

Fermilab Library



0 1160 0063240 0

EX-100-92-10

EX-100-92-10

b - Quark tagging unter Benutzung  
der multidimensionalen  
Fisher-Diskriminanzanalyse

Steffi Scheu



FERMILAB

SEP 23 1998

*Stx*

LIBRARY

INSTITUT FÜR EXPERIMENTELLE KERNPHYSIK

UNIVERSITÄT KARLSRUHE

IEKP-KA/92-10

b - Quark tagging unter Benutzung  
der multidimensionalen  
Fisher-Diskriminanzanalyse

Steffi Scheu

Diplomarbeit

Institut für experimentelle Kernphysik  
Fakultät für Physik  
Universität Karlsruhe (TH)

Karlsruhe, März 1992

### **Zusammenfassung**

In dieser Arbeit wurden  $b$ -Quark-Ereignisse aus multihadronischen Ereignissen durch die Anwendung des Fisher-Diskriminanz Verfahrens, einer statistischen Methode, separiert. Es wurden ausschließlich Monte Carlo Daten der DELPHI Kollaboration auf der  $Z^0$ -Resonanz (ca. 91 GeV) benutzt. Unter Verwendung rein topologischer Größen läßt sich eine typische Effizienz von ca. 80% bei einer Reinheit von ca. 30% erreichen.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Das Experiment</b>	<b>5</b>
2.1	DELPHI . . . . .	5
2.2	Die supraleitende Spule . . . . .	6
2.3	Die Spurkammern . . . . .	6
2.3.1	Der Vertexdetektor . . . . .	6
2.3.2	Der Innerdetektor . . . . .	7
2.3.3	Die Time Projection Chamber . . . . .	7
2.3.4	Der Outerdetektor . . . . .	7
2.3.5	Die Müonkammern . . . . .	8
2.3.6	Vorwärtskammern . . . . .	8
2.4	Die elektromagnetischen Kalorimeter . . . . .	9
2.4.1	Die HPC . . . . .	9
2.4.2	Das FEMC . . . . .	9
2.5	Der TOF . . . . .	9
2.6	Datenverarbeitung . . . . .	19
2.6.1	Triggersystem und Auslese . . . . .	19
2.6.2	Die Rekonstruktion . . . . .	19
2.6.3	Die Simulation . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>24</b>
3.1	Die Wechselwirkungen . . . . .	24
3.2	Einteilung der Elementarteilchen . . . . .	26
3.3	Die Fragmentation . . . . .	27
3.4	Der schwache Zerfall von B-Mesonen . . . . .	30
3.5	Grundlagen zur $b$ -Quark Selektion . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Die Diskriminanzanalyse von Fisher</b>	<b>36</b>
4.1	Diskriminanzanalyse . . . . .	36
4.2	Lineare Diskriminanzanalyse . . . . .	39

<b>5 Die <math>b</math> – sensitiven Variablen</b>	<b>51</b>
5.1 Definitionen und Erklärungen . . . . .	51
5.2 Das 'boosted sphericity product': <i>BSP</i> . . . . .	59
<b>6 Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>64</b>
6.1 Die Signifikanz der Variablen . . . . .	64
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>83</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>83</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>85</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Auch die moderne Form der Lehre vom Atomismus, die Hochenergie- oder Elementarteilchenphysik, versucht in sehr direkter Weise, zwei alte Fragen an die Natur zu beantworten:

- Welches sind die grundlegenden Bestandteile aller Materie im Universum?
- Welche fundamentalen Kräfte beherrschen das Verhalten dieser grundlegenden Bestandteile, so daß sie alle auftretenden Formen der Materie bilden können?

Jeder bedeutende Fortschritt beim Studium der Mikrowelt lehrte die Physik, um wieviele reicher die Natur ist als unsere Vorstellung von dem, was hinter der jeweiligen Grenze des bisher Erkannten liegt. Mit immer leistungsstärkeren Beschleunigern, mit Detektoren immer höherer Empfindlichkeit, also mit Anlagen wachsenden Auflösungsvermögen gelang das Eindringen in immer tiefer liegende Schichten der Materie. Innerhalb der letzten fünf Jahrzehnte wurde auf diese Weise der erforschte Raumbereich von Dimensionen des Atoms (ca.  $10^{-8}$  cm) auf etwa den hundertmillionsten Teil der Größe des Atoms (ca.  $10^{-16}$  cm) reduziert. Vor den Physikern stand die Aufgabe, die unveränderlichen charakteristischen Eigenschaften der Atome oder Elementarteilchen zu beobachten, zu 'messen' und zu verstehen. Jeder Registrierungsvorgang eines Teilchens ist nichts anderes als eine Beobachtung der Wechselwirkung dieses Teilchens mit Materie. Die auftretenden Wechselwirkungen zwischen Elementarteilchen sind:

Wechselwirkung	Reichweite	relative Stärke	Mittlerteilchen
Gravitation	unendlich	$10^{-40}$	Graviton
Elektromagnetismus	unendlich	$10^{-2}$	Photon
schwache Wechselwirkung	$10^{-16}$ cm	$10^{-5}$	$Z^0, W^\pm$
starke Wechselwirkung	$10^{-13}$ cm	1	Glukonen

Die genannten Kräfte wirken zwischen den elementaren Bausteinen der Materie:

Quarks	Leptonen
u, d	$e, \nu_e$
s, c	$\mu, \nu_\mu$
b, t	$\tau, \nu_\tau$

Die Gravitation spielt in der Elementarteilchenphysik wegen der sehr kleinen Stärke keine Rolle. Die elektromagnetische Wechselwirkung ist verantwortlich für alle elektrischen und magnetischen Vorgänge. Sie führt zum Aufbau der Atome und Moleküle und ist damit die Ursache der von uns direkt beobachteten Erscheinungsformen der Materie und des Lichtes, d.h. der elektromagnetischen Wellen. Die schwache Wechselwirkung ist für den radioaktiven  $\beta$ -Zerfall verantwortlich, d.h. sie wandelt Fermionen ineinander um. Die starke Wechselwirkung schließlich bewirkt die Kernkräfte sowie die Bindung der Quarks zu Hadronen. Heute geht man davon aus, daß die elementaren Bausteine aller Materie punktförmige Fermionen (Quarks und Leptonen) sind. Die Austauschteilchen der Wechselwirkungen zwischen Fermionen sind Feldquanten mit ganzzahligem Spin (Bosonen). Das Feldquant der elektromagnetischen Wechselwirkung ist das masselose, elektrisch neutrale Photon, die der schwachen Wechselwirkung sind die massiven Vektorbosonen  $W^\pm$  und  $Z^0$ , und schließlich werden die acht masselosen, elektrisch neutralen Mittlerteilchen der starken Wechselwirkung als Gluonen (engl. glue = Leim) bezeichnet.

Um den Einblick in diese Welt der Elementarteilchen zu vertiefen und gewonnene Erkenntnisse zu bestätigen oder zu verwerfen, sind Experimente immer höherer Energie nötig.

Die  $e^+e^-$ -Annihilation am Speicherring LEP ist ein ideales Laboratorium zur Untersuchung der fundamentalen Theorien, die die Wechselwirkung der Elementarteilchen beschreiben. Das  $e^+e^-$ -System liefert einen definierten Quantenzustand bekannter Energie, wobei die Kinematik der Reaktion derart ist, daß das Laborsystem dem Schwerpunktsystem äquivalent ist. In der ersten Betriebsphase des LEP-Speicherrings am CERN werden Elektronen und Positronen bei Schwerpunktsenergien von ca. 90 GeV zur Kollision gebracht, so daß die Erzeugung von realen  $Z^0$ -Bosonen stattfindet (Abb. 1.1). Das  $Z^0$ -Boson zerfällt nahezu sofort (ca.  $3 \cdot 10^{-25}$  sec) nach seiner Erzeugung in Fermion-Antifermionpaare, sofern deren Masse unterhalb der Schwerpunktsenergie liegt.

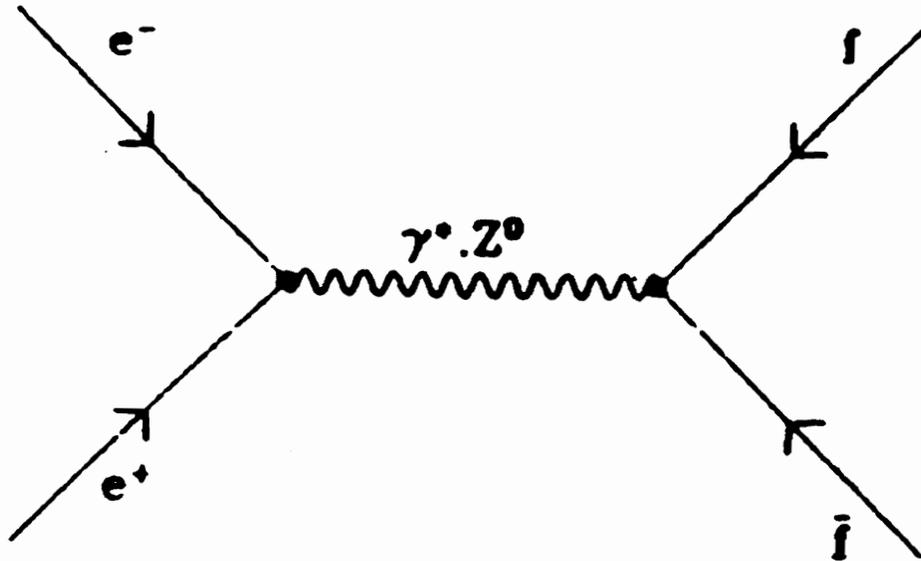


Abbildung 1.1: Feynman Diagramm der  $e^+e^-$ -Annihilation

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Untersuchung des  $Z^0$ -Zerfalls in  $b\bar{b}$ -Paare.  $b$ -Quarks sind die schwersten bisher experimentell entdeckten Quarks. Ihre Ereignistopologie im Endzustand unterscheidet sich von der Ereignisstruktur der leichten Quarks und kann daher zum Nachweis benutzt werden. In dieser Arbeit werden erreichbare Akzeptanzen und Reinheiten in der  $b$ -Quark Erkennung mit Hilfe der Fisher Diskriminanzanalyse unter Benutzung rein topologischer Jet- und Ereignisgrößen ermittelt. Die untersuchten Monte Carlo Ereignisse beziehen sich auf den Delphi Detektor am  $e^+e^-$ -Speicherring LEP des CERN in Genf. Die Schwerpunktsenergie des Experiments beträgt ca. 91 GeV.

# Kapitel 2

## Das Experiment

Der Elektron-Positron Speicherring LEP<sup>1</sup> am europäischen Zentrum für Teilchenphysik (CERN) in Genf wurde 1989, nach achtjähriger Bauzeit in Betrieb genommen. Er befindet sich ca. 100 m unter der Erde und ist 27 km lang. Von acht Wechselwirkungszonen sind vier mit den Detektoren ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL ausgerüstet. Physikalische Motivation des LEP-Beschleunigers ist die Produktion von  $Z^0$ -Bosonen in großen Mengen, so daß präzise Erkenntnisse gewonnen werden können. Das Standardmodell wird durch Entstehung und Zerfall des  $Z^0$ -Bosons kritisch getestet. Am 14.07.1989 wurde hierzu LEP in der ersten Phase (LEP100) in Betrieb genommen, wobei Schwerpunktsenergien von ca. 100 GeV erreicht werden. Diese Energie reicht zur Erzeugung reeller  $Z^0$ -Bosonen aus. Die mittlere Luminosität beträgt  $\mathcal{L} = (10^{30} - 10^{31}) \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Durch die zweite Ausbaustufe (LEP200), bei der die Kupfer Resonatoren durch supraleitende Resonatoren ersetzt werden, soll die Produktion von reellen  $W^+W^-$ -Paaren bei Schwerpunktsenergien von 200 GeV ermöglicht werden. Weiter erwartet man einen Hinweis auf die Masse des sechsten Quarks, des Top-Quarks. Die Beschleunigung erfolgt in zwei Stufen. Nach der Vorbeschleunigung auf 20 GeV im SPS<sup>2</sup> des CERN werden je vier Bündel  $e^+e^-$ -Paare in den LEP-Speicherring injiziert. Hier erfolgt die Beschleunigung auf die Endenergie. Nach 20 Stunden muß der Ring erneut gefüllt werden, um die entstehenden Strahlverluste auszugleichen.

### 2.1 DELPHI

Der DELPHI<sup>3</sup> Detektor (Abbildungen 2.1, 2.3, 2.2) befindet sich 100 m unter der Erde; der Durchmesser beträgt mehr als 10 m bei einem Gewicht von ungefähr 2500 Tonnen. Die Anordnung des Detektors ist zylindrisch um das Strahlrohr konzipiert,

---

<sup>1</sup>Large Electron Positron Collider

<sup>2</sup>Super Protonen Synchrotron

<sup>3</sup>Detector with Lepton, Photon and Hadron Identification

so daß im gesamten Raumwinkel guter Teilchennachweis ermöglicht wird. Erreicht wird dies durch ein hohes dreidimensionales Auflösungsvermögen der Einzelkomponenten sowie durch sehr genaue Vertexbestimmung. Die  $e^+e^-$ -Kollisionen finden innerhalb der Vakuumröhre im Mittelpunkt des Detektors statt. Die Annihilationsprodukte fliegen in alle Richtungen auseinander. Für das Koordinatensystem besteht die Konvention, daß die Strahlrichtung der  $z$ -Koordinate entspricht;  $x$ - und  $y$ -Richtung sind die entsprechenden senkrechten Achsen dazu.

In den folgenden Abschnitten wird ausführlicher auf einzelne Detektorkomponenten zur Erkennung geladener Spuren eingegangen:

## 2.2 Die supraleitende Spule

Die supraleitende Spule mit einem inneren Durchmesser von 5.20 m und einer Länge von 7.40 m wird mit einem Strom von 5000 A betrieben und produziert ein 1.2 Tesla starkes homogenes Magnetfeld in Richtung der Strahlachse. Für die Trajekturen der geladenen Teilchen ergeben sich auf grund der Lorentzkraft in der  $x$ - $y$ -Ebene Kreisbahnen, deren Krümmung umgekehrt proportional zum Transversalimpuls der Teilchen ist. Kompensationsspulen mit einer Länge von 35 cm befinden sich in den Endregionen und dienen der Verbesserung der Feldhomogenität. Die azimuthale Änderung des Magnetfeldes ist vernachlässigbar, die radiale Komponente ist kleiner als 5 G.

## 2.3 Die Spurkammern

### 2.3.1 Der Vertexdetektor

Um das Aluminiumstrahlrohr liegt der Vertex-Detektor (VD) (Abb. 2.6). Im Abstand von 9 und 11 cm vom Wechselwirkungspunkt befinden sich zwei konzentrische Lagen Silizium-Streifen-Detektoren mit einer Länge von 24 cm. Die Schichten bestehen aus je 24 Modulen, die sich um ca. 10% im Azimutwinkel  $\phi$  überlappen. Jedes Modul wiederum trägt vier 300  $\mu\text{m}$  dicke Siliziumdetektoren in  $z$ -Richtung, mit Streifen parallel zum  $e^+e^-$ -Strahl. Die Aufgabe des Vertexdetektors ist es, mit guter Auflösung Information über den Vertex geladener Spuren zu liefern. Besonders gut ist die Vertexkammer zur Rekonstruktion sekundärer Zerfallsvertices von D- und B-Mesonen geeignet. Die Ortsauflösung beträgt ca. 5  $\mu\text{m}$ ; Spuren im Abstand von  $\leq 100 \mu\text{m}$  können noch getrennt werden. Ein Sekundärvertex kann bis auf 90  $\mu\text{m}$  genau in der ( $x$ - $y$ )-Ebene bestimmt werden.

### 2.3.2 Der Innerdetektor

Der Innerdetektor (ID) besteht aus einer inneren Jetkammer und fünf Vieldrahtproportionalkammern (Abb. 2.4). 24 identische Sektoren mit je 24 Drähten bilden die Jetkammer. Sie erstreckt sich von  $r = 11.8$  cm bis  $r = 22.3$  cm. Das elektrische Feld variiert mit  $r$  von 1 kV bis 2 kV, so daß die Driftgeschwindigkeit proportional zu  $r$  ist. Die Drähte ermöglichen einen schnellen Trigger auf radiale Spuren. Die Ortsauflösung pro Draht beträgt ca.  $110 \mu\text{m}$ .

Um die Jetkammer sind 5 Lagen Vieldrahtproportionalkammern mit Radien von  $r=(22.3-28)$  cm konzentrisch angeordnet. Jede Lage ist mit 192 Drähten und 192 kreisförmigen Kathodenstreifen bestückt. Die Drähte sorgen für schnelle Triggerinformation in  $(r - \phi)$ - und in  $z$ -Richtung und lösen die rechts/links Ambiguität der Jetkammer.

### 2.3.3 Die Time Projection Chamber

Die Time Projection Chamber (TPC) ist der zentrale Spurdetektor von DELPHI. Ihre Ausdehnung in radialer Richtung reicht von  $r=28$  cm bis  $r=122$  cm. Die Länge beträgt 300 cm. Sie besteht aus zwei separaten Teilen, die von je einer Endplatte ausgelesen werden. Jede Endplatte ist in sechs Sektoren mit je 192 Anodendrähten und 16 kreisförmig angeordneten Kathodenreihen unterteilt. Anoden- und Kathodensignale werden mit 8 bit Flash-ADCs ausgelesen. Aus den Pulsamplituden der Anodendrähte wird die spezifische Ionisation  $\frac{dE}{dx}$  bestimmt. Die  $(r - \phi)$ -Koordinate der Teilchenspuren wird durch den Ladungsschwerpunkt auf den Kathodenunterteilungen ermittelt. Die Driftzeit ergibt die  $z$ -Koordinate. Die TPC erreicht eine Ortsauflösung pro Raumpunkt in  $(r - \phi)$ - von ca.  $250 \mu\text{m}$  und ca.  $900 \mu\text{m}$  in  $z$ -Richtung. Um die Impulsauflösung, der durch die RICH-Zähler <sup>4</sup> räumlich begrenzten TPC zu verbessern, wurden weitere Spurendetektoren (OD, FCA, FCB) hinzugefügt.

### 2.3.4 Der Outerdetektor

Ein weiterer Spurdetektor ist der Outer Detektor (OD). Er dient der Verbesserung der Impulsauflösung und der schnellen Triggerinformation in  $(r-\phi)$ - und  $z$ -Richtung. Die 24 Spurkammermodule überdecken einen Polarwinkel von  $\theta = 43^\circ$  bis  $137^\circ$ . In fünf Ebenen ist die Auflösung in  $(r-\phi)$ -Richtung auf  $110 \mu\text{m}$  und in  $z$ -Richtung auf 4.4 cm genau.

---

<sup>4</sup>Ring-Image-Čerenkov-Zähler

### 2.3.5 Die Müonkammern

Weitere Instrumente zur Teilchenidentifikation sind die Barrel- und die Vorwärts-Müonkammern mit je einer Ebene von Driftkammern innerhalb des Eisenjochs (nach ca. 90 cm Eisen) und einer zweiten Ebene außerhalb des Jochs (nach weiteren ca. 20 cm Eisen). Hiermit ist eine Spurauflösung von  $\delta_{R\phi} \sim 4$  mm und  $\delta_z \sim 25$  mm im Barrel und  $\delta_{xy} \sim 1$  mm im Vorwärtsbereich möglich.

### 2.3.6 Vorwärtskammern

Zur Verbesserung der Impulsauflösung im Vorwärtsbereich und zur besseren Extrapolation von Spuren in den Forward RICH-Zählern besitzt DELPHI zwei weitere Driftkammerpakete. Die Vorwärtskammern liefern Spur- und Trigger-Informationen von  $\theta = 33^\circ$  bis zu  $\theta = 11^\circ$ .

Die Vorwärtskammer A (FCA) ist auf beide Enden der TPC montiert. Eine Seite besteht aus drei Kammern. Jede Kammer ist in zwei Lagen gestaffelt und in zwei halbe Scheiben mit einem äußeren Radius von 103 cm geteilt. Die Kammern sind um  $120^\circ$  zueinander gedreht und liefern so  $2 \times 3$  Koordinaten (Abb. 2.7). Der Vorläufige Wert für die Auflösung (aus dem Betrieb bei LEP) ist  $\sigma \simeq 300 \mu\text{m}$  pro Lage. Die Nachweiswahrscheinlichkeit pro Doppellage beträgt ca. 95% .

Kammer B (Abb. 2.8) liefert ein genaues Spurelement für den Trigger, die Mustererkennung und eine wesentlich verbesserte Impulsauflösung in Vorwärtsrichtung. Dieser zweite Satz Vorwärtskammern (FCB) befindet sich bei  $z = 274$  cm, zwischen dem F-RICH und dem F-EMC. Eine Kammer ist aus zwei Halbscheiben aufgebaut; eine vollständige Scheibe hat einen Innerenradius  $R = 48$  cm und einen Außenradius  $R = 211$  cm. Die zwölf Signaldrahtebenen sind paarweise um  $120^\circ$  gedreht, dabei sind die Signaldrähte in den beiden Ebenen gegeneinander versetzt. Vorläufige Werte aus dem Betrieb bei LEP sind:  $\sigma = 290 \mu\text{m}$  , eine Nachweiswahrscheinlichkeit 80% pro Ebene (als Mittel über alle Ebenen), wobei Effekte toter Zonen eingeschlossen sind. Bei Nutzung der Information aller zwölf Ebenen erhält man  $\sigma_x = \sigma_y = 130 \mu\text{m}$ .

Es folgt die Beschreibung weiterer zentraler Detektorkomponenten, die zum Nachweis geladener Spuren jedoch nicht benutzt werden:

## 2.4 Die elektromagnetischen Kalorimeter

### 2.4.1 Die HPC

Die HPC <sup>5</sup> innerhalb der supraleitenden Spule, im Barrelbereich des DELPHI Detektors ist eines der größten (5 m lang, Außenradius=2.5 m) existierenden elektromagnetischen Kalorimeter (Abb. 2.9). Die HPC ist in 144 zylindrisch angeordnete Module unterteilt. 6 Ringe mit je 24 Modulen überdecken einen Bereich von  $43^\circ < \theta < 137^\circ$ . Jedes Modul ist zusätzlich in 41 Schichten unterteilt. Als Absorbermaterial werden 41 Lagen Blei im Abstand von je 8 mm (dies entspricht 18 Strahlungslängen  $X_0$ ) verwendet. Das aktive Detektormaterial ist ein Gasgemisch aus 80% Argon und 20% Methan. Geladene Teilchen der elektromagnetischen Schauer ionisieren das Gas und ein homogenes longitudinales elektrisches Driftfeld von 100V/m leitet die erzeugten Ionisationsladungen zum Nachweis auf eine Vieldrahtproportionalzählkammer am Modulende. Durch die Pad-Struktur (128 Kathodenpads in 9 Reihen) der Kammern ist eine sehr gute Auflösung der  $(r - \phi)$ -Koordinate über den Ladungsschwerpunkt möglich.

Da die Auslesezeit der HPC 18  $\mu s$  beträgt, kann sie nicht als schneller Trigger für die Auslese des Detektors benutzt werden. Aus diesem Grund befindet sich nach 4.5 Strahlungslängen eine Lage Szintillationszähler. Für elektromagnetische Schauer liefern sie ein Signal unterhalb einiger  $\mu s$ .

### 2.4.2 Das FEMC

Im Vorwärtsbereich des Detektors wird eine hohe Energieauflösung durch ein zusätzliches Kalorimeter, das FEMC <sup>6</sup>, erreicht (Abb. 2.11). Es besteht aus zwei Scheiben vom Durchmesser  $d = 5$  m mit 9064 Bleiglaszählern in Pyramidenform (Grundfläche:  $5 \times 5$  cm<sup>2</sup>  $\sim 1^\circ \times 1^\circ$ , Dicke: 20 Strahlungslängen). In Vorwärtsrichtung ist eine Überdeckung des Polarwinkels von  $\theta = (10 - 36.5)^\circ$ , in Rückwärtsrichtung von  $\theta = (143.5 - 170)^\circ$  gegeben. Aus Teststrahlendaten wurde eine Energieauflösung von  $\sigma_E/E = ((0.35 + 5/\sqrt{E})^2 + (6/E)^2)^{0.5}\%$  ermittelt (E in GeV).

## 2.5 Der TOF

Der Flugzeitmesser (TOF) <sup>7</sup> liegt außerhalb der Spule (Abb. 2.10). Für kosmische Müonen und Ereignisse aus der Strahlwechselwirkung liefern die Zähler ein schnelles Triggersignal. Ein Vergleich der gemessenen Flugzeiten mit dem Wechselwirkungs-

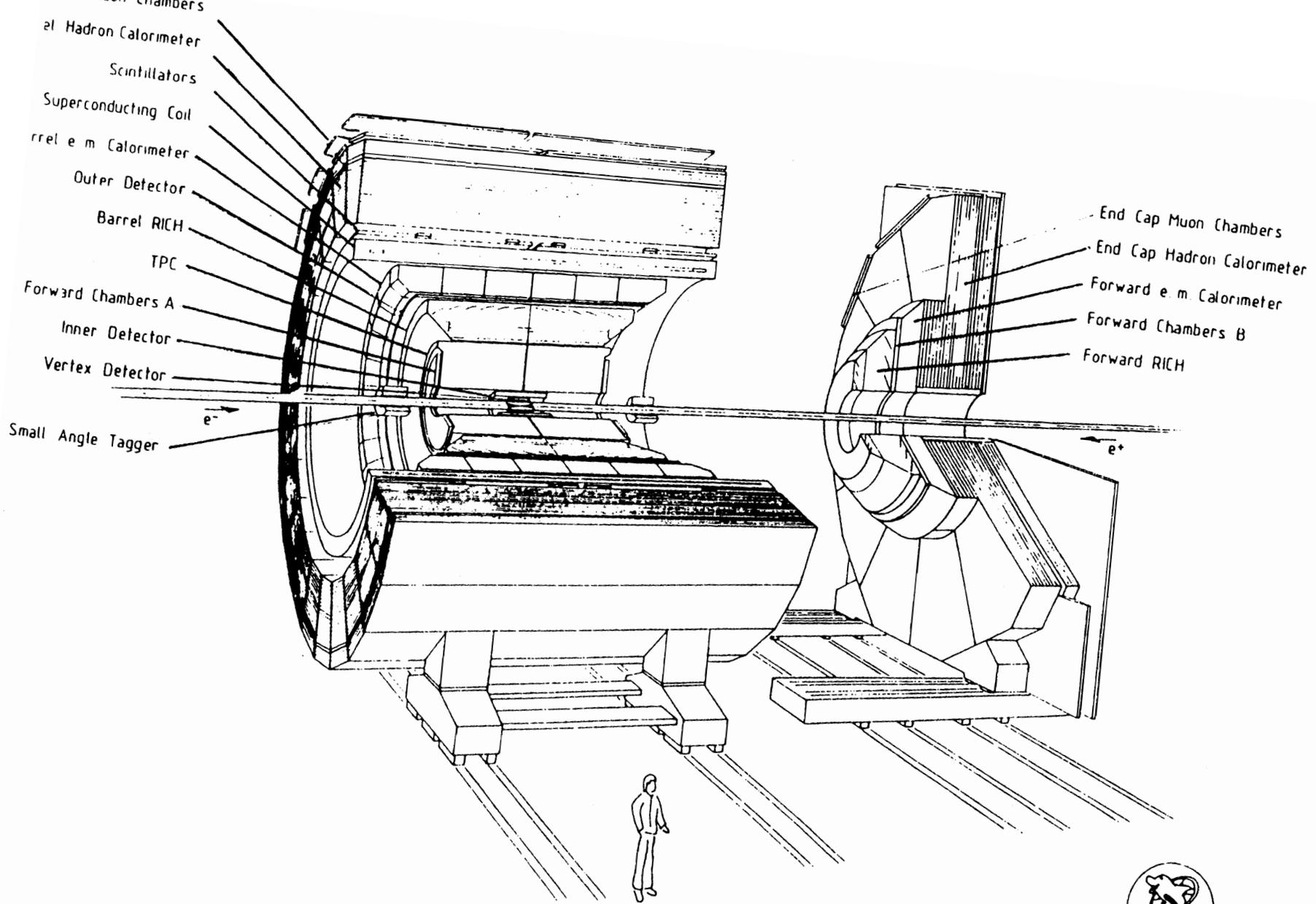
---

<sup>5</sup>High Density Projection Chamber

<sup>6</sup>Forward Electromagnetic Calorimeter

<sup>7</sup>time of flight-system

zeitpunkt unterscheidet Untergrund und Experiment. Die Höhenstrahlung wird zur Ausrichtung des TOF-Systems benutzt.



**DELPHI**



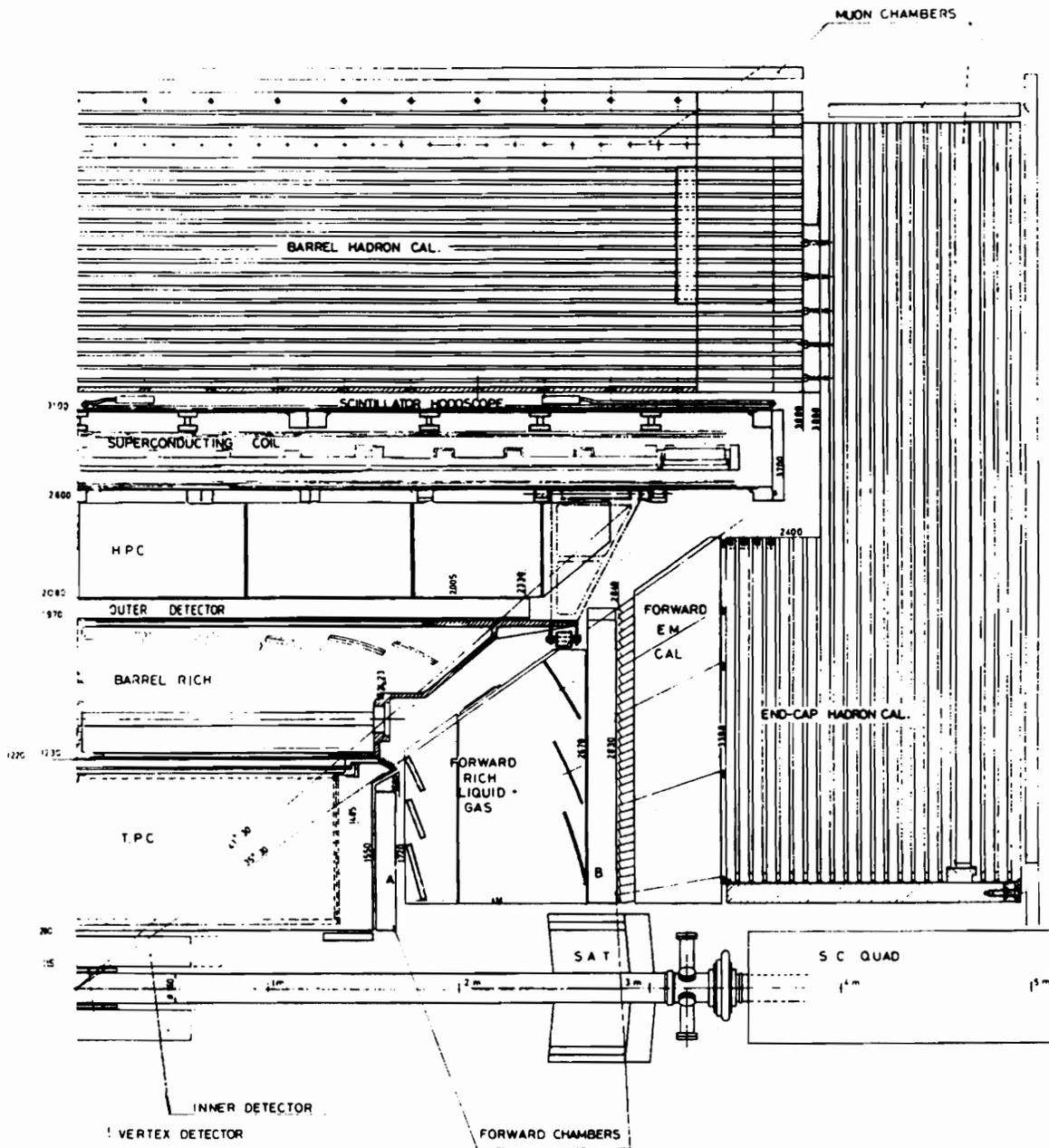


Abbildung 2.2: Längsschnitt durch den DELPHI Detektor

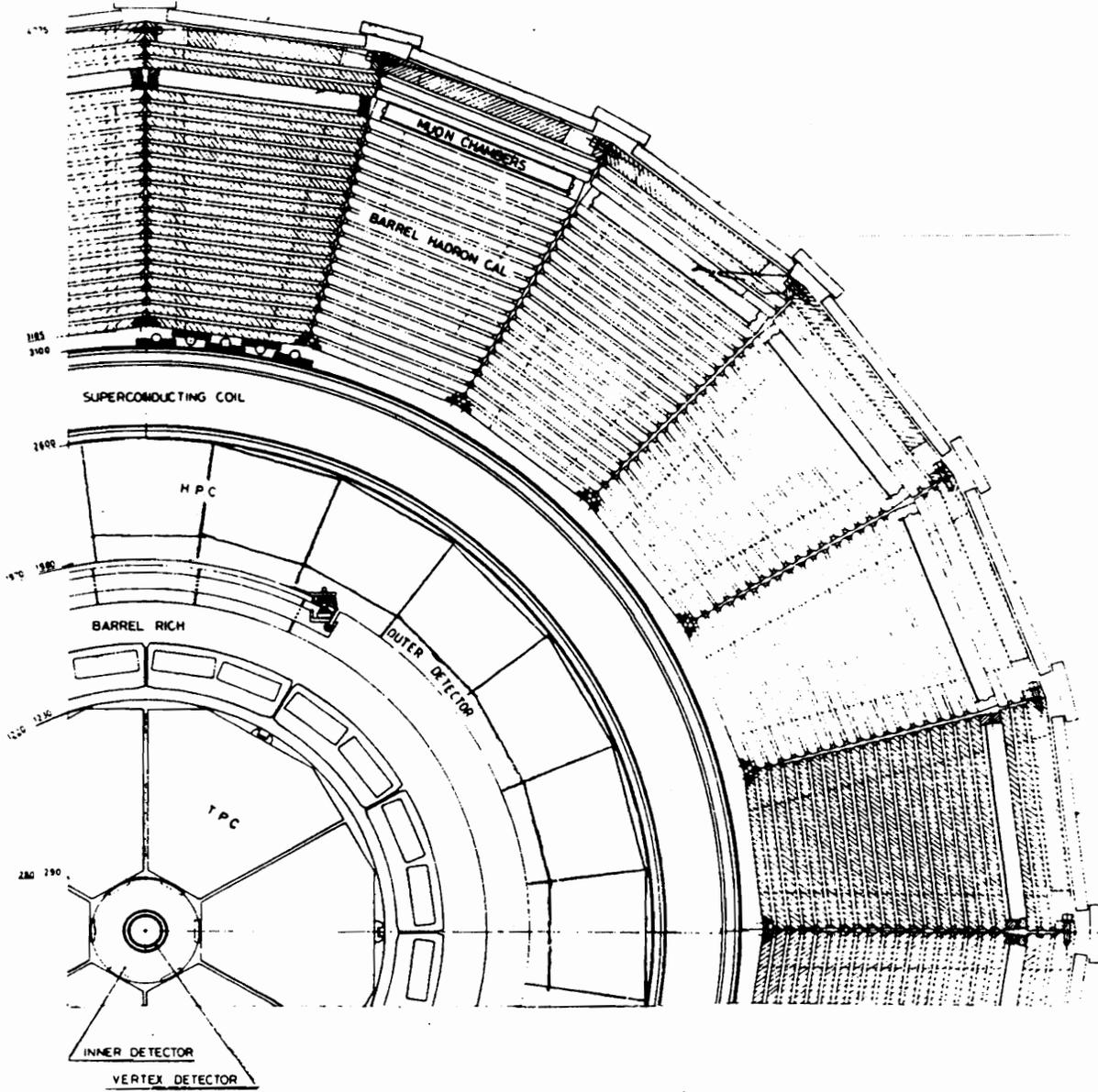


Abbildung 2.3: Querschnitt durch den DELPHI Detektor

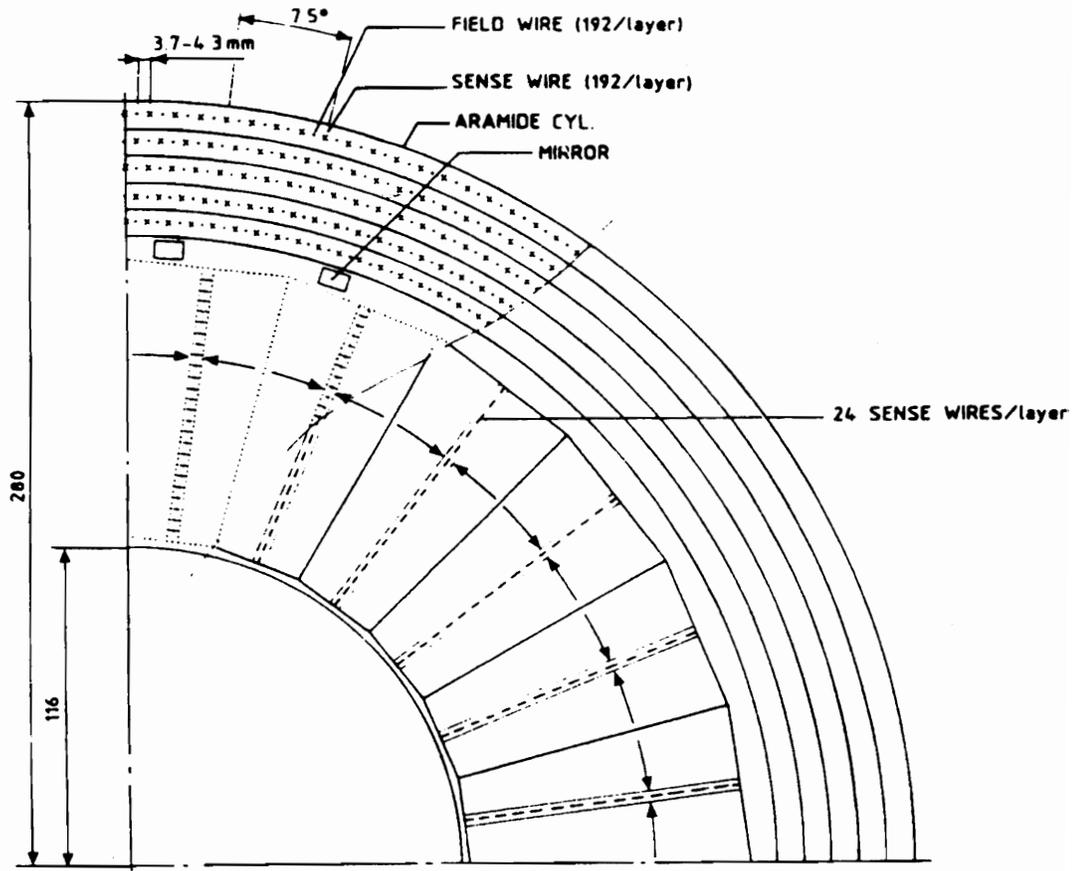


Abbildung 2.4: Querschnitt durch den Inner Detektor

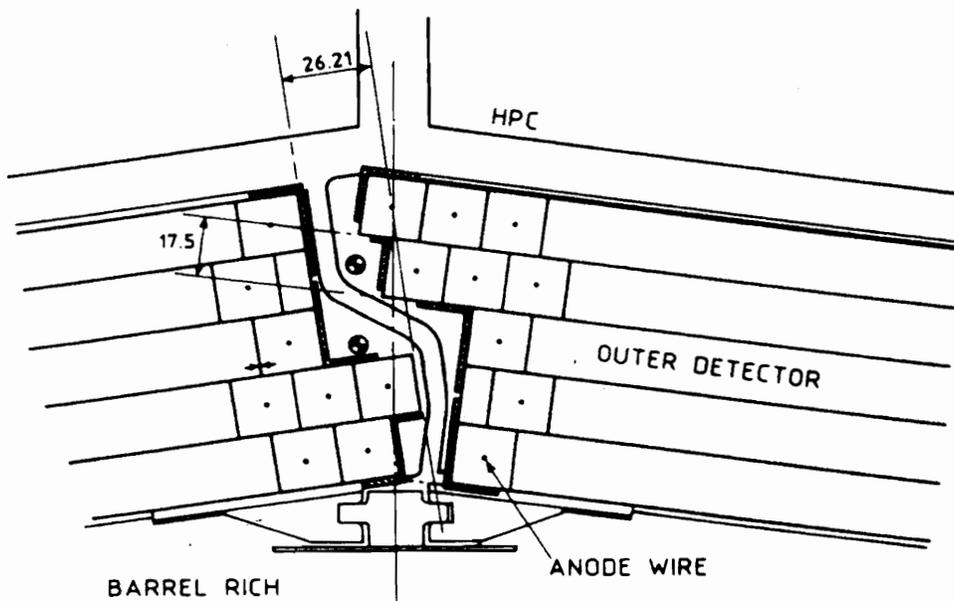


Abbildung 2.5: Anordnung der Module des Outer Detector

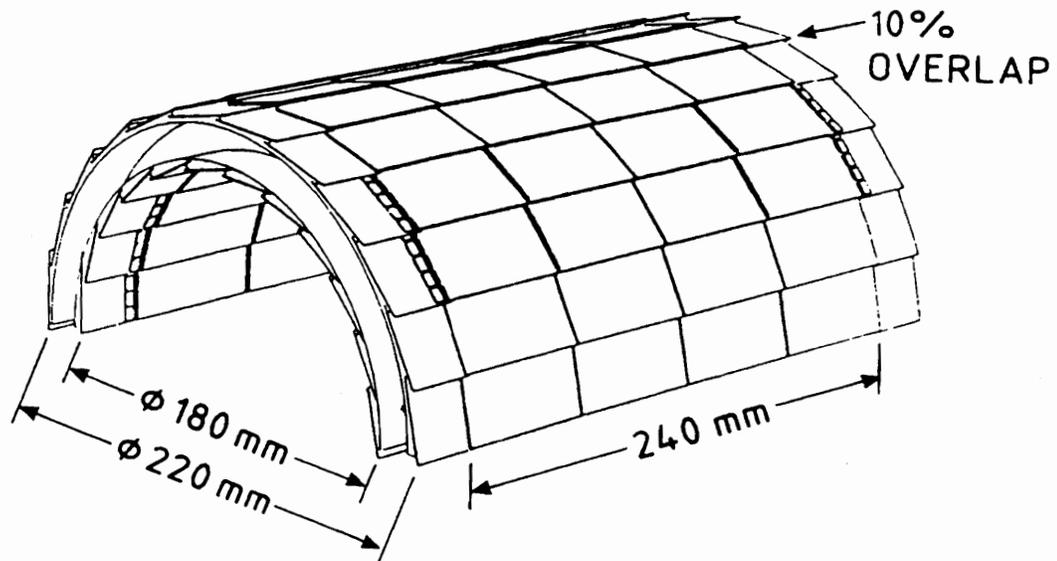


Abbildung 2.6: schematische Zeichnung des Vertexdetektors. Deutlich zu erkennen ist das Überlappen der einzelnen Komponenten, wodurch Löcher in der  $\phi$ -Koordinate vermieden werden.

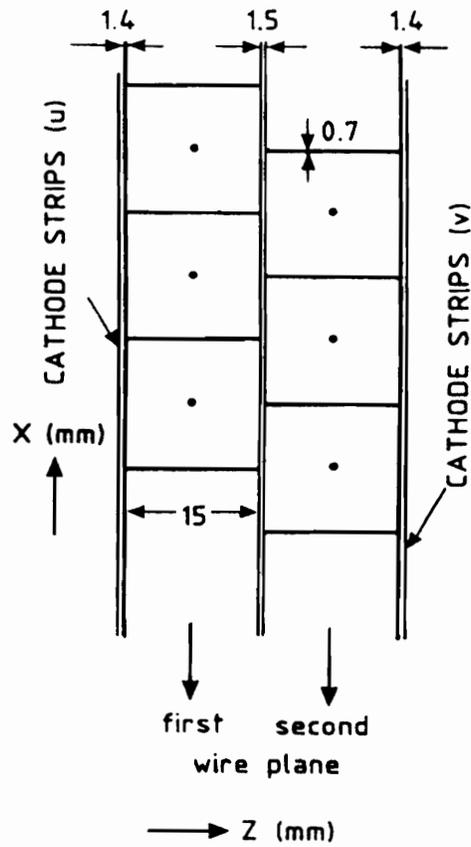


Abbildung 2.7: Vorwärtskammer A, Schnitt durch eine gestaffelte Doppellage

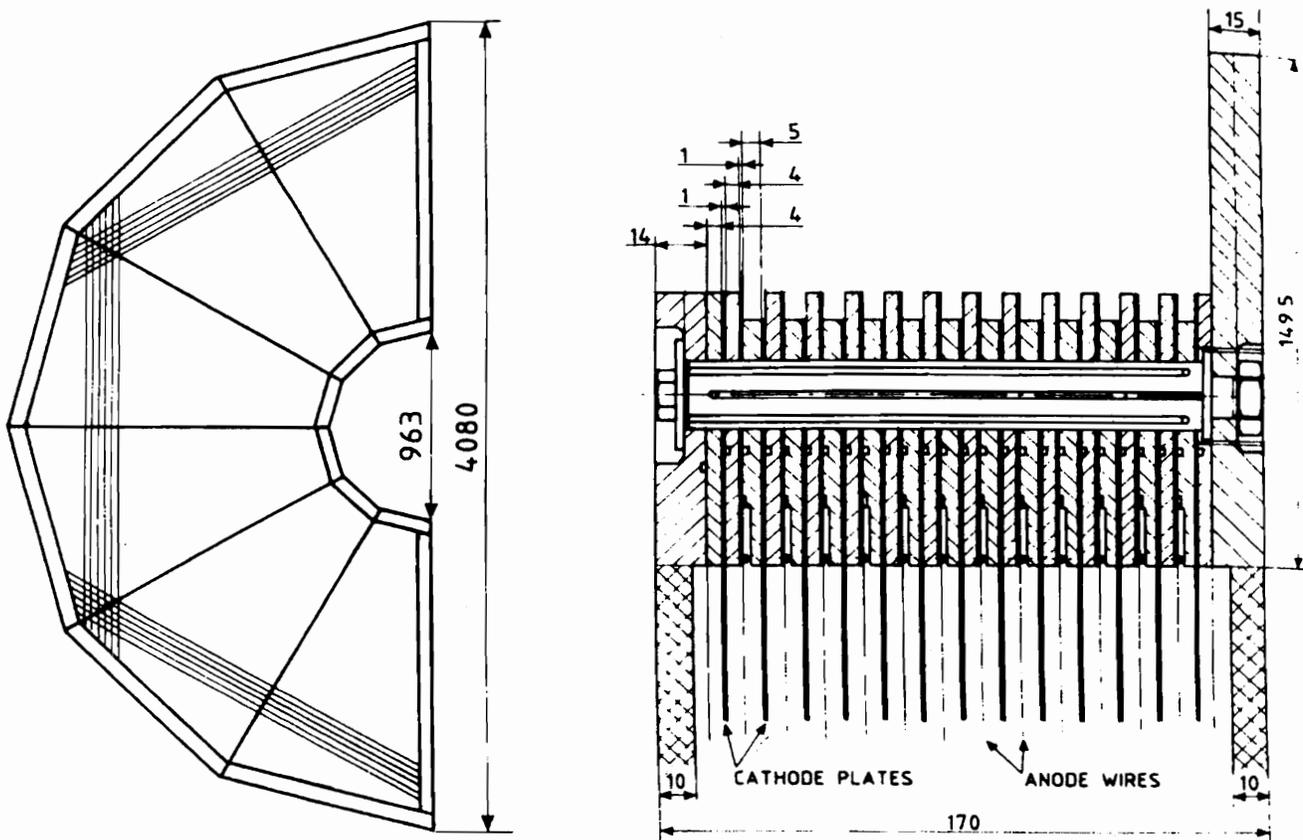


Abbildung 2.8: Vorwärtskammer B, allgemeine Anordnung und Schnitt

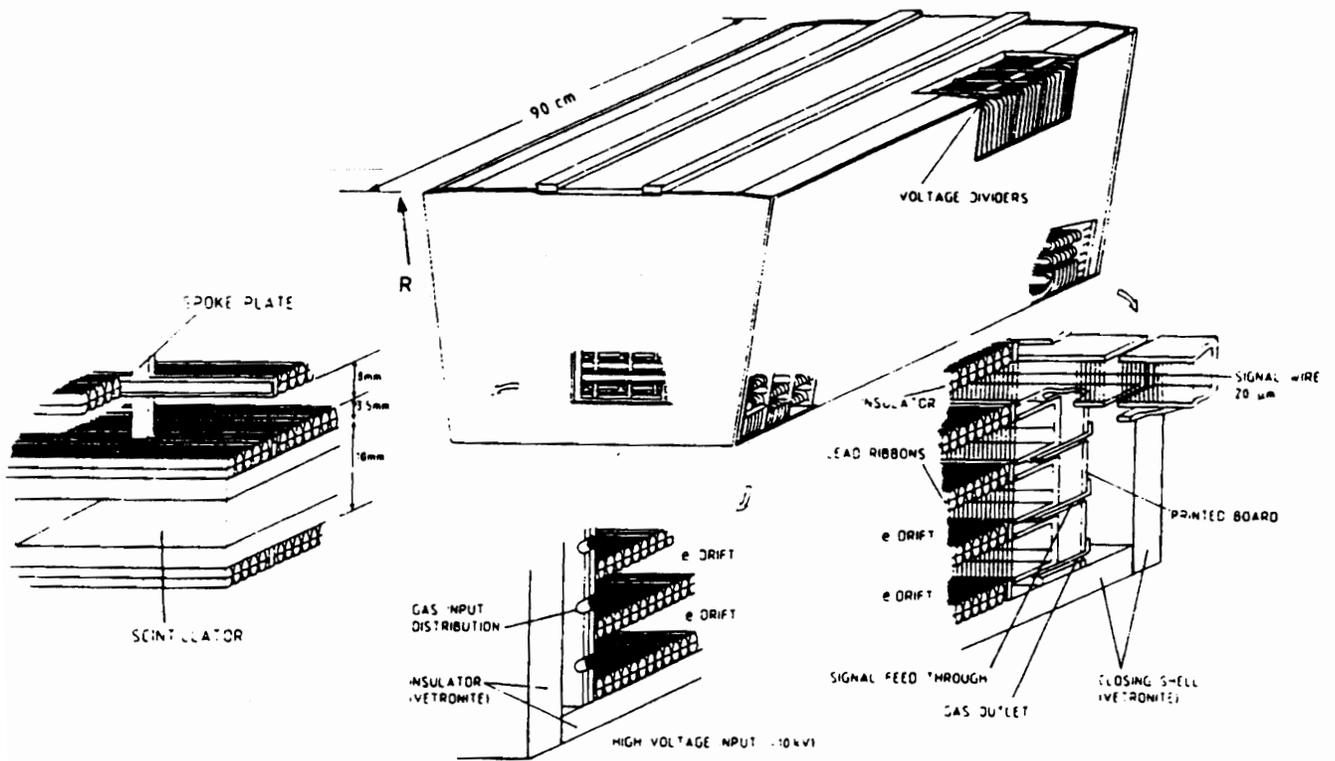


Abbildung 2.9: Aufbau eines HPC-Moduls

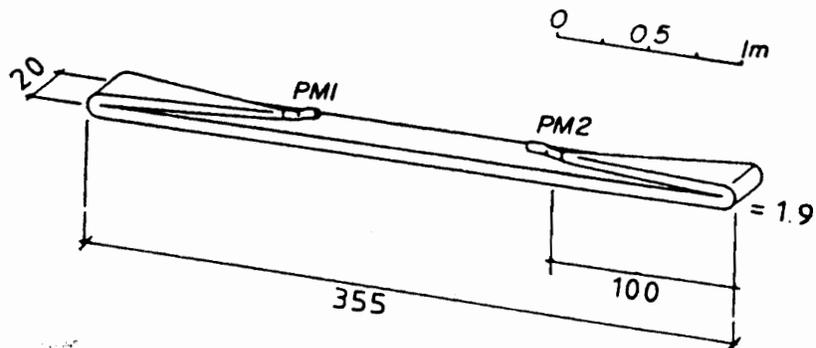
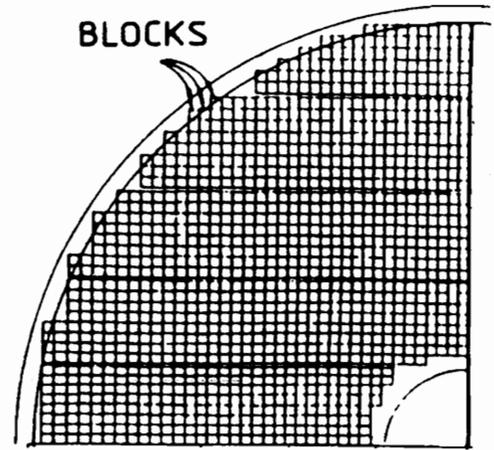
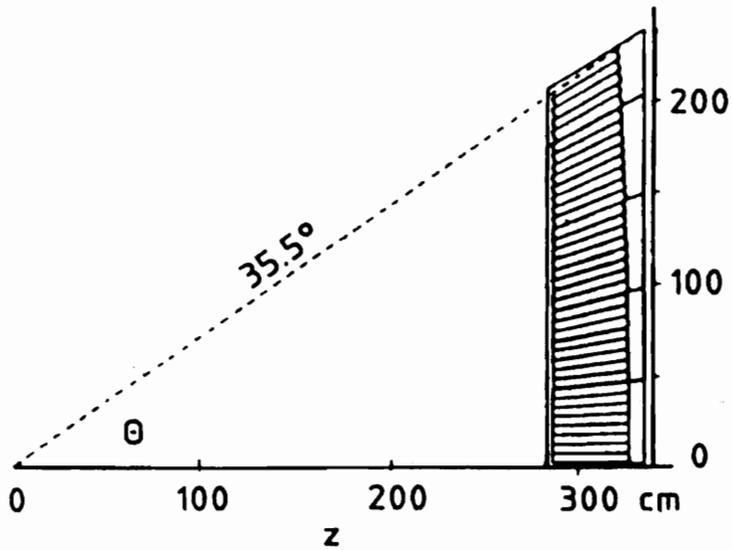
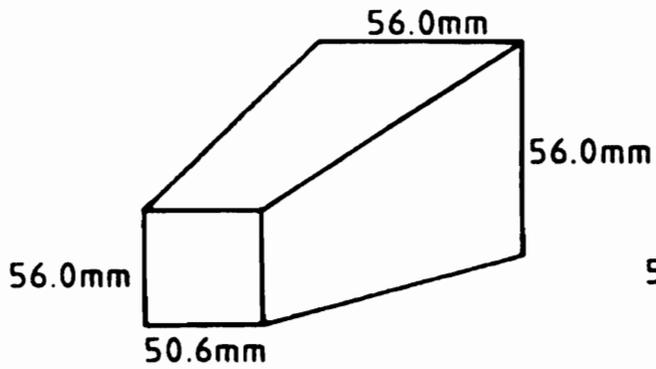


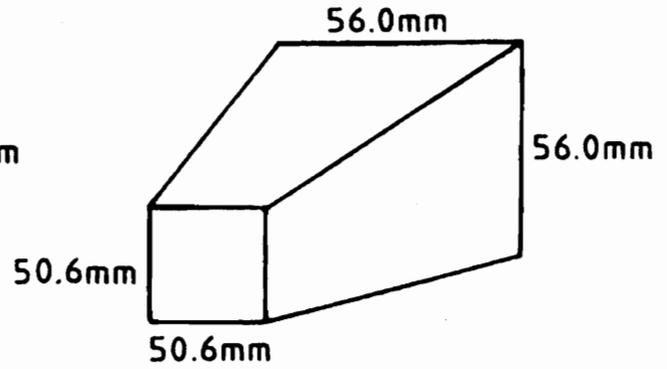
Abbildung 2.10: Ein einzelner TOF-Zähler



TYPE 1



TYPE 2



LEAD GLASS BLOCKS

Abbildung 2.11: Aufbau des FEMC

## 2.6 Datenverarbeitung

### 2.6.1 Triggersystem und Auslese

Die Kollisionsrate am Wechselwirkungspunkt ist von der Größenordnung 45 kHz. Um diese enorme Datenmenge zu reduzieren und um den Detektor möglichst ständig zur erneuten Datenaufnahme verfügbar zu haben, ist ein Auslesesystem nötig, das innerhalb von  $\mu\text{s}$  die Entscheidung über die Qualität eines physikalischen Ereignisses trifft. Hierzu erfolgt die Auslese jeder Entscheidungsstufe zunächst in einen Zwischenspeicher.

Die ersten beiden Triggerstufen sind hardware-gesteuert und werden synchron zur alle 22  $\mu\text{s}$  erfolgenden Strahlüberkreuzung betrieben. Die Entscheidung für Stufe 1 und 2 wird von einem übergeordneten Trigger getroffen, der seine Information aus den Signalen der verschiedenen Triggervorstufen (Track-, Muon-, ...Trigger) bezieht. Hauptfunktion ist das Aktivieren der ersten beiden Triggerstufen und die Vorbereitung der 'Front End Buffer' (FEB; erste Auslese), d.h. der Zwischenspeicher für das nächste Ereignis.

Bei Triggerzeiten von 3  $\mu\text{s}$  (Trigger 1) und 40  $\mu\text{s}$  (Trigger 2) geht jedes zweite Ereignis verloren. Kombinationen aus logischen 'und' und 'oder' Signalen führen gemeinsam mit der zweiten Triggerstufe zur Auslese des Ereignisses in einen der 15 'multi event buffer' (MEB; zweite Auslesephase), ein weiterer Zwischenspeicher, der für jede Detektorkomponente separat gefüllt wird.

Die software-bestimmten Trigger 3 und 4 laufen asynchron zur Strahlüberkreuzung mit Verarbeitungszeiten von 30 und 300–500 ms. Hier wird die Datenqualität durch ein Kontrollsystem überwacht und in der dritten Auslesephase der 'global event buffer' (GEB) gefüllt.

Eine komprimierte Physikanalyse in der vierten Triggerstufe liefert erste Informationen über den vorliegenden Ereignistyp. Die gesamte Dateninformation wird auf Magnetbänder geschrieben und zur Rekonstruktion an eine 'Vax-Farm' weitergegeben.

### 2.6.2 Die Rekonstruktion

Die Rekonstruktion der ausgelesenen elektronischen Signale zu Teilchenspuren mit Energie, Impuls, Ladung u.s.w., erfolgt mit Hilfe des Programmpakets DELANA<sup>8</sup>.

Routinen des TANAGRA-<sup>9</sup> Programmpakets bilden auf dem Weg zur Gesamtspur Zwischenergebnisse, die normiert in sogenannten 'T-Bänken' abgespeichert werden.

---

<sup>8</sup>DELPHI Analysis

<sup>9</sup>track analysis and graphics package

Zunächst werden die kalibrierten Rohdaten in den ersten Zwischenspeicher (TD-Bank) geschrieben. Eine zweite Bank (TE-Bank) beinhaltet die Information einer ersten lokalen Mustererkennung, die Spurelemente der einzelnen Detektorkomponenten getrennt bildet. Aus diesen Einzelergebnissen werden Gesamtinformationen in Form von Spurketten (Strings) rekonstruiert, die in TS-Bänke gesammelt werden. Anschließend erfolgt eine Anpassung dieser assoziierten Spurelemente unter Anwendung der Spurkammerinformationen. Für jede Spur wird das Ergebnis in eine TK-Bank geschrieben. Eine globale Mustererkennung extrapoliert Spurstücke der TPC zu anderen Detektorkomponenten und sucht nach noch nicht assoziierten Teilspuren, aus denen Spurgruppen gebildet werden, die dann in einer weiteren Bank (TB-Bank) abgespeichert werden. Schließlich findet man die Vertexrekonstruktion, mit deren Hilfe eine letzte Anpassung und Extrapolation durchgeführt wird, in TV-Bänken.

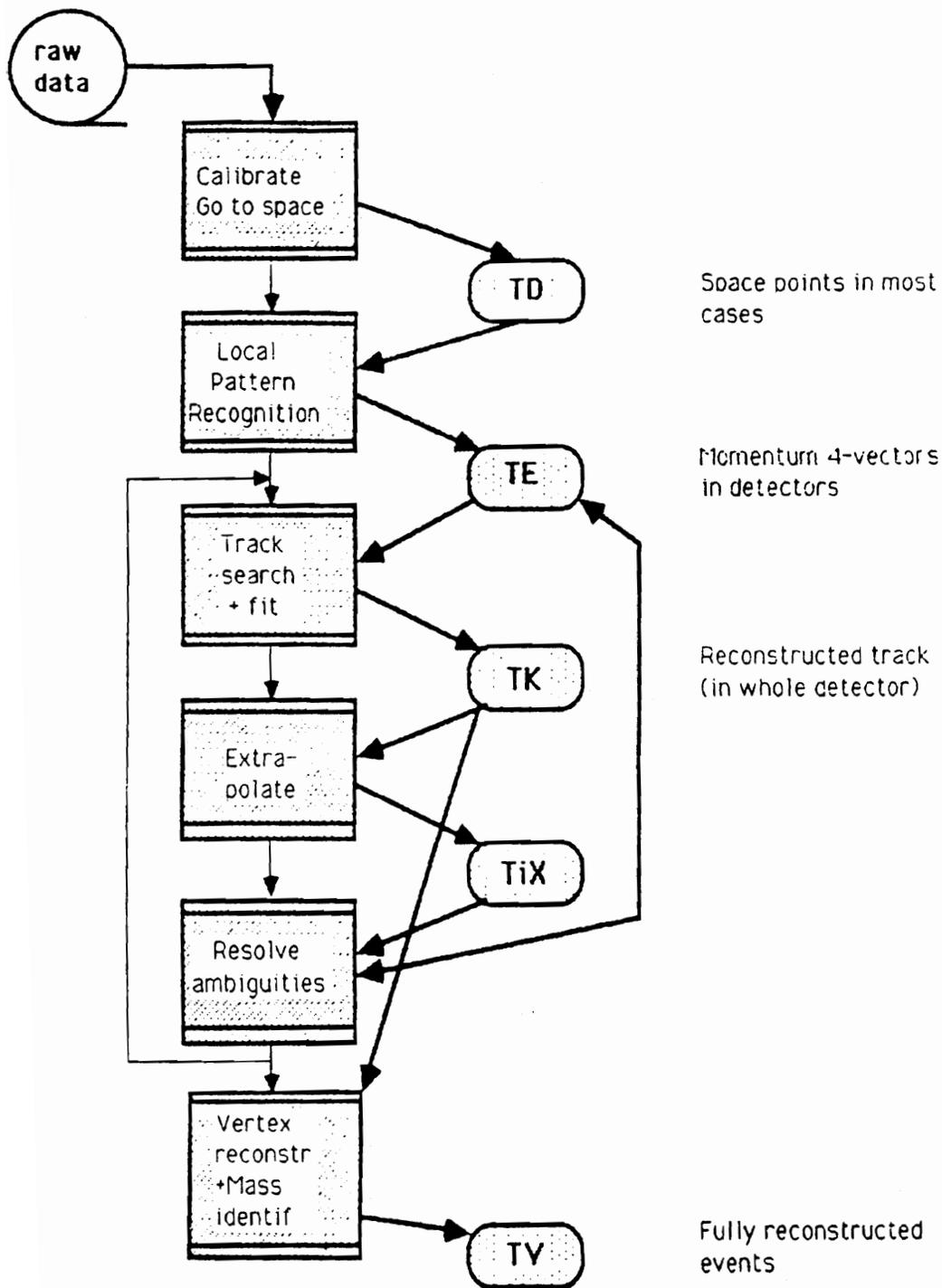
Abb.2.12 zeigt die Datenaufbereitung graphisch. Diese gesammelte Information, Rohdaten sowie die gesamte Bankstruktur, wird auf Magnetband gespeichert und als Master DST<sup>10</sup> bezeichnet.

Die CPU Zeit einer IBM 3090 für die Rekonstruktion eines hadronischen Ereignis beträgt 10 s.

---

<sup>10</sup>Data summary tape

Abbildung 2.12: Die Stufen der Datenrekonstruktion



### 2.6.3 Die Simulation

Eine der wichtigsten Aufgaben des LEP-Speicherrings sind Präzisionstests der elektroschwachen Wechselwirkung im Standardmodell. Um Detektoreinflüsse zu eliminieren, müssen die experimentellen Daten mit Hilfe von Monte Carlo Simulationen korrigiert werden. Die hierfür entwickelten Programme gehen in zwei Schritten vor:

- 1. Generation
- 2. DELPHI Simulation

Hadronische Ereignisse erzeugt das JETSET 7.2 Monte Carlo der Lund Gruppe [SJ 89].

$$e^+e^- \longrightarrow \gamma, Z^0 \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow \text{Hadronen.}$$

Das  $Z^0$ -Boson zerfällt in die verschiedenen Quarkflavour entsprechend den Vorhersagen des Standardmodells. QED-Strahlungskorrekturen in Anfangs- und Endzustand werden durch den DYMU3-Generator berücksichtigt.

Für die Physik dieses Prozesses gibt es zwei Ansätze:

- Das Matrixelementmodell (ME) berechnet die Feynman-Diagramme bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  vollständig. Die Kinematik, Interferenz- und Helizitätsstruktur der entstandenen Mehrpartonzustände wird exakt beschrieben.
- Das Partonschauerverfahren (PS) bildet Kaskaden von Quarks- und Gluonenzerfällen. Diese Kaskaden werden näherungsweise in erster Ordnung durch das LLA-Verfahren berechnet. LLA steht für 'leading log approximation', d.h. nur die führenden logarithmischen Terme werden zur Rechnung benutzt.

Die anschließende Fragmentation der Partonen in Hadronen wird durch Fragmentationsmodelle beschrieben (Kap. 3.3).

Der Detektor wird durch das für DELPHI entwickelte Programmpaket DELSIM<sup>11</sup> simuliert. DELSIM gibt die Detektorgeometrie und den Detektorzustand wieder und beschreibt die Signale des Detektors auf Wechselwirkungen der Teilchen mit diesem. Durch Anpassung der Simulation an die experimentell gewonnenen Daten lassen sich freie Modellparameter bestimmen.

Die Reaktion des generierten Ereignisses mit dem Detektor sowie weitere Zerfälle werden ebenfalls durch DELSIM wiedergegeben. Hierzu werden die Detektorinformationen der einzelnen Datenbanken und sekundäre Wechselwirkungen der Teilchen mit Detektormaterial und Magnetfeld berücksichtigt.

---

<sup>11</sup>DELPHI event generation and detektor simulation

Im einzelnen sind dies:

- Bremsstrahlung
- Paarbildung
- Comptonstreuung
- Zerfälle kurzlebiger Teilchen
- Positronvernichtung
- Vielfachstreuung in Materie
- Photoeffekt u.s.w.

Zuletzt wird das Ergebnis im Format der tatsächlichen Detektorauslese abgespeichert und genau wie die realen Daten mit DELANA analysiert.

Die Simulationszeit für ein hadronisches Ereignis beträgt 1.3 min CPU (IBM 3090) und der Speicherplatz ca. 300 kByte. Um schneller über eine hohe Statistik zu verfügen wurde eine verkürzte Version der Detektorsimulation (FASTSIM) entwickelt.

# Kapitel 3

## Physikalische Grundlagen

### 3.1 Die Wechselwirkungen

Die heutige Elementarteilchenphysik hat sich das Verständnis und die einheitliche Beschreibung der Wechselwirkung von Strahlung und Materie zum Ziel gemacht. Zur Darstellung dieser fundamentalen Wechselwirkungen werden Feldtheorien benutzt. Das Standardmodell besteht aus der elektroschwachen Theorie und der Theorie der starken Wechselwirkung, die im folgenden erläutert werden.

Die QED (Quantenelektrodynamik) ist die renormierbare Feldtheorie zur Beschreibung der von den Photonen ( $\gamma$ ) übertragenen elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen elektrisch geladenen Elementarteilchen. Sie ist das einfachste Beispiel einer quantisierten Eichfeldtheorie. Aus der Forderung nach Invarianz gegenüber lokalen, d.h. in jedem Raum-Zeitpunkt möglicherweise unterschiedlichen Phasentransformationen des Wellenfeldes der geladenen Teilchen, resultiert die abelsche Eichgruppe  $U(1)$ . Das masselose neutrale Eichboson, das Photon, koppelt mit einer Stärke von  $1/137$  an alle elektrisch geladenen Teilchen. Eine Wechselwirkung unter Photonen besteht nicht, d.h. das Eichboson nimmt nur als Austauscheteilchen an der Wechselwirkung teil. Die elektromagnetischen Kräfte verfügen über eine große Reichweite. Ansätze einer Theorie der schwachen Wechselwirkung gehen auf Fermi (1934) zurück, der als erster in Analogie zur QED eine feldtheoretische Behandlung des  $\beta$ -Zerfalls vorschlug. Eine Beschreibung erfolgt durch die  $SU(2)$  Gruppe, deren Ladung der schwache Isospin ist. Analog zum Photon der QED führte man geladene Bosonen als Austauscheteilchen in die Theorie ein. Um die kurze Reichweite der Wechselwirkung zu erklären, erhielten diese Bosonen zusätzlich eine Masse.

Die elektroschwache Theorie wurde von Glashow – Weinberg – Salam (GWS) als Vereinigung der elektromagnetischen mit der schwachen Wechselwirkung konzipiert. Es ist die quantisierte Eichfeldtheorie der von massiven geladenen  $W^\pm$ - bzw. ungeladenen  $Z^0$ -Bosonen und dem Photon  $\gamma$  übertragenen elektroschwachen Wechselwirkung. Die GWS-Theorie basiert auf der unitären Symmetriegruppe  $SU_I(2) \times U_Y(1)$

des schwachen Isospins  $I$  und der schwachen Hyperladung  $Y$  der drei unabhängigen Generationen von Leptonen und Quarks. 1968 wurde sie von Weinberg und Salam unabhängig voneinander für Leptonen begründet und von Glashow, Iliopoulos und Maiani 1970 auf Quarks verallgemeinert. Der experimentelle Nachweis der intermediären Bosonen ( $W^\pm, Z^0$ ) gelang 1983 am CERN bei hochenergetischen Proton-Antiprotonkollisionen.

Beim Versuch der Systematisierung der Hadronen fand Gell-Mann Anfang der sechziger Jahre, daß sich Teilchen gleichen Spins und gleicher Parität in Multipletts zusammenfassen lassen. 1964 führte er die bereits erwähnten Quarks und das Quark-Parton-Modell in die Theorie der Elementarteilchen ein. Die grundlegende Idee dabei ist, daß die beobachteten Baryonen und Mesonen nicht elementar sind, sondern aus fundamentalen Bausteinen bestehen. Als Symmetriegruppe wählte Gell-Mann die  $SU(3)_{flavour}$ . Die postulierten u, d und s Quarks müssen, um die Quantenzahlen der Hadronen richtig wiedergeben zu können, drittelzahlige Ladung und Baryonen-zahl, sowie einen halbzahligen Spin aufweisen.

Diese Quarks sind durch folgende Eigenschaften bestimmt:

- Den ersten experimentellen Hinweis auf die physikalische Existenz der Quarks erhielt man durch die tiefinelastische Elektron-Proton-Streuung, deren Ergebnisse als Streuung der Leptonen an punktförmigen Konstituenten der Nucleonen gedeutet wurden.
- Zur Erhaltung des Pauli-Prinzips ist es nötig den Quarks einen weiteren Freiheitsgrad, die Farbe (colour), der drei diskrete Werte rot, grün und blau annehmen kann, zuzuordnen. Jedes Quark kommt also in drei verschiedenen Farbzuständen vor. Es besteht eine exakte  $SU(3)_{colour}$  Symmetrie unter Drehungen im Farbraum. Alle Hadronen sind weiß, also Farbsingletts. Die Tatsache, daß es keine freien Farbladungen, d.h. farbige Hadronen oder freie Quarks gibt, wird als Quarkeinschluß (confinement) bezeichnet.
- Eine experimentelle Bestätigung der Farbhypothese ergab sich u.a. aus der Messung des Verhältnisses aus totalem hadronischen und des Wirkungsquerschnittes für die Myon-Paarzeugung. Unter der Annahme, daß drei Farbzustände der Quarks existieren, stimmen theoretische Vorhersage und Experiment gut überein.

Auf der Basis dieser experimentell bestätigten Quarks sowie deren Farbladungen wurde die Quantenchromodynamik (QCD) in Analogie zur QED als renormierbare, eichinvariante Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung entwickelt. Die Farbladungen der Quarks gehorchen der Farb-Symmetriegruppe  $SU(3)_{colour}$ . Demnach

ist ein Quark ein Farbtuplett-Zustand. Die Wechselwirkung zwischen Quarks und Gluonen läßt sich als  $SU(3)$  Transformation auffassen. Ein rotes Quark kann z.B. in ein grünes Quark übergehen. Da die Farbladung, genau wie die elektrische Ladung eine Erhaltungsgröße ist, muß dabei ein Teilchen mit den Farben rot und antigrün ausgesandt werden. Diese Austauscheteilchen ergeben sich aus der Gruppenstruktur der  $SU(3)$ . Man bezeichnet diese acht Austauschbosonen als Gluonen. Im Gegensatz zur QED tragen die Mittlereilchen der QCD selbst Ladung, d.h. Farbladung. Daher ist die Eichtheorie der QCD eine nicht-abelsche Eichtheorie. Durch die Farbladung können Gluonen auch mit anderen Gluonen wechselwirken (Gluonselfkopplung). Weitere Folgen der Farbladung sind der Quarkeinschluß (confinement) und die asymptotische Freiheit. Als asymptotische Freiheit bezeichnet man das quasifreie Verhalten der Quarks bei kleinen Abständen (oder hohen Impulsüberträgen), wie es bei der tiefinelastischen Lepton-Nukleon Streuung gefunden wurde. Dieser Prozeß läßt sich im Rahmen der Renormierungstheorie verstehen. Er führt zu einer Abhängigkeit der Kopplungskonstanten  $\alpha_s$  vom Quadrat des Impulsübertrags  $Q^2$ . Bei kleinen Impulsüberträgen ist  $\alpha_s$  groß, und die Störungstheorie kann nicht angewendet werden. Bei großen Impulsüberträgen  $Q^2$  nimmt  $\alpha_s$  kleine Werte an, so daß die Störungsrechnung angewendet werden kann. Diese Abhängigkeit der Kopplungskonstanten  $\alpha_s$  von  $Q^2$  trägt den Namen 'running coupling constant'. Die elektroschwache Theorie (GWS) und die Theorie der starken Wechselwirkung (QCD) bilden zusammen das Standardmodell.

## 3.2 Einteilung der Elementarteilchen

Die Elementarteilchen in der Physik sind die einfachsten bisher beobachteten physikalischen Systeme. Sie lassen sich mit den gegenwärtig zur Verfügung stehenden Energien nicht in elementarere physikalische Objekte zerlegen, sondern wandeln sich unter dem Einfluß ihrer gegenseitigen Wechselwirkung und unter Berücksichtigung der Erhaltungssätze für Energie, Impuls, Drehimpuls und bestimmter Quantenzahlen ineinander um oder zerfallen in andere, stabile Elementarteilchen. Nach der für sie gültigen Statistik unterscheidet man Spin 1/2 Teilchen, die Fermionen und Spin 1 Teilchen, die Bosonen (wobei der Spin in Einheiten von  $\hbar/2\pi$  gezählt wird). Bosonen sind die Feldquanten, die die Wechselwirkung zwischen den Fermionen vermitteln und im Gegensatz zu diesen durch symmetrische Wellenfunktionen beschrieben werden. Die durch antisymmetrische Wellenfunktionen beschriebenen Fermionen sind für den Aufbau der Materie verantwortlich.

Tabelle 3.1 zeigt die Einteilung der Elementarteilchen nach dem Standard-Modell: In diesem Modell sind die Hadronen farblose gebundene Zustände der als strukturlos vorausgesetzten Quarks. Die Mesonen ergeben sich hieraus als Quark-Antiquark Zustände einer Farbe ( $q\bar{q}$ ) und die Baryonen als gebundene Zustände aus drei farb-

		starke Wechselwirkung			
		Bosonen	Gluonen (G=1,2 ...8)		
elektro- schwache Wechsel- wirkung	$\gamma$ $W^+W^-$ $Z^0$		$u_r, u_g, u_b$ $d_r, d_g, d_b$	$\nu_e$ e	1.Generation
			$c_r, c_g, c_b$ $s_r, s_g, s_b$	$\nu_\mu$ $\mu$	2.Generation
			$b_r, b_g, b_b$ $t_r, t_g, t_b$	$\nu_\tau$ $\tau$	3.Generation
			Quarks	Leptonen	
		Fermionen			

Tabelle 3.1: Standardschema der fundamentalen Teilchen (Quarks und Leptonen) und der ihre Wechselwirkung übertragenden Eichbosonen

verschiedenen Quarks ( $qqq$  bzw.  $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ ). Als fundamental werden die mit drei verschiedenen Farbladungen (Colours) r(rot), g(grün) und b(blau) und sechs verschiedenen Flavours u(up), d(down), s(strange), c(charm), b(bottom) und t(top) auftretenden Quarks, die sechs auftretenden Leptonen sowie deren Antiteilchen angesehen. Der direkte Nachweis des 'top'-Quarks steht noch aus. Quarks und Leptonen treten in drei Generationen zu jeweils zwei Teilchen auf. Die Teilchen der ersten Generation bestimmen den Aufbau unserer Umwelt. Die beiden anderen Generationen konnten bisher nur im Experiment nachgewiesen werden. Es handelt sich um schwerere Kopien der ersten Generation. Ein viertes leichtes Neutrino einer vierten Generation (mit einer Masse kleiner  $40 GeV/c^2$ ) kann durch Experimente am LEP-Beschleuniger ausgeschlossen werden. Die starke Farbwechselwirkung, die von acht farbigen, masselosen Gluonen(g) übertragen wird, wirkt zwischen Quarks und Gluonen (horizontal in Tab. 3.1), während die elektroschwache Wechselwirkung, die von den massiven intermediären Bosonen  $W^\pm$  und  $Z^0$ , sowie vom masselosen Photon übertragen wird, über alle Fermionen wirkt (vertikal in jeder Generation von Teilchen, Tab. 3.1). Die Massen der Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung werden durch spontane Symmetriebrechung erzeugt. So ergibt sich zusätzlich ein masseloses neutrales Feld, das Higgs-Feld und damit das neutrale Spin-0-Teilchen, das Higgs-Boson als Feldquant. Der experimentelle Nachweis des Higgs-Teilchens steht noch aus.

### 3.3 Die Fragmentation

Als Fragmentation oder Hadronisation bezeichnet man den Vorgang, der die Transformation von Quarks und Gluonen in beobachtbare Hadronen beschreibt. Dieser Prozeß wird durch unterschiedliche phänomenologische Modelle beschrieben, da ein

störungstheoretischer Ansatz, wegen der großen Kopplung bei niedrigen  $Q^2$  nicht zum Ziel führt. Alle Modelle haben als Ausgangspunkt für eine Gruppe von im Fragmentationsprozeß entstehender Hadronen (= Jet) ein energiereiches Parton. Diese aus Hadronen konstruierten Jets stimmen in ihrer Richtung mit den ursprünglichen Partonen weitgehend überein, wobei die einzelnen Hadronen nur kleine Transversalimpulse gegen die Jetachse ( $\simeq 350 \text{ MeV}/c$ ) haben.

Von Feynman und Field stammen die 'Independent-Fragmentationsmodelle'. Hier geht man von einer unabhängigen Fragmentation der Quarks und Gluonen in Hadronen aus. Ein Quark mit dem Impuls  $p$  polarisiert das Vakuum und bildet mit einem Antiquark aus dem 'Quarksee' einen gebundenen Zustand. Das verbleibende Quark mit dem geringeren Impuls  $p'$  ist Ausgangspunkt für den nächsten Schritt. Dieser Vorgang wiederholt sich bis die Energie nicht mehr ausreicht um die Kaskade der immer neu erzeugten  $q\bar{q}$  Paare fortzusetzen. Gluonen fragmentieren ebenso, nachdem sie zunächst in ein  $q\bar{q}$  Paar zerfallen sind. Schwere Quarks entstehen wegen der hohen Masse nicht aus dem Vakuum.

Die 'String-Fragmentationsmodelle' gehen davon aus, daß sich das Farbfeld zwischen zwei sich entfernenden Partonen zu einem 'String' (Feldschlauch) einschnürt. Die in diesem Feld gespeicherte Energie ist proportional zu seiner Länge. Mit zunehmender Länge wächst die Energie wodurch der String beliebig aufbrechen kann und ein Quark- oder Diquarkpaar bildet. Gluonen fragmentieren ebenfalls aus diesen Strings zu Hadronen. Auch in diesem Modell werden keine schweren Quarks aus dem Vakuum erzeugt. Die entstandenen Teilstrings entsprechen zwei voneinander unabhängigen  $q\bar{q}$  Systemen, die ihrerseits wieder aufbrechen können. Dieses Modell wurde von der LUND-Gruppe entwickelt und ist das meist verwendete der im JETSET Monte Carlo implementierten Fragmentationsoptionen.

Für beide Modelle existieren Fragmentationsfunktionen  $f(z)$ , die den Anteil  $z$  des Longitudinalimpulses des Quarks angeben, den das erzeugte Hadron bei der Fragmentation erhält. Da die Impulsspektren der Hadronen aus leichten und schweren Quarks unterschiedlich sind, werden für leichte und schwere Quarks auch unterschiedliche Fragmentationsfunktionen benutzt. Die symmetrische LUND-Funktion beschreibt die Fragmentation der leichten u,d und s Quarks, während die der schweren b und c Quarks durch die Peterson-Fragmentationsfunktion dargestellt wird (Gleichung 3.1).

Beim Fragmentationsprozeß der c und b Quarks geht das schwere Quark  $q$  mit dem Impuls  $p$  in ein schweres Meson  $M = (q\bar{q})$  mit dem Impulsanteil  $z \cdot p$  und ein leichtes Quark  $q'$  mit  $p' = 1 - z \cdot p$  über, wobei für die Peterson-Funktion gilt:

$$f(z) \propto \frac{1}{z(1 - 1/z - \epsilon_q/(1 - z))^2} \quad (3.1)$$

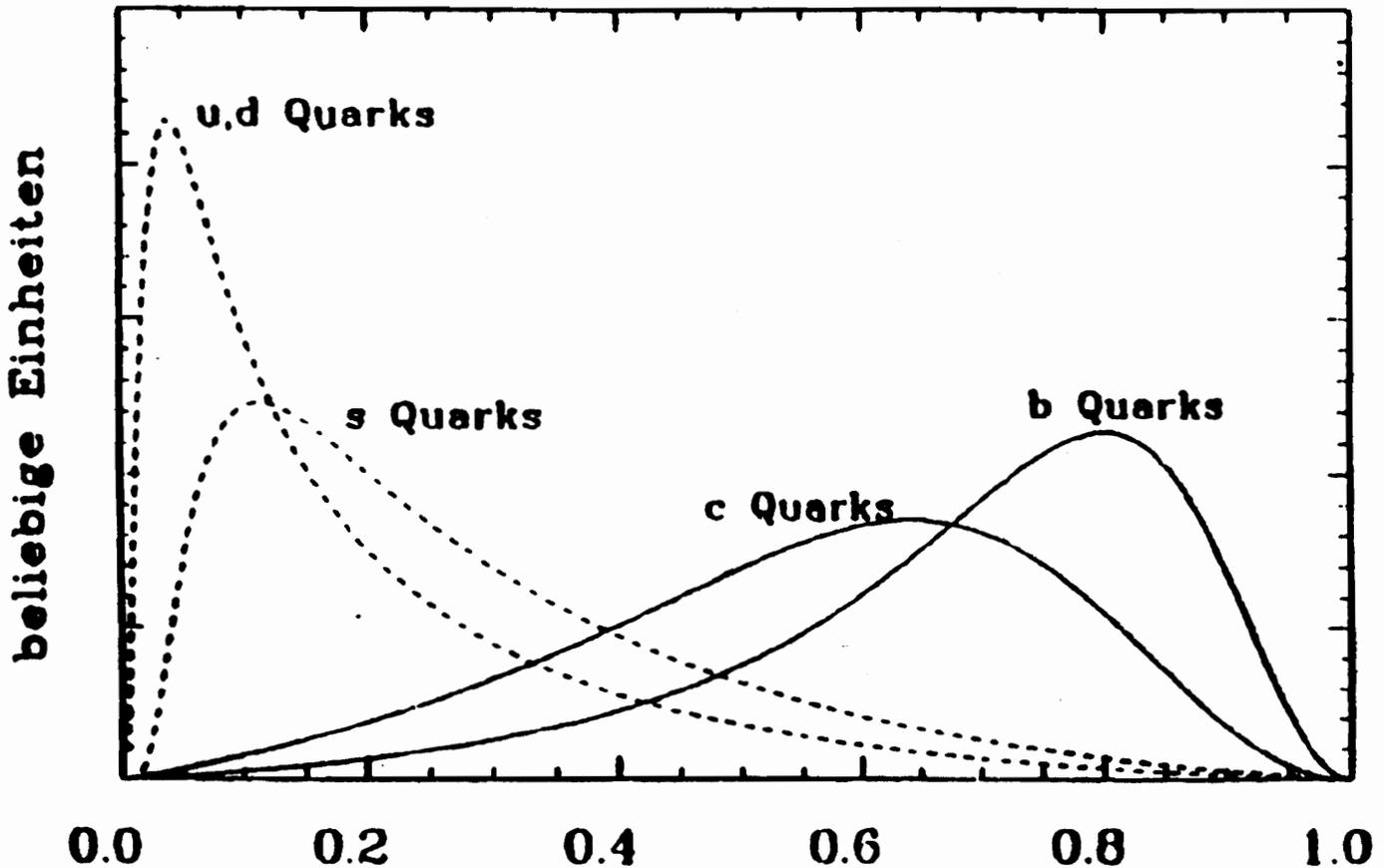


Abbildung 3.1: Fragmentation:  $b$ -,  $c$ -,  $s$ - und  $u$ - und  $d$ -Quarks

$\epsilon_q$  ist ein für  $c$ - und  $b$ -Quarks unterschiedlicher Fragmentationsparameter. In Abb. 3.1 ist deutlich zu erkennen, daß schwere Quarks wesentlich 'härter' fragmentieren als leichte. 'Hart' steht für einen vergleichsweise großen Impulsübertrag an das im Fragmentationsprozeß entstehende energiereichste (schnellste) Hadron. Kinematisch läßt sich eine harte Fragmentation durch Impuls- und Energieerhaltung in Stoßprozessen erklären, wobei die leichten und schweren Quarks des Fragmentationsvorgangs als die am Stoßprozeß beteiligten Teilchen angesehen werden. Hierbei ändert sich der Impuls eines schweren Quarks bei der Aufnahme eines Quarks aus dem virtuellen Quarksee wenig, im Vergleich zum Impulsverlust eines leichten Quarks beim gleichen Vorgang.

### 3.4 Der schwache Zerfall von B-Mesonen

Die schwachen Zerfälle, der nicht als freie Teilchen auftretenden Quarks lassen sich nur indirekt, d.h. beim Zerfall der im Fragmentationsprozeß entstehenden Mesonen beobachten. B-Mesonen sind Kombinationen aus  $b$ - bzw.  $\bar{b}$ -Quarks mit  $u, d$  und  $s$ -Quarks bzw. deren Antiteilchen, mit einer vergleichsweise hohen Masse von ca.  $5.2 \text{ GeV}/c^2$  [PD 90]. Die starke und die elektromagnetische Wechselwirkung ändern den Quarkflavour nicht. Der Zerfall der Mesonen mit  $b$ - (oder auch  $c$ -) Quarks kann daher nur schwach erfolgen. Das einfachste Modell zur Darstellung des schwachen Zerfalls der B-Hadronen ist das 'Spectator-Modell' (Abb. 3.2).

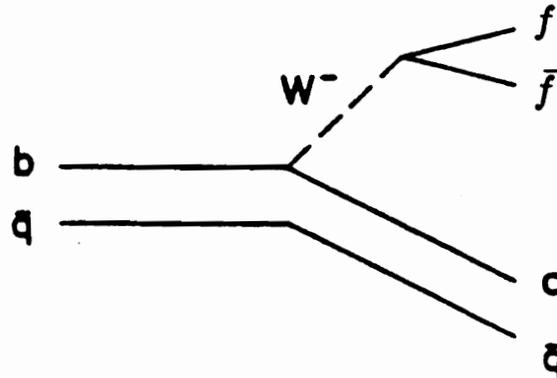


Abbildung 3.2: Der schwache Zerfall im Spectatormodell

$f$  und  $\bar{f}$  steht für Fermionen und Antifermionen, d.h. Leptonen und Quarks. Das schwere Quark zerfällt unter Aussendung eines  $W^+$  bzw.  $W^-$  Bosons, während das leichtere Teilchen an diesem Vorgang unbeteiligt ist, d.h. als 'Zuschauer' (engl. spectator) angesehen werden kann. Das heißt, die Zerfallseigenschaften des B-Mesons sind die, des als freies Teilchen anzusehenden schweren Quarks. Da die beteiligten Quarks sehr viel leichter sind als die  $W^\pm$ -Bosonen, ist in schwachen Zerfällen der Impulsübertrag klein im Vergleich zur  $W^\pm$ -Masse.

Das durch den Zerfall des  $b$ -Quarks entstandene virtuelle  $W^+$  bzw.  $W^-$  Boson zerfällt anschließend in Quarks (nichtleptonischer Zerfall) oder in Leptonen (semi-leptonischer Zerfall).

Verbesserte Modelle berücksichtigen zusätzlich Gluonaustausch, Wechselwirkungen der beteiligten Quarks untereinander, Gluonbremsstrahlung und auch schwache Effekte. Die bis heute bekannten experimentellen Daten werden im Rahmen dieser Modelle gut beschrieben.

### 3.5 Grundlagen zur $b$ -Quark Selektion

In der  $e^+e^-$ -Annihilation können  $Z^0$ -Bosonen entstehen. Der für DORIS- und PETRA-Energien wichtige Übergang über ein Photon ist bei LEP-Energien (ca. 91 GeV) stark unterdrückt. Das durch  $e^+e^-$ -Annihilation entstandene  $Z^0$ -Boson zerfällt sofort wieder in Fermion-Antifermionpaare. Hier sind die wichtigsten Zerfallskanäle des  $Z^0$  angegeben:

ca.70.9%	$Z^0 \longrightarrow q\bar{q}$	hadronische Zerfälle
ca.10.0%	$Z^0 \longrightarrow l\bar{l}$	leptonische Zerfälle
ca.19.2%	$Z^0 \longrightarrow \nu\bar{\nu}$	d.h. unsichtbare Zerfälle

[PD 90]

Die für diese Arbeit interessanten Zerfallsprodukte sind nur die hadronischen, die einen Anteil von ungefähr 71% am Gesamtwirkungsquerschnitt haben. Als multi-hadronische Ereignisse bezeichnet man die Zerfälle des  $Z^0$ , bei welchen viele Hadronen als Endzustandsteilchen produziert werden. Es handelt sich um Ereignisse, die Quarks als Zerfallsprodukte enthalten. Auf der  $Z^0$ -Resonanz entstehen die bereits erwähnten 5 Quarkarten  $u, d, s, c$  und  $b$ .

Um die Physik der einzelnen Flavours studieren zu können, ist es nötig über reine Stichproben dieser Quarks zu verfügen. Die Aufgabe dieser Arbeit ist es das schwerste Quark mit der Ladung  $-1/3$ , das  $b$ -Quark von den übrigen hier vorkommenden Quarkflavours zu separieren. Der Anteil dieser  $b\bar{b}$ -Ereignisse an allen hadronischen ist ca. 21%, das sind ca. 15% aller  $Z^0$ -Zerfälle.

Die Motivation für dieses Problem ist sehr vielseitig:

- Berechnung des Verzweigungsverhältnisses  $Z^0 \longrightarrow b\bar{b}$
- Bestimmung der B-Lebensdauer
- Messung von  $B^0\bar{B}^0$ -Oszillationen
- Erforschung seltener B-Meson-Zerfälle und möglicher neuer Zerfälle
- Bestimmung der schwachen Kopplung für  $b$ -Quarks
- Verbesserung der experimentellen Genauigkeit des schwachen Mischungswinkels  $\sin^2 \theta_w$  durch vorwärts-rückwärts Asymmetriemessungen an  $b$ -Quarks
- experimentelle Überprüfung von QCD motivierten Fragmentationsmodellen

- oder ganz allgemein: alle Fragen die den 'heavy Quark' Sektor betreffen.

Zunächst gilt es den Untergrund (leptonische Ereignisse usw.), d.h. Ereignisse die keine Hadronen als Endzustandsteilchen haben, so weit wie möglich zu reduzieren. Hierzu nutzt man die Charakteristiken der unterschiedlichen Annihilationsereignisse aus. Die typische Signatur der für diese Arbeit wichtigen multihadronischen Ereignisse ist die Jet-Struktur. 'Jet' bedeutet hier, daß das Auftreten der im Fragmentationsprozeß entstehenden Teilchen auf kleine Raumkegeln begrenzt ist, daß also während des Fragmentationsprozesses nur kleine Impulskomponenten transversal ( $\simeq 350\text{MeV}$ ) zu den Partonrichtungen auftreten. Weiter zeichnen sich diese Ereignisse durch hohe geladene Multiplizitäten und hohe sichtbare Energien aus. Im einzelnen erfolgt die Unterscheidung zwischen Untergrund und Signal durch Spur- (Track-) und Ereignis- (Event-cuts) Schnitte.

Die Auswahl 'guter' Spuren wird durch folgende Schnitte bestimmt:

- nur geladene Spuren
- minimaler Impulsbetrag :  $0.1\text{ GeV}/c$
- maximaler Impulsbetrag :  $50\text{ GeV}/c$
- minimaler Polarwinkel  $\theta$  :  $25^\circ$
- maximaler Polarwinkel  $\theta$  :  $155^\circ$
- kleinste Spurlänge :  $50\text{ cm}$

Die Anforderungen an 'gute' multihadronische Ereignisse sind:

- minimale Anzahl guter geladener Spuren : 5
- minimale Summe der Impulse der geladenen Spuren :  $15\text{ GeV}/c$
- minimale Summe der Impulse der geladenen Spuren je z-Hemisphäre :  $3\text{ GeV}/c$
- maximal fehlender Impuls der geladene Teilchen:  $20\text{ GeV}/c$
- minimaler Polarwinkel der Sphärizitätsachse zum Strahl :  $40^\circ$ .

Damit nur physikalisch sinnvolle Spuren rekonstruiert werden, ist der Impulsbetrag einer Spur beschränkt. Der Schnitt auf die Spurlänge gewährleistet, ebenso wie der

Schnitt auf den Polarwinkelbereich, daß genügend Raumpunkte zur Rekonstruktion vorhanden sind.

Mit 'gut' wird ein für die weitere Analyse geeignetes Ereignis oder eine Spur bezeichnet.

'Flavour tagging' (engl. to tag = auszeichnen) im Allgemeinen ist eine wichtige Fragestellung der Quarkphysik. Obwohl die fünf vorkommenden Quarkflavour in ihren Quantenzahlen und Massen unterschiedlich sind, ist es im Endzustand einer  $e^+e^-$ -Reaktion nur schwer möglich die ursprünglichen Quarks zu benennen, oder zu bestimmen ob es sich um ein Quark oder Antiquark handelt. Zwischen Anfangsteilchen und Endteilchen einer Reaktion geht durch Prozesse wie Fragmentation, schwacher Zerfall des B-Mesons, Detektorwechselwirkungen usw. das Wissen über den Ursprungsflavour fast verloren. Die Trennung der leichten u- und d-Quarks ist zur Zeit noch aussichtslos. s-Quarks können durch nachweisbare führende Kaonen getaggt werden, während c-Quarks mit Hilfe der entstehenden D-Mesonen nachgewiesen werden.

Auf die Möglichkeiten der b-Quarkselektion wird im folgenden eingegangen. Dazu werden zunächst die Charakteristiken der b-Quark-Endzustände mit Hilfe der physikalischen Hintergründe herausgearbeitet.

Bei der Fragmentation der b-Quarks (Kap. 3.3) geht, im Gegensatz zu den leichten Quarks u,d und s, ein großer Anteil ihres ursprünglichen Impulses auf das entstehende B-Meson über. Hier wird die Form der Impulsspektren bestimmt. Ein Schnitt auf den Longitudinalimpuls der Endzustandsteilchen sollte eine Selektion der b-Quark Ereignisse ermöglichen. Leider geht dieser Unterschied durch den nachfolgenden überlagerten schwachen Zerfall der B-Mesonen bzw. durch Zerfälle von B-Resonanzen verloren. Der Longitudinalimpuls verteilt sich, wenn auch nicht gleichmäßig, auf alle Teilchen. Weitere Quellen der Informationsreduktion sind Impulsverlust durch entstehende Neutrinos und Photonen, Detektoreinfluß und Rekonstruktionsfehler.

Die aus der Fragmentation entstandenen B-Mesonen legen bei einer mittleren Lebensdauer von ca.  $10^{-12}sec$  einen Weg von einigen mm zurück. Eine b-tag Methode ist die Messung des Sekundärvertex, d.h. des Ortes an welchem das B-Meson schließlich zerfällt. Beim Zerfall der D-Mesonen aus c-Ereignissen treten ebenfalls Sekundärvertices auf. Da B-Mesonen über mehr Impuls verfügen als D-Mesonen, lassen sich die beiden Zerfallsvertices durch die zurückgelegte Weglänge unterscheiden. Die zur Ausnutzung der Vertexinformation erforderliche Ortsauflösung bei DELPHI wurde erst mit dem im Sommer 1991 vollständig aufgebauten Vertexdetektor erreicht, so daß in dieser Arbeit davon kein Gebrauch gemacht wurde.

Der Nachweis der im semileptonischen Zerfall des B-Mesons entstehenden Leptonen ist eine andere vielversprechende tag-Methode. Dieser Zerfallskanal verspricht hohe Reinheiten der b-Quarkproben, ist allerdings statistisch begrenzt da nur 20% der B-Mesonen semileptonisch zerfallen. Die Leptonen aus semileptonischen Zerfällen in c-Ereignissen spielen als Untergrund keine entscheidende Rolle, zum einen ist die  $c\bar{c}$ -Produktion auf der  $Z^0$ -Resonanz geringer und das Verzweigungsverhältnis in Leptonen ist niedriger als bei b-Ereignissen [AL 89]. Zum anderen werden die unterschiedlichen Transversalimpulsspektren der entstehenden Leptonen relativ zur Jetachse benutzt, um  $c \rightarrow l$  und  $b \rightarrow l$  Prozesse zu trennen.

Die typische Topologie eines b-Ereignisses ist durch die hohe b-Quarkmasse bestimmt. Hieraus ergeben sich signifikante Unterschiede zu Ereignissen leichter Quarks:

- größere Transversalimpulskomponenten der Spuren bzgl. der zugehörigen Jetachse;  
Die hohe b-Quarkmasse bewirkt eine höhere Transversalimpulskomponente der Zerfallsprodukte des B-Meson-Zerfalls in b-Quarkereignissen.
- energiereichere Spuren;  
Die energiereicheren Spuren sind eine Folge der harten Fragmentation der b-Quarks. Durch die harte Fragmentation wird ein großer Teil der b-Quarkenergie an das entstehende B-Meson weitergegeben.
- höhere Spurmultiplicität;  
Je höher die Masse des hadronisierenden Quarks ist, umso mehr Teilchen können entstehen. Die Teilchenmultiplicität erhöht sich zusätzlich durch die im Zerfall der B-Mesonen entstehenden Teilchen.
- sphärischere Ereignisse;  
Die Ereignisform des schwachen Zerfalls des B-Mesons ist auf grund der hohen B-Ruhemasse sphärischer als bei leichten Quarks. Die Kugelförmigkeit ist umso ausgeprägter, je transversaler dieser Zerfall bzgl. der Hauptrichtung des Ereignisses ist.

Die hier erläuterten Charakteristiken sind ausschließlich topologische Eigenschaften (Kap. 5) eines Ereignisses. Aus diesen Charakteristiken werden meßbare und leicht zugängliche Größen gebildet die als Ausgangspunkt der hier benutzten b-tag-Methode dienen.

Durch den Zerfall instabiler Teilchen werden die dargestellten Merkmale der b-Ereignisse verschmiert, es geht Information verloren, so daß sich die b-Quarkerkennung erschwert.

Die harte Fragmentation und der anschließende schwache Zerfall der B-Hadronen hinterlassen dennoch, wenn auch minimale Spuren in der Topologie des Ereignisses.

Diese Tatsache wird in der vorliegenden Arbeit zum Nachweis von  $b$ -Quarks genutzt, indem die typischen Signaturen der  $b$ -Ereignisse in Form von physikalischen Größen, die pro Ereignis zu messen sind, zusammengefaßt werden. Auf diese Ereignis- und Jet-Variablen wird in Kap. 5 eingegangen.

# Kapitel 4

## Die Diskriminanzanalyse von Fisher

Zwischen 1936 und 1940 veröffentlichte R.A.Fisher vier Artikel über statistische Diskriminanzanalysen [SE 62], [WL 71]. Im ersten Artikel beschreibt und benutzt er die lineare Diskriminanzfunktion. Vor Fisher beschäftigte sich die Forschung auf diesem Gebiet hauptsächlich mit der Bestimmung von Unterschieden zwischen Populationen mittels Mehrfachmessungen. Hierbei wurde eine Korrelation der Proben untereinander nicht berücksichtigt. Fishers Beitrag zur Diskriminanzanalyse beinhaltet die Ableitung der linearen Diskriminanzfunktion, ihre Beziehung zur Statistik für zwei Klassen und die Erweiterung auf  $N$  Populationen für  $N > 2$ , sowie einen Signifikanztest der Methode.

Fishers Veröffentlichung von 1936 behandelt den Vergleich von zwei Klassen am Beispiel der Daten der Augeniris. Die Frage, die Fisher an das Problem stellte war: *Welche lineare Funktion der Charakteristiken maximiert das Verhältnis der Differenz der Klassenmittelwerte zur Standardabweichung innerhalb der Klassen?* Diese Fragestellung trifft auf das in dieser Arbeit gestellte Problem zu.

### 4.1 Diskriminanzanalyse

Die Diskriminanzanalyse (lat.: Unterscheidungsanalyse) ist ein Verfahren der analytischen Statistik.

Definition:

Sind von zwei oder mehr statistischen Grundgesamtheiten Stichproben bekannt, so liefert die Diskriminanzanalyse optimale Trennungskriterien in Form von bestimmten linearen Funktionen der Stichprobenwerte (den Diskriminanzfunktionen), die es erlauben, daß weitere Stichproben einer dieser Grundgesamtheiten mit bestimmter

Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden können.

Eine Diskrimination findet immer dann statt, wenn die betrachtete Probe aus Objekten besteht, die mehreren a priori definierten Klassen angehören, und wenn diese Objekte durch mehrere pro Element gemessene Eigenschaften charakterisiert sind. Diese Eigenschaften werden durch  $N$  Variable repräsentiert. Wie in der Statistik handelt es sich um die Beschreibung einer Probe durch Zusammenfassen von Information und damit auch um Informationsverlust, den es zu minimieren gilt.

Die Definition der Klassen im Voraus gewährleistet deren Unabhängigkeit von der betrachteten Probe.

Ein Diskriminanzverfahren läßt sich in drei Stufen unterteilen:

- Zunächst gilt es die Unterschiede der gegebenen Klassen herauszuarbeiten und in diskriminierende Variablen umzusetzen. Dieser Aufgabe widmet sich Kap. 5. Die Charakteristiken geben ein Muster der Eingabeklassen wieder.
- Das Ziel der zweiten Stufe ist die Musterentdeckung, d.h. das Lernen der Charakteristiken der Eingabeklassen. Mathematisch ist es die Bestimmung der Diskriminanzfunktion aus den  $N$  Variablen, die pro Ereignis einer Prototypklasse gemessen werden. Auf die Entwicklung der Diskriminanzfunktion wird im folgenden eingegangen.
- Schließlich soll die Leistungsfähigkeit des gefundenen Diskriminanzkriteriums überprüft werden (Kap. 6). Diese Zuordnung ist ein Klassifikationsproblem.

In der zweiten Stufe geht es um das Erkennen gemeinsamer Eingabeschemata einer Klasse, d.h. um Mustererkennungstechniken.

Kategorisierung, das grundlegende Problem der Mustererkennung, ist der Prozeß der quantitativen Einteilung des Signalraumes in Regionen, so daß jede Region nur Punkte einer Kategorie enthält. Die Definition von Ähnlichkeit spielt hierbei eine entscheidende Rolle. Hier sei Ähnlichkeit das mittlere Abstandsquadrat zwischen Elementen und zwischen Mengen.

Da mathematische Methoden nicht direkt mit elektrischen Signalen, physikalischen Objekten oder optischen Signalen umgehen können, muß zuerst ein Modell der physikalischen Welt konstruiert werden. Ereignisse werden als Punkte oder Vektoren im  $N$ -dimensionalen Raum behandelt. Jede Dimension drückt eine Eigenschaft des Objekts aus. Das ganze Signal, das die zur Verfügung stehende Information über ein Ereignis repräsentiert, ist ein Vektor mit Koordinaten, die die Werte jeder Eigenschaft des Objekts darstellen. Die Ereignisse einer Klasse werden durch zerstreute Punkte (Abb. 4.1) innerhalb einer Region im Signalraum abgebildet. Man erwartet, daß die Punktmenge verschiedener Ereignisse einer Klasse A oder B sich so im

$N$ -dimensionalen Raum der Probe  $P$  anhäufen, daß die Distanzen zwischen Mitgliedern einer Klasse ( $d_A$  bzw.  $d_B$ ) im Mittel klein sind, verglichen mit Distanzen zu Ereignissen aus anderen Klassen. Andererseits erwartet man, daß Mitglieder einer anderen Klasse sich ebenfalls zentrieren, daß sich aber die Regionen der beiden Klassen entfernt ( $d_{AB}$ ) voneinander befinden. Dieses Zentrieren ist die Folge der gleichen Eigenschaften innerhalb einer Klasse A oder B bzw. unterschiedlicher Eigenschaften zwischen Klassen.

Zunächst wird ein  $N$ -dimensionaler Eigenschaftsraum ( $N = 1, 2, 3, \dots$ ) der Eigenschaften  $E_1, E_2, \dots$  eingeführt, der zur Vereinfachung weiterhin 2-dimensional dargestellt wird. Die  $N$  Dimensionen werden mit den  $j$  Eigenschaften der Probe identifiziert.

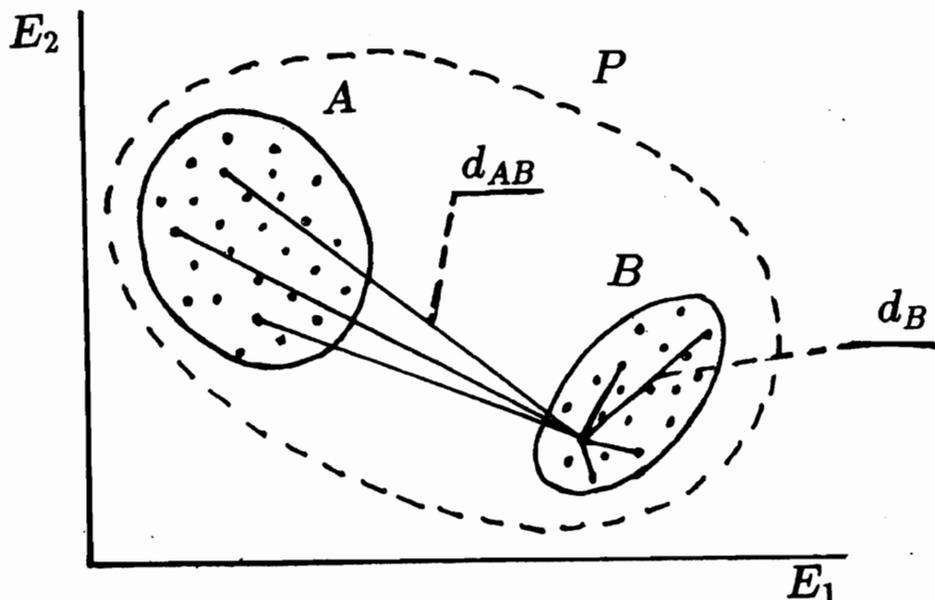


Abbildung 4.1: Die Klassen A und B zentrieren sich innerhalb der Probe  $P$

Leider ist die Separation zweier Klassen nicht immer so eindeutig!

Mathematisch betrachtet ist das zentrale Problem der Mustererkennung für  $N$  Klassen eine Funktion zu finden, so daß jedes Ereignis auf Grund dieser Funktion eindeutig einer speziellen Region, d.h. seiner korrekten Klasse im  $N$ -dimensionalen

Raum zugeordnet werden kann. Anders ausgedrückt entspricht dies der Aufgabe im Signalraum einzelne Punkte, die einen Satz von nicht identischen Ereignissen einer Kategorie repräsentieren durch Vektortransformationen (Projektionen) innerhalb einer Klasse anzuhäufen, d.h.  $d_A$  und  $d_B$  zu verkleinern und so  $d_{AB}$  zu vergrößern. Diese Bedingung entspricht einem optimierten Trennungskriterium. Mathematisch läßt sich Ähnlichkeit (d.h., Nähe im Sinne von zur gleichen Klasse gehörend) durch eine Metrik ausdrücken. Diese Metrik arbeitet hauptsächlich mit den Merkmalen, die die Klassen unterscheiden und vernachlässigt die Eigenschaften, die beide Klassen gleichermaßen aufweisen. Eine Konsequenz ist das Gewichten der Eigenschaften je nach Trenngüte. Mathematische Algorithmen sollen jetzt die Metrik oder Transformation finden, die eine maximale Anhäufung pro Klasse erzielt.

## 4.2 Lineare Diskriminanzanalyse

Die lineare Diskrimination ist ein spezieller Fall der Diskrimination. Anschaulich (Abb. 4.2) handelt es sich um eine lineare Trennung, wenn sich die  $N$ -Kategorien einer Probe  $P$  durch lineare Schnitte (durch Geraden  $g$  in Abb. 4.2) eindeutig trennen lassen. Die Beschreibung komplexer Systeme (Abb.4.2b) entspricht einer nichtlinearen Separation und erfolgt durch ein Polynom vom Grad  $n > 1$ .

In dieser Arbeit wird die Linearität des gestellten Problems vorausgesetzt. Dieser Ansatz findet seine Bestätigung durch den Vergleich der erreichten Ergebnisse mit der Arbeit von M.Büchert [MA 92], der mit Neuronalen Netzwerken die gleiche Fragestellung behandelt.

Die lineare Diskriminanzanalyse sucht nach der Geraden  $g$  (Abb.4.2a), die die unterschiedlichen Klassen  $A$ ,  $B$  und  $C$  einer Probe am besten trennt. Diese Gerade (Linearkombination) entspricht einer neu gebildeten künstlichen Variablen  $\vec{u}$  und wird 'Faktor' genannt, die Analyse auch 'faktorielle Analyse'.

Zunächst gilt es ein Diskriminationskriterium zu finden.

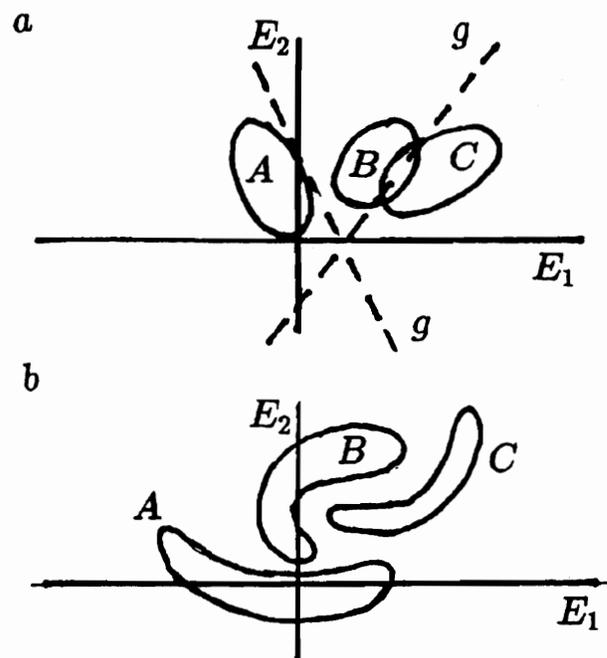


Abbildung 4.2: Beispiel linear trennbarer (a) und nichttrennbarer (b) Klassen

Die Ähnlichkeit eines Ereignisses  $i$  zu einer Klasse  $k$  wird durch die *Nähe* dieses Ereignisses zu jedem einzelnen Element dieser Klasse gemessen, d.h. zum Beispiel durch das mittlere Quadrat einer Distanz. Die Entfernungsmessmethode beeinflusst die Definition einer Diskrimination nicht. Distanz bedeutet hier nicht den räumlichen Abstand, sondern kann als Abstand in einem willkürlichen, abstrakten  $N$ -dimensionalen Eigenschaftsraum aufgefaßt werden. Die Distanzmessmethode ist eindeutig, da sie eine eindeutige Zuordnungsvorschrift zwischen Objekt und Klasse liefert.

Notation:

- $g$  ist die Anzahl der Klassen
- $n_k$  ist die Anzahl der Elemente der Klasse  $k$
- ein Element  $i$  einer Klasse  $k$  sei durch den Vektor  $\vec{X}_{ki}$  repräsentiert, dessen  $j$  Komponenten je einer Eigenschaft  $j$  im  $N$ -dimensionalen Eigenschaftsraum entsprechen
- der Mittelpunktsvektor einer Klasse  $k$  ist:  $\vec{m}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \vec{X}_{ik}$
- der Mittelpunktsvektor der Probe  $P$  ist:  $\vec{m} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} \vec{X}_{ki} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^g n_k \vec{m}_k$
- $n = \sum_{k=1}^g n_k$  ist die Anzahl aller Elemente  $i$  der Probe  $P$
- $\vec{u}$  ist der zum Spaltenvektor  $\vec{u}$  gehörige Zeilenvektor

Hieraus läßt sich die Abweichung des  $i$ -ten Elementes vom Probenmittelpunkt berechnen:

$$\vec{x}_{ki} = \vec{X}_{ki} - \vec{m} \quad (4.1)$$

Diese Größe bestimmt die *Distanz* des Elementes  $i$  zum Probenmittelpunkt  $\vec{m}$  in jeder Eigenschaft  $j$ , d.h. sie ist die Meßgröße des Unterschiedes zwischen Probenelementen in jeder Eigenschaft.

Mit den Mittelpunktsvektoren  $\vec{m}_k$  der einzelnen Klassen  $k$  kann man auch schreiben:

$$\vec{X}_{ki} - \vec{m} = \vec{x}_{ki} = (\vec{m}_k - \vec{m}) + (\vec{X}_{ki} - \vec{m}_k)$$

In dieser Darstellung der Abweichung des  $i$ -ten Elements der Klasse  $k$  vom Probenmittelpunkt  $P$  repräsentiert der erste Summand (weiterhin mit  $B$  für engl. 'between' bezeichnet) die Hypothese d.h. die unterschiedliche Anordnung der  $k$  Klassen, während der zweite Term, weiter mit  $W$  für engl. 'within' bezeichnet, die Abweichung der Elemente  $i$  von ihrem jeweiligen Mittelpunkt angibt.

Für die Quadratsumme ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} (\vec{m}_k - \vec{m})(\vec{m}_k - \vec{m}) + \sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} (\vec{X}_{ki} - \vec{m}_k)(\vec{X}_{ki} - \vec{m}_k) \\ & + 2 \cdot \sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} (\vec{m}_k - \vec{m})(\vec{X}_{ki} - \vec{m}_k) = T = \sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} \vec{x}_{ki} \cdot \vec{x}_{ki} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Der dritte Summand ergibt mit den Definitionen für  $\vec{m}$  und  $\vec{m}_k$  zu Null.

Der erste Summand läßt sich umformen:

$$\sum_{k=1}^g \sum_{i=1}^{n_k} (\vec{m}_k - \vec{m})(\vec{m}_k - \vec{m}) = \sum_{k=1}^g n_k (\vec{m}_k - \vec{m})(\vec{m}_k - \vec{m}) \quad (4.3)$$

Die Matrix  $T$  stellt die Summen der Quadrate und die Summe der Produkte der Abweichungen aller Elemente  $i$  vom Probenmittelpunkt  $\vec{m}$  dar.

Diese Summe (Gleichung: 4.2) ist die Kovarianzmatrix der Probe  $P$  für die sich in Matrizenschreibweise mit Gleichung 4.2 und 4.3 ergibt:

$$T = B + W \quad (4.4)$$

$T$  ist eine symmetrische, positiv definite, d.h. umkehrbare Matrix.

$B$  steht für die Matrix der quadrierten Distanzen der Klassenmittelpunkte vom Probenmittelpunkt; dies entspricht dem Beitrag zwischen den Klassen.

$W$  steht für die Matrix der quadrierten Distanzen der Elemente vom jeweiligen Klassenmittelpunkt; dies entspricht dem Beitrag innerhalb der Klassen.

Durch Umformung ergibt sich  $T$  zu:

$$T = t_{jl} = \frac{1}{n} \sum_i (\vec{X}_{ij} - \vec{m}_j)(\vec{X}_{il} - \vec{m}_l) \quad (4.5)$$

Eine Zentrierung der Klasselemente um den jeweiligen Mittelpunkt einer Klasse ermöglicht eine eindeutigere Trennung zwischen unterschiedlichen Klassen, da deren Distanz, relativ zur Zentrierung einer Klasse, in gleichem Maße zunimmt wie die Entfernung innerhalb der Klassen abnimmt.

Gesucht ist eine Funktion  $\vec{u}$ , die die Distanzen innerhalb der Klassen minimiert, so daß die Unterschiede zwischen den Klassen relativ zur Streuung innerhalb einer Klasse groß werden. Diese Funktion entspricht der bereits erwähnten Zuordnungsvorschrift der Mustererkennung. Das Ziel ist es durch diese Funktion bzw. Transformation die einzelnen Klassen auf einen möglichst kleinen Bereich innerhalb des Eigenschaftsraums zusammenzudrängen (engl. 'to cluster') (Abb.4.3).

Transformiert man die Eigenschaftsvektoren der Probe mit  $\vec{u}$ , so ergibt sich:

$$\vec{u} T \vec{u} = \vec{u} B \vec{u} + \vec{u} W \vec{u} \quad (4.6)$$

Die Komponenten von  $\vec{u}$  sind die Gewichtungsfaktoren der Klasseneigenschaften.  
 Die Aufgabe ist es, die Funktion  $\vec{u}$  so zu bestimmen, daß der Quotient  $\vec{u}B\vec{u} / \vec{u}W\vec{u}$  maximal wird. Anschaulich ergibt diese Funktion  $\vec{u}$  die bereits erwähnte Diskriminationsvariable.

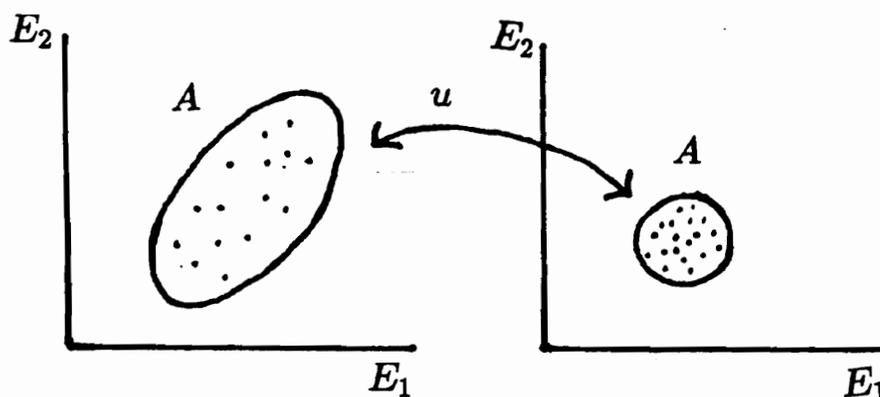


Abbildung 4.3: 'Clustern' der Klasse A

Geometrisch (Abb.4.4) handelt es sich hier um die Projektion der Klassen A und B (Projektion der Distanz zum Probenmittelpunkt, d.h. von:  $\vec{x}_{ik}$  der Elemente) auf eine gemeinsame Achse  $g_{proj}$  ( $\vec{u}$ ). Die Projektionsgerade  $g_{proj}$  ist die Linearkombination  $\vec{u}$  der projizierten Eigenschaften  $E_1$  und  $E_2$ . Die Gerade  $g$  durch den Mittelpunkt  $\vec{m}$  der Probe  $P$  entspricht einem Schnitt in der als Linearkombination dargestellten Variablen  $\vec{u}$ . Bezüglich dieses Probenmittelpunktes ist eine optimale Trennung der beiden Klassen zu erreichen. Optimal bezieht sich hier auf die maximale Anzahl der separierten Ereignisse beider Klassen.

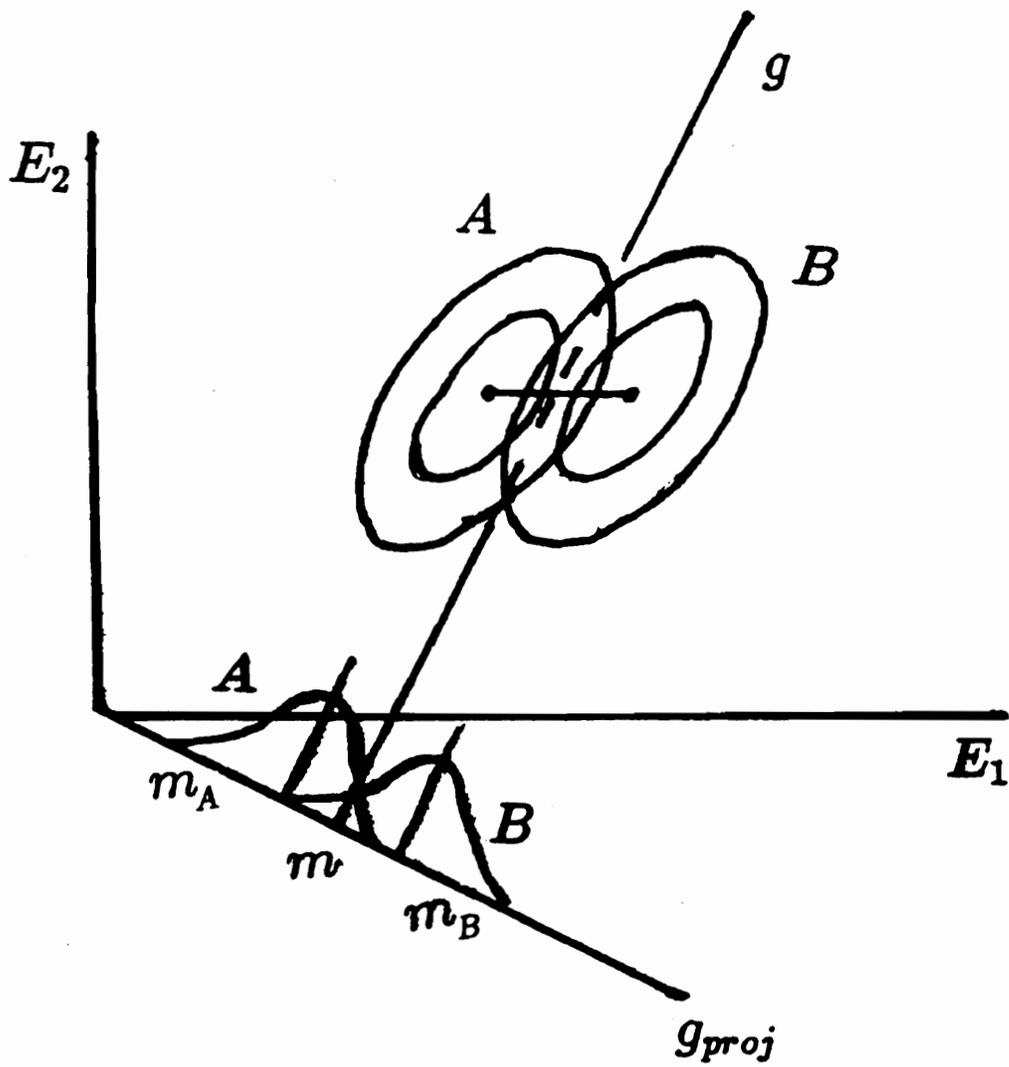


Abbildung 4.4: Projektion der Klassen  $A$  und  $B$  auf eine gemeinsame Gerade  $g_{proj}$  im Eigenschaftsraum  $(E_1, E_2)$

Will man in der Mathematik die *beste* Lösung eines Problems finden, so ist das oft identisch mit der Bestimmung der Extrema der zu optimierenden Funktion. Gesucht ist also das Extremum, hier das Maximum des Quotienten

$$\frac{\vec{u} B \vec{u}}{\vec{u} W \vec{u}}$$

Anders ausgedrückt ist das Maximum der Funktion von  $\vec{u}$  gesucht:

$$\max_{\vec{u}} \frac{\vec{u} B \vec{u}}{\vec{u} W \vec{u}} = \max_{\vec{u}} \frac{\vec{u} B \vec{u}}{\vec{u} T \vec{u}} = \max_{\vec{u}} f(\vec{u}) = \lambda \quad (4.7)$$

Die Varianz innerhalb der Probe bleibt unverändert, d.h.:  $\vec{u} T \vec{u} = \textit{konstant}$ .

Diskriminierende Variable oder Diskriminanzfunktion werden alle  $\vec{u}$  genannt, für die die Funktion  $f(\vec{u})$  maximal wird.

Zur Extremumbestimmung wird das Variationsprinzip angewendet:

$$\frac{d}{du}(\vec{u} B u - \lambda \vec{u} T u) = 0 \quad (4.8)$$

Hierbei ist  $\lambda$  der zugehörige Lagrangefaktor.

Nach der Ausführung der partiellen Ableitung erhält man in Matrixschreibweise:

$$B\vec{u} - \lambda T\vec{u} = 0$$

und:

$$T^{-1}B\vec{u} - \lambda\vec{u} = 0$$

oder als Eigenwertgleichung:

$$(T^{-1}B - \lambda I)\vec{u} = 0$$

Man erhält ein Eigenwertproblem in  $\vec{u}$  und  $\lambda$ .

Hierbei ist  $\vec{u}$  der Eigenvektor zu  $T^{-1}B$  und  $\lambda$  der zugehörige Eigenwert.

Das gesuchte Maximum ist

$$\lambda = f(u)$$

mit:

$$\lambda = \frac{\vec{u} B \vec{u}}{\vec{u} T \vec{u}}$$

$\vec{u}$  ist die gesuchte Variable und  $f(u)$  ist der Funktionswert der Diskriminationsfunktion  $\vec{u}$ .

Zu jedem Eigenwert  $\lambda_j$  läßt sich ein Eigenvektor  $\vec{u}_j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots$ ) berechnen: hierbei sind  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots$  die Eigenvektoren zu  $T^{-1}B$ . Die Eigenschaft mit dem größten Trennvermögen hat den größten Wert für  $\lambda$ .

In dieser Arbeit reduziert sich das Mehrklassenproblem auf ein Zweiklassenproblem:

- 1. Klasse:  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ , d.h. das Signal
- 2. Klasse:  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ , nur u-,d-,s- und c-Quarks), d.h. der Untergrund

Im Fall von zwei Klassen vereinfacht sich die Berechnung der Diskriminanzfunktion wesentlich. Zunächst ermittelt man die Kovarianzmatrix  $T$  der Probe  $P$ , die Schwerpunkte, d.h. Mittelpunktsvektoren  $\vec{m}_1$  und  $\vec{m}_2$ , der beiden Klassen und schließlich die Matrix  $B$ . Hier, im zwei Klassenfall, ist  $B$  der Vektor, der die beiden Klassenmittelpunkte in jeder Eigenschaft  $j$  miteinander verbindet:

$$c_j = \frac{\sqrt{n_1 n_2}}{n} (\vec{m}_{1j} - \vec{m}_{2j}) \quad (4.9)$$

$B$  wird zu:

$$B = \vec{c} \cdot \vec{c}$$

Durch einsetzen der Gleichung 4.9 und Anwendung des Variationsprinzips:

$$\frac{d}{du} (\vec{u} c \vec{c} u - \lambda \vec{u} T \vec{u}) = 0$$

folgt die Eigenwertgleichung:

$$(T^{-1} \vec{c} \vec{c} - \lambda I) \vec{u} = 0$$

mit der Lösung:

$$\lambda = \vec{c} T^{-1} \vec{c}$$

$$\vec{u} = T^{-1} \vec{c}$$

$\lambda$  ist der Diskriminanzfaktor und  $\vec{u}$  der Diskriminanzvektor für zwei Klassen.

Mit Gleichung 4.9 folgt weiterhin:

$$\lambda_j = \frac{n_1 n_2}{n^2} \overline{(\vec{m}_{1j} - \vec{m}_{2j})} T^{-1} (\vec{m}_{1j} - \vec{m}_{2j}) \quad (4.10)$$

Die Diskriminanzfunktion liefert den Vektor, der die Schwerpunkte der beiden Klassen im  $N$ -dimensionalen Eigenschaftsraum aneinanderfügt.

Ein Objekt  $\vec{x}$  gehört zu Klasse 1, wenn die  $T^{-1}$  Projektion (Abb. 4.4 und Abb.4.5) des Vektors  $\vec{x}$  auf die Gerade  $\vec{m}_1 - \vec{m}_2$  positiv bzgl. der Trennebene  $H$  der Probe ist. Der Vektor  $\vec{a}$  gibt den Geradenpunkt an, bezüglich dessen die Probe in die Klassen 1 und 2 unterteilt wird. Im allgemeinen ist das Ziel eine maximale Separation der Klassen, d.h. die maximale Anzahl aller richtig klassifizierten Elemente. Dies wird

im Zweiklassenfall durch eine Trennung bzgl. des Probenmittelpunktes  $\vec{m}$  erreicht. Somit ergibt sich für die Konstante  $a$ :

$$a = \frac{(\vec{m}_1 - \vec{m}_2)}{2} T^{-1} \frac{\vec{m}_1 + \vec{m}_2}{2}. \quad (4.11)$$

Dabei ist  $\vec{m}$  der Vektor des Geradenpunktes  $a$ . Physikalisch entspricht  $a$  bzw.  $\vec{m}$  einem Schnitt in der Diskriminationsvariablen  $\vec{u}$ , was durch eine Konstante als zusätzlicher Summand in der Funktion zum Ausdruck gebracht wird.

Die Diskriminanzfunktion ist eine Probenbeschreibung, mit der die Entscheidung, d.h. die Zuordnung unbekannter Objekte  $\vec{x}$  zu Klasse 1 oder 2 erfolgt (Abb.4.5). Die Projektion des Vektors  $\vec{x}$  auf die Gerade  $g_{proj}$  berechnet sich zu:

$$\vec{u} \cdot \vec{x}$$

Eine Klassifikation geht folgendermaßen vor sich:  $\vec{x}$  wird in Klasse 1 klassifiziert wenn,

$$\vec{u}\vec{x} < a$$

und in Klasse 2 wenn

$$\vec{u}\vec{x} > a \text{ ist.}$$

Das Skalarprodukt aus  $\vec{u}$  und  $\vec{x}$  ist der Diskriminator  $D$ , oder anders ausgedrückt das Ergebnis des Fisher-Verfahrens (der 'Output').

Abbildung 4.5 veranschaulicht die Zuordnung eines beliebigen Objekts  $\vec{x}$  in Klasse 1 oder 2;  $\vec{m}$  ist der Vektor zum Probenmittelpunkt  $a$  der Probe  $P$ . Dieser Probenmittelpunkt  $a$  ist Element der Geraden, die die Klassenmittelpunkte  $\vec{m}_1$  und  $\vec{m}_2$  miteinander verbindet. Die Ebene  $H$  durch den Punkt  $a$  senkrecht zu dieser Geraden trennt die Klassen 1 und 2.

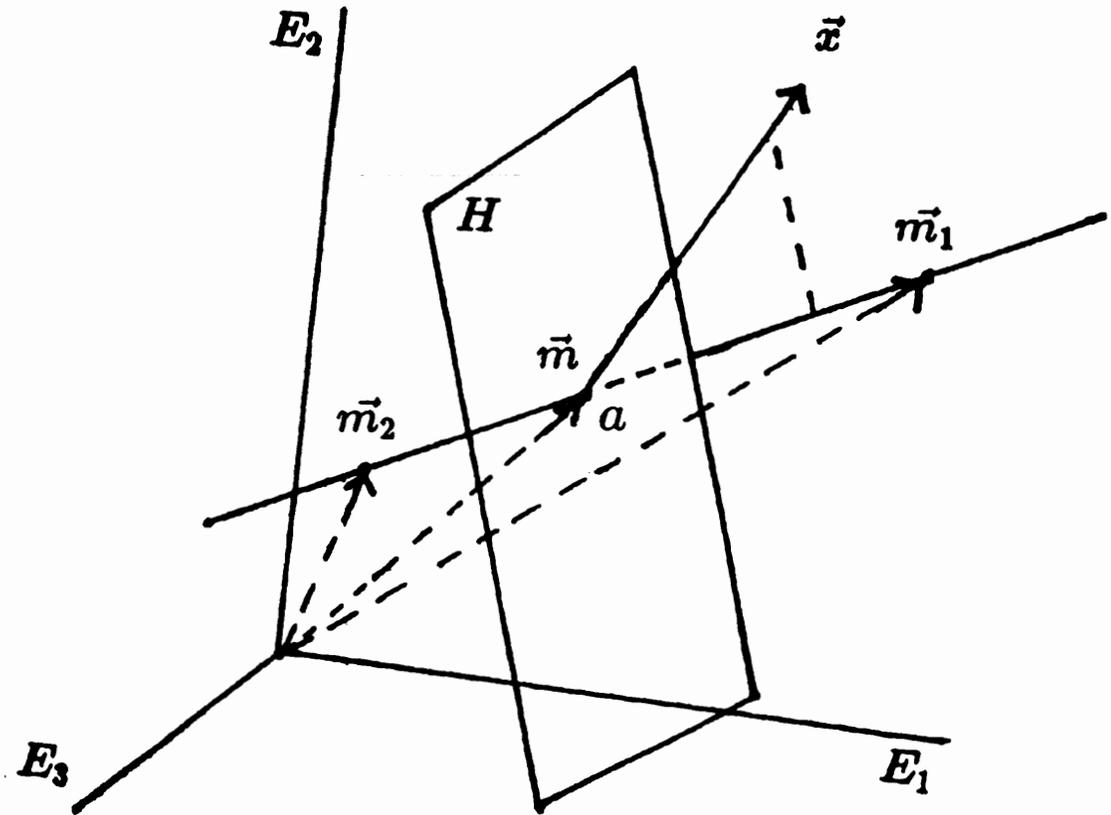


Abbildung 4.5: Klassifikation eines beliebigen Objekts

Die Kovarianzmatrix  $T$  gewährleistet die Berücksichtigung der Korrelationen der benutzten Variablen. So kann die Verwendung von redundanter Information vermieden werden. Weiter werden durch  $T$  die Streuungen der Eigenschaften in Betracht gezogen. Um Mißklassifikationen zu vermeiden, wird eine Größe mit großer Varianz nur schwach gewichtet, bei kleiner Varianz erfolgt umgekehrt eine stärkere Gewichtung.

Allgemein kann man je nach Problemstellung zwei Arten von Fehlentscheidungen d.h. Mißklassifikationen bzgl. einer gegebenen Klasse  $k$  angeben:

- ein Ereignis wird einer speziellen Klasse  $k$  zugeordnet, obwohl es einer anderen Klasse angehört; dies betrifft die *Reinheit* der Klasse  $k$ .
- ein Ereignis aus der Klasse  $k$  wird einer anderen Klasse zugeteilt; diese Mißklassifikation beeinflusst die *Effizienz* bzgl. Klasse  $k$ .

Die Gewichtung dieser Fehlentscheidungen ist je nach Zielsetzung unterschiedlich.

Definitionen:

Unter *Reinheit* wird im folgenden das Verhältnis von richtig klassifizierten Ereignissen der Klasse  $k$  zu allen dieser Klasse zugeordneten Ereignissen verstanden.

*Effizienz* ist das Verhältnis von richtig klassifizierten Ereignissen einer Klasse  $k$  zu allen vorhandenen Ereignissen dieser Klasse.

Eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Fakten:

Gegeben sind:  $i$  = Prototypen,  $n$  = Variablen und  $k$  = Klassen. Für  $i \geq n \geq k$  existieren  $k - 1$  diskriminierende Faktoren, d.h. unabhängige Linearkombinationen der  $n$  Variablen, die genau die Eigenvektoren zu  $T^{-1}B$  sind. Die zugehörigen Werte der Diskriminanzfaktoren liegen zwischen 0 und 1. Die Diskrimination ist umso besser, je größer diese Werte sind, d.h. der Diskriminationsfaktor gibt die Güte der Selektionsvariablen an. Die Diskriminanzfunktion  $\vec{u}$  ist der Vektor, der die Schwerpunkte der beiden Klassen aneinanderfügt.

Die Diskriminanzvariable  $\vec{u}$  ist eine Größe, gebildet als Linearkombination der zur Diskrimination benutzten Eigenschaften.

Die Anwendbarkeit der Methode muß gewährleistet sein. Für die Statistik bedeutet dies, daß genügend Ereignisse vorhanden sein müssen, um das ganze Spektrum der möglichen Erscheinungsformen einer Ereignisform abzudecken, so daß die Klassifikationsfunktion auch repräsentativ ist.

Die Auswahl der Variablen richtet sich nach deren Signifikanz für das gestellte Problem. Da die Methode Korrelationen zwischen Variablen berücksichtigt, ist es sinnvoll eine große Anzahl an Variablen bereit zu halten, so daß keine Gefahr besteht die womöglich 'beste' Variable nicht zu berücksichtigen. *Schritt für Schritt* (6.1) gibt die Methode dann eine Reihenfolge der Variablen wieder, die der Trenngüte dieser Größen entspricht.

Um die Richtigkeit bzw. Aussagekraft der berechneten Funktion zu testen, ist es nötig eine statistisch unabhängige Probe, d.h. nicht zur Berechnung des Diskriminators benutzte Ereignisse, zu klassifizieren. Ein gutes Maß für die Repräsentativität der Prototypprobe ist die Abweichung des Ergebnisses einer entsprechenden Testprobe.

Die Konstante der Diskriminationsfunktion ist physikalisch ein *Schnitt* in der Diskriminationsvariablen. Die absolute Anzahl der richtig klassifizierten Objekte ist bzgl. dieses Wertes optimal, da die Konstante den Schwerpunkt zwischen den beiden Klassen angibt. Physikalisches Ziel ist jedoch die bestmögliche Isolation *einer* der beiden Klassen bei best möglicher Ausbeute, was durch weitere Schnitte auf die Diskriminationsvariable möglich ist.

# Kapitel 5

## Die $b$ – sensitiven Variablen

In diesem Kapitel werden die zur Analyse benutzten topologischen Variablen definiert und erklärt. Topologische Größen sind solche, die die Struktur eines Ereignisses wiedergeben. Der beobachtbare Endzustand einer Reaktion wird durch diese topologischen Variablen beschrieben. Hierzu ist keine Teilchenidentifikation erforderlich. Es erfolgt eine Unterteilung der topologischen Variablen in solche, die die Jetstruktur beschreiben (Jet-Größen) und solche, die die Struktur des gesamten Ereignisses beschreiben (Ereignis-Größen). Wie in Kap. 5.2 gezeigt wird, ist die Separation von  $b$ -Ereignissen durch einen Schnitt in nur einer Größe sehr beschränkt. Eine Alternative bieten Methoden, die gleichzeitig mehrere ereignistypische Größen ausnutzen können. Eine Möglichkeit sind die von M. Büchert [MA 92] benutzten Neuronale Netzwerke, eine andere das in Kap. 4 vorgestellte Fisher-Verfahren. Beide Methoden benutzen eine beliebige Anzahl topologischer Variablen als Eingangsgrößen. Die Empfindlichkeit der benutzten Größen auf  $b$ -Ereignisse wird im folgenden aufgezeigt.

### 5.1 Definitionen und Erklärungen

Einige selbsterklärende Variablen sind:

- die Jetenergien:  $EJET1$ ,  $EJET2$  usw.;  
 $EJET$  ist die Energiesumme der geladenen Spuren eines Jets, die für  $b$ -Ereignisse höher ist als für nicht- $b$ -Ereignisse (Abb. 5.3). Die Jetdefinitionen wurden mit der Clusterroutine LUCLUS (Jetset 7.2) durchgeführt. Hierbei unterliegt die Reihenfolge der Jets einer Energieordnung.
- Transversalimpulskomponenten bzgl. der Jetachse:  $PTJ/T$ ,  
der drei energiereichsten Teilchen pro Jet; Je transversaler der B-Meson-Zerfall bzgl. der Ereignishaupttrichtung erfolgt, umso höher ist der Transversalimpuls, den die hieraus entstehenden Spuren erhalten.

- Longitudinalimpulskomponenten bzgl. der Jetachse:  $PLJ/T$ , der drei energiereichsten Teilchen pro Jet; Durch die harte Fragmentation haben Spuren aus  $b$ -Ereignissen im Mittel eine höhere Energie, und damit auch größere Longitudinalkomponenten. Der an die Fragmentation anschließende  $B$ -Meson-Zerfall verteilt diese Energie, also auch den Longitudinalimpuls, auf die entstehenden Teilchen. Die Longitudinalimpulskomponente bei nicht- $b$ -Ereignissen bleibt stärker erhalten und ist damit im Mittel höher (Abb. 5.3).

$J$  gibt den Jet an, zu dem das Teilchen  $T$  gehört, wobei auch die Spuren einer Energieordnung unterliegen.

- Das 'boosted sphericity product':  $BSP$ ; auf diese Größe wird in Abschnitt 5.2 ausführlich eingegangen
- Sphärizität:  $SPHER$ ; auch diese Größe wird in Abschnitt 5.2 erklärt; (Abb. 5.1).
- Die Aplanarität:  $APLAN$ ; ist definiert als:

$$A = 3/2 \cdot \frac{\sum(p_i \vec{n})^2}{\sum(p_i)^2}$$

hierbei ist  $\vec{n}$  der Einheitsvektor der Jetebene; die Aplanarität mißt die Abweichung eines Ereignisses von der Ausbreitung in einer Ebene; sie ist eine Ereignis-Größe die mit der Sphärizität eines Ereignisses korreliert ( $\simeq 0.69$ ) ist (Tab. 6.2); auf grund des  $B$ -Meson-Zerfalls ist ein  $b$ -Ereignis weniger planar als ein nicht- $b$ -Ereignis (Abb. 5.1).

- Oblateness:  $OBL$ ; diese Größe mißt die Abweichung der Impulsverteilung eines Ereignisses von einer ebenen Verteilung; auch dies ist eine Ereignis-Größe, die stark mit der Sphärizität korreliert ( $\simeq 0.9$ ) ist (Tab. 6.2).
- die geladene Multiplizität des Ereignisses:  $NCHG$ ; diese Größe ist sensitiv auf die Masse die zur Hadronisation zur Verfügung steht, nimmt also bei schweren Flavours zu; für  $b$ -Ereignisse mißt man im Mittel 21 geladene Spuren, für Ereignisse aus leichten Quarks  $\simeq 19$ ; Abb. 5.2.
- die Energiesumme der geladenen Spuren:  $ECHAG$ , die für  $b$ -Ereignisse durch die höhere geladene Multiplizität ebenfalls höher ist (Abb. 5.1).
- die Jetmultiplizität:  $NJET$ ; ist die Anzahl der Jets eines Ereignisses; für  $b$ -Ereignisse ist dieser Wert höher als für nicht- $b$ -Ereignisse.

- missing impuls: *MISP*;  
diese Größe ist ein Maß für den fehlenden Impuls eines Ereignisses, d.h. für die unsichtbaren Spuren, z.B. Neutrinos aus semileptonischen B-Zerfällen; unter Berücksichtigung der neutralen Spuren eines Ereignisses sollte sich eine deutliche Verschiebung der Impulsverteilung in *b*-Ereignissen ergeben (5.1).

Für zwei weitere Größen wurden zusätzliche Schnitte auf den Winkel  $\alpha$  der Spuren zur Jetachse und die Spurimpulse  $p$  eingeführt:

- $\alpha < 15^\circ$ ; dies ermöglicht eine eindeutige Zuordnung der Teilchen zu einem Jet
- $p > 0.5 GeV$ ; hiermit werden niederenergetische Spuren als Untergrund ausgeschlossen

Die sich hieraus ergebenden Größen sind:

- die Anzahl der Spuren, die die angegebenen zusätzlichen Schnitte erfüllen: *NTC*;  
durch diese Variable wird die Multiplizität der *b*-sensitiven energiereichen Spuren betont (Abb. 5.1).
- die Summe der Quadrate der Transversalimpulskomponenten der Spuren, die die oben angegebenen Schnitte erfüllen: *PTNTC*;  
hiermit erreicht man eine höhere Gewichtung der *b*-sensitiven Transversalimpulskomponente bzw. der energiereichen Spuren allgemein (Abb. 5.1)

Die Verteilungen einiger der benutzten Variablen sind in den Abbildungen 5.1, 5.2 und 5.3 jeweils für *b*- (---) und nicht-*b*-Ereignisse (—) wiedergegeben. Sie wurden aus der Analyse von Monte Carlo Ereignissen gewonnen.

Die Flanken der Verteilungen ergeben die erwarteten Unterschiede zwischen *b*- und nicht-*b*-Ereignissen.

Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen erlauben eine genauere Abschätzung der Qualität der Größen. Je größer die Differenz der Mittelwerte einer Größe zwischen *b*- und nicht-*b*-Ereignissen ist, umso erfolgreicher ist eine Separation durch einen Schnitt in dieser Größe.

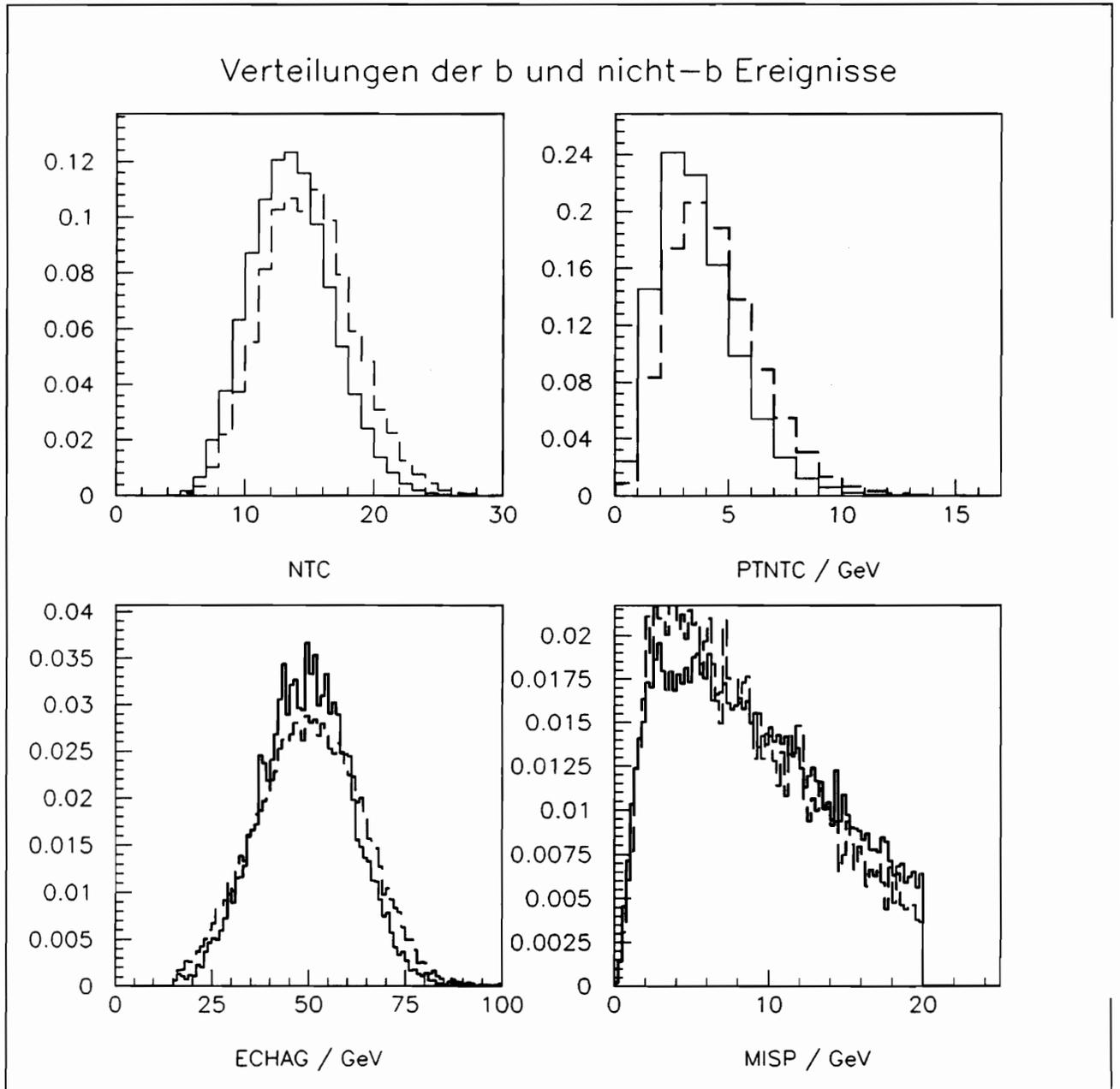


Abbildung 5.1: Verteilungen der Variablen  $NTC$ ,  $PTNTC$ ,  $ECHAG$ ,  $MISP$ ; für  $b$ -Quarks: - - - und nicht- $b$ -Quarks: —

Verteilungen der  $b$  und nicht- $b$  Ereignisse

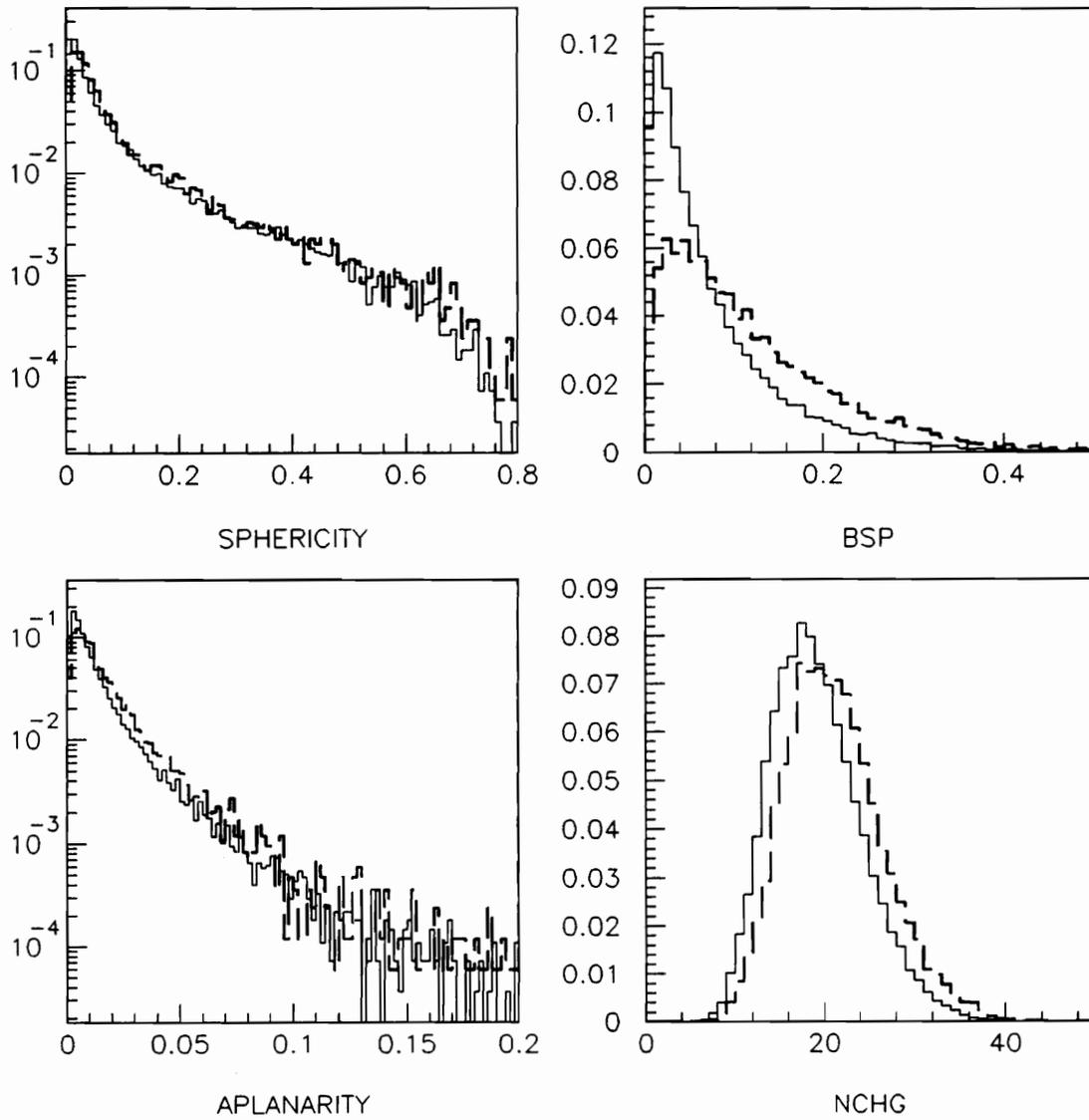


Abbildung 5.2: Verteilungen der Variablen  $SPHER$ ,  $BSP$ ,  $APLAN$ ,  $NCHG$ ; für  $b$ -Quarks: - - - und nicht- $b$ -Quarks: —

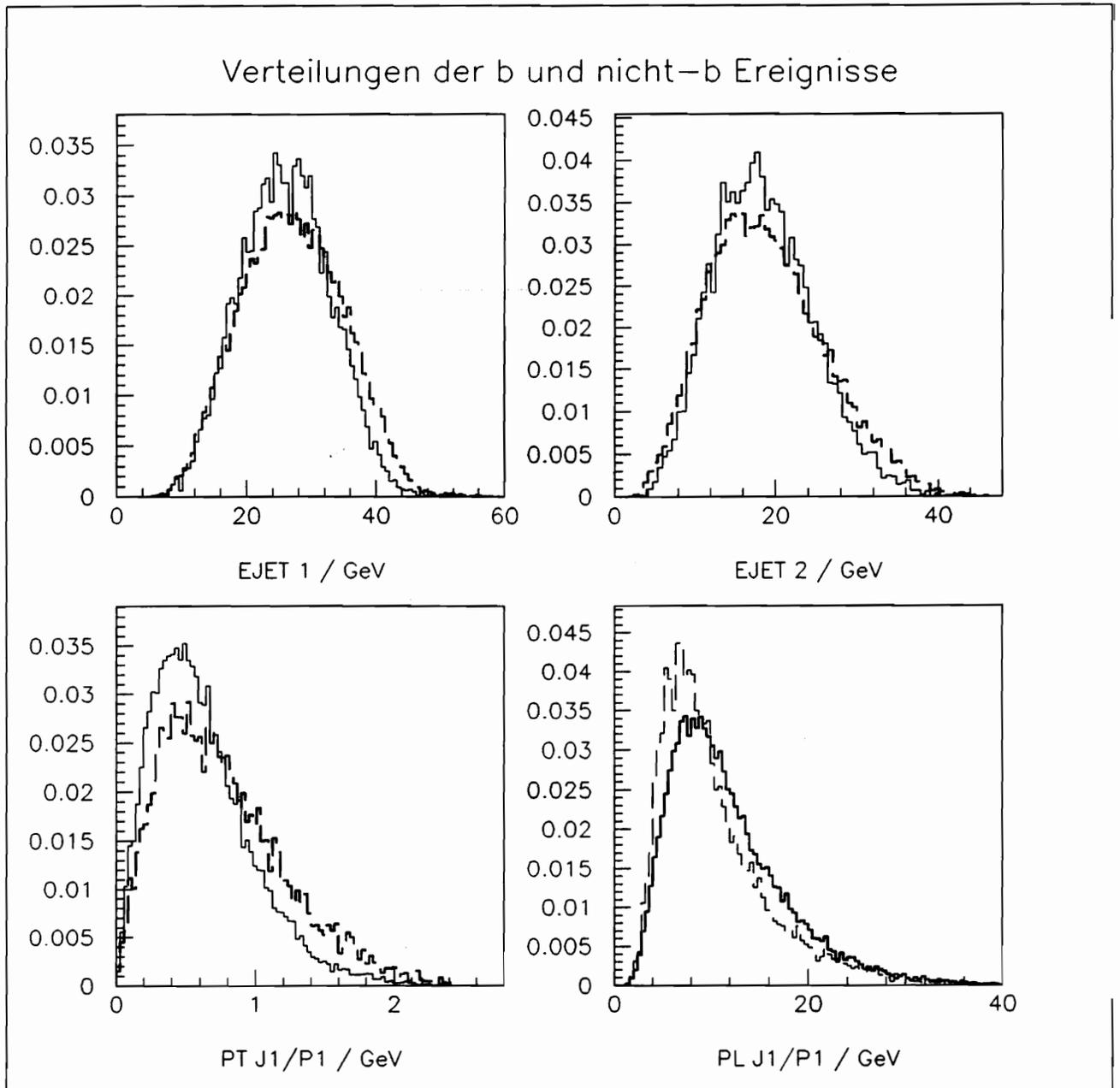


Abbildung 5.3: Verteilungen der Variablen  $EJET1$ ,  $EJET2$ ,  $PTJ1/T1$ ,  $PLJ1/T1$ ; für  $b$ -Quarks: - - - und nicht- $b$ -Quarks: —

Die hier dargestellten Variablen werden zu unterschiedlichen Variablensätzen zusammengestellt:

- 1. Satz (26 Variablen):  
NJET, BSP, EJET1, EJET2, EJET3, EJET4, SPHER, APLAN, PT1/1, PL1/1, PT1/2, PL1/2, PT1/3, PL1/3, PT2/1, PL2/1, PT2/2, PL2/2, PT2/3, PL2/3, OBL, NCHG, ECHAG, MISP, NTC, PTNTC
- 2. Satz ( 8 Variablen):  
BSP, PT1/1, PT1/2, PL1/2, PT2/1, PT2/2, NTC, PTNTC;  
diese 8 Größen sind eine Untergruppe der 26 Variablen in Satz eins; auf die Motivation dieser Auswahl wird in Abschnitt 6.1 eingegangen.

Ein dritter Variablensatz wurde in Anlehnung an [LO 91] erstellt. Hier werden statt der Longitudinal- und Transversalimpulse die Impulskomponenten  $p_x$ ,  $p_y$  und  $p_z$  benutzt. Weiter erfolgt eine Aufteilung der Information auf zwei Jets. Das heißt, die Jet-Größen bleiben erhalten, während die Ereignis-Größen für jeden Jet separat berechnet werden. Somit ergeben sich 12 Größen pro Jet und 22 Größen für beide Jets zusammen:

- Jet 1: Satz 3.a:  
EJET1, PX1/1, PY1/1, PZ1/1, PX1/2, PY1/2, PZ1/2,  
PX1/3, PY1/3, PZ1/3, NCHG, LOG(SPH)
- Jet 2: Satz 3.b:  
EJET2, PX2/1, PY2/1, PZ2/1, PX2/2, PY2/2, PZ2/2,  
PX2/3, PY2/3, PZ2/3, NCHG, LOG(SPH)
- Jet 1 und Jet 2: Satz 3.c:  
EJET1, PX1/1, PY1/1, PZ1/1, PX1/2, PY1/2, PZ1/2,  
PX1/3, PY1/3, PZ1/3,  
EJET2, PX2/1, PY2/1, PZ2/1, PX2/2, PY2/2, PZ2/2,  
PX2/3, PY2/3, PZ2/3,  
NCHG, LOG(SPH)

Die Variablenschreibweise entspricht der oben bereits eingeführten Bezeichnung:

- *EJET1* und *EJET2*  
sind die bereits erwähnten Energien der beiden energiereichsten Jets eines Ereignisses

- *NCHG*  
ist wieder die geladene Multiplizität des Ereignisses
- *LOG(SPH)*  
ist der Logarithmus der Sphärizität

Schließlich wurde für die beiden energiereichsten Jets je eine unabhängige Analyse durchgeführt und eine Analyse beider Jetvariablen zusammen.

M. Los und N. de Groot [LO 91] führen einen zusätzlichen Schnitt in der Jetenergie ein. Die Forderung nach der Mindestenergie eines Jets beträgt 15 GeV. Dieser Schnitt verwirft ca. 30% der Ereignisse, *b*- und nicht-*b* gleichermaßen, so daß keine *b*-Quark Anreicherung statt findet.

Dieser zusätzliche Schnitt wurde nachträglich auch auf die hier zusammengestellten Variablensätze (Satz eins und zwei) angewandt.

Zur einfacheren Bedienung wurde jeder dieser Variablensätze (Satz 1,2 und 3) separat berechnet und in Form eines NTUPLES (= Vektorfeld) herausgeschrieben. In diesem NTUPLE sind alle Ereignisse einer Probe vektoriell abgespeichert, wobei jede Komponente einer der angegebenen Eigenschaften entspricht. Man erreicht durch Verwendung solcher Vektorfelder als Zwischenspeicher eine enorme Rechenzeitersparnis, da nicht jede Anwendung des Analyseverfahrens eine neue Berechnung der Größen erfordert.

Die Analyse wurde mit zwei unterschiedlichen Monte Carlo Methoden durchgeführt Tab. 5.1:

Monte Carlo	Matrizelement (Karlsruhe)	Partonschauer (Milano)
Prototypprobe	$N_b$ : 8438	$N_b$ : 2937
	$N_{nb}$ : 27561	$N_{nb}$ : 9526
Testprobe	$N_b$ : 1006	$N_b$ : 656
	$N_{nb}$ : 3323	$N_{nb}$ : 2223

Das Matrizelement (ME) Monte Carlo wurde in Karlsruhe generiert, das Partonschauer Monte Carlo in Mailand. Aus der Prototypprobe wurde jeweils die Klassifikationsfunktion pro Variablensatz berechnet. Je größer der Umfang dieser Probe ist, umso statistisch unabhängiger ist die Zuordnungsfunktion.

Mit der statistisch unabhängigen Testprobe erfolgt in Kap. 6 eine Überprüfung der Funktion.  $N_b$  und  $N_{nb}$  geben die zur Verfügung stehenden Anzahlen an *b*- und nicht-*b*-Ereignissen wieder.

## 5.2 Das 'boosted sphericity product': $BSP$

Die Größe 'boosted sphericity product' ( $BSP$ ) ist eine topologische Ereignis-Variable, die ursprünglich von der TASSO Kollaboration benutzt wurde um Daten mit  $b\bar{b}$ -Ereignissen anzureichern [BO 90].

In diesem Abschnitt wird diese Größe ausführlich erklärt, da sie sich zur Separation von  $b$ -Ereignissen als besonders geeignet herausstellt. Das  $BSP$  beruht auf der Massendifferenz zwischen  $b$ -Quarks und  $u, d, s$  und  $c$ -Quarks. Mit ca. 5 GeV ist das  $b$ -Quark das schwerste der bisher fünf experimentell entdeckten Quarks. Eine Folge dieser hohen Masse ist die harte Fragmentation und damit der große Impulsübertrag an ein entstehendes  $B$ -Meson. Der Zerfall des schweren  $B$ -Mesons bewirkt einen höheren Transversalimpuls der resultierenden Teilchen und einen großen Öffnungswinkel der Quarkjets, d.h. eine hohe Sphärizität der  $b$ -Ereignisse.

Die Sphärizität eines Ereignisses ist mathematisch definiert als:

$$S = 3/2 \cdot \min\left(\sum \frac{p_T^2}{p^2}\right)$$

mit:  $0 \leq S \leq 1$

Hierbei ist  $p_T$  die Transversalimpulskomponente, und  $p$  der Impulsbetrag der Teilchen eines Ereignisses bzgl. der Sphärizitätsachse. Sphärizitätsachse ist die Gerade, bzgl. der  $S$  minimal wird. Für ideale zwei-Jet-Ereignisse geht die Sphärizität gegen Null, für ideal sphärische gegen eins. Auf grund des  $B$ -Mesonen-Zerfalls sind  $b$ -Ereignisse weniger jetförmig und liegen deshalb bei höheren Werten von  $S$ . Die Sphärizität ist eine auf QCD und Fragmentation sensitive Ereignis-Größe.

In seinem Ruhesystem zerfällt das  $B$ -Meson isotrop. Von dieser Eigenschaft macht das 'boosted sphericity product' Gebrauch. Die Senkrechte zur Sphärizitätsachse unterteilt ein Ereignis in zwei Hemisphären. Die Spuren einer  $e^+e^-$ -Kollision sind nicht in Ruhe. Die positiven bzw. negativen Geschwindigkeitskomponenten bzgl. der Sphärizitätsachse bestimmt die Lokation der Spuren in einer der Hemisphären. Auf grund der Fragmentationsfunktion der  $b$ -Quarks haben die  $B$ -Mesonen eine schmale Geschwindigkeitsverteilung (Abb. 5.4). Der Transformationsvektor einer Lorentztransformation für ein Teilchen aus dem schwachen Zerfall des  $B$ -Mesons in dieses Ruhesystem läßt sich durch  $\beta = p/E$  bestimmen. Transformiert man nun alle Spuren des Ereignisses mit  $+\beta$  oder  $-\beta$  (je nach Hemisphäre in der sich die Spur befindet) in das Ruhesystem des hypothetischen  $B$ -Mesons ('Lorentzboost'), so wird ein Zerfall im Ruhesystem dieses  $B$ -Mesons simuliert. Für jede der beiden Hemisphären wird eine Sphärizität  $S_1$  und  $S_2$  unabhängig voneinander berechnet. Aus diesen beiden Werten wird das Produkt gebildet, das 'boosted sphericity product':

$$BSP = S_1 \cdot S_2 .$$

Da alle Ereignisse,  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse mit einem  $\beta$ , passend für  $b$ -Ereignisse, transformiert werden, erreicht man eine zus'atzliche Deformation der nicht- $b$ -Ereignisse, so daß deren Sphärizität kleiner wird. Das  $BSP$  ist durch die Massenabhängigkeit auch sensitiv auf einige kinematische Eigenschaften (Impuls und Winkel), die ihrerseits massenabhängig sind. Für leichte Quarks hängen diese Variablen hauptsächlich vom Hadronisationsprozeß ab, während für schwere Quarks auch die Zerfallseigenschaften der schweren Mesonen entscheidend sind. Durch die spezielle Anpassung bei der Konstruktion des  $BSP$  auf die Eigenschaften des B-Meson Zerfalls, ergibt sich eine  $b$ -sensitive Variable, die leistungsfähiger ist als alle in Kap. 5 vorgestellten Größen.

Der Transformationsfaktor  $\beta$  ist für alle B-Mesonen im Mittel gleich. In einer Monte Carlo Studie wurde  $\beta$  auf das Verhältnis  $N_b/N_{udsc}$ , d.h. auf die Anzahl der  $b$ -Ereignisse zur Anzahl der nicht- $b$ -Ereignisse optimiert. Eine Variation des Boostparameters  $\beta$  von 0.88 bis 0.99 ergibt in Abhängigkeit von erreichbaren  $b$ -Quark-Effizienzen, für die in dieser Arbeit verwendete Monte Carlo Simulation ein optimales  $\beta$  von 0.92 (Tab.5.1). Aus Tabelle 5.1 geht auch hervor, daß die Unterschiede in der Verwendung verschiedener Werte für  $\beta$  keine großen Auswirkungen auf das Verhältnis  $N_b/N_{udsc}$  haben.

	$N_b/N_{udsc}$					
$\beta$	0.88	0.90	0.92	0.96	0.98	0.99
<i>Effizienz</i> : 30%	0.177	0.184	0.191	0.186	0.178	0.181
<i>Effizienz</i> : 50%	0.214	0.213	0.216	0.221	0.215	0.212
<i>Effizienz</i> : 70%	0.253	0.253	0.257	0.255	0.246	0.247

Tabelle 5.1: Optimierung des Boostparameters  $\beta$

Abbildung 5.5 zeigt die Verteilung der Größe  $BSP$  für  $\beta = 0.92$ . Es ist deutlich zu erkennen, daß  $b$ -Ereignisse im Mittel höhere Werte für die Größe  $BSP$  annehmen. Abbildung 5.6 gibt die Verteilung für  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse wieder, wobei die Anzahl von  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignissen der Erwartung des Standardmodells entspricht.

Durch einen Schnitt in der Variablen  $BSP$  lassen sich  $b$ -Quark-Proben unterschiedlicher Effizienz und Reinheit extrahieren. Es ist offensichtlich, daß keine hohen Reinheiten erzielt werden können (Abb. 5.8). Störende Faktoren sind z.B. überlagernde Teilchen aus der Fragmentation, Detektoreinfluß und unvollständige Rekonstruktion. Um die Trennung der beiden Klassen,  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse, zu verbessern werden weitere topologische Größen (wie in Kap. 5 angegeben) benutzt.

Die Monte Carlo Simulation beschreibt die experimentellen Daten gut (Abb.5.7).

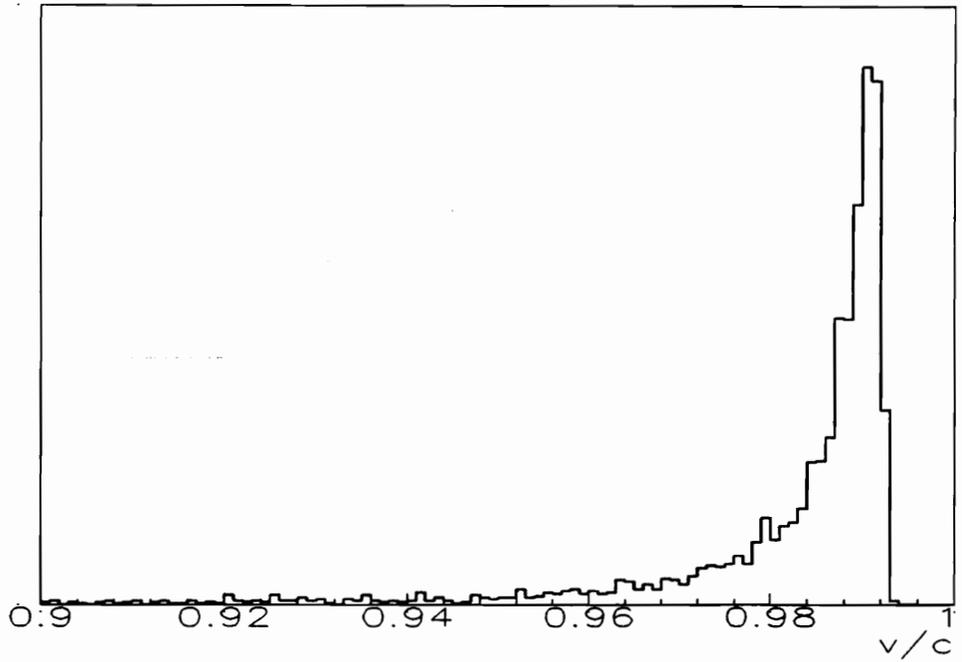


Abbildung 5.4:  $\beta$ - Verteilung der B- Mesonen

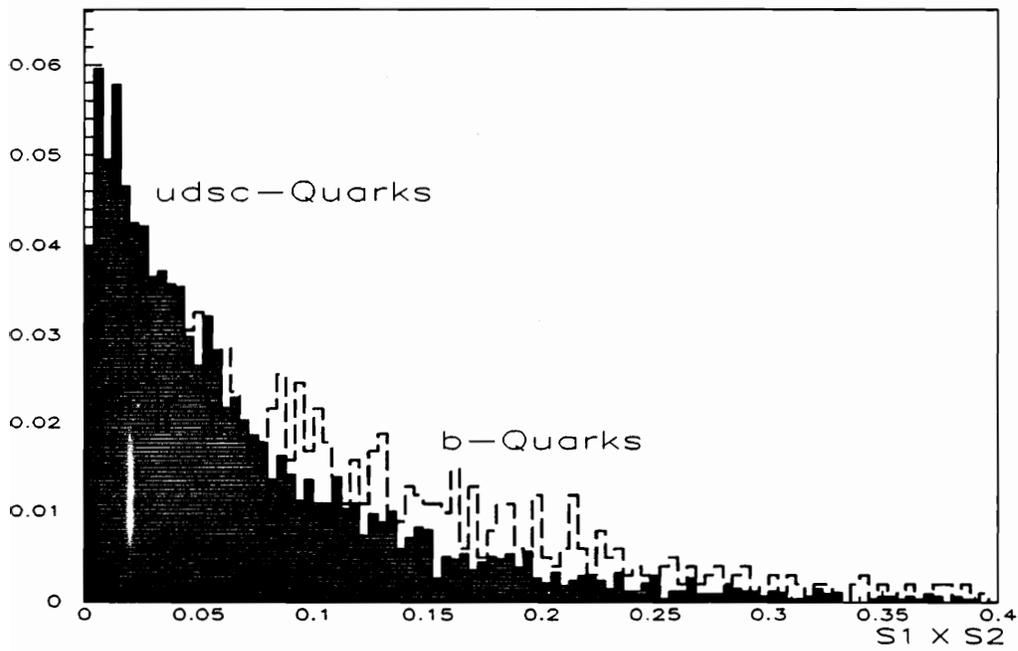


Abbildung 5.5: BSP für  $b$ - und nicht- $b$ -Quarks normiert;  $\beta = 0.92$

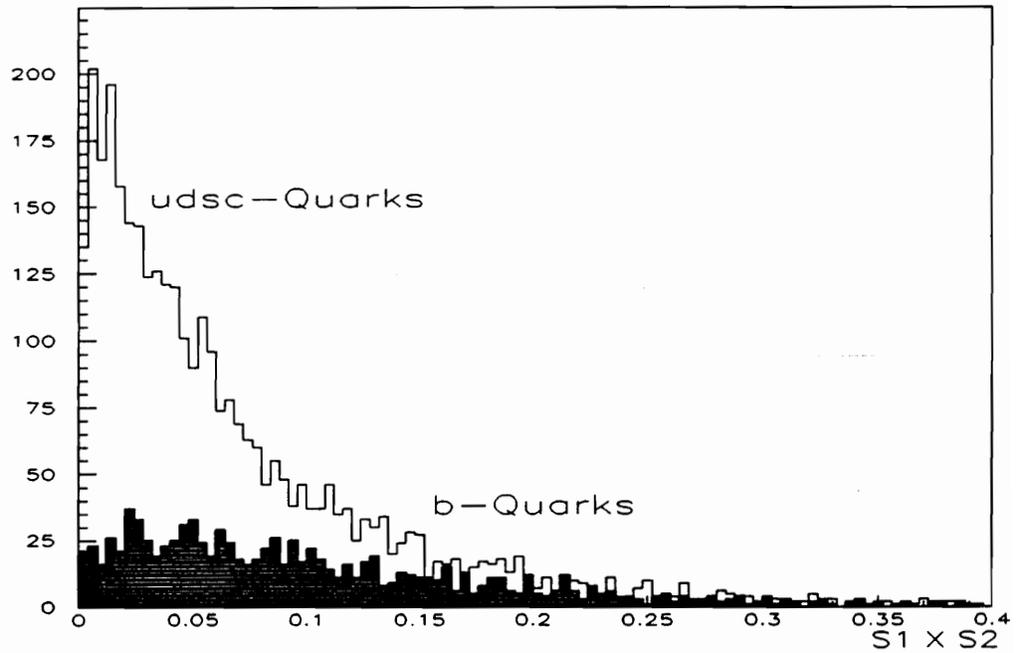


Abbildung 5.6: BSP für  $b$ - und nicht- $b$ -Quarks;  $\beta = 0.92$

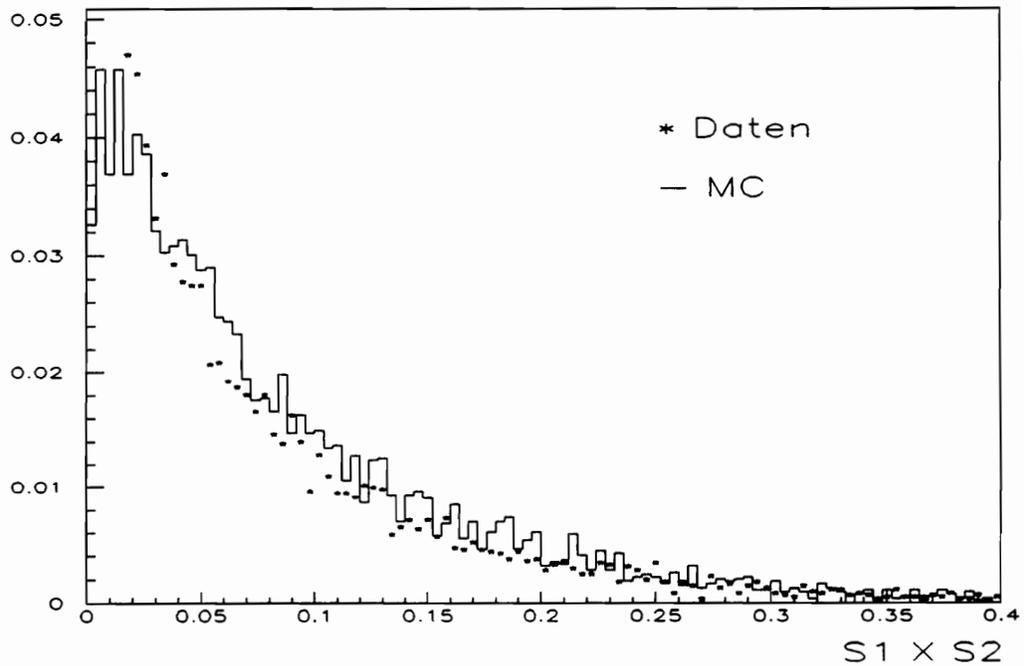


Abbildung 5.7: BSP für Monte Carlo und Daten;  $\beta = 0.92$

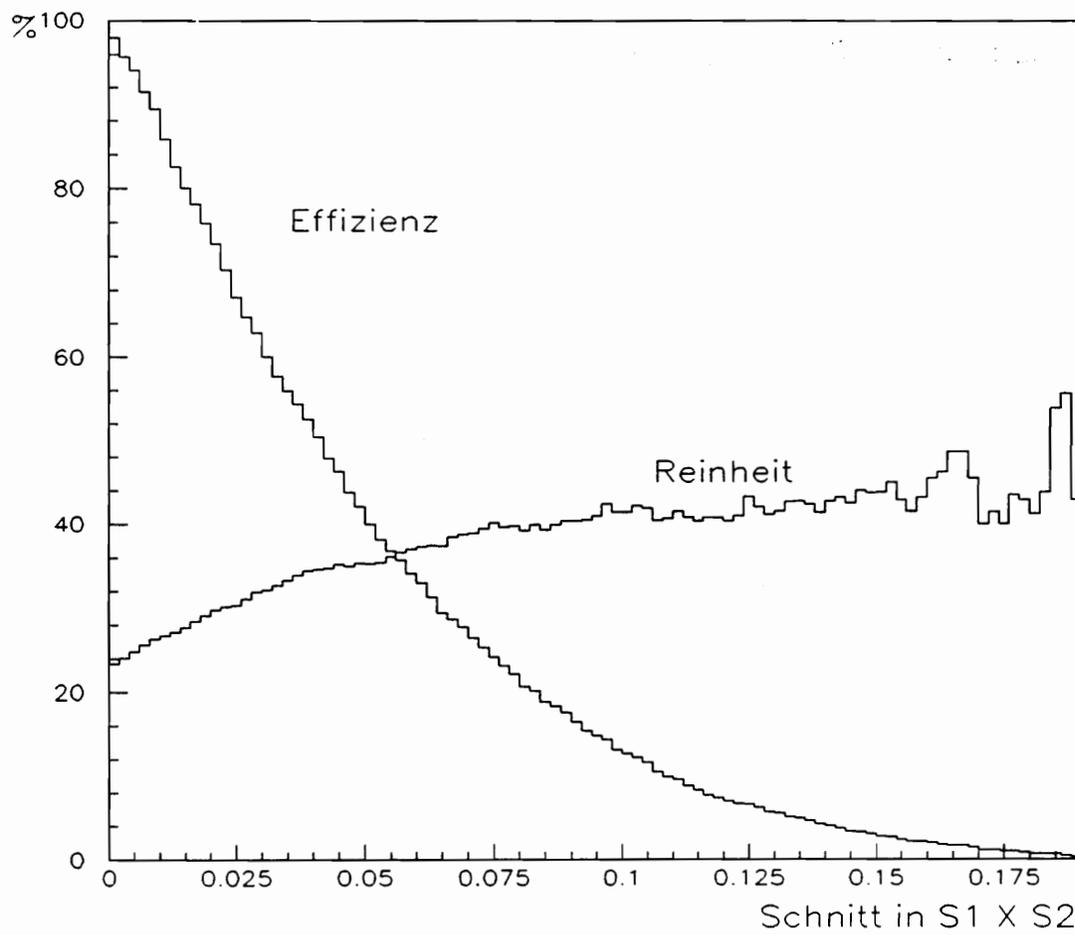


Abbildung 5.8: Effizienz und Reinheit (in %) einer  $b$ -Quarkprobe in Abhängigkeit von einem Schnitt in BSP

# Kapitel 6

## Ergebnisse und Diskussion

### 6.1 Die Signifikanz der Variablen

Im folgenden wird die Begründung für die Wahl der benutzten Variablen bzw. für die sich durch Anwendung des Fisher-Verfahrens ergebende Rangfolge der Variablen gegeben. Diese Variablenselektion entwickelt sich *Schritt für Schritt*, d.h. sukzessive aus der Diskriminanzanalyse und ist gleichzeitig eine Bewertung der Eingangsgrößen. Als Eingangsgrößen werden wohldefinierte Variablen benutzt, auf deren physikalische Bedeutung und Signifikanz in Abschnitt 5 eingegangen wurde. Die der Tabelle 6.1 zugrundeliegende Prototypprobe besteht aus 8438 b-Quark Ereignissen (Klasse 1) und 27561 nicht-b-Quark Ereignissen (Klasse 2). Sie entspricht dem ersten angegebenen Variablensatz. Die Bezeichnungen der Eingangsgrößen ist die in Abschnitt 5 eingeführte Benennung. Tabelle 6.1 gibt eine Auswahl der verwendeten Größen sowie deren Diskriminanzfaktor  $\lambda$  an, der Werte zwischen 0.04654 für die Größe BSP und 0.00014 für PL1/3 annimmt.

Die Methode zur Berechnung der Variablen  $\vec{u}$  für  $N$  Eingangsgrößen funktioniert Schritt für Schritt, so daß sukzessive die beste, nächstbeste u.s.w Variable selektiert und benutzt wird. Es ergibt sich so für jeden Schritt eine Untergruppe der zur Verfügung stehenden Variablen. Mit jedem weiteren Schritt kommt die neue Größe hinzu, die die *Trägheit* der Klasse relativ zu ihrem Schwerpunkt maximiert. Zunächst werden Mittelwerte und Diskriminanzfaktoren der Eingangsgrößen berechnet (Tab. 6.1). Dies entspricht dem ersten Schritt des Verfahrens.

- Schritt Nr. 1:

Die Aufgabe ist eindimensional.

Hier, im zwei Klassenfall ist  $\lambda$  (gemäß Kap. 4):

$$\lambda = \frac{n_1 n_2}{n^2 \sigma^2} \cdot (\bar{m}_1 - \bar{m}_2)^2$$

$\sigma$  ist die totale Abweichung der betrachteten Variablen. Als erste, d.h. *beste*

Variable wird  $BSP$  mit einem  $\lambda$  von 0.04654 bestimmt. Die Klassifikationsfunktion, die im eindimensionalen Fall einem einfachen Schnitt auf die Größe  $BSP$  entspricht ergibt sich zu:

$$F_1 = -0.535 + 6.222 \cdot BSP$$

In Zahlen sieht das Ergebnis so aus:

Effizienz für b-Quarks: 53.52%

Reinheit für b-Quarks: 34.15%

- Schritt Nr. 2:

Das Problem ist jetzt zweidimensional, wobei eine Dimension durch  $BSP$  bereits festgelegt ist. Unter all den restlichen 25 Variablen wird jetzt die gesucht, mit der die Variable  $BSP$  eine Ebene aufspannt, so daß eine Diskriminanzfunktion den maximalen Wert des Diskriminanzfaktors für diese Ebene, d.h. für die Linearkombination aus  $BSP$  und der nächst besten Variable ergibt. Die Ebene wird aus  $BSP$  und  $PT\ 1/1$  gebildet und ergibt die Linearkombination:

$$F_2 = -1.085 + 5.926 \cdot BSP + 0.886 \cdot PT1/1;$$

Effizienz für b-Quarks: 60.50%

Reinheit für b-Quarks: 34.17%

- Schritt Nr. 3:

In drei Dimensionen sieht die Funktion schließlich so aus:

$$F_3 = -2.191 + 5.023 \cdot BSP + 0.89 \cdot PT1/1 + 0.088 \cdot NTC$$

Effizienz für b-Quarks: 65.31%

Reinheit für b-Quarks: 34.44%

Mit jeder weiteren Variablen erhöht sich die Dimension des Problems um eins und die Diskriminanzfunktion wächst um einen Summanden. Die Methode hat kein 'natürliches' Ende da man immer noch eine Eigenschaft linear hinzufügen kann. Dennoch erreicht man eine Sättigung des Ergebnisses (Abb.6.1). Die Ursache hierfür ist, daß die physikalischen Unterschiede der Klassen durch eine Untermenge an Variablen bereits bestmöglich ausgenutzt sind. Zusätzliche Variablen liefern nur noch redundante Information. Daher erscheint es vorteilhaft das Verfahren zu beenden, sobald man die maximale Information ausgenutzt hat. Die Anzahl der in diesem Beispiel minimal erforderlichen Variablen ergibt sich aus Abb. 6.1 und aus Abb. 6.2.

Abb. 6.2 zeigt die Verteilung des Diskriminators  $D$  der Fisher-Analyse für  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse nach der Anwendung auf 26 und 8 Eingangsgrößen bzw. nach 26 und 8 Verfahrensschritten. Nach 8 Schritten hat das Verfahren 8 der zur Verfügung stehenden 26 Variablen selektiert:  $BSP$ ,  $PT1/1$ ,  $NTC$ ,  $PT2/1$ ,  $PL1/2$ ,  $PT1/2$ ,  $PTNTC$ ,  $PT2/2$ . Dies sind die *besten* 8 Größen der zur Verfügung stehenden Prototypprobe, für die sich folgende Funktion ergibt:

$$F_8 = -2.785 + 4.116 \cdot BSP + 1.078 \cdot PT1/1 + 0.120 \cdot NTC \\ + 0.751 \cdot PT2/1 - 0.081 \cdot PL1/2 + 0.864 \cdot PT1/2 \\ - 0.148 \cdot PTNTC + 0.486 \cdot PT2/2 .$$

Am rechten oberen Bildrand der Abbildung 6.2 befindet sich eine Ausschnittsvergrößerung der rechten Kurvenflanken. Man sieht deutlich, daß sich das Ergebnis für 8 und 26 Variable, abgesehen von statistischen Fluktuationen, nicht verändert. Jede weitere Information über 8 Größen hinaus ist also redundant und das Verfahren kann sinnvoll abgebrochen werden. Eine maximale Trennung ist mit einer Untermenge der zur Verfügung stehenden Variablen zu erreichen.

Als Ergebnis der Analyse der Prototypprobe erhält man eine Diskriminanzfunktion der verwendeten Variablen. Jede Funktion hängt sehr stark von der verwendeten Prototypprobe ab und kann daher ausschließlich auf vergleichbare Ereignisse angewandt werden.

Tabelle 6.2 gibt die Korrelationskoeffizienten der in Tab. 6.1 angegebenen Größen an. Diese Korrelationen bestimmen zusammen mit dem Diskriminanzfaktor einer Größe, deren Güte bzgl. der Trennung von  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignissen.

Die Ergebnisse für Effizienz und Reinheit, die man mit den berechneten Diskriminanzfunktionen in der  $b$ -Quark-Erkennung erhält, sind als Signifikanztest der in Kap. 4 erläuterten Methode anzusehen. Eine Anwendung auf die experimentellen Daten des DELPHI-Detektors steht noch aus.

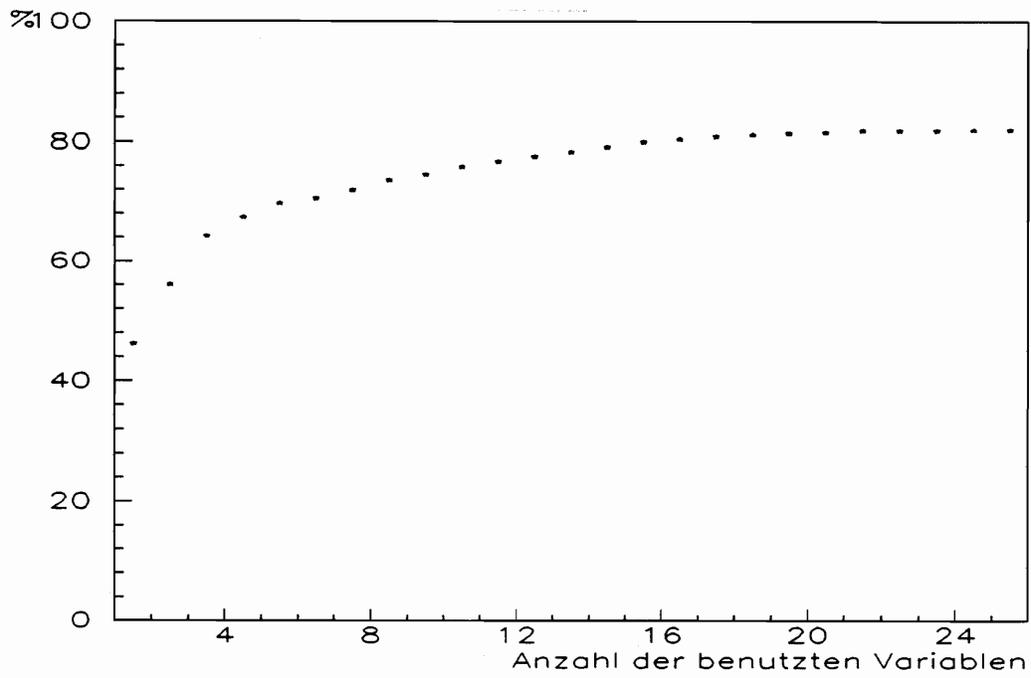


Abbildung 6.1: % der richtig klassifizierten Objekte als Funktion der verwendeten Variablen

Variable	Mittelwerte $\pm$ Standardabweichung				Diskriminanz- faktor $\lambda$
	b-Quarks		udsc-Quarks		
1 NJET	2.593	$\pm$ 0.688	2.541	$\pm$ 0.664	0.00109
2 BSP	0.117	$\pm$ 0.094	0.076	$\pm$ 0.075	0.04654
3 EJET1	25.989	$\pm$ 6.961	27.035	$\pm$ 7.867	0.00337
4 EJET2	18.439	$\pm$ 6.132	18.819	$\pm$ 7.148	0.00055
5 EJET3	4.139	$\pm$ 4.974	3.689	$\pm$ 4.721	0.00159
6 EJET4	0.672	$\pm$ 2.087	0.544	$\pm$ 1.850	0.00081
7 SPHER	0.090	$\pm$ 0.118	0.078	$\pm$ 0.112	0.00205
8 APLAN	0.016	$\pm$ 0.020	0.012	$\pm$ 0.017	0.00817
9 PT 1/1	0.762	$\pm$ 0.445	0.615	$\pm$ 0.364	0.02569
10 PL 1/1	10.235	$\pm$ 5.489	11.616	$\pm$ 5.980	0.00993
11 PT 1/2	0.597	$\pm$ 0.365	0.503	$\pm$ 0.302	0.01530
12 PL 1/2	5.048	$\pm$ 2.201	5.657	$\pm$ 2.666	0.01020
13 PT 1/3	0.491	$\pm$ 0.305	0.456	$\pm$ 0.293	0.00249
14 PL 1/3	3.211	$\pm$ 1.470	3.323	$\pm$ 1.674	0.00085
15 PT 2/1	0.654	$\pm$ 0.391	0.573	$\pm$ 0.348	0.00912
16 PL 2/1	7.106	$\pm$ 3.874	7.869	$\pm$ 4.445	0.00561
17 PT 2/2	0.528	$\pm$ 0.322	0.475	$\pm$ 0.296	0.00550
18 PL 2/2	3.671	$\pm$ 1.723	3.954	$\pm$ 2.109	0.00352
19 PT 2/3	0.445	$\pm$ 0.289	0.431	$\pm$ 0.284	0.00046
20 PL 2/3	2.328	$\pm$ 1.159	2.364	$\pm$ 1.334	0.00014
21 OBL	0.082	$\pm$ 0.087	0.077	$\pm$ 0.090	0.00052
22 NCHG	20.549	$\pm$ 5.413	18.631	$\pm$ 5.082	0.02411
23 ECHAG	49.275	$\pm$ 11.714	50.054	$\pm$ 13.918	0.00062
24 MISP	8.294	$\pm$ 4.846	8.847	$\pm$ 5.095	0.00216
25 NTC	14.425	$\pm$ 3.544	13.094	$\pm$ 3.200	0.02876
26 PTNTC	4.414	$\pm$ 2.024	3.637	$\pm$ 1.780	0.03140

Tabelle 6.1: Diskriminanzfaktor

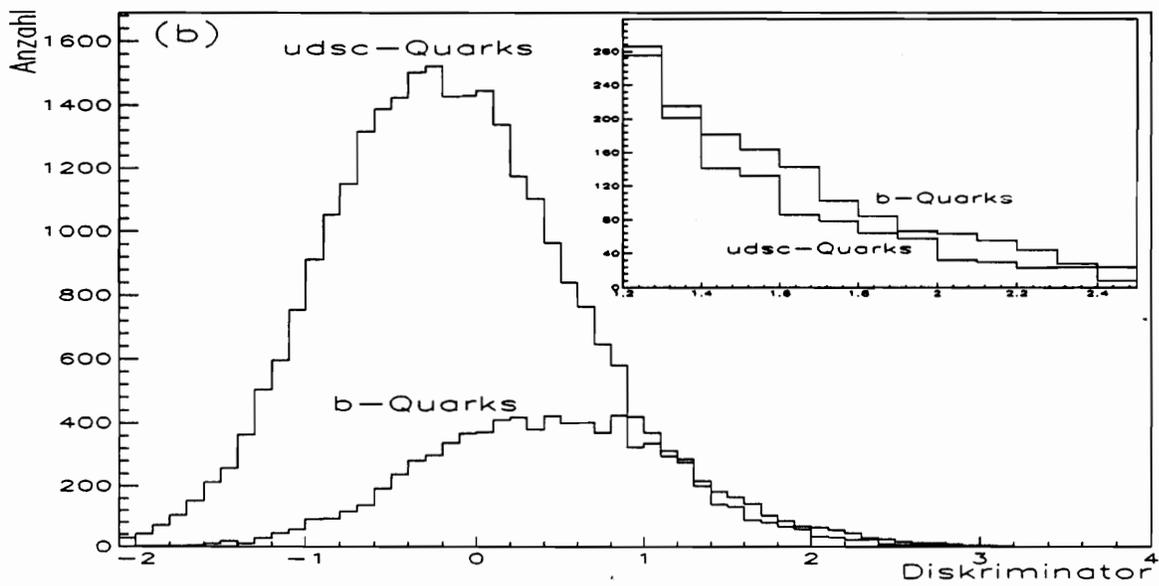
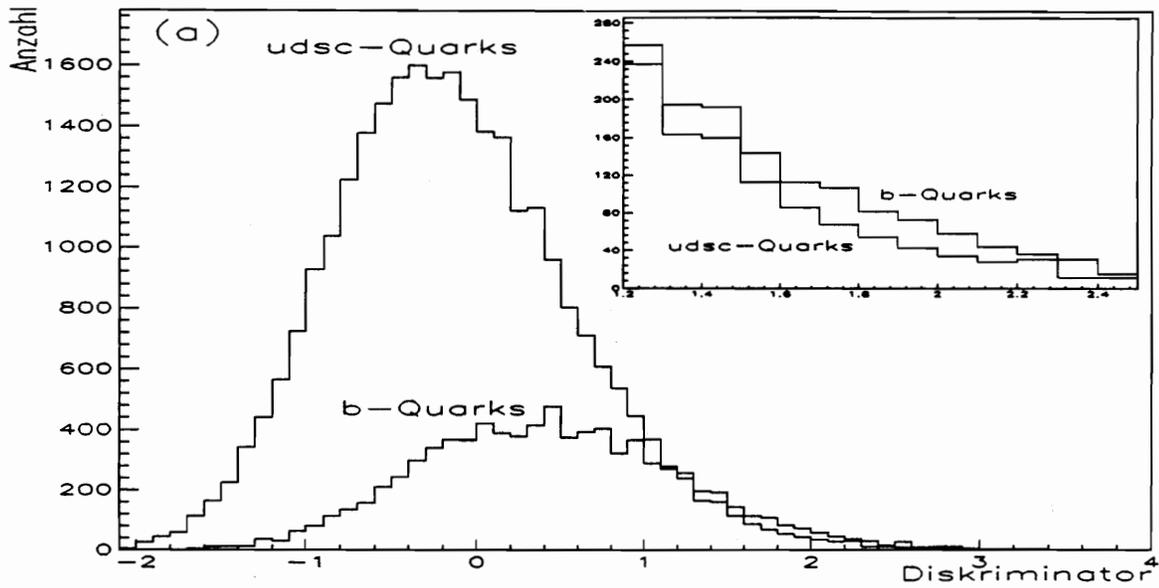


Abbildung 6.2: Diskriminator nach 8 (a) und 26 (b) Variablen; Ausschnittsvergrößerung der rechten Kurvenflanken am rechten oberen Bildrand

Im folgenden werden die Ergebnisse der unterschiedlichen Monte Carlo Daten und Variablensätze, wie in Kap.5 angegeben, dargestellt und diskutiert.

Die Ergebnisse beziehen sich jeweils auf eine statistisch unabhängige Testprobe.

Die Variablenbenennung entspricht der in Kap. 5 eingeführten Bezeichnung.

Als erstes wichtiges Ergebnis erhält man eine Rangfolge der Eingangsgrößen nach deren Separationsvermögen gemäß Kap. 6.1. Somit sieht die geänderte Reihenfolge der verschiedenen Variablensätze und Monte Carlo Simulationen folgendermaßen aus:

- Satz 1; 26 Variablen: (ME)  
BSP, PT1/1, NTC, PT2/1, PL1/2, PT1/2, PTNTC, PT2/2 PT 1/3, PL1/1, NCHG, SPHER, PL1/3, PL1/2, ECHAG, PL2/1, MISP, PT2/3, EJET3, PL2/3, EJET1, EJET4, EJET2, OBL, APLAN, NJET
  
- Satz 2; die 8 'besten' Variablen: (ME)  
BSP, PT1/1, NTC, PT2/1, PL1/2, PT1/2, PTNTC, PT2/2
  
- Satz 1.b; 26 Variablen: (PS)  
BSP, NTC, PT1/2, PL1/2, PT1/1, ECHAG, PT2/1, PTNTC, PT 2/2, PT1/3, EJET2, NCHG, PT2/3, APLAN, PL1/1, EJET1, PL1/3, PL2/1, PL2/2, NJET, PL2/3, OBL, SPHER, MISP
  
- Satz 2.b; die 8 'besten' Variablen: (PS)  
BSP, NTC, PT1/2, PL1/2, PT1/1, ECHAG, PT2/1, PTNTC

Die Variablenauswahl der jeweils mit '8 besten' bezeichneten Größen (Satz 2 bzw. 2.b) ergibt sich aus der durch das Fisher-Verfahren erstellten Rangliste. Die physikalische Begründung dieser Reihenfolge findet sich in den bereits dargestellten Eigenschaften der  $b$ -Quark-Ereignisse (Kap. 3) wieder. Die hohe Bewertung des 'boosted sphericity product', d.h. das gute Trennvermögen basiert auf der speziell für das Problem entwickelten Konstruktion dieser Größe, wodurch die wesentlichen Charakteristiken (Masseneffekt, Fragmentation und schwacher Zerfall) gut erfaßt werden (Kap.5.2). Eine weitere Ursache für die Erstselektion des *BSP* ist die Unabhängigkeit der Größe von den übrigen zur Verfügung stehenden Variablen (Tabelle 6.2). Das 'boosted sphericity product' enthält also neue zusätzliche Information zu den traditionell benutzten Jet- und Ereignis-Größen. Durch die

Variablen  $PT$  (Transversalimpulse),  $NTC$  und  $PTNTC$  (Kap.5) wird der Transversalimpuls sowie die geladene Multiplizität berücksichtigt. Die weitere Rangfolge verliert, quantitativ betrachtet an Bedeutung, da Fluktuationen in der Berechnung des Diskriminanzfaktors  $\lambda$  und Korrelationen der Variablen die Position der Größen bestimmen. Qualitativ erleichtert sie eine Abschätzung des Trennvermögens der Größen untereinander bezogen auf die zur Verfügung stehenden Probe.

Für die beiden zur Analyse benutzten Monte Carlo Simulationen ergibt sich eine höhere Differenz der Mittelwerte der benutzten Variablen zwischen  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse für das Matrixelementmodell. Man erwartet daher bessere  $b$ -tag Ergebnisse für dieses Monte Carlo.

Durch Vergleich der Differenzen der beiden Monte Carlo Simulationen für die Variable  $ECHAG$  wird deutlich, weshalb sie im Partonschauer MC höher bewertet wird als im Matrixelement MC. Die Ursache der unterschiedlichen Differenzen liegt in der unterschiedlichen Optimierung der beiden Monte Carlo Simulationen immanenten Parameter.

In den folgenden Tabellen beziehen sich die Prozentangaben für Effizienz und Reinheit immer auf eine selektierte  $b$ -Quark-Probe.

Vergleicht man zunächst die Ergebnisse der beiden unterschiedlichen Monte Carlo Methoden, so läßt sich feststellen, daß das ME-Monte Carlo (KA) für die hier verwendete Analysemethode und Variablensätze gleichmäßig höhere Werte annimmt als das PS-Monte Carlo (MI). Die Ursache, wie bereits festgestellt, ist die größere Differenz der Variablenmittelwerte zwischen  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignissen für das ME-Monte Carlo.

Beim Vergleich der Werte für Effizienz und Reinheit mit und ohne zusätzlicher Forderung einer minimalen Jetenergie von 15 GeV (Tab. 6.4, Abb. 6.3 und Abb. 6.4), ist zu erkennen, daß sich durch diesen Schnitt höhere Werte für die Reinheit bei gleicher Effizienz erzielen lassen, bezogen auf die Ereignisse, die diesen Energieschnitt passieren. Durch diesen Energieschnitt werden die niederenergetischen flavourblinden Jets und damit die Ereignisse verworfen. In Tab. 6.4 ist die Effizienz nach diesem Energieschnitt bezogen auf die Ereigniszahl vor diesem Schnitt durch  $Eff_{nach}$  angegeben.

Die geringen Unterschiede bei Verwendung von 8 bzw. 26 Variablen resultieren aus der Sättigung des Ergebnisses, da nicht jede neue Variable zusätzliche unabhängige Information hinzufügt. So sind z.B. die Größen Sphärizität und Oblateness sehr stark korreliert (Tab.6.2) und damit redundant.

	NJET	BSP	EJET1	EJET2	EJET3	EJET4	SPHER	APLAN	PT 1/1
NJET	1.00								
BSP	0.05	1.00							
EJET1	-0.27	-0.28	1.00						
EJET2	-0.25	-0.25	0.71	1.00					
EJET3	0.82	0.08	-0.22	-0.20	1.00				
EJET4	0.67	0.08	-0.19	-0.15	0.40	1.00			
SPHER	0.58	0.14	-0.49	-0.36	0.53	0.44	1.00		
APLAN	0.48	0.30	-0.47	-0.38	0.34	0.42	0.69	1.00	
PT 1/1	-0.03	0.07	0.11	0.07	-0.01	-0.02	-0.01	0.01	1.00
PL 1/1	-0.16	-0.42	0.65	0.46	-0.13	-0.11	-0.39	-0.41	0.18
PT 1/2	-0.01	0.15	0.08	0.06	0.00	-0.01	0.02	0.05	0.21
PL 1/2	-0.16	-0.19	0.61	0.43	-0.13	-0.12	-0.31	-0.31	0.00
PT 1/3	-0.02	0.12	0.06	0.04	-0.01	-0.02	0.03	0.05	0.14
PL 1/3	-0.14	-0.03	0.52	0.36	-0.12	-0.10	-0.23	-0.20	-0.04
PT 2/1	0.01	0.05	0.04	0.10	0.01	-0.00	0.04	0.05	0.02
PL 2/1	-0.16	-0.36	0.50	0.69	-0.13	-0.10	-0.29	-0.34	0.05
PT 2/2	0.00	0.11	0.03	0.06	0.01	0.00	0.06	0.07	0.02
PL 2/2	-0.16	-0.19	0.50	0.71	-0.14	-0.10	-0.27	-0.28	0.04
PT 2/3	-0.02	0.09	0.03	0.07	-0.01	-0.02	0.33	0.06	0.00
PL 2/3	-0.15	-0.08	0.46	0.65	-0.12	-0.10	-0.23	-0.22	0.04
OBL	0.54	0.06	-0.42	-0.28	0.55	0.33	0.90	0.38	0.01
NCHG	0.59	0.35	-0.03	0.02	0.56	0.42	0.43	0.39	-0.00
ECHAG	0.11	-0.25	0.83	0.83	0.19	0.10	-0.21	-0.28	0.09
MISP	-0.01	-0.04	0.27	-0.30	-0.01	-0.03	-0.01	-0.04	0.03
NTC1	-0.10	0.26	0.30	0.34	-0.10	-0.10	-0.04	0.03	0.01
PTNTC	-0.11	0.25	0.25	0.26	-0.10	-0.10	0.01	0.08	0.49
	PL 1/2	PT 1/2	PL 1/2	PT 1/3	PL 1/3	PT 2/1	PL 2/1	PT 2/2	PL 2/2
PL 1/2	1.00								
PT 1/2	0.04	1.00							
PL 1/2	0.20	0.14	1.00						
PT 1/3	-0.00	0.10	0.07	1.00					
PL 1/3	-0.08	0.05	0.47	0.09	1.00				
PT 2/1	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01	1.00			
PL 2/1	0.34	0.04	0.30	0.02	0.25	0.13	1.00		
PT 2/2	0.02	0.01	0.01	0.00	0.01	0.27	0.02	1.00	
PL 2/2	0.33	0.03	0.31	0.02	0.26	0.01	0.36	0.08	1.00
PT 2/3	0.02	0.01	0.01	-0.00	0.01	0.19	-0.01	0.13	0.06
PL 2/3	0.30	0.03	0.28	0.02	0.24	-0.02	0.11	0.04	0.58
OBL	-0.31	0.02	-0.26	0.01	-0.20	0.04	-0.17	0.04	-0.20
NCHG	-0.24	-0.00	-0.12	-0.00	0.02	0.02	-0.19	0.02	-0.09
ECHAG	0.55	0.08	0.51	0.05	0.43	0.08	0.58	0.05	0.59
MISP	0.19	0.03	0.17	0.02	0.14	-0.02	-0.20	-0.01	-0.22
NTC	-0.15	0.01	0.04	0.02	0.23	0.04	-0.07	0.02	0.10
PTNTC	0.06	0.38	0.11	0.30	0.14	0.47	0.08	0.37	0.12
	PT 2/3	PL 2/3	OBL	NCHG	ECHAG	MISP	NTC1	PTNTC	
PT 2/3	1.00								
PL 2/3	0.06	1.00							
OBL	0.01	-0.20	1.00						
NCHG	0.01	0.04	0.37	1.00					
ECHAG	0.05	0.55	-0.14	0.26	1.00				
MISP	-0.00	-0.21	0.00	-0.05	-0.01	1.00			
NTC	0.05	0.27	-0.09	0.57	0.30	-0.06	1.00		
PTNTC	0.31	0.17	-0.02	0.13	0.23	-0.01	0.35	1.00	

Tabelle 6.2: Korrelationskoeffizienten

Variable	Differenz:		Variable	Differenz:	
	ME	PS		ME	PS
NJET	0.052	0.050	PT 2/1	0.081	0.044
BSP	0.041	0.040	PL 2/1	0.763	0.764
EJET1	1.046	0.917	PT 2/2	0.053	0.035
EJET2	0.380	0.227	PL 2/2	0.283	0.169
SPHER	0.012	0.006	PT 2/3	0.014	0.012
APLAN	0.004	0.002	PL 2/3	0.036	0.025
PT 1/1	0.147	0.086	OBL	0.005	0.001
PL 1/1	1.381	1.726	NCHG	1.918	1.602
PT 1/2	0.094	0.079	ECHAG	0.779	1.668
PL 1/2	0.609	0.495	MISP	0.553	0.547
PT 1/3	0.035	0.027	NTC	1.331	1.385
PL 1/3	0.112	0.041	PTNTC	0.777	0.510

Tabelle 6.3: Die Differenzen der Mittelwerte der verwendeten Variablen für Matrixelement und Partonschauer Monte Carlo Simulationen

Energieschnitt: 0.0 GeV										
Effizienz	92	85	80	70	60	50	40	30	20	10
Matrixelement; 26 Variablen										
Reinheit	28	30	32	36	40	43	46	50	53	56
$D_{Schnitt}$	-.50	-.25	-.10	.15	.35	.55	.75	.95	1.2	1.55
Matrixelement; 8 Variablen										
Reinheit	28	30	32	35	40	43	45	48	54	58
$D_{Schnitt}$	-.56	-.40	-.24	-.06	.24	.44	.55	.76	1.06	1.35
Partonschauer; 24 Variablen										
Reinheit	27	28	30	35	37	40	44	47	49	56
$D_{Schnitt}$	-.60	-.35	-.20	0.00	.20	.35	.50	.70	.85	1.15
Partonschauer; 8 Variablen										
Reinheit	27	28	30	33	35	42	44	45	48	56
$D_{Schnitt}$	-.60	-.35	-.25	-.05	.08	.30	.42	.65	.85	1.10

Energieschnitt: 15.0 GeV										
Effizienz	92	85	80	70	60	50	40	30	20	10
$Eff_{nach}$	64	60	56	49	42	35	28	21	17	7
Matrixelement; 26 Variablen										
Reinheit	29	33	34	38	44	48	51	56	60	63
$D_{Schnitt}$	-.50	-.20	-.05	.20	.35	.50	.80	1.05	1.25	1.60
Matrixelement; 8 Variablen										
Reinheit	29	31	34	37	42	47	52	56	58	64
$D_{Schnitt}$	-.60	-.40	-.24	-.04	.18	.46	.70	1.00	1.20	1.67
Partonschauer; 24 Variablen										
Reinheit	26	29	30	36	38	41	45	46	50	60
$D_{Schnitt}$	-.40	-.35	-.20	.05	.20	.35	.55	.75	.95	1.25
Partonschauer; 8 Variablen										
Reinheit	26	28	30	34	38	42	43	45	49	55
$D_{Schnitt}$	-.60	-.40	-.25	-.07	.15	.35	.50	.65	.85	1.15

Tabelle 6.4: Abhängigkeit der b-tag Effizienz und Reinheit von der Verwendung von 8 und 24 bzw. 26 Variablen mit zusätzlichem Schnitt auf die Jetenergie von 15GeV

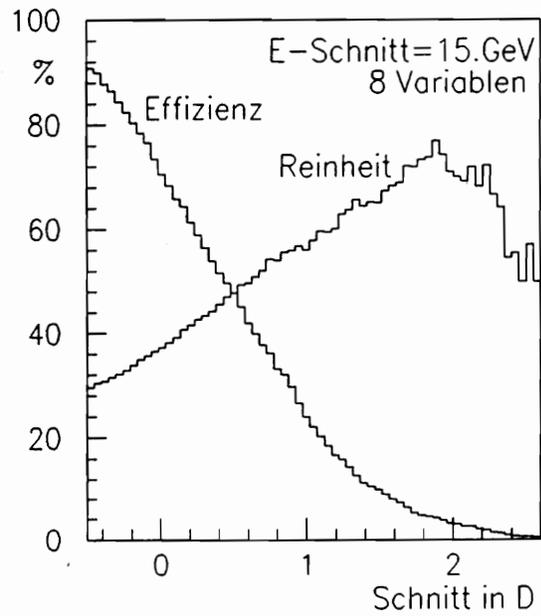
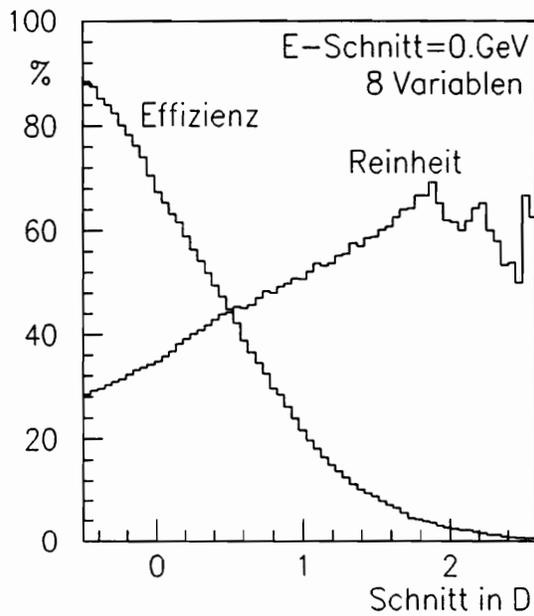
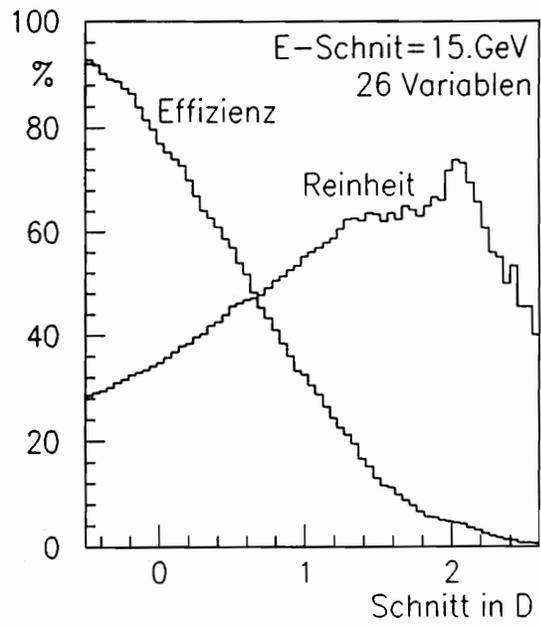
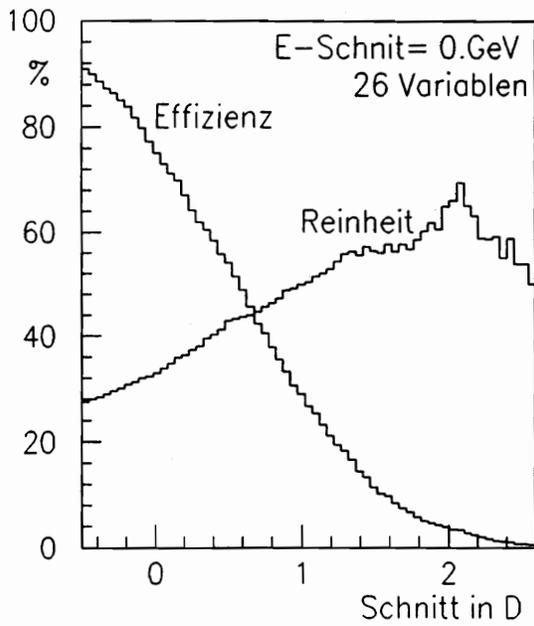


Abbildung 6.3: Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von der benutzten Variablenanzahl; Monte Carlo Simulation: Matrixelement

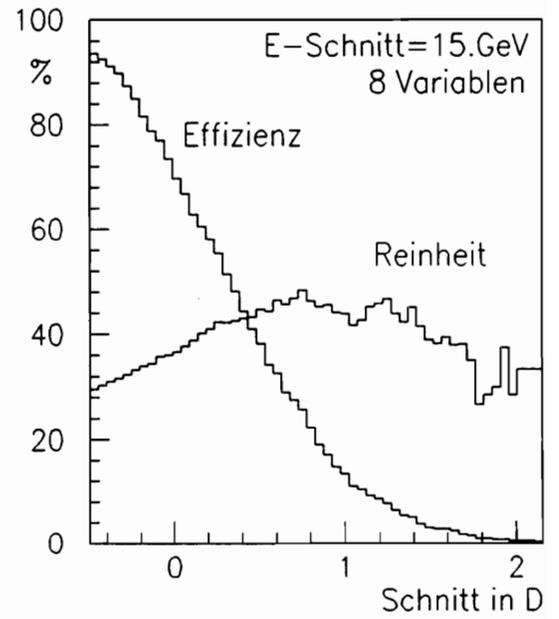
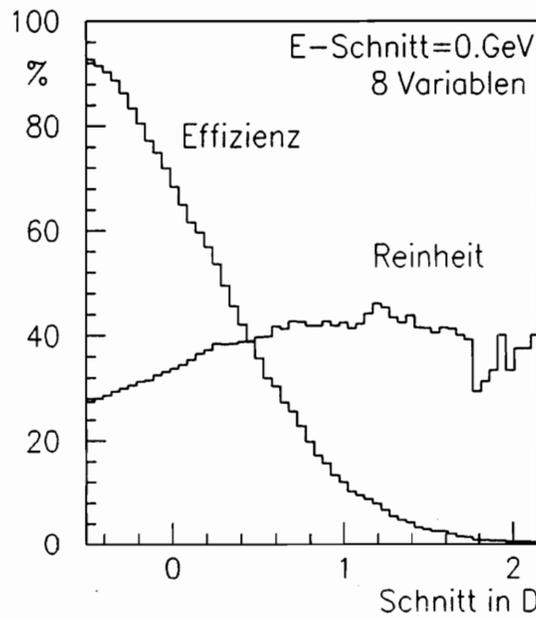
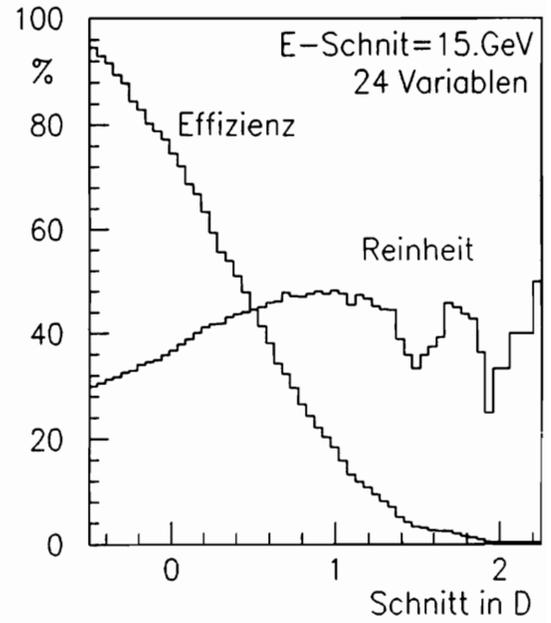
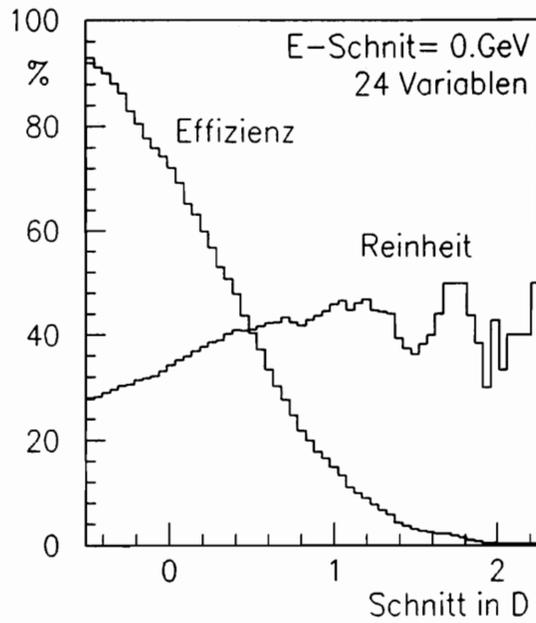


Abbildung 6.4: Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von der benutzten Variablenanzahl; Monte Carlo Simulation: Partonschauer

In Tabelle 6.5 wurden die ersten vier Variablen, die durch das Fisher-Verfahren als die vier besten selektiert werden, benutzt um durch sukzessive Schnitte eine  $b$ -Quarkprobe zu separieren. Der Erfolg ist deutlich geringer als bei Verwendung der Diskriminanzmethode. Im Gegensatz zu diesen aufeinanderfolgenden Schnitten in mehreren Größen, bewirkt die Diskriminanzanalyse einen optimierten mehrdimensionalen Schnitt in einer Vielzahl der angegebenen Variablen. Der Vorteil wird durch Vergleich der Tabellen 6.5 und 6.4 deutlich.

Variable	Schnitt	Effizienz	Reinheit
BSP	$> 0.08$	54	33
PT 1/1	$> 0.65$	28	40
NTC	$> 14.0$	19	44
PT 2/1	$< 11.0$	7	47

Tabelle 6.5: Sukzessive Schnitte in vier Variablen

In den folgenden Tabellen (6.7 und 6.6) und Abbildungen (6.5 und 6.6) sind die Effizienzen und Reinheiten in Abhängigkeit von Schnitten in der Jetenergie und im Diskriminator  $D$  für die Monte Carlo Simulationen ME (KA) und PS (MI) angegeben. Die Tabelle 6.6 gibt die durch den jeweiligen Energieschnitt wegfallenden Ereignisse in % wieder. Wie schon erwähnt, betrifft ein Schnitt in der Jetenergie  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse in gleichem Maße. Je höher dieser Schnitt ist, umso höher wird die Effizienz bei gleicher Reinheit, bezogen jeweils auf die Ereignisse die den jeweiligen Energieschnitt passieren. Durch das sukzessive Ansteigen der Forderung einer minimalen Jetenergie erreicht man einen Ausschluß der niederenergetischen flavourblinden Ereignisse.

Energie-cut	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
Matrixelement; 26 Variablen					
$N_b$ in %	100.	99.60	93.24	68.69	38.12
$N_{nb}$ in %	100.	99.24	91.18	67.56	40.47
Partonshower; 24 Variablen					
$N_b$ in %	100.	99.85	92.96	66.16	37.8
$N_{nb}$ in %	100.	99.32	90.23	67.02	38.47

Tabelle 6.6: Abnahme der Ereignisanzahl für  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse durch einen Schnitt in den Jetenergien

Matrixelement										
Effizienz	92	85	80	70	60	50	40	30	20	10
Energieschnitt: 0.0 GeV										
Reinheit	28	30	32	36	40	43	46	50	53	56
$D_{Schnitt}$	-.50	-.25	-.1	.15	.35	.55	.75	.95	1.2	1.55
Energieschnitt: 5.0 GeV										
Reinheit	27	30	32	36	40	44	46	49	54	56
$D_{Schnitt}$	-.60	-.25	-.10	.15	.35	.60	.75	.95	1.25	1.55
Energieschnitt: 10.0 GeV										
Reinheit	28	32	33	36	41	45	48	52	56	57
$D_{Schnitt}$	-.50	-.20	-.10	.20	.40	.60	.77	1.0	1.25	1.55
Energieschnitt: 15.0 GeV										
Reinheit	29	33	34	38	44	48	51	56	60	63
$D_{Schnitt}$	-.50	-.20	-.05	.20	.35	.50	.8	1.05	1.25	1.6
Energieschnitt: 20.0 GeV										
Reinheit	28	31	33	38	42	48	53	64	69	73
$D_{Schnitt}$	-.50	-.25	-.10	.20	.40	.65	.85	1.10	1.38	1.7

Partonschauer										
Effizienz	92	85	80	70	60	50	40	30	20	10
Energieschnitt: 0.0 GeV										
Reinheit	27	28	30	35	37	40	44	47	49	56
$D_{Schnitt}$	-.6	-.35	-.20	0.0	.20	.35	.50	.70	.85	1.15
Energieschnitt: 5.0 GeV										
Reinheit	26	27	29	35	38	40	43	47	48	56
$D_{Schnitt}$	-.60	-.50	-.35	0.0	.20	.35	.50	.70	.85	1.15
Energieschnitt: 10.0 GeV										
Reinheit	26	30	31	36	38	41	45	48	48	57
$D_{Schnitt}$	-.40	-.35	-.20	.05	.20	.35	.55	.70	.85	1.15
Energieschnitt: 15.0 GeV										
Reinheit	26	29	30	36	38	41	45	46	50	60
$D_{Schnitt}$	-.40	-.35	-.20	.05	.20	.35	.55	.75	.95	1.25
Energieschnitt: 20.0 GeV										
Reinheit	26	29	31	36	39	45	53	55	56	66
$D_{Schnitt}$	-.40	-.35	-.25	.05	.20	.40	.65	.80	1.0	1.35

Tabelle 6.7: Abhängigkeit der b-tag Effizienz und Reinheit von einem Schnitt in der Jetenergie und im Diskriminator  $D$

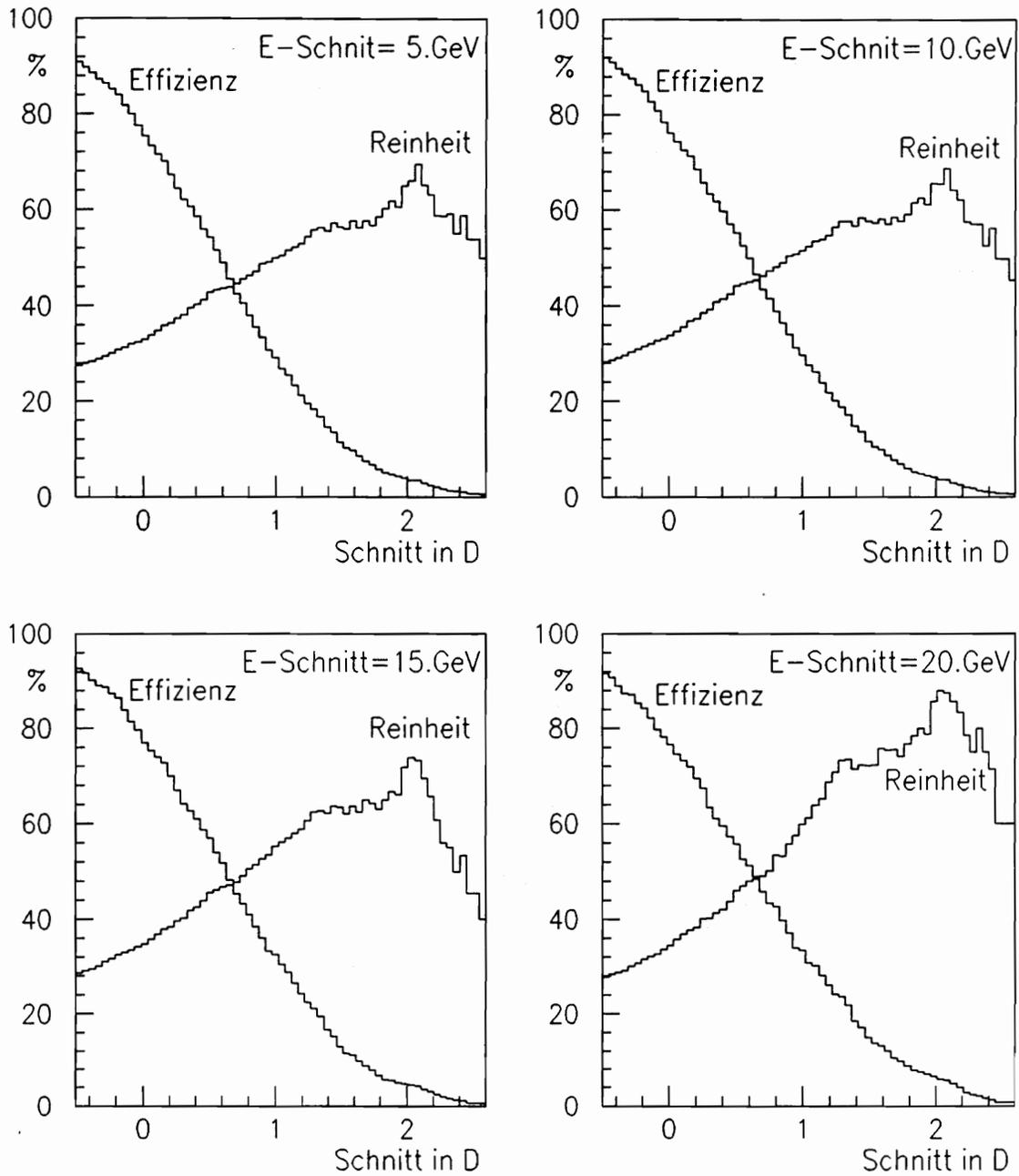


Abbildung 6.5: Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von einem Schnitt in der Jetenergie: E-Schnitt; Monte Carlo Simulation: Matrixelement für 26 Variablen

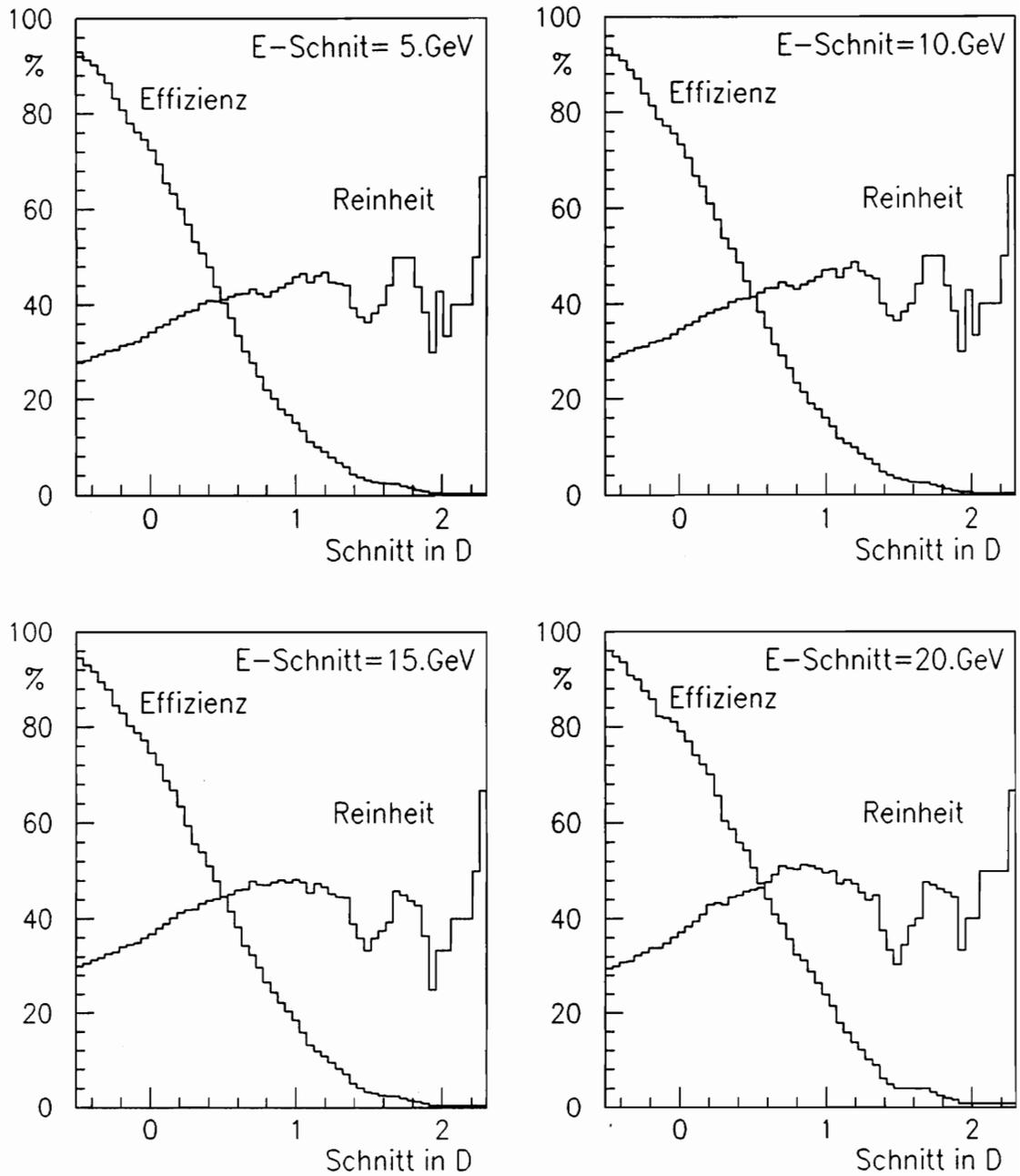


Abbildung 6.6: Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von einem Schnitt in der Jetenergie: E-Schnitt; Monte Carlo Simulation: Partonschauer für 24 Variablen

Für die Variablenzusammenstellungen der Jets (Satz 3; Kap. 5) ergibt sich das in Tabelle 6.8 dargestellte Ergebnis. Im oberen Teil ist das Analyseergebnis bei Verwendung der Impulskomponenten  $p_x$ ,  $p_y$  und  $p_z$ , im unteren Teil die Ergebnisse bei Verwendung von Transversal- (PT) und Longitudinalimpulsen (PL) für Jet 1, Jet 2 und Jet 1 kombiniert mit Jet 2 wiedergegeben. Ein Vergleich zeigt, daß die Verwendung von Transversal- und Longitudinalimpulskomponenten eine bessere Trennung zwischen  $b$ - und nicht- $b$ -Ereignissen ermöglicht.

Partonschauer; Impulskomponenten: $p_x$ , $p_y$ und $p_z$										
Effizienz	92	85	80	70	60	50	40	30	20	10
Jet 1:										
Reinheit	24	26	26	27	29	29	31	31	37	38
$D_{\text{Schnitt}}$	-.44	-.26	-.21	.11	0.0	.08	.2	.33	.50	.67
Jet 2:										
Reinheit	24	25	26	28	29	32	31	34	33	-
$D_{\text{Schnitt}}$	.25	.32	.39	.50	.59	.69	.75	.85	.97	-
Jet 1 und Jet 2:										
Reinheit	24	26	27	27	28	29	32	33	38	38
$D_{\text{Schnitt}}$	-.45	-.28	-.23	-.12	-.03	.07	.21	.33	.48	.65

Partonschauer; Transversal- und Longitudinalimpulskomponenten										
Effizienz	92	85	80	70	60	50	40	30	20	10
Jet 1:										
Reinheit	26	27	28	32	35	39	43	45	46	52
$D_{\text{Schnitt}}$	-.40	-.16	-.04	.12	.50	.75	1.12	1.3	1.55	2.0
Jet 2:										
Reinheit	25	27	30	31	32	35	36	38	-	-
$D_{\text{Schnitt}}$	-.44	-.16	-.02	-.08	.05	.2	.3	.85	-	-
Jet 1 und Jet 2:										
Reinheit	28	29	31	35	41	44	48	50	52	60
$D_{\text{Schnitt}}$	-.70	-.50	-.20	0.0	.30	.45	.70	.90	1.1	1.55

Tabelle 6.8: Abhängigkeit der  $b$ -tag Effizienz und Reinheit von einem Schnitt in der Diskriminatorvariablen  $D$

Parallel zu dieser Arbeit hat M. Büchert Neuronale Netzwerke auf die gleich Fragestellung angewandt [MA 92]. Die Analysen der Neuronalen Netzwerke und der Fisher Diskriminanzanalyse wurden jeweils mit den gleichen Variablensätzen und Monte Carlo Simulationen durchgeführt. Ein Ergebnis dieser Zusammenarbeit ist die Vergleichbarkeit der erreichbaren  $b$ -Ereignis Separation beider Verfahren. Für beide Methoden ergab sich ein nahezu identisches Ergebnis.

Zusammenfassend läßt sich bemerken, daß die Diskriminanzanalyse zur Separation von  $b$ -Quark-Ereignissen aus multihadronischen Ereignissen unter Verwendung rein topologischer Größen sinnvoll eingesetzt werden kann. Ein Vorteil des Verfahrens ist, daß es auch unabhängig von Methoden der Teilchenidentifikation arbeiten kann. Durch die Möglichkeit zur Variablenselektion des Verfahrens, lassen sich die benutzten Größen ihrer relativen Trenngüte entsprechend einsetzen. Jede neue Variable wird somit kritisch auf ihren zusätzlichen Informationsgehalt geprüft und gemäß diesem benutzt. Die Berücksichtigung bestehender Korrelationen der Variablen ermöglicht eine sinnvolle Reduktion der Anzahl der Eingangsgrößen, ohne Informationsverlust zu verursachen. Typische erzielbare Ergebnisse des Verfahrens sind ca. 80% Effizienz bei einer Reinheit von ca. 30%.

Für die Zukunft ist zu erwarten, daß sich  $b$ -tag Effizienzen und Reinheiten durch Einsatz von Vertexinformation bzw. durch den Nachweis der Leptonen aus dem semileptonischen Zerfall des  $B$ -Mesons noch wesentlich verbessern lassen. Beide Größen, Vertexinformation und Lepton-tag sind neue, völlig unabhängige Variable, die als Eingangsgrößen für das Diskriminanzverfahren benutzt werden können.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Feynman Diagramm der $e^+e^-$ -Annihilation . . . . .	4
2.1	Perspektivische Aufrißzeichnung des DELPHI Detektors . . . . .	11
2.2	Längsschnitt durch den DELPHI Detektor . . . . .	12
2.3	Querschnitt durch den DELPHI Detektor . . . . .	13
2.4	Querschnitt durch den Inner Detektor . . . . .	14
2.5	Anordnung der Module des Outer Detector . . . . .	14
2.6	schematische Zeichnung des Vertexdetektors. Deutlich zu erkennen ist das Überlappen der einzelnen Komponenten, wodurch Löcher in der $\phi$ -Koordinate vermieden werden. . . . .	15
2.7	Vorwärtskammer A, Schnitt durch eine gestaffelte Doppellage . . . . .	16
2.8	Vorwärtskammer B, allgemeine Anordnung und Schnitt . . . . .	16
2.9	Aufbau eines HPC-Moduls . . . . .	17
2.10	Ein einzelner TOF-Zähler . . . . .	17
2.11	Aufbau des FEMC . . . . .	18
2.12	Die Stufen der Datenrekonstruktion . . . . .	21
3.1	Fragmentation: $b^-$ , $c^-$ , $s^-$ und $u^-$ und $d^-$ -Quarks . . . . .	29
3.2	Der schwache Zerfall im Spectatormodell . . . . .	30
4.1	Die Klassen $A$ und $B$ zentrieren sich innerhalb der Probe $P$ . . . . .	38
4.2	Beispiel linear trennbarer (a) und nichttrennbarer (b) Klassen . . . . .	40
4.3	'Clustern' der Klasse $A$ . . . . .	43
4.4	Projektion der Klassen $A$ und $B$ auf eine gemeinsame Gerade $g_{proj}$ im Eigenschaftsraum $(E_1, E_2)$ . . . . .	44
4.5	Klassifikation eines beliebigen Objekts . . . . .	48
5.1	Verteilungen der Variablen $NTC$ , $PTNTC$ , $ECHAG$ , $MISP$ ; für $b^-$ -Quarks: — — — und nicht- $b^-$ -Quarks: — . . . . .	54
5.2	Verteilungen der Variablen $SPHER$ , $BSP$ , $APLAN$ , $NCHG$ ; für $b^-$ -Quarks: — — — und nicht- $b^-$ -Quarks: — . . . . .	55
5.3	Verteilungen der Variablen $EJET1$ , $EJET2$ , $PTJ1/T1$ , $PLJ1/T1$ ; für $b^-$ -Quarks: — — — und nicht- $b^-$ -Quarks: — . . . . .	56

5.4	$\beta$ - Verteilung der B- Mesonen . . . . .	61
5.5	BSP für $b$ - und nicht- $b$ -Quarks normiert; $\beta = 0.92$ . . . . .	61
5.6	BSP für $b$ - und nicht- $b$ -Quarks; $\beta = 0.92$ . . . . .	62
5.7	BSP für Monte Carlo und Daten; $\beta = 0.92$ . . . . .	62
5.8	Effizienz und Reinheit (in %) einer $b$ -Quarkprobe in Abhängigkeit von einem Schnitt in BSP . . . . .	63
6.1	% der richtig klassifizierten Objekte als Funktion der verwendeten Variablen . . . . .	67
6.2	Diskriminator nach 8 (a) und 26 (b) Variablen; Ausschnittsvergröße- rung der rechten Kurvenflanken am rechten o beren Bildrand . . . . .	69
6.3	Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von der benutzten Variablenanzahl; Monte Carlo Simulation: Matrixelement . . . . .	75
6.4	Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von der benutzten Variablenanzahl; Monte Carlo Simulation: Partonschauer . . . . .	76
6.5	Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von einem Schnitt in der Je- tenergie: E-Schnitt; Monte Carlo Simulation: Matrixelement für 26 Variablen . . . . .	79
6.6	Effizienz und Reinheit in Abhängigkeit von einem Schnitt in der Je- tenergie: E-Schnitt; Monte Carlo Simulation: Partonschauer für 24 Variablen . . . . .	80

# Tabellenverzeichnis

3.1	Standardschema der fundamentalen Teilchen (Quarks und Leptonen) und der ihre Wechselwirkung übertragenden Eichbosonen . . . . .	27
5.1	Optimierung des Boostparameters $\beta$ . . . . .	60
6.1	Diskriminanzfaktor . . . . .	68
6.2	Korrelationskoeffizienten . . . . .	72
6.3	Die Differenzen der Mittelwerte der verwendeten Variablen für Matrixelement und Partonschauer Monte Carlo Simulationen . . . . .	73
6.4	Abhängigkeit der $b$ -tag Effizienz und Reinheit von der Verwendung von 8 und 24 bzw. 26 Variablen mit zusätzlichem Schnitt auf die Jetenergie von 15GeV . . . . .	74
6.5	Sukzessive Schnitte in vier Variablen . . . . .	77
6.6	Abnahme der Ereignisanzahl für $b$ - und nicht- $b$ -Ereignisse durch einen Schnitt in den Jetenergien . . . . .	77
6.7	Abhängigkeit der $b$ -tag Effizienz und Reinheit von einem Schnitt in der Jetenergie und im Diskriminator $D$ . . . . .	78
6.8	Abhängigkeit der $b$ -tag Effizienz und Reinheit von einem Schnitt in der Diskriminatorvariablen $D$ . . . . .	81

# Literaturverzeichnis

- [BO 90] M. Bonesini, A. De Angelis *Boosted sphericity product and the  $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$  branching fraction* DELPHI preliminary, (1990)
- [LU 89] P. Lutz, *Un exemple d'analyse multidimensionnelle: L'analyse discriminante* Laboratoire de Physique Corpusculaire, 75231 Paris Cedex 05 France, M. Berthelot (1989)
- [DE 89] Ch. de la Vaissiere, S. Palma-Lopes *Multidimensional analysis: A tool for b-tagging?*, DELPHI Note 89-32 PHYS 38
- [RAL 84] R. Marshall *The separation of quark flavours in  $e^+e^-$  annihilation and its applications*, DELPHI Note 89-32 PHYS 38
- [SE 62] G.S. Sebestyen *Decision-Making Processes in Pattern Recognition* Library of Congress Catalogue Card Number: 62-19428; London (1962)
- [WL 71] W.W. Cooley, P.R. Lohnes *Multivariate Data Analysis*, Library of Congress Catalogue Card Number: 70-127661; ISBN 0-471-17060-7, 1971
- [WU 91] L. Bellantoni, J.S. Conway, J.E. Jacobsen, Y.B. Pan, Sau Lan Wu; *Using Neural Networks with Jet Shapes to identify b Jets in  $e^+e^-$  Interactions* CERN-PPE/91-80, (24.5.1991)
- [DE 87] D. Delikaris, P. Lutz; *Fisher Diskriminant Analysis for heavy Quark production* CERN-PPE/91-80, (24.5.1991)
- [BJ 66] Bjorken, J. S. und D. Drell, *Relativistische Quantenmechanik* Bibliographisches Institut, Mannheim (1966)
- [DE 90] DELPHI Collaboration, *The DELPHI Detektor at LEP* CERN/EF 90-5, CERN-PPE/90-128, (13.9.1990)
- [SJ 89] Sjöstrand, T., *The Lund Monte Carlo programs* CERN, (1.11.1989)

- [DE 91/1] DELPHI Collaboration, *DELPHI Results on the Z Resonance Parameters through its Hadronic and Leptonic Decay Modes* CERN DELPHI/90-62, PHYS 80, (11.1.1991) Contributed to the Aspen Conference, January 1991
- [GR 84] Greiner, W., Reinhardt, J., *Theoretische Physik, Band 7: Quantenelektrodynamik* Verlag Harry Deutsch (1984) 290–292
- [EB 89] Ebert, Dietmar, *Eichtheorien; Grundlagen der Elementarteilchenphysik* VHC, Weinheim (1989)
- [LA 65] Landau, L., *On the Energy Loss of Fast Particles by Ionisation* Pergamon Press, Oxford (1965)
- [LO 83] Lohrmann, E., *Einführung in die Elementarteilchenphysik* Teubner Verlag, Stuttgart (1983)
- [NA 86] Nachtmann, O., *Elementarteilchenphysik, Phänomene und Konzepte* Vieweg Verlag, Braunschweig (1986)
- [PD 90] Particle Data Group, *Review of Particle Properties* Physics Letters B239 (April 1990)
- [PE 82] Perkins, D. H., *Introduction to High Energy Physics 2<sup>nd</sup> Edition*, Addison-Wesley Publishing Company, (1982)
- [RE 81] Renard, F. M., *Basics of Electron Positron Collisions* Editions Frontières, France (1981)
- [SCH] Schmidt, F. K., *Einführung in das kernphysikalische Praktikum* IEKP Universität Karlsruhe
- [AL 89] G. Altarelli et al., *Z Physics at LEP; Volume 1: Standard Physics* CERN 89-08 (1989)
- [JA ] Jacobsen R. G. SLAC-Report-381
- [RU 83] Ruckl, R., *Habilitationsschrift* Univ. München (1983)
- [SJ 90] T. Sjöstrand, *QCD and Jets at LEP* CERN-TH, Oct. 1990
- [DE 91] *Measurement of the  $Z^0$  Branching Fraction to  $b$  Quark Pairs Using the "Boosted Sphericity Product" Event Shape Variable*; DELPHI Note CERN-PPE / 91
- [LO 91] M. Los, N. de Groot,  *$b$  tagging with a Neural Network*

- [SL 87] *Measurement of the B-Hadron-Lifetime* SLAC Report 320/1987
- [CO 91] P. Colas, *B-Physics at LEP* C.E. Saclay
- [SO 91] A. Soni, *B-Physics* Physics Department, Brookhaven N.L., N.Y. 1991  
[AL 91] AL 91 The Aleph Collaboration; *Heavy Flavour Production in Z<sup>0</sup>-Decays* CERN-EP/90-54
- [MA 92] M. Büchert, *b-Quark-tagging mit Neuronalen Netzwerken* IEKP Universität Karlsruhe; Diplomarbeit, 1992
- [TA 88] TASSO Collaboration; *Measurement of the Average Lifetime of B-Hadrons* 1988

# Danksagung

Zum Schluß noch ein herzliches *Dankeschön* an alle Mitarbeiter des Instituts für experimentelle Kernphysik.

Mein Dank geht besonders an:

- Herrn Prof. Dr. W. De Boer
- Herrn Prof. Dr. D.C. Fries für das Korreferat
- Herrn Dr. W.-D. Apel für die Betreuung

Ein großes Dankeschön an die "Dokters" aus Zimmer 9.21 Matthias, Michael, Reinhold, Uli und Ralf, die besonders während meiner Anfangszeit nie die Geduld verloren haben und auch später kaum eine Frage unbeantwortet ließen.

Ein liebes Danke an Jobst und Martin, die mich ständig unterstützt, motiviert und wenn nötig auch aufgebaut haben.

Merci an alle Diplomanden des Institutes. Wir hatten eine gute Zeit zusammen.

Vielen Dank an Mam und Paps für die schöne Studienzeit.

## **Versicherung**

**Ich versichere, diese Arbeit selbständig,  
unter Angabe aller wesentlichen Hilfsmittel und  
Referenzen, angefertigt zu haben.**

**Steffi Scheu**