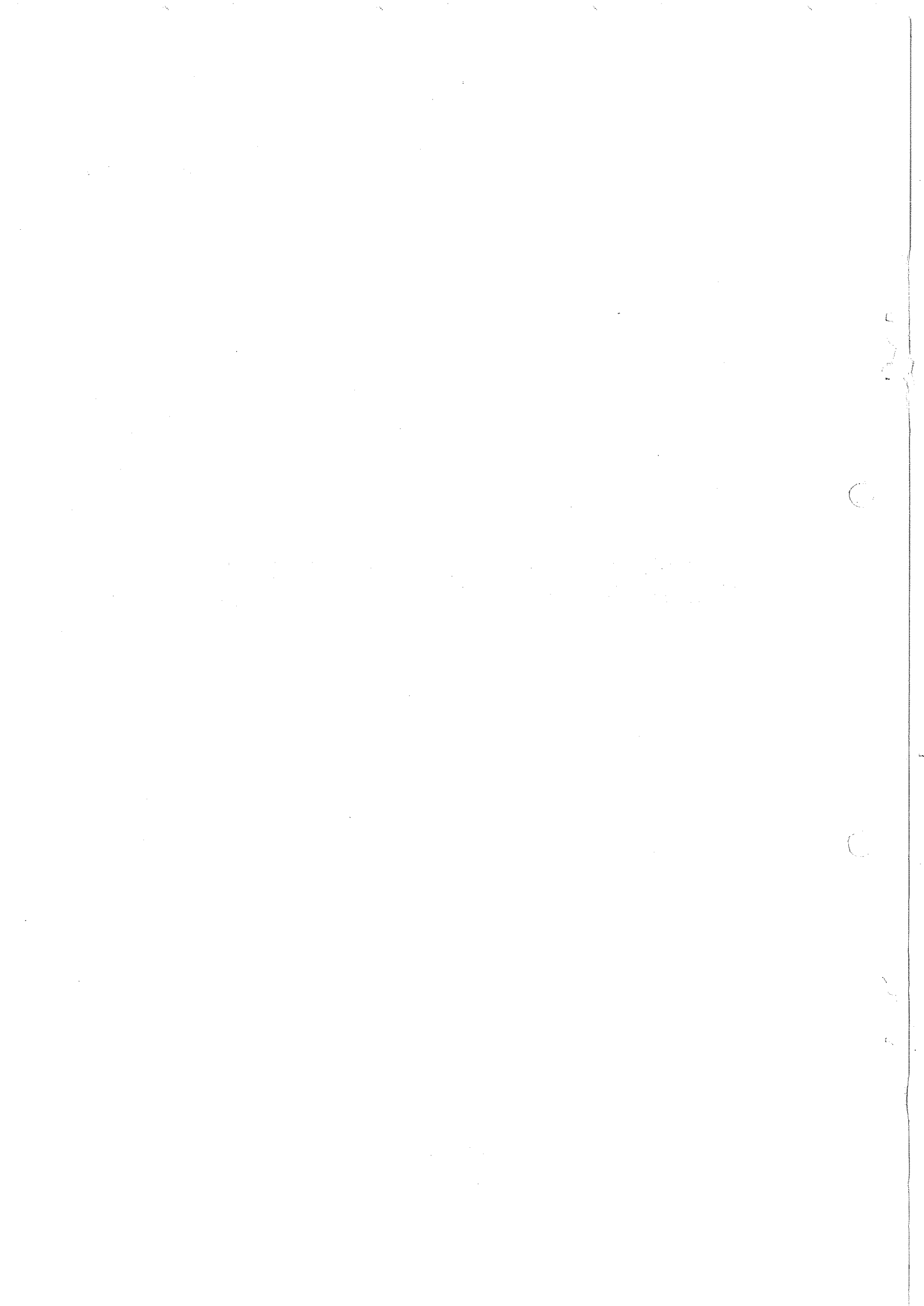
Rapport interne NP 71-8  
7 juin 1971

MESURE DE L'INTERFERENCE NUCLEAIRE ET COULOMBIENNE DANS  
LA DIFFUSION ELASTIQUE DES MESONS  $\pi^-$  SUR NOYAUX DE CARBONE 12

J.-P. Peigneux

G E N E V E

1971



## REMERCIEMENTS

Monsieur le professeur J. Combe, Président du jury, m'a encouragé à aller travailler auprès des accélérateurs; je le remercie de l'intérêt qu'il a toujours manifesté pour mon travail. Je remercie également M. le professeur D. Isabelle d'avoir bien voulu s'intéresser à ce travail; ses remarques m'ont été fort utiles.

Monsieur le professeur T. Ericson a bien voulu accepter de faire partie de mon jury. Je l'en remercie vivement. L'intérêt constant qu'il a manifesté pour nos expériences nous a été un précieux stimulant.

Monsieur M. Spighel, Maître de Recherche au CNRS, m'a constamment guidé au cours de ce travail. Pour les conseils et les encouragements qu'il m'a donnés je tiens à lui exprimer toute ma gratitude et mes plus vifs remerciements. Je tiens à y associer le professeur J.-P. Stroot dont l'aide m'a également été précieuse tout au long de ce travail. J'ai trouvé auprès d'eux tout le soutien que peut espérer un jeune chercheur.

Je tiens à remercier particulièrement M. F. Binon pour toutes les discussions fructueuses que nous avons eues et pour son aide amicale et efficace durant la rédaction de ce mémoire.

Je remercie M. L. Hugon, Maître Assistant à la Faculté des Sciences, qui m'a ouvert la voie dans cette direction de recherche, pour ses conseils et ses encouragements amicaux.

L'expérience décrite dans ce mémoire est le résultat du travail d'un groupe comprenant Messieurs F. Binon, V. Bobyr, P. Duteil, M. Gouanère, L. Hugon, J. Renuart, C. Schmit, M. Spighel, J.-P. Stroot. Je tiens à assurer mes amis de toute ma reconnaissance pour les excellentes conditions dans lesquelles s'est effectuée notre collaboration.

Je remercie la Direction du Laboratoire de physique nucléaire de l'Université de Clermont-Ferrand de m'avoir accordé la permission d'aller au CERN poursuivre mes recherches.

Je remercie le personnel de la Division du Synchrocyclotron, en particulier MM. W. Albrecht, J. Schneuwly et E. Leya pour leur dévouement et leur efficacité, ainsi que Mlle A. Lütke qui s'est chargée des figures de ce mémoire.

Je remercie également Mmes S. Vascotto, P. Estier, J. Melin et tout le service de reproduction du CERN pour le soin et la rapidité avec lesquels ils ont mené à bien la réalisation de ce mémoire.

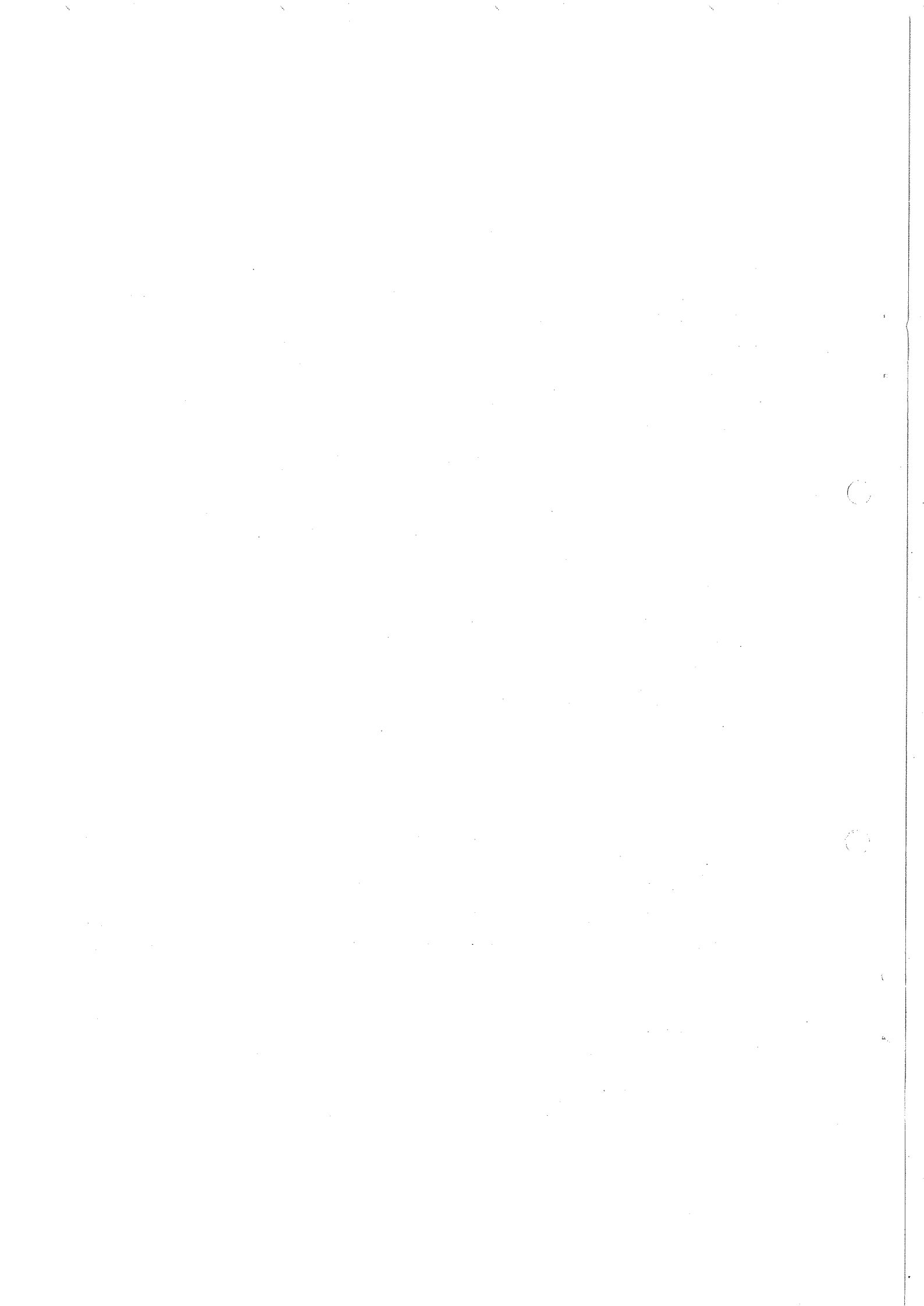


TABLE DES MATIERES

	<u>page</u>
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I    RAPPEL SUR LES RELATIONS DE DISPERSION	5
1. INTRODUCTION	5
2. RELATIONS DE KRAMERS ET KRONIG - CAUSALITE	5
3. APPLICATION DES RELATIONS DE DISPERSION A LA PHYSIQUE DES PARTICULES	8
3.1 Généralités	8
3.2 Les singularités de l'amplitude de diffusion	9
3.2.1 La région physique	9
3.2.2 La région non physique	9
3.3 Les relations de dispersion pour la diffusion $\pi$ -N	10
3.4 Application des relations de dispersion à la diffusion $\pi$ -noyau	14
CHAPITRE II    INTERET ET METHODES DE LA MESURE DE LA PARTIE REELLE DE L'AMPLITUDE DE DIFFUSION NUCLEAIRE	19
1. INTERET DE LA DETERMINATION DE LA PARTIE REELLE DE L'AMPLITUDE NUCLEAIRE DANS LA REGION DE LA RESONANCE $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$	19
1.1 Résonance	19
1.2 Les relations de dispersion $\pi$ -noyau	21
2. EVALUATION DE LA PARTIE REELLE DE L'AMPLITUDE NUCLEAIRE POUR LA DIFFUSION $\pi$ - $^{12}\text{C}$ , DIVERGENCE DES RESULTATS DES METHODES INDIRECTES	21
2.1 Analyse en déphasage	21
2.2 Analyse avec un modèle	22
3. MESURE DIRECTE DE L'AMPLITUDE NUCLEAIRE	23
3.1 Mesure directe du module de l'amplitude	23
3.2 Mesure directe de l'amplitude en grandeur et en signe	23
4. REVUE DES MESURES EXPERIMENTALES DE LA PARTIE REELLE DE L'AMPLITUDE NUCLEAIRE	26

	<u>page</u>
4.1 Diffusion avec les protons	26
4.1.1 <i>Diffusion p-p</i>	26
4.1.2 <i>Diffusion p-noyau</i>	28
4.2 Diffusion avec les mésons K	28
4.3 Diffusion avec des mésons $\pi$	29
4.3.1 <i>Diffusion <math>\pi</math>-p</i>	29
4.3.2 <i>Diffusion <math>\pi</math>-noyau</i>	29
CHAPITRE III TRAITEMENT THEORIQUE DE L'INTERFERENCE	33
1. GENERALITES SUR L'AMPLITUDE DE DIFFUSION - DEVELOPPEMENT EN ONDES PARTIELLES	33
1.1 Interaction à portée limitée	33
1.2 Diffusion par un potentiel coulombien	34
1.3 Diffusion par des hadrons chargés sans spin	35
2. REVUE DES TRAVAUX THEORIQUES SUR LA CORRECTION COULOMBIENNE A LA DIFFUSION NUCLEAIRE	36
2.1 Introduction	36
2.2 Evaluations théoriques de la phase relative entre le coulombien et le nucléaire	38
2.2.1 <i>Traitement de Bethe</i>	39
2.2.2 <i>Traitement de Rix et Thaler -                 Relation entre l'amplitude nucléaire                 et l'amplitude distordue vers l'avant</i>	40
2.2.3 <i>Traitement de Locher, de West et Yennie -                 Déterminations de la phase relative                 dans un cadre relativiste</i>	43
3. INTRODUCTION D'UNE PHASE NUCLEAIRE VARIABLE ET NOUVELLE EVALUATION DE LA PHASE RELATIVE	46
3.1 Variation de la phase nucléaire avec t	47
3.2 Calcul de la phase relative avec la dépendance linéaire en t de $\phi_N$	48
3.2.1 <i>Introduction des facteurs de forme</i>	50
3.2.2 <i>Calcul de l'intégrale dans                 l'expression de <math>\phi</math></i>	51
4. EXPRESSION DE $d\sigma/d\Omega$ UTILISEE POUR INTERPRETER LES DONNEES EXPERIMENTALES	54

	<u>page</u>
CHAPITRE IV LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL	57
1. L'ANCIEN DISPOSITIF EXPERIMENTAL	57
1.1 Principales caractéristiques du dispositif	57
1.2 Les inconvénients de l'ancien dispositif expérimental aux faibles angles	61
1.2.1 <i>Le bruit de fond</i>	61
1.2.2 <i>Les contaminations</i>	61
1.2.3 <i>Instabilité des mesures vis-à-vis de la précision recherchée</i>	64
2. LE NOUVEAU DISPOSITIF	64
2.1 Bruit de fond en dessous de $10^\circ$	64
2.2 Les contaminations - le moniteur - la stabilité du faisceau	66
2.3 Améliorations supplémentaires nécessaires à une mesure correcte de l'interférence	68
3. DESCRIPTION DES DIFFERENTS COMPTEURS	69
3.1 Les compteurs de définition	69
3.2 Les hodoscopes	73
3.3 Les compteurs du moniteur	75
4. CHAMBRE A REACTION ET TETE D'ENTREE DE L'ANALYSEUR	75
5. L'ELECTRONIQUE ASSOCIEE AUX COMPTEURS - FONCTIONNEMENT LOGIQUE	78
5.1 Le déclencheur et l'électronique associée	78
5.2 L'électronique associée aux hodoscopes	78
5.3 Le signal logique	82
5.4 Blocage général du système d'acquisition	82
5.5 Les événements multiples dans les hodoscopes	82
5.6 Les événements doubles adjacents	83
5.7 Les informations enregistrées sur les échelles de comptage	85
6. FONCTIONNEMENT DE L'ACQUISITION DES DONNEES DANS LA CALCULATRICE	85
CHAPITRE V TRAITEMENT DES DONNEES, DISCUSSION DES RESULTATS	87
1. LES CORRECTIONS APPLIQUEES AUX DONNEES BRUTES DE L'EXPERIENCE	87
1.1 Détermination du bruit de fond et de son erreur	87

	<u>page</u>
1.1.1 <i>Détermination du bruit de fond</i>	87
1.1.2 <i>Erreur</i>	90
1.2 Correction des décalages angulaires	90
1.3 Correction d'acceptance angulaire finie - Erreur	90
2. TRAITEMENT DES DONNEES PAR LE PROGRAMME D'ANALYSE	92
2.1 Préparation des données - Analyse préliminaire	92
2.2 Le programme de minimisation	93
3. PRESENTATION DES RESULTATS	93
3.1 Les sections efficaces	93
3.2 Les paramètres théoriques et la partie réelle de l'amplitude nucléaire vers l'avant	98
3.3 Erreurs sur les paramètres $\alpha_0$ , $R_S$ , $K$	102
3.3.1 <i>Contribution d'origine statistique</i>	102
3.3.2 <i>Contribution due à l'erreur de calibration</i>	103
3.4 Résultats dans l'hypothèse où $K = 0$	103
4. DISCUSSION DE NOS RESULTATS	104
4.1 Comparaison avec les relations de dispersion	104
4.2 Conséquences d'une phase variable de l'amplitude nucléaire	105
4.3 Energie d'annulation de la partie réelle de l'amplitude nucléaire	106
CONCLUSION	109
APPENDICE I LES HODOSCOPES	113
1. CHOIX DU SCINTILLATEUR ET DU GUIDE DE LUMIERE	113
2. LES JOINTS OPTIQUES	113
3. MONTAGE MECANIQUE DE L'HODOSCOPE FINAL	113
4. BASE DES PHOTOMULTIPLICATEURS XP 1110	114
5. ZONE UTILE DE L'HODOSCOPE ASSOCIE AU COMPTEUR DISC	114
6. L'HODOSCOPE MURAL	114
APPENDICE II RESULTATS DE L'ANCIENNE EXPERIENCE UTILISEE DANS CE TRAVAIL	123
APPENDICE III DETERMINATION DE LA CONSTANCE K A ENERGIE NULLE D'APRES LES DONNEES SUR LES ATOMES PIONIQUES	125
REFERENCES	131



## INTRODUCTION

Depuis quelques années, la physique des pions dans la région des moyennes énergies a pris un nouvel essor. L'amélioration des faisceaux de pions permet maintenant d'utiliser ces derniers comme nouvelle sonde des propriétés nucléaires. Le présent travail se situe dans ce cadre.

A la suite du regain d'intérêt de la physique des pions aux moyennes énergies, notre groupe décida en 1966 de réaliser une expérience sur la diffusion  $\pi$ - $^{12}\text{C}$  dans la région de la résonance  $\pi$ -nucléon ( $^3/2, ^3/2$ ). Une première expérience<sup>1,2)</sup> a permis la mesure systématique, pour sept énergies comprises entre 120 et 280 MeV, des sections efficaces différentielles élastique et inélastique pour la diffusion  $\pi$ - $^{12}\text{C}$  ainsi que la mesure des sections efficaces totales correspondantes avec une bonne précision. Cependant les résultats obtenus pour les sections efficaces différentielles en dessous de  $10^\circ$  se sont révélés inutilisables, un bruit de fond important présent dans cette zone rendant illusoire toute mesure précise aux faibles angles. De ce fait aucune conclusion concernant l'interférence entre les interactions nucléaire et coulombienne n'a pu être obtenue, nous privant ainsi d'une mesure de la partie réelle de l'amplitude nucléaire.

La mesure de la section efficace totale fournit la partie imaginaire de l'amplitude nucléaire vers l'avant. Une mesure de la partie réelle s'impose donc *a priori* par le seul souci d'obtenir un ensemble aussi complet que possible de résultats. En outre, l'intérêt porté à nos mesures par les théoriciens<sup>3-11)</sup> et l'application récente des relations de dispersion à la diffusion  $\pi$ -noyau<sup>12-14)</sup> montrent tout l'intérêt que présente la mesure de la partie réelle de l'amplitude nucléaire dans la diffusion  $\pi$ - $^{12}\text{C}$ . Sa détermination peut également contribuer à éclairer le problème du comportement de la résonance  $\pi$ -nucléon au sein de la matière nucléaire.

Contrairement à la diffusion nucléon-nucléon et  $\pi$ -nucléon, la situation expérimentale concernant la mesure de l'interférence dans la diffusion  $\pi$ -noyau est des plus pauvre et aucune expérience n'a fourni jusqu'à présent des résultats de précision suffisante pour permettre d'en extraire la partie réelle de l'amplitude de diffusion nucléaire.

L'application des relations de dispersion aux noyaux par Ericson et Locher<sup>12,13)</sup> a permis, moyennant un certain nombre d'approximations raisonnables, de calculer la partie réelle de l'amplitude nucléaire vers l'avant pour la diffusion  $\pi$ -noyau, en particulier pour des noyaux d'isospin et de spin nuls comme, par exemple, le carbone et l'hélium. Ces auteurs ont utilisé d'anciennes mesures de la section efficace totale, bien antérieures à notre expérience, qui, bien qu'en

accord qualitatif avec nos mesures, présentent un décalage systématique vers les hautes énergies. La mesure de la partie réelle de l'amplitude nucléaire constitue donc un test de la validité des hypothèses mises en jeu dans l'application des relations de dispersion aux noyaux. Aucune tentative expérimentale n'a été faite dans cette voie à notre connaissance alors que de gros efforts ont été consentis pour vérifier les relations de dispersion  $\pi$ -nucléon avec une bonne précision, notamment par la mesure de l'interférence à haute énergie par Lindenbaum<sup>15)</sup>.

Outre son intérêt intrinsèque, la valeur de la partie réelle de l'amplitude de diffusion nucléaire constitue pour les analyses phénoménologiques et pour les modèles en potentiel une contrainte "naturelle" appréciable au même titre que la partie imaginaire vers l'avant fournie par la mesure des sections efficaces totales.

Les analyses en déphasage, entreprises par Beiner et Huguenin d'une part et dans notre groupe d'autre part, des résultats de notre première expérience<sup>1)</sup>, ont montré toute la difficulté qu'il y a à obtenir une série de déphasages unique qui rende compte des données expérimentales. Beiner et Huguenin, qui ont étudié de manière très détaillée le problème de l'analyse en déphasage pour ces données, ont été obligés, faute de contraintes expérimentales, d'imposer aux déphasages correspondant aux moments angulaires élevés un comportement analytique. Ils ont retenu les solutions en accord avec les relations de dispersion et qui donnent aux portées effectives une allure donnée. La mesure de la partie réelle apporte à de telles analyses une contrainte "naturelle".

Les données de l'ancienne expérience ont également été confrontées avec les prévisions de divers modèles plus ou moins bien adaptés à la zone d'énergie étudiée mais, malgré l'accord excellent avec les mesures de section efficace différentielle, les conclusions quant aux valeurs de la partie réelle sont divergentes. Ainsi, Schmit<sup>3)</sup> et Wilkin<sup>4)</sup> ont tous deux analysé ces données avec un modèle de Glauber. Les résultats sont très satisfaisants et en particulier les valeurs de la partie réelle obtenues dans l'analyse de Schmit semblent en bon accord avec les premières prévisions des relations de dispersion. L'énergie où cette partie réelle s'annule est l'énergie de la résonance  $\pi$ -nucléon. Sternheim et Auerbach<sup>5)</sup> ont analysé des données avec un modèle en potentiel du type Kisslinger qui rend bien compte des sections efficaces différentielles mais dont les valeurs de la partie réelle de l'amplitude nucléaire, bien que variant comme les prévisions des relations de dispersion, sont cependant beaucoup plus faibles.

Une analyse faite dans notre groupe avec un potentiel en puits carrés<sup>2)</sup>, dont l'accord avec les données expérimentales vers l'avant est cependant excellent,

a fourni des valeurs de la partie réelle de l'amplitude nucléaire qui sont nettement en désaccord avec les prévisions des relations de dispersion au-delà de 150 MeV.

Nous venons de voir tout l'intérêt que revêt la détermination de la partie réelle de l'amplitude de diffusion nucléaire. La mesure de la section efficace différentielle aux faibles angles de diffusion, là où l'interférence entre les amplitudes nucléaire et coulombienne est la plus prononcée, permet en principe de la réaliser. Cependant l'exploitation de telles mesures pour en tirer la valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire est un problème difficile du point de vue théorique. L'interprétation des mesures d'interférence est rendue possible parce que d'une part on connaît le module de l'amplitude de diffusion coulombienne grâce aux mesures de diffusion  $e^{-12}\text{C}$  et que d'autre part l'électrodynamique quantique permet de calculer la phase coulombienne. Cependant l'amplitude coulombienne provoque une distorsion de l'amplitude nucléaire lorsque les deux interactions agissent simultanément. L'évaluation de cette distorsion n'est pas un problème simple mais elle est néanmoins indispensable si l'on veut déterminer la partie réelle de l'amplitude nucléaire à partir de l'interférence. L'expérience ne permet pas de déterminer les phases ni la distorsion des amplitudes de diffusion. Seul un traitement théorique peut fournir une solution à ce problème.

De nombreux travaux ont donc été consacrés tant dans le cadre non relativiste d'une diffusion par un potentiel que dans un cadre purement relativiste, à la détermination de la phase relative des amplitudes nucléaire et coulombienne. Les résultats obtenus dans le cadre relativiste par West et Yennie<sup>16)</sup> et Locher<sup>17)</sup> confirment la formule non relativiste de Bethe obtenue en 1958<sup>18)</sup>, avec toutefois une modification des paramètres effectifs due à la présence de facteurs de formes aux vertex des interactions.

L'application des résultats de West et Yennie aux expériences de Lindenbaum et al.<sup>15)</sup> a été faite en supposant que le rapport de la partie réelle à la partie imaginaire de l'amplitude nucléaire est indépendant de l'impulsion de transfert  $\sqrt{-t}$ . Pour cela ils ont dû limiter l'analyse de leurs données à un domaine relativement restreint du produit  $t \cdot R^2$  où  $R$  est le rayon "effectif" de la cible. L'expression en ondes partielles de l'amplitude nucléaire pour les faibles transferts montre pour ce rapport une dépendance linéaire en  $t$ . Pratiquement cette dépendance linéaire en  $t$  se retrouve dans la phase nucléaire. Nous avons donc introduit une dépendance linéaire en  $t$  de la phase nucléaire dans notre analyse afin d'en tirer une valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire aussi correcte que possible. Nous avons utilisé le formalisme de West et Yennie<sup>16)</sup> pour calculer la phase relative entre le coulombien et le nucléaire.

La réalisation de la mesure de l'interférence a imposé une modification importante de l'appareillage de la première expérience afin de réduire le bruit de fond pour les angles de diffusion inférieurs à  $10^\circ$  où l'interférence est la plus marquée. L'amélioration de la résolution angulaire de l'appareillage était nécessaire du fait de la faible zone angulaire dans laquelle l'interférence se fait sentir : l'effet de structure que l'on doit observer dans la section efficace différentielle de diffusion élastique ne s'étend pratiquement que sur quelques degrés.

Pour conserver une intensité suffisante avec une meilleure résolution nous avons utilisé de nouveaux hodoscopes. Le traitement des informations se fait à l'aide d'un ordinateur en ligne.

L'utilisation d'un compteur Čerenkov DISC en surdétermination électronique, l'élimination en grande partie du bruit de fond par des modifications mécaniques et une géométrie étudiée au voisinage de la cible ont permis de réduire ce dernier dans des proportions considérables par rapport à l'ancienne expérience.

Nous avons pu ainsi mesurer l'interférence à 120, 180 et 260 MeV dans de bonnes conditions.

## CHAPITRE I

### RAPPEL SUR LES RELATIONS DE DISPERSION

#### 1. INTRODUCTION

Depuis son application au problème de la diffusion des rayons X en 1926 par Kramers et Kronig<sup>19)</sup>, la technique des relations de dispersion a été largement utilisée dans divers domaines de la physique.

En physique des hautes énergies, les relations de dispersion ont été introduites aux environs des années 1950 lorsqu'on s'aperçut que la méthode des perturbations employée pour traiter l'interaction forte n'était pas satisfaisante.

Chew et Low<sup>20)</sup>, dans un modèle simplifié de l'interaction  $\pi$ -N, ont montré que l'amplitude de diffusion possédait des propriétés analytiques intéressantes quand on la considérait comme une fonction de l'énergie dans le plan complexe, notamment une coupure vers les énergies positives due à la condition d'unitarité et des singularités dans la région non physique pouvant être reliées à des processus physiques par les relations de "croisement".

Les relations de Low ont été généralisées au cas relativiste par Goldberger<sup>21)</sup> et indépendamment par Karplus et Ruderman<sup>22)</sup>. Un nombre croissant d'auteurs se sont penchés sur le problème, pour n'en citer que quelques uns Gell-Mann et Thirring<sup>23)</sup>, Hamilton<sup>24)</sup>, Mandelstam<sup>25)</sup>.

Non seulement les relations de dispersion permettent la vérification de concepts comme ceux de causalité et d'analyticité sur lesquels elles sont basées, mais surtout elles fournissent un moyen d'investigation puissant pour les données expérimentales et présentent l'avantage d'ignorer le détail de l'interaction des particules en cause.

Après quelques généralités sur les relations de Kramers et Kronig nous nous proposons de montrer succinctement la relation entre la causalité et les relations de dispersion, puis, après un rappel des résultats obtenus pour la diffusion  $\pi$ -N vers l'avant, nous examinons l'application des relations de dispersion à la diffusion  $\pi$ -noyau récemment élaborée par Ericson et Locher<sup>12,13)</sup> dont une vérification expérimentale reste à faire.

#### 2. RELATIONS DE KRAMERS ET KRONIG - CAUSALITE

Soit un système linéaire dont les propriétés sont constantes dans le temps. Soit  $I(t)$  le signal entrant dans ce système et  $O(t)$  le signal de sortie après interaction. La linéarité supposée du système entraîne :

$$O(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(t, t') I(t') dt'$$

La causalité pour un tel système implique que les signaux d'entrée pour  $t' > t$  ne contribuent pas au signal de sortie c'est-à-dire :

$$K(t, t') = 0 \quad \text{pour } t' > t, \text{ soit } t' - t > 0.$$

Si le système a des propriétés constantes dans le temps, comme nous l'avons supposé, la fonction  $K(t', t)$  dépend uniquement de la différence  $t - t'$  et l'on peut écrire :

$$O(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(t-t') I(t') dt'$$

avec  $K(t - t') = 0$  pour  $t - t' < 0$ .

En prenant la transformée de Fourier de cette équation nous obtenons :

$$\underline{O}(\omega) = \underline{K}(\omega) \cdot \underline{I}(\omega)$$

où les symboles soulignés représentent la transformée de Fourier. En posant  $t = t - t'$  :

$$\underline{K}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(t) e^{i\omega t} dt$$

et si la condition de causalité est respectée,  $K(t) = 0$  pour  $t < 0$ .

Si l'on considère maintenant  $\omega$  comme une variable complexe  $\omega = x + iy$ , avec  $y > 0$ , lorsque  $t$  est positif le facteur  $e^{-yt}$  ne fait qu'augmenter la convergence et pour les  $t < 0$  la condition de causalité empêche ce facteur d'être gênant. On définit ainsi une fonction analytique sans singularités<sup>26</sup>).

La fonction  $K(\omega)$  possède un prolongement analytique dans le demi-plan complexe supérieur; c'est la conséquence de la condition de causalité. On peut calculer la valeur de cette fonction en tout point en utilisant la formule de Cauchy appliquée à un contour comme celui de la figure 1 :

$$\underline{K}(u_1) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-R}^{+R} \frac{\underline{K}(\omega)}{\omega - u_1} d\omega + \frac{1}{2\pi i} \int_{C_2}$$

Lorsque  $R \rightarrow \infty$   $\int_{C_2} = 0$  si les conditions de convergence sont suffisantes, ce que l'on supposera ici, et à la limite :

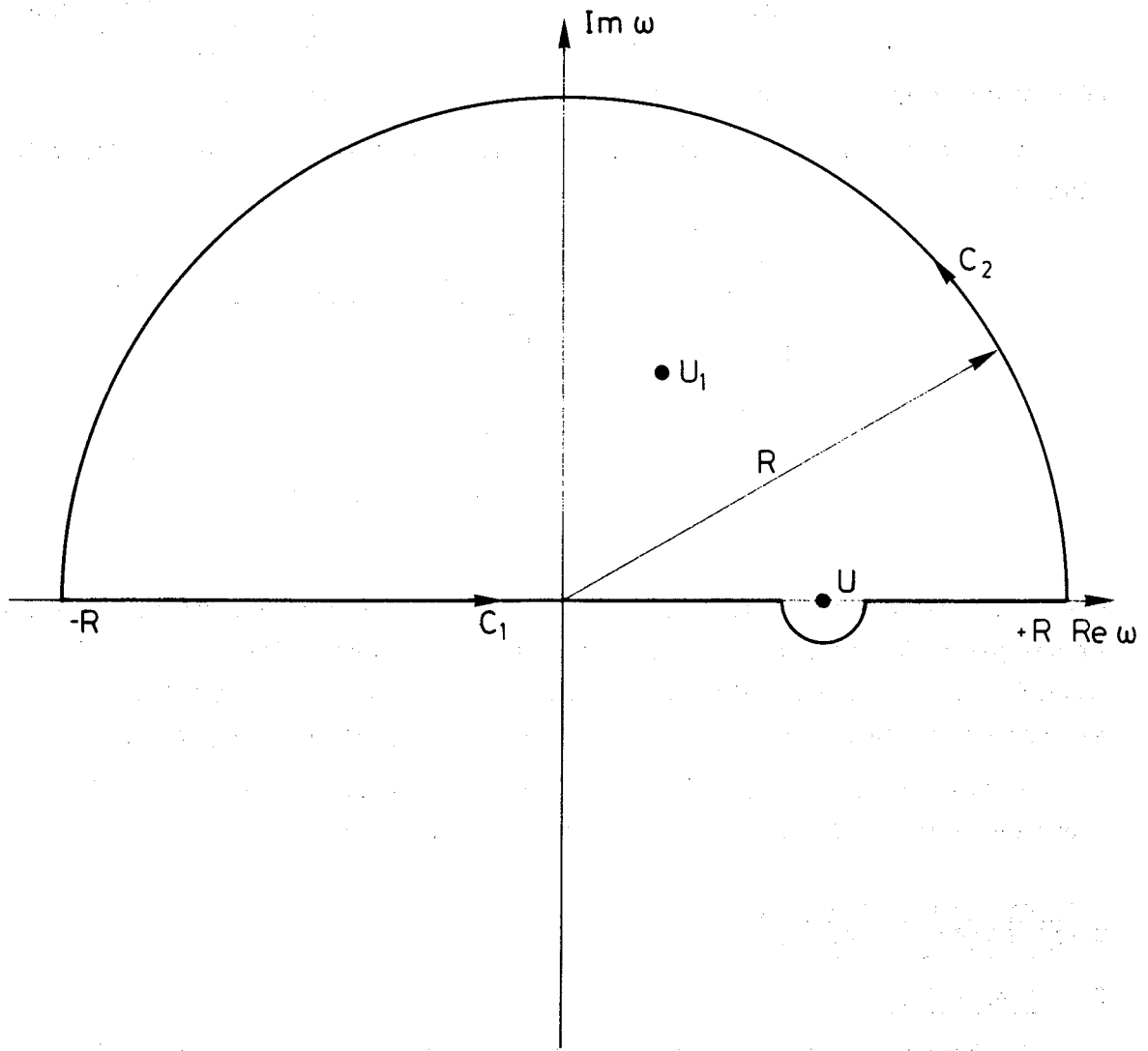


Fig. 1

$$\underline{K}(u_1) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\underline{K}(\omega)}{\omega - u_1} d\omega.$$

Si maintenant la variable  $u$  se trouve sur le contour d'intégration on obtient :

$$\underline{K}(u) = \frac{1}{2\pi i} \pi i K(u) + \frac{1}{2\pi i} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\underline{K}(\omega)}{\omega - u} d\omega$$

où  $P$  signifie que l'on prend la partie principale de l'intégrale.

En prenant les parties réelle et imaginaire on obtient finalement les relations :

$$\text{Re } \underline{K}(u) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{Im } \underline{K}(\omega)}{\omega - u} d\omega$$

$$\text{Im } \underline{K}(u) = - \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{Re } \underline{K}(\omega)}{\omega - u} d\omega.$$

Ces relations, dites transformations de Hilbert, concernent uniquement les valeurs prises par  $K(\omega)$  sur l'axe réel et sont donc directement liées à des grandeurs mesurables. Elles sont plus connues en physique sous le nom de relations de Kramers et Kronig ou de relations de dispersion en physique des particules.

On trouvera dans la littérature de nombreux exemples d'application de relations de ce type à la physique classique (cf., par exemple, réf. 24).

### 3. APPLICATION DES RELATIONS DE DISPERSION A LA PHYSIQUE DES PARTICULES

#### 3.1 Généralités

En physique des particules on applique les relations de dispersion à l'amplitude de diffusion vers l'avant en supposant que cette amplitude est une fonction analytique de l'énergie et qu'elle ne possède pas de singularités dans la partie supérieure du plan complexe (causalité).

Ces hypothèses assurent pour l'amplitude de diffusion vers l'avant l'existence de relations de dispersion et, mises à part les questions de convergence, nous pouvons écrire :



$$\operatorname{Re} f(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Im} \bar{f}(z)}{z - \omega} dz .$$

Nous supposons dans tout ce paragraphe que les amplitudes sont exprimées en fonction d'invariants relativistes.

Outre la propriété d'unitarité, une amplitude de ce type obéit encore à la relation de croisement qui, à angle fixe, s'exprime par :

$$\bar{f}^*(\omega) = f(-\omega) .$$

Ceci permet de relier les énergies négatives de la voie "s" au processus de la voie croisée "u" (s et u étant les variables classiques de Mandelstam). En particulier, la relation de croisement implique pour l'amplitude la relation suivante :

$$\operatorname{Im} f(-\omega) = -\operatorname{Im} \bar{f}(\omega)$$

$\bar{f}$  étant l'amplitude de la voie croisée. Enfin, on fait l'hypothèse de la validité du théorème de Pomeranchuk :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \sigma_{tot}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \bar{\sigma}_{tot}(\omega) = cte .$$

### 3.2 Les singularités de l'amplitude de diffusion

#### 3.2.1 La région physique

Chaque seuil ouvrant une nouvelle voie de réaction est une singularité. Au-dessus du seuil élastique nous avons une coupure pour la voie directe et pour la voie croisée à  $\omega > (m + M)$ ; m étant la masse du projectile et M la masse de la cible.

#### 3.2.2 La région non physique

L'amplitude de diffusion peut présenter ici diverses singularités dont la plus simple est un pôle isolé, mais elle peut également présenter des coupures. Ces singularités sont liées aux états intermédiaires qui peuvent être produits lors de la diffusion. Si ces états intermédiaires satisfont aux lois de conservation généralement admises, ils contribuent à la section efficace.  $\operatorname{Im} f(\omega)$  n'est donc pas nulle et donne une contribution à l'intégrale des relations de dispersion.

a) Les pôles

Si l'état intermédiaire est constitué d'une seule particule de masse  $M_n$ , comme c'est le cas pour la diffusion  $\pi$ -N, alors l'amplitude possède une singularité pour la valeur de l'énergie correspondant à  $M_n^2$  dans la voie directe et la voie croisée :

$$\omega_n = \pm \frac{(m^2 + M^2 - M_n^2) c^2}{2M}$$

ce qui donne respectivement pour la voie directe et pour la voie croisée la position des pôles :

$$\omega_n = \pm \left( -\frac{m^2 c^2}{2M} + E_n \right)$$

où  $E_n = (M_n^2 - M^2) c^2 / 2M$ .

b) Les coupures

Lorsque l'état intermédiaire est constitué par plusieurs particules, l'énergie cinétique relative qu'elles possèdent étale les discontinuités à partir d'un seuil correspondant à l'énergie cinétique nulle. Si ces états sont sur leurs couches de masse, ils contribuent à la section efficace totale et donnent lieu à une coupure dans la région non physique. Ceci conduit à généraliser le concept d'unitarité au-dessous du seuil.

3.3 Les relations de dispersion pour la diffusion  $\pi$ -N

La diffusion  $\pi$ -N fut l'un des premiers champs d'application des relations de dispersion. Bien que les résultats expérimentaux demandent encore un effort de précision, pour juger de la validité de certaines hypothèses comme l'indépendance de charge par exemple, c'est un cas relativement simple du point de vue théorique. En effet la contribution de la région non physique est faible. Elle se réduit à un pôle.

Si on envisage la diffusion vers l'avant d'un pion chargé par un proton, seule l'amplitude sans changement de spin (non-spin-flip) doit être considérée.

On a coutume d'utiliser pour les processus  $\pi^\pm$ -p les amplitudes suivantes :

$$\langle \pi^+ p | T | \pi^+ p \rangle = T_+$$

$$\langle \pi^- p | T | \pi^- p \rangle = T_-$$

les amplitudes  $T_+$  et  $T_-$  étant des invariants relativistes considérés comme fonction de l'énergie seule ( $t = 0$  vers l'avant).

On établit en général les relations de dispersion pour les combinaisons suivantes des amplitudes :

$$T^{(+)} = \frac{1}{2} (T_+ + T_-)$$

$$T^{(-)} = \frac{1}{2} (T_+ - T_-)$$

Les amplitudes  $T_+$  et  $T_-$  satisfont aux relations de croisement :

$$\bar{T}_+(z) = \bar{T}_-(z)$$

tandis que les combinaisons  $T^{(+)}$  et  $T^{(-)}$  vérifient les relations :

$$T^{(+)}(z) = T^{(+)}(z)$$

$$T^{(-)}(z) = -T^{(-)}(-z)$$

Nous considérons uniquement la diffusion  $\pi^-p$  dans ce qui suit. Les singularités de la voie directe pour  $\pi^-p$  sont de deux types :

a) Un pôle dans la région non physique correspondant à l'état à une particule, le neutron, formé par le système  $\pi$ -p. C'est le seul état à une particule satisfaisant aux lois de conservation au-dessous du seuil  $s \leq (M_p + m_\pi)^2$ . L'énergie totale disponible dans le centre de masse est égale à la masse du neutron d'où :

$$s = M_p^2 + m_\pi^2 + 2 M_p \omega_\pi = M_n^2$$

et la position est donnée par :

$$\omega_\pi = \frac{(m_\pi^2 + M_p^2 - M_n^2)}{2 M_p}$$

b) La coupure dans la région physique au-dessus du seuil  $s \geq (M_p + m_\pi)^2$  venant des états à deux particules et plus a lieu pour :

$$(M_p + m_\pi)^2 \leq M_p^2 + m_\pi^2 + 2 M_p \omega_\pi$$

soit :

$$\omega_\pi \geq m_\pi$$

Les relations de croisement donnent également une contribution de pôle à  $-\omega_\pi$ . Les singularités de la voie croisée proviennent uniquement de la coupure due aux états à deux particules et plus, la conservation de la charge pour  $\pi^+p$  s'opposant à ce que l'on ait un état à une particule comme dans  $\pi^-p$ . La coupure existe pour  $u \geq (M + m)^2$  soit vers l'avant :

$$u = M_p^2 + m_\pi^2 - 2 M_p \omega_\pi$$

ou encore :

$$\omega_\pi \leq - m_\pi .$$

On trouvera sur la figure 2 l'ensemble des singularités pour la diffusion  $\pi^-$ -p. En appliquant le théorème de Cauchy au domaine d'analyticité de la fonction  $T^{(-)}$ , on peut établir la relation de dispersion suivante<sup>23)</sup> :

$$\text{Re } T^{(-)}(E_\pi, 0) = \frac{2 f^2 E_\pi}{E_\pi^2 - \left(\frac{m_\pi}{2M_N}\right)^2} + \frac{E_\pi}{4\pi^2} \mathcal{P} \int_{m_\pi}^{+\infty} \frac{\sigma_-(E'_\pi) - \sigma_+(E'_\pi)}{E_\pi'^2 - E_\pi^2} K'_\pi dE'_\pi$$

où  $f^2$  est la constante de couplage  $\pi$ -nucléon non renormalisée. C'est une relation de dispersion non soustraite car l'hypothèse de validité du théorème de Pomeranchuk assure la convergence de l'intégrale.

Une relation analogue peut être établie pour  $\text{Re } T^{(+)}$  mais la somme des sections efficaces totales qui apparaît alors dans l'intégrale nécessite le recours à un procédé de soustraction. On utilise habituellement la relation pour  $T^{(+)}$  sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \text{Re } T^{(+)} = \text{Re } T^{(+)}(m_\pi, 0) + & \frac{2 f^2 K_\pi^2 \left(\frac{m_\pi}{2M_N}\right)^2}{\left(m_\pi^2 - \left(\frac{m_\pi}{2M_N}\right)^2\right) \left(E_\pi^2 - \left(\frac{m_\pi}{2M_N}\right)^2\right)} \\ & + \frac{K_\pi^2}{4\pi^2} \mathcal{P} \int_{m_\pi}^{+\infty} \frac{E'_\pi}{K'_\pi} \frac{\sigma_-(E'_\pi) + \sigma_+(E'_\pi)}{E_\pi'^2 - E_\pi^2} dE'_\pi \end{aligned}$$

la soustraction étant faite au seuil pour  $\omega = m_\pi$ . Ceci n'a de sens que si l'on connaît  $\text{Re } T^{(+)}(m_\pi)$ . Les parties réelles des fonctions  $T^{(+)}$  et  $T^{(-)}$  sont reliées aux longueurs de diffusion  $a_{IJ}$  (I = isospin, J = spin) que l'on peut déduire, par exemple, de l'étude des atomes mésiques :

$$\begin{aligned} \text{Re } T^{(+)} &= \frac{1}{3} (a_1 + 2a_3) \cdot A \\ \text{Re } T^{(-)} &= \frac{1}{3} (a_1 - a_3) \cdot A \end{aligned}$$

où  $A = (m_\pi + m_N)/m_N$  dans le laboratoire,  $E_\pi$  et  $K_\pi$  sont donnés dans le laboratoire,  $a_1$  et  $a_3$  sont les longueurs de diffusion dans l'état S.

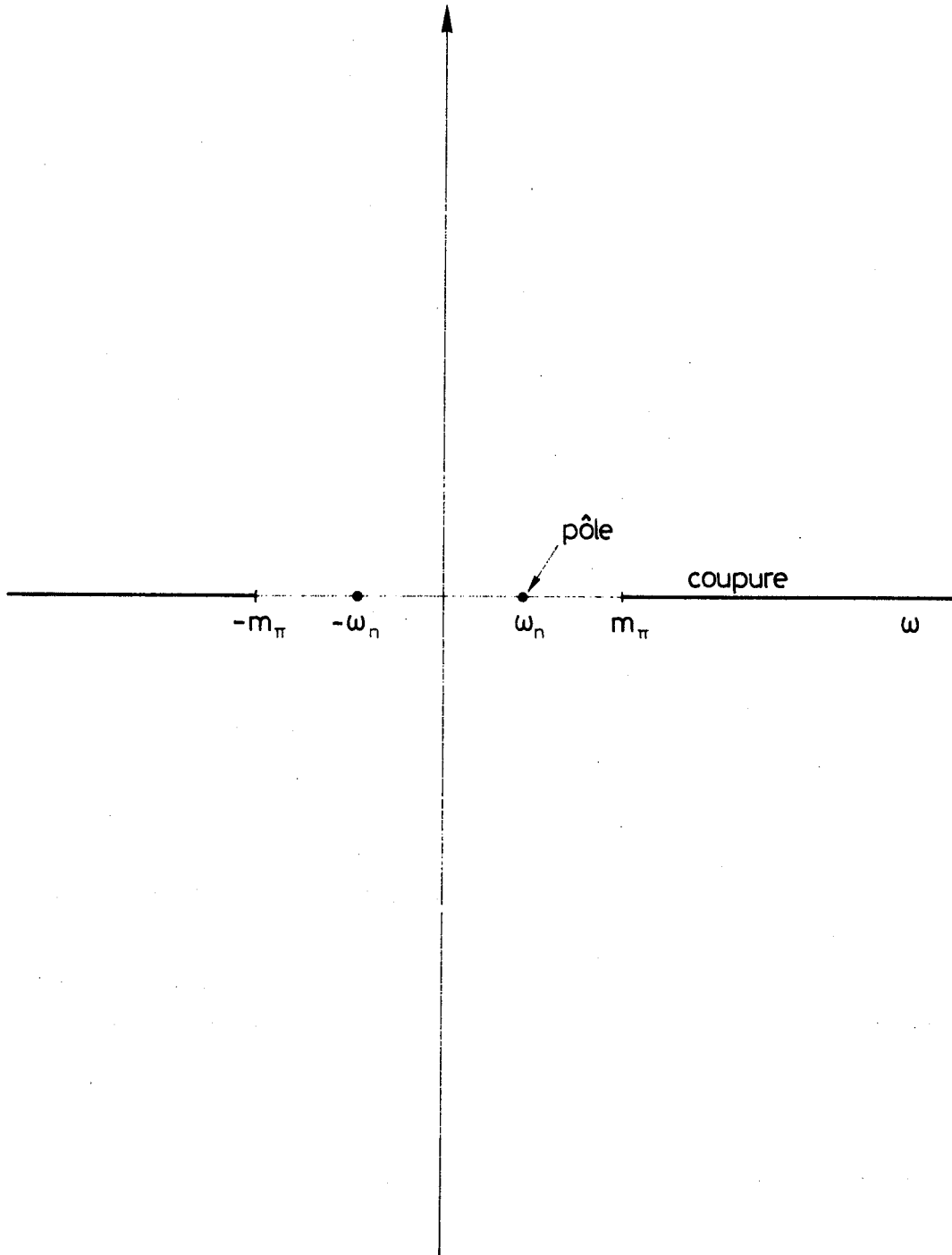


Fig. 2

Ces relations ont été utilisées pour un grand nombre de problèmes dans la diffusion  $\pi$ -N :

- Calcul des paramètres de la diffusion  $\pi$ -N à basse énergie (constante de couplage);
- Test du principe de micro-causalité;
- Vérification de l'hypothèse d'indépendance de charge;
- Calcul de la partie réelle de l'amplitude de diffusion vers l'avant pour la diffusion élastique et l'échange de charge.

On trouvera un compte rendu et un ensemble de références dans le rapport de Giacomelli<sup>27)</sup> et dans les articles de Diu<sup>28)</sup> et Hamilton et Woolcock<sup>29)</sup>, par exemple.

### 3.4 Application des relations de dispersion à la diffusion $\pi$ -noyau

Les relations de dispersion n'ont guère été utilisées pour rendre compte de la diffusion  $\pi$ -noyau. A l'exception du travail de Goldberger et Thirring<sup>23)</sup>, ce n'est que récemment, en 1967, que Ericson et Locher ont tenté d'appliquer systématiquement les relations de dispersion à la diffusion  $\pi$ -noyau. Ils se sont d'ailleurs limités à l'étude des noyaux d'isospin  $I = 0$  et  $I = \frac{1}{2}$ <sup>12,13)</sup>.

L'application des relations de dispersion aux noyaux est délicate. Ceci est dû aux nombreux états excités du noyau et aux divers processus d'absorption qui contribuent à la région non physique.

En fait, Ericson et Locher ont montré que pour la diffusion  $\pi$ -noyaux légers la région non physique donnait une contribution relativement faible et qu'on pouvait en faire une évaluation compte tenu d'un certain nombre d'hypothèses raisonnables.

L'interaction  $\pi$ -noyau peut être représentée par les diagrammes de la figure 3, où  $X_1$  est un noyau ayant le même nombre de nucléons que le noyau cible mais dont la charge tient compte de celle du pion incident.

Ericson et Locher négligent les effets coulombiens et admettent la symétrie de charge. Ils utilisent la combinaison classique des amplitudes définie par :

$$f^{(\pm)}(\omega) = \frac{1}{2} \left( f_{\pi^+X}(\omega) \pm f_{\pi^-X}(\omega) \right).$$

La relation de croisement appliquée aux amplitudes  $f^{(\pm)}$  donne :

$$f^{(\pm)}(-\omega) = \pm f^{(\pm)*}(\omega).$$

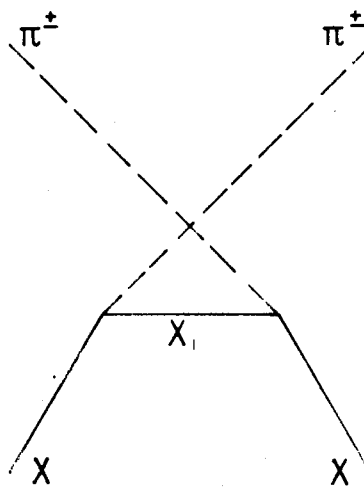
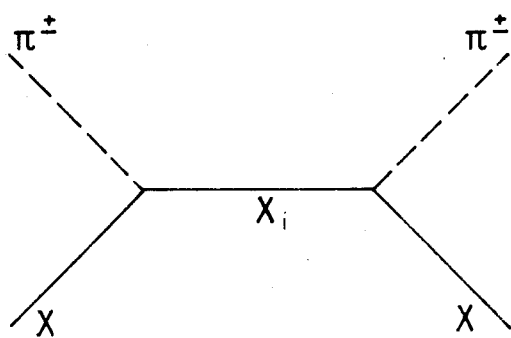


Fig. 3

Enfin :

$$\sigma^{(\pm)}(\omega) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\pi} r_{\chi}^{(+)}(\omega) \pm \sqrt{\pi} r_{\chi}^{(-)}(\omega) \right) \rightarrow \text{etc}$$

lorsque  $\omega \rightarrow \infty$  et l'on doit utiliser une relation de dispersion sous forme soustraite pour l'amplitude  $f^{(+)}$  ce qui n'est pas nécessaire pour  $f^{(-)}$  à cause du théorème de Pomeranchuk. On obtient ainsi les relations de dispersion suivantes :

$$\text{Re } f^{(+)}(\omega) = \text{Re } f^{(+)}(m_{\pi}) + \sum_{\omega_c}^{\omega} \frac{2\omega' \rho_i}{\omega^2 - \omega_i'^2} \frac{k^2}{k_i'^2} + \frac{2k^2}{\pi} \mathcal{P} \int \frac{\omega' \text{Im } f^{(+)}(\omega') d\omega'}{k^2(\omega'^2 - \omega^2)}$$

$$\text{Re } f^{(-)}(\omega) = \sum_{\omega_c}^{\omega} \frac{2\omega' \rho_i}{\omega^2 - \omega_i'^2} + \frac{2\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_{\omega_c}^{\infty} \frac{\text{Im } f^{(-)}(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}$$

où  $k^2 = \omega^2 - m^2$ ,  $\omega =$  énergie totale du  $\pi$  et :

$$\omega_i = \pm \left( -\frac{n_i^2 c^2}{2M} + E_i \right), \quad E_i = (M_i - M) c^2.$$

Dans le cas des noyaux d'isospin  $I = 0$ , qui nous intéresse ici, on obtient en négligeant les effets coulombiens :

$$f_{\pi^{-}\chi} = f_{\pi^{+}\chi}$$

et l'on a :

$$f_0 = f(I=0) = f^{(+)}(\omega).$$

L'évaluation des relations de dispersion précédentes est rendue possible du fait que les processus d'absorption à très basse énergie, qui donnent lieu à une coupure s'étendant jusque dans la région non physique, ne contribuent vraisemblablement que peu aux intégrales. En effet les sections efficaces totales permettent d'évaluer la quantité  $\text{Im } f_0(\omega)$  et pour le  $^{12}\text{C}$  au voisinage du seuil on a :

$$\frac{\text{Im } f_0(\omega)}{\text{Im } f_0(3/2, 3/2)} \approx \frac{1}{100}.$$

De plus la valeur de la partie réelle de l'amplitude au seuil pour le  $^{12}\text{C}$  étant faible [les atomes mésiques ont permis de déterminer la longueur de diffusion



$a^{(+)} = -0,026 m_{\pi}^{-1}$ ], on fait la soustraction nécessaire pour  $f^{(+)}$  au seuil  $\omega_0$ . La faible valeur des énergies d'excitation  $E_1$  concentre les pôles au voisinage de l'origine et le facteur multiplicatif  $|\omega_1|$  pour  $\omega > m$  en réduit encore l'importance. La précision de l'évaluation permet de négliger la contribution de ces pôles dans l'application aux noyaux d'isospin nul pour l'amplitude symétrique qui nous intéresse seule ici.

Pour pouvoir traiter la coupure dans la partie non physique, on effectue un prolongement de  $\text{Im } f(\omega)$  en fonction des longueurs de diffusion. La contribution de cette coupure est évaluée à 4%<sup>12)</sup> pour les noyaux d'isospin nul.

Enfin les paramètres des sections efficaces à haute énergie ont été déduits d'un calcul en diffusion multiple à la Glauber; de toute façon l'allure de  $\text{Im } f(\omega)$  au-dessus de 2 GeV a peu d'influence sur le calcul de  $\text{Re } f(\omega)$  en dessous de 500 MeV.

Moyennant ces hypothèses, Ericson et Locher ont calculé la partie réelle de l'amplitude symétrique pour divers noyaux et en particulier pour la diffusion  $\pi^{-12}\text{C}$  dans la région de la résonance ( $3/2, 3/2$ ). On trouvera sur la figure 4 les résultats de leurs calculs comparés à quelques évaluations indirectes et peu convaincantes existant avant le présent travail. Ces calculs ont été faits en utilisant des sections efficaces totales bien antérieures à nos mesures<sup>1)</sup> (courbes 1 et 2). La courbe 2, qui passe par les points signalés plus haut, est obtenue en augmentant ces sections efficaces totales de trois écarts standard. La courbe 3 de ce graphique a été aimablement établie sur notre demande par Landau et Locher<sup>14)</sup> en utilisant nos mesures de sections efficaces totales. Dans la suite nous nous référerons à ces courbes par leur numéro sur la figure 4.

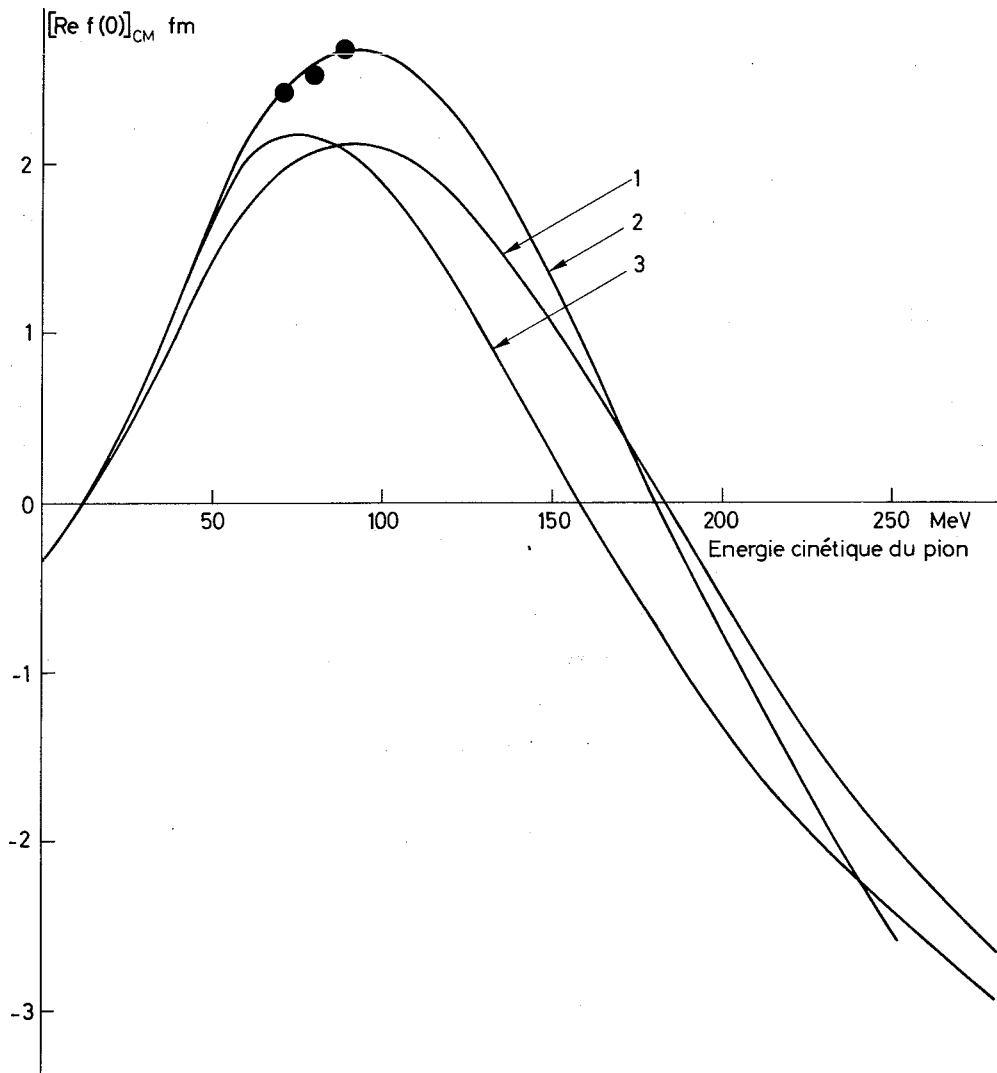


Fig. 4

CHAPITRE II

INTERET ET METHODES DE LA MESURE  
DE LA PARTIE REELLE DE L'AMPLITUDE DE DIFFUSION NUCLEAIRE

1. INTERET DE LA DETERMINATION DE LA PARTIE REELLE DE  
L'AMPLITUDE NUCLEAIRE DANS LA REGION DE LA RESONANCE  $^{3/2}, ^{3/2}$

La détermination de la partie réelle de l'amplitude nucléaire pour la diffusion  $\pi$ -noyau présente un intérêt considérable, particulièrement dans la région de la résonance  $\pi$ -N ( $^{3/2}, ^{3/2}$ ) où aucun travail expérimental n'a été fait dans ce sens. En effet, deux questions se posent immédiatement : d'une part, que devient la résonance  $\pi$ -nucléon à l'intérieur de la matière nucléaire; d'autre part, le comportement de la partie réelle de l'amplitude nucléaire suit-il les prévisions des relations de dispersion autour de la résonance, région où ses variations sont les plus importantes (en grandeur et en signe). De plus, l'analyse des données existantes dans ce domaine d'énergie montre certaines ambiguïtés.

1.1 Résonance

Il existe plusieurs façons plus ou moins équivalentes de définir une résonance. On peut considérer qu'une résonance est un état dont les nombres quantiques sont bien déterminés et dont la durée de vie et les modes de désintégration possibles sont indépendants du mode de production.

A l'énergie de la résonance, la section efficace totale du processus passe par un maximum, l'amplitude en onde partielle correspondante est dominante et peut se mettre sous une forme de Breit et Wigner.

$$f_{\ell}(\epsilon) = \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(\epsilon_r - \epsilon) - i\frac{\Gamma}{2}}$$

Pour simplifier, nous ne considérons ici que le cas de la diffusion élastique. Dans ce cas  $f_{\ell}(\epsilon)$  peut aussi s'écrire :

$$f_{\ell} = \frac{e^{2i\delta_{\ell}} - 1}{2i} = e^{i\delta_{\ell}} \sin \delta_{\ell}$$

où  $\delta_{\ell}$  est réel et l'amplitude totale vers l'avant prend la forme :

$$f_l(c, E) = A + f_l^p(c, E) \quad \theta = 0$$

où A représente tous les  $f_l$  sauf celui correspondant à l'onde partielle qui donne lieu à la résonance. Il en résulte que :

$$\operatorname{Re} f = \operatorname{Re} A + \frac{\frac{\Gamma}{2} (E_r - E)}{(E_r - E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$\frac{\operatorname{Re} f}{\operatorname{Im} f} = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_l} = \frac{(E_r - E)}{\frac{\Gamma}{2}}$$

Nous voyons que pour :

$$\begin{array}{lll} E < E_r & \operatorname{Re} f > \operatorname{Re} A & \delta_l < \frac{\pi}{2} \quad \operatorname{Re} f_l > 0 \\ E = E_r & \operatorname{Re} f = \operatorname{Re} A & \delta_l = \frac{\pi}{2} \quad \operatorname{Re} f_l = 0 \\ E > E_r & \operatorname{Re} f < \operatorname{Re} A & \delta_l > \frac{\pi}{2} \quad \operatorname{Re} f_l < 0 \end{array}$$

Dans la diffusion élastique, au voisinage d'une résonance, la partie réelle de l'amplitude de diffusion nucléaire varie comme  $\operatorname{Re} f_l$  et si, comme c'est le cas en général, l'amplitude  $f_l$  est dominante, la partie réelle de l'amplitude totale change de signe et le déphasage correspondant passe par  $\pi/2$  en croissant. Ceci reste vrai, même si la diffusion n'est pas purement élastique tant que l'inélasticité n'est pas trop importante. Si le rapport  $\sigma_{el}/\sigma_{tot} < 0,5$ , alors le déphasage passe par zéro en décroissant<sup>27,30</sup>).

La section efficace totale de la diffusion  $\pi$ -noyau, et plus particulièrement  $\pi$ -<sup>12</sup>C<sup>1</sup>), présente un maximum vers 180 MeV que l'on serait tenté d'interpréter comme une résonance. Mais, dans ce cas, l'interaction  $\pi$ -nucléon se fait avec des nucléons plongés dans un potentiel nucléaire, dont les états quantiques sont tous différents. La section efficace totale observée rend compte de l'ensemble des interactions possibles et l'explication de son maximum comme étant dû à une résonance n'est pas aussi évidente que dans le cas de la diffusion  $\pi$ -nucléon libre. La section efficace totale ne fait que représenter la somme incohérente des processus élémentaires. De ce fait on ne peut rien dire sur le comportement de la partie réelle de l'amplitude nucléaire au voisinage du maximum de la section

efficace totale. Une analyse en déphasage, soutenue par la détermination expérimentale directe de la partie réelle, fournirait une meilleure évaluation des déphasages et pourrait ainsi confirmer l'absence de résonance pure  $\pi$ -nucléon dans la diffusion  $\pi$ -noyau.

## 1.2 Les relations de dispersion $\pi$ -noyau

La vérification des relations de dispersion  $\pi$ -nucléon a déjà été faite avec une bonne précision par Lindenbaum et al.<sup>15)</sup> à haute énergie, par la mesure de l'interférence nucléaire coulombienne. La mesure de la partie réelle de l'amplitude nucléaire pour la diffusion  $\pi$ -noyau permettrait de justifier *a posteriori* les hypothèses qui sont à la base des calculs d'Ericson et Locher dans l'application des relations de dispersion aux noyaux. Dans le cas de la diffusion  $\pi$ - $^{12}\text{C}$ , ils ont négligé les termes de pôle qui sont faibles ainsi que la contribution de la région non physique due aux phénomènes d'absorption. Leur calcul prévoit un changement de signe de la partie réelle de l'amplitude nucléaire au voisinage de l'énergie de la résonance  $\pi$ -nucléon ( $3/2, 3/2$ ) comme si l'on avait à faire à une résonance ordinaire. D'après les dernières évaluations de la partie réelle faites par Landau et Locher<sup>14)</sup> en utilisant nos sections efficaces totales<sup>1)</sup>, le changement de signe de la partie réelle se fait aux environs de 160 MeV.

Nous présentons dans ce travail la première vérification expérimentale des relations de dispersion appliquées aux noyaux.

*Remarques* : Kimura et Nagashima<sup>31)</sup> ont tenté de calculer la partie réelle de l'amplitude nucléaire en appliquant les relations de dispersion  $\pi$ -nucléon, à l'aide d'un modèle, à la diffusion  $\pi$ -noyau. Ils trouvent une partie réelle qui s'annule bien au-delà de 180 MeV, mais l'emploi d'un modèle réduit l'intérêt de cette évaluation.

## 2. EVALUATION DE LA PARTIE REELLE DE L'AMPLITUDE NUCLEAIRE POUR LA DIFFUSION $\pi$ - $^{12}\text{C}$ , DIVERGENCE DES RESULTATS DES METHODES INDIRECTES

La détermination de la partie réelle de l'amplitude nucléaire peut être faite de différentes façons. On peut procéder de façon indirecte, soit par une analyse en déphasage des données expérimentales, soit à l'aide d'un modèle qui est sensible à ce paramètre. On peut aussi réaliser une expérience dont les résultats sont directement sensibles à la valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire. L'utilisation des méthodes indirectes dans le cas de la diffusion  $\pi$ - $^{12}\text{C}$  conduisent à des valeurs différentes.

### 2.1 Analyse en déphasage

Théoriquement, cette analyse permet de faire une évaluation de la partie réelle sans utiliser un modèle particulier pour l'interaction. La difficulté du problème

se situe dans l'obtention d'une solution unique. Une telle analyse a été appliquée aux résultats de l'expérience  $\pi$ - $^{12}\text{C}$  déjà publiés<sup>1)</sup> pour les angles de diffusion supérieurs à  $10^\circ$ . Dans une analyse de ce type, on peut espérer mettre en évidence les résonances éventuelles à l'aide du comportement des déphasages. Cependant, pour des énergies de l'ordre de 280 MeV, l'analyse doit déjà prendre en considération une dizaine de déphasages complexes, soit une vingtaine de paramètres réels et le manque de contraintes se fait sentir. Beiner et Huguenin<sup>6)</sup>, qui ont entrepris une analyse de ce type, ont dû faire un certain nombre d'hypothèses physiques raisonnables, en particulier sur le comportement des amplitudes partielles correspondant aux moments angulaires élevés pour éliminer certaines solutions. Ils ont retenu les solutions qui d'une part sont en accord avec les relations de dispersion et d'autre part donnent aux portées effectives une allure déterminée.

## 2.2 Analyse avec un modèle

On peut utiliser un modèle pourvu qu'il rende bien compte des données expérimentales. Bien qu'il n'existe pas de modèle spécifique couvrant entièrement la zone d'énergie que nous avons étudiée, plusieurs analyses ont été tentées avec des modèles existants et ont donné des résultats étonnamment bons en dépit de leur utilisation en dehors de leur domaine de validité. En particulier C. Schmit<sup>3)</sup> et C. Wilkin<sup>4)</sup> ont entrepris, chacun séparément, une étude en modèle de Glauber des données de notre ancienne expérience. Ces études rendent compte des données de façon tout à fait satisfaisante, sauf peut-être vers l'avant en ce qui concerne les résultats de C. Schmit. La section efficace totale calculée par ce dernier, quoique inférieure à la section efficace totale expérimentale, présente la même forme que cette dernière (maximum à 145 MeV environ). Les prévisions de ce modèle pour la partie réelle de l'amplitude nucléaire sont en assez bon accord avec celles des relations de dispersion de Ericson et Locher au voisinage de 200 MeV. Signalons également une étude en modèle de Glauber de Bjornenak et al.<sup>7)</sup>.

Une analyse des mêmes données a été faite en utilisant un potentiel de Kisslinger. Les résultats obtenus sont cependant en désaccord avec ceux d'Ericson et al. au-delà de 200 MeV, bien que les "fits" obtenus pour les sections efficaces différentielles soient excellents<sup>2)</sup>. Récemment Auerbach et Sternheim<sup>5)</sup> ont aussi analysé ces données avec un modèle en potentiel de Kisslinger et trouvent également d'assez bons "fits" avec les données expérimentales. Ils en déduisent que leur modèle est bien adapté pour rendre compte de la diffusion  $\pi$ -noyau dans la région de la résonance  $\pi$ -nucléon ( $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$ ). Les valeurs de la partie réelle de l'amplitude nucléaire qu'ils obtiennent, bien que variant dans le même sens que les prévisions d'Ericson, ne semblent pas non plus en accord quantitatif avec celles-ci. D'autres études en modèle de Kisslinger ont été faites pour les mêmes données, notamment par Krell et Barmo<sup>8)</sup> et tout récemment par J.-P. Maillet, C. Schmit et J.-P. Dedonder<sup>9)</sup>.

On trouvera sur la figure 5 un résumé des résultats concernant la valeur de la partie réelle obtenus par les différentes méthodes exposées ci-dessus : les différentes évaluations ne concordent pas. (Les courbes 1 et 3 ont la même signification qu'au Chapitre I.)

### 3. MESURE DIRECTE DE L'AMPLITUDE NUCLEAIRE

Les divers modes d'évaluation que nous venons de discuter et les résultats différents qu'ils donnent pour la valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire montrent tout l'intérêt que présente une mesure directe de la partie réelle de l'amplitude nucléaire.

#### 3.1 Mesure directe du module de l'amplitude

On peut utiliser la mesure de la section efficace différentielle des particules neutres vers l'avant :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{0^{\circ}} = \left(\operatorname{Re} f_N\right)_{0^{\circ}}^2 + \left(\operatorname{Im} f_N\right)_{0^{\circ}}^2 = \left(\operatorname{Re} f_N\right)_{0^{\circ}}^2 + \left(\frac{R}{4\pi} \sigma_{\text{tot}}\right)_{0^{\circ}}^2$$

mais dans ce cas, il faut que la partie réelle soit importante et encore n'obtient-on que son module.

Pour les particules chargées, on peut faire une détermination analogue en extrapolant la section  $d\sigma/dt$  pour le transfert d'impulsion nul et en comparant le résultat au point optique. Cette extrapolation est cependant peu précise car elle s'appuie sur des points expérimentaux loin de l'origine.

#### 3.2 Mesure directe de l'amplitude en grandeur et en signe

La méthode de l'interférence nucléaire coulombienne aux faibles angles a déjà été largement utilisée dans le passé pour l'interaction p-p et  $\pi$ -p à haute énergie (voir section 4 de ce chapitre).

Aux faibles angles de diffusion, il existe une zone où le module de l'amplitude nucléaire et le module de l'amplitude coulombienne sont du même ordre de grandeur. La section efficace différentielle pour les particules chargées se met alors sous la forme simplifiée :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_C + f_N|^2 = |f_C|^2 + |f_N|^2 + 2 \operatorname{Re}(f_C^* f_N)$$

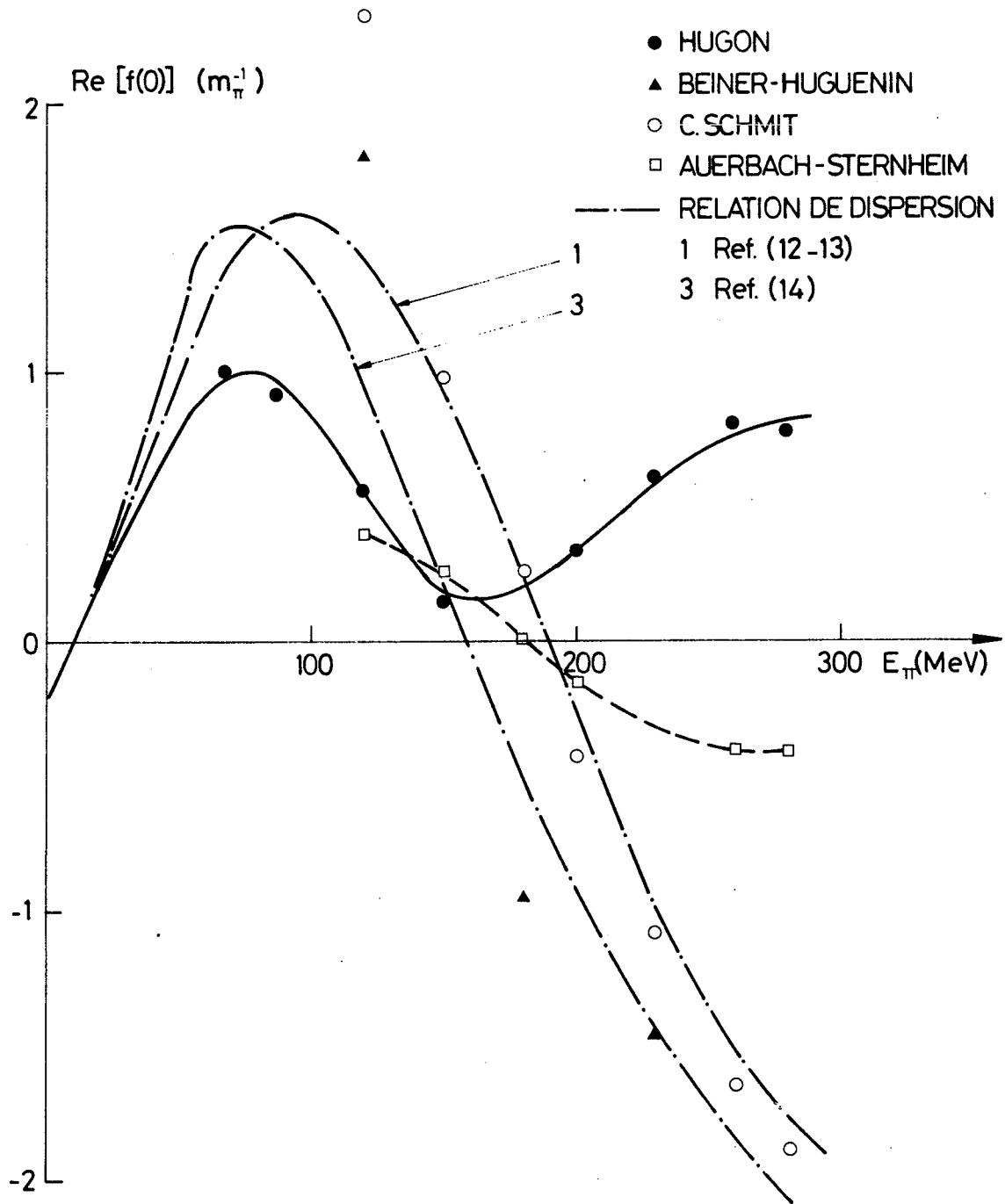


Fig. 5



Si

$$f_c = |f_c| e^{i\phi_c}$$

$$f_N = |f_N| e^{i\phi_N}$$

alors :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_c|^2 + |f_N|^2 + 2|f_c||f_N| (\cos \phi_c \cos \phi_N + \sin \phi_c \sin \phi_N)$$

ou encore :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_c|^2 - |f_N|^2 + 2|f_c| \operatorname{Im} f_N \left( \cos \phi_c \frac{\operatorname{Re} f_N}{\operatorname{Im} f_N} + \sin \phi_c \right).$$

On peut avoir une bonne détermination de  $\operatorname{Im} f_N$  par l'application du théorème optique aux mesures précises de sections efficaces totales. En particulier dans le cas de  $\pi^{-12}\text{C}$ , les sections efficaces totales ont été déterminées à environ 1% dans toute la zone d'énergie couvrant la résonance  $\pi$ -nucléon ( $3/2, 3/2$ )<sup>1)</sup>.

Au-delà de la zone d'interférence, vers les angles de diffusion élevés, la section efficace est pratiquement la section efficace nucléaire pure. Par son dernier terme, la section efficace différentielle est directement sensible au signe de la partie réelle de l'amplitude nucléaire si on connaît bien la contribution due à l'interaction coulombienne. Nous verrons par la suite comment estimer cette contribution et l'importance de la distorsion qu'elle apporte à l'amplitude nucléaire.

D'après ce qui précède, il est clair que cette méthode peut nous fournir une mesure directe de la partie réelle de l'amplitude nucléaire, laquelle permet à son tour de :

- fournir aux analyses en déphasage ou à l'aide de modèles une contrainte supplémentaire libre de toute hypothèse et ainsi de les aider à lever leurs ambiguïtés
- vérifier les prévisions des relations de dispersion.

Il existe déjà, dans le domaine d'énergie envisagé ci-dessus, des résultats expérimentaux précis<sup>1)</sup> concernant la diffusion  $\pi^{-12}\text{C}$  pour les angles supérieurs à  $10^\circ$ . La présente étude, réalisée avec le même faisceau, complète cette expérience et fournit un ensemble de données cohérentes sur la diffusion  $\pi^{-12}\text{C}$ .

#### 4. REVUE DES MESURES EXPERIMENTALES DE LA PARTIE REELLE DE L'AMPLITUDE NUCLEAIRE

La mesure de l'interférence des amplitudes nucléaire et coulombienne a été largement utilisée pour déterminer la partie réelle de l'amplitude nucléaire vers l'avant en vue de vérifier les relations de dispersion et de déterminer l'énergie à partir de laquelle les phénomènes à haute énergie prennent une allure asymptotique. C'est ainsi que, malgré les difficultés expérimentales, une bonne part des travaux récents a été effectuée à haute énergie, surtout pour l'interaction  $\pi$ -p et  $\pi$ -noyaux.

En ce qui concerne la diffusion p-p et p-noyaux, il existe des travaux à plus basse énergie. Parmi les travaux expérimentaux concernant les noyaux, nous ne citerons que ceux ayant trait au carbone et quelques uns à l'hélium. Seuls les travaux qui se proposent la mesure de la partie réelle ont été pris en considération.

##### 4.1 Diffusion avec les protons

###### 4.1.1 Diffusion p-p

En 1960, Preston et al.<sup>32)</sup> étudient l'interférence C-N avec des protons de 3 GeV sur différents noyaux dont l'hydrogène. L'expérience, qui utilise des émulsions comme détecteur, mesure les événements compris entre 0,5 et 4 degrés dans le laboratoire. L'incertitude statistique sur chaque point expérimental est de l'ordre de 10%. La section efficace différentielle à 0° a été déterminée à 6% près. Appliquant le traitement de Bethe<sup>18)</sup> les auteurs donnent une estimation de l'interférence, mais la précision statistique des données ne permet pas de conclusion nette.

En 1962 Bull et Garbutt<sup>33)</sup> étudient la diffusion p-p à 19,2 GeV/c entre 0 et 40 mrad avec des plaques. L'ensemble de leur analyse porte sur 798 événements. Ils trouvent une section efficace extrapolée à 0° au-dessous du point optique mais les erreurs sur les points expérimentaux sont importantes.

En 1963 Breitenlohner et al.<sup>34)</sup> donnent les résultats d'une expérience de diffusion p-p à 24 GeV/c. Ils utilisent à la fois une chambre à bulles et la technique des émulsions nucléaires selon la zone angulaire étudiée qui s'étend au total entre 4 et 30 mrad dans le laboratoire. La précision statistique est très pauvre : 701 événements pour la chambre à bulles, 156 événements pour les émulsions, toutes corrections faites pour l'ensemble de la gamme angulaire couverte. Aucune conclusion précise n'est donnée sur la valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire si ce n'est qu'elle est petite.

En 1964, toute une série de travaux sont publiés pour des énergies supérieures au GeV. Dowell et al.<sup>35)</sup> mesurent la diffusion p-p à 1,7 GeV pour préciser les

résultats existants et comparer leurs résultats aux prévisions des relations de dispersion. Les mesures s'étendent à  $1,5$  à  $5^\circ$  dans le laboratoire. Utilisant la partie imaginaire de l'amplitude nucléaire déterminée par le théorème optique, ils supposent que les parties réelle et imaginaire de l'amplitude nucléaire sont constantes dans la zone de l'interférence et donnent, pour le rapport  $Re/Im$ , une valeur de  $(0,7 \pm 7)\%$  compatible avec les résultats des relations de dispersion. Ils trouvent également qu'il faut introduire un terme important dépendant du spin pour expliquer les sections efficaces expérimentales.

Lohrman et al.<sup>36)</sup> utilisent les émulsions nucléaires pour mesurer la diffusion élastique à  $24$  GeV/c dans une bande de transfert d'impulsion comprise entre  $40$  MeV/c et  $200$  MeV/c. Ils trouvent un rapport  $Re/Im$  vers l'avant de  $-0,19 \pm 0,09$ , mais leur résultat dépend des hypothèses sur la dépendance en spin de l'amplitude.

En 1965 Taylor et al.<sup>37)</sup> mesurent l'interférence C-N avec des compteurs entre  $4$  et  $15$  mrad pour des protons incidents de  $7,85$  GeV/c. Dans la même expérience, ils mesurent la section efficace totale  $\sigma_T = 40,2 \pm 0,6$  mb. Le rapport  $\alpha = Re f_N / Im f_N$  est supposé indépendant de  $t$ . La valeur de  $\alpha = -0,29 \pm 0,03$  qu'ils trouvent semble vérifier assez bien les résultats des relations de dispersion dans ce domaine et est en accord avec d'autres estimations à des énergies voisines.

Foley et al.<sup>38)</sup> en 1965 étudient également l'interférence C-N pour des impulsions variant entre  $8$  et  $18$  GeV/c dans une zone angulaire allant de  $2$  à  $20$  mrad. L'analyse qui suppose  $\alpha$  indépendant de  $t$  donne une partie réelle de l'amplitude nucléaire qui vaut  $25\%$  de l'amplitude imaginaire. L'erreur totale de cette estimation est de  $20\%$  environ. Bien que les mesures soient en accord avec les estimations des domaines d'énergie voisins, les imprécisions expérimentales ne permettent pas d'accorder un grand crédit à l'accord avec les prévisions des relations de dispersion. De plus, l'introduction d'une partie de l'amplitude dépendant du spin permet d'interpréter les données avec un rapport  $\alpha = 0$ .

Bellettini et al.<sup>39)</sup>, la même année, publient les résultats d'une expérience de compteurs à  $10,19$  et  $26$  GeV/c. Ils couvrent la région de l'interférence C-N entre  $2$  et  $20$  mrad et comptent voir l'influence de la partie de l'amplitude dépendant du spin. L'analyse est faite avec deux modèles, l'un utilisant une amplitude indépendante du spin avec l'interférence, l'autre utilisant une amplitude qui dépend du spin sans interférence. Les résultats obtenus favorisent l'interférence et donnent un rapport  $\alpha$  compris entre  $-0,43$  et  $-0,3$  suivant l'énergie avec une précision de l'ordre de  $10\%$ .

En résumé pour la diffusion p-p, nous trouvons bon nombre de travaux expérimentaux utilisant l'interférence C-N pour mesurer la partie réelle de l'amplitude nucléaire. Malgré les difficultés expérimentales à haute énergie, des mesures du rapport  $\alpha$  à  $10\%$  ont été obtenues dans certains cas. La situation est moins satisfaisante dans le cas de la diffusion p-noyau.

#### 4.1.2 Diffusion p-noyau

En 1957, Gerstein et al.<sup>40)</sup> publient les résultats d'une expérience de diffusion p-noyaux, dont le carbone. L'énergie des protons incidents est de 96 MeV. La section efficace obtenue montre qualitativement une interférence.

Batty et al.<sup>41)</sup> en 1959 mesurent la section efficace p-<sup>12</sup>C avec des protons de 970 MeV entre 1,5 et 5 degrés. Ils utilisent des émulsions nucléaires comme détecteur. L'ensemble des mesures porte sur 6700 événements. L'analyse des données, à l'aide d'un potentiel optique, a seulement permis de déterminer le signe du rapport  $\alpha = \text{Re } f_N / \text{Im } f_N$ . Contrairement aux mesures à plus basse énergie, ils trouvent que les parties réelle et imaginaire sont de signe opposé.

En 1960, Preston et al.<sup>32)</sup>, dans une expérience avec des protons de 3 GeV, ont étudié l'interférence p-<sup>12</sup>C entre 0,5 et 4 degrés. Ces auteurs ont utilisé le traitement de Bethe<sup>18)</sup> pour leur analyse. Pour obtenir un accord avec les sections efficaces mesurées, il faut attribuer une partie réelle négative à l'amplitude correspondant à un potentiel nucléaire répulsif. Seul le point le plus bas en angle est significatif de ce point de vue, étant donné les erreurs expérimentales.

Holthuizen en 1964<sup>42)</sup> présente une mesure de l'interférence p-<sup>12</sup>C à 12 GeV/c et à 24 GeV/c utilisant des émulsions. La zone angulaire analysée fournit seulement 732 événements à 12 GeV/c et 925 à 24 GeV/c. L'expérience prend les noyaux de la plaque comme cible et les mesures sont corrigées de la diffusion p-p et de la diffusion sur les atomes d'argent. L'expérience porte sur le mélange C-N-O de noyaux présents dans les plaques. Un modèle optique, une analyse en déphasage et un modèle granulaire sont utilisés pour l'interprétation des résultats. Dans tous les cas, l'adjonction d'une partie réelle améliore le  $\chi^2$  de l'analyse mais le meilleur  $\chi^2$  obtenu ne permet de conclure qu'à la présence d'une partie réelle sans plus.

Finalement en 1966, Bellettini et al.<sup>43)</sup> avec un appareillage semblable à celui de l'expérience p-p déjà citée<sup>39)</sup> ont mesuré les sections efficaces pour certains noyaux à 20 GeV. Pour le carbone, leur analyse est compatible avec une partie réelle nulle pour l'amplitude nucléaire, toutefois pour leurs plus faibles angles une partie réelle de 5 à 10% de la partie imaginaire peut également être admise.

#### 4.2 Diffusion avec les mésons K

Peu de travail a été fait avec les mésons K. En 1965 Schlosser et al.<sup>44)</sup> essaient de déterminer la valeur de l'interférence C-N pour des K<sup>-</sup> de basse énergie en analysant des résultats de chambre à bulles. Les impulsions des particules incidentes sont comprises dans les intervalles 100-200 MeV/c et 200-360 MeV/c. La nature de l'interférence (destructive) n'a été mise en évidence que dans la première gamme d'impulsion. L'analyse portait sur environ 2500 événements.

Plus récemment, en 1970, Bellm et al.<sup>45)</sup> ont mis en évidence une interférence constructive pour l'interaction  $K^+p$  avec des K de 5 GeV/c, en analysant des données de chambre à bulles. Ils trouvent un rapport  $\alpha = -0,52 \pm 0,11$ , 1296 événements ayant servi à l'analyse. Aucun travail n'a été trouvé concernant la diffusion K-noyaux.

#### 4.3 Diffusion avec des mésons $\pi$

##### 4.3.1 Diffusion $\pi-p$

Nous avons trouvé peu de travaux consacrés à la mesure de l'interférence avec les mésons  $\pi$ . En 1952 Byfield et al.<sup>46)</sup> étudient la diffusion de  $\pi^+$  et  $\pi^-$  de 62 MeV sur le carbone à l'aide d'une chambre à brouillard. L'ensemble des mesures (en  $\pi^+$  et  $\pi^-$ ) comporte environ 500 événements. Ils mettent en évidence une interférence vers 20 à 30 degrés. Une analyse grossière en modèle optique a été faite. Elle montre le caractère attractif de l'interaction  $\pi-^{12}C$  à cette énergie.

En 1954, Orear<sup>47)</sup> fait une mesure de l'interférence avec des  $\pi^+$  de 113 MeV. Il s'agit de préciser le signe du déphasage  $\delta_{33}$  de la solution dite de Fermi pour les déphasages. L'expérience, qui utilisait des plaques nucléaires, concernait la diffusion entre 12,5 et 160 degrés. Sur 420 événements au total, deux seulement se trouvent dans la zone d'interférence au-dessous de 20 degrés.

Foley, Lindensaum et al. dans une série de travaux<sup>15,48,49)</sup>, utilisant des compteurs, ont fait une étude systématique de l'interférence à haute énergie pour les  $\pi^+$  et les  $\pi^-$ , en vue de vérifier la validité des relations de dispersion. Ils ont travaillé de 7,76 à 30 GeV/c en  $\pi^+$  et de 7,89 à 26 GeV/c en  $\pi^-$ . Ces auteurs, qui ont publié l'ensemble de leurs résultats en 1969<sup>15)</sup>, ont également fait une mesure des sections efficaces totales à 0,3% près. Ils ont pu déterminer le rapport  $\alpha = \text{Re } f_N / \text{Im } f_N$  vers l'avant avec une précision de 15 à 25% pour les  $\pi^-$  et de 7 à 20% pour les  $\pi^+$  selon les énergies.  $\alpha$  a été supposé indépendant de  $t$ .

En 1967, une tentative isolée à 3,5 et 6,4 GeV/c pour la diffusion  $\pi^-p$  a été faite par Nomofilov et al.<sup>50)</sup> mais les erreurs étaient beaucoup plus importantes ( $\approx 30\%$ ).

Le travail de Foley et al. est le seul travail expérimental systématique et de bonne précision concernant la mesure de l'interférence à haute énergie pour la diffusion  $\pi-p$ . En ce qui concerne la diffusion  $\pi$ -noyau, la situation est loin d'être aussi bonne. Elle est, en fait, comparable, sinon pire, à celle de la diffusion des protons avec les noyaux dont nous avons parlé plus haut.

##### 4.3.2 Diffusion $\pi$ -noyau

En 1956, Kozodaev et al.<sup>51)</sup> étudient la diffusion  $\pi^+-^4\text{He}$  à 330 MeV et  $\pi^-^4\text{He}$  à 273 MeV. Ils utilisent une chambre à brouillard. L'angle minimum de mesure

est de 5,1 degrés pour les  $\pi^+$  et de 5,9 degrés pour les  $\pi^-$ . Les nombres d'événements sont respectivement de 76 et 99. Les données montrent une interférence au-dessous de 20 degrés avec une interaction  $\pi$ -noyau répulsive.

En 1963, Jongejeans<sup>52)</sup> présente un travail avec des  $\pi^-$  de 5,7 GeV/c utilisant la technique des émulsions nucléaires. L'ensemble des mesures, soit 522 événements entre 7,9 et 143 mrad, concerne encore la diffusion sur le mélange C-N-O d'émulsions nucléaires. Seuls les points expérimentaux les plus bas en angle peuvent donner lieu à la mesure de l'interférence. Les points expérimentaux sont entachés d'une erreur statistique de 10% environ. L'analyse des données dépend d'un modèle optique et le signe de la partie réelle du potentiel correspond à une interférence destructive.

En 1965, Appeldorn et al.<sup>53)</sup>, dans une expérience avec des  $\pi^+$  et des  $\pi^-$  de 4 GeV utilisant des émulsions comme détecteurs, ont essayé d'éliminer l'influence du modèle précédent dans la mesure de l'interférence. L'ensemble des mesures porte sur 722 événements en  $\pi^+$  et 550 en  $\pi^-$  environ. Ces auteurs ont pu mettre en évidence une partie réelle de l'amplitude nucléaire dont le signe correspond à une interaction répulsive, en accord avec les résultats de Foley et al. sur la diffusion  $\pi$ -p.

Enfin, signalons les mesures d'interférence faites pour l'interaction  $\pi$ -noyau suite à la proposition de Sternheim et Hofstadter<sup>54)</sup> d'utiliser ce phénomène pour mesurer le facteur de forme du pion. Ces expériences sont celle de Nordberg et Kinsey<sup>55)</sup> avec des pions de 24 MeV et celle de Crowe et al.<sup>56)</sup> avec des pions de 51, 60, 68 et 75 MeV sur  $^4\text{He}$ . Ici la mesure de l'interférence ne se fait plus vers l'avant mais dans le premier creux de diffraction de l'amplitude nucléaire où l'amplitude coulombienne, bien que petite, peut cependant donner lieu à des effets mesurables. Ce genre de mesure a entraîné un effort théorique important pour l'évaluation de la distortion de l'amplitude nucléaire due au coulombien.

Nous voyons que l'étude expérimentale de l'interférence nucléaire coulombienne, réalisée soit pour vérifier les relations de dispersion soit pour déterminer les caractéristiques du potentiel nucléaire, n'a apporté des résultats quantitatifs de précision convenable que dans le cas de la diffusion p-p et  $\pi$ -p à haute énergie.

En ce qui concerne les mesures d'interférence sur les noyaux, principalement réalisées à l'aide d'émulsions et à haute énergie, la situation expérimentale est très pauvre. En outre, les analyses dépendent des modèles utilisés et ne conduisent guère à des résultats quantitatifs valables. En effet, les mesures expérimentales sont trop imprécises pour mettre directement en évidence l'interférence sur les courbes de section efficace elles-mêmes. Aucun travail expérimental précis n'a été trouvé pour la mesure de l'interférence  $\pi$ -noyau dans le domaine

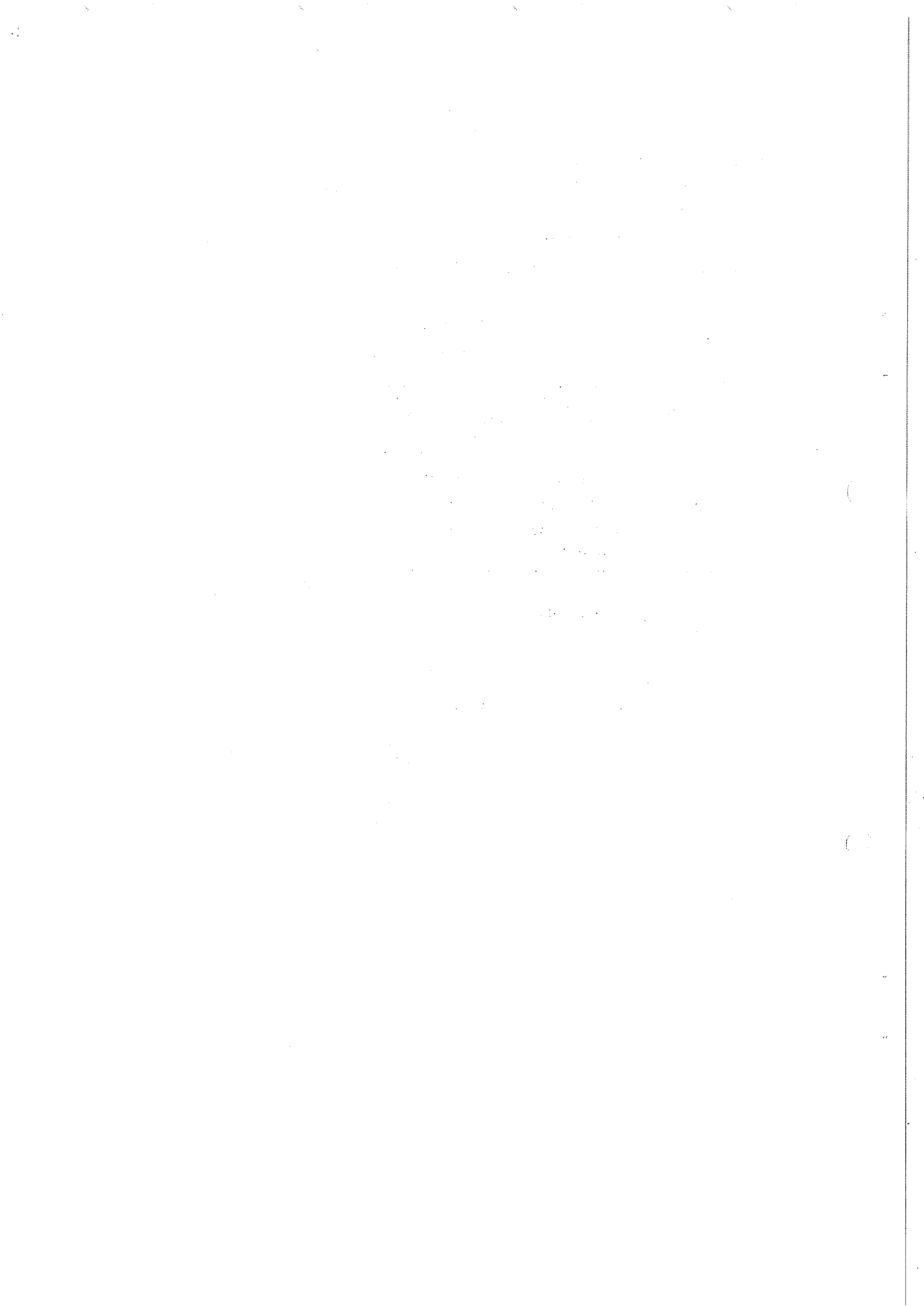
d'énergie couvrant la résonance ( $^3/2, ^3/2$ ). En ce qui concerne les relations de dispersion  $\pi$ -nucléon, dont la vérification est à l'origine des travaux de Lindenbaum et al.<sup>15)</sup>, la mesure de la section efficace d'échange de charge entre 0-700 MeV <sup>57)</sup> et 700-2000 MeV <sup>58)</sup> en a permis une autre vérification dans cette zone d'énergie.

On trouvera dans le tableau 1 un résumé succinct de la situation expérimentale.

Tableau 1

Détermination expérimentale de  $\alpha = \text{Re } f_N / \text{Im } f_N$

Diffusion	Energie ou impulsion incidente	$\text{Re } f_N^{(0)} / \text{Im } f_N^{(0)} = \alpha_0$	Références
p-p	1,7 GeV	-0,007 ± 0,07	35
	24 GeV/c	-0,19            48%	36
	7,85 GeV/c	-0,29            10%	37
	8 à 18 GeV/c	-0,247 à -0,307    17 à 20%	38
	10-19-26 GeV/c	-0,43 à -0,32    10%	39
$\pi$ -p	3,5 et 6,4 GeV/c	-0,22            30%	50
	8 à 26 GeV/c	en $\pi^-$ :	
		-0,100 à -0,139    15 à 25%	15
	en $\pi^+$ :		
	-0,143 à -0,221    7 à 20%	15	
p-noyau	Pas de valeurs précises de $\alpha$		
$\pi$ -noyau	Les analyses montrent seulement l'existence d'une partie réelle de l'amplitude nucléaire ou une limite supérieure.		





CHAPITRE III

TRAITEMENT THEORIQUE DE L'INTERFERENCE

Etant donné que la détermination de la partie réelle de l'amplitude nucléaire, d'après les mesures de sections efficaces différentielles, passe par une estimation convenable de la contribution coulombienne à l'amplitude de diffusion totale, nous nous proposons dans ce chapitre, après un rappel concernant l'amplitude de diffusion, de faire le bilan des principaux travaux théoriques consacrés à ce problème. Après une présentation plus détaillée des résultats qui nous intéressent directement, nous établissons l'expression de la phase relative du coulombien que nous utilisons dans notre analyse.

1. GENERALITES SUR L'AMPLITUDE DE DIFFUSION - DEVELOPPEMENT EN ONDES PARTIELLES

1.1 Interaction à portée limitée

L'analyse en ondes partielles de l'amplitude de diffusion peut se faire de plusieurs manières : on peut faire une analyse phénoménologique de la diffusion, ce qui est toujours possible, ou on peut faire l'hypothèse d'un potentiel d'interaction et relier les caractéristiques de la diffusion à ce potentiel.

De façon générale, on cherche une solution de l'équation de diffusion en dehors de la région d'interaction, où la particule se comporte comme une particule libre, de la forme :

$$\Psi(r) = e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

$r \rightarrow \infty$

où  $k$  est l'impulsion de la particule dans le centre de masse, l'axe  $Oz$  étant pris dans la direction du faisceau incident.  $f$  est l'amplitude de diffusion. La section efficace différentielle de diffusion dans la direction  $\theta$  est liée à l'amplitude par la relation :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\theta = |f(\theta)|^2.$$

L'onde plane représentant la particule incidente peut toujours s'écrire sous forme d'un développement en polynômes de Legendre :

$$e^{ikz} = A \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{i^{l+1}}{2} \left( e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})} - e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} \right) P_l(\cos\theta)$$

où A comprend les termes de normalisation. Lors de la diffusion, cette onde est modifiée par l'interaction. La forme asymptotique de la fonction d'onde prend alors la forme :

$$\Psi = A \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \frac{i^{\ell+1}}{2} \left( e^{-i(kr - \ell\frac{\pi}{2})} - e^{2i\delta_{\ell}} e^{i(kr - \ell\frac{\pi}{2})} \right) P_{\ell}$$

où  $\delta_{\ell}$  est une quantité complexe.

En comparant avec la forme asymptotique définissant l'amplitude de diffusion on obtient :

$$(1) \quad f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos \theta).$$

Pour le cas d'une interaction à portée limitée, l'influence de la diffusion ne s'étend qu'à un petit nombre de  $\ell$ .

Dans le cas où l'interaction dérive d'un potentiel, on peut relier les déphasages au potentiel. Cette hypothèse est d'ailleurs faite par la plupart des auteurs qui ont calculé la distorsion des déphasages de l'amplitude nucléaire non relativiste due à la présence de l'interaction coulombienne.

## 1.2 Diffusion par un potentiel coulombien

Du point de vue non relativiste, on sait que l'interaction coulombienne dérive d'un potentiel dont la portée est infinie. On peut résoudre le problème de façon analytique et l'amplitude coulombienne ponctuelle prend la forme :

$$(2) \quad f_{CB}^0(\theta) = - \frac{n}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{-in \operatorname{Log} \left( \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + 2i\sigma_0}$$

avec  $\sigma_0 = \arg \Gamma(1 + in)$ ;  $n = ZZ'(e^2/\hbar c)(m/k)$  est le paramètre coulombien où  $k$  est l'impulsion de la particule dans le centre de masse de la diffusion. On posera dans la suite  $f_{CB}^0 = n/(2k \sin^2 \theta/2)$ , amplitude coulombienne ponctuelle à l'approximation de Born.

On peut également dans le cas de la diffusion coulombienne chercher un développement analogue à celui de la formule (1). On obtient ainsi :

$$(3) \quad f_c^c(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_0^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\tilde{\sigma}_\ell} - 1) P_\ell(\cos\theta)$$

où les  $\sigma_\ell$  représentent les déphasages dans le cas de la diffusion coulombienne avec  $\sigma_\ell = \arg \Gamma(\ell + 1 + in)$ .

Les expériences de diffusion avec des particules chargées soumises à l'interaction forte ne peuvent s'interpréter par simple superposition de ces amplitudes que lorsque l'une d'elles est petite par rapport à l'autre, ce qui n'est pas le cas dans une expérience d'interférence où les effets de l'interaction nucléaire et ceux de l'interaction coulombienne peuvent précisément être du même ordre de grandeur.

### 1.3 Diffusion par des hadrons chargés sans spin

Dans le cas où la diffusion résulte de la présence de deux interactions, l'une coulombienne et l'autre nucléaire, on peut encore écrire l'amplitude sous la forme d'un développement en polynômes de Legendre :

$$(4) \quad f_{cN} = \frac{1}{2ik} \sum_0^{\infty} (2\ell+1) \left( e^{2i(\tilde{\sigma}_\ell + \tilde{\tau}_\ell)} - 1 \right) P_\ell(\cos\theta)$$

où l'on fait apparaître les déphasages du coulombien ponctuel  $\sigma_\ell$ . La formule précédente s'écrit facilement sous la forme :

$$f_{cN} = f_c^c + f_N^D$$

où  $f_N^D$  est donné par la relation :

$$(5) \quad f_N^D = \frac{1}{2ik} \sum_0^{\infty} (2\ell+1) e^{2i\tilde{\tau}_\ell} \left( e^{2i\tilde{\sigma}_\ell} - 1 \right) P_\ell(\cos\theta).$$

Bien que l'on ait souvent assimilé  $\tau_\ell$  au déphasage nucléaire pur  $\delta_\ell$  dans un but de simplification (en particulier on montre que cette approximation est valable à haute énergie),  $\tau_\ell$  est un déphasage modifié par la présence de l'interaction coulombienne. L'amplitude de diffusion totale ne s'écrit donc pas en général comme la somme des amplitudes individuelles :

$$f_{CN} \neq f_C + f_N$$

où le déphasage  $\tau_\ell$  de  $f_N$  serait le déphasage nucléaire vrai. La présence d'un terme  $e^{2i\sigma_\ell}$  dans l'expression de  $f_N^D$  montre que l'amplitude tenant compte de la partie nucléaire de la diffusion est modifiée par la présence du potentiel coulombien. De plus, toutes les formules utilisées jusqu'ici ne sont valables que pour une diffusion par un centre ponctuel. Il convient d'introduire dans toutes ces expressions l'influence de l'étendue spatiale du centre de diffusion et du projectile autrement dit l'influence des facteurs de forme.  $\tau_\ell$  le déphasage obtenu par l'expérience est un déphasage correspondant à la diffusion nucléaire distordue par l'action du coulombien. On peut l'écrire sous la forme :

$$\tau_\ell = \delta_\ell + \Delta\ell$$

où  $\delta_\ell$  est le déphasage nucléaire vrai et  $\Delta\ell$  la correction apportée par la présence du coulombien.

De la même façon on peut écrire :

$$f_N^D = f_N + f_D$$

où  $f_D$  représente la distorsion soit encore :

$$(6) \quad f_{CN} = f_C^D + f_N$$

où la distorsion a été introduite directement dans une amplitude coulombienne effective. C'est cette forme que nous retiendrons. La différence entre les deux formes revient uniquement à faire porter la distorsion soit sur le nucléaire soit sur le coulombien. Un grand nombre de travaux théoriques ont été faits pour estimer la correction à l'interaction nucléaire due au potentiel coulombien. Les uns ont calculé les corrections à apporter aux déphasages, les autres ont travaillé directement sur les amplitudes.

## 2. REVUE DES TRAVAUX THEORIQUES SUR LA CORRECTION COULOMBIENNE A LA DIFFUSION NUCLEAIRE

### 2.1 Introduction

En 1952 Van Hove<sup>59)</sup>, en vue d'interpréter les expériences de Rochester faites avec des pions de 35 MeV, évaluait la correction coulombienne à apporter aux déphasages de l'interaction nucléaire en supposant l'interaction coulombienne négligeable pour des distances d'interaction inférieures au rayon nucléaire.

La formulation est essentiellement non relativiste et les corrections qu'il obtient dépendent du choix du rayon nucléaire utilisé.

Solmitz<sup>18)</sup>, en 1954, a généralisé ces résultats pour le cas relativiste. En 1958 Bethe<sup>18)</sup>, appliquant l'approximation WKB dans le cadre d'une théorie en potentiel, a calculé l'amplitude coulombienne effective pour que l'amplitude totale puisse se mettre sous la forme :

$$f_{CN} = f_{CB}^c e^{i\phi_B} + f_N$$

où la distorsion est incluse dans la phase  $\phi_B$ , dite phase de Bethe.

Hamilton et Woolcock<sup>61)</sup>, en 1961, ont mis en évidence l'importance de la correction coulombienne interne (négligée par Van Hove). Cette correction diminue l'influence du rayon de charge dans l'évaluation de la correction au déphasage nucléaire. Leur évaluation dépend d'un développement en  $kr_0$  ( $r_0$ , rayon de la charge et  $k$ , impulsion relative).

Schnitzer<sup>62)</sup>, en 1963, a repris l'évaluation de la correction interne. Son calcul ne dépend pas d'un développement en  $kr_0$  mais d'un choix raisonnable pour le potentiel représentant l'interaction forte.

En 1965 la proposition de Hofstadter et Sternheim<sup>54)</sup>, concernant la mesure du facteur de forme du pion, a redonné toute son actualité au problème. Schiff<sup>63)</sup> proposa la même année une méthode élégante pour déterminer l'amplitude de diffusion correcte au premier ordre pour l'interaction électromagnétique. Son amplitude se met sous la forme :

$$f_{CN} = f_{CB} + f_N + f_S$$

$f_{CB}$  est l'amplitude coulombienne à l'approximation de Born,  $f_N$  est l'amplitude nucléaire vraie et  $f_S$  est une amplitude qui met en évidence la distorsion. Elle prend la forme :

$$f_S = - \sum_{\ell} (2\ell - 1) P_{\ell}(\cos \theta) \int_0^{\infty} V(r) e^{i\delta_{\ell}} (R_{\ell}^2(r) - j_{\ell}^2(kr)) r^2 dr$$

$V(r)$  est le potentiel coulombien réduit,  $\delta_{\ell}$  le déphasage nucléaire et  $R_{\ell}$  la solution radiale de l'équation de Schrödinger de l'interaction forte représentée par un potentiel central. Cette expression diverge et un grand nombre de travaux théoriques ont été entrepris pour essayer de lever cette divergence due à la portée infinie du potentiel coulombien.

Certains auteurs ont traité le problème dans le cadre d'une théorie en potentiel comme Antoine<sup>64)</sup>, Auvil<sup>65)</sup> et West<sup>66)</sup>. Block<sup>67)</sup> a considéré le problème différemment, directement à partir du développement en phase et a réussi à supprimer la divergence de l'expression de Schiff. On trouvera dans l'article de Rae et Thurnauer<sup>68)</sup> une comparaison des résultats des trois derniers auteurs qui montre l'équivalence de leurs résultats au premier ordre en  $n$ .

Plus récemment, Oades et Rasche<sup>69)</sup> ont présenté un traitement des corrections coulombiennes pour des particules sans spin aux charges étendues. Ils n'ont pu traiter la correction qu'au premier ordre en  $n$ . Ils ont introduit de façon formelle des corrections relativistes dans leurs résultats essentiellement non relativistes. Enfin Rix et Thaler<sup>70)</sup> ont développé un formalisme non relativiste qui relie directement l'amplitude résiduelle (amplitude totale moins amplitude coulombienne pure) à l'amplitude nucléaire. Ils étendent formellement leur résultat au cas relativiste et essaient de le justifier par la technique des graphes de Feynman.

Peu de travaux ont été faits dans le cadre d'une théorie purement relativiste. Solov'ev<sup>71)</sup> a fait une première évaluation relativiste de la phase  $\phi_B$  de la formule de Bethe, mais ses résultats sont en désaccord avec les résultats obtenus précédemment par les théories en potentiel et sont infirmés par West et Yennie<sup>16)</sup> ainsi que par Locher<sup>17)</sup> qui ont repris le problème dans le cadre des techniques dérivées de l'électrodynamique quantique. Ces deux derniers travaux confirment la formule de Bethe, tout au moins en ce qui concerne sa forme générale.

Parmi toutes ces évaluations, plus ou moins équivalentes, nous nous intéressons plus particulièrement à celles qui calculent directement la correction à apporter à l'amplitude nucléaire plutôt qu'à celles calculant la correction sur les déphasages. Nous examinons les résultats de trois méthodes : brièvement celle qui conduit à l'expression de la phase de Bethe; puis nous verrons les résultats de Rix et Thaler dans le cadre non relativiste, qui montrent l'influence du coulombien; et enfin les expressions obtenues par Locher, West et Yennie dans le cadre d'un traitement purement relativiste tenant compte des facteurs de forme.

## 2.2 Evaluations théoriques de la phase relative entre le coulombien et le nucléaire

Nous avons vu au début de ce chapitre que l'amplitude de diffusion peut se mettre sous la forme :

$$P_{CN} = P_C + P_N^D = P_C + \frac{1}{2iR} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{2i\sigma_l} (e^{2i\gamma_l} - 1) P_l(\cos\theta)$$

soit :

$$f_{CN}(\theta) = -\frac{n}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{2i\phi_C} + f_N^D$$

avec :

$$\phi_C = -n \log\left(\sin \frac{\theta}{2}\right) + \sigma_0 \quad \sigma_0 = \Gamma(1+i\eta)$$

### 2.2.1 Traitement de Bethe

Dans un premier traitement, dû à Bethe<sup>18)</sup>, où l'approximation BKW est appliquée à un modèle en potentiel, l'auteur suppose que l'effet de distorsion est limité au terme  $e^{2i\sigma_\ell}$  dans  $f_N^D$ , c'est-à-dire qu'il suppose  $\tau_\ell = \delta_\ell$ , ce qui est valable à haute énergie. Bethe a également tenu compte de l'influence de la distribution de charge dans la correction à l'amplitude nucléaire.

Deux hypothèses essentielles ont été faites dans la zone de l'interférence.

a) On ne tient pas compte des facteurs de forme pour l'amplitude coulombienne pure. Leur influence dans ce cas est faible car la diffusion coulombienne aux petits angles provient essentiellement des grands paramètres d'impact.

b) Les déphasages  $\sigma_\ell$  à considérer dans le terme distordu sont en nombre limité étant donné la faible portée du potentiel nucléaire. Les différents  $\sigma_\ell$  qui interviennent alors varient peu et on peut les remplacer par leur valeur moyenne  $\langle \sigma_\ell \rangle$ . Ces hypothèses permettent de mettre l'amplitude sous la forme :

$$f_N^D = \frac{1}{2ik} e^{2i\langle \sigma_\ell \rangle} \sum_{\ell} (2\ell+1) (e^{2i\delta_\ell} - 1) P_\ell(\cos\theta)$$

$$f_N^D = e^{2i\langle \sigma_\ell \rangle} f_N$$

soit finalement :

$$f(\theta) = -\frac{n}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{i2\phi_C} + e^{2i\langle \sigma_\ell \rangle} f_N$$

ce qui donne pour la section efficace l'expression utilisée par Bethe :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| f_{CB} e^{i\phi_B} + f_N \right|^2$$

avec  $\phi_B = 2\phi_C - 2\langle\sigma_\ell\rangle$  qui est la phase coulombienne relative du nucléaire et du coulombien. Bethe a fait une estimation de cette phase relative pour laquelle il trouve :

$$\phi_B = 2n \left( \text{Log } z - \text{Log } ka \theta - C - 0,058 \right)$$

où  $k$  est l'impulsion de la particule incidente,  $a$  le rayon de charge du noyau,  $\theta$  l'angle de diffusion,  $C$  la constante d'Euler = 0,57722.

La constante numérique provient de la mise en facteur des déphasages coulombiens dans le terme de distorsion.

2.2.2 Traitement de Rix et Thaler -  
Relation entre l'amplitude nucléaire  
et l'amplitude distordue vers l'avant

Rix et Thaler<sup>70)</sup> ont montré, dans un traitement essentiellement non relativiste, comment l'amplitude nucléaire est reliée à l'amplitude distordue  $f_N^D$  quand l'amplitude totale s'exprime sous la forme :

$$f_{CN} = f_C + f_N^D$$

En définissant l'amplitude nucléaire par :

$$f_N(\theta) = \lim_{\tilde{\sigma}_\ell(n) \rightarrow 0} f_N^D(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) f_\ell^{pN} P_\ell(\cos \theta)$$

avec :

$$f_\ell^{pN} = \frac{e^{2i\tilde{\sigma}_\ell} - 1}{2ik}$$

ils ont montré que lorsque le paramètre  $n$  était petit (pour notre expérience il est de l'ordre de 0.05) à haute énergie, on avait une relation simple entre  $f_N(0)$  et  $f_N^D(0)$  pourvu que la section efficace nucléaire résiduelle  $f_N^D$  soit piquée vers l'avant. Or, par les expériences à haute énergie, nous savons qu'une paramétrisation de la section efficace nucléaire distordue, en dessous du premier creux de diffraction et en dehors de la zone d'interférence, peut se mettre sous la forme :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_N^D = e^{a+b\tau} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_N^D e^{b\tau}$$



En supposant une dépendance en  $f_N^D(t) = f_N^D(0) e^{(b/2)t}$  avec  $b$  réel, ce qui revient à supposer la phase de  $f_N^D$  indépendante de  $t$  (cette hypothèse a été faite dans toutes les analyses existantes à haute énergie), Rix et Thaler montrent que l'on a :

$$f_N(t) = f_N^D(0) e^{i\phi_R(k,0)}$$

avec :

$$\phi_R(k,0) = -n \left( \text{Log } 2 b k^2 - C + i n \frac{\pi^2}{12} + \dots \right)$$

Pour les faibles valeurs de  $n$ , les deux premiers termes sont prépondérants et l'effet majeur du coulombien est de faire tourner l'amplitude nucléaire d'un angle  $\phi_R$  dans le plan complexe. L'amplitude nucléaire à  $0^\circ$  est alors donnée par :

$$\text{Im } f_N(0) = \text{Im } f_N^D(0) \cos \phi_R + \text{Re } f_N^D(0) \sin \phi_R$$

$$\text{Re } f_N(0) = \text{Re } f_N^D(0) \cos \phi_R - \text{Im } f_N^D(0) \sin \phi_R$$

Si l'on suppose que  $\phi_R$  varie peu en fonction de  $t$ , la section efficace s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| f_{CB} e^{i(2\phi_C + \phi_R)} + f_N \right|^2$$

qui est une formule tout à fait analogue à celle de Bethe. Avant de moyenniser les  $\sigma_\ell$  de  $f_N^D$  sur l'interaction forte, Bethe trouvait une phase de la forme :

$$\phi_B = 2n \left( \text{Log } \frac{2}{k a \epsilon} - \frac{C}{2} \right)$$

Rix et Thaler obtiennent :

$$2\phi_C + \phi_R = 2n \left( \text{Log } \frac{2}{k \sqrt{2b} \epsilon} - \frac{C}{2} \right)$$

qui est une expression tout à fait analogue. Ces auteurs ont également calculé ce que devient  $\phi_R$  pour  $t \neq 0$ . Ils obtiennent :

$$\phi(s, t) = -n(s) \left( \int_{-t}^0 dt' \frac{1 - \frac{R(t')}{R(t)}}{|t' - t|} - 2C \right) + \theta(n)$$

où  $C = 0,57722$ , constante d'Euler,  $n(s)$  est la constante de couplage électromagnétique effective,  $\sqrt{s}$  l'énergie totale dans le système du centre de masse,  $\sqrt{-t}$  le transfert d'impulsion. Il est alors possible d'introduire une variation de phase pour  $f_N^D(s, t)$  en fonction de  $t$  dans cette formule.

Rix et Thaler ont essayé d'étendre leur formalisme au cas relativiste mais leur dérivation a été mise en doute par une étude ultérieure de West et Yennie<sup>16</sup>). De plus, l'amplitude coulombienne qu'ils utilisent est purement réelle ( $\phi_C = 0$ ) car ils considèrent un traitement au premier ordre seulement pour l'interaction électromagnétique.

Il est à remarquer que nous n'obtenons pas dans le traitement de Rix et Thaler l'amplitude nucléaire vraie mais une amplitude corrigée de l'effet le plus important. Le déphasage  $\tau_\ell$  n'est identique au déphasage nucléaire par  $\delta_\ell$  que si  $n = 0$ .

Rix et Thaler ont évalué, dans le cadre de l'approximation BKW, l'erreur commise à haute énergie sur l'amplitude en confondant  $\delta_\ell$  et  $\tau_\ell$ . Ils ont trouvé une expression de la forme :

$$\frac{\Delta P_N}{P_N} \sim N \frac{m}{kR}$$

où  $N$  est un facteur numérique de l'ordre de 1,  $R$  est la portée de l'interaction nucléaire et  $k$  l'impulsion de la particule incidente.

Bien que nous ne soyons pas dans une zone d'énergie où la validité de ces approximations est pleinement justifiée, on peut faire un calcul d'ordre de grandeur pour notre cas avec  $R = 3$  fm pour le rayon du carbone et  $n = 0,05$ . On obtient pour  $E = 120$  MeV,  $\Delta f/f = 0,016$ , et pour  $E = 280$  MeV,  $\Delta f/f = 0,009$ .

2.2.3 Traitement de Locher, de West et Yennie -  
Déterminations de la phase relative  
dans un cadre relativiste

Locher<sup>17)</sup>, dans un traitement relativiste au second ordre des perturbations, a déterminé la phase relative du coulombien  $\phi_L$  pour une expression de la section efficace de la forme :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left| \frac{-M}{|t|} e^{i\phi_L} + \text{Im} f_N(i+\beta) \right|^2$$

où  $\beta = \text{Re} f_N / \text{Im} f_N$ . Il utilise dans son calcul les diagrammes de la figure 6, la phase  $\phi_L$  étant la différence entre la phase coulombienne et la phase coulombienne moyennée sur l'interaction forte.

Au second ordre des perturbations l'expression de l'amplitude coulombienne se met sous la forme :

$$f_c = \frac{-M}{|t|} \left( 1 - i n \text{Log} \frac{k^2 \theta^2}{\lambda^2} \right)$$

où  $\lambda$  représente la masse du photon. Locher se place d'emblée à haute énergie, c'est-à-dire aux petits angles où  $|t| \approx k^2 \theta^2$ . En toute rigueur on devrait introduire ici un facteur de forme mais son influence reste faible pour les mêmes raisons que dans le calcul de Bethe.

La partie coulombienne moyennée sur le nucléaire correspondant aux graphes de la figure 6 est donnée par :

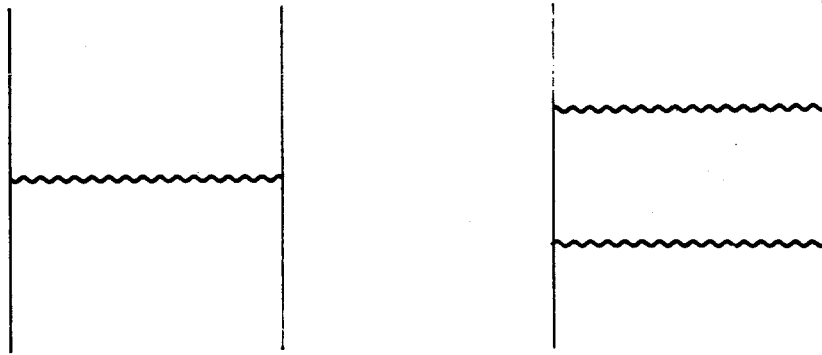
$$f_D = f \left( 1 - i n \text{Log} \left( \frac{4k^2}{\lambda} \right) \right)$$

où  $f$  est une constante et où l'approximation des charges ponctuelles a été faite.

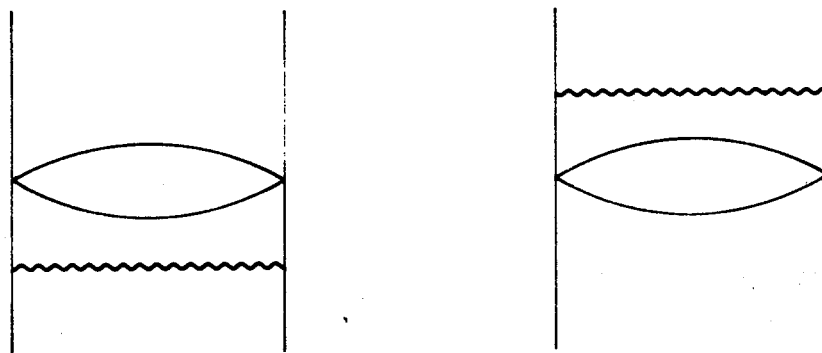
En calculant la phase relative du coulombien avec ces expressions sans facteur de forme, Locher a obtenu la formule de Solov'ev (la divergence due à  $\lambda$  disparaît dans le calcul de la phase relative). En introduisant un facteur de forme de la particule cible et en négligeant celui du projectile, en l'occurrence le pion, Locher a montré que la phase  $\phi_L$  pouvait se mettre sous la forme :

$$\phi_L = 2n \left( \text{Log} \frac{2}{\theta} - \text{Log} \sqrt{\frac{2}{3}} Rk - \frac{C}{2} \right)$$

qui est formellement identique à la formule de Bethe avant de faire la moyenne des  $\sigma_\ell$  sur l'interaction forte :



DIFFUSION COULOMBIENNE



INTERACTION FORTE DISTORDUE

Fig. 6

$$\phi_B = 2n \left( \text{Log} \frac{Z}{e} - \text{Log} ka - \frac{C}{2} \right).$$

Dans la formule de Bethe  $a$  est le rayon de distribution de charge.

En paramétrisant l'amplitude vers l'avant en  $e^{At}$ , Locher a montré que l'introduction du facteur de forme du pion sous une forme exponentielle, analogue à celui du proton, garde la même forme à la phase relative  $\phi_L$  et ne fait que changer la valeur du rayon  $R$  effectif de l'interaction précédente qui devient :

$$R^2 = R_S^2 + R_C^2 + R_\pi^2$$

où  $R_S$  est le rayon de l'interaction forte et  $R_C$  et  $R_\pi$  les rayons électromagnétiques respectifs du carbone et du pion.

A peu près en même temps, West et Yennie<sup>16)</sup> ont entrepris, dans le cadre de l'électrodynamique quantique, une critique générale de la formule de Bethe. Ils ont obtenu pour la phase relative l'expression plus générale suivante :

$$\phi_W = -2n \text{Log} \sin \frac{t}{2} - n \int_{-4R^2}^0 \frac{dt'}{|t'-t|} \left( 1 - \frac{f_N(s, t')}{f_N(s, t)} \right)$$

dans laquelle ne sont pas inclus les facteurs de forme. Quand on se limite à la région des faibles  $t$  en utilisant une paramétrisation de la forme :

$$f_N(s, t) = e^{a + b^2 t}$$

cette expression se réduit :

$$(7) \quad \phi_W \approx -2n \left( \text{Log}(kb\theta) + C + \theta(k^2 b^2 \theta^2) + \theta \left( \frac{e^{-4 \frac{k^2}{b^2}}}{\frac{k^2}{b^2}} \right) \right)$$

si on ne considère que les termes du premier ordre en  $\theta$ . Cette formule est la même que celle de Locher pourvu que l'on fasse le changement de paramétrisation nécessaire pour l'amplitude nucléaire en fonction de  $t$  ( $b^2 = \frac{1}{2} R_{\text{Locher}}^2$ ).

Comme dans le calcul de Locher, l'introduction des facteurs de forme ne fait que changer le paramètre  $b$ .

Dans l'expression de  $\phi$ , pour Locher comme pour West et Yennie, le paramètre  $n$  est un paramètre coulombien effectif modifié qui se met sous la forme :

$$(8) \quad n(s) = \frac{Z_1 Z_2 \alpha}{E \sqrt{s}} = \frac{Z_1 Z_2 \alpha (s - (m^2 + M^2))}{(s - (m+M)^2)^{1/2} (s - (M-m)^2)^{1/2}}$$

m étant la masse du projectile et M celle de la cible,  $\sqrt{s}$  l'énergie totale dans le centre de masse et  $\alpha$  la constante de structure fine.

En conclusion, West et Yennie ont prouvé la validité de la formule de Bethe pourvu que l'on utilise des paramètres convenables en ce qui concerne le rayon d'interaction effectif. Leur résultat au premier ordre en  $\theta$  pour la phase relative est identique à celui de Locher. Nous utiliserons par la suite l'expression générale de West et Yennie pour le calcul de la phase relative du coulombien.

### 3. INTRODUCTION D'UNE PHASE NUCLEAIRE VARIABLE ET NOUVELLE EVALUATION DE LA PHASE RELATIVE

#### Introduction

Nous avons repris le calcul de  $\phi$  fait par West et Yennie en vue d'examiner la validité dans notre domaine d'énergie des approximations qu'ils ont introduites à haute énergie ( $E \geq 8$  GeV/c). Nous avons, entre autres, étudié la répercussion sur le calcul de  $\phi$  de l'introduction d'une phase nucléaire linéaire en t.

#### Définition des notations

La section efficace s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_C|^2 + |f_N|^2 + 2 \operatorname{Re}(f_C^* f_N)$$

avec :

$$f_N = |f_N| e^{i\phi_N}$$

$$f_C = |f_C| e^{i\phi} = f_{CB} e^{i\phi}$$

$\phi$  étant la phase relative entre le coulombien et le nucléaire. On obtient sans difficulté l'expression suivante :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_C|^2 + |f_N|^2 + 2|f_C| \operatorname{Im} f_N(t) (\cos \phi \alpha_N(t) + \sin \phi).$$

Le terme d'interférence se mettant immédiatement sous la forme :

$$2 \left| \frac{f_c}{f_N} \right| \cos (\phi - \phi_N(t)) \quad \text{avec} \quad \alpha_N(t) = \frac{\operatorname{Re} f_N(t)}{\operatorname{Im} f_N(t)} .$$

### 3.1 Variation de la phase nucléaire avec t

Pour utiliser l'expression précédente, il faut connaître la phase nucléaire  $\phi_N$  en fonction de t, le transfert d'impulsion. Toutes les analyses des expériences à haute énergie ont considéré cette phase comme constante en fonction de t. C'est le cas, par exemple, pour l'analyse des mesures faites par Lindenbaum et al.<sup>15)</sup>. Il s'est avéré nécessaire d'introduire une dépendance en t dans la phase nucléaire pour analyser nos mesures.

A haute énergie nous savons que, loin du premier creux de diffraction mais aussi au-delà de la zone d'interférence, l'amplitude nucléaire se confond pratiquement avec l'amplitude mesurée (coulombien négligeable) et peut se mettre sous la forme :

$$(9) \quad |f_N(t)| = |f_N(0)| e^{b\tau} .$$

En passant aux amplitudes nous avons :

$$f_N(t) = |f_N(0)| e^{b\tau} e^{i\phi_N(t)} \quad \operatorname{tg} \phi_N(t) = \frac{\operatorname{Im} f_N(t)}{\operatorname{Re} f_N(t)} .$$

Pour les faibles transferts d'impulsions il est facile de voir quelle est la forme de  $\phi(t)$ . En effet, nous avons vu que l'amplitude de diffusion nucléaire élastique peut s'écrire :

$$f_N = \frac{1}{2ik} \sum (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos \theta)$$

et pour les faibles  $\theta$  nous avons  $P_1(\cos \theta) \approx 1 - [\ell(\ell+1)\theta^2]/4$  et  $\theta^2 \approx -(t/k^2)$ , ce qui permet d'écrire :

$$\operatorname{Re} f = \frac{1}{2k} \sum (2l+1) \sin(2\delta_l) + \frac{t}{8k^3} A_l$$

$$\operatorname{Im} f = -\frac{1}{2k} \sum (2l+1) (\cos(2\delta_l) - 1) - \frac{t}{8k^3} B_l$$

avec :

$$A_l = \sum l(l+1)(2l+1) \sin(2\delta_l), \quad B_l = \sum l(l+1)(2l+1)(\cos(2\delta_l) - 1)$$

Si l'on pose :

$$A'_\ell = \frac{A_\ell}{\sum (2\ell+1) \sin(2\delta_\ell)}$$

$$B'_\ell = \frac{B_\ell}{\sum (2\ell+1) (\cos(2\delta_\ell) - 1)}$$

alors :

$$\frac{\text{Im} f}{\text{Re} f} = - \frac{\sum (2\ell+1) (\cos(2\delta_\ell) - 1)}{\sum (2\ell+1) \sin(2\delta_\ell)} \left( 1 + \frac{t}{4k^2} (B'_\ell - A'_\ell) \right)$$

en supposant que  $t/4k^2 \ll 1$ . Or  $\text{Im} f/\text{Re} f = \text{tg } \phi(t)$  est petit, de l'ordre de 0,15 et  $\text{tg } \phi(t) \approx \phi(t) = \phi_0 + K_0 t$ .

Dans notre cas, l'analyse des données de l'expérience précédente avec un modèle de Glauber par Schmit<sup>3)</sup> nous donne l'ordre de grandeur de  $K_0$ . L'analyse en déphasage de Beiner et Huguenin donne des valeurs différentes<sup>6)</sup>. On trouvera sur la figure 7 la variation de  $\text{arctg } \text{Im} f_N/\text{Re} f_N$  déduite du modèle de Glauber pour trois énergies voisines de celles utilisées dans la présente expérience. La dépendance linéaire s'étend bien au-delà de la zone d'interférence. Nous adoptons donc pour  $\phi_N(t)$  la forme suivante :

$$(10) \quad \phi_N(t) = \phi_0 + K_0 t$$

$K_0$  est de l'ordre de 0,2 fm<sup>2</sup> d'après la figure 7.

### 3.2 Calcul de la phase relative avec la dépendance linéaire en t de $\phi_N$

Nous prenons comme formulation de départ l'expression donnée par West et Yennie qui fait intervenir l'expression de l'amplitude nucléaire en fonction de t :

$$\phi = -2n \text{Log} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - n \int_{-4k^2}^0 \frac{dE'}{|E'-t|} \left( 1 - \frac{f_N(s, E')}{f_N(s, t)} \right)$$

avec, rappelons le :  $n = Z_1 Z_2 \alpha [s - (m_\pi^2 + M_C^2)]/2k\sqrt{s}$ , le paramètre coulombien effectif où  $\sqrt{s}$  est l'énergie totale dans le centre de masse,  $\sqrt{-t}$  l'impulsion transférée,  $k$  l'impulsion dans le centre de masse,  $\theta$  l'angle de diffusion dans le centre de masse,  $\alpha$  la constante de structure fine.

Pour calculer cette expression on remplace  $f_N$  par l'expression donnée au paragraphe précédent :



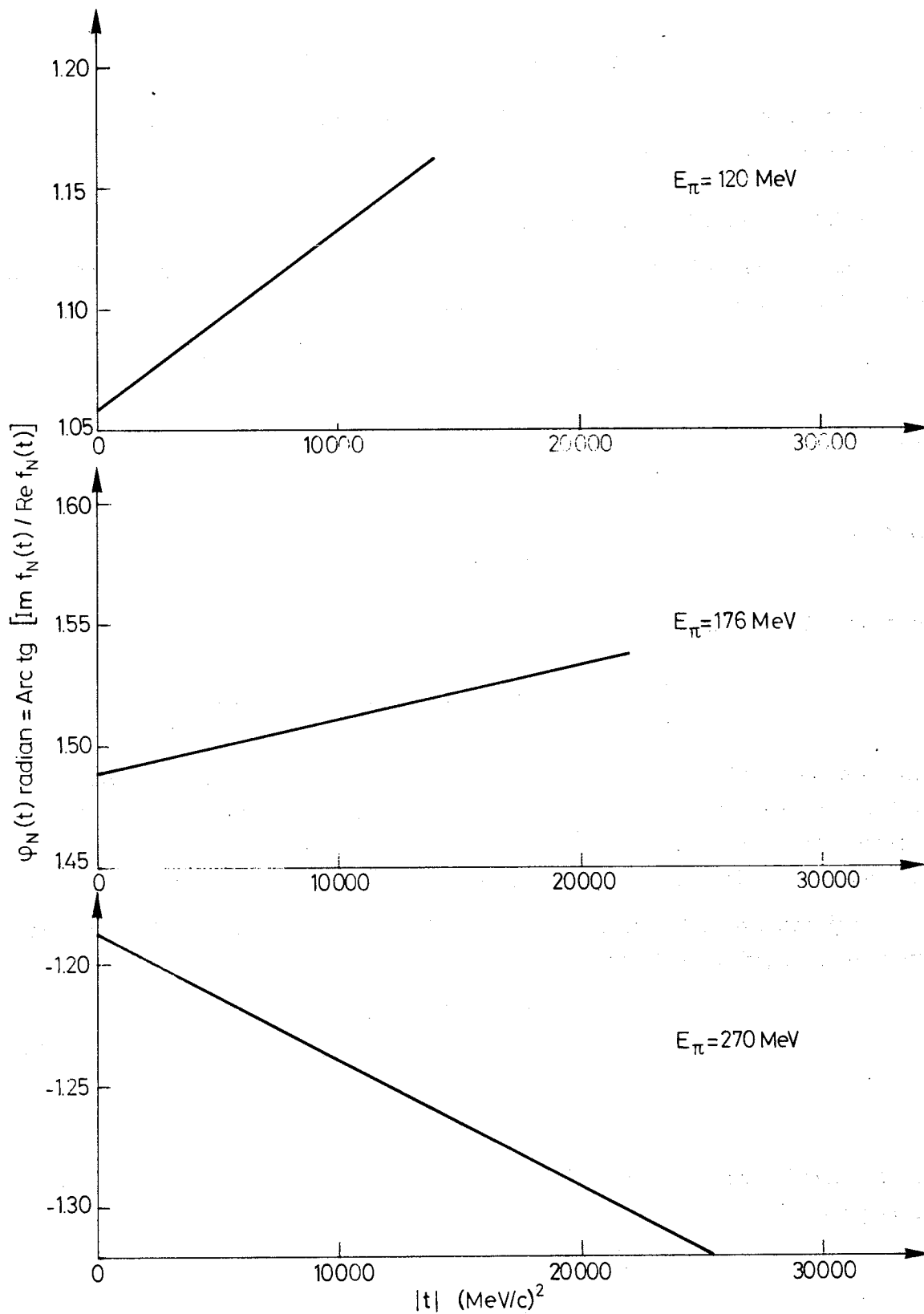


Fig. 7

$$f_N = f_{N0} e^{(B + iK_0)t} = f_{N0} e^{Bt}$$

Il nous faut aussi tenir compte des facteurs de forme, cette expression de  $\phi$  ayant été établie pour une diffusion par des charges ponctuelles.

### 3.2.1 Introduction des facteurs de forme

Nous utilisons la méthode préconisée par West et Yennie<sup>16)</sup> qui introduisent les facteurs de forme en faisant la substitution :

$$\frac{f_N(s, t')}{f_N(s, t)} \rightarrow \frac{f_N(s, t')}{f_N(s, t)} F_{\pi}(t') \cdot F_c(t')$$

à faible  $t$  :

$$F_{\pi} \simeq 1 \quad F_c \simeq 1$$

alors :

$$F_c \cdot F_{\pi} \simeq 1$$

on peut faire la substitution de la façon suivante :

$$\frac{f_N(s, t')}{f_N(s, t)} = \frac{f_N(s, t')}{f_N(s, t)} \cdot \frac{F_{\pi}(t') F_c(t')}{F_{\pi}(t) F_c(t)}$$

qui donne un résultat intégrable analytiquement. L'erreur commise ainsi est faible car on s'intéresse aux  $t$  petits. Il serait par contre beaucoup plus grossier de ne pas introduire du tout les facteurs de forme car dans l'intégration sur  $t'$  les facteurs de forme jouent un rôle considérable pour les grands  $t'$ .

En prenant pour les facteurs de forme l'expression exponentielle classique aux faibles impulsions de transfert :

$$F_{\pi}(t) = e^{ct} = e^{\frac{R_{\pi}^2}{6}t}$$

$$F_c(t) = e^{dt} = e^{\frac{R_c^2}{6}t}$$

avec  $c$  et  $d$  réels,

on est conduit, dans le calcul de l'intégrale de la phase relative, à remplacer le rapport :

$$\frac{f_N(s, t')}{f_N(s, t)} \quad \text{par} \quad e^{(B+c+d)(t'-t)}$$

3.2.2 Calcul de l'intégrale dans l'expression de  $\phi$

On décompose l'intégrale en deux parties suivant les valeurs de  $t'$  par rapport à  $t$  et en posant  $(B + c + d)(t' - t) = u$  l'intégrale s'écrit :

$$I = \int_c^{(t+4k^2)(B+c+d)} \frac{1 - e^{-u}}{u} du + \int_c^{(B+c+d)\Gamma} \frac{1 - e^{-u}}{u} du$$

La fonction :

$$E_{in}(Z) = \int_c^Z \frac{1 - e^{-u}}{u} du$$

et ses différentes expressions suivant la valeur de l'argument se trouvent dans la table de Abramowitz et al.<sup>72)</sup>. Pour simplifier ce qui suit, nous faisons le changement de variable suivant :

$$x = -\frac{t}{4k^2} = \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$Z = 4k^2(B+c+d) = 4k^2 r e^{i\omega}$$

d'où l'expression de l'intégrale

$$I = E_{in}(Z(1-x)) + E_{in}(-Zx)$$

d'après la référence 72, on a les relations :

$$E_{in}(Z) = E_1(\xi) + \text{Log}(\xi) + C$$

où  $C = 0,57722$  est la constante d'Euler, avec :

$$(12) \left\{ \begin{array}{l} E_1(\xi) \approx - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (\xi)^n}{n \cdot n!} - \text{Log}(\xi) - C \\ \text{pour } |\arg| < \pi \quad \text{développement en série} \end{array} \right.$$

et :

$$(13) \left\{ \begin{array}{l} E_1(\xi) \approx \frac{e^{-\xi}}{\xi} \left( 1 - \frac{1}{\xi} + \frac{2!}{\xi^2} - \frac{3!}{\xi^3} + \dots \right) \\ \text{pour } |\arg \xi| < \frac{3}{2} \quad \text{développement asymptotique.} \end{array} \right.$$

Nous nous intéressons aux faibles valeurs de  $t$  où la phase de  $f_N$  est linéaire en  $t$ . Dans ces conditions  $x \ll 1$  et en particulier dans notre analyse où n'intervient que des angles  $\theta < 20^\circ$ , nous avons  $x = \sin^2 \theta/2 \leq 0,03$  et  $1 - x \geq 0,97$ .

De plus,  $Z$  se met sous la forme :

$$Z = B + \frac{R_\pi^2}{6} + \frac{R_c^2}{6} = 4k^2 f e^{i\omega}$$

$$Z = \left( \frac{R_S^2}{6} + \frac{R_\pi^2}{6} + \frac{R_c^2}{6} + i \frac{K}{6} \right) 4k^2$$

où  $K = 6K_0$  pour rendre les notations plus symétriques.  $R_S$  est le rayon de l'interaction forte que l'on peut déduire de la pente des sections efficaces en fonction de  $t$ . Les données de l'ancienne expérience ont permis de déterminer  $R_S \approx 3 \text{ fm}$ . En prenant pour  $R_\pi$  une valeur de  $0,8 \text{ fm}$  égale à celle du proton et avec  $R_c = 2,4067 \text{ fm}$  déduit des mesures du facteur de forme électromagnétique du carbone, on peut évaluer quelques caractéristiques de la variable  $Z$  dans notre gamme d'énergie. Tout d'abord :

$$\text{Re } Z = 4k^2 \frac{1}{6} (R_S^2 + R_\pi^2 + R_c^2) \approx 4k^2 \frac{16}{6} \text{ fm}^2$$

et si on suppose que :

$$0 \leq |\text{Im } Z = \frac{K}{6}| \leq |\text{Re } Z|$$

(hypothèse de travail justifiée *a posteriori* par notre analyse) alors :

$$4k^2 \frac{16}{6} \leq |Z| \leq 4k^2 \frac{16}{6} \sqrt{2} \text{ en fm}^2$$

la valeur minimum étant prise pour  $K = 0$ , on peut alors dresser le tableau suivant.

$T_{\text{MeV}}$	$P_{\text{fm}}^{-1}$	$ Z _{\text{max}}$	$ Z _{\text{min}}$	$e^{- Z _{\text{min}}}$	$\max  Z  x$	$\log  Z _{\text{max}}$	$\log  Z _{\text{min}}$
120	1,0842	17,72	12,53	$5 \cdot 10^{-5}$	0,53	2,84	2,52
180	1,4158	30,23	21,38	$9,3 \cdot 10^{-14}$	0,91	3,47	3,06
260	1,8329	50,67	35,83	$5 \cdot 10^{-22}$	1,52	3,43	3,58

De plus nous avons :

$$\left| \frac{e^{-Z}}{Z} \right| = \frac{e^{-|Z|}}{|Z|} \leq \frac{e^{-|Z|_{\text{min}}}}{|Z|_{\text{min}}}$$

A la lumière des remarques précédentes, le calcul de l'intégrale intervenant dans l'expression de  $\phi$  est facilement réalisable et un certain nombre de simplifications sont possibles. Pour calculer  $\text{Ein}(-Zx)$  nous utilisons la valeur de  $E_1(\xi)$  donnée par la formule (12) ci-dessus :

$$\text{Ein}(-Zx) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Zx)^n}{n \cdot n!},$$

Pour calculer  $\text{Ein}[Z(1-x)]$  nous utilisons la formule (13) pour  $E_1(\xi)$ ; or  $1-x \approx 1$ , ce qui nous permet de négliger le terme  $\log(1-x)$  et les remarques du tableau précédent montrent que l'on peut négliger sans inconvénient le terme :

$$\frac{e^{-Z(1-x)}}{Z(1-x)} \left( 1 - \frac{1}{Z(1-x)} + \dots \right).$$

Finalement :

$$\text{Ein}(Z(1-x)) = C + \text{Log } Z$$

d'où l'expression générale de la phase relative du coulombien et du nucléaire :

$$(14) \quad \phi = -2n \text{Log} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - n \left( C + \text{Log } Z - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Zx)^n}{n \cdot n!} \right).$$

Transformons cette expression pour faire apparaître les impulsions. Rappelons que :

$$x = -\frac{L}{4k^2} \quad Z = 4k^2 \rho e^{i\omega}$$

$$Zx = -L\rho e^{i\omega} = |L|\rho e^{i\omega} = |L|\rho (\cos \omega + i \sin \omega)$$

alors l'expression de  $\phi$  se met sous la forme :

$$(15) \quad \phi = -2n \left( \text{Log} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + C \right) - n \left( \text{Log}(4k^2 \rho) - C - \sum_n \frac{(|L|\rho)^n (\cos(n\omega))}{n \cdot n!} \right) \\ - i n \left( \omega - \sum_n \frac{(|L|\rho)^n \sin(n\omega)}{n \cdot n!} \right).$$

C'est cette expression que nous utilisons dans l'analyse.

Nous avons vu que la phase de Locher et celle de West et Yennie étaient les mêmes au premier ordre en  $\theta$ . Quand  $\theta$  est petit il est facile de voir que la phase de Locher est la même que celle que nous venons de calculer moins les termes de série qui sont d'ailleurs négligeables dans son cas.

De la même façon, West et Yennie ont indiqué qu'ils négligeaient tous les termes de série de l'expression (15). Dans la formule (7) le terme  $O(k^2 b^2 \theta^2)$  correspond à la série en  $t$  de l'expression (15) et le terme en exponentielle  $O(e^{-4k^2/b^2}/k^2 b^2)$  à la série facteur de l'exponentielle que nous avons négligée dans l'expression (15).

*Remarque* : Il est bon de remarquer que la formule de départ (11) néglige certains graphes qui pourraient eux aussi donner une contribution au premier ordre en  $t$ . Cependant l'évaluation de ces graphes n'a pas encore été faite à l'heure actuelle et pose d'ailleurs de difficiles problèmes au point de vue théorique. La dépendance en  $t$  introduite sous forme de série constitue donc une tentative d'amélioration de la formule traditionnelle qui se justifie partiellement par le meilleur accord avec les données de l'expérience mais qui demande encore une justification théorique.

#### 4. EXPRESSION DE $d\sigma/d\Omega$ UTILISEE POUR INTERPRETER LES DONNEES EXPERIMENTALES

Nous avons vu que l'expression de  $d\sigma/d\Omega$  prend la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F_C|^2 + |F_N|^2 + 2|F_C||F_N| \cos(\Phi - \Phi_N)$$

en posant :

$$M(t) = 2 \frac{|F_C|}{|F_N|} \cos(\Phi - \Phi_N).$$

L'expression précédente peut s'écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(t) - |F_C|^2 = |F_N|^2 (1 + M(t)).$$

Le terme  $M(t)$  représente la modulation de la section efficace nucléaire due à l'influence de l'interaction coulombienne. Dans cette expression nous avons :

$$|f_C| = -\frac{2n}{|t|} k \cdot F_C(t) \cdot F_\pi(t)$$

où  $F_C$  et  $F_\pi$  sont les facteurs de forme électromagnétiques du carbone et du pion :

$$|f_N(t)| = |f_N(0)| e^{\frac{R_s^2 t}{6}} \quad \text{pour les faibles } t$$

$$|f_N(t)| = \text{Im } f_N(0) \sqrt{1 + \alpha_0^2} e^{\frac{R_s^2 t}{6}}$$

avec :

$$\alpha_0 = \frac{\text{Re } f_N(0)}{\text{Im } f_N(0)} = \text{tg } \phi_N(0)$$

et aussi :

$$\phi_N(t) = \phi_N(0) + \frac{K}{\epsilon} t$$

En appliquant le théorème optique à l'amplitude nucléaire :

$$\text{Im } f_N(0) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{tot}$$

on peut encore écrire :

$$f_N(0) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{tot} (\alpha_0 + i)$$

Pour le calcul effectif, la phase  $\phi$  a été mise sous la forme suivante :

$$\phi = \phi_1 + i \phi_2 + \bar{\phi}_C$$

avec :

$$\bar{\phi}_C = -2n (\text{Log } \sin(\frac{\theta}{2}) + C)$$

$$\phi_1 = -n (\text{Log } (4k^2 p) - C - \sum_{n=1}^5 \frac{(|t| p)^n}{n \cdot n!} \cos(n\omega))$$

$$\phi_2 = -n (\omega - \sum_{n=1}^5 \frac{(|t| p)^n}{n \cdot n!} \sin(n\omega))$$

d'où les expressions utilisées pour l'analyse :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_c|^2 e^{-2\phi_2} + |f_N|^2 + 2|f_c||f_N| e^{-\phi_2} \cos(\Phi_c + \phi_1 - \Phi_N)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} - |f_c|^2 = |f_N|^2 (1 + M(t))$$

$$M(t) = \frac{2|f_c| e^{-\phi_2}}{|f_N|} \sin(\Phi_c + \phi_1 + \arctg \alpha_0 + K|t|) + \frac{|f_c|^2}{|f_N|^2} (e^{2\phi_2} - 1)$$

$$|f_N| = \frac{k}{4\pi} \sigma_{tot} \sqrt{1 + \alpha_0^2} e^{R_s^2 t} \quad |f_c| = -2n k F_c \cdot F_\pi$$

avec  $F_\pi(t) = e^{R_\pi^2 t} \quad R_\pi^2 = (0,8)^2 = 0,64 \text{ fm}^2$

$$F_c(t) = (1 + 0,297 t) e^{0,6683 t}$$

et pour  $|t|$  petit  $F_c(t) \simeq e^{\frac{R_c^2 t}{6}} \quad R_c^2 = (2,4067)^2 = 5,7922 \text{ fm}^2$

$n$  étant le paramètre coulombien effectif de la formule (8). Le facteur de forme du carbone est tiré de Hofstadter<sup>73</sup>).



## CHAPITRE IV

### LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Dans cette partie, nous rappelons brièvement les caractéristiques du faisceau utilisé et celles du dispositif expérimental de l'expérience précédente<sup>1,2)</sup> où la région de l'interférence n'avait pu être exploitée à cause d'un bruit de fond important. Après une critique de l'ancien dispositif dans l'optique de la présente expérience, nous examinons les modifications qui lui ont été apportées pour atteindre notre but.

#### 1. L'ANCIEN DISPOSITIF EXPERIMENTAL

##### 1.1 Principales caractéristiques du dispositif

Pour l'essentiel nous avons utilisé le faisceau monté pour la précédente expérience, représenté sur la figure 8. On trouvera une étude détaillée de l'optique du faisceau dans la thèse de Hugon<sup>2)</sup>.

Les pions sont produits sur une cible interne de béryllium placée dans le synchrocyclotron de 600 MeV du CERN. Les pions produits sont focalisés à l'aide d'un doublet de quadrupôles, LC1-LC2, et du champ de fuite de la machine sur un collimateur placé au centre du mur de protection. Un aimant mobile MS, placé immédiatement à la sortie de la chambre à vide, permet d'extraire les pions négatifs produits vers l'avant pour des énergies comprises entre 100 et 300 MeV. Une lentille sextupolaire SEX est utilisée pour corriger le chromatisme du faisceau.

Au-delà du collimateur, les pions sont dirigés sur un double spectromètre dont les deux bras sont identiques. Le premier, le monochromateur, est constitué du triplet symétrique de lentilles quadrupolaires LM1-LM2-LM3 et d'un aimant défecteur à 35°. Le second, l'analyseur est identique au monochromateur. Le grandissement horizontal de l'ensemble est environ 1. L'analyseur peut tourner autour d'un axe passant par la cible et ce de -5° à +150° relativement à la direction incidente définie par le monochromateur.

La cible est placée au foyer du monochromateur où une image du collimateur est formée. Sur la cible, la dispersion en impulsion est d'environ 2% et la dispersion angulaire du faisceau de  $\pm 2^\circ$  dans les directions verticale et horizontale. L'intensité du faisceau est de  $1,5 \cdot 10^5$  pions/seconde à 180 MeV pour une ouverture du collimateur de 8 mm de large et 16 mm de haut.

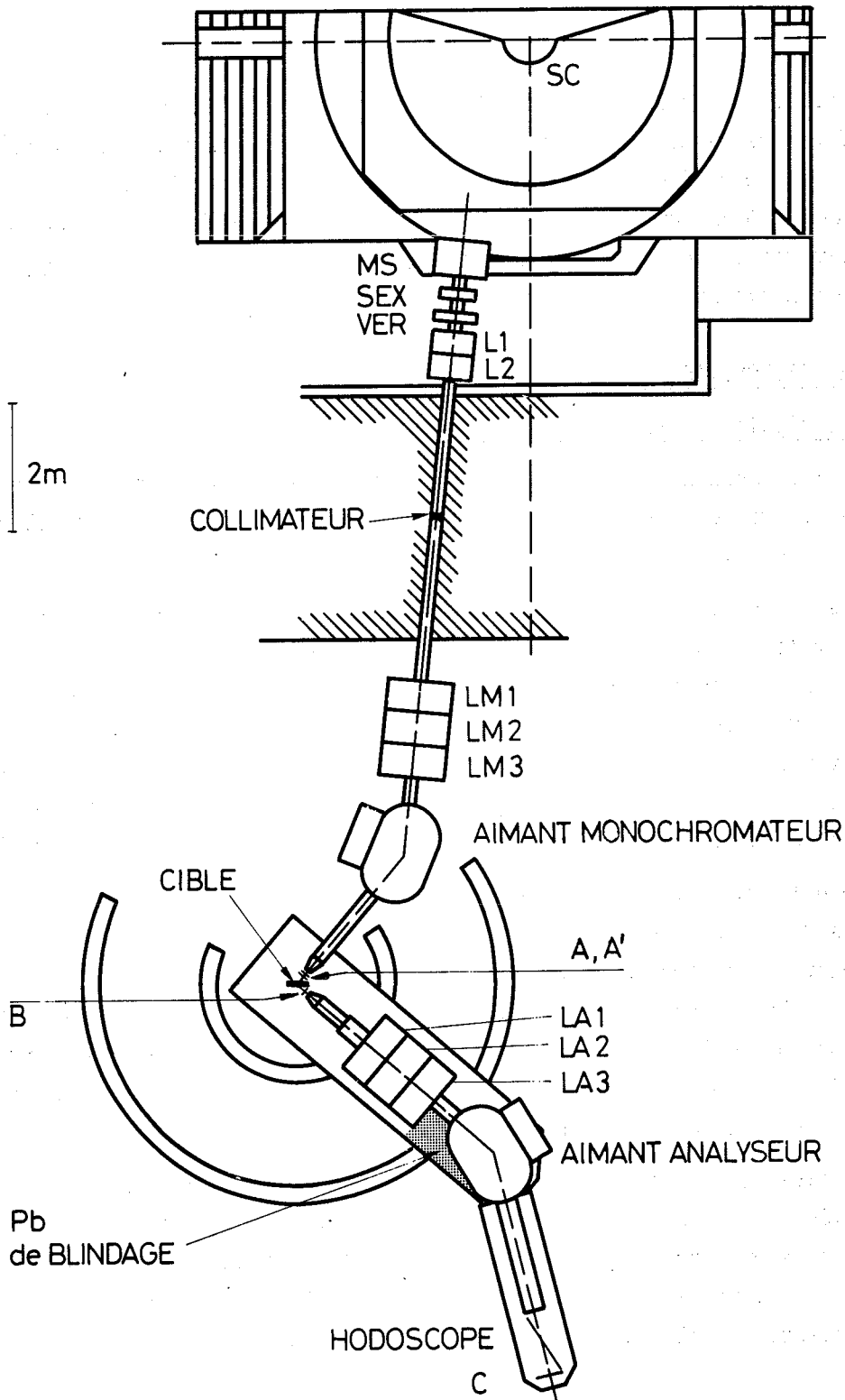


Fig. 8

Grâce à l'achromatisme du spectromètre, les particules qui ont subi une collision élastique sont refocalisées en un même point par l'analyseur quelle que soit leur impulsion initiale. Par contre, une particule qui a perdu de l'énergie lors de l'interaction donne, sur la ligne focale de l'analyseur, une image déplacée par rapport à celle de la diffusion élastique (déplacement de 1,58 cm pour une variation en quantité de mouvement  $\Delta p/p \approx 1\%$ ). L'acceptance de l'analyseur est de  $3,81 \pm 0,07 \cdot 10^{-3}$  sr.

Examinons maintenant les conditions anciennes qui ont dû être modifiées pour rendre notre expérience possible.

Le faisceau incident était "monitoré" par la coïncidence AA', le compteur B servait de compteur d'entrée à l'analyseur. En bout d'analyseur un hodoscope de 23 canaux, chacun ayant 4,75 mm de large et le pas étant de 6,7 mm, enregistrait les particules qui avaient traversé tout le système jusqu'au compteur C, ce dernier servant de définition à la fin du faisceau. Les compteurs A' et B avaient 0,5 mm d'épaisseur pour minimiser les pertes d'énergie. A avait 2 mm d'épaisseur et servait uniquement à éliminer le bruit de fond quand il était en coïncidence avec A'. Le détecteur C avait 3 mm d'épaisseur. Les compteurs A, A' et B étaient placés relativement près de la cible : la distance A'-cible était seulement de 90 mm, la distance B-cible de 80 mm et la distance A-A' de 150 mm. Les dimensions des compteurs sont résumées dans le tableau suivant et leur disposition relative sur la figure 9.

Compteurs	Epaisseur mm	Hauteur mm	Largeur mm
A	2	100	100
A'	0,5	30	45
B	0,5	30	60
C	3	120	200
Hodoscope (canal)	4,75	138	4,75

Cette disposition des compteurs a montré quelques inconvénients au cours de l'analyse de la précédente expérience et certains défauts du dispositif expérimental ont empêché l'utilisation des données au-dessous de  $10^\circ$ .

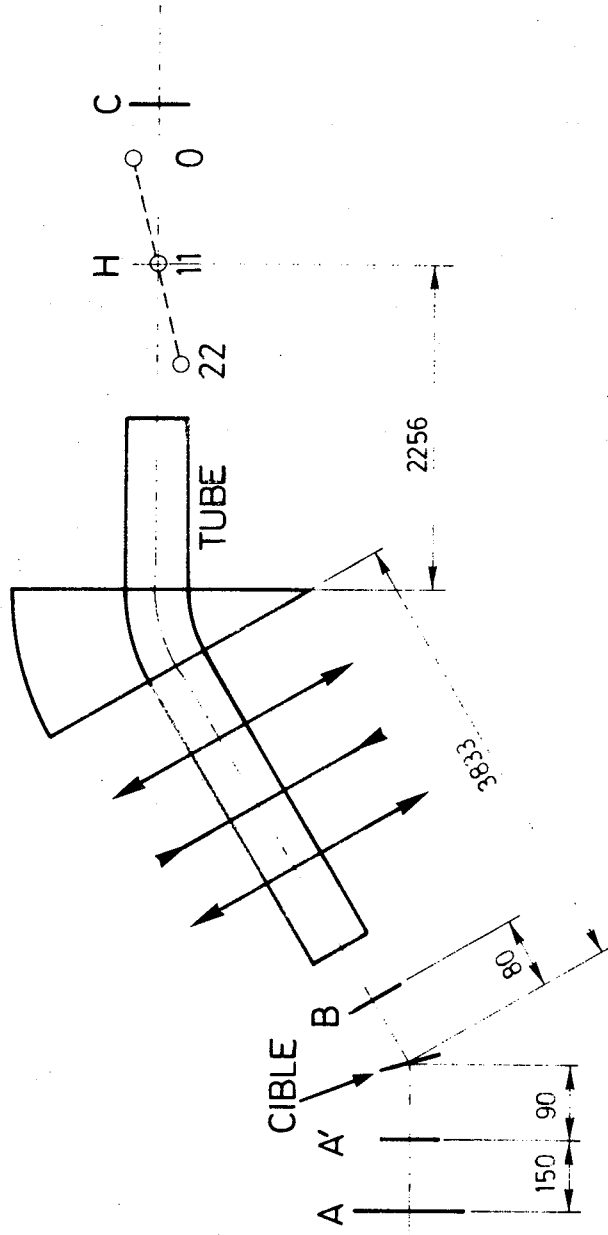


Fig. 9

## 1.2 Les inconvénients de l'ancien dispositif expérimental aux faibles angles

### 1.2.1 Le bruit de fond

La courbe A de la figure 10 montre un exemple typique ( $\theta = 6^\circ$ ) du bruit de fond important qu'il y avait dans la zone de l'interférence avec nos anciennes conditions expérimentales. Ce bruit de fond provenait essentiellement de la diffusion du faisceau direct par l'intérieur du tube d'entrée de l'analyseur et plus particulièrement par sa collerette d'entrée. En fait, toutes les mesures faites en dessous de  $10^\circ$  dans l'ancienne expérience présentaient un bruit de fond important qu'il était difficile de soustraire avec précision du pic élastique.

Une autre source de bruit de fond était constituée par la présence des compteurs A, A', B, au voisinage immédiat de la cible. La diffusion des pions sur les compteurs créait des pics parasites. L'influence de A était particulièrement néfaste en dessous de  $10^\circ$ . A' et B étaient surtout gênants entre  $10$  et  $20^\circ$  (voir l'étude complète, réf. 2).

Une troisième source de bruit de fond, entre  $20^\circ$  et  $30^\circ$ , provenait du balayage de l'hodoscope final par le faisceau direct. Cette source de bruit a été éliminée par un blindage en plomb (voir figure 8). La figure 11 donne une idée de la variation du bruit de fond en fonction de l'angle de mesure dans l'ancienne expérience<sup>2</sup>).

### 1.2.2 Les contaminations

La contamination en muons et électrons variait non seulement avec le réglage du faisceau, ce qui introduisait des fluctuations dans les mesures, mais surtout son importance, à basse énergie, introduisait des variations appréciables dans le moniteur A·A', sensible autant aux particules parasites qu'aux pions incidents. On trouvera dans le tableau suivant quelques valeurs de contamination dans l'ancienne expérience pour des énergies voisines de celles utilisées dans ce travail.

Contamination	Energie MeV			
	120	180	230	280
$\frac{e}{\pi + e + \mu} \%$	$19,6 \pm 4$	$19,7 \pm 2$	1,5	
$\frac{\mu}{\pi + e + \mu} \%$	$1,8 \pm 0,3$	$1,6 \pm 0,3$		$1,5 \pm 0,3$

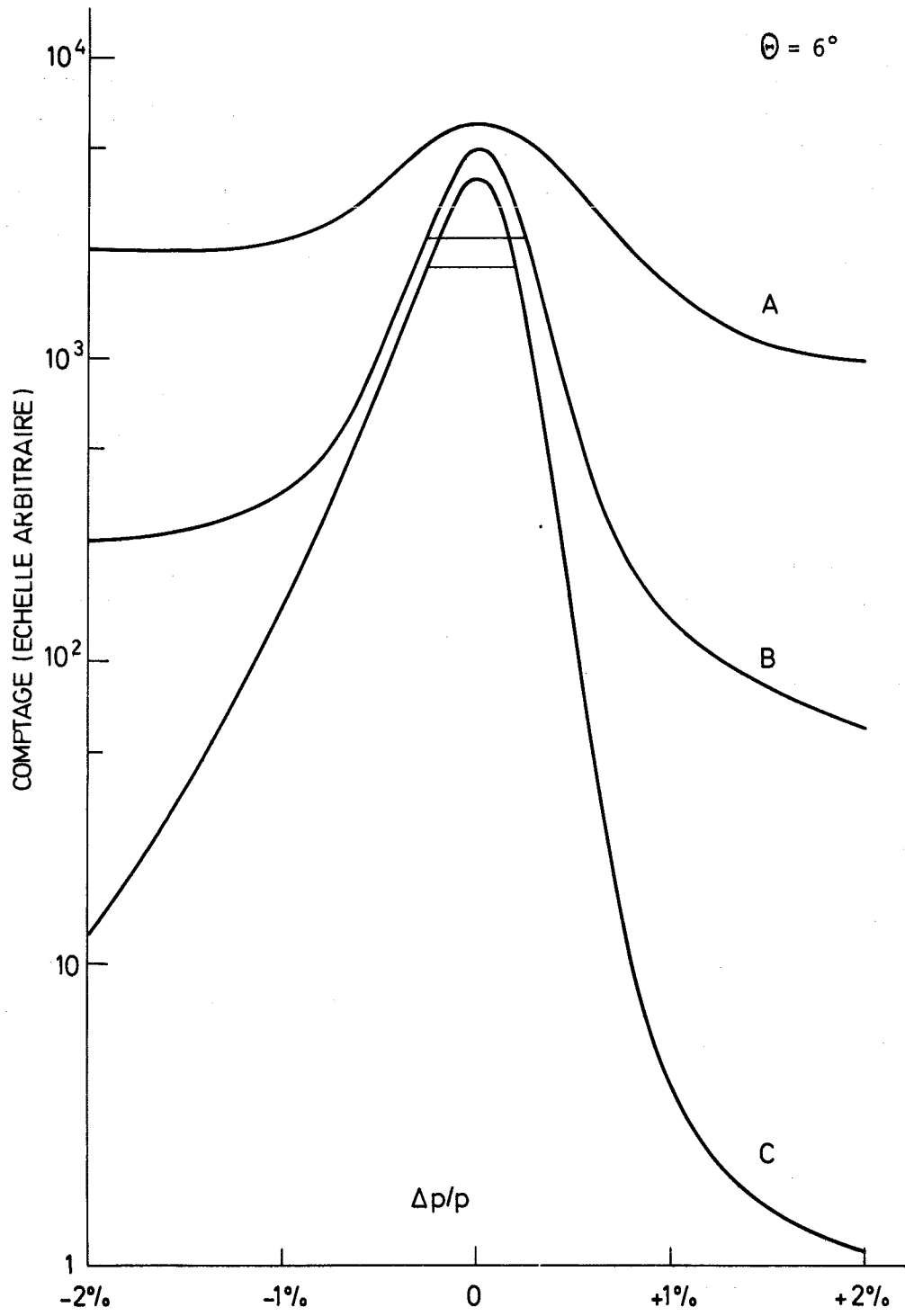


Fig. 10

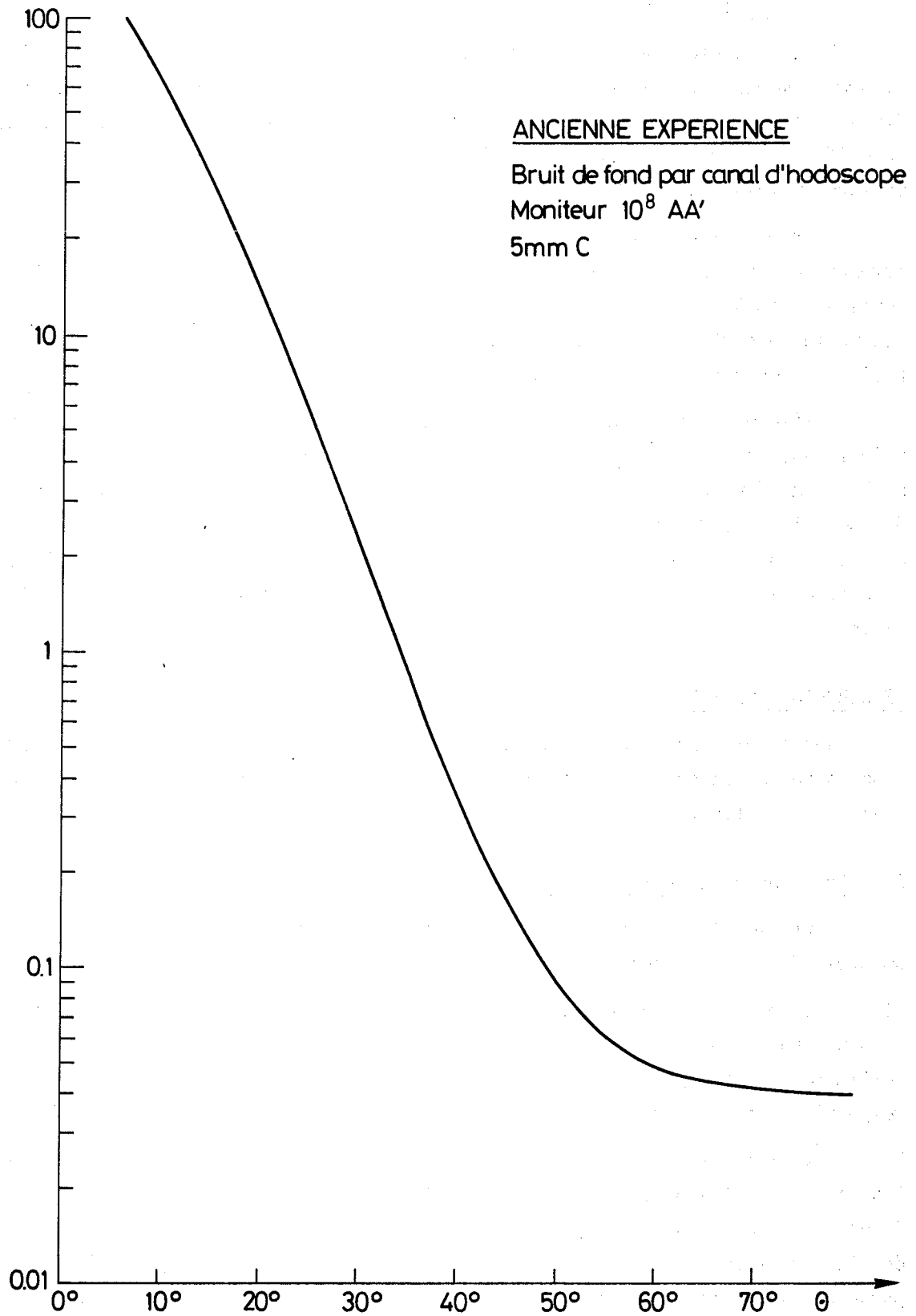


Fig. 11

### 1.2.3 Instabilité des mesures vis-à-vis de la précision recherchée

Chaque énergie ayant été mesurée en plusieurs "runs", l'analyse des anciennes mesures a montré des variations de 10% ( $\pm 2\%$ ) dans la normalisation des différents "runs" entre eux. Le zéro angulaire expérimental pouvait avoir une incertitude de  $0,6^\circ$ . Une partie de ces instabilités peut s'expliquer par les différences de réglage du faisceau incident entre les différents "runs".

L'optimisation de l'accélérateur peut provoquer une variation de la position moyenne du faisceau et de son angle moyen d'attaque sur la cible. Des déplacements de 2 mm à 1 cm sur la cible ont été constatés. Ceci a pour conséquence des variations d'acceptance de l'analyseur qui peuvent atteindre 7,5%. La stabilité en position du faisceau doit donc être contrôlée au cours du travail.

En résumé, l'ancien dispositif expérimental présentait trois inconvénients majeurs que nous nous sommes efforcés d'éliminer dans la présente expérience : un bruit de fond prohibitif à faible angle dû à la diffusion sur la paroi interne du tube d'entrée de l'analyseur et à la proximité des compteurs de définition autour de la cible, un moniteur sensible à la contamination variable du faisceau, en particulier à basse énergie, et l'instabilité en position du faisceau sur la cible.

## 2. LE NOUVEAU DISPOSITIF

Dans la présente expérience, le bruit de fond dû au faisceau direct balayant l'hodoscope a été supprimé par un blindage de plomb renforcé, placé le long de l'aimant de déflexion et des lentilles quadrupolaires de l'analyseur (fig. 12).

### 2.1 Bruit de fond en dessous de $10^\circ$

Quatre modifications ont été apportées à l'ancien dispositif pour remédier au bruit de fond en dessous de  $10^\circ$ .

a) Eloignement des compteurs de la zone d'interaction. Le compteur A, qui est le plus gênant dans cette zone, a été reporté au centre du mur à proximité du collimateur. Les compteurs A' et B se trouvent désormais à 950 et 895 mm respectivement de la cible.

b) Pour éliminer la cause la plus importante du bruit de fond à faible angle, à savoir la diffusion dans la tête d'entrée de l'analyseur, une nouvelle tête d'entrée a été conçue. La paroi qui contribue au bruit de fond a été éloignée de l'axe du faisceau et remplacée par une membrane de mylar. Les diffusions parasites sont ainsi réduites à la diffusion dans le tube à vide au niveau de l'entrée de la première lentille de l'analyseur. Ce dispositif élimine la



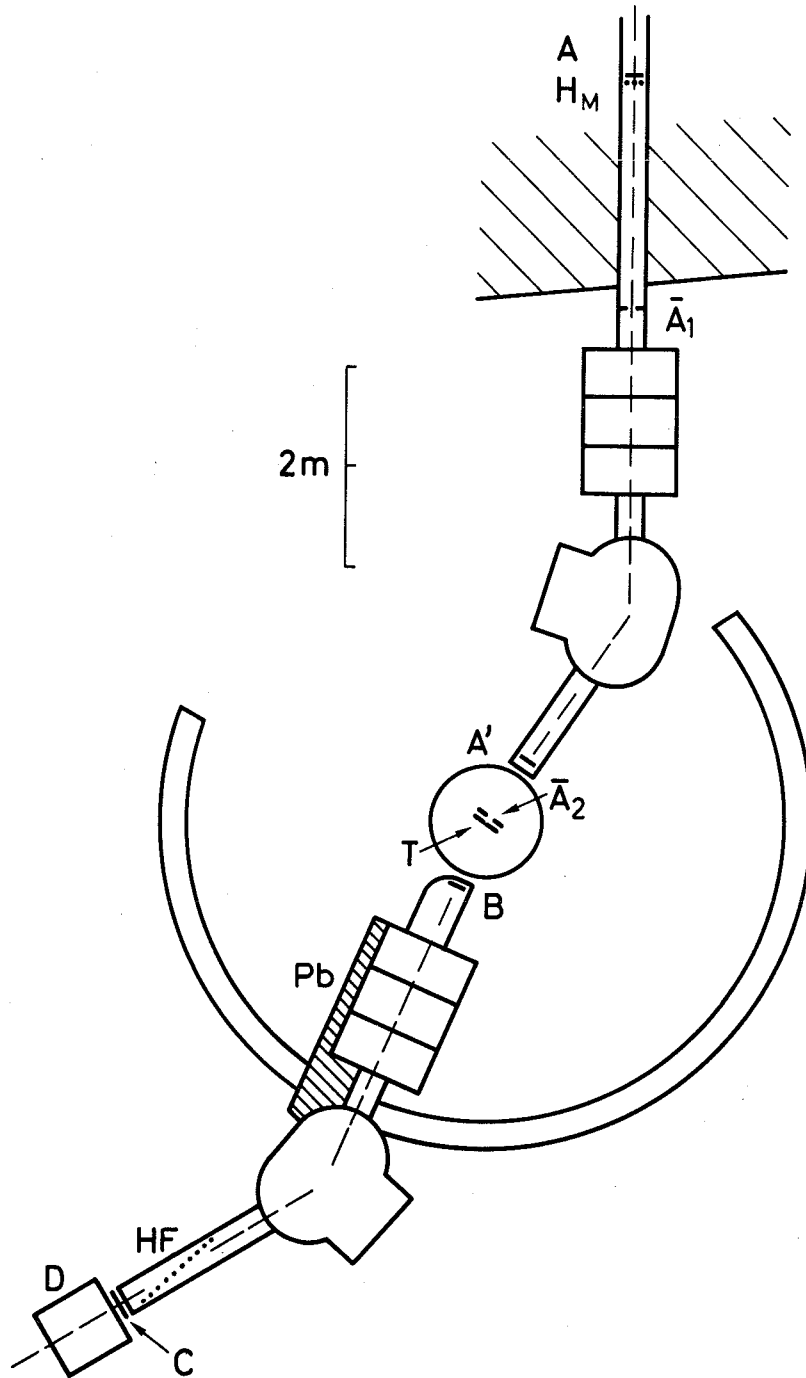


Fig. 12

majorité du bruit de fond jusqu'à 4° environ, c'est-à-dire en dessous de la zone d'interférence aux énergies qui nous concernent.

c) Pour éliminer les sources de bruit de fond au voisinage de la cible, celle-ci a été placée au centre d'une chambre à réaction de 1,25 m de diamètre intérieur, où règne le vide.

d) Un compteur Čerenkov DISC a été placé en bout de faisceau. La propriété autocollimatrice de ce compteur réduit encore le bruit de fond. La surdétermination ainsi obtenue élimine le bruit de fond restant qui vient des parois. De plus, le compteur DISC placé après un analyseur magnétique n'accepte que les pions lorsqu'il est réglé sur la vitesse correcte. Le radiateur Čerenkov (un mélange de glycérine et d'eau) a un indice tel que seuls les pions sont enregistrés.

La figure 10 montre nettement le succès de ces améliorations sur le bruit de fond. La courbe A correspond aux conditions de l'ancienne expérience, la courbe B montre les améliorations obtenues par le nouveau dispositif mécanique seul, la courbe C montre le résultat des améliorations mécaniques combinées à l'emploi du compteur DISC.

## 2.2 Les contaminations - le moniteur - la stabilité du faisceau

Nous avons vu l'importance de la contamination à basse énergie qui pouvait introduire une erreur sur le comptage des pions incidents. Pour éliminer cet inconvénient, nous avons utilisé un moniteur relatif, indépendant de la contamination du faisceau.

La contamination n'est importante que dans la diffusion vers l'avant. A partir de 15° il n'y a pratiquement plus que des pions diffusés par interaction nucléaire car la contribution de la diffusion coulombienne est faible, ce qui réduit à presque rien la contamination en  $\mu^-$  et en  $e^-$ . Nous avons donc utilisé comme moniteur un télescope de deux compteurs MH1 et MH2. L'axe du télescope, situé dans le plan vertical déterminé par la direction du faisceau incident, fait un angle de 18° environ avec ce dernier.

Pour contrôler la position verticale du faisceau sur la cible nous avons utilisé un second moniteur MB1-MB2, symétrique du premier par rapport à la ligne de vol du faisceau. La comparaison des taux de comptage des deux moniteurs fournit le contrôle de la stabilité verticale. On trouvera sur la figure 13 la différence relative des taux de comptage  $MH - MB / MH + MB$  montrant la stabilité du faisceau pour une des énergies mesurées.

De plus, tous les éléments magnétiques du faisceau sont contrôlés en permanence soit par des sondes à résonance magnétique nucléaire pour les aimants de

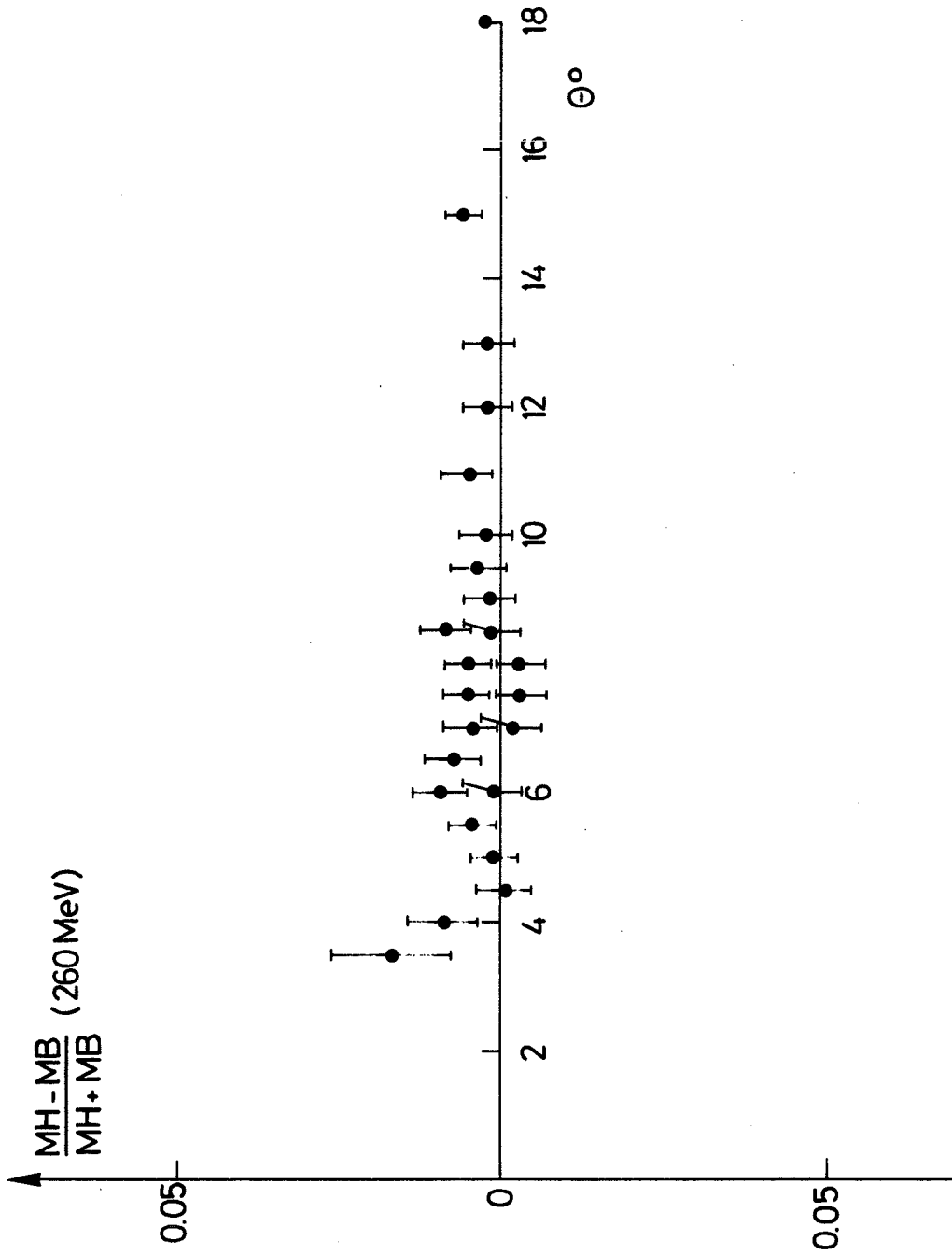


Fig. 13

l'analyseur et du monochromateur, comme dans l'ancienne expérience, soit par des plaques à effet Hall pour les lentilles quadrupolaires. Le champ magnétique de l'aimant de "balayage" situé à la sortie de la machine est contrôlé par une bobine basculante, la résonance magnétique nucléaire étant inutilisable aussi près de la machine à cause de la radiofréquence. Nous avons ainsi un contrôle permanent de la stabilité magnétique du transport de faisceau tout entier. La comparaison des taux de comptage relatifs des deux moniteurs nous indique les fluctuations éventuelles de la machine qui est également contrôlée par un télescope de deux compteurs placé dans le canal de sortie dit "200 MeV" du synchrocyclotron.

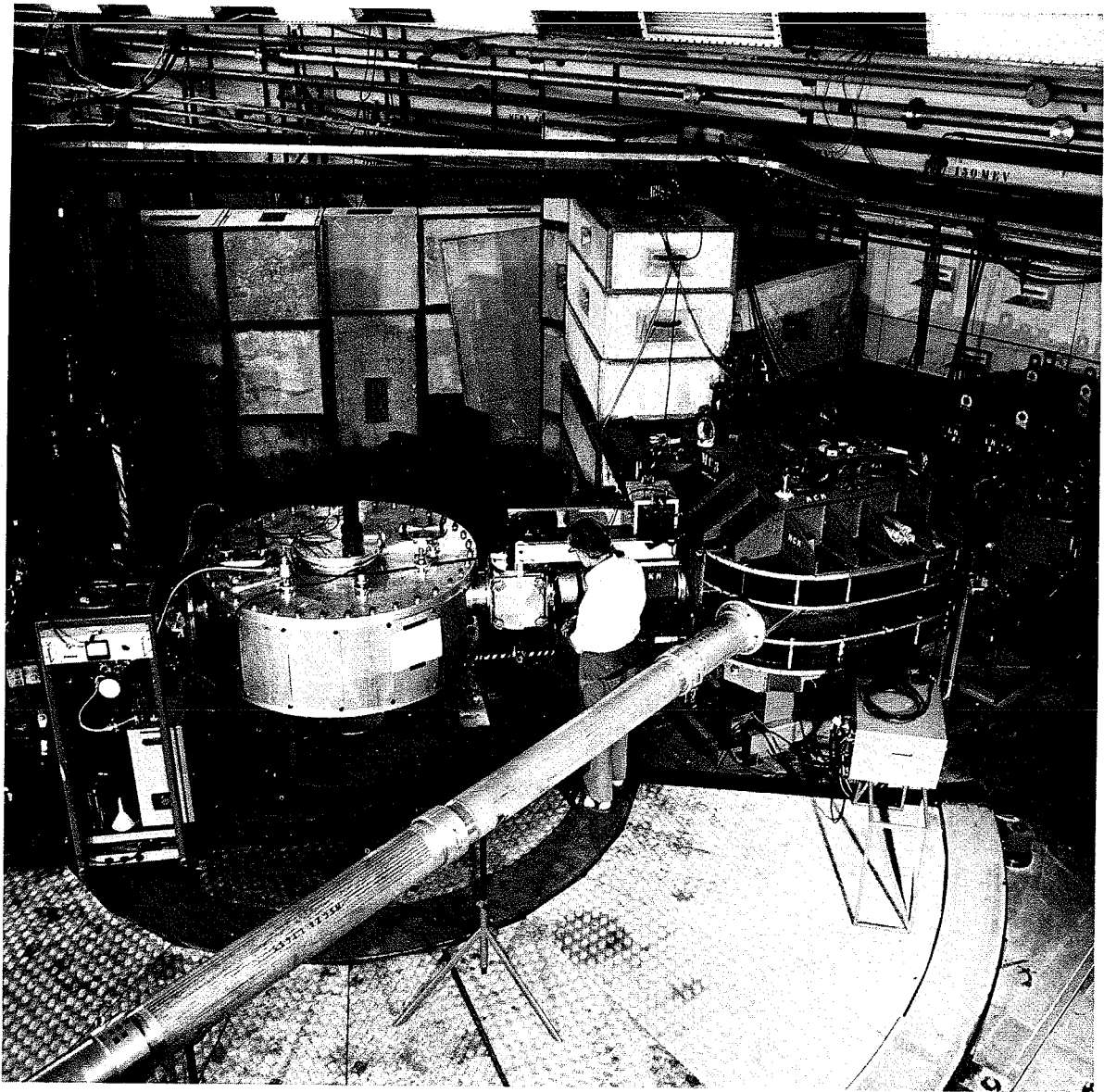
Enfin le compteur Čerenkov DISC placé en bout de faisceau élimine toute contamination en muons et en électrons des particules analysées.

### 2.3 Améliorations supplémentaires nécessaires à une mesure correcte de l'interférence

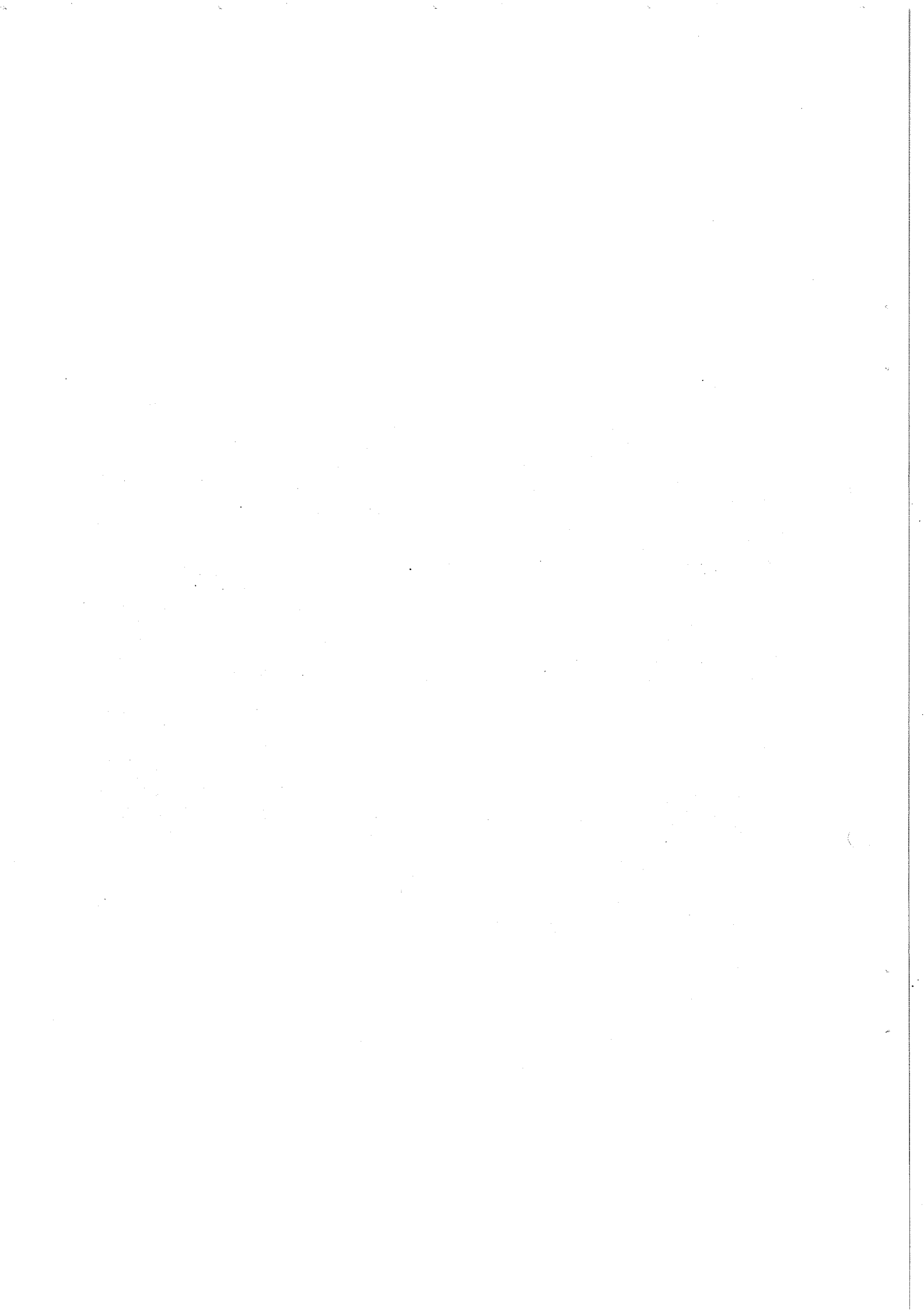
L'interférence des amplitudes nucléaire et coulombienne introduit une structure sur les courbes de section efficace différentielle dans une zone angulaire de quelques degrés au plus. La variation rapide de l'effet d'interférence avec l'angle implique une bonne définition angulaire de l'appareil de mesure. La résolution angulaire est en effet le résultat de la convolution de la définition angulaire du monochromateur, de la diffusion multiple dans la cible et de l'acceptance angulaire de l'analyseur.

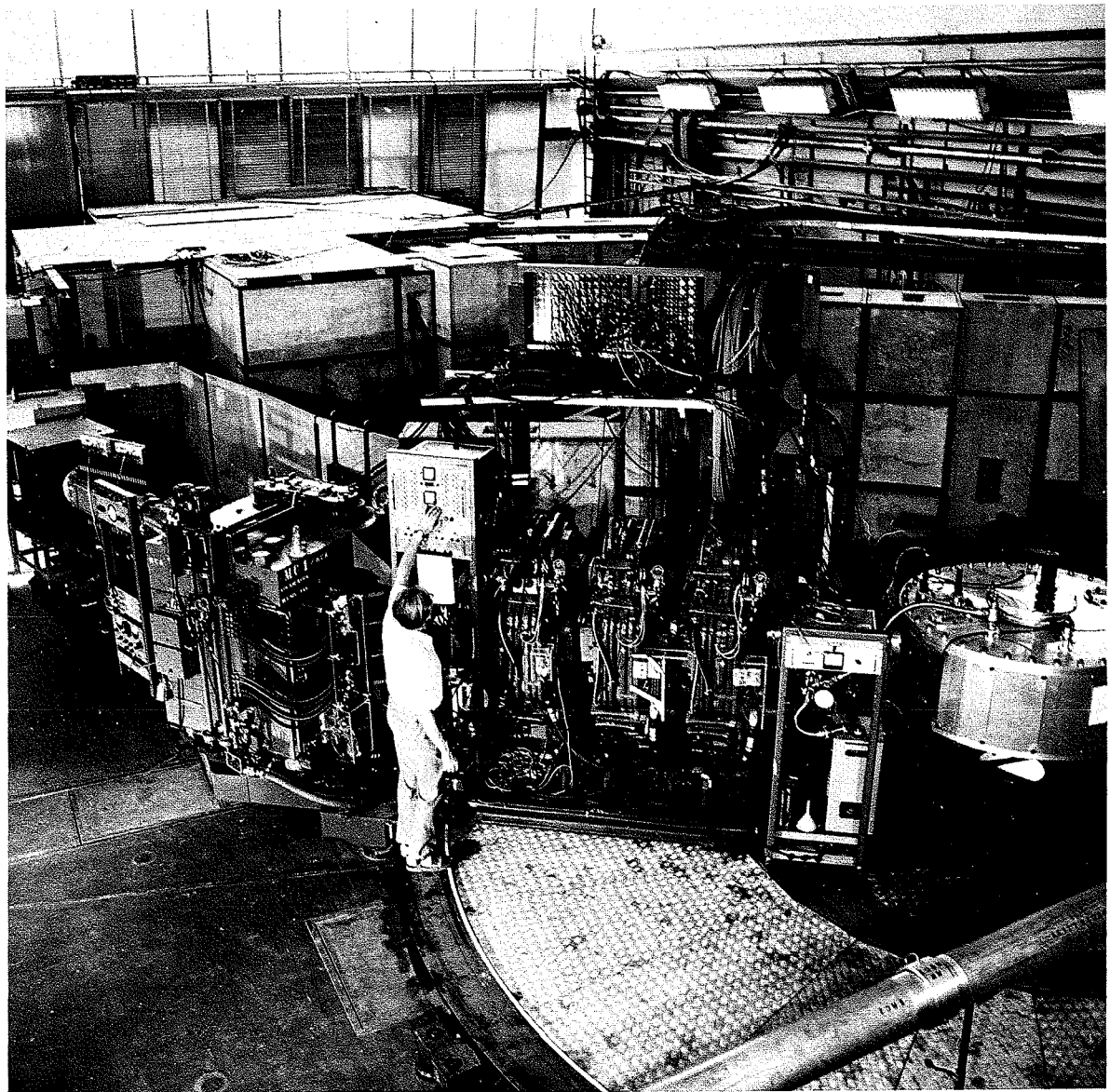
Deux compteurs, utilisés en anticoincidence, ont été placés devant la première lentille quadrupolaire du monochromateur permettant de régler son acceptance horizontale et par conséquent la distribution angulaire du faisceau avant la cible. Le compteur B placé à l'entrée de l'analyseur limite l'acceptance angulaire de ce dernier.

Pour conserver une intensité convenable, après réduction de l'acceptance angulaire, il faut augmenter l'intensité du faisceau incident. Pour ce faire nous avons travaillé avec une ouverture de collimateur de 16 mm de haut par 32 mm de large. Afin de conserver les avantages d'une fente fine pour la résolution en quantité de mouvement, nous avons fractionné la fente objet du monochromateur en sept parties de 4 mm de large par un hodoscope à sept voies, désigné dans la suite par HM. Le compteur de définition de cet hodoscope est le compteur A de définition du faisceau. Cette augmentation d'intensité, quoique non critique pour le carbone, est rendue nécessaire pour la poursuite d'expériences de ce type avec des noyaux plus légers, comme l'hélium par exemple. Leur section efficace d'interaction est en effet plus faible et l'épaisseur de cible compatible avec une bonne détermination du point d'interaction diminue encore le nombre de centres diffuseurs.

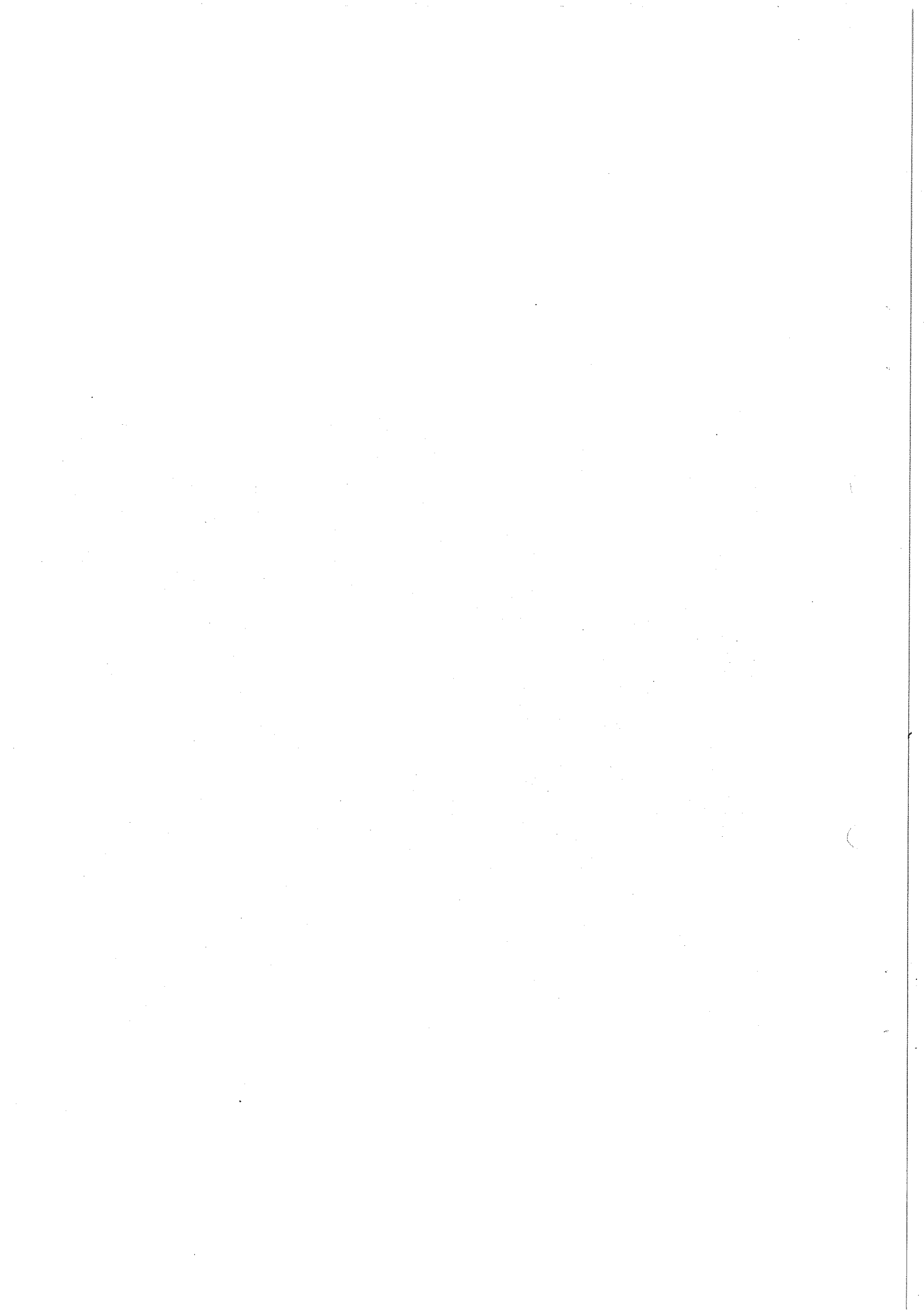


Vue générale du faisceau côté monochromateur.





Vue générale du faisceau côté analyseur.





Comme dans l'expérience précédente, nous avons utilisé en bout de spectromètre un hodoscope de scintillateur dont nous avons augmenté la résolution en diminuant la largeur des canaux. Chaque canal de l'hodoscope final, dénommé dans la suite HF, a une largeur de 3 mm, le pas des canaux étant également de 3 mm. Une bonne résolution en quantité de mouvement est nécessaire car une bonne mesure de l'interférence repose sur la mesure précise de la section efficace différentielle élastique. Chaque pic élastique est non seulement défini avec plus de points que dans l'expérience précédente mais encore le bruit de fond intégré sous le pic élastique est plus faible et le rapport pic élastique sur bruit de fond s'en trouve amélioré. La figure 14 montre le rapport bruit/pic élastique en fonction de l'angle dans différents cas (A ancienne expérience, B nouvelle expérience sans DISC, C nouvelle expérience avec DISC).

Nous avons ainsi amélioré la définition angulaire et la résolution en  $\Delta p/p$  de notre appareillage (voir sur la figure 10 la largeur à mi-hauteur des courbes de pic élastique ainsi que l'intensité du faisceau incident). On trouve sur la figure 15 la mesure de la résolution angulaire du faisceau diffusé à 260 MeV dans les conditions actuelles avec les compteurs décrits au paragraphe suivant et pour un canal donné de l'hodoscope mural.

L'utilisation de deux hodoscopes couplés conduit à un nombre élevé de combinaisons possibles et l'enregistrement des données nécessite un classement automatique des événements. On a choisi de classer les événements par rapport aux différents canaux du mur, ce qui revient à faire sept expériences en parallèle. L'utilisation d'un ordinateur en ligne, dans notre cas, une machine IBM 1130, est nécessaire. Nous y reviendrons ultérieurement, lors de la description de l'électronique d'acquisition des données.

### 3. DESCRIPTION DES DIFFERENTS COMPTEURS

Nous allons donner ici les caractéristiques des différents compteurs tels qu'ils sont placés en partant de l'accélérateur. Nous les classerons en trois catégories : les compteurs de définition du faisceau, les hodoscopes et le moniteur. On trouvera sur la figure 12 les places relatives des différents compteurs sur le faisceau et le schéma général des modifications décrites au paragraphe précédent.

#### 3.1 Les compteurs de définition

Le faisceau incident est défini par les compteurs A et A', par l'anti-coïncidence  $\overline{A1}$  placée devant la première lentille du monochromateur et par l'anti-coïncidence  $\overline{A2}$  placée juste devant la cible.

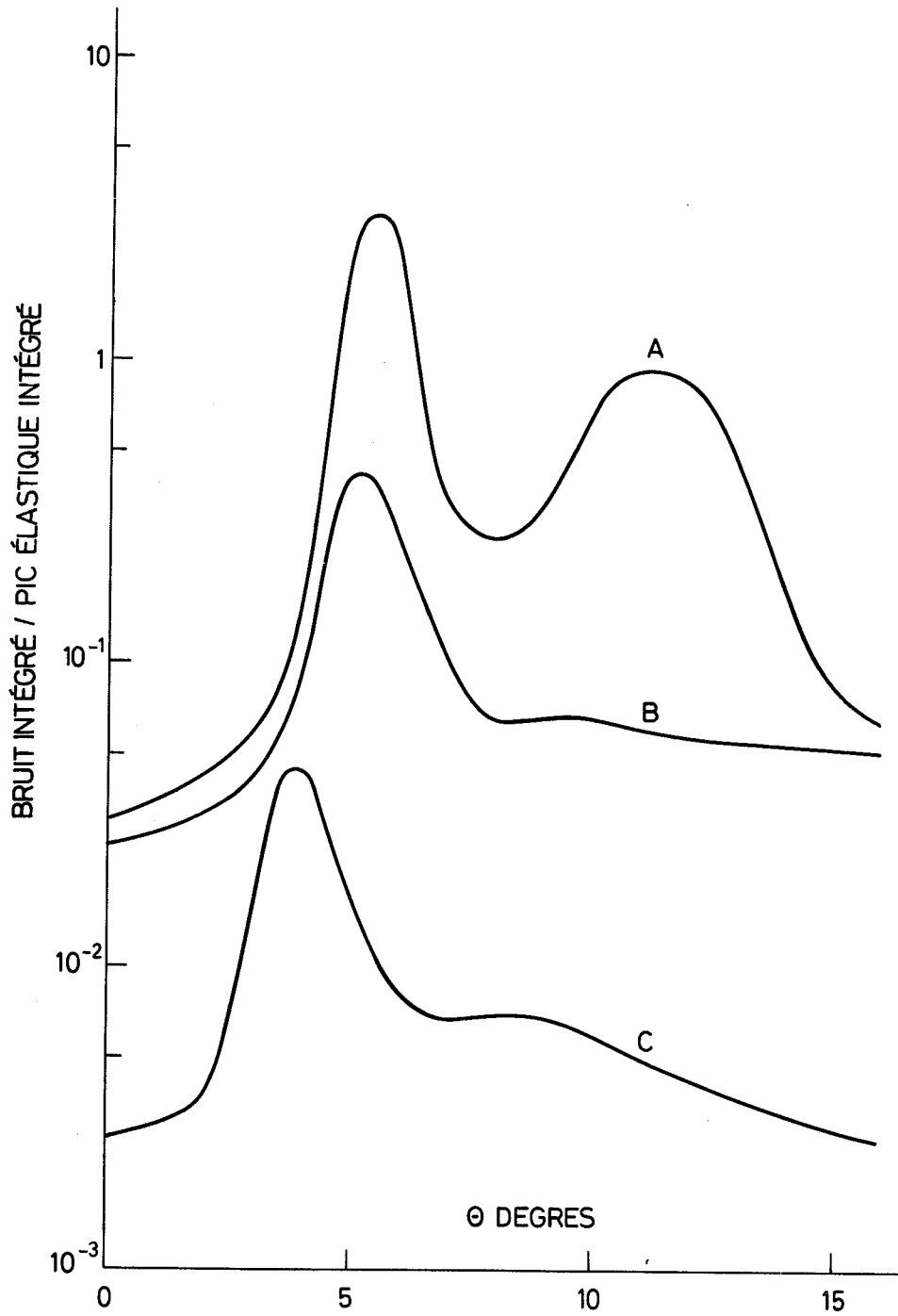


Fig. 14

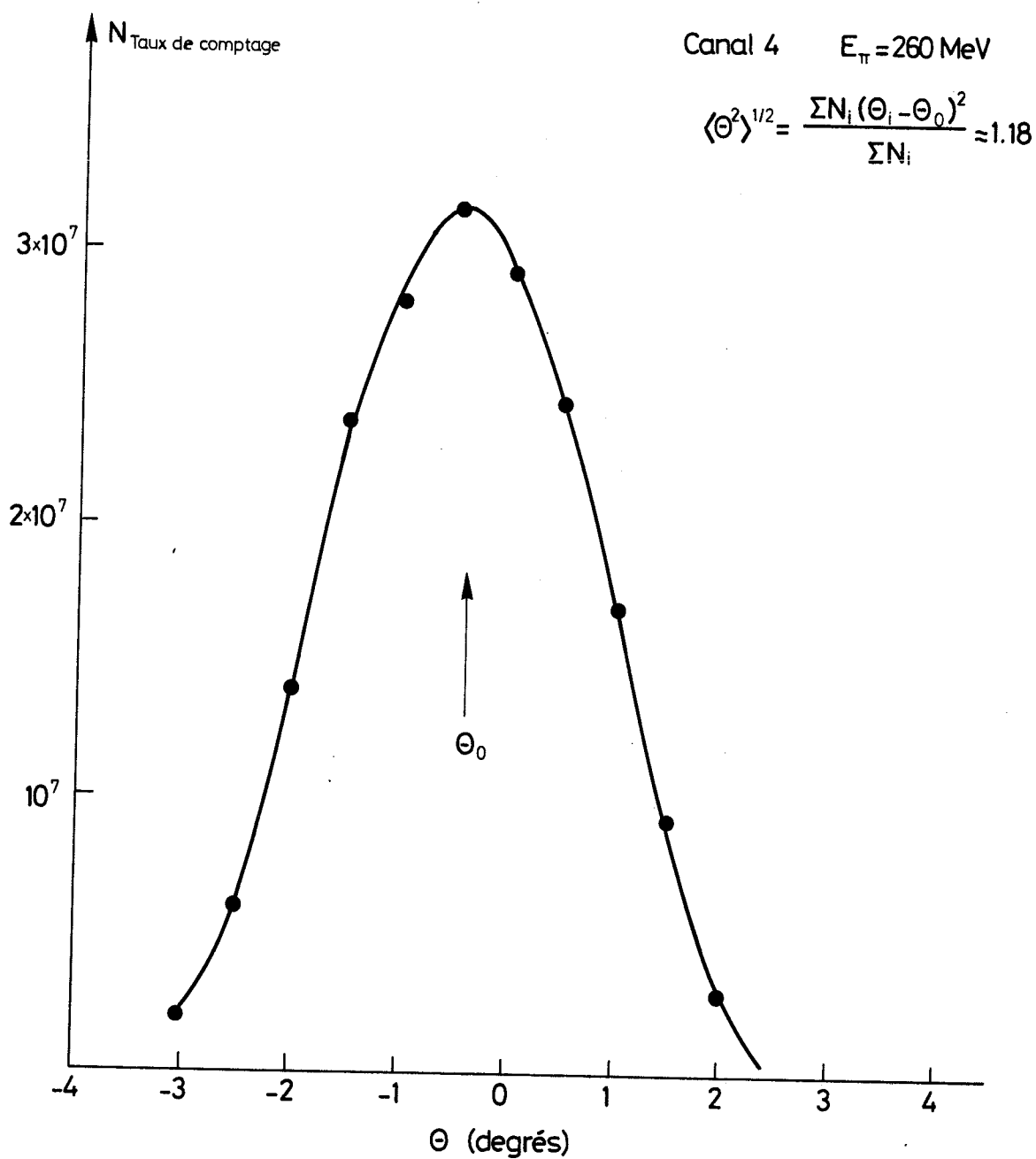


Fig. 15

Le compteur A sert de compteur de définition pour l'hodoscope HM. C'est un scintillateur plastique NE 102A de 1 mm d'épaisseur et de 14 mm de haut par 34 mm de large. Etant donné sa faible épaisseur, il est vu par deux photomultiplicateurs XP 1110 dont les impulsions sont additionnées électroniquement.

L'anticoïncidence  $\overline{AI}$  est constituée par deux compteurs identiques dont l'écartement règle l'acceptance angulaire horizontale comme le feraient les lèvres d'un collimateur ordinaire. Chaque compteur, vu par un photomultiplicateur 56 AVP, est fait d'un scintillateur NE 102A de 10 mm d'épaisseur, 30 mm de largeur et de 100 mm de hauteur. La distance entre les deux compteurs définissant l'acceptance horizontale est de 45 mm, ce qui correspond à une acceptance angulaire de  $+0,5^\circ$  pour le monochromateur.

Le compteur A', dernier compteur de définition du faisceau incident, est un compteur mince de 0,3 mm d'épaisseur pour ne pas détériorer les résolutions en angle et en impulsion. Il est vu par trois photomultiplicateurs 56 AVP mis en addition par câble. Ses dimensions ont été calculées de façon à accepter tout le faisceau incident déterminé par l'anticoïncidence  $\overline{AI}$ . Il a 62 mm de large et 70 mm de haut.

Les compteurs de définition du faisceau diffusé sont le compteur B à l'entrée de l'analyseur et le compteur C après l'hodoscope final. Une anti-coïncidence  $\overline{AZ}$  placée devant la cible en délimite la zone utile.

L'anticoïncidence  $\overline{AZ}$  est constituée par une palette de scintillateur NE 102A de 10 mm d'épaisseur présentant une ouverture rectangulaire centrale de 25 mm de large par 50 mm de haut et définissant la zone utile de la cible. Celle-ci consiste en une plaque de graphite de 5 mm d'épaisseur.

Le compteur B est placé à l'entrée de l'analyseur; il en constitue la "pupille" d'entrée. La largeur du compteur B est fixée par l'angle d'acceptance désiré pour l'analyseur. Les dimensions de B sont les suivantes : largeur 25 mm, hauteur 70 mm, épaisseur 0,3 mm. Il est en scintillateur plastique NE 110. Il est vu par deux PM 56 AVP dont les impulsions sont additionnées électroniquement.

Le compteur C est situé en fin de faisceau; il assure que les pions diffusés ont bien traversé l'hodoscope. C'est un compteur en NE 110 de 3 mm d'épaisseur, 141 mm de hauteur et 230 mm de largeur. En fait, il est constitué de cinq compteurs disposés horizontalement qui forment éventuellement un hodoscope à canaux larges permettant de mesurer la distribution verticale du faisceau en bout d'hodoscope. En fonctionnement normal, les cinq compteurs sont utilisés en parallèle. Chacun d'eux recouvre partiellement le précédent, de sorte que les cinq compteurs en parallèle fonctionnent comme un compteur unique.

### Le compteur Čerenkov DISC

Nous ne citons ici ce détecteur que pour mémoire, son rôle ayant été mis en évidence au paragraphe précédent. Son fonctionnement est décrit dans la littérature<sup>2,74)</sup>

### 3.2 Les hodoscopes

Deux hodoscopes ont été utilisés dans l'expérience : l'un comme objet, à la place de l'ancien collimateur, le second comme hodoscope final pour mesurer le pic de diffusion élastique. Un troisième hodoscope X-Y a été utilisé pour le réglage du faisceau. Mis à la place de la cible, il permet de mesurer le profil du faisceau à cet endroit.

L'hodoscope mural HM est constitué par sept canaux en NE 102A de 4 mm de largeur et 3 mm d'épaisseur. La largeur effective des canaux est de  $4,05 \pm 0,05$  mm, l'imprécision étant due principalement à l'emballage réfléchissant. Les canaux, dont le plan est perpendiculaire à l'axe du faisceau, sont maintenus jointifs par un étrier métallique (voir détails dans l'appendice I). Chaque canal a une hauteur de 18 mm. Les sept canaux sont recouverts par un scintillateur de définition, le compteur A du faisceau (voir plus haut). A chaque voie de l'hodoscope est associé un PM XP 1110. Devant l'hodoscope et son compteur de définition est placé un collimateur dont la largeur est variable (voir appendice I).

L'hodoscope final HF possède 63 voies. Chaque canal est constitué par une baguette de scintillateur NE 110 de 3 mm  $\times$  3 mm sur 148 mm de hauteur, vue par PM XP 1110. Les voies de l'hodoscope ont été disposées le long du plan focal du spectromètre et de telle sorte que les canaux soient jointifs en regardant l'hodoscope dans la direction moyenne du faisceau (voir figure 16). L'ensemble des baguettes est enfermé dans une boîte à vide raccordée au vide du transport du faisceau (voir le montage dans l'appendice I avec quelques détails sur la conception des canaux). L'angle d'inclinaison du plan moyen des baguettes sur la ligne du faisceau est de  $12,5^\circ$ . La numérotation des canaux est telle que les particules de plus grande énergie vont dans les premiers canaux.

L'hodoscope de réglage X-Y remplace la cible lors du réglage du faisceau, et comporte pour la définition horizontale un hodoscope de neuf canaux de scintillateur NE 110 de 3 mm  $\times$  3 mm sur 60 mm de hauteur au pas de 6 mm, et pour la définition verticale un hodoscope de sept canaux identiques aux précédents. A chaque canal est associé un PM XP 1110.

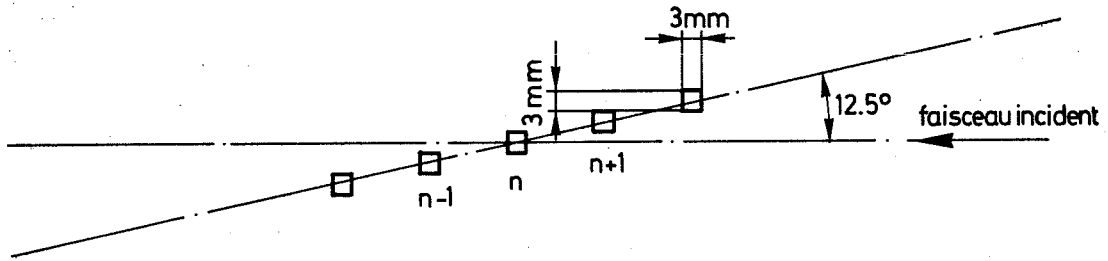


Fig. 16

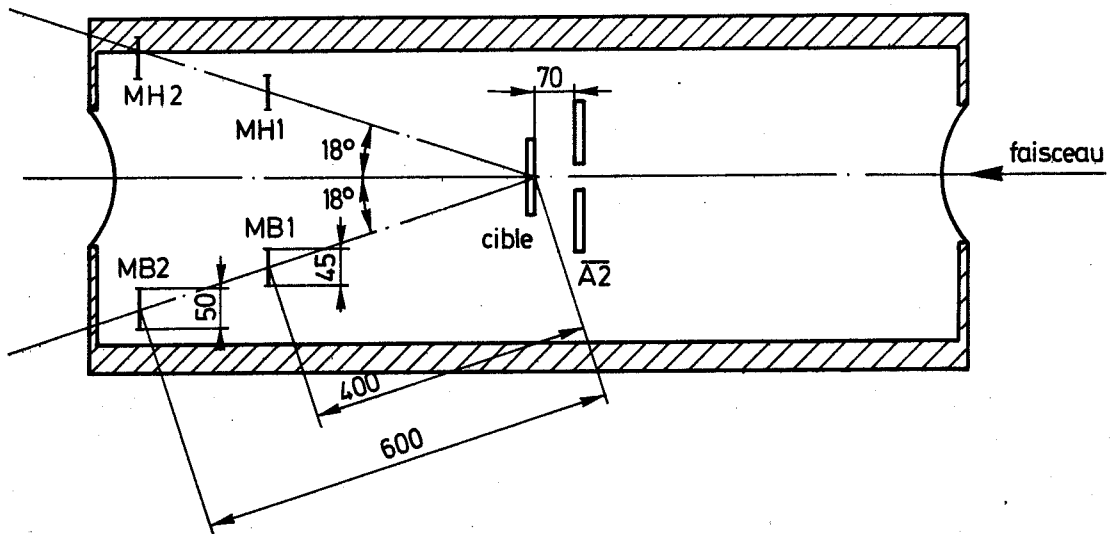


Fig. 17

### 3.3 Les compteurs du moniteur

Chaque moniteur est constitué d'un télescope de deux compteurs dont l'axe fait un angle de  $18^\circ$  environ avec la direction du faisceau incident (voir fig. 17). Ils sont situés dans le plan vertical déterminé par ce dernier. Le premier compteur est distant de 40 cm du centre de la cible et le second de 60 cm. Les dimensions des compteurs sont respectivement pour les premiers compteurs MH1 et MB1, hauteur 45 mm, largeur 63 mm; pour les seconds, MH2 et MB2, hauteur 50 mm, largeur 70 mm; leur épaisseur commune est de 6 mm. L'angle d'acceptance de chaque télescope est  $\Delta\omega = 9,73 \cdot 10^{-3}$  sr. La dimension des compteurs du moniteur a été choisie de façon que les moniteurs voient tous les points de la cible pratiquement sous le même angle solide. Les deux moniteurs sont placés à l'intérieur de la chambre à réaction.

## 4. CHAMBRE A REACTION ET TETE D'ENTREE DE L'ANALYSEUR

Une chambre à réaction permet de faire le vide autour de la cible et de réduire au maximum le parcours des particules dans l'air. C'est une boîte cylindrique de 1,25 m de diamètre interne et de 45 cm de haut, pourvue de fenêtres en mylar (épaisseur 0,19 mm) permettant de faire des mesures angulaires jusqu'à  $140^\circ$ . Chaque ouverture est séparée par un angle mort de  $15^\circ$ . La rotation de la chambre est libre et commandée par un moteur. Une rotation de  $30^\circ$  de la chambre permet de faire des mesures dans les zones mortes. Sur la figure 18 les parties en mylar sont représentées en pointillés, les traits pleins représentent les parties en métal. Chacune des flasques qui ferment le cylindre est pourvue d'une ouverture qui permet le passage de la cible par la flasque supérieure et la mise en place de l'hodoscope X-Y de réglage du faisceau et de l'anti-coïncidence  $\overline{AZ}$  pour la flasque inférieure. De plus, les flasques possèdent deux "lucarnes" permettant le passage des compteurs du moniteur. La ligne du faisceau passe à 200 mm au-dessous de la flasque supérieure. La tête d'entrée de l'analyseur, représentée sur la figure 19, est essentiellement un tube largement fendu le long d'une génératrice. Deux renforts externes empêchent son écrasement lors de la mise sous vide. La face d'entrée est constituée par une paroi de mylar, d'épaisseur identique à celle de la chambre, et qui se prolonge tout le long de la paroi susceptible de contribuer au bruit de fond. Trois ouvertures circulaires de 80 mm de diamètre, pratiquées sur les trois autres faces et placées aussi près que possible de la face d'entrée, permettent le passage des photomultiplicateurs associés au compteur B. La face d'entrée de l'analyseur arrive aussi près que possible de la face de sortie de la chambre à réaction.

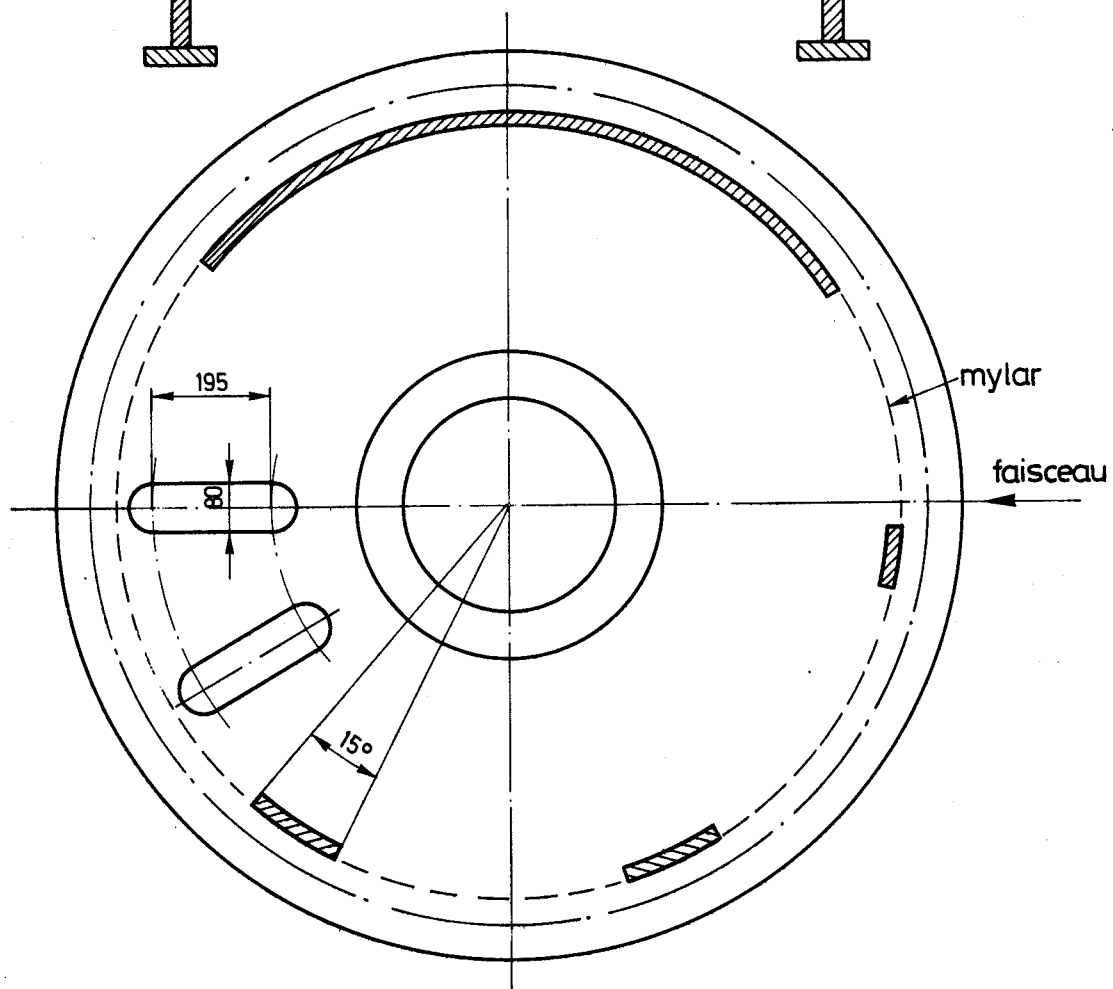
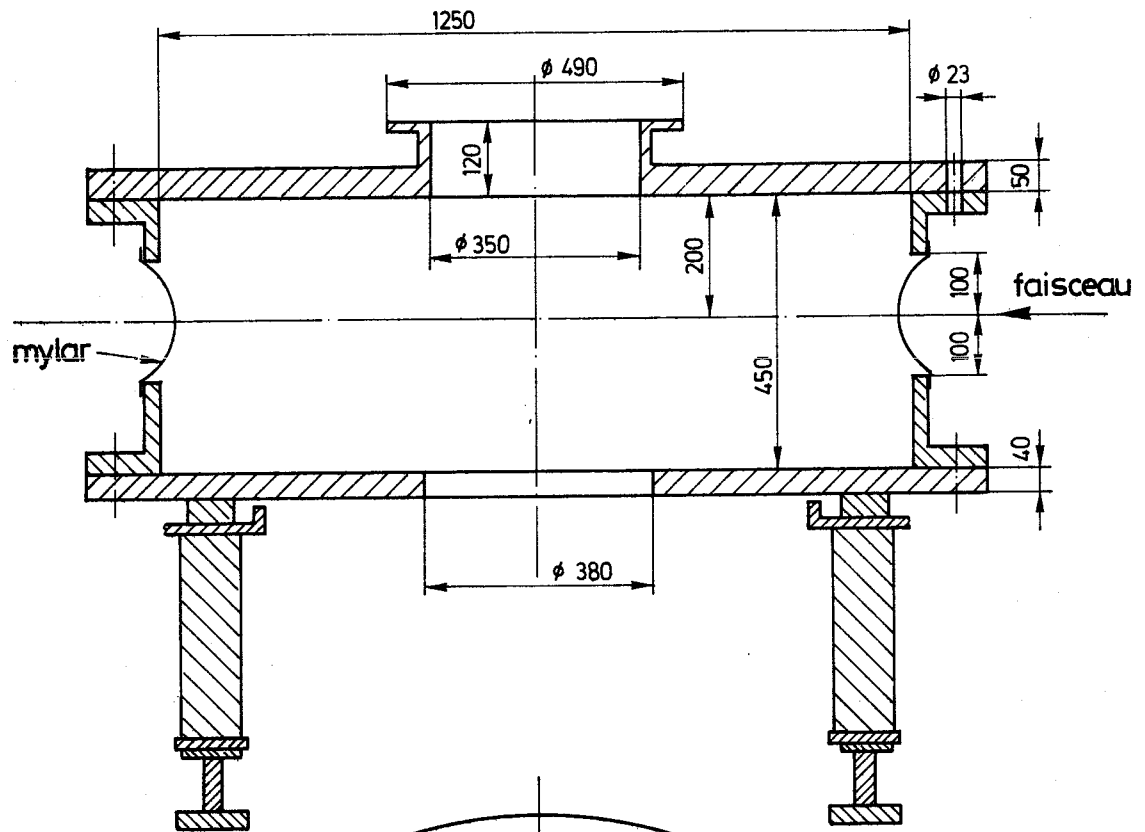
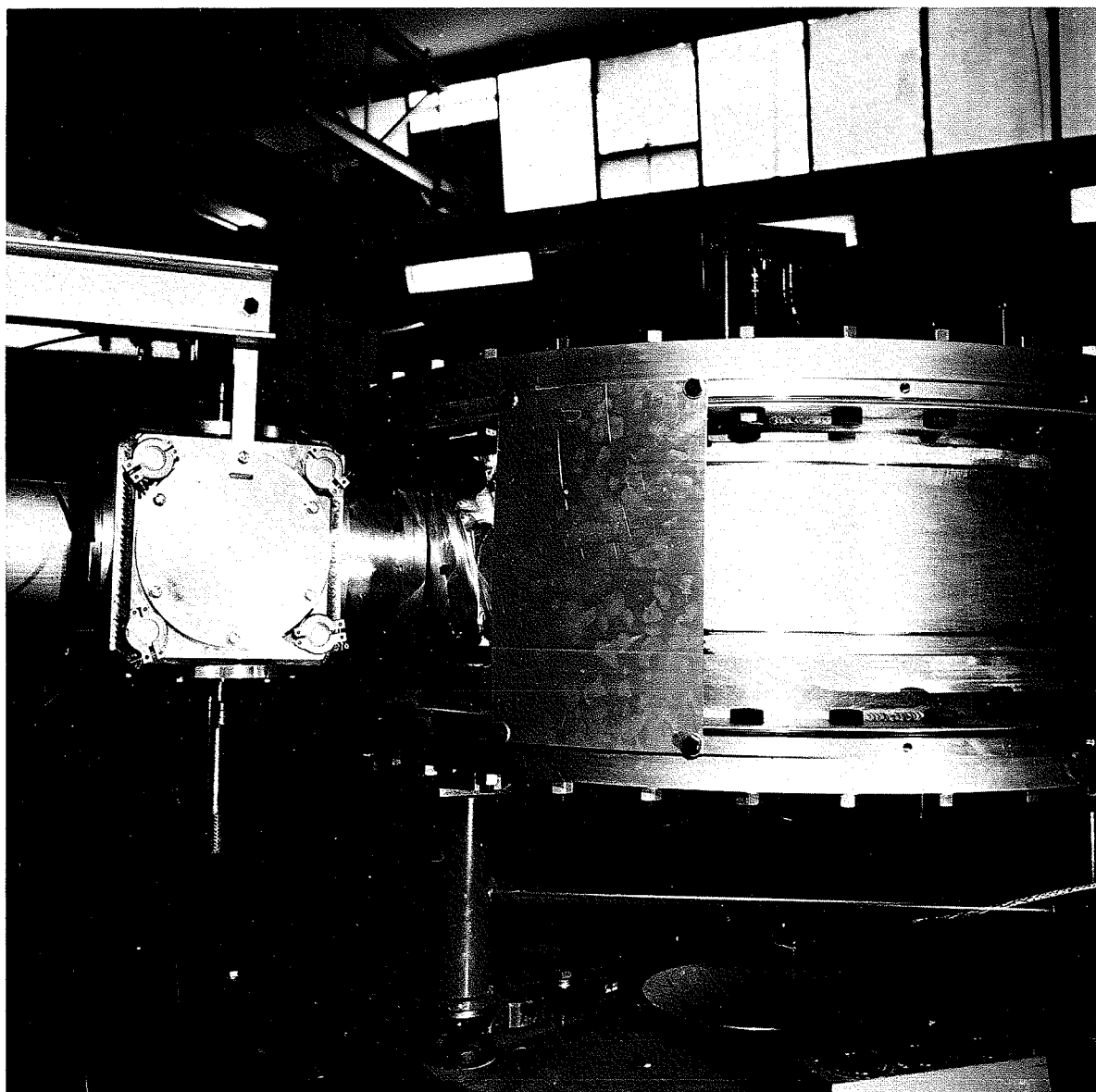
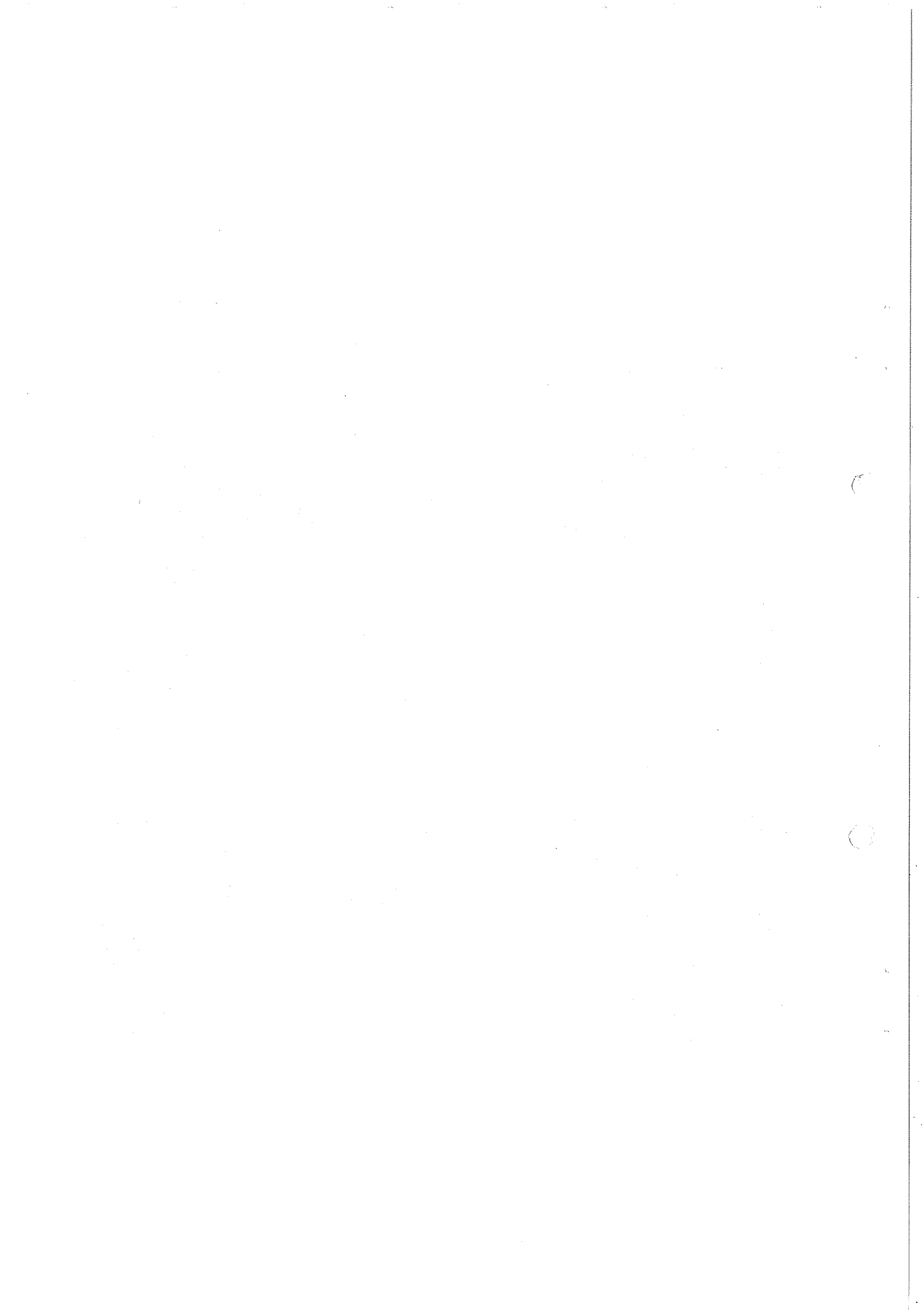


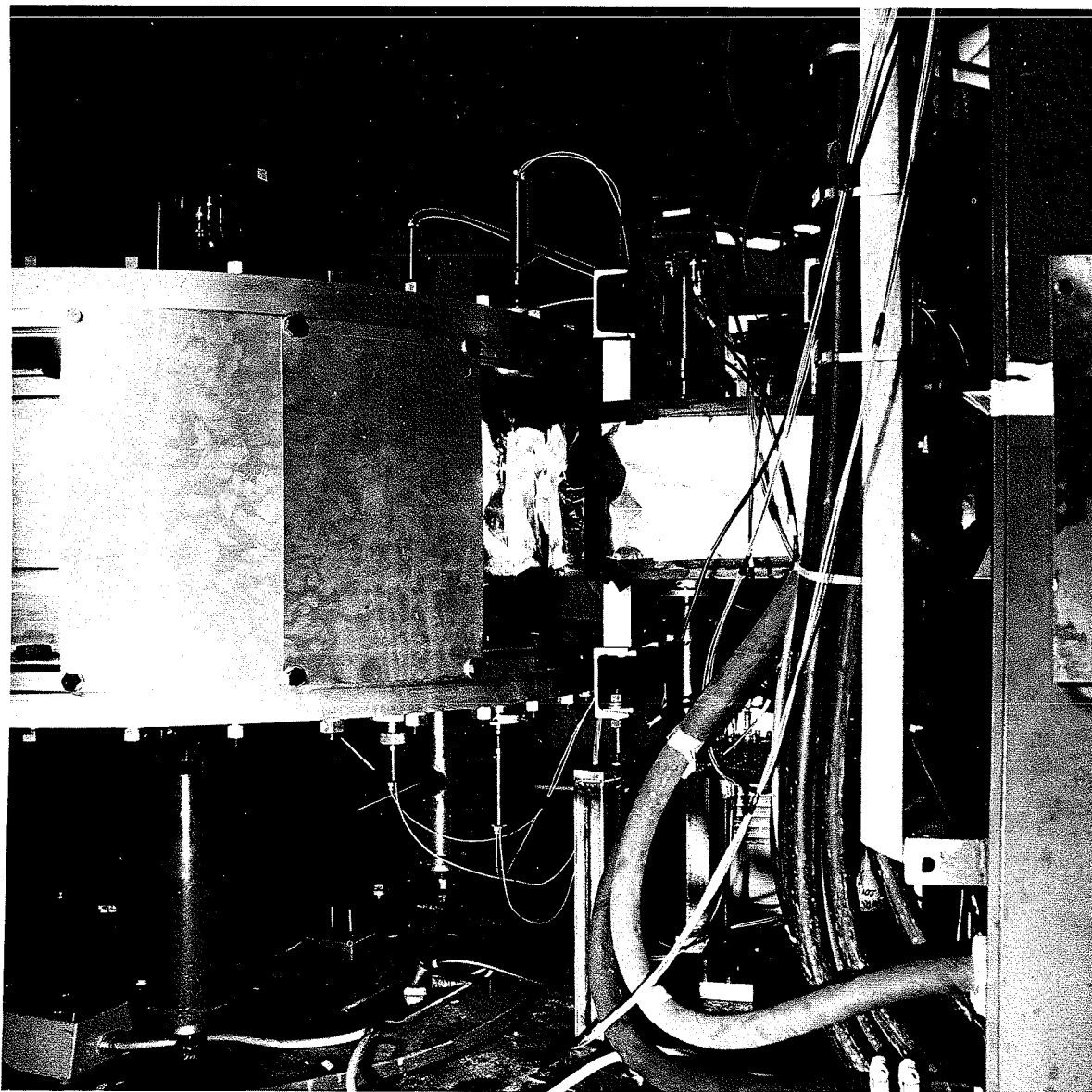
Fig. 18



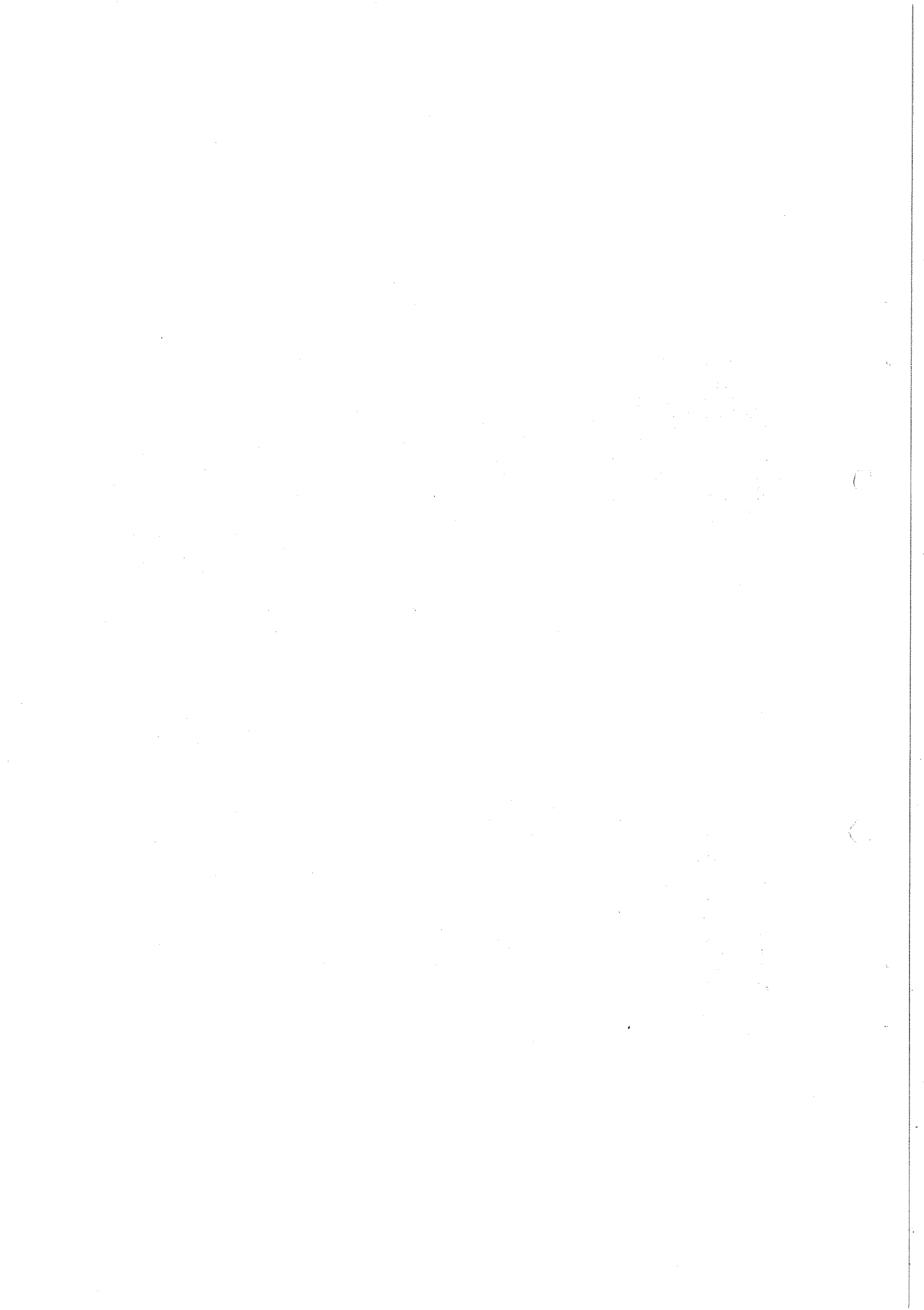


Chambre à réaction et sortie du monochromateur.





Chambre à réaction et entrée de l'analyseur.



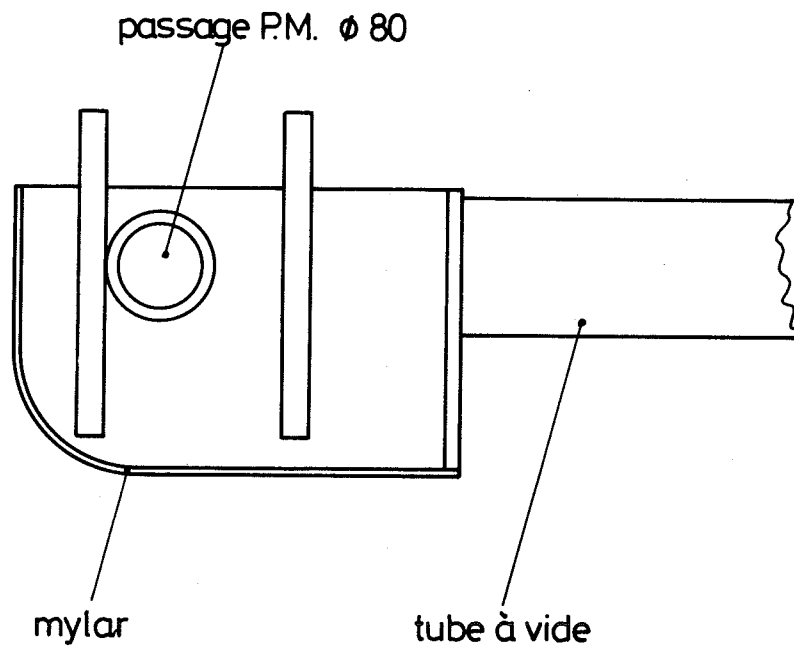
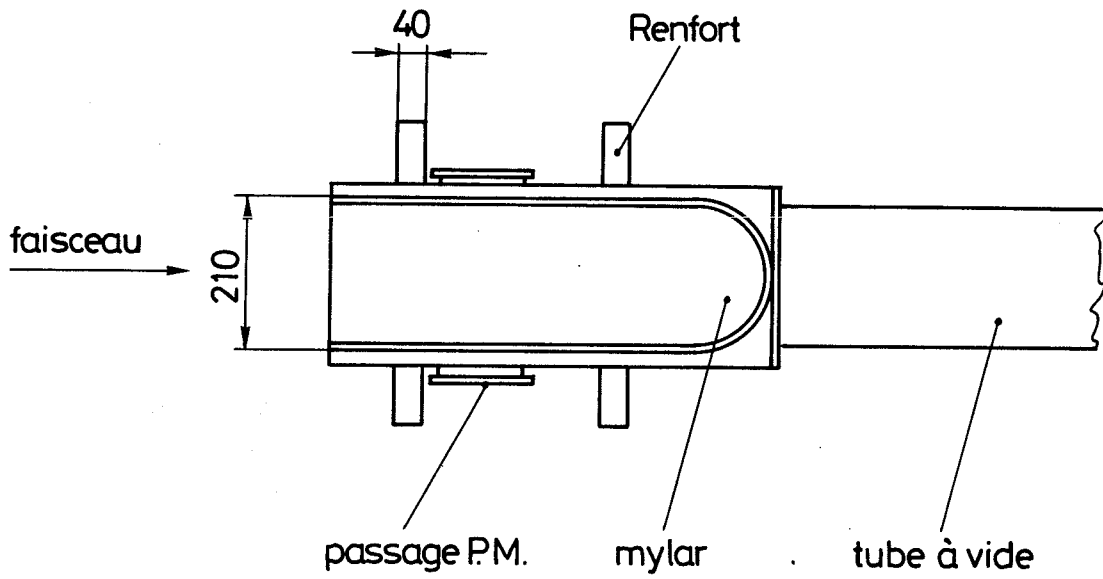


Fig. 19

## 5. L'ELECTRONIQUE ASSOCIEE AUX COMPTEURS - FONCTIONNEMENT LOGIQUE

### 5.1 Le déclencheur et l'électronique associée

L'impulsion de déclenchement général du système d'acquisition des données est fournie par la coïncidence  $A \cdot A' \cdot B \cdot C \cdot \text{DISC} \cdot \overline{A1} \cdot \overline{A2}$ . Les compteurs A' et B sont pourvus de circuits de mise en forme du standard NIM dont la largeur à mi-hauteur des signaux est de 8 nsec. Le compteur C utilise des circuits de mise en forme de même type dont les impulsions de sortie font 12 nsec de large. Nous avons déjà dit que le compteur A est vu par deux photomultiplicateurs dont les impulsions sont mélangées linéairement par un circuit électronique avant mise en forme. Les impulsions du compteur A entrant dans la coïncidence qui fournit le signal de déclenchement ont 13 nsec de large. Le même type d'électronique rapide est utilisé pour les signaux provenant du compteur DISC. Ce dernier utilise une quadruple coïncidence entre ses photomultiplicateurs pour identifier une particule. Le signal de déclenchement permet de générer les impulsions de commande logique pour l'électronique associée aux hodoscopes (fig. 20).

### 5.2 L'électronique associée aux hodoscopes

L'utilisation d'hodoscopes avec de nombreuses voies à faible niveau de sortie a nécessité le développement d'une électronique spécialement adaptée. La mise en forme des impulsions des hodoscopes est assurée par des circuits de mise en forme à 16 voies et à faible niveau d'entrée (10 mV). L'ensemble est constitué par des circuits intégrés MECLII (70 MHz) Motorola. On trouvera sur la figure 21 le diagramme d'une voie de mise en forme. Pour l'essentiel, c'est une bascule déclenchée par l'impulsion du photomultiplicateur et remise à zéro par la même impulsion à travers une ligne à retard qui fixe la durée de l'impulsion de sortie. Les impulsions de sortie ont 25 nsec de large à mi-hauteur. L'amplitude du signal standard sortant de ces circuits de mise en forme est de 0,8 V négatif environ, conformément aux spécifications des signaux logiques MECLII.

Chaque voie d'hodoscope entre dans un circuit porte commandé par des signaux logiques issus du déclencheur général. Un ou plusieurs circuits portes, de 16 entrées chacun, sont associés aux hodoscopes suivant leur nombre de voies (fig. 22). Si les signaux provenant des circuits de mise en forme associés aux hodoscopes arrivent dans le circuit porte en coïncidence avec un signal issu du déclencheur général, les impulsions franchissent le circuit porte et sont dirigées vers un codeur binaire associé à chaque hodoscope (un codeur à six binons pour l'hodoscope final, un à trois binons pour l'hodoscope mural). Les impulsions codées, indiquant la position des compteurs déclenchés, entrent alors dans un registre d'hodoscope si elles sont en coïncidence avec le déclenchement général (voir plus loin les événements multiples).

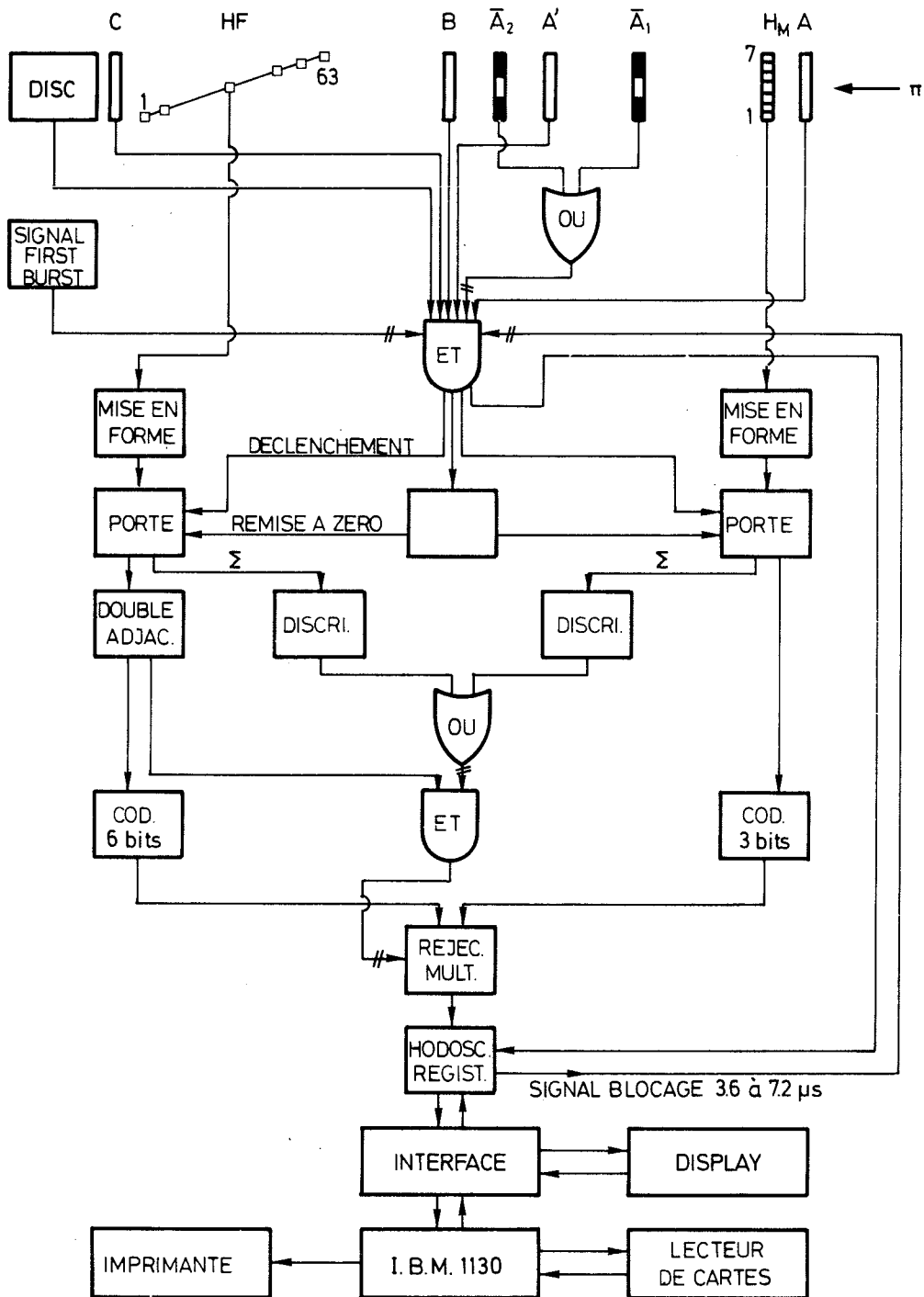
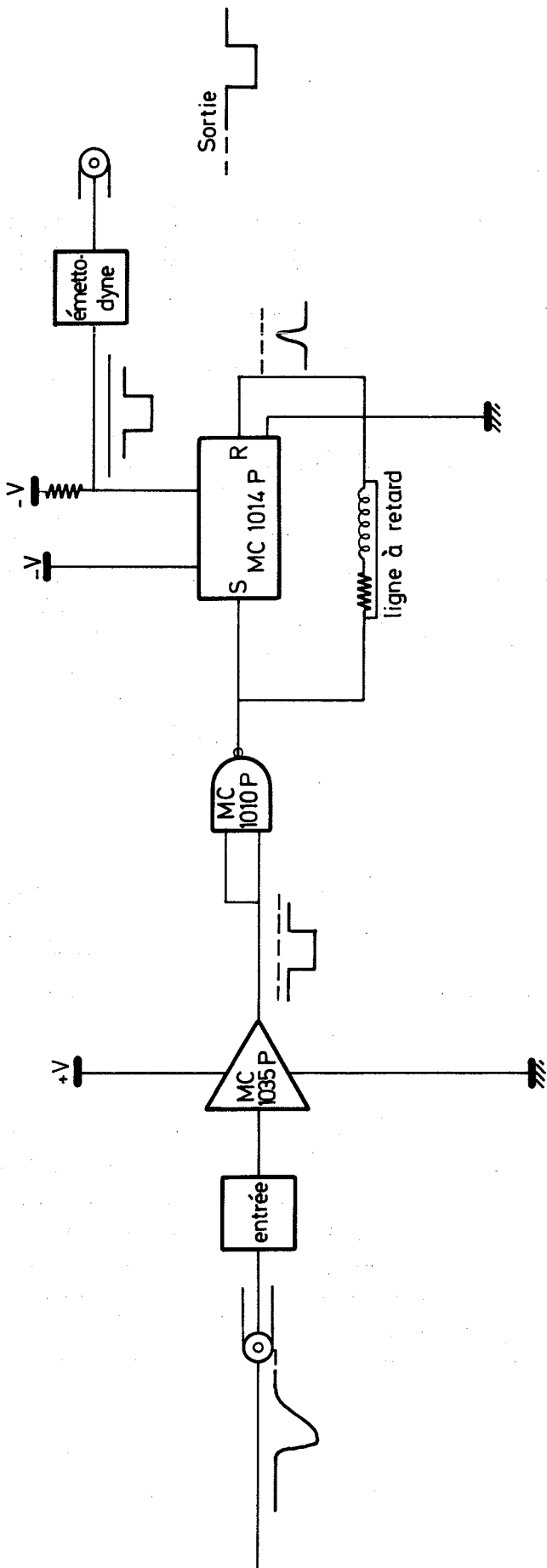


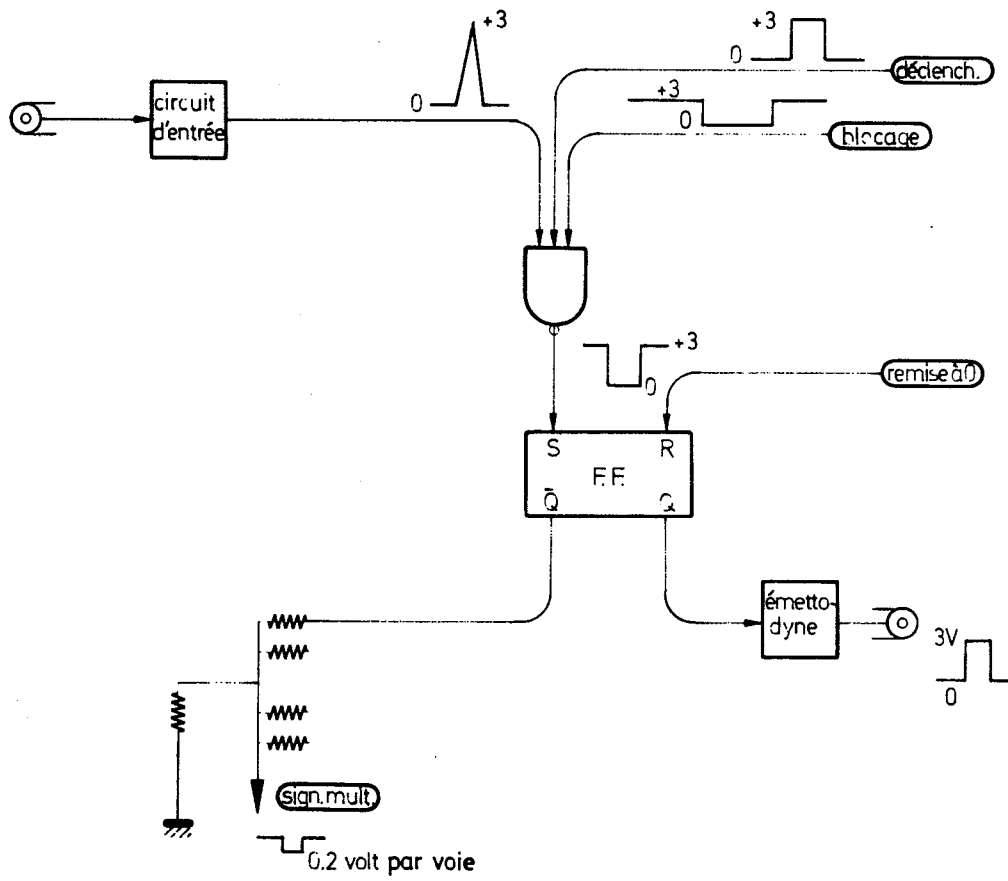
Fig. 20



MISE EN FORME PM XP 1110  
seuil 10 mV  
sortie -0.8V

Fig. 21





Porte: Détail d'une voie

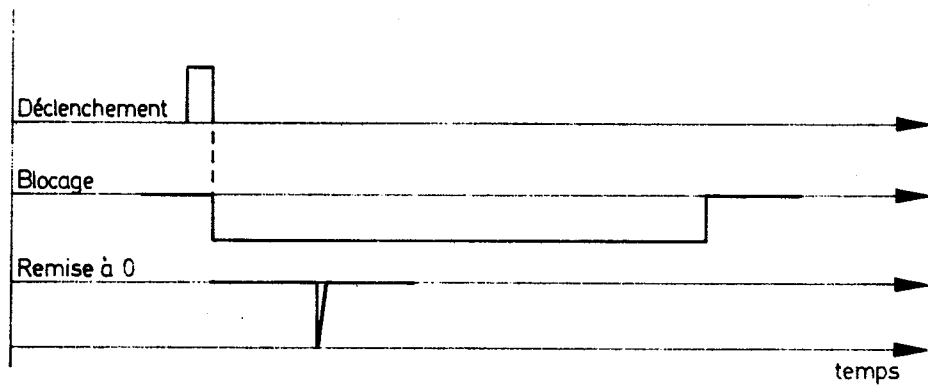


Fig. 22

Les événements qui traversent le registre d'hodoscope sont envoyés à une calculatrice, par l'intermédiaire d'une interface, sous forme d'un mot de 16 bits dont les 6 premiers contiennent les informations de l'hodoscope final, les 3 suivantes celles de l'hodoscope mural, et le seizième sert d'identification pour certains événements multiples acceptables (voir plus loin). L'entrée du registre d'hodoscope est en niveaux TTL. Les impulsions venant des codeurs ont 70 nsec de largeur à mi-hauteur et l'impulsion de déclenchement associée a 160 nsec de largeur.

### 5.3 Le signal logique

Le signal de déclenchement général ouvre les circuits portes pendant 45 nsec pour l'hodoscope final et 25 nsec pour l'hodoscope mural. Une impulsion de blocage de 1  $\mu$ sec est également générée pour les deux hodoscopes, elle suit l'impulsion d'ouverture. Pendant le blocage du circuit porte, les bascules qui ont fonctionné sont réinitialisées par un signal de restitution. Le schéma des circuits portes et le diagramme en temps est donné dans la figure 22.

### 5.4 Blocage général du système d'acquisition

L'enregistrement de chaque événement est soumis au cycle de la calculatrice qui est d'environ 3,6  $\mu$ sec pour l'IBM 1130 que nous utilisons. Pendant l'enregistrement de chaque événement, il est important de bloquer l'électronique qui précède le calculateur (le temps mort de celle-ci est pratiquement celui des circuits portes soit  $\sim 1$   $\mu$ sec) et, surtout, le comptage des différents moniteurs et des coïncidences accidentelles des différentes combinaisons de compteurs enregistrés sur les échelles. Un second blocage de l'électronique d'acquisition est nécessaire à cause de l'étalement insuffisant dans le temps du premier paquet de particules accélérées dans la machine. Il faut donc bloquer l'électronique pendant ce temps là ("first burst rejection"). Un signal de blocage venant de l'accélérateur est mis en antioincidence dans le déclencheur général pour éliminer ce premier paquet. Un signal de blocage provenant du registre d'hodoscope bloque tout le système durant un ou deux cycles de calculatrice (soit de 3,6 à 7,2  $\mu$ sec) pendant l'enregistrement d'un événement (voir fig. 20). Ces signaux de blocage sont bien sûr également envoyés aux échelles.

### 5.5 Les événements multiples dans les hodoscopes

Nous appelons ainsi les événements où plusieurs voies d'hodoscope ont été simultanément déclenchées. Dans notre système de prise de données, avec pré-codage des événements et entrée en parallèle dans la calculatrice, l'information codée de ces événements est erronée et ils sont inacceptables tels quels.

Les multiples sont en grande majorité de mauvais événements dus à des coïncidences fortuites. Seuls les "multiples adjacents" dans l'hodoscope final peuvent avoir un sens physique car vu l'inclinaison de cet hodoscope sur la direction moyenne du faisceau, deux canaux adjacents peuvent être touchés simultanément par la même particule.

On élimine les événements multiples non adjacents de la façon suivante : les circuits portes associés à chaque hodoscope délivrent un signal spécial. Chaque bascule constituant une voie de ces circuits envoie sa sortie négative sur un circuit d'addition à résistance. Le signal obtenu (0,2 V par voie ouverte) permet de savoir si une ou plusieurs voies ont été touchées simultanément (voir fig. 22). Par discrimination en amplitude on peut éliminer les événements multiples en annulant le codage qui leur correspond. Pour cela les impulsions de codage sont envoyées dans un circuit porte spécial toujours ouvert sauf lors d'événements multiples inacceptables. C'est ce qu'on fait pour l'hodoscope mural.

Si l'on procède de la même manière pour l'hodoscope final, on fait toutefois une distinction entre les différentes sortes d'événements multiples et l'on traite les événements doubles adjacents de façon spéciale. Ceux-ci sont particulièrement importants pour les canaux d'hodoscope qui sont atteints par les particules de plus haute énergie. Un circuit spécial a été conçu pour conserver ces événements qui sont corrects. Le canal pris en considération est celui d'adresse la plus élevée correspondant à la baguette de scintillateur touchée, la première d'après la disposition de l'hodoscope (voir fig. 16).

#### 5.6 Les événements doubles adjacents

Les signaux de sortie des circuits portes associés à l'hodoscope final sont envoyés dans un circuit, dont le schéma est donné à la figure 23, où ils sont mis en coïncidence deux à deux dans l'ordre 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, etc. S'il y a coïncidence entre deux canaux voisins, ce circuit délivre un signal sur la sortie d'adresse la plus élevée pour ces canaux. Si aucune coïncidence n'existe entre deux canaux adjacents, les impulsions conservent leurs adresses respectives. C'est seulement après le passage dans ce circuit que l'on code l'adresse des impulsions. Les impulsions de codage passent à travers le circuit porte spécial qui se bloque lors de la présence d'un événement multiple non adjacent. Un signal, provenant du circuit qui analyse la présence des doubles adjacents, annule la fermeture de la porte spéciale déclenchée par la présence d'un signal du type "événement multiple" venant du circuit porte associé à l'hodoscope final. Les événements doubles adjacents sont donc enregistrés comme un événement simple

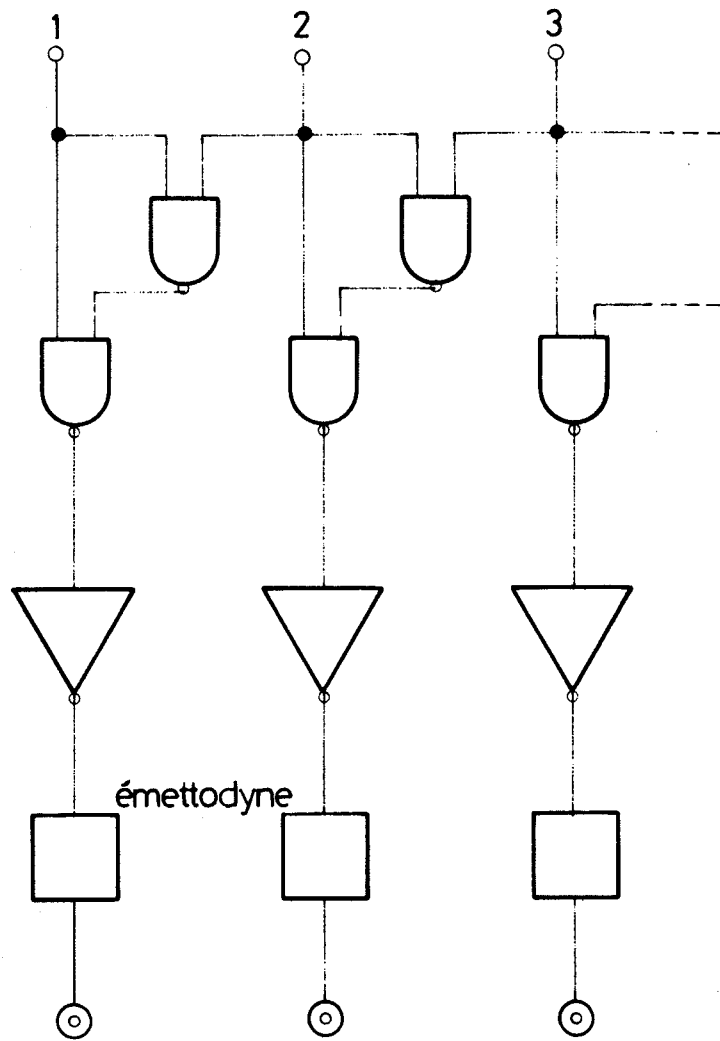


Fig. 23

classé suivant le processus décrit plus haut. Cependant un tel événement est signalé à l'attention du programme de classement par la présence du binon 16 dans le codage. Le programme de classement peut donc faire un tri des événements provenant des doubles adjacents.

On trouvera sur la figure 20 le fonctionnement logique de l'électronique. Toutes les impulsions sont bien entendu retardées convenablement pour satisfaire aux nécessités de la logique décrite ci-dessus. L'originalité du dispositif d'acquisition des données réside dans l'entrée en parallèle de l'information dans le système, alors que les systèmes séquentiels sont plus couramment utilisés. Le gain en rapidité doit alors se payer par une plus grande complexité, le codage devant se faire avant l'entrée dans le registre d'hodoscope.

#### 5.7 Les informations enregistrées sur les échelles de comptage

La logique précédente permet l'enregistrement direct dans la calculatrice des événements intéressants. Parallèlement, un bloc d'échelles classiques, à lecture séquentielle, enregistre les informations intéressant les différents compteurs de définition et leurs combinaisons. En particulier, sont enregistrés sur les échelles : les moniteurs secondaires regardant la cible, le moniteur interne de la machine dans le canal 200 MeV, le nombre d'événements multiples dans les deux hodoscopes, la coïncidence  $A \cdot A'$  et les coïncidences accidentelles qui lui correspondent, la coïncidence  $A \cdot A' \cdot B \cdot C \cdot \text{DISC} \cdot \bar{A1} \cdot \bar{A2}$  (soumise aux blocages) et les coïncidences accidentelles qui lui correspondent, les anticoïncidences  $\bar{A1}$ ,  $\bar{A2}$ , et, enfin, le nombre de mots entrés dans le registre d'hodoscope enregistré dans une échelle binaire spéciale et dont nous verrons le rôle plus loin. De plus, un sélecteur à 30 adresses est réservé à la lecture des différents paramètres magnétiques des éléments du faisceau (shunts des aimants et lentilles, plaques de Hall). La date, l'heure et la durée des mesures sont également enregistrées. A la fin d'une mesure, le contenu des différentes adresses d'échelles est transmis à la calculatrice pour enregistrement.

#### 6. FONCTIONNEMENT DE L'ACQUISITION DES DONNEES DANS LA CALCULATRICE

Un certain nombre de programmes ont été écrits pour traiter et classer les données fournies par la logique que l'on vient de discuter. Chaque programme peut être sélectionné à partir d'un programme principal. Parmi l'ensemble des possibilités offertes, nous laisserons de côté les programmes utilisés pour le réglage du faisceau et nous nous occuperons uniquement de l'acquisition proprement dite des données. Le programme d'acquisition classe séparément les événements provenant des différents canaux de l'hodoscope du mur, c'est-à-dire que pour

chaque mesure nous avons  $7 \times 63$  points expérimentaux correspondant à des angles de diffusion légèrement différents soit encore sept histogrammes différents. Une correction angulaire, que nous verrons au chapitre suivant, sera donc nécessaire.

L'acquisition des données fournies par la logique se fait dans une table de 2000 mots générée par le programme dans la mémoire rapide. Chaque fois qu'une table est remplie, le programme classe les différents événements dans la mémoire lente et libère la mémoire rapide. Le comptage et l'enregistrement des données sont bien sûr bloqués pendant le classement. Le programme est alors prêt à recevoir une nouvelle table. Le processus se poursuit jusqu'à l'arrêt du comptage à la valeur présélectionnée du moniteur utilisé. Le contenu des différentes échelles est alors enregistré et en particulier celui de l'échelle binaire qui fournit directement le nombre de mots entrés dans le calculateur depuis le début de la mesure. Il est alors possible pour le calculateur de déterminer le nombre d'événements enregistrés dans la dernière table qui est en général incomplète. A la fin d'une telle mesure, plusieurs options sont possibles : impression du contenu des échelles, y compris les paramètres magnétiques, histogramme du nombre total de coups dans l'hodoscope final, histogrammes de l'hodoscope final correspondant à chaque canal de l'hodoscope mural, contenu de ces histogrammes sous forme d'une matrice, visualisation des différents histogrammes sur un écran cathodique, enregistrement sur le disque magnétique du calculateur pour un traitement ultérieur, enfin une dernière option permet de se renvoyer au programme principal pour changer de programme d'exploitation.

Toutes ces options se choisissent à l'aide des "clefs" disponibles sur le tableau de commande du calculateur selon les besoins de la prise des données. Les programmes sont écrits de façon que chaque option choisie ne se produise qu'une fois au cours d'un processus d'enregistrement. Il est toujours possible, en retournant au programme principal, de rappeler un point déjà mesuré par un programme de recherche de mesure sur le disque, chaque mesure étant affectée d'une étiquette de classement.

CHAPITRE V

TRAITEMENT DES DONNEES, DISCUSSION DES RESULTATS

Dans ce chapitre, nous allons examiner le traitement appliqué aux données fournies par l'expérience en vue de déterminer la partie réelle de l'amplitude nucléaire à l'aide des relations établies au chapitre III. Toutefois, avant de procéder à une minimisation mathématique pour les paramètres de la loi théorique utilisée, il faut tenir compte d'un certain nombre de corrections liées au dispositif expérimental.

Dans une première partie, nous examinons les différentes corrections appliquées aux données brutes. Dans une seconde partie nous donnons une brève description du traitement logique de l'exploitation des données avant de présenter les résultats dans une troisième partie.

1. LES CORRECTIONS APPLIQUEES  
AUX DONNEES BRUTES DE L'EXPERIENCE

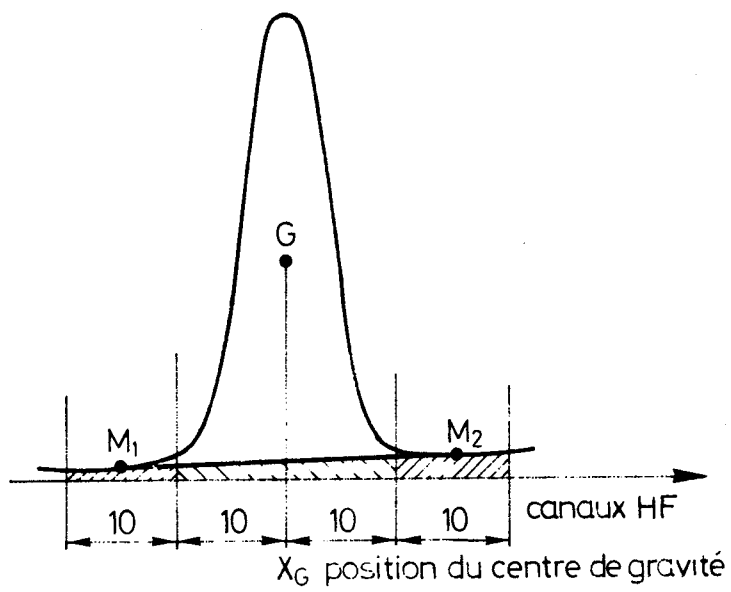
Les données brutes ont subi trois corrections : soustraction du bruit de fond, correction de décalage angulaire et correction d'acceptance angulaire finie. Ce sont des déviations systématiques dont il faut corriger les données avant de passer à l'analyse théorique.

1.1 Détermination du bruit de fond et de son erreur

1.1.1 Détermination du bruit de fond

On a vu avec quel succès les améliorations du dispositif expérimental ont réduit le bruit de fond à faible angle. Il existe cependant un bruit de fond résiduel dont il faut tenir compte dans l'analyse de nos données (fig. 14). On le détermine de la façon suivante : après avoir déterminé le centre de gravité du pic élastique, le pic est intégré sur un domaine égal à 20 canaux d'hodoscope pris de part et d'autre du centre de gravité. Les zones extérieures à ce domaine servent à déterminer le bruit de fond moyen sous le pic : un bruit de fond moyen portant sur 10 canaux d'hodoscope est calculé de part et d'autre du pic intégré (fig. 24). La contribution du bruit de fond au pic élastique est obtenue en intégrant sous ce pic un bruit de fond supposé linéaire et passant par les deux points moyens de part et d'autre du pic élastique.

On trouvera, sur la figure 24, le schéma illustrant le dépouillement du bruit de fond que l'on vient d'exposer et sur la figure 25 l'aspect d'un pic élastique fourni par les données brutes.



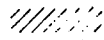
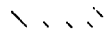
$M_1$  et  $M_2$ : Valeurs du bruit de fond intégré   
Bruit de fond intégré sous le pic élastique 

Fig. 24



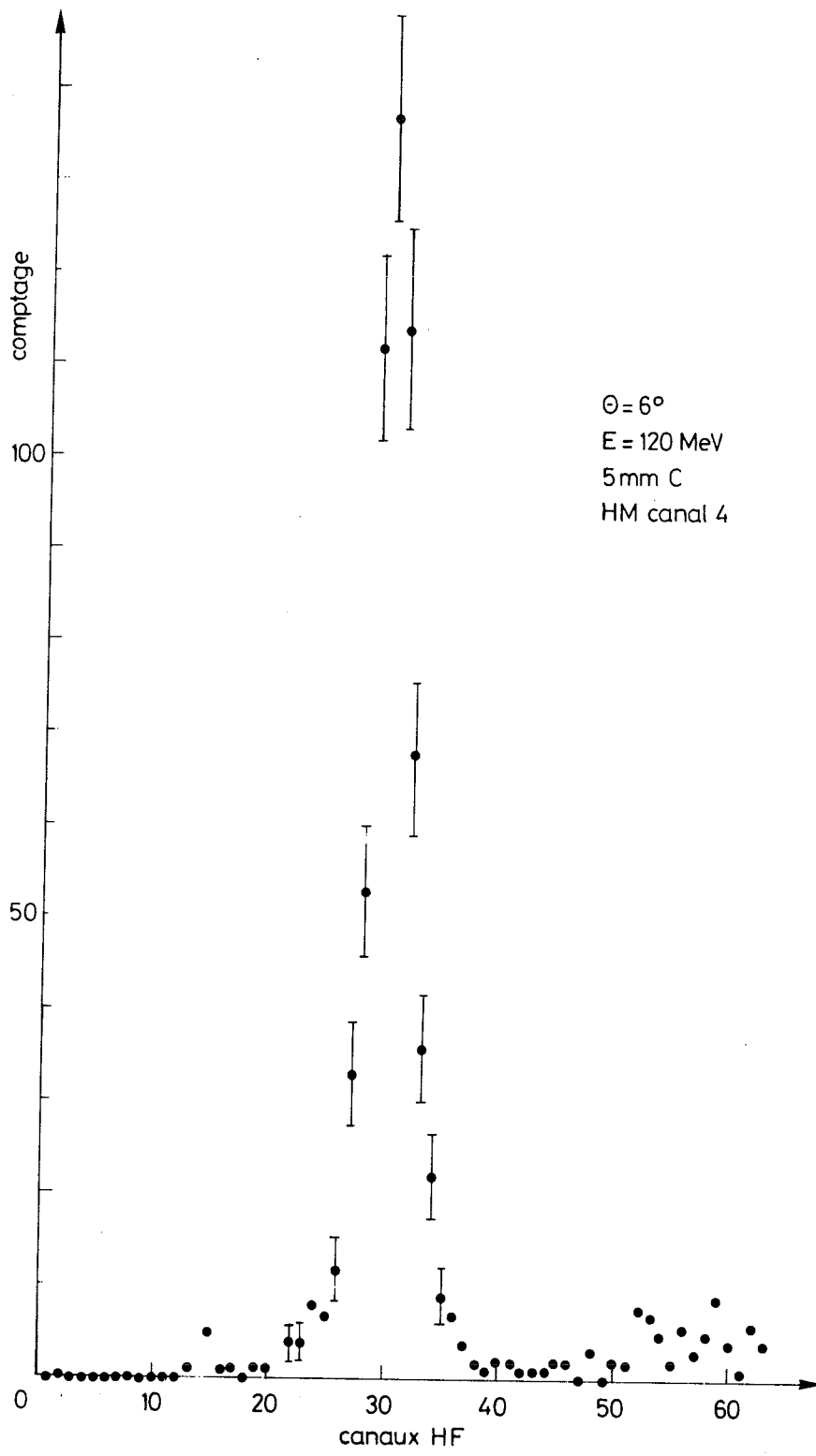


Fig. 25

### 1.1.2 Erreur

Pour déterminer l'erreur sur les données, après soustraction du bruit de fond, il faut tenir compte de l'erreur sur ce dernier. Comme dans l'ancienne expérience, nous avons admis que l'erreur sur le bruit de fond n'excède pas le tiers de sa valeur. Par la suite, cette erreur sera considérée comme une erreur statistique et nous noterons  $DBF = \text{erreur sur BF} = BF/3$ .

### 1.2 Correction des décalages angulaires

A chaque canal de l'hodoscope du mur correspond sur l'hodoscope final une raie de diffusion élastique. Ces différentes raies correspondent chacune à un angle de diffusion légèrement différent pour une position mécanique donnée du spectromètre. Une mesure du faisceau direct autour du zéro mécanique du spectromètre, avec une cible de 0,5 cm de carbone, a permis de déterminer les décalages angulaires par rapport au zéro mécanique en calculant la position des centres de gravité des distributions angulaires ainsi obtenues (voir fig. 15 par exemple). Le calcul des positions des centres de gravité a été incorporé dans un programme qui détermine également, pour chaque canal du mur, l'angle quadratique moyen d'acceptance angulaire  $\langle \theta_1^2 \rangle^{1/2}$  du double spectromètre.

Le tableau suivant résume, à titre d'exemple, les différents décalages angulaires et les angles quadratiques moyens pour chaque canal de l'hodoscope du mur à 260 MeV.

Canaux	Décalages angulaires (degrés)	Taux de comptage par canal (%)	$\langle \theta_1^2 \rangle^{1/2}$ (degrés)
1	-0,085	0,74	1,276
2	0,082	3,22	1,146
3	0,008	20,9	1,033
4	-0,423	35,6	1,115
5	-0,676	27,0	0,997
6	-0,663	10,4	0,889
7	-0,134	2,03	1,177

### 1.3 Correction d'acceptance angulaire finie - Erreur

Les mesures de diffusion autour d'une direction moyenne se font avec une acceptance angulaire finie. Les mesures ainsi obtenues sont donc des moyennes pondérées sur un domaine angulaire fini. Ce défaut inévitable des expériences de diffusion a tendance à niveler la structure des courbes de section efficace. Une correction d'acceptance angulaire finie doit donc être appliquée aux sections

efficaces déterminées expérimentalement pour obtenir la valeur correcte de la section efficace. Cette correction a été faite de façon tout à fait analogue à celle utilisée dans notre ancienne expérience<sup>1,2</sup>). En ce qui nous concerne, nous avons simplement essayé d'estimer la contribution des termes supérieurs au second ordre. Nous ne rappelons ici que le résultat du calcul. On trouvera les détails dans la référence 2, dont nous avons repris les notations. Tous calculs faits, on obtient :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{vraie}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{exp}} - \pi \left( \frac{1}{r_0 \theta} \left(\frac{d^2\sigma}{d\theta d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{exp}} + \left(\frac{d^3\sigma}{d\Omega d\theta^2}\right)_{\theta}^{\text{exp}} \right) \frac{\langle \theta_i^2 \rangle}{2} + \dots$$

Les dérivées sont évaluées à partir du lissage théorique des points expérimentaux.

La section efficace, avec correction d'acceptance angulaire finie, s'écrit alors, au second ordre :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{vraie}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{exp}} - \frac{\langle \theta_i^2 \rangle}{2} \left( \frac{1}{r_0 \theta} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta+\varepsilon} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta-\varepsilon}}{2\varepsilon} - \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta+\varepsilon} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta-\varepsilon} - 2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}}{\varepsilon^2} \right)$$

C'est cette expression qui a été utilisée pour calculer le terme principal de la correction dans notre analyse. Nous avons fait une estimation des termes correctifs supplémentaires en supposant que ces termes apportaient une correction supplémentaire dans la même proportion que celle apportée à la valeur de  $(d\sigma/d\Omega)_{\theta}$  par la correction principale. En appelant  $\Delta$  le terme principal de la correction, dont on vient de donner l'expression, nous obtenons ainsi la relation suivante :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{vraie}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{exp}} + \left( \Delta + \frac{\Delta}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{th}}} \cdot \Delta \right)$$

d'où l'expression complète de la correction d'acceptance angulaire finie, désignée dans la suite par COR :

$$\text{COR} = \Delta + \frac{\Delta^2}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta}^{\text{th}}}$$

Cette correction est d'autant plus importante que l'on se trouve à plus faible angle, comme on peut s'en rendre compte sur le tableau 2 des sections efficaces où elle figure dans la troisième colonne. Les données pour lesquelles cette correction dépassait 30% ont été ignorées dans l'analyse.

Erreur : Etant donné l'importance de la correction d'acceptance angulaire finie et la façon approchée dont elle a été calculée, nous devons tenir compte d'une erreur sur cette correction. Nous avons admis qu'elle vaut le tiers du terme principal, soit :

$$\text{DCOR} = \Delta/3.$$

Par la suite, cette erreur a été traitée comme une erreur statistique.

## 2. TRAITEMENT DES DONNEES PAR LE PROGRAMME D'ANALYSE

Nous utilisons, pour la discussion des résultats, les paramètres suivants :

$\alpha_0 = \text{Re } f_N(0)/\text{Im } f_N(0)$ ,  $R_S$  et  $K$  définis au chapitre III;

$X_4$  = facteur de normalisation des données de notre expérience avec celles de l'expérience précédente<sup>1)</sup>;

$X_5$  = facteur d'échelle pour les anciennes mesures qui tient compte des erreurs absolues de calibration sur ces anciennes mesures.

### 2.1 Préparation des données - Analyse préliminaire

Avant de minimiser le  $\chi^2$  par rapport aux paramètres  $\alpha_0$ ,  $R_S$  et  $K$  dont dépend le calcul de la section efficace théorique, un traitement préliminaire est appliqué aux données brutes. Dans une première phase on calcule le bruit de fond suivant la méthode décrite dans la première partie de ce chapitre. Dans une seconde phase, on calcule le décalage angulaire et l'angle quadratique moyen correspondant à chaque canal qui serviront pour les corrections angulaires. Dans une troisième phase, les données sont normalisées de façon approximative après applications des corrections angulaires et transformation dans le système du centre de masse.

Comme le moniteur de cette expérience est parfaitement stable mais non absolu, on se sert des données de l'expérience précédente<sup>1)</sup> pour normaliser les sections efficaces obtenues dans le présent travail. Pour cela, on se normalise sur les points au-delà de la zone d'interférence ( $\theta \geq 20^\circ$ ) de l'ancienne expérience. Cette normalisation est bien entendu faite pour chaque canal de l'hodoscope du mur. C'est seulement après ce premier dépouillement que l'on effectue la minimisation proprement dite. Les données de l'ancienne expérience utilisée pour la normalisation finale sont reproduites en appendice (appendice II), avec leur erreur de calibration.

## 2.2 Le programme de minimisation

Le programme de minimisation est tout à fait classique et emploie la méthode de la "descente la plus rapide" pour trouver le minimum de la fonction :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{\left( \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_i^{exp} - \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_i^{th} \right)^2}{\Delta\sigma_{exp}^2 + \Delta\sigma_{th}^2}$$

$\Delta\sigma_{exp}$  et  $\Delta\sigma_{th}$  étant les erreurs sur les sections efficaces. L'erreur sur la section efficace théorique  $\Delta\sigma_{th}$  provient de l'erreur sur la correction d'acceptance angulaire finie car nous avons comparé en réalité la section efficace théorique corrigée à la valeur expérimentale non corrigée de cet effet.

Le programme de minimisation réalise d'abord l'optimisation du  $\chi^2$  pour  $X_5 = 1$ , les quatre paramètres  $\alpha_0$ ,  $R_S$ ,  $K$ ,  $X_4$  étant libres. Quand il a atteint le minimum de la fonction  $\chi^2$ , il fixe  $X_4$  à la valeur correspondante  $X_{4min}$ . Cette recherche de minimum est effectuée séparément pour chaque canal. Le programme optimise alors les deux paramètres  $\alpha_0$  et  $R_S$  pour différentes valeurs de  $K$ , ce qui permet de tracer la courbe de  $\chi^2$  en fonction de  $K$  et d'obtenir les valeurs optimales correspondantes des paramètres  $\alpha_0$  et  $R_S$ .

Pour voir l'influence de l'erreur de calibration des anciennes mesures, nous reprenons le calcul en faisant varier les facteurs  $X_5$  et  $X_{4min}$  dans la proportion de l'erreur de calibration sur les anciennes données. Avec  $X_5$  et  $X_{4min}$  fixés à ces nouvelles valeurs, on reprend la minimisation sur  $K$ ,  $R_S$ ,  $\alpha_0$  et on étudie la variation du  $\chi^2$  en fonction de  $K$  comme précédemment. On obtient ainsi des courbes de  $\chi^2$  en fonction de  $K$ , décalées par rapport à celles obtenues pour  $X_5 = 1$ . La figure 26 donne l'allure générale des courbes de  $\chi^2$  obtenues pour chaque énergie. Nous nous servirons de cette figure dans la suite pour montrer comment on obtient les erreurs sur les différents paramètres. Le formalisme théorique utilisé permet d'obtenir de bons  $\chi^2$  jusqu'à des valeurs du carré du transfert d'impulsion de l'ordre de  $t = 18000$  (MeV/c)<sup>2</sup>. Pour les trois énergies étudiées, nous avons limité l'analyse des données à cette valeur pour que la coupure soit indépendante de l'énergie.

## 3. PRESENTATION DES RESULTATS

### 3.1 Les sections efficaces

Le tableau 2 donne les sections efficaces expérimentales avec leur erreur.

Dans la deuxième colonne, nous trouvons la section efficace non corrigée de l'acceptance angulaire finie. L'erreur qui lui est associée est statistique,

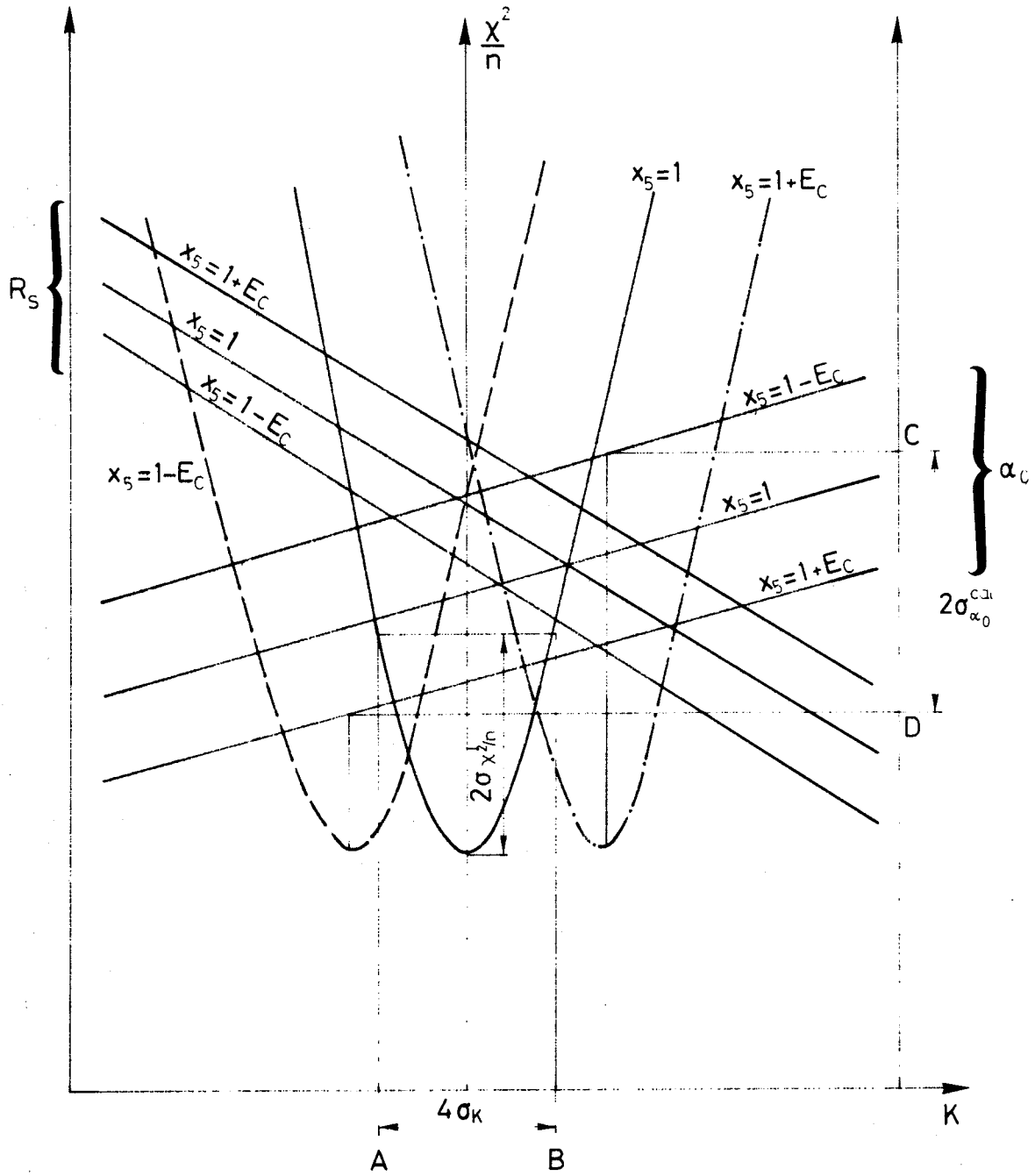


Fig. 26

Tableau 2

Section efficace différentielle élastique  $\pi^-^{12}\text{C}$   
 Energie cinétique du pion dans le laboratoire = 120 MeV  
 Impulsion dans le centre de masse = 213.92 MeV/c

1	2	3	4	5	6	7
$\theta^*$	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$	Correction d'angle fini	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\text{*FA}}$	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\text{*Coul}}$	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\text{*FA}} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\text{*Coul}}$	-t
(deg)	(mb/sr)	(mb/sr)	(mb/sr)	(mb/sr)	(mb/sr)	(MeV/c) <sup>2</sup>
6.03	1393.6 ± 30.0	289.6 ± 79.5	1104.0 ± 84.9	751.0	353.1 ± 84.9	506
6.22	1218.9 ± 38.0	225.2 ± 63.3	993.7 ± 73.8	662.1	331.6 ± 73.8	539
6.54	1016.9 ± 21.9	168.3 ± 48.3	848.6 ± 53.1	542.5	306.1 ± 53.1	595
6.73	901.0 ± 28.0	134.1 ± 39.3	766.9 ± 48.2	483.3	283.6 ± 48.2	631
7.05	882.5 ± 17.6	102.8 ± 30.6	779.7 ± 35.3	402.5	377.1 ± 35.3	691
7.24	798.4 ± 22.9	83.2 ± 25.1	715.2 ± 34.0	360.7	354.4 ± 34.0	730
7.56	742.3 ± 14.8	65.1 ± 19.9	677.2 ± 24.8	304.2	373.0 ± 24.8	795
7.75	677.2 ± 19.5	53.5 ± 16.5	623.7 ± 25.6	274.5	349.3 ± 25.6	837
8.07	656.7 ± 13.3	42.5 ± 13.3	614.2 ± 18.8	234.3	379.8 ± 18.8	906
8.27	602.6 ± 17.7	35.4 ± 11.1	567.2 ± 20.9	212.5	354.7 ± 20.9	951
8.58	592.4 ± 11.7	28.7 ± 9.1	563.7 ± 14.8	183.2	380.5 ± 14.8	1024
8.77	556.8 ± 15.6	24.1 ± 7.7	532.7 ± 17.4	167.6	365.2 ± 17.4	1071
9.09	524.5 ± 10.1	19.8 ± 6.3	504.7 ± 11.9	145.5	359.3 ± 11.9	1150
9.41	488.1 ± 13.0	14.6 ± 4.7	473.5 ± 13.9	126.5	347.0 ± 13.9	1233
9.70	466.0 ± 7.7	13.0 ± 4.2	453.0 ± 8.8	112.2	340.8 ± 8.8	1309
10.07	463.3 ± 12.4	9.1 ± 3.0	454.2 ± 12.8	96.8	357.4 ± 12.8	1410
10.69	410.7 ± 10.3	7.1 ± 2.3	403.6 ± 10.5	76.2	327.3 ± 10.5	1588
11.09	406.6 ± 13.3	4.7 ± 1.6	401.9 ± 13.3	65.7	336.2 ± 13.3	1710
13.29	327.1 ± 7.0	1.3 ± 0.4	325.8 ± 7.0	32.0	293.8 ± 7.0	2452
13.65	313.9 ± 10.1	0.9 ± 0.3	313.0 ± 10.1	28.8	284.2 ± 10.1	2585
15.85	277.5 ± 5.9	0.2 ± 0.1	277.3 ± 5.9	15.9	261.4 ± 5.9	3479
16.20	273.5 ± 8.8	0.1 ± 0.1	273.4 ± 8.8	14.6	258.8 ± 8.8	3635
20.96	199.7 ± 4.4	-0.1 ± 0.1	199.8 ± 4.4	5.2	194.6 ± 4.4	6058
21.32	205.8 ± 6.4	-0.1 ± 0.1	205.9 ± 6.4	4.9	201.0 ± 6.4	6264
26.08	133.2 ± 3.8	-0.1 ± 0.1	133.3 ± 3.8	2.2	131.0 ± 3.8	9317
26.43	132.5 ± 5.5	0.1 ± 0.1	132.4 ± 5.5	2.1	130.3 ± 5.5	9570

Erreur totale d'échelle: ±5%

Tableau 2 (suite)

Section efficace différentielle élastique  $\pi^-^{12}\text{C}$   
 Energie cinétique du pion dans le laboratoire = 180 MeV  
 Impulsion dans le centre de masse = 279.57 MeV/c

1	2	3	4	5	6	7
$\theta^*$ (deg)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ (mb/sr)	Correction d'angle fini (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ *FA (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ *FA Coul (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ *FA - $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ Coul (mb/sr)	-t (MeV/c) <sup>2</sup>
5.50	1217.7 ± 21.9	308.3 ± 80.8	909.4 ± 83.7	536.3	373.1 ± 83.7	719
6.01	933.1 ± 16.7	160.6 ± 45.4	772.5 ± 48.4	372.6	399.9 ± 48.4	859
6.52	779.3 ± 13.8	88.9 ± 26.5	690.4 ± 29.9	266.8	423.6 ± 29.9	1011
7.04	700.0 ± 12.5	50.8 ± 15.7	649.2 ± 20.1	194.9	454.3 ± 20.1	1178
7.55	607.8 ± 9.1	29.9 ± 9.5	577.9 ± 13.1	145.6	432.3 ± 13.1	1356
8.07	597.8 ± 10.9	17.8 ± 5.8	580.0 ± 12.3	110.8	469.2 ± 12.3	1546
8.58	553.9 ± 10.0	10.6 ± 3.5	543.3 ± 10.5	85.7	457.6 ± 10.5	1748
9.09	531.2 ± 11.7	6.1 ± 2.0	525.1 ± 11.9	67.1	458.0 ± 11.9	1964
9.61	513.5 ± 12.5	3.2 ± 1.1	510.3 ± 12.5	53.2	457.1 ± 12.5	2192
10.12	496.2 ± 12.0	1.4 ± 0.5	494.8 ± 12.0	42.6	452.2 ± 12.0	2433
10.63	451.8 ± 12.5	0.2 ± 0.1	451.6 ± 12.5	34.5	417.1 ± 12.5	2684
13.20	399.9 ± 10.7	-1.5 ± 0.5	401.4 ± 10.7	13.4	388.0 ± 10.7	4132
15.77	372.4 ± 10.1	-1.2 ± 0.4	373.6 ± 10.1	6.0	367.6 ± 10.1	5886
18.35	283.4 ± 7.7	-0.6 ± 0.2	284.0 ± 7.7	2.9	281.1 ± 7.7	7945
20.91	231.0 ± 6.4	-0.1 ± 0.1	231.1 ± 6.4	1.5	229.6 ± 6.4	10297
26.05	137.6 ± 4.5	0.6 ± 0.2	137.0 ± 4.5	0.5	136.5 ± 4.5	15883

Erreur totale d'échelle: ±3%



Tableau 2 (suite)

Section efficace différentielle élastique  $\pi^{-12}\text{C}$   
 Energie cinétique du pion dans le laboratoire = 260 MeV  
 Impulsion dans le centre de masse = 361.67 MeV/c

1	2	3	4	5	6	7
$\theta^*$ (deg)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ (mb/sr)	Correction d'angle fini (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{*FA}$ (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ Coul (mb/sr)	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{*FA}$ - $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*$ Coul (mb/sr)	-t (MeV/c) <sup>2</sup>
4.68	1193.5 ± 18.6	617.6 ± 130.2	575.9 ± 131.5	557.3	18.6 + 131.5	872
5.20	843.1 ± 11.5	243.4 ± 61.7	599.7 ± 62.7	363.1	18.6 - 18.6	1075
5.71	689.1 ± 8.9	101.6 ± 29.2	587.5 ± 30.5	245.6	236.7 ± 62.7	1299
6.23	609.2 ± 7.5	42.7 ± 13.2	566.5 ± 15.2	171.7	341.9 ± 30.5	1543
6.74	551.6 ± 6.7	16.0 ± 5.2	535.6 ± 8.4	123.2	394.8 ± 15.2	1808
7.26	534.1 ± 6.3	2.9 ± 1.0	531.2 ± 6.4	90.2	412.5 ± 8.4	2096
7.78	522.7 ± 6.2	-3.5 ± 1.2	526.2 ± 6.3	67.3	440.9 ± 6.4	2406
8.29	497.8 ± 5.9	-6.6 ± 2.2	504.4 ± 6.3	51.1	458.9 ± 6.3	2735
8.81	496.6 ± 5.8	-8.1 ± 2.7	504.7 ± 6.4	39.4	453.3 ± 6.3	3087
9.33	478.6 ± 6.1	-8.6 ± 2.9	487.2 ± 6.7	30.7	465.3 ± 6.4	3460
9.84	474.9 ± 7.9	-8.5 ± 2.9	483.4 ± 8.4	24.3	456.6 ± 6.7	3850
10.36	465.3 ± 7.7	-8.1 ± 2.7	473.4 ± 8.2	19.3	459.1 ± 8.4	4265
10.78	448.5 ± 11.2	-8.4 ± 2.9	456.9 ± 11.6	16.1	454.0 ± 8.2	4620
11.05	475.6 ± 14.4	-6.5 ± 2.2	482.1 ± 14.6	14.5	440.7 ± 11.6	4847
11.37	441.2 ± 14.4	-6.6 ± 2.2	447.8 ± 14.6	12.7	467.6 ± 14.6	5137
11.82	455.9 ± 11.2	-7.1 ± 2.4	463.0 ± 11.4	10.6	435.1 ± 14.6	5546
12.08	446.6 ± 13.8	-5.4 ± 1.8	452.0 ± 13.9	9.6	452.4 ± 11.4	5794
12.41	434.2 ± 13.7	-5.4 ± 1.8	439.6 ± 13.8	8.5	442.4 ± 13.9	6111
12.85	405.6 ± 10.1	-5.6 ± 1.9	411.2 ± 10.2	7.2	431.1 ± 13.8	6556
13.12	405.6 ± 12.5	-4.2 ± 1.4	409.8 ± 12.6	6.5	404.0 ± 10.2	6824
13.44	393.9 ± 12.5	-4.2 ± 1.4	398.1 ± 12.6	5.8	392.3 ± 12.6	7167
13.89	386.7 ± 9.5	-4.3 ± 1.4	391.0 ± 9.6	5.0	386.0 ± 9.6	7648
14.15	371.0 ± 11.5	-3.2 ± 1.1	374.2 ± 11.5	4.5	369.7 ± 11.5	7938
15.51	310.9 ± 10.3	-2.1 ± 0.7	313.0 ± 10.3	2.9	310.1 ± 10.3	9530
15.96	318.4 ± 7.7	-2.0 ± 0.7	320.4 ± 7.7	2.5	317.9 ± 7.7	10082
16.22	303.8 ± 9.4	-1.4 ± 0.5	305.2 ± 9.4	2.3	302.9 ± 9.4	10412
18.10	260.3 ± 7.3	-0.2 ± 0.1	260.5 ± 7.3	1.3	259.2 ± 7.3	12943
18.54	242.5 ± 5.4	0.1 ± 0.1	242.4 ± 5.4	1.1	241.2 ± 5.4	13583
18.81	242.1 ± 6.8	0.2 ± 0.1	241.9 ± 6.8	1.0	240.8 ± 6.8	13966
20.69	181.7 ± 6.7	1.0 ± 0.3	180.7 ± 6.7	0.6	180.1 ± 6.7	16865
21.13	171.7 ± 5.1	1.3 ± 0.4	170.4 ± 5.2	0.5	169.8 ± 5.2	17591
21.39	156.2 ± 5.9	1.1 ± 0.4	155.1 ± 6.0	0.5	154.6 ± 6.0	18025

Erreur totale d'échelle: ±3%

compte tenu de l'erreur sur le bruit de fond (DBF). L'erreur citée dans la deuxième colonne correspond, pour un pic élastique de  $(N-BF)$  coups, à  $\sqrt{N + BF^2/9}$

Dans la troisième colonne, on a porté la correction d'acceptance angulaire finie et l'erreur qui lui est associée (DCOR).

Dans la quatrième colonne figure la section efficace corrigée obtenue en faisant la somme algébrique des deux colonnes précédentes et l'erreur citée provient de la combinaison quadratique des erreurs des colonnes 2 et 3.

Dans la colonne 5 figure la section efficace théorique coulombienne calculée d'après les relations de la fin du chapitre III.

Enfin, on a porté dans la colonne 6 la différence entre les colonnes 4 et 5. C'est la section efficace moins la section efficace coulombienne.

On trouve, sur la figure 27, les résultats de la colonne 6 du tableau 2 tracés en fonction du transfert d'impulsion  $-t$ , donné en colonne 7.

Remarque : Un certain nombre de données du tableau 2 sont en réalité la combinaison statistique de points très voisins du point de vue angulaire. Chaque point a été considéré séparément lors de l'analyse. Ceci explique pourquoi les nombres de degrés de liberté, cités dans le tableau 3, sont supérieurs à chaque énergie au nombre de points correspondant dans le tableau 2.

### 3.2 Les paramètres théoriques et la partie réelle de l'amplitude nucléaire vers l'avant

Dans le tableau 3 sont résumés les résultats concernant les paramètres  $\alpha_0$ ,  $R_S$  et  $K$  ainsi que les erreurs correspondantes. Les trois colonnes suivantes fournissent respectivement les valeurs de  $\text{Im } f_N(0)$ ,  $\text{Re } f_N(0)$  et  $\chi^2/n$  pour le  $\chi^2$  optimum.  $n$ , qui représente le nombre de degrés de liberté, est donné dans la dernière colonne.

Sur la figure 28 sont représentées les valeurs de la partie réelle de l'amplitude nucléaire vers l'avant en fonction de l'énergie cinétique des pions incidents. La partie réelle de l'amplitude à  $0^\circ$  s'annule aux environs de 160 MeV.

Les valeurs de  $K$ , qui détermine la dépendance linéaire en  $t$  de la phase nucléaire, sont représentées sur la figure 29 en fonction de l'énergie cinétique des pions incidents. Le point à l'énergie nulle a été calculé d'après les mesures sur les atomes pioniques<sup>75,76</sup>). On trouvera le calcul en appendice (appendice III).

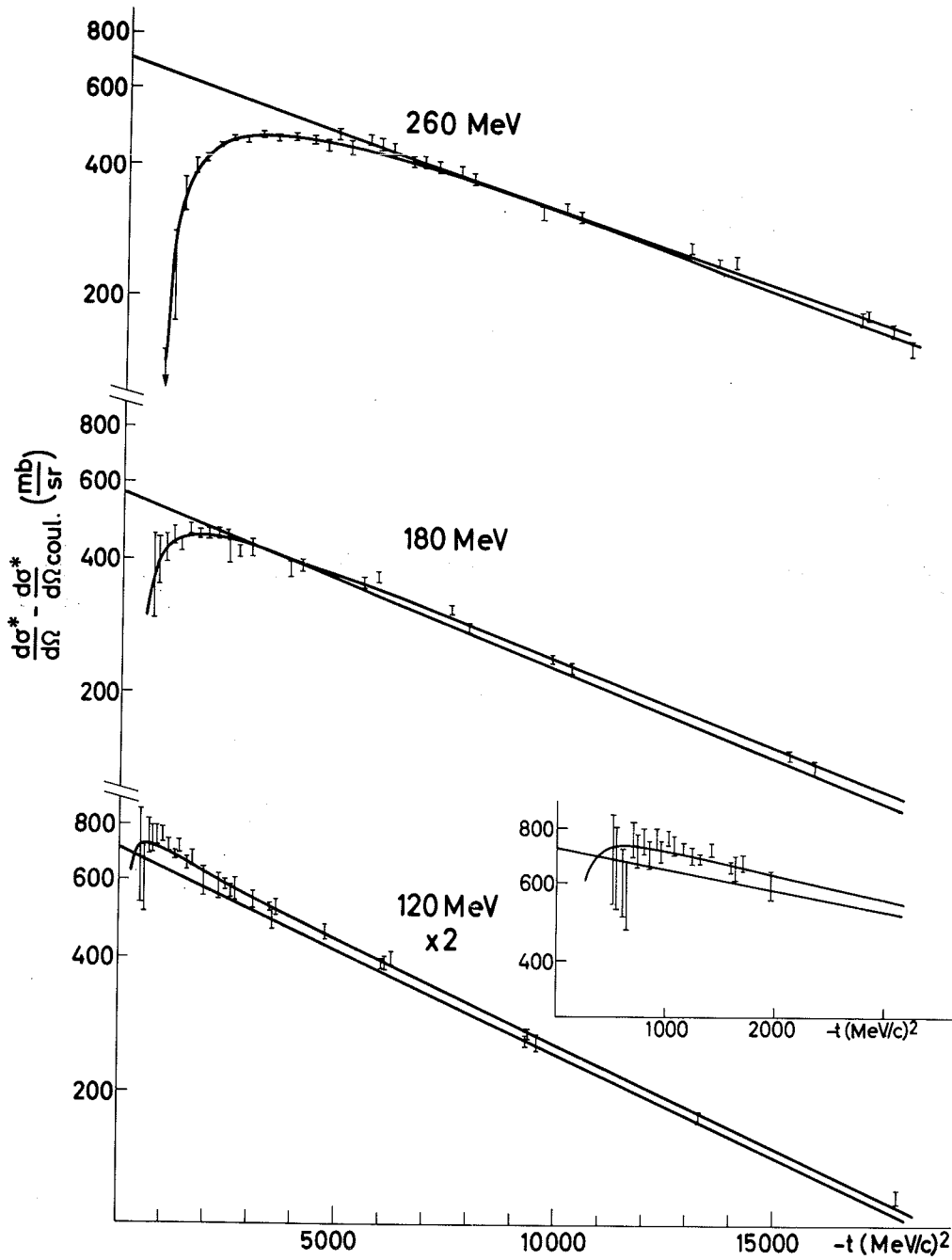


Fig. 27

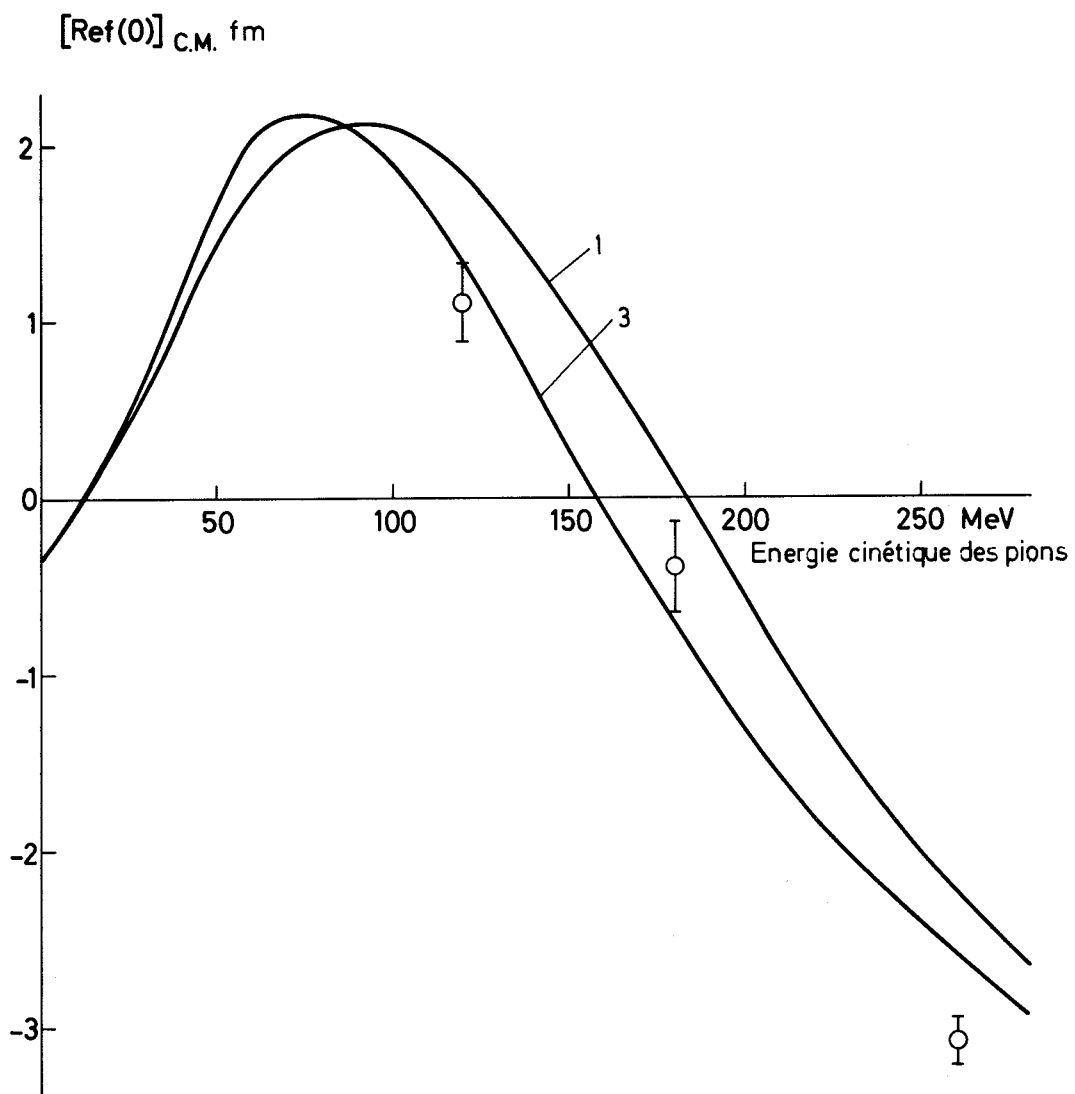


Fig. 28

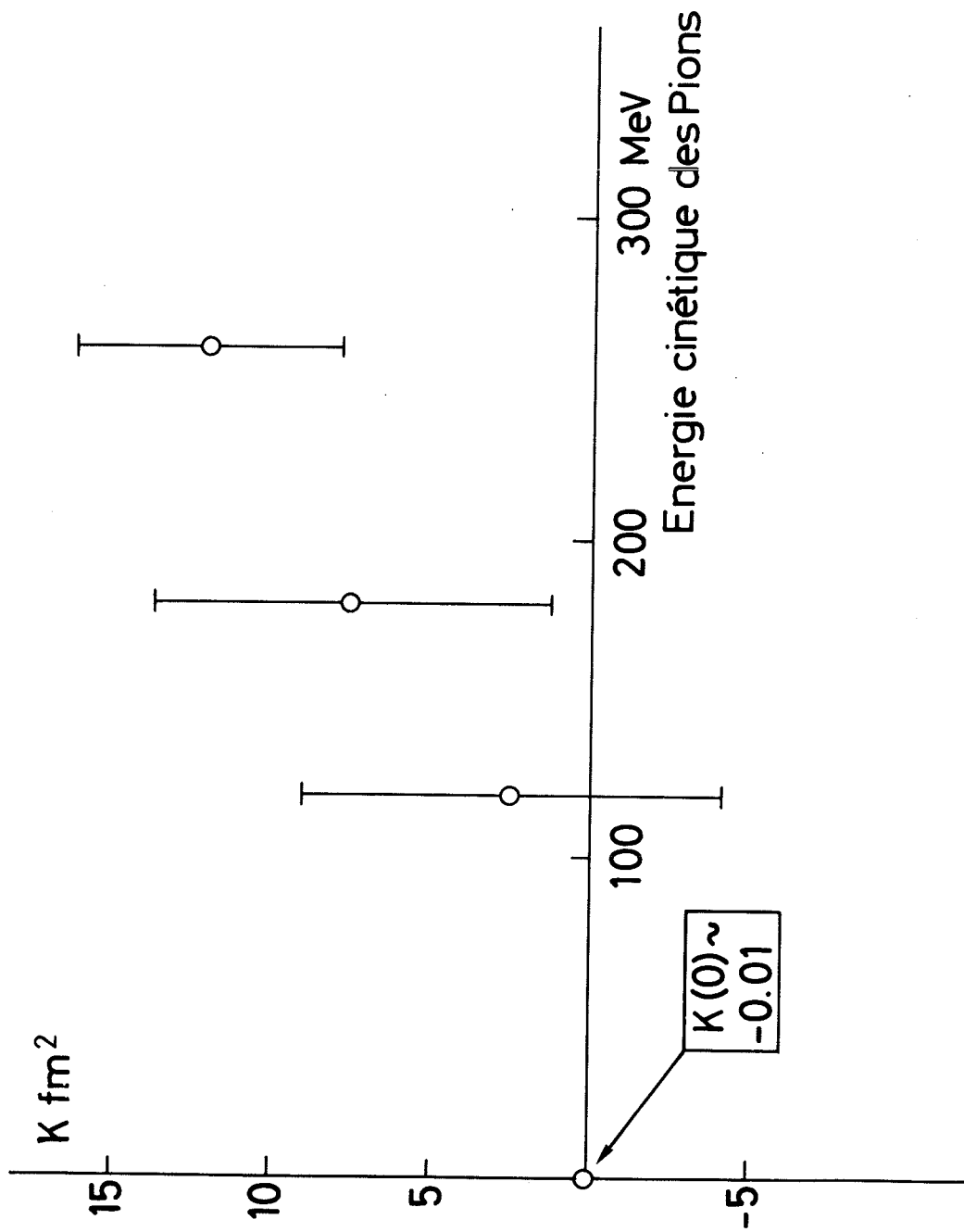


Fig. 29

Tableau 3

Energie (MeV)	120	180	260
$\alpha_0$	$0,19 \pm 0,04^a)$	$-0,05 \pm 0,03^c)$	$-0,40 \pm 0,02^b)$
$R_S$ (fm)	$3,52 \pm 0,09^b)$	$3,28 \pm 0,06^b)$	$3,10 \pm 0,05^b)$
$K$ (fm <sup>2</sup> )	$2,5 \pm 7,0^b)$	$7,5 \pm 6,0^b)$	$12,0 \pm 4,0^a)$
Im $f_N(0)$ (fm)	$5,87 \pm 0,06^d)$	$7,55 \pm 0,08^d)$	$7,82 \pm 0,09^d)$
Re $f_N(0)$ (fm)	$1,10 \pm 0,20^a)$	$-0,40 \pm 0,30^c)$	$-3,10 \pm 0,15^b)$
$\chi^2/n$	0,86	0,79	1,07
n	117	53	53

- Remarques : a) La plus grande partie de l'erreur provient de l'erreur de calibration traitée comme une erreur statistique.  
 b) L'erreur provient surtout de la statistique.  
 c) L'erreur provient pour moitié de la calibration et pour moitié de la statistique.  
 d) L'erreur provient des mesures de sections efficaces totales en appliquant le théorème optique.

Les erreurs citées ont diverses origines indiquées en remarque du tableau 3. Parmi les composantes des erreurs, il y a l'erreur sur la partie imaginaire, qui provient uniquement de l'erreur sur les sections efficaces totales, l'erreur statistique dont nous allons définir le sens et l'erreur de calibration, liée aux sections efficaces différentielles de l'ancienne expérience ayant servi à la normalisation de nos données. Nous allons revenir également sur sa signification.

### 3.3 Erreurs sur les paramètres $\alpha_0$ , $R_S$ , $K$

#### 3.3.1 Contribution d'origine statistique

La partie statistique de l'erreur sur ces paramètres a été déterminée de la façon suivante. Lorsque le nombre de degrés de liberté est suffisamment élevé (pratiquement  $\geq 30$ ) le  $\chi^2$  est distribué de façon normale avec un écart type valant  $\sqrt{2n}$ . Nous avons déterminé le domaine de variation de nos paramètres en prenant pour  $\chi^2$  extrêmes la valeur de  $\chi^2_{\min} + 2\sqrt{2n}$ . Nous avons considéré ce domaine comme correspondant à un intervalle de 4 écarts standard. Ainsi, en se reportant à la figure 26, AB représente  $4\sigma_K$ . On aurait pu ne considérer qu'un écart standard pour le  $\chi^2$  et déduire directement l'erreur pour chaque paramètre, mais ce procédé conduit alors, pour un intervalle de confiance à 95% du paramètre, à des valeurs de  $\chi^2$  hautement improbables. On a préféré donner la signification statistique maximale au  $\chi^2$  lui-même puisqu'il est le garant de la bonne concordance entre l'expérience et la théorie.

3.3.2 Contribution due à l'erreur de calibration

En introduisant l'erreur de calibration des anciennes mesures ( $X_5 \neq 1$ ) on obtient, pour les paramètres, des valeurs différentes des valeurs nominales. On refait une minimisation en utilisant les mesures de l'analyse précédente variées en pourcentage de plus ou moins l'erreur de calibration  $E_C$  des anciennes mesures. On obtient de nouvelles valeurs optimales des paramètres  $\alpha_0$ ,  $R_S$  et  $K$ . Ces nouvelles valeurs sont considérées comme les limites de variation des paramètres à plus ou moins un écart standard par rapport à la valeur nominale correspondant à  $X_5 = 1$ . L'erreur de calibration adoptée pour les paramètres est alors :

$$2 \sqrt{\chi_i^{cal}} = \left| X_{i, \min} (\lambda_5 = 1 + E_C) - X_{i, \min} (\lambda_5 = 1 - E_C) \right|$$

où  $X_{i, \min}$  représente la valeur optimale du paramètre  $X_i$  (cf. fig. 26 :  $CD = 2\sigma_{\alpha_0}^{cal}$ ). Par la suite  $\sigma_{X_i}^{cal}$  sera traité comme une erreur statistique.

Remarque : Rappelons que l'erreur de calibration des anciennes mesures se décomposait en une erreur purement statistique de 3% et une erreur d'origine non statistique due à la contamination. Cette dernière n'avait d'importance qu'à 120 MeV. L'erreur de contamination était alors une erreur maximale. A 120 MeV, dans l'optique où nous avons traité ici les erreurs de différentes origines, c'est une erreur de 4% qu'il faut considérer avec un sens statistique au lieu de 5% comme il est donné dans la référence 1.

3.4 Résultats dans l'hypothèse où  $K = 0$

Nous présentons dans le tableau 4 les résultats obtenus dans une analyse avec  $K = 0$ . C'était l'hypothèse couramment admise pour la détermination de  $\alpha_0$  dans les analyses faites jusqu'à présent.

Tableau 4

Energie (MeV)	120	180	260
$\alpha_0$	0,19 ± 0,04	-0,02 ± 0,03	-0,24 ± 0,09
$R_S$ (fm)	3,49 ± 0,03	3,18 ± 0,04	2,83 ± 0,10
$K$ (fm <sup>2</sup> )	0	0	0
Im $f_N(0)$ (fm)	5,87 ± 0,06	7,55 ± 0,08	7,82 ± 0,09
Re $f_N(0)$ (fm)	1,10 ± 0,20	-0,15 ± 0,23	-1,88 ± 0,70
$\chi^2/n$	0,87	0,91	3,9
$n$	117	53	53

Les  $\chi^2$  obtenus sont encore acceptables à 120 et 280 MeV mais, pour 260 MeV, le  $\chi^2$  est mauvais et le rayon d'interaction  $R_S$  tend à devenir nettement trop faible. Avec l'hypothèse  $K = 0$ , il serait possible d'obtenir un meilleur  $\chi^2$  à 260 MeV, donnant des valeurs de  $\chi^2$  et  $R_S$  compatibles avec nos résultats pour  $K \neq 0$ , mais il faudrait admettre pour les mesures de sections efficaces différentielles correspondantes une surestimation de 10%, ce qui nous semble exagéré. Nous n'avons donc aucune raison de satisfaire à l'hypothèse  $K = 0$  que l'on sait, de toute manière, être une simplification commode valable seulement pour les faibles transferts d'impulsion.

#### 4. DISCUSSION DE NOS RESULTATS

##### 4.1 Comparaison avec les relations de dispersion

Les prévisions des relations de dispersion pour la diffusion  $\pi^- - {}^{12}\text{C}$ , initialement calculées par Ericson et Locher<sup>12,13</sup>), ont été réévaluées récemment par Landau et Locher<sup>14</sup>). Ils utilisent cette fois, comme nous l'avons signalé au début de ce travail, nos sections efficaces totales que l'on trouve en appendice II. Cette nouvelle évaluation donne une valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire qui s'annule à plus basse énergie. Ceci est dû au déplacement, par rapport aux anciennes mesures utilisées lors de la première évaluation, du maximum de la section efficace totale vers les basses énergies.

Sur la figure 28, on trouve la courbe théorique (3) calculée récemment par Landau et Locher et nos résultats expérimentaux pour la partie réelle de l'amplitude nucléaire. Ces résultats sont résumés dans le tableau 4, ci-dessous.

Tableau 5

Energie (MeV)	Relations de dispersion (fm)	Expérimental (fm)	Exp.-théor. (fm)	$\chi^2$
120	1,37 ± 0,03	1,11 ± 0,22	-0,26 ± 0,22	1,40
180	-0,71 ± 0,08	-0,39 ± 0,26	+0,32 ± 0,27	1,40
260	-2,605 ± 0,20	-3,09 ± 0,14	-0,49 ± 0,24	4,20

Les valeurs théoriques, tirées des relations de dispersion, sont elles-mêmes entachées d'erreurs provenant des erreurs expérimentales sur les sections efficaces totales. Dans le tableau 5, nous donnons une estimation personnelle de l'erreur sur l'évacuation théorique où il a été tenu compte des erreurs estimées par Ericson et Locher et des erreurs sur les nouvelles mesures de sections efficaces totales. En particulier, on voit que l'erreur sur la valeur théorique à 260 MeV est d'environ 8%.



Compte tenu de ces estimations, un bon accord est observé entre la mesure directe de la partie réelle de l'amplitude nucléaire et les prévisions des relations de dispersion, le désaccord éventuel ne dépassant pas en moyenne 1,5 écart standard. Ceci montre le bien fondé des approximations utilisées par Ericson et Locher lors de l'application des relations de dispersion aux noyaux. En particulier, comme nous l'écrivit Locher dans une communication privée<sup>14</sup>), l'accord entre l'expérience et la théorie démontre bien que la contribution de la région non physique aux relations de dispersion pour l'amplitude symétrique est vraiment faible. Une des conséquences de ce travail est de permettre maintenant l'utilisation des relations de dispersion comme une contrainte physique sûre dans ce domaine de physique.

#### 4.2 Conséquences d'une phase variable de l'amplitude nucléaire

Les valeurs obtenues pour les paramètres de l'analyse conduisent à certaines remarques.

$R_S$  a été considéré comme un paramètre libre et sa variation n'a pas de sens physique bien précis. Son influence sur l'analyse est d'ailleurs assez réduite.

Le paramètre  $K$ , que nous avons introduit dans la phase de l'amplitude nucléaire, revêt par contre une importance particulière. En effet, les  $\chi^2/n$  obtenus dans notre analyse sont excellents et très voisins de 1 pour toutes les énergies analysées. Si, pour 120 et 180 MeV, les valeurs de  $K$  obtenues sont compatibles avec zéro ou presque, pour 260 MeV le  $\chi^2$  optimum n'a pu être obtenu qu'avec une valeur de  $K$  non nulle (voir fig. 29). Un essai d'optimisation à cette énergie avec  $K = 0$  a conduit à une valeur de  $\chi^2/n = 3,9$  hautement improbable puisque correspondant à 15 écarts standard. La valeur  $K = 0$  est donc exclue à 260 MeV. Il faut aussi remarquer qu'au voisinage de l'énergie nulle, la valeur de  $K$ , tirée des données sur les atomes pioniques, bien que très faible et peu précise, est négative et exclut la valeur  $K = 0$ .

Il serait intéressant d'avoir une idée du comportement théorique du paramètre  $K$  mais, actuellement, aucune théorie ne fournit une valeur possible de ce paramètre ni même des limites de sa variation.

Les travaux antérieurs n'ont pas tenu compte de cette possibilité pour déterminer  $\alpha_0$  et n'ont pas pu analyser leurs données dans un domaine en  $t \cdot R^2$  ( $R$  rayon effectif d'interaction de la cible) aussi étendu que nous. Ainsi Lindenbaum et al., dans l'analyse de l'expérience sur l'interférence coulombienne nucléaire dans l'interaction  $\pi$ -nucléon, se sont limités aux valeurs de  $t \cdot R^2 \lesssim 1,27$  alors que notre analyse s'étend jusqu'à des valeurs de  $t \cdot R^2 \lesssim 4,6$ . Or, plus on prend un domaine d'analyse restreint en transfert d'impulsions, plus les résultats sont indépendants

de  $K$  et il est remarquable de noter que notre analyse peut s'étendre avec de bons  $\chi^2$  sur un domaine en transfert d'impulsions 3 à 4 fois plus grand que les analyses où on suppose  $K = 0$ . En outre,  $K$  n'ayant *a priori* aucune limite, le prendre nul comme hypothèse d'analyse c'est, selon nous, commettre une erreur systématique sur la valeur de  $\alpha_0$  et surestimer la précision obtenue. Cependant, la détermination d'une valeur de  $K$  est un travail difficile qui dépend, pour une série de données expérimentales, des hypothèses introduites pour la variation des sections efficaces en fonction du transfert d'impulsion et il est probable que l'introduction d'un terme quadratique dans l'exposant de la loi de variation des sections efficaces donnent une valeur de  $K$  différente de celle que nous avons calculée.

#### 4.3 Energie d'annulation de la partie réelle de l'amplitude nucléaire

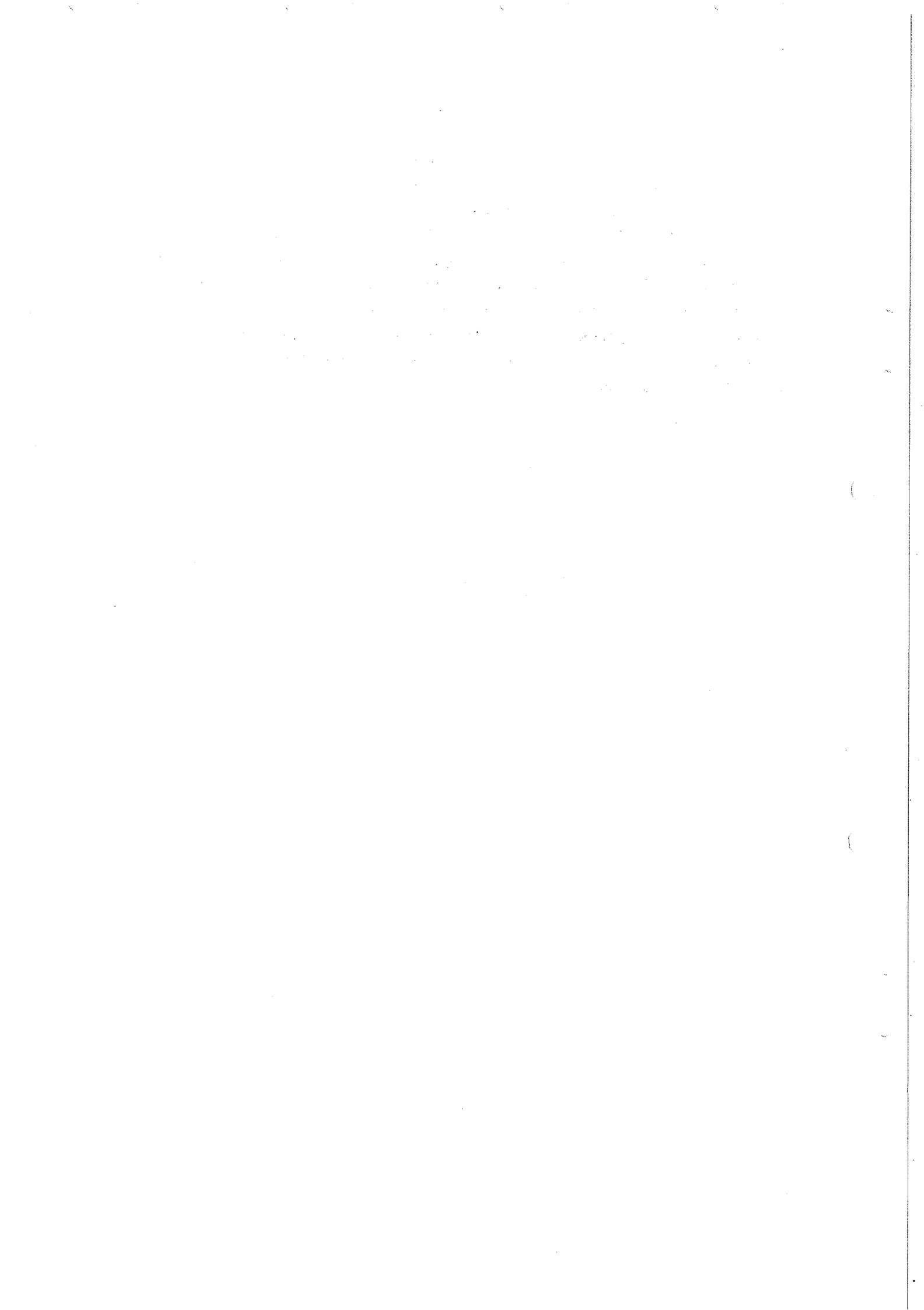
La détermination expérimentale de la partie réelle de l'amplitude nucléaire montre que cette dernière s'annule à 160 MeV environ et devient fortement négative à 260 MeV. Ce résultat de notre travail, en accord avec les relations de dispersion, permet de préciser certains points des analyses de notre ancienne expérience par divers modèles.

Tout d'abord, l'analyse des données de notre ancienne expérience<sup>1)</sup> à l'aide d'un modèle simple en potentiel optique, réalisée dans notre groupe<sup>2)</sup>, se trouve en désaccord total avec les relations de dispersion au-delà de 150 MeV bien qu'elle reproduise correctement les sections efficaces différentielles expérimentales. L'analyse a pourtant été limitée à des transferts d'impulsion  $-t \leq 50000$  (MeV/c)<sup>2</sup> pour garder au modèle toute sa validité. Les paramètres du potentiel optique ainsi obtenus n'ont pas de signification physique, car les contraintes imposées pour l'accord expérience-théorie sont trop fortes pour le degré d'évolution de la théorie utilisée. Ils ne constituent donc qu'une paramétrisation mathématique des résultats expérimentaux.

Cependant, d'autres analyses en potentiel optique<sup>5)</sup> avec des modèles plus élaborés, où les auteurs se sont imposés des conditions moins rigoureuses pour l'accord avec l'expérience, ont conduit à des résultats plus vraisemblables pour les paramètres tout en gardant avec les données expérimentales un accord acceptable.

Toutefois, Ericson et Hüfner<sup>77)</sup> ont montré que même un modèle simple peut rendre compte de la diffusion  $\pi$ -noyau au voisinage de la résonance et que les résultats semblent peu sensibles aux détails de l'interaction comme, par exemple, la création d'un  $N^*$  dans le noyau. D'ailleurs, les données de la diffusion  $\pi^-$ - $^{12}\text{C}$  au-delà de  $10^\circ$  ont été également traitées avec un certain succès par des modèles à la Glauber dont la validité est douteuse à si basse énergie. Ce genre

de modèle donne des "fits" relativement corrects pour les sections efficaces différentielles et reproduit, tout au moins en ordre de grandeur, le décalage vers les basses énergies du maximum des sections efficaces totales, décalage dont l'origine semble assez triviale d'après Ericson et al.<sup>77)</sup> et Locher et al.<sup>78)</sup>. Cependant l'annulation de la partie réelle de l'amplitude nucléaire vers l'avant se produit, d'après les modèles à la Glauber, à l'énergie de la résonance  $\pi$ -nucléon et ceci en désaccord avec les résultats expérimentaux. L'accord des modèles à la Glauber avec les données expérimentales n'a donc pas une grande signification puisqu'ils ne rendent pas compte des caractères essentiels de la réalité physique dans la gamme d'énergie de nos mesures.



## CONCLUSION

Ce travail sur l'interférence nucléaire et coulombienne complète les résultats de notre ancienne expérience et fournit un critère supplémentaire pour l'analyse des données : la partie réelle de l'amplitude de diffusion vers l'avant doit varier selon les prévisions des relations de dispersion. Ce critère, maintenant bien confirmé expérimentalement, est susceptible d'établir une sélection parmi les divers modèles utilisés jusqu'à présent par les théoriciens.

L'analyse de nos résultats a permis de déterminer avec une bonne précision la valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire vers l'avant pour la diffusion  $\pi^-$ - $^{12}\text{C}$  et d'apporter une vérification expérimentale aux prévisions des relations de dispersion appliquées aux noyaux par Ericson et Locher. Elle montre notamment le caractère approximatif de l'accord entre les données expérimentales et le modèle de Glauber et le peu de sensibilité de la diffusion  $\pi$ -noyau, à l'énergie de la résonance, aux détails de l'interaction introduits dans les différents modèles, insensibilité due à la forte interaction  $\pi$ -nucléon pour cette énergie.

Pour mener à bien cette expérience, nous avons dû modifier sensiblement l'ancien dispositif expérimental afin d'éliminer l'important bruit de fond qui régnait dans les mesures au-dessous de  $10^\circ$ . Une disposition mécanique et géométrique plus étudiée au voisinage de la cible et l'emploi d'hodoscopes et de compteurs en anticoincidence ont permis d'améliorer la résolution angulaire et la résolution en quantité de mouvement. L'emploi de deux hodoscopes a nécessité, vu le nombre élevé de combinaisons possibles, l'utilisation d'un ordinateur en ligne. L'originalité de notre dispositif d'acquisition des données repose sur l'entrée en parallèle des informations dans le calculateur après codage externe, au lieu du système séquentiel habituellement utilisé. L'emploi, en bout de spectromètre, d'un compteur Čerenkov DISC a permis d'améliorer encore le rapport signal/bruit et de travailler dans de très bonnes conditions de propreté expérimentale.

Grâce à ces améliorations, nous avons pu mesurer les sections efficaces différentielles de la diffusion  $\pi^-$ - $^{12}\text{C}$  dans une zone angulaire comprise entre  $5^\circ$  et  $10^\circ$  où l'interférence entre les amplitudes nucléaire et coulombienne est importante.

Pour interpréter nos données, nous avons utilisé l'expression complète de la phase relative entre les amplitudes nucléaire et coulombienne fournie par West et Yennie. De plus, nous avons introduit dans notre analyse une variation linéaire en  $t$  pour la phase de l'amplitude nucléaire, contrairement aux analyses faites jusqu'à maintenant qui ont toujours supposé cette phase constante dans la zone d'interférence.

Toutefois West et Yennie ont négligé dans leur calcul certains graphes qui pourraient fournir une contribution du même ordre de grandeur que les termes supplémentaires que nous avons introduits. L'évaluation théorique de cette contribution reste actuellement un problème difficile. En introduisant des termes supplémentaires dans notre analyse, nous avons essayé d'améliorer le formalisme traditionnel qui se réduit pratiquement à la phase relative de Bethe où ont été introduits des paramètres effectifs convenables. L'amélioration de l'accord avec les données expérimentales constitue une justification partielle de l'introduction de ces termes supplémentaires.

La variation de la phase nucléaire, qui introduit dans notre analyse un paramètre libre supplémentaire, s'est avérée nécessaire pour obtenir un bon accord avec les données expérimentales à 260 MeV et a permis de rendre compte de nos données jusqu'à des  $t \cdot R^2$  de l'ordre de 4,6. Actuellement aucune théorie ne fournit une évaluation de ce paramètre ni même des limites.

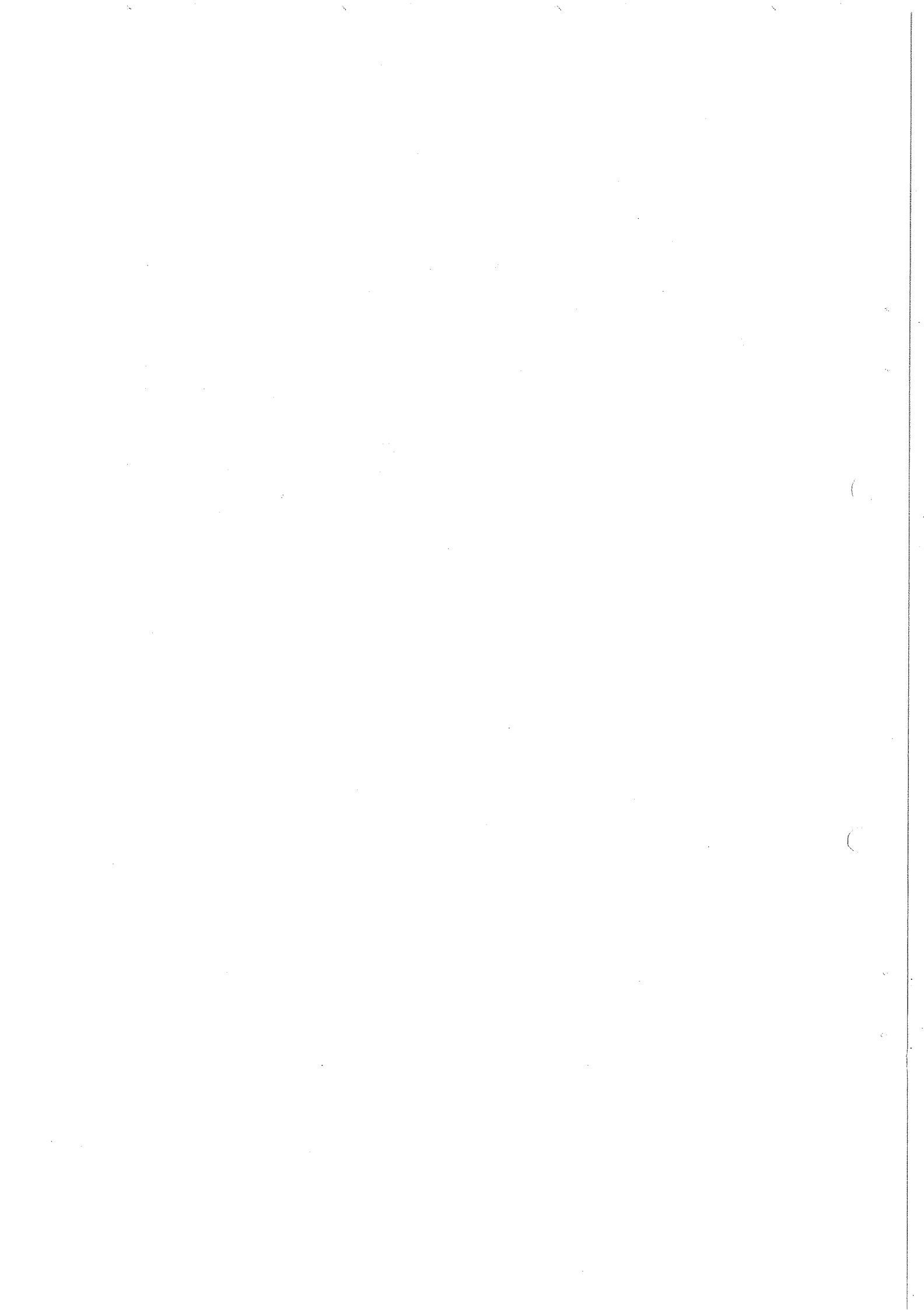
Depuis leur vérification, les relations de dispersion appliquées aux noyaux sont, pour les analyses, une contrainte physique bien supérieure aux contraintes mathématiques d'accord statistique habituellement utilisées qui, appliquées avec trop de rigueur à une théorie approchée, peuvent conduire à des valeurs de paramètre sans signification physique. C'est la raison pour laquelle notre analyse en potentiel optique, avec un modèle simplifié, a conduit à des valeurs aberrantes des paramètres physiques.

La mesure des sections efficaces totales et la détermination de la partie réelle d'après les mesures de sections efficaces différentielles forment si bien un tout que l'accord entre la détermination expérimentale de la partie réelle et sa valeur théorique d'après les relations de dispersion n'est satisfaisant que si l'on introduit dans les relations de dispersion nos valeurs de sections efficaces totales qui sont les plus récentes. Cet argument de cohérence interne est satisfaisant pour l'esprit.

Il convient de faire quelques remarques sur la possibilité d'une vérification expérimentale plus précise des relations de dispersion. En effet, la section efficace totale est un concept théorique dont la valeur expérimentale est obtenue par extrapolation de mesures qui sont perturbées par l'interaction électromagnétique. Par ailleurs, il est difficile d'accéder à l'amplitude de diffusion nucléaire à partir de l'amplitude déformée que l'on mesure réellement, car la détermination expérimentale de la partie réelle de l'amplitude nécessite l'utilisation d'une phase relative entre les amplitudes coulombienne et nucléaire qui dépend du transfert d'impulsion, et un effort théorique reste actuellement à faire pour améliorer la connaissance de cette dépendance. La présence de l'interaction coulombienne et la difficulté du concept de section efficace totale rendent

très difficile l'amélioration de l'accord que l'on pourrait espérer obtenir entre l'expérience et la théorie en faisant des mesures plus raffinées.

Pour que l'ensemble de nos mesures soit réellement complet, il aurait fallu des mesures de sections efficaces vers l'arrière car, bien que la valeur de la partie réelle de l'amplitude nucléaire apporte aux analyses en déphasage une contrainte supplémentaire qui peut aider à lever une partie de leurs ambiguïtés, ces analyses ont montré toute l'importance que revêt la mesure de la diffusion aux grands angles ( $\sim 180^\circ$ ). Il n'existe actuellement aucune information sur ce sujet. Nous aurions pu essayer de mesurer les sections efficaces vers l'arrière pour compléter nos données mais le problème expérimental est délicat et les sections efficaces ne sont pas très élevées. D'autre part, le carbone n'est peut-être pas le meilleur choix pour une analyse théorique étant donné sa forme non sphérique et son nombre élevé de nucléons. Il nous a paru plus judicieux de nous tourner vers un noyau plus simple au point de vue de l'analyse théorique, l'hélium 4. Les mesures sont actuellement en cours et nous espérons cette fois mesurer les sections efficaces vers l'arrière.





APPENDICE I

LES HODOSCOPES

Nous donnons ici quelques détails concernant le choix des scintillateurs pour l'hodoscope final et l'hodoscope mural, ainsi qu'une description sommaire de leur montage mécanique. Nous montrons également l'influence du compteur DISC sur la zone d'utilisation de l'hodoscope.

1. CHOIX DU SCINTILLATEUR ET DU GUIDE DE LUMIERE

Une étude systématique a été faite pour des baguettes de dimensions 3 mm × 3 mm × 150 mm en différentes sortes de scintillateur. Le dispositif d'étude est schématisé sur la figure A1. La baguette de scintillateur est enfermée dans une boîte étanche à la lumière. Une fenêtre mince en aluminium permet le passage des particules d'une source radioactive de  $^{90}\text{Sr}$  dont le rayonnement est collimaté. Le déplacement du spectre  $\beta$  en fonction de la distance de la source à l'entrée du photomultiplicateur mesuré à l'aide d'un analyseur d'amplitude, permet d'étudier la variation relative du niveau des impulsions de sortie en fonction de cette distance. Différents scintillateurs ont été essayés : NE110, NE102A, Philips.

La figure A2 montre les variations relatives d'amplitude obtenues pour différents scintillateurs avec un dispositif de collection de lumière donné (schéma à côté des courbes).

La figure A3 montre l'influence, pour un même scintillateur, de la forme du guide de lumière sur la hauteur relative des impulsions. On a choisi le guide donnant les impulsions les plus élevées. Les guides de lumière sont en plexiglas (détails figure A4).

2. LES JOINTS OPTIQUES

Le couplage guide de lumière-photomultiplicateur se fait de façon classique avec de la graisse silicone, mais, contrairement à l'usage courant, le scintillateur n'est pas collé au guide de lumière mais lui est couplé optiquement à l'aide d'un embout spécial en caoutchouc silicone. Le schéma du guide de lumière et de l'embout est donné à la figure A4. Les embouts ont été réalisés par moulage.

3. MONTAGE MECANIQUE DE L'HODOSCOPE FINAL

Sur la figure A5, on trouvera le principe de montage des canaux de l'hodoscope final. Chaque baguette de scintillateur est maintenue en place à chaque bout par un petit ressort.

Les extrémités de chaque scintillateur portent sur deux pièces métalliques en escalier rigoureusement en vis-à-vis. (La régularité est de l'ordre de 0,01 mm sur tout la longueur de la pièce.) Une position mécanique précise des canaux de l'hodoscope est importante pour la régularité de l'efficacité de l'hodoscope. Le photomultiplicateur associé à chaque canal est isolé du vide du transport de faisceau, où se trouvent les canaux, par un joint d'étanchéité sur le guide de lumière.

#### 4. BASE DES PHOTOMULTIPLICATEURS XP 1110

Nous ne décrirons pas le boîtier à encombrement réduit et la chaîne d'alimentation utilisée pour les photomultiplicateurs des hodoscopes. Bien que conçu spécialement pour eux, ce matériel est maintenant courant au CERN et on peut en trouver la description et les caractéristiques dans le document CERN No 4231 d'avril 1970 sous la référence 4226.

#### 5. ZONE UTILE DE L'HODOSCOPE ASSOCIE AU COMPTEUR DISC

Les trajectoires des particules issues des différents canaux de l'hodoscope mural arrivent sur l'hodoscope final avec des angles différents. Bien que le détecteur DISC soit utilisé avec un diaphragme suffisamment ouvert, on peut se demander si le caractère directionnel de ce compteur ne limite pas la plage d'utilisation de l'hodoscope final. L'étude de l'efficacité relative du système hodoscope-DISC a été faite en déplaçant un pic élastique le long de l'hodoscope. La figure A6 montre le résultat. Le compteur DISC ne limite l'emploi de l'hodoscope que sur les extrémités et l'efficacité du système est uniforme dans toute la zone centrale où nous nous sommes placés pour nos mesures.

#### 6. L'HODOSCOPE MURAL

L'hodoscope mural est associé à un collimateur dont seules les lèvres verticales sont réglables. La hauteur de la fente du collimateur est fixe. L'encombrement de l'ensemble collimateur-hodoscope est extrêmement réduit car il doit entrer dans le tube de sortie du faisceau qui traverse le mur de protection (fig. 12).

Le choix du scintillateur est le même que pour l'hodoscope final. Ici, le scintillateur proprement dit est court, mais les impératifs mécaniques ont imposé une forme compliquée pour les guides de lumière. On a fabriqué des baguettes de scintillateur dont le schéma est donné à la figure A7. Seule l'extrémité est scintillante. Le reste de la baguette est en PVT qui est le support de base du scintillateur NE102A. La partie non scintillante constitue une partie du guide de lumière. La jonction entre la partie scintillante et non scintillante est faite par soudure à chaud. Le reste du guide de lumière est de même conception que pour l'hodoscope final.

On trouvera également sur la figure A7 une vue générale du montage mécanique de l'hodoscope mural avec son collimateur.

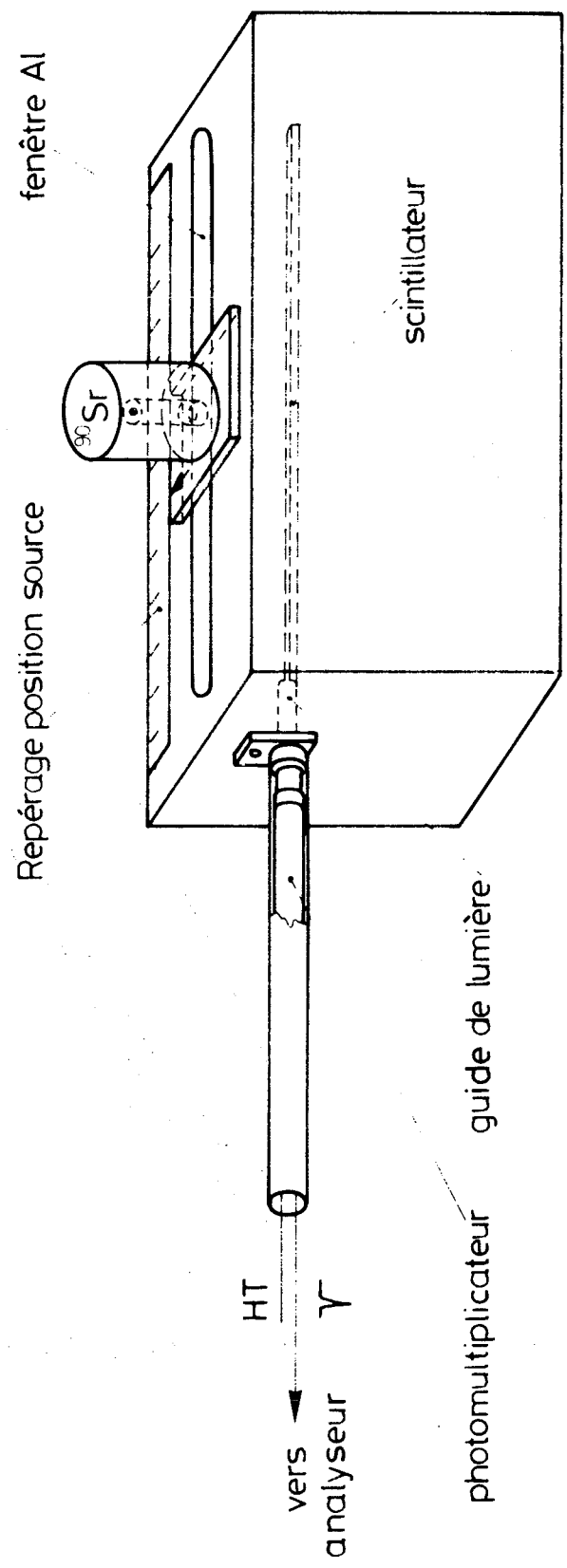


Fig. A1

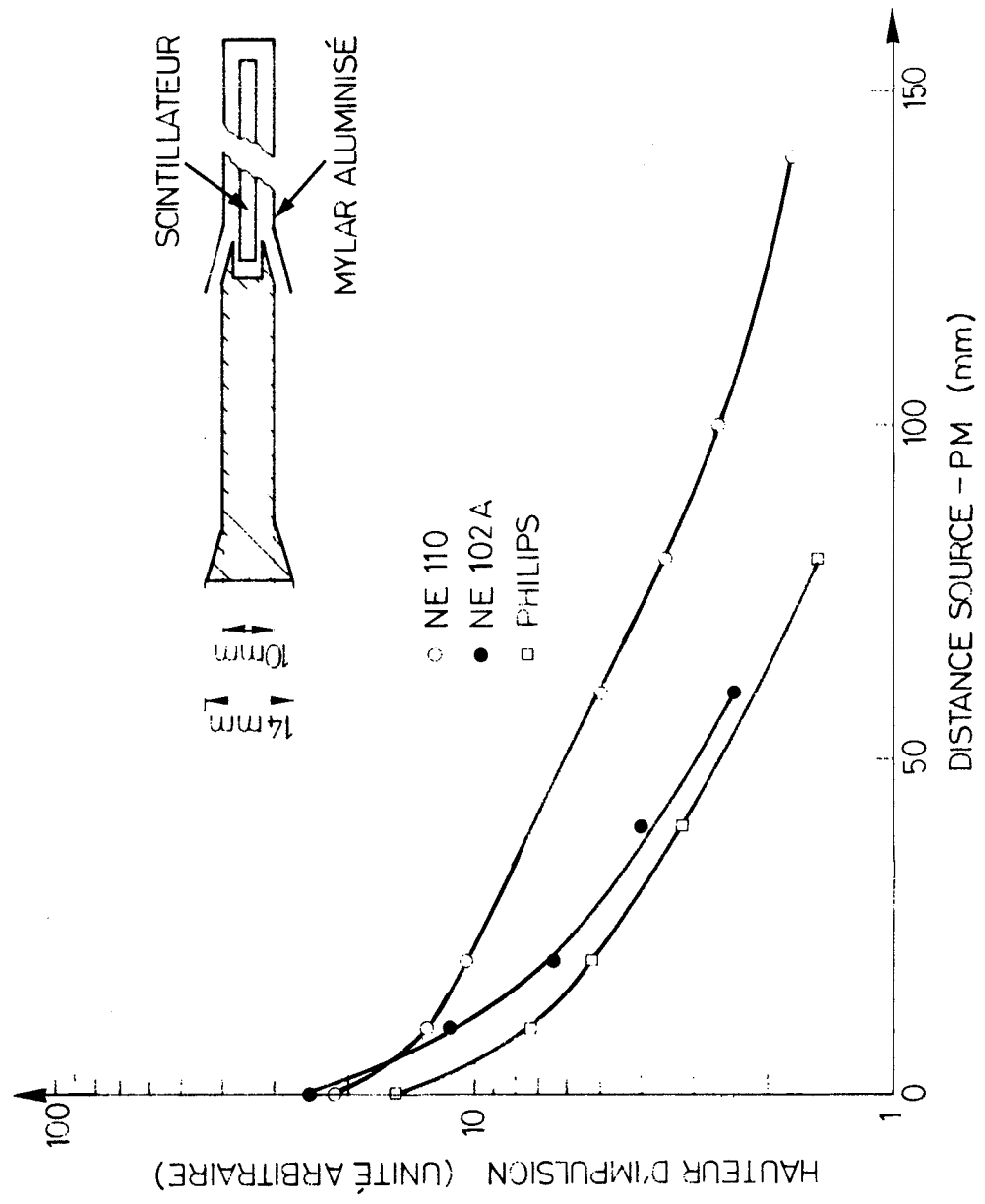


Fig. A2

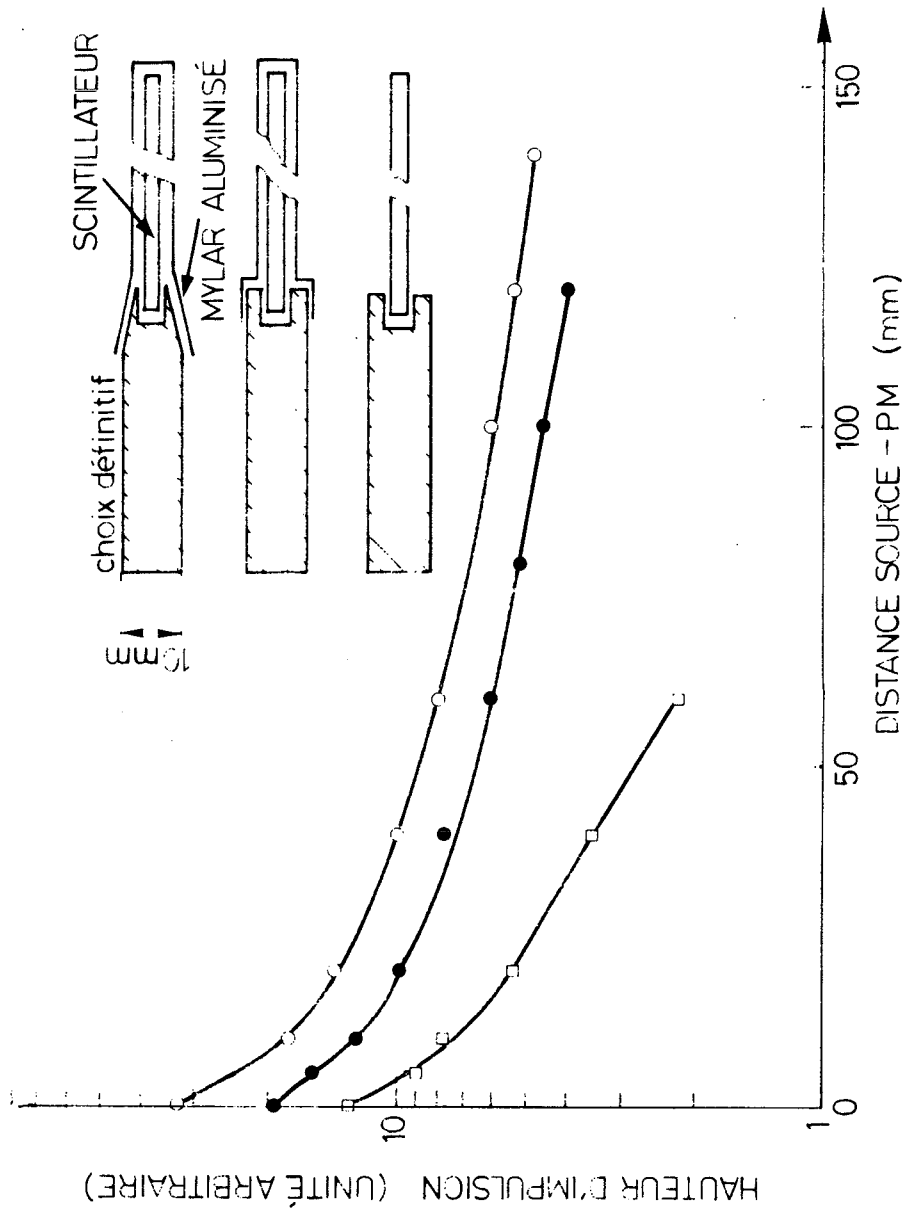


Fig. A3

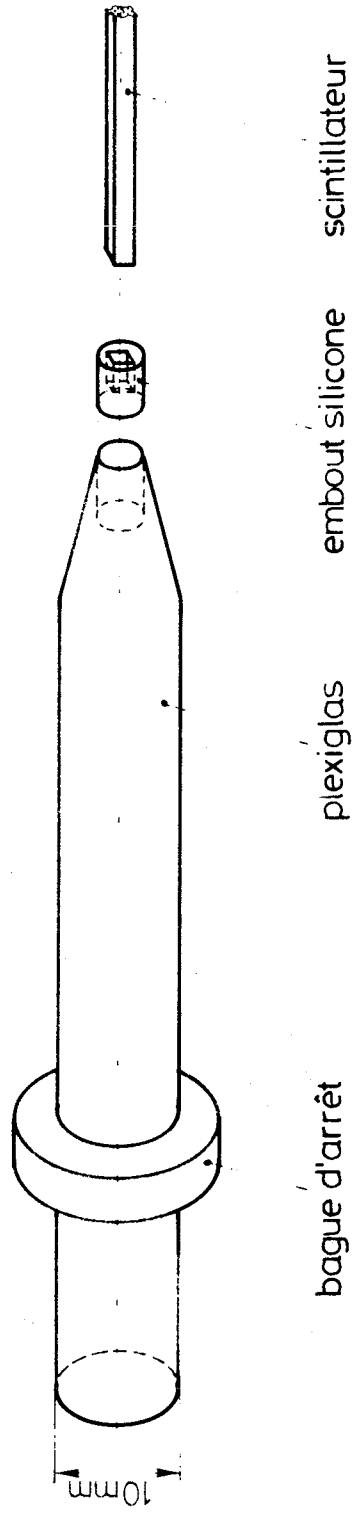


Fig. A4

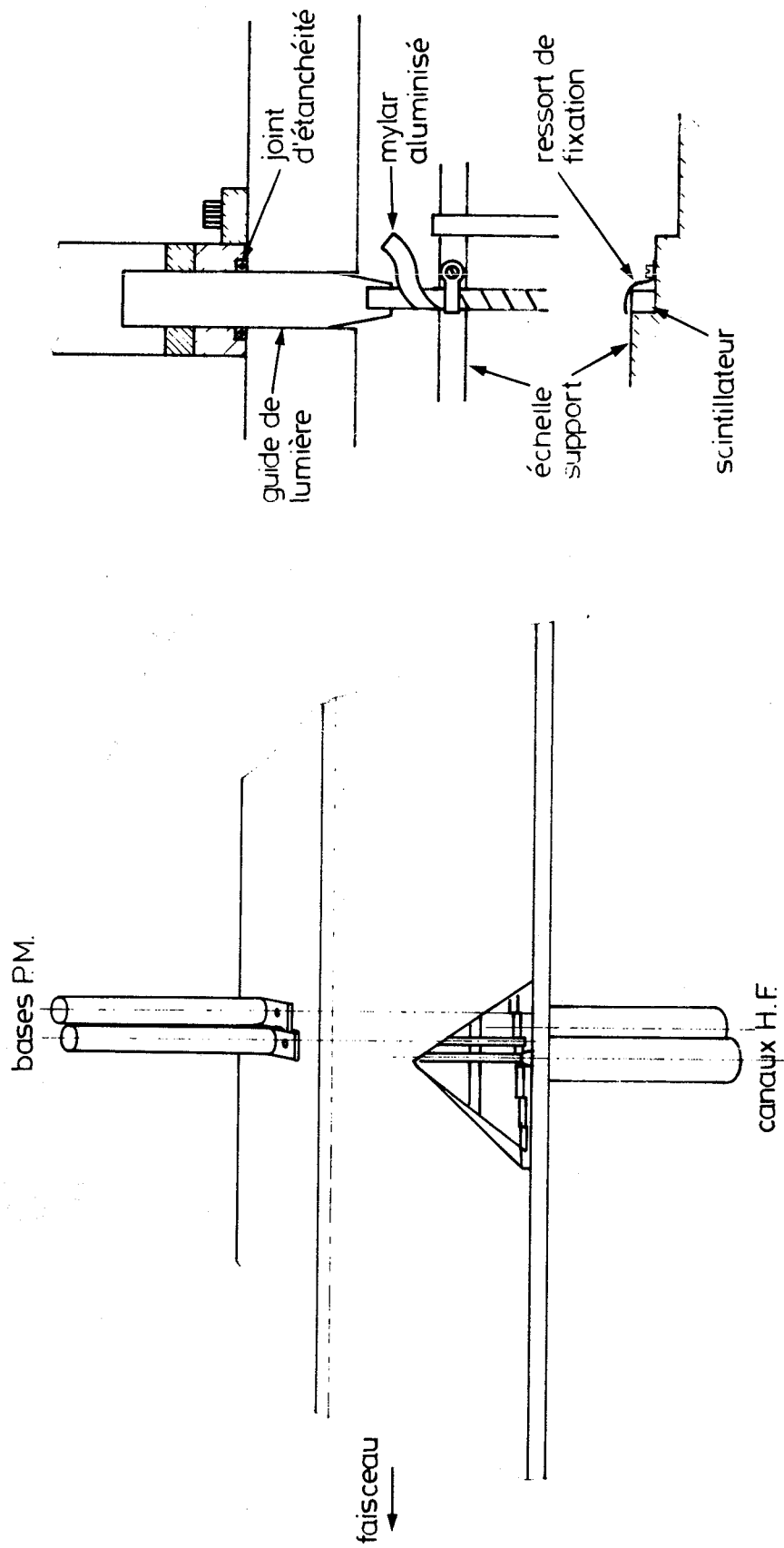


Fig. A5

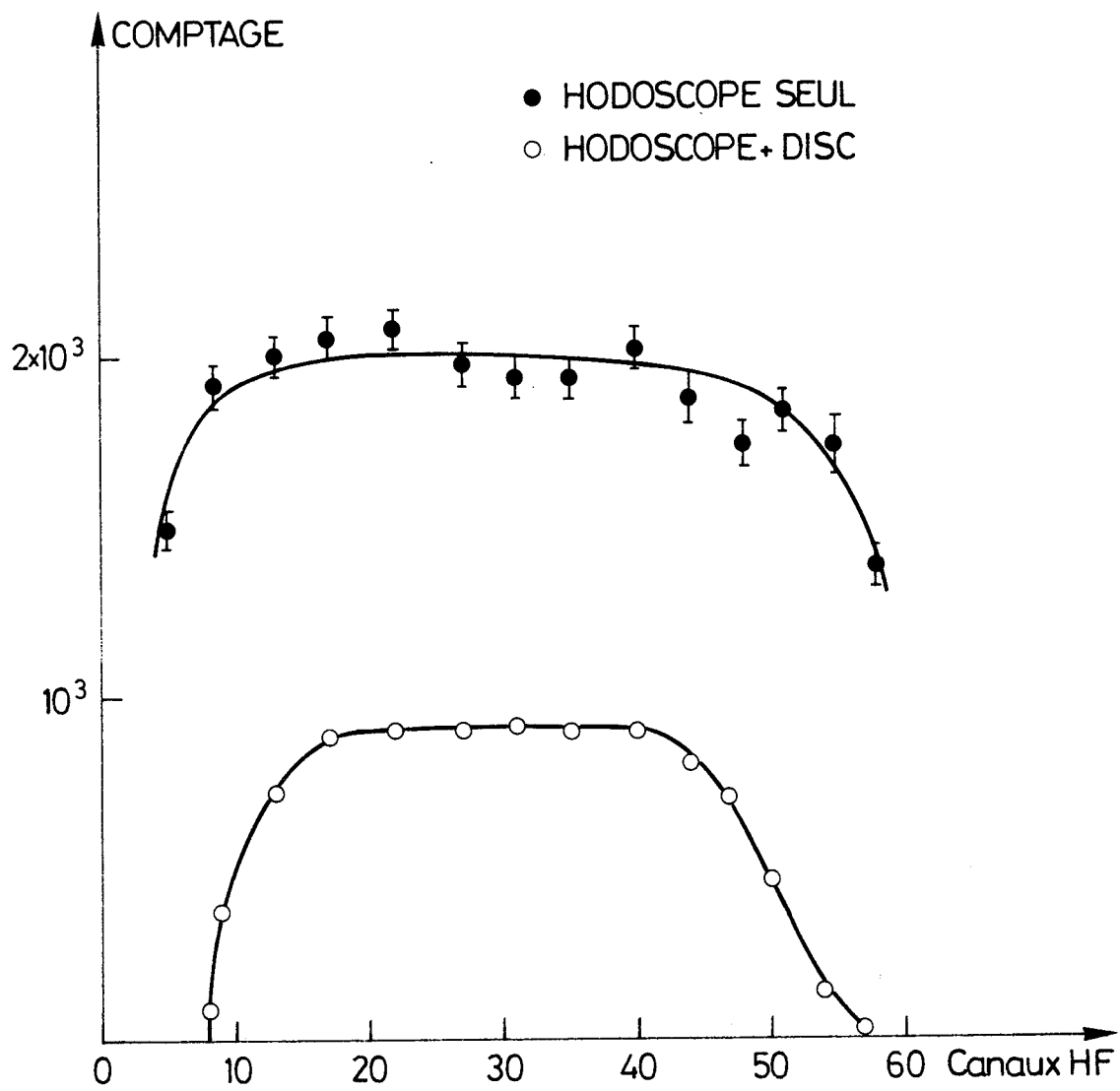


Fig. A6



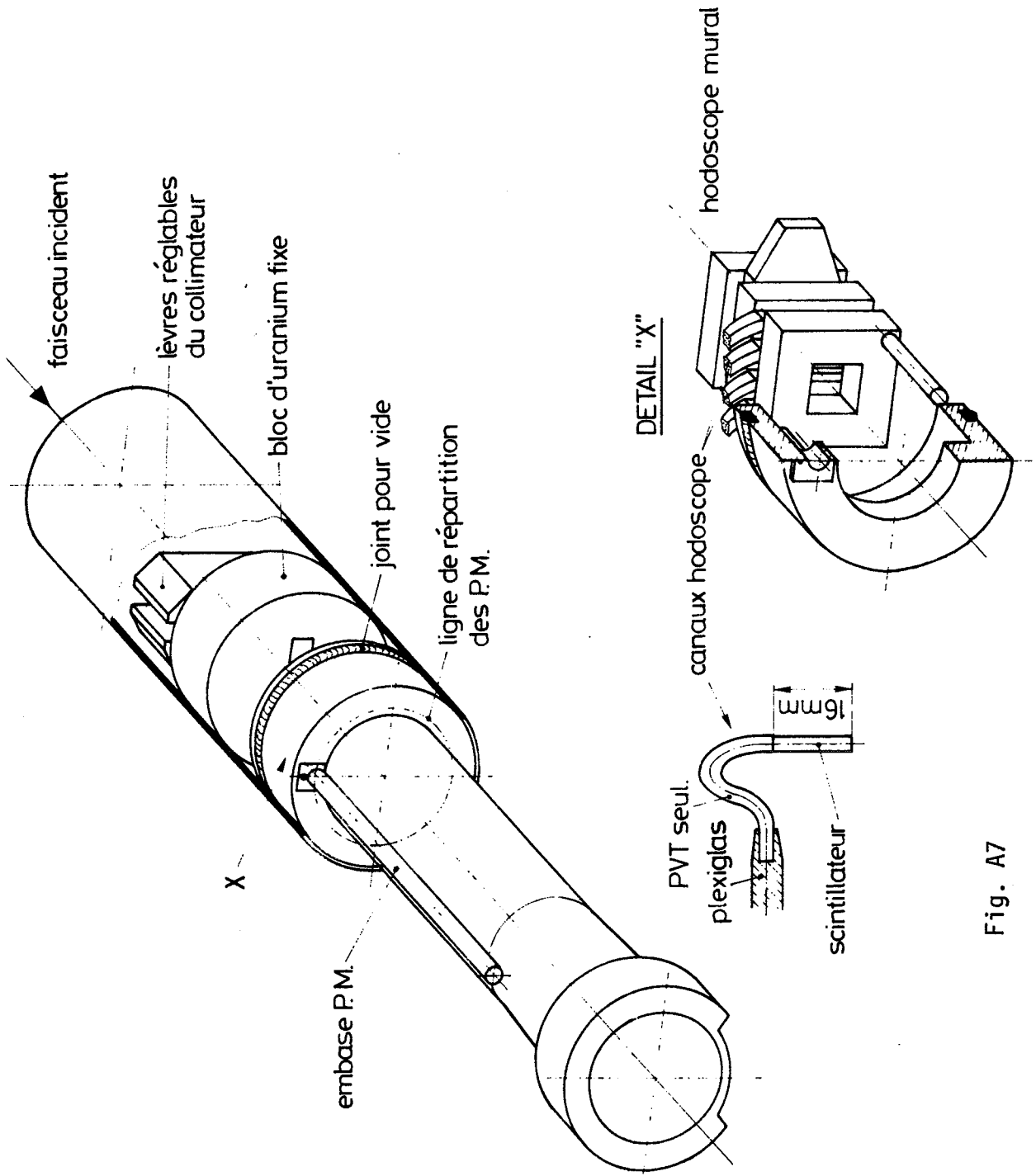


Fig. A7



APPENDICE II

RESULTATS DE L'ANCIENNE EXPERIENCE UTILISEE DANS CE TRAVAIL

Nous donnons ici les résultats de notre ancienne expérience<sup>1)</sup> qui ont servi :

- i) A la normalisation des données de ce travail au cours de la minimisation : tableau A1;
- ii) A calculer la partie imaginaire de l'amplitude nucléaire : tableau A2.

Tableau A1

Résultats de l'ancienne expérience utilisés dans ce travail

	1	2	3	4
	$\theta^*$ (deg)	$\frac{d\sigma}{d\Omega}^*$ (mb/sr)	Correction d'angle fini	$\frac{d\sigma}{d\Omega}^{*FA}$ $\pi$ (mb/sr)
E = 120 MeV :	10,84	398,1 ± 19,8	0	398,1 ± 19,8
	11,87	348,6 ± 22,3	0	348,6 ± 22,3
	12,89	326,6 ± 19,0	0	326,6 ± 19,0
	13,91	314,3 ± 17,0	0	314,3 ± 17,0
	14,94	292,2 ± 12,2	0	292,2 ± 12,2
	15,97	258,5 ± 10,7	0	258,5 ± 10,7
	18,53	237,9 ± 8,6	0	237,9 ± 8,6
	21,07	200,8 ± 6,9	+0,2	201,0 ± 6,9
	26,16	138,5 ± 3,5	-0,2	138,3 ± 3,5
	31,27	89,6 ± 2,5	-0,4	89,9 ± 2,5
36,38	60,0 ± 2,1	-0,5	59,5 ± 2,1	
E = 180 MeV :	10,18	462,2 ± 29,4	0	462,2 ± 29,4
	11,21	454,7 ± 19,0	0	454,7 ± 19,0
	12,75	397,1 ± 15,0	0	397,1 ± 5,0
	15,32	362,0 ± 11,1	0	362,0 ± 11,1
	17,89	313,7 ± 7,0	0	313,7 ± 7,0
	80,46	242,1 ± 3,7	-0,5	241,6 ± 3,7
	25,57	147,8 ± 2,9	-1,0	146,8 ± 2,9
E = 260 MeV :	20,78	183,9 ± 4,4	0	183,9 ± 4,4
Erreur totale d'échelle ±3%				

Tableau A2

Sections efficaces totales

Energie (MeV)	120	150	180	200	230	260	280
$\sigma_{\text{total}}$ (mb)	$681 \pm 7$	$696 \pm 7$	$670 \pm 7$	$637 \pm 7$	$584 \pm 6$	$536 \pm 6$	$510 \pm 6$

Remarque : Ces valeurs ont servi à déterminer  $\text{Im } f_N(0)$  à l'aide du théorème optique. Elles ont également été utilisées par Locher pour refaire les calculs de la partie réelle à l'aide des relations de dispersion<sup>14)</sup>.

APPENDICE III

DETERMINATION DE LA CONSTANTE K A ENERGIE NULLE  
D'APRES LES DONNEES SUR LES ATOMES PIONIQUES

Les atomes pioniques permettent de mesurer les longueurs de diffusion pour différents moments angulaires. En ne considérant dans la diffusion que les ondes s et p, on peut déterminer la constante K que nous avons fait intervenir dans la phase nucléaire correspondant à l'énergie nulle.

L'amplitude de diffusion nucléaire s'écrit de façon générale :

$$(A1) \quad f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos \theta)$$

avec :

$$f_{\ell} = e^{2i\delta_{\ell}}$$

L'expression de  $f_N$  utilisée dans notre analyse est de la forme :

$$f_N = \left( \operatorname{Re} f_N(0) + i \operatorname{Im} f_N(0) \right) \exp \left( - \left( \frac{R_S^2}{6} + i \frac{K}{6} \right) |t| \right)$$

que l'on peut écrire :

$$\operatorname{Re} f_N = e^{-\frac{R_S^2}{6} |t|} \left( \operatorname{Re} f_N(0) \cos \left( \frac{K|t|}{6} \right) + \operatorname{Im} f_N(0) \sin \left( \frac{K|t|}{6} \right) \right)$$

$$\operatorname{Im} f_N = e^{-\frac{R_S^2}{6} |t|} \left( \operatorname{Im} f_N(0) \cos \left( \frac{K|t|}{6} \right) - \operatorname{Re} f_N(0) \sin \left( \frac{K|t|}{6} \right) \right)$$

Pour  $|t| \ll 1$ , on obtient facilement le rapport :

$$\frac{\operatorname{Re} f_N}{\operatorname{Im} f_N} = \frac{\operatorname{Re} f_N(0)}{\operatorname{Im} f_N(0)} \frac{\left( 1 + \frac{1}{\alpha_0} \frac{K|t|}{6} \right)}{\left( 1 - \alpha_0 \frac{K|t|}{6} \right)} \quad , \quad \alpha_0 = \frac{\operatorname{Re} f_N(0)}{\operatorname{Im} f_N(0)}$$

soit :

$$(A2) \quad \frac{\operatorname{Re} f_N}{\operatorname{Im} f_N} \approx \alpha_0 \left( 1 + \frac{K|t|}{6} \left( \frac{\alpha_0^2 + 1}{\alpha_0} \right) \right).$$

Si on calcule ce rapport en utilisant la formule (A.1) et en se limitant aux ondes s et p, on obtient :

$$f(t) = \frac{1}{2ik} \left( f_0 - 1 \right) + 3 \left( f_1 - 1 \right) \cos \theta$$

avec :  $|t| = 2k^2 (1 - \cos \theta)$

$$\operatorname{Re} f_N = \frac{1}{2k} \left( \operatorname{Im} f_0 + 3 \operatorname{Im} f_1 \left( 1 - \frac{|t|}{2k^2} \right) \right)$$

$$\operatorname{Im} f_N = - \frac{1}{2k} \left( (\operatorname{Re} f_0 - 1) + 3 (\operatorname{Re} f_1 - 1) \left( 1 - \frac{|t|}{2k^2} \right) \right)$$

d'où :

$$\frac{\operatorname{Re} f_N}{\operatorname{Im} f_N} = - \frac{\operatorname{Im} f_0 + 3 \operatorname{Im} f_1}{(\operatorname{Re} f_0 - 1) + 3 (\operatorname{Re} f_1 - 1)} \cdot \frac{1 - \frac{3 \operatorname{Im} f_1}{\operatorname{Im} f_0 + 3 \operatorname{Im} f_1} \frac{|t|}{2k^2}}{1 - \frac{3 (\operatorname{Re} f_1 - 1)}{(\operatorname{Re} f_0 - 1) + 3 (\operatorname{Re} f_1 - 1)} \frac{|t|}{2k^2}}$$

qui s'écrit, puisque  $|t|$  est petit dans le cas qui nous intéresse :

$$(A3) \quad \frac{\operatorname{Re} f_N}{\operatorname{Im} f_N} \approx - \frac{\operatorname{Im} f_0 + 3 \operatorname{Im} f_1}{(\operatorname{Re} f_0 - 1) + 3 (\operatorname{Re} f_1 - 1)} \left( 1 + \left( \frac{3 (\operatorname{Re} f_1 - 1)}{(\operatorname{Re} f_0 - 1) + 3 (\operatorname{Re} f_1 - 1)} - \frac{3 \operatorname{Im} f_1}{\operatorname{Im} f_0 + 3 \operatorname{Im} f_1} \right) \frac{|t|}{2k^2} \right)$$

d'où, pour  $|t| = 0$ ,

$$\alpha'_0 \simeq - \frac{\text{Im} f_0 + 3 \text{Im} f_1}{(\text{Re} f_0 - 1) + 3(\text{Re} f_1 - 1)}$$

et, en comparant les formules (A.2) et (A.3) :

$$\frac{k}{\omega} \left( \frac{\alpha'_0 + 1}{\alpha_0} \right) = \frac{1}{2k^2} \left( \frac{3(\text{Re} f_1 - 1)}{(\text{Re} f_0 - 1) + 3(\text{Re} f_1 - 1)} - \frac{3 \text{Im} f_1}{\text{Im} f_0 + 3 \text{Im} f_1} \right)$$

Les amplitudes partielles  $f_\ell$  sont reliées aux déphasages  $\delta_\ell$  par  $f_\ell = e^{2i\delta_\ell}$ , où  $\delta_\ell$  est complexe. Si  $|\delta_\ell| \ll 1$ , alors :

$$(A4) \quad \begin{cases} \text{Re} f_\ell - 1 \simeq -2 \left( \text{Im} \bar{c}_\ell + (\text{Re} \bar{c}_\ell)^2 - (\text{Im} \bar{c}_\ell)^2 \right) \\ \text{Im} f_\ell \simeq 2 \text{Re} \bar{c}_\ell (1 - 2 \text{Im} \bar{c}_\ell) \end{cases}$$

et, en inversant les relations :

$$\text{Im} \bar{c}_\ell \simeq -\frac{1}{2} (\text{Re} f_\ell - 1) - \frac{1}{4} (\text{Im} f_\ell)^2 + \frac{1}{4} (\text{Re} f_\ell - 1)^2$$

$$\text{Re} \bar{c}_\ell \simeq \frac{1}{2} \text{Im} f_\ell \left( 1 - (\text{Re} f_\ell - 1) \right)$$

Or, à basse énergie, on peut relier les déphasages aux longueurs de diffusion  $L_\ell$  définies, pour  $k \rightarrow 0$ , par :

$$L_\ell k^{2\ell+1} = \text{tg} \bar{c}_\ell = \text{tg} (\text{Re} \bar{c}_\ell + i \text{Im} \bar{c}_\ell)$$

En développant cette expression, on peut la mettre sous la forme :

$$\operatorname{Im} L_{\ell} k^{2\ell+1} = \frac{\frac{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} - e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}}{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} + e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}} \left( \operatorname{tg}^2(\operatorname{Re}\delta_{\ell}) + 1 \right)}{1 + \left( \operatorname{tg}(\operatorname{Re}\delta_{\ell}) \cdot \frac{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} - e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}}{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} + e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}} \right)^2}$$

$$\operatorname{Re} L_{\ell} k^{2\ell+1} = \frac{\operatorname{tg}(\operatorname{Re}\delta_{\ell}) \left( 1 - \left( \frac{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} - e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}}{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} + e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}} \right)^2 \right)}{1 + \left( \operatorname{tg}(\operatorname{Re}\delta_{\ell}) \cdot \frac{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} - e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}}{e^{-\operatorname{Im}\delta_{\ell}} + e^{\operatorname{Im}\delta_{\ell}}} \right)^2}$$

Lorsque  $k \rightarrow 0$ , les expressions se simplifient et on peut écrire, puisque  $\delta_{\ell} \rightarrow 0$  :

$$\operatorname{Re} L_{\ell} k^{2\ell+1} \longrightarrow \operatorname{Re}\delta_{\ell}$$

$$\operatorname{Im} L_{\ell} k^{2\ell+1} \longrightarrow -\operatorname{Im}\delta_{\ell}$$

d'où, finalement :

$$\operatorname{Im} f_{\ell} = 2(\operatorname{Re} L_{\ell}) k^{2\ell+1}$$

$$\operatorname{Re} f_{\ell} = -2(\operatorname{Im} L_{\ell}) k^{2\ell+1}$$

Si on se limite aux ondes s et p, l'expression de  $\alpha_0$  et de K en fonction des longueurs de diffusion pour l'énergie nulle s'écrit alors, lorsque  $k \rightarrow 0$  :



$$(A5) \left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 \approx \frac{\text{Re} L_0}{\text{Im} L_0} \left( 1 + 3 k^2 \left( \frac{\text{Re} L_1}{\text{Re} L_0} - \frac{\text{Im} L_1}{\text{Im} L_0} \right) \right) \\ \frac{K}{6} \left( \frac{\alpha_0^2 + 1}{\alpha_0} \right) \approx \frac{3 k^2}{2 p_{CM}^2} \left( \frac{\text{Im} L_1}{\text{Im} L_0} - \frac{\text{Re} L_1}{\text{Re} L_0} \right) \end{array} \right.$$

L'interaction forte perturbe les niveaux électromagnétiques des atomes pioniques. La mesure des rayons X émis par ces atomes permet de déterminer le déplacement  $\text{Re } \Delta E$  et l'élargissement  $\Gamma$  des niveaux. Si on écrit la perturbation sous forme complexe :

$$\Delta E = \text{Re } \Delta E + i \frac{\Gamma}{2}$$

on peut utiliser les relations donnant  $\Delta E$  en fonction des longueurs de diffusion (réf. 13, p. 41) et déterminer, à l'aide des relations (A.5) ci-dessus, les valeurs de  $K$  et  $\alpha_0$  aux basses énergies. Les longueurs de diffusion sont données par<sup>13)</sup> :

$$L_0 \approx \frac{1}{4 Z \alpha} \frac{\Delta E_{1s}}{E_{1s}} m_{\pi}^{-1}$$

$$L_1 \approx \frac{1}{3 (Z \alpha)^3} \frac{\Delta E_{2p}}{E_{2p}} m_{\pi}^{-3}$$

Les données de Backenstoss et al.<sup>75)</sup> et de Virginia<sup>76)</sup> pour le  $^{12}\text{C}$  donnent, combinées statistiquement, les valeurs moyennes suivantes :

$\text{Re } \Delta E_{1s} = -6,06 \pm 0,09 \text{ keV}$	$\Gamma_{1s} = 3,17 \pm 0,12 \text{ keV}$
$0 < \text{Re } \Delta E_{2p} \quad 0,2 \text{ keV}$	$\Gamma_{2p} = 1,02 \pm 0,29 \text{ keV}$

On obtient finalement le tableau ci-dessous :

Re L <sub>0</sub>	$m_{\pi}^{-1}$	$-0,279 \pm 0,004$	$\alpha_0 = -3,825$
	fm	$-0,394 \pm 0,006$	
Im L <sub>0</sub>	$m_{\pi}^{-1}$	$0,073 \pm 0,003$	
	fm	$0,103 \pm 0,003$	
Im L <sub>1</sub>	$m_{\pi}^{-3}$	$0,131 \pm 0,044$	$-0,021$ $< K <$ $-0,0002$ $(fm^2)$
	fm <sup>3</sup>	$0,369 \pm 0,105$	
Re L <sub>1</sub>	$m_{\pi}^{-3}$	$> 0, \leq 51$	
	fm <sup>3</sup>	$> 0, \leq 145$	

REFERENCES

- 1) F. Binon, P. Duteil, J.-P. Garron, J. Görres, L. Hugon, J.-P. Peigneux, C. Schmit, M. Spighel et J.-P. Stroot, Nuclear Phys. B17, 168-188 (1970).
- 2) L. Hugon, Thèse, série E, No 120, Faculté des Sciences de l'Université de Clermont-Ferrand (1970).
- 3) C. Schmit, Lettere Nuovo Cimento IV, No 10, 454 (1970).
- 4) C. Wilkin, Lettere Nuovo Cimento IV, No 10, 491 (1970).
- 5) M.M. Sternheim et E.H. Auerbach, Phys. Rev. Letters 25, No 21, 1510 (1970).
- 6) J. Beiner et P. Huguenin, Communication privée; Helv. Phys. Acta 42, 550 (1969); Helv. Phys. Acta 43, 421 (1970).
- 7) K. Bjørnenaek, J. Finjord, P. Osland et A. Reitan, Nuclear Phys. B22, 179-188 (1970).
- 8) M. Krell et S. Barmo, Nuclear Phys. B20, 461-475 (1970).
- 9) J.-P. Maillet, C. Schmit et J.-P. Dedonder, Orsay, Preprint IPNO TH 199 (novembre 1970).
- 10) G.W. Edwards et E. Rost, Phys. Rev. Letters 26, 785 (1971).
- 11) T. Kohmura, Tokyo University of Education, Preprint TUEP-70-28 (1970).
- 12) T.E.O. Ericson, J. Formanek et M.P. Locher, Phys. Letters 26 B, 91 (1967).
- 13) T.E.O. Ericson et M.P. Locher, Nuclear Phys. A148, I-61 (1970).
- 14) R. Landau et M.P. Locher, Communication privée (1971).
- 15) K.J. Foley, R.S. Jones, J. Lindenbaum, W.A. Love, S. Ozaki, E.D. Platner, C.A. Quarles et E.H. Willen, Phys. Rev. 181, 1775 (1969).
- 16) G.B. West et D.R. Yennie, Phys. Rev. 172, 1413 (1968).
- 17) M.P. Locher, Nuclear Phys. B2, 525-531 (1967).
- 18) H.A. Bethe, Ann. Phys. 3, 190-240 (1958).
- 19) R.L. Kronig, J. Opt. Soc. Am. 12, 547 (1926).
- 20) G.F. Chew et F.E. Low, Phys. Rev. 101, 1570 (1956).
- 21) M.L. Goldberger, Phys. Rev. 99, 979 (1955).
- 22) R. Karplus et M. Ruderman, Phys. Rev. 98, 771 (1955).
- 23) M. Gell-Mann, M.L. Goldberger et W. Thirring, Phys. Rev. 95, 1612 (1954).
- 24) J. Hamilton, Prog. Nucl. Phys. 28, 143 (1960).
- 25) S. Mandelstam, Rept. Prog. Phys. 25, 99 (1968).
- 26) N.G. Van Kampen, J. Phys. et le Radium 22, 179 (1961).

- 27) G. Giacomelli, CERN-NP Internal Report 70-11 (1970).
- 28) B. Diu, in Methods in subnuclear physics, Ecole internationale de la physique des particules élémentaires, Herceg-Novi, 1966 (Ed. Nicolici) (Gordon and Breach, New York, 1968), vol. II.
- 29) J. Hamilton et W.S. Woolcock, Rev. Mod. Phys. 35, 737 (1963).
- 30) R.J. Cence, Pion-nucléon scattering (Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1969).
- 31) Y. Kimura et Y. Nagashima, Progr. Theor. Phys. 33, No 1, 43 (1965).
- 32) W.M. Preston, R. Wilson et J.C. Street, Phys. Rev. 118, 579 (1960).
- 33) V.A. Bull et D.A. Garbutt, Phys. Rev. 130, 1182 (1963).
- 34) P. Breitenlohner, P. Egli, H. Hofer, W. Koch, M. Nikolic, J. Pahl, A. Pellingner, E. Pellingner, M. Schneeberger, R. Schneeberger, H. Winzeler, G. Czapke et G. Kellner, Phys. Letters 7, 73 (1963).
- 35) J.D. Dowell, R.J. Homer, G.H. Khan, W.K. McFarlane, J.S.C. McKee, et A.W. O'Dell, Phys. Letters 12, 252 (1964).
- 36) E. Lohrmann, H. Meyer et H. Winzeler, Phys. Letters 13, 78 (1964).
- 37) A.E. Taylor, A. Ashmore, W.S. Chapman, D.F. Falla, W.H. Range, D.B. Scott, A. Astbury, F. Capocci et T.G. Walker, Phys. Letters 14, 54 (1965).
- 38) K.J. Foley, R.S. Gilmore, R.S. Jones, S.J. Lindenbaum, W.A. Love, S. Ozaki, E.H. Willem, R. Yamada et L.C. Yuan, Phys. Rev. Letters 14, 74 (1965).
- 39) G. Bellettini, G. Cocconi, A.N. Diddens, E. Lillethun, J. Pahl, J.P. Scanlon, J. Walters, A.M. Wetherell et P. Zanella, Phys. Letters 14, 164 (1965).
- 40) G. Gerstein, J. Niederer et K. Strauch, Phys. Rev. 108, 427 (1957).
- 41) C.J. Batty, W.O. Lock et P.V. March, Proc. Phys. Soc. (London) 73, 100 (1959).
- 42) D.J. Holthuizen, Nuovo Cimento XXXIV, No 6, 1413 (1964).
- 43) G. Bellettini, G. Cocconi, A.N. Diddens, E. Lillethun, G. Matthiae, J.-P. Scanlon et A.M. Wetherell, Nuclear Phys. 79, 609-624 (1966).
- 44) K. Schlosser, B. Buschbeck-Czapp, H. Hromaenik, G. Otter, Phys. Letters 17, 334 (1965).
- 45) Th.H.J. Bellm, H. Dejonge, R.W. Meyer, A.G. Tenner, P. Vons et H. Winzeler, Zeeman Lab. der Universiteit von Amsterdam, preprint (1970).
- 46) H. Byfield, J. Kessler et L.M. Lederman, Phys. Rev. 86, 17 (1952).
- 47) J. Orear, Phys. Rev. 96, 1417 (1954).
- 48) K.J. Foley, R.S. Gilmore, R.S. Jones, S.J. Lindenbaum, W.A. Love, S. Ozaki, E.H. Willen, R. Yamada et L.C. Yuan, Phys. Rev. Letters 14, 862 (1965).
- 49) K.J. Foley, R.S. Jones, S.J. Lindenbaum, W.A. Love, S. Ozaki, E.D. Platner, C.A. Quarles et E.H. Willen, Phys. Rev. Letters 19, 193 (1967).

- 50) A.A. Nomofilov, I.M. Sitnik, L.A. Slepets, L.P. Strunov et L.S. Zolin, JETP Letters 6, 65 (1967).
- 51) M.S. Kozodaev, R.M. Suliaev, A.I. Filippov et Iu.A. Shcherbakov JETP (USSR) 31, 701-703 (1956); JETP (USSR) 33, 1047-1049 (1957).
- 52) B. Jongejans, Nuovo Cimento XXVII, No 2, 321 (1963).
- 53) G.W. Van Appeldorn, M. de Boer, D.J. Holthuisen et J.C. Kluyver, Nuovo Cimento XXXVII, 771 (1965).
- 54) M.M. Sternheim et R. Hofstadter, Nuovo Cimento XXXVIII, 1874 (1965).
- 55) M.E. Nordberg Jr. et K.F. Kinsey, Phys. Letters 20, 692 (1966).
- 56) K.M. Crowe, A. Fainberg, J. Miller et A.S.L. Parson, Phys. Rev. 180, 1349 (1969).
- 57) J.C. Caris, R.W. Kenney, V. Perez-Mendez et V.A. Perkins, Phys. Rev. 121, 893 (1961).  
V.G. Zinov et S.M. Korenchenko, JETP (USSR) 36, 429 (1959).
- 58) A. Weinberg, A.E. Brenner et K. Strauch, Phys. Rev. Letters 8, 70 (1962).  
O. Borgeaud, C. Bruneton, Y. Ducros, P. Falk-Vairant, O. Guisan, J. Movchet, P. Sonderegger, A. Stirling, A. Tran-Ha, M. Yvert et S.D. Warshaw, Phys. Letters 10, 134 (1964).
- 59) L. Van Hove, Phys. Rev. 88, 1358 (1952).
- 60) F.T. Solmitz, Phys. Rev. 94, 1799 (1954).
- 61) J. Hamilton et W.S. Woolcock, Phys. Rev. 118, 291 (1961).
- 62) H.J. Schnitzer, Nuovo Cimento XXVIII, No 4, 762 (1963).
- 63) L.I. Schiff, Progr. Theor. Phys. (400) (Kyoto), Supplément (1965).
- 64) J.-P. Antoine, Nuovo Cimento XLIVa, No 4, 1068 (1966).
- 65) P.R. Auvil, Phys. Rev. 168, No 5, 1568 (1968).
- 66) G.B. West, J. Math. Phys. 8, No 4, 942 (1967).
- 67) M.M. Block, Phys. Letters 25 B, 604 (1967).
- 68) S. Rae et P. Thurnauer, Phys. Rev. 180, 1387 (1969).
- 69) G.C. Oades et G. Rasche, Rutherford High Energy Laboratory, preprint RPP/T/1 (1970).
- 70) J. Rix et R.M. Thaler, Phys. Rev. 152, 1357 (1966).
- 71) L. Solov'ev, JETP 22, 205 (1966).
- 72) M. Abramowitz et I. Stegun, Handbook of Mathematical Functions (Dover Publ., NY, 1965).
- 73) R. Hofstadter, Annu. Rev. Nuclear Sci. 7, 231 (1957).

- 74) R. Meunier, J.-P. Stroot, B. Léontic et A. Lundby, Nuclear Instrum. Methods 17, 1 (1962).  
R. Meunier, J.-P. Stroot, B. Léontic, A. Lundby et P. Duteil, Nuclear Instrum. Methods 17, 20 (1962).
- 75) G. Backenstoss, Annu. Rev. Nuclear Sci. 20, 467 (1970).
- 76) R.J. Harris, W.B. Shuler, M. Eckhouse, R.T. Siegel, R.E. Welsh, Phys. Rev. Letters 20, 505 (1968).
- 77) T.E.O. Ericson et J. Hüfner, Phys. Letters 33 B, 601 (1970).
- 78) M.P. Locher, O. Steinmann et N. Straumann, Nuclear Phys. B27, 598-604 (1971).



