

**Fakultät für Physik und Astronomie**  
Ruprecht–Karls–Universität Heidelberg

Diplomarbeit  
im Studiengang Physik

vorgelegt von

**Patrick E. Müller**

aus Baden–Baden

1995



# **Grisms und Wollaston-Prismen**

für die IR-Kamera CONICA (VLT)

Die Diplomarbeit wurde ausgeführt am  
Max-Planck-Institut für Astronomie  
in Heidelberg

unter Betreuung von  
Herrn Prof. Dr. H. Elsässer



## **Grisms und Wollaston-Prismen für die IR-Kamera CONICA (VLT)**

### **Inhaltsangabe**

In dieser Arbeit werden Grisms (=Grating+Prism) und Wollaston-Prismen durch analytische und numerische Überlegungen für den Einsatz am *Very Large Telescope* (VLT) in der hochauflösenden IR-Kamera CONICA (**C**oude Near **I**nfrared **C**amera) optimiert und mit Hilfe anschließender experimenteller Tests überprüft. Es wird eine Auswahl an technisch realisierbaren Grisms und Wollaston-Prismen diskutiert und vorgeschlagen, die zur flächendeckenden Spektralanalyse mittlerer Auflösung bzw. zur Polarimetrie in den verschiedenen IR-Fenstern der Atmosphäre (des nahen Infrarot im Wellenlängenbereich von ca. 1-5  $\mu\text{m}$ ) geeignet sind.

## **Grisms and Wollaston prisms for the IR camera CONICA (VLT)**

### **Abstract**

In this work, Grisms (=“grating+prism”) and Wollaston prisms are optimized for the insertion into the high-resolution near-infrared camera CONICA (**C**oude Near **I**nfrared **C**amera) for the *Very Large Telescope* (VLT) using analytical and numerical considerations. Subsequently, they are experimentally tested. Thus, a selection of technically realizable Grisms and Wollaston prisms are discussed and proposed which are suitable for spectral analysis at intermediate resolution or polarimetry, respectively, covering the different IR windows of the earth’s atmosphere (at wavelengths from about 1-5 microns).



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Die Aufgabe . . . . .	1
1.2	IR-Astronomie . . . . .	1
1.2.1	Polarimetrie . . . . .	2
1.2.2	Spektroskopie und Grisms . . . . .	3
1.3	CONICA und das VLT . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Grisms</b>	<b>11</b>
2.1	Mögliche Herstellungsverfahren für Grisms . . . . .	11
2.1.1	Direkt linierte (“directly ruled“) Grisms . . . . .	11
2.1.2	Replica-Grisms . . . . .	12
2.2	Die Physik der Grisms: Exakte Grism-Gleichungen . . . . .	14
2.2.1	Allgemeine Grism-Grundgleichung . . . . .	15
2.2.2	Folgerungen aus der Grism-Grundgleichung . . . . .	19
2.2.3	Die Blaze-Funktion eines Grism . . . . .	22
2.2.4	Die allgemeine Blazewinkel-Gleichung . . . . .	27
2.2.5	Die effektive Furchenbreite $b'$ und der geometrische Faktor $T_{geom}$ . . . . .	29
2.2.6	Dispersion und Auflösung eines Grism-Kamerasystems . . . . .	33
2.2.7	Die transformierten Grism-Gleichungen einer speziellen Systemanordnung . . . . .	41
2.2.8	Folgerungen aus der Bedingung für die größtmögliche Auflösung $R$ eines Grism-Systems . . . . .	43
2.2.9	Verhinderung von Mehrfachreflektionen durch Kippung der Grisms oder der Filter . . . . .	44
2.2.10	Die Fresnelschen Transmissionsfaktoren und die gesamte Effizienz . . . . .	46
2.2.11	Funktionsweise des Grism-Programms . . . . .	48

2.3	Vorläufige Optimierung der Grism-Parameter . . . . .	50
2.3.1	Vereinfachte Grism-Systemgleichungen (Näherungen) . . . . .	50
2.3.2	Die Durchlässigkeit der Atmosphäre im nahen Infrarot . . . . .	54
2.3.3	Materialunabhängige Vorauswahl an Grisms für Spektralanalysen in den verschiedenen IR-Fenstern . . . . .	55
2.3.4	Auswirkungen bei Kippung eines Grism zum Eintrittsstrahl . . . . .	70
2.4	Auswahlkriterien für die Materialien und Kippwinkel . . . . .	71
2.4.1	AR-Beschichtungen . . . . .	73
2.4.2	Materialeigenschaften geeigneter Prismen- bzw. Grism-Substanzen . . . . .	73
2.4.2.1	Durchlässigkeit und Reintransmission eines optischen Materials . . . . .	73
2.4.2.2	Die Durchlässigkeit und Reintransmission der ausgesuchten IR-Materialien . . . . .	74
2.4.2.3	Zusammenstellung der Materialeigenschaften . . . . .	81
2.4.3	Berechnung der Dispersionsgleichungen ausgewählter IR-Materialien . . . . .	83
2.4.3.1	Der Verlauf des Brechungsindex $n$ mit der Frequenz $\omega$ des einfallenden Lichts . . . . .	83
2.4.3.2	Die Sellmeier-Dispersionsgleichung . . . . .	84
2.4.3.3	Die Herzberger-Dispersionsgleichung . . . . .	85
2.4.3.4	Die berechneten Dispersionsformeln von Harz und der ausgesuchten Materialien . . . . .	86
2.4.4	Optimierung des Prismenwinkels $\varphi$ , Kippwinkels $\alpha$ und Prismen-Materials $n_p$ der Grisms . . . . .	91
2.4.4.1	Endgültige Wahl der Prismen-Materialien der Grisms anhand der verschiedenen Prismenwinkel-Kurven ( $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$ ) . . . . .	93
2.4.4.2	Einbaulänge der Grisms . . . . .	96
2.4.4.3	Optimierung des Kippwinkels $\alpha$ der Replica-Grisms zur Erhöhung des Transmissionsfaktors $\overline{T_{p-g}}$ . . . . .	99
2.4.4.4	Zusammenfassung der optimalen Prismen-Materialien und Kippwinkel der verschiedenen Grisms . . . . .	105
2.5	Endgültige Optimierungen und genaue Berechnungen . . . . .	106
2.5.1	Realisierbare Grisms: Erhältliche Furchendichten $N$ und Blaze-Winkel $\Theta$ . . . . .	106
2.5.2	Gleichzeitige Optimierung der Furchendichte $N$ und des Haupt- und Nebenfacetten-Winkels $\Theta$ bzw. $\vartheta$ . . . . .	107
2.5.2.1	Die direkt linierten Grisms Nr.1-3 . . . . .	107

2.5.2.2 Die Replica-Grisms Nr.4–6 (bzw. Nr.4b–6b) . . . . . 109

2.5.2.3 Das Replica-Grism Nr.3b bzw. 3c . . . . . 118

2.5.3 Die exakte Verteilung der nutzbaren Ordnungen der realisierbaren Grisms auf die Wellenlängenbereiche . . . . . 122

2.5.4 Berechnung der Effizienzen der wichtigsten nutzbaren Ordnungen und Optimierung des Nebenfacetten-Winkels  $\vartheta$  . . . . . 127

2.5.4.1 Das realisierte direkt linierte Grism Nr.1 . . . . . 127

2.5.4.2 Grisms mit rechtwinkligen Furchen: Direkt linierte und Replica-Grisms (Nr.1b–3 bzw. Nr.3c, 4b-6b) . . . . . 129

2.5.4.3 Furchenform und Effizienz: Die idealen Replica-Grisms (Nr.4-6) . . . 139

2.5.5 Berechnung der exakten spektralen Auflösung  $R_{pix}$  bzw.  $\delta\lambda_{pix}$ , und der linearen Dispersion  $LD$  der optimierten Grism-Systeme . . . . . 143

2.6 Messungen mit dem direkt linierten KRS5-Grism Nr.1 . . . . . 158

2.6.1 Messung der Effizienz des realisierten Grism Nr.1 . . . . . 158

2.6.1.1 Die Funktionsbeschreibung des Spektralphotometers . . . . . 158

2.6.1.2 Der Meßvorgang . . . . . 161

2.6.1.3 Die Meßfehler . . . . . 163

2.6.1.4 Die gemessenen Effizienzkurven . . . . . 164

2.6.1.5 Die Theorie zur Effizienz-Messung . . . . . 165

2.6.1.6 Die kommentierten Effizienz-Messungen . . . . . 173

2.6.2 Messung des zweiten Furchenwinkels  $\vartheta$  von Grism Nr.1 . . . . . 179

2.6.2.1 Bestimmung des zweiten Furchenwinkels  $\vartheta$  aus der Messung des Gitter-Streifenmusters . . . . . 180

2.6.2.2 Der Meßvorgang (Meßmethode) . . . . . 182

2.6.2.3 Die Auswertung des Meßergebnisses . . . . . 183

2.6.2.4 Die Erklärung des Meßergebnisses und die Schlußfolgerungen . . . 184

**3 Wollaston-Prismen 187**

3.1 Die Physik der Wollaston-Prismen: Ray-Tracing . . . . . 187

3.1.1 Exakte Berechnung der Aufspaltung eines unter beliebigem Winkel einfallenden Strahls . . . . . 187

3.1.2 Spezialfall 1: Berechnung der Aufspaltung eines senkrecht auftreffenden Strahls 202

3.1.3 Spezialfall 2: Berechnung der Einfallswinkel für die beiden unterschiedlich polarisierten senkrecht aus dem Prisma tretenden Strahlen . . . . . 203

3.1.4	Schlußfolgerungen aus der Theorie . . . . .	206
3.2	Optimierung der Wollaston-Prismen . . . . .	211
3.2.1	Materialauswahl . . . . .	211
3.2.1.1	Das ausgewählte Prismenmaterial $MgF_2$ . . . . .	214
3.2.1.2	Abschätzung der Reintransmission $\bar{\tau}$ von $MgF_2$ aus der gemessenen Transmissionskurve . . . . .	214
3.2.1.3	Berechnung der Transmission eines unbeschichteten und verkitteten $MgF_2$ -Wollaston-Prismas . . . . .	217
3.2.2	Die Wahl des Prismenwinkels . . . . .	219
3.2.2.1	Das Hauptkriterium . . . . .	219
3.2.2.2	Die Dispersion eines Wollaston-Prismen-Kamerasystems . . . . .	222
3.2.2.3	Das Kriterium zur Breitband-Polarimetrie . . . . .	223
3.2.2.4	Zusammenfassung . . . . .	227
3.2.3	Polarimetrie mit dem Prismen-System . . . . .	227
3.3	Messungen mit dem $MgF_2$ -Wollaston-Prisma . . . . .	229
3.3.1	Materialtests: Abkühlung auf tiefe Temperaturen . . . . .	229
3.3.2	Messung des Prismenwinkels . . . . .	229
3.3.3	Messung der Transmissionskurve . . . . .	235
3.3.4	Messung der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung mithilfe der 1-5 $\mu$ m- Kamera . . . . .	237
3.3.4.1	Das Meßprinzip und Meßfehler . . . . .	237
3.3.4.2	Versuchsaufbau und Meßdurchführung . . . . .	241
3.3.4.3	Meßergebnisse und der Vergleich mit der Theorie . . . . .	244
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>249</b>
<b>A</b>	<b>Grism-Effizienzen höherer Ordnungen</b>	<b>259</b>
<b>B</b>	<b>Das Grism-Programm in ANSI-C</b>	<b>271</b>

# 1

## Einleitung

---

### 1.1 Die Aufgabe

In dieser Arbeit sollen Grisms und Wollaston-Prismen durch analytische und numerische Überlegungen für den Einsatz am VLT in der hochauflösenden IR-Kamera CONICA optimiert, und mithilfe einiger anschließender experimenteller Tests überprüft werden. Es soll so eine Auswahl an technisch realisierbaren Grisms und Wollaston-Prismen diskutiert und vorgeschlagen werden, die zur *flächendeckenden* Spektralanalyse mittlerer Auflösung bzw. zur Polarimetrie in den verschiedenen IR-Fenstern der Atmosphäre (des nahen Infrarot im Wellenlängenbereich von ca.  $1\text{-}5\mu\text{m}$ ) geeignet sind.

### 1.2 IR-Astronomie

Die vom Erdboden aus betriebene Infrarotastronomie ist auf einige Fenster, in denen die Atmosphäre transparent ist, eingeschränkt. Es sind dies vor allem die Bereiche des nahen Infrarot (Wellenlänge  $1\text{-}5\mu\text{m}$ ), wo optische Teleskope zur Sammlung der Strahlung eingesetzt werden. In den Bereichen des fernen Infrarot, oberhalb  $20\mu\text{m}$  hingegen, ist die Beobachtung nur von Satelliten oder hochfliegenden Ballons und Flugzeugen aus möglich.

Die Beobachtung im infraroten Wellenlängenbereich ist von größtem astronomischen Interesse: Objekte mit Temperaturen unterhalb  $3000\text{K}$ , wie z.B. kühlere Sterne mit geringer Masse, Planeten oder interstellare Materie in Form von nicht selbstleuchtendem dunklen Staub (sog. Dunkelwolken mit typischerweise  $T \leq 100\text{K}$ ) oder Gas (letzteres vorwiegend aus neutralem Wasserstoff H I) werden vor allem erst im Infraroten sichtbar.

Dichte Dunkelwolken können das optische Licht dahinter liegender Sterne soweit abschwächen, daß sternleere Gebiete vorgetäuscht werden; ein Beispiel hierfür sind Gebiete der Sternentstehung. Dagegen ist die Extinktion die das Sternlicht im nahen Infrarot im interstellaren Medium erfährt, für Wellenlängen größer als  $2\mu\text{m}$ , wesentlich geringer.

Die frühesten Phasen der Sternentstehung können deshalb nur im Infraroten beobachtet werden: Dichte Kerne in interstellaren Riesenmolekülwolken gelten heute als ideale Brutstätten für Sterne. Während

die dünnen Wolken aus atomarem und neutralem Wasserstoff kaum das Jeans'sche Kriterium zur Bildung neuer Sterne aus interstellaren Gaswolken erfüllen, tun dies die Molekülwolken<sup>1</sup> mit Leichtigkeit. Doch nach dieser Überlegung müßte die Sternentstehungsrate der Milchstraße deutlich höher sein als beobachtet. Die Ursache vermutet man heute deshalb in Magnetfeldern und Turbulenzen, die die dichten Molekülwolken daran hindern, innerhalb kurzer Zeit im freien Fall zu Protosternen zu kollabieren. Außer der *spontanen* Bildung von Verdichtungsgebieten, die als Kondensationskeime für Protosterne innerhalb eines Molekülwolken-Komplexes dienen, bilden sich Dichtekondensationen vor allem unter dem Einfluß benachbarter, bereits entstandener Sterne, in der Umgebung kompakter HII-Regionen.

Das durch die uneffiziente Sternbildung übrig bleibende Material d.h. vor allem der Staub, der dem interstellaren Gas zu einem Massenanteil von etwa 1 % beigemischt ist, reicht aus, um die Gebiete der gegenwärtigen Sternentstehung zu verdecken.

Ebenso entzieht sich der Kern unserer Milchstraße hinter ausgedehnten Staubwolken der optischen Beobachtung. Seine Position wurde mithilfe von Infrarot- und Radiobeobachtungen bestimmt. Die beachtliche Aktivität, die der Kern dabei zeigt, wird entweder einer stark erhöhten Sternbildung zugeschrieben, oder der Emission einer Akkretionsscheibe um ein Schwarzes Loch.

Zur Veranschaulichung: Sichtbares Licht aus dem Zentrum unserer Galaxis erreicht uns um einen Faktor  $10^{10}$  abgeschwächt, hingegen verringern die ausgedehnten Staubwolken um das galaktische Zentrum die Intensität im nahen Infrarot (bei  $2.2\mu\text{m}$ ) nur um einen Faktor 10. Anders ausgedrückt: Die Infrarotstrahlung durchdringt fast ungehindert das interstellare Medium, während die optische und ultraviolette Strahlung zum Teil durch Staubteilchen entweder absorbiert, oder aus dem Strahlengang herausgestreut wird. Dabei ist der zuletzt genannte Prozess die Hauptursache für das Zustandekommen der interstellaren Extinktion; die sog. Mie-Streuung, die bei einem Teilchendurchmesser in der Größenordnung der Wellenlänge, also etwa bei  $0.1$  bis  $1\mu\text{m}$ , zum Tragen kommt.

Nicht nur mit Hilfe des Vergleichs der Streutheorie mit der gemessenen Extinktionskurve, und vorhandener Absorptionsbanden im IR, kann man indirekt etwas über die Natur der Staubkörner, d.h. deren Größe und chemische Zusammensetzung, erfahren, sondern auch mit der Methode der Polarimetrie.

### 1.2.1 Polarimetrie

Eine weitere Folge der Wechselwirkung des Lichtes weit entfernter Sterne mit Staubteilchen im interstellaren Raum, oder das von Sternen mit Partikeln innerhalb zirkumstellarer Wolken, ist die häufig auftretende Polarisation des Sternlichts. Durch Messung des Polarisationsgrades erhält man zusätzlich Informationen über die Form der Staubteilchen und deren bevorzugt statische Ausrichtung in meist großräumigen interstellaren Magnetfeldern.

Dabei wird angenommen, daß sich die nichtsphärischen, para- oder diamagnetischen Partikel mit der Achse ihres kleinsten Trägheitsmoments im Mittel vorzugsweise parallel zum Magnetfeld einstellen. Auf diese Weise läßt sich durch Polarisationsmessungen des Sternlichts auch der Verlauf und

---

<sup>1</sup>Der Großteil des dichten interstellaren Gases besteht aus *molekularem* Wasserstoff ( $H_2$ ). Da sich dieser im Gegensatz zu atomarem Wasserstoff (H) *nicht* durch die 21cm-Linie im Radiobereich nachweisen läßt, dienen die dem Wasserstoff in geringen Mengen beigemischten komplexen „Spurenmoleküle“ ( $CO, CS, H_2O, H_2CO, NH_3, \dots$ ), d.h. deren stoßangeregten Vibrations- u. Rotations-Emissionslinien, v.a. im Millimeter- und Radiowellenbereich, als Dichte- und Temperatur-Indikatoren interstellarer Wolken. Im nachfolgenden Abschnitt „Spektroskopie und Grisms“ wird noch näher auf die Möglichkeit und die Vorteile eines direkten Nachweises des  $H_2$  (und CO-) Moleküls durch seine Infrarotlinien eingegangen.

die Stärke der Magnetfelder abschätzen. Das eigentliche Zustandekommen der Polarisation, durch die länglichen, streuenden Staubkörner mit einer statischen Vorzugsrichtung im Raum, kann man sich dann so vorstellen: Bei fester Wellenlänge  $\lambda$  ist das Verhältnis  $d/\lambda$  für parallel zur großen Achse schwingendes "Licht" – und damit der Streuquerschnitt – größer als für senkrecht dazu schwingendes Licht<sup>2</sup>. So ergibt sich eine unterschiedlich große Extinktion durch die verschiedenen Streuquerschnitte für die beiden Schwingungsrichtungen, und damit die Polarisation der Strahlung.

Neben dieser beschriebenen *Extinktion*, sowie der *Streuung* an Staubteilchen – den beiden Hauptmechanismen für die Polarisation des IR-Lichts – sei hier noch eine weitere Quelle polarisierter Strahlung erwähnt: Relativistische Elektronen in interstellaren Magnetfeldern emittieren Synchrotronstrahlung, die scharf in Bewegungsrichtung gebündelt und linear polarisiert ist (senkrecht zum Magnetfeld). Je nach Feldstärke und Geschwindigkeiten der Elektronen kann die Synchrotronstrahlung vom Radiobereich bis zum Röntgenbereich reichen. Sie entsteht in hochenergetischen Prozessen, wie sie z.B. in Supernova-Überresten oder in aktiven Galaxien und Quasaren auftreten. In diesen Fällen kann die Polarimetrie zur Entschlüsselung deren noch relativ unbekannter Natur dienen.

Die eigentliche Messung der Polarisation geschieht z.B. mithilfe eines doppelbrechenden optischen Elements in Kombination einer Kamera (eines abbildenden Systems) mit einem zweidimensionalen Detektorarray in der Bildebene. Das doppelbrechende Medium liefert von jeder polarisierten Strahlungsquelle ein sog. ordentliches und außerordentliches Bild unterschiedlicher Helligkeit (Intensität). Aus dem Verhältnis der Helligkeiten beider Bilder läßt sich dann der Polarisationsgrad der Quelle bestimmen.

Im Falle der IR-Kamera CONICA<sup>3</sup> wird dies durch Wollaston-Prismen aus dem IR-Material  $MgF_2$ , und einem InSb-IR-Detektorarray von zunächst  $256 \times 256$  Pixeln verwirklicht. Eine Erweiterung auf  $1024 \times 1024$  Pixel ist vorgesehen.

### 1.2.2 Spektroskopie und Grisms

Die Spektroskopie nimmt innerhalb der Astronomie eine wichtige Rolle ein: Ein Großteil der Beobachtungszeit an Großteleskopen wird spektroskopisch genutzt.

Dies liegt zum einen daran, daß das Wellenlängenspektrum der Strahlung der verschiedensten astronomischen Objekte Emissions- und Absorptionslinien aufweist, die über die Natur des Objekts (chemische Zusammensetzung), dessen Zustand (Dichte und Temperatur), bzw. über die in seinem Innern ablaufenden physikalischen Prozesse, Auskunft geben. Man erhält außerdem durch diese Methode Informationen über die großräumige Bewegung weit entfernter extragalaktischer Objekte, deren *optischen* Spektrallinien aufgrund ihrer hohen Relativgeschwindigkeit bis ins Infrarot rotverschoben sein können. Um z.B. die optischen Charakteristika weit entfernter Quasare und Galaxien bestimmen zu können, sind Infrarotbeobachtungen notwendig. Zum andern stellen die meisten spektroskopischen Beobachtungen keine so großen Anforderungen an meteorologische Bedingungen.

Linienemissionen von Atomen und Atomionen sind z.B. in den Spektren von HII-Gebieten und planetarischen Nebeln zu beobachten. Heiße Sterne ionisieren dort durch ihren hohen Anteil an ultravioletter Strahlung das sie umgebende interstellare Gas ( $H^+$ -Gebiete). Außer im optischen oder Radio-Bereich entstehen so auch Wasserstoff-Rekombinationslinien im Infraroten, wie z.B. Bracket  $\alpha$  und Br $\gamma$  bei

<sup>2</sup>Das Verhältnis Wellenlänge  $\lambda$  zu Teilchendurchmesser  $d$  ist für die Streufähigkeit maßgebend.

<sup>3</sup>Coudé Near Infrared Camera (für das VLT)

4.05 $\mu\text{m}$  bzw. 2.166 $\mu\text{m}$ , und Pfund  $\alpha$  bei 3.74 $\mu\text{m}$ ; um die wichtigsten zu nennen, die innerhalb der atmosphärischen Fenster liegen.

Interstellare Moleküle können spektroskopisch durch die für sie charakteristische Linien und Banden, sowohl in Emission als auch in Absorption, identifiziert werden. Dabei kann man Absorptionslinien erwarten, wenn man eine Molekülwolke gegen den Hintergrund einer intensiver strahlenden Kontinuumsquelle sieht. Es handelt sich dabei um Übergänge zwischen Rotations- oder Schwingungsniveaus der Moleküle. Die resultierenden Wellenlängen der Strahlung reichen vom Infraroten bis zum Radiowellenbereich.

Beim häufigsten Molekül, dem  $H_2$ , befinden sich selbst bei  $T \approx 1000\text{K}$  weniger als 1% der Moleküle im zweiten Schwingungszustand. Molekularer Wasserstoff läßt sich deshalb direkt spektroskopisch nur beim Auftreten von *Schockwellen* innerhalb von Molekülwolken, durch seine hellen vibrations- und rotationsangeregten Emissionslinien und -banden im Infraroten, nachweisen. Die Emissionslinien bei 2.121 $\mu\text{m}$  und 2.4 $\mu\text{m}$  entsprechen Vibrationsübergängen im  $H_2$ -Molekül. GAUTIER ET AL. entdeckten zuerst 1976 in der Orion-Molekülwolke, OMC-1, helle Linien des  $H_2$  bei 2.121 $\mu\text{m}$ .

Molekularer Wasserstoff läßt sich also im Infraroten bei allen astronomischen Objekten beobachten, in denen Materieausflüsse mit dem restlichen Material der sie umgebenden Molekülwolke durch Schocks in Wechselwirkung treten: Innerhalb von Sternentstehungsgebieten in Form von bipolaren Gas-Ausströmungen von jungen Sternen, planetaren Nebeln, Supernova-Überresten, im Zentrum der Milchstraße, Starburst-Galaxien, wechselwirkenden Galaxien, und aktiven Galaxienkernen. Das Wolkenmaterial der Umgebung wird typischerweise bis auf etwa 10000K aufgeheizt. Die Abkühlung des Gases auf etwa 4000K erfolgt dann durch Dissoziation des  $H_2$ . Die beobachtbaren Linienemissionen stammen vom verbliebenen  $H_2$ , von Vibration-Rotations- und reinen Rotationsübergängen, die das Gas bis auf etwa 1000K herunter abkühlen. Bei Sternwinden mit Geschwindigkeiten von etwa 6 bis 24  $\text{km s}^{-1}$  sind dann die typischen Intensitäten der  $H_2$ -Linienemissionen im Infrarot sichtbar (siehe GEBALLE [1a]).

Das *CO-Molekül* findet sich ebenfalls überall in dichten interstellaren Wolken (bei Teilchendichten größer als  $10^3\text{cm}^{-3}$ ). Außer der Beobachtung seiner reinen Rotationsemissionslinien im Millimeter-Wellenlängenbereich (bei 2.6 mm), liefert die Beobachtung der *infraroten Absorptionsbanden* bei 4.7 $\mu\text{m}$  (Hauptband,  $v=0-1$ ) und bei 2.2 $\mu\text{m}$  (erstes Nebenband,  $v=0-2$ ), durch die Rotations-Vibrations-Übergänge des CO, zum ersten Auskünfte über die Gaseigenschaften im dichten Innern molekularer Wolkenkerne, und zum zweiten ermöglichen sie (ebenfalls wie die Emissionslinien des  $H_2$ ) das Auffinden von Gasausflüssen in unmittelbarer Umgebung protostellarer Objekte (siehe MITCHELL & MAILLARD [1b]).

Die Untersuchung von Molekülwolken durch infrarote Absorptionsspektroskopie, die, wie schon erwähnt wurde, notwendigerweise nur in Blickrichtung heller Infrarotquellen möglich ist, bietet jedoch einige entscheidende Vorteile gegenüber dem Studium von Emissionslinien: (1) Da die Infrarotquelle typischerweise nur eine Winkelausdehnung von unter 0.1" hat, wird eine sehr schmale Sichtlinie durch die Wolke hindurch untersucht. (2) Die dichten Kerne innerhalb des Zentrums von Molekülwolken können, ohne den bei der Arbeit mit Emissionslinien verbundenen Intensitätsverlust durch die raumgeometr. bedingte „Strahlverdünnung“ (mit zunehmender Entfernung), untersucht werden. (3) Die gleichzeitige Messung vieler Rotationslinien in einem bestimmten Band gibt eine genaue Auskunft über den Gaszustand.

Detaillierte spektroskopische Informationen erhält man, wenn Licht durch ein dispergierendes optisches Element, wie z.B. ein Prisma oder Beugungsgitter, fällt. Ein Disperser ist in der Lage poly-

chromatisches Licht, z.B. einer astronomischen Quelle, in seine monochromatischen Bestandteile zu zerlegen. Ist der Disperser Teil eines Spalt-Spektrometers, erhält man ein Spektrum von jeder Quelle, deren Licht durch den Spalt fällt. Ein Spektrograph besteht im allgemeinen aus einem Eintrittsspalt am Teleskopfokus, einem Kollimator<sup>4</sup>, einem Disperser mit einer bestimmten Winkel-Dispersion, und einer Kameraoptik, die den Spalt mehrfach hintereinander<sup>5</sup> und kontinuierlich in der Brennebene auf einem zweidimensionalen Detektor abbildet. Durch die vielen auflösenden Elemente des flächenhaften Detektors, werden somit viele *spektrale* Elemente *simultan* aufgenommen.

Als Disperser in Spektrographen kommen also Prismen oder Beugungsgitter in Betracht, oder eine Kombination aus beiden, ein sog. *Grism*<sup>6</sup>: Ein Kunstwort aus dem Englischen für „**G**rating + **P**rism“.

Ein Beugungsgitter ist eine Ansammlung von reflektierenden (bei *Reflektionsgittern*) oder transmittierenden (bei *Transmissionsgittern*) Elementen, die in einem Abstand – in der Größenordnung der Wellenlänge des zu untersuchenden Lichts – voneinander angeordnet sind. Man kann sich ein Transmissionsgitter als eine Aneinanderreihung von transparenten Spalten in einer undurchlässigen Scheibe vorstellen, die als Beugungszentren wirken, bzw. ein Reflektionsgitter als eine Anordnung vieler reflektierender Furchen auf einem Substrat.

Ein *Reflektionsgitter* besteht also aus einem Gitter, das einer reflektierenden Oberfläche überlagert wird, während ein *Transmissionsgitter* aus einem Gitter besteht, welches einer durchlässigen optischen Oberfläche überlagert wird. Eine auf das Gitter treffende elektromagnetische Welle wird dann ihre elektrische Feldamplitude und Phase, durch Beugung an den Gitterelementen und anschließender Interferenz, auf voraussagbare Weise verändern.

Ein *Grism* besteht nun aus einem Transmissionsgitter, welches auf der hypotenusischen Fläche eines rechtwinkligen Prismas aufgebracht ist. Das Prisma hat dabei nicht die Aufgabe des dispergierenden Elements, sondern diese ist im wesentlichen dem Gitter vorbehalten. Das Prisma sorgt dafür, daß nicht die nullte Ordnung, sondern die gewünschte Ordnung der zentralen Wellenlänge, *geradeaus* durch das Grism tritt. Durch passende Wahl des Prismenwinkels läßt sich dies verwirklichen. Das Transmissionsgitter kann eine Kopie (engl.: *Replica*) eines Original-Beugungsgitters (engl.: *Master*) und aus einem anderen Material (Harz) als das des Prismas sein, oder aber die Furchen können direkt in das Prismenmaterial durch eine „Ruling-Maschine“<sup>7</sup> „hineinliniert“ oder „radiert“ (engl.: *directly ruled*) sein. Das Grism ist dann aus einem Material.

Für manche Anwendungen, d.h. astronomische Kameras, kann ein Grism von Vorteil sein: Es verwandelt eine Kamera in einen Spektrographen, indem es einfach vor die Linsen der abbildenden Optik geschoben wird. Bei CONICA sind die verschiedenen Grisms an einem Grism-Rad zwischen Kollimator und Kameralinsen montiert; so kann jeweils nach Bedarf ein bestimmtes Grism in den parallelen Strahlengang hineingedreht werden.

Außerdem kann man sich eine weitere Eigenschaft aller geritzten Gitter zu Nutze machen: Die durch die Form der Gitterfurchen beeinflussbare „Blaze“-Wirkung<sup>8</sup>. Letztere wird beim Transmissionsgitter und Grism durch die prismatische Wirkung der Furchen erreicht.

Selbstverständlich gibt es auch Nachteile gegenüber der Verwendung eines Reflektionsgitters: Grisms falten z.B. nicht den optischen Weg. Außerdem ist der Einsatz eines Grism auf diejenigen Spektralbe-

<sup>4</sup>eine Linse oder ein Spiegel, um ein paralleles Strahlenbündel zu erzeugen

<sup>5</sup>in Richtung der Dispersion

<sup>6</sup>zu deutsch: Gitterprisma

<sup>7</sup>zu deutsch: „Linier-“ oder „Teilungsmaschine“

<sup>8</sup>*blaze* bedeutet wörtlich *aufleuchten*

reiche beschränkt, in denen das Prismenmaterial bzw. das des Gitters (Harz, bei einem Replica-Grism) ausreichend durchlässig ist. Hinzu kommt, daß an der Grenzfläche Prisma–Gitter (bei Replicas) Totalreflektionen bzw. größere Reflektionsverluste auftreten können, wenn der Prismenwinkel zu groß ist. Dieses Problem kann außer durch eine Antireflex-Beschichtung an der Prismenoberfläche dadurch umgangen werden, daß der notwendige Prismenwinkel für eine gewünschte Geradeaus-Wellenlänge bei einem genügend großen Brechungsindex des Prismenmaterials relativ klein wird. Ein dem Gittermaterial bezüglich des Brechungsindex angeglichenes Prismenmaterial kann diesem ungewollten Effekt auch entgegenwirken.

Trotzdem können Grisms unter *extremen* Beugungswinkeln, wegen möglicher innerer Totalreflektionen an der Grenzfläche Gitter–Luft, selbst bei einer beschichteten Gitteroberfläche, nicht eingesetzt werden. Dieser Extremfall spielt jedoch normalerweise keine Rolle, da man ja gerade ein Grism für gewöhnlich nur in Geradeaus-Richtung in der Umgebung einer bestimmten Geradeaus-Wellenlänge (zu gegebener Beugungsordnung) zur Spektroskopie verwendet und dementsprechend optimiert hat. Da in der Regel diese Geradeaus-Wellenlänge auch gleichzeitig die Blaze-Wellenlänge<sup>9</sup> sein soll, und das Prismenmaterial zudem den gleichen (bei *geruleden* Grisms) oder einen vergleichbar großen Brechungsindex (bei Replica-Grisms) besitzt, ergibt die Rechnung einen Gitter-Furchenwinkel (*“Blaze-Winkel“*), der ziemlich nahe oder gleich dem Prismenwinkel ist. Dies bedeutet, daß bei Verwendung eines Gitterprismas als „Geradeausdurchsicht-Grism“, d.h. bei geringen Beugungswinkeln relativ zur Geradeausrichtung, Totalreflektionen an den Gitterfurchen keine Rolle spielen.<sup>10</sup>

Ferner kann die Winkel- bzw. *lineare* Dispersion eines Gitterprismas *nie* über einen größeren Wellenlängen-Bereich hinweg völlig konstant sein, da sich die dispergierende Wirkung des Prismas der des Gitters zusätzlich überlagert. Dieser Effekt läßt sich jedoch durch passende Wahl des Prismenmaterials mit einem Brechungsindex, der bei zunehmender Wellenlänge im gewünschten Bereich entsprechend abnimmt, annähernd kompensieren (s. auch TRAUB [10]).

Die für CONICA geforderten *spektralen* Auflösungen von etwa  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 200$  bis 600, und die von der Radialgeschwindigkeit der Linienquelle abhängige Dopplerverbreiterung der Spektrallinien, ermöglichen die spektroskopische Bestimmung von Geschwindigkeiten ab ungefähr  $250 \text{ km s}^{-1}$  (bei  $R=600$ ); wie sie z.B. bei bipolaren Ausströmungen aus ionisiertem Gas in unmittelbarer Umgebung junger Infrarotsterne (Vor-Hauptreihensterne) gemessen werden (typischerweise 200 bis  $1000 \text{ km s}^{-1}$ ). In *größerer* Entfernung vom Stern beobachtet man bipolare Flüsse aus neutralem, hauptsächlich molekulearem Gas (s. oben: Schockangeregtes  $H_2$ - u. CO-Gas).

### 1.3 CONICA und das VLT

Das VLT-Observatorium<sup>11</sup> der ESO<sup>12</sup> wird auf dem Cerro Paranal in 2635m Höhe (ü.d.M.) in der Atacama-Wüste in Nordchile, 130km südlich von der Stadt Antofagasta und 13km von der Pazifikküste entfernt, errichtet. Dieser Ort wurde wegen seiner klimatologisch günstigen Lage ausgewählt: Eine hohe Prozentzahl an klaren Nächten im Jahr, ein gutes Seeing, und eine extrem trockene Luft waren die entscheidenden Faktoren.

<sup>9</sup>Diejenige Wellenlänge, bei der die Effizienzkurve ihr Maximum hat

<sup>10</sup>Anmerkung: Für diese Wellenlängen verläßt der Strahl fast in senkrechter Richtung die Gitterfacetten

<sup>11</sup>Very Large Telescope

<sup>12</sup>Europäische Südsternwarte

Das VLT soll als eine lineare Anordnung aus vier identischen, voneinander unabhängigen 8-Meter-Teleskope, die sog. "Unit-telescopes" (UT = "Baueinheit"), gebaut werden. Es ist geplant, das VLT in verschiedenen Moden zu nutzen:

1. Die "*Individual Telescope Mode*": Bei welcher jedes 8-Meter-Teleskop in einem seiner (vier) Fokus-Stationen betrieben wird;
2. die "*16-Meter Telescope Mode*": In welcher das Licht inkohärent an einem gemeinsamen Coudé-Fokus zusammengeführt wird, um die Lichtausbeute entsprechend eines 16-Meter-Spiegels zu erreichen; und
3. die "*Interferometric Mode (VLTI)*": Bei welcher das Licht kohärent kombiniert wird, um eine Winkelauflösung entsprechend eines Teleskops mit einer 100-200m Öffnung zu erzielen.

Dabei soll es alternativ auch möglich sein, das Licht von nur 2 oder 3 individuellen UT's im gemeinsamen Fokus zu kombinieren, um dort mit einem einzigen Instrument Beobachtungen ausführen zu können.

Die effektive Öffnung von 8 Metern der einzelnen Teleskope, wird durch die Größe der VLT-Sekundärspiegel vorgegeben, wobei der *aktive* monolithische Primärspiegel jedoch einen Durchmesser von 8.2 Metern, und eine f-Zahl<sup>13</sup> von  $f/1.8$ , besitzt. Jedes "Unit"-Teleskop hat eine alt-azimutale Montierung.

Die (ursprünglich) geplanten, jeweils *vier* Foki der einzelnen UT's sind ein Cassegrain-, zwei symmetrische Nasmyth-, und jeweils ein Coudé-Fokus im Fundament der einzelnen Teleskope, von wo aus das Bild zu einem gemeinsamen Coudé-Labor geleitet und zusammengeführt werden soll(te) (siehe [2], ESO Conf. 1992). Es war vorgesehen, das Coudé-Labor mit einem großen Drehtisch, ebenso wie im Falle der einzelnen Nasmyth-Foki, auszustatten, um durch dessen Drehung die auftretende Gesichtsfeld-Rotation ausgleichen zu können.

Der große Vorteil bei dieser Methode ist, daß das Beobachtungsinstrument seine Lage bezüglich der Schwerkraft beibehält, und außerdem keine weitere Optiken zur Aufhebung der Gesichtsfeld-Rotation notwendig sind, so daß das Instrumenten-Design erheblich vereinfacht wird.

Die beiden Nasmyth-Foki stehen zu beiden Seiten der Elevationsachse der einzelnen UT's zur Verfügung, welche jeweils ebenfalls mit einer großen drehbaren Plattform ausgestattet werden, um dort große und massive Instrumente, wie z.B. die IR-Kamera CONICA, aufstellen zu können (siehe [3], ESO Conf. 1986).

## CONICA

Die ESO entschied 1992, dem Konsortium, bestehend aus dem Max-Planck-Institut für Astronomie in Heidelberg, dem Max-Planck-Institut für Extraterrestrische Physik in Garching und dem Observatorio Astronomico di Torino (Italien), den Auftrag für den Bau der **Coudé Near Infrared Camera (CONICA)** zu vergeben, welche also am ursprünglich geplanten Coudé-Fokus des VLT ( $f/50$ -Strahlengang) zum Einsatz kommen sollte (s. LENZEN [4a]). Aus finanziellen Gründen hat die ESO jedoch mittlerweile

<sup>13</sup>im *engl.* spricht man von "f/ratio" oder "f-number" und meint dabei das Verhältnis  $f/D$  aus der Brennweite  $f$  des Spiegels und der Teleskop-Öffnung  $D$

(1994) den Bau des Coudé-Fokus vorläufig aufgeschoben, so daß CONICA nun als Beobachtungsinstrument für einen der Nasmyth-Foki der UT's (f/15-Strahlengang) entwickelt werden soll.

CONICA wird neue Entwicklungen auf dem Gebiet der zweidimensionalen Infrarot-Detektoren nutzen, um im Wellenlängenbereich von  $1\text{-}5\mu\text{m}$  *Direktaufnahmen* größtmöglicher *räumlicher* Auflösung zu erhalten. Diese wird durch die Installierung der aktiven adaptiven Optik und mithilfe der Techniken der Speckle-Interferometrie ermöglicht. Dabei wird die Pixelgröße des Detektor-Arrays (der Kamera) durch die veränderbaren Kamera-Vergrößerungen der *beugungsbegrenzten Ortsauflösung* angepaßt, welche vom Durchmesser des "Airy"-Beugungsscheibchens, d.h. von der Teleskop-Öffnung  $D$  und der Wellenlänge  $\lambda$ , bestimmt wird.

Zusätzlich zur Möglichkeit *hochauflösender Direktaufnahmen* kann das "Multi-Mode-Instrument" CONICA in einem anderen Beobachtungsmodus auch zur *IR-Polarimetrie* (mithilfe zweier Wollaston-Prismen und Wiregrid-Analysatoren), oder zur *IR-Spektroskopie* bei niedriger bis *mittlerer spektraler* Auflösung  $R$  (mithilfe des hierfür in dieser Arbeit optimierten Grism-Sortiments) benutzt werden.

### Detaillierte Beschreibung von CONICA

Das Licht gelangt über das adaptive OptiksysteM, und einen zusätzlichen halbdurchlässigen Spiegel neben einem Wellenfront-Sensor, in das Instrument in Richtung seiner optischen Achse, wobei die Nasmyth- (bzw. ursprünglich die Coudé-) Fokalebene *innerhalb* des Kryostats der Kamera mit der Lage einer speziellen Fokalebenen-Anordnung aus verschiedenen kalten Masken zur Gesichtsfeld-Begrenzung, und Spalte für spektroskopische Anwendungen, zusammenfällt, welche in den Strahlengang eingebracht werden können. Der von diesem Ort aus divergierende Strahl wird dann durch einen nachfolgenden Kollimator in ein paralleles Lichtbündel verwandelt, der einen Pupillen-Bild-durchmesser von  $W_{pup} = 10\text{mm}$  erzeugt; für die Brennweite des Kollimators gilt dabei die Beziehung  $f_{Koll} = W_{pup} \cdot (f/D)_{Nasmyth}$ .

In den kollimierten Strahl (genauer: Am Ort, wo die Eintrittspupille durch den Kollimator scharf abgebildet wird) kann die *analysierende Optik*, welche auf verschiedenen drehbaren Rädern festmontiert ist, hineingebracht werden: *Zwei Filter-Räder* mit 40 verschiedenen Breitband-Standard- und Schmalband-Interferenz-Filtern, *ein Lyót-Stop-Rad* zur Streulichtabschattung, und *ein Polarisator-Grism-Rad* mit den unterschiedlichen, zur Spektroskopie mit CONICA optimierten Grisms für mittlere spektrale System-Auflösungen von etwa  $R=200\text{-}600$  (in den verschiedenen IR-Fenstern) und den Wiregrid-Analysatoren verschiedener Winkelstellungen, sowie zwei Wollaston-Prismen zur Polarimetrie.

Der Strahl wird dann schließlich durch die auswechselbare abbildende Optik des Kamera-Systems, mithilfe der verschiedenen wählbaren Brennweiten, auf dem Detektor fokussiert, welche die Anpassung der (fest vorgegebenen) Pixelgröße des IR-Detektors ( $30\mu\text{m}$ ) an das Airy-Beugungsscheibchen (mit der halben Winkelausdehnung von  $\alpha = 1.22 \cdot (\lambda/D_{Teleskop})$ ) zu gegebener Wellenlänge  $\lambda$  erlaubt. Diese Kamera-Optiken sind wiederum eigens auf einem Rad aufgebaut.

Um nämlich die Pixelgröße des IR-Detektors dem Airy-Scheibchen zu gegebener Wellenlänge anpassen zu können, muß die Vergrößerung ( $m=f_{Kamera}/f_{Koll}$ ) der Kamera-Optik einen großen Bereich abdecken können, d.h. CONICA muß mit einer ausreichenden Auswahl an unterschiedlichen, auswechselbaren abbildenden Optiken ausgestattet werden. Dabei ist ein "Sampling"-Faktor von mindestens zwei Pixel pro Airy-Scheibchendurchmesser, bis herunter zu einer Wellenlänge von  $1\mu\text{m}$  bei einer Pixelgröße von  $30\mu\text{m}$ , gewährleistet.

Der gesamte Kryostat mit der Kamera-Optik wird durch einen geschlossenen Kühlkreislauf auf etwa 70K, und der Detektor auf die Arbeitstemperatur zwischen 20 und 70K herunter abgekühlt. Der Detektor wird individuell durch eine kleine Heizkontrollschleife auf seiner Arbeitstemperatur gehalten.

Als Detektor kommt ein InSb-Array zum Einsatz, das gegenwärtig von SBRC (USA) entwickelt wird: 256x256 bzw. 1024x1024 einzelne Halbleiterdetektoren (Pixel), die für den Wellenlängenbereich von  $0.9\mu\text{m}$  bis  $5.3\mu\text{m}$  empfindlich sind, werden über eine komplexe Ausleseelektronik direkt angesprochen und ausgelesen (s. weitere Einzelheiten bei LENZEN [4c]).

Meine Optimierungsarbeiten (zu den verschiedenen Grisms und Wollaston-Prismen) beziehen sich zunächst nur auf 256x256-Pixel-Detektoren mit einer Pixelgröße von je  $30\mu\text{m}$ , wie es ursprünglich geplant war. Eine Ausweitung des Anwendungsbereichs auf Neigungswinkel, wie sie bei 1024x1024-Arrays vorkommen, ist aber anhand der gegebenen Formeln leicht möglich. Als Kamera-Fokallängen werden im folgenden die Werte  $f=80, 160, 320$  und  $640\text{mm}$  angenommen, wie sie ursprünglich geplant waren (s. LENZEN [4b]).



## 2

# Grisms

---

## 2.1 Mögliche Herstellungsverfahren für Grisms

### 2.1.1 Direkt linierte (“directly ruled“) Grisms

Das erste kommerziell genutzte Beugungsgitter (Reflektionsgitter) wurde mechanisch “geruled“<sup>1</sup>, d.h. hergestellt mithilfe eines Diamanten, der die Furchen einzeln in eine dünne, auf eine ebene oder konkave Oberfläche, aufgedampfte Metallschicht ritzte. Solch “ge-ruled-e“ Gitter machen heute die Mehrzahl aller in spektroskopischen Instrumentierungen genutzter Beugungsgitter aus. Die wichtigste Rolle im Herstellungsprozeß ge-ruled-er Beugungsgitter spielt die “Ruling-Maschine“, auf welcher die Master-Gitter produziert werden. Speziell ausgesuchte Diamanten, deren Kristallachsen-Ausrichtung ein optimales Verhalten garantieren, werden dazu verwendet die Gitterfurchen zu formen. Sie werden zuvor von geschickten Diamant-Werkzeugmachern behutsam geschliffen, um später *das exakte erforderliche Furchenprofil formen zu können, wie es vom Auftraggeber für das jeweilige Gitter (beliebig) verlangt wird.*

Das David Richardson Laboratorium der Firma Milton Roy verfügt nach eigenen Angaben [8] über die momentan fortschrittlichste Technologie zur Herstellung ihrer Präzisions-Beugungsgitter. Der Träger, welcher den Diamant beim Ruling-Prozess vor und zurück bewegt, muß seine Position um weniger als ein paar *Nanometer* während einer Ruling-Periode, welche von einem Tag bis zu sechs Wochen dauern kann, beibehalten.

Die Mechanismen für die Nachführung der Gitter-Träger aller Ruling-Maschinen im Laboratorium ermöglichen es, Gitter mit einer großen Auswahl an Furchenabständen zu rulen. *Im MILTON ROY GRATING CATALOG sind alle möglichen, mit den Liniermaschinen einstellbaren, realisierbaren Furchenabstände (d.h. Furchendichten  $N[1/mm]$ ) der direkt linierbaren Beugungsgitter aufgeführt.*

Das Laboratorium besitzt drei verschiedene Ruling-Maschinen, von denen die Michelson-Maschine ein ungewöhnlich großes Spektrum an Furchenabständen abdeckt: Von 20 Furchen pro mm (für den IR-Bereich) bis zu 10800 Furchen pro mm (für den UV-Bereich). Dieses System wird durch ein digitales Computer-Servo-Kontroll-System, basierend auf einem Laserinterferometer, überwacht. Um die Herstellung solcher Gitter-Furchenabstände mit hoher Präzision zu ermöglichen, muß die Temperatur und der Luftdruck in der Umgebung der Ruling-Maschinen ständig kontrolliert werden.

---

<sup>1</sup>zu deutsch: liniert

Weil die interferometrische Kontrolle des Ruling-Prozesses monochromatisches Licht verwendet, dessen Wellenlänge empfindlich für Brechungsindex-Änderungen der Luft, verursacht durch eventuelle Druckschwankungen, ist, muß der atmosphärische Druck durch das System kompensiert werden. Geringfügige Druckänderungen bewirken eine Wellenlängen-Änderung, welche das Interferometer veranlaßt, den Furchenabstand noch während des Ruling-Prozesses zu verändern.

Außerdem muß die Maschine noch gegenüber Schwingungen, die leicht auf den Ruling-Diamanten übertragen werden könnten, isoliert werden; dies wird dadurch erreicht, indem der Maschinen-Untersatz durch Federn in der Schwebe gehalten wird, die das System vor Schwingungen im gefährlichen Bereich von etwa 2 bis 60 Hz abschirmen.

Die Einstellung der Maschine, vor jedem Beginn des Ruling-Prozesses eines Master-Gitters, ist ein sehr langwieriger Vorgang: Nach mehrmaliger Überprüfung der Gitterfurchen durch ein hochauflösendes Interferenz- oder Elektronen-Mikroskop, wird der Diamant solange nachjustiert *bis die erwünschte Furchenform des jeweils angeforderten Gitters* bestmöglich erreicht ist.

Master-Reflektionsgitter werden also auf diese Weise in die Oberfläche eines Rohlings (üblicherweise eine ebene Platte aus BK-7-Glas oder z.B. Zerodur) hineinliniert (radiert), dessen optische Oberfläche zuvor glattpoliert *und* mit einem reflektierenden metallischen Film (gewöhnlich aus Aluminium oder Gold) beschichtet wurde.

Bei der Herstellung eines *direkt linierten Grism* hingegen, verwendet man als Rohling ein *Prisma* aus einem leicht linierbaren (d.h. relativ weichen) und für den erwünschten Wellenlängen-Bereich optisch durchlässigen Material. Die Gitterfurchen werden dann direkt in die hypotenuse Fläche des rechtwinkligen Prismas hineingeritzt. Falls unbedingt erforderlich, kann dann *anschließend* eine reflexmindernde Beschichtung aus einem anderen optischen Material direkt auf die Gitteroberfläche aufgetragen werden, um dort eventuell auftretende Reflektionsverluste durch den Indexsprung zu minimieren.

### 2.1.2 Replica-Grisms

Eine weitere Möglichkeit zur Herstellung von Reflektions- oder Transmissionsgitter, bzw. *Grisms*, d.h. Transmissionsgitter auf der Prismenoberfläche von optisch durchlässigen Materialien ("Substrat"), ist die *Replikation* (d.h. die Reproduktion) eines Beugungsgitters; das Ergebnis ist ein sogenanntes "Replica" (Replik):

Dieser Prozess ermöglicht die Produktion eines Dublikats, d.h. eine Originalkopie eines Master-Gitters, welche mindestens der Qualität des Masters gleicht, wenn nicht sogar in manchen Fällen diese noch, infolge der durch den Replikationsprozeß entstehenden Inversion der Furchen, verbessert, und dadurch die Gittereffizienz erhöht wird.

Trotzdem entsteht beim Replikationsprozess durch den Abdruck eines *ebenen* Master-Gitters (wie im Falle der Herstellung eines Replica-Grism) im Idealfall wiederum die *gleiche Furchenform*, wie die des Masters, mit denselben Furchenwinkeln (Blaze-Winkel, und zweiter Furchenwinkel). Die Furchen des Original-Gitters sind dann in der sehr dünnen Schicht (üblicherweise nur wenige Mikrometer dick) aus durchsichtigem Harz kopiert, welche *fest* an der Oberfläche des Substrats (bei einem Replica-Grism am Prisma) haftet.

Der Gitterhersteller garantiert, daß keine Verschlechterungen oder Veränderungen seiner Replica-Gitter mit zunehmendem Alter auftreten, bzw. wenn diese extremen Temperaturschwankungen (bis zu

–196°C (77K), dem Siedepunkt von fl. Stickstoff) ausgesetzt werden. Dies gelte auch unter einem Hochvakuum, wie Tests im Firmenlabor beweisen sollen.

*Eigene* Materialtests, ausgeführt an einem aus vergleichbarem Harz der Firma HALLE verkitteten *Wollaston-Prisma* unter den gleichen Versuchsbedingungen, können diese Aussage nur bestätigen: Es konnte dabei nach mehrfachen Cryo-Zyklen *weder* ein Materialbruch *noch* sonstige andere Materialveränderungen, wie gar die Loslösung des Harzes von einem der beiden Prismenteile, festgestellt werden.

#### **Der Replikations-Prozeß im einzelnen:**

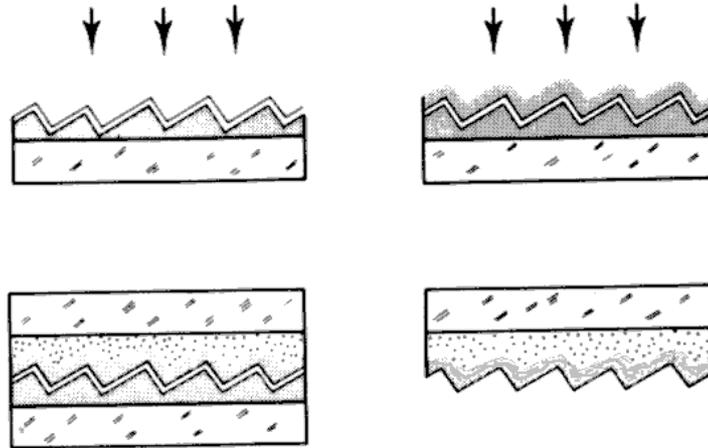
Die Replikation (Reproduktion) eines (direkt linierten) Master-Beugungsgitters ist ein Prozeß in *vier* Schritten (vgl. Abb. 2.1):

1. Die Oberfläche des Master-Gitters wird zuerst mit einer dünnen Trennschicht aus irgend einer *nicht*-haftenden Substanz (dies ist ein Betriebsgeheimnis, jedoch kommen bestimmte Öle oder Gold in Frage) überzogen.
2. Dann folgt eine dickere Schicht aus Aluminium. Diese ist vor allem wichtig, um zu verhindern, daß das (später aufgetragene) Harz nicht durch winzig kleine Lochblasen hindurch zum Master vordringen, und dort an verschiedenen Stellen irreparable Schäden hervorrufen kann, wenn das Replica weggezogen wird.
3. Im nächsten Schritt wird sodann Epoxy-Harz (oder Polyester-Harz) auf das Master gegossen, und anschließend das Replica-Substrat, welches bei der Replikation eines Grism *nicht*, wie im dargestellten Fall eines einfachen ebenen Reflektions- oder Transmissionsgitters, eine planparallele Platte, sondern ein *optisch durchlässiges Prisma* ist, mit einer seiner Seitenflächen *oben* aufgedrückt.
4. Wenn das Harz schließlich gehärtet ist, werden das Replica und sein Master (Originalgitter) voneinander getrennt.

Im Gegensatz zur Herstellung eines Replica-*Reflektionsgitters*, muß bei der Produktion eines Transmissionsgitters oder *Grism*, mithilfe dieses Replikationsverfahrens, anschließend noch die Aluminium-Schicht von der Oberfläche des Replica-Gitters entfernt werden.

Außerdem müssen im Falle eines Replica-Grism nicht nur die optische Durchlässigkeit des Prismenmaterials, sondern auch die Absorptionsbanden des Epoxy-Harzes (im NIR bei  $3.4\mu\text{m}$ ), und die auftretenden Reflektionsverluste durch den Brechungsindex-Sprung an der Grenzfläche zwischen Prisma und Replica (bei fehlender AR-Beschichtung), berücksichtigt werden.

*Grisms* können also auch auf diese Weise, mithilfe irgend eines, schon im Milton Roy Katalog vorhandenen, *ebenen* Master-Gitters, als *Replicas* hergestellt werden. *Dabei muß ein passendes vorhandenes Master mit einer Furchendichte  $N_{\text{geg}}$  und einem zugehörigen Blaze-Winkel  $\Theta_{\text{geg}}$  der Gitterfurchen aus dem Katalog ausgesucht werden, welches dem idealen Gitter (mit  $N_{\text{Soll}}$  und  $\Theta_{\text{opt}}$ ) des erwünschten optimalen Grism möglichst nahe kommt.*



**Abbildung 2.1:** Die verschiedenen Stadien des Replikations-Prozesses eines ebenen Beugungsgitters (in der Reihenfolge von links oben bis rechts unten), wie sie im Text beschrieben werden; Abb. aus [6].

## 2.2 Die Physik der Grisms: Exakte Grism-Gleichungen (Ray-Tracing)

### Analytische Betrachtungen unter beliebigem Einfallswinkel

In diesem Abschnitt werden nun die exakten Grism-Gleichungen für den allgemeinen Fall, d.h. für einen unter beliebigem Winkel auf das Prisma eines Replica-Grisms treffenden Lichtstrahl, bei beliebiger dreieckiger Furchenform und einem zum Prisma unterschiedlichen Brechungsindex des Gitters, berechnet.

Für einen kollimierten Lichtstrahl, der unter dem Einfallswinkel  $\alpha$  auf ein beliebiges Beugungsgitter (Transmissions- oder Reflektionsgitter) fällt, welches aus einer bestimmten Anzahl  $N$  gleichmäßig angeordneter identischer Facetten oder Furchen besteht, ist die *normierte Intensität* der resultierenden *gebeugten Welle*

$$I = IF \cdot BF = \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma^2}, \quad (2.1)$$

wobei  $2\gamma$  der Phasenunterschied zwischen den Zentren aufeinander folgender Furchen, und  $\gamma$  der Phasenunterschied zwischen dem Zentrum und der Kante einer einzelnen Furche<sup>2</sup> ist. Die Herleitung dieser Gleichung (2.1) findet sich in den meisten einführenden Optikbüchern (z.B. in HUTLEY [6] zum Thema Beugungsgitter, oder in STEWARD [7] zur IR-Spektroskopie).

Der Ausdruck für die Intensität der gebeugten Welle setzt sich also aus zwei Faktoren zusammen: Aus der sog. “Blaze-Funktion“ BF, welche gerade das Beugungsbild einer einzelnen Furche bei einer bestimmten Wellenlänge darstellt<sup>3</sup>, und aus dem sog. Interferenzfaktor oder besser der Interferenz-“Funktion“ IF, deren Peaks (d.h. Maxima) die Richtungen der konstruktiven Interferenzen der verschiedenen Ordnungen  $m$  für eine *einzelne* gebeugte Wellenlänge angibt, wie sie durch die gesamte Anordnung der Gitterelemente (Furchen) als Streuzentren und Ausgangspunkte neuer Elementarwellen (nach dem Huygens’schen Prinzip) zustande kommen.

<sup>2</sup>jeweils betrachtet unter der entsprechenden Beugungsrichtung

<sup>3</sup>entsprechend dem bekannten Beugungsmuster eines Einzelspalts, beobachtet in großer Entfernung vom Gitter im Vergleich zur Spaltbreite (in Fraunhofer’scher Näherung)

Das gesamte Intensitätsmuster eines Gitters läßt sich also beschreiben durch den Interferenzterm IF, welcher durch die Blaze-Funktion BF moduliert ist.

Bevor jedoch die Blaze-Funktion für ein *Grism*, und deren Abhängigkeit von der Form der Gitterfurchen, genauer untersucht wird, soll zuerst die allgemeine Grundgleichung für ein *Grism*, vergleichbar mit der eines einfachen Transmissionsgitters, mithilfe des IF-Terms hergeleitet werden. Letztere ergibt sich dann als Spezialfall aus dieser „allgemeinen Grism-Grundgleichung“.

### 2.2.1 Allgemeine Grism-Grundgleichung

Der Interferenzterm IF in Gleichung 2.1 hat überall dort ein Maximum (IF=1), wo das Argument  $\gamma' = m\pi$  ist, wobei  $m$  eine ganze Zahl ist und die Beugungsordnung darstellt. Um nun die Beziehung für den Winkel  $\varepsilon$  des  $m$ -ten Beugungsmaximums einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda$  zu erhalten, d.h. die Grism-Grundgleichung, muß der Verlauf eines parallelen Strahlenbündels (der Wellenlänge  $\lambda$ ), durch ein Grism verfolgt und der oben beschriebene Phasenunterschied  $\gamma'$  an den Furchen berechnet werden. Das Gleichsetzen dieses Phasenunterschiedes mit  $m\pi$ , liefert dann die gesuchte Beziehung.

Anschaulicher ist folgendes „Kochrezept“: Betrachte zwei infinitesimal schmale, aus dem parallelen auftreffenden Strahlenbündel herausgegriffene Strahlenpaare, die das Grism im Abstand der Gitterfurchen  $d$  wieder verlassen. Berechne deren gesamten *Gangunterschied* durch das Grism einschließlich dem für eine bestimmte Austrittsrichtung  $\varepsilon$  (Beugungsrichtung). Die an den beiden Beugungszentren austretenden Elementarwellen interferieren genau dann im „Unendlichen“ (d.h. in großer Entfernung zum Grism) konstruktiv<sup>4</sup>, wenn der berechnete Gangunterschied  $\Delta x$  der beiden Strahlen einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge,  $m\lambda$ , entspricht.

Diese gleichwertige Überlegung wird dem Leser klar, wenn er sich den ortsabhängigen Anteil der Darstellung der Phase einer harmonischen Welle  $\varphi = kx$  ansieht: Verstärkung der beiden Teilstrahlen tritt genau dann ein, wenn für den *Phasenunterschied* zwischen den Zentren zweier aufeinanderfolgender Furchen

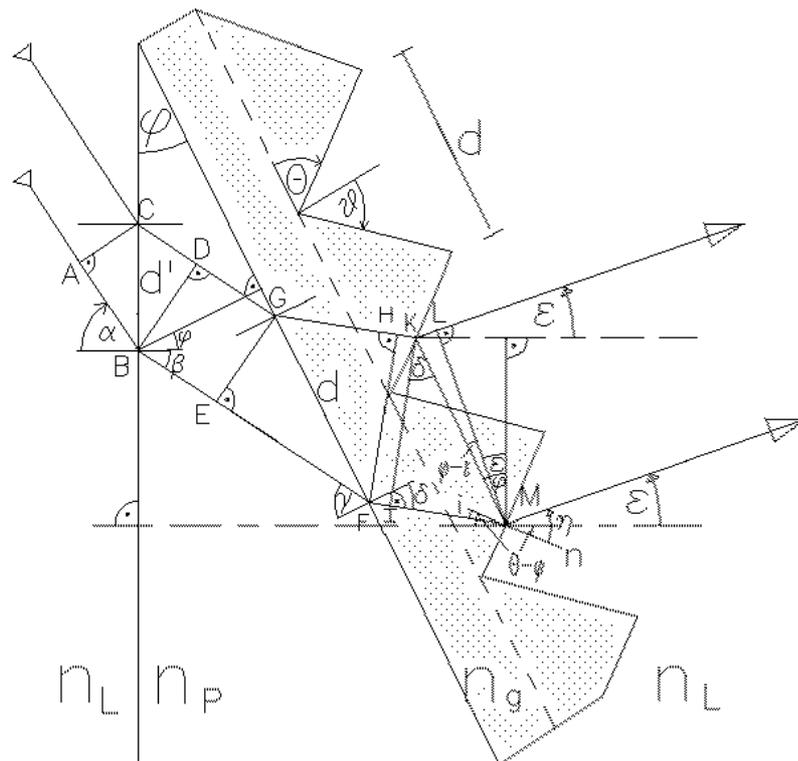
$$\Delta\varphi = (2\gamma') = k\Delta x = 2\frac{\pi}{\lambda}\Delta x = 2m\pi$$

gilt, und damit für den *Gangunterschied*  $\Delta x = m\lambda$ .

In Abbildung 2.2 ist der Strahlengang durch ein zweiteiliges Replica-Grism dargestellt. Wie in Abschnitt 2.1 eingehend geschildert, ist der „Replications“-Prozeß für solch ein Grism identisch mit dem für ein einfaches Transmissionsgitter: Ein Replica-Gitter wird durch ein vorgefertigtes Original (in der Regel ein Master aus der zweiten Generation), das als Preßform dient, *auf* einer Prismenoberfläche mithilfe eines „optisch“ durchlässigen Epoxy-Harzes geformt.

Der Öffnungswinkel des Prismas ist  $\varphi$ . Der Brechungsindex der Umgebung sei  $n_L = 1$  (Luft), der des Prismas und Gitters  $n_p$  bzw.  $n_g$ . Der Furchenabstand, d.h. die Gitterkonstante, ist  $d$ . Die Breite jeder Haupt-Furchenoberfläche ist  $b$ , deren Kippung bezüglich der Gitterebene ist der sog. „Blaze“-Winkel  $\Theta$  (oder Hauptfurchenwinkel). Der Winkel zwischen der zweiten Furchenoberfläche und der Gitternormalen ist  $\vartheta$  (im weiteren als 2. Furchenwinkel oder Nebenfurchenwinkel bezeichnet). Bei einer rechtwinkligen Furchenform, wie sie bei konventionellen Gittern oft üblich ist, sind also die Winkel  $\Theta$  und  $\vartheta$  identisch.

<sup>4</sup>d.h. die Feldstärke der resultierenden gebeugten Welle wird verstärkt.



**Abbildung 2.2:** Strahlengang durch ein Replica-Grism zur Herleitung der allgemeinen Grism-Grundgleichung (s.Text)

Der Strahlenverlauf in Abb. 2.2 ist für den Fall  $n_L < n_p < n_g$  skizziert: Der Strahl trifft unter dem Winkel  $\alpha$  auf das Prisma, wird um den Winkel  $\beta$  gebrochen, verläßt sodann das Prisma unter dem Winkel  $\gamma$  und wird um dem Winkel  $\delta$  in das Gittermaterial hinein gebrochen. Anschließend trifft er auf die äußere Oberfläche der Gitterfurchen (unter dem Winkel  $i$ , relativ zu deren Flächennormale), und verläßt schließlich das Grism unter dem Beugungswinkel  $\epsilon$ .

Die Vorzeichenkonvention und Definition der einzelnen Winkel richtet sich im speziellen (o.B.d.A.) nach diesem in der Zeichnung dargestellten Fall: Die Brechungswinkel  $\alpha$  bis  $\delta$  werden definitionsgemäß im *Uhrzeigersinn* positiv gemessen; die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  bezüglich der *Prismennormalen*, und die Winkel  $\gamma$  und  $\delta$  zur Senkrechten der *Gitterebene*. Hingegen haben die an den Furchennormalen des Gitters gemessenen Winkel  $i$  und  $\eta$  eine Orientierung *gegen* den Uhrzeigersinn; außerdem bezieht sich der Beugungswinkel  $\epsilon$  *nicht* wie sonst üblich (vgl. [10] oder [5]) auf das Lot der Furchenoberflächen oder der Gitterebene, sondern auf die *Prismennormale*.

Diese Konvention hat zum einen den Vorteil, daß eine spätere Kippung des gesamten Grisms – innerhalb eines parallelen Strahlengangs – um den Winkel  $\alpha$  *entgegen* dem Uhrzeigersinn (d.h. in math. positivem Sinn), einem unter dem Winkel  $+\alpha$  einfallenden Strahl entspricht. Zum andern wächst der Beugungswinkel, durch die so festgelegte Orientierung des Winkels  $\epsilon$ , mit zunehmender Wellenlänge

in die positive Richtung, wie es bei der Beugung an einem Gitter der Fall sein sollte.

Im folgenden wird nun der Gangunterschied  $\Delta x$  der beiden in Abbildung 2.2 dargestellten Teilstrahlen berechnet, um die allgemeine Grism-Grundgleichung herzuleiten.

An den Grenzflächen Luft–Prisma und Prisma–Gitter gilt jeweils das Snellius'sche Brechungsgesetz:

$$\sin \alpha = n_p \sin \beta \quad (2.2)$$

bzw.

$$n_p \sin \gamma = n_g \sin \delta, \quad (2.3)$$

wobei für den Brechungswinkel  $\gamma$

$$\gamma = \varphi + \beta \quad (2.4)$$

gilt.

Für den Einfallswinkel  $i$  und Austrittswinkel  $\eta$  an den Furchenflächen gelten die Winkelrelationen

$$i = \Theta - \delta \quad (2.5)$$

und

$$\eta = (\Theta - \varphi) + \varepsilon. \quad (2.6)$$

Mithilfe der Brechungsgesetze (2.2) und (2.3) kann man zeigen, daß die beiden Teilstrahlen  $\overline{CL}$  und  $\overline{AM}$  bis zu den Punkten  $K$  und  $I$  keinen Gangunterschied zueinander aufweisen; dies ist ja gerade eine unmittelbare Folge der Gültigkeit des Snellius'schen Gesetzes beim Übertritt einer elektromagnetischen Welle in ein anderes Medium:

$$\sin \alpha = \frac{\overline{AB}}{d'} = n_p \sin \beta = n_p \frac{\overline{CD}}{d'} \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} = n_p \overline{CD} \quad (2.7)$$

$$\sin \gamma = \frac{\overline{EF}}{d} = \frac{n_g}{n_p} \sin \delta = \frac{\overline{GH}}{d} \quad \Rightarrow \quad \overline{EF} = \frac{n_g}{n_p} \overline{GH} \quad (2.8)$$

Die Strecken  $\overline{DG}$  und  $\overline{BE}$  bzw.  $\overline{HK}$  und  $\overline{FI}$  sind gleich lang und verlaufen jeweils im gleichen Medium.

Um nun den Gangunterschied der beiden Strahlen bis relativ zu den Punkten  $K$  und  $I$  auszurechnen, muß man die Differenzen der nachfolgenden *optischen Weglängen*<sup>5</sup> aufsummieren: Mit den Beziehungen (2.7) und (2.8) ist der Gangunterschied dann

$$\begin{aligned} \Delta x_{KI} &= (1 \cdot \overline{AB} - n_p \cdot \overline{CD}) + (n_p \cdot \overline{EF} - n_g \cdot \overline{GH}) \\ &= (n_p \cdot \overline{CD} - n_p \cdot \overline{CD}) + (n_p \cdot \frac{n_g}{n_p} \cdot \overline{GH} - n_g \cdot \overline{GH}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

q.e.d.

Damit ergibt sich für den *gesamten* Gangunterschied der beiden Strahlen bis zu den Punkten  $L$  und  $M$

$$\Delta x_{ges} = n_g \cdot \overline{IM} - 1 \cdot \overline{KL}$$

<sup>5</sup>Unter der optischen Weglänge versteht man das Produkt aus dem *geometrischen* Weg  $x$  eines Lichtstrahls in einem Medium und der Brechzahl  $n$  dieses Mediums:  $n \cdot x$ . Damit kann der in dem Medium zurückgelegte Weg auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtstrahls im Vakuum bezogen werden.

und somit die erste Formulierung der GRISM-GRUNDGLEICHUNG

$$\boxed{n_g \cdot \overline{IM} - \overline{KL} = m\lambda.} \quad (2.9)$$

Es bleiben also noch die Weglängen  $\overline{IM}$  und  $\overline{KL}$  zu berechnen:

$$\overline{IM} = d \sin \delta = d \frac{n_p}{n_g} \sin \gamma = d \frac{n_p}{n_g} \sin (\varphi + \beta)$$

unter Berücksichtigung des Brechungsgesetzes (2.3) und Relation (2.4).

Um die Strecke  $\overline{IM}$  (und damit die Grism-Grundgleichung) in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$  ausdrücken zu können, muß man das Snelliusgesetz (2.2) und das Additionstheorem für die Sinusfunktion

$$\begin{aligned} \sin (\varphi + \beta) &= \sin \varphi \cos \beta + \cos \varphi \sin \beta \\ &= \sin \varphi \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + \cos \varphi \sin \beta \\ &= \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_p^2}} + \cos \varphi \frac{\sin \alpha}{n_p} \\ &= \frac{1}{n_p} C (\alpha, \varphi, n_p) \end{aligned} \quad (2.10)$$

anwenden; wobei aus praktischen Gründen der noch häufiger auftretende Term

$$\boxed{C = C (\alpha, \varphi, n_p) = \sin \varphi \sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} + \cos \varphi \sin \alpha} \quad \text{(Definition)} \quad (2.11)$$

definiert wurde.

Diese Beziehung für  $\sin (\varphi + \beta)$  eingesetzt, ergibt die Wegstrecke

$$\overline{IM} = d \frac{1}{n_g} C (\alpha, \varphi, n_p). \quad (2.12)$$

Die Länge  $\overline{KL}$  hängt vor allem von der betrachteten Beugungsrichtung  $\varepsilon$  ab:

$$\overline{KL} = d \sin (\varphi - \varepsilon). \quad (2.13)$$

Die Ausdrücke (2.13) und (2.12) für  $\overline{KL}$  bzw.  $\overline{IM}$ , eingesetzt in die erste Formulierung der Grism-Grundgleichung (2.9), ergeben

$$d \cdot \frac{n_g}{n_g} \cdot C - d \sin (\varphi - \varepsilon) = m\lambda,$$

oder umgeformt

$$\boxed{C (\alpha, \varphi, n_p) - \sin (\varphi - \varepsilon) = \frac{m\lambda}{d}} \quad (2.14)$$

die vom Brechungsindex  $n_g$  unabhängige **allgemeine Grism-Grundgleichung** (GGG).

Für den Beugungswinkel  $\varepsilon$  folgt hieraus die Beziehung

$$\boxed{\varepsilon(m, \lambda) = \varphi - \arcsin \left( C(\alpha, \varphi, n_p(\lambda)) - \frac{m\lambda}{d} \right)}. \quad (2.15)$$

Die *allgemeine Grism-Grundgleichung* (2.14), bzw. (2.15), beschreibt also die gesuchte Abhängigkeit der Beugungsrichtung  $\varepsilon$  von der Wellenlänge  $\lambda$  für die Ordnung  $m$ , vom Einfallswinkel  $\alpha$  des auftretenden Lichtstrahls, vom Prismenwinkel  $\varphi$ , von der Gitterkonstanten  $d$ , und vom Brechungsindex  $n_p$  des Prismas.

Sie ist grundlegend für die Ableitung weiterer wichtiger physikalischer Größen eines Grism, als dispergierendes Element in einem Spektrographen. In einem späteren Abschnitt werden diese aus der Grundgleichung abgeleitet.

### 2.2.2 Folgerungen aus der Grism-Grundgleichung

$\varepsilon$  hängt also *nicht* vom Gittermaterial ab.

Der Brechungsindex  $n_g$  des Gitters kürzt sich nämlich bei der Bildung der optischen Weglänge  $n_g \cdot \overline{IM}$  (s.o.) weg. Dieser Effekt wird seltsamerweise nirgendwo in der Fachliteratur erwähnt (vgl. z.B. Schroeder [5] oder Traub [10]). Er macht sich nur bemerkbar, wenn man wie hier versucht die Gittergleichung für ein Grism aus dem Phasenunterschied an den Gitterfurchen für den *gesamten* Strahlengang durch das Grism – bestehend aus Prisma und aufgebrachtem Transmissionsgitter – herleitet, und *nicht* nur indem man den Einfallswinkel in der bekannten Gittergleichung, für ein Transmissionsgitter (s.[5] u. [10])

$$n_g \sin \alpha - \sin \beta = \frac{m\lambda}{d} \quad (2.16)$$

( $\alpha$ =Einfallswinkel bzgl. der Gitternormalen,  $\beta$ =Beugungswinkel), mit dem Austrittswinkel des Strahls aus dem Prisma gleichsetzt.

Die Grism-Grundgleichung (2.14) vereinfacht sich zur Gittergleichung eines einfachen Transmissionsgitters (2.16), wenn man

$$\begin{aligned} n_p &= n_g, \\ \alpha &= 0, \quad (\text{da ja kein Prisma vorhanden ist}) \\ \varphi &\rightarrow \alpha \quad (\text{da } \varphi \text{ jetzt der Kippung des Gitters, d.h. dem } \alpha \text{ in Gl. (2.16) entspricht}) \end{aligned}$$

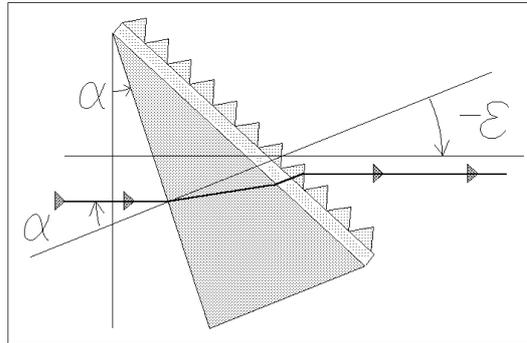
setzt. Dann folgt

$$n_g \sin \alpha - \sin(\alpha - \varepsilon) = \frac{m\lambda}{d}$$

und daraus die einfache Gittergleichung (2.16), da dort der Beugungswinkel  $\beta$  zur Gitternormalen gerechnet wird:  $\varepsilon - \alpha \equiv -\beta$ .

Aus der Grism-Grundgleichung (2.14) läßt sich außerdem die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  zu einem gegebenen Prismenwinkel  $\varphi$  und Einfallswinkel (bzw. Kippwinkel des Grisms)  $\alpha$  berechnen, für die der Beugungswinkel gerade  $-\varepsilon = \alpha$  ist (s. Abb. 2.3):

$$\sin \varphi \sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} + \cos \varphi \sin \alpha - \sin(\varphi + \alpha) = \frac{m\lambda_G}{d}$$



**Abbildung 2.3:** Strahlengang der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  durch ein Grism

woraus mithilfe des Additionstheorems

$$\sin(\varphi + \alpha) = \sin \varphi \cos \alpha + \cos \varphi \sin \alpha$$

die Beziehung für die, vom Brechungsindex  $n_g$  und der Furchenform *unabhängige*, Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  folgt

$$\lambda_G = \frac{d}{m} \sin \varphi \left( \sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha \right) \quad (2.17)$$

oder die Gleichung für den zu einer gewünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  (und zugehörigen Ordnung  $m$ ) notwendigen Prismenwinkel  $\varphi_G$

$$\varphi_G = \arcsin \left( \frac{\frac{m \lambda_G}{d}}{\sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha} \right) \quad (2.18)$$

An dieser **Gleichung für den Prismenwinkel** erkennt man sofort, daß der einmal zu einer Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m_1)$  und Ordnung  $m_1$  optimal gewählte Prismenwinkel  $\varphi_G$  gleichzeitig bewirkt, daß außer dieser noch weitere Wellenlängen  $\lambda_G(m_2)$  anderer Ordnungen  $m_2$  in die Geradeaus-Richtung gebeugt werden. Für diese gilt dann näherungsweise, unter Vernachlässigung der Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex des Prismenmaterials:

$$\lambda_G(m_2) \approx \frac{m_1}{m_2} \lambda_G(m_1) \quad (2.19)$$

Die Abbildung 2.3 soll verdeutlichen, was ich unter dem Begriff der ‘‘Geradeaus-Wellenlänge‘‘ im *allgemeinen* Fall verstehe: *Diejenige Wellenlänge, welche in die gleiche Richtung wie die des einfallenden Strahls gebeugt wird.*

Dabei kann der Strahl für diese Wellenlänge selbstverständlich wiederholt *innerhalb* des Grisms gebrochen werden, und das Grism anschließend in derselben Richtung wie der *einfallende* Strahl wieder verlassen; wie die Abbildung zeigt.

Mithilfe der Grism-Grundgleichung (2.14) ergibt sich genauso die einfachere Beziehung für den häufiger auftretenden Fall der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  eines senkrecht auf das Prisma des Grisms treffenden Strahls ( $\alpha = 0, \varepsilon = 0$ ):

$$\begin{aligned}\lambda_G &= \frac{d}{m} (C(\alpha = 0) - \sin(\varphi - 0)) \\ \lambda_G &= \frac{d}{m} (n_p - 1) \sin \varphi.\end{aligned}\quad (2.20)$$

Diese Gleichung wird auch im Handbuch von MILTON ROY [8] für die Wellenlänge in Geradeausdurchsicht durch ein Grism angegeben. Irrtümlicherweise steht dort der Vermerk, daß diese Gleichung *nur* unter der Annahme eines zum Prisma gleichen oder ähnlichen Brechungsindex des Gittermaterials für diese Geradeaus-Wellenlänge gelte. Dies ist jedoch nicht richtig, wie meine Herleitung der Grism-Grundgleichung beweist.

Die Beziehung (2.19) zur Berechnung der Geradeaus-Wellenlänge einer bestimmten Ordnung aus der Geradeaus-Wellenlänge zu einer anderen Ordnung, folgt natürlich aus einer grundlegenden Eigenschaft der Grism-Grundgleichung, mithilfe derer sie ja hergeleitet wurde: Wie bei einem einfachen Reflektionsgitter, bekommt die Grism-Grundgleichung (2.14), unter Vernachlässigung der Dispersionsseigenschaften des Prismas, die Form

$$F(\varepsilon) = m\lambda,$$

mit  $F(\varepsilon) =$  Funktion, die zu einem gegebenen Fall nur von der Beugungsrichtung abhängt.

Dies bedeutet *generell*, daß unter dieser Vereinfachung in eine beliebig festgehaltene Beugungsrichtung  $\varepsilon'$  nicht nur die Wellenlänge  $\lambda_1$  der Ordnung  $m_1$  fällt, sondern auch die Wellenlänge  $\lambda_2$  der Ordnung  $m_2$ , für die näherungsweise

$$\lambda_2(\varepsilon') \approx \frac{m_1}{m_2} \lambda_1(\varepsilon') \quad (2.21)$$

gilt.

In anderen Worten: Zu jeder Wellenlänge  $\lambda$ , für welche die Grism-Grundgleichung zu einer bestimmten Ordnung  $m$  erfüllt ist, gibt es die Wellenlänge  $\frac{\lambda}{2}$  in der Ordnung  $2m$ ,  $\frac{\lambda}{3}$  in der Ordnung  $3m$ , u.s.w., die zur gleichen Zeit unter demselben Winkel gebeugt werden.

Entsprechendes gilt für die Breite des Wellenlängenintervalls  $\Delta\lambda$  zwischen zwei festgehaltenen Beugungsgrenzwinkeln  $\varepsilon'$  und  $\varepsilon''$ :

$$\Delta\lambda_2 \approx \frac{m_1}{m_2} \Delta\lambda_1 \quad (2.22)$$

Mit zunehmender Ordnung wird also die Bandbreite  $\Delta\lambda$  immer kleiner.

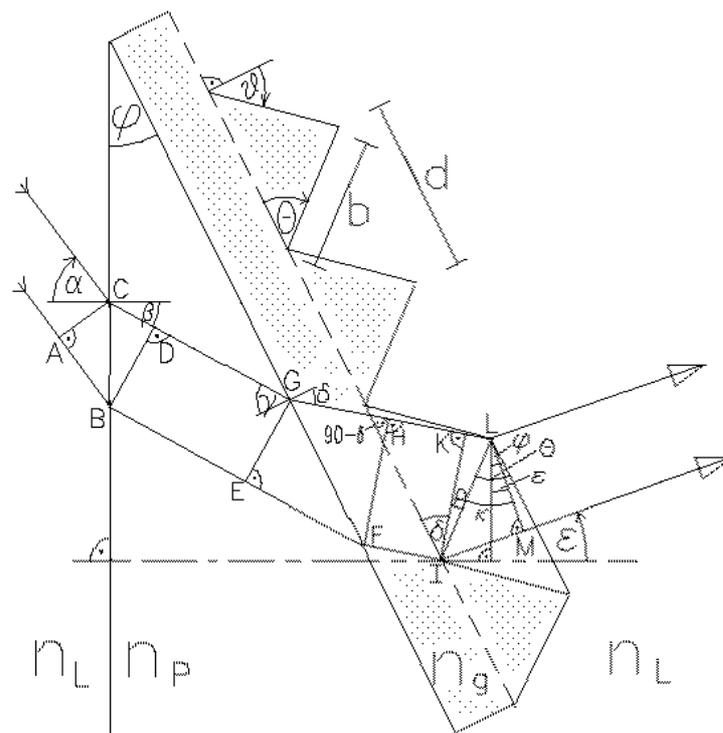
Schließlich sei noch der Phasenunterschied  $\gamma'$ , d.h. das Argument des IF-Terms in der Gl.(2.1), für ein *Grism* explizit angegeben:

$$\gamma' = \frac{\pi}{\lambda} \Delta x_{ges} = \frac{\pi d}{\lambda} (C(\alpha, \varphi, n_p) - \sin(\varphi - \varepsilon)) \quad (2.23)$$

### 2.2.3 Die Blaze-Funktion eines Grism

Die Blaze-Funktion  $BF = \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma^2}$  (in der Gl. (2.1), für die Intensität der gebeugten Welle) hängt nun, im Gegensatz zur Interferenz-Funktion IF, von der Geometrie der *einzelnen* Furchen, genauer vom Phasenunterschied  $\gamma$  zwischen der Mitte und der äußeren Kante der effektiven ausgeleuchteten Breite  $b'$  einer der Furchenflächen, ab. Dabei ist jener Teil der tatsächlichen Breite  $b$  einer Furchenfacette gemeint, für welchen der hindurchtretende Strahl nicht durch die benachbarten Furchenflächen abgeschattet wird.

Um die BF herzuleiten geht man in fast analoger Weise vor wie bei der Berechnung der allgemeinen Grism-Grundgleichung, und berechnet den Phasenunterschied  $2\gamma$  an den Punkten  $L$  und  $M$ , d.h. aber *hier* zwischen der oberen und unteren Kante *einer* Furche, für den in Abbildung 2.4 dargestellten Strahlengang durch das gesamte Replica-Grism. Die Orientierungen und Definitionen der Winkel sind hier die gleichen, und beziehen sich wieder (o.B.d.A.) auf den Fall  $n_L < n_p < n_g$ .



**Abbildung 2.4:** Strahlengang durch ein Replica-Grism zur Herleitung der Phasenfkt.  $\gamma$  in der Blaze-Funktion  $BF(\gamma)$ , d.h. der Effizienz eines Grisms (s.Text). Im dargestellten Fall werden die Hauptfacetten der Gitterfurchen von der anschließend in die Beugungsrichtung  $\epsilon(\lambda)$  verlassenden Wellenlänge  $\lambda$  ganz ausgeleuchtet:  $b' = b$ .

Daß der Phasenunterschied bzw. der Gangunterschied der beiden herausgegriffenen parallelen Teilstrahlen  $\overline{AM}$  und  $\overline{CL}$  bis zu den Punkten  $K$  und  $I$  Null ist,  $\Delta x_{KI} = 0$ , wurde schon im vorigen Abschnitt

gezeigt.

Daher berechnet sich der gesamte Phasenunterschied  $2\gamma$  bis zu den Punkten  $L$  und  $M$ , bzw. das Argument der Blaze-Funktion  $\gamma$  zu

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{\pi}{\lambda} \Delta x_{ges} \\ &= \frac{\pi}{\lambda} (1 \cdot \overline{LM} - n_g \cdot \overline{KL}).\end{aligned}\quad (2.24)$$

Für die Wegstrecken  $\overline{LM}$  und  $\overline{KL}$ , in Abb. 2.4, gilt

$$\begin{aligned}\overline{LM} &= b \cdot \sin \kappa \\ &= b \cdot \sin (\Theta - \varphi + \varepsilon) \\ &\quad \text{oder mit der Winkel-Bez. (2.6)} \\ &= b \cdot \sin \eta\end{aligned}\quad (2.25)$$

und

$$\begin{aligned}\overline{KL} &= b \cdot \sin \rho \\ &= b \cdot \sin (\Theta - \delta) \\ &\quad \text{oder mit der Winkel-Bez. (2.5)} \\ &= b \cdot \sin i.\end{aligned}\quad (2.26)$$

Und somit erhält man

$$\boxed{\gamma = \frac{\pi b'}{\lambda} (\sin \eta - n_g \sin i)},\quad (2.27)$$

denn in dem dargestellten Fall (s. Abb. 2.4) ist ja  $b' = b$ , d.h. die effektive *ausgeleuchtete* Furchenbreite  $b'$  ist hier gerade identisch mit der tatsächlichen Furchenbreite  $b$ .

Dieser allgemein gültige Ausdruck für die Phase  $\gamma$  hängt nun direkt von der effektiven Furchenbreite  $b'$  ab, und deren Betrag wiederum vom speziellen Fall des betrachteten Strahlenverlaufs und den Furchenwinkeln ( $\Theta$  und  $\vartheta$ ) des Grism. Für alle möglichen auftretenden Situationen werden später noch die einzelnen Beziehungen für  $b'$  hergeleitet.

Die Gleichung (2.27) läßt nun folgende wichtige Tatsachen erkennen: Die Blaze-Funktion hat ja ihr Maximum bei  $\gamma = 0$ , woraus mithilfe der Gl. (2.27) die Bedingung

$$\boxed{n_g \sin i = \sin \eta} \quad \text{(Blazepeak-Bedingung)} \quad (2.28)$$

folgt. Dies ist gerade das Brechungsgesetz an *einem* der langen und schmalen Mikroprismen des Gitters. Die Wellenlänge für die diese Bedingung erfüllt ist, nennt sich *Blaze-Wellenlänge*  $\lambda_B$ .

Das bedeutet, daß *bei dieser* Wellenlänge der "Blaze-Peak" des *gebeugten* Strahls in derselben Richtung liegt, wie in der eines *gebrochenen* Strahls bei völliger Abwesenheit des Phänomens der Beugung. Für diesen Grenzfall der Beugung gilt also das Brechungsgesetz (2.28):

$$\begin{aligned}\sin \eta_B &= \sin (\Theta - \varphi + \varepsilon_B) \\ &= n_g \sin i \\ &\quad \text{oder} \\ \varepsilon(\lambda_B) &= \arcsin (n_g \sin i) + \varphi - \Theta.\end{aligned}\quad (2.29)$$

Der Blaze-Winkel  $\Theta$  in Gl.(2.29) kann nun solange variiert werden, bis die Blaze-Richtung  $\varepsilon(\lambda_B)$  mit der Beugungsrichtung  $\varepsilon_{Beug}(\lambda) = \varphi - \arcsin\left(C - \frac{m\lambda}{d}\right)$  (=“Grism-GG“) einer gewünschten Wellenlänge  $\lambda$  übereinstimmt. Diese Überlegung wird anschließend zur Herleitung der allg. Blazewinkel-Gleichung (2.36) – für eine gewünschte Blaze-Wellenlänge – benutzt.

Die gebeugte Effizienz (Intensität) einer *bestimmten* Wellenlänge  $\lambda$  (und Beugungsordnung  $m$ ) außerhalb des Blaze-Peaks, wird bestimmt durch den Wert der BF zu dieser Wellenlänge in der zugehörigen Beugungsrichtung  $\varepsilon(\lambda)$ . Letztere erhält man aus der Grism-Grundgleichung (2.15) für den Beugungswinkel.

Um die Blaze-Funktion in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  und Ordnung  $m$  auszudrücken, muß folglich nur der Ausdruck für  $\varepsilon$  in die Gleichung (2.27) für  $\gamma$  eingesetzt werden. Für den Winkel  $\eta$  in (2.27) folgt dann

$$\begin{aligned}\eta &= \Theta - \varphi + \varepsilon(m, \lambda) \\ &= \Theta - \arcsin\left(C(\alpha, \lambda) - \frac{m\lambda}{d}\right) \\ &= \eta(m, \lambda).\end{aligned}\tag{2.30}$$

Außerdem ist es von Vorteil, den Winkel  $i$  (an den einzelnen Facetten der Furchen) in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$  des Strahls auszudrücken. Dies geschieht ganz einfach mit den Snellius'schen Beziehungen (2.2) und (2.3), bzw. mit der Umformung (2.10), und den Winkelrelationen für den Brechungswinkel  $\gamma$  und  $i$ :

$$\begin{aligned}\sin i(\alpha) &= \sin(\Theta - \delta) \\ &= \sin \Theta \cos \delta - \cos \Theta \sin \delta \\ &= \sin \Theta \sqrt{1 - \sin^2 \delta} - \cos \Theta \sin \delta \\ &= \sin \Theta \sqrt{1 - \left(\frac{n_p}{n_g}\right)^2 \sin^2 \gamma} - \cos \Theta \frac{n_p}{n_g} \sin \gamma \\ &= \sin \Theta \sqrt{1 - \left(\frac{n_p}{n_g}\right)^2 \sin^2(\varphi + \beta)} - \frac{n_p}{n_g} \cos \Theta \sin(\varphi + \beta) \\ \sin i(\alpha) &= \frac{1}{n_g} \left( \sin \Theta \sqrt{n_g^2 - C^2(\alpha, \varphi, n_p)} - C(\alpha, \varphi, n_p) \cos \Theta \right).\end{aligned}\tag{2.31}$$

D.h. für den Ausdruck  $(n_g \sin i)$  in Gl. (2.27) kann der von  $\alpha$  abhängige Term

$$\sin \Theta \sqrt{n_g^2 - C^2(\alpha, \varphi, n_p)} - C(\alpha, \varphi, n_p) \cos \Theta$$

eingesetzt werden.

Die von der Beugungsordnung  $m$  und der Wellenlänge  $\lambda$  abhängige Blaze-Funktion  $BF(m, \lambda)$  lautet dann

$$BF_{ges}(m, \lambda) = T_{geom} \cdot \frac{\sin^2 \gamma(m, \lambda)}{\gamma^2(m, \lambda)}$$

mit der Phase

$$\gamma(m, \lambda) = \frac{\pi b'}{\lambda} \left( \sin \left( \Theta - \arcsin \left( C - \frac{m\lambda}{d} \right) \right) - \sin \Theta \sqrt{n_g^2 - C^2} + C \cos \Theta \right) \quad (2.32)$$

und

$$C = C(\alpha, \varphi, n_p) = \sin \varphi \sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} + \cos \varphi \sin \alpha$$

Während die Funktion  $\frac{\sin^2 \gamma}{\gamma^2}$  symmetrisch zum Blaze-Peak bei  $\gamma = 0$  ist, bewirkt die zum Funktionswert  $\gamma(m_B, \lambda_B)$  asymmetrisch verlaufende Phasenfunktion  $\gamma(m, \lambda)$ , eine ebenso asymmetrische wellenlängenabhängige Blaze-Funktion  $BF(m, \lambda)$ , zu beiden Seiten der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$ . Für die Phasenfunktion (2.32) läßt sich näherungsweise der vereinfachte Ausdruck

$$\gamma(m, \lambda) \approx m \frac{\pi}{\lambda} (\lambda - \lambda_B)$$

angeben, was in Einheiten der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$

$$\gamma \left( m, \frac{\lambda}{\lambda_B} \right) \approx m \frac{\pi}{(\lambda/\lambda_B)} \left( \frac{\lambda}{\lambda_B} - 1 \right) \quad (2.33)$$

ergibt.<sup>6</sup>

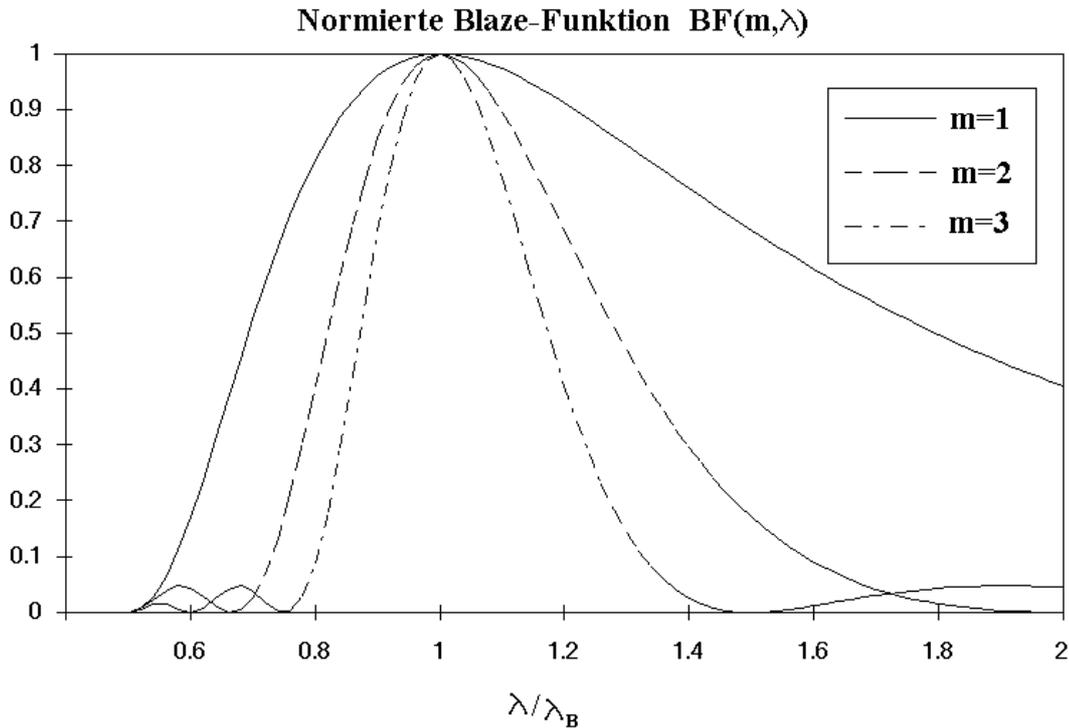
Abbildung 2.5 zeigt den typischen Verlauf der Blaze-Funktion in Abhängigkeit von der Wellenlänge, in den Einheiten der jeweiligen Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$ , für die Ordnungen  $m = 1, 2, 3$ :

Zu größeren Wellenlängen hin, fällt die Funktion  $BF\left(\frac{\lambda}{\lambda_B}\right)$  nicht so steil ab, wie gegenüber links des Blaze-Peaks zu kleineren Wellenlängen hin. Jedoch zeigt sich mit zunehmend größerer Ordnung  $m$ , bei gleichzeitig schmaler werdendem Peak, eine weitaus geringere Asymmetrie der Blaze-Funktion  $BF$  desselben Grisms mit der Wellenlänge.

Was man aus dem Diagramm nicht erkennen kann, ist die mit zunehmender Ordnung  $m' > m$  abnehmende zugehörige Blaze-Wellenlänge  $\lambda'_B$ , da hier die Funktion  $BF$  gegen die Wellenlänge im Verhältnis zur Blaze-Wellenlänge  $\lambda'_B$  aufgetragen ist. Wie im nächsten Abschnitt mithilfe der Blazewinkel-Gleichung besser verständlich wird, gilt die Näherung:  $\lambda'_B \approx \frac{m_B}{m'} \lambda_B$ .

In Gleichung (2.32) taucht zum ersten Mal der *geometrische Transmissionsfaktor*  $T_{geom}$  einer Furche in der Blaze-Funktion auf, den auch TRAUB [10] in seiner Veröffentlichung gebraucht, und der ebenso

<sup>6</sup>Da für den Blaze-Peak bei  $\lambda_B, \gamma = 0$  gilt, kann die Gleichung für die Phase auch als  $\gamma = \frac{\pi b'}{\lambda} (\sin \eta - \sin \eta_B)$  geschrieben werden, d.h.  $\gamma(m, \lambda) = \frac{\pi b'}{\lambda} \left( \sin \left( \Theta - \arcsin \left( C - \frac{m\lambda}{d} \right) \right) - \sin \left( \Theta - \arcsin \left( C - \frac{m\lambda_B}{d} \right) \right) \right)$ . Für Wellenlängen in der Größenordnung von  $\lambda \approx \lambda_B$ , und mit der Vereinfachung, daß  $n_p$  und  $n_g$  ungefähr gleich und wellenlängenunabhängig sind, folgt die Näherung  $\gamma(m, \lambda) \approx \frac{\pi b'}{\lambda} \left( \frac{m\lambda}{d} - \frac{m\lambda_B}{d} \right)$ , wenn  $\alpha, \varphi$  und  $\Theta$  klein sind; und daraus  $\gamma \approx m \frac{\pi}{\lambda} (\lambda - \lambda_B)$ , wenn man  $b' \approx d$  setzt.



**Abbildung 2.5:** Typischer Verlauf der Blaze-Funktion in Abhängigkeit von der Wellenlänge, in den Einheiten der jeweiligen Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$ , für die Ordnungen  $m = 1, 2, 3$ . Zur Berechnung der Kurven wurde die stark vereinfachte Phasenfunktion (2.33) verwendet.

wie die effektive Furchenbreite  $b'$  für die verschiedenen auftretenden Fälle noch berechnet werden muß. Er ist gegeben durch

$$T_{geom} = \frac{\sigma}{d} \quad (2.34)$$

mit der effektiven Gitterkonstanten  $\sigma$ , welche gerade dem effektiven Anteil der in der Gitterebene gemessenen Gitterperiode entspricht, der von der betrachteten einfallenden, und anschließend gebeugten Wellenlänge  $\lambda$  überstrichen wird, welche letztendlich auch die Hauptfacetten des Gitters mit der Breite  $b'$  ausleuchtet, und nicht durch die Nebefacetten-Flächen der benachbarten Furchen abgedunkelt wird.

Der Faktor  $T_{geom}$  stellt also gerade *den* Bruchteil der Intensität der auf das Grism treffenden (z.B.) Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  dar, welcher *maximal* in die gewünschte Blaze-Ordnung  $m_B$  (d.h. hier in die Geradeaus-Richtung  $\varepsilon(m_B, \lambda_B) = 0$ ) gebeugt werden *kann*, und der nicht, bedingt durch die Nebefacetten-Flächen der einzelnen Furchen, ungewollt in den restlichen Beugungsordnungen dieser Wellenlänge ( $m \neq m_B$ ) verloren geht.

Dieser Faktor  $T_{geom}$  moduliert daher die *normierte* Blaze-Funktion  $BF = \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma^2}$  und gibt die Höhe des Maximums bei der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  an.

### 2.2.4 Die allgemeine Blazewinkel-Gleichung

Kippt man die Facetten des Gitters *nicht* um einen Winkel  $\Theta$  gegen die Gitterebene, so lenkt das Grism den Großteil der Lichtintensität in die nullte Beugungsordnung, wo sich alle monochromatischen Bestandteile des Strahls vereinen, und keine Spektroskopie möglich ist; die Effizienz in all den anderen brauchbaren Ordnungen wäre daher ungünstig kleiner. Diese Tatsache ergibt sich direkt aus der Beziehung (2.27) für die Phase  $\gamma$  (und den Gleichungen (2.30) und (2.31) für die Winkel  $\eta$  und  $i$ ), wenn der Blaze-Winkel  $\Theta$  null gesetzt wird:  $\gamma(\Theta = 0) = \frac{\pi b'}{\lambda} (\sin(\varepsilon - \varphi) + C)$ ; das Maximum der Blaze-Funktion liegt bei  $\gamma = 0$ , also bei  $\sin(\varphi - \varepsilon) = C$ , was gerade für die Ordnung  $m = 0$  erfüllt ist, wie ein Blick auf die allgemeine Grism-Grundgleichung (2.14) verrät.

Um die Effizienz für eine bestimmte Wellenlänge in einer Ordnung zu erhöhen, verschiebt man deshalb die Blaze-Funktion soweit um  $\Delta\gamma$  in ihrer Phase, bis ihr Maximum mit dem Interferenzmaximum dieser Wellenlänge und Ordnung koinzidiert. Dies erreicht man durch entsprechende Variation des Blaze-Winkels  $\Theta$  im Argument der BF.

Der notwendige Blaze-Winkel  $\Theta$ , zu einer gewünschten "Blaze-Wellenlänge"  $\lambda_B$  und Ordnung  $m_B$ , läßt sich aus der Grism-Grundgleichung und der Blazeppeak-Bedingung (2.28) bestimmen.

Für den Beugungswinkel  $\varepsilon_B$  bzw.  $\eta_B$  der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  folgt

$$\begin{aligned}
 \sin \eta_B &= \sin(\Theta - \varphi + \varepsilon(m_B, \lambda_B)) \\
 &= \sin(\Theta - (\varphi - \varepsilon_B)) \\
 &= \sin \Theta \cos(\varphi - \varepsilon_B) - \cos \Theta \sin(\varphi - \varepsilon_B) \\
 &= \sin \Theta \sqrt{1 - \sin^2(\varphi - \varepsilon_B)} - \cos \Theta \sin(\varphi - \varepsilon_B) \\
 &= \sin \Theta \sqrt{1 - \left(C - \frac{m\lambda_B}{d}\right)^2} - \cos \Theta \left(C - \frac{m\lambda_B}{d}\right), \tag{2.35}
 \end{aligned}$$

wobei für den Ausdruck  $\sin(\varphi - \varepsilon_B)$  die Grism-Grundgleichung für die Blaze-Richtung  $\varepsilon_B$  verwendet wurde.

Der Ausdruck für  $(n_g \sin i(\alpha, \Theta))$  wurde schon hergeleitet (siehe (2.31)):

$$n_g \sin i = \sin \Theta \sqrt{n_g^2 - C^2} - C \cos \Theta.$$

Aus der Blazeppeak-Bedingung (2.28)  $n_g \sin i = \sin \eta$  folgt nun die Bestimmungsgleichung für den Blaze-Winkel  $\Theta$ , wenn die beiden letzten Terme gleichgesetzt und nach  $\Theta$ , bzw.  $\tan \Theta$ , aufgelöst werden:

$$\tan \Theta = \frac{\left(\frac{m\lambda_B}{d}\right)}{\sqrt{n_g^2 - C^2} - \sqrt{1 - \left(C - \frac{m\lambda_B}{d}\right)^2}} \tag{2.36}$$

mit

$$C = C(\alpha, \varphi, n_p) = \sin \varphi \sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} + \cos \varphi \sin \alpha$$

Dies ist also die **allgemeine Blaze-Winkel-Gleichung für ein Grism**, mithilfe deren man den notwendigen Blaze-Winkel  $\Theta$  der Gitterfurchen zu einer gewünschten Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  und Ordnung  $m$  berechnen kann.

An dieser Gleichung erkennt man sofort, daß das Grism für einen, optimal zur gewünschten Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  und Ordnung  $m_B$ , gewählten Blaze-Winkel  $\Theta$ , *gleichzeitig* auch für eine zu  $m_B$  verschiedene Ordnung  $m' \neq 0$  "ge-blazed" ist, mit der Blaze-Wellenlänge

$$\lambda'_B \approx \frac{m_B}{m'} \lambda_B \quad .$$

Diese Beziehung gilt nur näherungsweise unter der vereinfachten Annahme, daß die Brechzahlen  $n_p$  und  $n_g$  nicht von der Wellenlänge abhängen.

Für den *speziellen Fall* eines senkrecht zum Prisma des Grism auftreffenden Strahls ( $\alpha = 0$ ), und für die Wahl der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  als Blaze-Wellenlänge ( $\lambda_B = \lambda_G$ ), folgt, mithilfe der vereinfachten Gleichung (2.20) für  $\lambda_G$ , aus der Blaze-Winkel-Gleichung (2.36) der hierfür notwendige Furchenwinkel

$$\tan \Theta = \frac{(n_p - 1) \sin \varphi}{\sqrt{n_g^2 - n_p^2 \sin^2 \varphi} - \cos \varphi} \quad . \quad (2.37)$$

Gilt außerdem der Spezialfall  $n_g = n_p$ , erhält man daraus die Bedingung  $\tan \Theta = \tan \varphi$  oder

$$\boxed{\Theta = \varphi} \quad .$$

Der Blaze-Winkel der Furchen muß den gleichen Betrag haben wie der Prismenwinkel. Die Furchenoberflächen sind also parallel zur (ersten) Prismenoberfläche.

Dieses Ergebnis ist auch plausibel: In diesem Fall wird der in das Grism eindringende Strahl für alle Wellenlängen weder an der Prismenoberfläche, noch beim Übertritt in das Gitter gebrochen, da zum einen bei senkrechtem Einfall nach Snellius keine Brechung auftritt, und zum andern das Gittermaterial den gleichen Brechungsindex wie das Prisma hat. Wenn daher das Grism für die Geradeaus-Wellenlänge "geblazed" werden soll, muß der Blaze-Winkel  $\Theta$  genau so groß sein wie der Prismenwinkel  $\varphi$ , damit diese Wellenlänge die Furchenoberflächen, und damit das Grism, auch wieder senkrecht verläßt: Nur dann ist die Blazepik-Bedingung (2.28)  $n_g \sin i = \sin \eta$  für die Geradeaus-Wellenlänge erfüllt, da die Winkel  $i$  und  $\eta$  null sind. Dieser Spezialfall ist eine gute Kontrollmöglichkeit für die Richtigkeit der allgemeinen Blazewinkel-Gleichung.

Um den exakten Blaze-Winkel zu einer erwünschten Blaze-Wellenlänge zu berechnen, dient also die allg. Blazewinkel-Gleichung (2.36). Dieser ideale Wert ist dann im nächsten Schritt ein Anhaltspunkt für die richtige Wahl des vorgegebenen Blaze-Winkels eines vorgefertigten "Master"-Beugungsgitters aus dem Katalog der Herstellerfirma zur Produktion eines Replica-Grism. Deshalb ist es von großem Interesse zu wissen, welche Blaze-Wellenlänge einem vorgegebenen Blaze-Winkel entspricht, um festzustellen ob überhaupt ein vorgefertigtes Master-Gitter zur Herstellung eines Replica-Grism in dem jeweiligen Fall in Frage kommt.

Hierzu muß die allgemeine Blaze-Winkel-Gleichung nach  $\lambda_B$  aufgelöst werden. Dies geschieht zunächst unter der Annahme, daß die Brechzahlen  $n_p$  und  $n_g$  nicht von der Wellenlänge abhängen.

Nach einigen Umformungen der allgemeinen Blaze-Winkel-Gleichung (2.36) ergibt sich folgende quadratische Gleichung für  $\lambda_B$

$$(1 + \tan^2 \Theta) \frac{m^2}{d^2} \lambda_B^2 - 2 \tan \Theta (C \tan \Theta + \sqrt{n_g^2 - C^2}) \frac{m}{d} \lambda_B - \tan^2 \Theta (1 - n_g^2) = 0 \quad .$$

Die beiden Lösungen dieser Gleichung liefern dann einen Ausdruck für  $\lambda_B(\Theta)$ ; dabei ist nur *eine* mathematische Lösung physikalisch sinnvoll:

$$\lambda_B(\Theta) = \frac{d}{m} \tan \Theta \frac{C \tan \Theta + \sqrt{n_g^2 - C^2} - \sqrt{\left(C \tan \Theta + \sqrt{n_g^2 - C^2}\right)^2 + (1 + \tan^2 \Theta)(1 - n_g^2)}}{1 + \tan^2 \Theta} \quad (2.38)$$

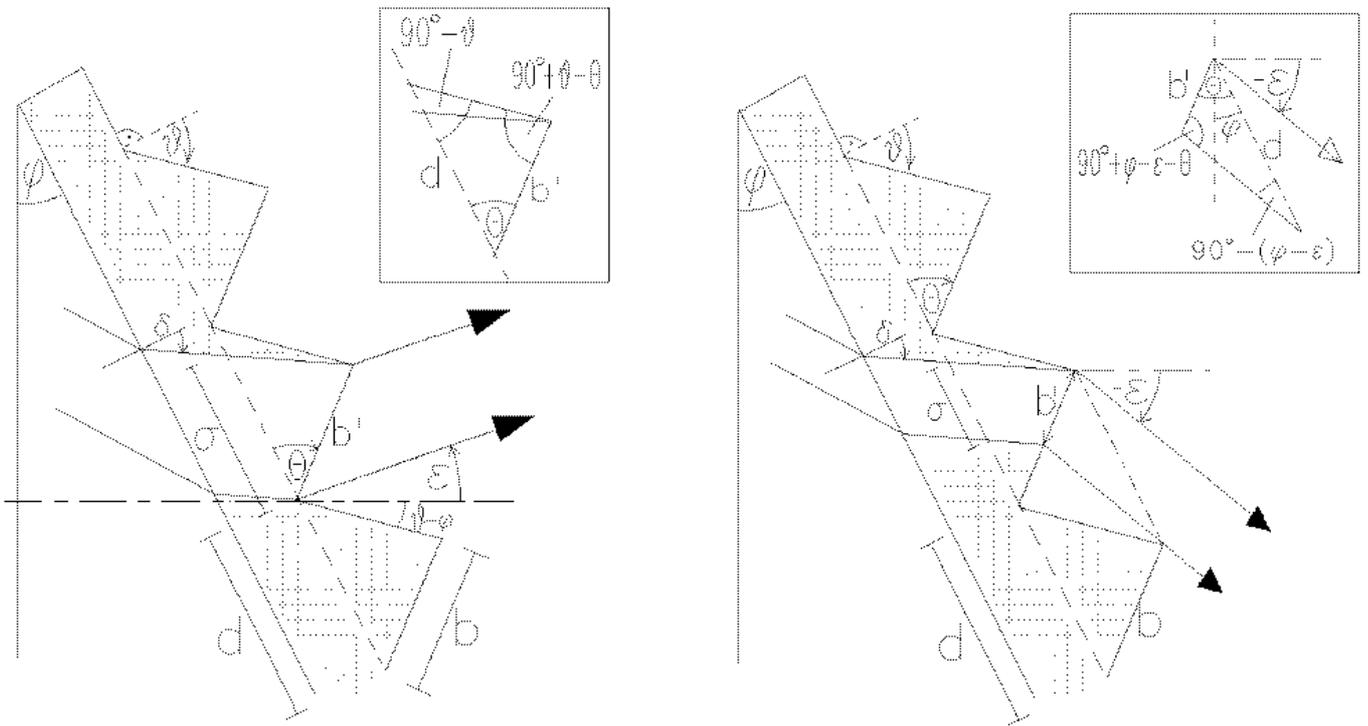
Dies ist die Formel für die Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  in Abhängigkeit von einem vorgegebenen Blaze-Winkel  $\Theta$ .

Da die Brechzahlen  $n_p$  und  $n_g$  natürlich wiederum von der Wellenlänge, d.h. von der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$ , abhängen, muß der exakte Wert von  $\lambda_B$  iterativ mithilfe eines Computerprogramms und Gleichung (2.38) numerisch bestimmt werden. Weil es jedoch nicht auf die dispergierenden Eigenschaften des Prismen- oder Gittermaterials ankommt, wählt man schon im voraus ein Material, welches jeweils im interessierenden Wellenlängen-Bereich annähernd unabhängig von der Wellenlänge ist, so daß Gl. (2.38) einen recht genauen Wert für  $\lambda_B$ , auch ohne Iteration, liefert.

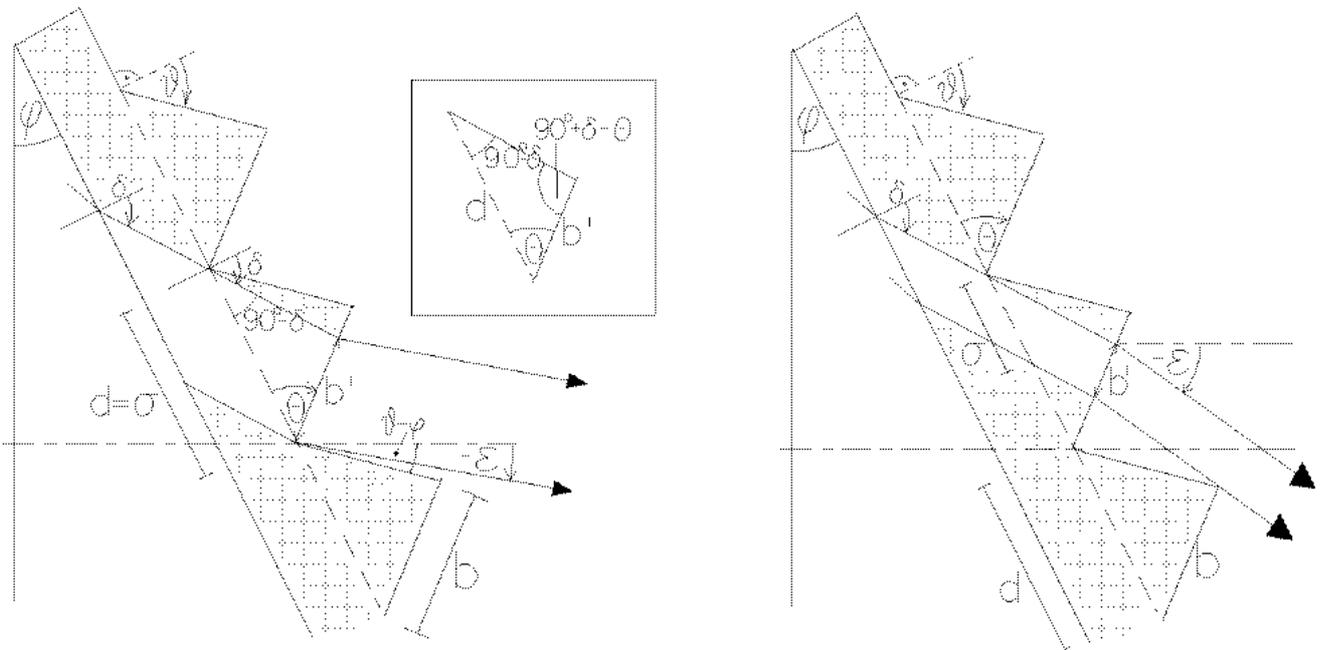
### 2.2.5 Die effektive Furchenbreite $b'$ und der geometrische Faktor $T_{geom}$

Wie versprochen, werden nun im folgenden die Ausdrücke der effektiven Furchenbreite  $b'$  und des geometrischen Faktors  $T_{geom}$ , wie sie in der Gleichung (2.32) für die Blaze-Funktion  $BF_{ges}$  vorkommen, für die verschiedenartig auftretenden Fälle nachgetragen.

Üblicherweise hat man die Situation, daß beide Furchenwinkel  $\Theta$  (= Blaze-Winkel oder Hauptfacetten-Winkel) und  $\vartheta$  (= zweiter Furchenwinkel oder Nebenfacetten-Winkel) positiv oder null sind. Dann unterscheidet man vier Fälle, die von der Größe des Brechungswinkels  $\delta$  im Vergleich zum Furchenwinkel  $\vartheta$ , und von der Größe des Beugungswinkels  $\varepsilon$  im Verhältnis zur Winkeldifferenz ( $\vartheta - \varphi$ ) abhängen.



**Abbildung 2.6:** Zur Herleitung der effektiven Furchenbreite  $b'$  für die beiden Fälle:  
 Fall I (links):  $\delta \leq \vartheta$  und  $-\varepsilon \leq (\vartheta - \varphi)$ , und Fall II (rechts):  $\delta \leq \vartheta$  und  $-\varepsilon > (\vartheta - \varphi)$ .



**Abbildung 2.7:** Zur Herleitung der effektiven Furchenbreite  $b'$  für die beiden Fälle:  
 Fall III (links):  $\delta \geq \vartheta$  und  $-\varepsilon \leq (\vartheta - \varphi)$ , und Fall IV (rechts):  $\delta \geq \vartheta$  und  $-\varepsilon > (\vartheta - \varphi)$ .

Alle vier Fälle sind in den Abbildungen 2.6 und 2.7 dargestellt, und die wichtigsten Winkelbeziehungen an einer einzelnen Furche – zur Herleitung von  $b'$  – nochmals in einem nebenstehenden Kasten verdeutlicht.

Es gilt jeweils  $\Theta, \vartheta \geq 0$ :

**Fall I:**  $\delta \leq \vartheta, \quad -\varepsilon \leq (\vartheta - \varphi)$ :

Mithilfe des Sinussatzes (s. Abb. 2.6, links) folgt dann

$$\frac{b'}{\sin(90^\circ - \vartheta)} = \frac{d}{\sin(90^\circ + \vartheta - \Theta)}$$

und damit

$$b'_I = d \frac{\cos \vartheta}{\cos(\vartheta - \Theta)} \quad (2.39)$$

**Fall II:**  $\delta \leq \vartheta, \quad -\varepsilon > (\vartheta - \varphi)$ :

Ebenfalls erkennt man aus der Abb. 2.6 (rechts), unter Zuhilfenahme des Sinussatzes, daß

$$\frac{b'}{\sin(90^\circ - \varphi + \varepsilon)} = \frac{d}{\sin(90^\circ + \varphi - \varepsilon - \Theta)}$$

gilt, oder

$$b'_{II} = d \frac{\cos(\varepsilon - \varphi)}{\cos(\varphi - \varepsilon - \Theta)} \quad (2.40)$$

**Fall III:**  $\delta \geq \vartheta, \quad -\varepsilon \leq (\vartheta - \varphi)$ :

Mithilfe des Sinussatzes (s. Abb.2.7, links) folgt dann

$$\frac{b'}{\sin(90^\circ - \delta)} = \frac{d}{\sin(90^\circ + \delta - \Theta)}$$

und damit

$$b'_{III} = d \frac{\cos \delta}{\cos(\delta - \Theta)} \quad (2.41)$$

**Fall IV:**  $\delta \geq \vartheta, \quad -\varepsilon > (\vartheta - \varphi)$ :

Aus der Abbildung 2.7 (rechts) ist ersichtlich, daß sich dieser Fall gerade aus den Fällen I–III zusammensetzt:

$$b'_{IV} = b'_{III} + b'_{II} - b'_I$$

und damit

$$b'_{IV} = d \left( \frac{\cos \delta}{\cos(\delta - \Theta)} + \frac{\cos(\varepsilon - \varphi)}{\cos(\varphi - \varepsilon - \Theta)} - \frac{\cos \vartheta}{\cos(\vartheta - \Theta)} \right) \quad (2.42)$$

Bei einer rechtwinkligen Furchenform, d.h. wenn alle Furchen so beschaffen sind, daß sie eine ganze Reihe rechter Winkel bilden, sind die beiden Furchenwinkel  $\Theta$  und  $\vartheta$  identisch und die Gleichungen (2.39) bis (2.42) vereinfachen sich.

Die Situation, in der die Furchenwinkel  $\Theta$  und  $\vartheta$  entgegengesetzte Vorzeichen, oder beide negativ sind, wurde nicht betrachtet: Der erste Fall würde bedeuten, daß die Facetten unterhöhlt wären und spitze Winkel einschließen würden, was technisch kaum zu realisieren ist und zudem keine bessere Effizienz zur Folge hätte. Für den anderen Fall, bei dem die Winkel beide negativ sind, hat man die gleichen vier Fallunterscheidungen vorliegen; die oben getroffene Nummerierung kann dann erhalten bleiben, wenn die Ungleichheitszeichen umgedreht werden.

Der durch die Furchengeometrie bedingte Transmissionsfaktor in der Gleichung (2.32) für die Phase der Blaze-Funktion  $BF$  :

$$T_{geom} = \frac{\sigma}{d},$$

wird berechnet aus dem Verhältnis der *nicht* durch benachbarte Furchenflächen abgeschatteten Länge  $\sigma$  (effektive Gitterkonstante), welche in der Gitterebene gemessen wird, und der tatsächlichen Gitterkonstanten  $d$ .

Durch näheres Hinsehen auf die Abbildungen 2.6 und 2.7 stellt man fest, daß sich  $\sigma$  (und damit auch  $T_{geom}$ ) in allen vier Fällen durch eine einzige, von der effektiven Furchenbreite  $b'$  abhängige Gleichung ausdrücken läßt, nämlich durch

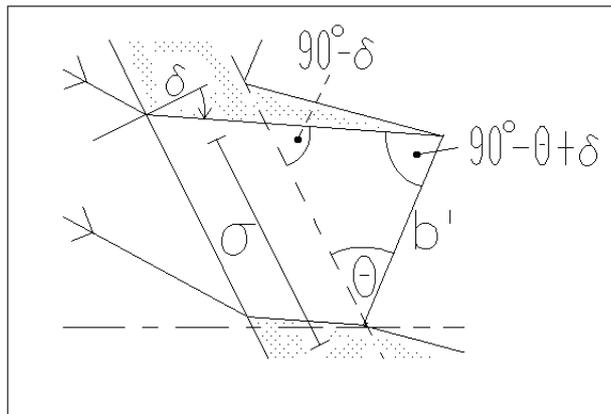
$$\frac{b'}{\sin(90^\circ - \delta)} = \frac{\sigma}{\sin(90^\circ + \delta - \Theta)}$$

oder

$$\boxed{\sigma = b' \frac{\cos(\delta - \Theta)}{\cos \delta}}, \quad (2.43)$$

und damit folgt für alle Fälle

$$\boxed{T_{geom} = \frac{b'}{d} \frac{\cos(\delta - \Theta)}{\cos \delta}}. \quad (2.44)$$



**Abbildung 2.8:** Vergrößerte Darstellung eines Mikroprismas der Gitterfurchen des Grism (für den Fall I) zur Herleitung der allgemein gültigen Beziehung (2.44) für  $T_{geom}$ .

Zur Veranschaulichung ist das Bestimmungsdreieck, aus dem die allgemein gültige Beziehung (2.8) zwischen  $\sigma$  und  $b'$  folgt, für den Fall I in Abb. 2.8 vergrößert skizziert; im Falle III ist dieselbe Beziehung direkt aus Abb. 2.7 (links) erkennbar, da hier gerade  $d$  und  $\sigma$  identisch sind. In den Fällen II und IV ist das betrachtete Dreieck zwar kleiner, aber die eingeschlossenen Winkel sind die gleichen wie in den anderen Fällen.

Um also die gesamte Effizienzkurve eines bestimmten Grism in Abhängigkeit von der Wellenlänge für ein auftreffendes paralleles Strahlenbündel mithilfe der Blaze-Funktion (2.32) zu berechnen, muß für jeden monochromaten Bestandteil des Strahls, d.h. für jede *einzelne* Wellenlänge, erst der Brechungswinkel  $\delta$  und Beugungswinkel  $\varepsilon$  bestimmt werden, um mittels einer Fallunterscheidung zunächst  $b'(\lambda)$ , und aus  $\delta$  den Faktor  $T_{geom}$  berechnen zu können. Dies geschieht am besten mittels eines Computerprogramms, das hierfür geschrieben wurde.

Dabei erwartet man allerdings, daß für einen speziell vorliegenden Fall eines bestimmten Grism und einem Einfallswinkel  $\alpha$ , das einmal zu einer mittleren Wellenlänge des Strahls berechnete  $b'$  und  $T_{geom}$  kaum mit der Wellenlänge variieren wird. Der Verlauf der Effizienz (Blaze-Funktion) mit der Wellenlänge wird hauptsächlich durch die direkte  $\lambda$ -Abhängigkeit des Phasenausdrucks  $\gamma$  in der Gl.(2.32) der Funktion  $BF_{ges}$  bestimmt.

### 2.2.6 Herleitung der Dispersion und Auflösung eines Grism-Kamerasystems aus der allgemeinen Grundgleichung

Für den allgemeinen Fall des schrägen Lichteinfalls wurden für die lineare Dispersion  $LD$ , Pixelauflösung, d.h. die pixelbegrenzte spektrale Auflösung  $\delta\lambda_{pix}$ , und die pupillenbegrenzte spektrale Auflösung  $\delta\lambda_{pup}$  (bzw. für die größtmögliche erreichbare Auflösung  $R_{pup}$ ) des jeweils gesamten Grism-Systems mithilfe der Grism-Grundgleichung hergeleitet, wobei

$$\delta\lambda_{sys} = \delta\lambda_{pix} \geq \delta\lambda_{pup}$$

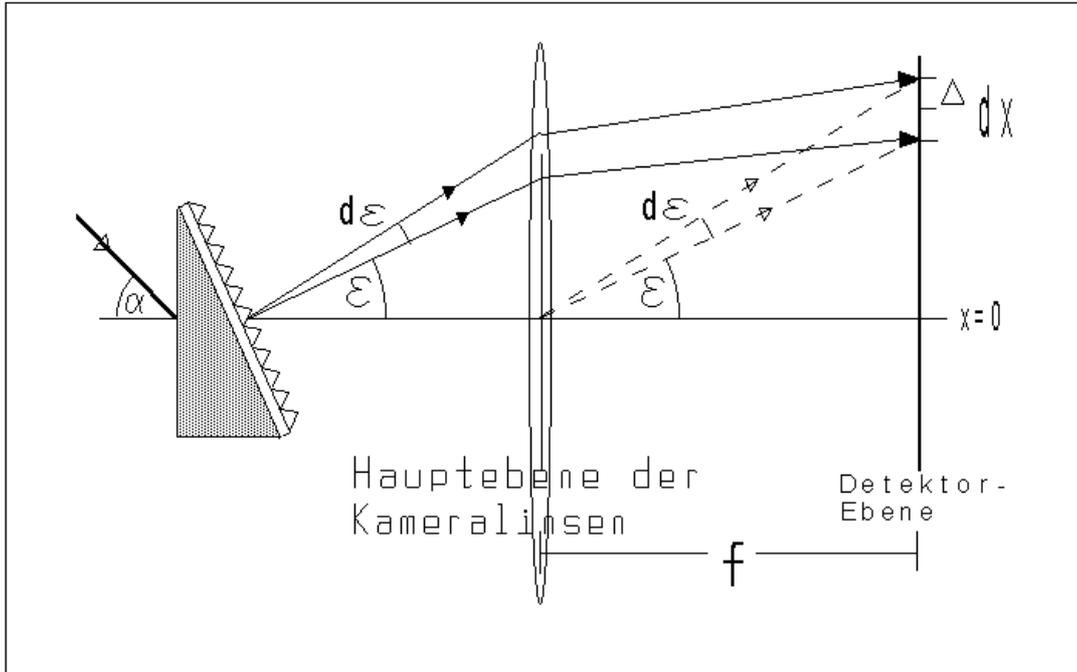
gilt. Diese Funktionen hängen von der Wellenlänge  $\lambda$ , bzw. der Position  $x$  auf dem Detektor, ab.

Die maximal erreichbare Auflösung  $R_{pup}$  durch das Gesamtsystem, ergibt sich aus dem (systemunabhängigen) Auflösungsvermögen  $R$  des Grism, deren Betrag allerdings von der Größe der vorgegebenen Eintrittspupille (d.h. vom Durchmesser  $W_1$  des kollimierten einfallenden Strahls in der Dispersionsebene des Grism) abhängt, wenn der Strahl (wie hier) nicht alle Gitterfurchen des Grism ausleuchtet.

Anschließend werden diese Gleichungen für den speziellen Fall modifiziert, daß das gesamte Grism bezüglich des einfallenden kollimierten Strahlenbündels, innerhalb einer als Spektrograph genutzten Kamera, gekippt wird, um die Möglichkeit einer Kippung der Grisms – wie im Falle CONICA – und die Auswirkungen auf die zu optimierenden Grism-Parameter, in die Diskussion mit einbeziehen zu können.

Für diesen Fall muß nur der Beugungswinkel in den Gleichungen um den Betrag des Kippwinkels des Grism erweitert werden, da in den allgemeinen Formeln von zuvor schon ein beliebiger Einfallswinkel berücksichtigt wurde.

Ein Grund für eine Kippung wäre die Vorbeugung gegen möglicherweise auftretende Mehrfachreflexionen (Geisterbilder) zwischen der Prismen- und Detektor-Oberfläche, wenn diese nicht durch eine Kippung der Kamera-Filter ausgeschlossen werden.



**Abbildung 2.9:** Zur Winkel-Dispersion  $D$  eines Grism, bzw. zur linearen Dispersion  $LD$  des gesamten Grism-Kamera-Systems.

Jedes dispergierende Element (Prisma, Gitter oder Grism) innerhalb eines Spektrometers ist charakterisiert durch seine *Winkel-Dispersion*, welche definiert ist als

$$D = \frac{d\epsilon}{d\lambda},$$

wobei  $d\epsilon$  die Winkeldifferenz<sup>7</sup> zwischen zwei Strahlen der Wellenlängendifferenz  $d\lambda$  ist, welche den Disperser verlassen. Dies ist in Abb. 2.9 speziell für ein Grism, und ein unter beliebigem Winkel  $\alpha$  einfallenden (kollimierten) Strahl, schematisch mit der Dispersionsrichtung in der Zeichenebene dargestellt.

Um die Winkel-Dispersion eines Grism für diesen allgemeinen Fall zu erhalten, muß nur die allgemeine Grism-Grundgleichung (2.14) nach  $\lambda$  differenziert werden:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\lambda} (C(n_p(\lambda)) - \sin(\varphi - \epsilon)) &= \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{m\lambda}{d} \right) \\ \frac{d}{d\lambda} (\sin(\varphi - \epsilon)) &= \frac{dC}{d\lambda} - \frac{m}{d} \\ \cos(\varphi - \epsilon) \frac{d}{d\lambda} (\varphi - \epsilon) &= \frac{dC}{d\lambda} - \frac{m}{d} \end{aligned}$$

<sup>7</sup>Speziell bei einem Grism (oder Gitter) ist es die Beugungswinkel- Differenz

$$\boxed{\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = \frac{1}{\cos(\varepsilon - \varphi)} \left( \frac{m}{d} - \frac{dC}{d\lambda} \right)}, \quad (2.45)$$

mit

$$\frac{dC}{d\lambda} = \frac{n_p \sin \varphi}{\sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha}} \frac{dn_p}{d\lambda},$$

was sich bei kleinem Einfallswinkel ( $\alpha \approx 0$ ) zu  $\frac{dC}{d\lambda} \approx \sin \varphi \frac{dn_p}{d\lambda}$  vereinfacht. Zu diesem  $dC/d\lambda$  wurde später die Dispersion der zu optimierenden Grisms (mithilfe meines Computerprogramms) berechnet.

Da bei einem Grism in der Regel das Gitter das vorwiegend dispergierende Element darstellt, ist der Ausdruck  $\frac{dn_p}{d\lambda}$  sehr klein, so daß der Term  $\frac{dC}{d\lambda}$  in Gleichung (2.45) vernachlässigbar ist, und die **Winkel-Dispersion eines Grism** zu

$$\boxed{D = \frac{d\varepsilon}{d\lambda} \approx \frac{m}{d \cos(\varepsilon - \varphi)}} \quad (2.46)$$

angegeben werden kann.

Die Winkeldifferenz ( $\varepsilon - \varphi$ ), in Gl. (2.46), entspricht gerade dem Beugungswinkel des Strahls, gemessen in Bezug auf die *Gitterebene*. Die Größe  $\frac{d\varepsilon}{d\lambda}$  geht, bei Zunahme dieser Winkeldifferenz auf nahezu 90° Grad, gegen Unendlich, d.h. wenn die Beugungsordnung die Gitteroberfläche streift. Sie ist auch eine Funktion von  $\frac{m}{d}$ , so daß sie umgekehrt proportional zur Gitterperiode  $d$  ist, und bei gleichbleibendem  $d$  zunimmt, wenn man höhere Ordnungen benutzt. Berücksichtigt man noch den zusätzlichen Term  $\frac{dC}{d\lambda}$  in der genaueren Gleichung (2.45), nimmt bei zunehmendem Einfallswinkel  $\alpha$  die Winkel-Dispersion etwas ab.

Die Winkel-Dispersion ist eindeutig ein Parameter des dispergierenden Elements, und ist unabhängig von der Anordnung in welcher es benutzt wird. In der Praxis jedoch, wenn das Element Teil eines optischen Systems ist, ist die *lineare Dispersion*

$$LD = \frac{dx}{d\lambda}$$

für beide charakteristisch; wobei  $dx$  der lineare Abstand zweier Strahlen der Wellenlängendifferenz  $d\lambda$  in der Fokalebene der Kamera-Linsen bedeutet.

Für einen kollimierten, auf den Disperser treffenden Strahl, und einer zum gebeugten Strahl senkrechten Fokalebene des Instruments, ist die **lineare Dispersion** gegeben durch

$$LD = \frac{dx}{d\lambda} = f \frac{d\varepsilon}{d\lambda} = fD, \quad (2.47)$$

mit der Brennweite  $f$  der nachfolgenden Kamera-Optik, und der Winkel-Dispersion  $D$ . Dies wird mithilfe Abb. 2.9 (rechts) deutlich, und gilt allgemein für jeden Disperser: Für den infinitesimalen Winkel  $d\varepsilon$  gilt  $d\varepsilon(\lambda) = \frac{d\varepsilon}{d\lambda} d\lambda = D d\lambda$  und  $d\varepsilon = \frac{dx}{f}$ , und damit folgt die Beziehung (2.47).

Um die **lineare Dispersion des Grism-Spektrometers** zu bekommen, muß daher nur der Ausdruck (2.45) oder (2.46), für die Winkel-Dispersion eines Grism, in (2.47) eingesetzt werden:

$$\boxed{LD = f \frac{1}{\cos(\varepsilon - \varphi)} \left( \frac{m}{d} - \frac{dC}{d\lambda} \right)}, \quad (2.48)$$

bzw. die oft hinreichende Näherung

$$LD \approx f \frac{m}{d \cos\left(\frac{x}{f} - \phi\right)}, \quad (2.49)$$

worin außerdem für kleine Beugungswinkel  $\varepsilon \approx \frac{x}{f}$  gesetzt wurde. Die lineare Dispersion (2.49) ist jetzt für einen gegebenen Fall eine Funktion der Position  $x$  der gebeugten und auf dem Detektor fokussierten Wellenlänge; die Position  $x$  bezieht sich hierbei auf die Detektormitte.

Die Begriffe “spektrale Auflösung“ (“Spectral resolution“) oder “spektrale Reinheit“ (“Spectral purity“), und das “Auflösungsvermögen“ (“Resolving power“), werden in der Literatur dazu verwendet um die Fähigkeit, aufeinanderfolgende Komponenten  $\lambda$  und  $\lambda + \delta\lambda$  eines Spektrums noch trennen zu können, zu beschreiben. Dabei wird der Begriff des Auflösungsvermögens  $R$  immer nur auf ein Beugungsgitter bezogen, während die spektrale Auflösung  $\delta\lambda$  in Bezug auf das gesamte Gitter-System (d.h. Instrument) verwendet wird (vgl. HUTLEY[6] oder MILTON ROY-HANDBOOK[8]).

**Die Definitionen der spektralen Auflösung  $\delta\lambda$  und  $R$ :** ... beziehen sich in der Literatur([6], [8], [5]) auf die Fähigkeit des **Gitter-Systems**, die beiden erzeugten monochromaten Bilder des Eintrittspalts (oder der Eintrittspupille) zweier Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2 = \lambda_1 + \delta\lambda$ , in der Fokalebene und in Dispersionsrichtung des Gitters, noch getrennt wahrzunehmen. Es sei schon an dieser Stelle betont, daß diese Definition der spektralen Auflösung  $\delta\lambda$  eine rein geometrische ist, und nicht die durch die Beugungsbilder des Spalts oder der Pupille begrenzte Auflösung berücksichtigt.

HUTLEY[6] oder das MILTON ROY-HANDBOOK[8] bezeichnen dieses  $\delta\lambda$  als **spektrale Auflösung (oder Auflösungsgrenze) des Systems**, und geben diese Größe *in spektralen Einheiten* (d.h. gewöhnlich in nm) an.

Bei SCHROEDER hingegen wird diese Größe als “spektrale Reinheit“  $\delta\lambda$  definiert, und die zugehörige **dimensionslose Größe**  $R = \lambda/\delta\lambda$  des Systems als **spektrale Auflösung  $R$**  bezeichnet. HUTLEY wiederum bezeichnet dieses Verhältnis  $R$  als **Auflösungsvermögen**, und verwendet es nur in Bezug auf *ein Gitter*, aber nicht auf ein System.

Deshalb wird im weiteren jeweils angegeben, ob unter dem Begriff der spektralen Auflösung die Wellenlängendifferenz  $\delta\lambda$  (=Spektrale Auflösungsgrenze) oder das dimensionslose Verhältnis  $R$  gemeint ist.

Wegen der in der Fachliteratur oft uneinheitlichen und irreführend gegensätzlichen Verwendung dieser Begriffe, werden die im weiteren dieser Arbeit vorkommenden Bezeichnungen für die Auflösung zunächst einmal definiert, bevor sie für den speziellen Fall eines Grism bzw. Kamerasystems mit Grism (=“Grism-System“) angegeben werden.

**Das Auflösungsvermögen  $R$  eines Gitters:** ... ist ein Maß zur Beschreibung des Vermögens (der Fähigkeit) eines Gitters, aufeinanderfolgende Spektrallinien<sup>8</sup> der mittleren Wellenlänge  $\lambda$ , zu trennen. Es wird in der *dimensionslosen Größe*

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (2.50)$$

---

<sup>8</sup>“Linien“ = Abbildungen des Eintrittspalts in den unterschiedlichen Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda + \delta\lambda$  in der Fokalebene.

ausgedrückt, wobei  $\delta\lambda$  die *Auflösungsgrenze* ist, d.h. die kleinste Differenz der Wellenlängen zweier "Linien" gleicher Intensität, welche noch (durch das Gitter) unterschieden werden können. Dies bedeutet, daß dann die Peaks der Beugungsbilder des Eintrittsspalts (oder der Eintrittspupille bei der spaltlosen Methode) zweier Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , für die  $|\lambda_1 - \lambda_2| < \delta\lambda$  gilt, miteinander "verschmelzen" werden, und somit nicht mehr aufzulösen sind.

Wie noch mithilfe des RAYLEIGH-KRITERIUMS und der Grism-Grundgleichung gezeigt werden wird, ergibt sich erwartungsgemäß für das Auflösungsvermögen  $R$  eines *Grism* der gleiche Ausdruck wie für ein gewöhnliches Gitter:

$$R = mN,$$

mit der Beugungsordnung  $m$  und der Gesamtzahl  $N$  der beleuchteten Furchen auf der Gitteroberfläche.

Während das Auflösungsvermögen  $R$  eine physikalische Eigenschaft des Gitters ist, ist die durch ein Gitter-System (Gitterspektrograph) gemessene spektrale Auflösung  $\delta\lambda_{\text{Sys}}$  (oder  $R_{\text{Sys}}$ ) eine Funktion von beiden, d.h. Gitter und Instrument, in dem es eingesetzt wird.

Die Auflösung  $\delta\lambda$  *des Systems* kann daher durch weitere Faktoren begrenzt sein, wie z.B. durch die Größe und Lage des Eintrittsspalts (bzw. des Durchmessers der Eintrittspupille und deren Einfallswinkel) und des Austrittsspalts (oder der Detektor-Elemente), und durch die Bildvergrößerung (d.h. Kamerabrennweite).

**Die pupillenbegrenzte Auflösung  $R_{\text{Pup}}$ :** ... ist in meiner Arbeit definiert als die *maximal* erreichbare *beugungsbegrenzte* Auflösung eines spaltlosen *Gitter-Systems*  $R_{\text{max}}$ , die dem Auflösungsvermögen  $R$  des benutzten Gitters entspricht, welches in diesem Falle seinerseits von der Größe der vorgegebenen Eintrittspupille (d.h. genauer vom Durchmesser  $W_1$  des kollimierten einfallenden Strahls in der Dispersionsebene des Gitters) abhängt, wenn der Strahl nicht alle Furchen des Gitters ausleuchtet. Die dimensionslose Auflösung  $R_{\text{Pup}}$  ergibt sich aus der zugehörigen beugungsbegrenzten spektralen Auflösung  $\delta\lambda_{\text{Pup}}$  durch das Gitter:

$$R_{\text{Pup}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{\text{Pup}}} = R_{\text{max}} = mN.$$

**Die pixelbegrenzte Auflösung oder "Pixelauflösung"  $\delta\lambda_{\text{Pix}}$  (bzw.  $R_{\text{Pix}}$ ):** ... soll die in erster Linie durch die Pixelgröße  $\Delta_{\text{Pix}}$  der Detektorelemente begrenzte Auflösung des *Gitter-Systems*  $\delta\lambda$  beschreiben, mit der die monochromaten Bilder der Eintrittspupille (oder des Eintrittsspalts) zweier Wellenlängen,  $\lambda_1$  und  $\lambda_2 = \lambda_1 + \delta\lambda$ , durch das System in der Fokalebene noch getrennt wahrgenommen werden können.

Der Abstand  $\delta x$  zwischen den Zentren dieser beiden Bilder der Pupille (oder des Eintrittsspalts) in der Fokalebene und in Richtung der Dispersion (vgl. wiederum Abb. 2.9) ist

$$\delta x = x(\lambda + \delta\lambda) - x(\lambda) = LD \cdot \delta\lambda = f \cdot D \cdot \delta\lambda,$$

und entspricht dann gerade der doppelten Pixellänge  $2\Delta_{\text{Pix}}$ , so daß für die Pixel-Auflösung der Ausdruck

$$\delta\lambda_{\text{Pix}} = \frac{\delta\lambda}{2\text{Pixel}} = \frac{2\Delta_{\text{Pix}}}{LD} \quad (2.51)$$

folgt, bzw.

$$R_{pix} = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{pix}} = \lambda \frac{LD}{2\Delta_{pix}}. \quad (2.52)$$

Zur Berechnung der pixelbegrenzten Auflösungsgrenze des Systems wurde, wie oft üblich (siehe SCHROEDER [5]), die doppelte Pixellänge genommen.

Sie hängt damit erwartungsgemäß nicht nur von der Pixelgröße  $\Delta_{pix}$  des Detektors, sondern auch von der bildvergrößernden Wirkung des Gesamtsystems d.h. von der Dispersion  $D$  des Gitters und der Kamerabrennweite  $f$ , ab.

Es sei nochmals betont, daß die Definition der spektralen Auflösung(-sgrenze)  $\delta\lambda_{pix}$  eine rein geometrische ist, und die durch die Beugungsbilder des Spalts oder der Pupille begrenzte Auflösung  $\delta\lambda_{pup}$  nicht berücksichtigt.

Für die Auflösung  $R_{sys}$  des Systems gilt nämlich nach wie vor, daß das Auflösungsvermögen des Gitters  $R$  die größtmögliche obere Grenze bildet

$$R_{sys} = R_{pix} \leq R_{pup} \leq R. \quad (2.53)$$

Der speziell auf das **Grism-System** bezogene Ausdruck für die **pixelbegrenzte Auflösung**  $\delta\lambda_{pix}$  bzw.  $R_{pix}$ , folgt durch Einsetzen der Beziehung (2.48) oder (2.49) für die lineare Dispersion  $LD$  in die Gleichung (2.51) bzw. (2.52).

Die *größtmögliche beugungsbegrenzte spektrale Auflösung*  $R_{pup}$  eines **Grism-Systems**, welche durch das in der Fokalebene abgebildete Beugungsmuster der Eintrittspupille und durch das Auflösungsvermögen des Grism  $R$  vorgegeben ist, wurde bisher noch nicht hergeleitet:

Zu jeweils jedem monochromatischen Bestandteil  $\lambda$  des auf das Grism treffenden kollimierten Strahls mit dem endlichen Durchmesser  $W_1$ , entsteht in der Fokalebene der Kameralinsen des Instruments ein Beugungsbild am Ort  $x(\lambda) \approx f\varepsilon(\lambda)$  auf dem Detektor.

Abbildung 2.10 zeigt den auf das Prisma des Grism treffenden kollimierten Strahl mit endlichem Durchmesser  $W_1$  (die "Eintrittspupille"), der gebrochen wird und nach dem Übertritt ins Gittermaterial bezüglich der Gitterebene die Breite  $L$  hat, bis er schließlich für die Wellenlänge  $\lambda$  in der Beugungsrichtung  $\varepsilon(\lambda)$  das Gitter des Grism mit der Strahlbreite  $W_3$  wieder verläßt.  $W_2$  sei der gemessene Strahldurchmesser in der Prismenebene.

Das nunmehr jetzt durch das parallele Strahlenbündel mit der Breite  $W_3$  in der Fokalebene des Instruments erzeugte Beugungsbild am Ort  $x(\lambda) \approx f\varepsilon(\lambda)$  auf dem Detektor, wird dort durch die Funktion für die Intensität eines Spaltes mit der Breite  $W_3$

$$I_x = I_0 \frac{\sin^2\gamma}{\gamma^2} \quad (\text{FRAUNHOFER'SCHES BEUGUNGSBILD})$$

beschrieben, wobei *hier*  $\gamma$  der Phasenunterschied zwischen der Mitte und dem äußeren Rand des Strahls (gemessen in der Dispersionsebene des Grism, d.h. senkrecht zu den Furchenlinien) darstellt. Das erste Minimum dieser Funktion befindet sich bei  $\gamma = \pi$ , an der Stelle  $x_0$  auf dem Detektor. Um nach dem RAYLEIGH-KRITERIUM gerade noch zwei Wellenlängen auflösen zu können, die sich um  $\delta\lambda$  unterscheiden, muß das Maximum des Beugungsmusters zur Wellenlänge  $\lambda + \delta\lambda$  mit diesem Minimum zur



$$\begin{aligned}
&= \pi L \frac{m}{d} \frac{\delta\lambda}{\lambda} \\
&= \pi.
\end{aligned}$$

Dies ergibt die *maximal erreichbare beugungsbegrenzte Auflösung eines Grism-Systems*,

$$\boxed{R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = m \frac{L}{d} = mN}, \quad (2.55)$$

welche dem **Auflösungsvermögen des Grism** entspricht, und in dieser Formulierung unabhängig von der Pupille, d.h. unabhängig vom Instrument ist, denn  $\frac{L}{d}$  entspricht gerade der Anzahl  $N$  der *beleuchteten* Furchen in der Gitterebene.

Es ergibt sich also für den komplizierteren Fall eines Grism unter schrägem Lichteinfall der gleiche Ausdruck für das Auflösungsvermögen, wie für ein einfaches Strich- oder Reflektionsgitter.

Bei völliger Ausleuchtung der Gitterfurchen durch den einfallenden kollimierten Strahl, hängt somit die beugungsbegrenzte maximal erreichbare Auflösung  $R$  des *Grism-Systems* nicht mehr von irgendwelchen auflösungsbegrenzenden Faktoren der Instrumentierung ab, wie z.B. dem Durchmesser der Eintrittspupille  $W_1$ , sondern nur noch von den gitterspezifischen Größen des Grism, d.h. Gitterbreite  $L$  und Gitterkonstante  $d$ , und von der benutzten Ordnung  $m$ :

$R$  ist dann für eine gegebene Gitterperiode  $d$  und Ordnung  $m$  direkt proportional zur Gitterbreite  $L$  des Grism, so daß für hochauflösende spektrale Beobachtungen größere Grisms verwendet werden müssen. Der erste Ausdruck für  $R$  in Gleichung (2.55) läßt erkennen, daß es möglich ist, eine gleich hohe Auflösung mithilfe eines groben Gitters unter Benutzung einer hohen Ordnung zu erreichen, wie bei einem feineren Gitter in der ersten Ordnung. Daß sich schließlich das Auflösungsvermögen  $R$  des Grism aus dem Produkt von Ordnung  $m$  und Gesamtzahl  $N$  der (beleuchteten) Gitterfurchen berechnen läßt, bedeutet, daß die Auflösung des Grism *unabhängig* von der Gitterkonstante ist.

Um nun die **pupillenbegrenzte Auflösung**  $R_{Pup}$  herzuleiten, muß zunächst die vom Strahlenbündel beleuchtete Teillänge  $L$  des Gitters, bezüglich der in Abb. 2.10 dargestellten Zeichenebene, in Abhängigkeit vom Pupillendurchmesser  $W_1$  ausgedrückt werden.

Dies geschieht wiederum ganz einfach mithilfe der für diesen Fall modifizierten Abb. 2.2, und dem Brechungsgesetz (2.2) an der Prismenoberfläche:

$$\begin{aligned}
W_1 &= W_2 \cos \alpha \\
\overline{BD} &= W_2 \cos \beta \\
\overline{BD} &= \overline{EG} \\
\overline{EG} &= L \cos \gamma \\
&= L \cos (\varphi + \beta)
\end{aligned}$$

und somit

$$L(W_1) = \frac{W_1}{\cos \alpha} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \sin^2 (\varphi + \beta)}} = \frac{W_1}{\cos \alpha} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - (C^2/n_p^2)}}, \quad (2.56)$$

unter Zuhilfenahme der Relation (2.10):  $\sin (\varphi + \beta) = C/n_p$ .

Bei einer (anfänglich) *kreisförmigen* Pupille mit Durchmesser  $W_1$ , muß man jedoch berücksichtigen, daß die Teillänge  $L'$  ( $W'$ ), bezüglich irgend einer parallelen, unterhalb oder oberhalb zur Zeichenebene

von Abb. 2.10 liegenden Schnittebene durch das nun i.allg. *ellipsenförmige*, das Grism verlassende Strahlenbündel (mit der Halbachse  $L/2$  in der Zeichenebene, und der Halbachse  $W_1/2$  bezogen auf die dazu *senkrecht* stehende und parallel zur Gitterebene aus der Abb.2.10 herausragenden Ebene<sup>9</sup>), mit der Strahlausdehnung in der Höhe  $W'_1$  variiert, d.h. abnimmt:  $L' < L$ .

Um daher den genauen Ausdruck für die vom Pupillendurchmesser  $W_1$  abhängige Auflösung  $R_{Pup}$  zu erhalten, müssen zunächst *all* diese Teillängen  $L'$  bezüglich *aller* parallelen Schnittebenen durch den Strahl, die *senkrecht* zu den Furchenlinien des Grismgitters liegen, über die gesamte Strahlhöhe  $W_1$  (von  $W' = -(W_1/2)$  bis  $W' = +(W_1/2)$ ) *gemittelt*,

$$\bar{L} = \frac{\int_{-(W_1/2)}^{+(W_1/2)} \int_{-(L/2)}^{+(L/2)} L'(W') \cdot dW' \cdot dL'}{W_1}, \quad (2.57)$$

und dieser Ausdruck für  $\bar{L}$ , anstelle von  $L$ , in Gl. (2.55) eingesetzt werden.

Das Doppelintegral in Gl. (2.57) entspricht ja gerade der Fläche einer Ellipse mit den Halbachsen  $a = (W_1/2)$  und  $b = (L/2)$ , d.h. dem Betrag  $\pi \cdot (W_1/2) \cdot (L/2)$ , so daß aus der Mittelungsgleichung (2.57)

$$\bar{L} = \frac{\pi}{4} \cdot L$$

folgt; mit der in der Zeichenebene von Abb. 2.10 dargestellten beleuchteten Teillänge  $L$  des Gitters, welche durch Gl. (2.56) schon berechnet wurde.

Die von der Eintrittspupille mit dem Durchmesser  $W_1$  vorgegebene **pupillenbegrenzte spektrale Auflösung**  $R_{Pup}$  lautet dann

$$R_{Pup}(W_1) = \frac{m}{d} \bar{L} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{m}{d} \frac{W_1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - (C^2/n_p^2)}}. \quad (2.58)$$

Diese Auflösung  $R_{Pup}$  – bezogen auf eine *kreisförmigen* Pupille – ist also, gegenüber derjenigen bezüglich einer rechteckigen (quadratischen) Pupille, um den Faktor  $\pi/4$  kleiner.

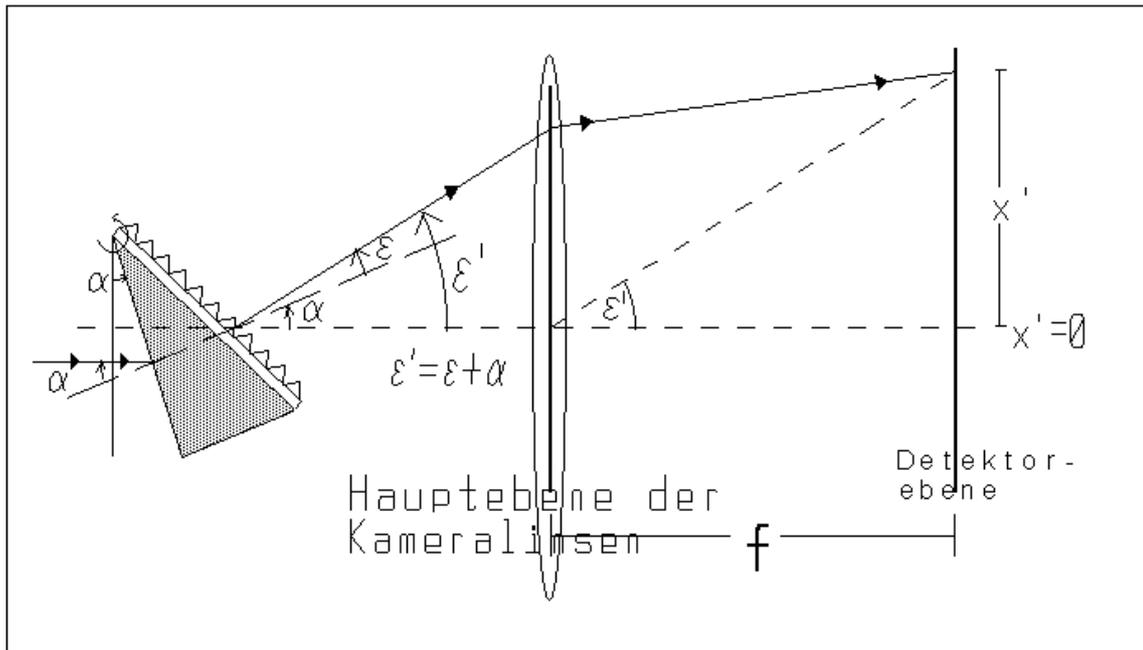
### 2.2.7 Die transformierten Grism-Gleichungen einer speziellen Systemanordnung

Die zu Beginn des vorigen Abschnitts angekündigte Transformation der Grism-Gleichungen für ein System, in dem das Grism wie in Abbildung 2.11 bezüglich des einfallenden Kollimatorstrahls um den Winkel  $\alpha$  gekippt ist, erfolgt nun einfach durch Substitution des Winkels  $\varepsilon$  mit der Winkeldifferenz ( $\varepsilon' - \alpha$ )

$$\varepsilon \rightarrow \varepsilon' - \alpha,$$

denn es gilt ja  $\varepsilon' = \varepsilon + \alpha$ , wobei  $\varepsilon'$  jetzt der Beugungswinkel im transformierten System darstellt. Die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  z.B., fällt dann auf die Detektormitte bei  $x' = 0$ .

<sup>9</sup>Denn die Höhe  $W_1$  des Strahlenbündels in der Gitterebene bleibt für den abgebildeten Fall einer mit der Zeichenebene identischen Einfallsebene (nach Snellius) konstant.



**Abbildung 2.11:** Zur Transformation der Grism-Systemgleichungen für ein bezüglich des einfallenden kollimierten Strahls, bzw. bzgl. der optischen Achse des Kamerasystems, um den Winkel  $\alpha$  gekipptes Grism.

Im Anschluß werden *nur* die sich bezüglich dieses neuen Systems ändernden bisherigen Grism-Gleichungen, nochmals explizit angegeben.

Die Blaze-Funktion  $BF(m, \lambda)$  auf Seite 25, z.B., ist von einer Änderung nicht betroffen, da sich diese nur auf die Wellenlänge bezieht, und der systembezogene Beugungswinkel  $\varepsilon(\lambda)$  mithilfe der Grism-Grundgleichung eliminiert wurde.

### Modifizierte Grism-Gleichungen für diese spezielle Anordnung

**Die Grism-Grundgleichung:** ... für die neu definierte Beugungsrichtung  $\varepsilon'$  der Wellenlänge  $\lambda$  lautet dann

$$\varepsilon' = \varepsilon + \alpha = \left[ \varepsilon'(m, \lambda) = \varphi - \arcsin \left( C(\alpha, \varphi, n_p(\lambda)) - \frac{m\lambda}{d} \right) + \alpha \right]. \quad (2.59)$$

**Die Winkel-Dispersion des Grism:** ... ergibt sich einfach aus der Beziehung (2.45) bzw. der Näherung (2.46) durch Einsetzen des Winkels  $(\varepsilon' - \alpha)$  für  $\varepsilon$  im Argument des Cosinus, denn für die linke Seite der Gleichung (2.45) gilt

$$\frac{d\varepsilon'}{d\lambda} = \frac{d\varepsilon}{d\lambda},$$

da  $\alpha$  eine additive Konstante ist:

$$D' = \frac{d\varepsilon'}{d\lambda} = \frac{1}{\cos(\varepsilon' - \alpha - \varphi)} \left( \frac{m}{d} - \frac{dC}{d\lambda} \right). \quad (2.60)$$

Ebenso folgt für die Näherung

$$D' \approx \frac{m}{d \cos(\varepsilon' - \alpha - \varphi)}. \quad (2.61)$$

**Die lineare Dispersion des Grism-Systems:** ... ändert sich natürlich entsprechend mit der Winkel-Dispersion  $D'$ , denn auch hier gilt

$$LD' = \frac{dx'}{d\lambda} = f \frac{d\varepsilon'}{d\lambda} = f D'$$

und damit für die Näherung

$$LD' \approx f \frac{m}{d \cos\left(\frac{x'}{f} - \alpha - \varphi\right)}, \quad (2.62)$$

in Abhängigkeit von der Position  $x'(\lambda) \approx f\varepsilon'(\lambda)$  auf dem Detektor.

**Die pixelbegrenzte Auflösung  $R_{Pix}$  bzw.  $\delta\lambda_{Pix}$  des Grism-Systems:** ... berechnet sich mithilfe dieses Ausdrucks  $LD'$  für die lineare Dispersion, und der Gleichung (2.52) bzw. (2.51).

Um die Funktion

$$R_{Pix}(x') = \lambda \frac{LD'}{2\Delta_{Pix}} \quad (2.63)$$

in Abhängigkeit von der Position  $x'$  auf dem Detektor auszudrücken, muß nur noch die Wellenlänge  $\lambda$  als Funktion von  $x'$  dargestellt werden, was mithilfe der obigen transformierten Grism-Grundgleichung gelingt, wenn man sie nach  $\lambda$  auflöst:

$$\lambda(x') = \frac{d}{m} \left( C(n_p(\lambda)) - \sin\left(\frac{x'}{f} - \alpha - \varphi\right) \right). \quad (2.64)$$

Da in dieser Funktion der Term  $C$  genauso von  $\lambda$  abhängt, wurde mit meinem Computerprogramm die Wellenlänge  $\lambda(x')$  – an der jeweiligen Stelle  $x'$  auf dem Detektor – iterativ berechnet, mit der Geradeaus-Wellenlänge als Startwert.

## 2.2.8 Folgerungen aus der Bedingung für die größtmögliche Auflösung $R$ eines Grism-Systems

Aus der Bedingung (2.53)

$$R_{Pix} \leq R_{Pup}$$

für die maximal erreichbare Auflösung  $R_{max} = R_{Pup}$  eines Grism-Systems folgt, unter Verwendung der Beziehung (2.58) und (2.63) für die pupillenbegrenzte und pixelbegrenzte Auflösung  $R_{Pup}$  bzw.  $R_{Pix}$ , bezogen auf die transformierten Detektorkoordinaten  $x'$ , die Ungleichung

$$f \cdot \lambda(m, x') \leq 2 \cdot L(W_1) \cdot \Delta_{Pix} \cos\left(\frac{x'}{f} - \alpha - \varphi\right) = (f \cdot \lambda)_{max}. \quad (2.65)$$

Mit ihr kann man die Kamera-Brennweite  $f_{max}$  ermitteln, mit der die größtmögliche Auflösung  $R_{Sys} = R_{Pup}$  des Grism-Systems (für eine bestimmte Ordnung  $m$  am Ort  $x'$  auf dem Detektor) erreicht ist,

und oberhalb derer die Auflösung  $R_{Pix}$  nicht mehr größer werden kann, wenn die restlichen System-Parameter ( $W_1, \Delta_{Pix}, \alpha, \varphi$ ) schon fest gewählt sind:

$$f < f_{max} = f_{max}(m, x') = 2 \frac{L(W_1) \cdot \Delta_{Pix}}{\lambda(m, x')} \cos\left(\frac{x'}{f} - \alpha - \varphi\right). \quad (2.66)$$

Genauso läßt sich aus (2.65) eine obere **Grenz-Wellenlänge**  $\lambda_{max}$  zu gegebener Brennweite  $f$  bestimmen, ab welcher die Auflösung des Systems nicht größer sein kann als  $R_{Pup}$ . Zum Beispiel folgt für die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  zu einer Ordnung  $m$ , bei  $x' = 0$ ,

$$\lambda_G \leq 2 \frac{L \Delta_{Pix}}{f} \cos(\alpha + \varphi_G) = \lambda_{Gmax}(m). \quad (2.67)$$

Verwendet man das Grism auch noch in höheren Ordnungen  $m' > m$ , und wurde die Bedingung  $f < f_{max}$  schon für die Geradeaus-Wellenlänge in der Ordnung  $m$  erfüllt, so folgt mit der Überlegung (2.19) auf Seite 20

$$\lambda_G(m') \approx \frac{m}{m'} \lambda_G < \lambda_G,$$

daß bei unveränderter Anordnung die zugehörigen Geradeaus-Wellenlängen *alle zunehmend unterhalb* der Grenz-Wellenlänge  $\lambda_{Gmax}(m)$  liegen, für die die Bedingung  $R_{Sys} = R_{Pix} \leq R_{Pup}$  ausreichend erfüllt ist.

Diese Tatsache ist auch nicht verwunderlich, wenn man bedenkt, daß dann näherungsweise

$$R_{Pix} \propto \lambda \cdot LD' \propto m \cdot \lambda = \text{konstant} \quad (2.68)$$

(vgl. (2.63) u. (2.62)) gilt, d.h. die Auflösung  $R_{Pix}$  des Systems auch bei Verwendung höherer Ordnungen als  $m$  (bei gleichbleibender Brennweite  $f$ ) etwa konstant bleibt.

Zu den verschiedenen wählbaren Brennweiten  $f$  eines Kamerasystems mit Grism, kann man jetzt mithilfe der Gl. (2.67) eine **absolute** von der Ordnung unabhängige **obere Grenze**  $\lambda_{Gmax}$  für die Geradeaus-Wellenlänge des Systems angeben, oberhalb deren man keine höhere Auflösung als  $R_{Sys} = R_{Pup}$  erzielen kann.

Es mag vielleicht bei diesen Herleitungen der Ungleichungen bzw. Grenzgrößen  $f_{max}$  und  $\lambda_{max}$  zunächst überraschen, daß sich die Ordnung  $m$  herauskürzt, und diese Größen nicht direkt von  $m$  abhängen. Dies stimmt jedoch nur dann, wenn man sich für die Verwendung *einer* bestimmten Ordnung  $m$  schon entschieden hat. Ansonsten hängt die Wellenlänge  $\lambda$  natürlich über die Grism-Grundgleichung (2.59) von der betrachteten Ordnung ab, was in der obigen Darstellung deutlich gemacht wurde durch die Bezeichnung  $\lambda(m, x')$ .

## 2.2.9 Verhinderung von Mehrfachreflektionen der Geradeaus-Wellenlänge

### (a) ... durch Kippung des Grism (Bestimmung des Mindest-Kippwinkels $\alpha_{min}$ ):

Wird das Grism im Strahlengang des Kollimators *nicht* um einen Winkel  $\alpha$  gekippt, so besteht die Gefahr, daß die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  an der Detektoroberfläche bei  $x' = 0$  zum Teil in sich zurückreflektiert wird. Der zurückreflektierte Strahl der Wellenlänge  $\lambda_G$  kann dann ungehindert das Gitter in umgekehrter Richtung wieder passieren, da ja die Grism-Grundgleichung gerade auch für

die umgekehrte Strahlrichtung von  $\lambda_G$  erfüllt ist, so daß der Strahl an der Prismenfläche nochmals senkrecht auftrifft, innerhalb des Prismas z.T. reflektiert wird, und schließlich wieder auf den Detektor bei  $x' = 0$  fällt.

Um solche störende Mehrfachreflektionen zu verhindern oder abzuschwächen, kann man das Grism um mindestens den Winkel  $\alpha_{min}$  kippen (vergleiche die zugehörige Systemanordnung in Abb. 2.11 und den Strahlengang durch ein Grism in Abb. 2.2 bzw. 2.3 für  $\lambda_G$ ; es gelten hier die gleichen Winkelbezeichnungen): Die im Innern des Grism, z.T. an der Prismenfläche reflektierte Wellenlänge  $\lambda_G$ , bildet *jetzt* nach dem Reflexionsgesetz den Winkel  $-\beta (\neq 0)$  mit dem Lot dieser Fläche, wobei dieser Winkel betragsmäßig genau dem Brechungswinkel  $\beta$ , des zu Beginn unter dem Winkel  $\alpha$  einfallenden Strahls, entspricht; er folgt daher mithilfe des Brechungsgesetzes (2.2) aus dem Einfalls- bzw. Kippwinkel  $\alpha$

$$\sin \beta = \frac{1}{n_p} \sin \alpha \quad .$$

Der Strahl mit der Wellenlänge  $\lambda_G$  verläßt dann wieder das Gitter des Grism mit der *Hauptintensität* in näherungsweise der (Beugungs-) Richtung

$$\epsilon' \approx 2 \cdot \beta \approx 2 \cdot \alpha \quad ;$$

diese Näherung ist für kleine Winkel  $\alpha$ , und für Brechzahlen  $n_p \approx (1 \cdots 2) \approx n_g$  des Prismas, gut erfüllt. Der übrige Teil der Intensität von  $\lambda_G$  verteilt sich ungehindert auf die restlichen Beugungsordnungen  $m$ , links und rechts von  $\epsilon'$ . Es läßt sich somit nicht ganz verhindern, daß ein gewisser Teil der Intensität wieder auf den Detektor trifft.

Mit der Beziehung

$$\tan \epsilon' = \frac{x'}{f},$$

und der Detektorlänge  $L_{Det}$  in Dispersionsrichtung, folgt dann der Mindest-Kippwinkel  $\alpha_{min}$  des Grism, unter dem die Hauptintensität der reflektierten Wellenlänge  $\lambda_G$  gerade auf den äußeren Rand des Detektors (bei  $x' = (L_{Det}/2)$ ) gelenkt wird:

$$\tan (2 \alpha_{min}) \approx \frac{L_{Det}}{2f}$$

oder

$$\boxed{\alpha_{min} \approx \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{L_{Det}}{2f} \right)} \quad (2.69)$$

Damit wird bei Kippwinkeln mit  $\alpha \gg \alpha_{min}$  der Strahl  $\lambda_G$  nicht zum wiederholten Male auf den Detektor treffen, sondern weiter nach außen abgelenkt (gebeugt) werden.

Bei mehreren zur Verfügung stehenden Kamera-Brennweiten und Detektoren unterschiedlicher Größe, wird man mindestens den Kippwinkel  $\alpha_{min}$  zur größten Detektorlänge  $L_{Detmax}$  und kleinsten Brennweite  $f_{min}$  wählen.

Für einen 512x512-Pixel-Detektor mit der Pixelgröße  $\Delta_{pix} = 30\mu m$  und der kleinsten Brennweite  $f_{min} = 80mm$ , ergibt sich dann der Mindest-Kippwinkel von

$$\alpha_{min} \approx 2.7^\circ \quad .$$

Eine Kippung der Grisms, um etwa  $\alpha \approx 3^\circ$ , ist daher im Falle von CONICA ratsam, wenn diese Mehrfachreflektionen nicht anders vermieden werden können.

**(b) ...durch Kippung der Filter (vor dem Grism) und Vergütung der Prismenoberfläche (des Grism):**

Damit der von außen auf das Prisma des Grism treffende (kollimierte) Strahl nicht wieder z.T. reflektiert wird, bevor er überhaupt ins Innere des Grism gelangt, wird die Prismenoberfläche in der Regel immer für Wellenlängen im Bereich der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  antireflex-beschichtet. Kippt man deshalb das Grism im Strahlengang des Kollimators *nicht* ( $\alpha \approx 0$ ), verläßt die z.T. an der Detektoroberfläche reflektierte Geradeaus-Wellenlänge ungehindert (ohne Teilreflektion an der inneren Prismenfläche) auch wieder das Grism, und kann dann mittels **Kippung der** vor dem Grism positionierten **Filter** (in CONICA), um mindestens den Betrag

$$\alpha_{min} = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{L_{Det}}{2f} \right),$$

aus dem Strahlengang entfernt werden.<sup>10</sup>

Diese Lösung des Problems ist natürlich die bessere, sollte sich im weiteren der Diskussion eine Kippung der Grisms (in CONICA) aus anderen physikalischen Gründen zur Optimierung als nicht erforderlich herausstellen.

**2.2.10 Die Fresnelschen Formeln (Reflektionsverluste) und die gesamte optische Grism-Effizienz**

Die optische absolute Effizienz eines Grism wird nicht nur durch den geometrischen Transmissionsfaktor  $T_{geom}$  des Gitters, sondern auch durch die polarisationsabhängigen Fresnelschen Reflektionsverluste  $T_F$  an jeder dielektrischen Grenzfläche beeinflusst.

Ohne eine Antirefleksionsbeschichtung lautet der s- und p-Transmissionsfaktor<sup>11</sup> an der Grenzfläche Prisma-Replicagitter (s. z.B. BORN[9])

$$T_{Sp-g}(\gamma, \delta) = 1 - \left( \frac{\sin(\gamma - \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} \right)^2, \quad (2.70)$$

und

$$T_{Pp-g}(\gamma, \delta) = 1 - \left( \frac{\tan(\gamma - \delta)}{\tan(\gamma + \delta)} \right)^2. \quad (2.71)$$

Entsprechende Transmissionsfaktoren (d.h.  $T_S(\alpha, \beta)$  und  $T_P(\alpha, \beta)$ ) würden auch für die Grenzschicht zwischen Luft und Prisma gelten, wenn dort keine Beschichtung aufgebracht werden würde; jedoch ist für die äußere Prismenoberfläche der Grisms generell eine AR-Beschichtung vorgesehen, da diese immer effektiv und unproblematisch zu realisieren ist (s. Diskussion in Abschnitt 2.4). Deshalb wurde dort ein optimaler Transmissionsfaktor von  $T_{L-P} = 1$  angenommen. Dies kann auch in der Umgebung zu einer für den betreffenden Grism-Typ gewünschten und realisierten Geradeaus-Wellenlänge näherungsweise erreicht werden.

<sup>10</sup>Für diesen Fall ergibt sich somit dieselbe Beziehung (2.69), jedoch jetzt sogar mit Gleichheitszeichen.

<sup>11</sup>(“s“ bedeutet die E-Feld-Komponente *senkrecht* zur Einfallsebene, und “p“ *parallel* dazu)

Der mit dem Brechungsgesetz (2.2)  $n_p \sin \beta = \sin \alpha$  (d.h. mit dem Grism-Programm) aus dem Einfallswinkel  $\alpha$  des Strahls, bzw. Kippwinkel des Grism, berechnete Brechungswinkel  $\beta$ , bleibt auch bei einer AR-Beschichtung der gleiche. Damit bleibt der in Abb. 2.2 und 2.4 dargestellte gesamte Strahlengang durch ein Grism auch weiterhin unverändert: Eine zwischen der Grenzfläche Luft-Prisma "geschobene" Beschichtung beliebiger Dicke und mit einem zum Prisma unterschiedlichen Brechungsindex  $n_{AR}$ , ändert die Ausbreitungsrichtung des gebrochenen Strahls im Prisma (des Grism) nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz überhaupt nicht, denn es gilt dann

$$\sin \alpha = n_{AR} \sin \alpha' \quad \text{und} \quad n_{AR} \sin \beta' = n_p \sin \beta,$$

mit  $\beta' \equiv \alpha'$  und damit

$$\sin \alpha = n_{AR} \sin \alpha' = n_p \sin \beta,$$

was mit Gl. (2.2) identisch ist.  $\alpha'$ , bzw.  $\beta'$ , ist der Brechungswinkel im Beschichtungsmaterial mit dem Index  $n_{AR}$ .

Die Brechwinkel  $\gamma$  und  $\delta$  in den Formeln (2.70) und (2.71) für die Transmissionsfaktoren beim Übergang vom Prisma zum Replica-Gitter (s. Abb. 2.4), ergeben sich aus den Brechungsgesetzen (2.2) und (2.3), und der Winkelbeziehung (2.4)  $\gamma = \varphi + \beta$

$$\gamma = \gamma(\alpha) = \arcsin \left( \frac{1}{n_p} \sin \alpha \right) + \varphi, \quad (2.72)$$

und

$$\delta = \delta(\gamma(\alpha)) = \arcsin \left( \frac{n_p}{n_g} \sin \gamma(\alpha) \right). \quad (2.73)$$

An der Grenzfläche Gitter-Luft jedoch, ist es fraglich, ob die Fresnel-Formeln überhaupt anwendbar sind, denn diese gelten eigentlich nur bei der *Brechung* einer elektromagnetischen Welle in ein anderes Medium, wohingegen die Richtung des Austrittsstrahls bei einem Grism nicht durch das Phänomen der Brechung, sondern eher durch die *Beugung* des Strahls am Gitter bestimmt wird.

Da aber, wie schon auf Seite 23 ausführlich beschrieben, das Brechungsgesetz an jedem *einzelnen* Mikroprisma des Gitters, durch die Blazeppeak-Bedingung (2.28)  $n_g \sin i = \sin \eta$ , bei der Blazewellenlänge  $\lambda_B$  (und zur Blazordnung  $m_B$ ) für den *gebeugten* Strahl erfüllt ist, gelten *dort* die mit den Fresnel-Formeln

$$T_{S_{g-l}}(i, \eta) = 1 - \left( \frac{\sin(i - \eta)}{\sin(i + \eta)} \right)^2, \quad (2.74)$$

und

$$T_{P_{g-l}}(i, \eta) = 1 - \left( \frac{\tan(i - \eta)}{\tan(i + \eta)} \right)^2 \quad (2.75)$$

berechneten Werte der Transmissionsfaktoren.

Der vom Einfallswinkel  $\alpha$  und der Wellenlänge  $\lambda$  abhängige Winkel  $i$ , an den einzelnen Facetten der Furchen, wird mithilfe von Gl. (2.31)

$$\sin i(\alpha) = \frac{1}{n_g} \left( \sin \Theta \sqrt{n_g^2 - C^2(\alpha, \varphi, n_p)} - C(\alpha, \varphi, n_p) \cos \Theta \right)$$

berechnet; für die Blaze-Wellenlänge sind die Werte  $n_g = n_g(\lambda_B)$  und  $C(n_p(\lambda_B))$  einzusetzen.

Den Beugungswinkel  $\eta_B$  der Blaze-Wellenlänge, in den Formeln (2.74) und (2.75), erhält man dann aus der Blazepeak-Bedingung (2.28)

$$\sin \eta_B = n_g \sin i(\alpha, \lambda_B).$$

Weil in Richtung der Blaze-Ordnung  $m_B$  (d.h. hier in Geradeaus-Richtung  $\varepsilon \approx -\alpha$ ) alle Beugungswinkel  $\varepsilon(m_B, \lambda)$  der restlichen (interessanten) Wellenlängen  $\lambda$ , für welche die Blaze-Funktion  $BF(m_B, \lambda)$  in der Nähe der Blaze-Wellenlänge vergleichbar große Werte ( $\approx 1$ ) annimmt, ebenfalls sehr dicht um die Blaze-Richtung  $\varepsilon_B$  (bzw.  $\eta_B$ ) herum liegen, ist es gerechtfertigt, die Transmissionsfaktoren zu den übrigen Wellenlängen der Blaze-Ordnung (an der Gitter-Luft-Grenzfläche) durch die berechneten mittleren Werte aus den Fresnel-Formeln (2.74) und (2.75) anzunähern, d.h. durch  $T_S(i, \eta_B)$  und  $T_P(i, \eta_B)$ .

Schließlich lauten die endgültigen Fresnel-Transmissionsfaktoren  $T_S$  bzw.  $T_P$  (für die verschiedenen Polarisationsrichtungen) für ein Replica-Grism mit einer optimal vergüteten äußeren Prismenoberfläche:

$$T_S = T_{Sp-g}(\gamma, \delta) \cdot T_{Sg-l}(i, \eta_B), \quad (2.76)$$

und

$$T_P = T_{Pp-g}(\gamma, \delta) \cdot T_{Pg-l}(i, \eta_B). \quad (2.77)$$

Für unpolarisiertes Licht ist die mittlere Fresnel-Transmission dann

$$\overline{T}_F = \frac{T_S + T_P}{2}, \quad (2.78)$$

und die **gesamte optische Effizienz  $T_{\text{Eff}}$  des Grism** berechnet sich aus

$$T_{\text{Eff}} = \overline{T}_F(\alpha, \lambda) \cdot BF_{\text{ges}}(m, \lambda), \quad (2.79)$$

mit der Blaze-Funktion  $BF_{\text{ges}}(m, \lambda)$  (2.32) auf Seite 25.

### 2.2.11 Funktionsweise des Grism-Programms

Mithilfe der hergeleiteten exakten Grism-Gleichungen wurden mehrere Computerprogramme in ANSI-C geschrieben, wovon das umfangreichste und wichtigste Grism-Programm, mit dem die Effizienz-Kurven und die Pixelauflösungs-Kurven der verschiedenen optimierten Grisms bzw. Grism-Systeme (in Abschnitt 2.5.4 und 2.5.5, s. Seite 127ff) berechnet wurden, im Anhang B abgedruckt ist. Es ist sowohl für direkt ge-ruled-e, einteilige Grisms, als auch für Replica-Grisms geeignet:

Zuerst erfolgt die Eingabe des Prismen- und Gittermaterials des Grism, wobei etliche in Frage kommende IR-Materialien zur Auswahl stehen, deren Dispersionsformeln zuvor größtenteils selber mithilfe der Methode der kleinsten Quadrate und der Sellmeier- bzw. Herzberger-Gleichung, aus den Brechungsindex-Angaben der Herstellerfirmen, berechnet wurden, wenn diese nirgends zu finden waren. Dies galt vor allem für das Gittermaterial der Replica-Grisms: Harz. (Hier lagen außerdem nicht einmal die Brechungsindex-Werte für Wellenlängen größer als  $1.3\mu\text{m}$  vor.)

Danach kann die gewünschte Furchendichte (pro mm) des Gitters und der Kippwinkel des Grism eingegeben werden. Außerdem besteht jetzt die Möglichkeit eine gewünschte Geradeaus-Wellenlänge

$\lambda_G$  und deren zugehörige Ordnung  $m$  anzugeben, die zugleich auch die Blaze-Wellenlänge sein soll. Danach erscheint auf der Konsole der erforderliche Prismen-, und optimale Blaze-Winkel (=Hauptfacetten-Winkel, oder erster Furchenwinkel). Bei einem direkt linierten Grism aus einem Material sind diese beiden Winkel erwartungsgemäß identisch.

Im nächsten Schritt wird danach gefragt, ob man einen anderen Blaze-Winkel für die weiteren Berechnungen vorgeben möchte. Wenn nicht, wird der berechnete optimale Blaze-Winkel für die weiteren Berechnungen herangezogen; wenn doch, hat man die Möglichkeit einen anderen Blaze-Winkel vorzugeben.

Dieser letzte Fall wird wichtig, wenn man überprüfen möchte, ob ein schon vorgefertigtes Master-Gitter mit einem bestimmten vorgegebenen Blaze-Winkel im Beugungsgitter-Katalog (von Milton Roy) zur Herstellung des entsprechenden gewünschten Grism-Typs als *Replica-Grism* in Frage kommt. Anschließend wird dann die aus dem (eingegebenen) Blaze-Winkel folgende Blaze-Wellenlänge berechnet. (Sie unterscheidet sich natürlich nur dann von der zu Beginn eingegebenen gewünschten Blaze-Wellenlänge, wenn nachträglich ein anderer Blaze-Winkel, als der optimale, eingegeben wurde.)

Das Programm läßt die Wahl einer beliebig dreieckigen Furchenform zur Berechnung der exakten Effizienz zu. Möchte man keine rechtwinklige Furchenform annehmen, kann auch ein zweiter Furchenwinkel (=Nebenfacetten-Winkel) eingegeben werden.

Nach der anschließenden Eingabe der gewünschten Kamera-Brennweite, der Detektorgröße und des Pupillendurchmessers, berechnet das Programm für den beliebig eingegebenen Fall sowohl die Blaze-Funktion  $BF(m, \lambda)$  bzw. die Effizienz  $T_{Eff}(m, \lambda)$ , als auch die lineare Dispersion  $LD(m, x')$ , und die pixelbegrenzte  $R_{Pix}(m, x')$  (bzw.  $\delta_{Pix}(m, x')$ ) und pupillenbegrenzte spektrale Auflösung  $R_{Pup}$  für die vorgegebene Ordnung  $m$ , in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  bzw. der Position  $x'$  auf dem Detektor. Dabei werden die Ergebnisse in Form einer Tabelle in verschiedene Files geschrieben, die das Programm erzeugt. Über den Tabellen stehen noch einmal zusammengefaßt die eingegebenen Grism-Parameter, die zur Berechnung der Tabelle nötig waren, und einige weitere Ergebnisse.

Die Reflektionsverluste an den verschiedenen Grenzflächen der Grism-Materialien (Prisma→Gitter, Gitter→Luft, bei Replica-Grisms) werden bei der Berechnung der absoluten Effizienz  $T_{Eff}(\lambda)$  berücksichtigt, indem die entsprechenden wellenlängenabhängigen Fresnelschen Transmissionsfaktoren zuerst einzeln berechnet, und anschließend mit den zuvor bestimmten, vor allem durch die Furchengeometrie bedingten Blaze-Funktionswerten  $BF(\lambda)$  multipliziert werden. Die einzelnen Transmissionsfaktoren erscheinen außerdem in einer weiteren Tabellenspalte.

Während des Programmablaufs besteht die Wahlmöglichkeit, selbst einen bestimmten Wellenlängenbereich zur Berechnung der Effizienz einzugeben; d.h. einen bestimmten Bereich der Effizienzkurve vergrößert darzustellen. In diesem Falle – wie auch im allgemeinen – wird nur für diejenigen Wellenlängen die Effizienz berechnet, die tatsächlich auch in der gegebenen Beugungsordnung auf den Detektor fallen. Die restlichen Effizienzwerte werden von einer Berechnung abgeschnitten.

Zum Schluß hat man die Wahl, den verschiedenen Ausgabe-Datenfiles Namen zu geben; ansonsten benennt das Programm sie selbst.

Schließlich können alle gespeicherten Tabellenwerte mithilfe eines Plot-Programms graphisch dargestellt werden; z.B. die Effizienz-Kurve in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

## 2.3 Vorläufige Optimierung der Grism-Parameter

### 2.3.1 Vereinfachte Grism-Systemgleichungen (Näherungen)

Um eine *vorläufige* und grobe Optimierung der physikalischen Parameter eines gesamten Grism-Satzes zu ermöglichen, der die verschiedenen IR-Fenster der Atmosphäre (von ca. 1-5 $\mu\text{m}$ ) vollständig mit zwei unterschiedlichen spektralen Auflösungen  $R$  des Systems (etwa  $R=300$  und  $600$ ) "ausfüllen" soll, werden zunächst einige Grism-Systemgleichungen stark vereinfacht, bzw. teilweise unter vereinfachten Bedingungen nochmals hergeleitet.

Diese Näherungen gelten vor allem für kleine Prismen- und Kippwinkel der Grisms, und unter Vernachlässigung der Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex des Prismenmaterials (d.h. der Dispersion des Prismenmaterials). *Sie sind dann unabhängig vom Prismen- und Gittermaterial, Prismenwinkel und Kippwinkel.*

1. Näherung zur Berechnung der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda'_G$  und der **Bandbreite**  $\Delta\lambda'_{Det}$  zu einer Ordnung  $m'$ , aus den schon gewählten und realisierten Werten zur Ordnung  $m$ :

Im Abschnitt "Schlußfolgerungen aus der Grism-Grundgleichung" (s.S.21ff) wurde schon gezeigt, daß sich aus dem Wellenlängen-Intervall  $\Delta\lambda_{Det}$  der Ordnung  $m$  des Spektrums, welches *hier* z.B. noch auf den Detektor fällt, alle weiteren vom Detektor aufgefangenen Bandbreiten  $\Delta\lambda'_{Det}$  der übrigen Beugungsordnungen  $m'$ , näherungsweise durch die Beziehung (2.22)

$$\Delta\lambda'_{Det} \approx \frac{m}{m'} \Delta\lambda_{Det} \quad (2.22')$$

berechnen lassen. Diese werden mit zunehmender Ordnung gemäß (2.21') immer kleiner, und verschieben sich mit ihrem Mittelpunkt  $\lambda_G$  in Richtung kleinerer Wellenlängen.

Entsprechend kann man die zugehörigen Grenz-Wellenlängen  $\lambda'_1$  und  $\lambda'_2$  der Ordnung  $m'$ , die gerade noch auf die untere bzw. obere Kante des Detektors treffen, mit der Beziehung (2.21), d.h.

$$\lambda'_1 \approx \frac{m}{m'} \lambda_1 \quad (2.21 (a'))$$

bzw.

$$\lambda'_2 \approx \frac{m}{m'} \lambda_2 \quad (2.21 (b'))$$

abschätzen. Außer zu einer gewünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  und Ordnung  $m$ , treffen noch die Wellenlängen (s. (2.19))

$$\lambda'_G \approx \frac{m}{m'} \lambda_G$$

der Ordnungen  $m'$  ebenfalls auf die Detektormitte. Die Geradeaus-Wellenlängen  $\lambda'_G$  liegen nach dieser Näherung dann wiederum genau in der Mitte der Wellenlängen-Intervalle  $[\lambda'_1, \lambda'_2]$  der Breite  $\Delta\lambda'_{Det} = |\lambda'_2 - \lambda'_1|$ , wenn man dies schon für  $\lambda_G$  im Bereich  $[\lambda_1, \lambda_2]$  zur Ordnung  $m$  angenommen hat.

Unter Zuhilfenahme dieser Näherungen können deshalb durch passende Wahl der Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$ , deren Lage (zu beiden Seiten von  $\lambda_G$ ) und der Ordnung  $m$ , mithilfe *ein* und desselben Grism, Wellenlängen-Bereiche mehrerer IR-Fenster durch die Spektren höherer Ordnungen  $m' > m$  gleichzeitig "ausgefüllt" werden, ohne daß sich die Wellenlängen-Intervalle der verschiedenen Ordnungen, die auf den Detektor fallen, überlappen.

Selbstverständlich muß auch berücksichtigt werden, daß die Wahl der Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$  und deren Lage bei  $\lambda_G$ , die pixelbegrenzte spektrale Auflösung  $R_{Pix}$ , d.h. die Auflösung  $R$  des Grism-Systems, direkt beeinflußt, und letztere ja  $R \approx 300$  oder  $R \approx 600$ , laut Vorgabe, betragen soll. Es wird deshalb noch in diesem Abschnitt die Näherung zur Berechnung der mittleren Auflösung  $\bar{R}_{Pix}$  aus den Werten von  $\lambda_G$  und  $\Delta\lambda_{Det}$  angegeben, wie sie zur vorläufigen Optimierung der Verteilung der einzelnen Grisms auf die Wellenlängenbereiche der IR-Fenster benutzt wurde.

2. Näherung zur Berechnung der notwendigen **Anzahl der Gitterfurchen  $N$  pro mm**, aus der Detektorgröße  $L_{Det}$ , der Brennweite  $f$ , und vor allem der Größe  $\Delta\lambda_{Det}$  des jeweils gewünschten, gesamten spektralen Wellenlängen-Bereiches, der auf den Detektor fallen soll, und dessen Ordnung  $m$ :

Aus der Grism-Grundgleichung (2.59) des gestrichenen Grism-Systems in Abb. 2.11

$$\sin(\varepsilon' - \varphi - \alpha) = \frac{m\lambda}{d} - C(n_p(\lambda))$$

folgt für Beugungswinkel mit  $\varepsilon' \approx (\varphi - \alpha)$ , d.h. die kaum von der Senkrechten zur Gitterebene des Grism abweichen,

$$\varepsilon' \approx \varphi + \alpha - C + \frac{m\lambda}{d}.$$

Der Winkel  $\Delta\varepsilon'_{Det}$ , d.h. die Differenz der Beugungswinkel der beiden Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , die auf die Detektorbegrenzungen treffen, ist damit

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon'_{Det} &\approx \varepsilon'(\lambda_2) - \varepsilon'(\lambda_1) \\ &= \varphi + \alpha - C(\lambda_2) + \frac{m\lambda_2}{d} - \varphi - \alpha + C(\lambda_1) - \frac{m\lambda_1}{d} \\ &\approx \frac{m}{d}(\lambda_2 - \lambda_1) \\ &= \frac{m}{d}\Delta\lambda_{Det}, \end{aligned}$$

wobei der vom Prismenmaterial abhängige Term  $C$ , für die beiden Wellenlängen als annähernd konstant angesehen wurde:  $C(\lambda_1) \approx C(\lambda_2)$ .

Die gleiche Beziehung

$$\boxed{\Delta\varepsilon'_{Det} \approx \frac{m}{d}\Delta\lambda_{Det}} \quad (2.80)$$

wird natürlich erst recht erfüllt, wenn der Prismenwinkel und Kippwinkel des Grism sehr klein ist ( $\varphi \approx 0, \alpha \approx 0$ ), und damit auch die Funktionswerte  $C(\alpha, \varphi)$  vernachlässigbar sind ( $C \approx 0$ ). Dies entspricht einem fast senkrecht zum einfallenden Strahl gestellten *einfachen Gitter* bei relativ kleinen Beugungswinkeln  $\varepsilon'$  zur Gitternormale.

In der Form

$$\boxed{\varepsilon' \approx \frac{m}{d}\lambda}$$

stellt Gleichung (2.80) die stark *vereinfachte Grism-Grundgleichung* dar, mit deren Hilfe alle nachfolgenden Näherungen (für  $N$ ,  $R_{Pix}$ ,  $f_{max}$  bzw.  $\lambda_{max}$ ), und ebenso die in Punkt (1.) aufgeführten Abschätzungen für  $\Delta\lambda_{Det}$  und  $\lambda_G$ , berechnet werden können.

Für die Detektorlänge  $L_{Det}$ , die vom Gitter aus gesehen unter dem kleinen Winkel  $\Delta\varepsilon'_{Det}$  erscheint, gilt außerdem

$$\Delta\varepsilon'_{Det} \approx \frac{L_{Det}}{f},$$

und damit die Näherung

$$\boxed{\frac{m}{d} \Delta\lambda_{Det} \approx \frac{L_{Det}}{f}}, \quad (2.81)$$

mit der gesamten Detektorlänge  $L_{Det} = N_{Pix} \Delta_{Pix}$  in Dispersionsrichtung des Grism.

Löst man diese Gleichung nach  $d$  auf, und berücksichtigt, daß sich die Gitterkonstante in Einheiten von  $\mu\text{m}$  aus der Anzahl  $N$  der Gitterfurchen pro mm des Grism, durch

$$d [\mu\text{m}] = \frac{10^3}{N} \quad (2.82)$$

berechnen läßt, folgt die gesuchte vereinfachte Beziehung

$$\boxed{N[1/\text{mm}] \approx 10^3 N_{Pix} \Delta_{Pix} \frac{1}{f m \Delta\lambda_{Det}}}, \quad (2.83)$$

mit der Pixelgröße  $\Delta_{Pix}$  in den Einheiten  $[\mu\text{m}]$ , Brennweite  $f$  in  $[\text{mm}]$ , und Wellenlängendifferenz  $\Delta\lambda_{Det}$  in  $[\text{nm}]$ .  $N_{Pix}$  ist die Gesamtzahl der Detektorpixel, die durch die verschiedenen Wellenlängen des Spektrums bestrahlt werden.

$N$  ist damit in dieser Näherung unabhängig vom Grism-Material, und von den Winkel  $\varphi$  und  $\alpha$ .

*Zusätzliche Anmerkung:* Aus der grundlegenden Beziehung (2.81) folgt außerdem die Näherung

$$\Delta\lambda_{Det}(f_2) \approx \frac{f_1}{f_2} \Delta\lambda_{Det}(f_1), \quad (2.84)$$

mithilfe deren man die zu einer bestimmten Ordnung  $m$  und Brennweite  $f_2$  gehörende Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}(f_2)$ , aus derjenigen,  $\Delta\lambda_{Det}(f_1)$ , zur gleichen Ordnung aber unterschiedlichen Brennweite  $f_1$ , abschätzen kann. Die Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$  halbiert sich z.B. bei Verdoppelung der Brennweite.

3. Die Näherung zur Berechnung der **mittleren pixelbegrenzten spektralen Auflösung**  $\overline{R}_{Pix}$  des Grism-Systems, aus der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$ , der Größe des gesamten Wellenlängenbereichs  $\Delta\lambda_{Det}$ , und der Anzahl der Pixel  $N_{Pix}$  auf dem Detektor:

Betrachtet man auch hier, wie in der vorigen Näherung, die Winkel  $\varphi$  und  $\alpha$  als sehr klein, genauso wie die Beugungswinkel  $\varepsilon' < \frac{L_{Det}}{f}$  bei Verwendung großer Brennweiten  $f$  der Kamera, so hat der Cosinus in der Gleichung (2.62) für die lineare Dispersion  $LD'$  des Systems etwa den Wert 1, d.h. es gilt

$$LD' \approx f \frac{m}{d}.$$

Mithilfe des Ausdrucks (2.63) für  $R_{Pix}$  folgt dann

$$\overline{R}_{Pix} = \lambda_G \frac{LD'}{2\Delta_{Pix}} \approx \lambda_G \frac{m}{d} \frac{f}{2\Delta_{Pix}}, \quad (2.85)$$

oder mit der vorigen Abschätzung (2.81) und  $L_{Det} = N_{Pix} \Delta_{Pix}$  die gewünschte Näherung

$$\boxed{\bar{R}_{Pix} = N_{Pix} \frac{\lambda_G}{2 \cdot \Delta \lambda_{Det}}} \quad (2.86)$$

Überraschend ist, daß in dieser Darstellung die mittlere Auflösung  $\bar{R}_{Pix}$  weder von den Winkeln  $\phi$  und  $\alpha$ , oder vom Grism-Material, noch von  $f$ ,  $m$ ,  $d$  bzw.  $N$  direkt abhängt. Natürlich läßt sich aber eine bestimmte gewünschte Bandbreite  $\Delta \lambda_{Det}$ , die auf den Detektor fällt, nicht ohne richtige Wahl der Brennweite  $f$ , Ordnung  $m$ , und Furchenzahl  $N$  (pro mm) verwirklichen, die alle über Gleichung (2.81) zusammenhängen.

4. Die Näherung zur Berechnung der **pupillenbegrenzten spektralen Auflösung**  $R_{Pup}$  des Grism-Systems, aus der Ordnung  $m$ , der Pupillengröße  $W_1$ , und aus der Anzahl  $N$  der Furchen pro mm:

Mit der exakten Formulierung (2.58) der pupillenbegrenzten Auflösung  $R_{Pup}$ , ergibt sich, wiederum unter der Annahme eines kleinen Kipp- und Prismenwinkels, sowie einer Rechteckblende, die Näherung

$$R_{Pup}(W_1) = \frac{m}{d} \bar{L} \approx \frac{m}{d} W_1 \quad ,$$

bzw. in Abhängigkeit von  $N$

$$\boxed{R_{Pup} \approx m \cdot N [1/mm] \cdot W_1 [mm]} \quad (2.87)$$

mit  $d [mm] = (1/N [1/mm])$ .

5. Die Näherung zur Berechnung der **Grenz-Brennweite**  $f_{max}$  bzw. **Wellenlänge**  $\lambda_{max}$ , für die die maximale (pupillenbegrenzte) Auflösung  $R_{max} = R_{Pup}$  des Grism-Systems erreicht ist:

... folgt aus der Bedingung  $R_{Pix} = R_{Pup}$  und den Näherungen (2.83), (2.86) und (2.87), für  $R_{Pix}$  bzw.  $R_{Pup}$ :

$$f_{max} [mm] \approx 2 \cdot 10^3 \frac{\Delta_{Pix} \cdot [\mu m] \cdot W [mm]}{\lambda_G [nm]} \quad (2.88)$$

und

$$\boxed{\lambda_{Gmax} [nm] \approx 2 \cdot 10^3 \frac{\Delta_{Pix} \cdot [\mu m] \cdot W [mm]}{f [mm]}} \quad (2.89)$$

Für die unterhalb dieser Grenzen liegenden Werte,  $f < f_{max}$  bzw.  $\lambda < \lambda_{max}$ , berechnet sich die Auflösung  $R$  des Systems aus der Formel für  $R_{Pix}$ .

Mithilfe der Gleichung (2.89) kann daher, unabhängig von der Bandbreite  $\Delta \lambda_{Det}$  und Ordnung  $m$  in der ein Grism-System benutzt wird, eine ungefähre obere Grenz-Wellenlänge  $\lambda_{Gmax}$  angegeben werden, die *nicht* unmittelbar durch die Grism-Parameter bestimmt wird, sondern nur durch die Pixelgröße  $\Delta_{Pix}$ , die Pupille  $W$ , und die verwendete Brennweite  $f$ .

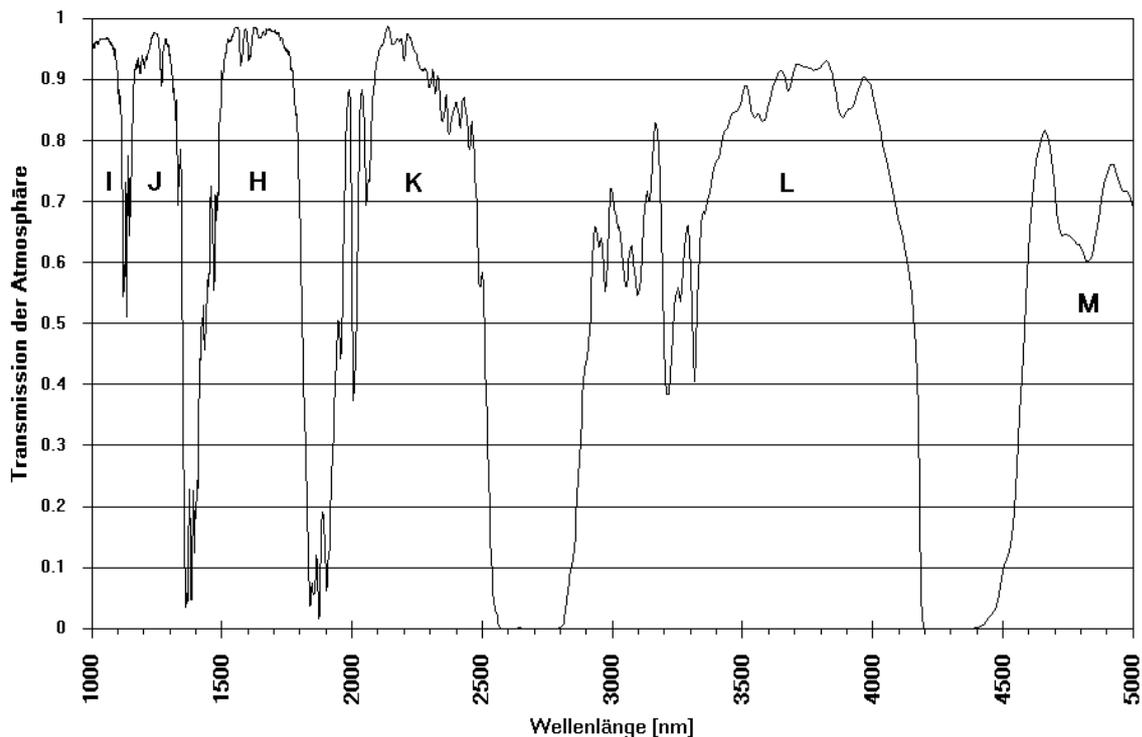
Alle Näherungen sind somit unabhängig vom Prismen- und Gittermaterial, Prismenwinkel  $\phi$  und Kippwinkel  $\alpha$  des Grism.

Mithilfe dieser einfachen Beziehungen ist also eine vorläufige materialunabhängige Verteilung der einzelnen gewünschten Grisms auf die Wellenlängenbereiche der verschiedenen IR-Fenster, und die grobe

Bestimmung der dafür notwendigen Grism- und Grismsystem-Parameter, zunächst ohne Verwendung der exakten Formeln im Grism-Computerprogramm, möglich.

Das schrittweise Vorgehen bei der vorläufigen Optimierung der einzelnen Grisms wird noch detaillierter im nachfolgenden Abschnitt 2.3.3 "Materialunabhängige Vorauswahl der Grisms zur Spektralanalyse in den versch. IR-Fenstern" kommentiert werden.

### 2.3.2 Die Durchlässigkeit der Atmosphäre im nahen Infrarot



**Abbildung 2.12:** Durchlässigkeit der Atmosphäre

Zunächst wurden die Wellenlängenbereiche der einzelnen IR-Fenster, in denen die Atmosphäre transparent ist, und wo die aus dem Weltall auf die Erde treffende Strahlung nicht durch Luftmoleküle absorbiert wird, mithilfe schon vorhandener Meßwerte der Transmission der Atmosphäre im Bereich  $1\text{-}5\mu\text{m}$  definiert, und ihnen die Buchstaben *I, J, H, K, L*, und *M* der entsprechenden IR-Breitbandfiltern zugeordnet.

Dazu wurden die in Abbildung 2.12 graphisch dargestellten Meßwerte für die Transmission der Atmosphäre im Bereich  $1\text{-}5\mu\text{m}$  herangezogen, wie sie typischerweise im Winter und in mittleren Breiten bei einer Zenitdistanz von  $60^\circ$  gemessen werden.

IR-Fenster	$\lambda$ [nm]
I	920-1120
J	1120-1350
H	1350-1850
K	1900-2550
L	2900-4200
M	4500-5400

**Tabelle 2.1:** Zusammenfassung der verschiedenen Wellenlängen-Bereiche mit einer Transmission von mindestens 10% in einzelne “IR-Fenster“

Wie in der astronomischen Literatur üblich, werden den verschiedenen Fenstern des nahen Infrarot (NIR) die Großbuchstaben *I, J, H, K, L*, und *M* zugeordnet, und zwar in dieser Reihenfolge mit zunehmender Wellenlänge. Die entsprechenden handelsüblichen IR-Breitbandfilter für die verschiedenen Fenster mit den gleichen Bezeichnungen, nutzen mit ihren Bandbreiten oft nicht immer die der Atmosphäre aus; deshalb wurden in meiner Arbeit den einzelnen IR-Fenstern Wellenlängenintervalle zugeordnet, bei denen die Transmission der Strahlung mindestens 10% beträgt.

Die getroffenen Definitionen der IR-Fenster sind in der Tabelle 2.1 zusammengefaßt. Das *I*- und *J*-Band sind nur durch eine schmale Lücke und einen steilen Transmissions-Abfall auf etwa 50% voneinander getrennt.

### 2.3.3 Materialunabhängige Vorauswahl an Grisms für Spektralanalysen in den verschiedenen IR-Fenstern

Mithilfe der vereinfachten Grismsystem-Gleichungen, ist nun eine vorläufige *materialunabhängige* Verteilung der Ordnungen der einzelnen gewünschten Grisms auf die Wellenlängenbereiche der verschiedenen IR-Fenster, und die grobe Bestimmung der dafür notwendigen Grism-Parameter, d.h. der Furchenanzahl  $N$  pro mm, der Grenz-Brennweite  $f_{max}$  zur Ermittlung einer optimalen verfügbaren Kamera-Brennweite  $f$  (mit  $f < f_{max}$ ), sowie die Abschätzung der (erwünschten) mittleren pixel-, und pupillenbegrenzten spektralen Auflösung  $\overline{R_{pix}}$ , bzw.  $R_{pup}$ , zunächst *ohne* das Computer-Programm möglich.

Für den Fall eines 256x256-Pixel-Detektors (mit einer Pixelgröße von  $\Delta_{pix} = 30\mu\text{m}$ ) wurde eine möglichst hohe Ortsauflösung (großes  $f$ ), bei gleichzeitig niedriger ( $R \approx 200 - 300$ ), bzw. mittlerer spektraler System-Auflösung ( $R \approx 600$ ), angestrebt.

Um die Kosten möglichst gering zu halten, wurde versucht mit einer geringen Anzahl an Grisms, bei einem möglichst hohen Anteil an Replica-Grisms, auszukommen, welche alle IR-Fenster unter den gewünschten Voraussetzungen “ausfüllen“.

Da für ein gegebenes Grism innerhalb des Kamera-Systems, unter der Annahme eines wellenlängenunabhängigen Brechungsindex des Prismas, die Wellenlänge  $\lambda$  in der Ordnung  $m$  die gleiche Beugungsrichtung hat, wie die Wellenlänge  $\lambda/2$  in der Ordnung  $2m$ , u.s.w., kann man durch passende Wahl des Wellenlängenintervalls und der zugehörigen Ordnung des Spektrums jeweils *desselben* Grism erreichen, daß die Wellenlängenintervalle höherer Ordnungen, die ebenfalls auf den Detektor fallen, wiederum innerhalb eines IR-Fensters (mit zunehmend kleineren Wellenlängen) liegen.

Bei der Optimierung der Grism-Verteilung auf die verschiedenen Fenster wurde immer darauf geachtet, daß sich die Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}(m)$  der *gewünschten* Ordnungen *nicht überlappen*; nur dann ist es möglich, die ebenfalls auf den Detektor fallenden Wellenlängen der restlichen und für eine spezielle spektroskopische Beobachtung unerwünschten Ordnungen, durch richtige Wahl eines IR-Filters herauszufiltern.

Es ist dabei zu beachten, daß mit zunehmender Ordnung die Effizienzkurve zu beiden Seiten von  $\lambda_{Blaze}$  bzw.  $\lambda_G$  steiler abfällt. Deshalb sollte man nach Möglichkeit keine zu großen Ordnungen ( $m \gg 1$ ) zur Optimierung verwenden.

Da die äußere Prismenoberfläche der Grisms zur Reflexverminderung beschichtet sein wird, muß ferner bedacht werden, daß bei Nutzung höherer Ordnungen eines einzelnen Grism, zum Zwecke der Überdeckung eines großen Wellenlängenbereichs, die Effizienz (Transmission) sinken kann; Reflektionsverluste sind nämlich dann nur im Bereich einer ausgewählten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m)$  zu einer bestimmten Ordnung  $m$  minimiert.

Weil also hauptsächlich Replica-Grisms verwendet werden sollen, mußte in der Grism-Verteilung (auf die IR-Wellenlängenbereiche) berücksichtigt werden, daß das Gittermaterial, Harz, eine Absorptionsbande im Bereich von  $3.4\mu\text{m}$  besitzt; diese wurde durch eine eigene Messung der Transmissionskurve eines mit Harz verkitteten Wollaston-Prismas der Firma HALLE nachgewiesen. Das von der Firma Milton Roy verwendete "reguläre Harz" für Replicas besitzt ebenfalls bei  $3.4\mu\text{m}$  eine starke Absorptionsbande, wie die gemessene Transmissionskurve 2.24 einer Harz-Probe auf Seite 80 zeigt.

Deshalb wurde *kein* Replica-Grism vorgeschlagen, das den gesamten L-Bereich ( $2.9\mu\text{m}$ - $4.2\mu\text{m}$ ) mit *einer* Ordnung seines Spektrums ausfüllt. Dies ist nur mit einem direkt "ge-ruled-en" Grism aus einem Material sinnvoll, welches dort keine Absorptionsbanden besitzt.

All dies wird in der folgenden Vorauswahl mit *insgesamt sechs Grisms* erreicht, wovon *mindestens zwei* direkt liniert und aus einem Material sein müssen (siehe Abb. 2.13 und 2.14).

Weil der Beugungswinkel in der allgemeinen Grism-Grundgleichung, und damit auch die vereinfachten Grism-Gleichungen (in Abschnitt 2.3.1) *nicht* vom Gittermaterial abhängen, gilt diese *vorläufige*, als auch die spätere *exakte* Verteilung der Ordnungen der einzelnen Grisms (auf die Wellenlängenbereiche), *sowohl* für "direkt linierte" *als auch* für Replica-Grisms.

Die in den Schaubildern 2.13 und 2.14 zur Grism-Verteilung gemachten Angaben der mittleren spektralen (Pixel-) Auflösung eines jeweiligen Grism-Systems, beziehen sich auf eine jeweils in der IR-Kamera verfügbaren Brennweite, die der optimalen oberen Grenz-Brennweite, für die die maximale mittlere pixelbegrenzte spektrale Auflösung  $R_{Sys} = \overline{R_{pix}} = R_{Pup}$  erreicht ist, in diesem Wellenlängenbereich sehr nahe kommt.

Für die verfügbaren Kamera-Brennweiten wurden deshalb zuerst, zur Pixelgröße  $\Delta_{pix} = 30\mu\text{m}$  und zum Durchmesser  $W = 10\text{mm}$  der Eintrittspupille, die oberen Grenz-Wellenlängen  $\lambda_{Gmax}$  mit der Näherung (2.89) berechnet (s. Tab. 2.2). Es zeigt sich, daß unter den gegebenen Umständen eine hohe Ortsauflösung (mit einer Brennweite  $f \geq 160\text{mm}$ ) oberhalb  $3.8\mu\text{m}$  nicht mehr möglich ist.

Bei diesen Geradeaus-Wellenlängen  $\lambda_{Gmax}$  ist also die maximale Auflösung  $R_{Sys} = R_{Pup}$  des Grism-Systems erreicht. Liegt die Geradeaus-Wellenlänge eines, für ein bestimmtes Wellenlängen-Intervall  $\Delta\lambda_{Det}(m)$  zur Ordnung  $m$  und der Brennweite  $f$ , optimierten Grism unterhalb des entsprechenden

f [mm]	$\lambda_{Gmax}$
80	7500
160	3750
320	1875

**Tabelle 2.2:** Die oberen Grenzen der Geradeaus-Wellenlängen  $\lambda_{Gmax}$ , bis zu denen sich die tatsächlichen mittleren Auflösungen  $R_{Sys}$  des Grism-Systems aus der Pixelauflösung  $R_{Pix}$  bestimmen lassen, und  $R_{Pix} \leq R_{Pup}$  gilt.

Grenzwertes  $\lambda_{Gmax}(f)$ , so läßt sich die mittlere Auflösung  $\bar{R}$  des Gesamtsystems mithilfe der Näherung (2.86)  $\bar{R}_{Pix} = N_{Pix} \lambda_G / 2 \cdot \Delta \lambda_{Det}$  auch für *alle höheren* Ordnungen ( $m' > m$ ) angeben. Bei Verwendung höherer Ordnungen  $m'$  desselben Grism bleibt die (nach den Überlegungen von Abschnitt 2.2.8) einmal zur Ordnung  $m$  und mit Gl.(2.86) berechnete, und in den Schaubildern 2.13 und 2.14, angegebene Auflösung  $\bar{R}$  des Grism-Kamerasystems *etwa konstant*. Die Angaben für  $\bar{R}$  gelten somit für alle Ordnungen.

Die in diesen Schaubildern mit einem Sternchen (\*) markierten, und als “nicht nutzbar“ bezeichneten Ordnungen eines Grism, können *nicht* mit der jeweils angegebenen, für die übrigen höheren Ordnungen  $m'$  des Grism geltenden Auflösung  $\bar{R} = \bar{R}_{Pix}$  genutzt werden, weil dort die pupillenbegrenzte Auflösung  $R_{Pup} \approx m \cdot N \cdot W$  (2.87) überschritten wird.

Diejenigen Ordnungen des Wellenlängen-Spektrums eines Grism, welche als “nur teilweise nutzbar“ bezeichnet werden, überlappen sich zum Teil mit den Wellenlängen nachfolgender Ordnungen. Nach der Grism-Grundgleichung, bzw. der Beziehung (2.64), kann dann einer Position  $x'$  auf dem Detektor nicht mehr eindeutig nur *eine* Wellenlänge *einer* Ordnung zugeordnet werden. Für spektroskopische Aufnahmen in dieser Ordnung kann dann der Detektor nur bis zu dieser Position der Überlappung benutzt werden.

Obwohl die Verwirklichung einer optimalen Verteilung der Bandbreiten der verschiedenen Ordnungen eines einzelnen Grism, ohne unerwünschte Überlappungen, nicht von der Wahl der Kamera-Brennweite abhängt, wurde also in den Schaubildern 2.13 und 2.14 den optimierten, näherungsweise berechneten Wellenlängen-Bereiche der Ordnungen *eines* bestimmten Grism, eine *erwünschte* Brennweite  $f$  zugeordnet, mit der diese Verteilung der Ordnungen und die zugehörige Auflösung  $\bar{R}$  des Grism-Systems<sup>12</sup> realisiert werden soll.

Die Zuordnung ist aber erforderlich, ...

1. um später die notwendige Furchenanzahl  $N$  pro mm näherungsweise mit Beziehung (2.83) berechnen zu können,
2. um die obere Grenz-Brennweite  $f_{max}$  (in Gleichung (2.88)) für eine spezielle Verteilung berücksichtigen zu können, bis zu der die Auflösung des Gesamtsystems noch von der Pixelauflösung bestimmt wird und nicht durch die von der Größe der Pupille vorgegebene Auflösungsgrenze  $\delta \lambda_{Pup}$ , bzw.  $R_{Pup}$  begrenzt wird,
3. um im nächsten Schritt überprüfen zu können, welche Ordnungen eines zuerst zur Brennweite  $f_1$  optimierten Grism noch bei der Wahl einer anderen verfügbaren Brennweite  $f_2$  verwendbar

<sup>12</sup> ... die aus der Lage und Bandbreite der Ordnungen, aus Gl. (2.83) folgt.

sind, und sich dann nicht überlappen oder eine der drei oberen Grenzen  $\lambda_{Gmax}$  (in Tabelle 2.2) mit ihrer Geradeaus-Wellenlänge überschreiten,

und

um mithilfe (2.84) und (2.86) die sich mit der Brennweite  $f_2$  ändernde Systemauflösung  $\bar{R}$  bestimmen zu können; Beispiel: Bei Halbierung der Brennweite verdoppelt sich die Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$  einer Ordnung, und die Auflösung  $\bar{R}$  des Systems halbiert sich unter demselben Grism.

### Grism Nr.1 und Nr.1b

Das Ziel der Optimierung: Grism Nr.1 (bzw. Nr.1b) soll mit einer Ordnung seines Spektrums das ganze K-Fenster, und gleichzeitig mit einer niederen Ordnung große Bereiche des L-Fensters ausfüllen, mit einer Systemauflösung von etwa  $\bar{R} \approx 600$ .

*Zu Grism Nr.1b im speziellen . . .*

Zur Optimierung kann die Brennweite  $f=160$  mm gewählt werden, da die obere Grenz-Wellenlänge bei  $\lambda_{Gmax} = 3750nm$  ( $= \lambda_2(m=2)$  = Wellenlänge auf der oberen Kante des Detektors) nicht überschritten wird, wenn das Spektrum der 3. Ordnung den K-Bereich fast bis zur oberen Grenze bei  $\lambda_2(m=3) = 2500nm$  ausfüllt. Dies hat zur Folge, daß die 4. Ordnung des Spektrums, welche auf den Detektor trifft, bis über das Ende des H-Fensters hinaus reicht ( $\lambda_2(m=4) = 1875nm$ ), aber sich nicht mit den Wellenlängen der 3. Ordnung überschneidet, wenn als untere Grenze  $\lambda_1(m=3) = 1900nm$  gewählt wird; diese Wellenlängen-Grenze ist dann identisch mit dem Beginn des K-Fensters. Das K-Fenster ist somit völlig durch die 3. Ordnung abgedeckt.

Die Wahl der oberen Wellenlänge  $\lambda_2(m=3) = 2500nm$  bewirkt aber auch, daß die 5. Ordnung in den unteren Bereich des H-Fensters hineinragt, und sich mit den Wellenlängen der unteren Hälfte der 4. Ordnung überlappt. Trotz alledem ist aber der obere Teil des 256x256-Pixel-Detektors zur Spektroskopie der Wellenlängen der zweiten Hälfte des H-Fensters geeignet.

Ab der 5. Ordnung ist dann aber keine Spektroskopie mit diesem Grism mehr möglich, weil sich von da an alle Ordnungen zu sehr überlappen.

Mit Grism Nr.1b läßt sich daher mehr als die halbe Bandbreite des L-Fensters bis etwa  $\lambda = 3750nm$ , das gesamte K-Fenster, und etwas mehr als die Hälfte des H-Fensters spektroskopieren; dabei werden die 2.,3., und z.T. 4. Ordnung des Spektrums genutzt.

Die mittlere Auflösung  $\bar{R}$  dieses Grism-Systems beträgt für alle Ordnungen  $R_{Pix} \approx 469$ . Diese Auflösung ergibt sich (mit Gl.(2.86)) aus der vorgegebenen Lage und Bandbreite des K-Fensters, welches ja hauptsächlich mittels einer Ordnung dieses Grism völlig überdeckt werden sollte.

Wem diese geringere Auflösung (als  $R \approx 600$ ), und die nur teilweise nutzbare 4. Ordnung des Grism Nr.1b als nicht akzeptabel erscheint, ist vielleicht Grism Nr.1 eine Alternative.

*Zu Grism Nr.1 im speziellen . . .*

Im Unterschied zu Grism Nr.1b wurde die größte Wellenlänge  $\lambda_2(m=5)$  der 5. Ordnung so weit "herunterverschoben", bis sie nicht mehr in der 4. Ordnung auftaucht, und sich durch die geringer werdende Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$  aller Ordnungen, die Auflösung  $\bar{R}$  des Systems auf fast 600 erhöht ( $R \approx 594$ ). Die daraus folgende größte Wellenlänge innerhalb des L-Fensters, die in der 2. Ordnung noch auf den Detektor trifft ( $\lambda_2(m=2) = 3600nm$ ), liegt dann ebenfalls unterhalb der Grenz-Wellenlänge  $\lambda_{Gmax}(f = 160mm)$ , die für die Geradeaus-Wellenlänge eines Intervalls einer beliebigen Ordnung

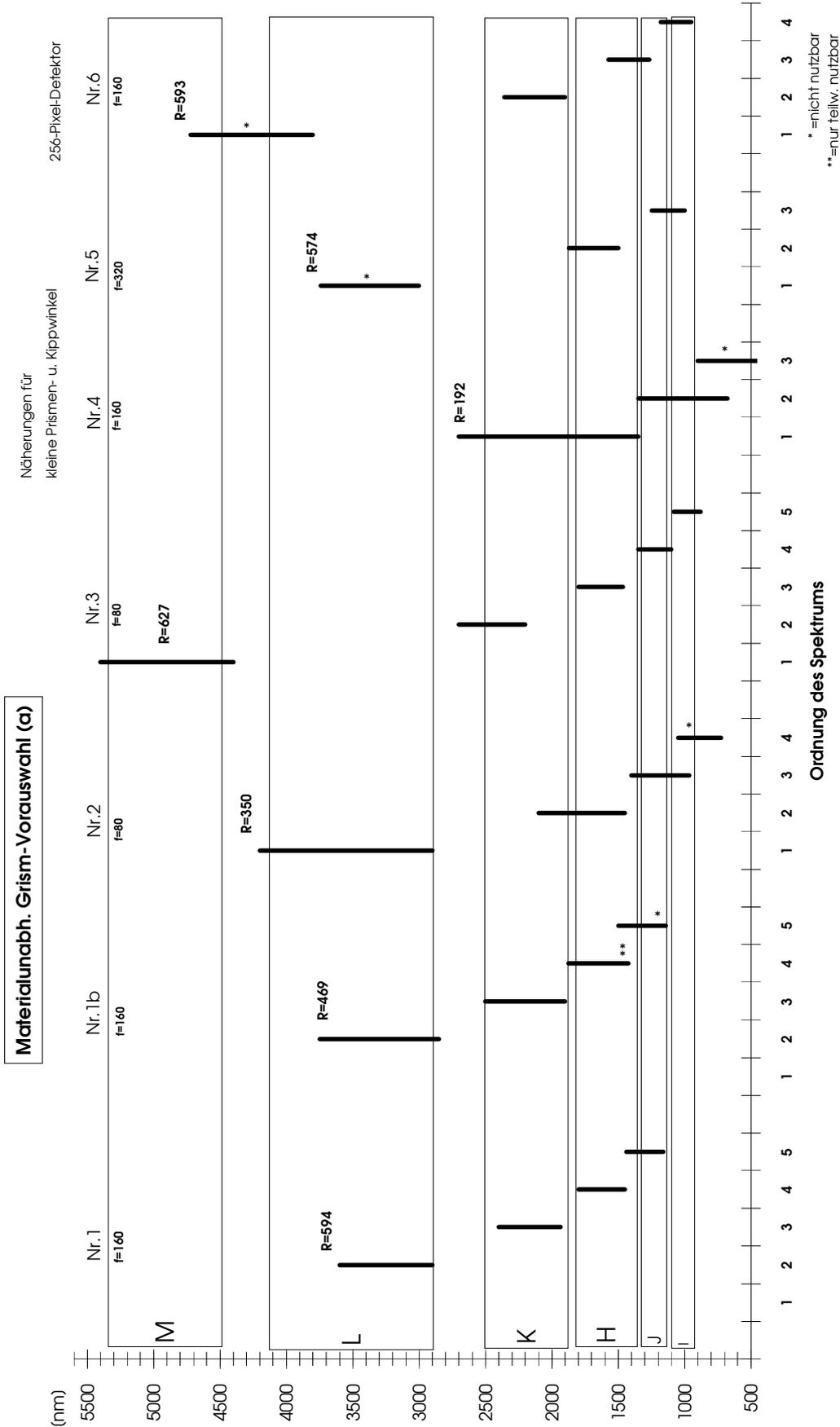


Abbildung 2.13: Materialunabhängige Grism-Vorauswahl (a)

Genäherte Verteilung der verschiedenen Ordnungen der einzelnen *idealen* Grisms Nr.1-6 auf die Wellenlängen-Bereiche der unterschiedlichen IR-Fenster, bei Verwendung der jeweils größten verfügbaren Kamera-Brennweite  $f$ , für welche die Bed.  $f < f_{max}$  für die jeweils kleinste nutzbare Ordnung  $m$  des Grism-Systems erfüllt ist (mit  $W=10\text{mm}$ ,  $\Delta p_{ix} = 30\mu\text{m}$ ). Diese mit den vereinfachten Grism-Gleichungen berechneten Bandbreiten und mittleren Pixel-Auflösungen gelten für kleine Prismen- und Kippwinkel, sowie für einen 256x256-Pixel-Detektor.

gilt, und unterhalb derer mit der Kamera-Brennweite  $f=160$  mm noch Spektroskopie mit höherer Auflösung  $R$  (hier  $R \approx 600$ ) möglich ist.

Damit sind die 2. bis einschließlich 4. Ordnung des Grism Nr.1 mit einer mittleren spektralen Auflösung von  $\bar{R} \approx 594$ , bei  $f=160$  mm, nutzbar.

Nachteile gegenüber Grism Nr.1b: Die 2. Ordnung überdeckt *nicht* das *gesamte* K-Fenster; die äußeren "Flanken" dieses Fensters bleiben unberücksichtigt.

(*Bemerkung:* Der fehlende Teil im Bereich 2400 - 2500 nm wird automatisch mit Grism Nr.3 in der 2. Ordnung bei fast der gleichen Auflösung  $\bar{R} \approx 627$ , allerdings dann mit der Brennweite  $f=80$  mm, überdeckt.)

Wegen der starken Absorptionsbande des Replica-Gittermaterials (Harz) bei 3400 nm (im L-Fenster), kann für das Grism Nr.1 bzw. Nr.1b nur ein infrarot-durchlässiges Prismenmaterial im Bereich  $\lambda = 1400 - 3800$  nm verwendet werden, welches *direkt liniert* wird.

Mit Gleichung (2.83) ergeben sich die Näherungen für die notwendige Anzahl der Furchen pro mm bei diesen beiden Grisms:  $N \approx 34$  für Grism Nr.1 und  $N \approx 27$  für Grism Nr.1b (s. Tabelle 2.3).

Die Entscheidung fiel auf die Realisierung von Grism Nr.1. Bei der Firma ZEISS (JENA) wurde daher ein "direkt ge-ruled-es" einteiliges Grism (aus dem Material KRS5) mit  $N = 32.55$  bestellt; dies ist eine mit der Liniemaschine von Zeiss(Jena) einstellbare Furchenanzahl, die der genäherten und aus Gl.(2.83) bestimmten Zahl  $N \approx 34$  am nächsten liegt.

Die exakte Berechnung der Verteilung der Ordnungen *dieses Grism* auf die Wellenlängen-Bereiche aus der Furchenzahl  $N = 32.55$  (und ebenso die der noch nachfolgenden beschriebenen Grisms), kann erst mithilfe des Grism-Programms, d.h. mit der nach  $\lambda(x')$  aufgelösten exakten Grism-Grundgleichung (2.64) ausgeführt werden, wenn die übrigen Grism- bzw. Grismsystem-Parameter (Kippwinkel  $\alpha$ , Prismenwinkel  $\varphi$ , Prismenmaterial und damit  $n_p(\lambda)$ ) durch die weiteren Optimierungsschritte feststehen.

Die zu einem optimalen Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  und Prismen- d.h. Grism-Material KRS5 berechneten *exakten* Bandbreiten ( $\Delta\lambda_{Det} = \lambda(x' = +L_{Det}/2) - \lambda(x' = -L_{Det}/2)$ ) der verschiedenen Ordnungen von Grism Nr.1 bei einem 256x256-Pixel-Detektor (s. Schaubild 2.31, auf Seite 123), sind dann fast mit den erwünschten, aus den Näherungen bestimmten Wellenlängen-Intervallen identisch.

Obwohl man sich also für Grism Nr.1 schon entschieden hat, um erste Testmessungen ausführen zu können (Effizienz-Messungen), wird Grism Nr.1b weiterhin von den nachfolgenden Optimierungsschritten als Alternative *nicht* ausgeschlossen.

### Grism Nr.2

*Ziel der Optimierung:* Eine mittlere Systemauflösung von  $R \approx 300$  für den gesamten L-Bereich.

Wird der ganze Wellenlängen-Bereich des L-Fensters mit *einer* Ordnung eines Grism überdeckt, so ergibt sich mit (2.86) gerade die brauchbare mittlere Auflösung von  $R \approx 350$ . Da die obere Grenz-Wellenlänge  $\lambda_{Gmax}$  zur Brennweite  $f=160$  mm mitten im L-Fenster liegt, sollte dieses Grism zur kleinsten verfügbaren Brennweite  $f=80$  mm realisiert werden, damit sich die mit Näherung (2.86) bestimmte mittlere Auflösung überhaupt erzielen läßt.

Bei Grism Nr.2 wurde als Ordnung, in der die Wellenlängen des L-Fensters auf den Detektor fallen,  $m = 1$  gewählt, so daß die Detektorfläche bei der 2. Ordnung vollständig, und in der 3. Ordnung

die obere Hälfte genutzt werden kann. Durch die 2. Ordnung wird ebenfalls mit einer Auflösung von  $R \approx 350$  fast der ganze Bereich des H-Fensters und ein Teil des K-Fensters bis etwa  $\lambda_2 (m = 2) = 2100$  nm überdeckt. Die 3. Ordnung überlappt sich zwar innerhalb des I-Fensters mit der 4. Ordnung, kann aber zu Beobachtungen im gesamten J-Fenster in Verbindung mit einem J-Bandfilter benutzt werden.

Auf Grism Nr.2 kann verzichtet werden, wenn man damit *nur* eine Überdeckung des L-Fensters mit einer mittleren Auflösung  $\bar{R}$  der Größenordnung 300 erreichen will. Sieht man sich nämlich Schaubild 2.14 an, in welchem die Wellenlängen-Bereiche des Grism Nr.1 zur kleineren Brennweite  $f=80$  mm dargestellt sind, so fällt auf, daß mit der 2. Ordnung fast das komplette L-Fenster bis  $\lambda_2 (m = 2) = 3950$  nm mit der Auflösung  $\bar{R} = 297$  ausgefüllt wird. Schon die darauffolgende 3. Ordnung überschneidet sich zwar mit dieser Ordnung ( $m = 2$ ), jedoch außerhalb des L- und K-Fensters, so daß durch Verwendung eines L-Band- oder K-Band-Filters die Spektroskopie mit Grism Nr.1 fast im gesamten L-Bereich bzw. K-Bereich (bei  $m = 3$ ) ab etwa 1945 nm ( $= \lambda_2 (m = 4)$ ) möglich ist, wobei jeweils dann etwa das unterste Viertel der Detektorlänge ungenutzt bleibt.

Das zu Nr.1 alternative Grism Nr.1b füllt hingegen bei der Brennweite  $f=80$  mm das L-Fenster mit der 2. Ordnung und der Auflösung  $\bar{R} \approx 235$  völlig bis zur Wellenlänge  $\lambda_2 (m = 2) = 4200$  nm aus. Im K-Fenster kann aber im Gegensatz zu Nr.1 nicht mehr in der 3. Ordnung spektroskopiert werden, weil diese bereits von der 4. Ordnung sehr stark bis fast in die Mitte des K-Fensters überlappt wird.

Die Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda_{Det}(f_2)$  der einzelnen Ordnungen der Grisms bei den Brennweiten  $f_2$  in Schaubild 2.14, folgen aus den in Schaubild 2.13 dargestellten Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}(f_1)$  zu den Brennweiten  $f_1$ , mithilfe der Näherung (2.84).

Schaubild 2.14 zeigt, daß bei Verwendung der doppelten Brennweite  $f=160$  mm mit der 1. Ordnung von Grism Nr.2 gerade noch der mittlere Bereich des L-Fensters bis  $\lambda_2 (m = 1) = 3875$  nm mit der hohen mittleren Auflösung von  $\bar{R} \approx 700$  spektroskopiert werden kann, weil sich zum einen die Angabe der oberen Grenze  $\lambda_{Gmax}$  bei 3750 nm nur auf die Geradeaus-Wellenlänge bezieht und *nicht* auf die größte Wellenlänge  $\lambda_2$  der Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$ , und zum andern  $\lambda_{Gmax}$  hier nur eine Näherung darstellt. Die 1. Ordnung des Grism Nr.2, bei  $f=160$  mm, ist daher eine ideale Ergänzung zur 2. Ordnung von Grism Nr.1, die nur bis zur Wellenlänge  $\lambda_2 (m = 2) = 3600$  nm reicht.

Weiterhin ist Grism Nr.2 dafür geeignet, um spektroskopische Aufnahmen mit hoher Ortsauflösung ( $f=160$  mm) im Wellenlängen-Bereich der oberen Hälfte des H-Fensters (ab  $\lambda_1 (m = 2) = 1613$  nm), und im gesamten Bereich des J-Fensters (mit  $m = 3$ ), bei gleichzeitig hoher mittlerer spektraler Systemauflösung von  $\bar{R} \approx 700$  durchzuführen.

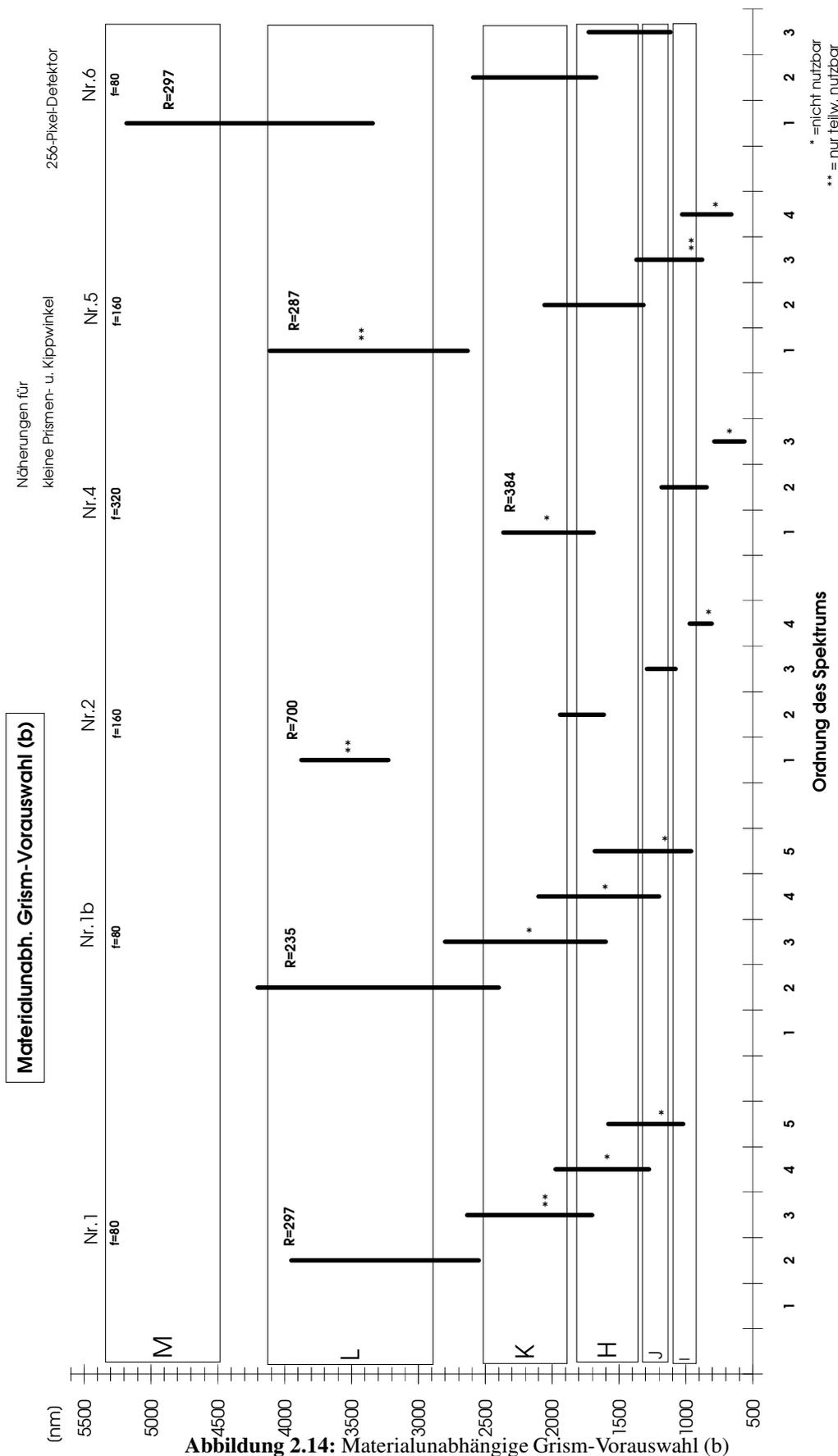
Grism Nr.2 kann ebenfalls nur als *direkt "ge-ruled-es"* realisiert werden, mit einem IR-durchlässigen Prismenmaterial von  $\lambda = 1100 - 4200$  nm, weil das Gittermaterial von Replicas (Harz) eine starke Absorptionsbande im L-Fenster besitzt (bei 3400 nm).

Für die notwendige Anzahl der Furchen pro mm ergibt sich mit Gl. (2.83)  $N \approx 74$ .

### Grism Nr.3

*Vorrangiges Ziel der Optimierung:* Die vollständige Abdeckung des M-Fensters durch *eine* Ordnung des Grism unter einer Systemauflösung von etwa  $\bar{R} \approx 600$ .

Da (wie schon mehrfach erwähnt) im gesamten Bereich des M-Fensters und im oberen Bereich des L-Fensters (ab ca. 3750 nm) unter den gegebenen Voraussetzungen ( $\Delta p_{ix} = 30\mu\text{m}$ ,  $W = 10$  mm) keine hochauflösende Spektroskopie (hier  $\bar{R} \approx 600$ ) unter gleichzeitig hoher Ortsauflösung (mit  $f \geq 160\text{mm}$ )



**Abbildung 2.14:** Materialunabhängige Grism-Vorauswahl (b)

Genäherte Verteilung der verschiedenen Ordnungen der *gleichen idealen* Grisms Nr.1-6 auf die Wellenlängen-Bereiche der unterschiedlichen IR-Fenster, unter Verwendung der restlichen, *zusätzlich* zu den optimalen, in Abb. 2.13 benutzbaren Kamera-Brennweiten  $f$ . Diese mit den vereinfachten Grism-Gleichungen berechneten Bandbreiten und mittleren Pixel-Auflösungen gelten wiederum für kleine Prismen- und Kippwinkel, sowie für einen 256x256-Pixel-Detektor. *Grism Nr.3* sollte nur unter der kleinsten verfügbaren Brennweite  $f = 80\text{mm}$  (s.Abb. 2.13) benutzt werden.

möglich ist, muß das M-Fenster und der obere Bereich des L-Fensters unter der kleinsten verfügbaren Brennweite  $f=80$  mm durch die Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$  eines Grism abgedeckt werden.

Wird das M-Fenster durch die Bandbreite *einer* Ordnung eines Grism völlig überdeckt, (von  $\lambda_1 = 4400 - 5400$  nm), so ergibt sich gerade die geforderte Auflösung von  $\bar{R} \approx 627$ . Wählt man außerdem  $m = 1$  als die zugehörige Ordnung, so kann dasselbe Grism bis einschließlich der 5. Ordnung benutzt werden, weil diese sich dann mit der nachfolgenden 6. Ordnung nur kaum und erst unterhalb 900 nm, also außerhalb des I-Fensters überlappt. Bei Verwendung eines I-Bandfilters ist damit die 5. Ordnung noch nutzbar.

Voraussetzung aber dafür, daß die 1. bis 5. Ordnung zur Spektroskopie mit  $\bar{R} \approx 627$  ausgenutzt werden kann, ist ein Prismenmaterial, das eine hohe Rein-Transmission im Bereich 900 - 5400 nm, d.h. keine starken Absorptionsbanden besitzt. Außerdem ist fraglich, ob die Antireflex-Beschichtung (mindestens der vorderen Prismenoberfläche des Grism) für einen solch großen Wellenlängen-Bereich einen geringen Reflektionsverlust, und damit eine hohe Transmission (d.h. Effizienz), garantieren. Deshalb wurden noch zwei weitere Grisms zur höher auflösenden Spektroskopie (bei  $\bar{R} \approx 600$  und größeren Brennweiten) in den Fenstern I-, J-, und H-Fenstern optimiert (s. Grism Nr.5 und Nr.6 in Schaubild 2.13).

Die etwas nach unten über das M-Fenster hinausragende Bandbreite der 1. Ordnung (bis 4400 nm) wurde gewählt, um mit der 2. Ordnung etwas weiter in die Mitte des K-Fensters zu gelangen. In dieser Ordnung kann dann in der oberen Hälfte des K-Fensters (ab  $\lambda_1 = 2200$  nm), allerdings mit der gleichen geringen Ortsauflösung ( $f=80$  mm), spektroskopiert werden. Die 3. Ordnung überdeckt den Zentralbereich des H-Fensters, und die 4. Ordnung füllt das gesamte J-Fenster optimal aus.

Aus den gewünschten Bandbreiten zur Brennweite  $f=80$  mm ergibt sich die ungefähre Anzahl der Furchen pro mm von  $N \approx 96$ .

Prinzipiell kann dieses Grism Nr.3 als zweiteiliges Replica-Grism realisiert werden, da der Bereich der starken Absorptionsbande von Harz, bei 3400 nm, von keiner Ordnung dieses Grism überdeckt wird, und aus der Messung der Transmissionskurve einer Harzprobe durch MILTON ROY (s. Abb. 2.24) oberhalb 3600 nm bis 5500 nm, d.h. im Bereich des M-Fensters, nur schwache Absorptionsbanden erkennbar sind.

#### Jedoch ergeben sich die folgenden Schwierigkeiten:

Aus den Meßwerten der Transmission lassen sich keine genauen Angaben über den Verlauf und den Wert des Brechungsindex  $n_g(\lambda)$  in Abhängigkeit von der Wellenlänge *im M-Bereich* machen, und eine Messung des Brechungsindex von "regulärem Harz" durch Milton Roy liegt nur (in Form eines Graphen) bis zu einer Wellenlänge von 1400 nm vor; für alle größeren Wellenlängen muß der Brechungsindex des Replica-Gittermaterials daher mithilfe einer Dispersionsformel, wie der SELLMIEIER oder HERZBERGER-GLEICHUNG, aus den Meßwerten unterhalb  $1.4\mu\text{m}$  extrapoliert werden. Dies wurde auch getan, wie im späteren Abschnitt 2.4 noch näher geschildert wird.

Trotzdem bleibt eine große Unsicherheit über die Genauigkeit der mithilfe dieser Interpolations- bzw. Extrapolations-Gleichungen und der Methode der kleinsten Quadrate bestimmten Brechzahlen von Harz im Bereich von  $2-5\mu\text{m}$ , und somit auch über die Zuverlässigkeit der mithilfe der Blaze-Funktion  $BF$  vorausgerechneten und zu erwartenden Grism-Effizienzen bestehen, weil diese ja von der Dispersion  $n_g(\lambda)$  des Harzes abhängt.

Jedoch sei daran erinnert, daß die *exakte* Berechnung der Verteilung der Wellenlängen-Intervalle der einzelnen Ordnungen eines Grism davon verschont bleibt, da die Grism-Grundgleichung und damit die Winkel-Dispersion des Grism völlig unabhängig vom Gittermaterial ist.

Bis zu einer Wellenlänge von etwa  $2\mu\text{m}$  unterscheiden sich die mit der Sellmeier- und Herzberger-Interpolationsgleichung an die aus der Milton-Roy-Kurve abgelesenen Werte des Brechungsindex "gefitteten" Dispersionskurven  $n_g(\lambda)$  kaum voneinander. Erst oberhalb  $2\mu\text{m}$  steigt die mit der Herzberger-Formel extrapolierte Dispersionskurve des Harzes steil an, wohingegen die der Sellmeier-Gleichung fast konstant bis  $5\mu\text{m}$  weiterverläuft.

Die Sellmeier-Gleichung ist vor allem für Materialien im UV und sichtbaren Bereich gut geeignet, wenn keine Annahmen über die Lage der Asymptoten (d.h. Resonzfrequenzen  $\omega_{0j}$  bzw.  $\lambda_{0j}$  der Absorption) im fernen Infrarot gemacht werden können, um den Verlauf der Dispersionskurve bis in den nahen und mittleren Infrarotbereich durch Inter- oder Extrapolation der Brechzahlen genauer beschreiben zu können.

Die Herzberger-Formel gilt in der Regel für IR-Materialien bis zu einem Wellenlängen-Bereich von oberhalb  $10\mu\text{m}$ , und liefert sehr gute Näherungen von  $n$ , wenn bis dahin sichere Werte des Brechungsindex vorliegen. Ein weiterer Vorteil der Herzberger-Formel ist, daß sie zwar auch (wie die Sellmeier-Gleichung) auf der Tatsache des Vorhandenseins von Absorptionsbanden im fernen IR, der im Sichtbaren bis nahen IR transparenten Materialien, basiert, jedoch das Verhalten der Dispersionskurve im IR *ohne* Annahme der Asymptote  $\lambda_{0j}$  (im IR) richtig beschrieben werden kann; dies liegt an dem von Herzberger in der Formel hinzugefügten  $\lambda^4$ -Glied und dessen zugehörigen, leicht aus einem "Fitting" an die Meßwerte bestimmbar, Material-Koeffizienten  $E$  (siehe nähere Informationen zur Sellmeier und Herzberger-Formel in einem späteren Abschnitt 2.4.3). Die so mithilfe der Herzberger-Formel berechnete Tendenz eines Anstiegs des Brechungsindex von Harz, oberhalb  $2\mu\text{m}$  mit einer Asymptote bei ca.  $6\mu\text{m}$ , ließe sich theoretisch durch starke Absorptionsbanden in diesem Bereich (oberhalb  $6\mu\text{m}$ ) erklären, wie sie auch tatsächlich vorkommen (zwischen  $6\text{-}12\mu\text{m}$ ), was die Transmissionskurve von MILTON ROY in Abb. 2.24 beweist.

Aus diesen genannten Gründen wurde der mit der Herzberger-Gleichung berechneten Dispersionskurve  $n_g(\lambda)$  von Harz (oberhalb  $2\mu\text{m}$ ) *mindestens* genausoviel Beachtung geschenkt, wie der aus der Sellmeier-Formel bestimmten, und beide unterschiedlichen Kurven in die Berechnungen zu Grism Nr.3 mit einbezogen. Ein als Replica-Grism realisiertes Grism Nr.3 hat dann möglicherweise *eine* der beiden, mithilfe dieser beiden verschiedenen Brechzahlen, vorausberechneten Effizienzen. Die verschiedenen Optimierungsvorschläge für ein Replica-Grism Nr.3 wurden daher im weiteren zusätzlich mit dem lateinischen Buchstaben "b" bzw. "c" versehen.

Die Optimierung der absoluten Effizienz eines *Replica-Grism* Nr.3 bleibt also eine äußerst schwierige Aufgabe und kann nur spekulativ durch die beiden Annahmen über den Verlauf des Brechungsindex von Harz (oberhalb  $2\mu\text{m}$ ) gelöst werden: Beim Übertritt des Strahls vom Prismen- zum Gittermaterial können starke Reflektionsverluste entstehen, welche die Effizienz (Transmission) verschlechtern, wenn man nicht ein Prismenmaterial wählen kann dessen Brechzahl dem des Gitters angepaßt ist, oder nötigenfalls eine Antireflex-Beschichtung zwischen Prisma und Gitter-Replica aufbringen kann. Wie soll man die Effizienz in beiden Fällen optimieren, wenn man den Wert von  $n_g$  im Wellenlängen-Bereich oberhalb  $2\mu\text{m}$  nicht genau kennt?

*Fazit:* Um kein Risiko einzugehen, sollte darum Grism Nr.3 als direkt "ge-ruled-es", und aus einem einzigen IR-durchlässigen Material hergestellt werden. Im weiteren Verlauf wird solch ein optimales Grism Nr.3 vorgestellt und dabei ohne ein lateinisches Suffix gekennzeichnet.

Die später nachfolgenden *exakten* Berechnungen zur Effizienz von Grism Nr.4-6 (vgl. die zug. Wellenlängen-Intervalle in Schaubild 2.13) sind von dieser Problematik nicht betroffen, da deren nutzbaren gewünschten Ordnungen unterhalb  $2.5\mu\text{m}$  liegen, und die Brechzahlen  $n_g$  aus der Sellmeier- oder Herzberger-Näherung herangezogen werden können, die sich in diesem Bereich kaum voneinander unterscheiden. Ebenso sind die Berechnungen und Optimierungen zu Grism Nr.1, bzw. 1b, und Nr.2 unproblematisch, da diese ohnehin *direkt liniert* sein müssen (s. Absorptionsbande bei  $3.4\mu\text{m}$ ).

#### Grism Nr.4

*Vorrangiges Ziel der Optimierung:* Die Abdeckung des gesamten spektralen Bereichs des K- und H-Fensters durch *eine* Ordnung eines einzelnen Grism zu einer möglichst großen Brennweite  $f$  (d.h. bei hoher Ortsauflösung) und einer niederen Spektralauflösung ( $\bar{R} \approx 300$ ).

Wählt man eine Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$  zur Ordnung  $m = 1$ , von der unteren Grenze des H-Fensters bei  $\lambda_1 = 1350$  nm bis zu einer oberen Wellenlänge bei  $\lambda_2 = 2700$  nm, welche schon außerhalb des K-Fensters liegt, werden beide Fenster gleichzeitig mit einer mittleren Auflösung von  $\bar{R} \approx 192$  überdeckt, *und* die 2. Ordnung ist noch zur Spektroskopie mit der gleichen Auflösung im gesamten Bereich des I- und J-Fensters zu gebrauchen; die 2. Ordnung überlappt sich nämlich dann nicht mit der ersten, weil deren größte Wellenlänge gerade  $\lambda_2(m = 2) = 1350$  nm ist. Die 3. Ordnung ist *nicht* mehr brauchbar. Sie reicht bis zur Wellenlänge  $\lambda_2(m = 3) = 900$  nm und überschneidet sich daher mit der 2. Ordnung, *aber* nur außerhalb des I- und J-Fensters. Deshalb wird bei Nutzung der 2. Ordnung nur die obere Detektorhälfte verwendet.

Diese Überlegungen zur Verteilung der Ordnungen auf die Wellenlängen-Bereiche, bei einer mittleren erzielbaren Grism-Systemauflösung von  $\bar{R} \approx 192$ , können für ein Grism bei einer Brennweite von  $f = 160\text{mm}$  realisiert werden, da die hierzu gehörende obere Grenz-Wellenlänge für  $\lambda_G$  erst bei  $\lambda_{Gmax} = 3750$  nm liegt, während die zu  $f = 320$  mm allerdings nur  $\lambda_{Gmax} = 1875$  nm ist.

Aus dieser Brennweite und den Bandbreiten der Ordnungen errechnet sich dann mithilfe der Beziehung (2.83) die notwendige ungefähre Furchenanzahl pro mm von  $N \approx 36$ .

Berechnet man anschließend dann die Wellenlängen-Intervalle *desselben* Grism Nr.4 zur *doppelten* Brennweite  $f = 320$  mm, mithilfe Gleichung (2.84), so ist erkennbar (s. Schaubild 2.14), daß die 2. Ordnung noch zur Abdeckung des I-Fensters und unteren Teil des J-Fensters mit einer mittleren Auflösung von  $\bar{R} \approx 384$  einsetzbar ist. Die 1. Ordnung ist zwar auch zu gebrauchen, jedoch nicht zur angegebenen doppelten Auflösung von  $\bar{R} \approx 384$  (s. Näherung (2.85)), weil die Grenze  $\lambda_{Gmax}$  zur Brennweite  $f = 320$  mm bei  $1875$  nm überschritten wird. Die tatsächliche Systemauflösung bei Verwendung der 1. Ordnung ist deshalb die durch die Pupillengröße vorgegebene  $R_{Pup} \approx m \cdot N \cdot W = 1 \cdot 36 \cdot 10 = 360$  (s. Näherung (2.87)). Dabei füllt diese Ordnung mit ihrem Spektrum fast das ganze K-Fenster bis  $\lambda_2(m = 1) = 2363$  nm aus.

Grism Nr.4 kann mithilfe eines Replica-Gitters verwirklicht werden, falls sich eine passende Furchenanzahl in der Umgebung von  $N$  (hier  $N \approx 36$  pro mm) im MILTON ROY KATALOG[8] finden läßt, welche der oben beschriebenen, mit den Näherungsgleichungen berechneten Wellenlängen-Verteilung der Ordnungen sehr nahe kommt. Außerdem muß sich dann erst noch ein passender Blaze-Winkel  $\Theta_{geg}$  eines schon vorhandenen Master-Gitters (das als "Gußform" des Replica-Grism dient) im Katalog finden lassen, der in der Nähe des erforderlichen, mit der Blazewinkel-Gleichung (2.36) berechneten Wertes von  $\Theta_{ideal}$  für die Geradeaus-Wellenlänge (als Blaze-Wellenlänge)  $\lambda_G = \lambda_{Blaze}$  liegt. All diese Voraussetzungen müssen *generell* erst einmal für ein als Replica-Grism in Frage kommendes Grism erfüllt sein.

Prinzipiell spricht nichts gegen eine Herstellung des Grism Nr.4 als **Replica-Grism**, denn unterhalb einer Wellenlänge von  $\lambda_2(m=1) = 2700$  nm wirken sich keine Absorptionsbanden des Gittermaterials Harz negativ auf die Transmission (bzw. Effizienz) des Grism aus, und der Wert des Brechungsindex  $n_g$ , der für die anschließende Optimierung der Effizienz und Transmission notwendig ist, kann bis zu diesem Bereich (der Geradeaus-Wellenlänge bei ca.  $2\mu\text{m}$ ) gut durch die Sellmeier-Dispersionsgleichung (oder Herzberger-Gleichung) inter- bzw. extrapoliert werden. Weiterhin sollte die innere Durchlässigkeit (=“Reintransmission“) des Prismenmaterials, vor allem im Bereich  $\lambda = 1000 - 2500$  nm, möglichst hoch sein. Dies gilt natürlich auch für ein einteiliges, direkt liniertes Grism.

Wie schon angedeutet wurde, erhielt man die numerischen Koeffizienten  $K_j$  und Wellenlängen  $\lambda_{0j}$ <sup>2</sup> in der Sellmeier-Formel durch ein “Kurven-Fitting“ an die Werte des Brechungsindex von Harz, welche aus der schon vorhandenen Kurve von Milton Roy bis  $1.4\mu\text{m}$  abgelesen werden konnten. Nähere Einzelheiten hierzu finden sich im Abschnitt 2.4.

#### Grism Nr.5 und Nr.6

... sind dafür optimiert worden, daß sie gemeinsam mit ihren nutzbaren Ordnungen den Wellenlängen-Bereich des I-, J-, H- und teilweise auch K-Fensters bis etwa  $\lambda = 2360$  nm, vollständig und fast nahtlos mit der (relativ) hohen spektralen Auflösung von etwa  $\bar{R} \approx 600$ , überdecken, bei gleichzeitig hoher Ortsauflösung, d.h. mit den Brennweiten  $f = 320$  bzw.  $f = 160$  mm.

Die in Schaubild 2.13 angegebenen Auflösungen  $\bar{R} \approx 574$ , bzw.  $\bar{R} \approx 593$ , gelten nur für die in diesem (oben genannten) Wellenlängen-Bereich optimierten höheren Ordnungen  $m = 2$  und  $m = 3$  von Grism Nr.5, bzw.  $m = 2 - 4$  von Grism Nr.6. Die sich aus der Lage dieser höheren Ordnungen ergebenden ersten Ordnungen (s. Gleichungen (2.21')) liegen folglich im Bereich des L-, bzw. M-Fensters; sie überschreiten jeweils mit ihren Wellenlängen die oberen Grenz-Wellenlängen bei  $\lambda_{G_{max}} = 1875$  nm (zu  $f = 320$  mm), bzw. bei  $\lambda_{G_{max}} = 3750$  nm (zu  $f = 160$  mm), so daß bei Verwendung *dieser* Ordnungen die gleichhohe Pixelauflösung  $R_{pix}$  *nicht* der Systemauflösung entspricht, sondern letztere durch den geringeren Wert der pupillenbegrenzten Auflösung  $R_{Pup}$  gegeben ist.

Aus den gewünschten Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}$  der einzelnen Ordnungen  $m$  und der zugehörigen Brennweite  $f$ , ergibt sich aus Näherung (2.83) die erforderliche Furchenzahl von  $N \approx 32$  bei Grism Nr.5, bzw.  $N \approx 52$  bei Grism Nr.6.

Mit der ersten Ordnung ließe sich dann nur eine tatsächliche Auflösung von  $R_{Pup} \approx 1 \cdot 32 \cdot 10 = 320$  und  $R_{Pup} \approx 520$ , durch Grism Nr.5 bzw. Nr.6 erzielen.

Beide Gitterprismen können, aus den gleichen Gründen wie Grism Nr.4, in Form von Replica-Grisms hergestellt werden. Die erste Ordnung von Grism Nr.5 (3000-3740 nm) liegt zwar im Bereich der starken Absorptionsbande von Harz bei  $3.4\mu\text{m}$ , jedoch wird sie nicht unbedingt gebraucht, da Grism Nr.1 schon für diesen Bereich des L-Fensters zur Auflösung  $\bar{R} \approx 594$  und zur Brennweite  $f = 160$  mm optimiert wurde.

Die 3. Ordnung von Grism Nr.5 überdeckt gerade das I-Fenster ab  $\lambda_1(m=3) = 1000$  nm, und das J-Fenster bis zur Mitte bei etwa  $\lambda_2(m=3) = 1247$  nm, unter der großen Kamera-Brennweite  $f = 320$  mm und mit der mittleren spektralen Auflösung  $\bar{R} \approx 574$ .

In diesem Bereich des J-Fensters beginnt dann die 3. Ordnung des Grism **Nr.6** bei  $\lambda_1(m=3) = 1267$  nm zur (ebenfalls großen) Brennweite  $f = 160$  mm und Auflösung  $\bar{R} \approx 593$ , und endet im mittleren Bereich des H-Fensters. Die 2. Ordnung des Grism **Nr.5** überdeckt dann die obere Hälfte des H-Fensters von  $\lambda_1(m=2) = 1500$  nm bis zum oberen Ende bei ca.  $\lambda_2(m=2) = 1870$  nm mit der Brennweite  $f = 320$  mm und der hohen Auflösung von  $\bar{R} \approx 574$ .

In den Fenstern I, J, und H kann somit durch die beiden Grisms Nr.5 und Nr.6 optimal mit einer hohen Orts- und spektralen Auflösung (nahe  $\bar{R} \approx 600$ ) spektroskopiert werden. Als Ergänzung zu Grism Nr.1 kann außerdem die 2. Ordnung von Grism Nr.6 dazu verwendet werden, um im K-Fenster mit einer hohen Orts- und Spektral-Auflösung zu arbeiten.

Berechnet man mithilfe der Näherung (2.84) die zur kleineren Brennweite  $f = 160$  mm gehörende Wellenlängen-Verteilung der Ordnungen von Grism **Nr.5** (s. Schaubild 2.14), so stellt man fest, daß die zweite noch nutzbare Ordnung den H-Bereich vollständig mit der Auflösung  $\bar{R} \approx 287$  überdeckt, und ebenso die 3. Ordnung noch zur Spektroskopie im J-Fenster zu gebrauchen ist, unter der gleichen Auflösung  $\bar{R}$ ; hierbei wird jedoch nur die obere Detektorhälfte benutzt. Diese beiden Ordnungen von Grism Nr.5 zur Brennweite  $f = 160$  mm, sind eine gute Ergänzung für die Ordnungen  $m = 2$  und  $m = 3$  von Grism **Nr.2**, die diese Fenster mit einer vergleichbaren Auflösung von  $\bar{R} \approx 350$  abdecken, jedoch zu einer *kleineren* Brennweite ( $f = 80$  mm).

Das zur Brennweite  $f = 160$  mm optimierte Grism **Nr.6** läßt sich auch hervorragend mit der Brennweite  $f = 80$  mm in der ersten und zweiten Ordnung nutzen (s. Schaubild 2.14) :

Die 1. Ordnung ermöglicht die bisher noch nicht berücksichtigte niederauflösende Spektroskopie im Bereich des M-Fensters mit  $\bar{R} \approx 297$ , von  $\lambda_1 (m = 1) = 3340$  nm bis  $\lambda_2 (m = 1) = 5180$  nm. Bei einem Replica-Grism ist diese 1. Ordnung aber erst ab etwa einer Wellenlänge von 3600 nm zu gebrauchen, wegen der starken Absorptionsbande von Harz. Mit der 2. Ordnung wird außerdem das gesamte K-Fenster mit der gleichen mittleren Systemauflösung unter der kleineren Brennweite ( $f = 80$  mm) vollständig abgedeckt. Diese dient als ideale Ergänzung zur 2. Ordnung des Grism Nr.2, welche durch ihre Bandbreite nur den untersten Bereich des K-Fensters erfaßt, bei gleicher niedriger Ortsauflösung ( $f = 80$  mm) und vergleichbarer spektraler Auflösung  $\bar{R} \approx 350$ .

*Fazit:* Soll das Grism Nr.6 also auch bei der Brennweite  $f = 80$  mm eingesetzt werden, um die eben geschilderten Vorteile auszunutzen, so ist es ratsam dieses Grism aus nur *einem* IR-durchlässigen (Prismen-) Material (im Bereich 1000-5000 nm), d.h. als direkt liniertes, herstellen zu lassen. Der Grund: Wie schon an anderer Stelle erwähnt wurde, ist eine Optimierung der Transmission bzw. Effizienz eines Replica-Grism nur möglich, wenn der Wert des Brechungsindex von Harz ausreichend genau bekannt ist; dieser läßt sich aber bis zu einer Wellenlänge von  $5.2\mu\text{m}$  nur sehr ungenau mit der Herzberger-Dispersionsgleichung abschätzen.

In Tabelle 2.3 sind die einzelnen, mithilfe der Näherungsgleichungen optimierten Grisms der materialunabhängigen Vorauswahl (die in den Schaubildern 2.13 und 2.14 dargestellt sind), und die jeweils zugehörigen Wellenlängen-Intervalle der nutzbaren Ordnungen unter den verschiedenen nutzbaren Kamera-Brennweiten, nochmals zusammengestellt. Außerdem ist die sich aus den Bandbreiten und der Brennweite ergebende erforderliche Furchenanzahl  $N$  pro mm der einzelnen Grisms, und die erreichbare mittlere spektrale Auflösung  $\bar{R}$  des Grism-Systems, angegeben. Die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  zur jeweils wichtigsten nutzbaren Ordnung des Grism, wurde ebenfalls in die Tabelle eingetragen; sie ergibt sich näherungsweise aus dem Mittelwert des zugehörigen Wellenlängen-Intervalls.

Der Wert der Geradeaus-Wellenlänge wird später benötigt, um mithilfe des dann bekannten und optimierten Brechungsindex des Prismenmaterials (s. Auswahlkriterien für das Prismen-Material)  $n_p$  und Kippwinkels  $\alpha$  des Grism, den hierfür notwendigen und exakten Prismenwinkel  $\varphi$  mit Gleichung (2.18) berechnen zu können.

Im nächsten Schritt läßt sich dann die *exakte* Verteilung der einzelnen Ordnungen der Grisms auf die

Nr.	DR/R	N	f	$\lambda_{G,zug,m}$	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5	$R_{Sys}$
<b>1</b>	DR	34	160	3250,m=2	---	2900-3600	1933-2400	1450-1800	[1160-1440]	594
			80	" , "	---	2550-3950	1700-2633	[1275-1975]	[1020-1580]	297
<b>1b</b>	DR	27	160	3300,m=2	---	2850-3750	1900-2500	1425-1875	[1140-1500]	469
			80	" , "	---	2400-4200	[1600-2800]	[1200-2100]	[960-1680]	235
<b>2</b>	DR	74	80	3550,m=1	2900-4200	1450-2100	967-1400	[725-1050]	---	350
			160	" , "	3225-3875	1613-1938	1075-1292	806-969	---	700
<b>3</b>	DR/R	96	80	4900,m=1	4400-5400	2200-2700	1467-1800	1100-1350	880-1080	627
<b>4</b>	R	36	160	2025,m=1	1350-2700	675-1350	[450-900]	---	---	192
			320	" , "	(1688-2363)*	844-1182	[563-788]	---	---	(360)* 384
<b>5</b>	R	32	320	1685,m=2	(3000-3740)*	1500-1870	1000-1247	[--935]	---	(320)* 574
			160	" , "	2630-4110	1315-2055	877-1370	[658-1028]	---	287
<b>6</b>	R	52	160	2130,m=2	(3800-4720)*	1900-2360	1267-1573	[950-1180]	---	(520)* 593
			80	" , "	3340-5180	1670-2590	[1113-1727]	---	---	297

**Tabelle 2.3:** Näherungsweise berechnete Wellenlängen-Intervalle der unterschiedlichen nutzbaren Ordnungen der idealen Grisms Nr.1-6 aus der Vorauswahl, die unter den verschiedenen benutzbaren Kamera-Brennweiten  $f$  auf den 256x256-Pixel-Detektor fallen (s. nähere Erklärung im Text).

Wellenlängen-Bereiche mit der aus der Grism-Grundgleichung folgenden Iterationsgleichung (2.64) und dem Grism-Programm bestimmen ( $\Delta\lambda_{Det} = \lambda(x' = +L_{Det}/2) - \lambda(x' = -L_{Det}/2)$ ).

Es wurden dabei alle in der Nachbarschaft der genäherten Werte  $N$  liegenden, und gleichermaßen für Replicas und direkt linierte Gitter geltenden, realisierbaren Furchenfrequenzen  $N_{Kat}$  aus dem *Milton Roy Katalog* ausgesucht, und anschließend die exakten Wellenlängen-Intervalle der Ordnungen berechnet.

Diese sind zu mehreren Tabellen, in Abschnitt 2.5.2 (siehe ab Seite 107), zusammengefaßt.

Schließlich wurde jeweils dasjenige  $N_{Kat}$  ausgewählt, für welches die exakte Lage der Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}$  der einzelnen Ordnungen, der zur idealen (näherungsweise) berechneten Verteilung (in Schaubild 2.13 u. 2.14, bzw. in Tab. 2.3) sehr nahe kommt. Es konnte dann erst auch die exakte (pixelbeogr.) spektrale Auflösung  $R$  des Grism-Systems, z.B. zur Detektormitte (bei  $x'=0$ , d.h. zur Geradeaus-Wellenlänge), mithilfe der Gleichung (2.63) und dem Grism-Programm berechnet werden.

Die resultierende exakte Verteilung der Ordnungen der *realisierbaren* und optimierten Grisms auf die verschiedenen Wellenlängen-Bereiche wurde schließlich wieder in drei verschiedenen Diagrammen (2.31 - 2.33) bildlich (bzw. auch in den Tabellen 2.11-2.17, ab Seite 108) dargestellt.

Den Schaubildern ist zu entnehmen, für welche Prismen-Materialien und Kamera-Brennweiten  $f$  diese Verteilungen gelten. Ferner wird durch den Zusatz "+Harz" angedeutet, daß es sich bei diesem Grism-Vorschlag um ein mögliches zweiteiliges Replica-Grism handelt; die jeweilige Verteilung würde sich aber bei Verwendung eines entsprechenden direkt linierten Grism aus dem gleichen Prismen-Material nicht ändern (die exakte "GGG" hängt ja nicht von  $n_g$  ab).

Verschiedene realisierbare Alternativen (z.B. unterschiedliches Prismenmaterial oder unterschiedliche Furchenanzahlen pro mm; die genaueren Begründungen in den verschiedenen Fällen sind dem Text zu entnehmen) sind durch einen zusätzlichen lateinischen Buchstaben hinter der Grism-Nummer gekennzeichnet.

Nr.	$f$	$R_{\text{Sys}}$	Überdeckte IR-Fenster
<b>1</b>	160	594	H ab 1450, K bis 2400, L bis 3600.
	80	297	L bis 3950, K ab 1975.
<b>1b</b>	160	469	H ab 1500, K ganz, L bis 3750.
	80	235	L ganz.
<b>2</b>	80	350	J u. H ganz, K bis 2100, L ganz.
	160	700	J ganz, H ab 1613, (L Mitte).
<b>3</b>	80	627	I u. J ganz, H ab 1467, K ab 2200, M ganz.
<b>4</b>	160	192	I,J,H,K jew. ganz.
	320	(360)* 384	I ganz, (K bis 2363)*.
<b>5</b>	320	(320)* 574	I ab 1000, J bis 1247, H ab 1500, (L bis 3740)*.
	160	287	J u. H ganz, (L ganz).
<b>6</b>	160	(520)* 593	I ganz, J ab 1267, H bis 1573, K bis 2360, (L-M ab 3800)*.
	80	297	K ganz, L ab 3340, M bis 5180.

**Tabelle 2.4:** Die durch das gesamte Grism-Sortiment der Vorauswahl vollständig abgedeckten IR-Fenster der Atmosphäre, mit jeweils den beiden geforderten mittleren spektralen System-Auflösungen von  $\overline{R}_{\text{Sys}} \approx 200 - 300$  bzw.  $\overline{R}_{\text{Sys}} \approx 600$ , bei Benutzung verschiedener Kamera-Brennweiten  $f$ .

Die Grism-Nummern beziehen sich auf dieselben idealen Grisms und Optimierungsüberlegungen, wie zur Vorauswahl.

Die exakt berechnete Auflösung  $R$  eines Grism-Systems zur Geradeaus-Wellenlänge, d.h. zur Detektormitte, und zur jeweils wichtigsten ersten nutzbaren Ordnung, wurde ebenfalls in die Schaubilder 2.31-2.33 der exakten Verteilungen eingetragen.

In Diagramm 2.33 (s.S. 126) sind die genauen Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda_{Det}$  derselben optimierten Grisms aus den Schaubildern 2.31 und 2.32 (s.ab S. 123), *jetzt aber* zu anderen verwendbaren Kamera-Brennweiten  $f$ , graphisch dargestellt.

Die zu einigen, mit (\*) oder (\*\*) gekennzeichneten, niederen Ordnungen mancher Grisms angegebene mittlere Pixelauflösung  $R(x' = 0)$ , entspricht nicht der *tatsächlich* erreichbaren Grism-Systemauflösung, da dort (innerhalb dieser Ordnungen) die obere Grenze der maximal erreichbaren pupillenbegrenzten spektralen Auflösung  $R_{Pup}$ , zum Teil, oder ganz überschritten wird. Diese Ordnung des betreffenden Grism läßt sich also dann *nicht* in der angegebenen hohen spektralen Auflösung  $R(x' = 0)$ , wie die übrigen höheren Ordnungen, nutzen; für diese Ordnung gilt dann der dort genau (mit dem Computer) berechnete Wert von  $R_{Pup}$  (mithilfe Gl.(2.58)) als Systemauflösung  $R$ , welcher sich in der nebenstehenden Tabelle zu den graphischen Darstellungen der Pixelauflösungs-Kurve  $\delta\lambda_{Pix}(x')$  bzw.  $R_{Pix}(x')$ , und linearen Dispersion-Kurve  $LD(x')$ , der entsprechenden Ordnung des betreffenden Grism finden läßt (s. entsprechendes Grism-Datenblatt, ab Seite 143).

Ein weiterer Grund für nur teilweise (\*\*), oder überhaupt nicht nutzbare Ordnungen (\*), ist natürlich die teilweise oder vollständige Überlappung der Bandbreiten der höheren Ordnungen eines Grism.

Alle exakten Berechnungen wurden für einen optimierten Grism-Kippwinkel von  $0^\circ$  (also für einen senkrecht einfallenden Strahl) und für einen 256x256-Pixel-Detektor (mit  $\Delta_{Pix} = 30\mu m$ ) ausgeführt.

### 2.3.4 Auswirkungen bei Kippung eines Grism zum Eintrittsstrahl

Eine Kippung verursacht u.a. eine Erhöhung der spektralen Auflösung  $R_{Pix}$  bzw. Winkel-Dispersion. Dies gilt es jedoch nicht zu optimieren.

Ein möglicher Grund für eine Kippung der Grisms wäre die schon erwähnte Verhinderung von Mehrfachreflektionen der Geradeaus-Wellenlänge, wie sie zwischen Prismenoberfläche und dem Detektor auftreten können. Wie gezeigt, würden durch eine Kippung um mindestens  $3^\circ$  bei einem 512x512-Pixel-Detektor diese störenden Reflektionen verhindert werden.

Würde man sich für diese Methode entschließen, müßte man sich überlegen, in welche Richtung man kippen soll; denn eine Kippung kann eine Verschlechterung der Effizienz zur Folge haben, bei konstant gehaltener Furchenform und Prismenwinkel (Stichwort: Abschattung, und nicht vollständig ausgeleuchtete Furchen). Bei solch einem kleinen Kippwinkel von betragsmäßig etwa  $3^\circ$ , erwartet man jedoch nur Unterschiede von höchstens ein paar Prozent in der Effizienz bei den verschiedenen Kipprichtungen.

Als *Beispiel* wurde die Effizienz eines optischen Grism mit rechtwinkliger Furchenform berechnet: Hier machen sich erst erhebliche Verschlechterungen der Effizienz bei einer Kippung um über 6 Grad in Vorwärtsrichtung bemerkbar. Bei 12 Grad in Vorwärtsrichtung sinkt die Effizienz um immerhin 10 Prozent gegenüber senkrechtem Lichteinfall. Dagegen wirkt sich eine geringe Kippung des Grism

in negativer, d.h. entgegengesetzter Richtung in der Regel (je nach Furchenform) günstiger auf die Effizienz aus. Gleichzeitig verursacht eine Kippung in der Größenordnung von 12 Grad nur eine geringfügige Verschiebung des Wellenlängenbereichs des Spektrums: Die Geradeaus-Wellenlänge verschiebt sich nur um etwa 1 Prozent von der ursprünglich bei senkrechtem Einfall optimierten; die Blaze-Wellenlänge ungefähr um 3 Prozent.

Aus diesen Überlegungen heraus folgt, daß eine Kippung zum Zwecke der Optimierung der Effizienz oder spektralen Auflösung (bzw. der linearen Dispersion des Grism) in meinem Falle nicht in Betracht kommt, da diese Größen ja sowieso mithilfe der restlichen Grism-Parameter (wie z.B. Furchenwinkel, Gitterkonstanten,...) optimiert werden können bzw. vorgegeben werden.

Das gleiche gilt hinsichtlich der optimalen Verteilung der Grisms auf die gewünschten Wellenlängenbereiche: Durch geeignete Wahl des Prismenwinkels und der Anzahl der Furchen pro mm, kann eine gewünschte Geradeaus-Wellenlänge innerhalb eines ebenfalls bevorzugten Wellenlängenbereiches (zu gegebener Ordnung des Spektrums) realisiert werden. Eine Kippung der Grisms, zum Ziele einer Verschiebung des Spektrums, ist daher überflüssig und zudem nicht sehr effizient, wie das obige Beispiel verdeutlicht hat.

Die Herstellerfirma bietet nur eine begrenzte Auswahl an Gitterkonstanten sowohl für direkt "geruled-e" als auch für Replica-Grisms an, und man kann infolge dessen nicht völlig beliebig einen gewünschten Wellenlängen-Bereich realisieren. Daher riskiert man zwar unter Umständen eine geringfügige Überlappung nutzbarer Ordnungen, die aber nur durch eine extreme Kippung verhindert werden könnten. Wie sich aber noch zeigen wird (s. Abschnitt 2.5.3: "Exakte Berechnung der Verteilung ..."), war aus diesem Grunde eine Kippung nicht nötig.

Das scheinbar einzige vernünftige Argument *für* eine Kippung der Grisms ist also die Verhinderung von Mehrfachreflektionen: Diese kann man aber auch durch eine Kippung der *IR-Filter* im Filterrad der Kamera verhindern (s. Abschnitt (2.2.9): "Verhinderung von Mehrfachreflektionen durch Kippung der Filter").

Nach all diesen Ausführungen *gegen* eine Kippung der Grisms könnte man nun voreilig sagen: „Die Kippungen sind vom Tisch.“ Jedoch wurden die folgenden Aspekte noch nicht erwähnt: Die Abhängigkeit des erforderlichen Prismenwinkels von der Kippung, und die daraus folgende effektive relative Baulänge der Grisms, und der Verlauf des Transmissionsfaktors  $T$  beim Übergang von Prisma zu Gitter bei Replicas *ohne* Beschichtung.

Diese wichtigen Auswirkungen, verursacht durch eine Kippung, werden aber ausführlich im Abschnitt 2.4 ("Auswahlkriterien für die Prismen- bzw. Grism-Materialien") in einem anderen Zusammenhang genauer diskutiert und graphisch dokumentiert. Denn nach diesem Kriterium ist eine Optimierung des Kippwinkels nur in einem komplexeren Zusammenhang möglich.

## 2.4 Auswahlkriterien für die Materialien und Kippwinkel der Grisms

Falls keine geschlossenen Ausdrücke für die Dispersion der in Frage kommenden Prismen- d.h. Grism-Materialien der engeren Wahl in der Literatur zu finden waren, mußten die Dispersionsgleichungen mit der Methode der kleinsten Quadrate und der Herzberger-Gleichung, bzw. mithilfe der Sellmeier-Gleichung, aus den Brechungsindex-Angaben der Hersteller-Firmen berechnet werden. Dies war vor allem auch bei dem Gittermaterial Harz notwendig. Die Dispersionsformeln konnten dann für weitere Berechnungen in das Grism-Programm eingefügt werden. Die jeweiligen Dispersionskurven dieser

Materialien, d.h. der Verlauf der Brechungsindizes in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $n_p(\lambda)$ , wurden außerdem graphisch dargestellt.

Bei der engeren Materialauswahl sind zum einen infrarotdurchlässige Substanzen mit einem hohen Brechungsindex, wegen des daraus folgenden geringen Prismenwinkels (bei vorgegebener gewünschter Geradeaus-Wellenlänge), gegenüber anderen Materialien bevorzugt. Zum andern sollte dabei die innere Absorption möglichst gering, d.h. die Reintransmission im jeweils wichtigsten vorgesehenen, nutzbaren Wellenlängenbereich sehr hoch sein.

Außerdem ist es wünschenswert, daß die Dispersion  $n_p(\lambda)$  des ausgesuchten Prismenmaterials im gesamten Wellenlängenbereich des NIR annähernd konstant ist, d.h. daß  $dn_p/d\lambda \approx 0$  gilt; dies hat nämlich eine gewollte relativ konstante *lineare* Dispersion  $LD(x) = dx/d\lambda = f \cdot d\varepsilon/d\lambda$  auf dem Detektor zur Folge, weil dann auch für den Term  $dC/d\lambda \approx 0$  gilt (s.S.35), und  $d\varepsilon/d\lambda$  für alle Beugungswinkel  $\varepsilon(\lambda \approx \lambda_G)$  nahe der Geradeaus-Richtung in etwa gleich bleibt (vgl. Gl. (2.45)).

Weitere wichtige Kriterien für die richtige Wahl des jeweiligen Prismen-Materials, sind eine geringe Wasserlöslichkeit, und ein kleiner Temperaturgradient  $dn/dT$  des Brechungsindex. Eine geringe Wärmeausdehnung, d.h. ein kleiner thermischer Expansionskoeffizient des Replica-Substrats (bei Replica-Grisms), der dem des Replica-Harzes angepaßt sein sollte, ist außerdem sehr wichtig. Bei einem direkt linierten Grism muß bedacht werden, daß das Prismenmaterial nicht allzu hart ist (geringe Knoop-Härte), um die Gitterfurchen besser mit der Ruling-Maschine hineinradieren zu können.

Für die spätere endgültige Wahl des Prismenmaterials muß aber zuerst abgeklärt werden, ob für ein vorgesehenes *Replica-Grism*, außer einem höher brechenden Substrat (Prismen-Material), das einen recht kleinen notwendigen Prismenwinkel ergibt, besser ein schwach brechendes, dem Brechungsindex des Gitter-Harzes angepaßtes Material ausgewählt werden soll: Im Einzelfall muß nach weiteren Kriterien überprüft werden, ob dann z.B. die Baulänge bzw. Einbaulänge des Grism in der Kamera nicht zu groß wird. Dabei spielt auch der ebenfalls zu optimierende *Kippwinkel* des Grism eine Rolle.

Speziell bei **Replica-Grisms** müssen (daher) bei der Wahl des Prismen-Materials die folgenden beiden Fälle mit berücksichtigt werden:

FALL A: Wird ein Prismen-Material mit einem dem Gitter angepaßten Brechungsindex ausgewählt, *kann* die Baulänge des betreffenden Grism (d.h. der Prismenwinkel  $\varphi$ ) zu groß werden, und damit zum einen auch die innere Absorption, und zum andern die Reflektionsverluste an der Grenzfläche zwischen Prisma und Gitter, durch den gleichzeitig größer werdenden Einfallswinkel  $\gamma(\alpha, \varphi)$  des Strahls *zur Gitterebene*, erhöht werden.

FALL B: Wird hingegen ein Prismen-Material mit einem großen Brechungsindex mit dem Replica-Gitter kombiniert, hat dies zwar eine sehr *kurze* Baulänge (d.h. kleines  $\varphi$ ) des Grism zur Folge, jedoch werden dadurch die Reflektionsverluste durch den viel größeren BI-Sprung zwischen Prisma und Gitter erhöht, wenn dort *generell* von einer AR-Beschichtung abgesehen wird.

Erst mithilfe der Fresnel-Formeln und der exakten Formel für den Prismenwinkel  $\varphi$ , zur jeweils erwünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  und zum Kippwinkel  $\alpha$ , kann dann der genaue Transmissionsfaktor  $T_{p-g}(\gamma(\alpha, \varphi))$  (Prisma  $\rightarrow$  Gitter) berechnet werden, so daß letztendlich auch nach diesem Transmissions-Kriterium der jeweils *optimale* Kippwinkel und das jeweils beste Material bestimmt werden kann.

Speziell für die vorgesehenen **direkt linierten Grisms** aus einem Material, wählt man hingegen in der Regel, wegen des kleineren erforderlichen Prismenwinkels, *immer* ein Prismenmaterial mit einem

großen Brechungsindex; jedoch muß man bedenken, daß es hierdurch *direkt* an den Gitterfurchen ebenfalls zu großen Reflektionsverlusten kommen kann, wenn dort *nicht* eine reflexmindernde Schicht aufgebracht wird (oder werden kann).

### 2.4.1 AR-Beschichtungen

Bei allen weiteren Überlegungen wird generell davon ausgegangen, daß **die vordere Prismenoberfläche der Grisms immer** unproblematisch **beschichtet** werden kann, im Gegensatz zur zweiten Prismenoberfläche, wo das Gitter-Replica unter Umständen nicht so fest und eng anliegend an einer AR-Beschichtung haften bleibt, wie vergleichsweise an einem Prismensubstrat. Bei einer Abkühlung auf Temperaturen von flüssigem Stickstoff (77K), wie es der Einsatz eines Grism in einer Kamera wie der von CONICA zur IR-Spektroskopie erfordert, wäre darüber hinaus noch ein viel größeres Risiko einer Ablösung des Harzes von der AR-Beschichtung gegeben.

Eine direkt auf die Gitteroberfläche aufgebrauchte AR-Beschichtung würde zwar im Prinzip die Transmission, besonders bei direkt gerulenden einteiligen Grisms aus einem hochbrechenden Material, verbessern, jedoch sollte dies nur unter größter Vorsicht getan werden, da eine Abschattung des AR-Materials durch die Facetten-Ecken zu einer uneinheitlichen Beschichtung führen könnte, und die Blaze-Wirkung des Gitters sehr wahrscheinlich schwächen würde. Dies hätte auch negative Auswirkungen auf den theoretisch vorausgerechneten geometrischen Transmissionsfaktor zur optimalen Furchenform (d.h. zu den gerade günstig gewählten Furchenwinkeln  $\Theta$  und  $\vartheta$ ), und damit eine nicht vorhersehbare Verschlechterung der optimierten Effizienz zur Folge.

Der Gitterhersteller MILTON ROY empfiehlt AR-Beschichtungen nur für die äußere Prismenoberfläche eines Grism, falls dies unbedingt notwendig sein sollte. Dauerhafte AR-Beschichtungen für die Gitteroberfläche sind nicht erhältlich; vermutlich aus den oben genannten Gründen.

### 2.4.2 Zusammenstellung einer Auswahl geeigneter optischer IR-Substanzen aufgrund ihrer Materialeigenschaften

#### 2.4.2.1 Die Definition der Durchlässigkeit D (oder Transmission T) und der Reintransmission $\tau$ eines optischen Materials

Für den *Grenzfall* eines senkrecht auf die Grenzfläche zu einem anderen Medium ( $n_2$ ) auftreffenden Strahls, der aus einem Medium mit der Brechzahl  $n_1$  kommt, vereinfachen sich die Fresnel-Formeln (2.70) und (2.71): Da für die Brechwinkel (hier als  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  bezeichnet)  $\alpha_1$  u.  $\alpha_2 \ll 1$  gilt, folgt mit der Näherung  $\sin \alpha \approx \alpha$  aus dem Brechungsgesetz  $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$  die Beziehung

$$\alpha_1 \approx \frac{n_2}{n_1} \alpha_2,$$

und damit aus den Fresnel-Formeln (mit der Näherung  $\tan \alpha \approx \alpha$ )

$$\begin{aligned} T_S &= T_P \\ &\approx 1 - \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \right)^2 \\ &= 1 - \left( \frac{((n_1/n_2) - 1) \alpha_2}{((n_1/n_2) + 1) \alpha_2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\bar{T} = 1 - \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2, \quad (2.90)$$

der mittlere Fresnel-Transmissionsfaktor  $\bar{T}$ , und der **Reflektionskoeffizient  $R$**  (oder Reflektionsvermögen) bei senkrechtem Lichteinfall

$$R = 1 - \bar{T} = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2. \quad (2.91)$$

Mit der Angabe der ‘‘Durchlässigkeit‘‘ oder Transmission  $T$  eines optischen Materials, in den verschiedenen Produktkatalogen der Herstellerfirmen (s. z.B. SPINDLER & HOYER[15]), ist die direkt gemessene optische Durchlässigkeit einer Platte, einschließlich dem unvermeidlichen Intensitätsverlust durch die Reflexion an *beiden* Oberflächen, gemeint.

Die Transmissionskurven der verschiedenen Materialien in den Katalogen wurden unter senkrechtem Lichteinfall aufgenommen, so daß für den Reflektionsverlust an *einer* Oberfläche die vereinfachte Beziehung (2.91)

$$R = \left( \frac{n - 1}{n + 1} \right)^2 \quad (2.92)$$

gilt, mit dem Brechungsindex  $n_1 = n$  des Materials und der Luft  $n_2 = 1$ , bzw. für die *gesamte* gemessene **Durchlässigkeit oder Transmission  $T$**

$$\begin{aligned} T &= (1 - R) \cdot (1 - R) \cdot \tau \\ T &= (1 - R)^2 \cdot 10^{-k \cdot d}. \end{aligned} \quad (2.93)$$

Dabei ist  $(1 - R)^2$  die resultierende Transmission durch die Reflektionsverluste an *beiden* Materialoberflächen, und  $\tau$  die **Reintransmission** (‘‘transmittance‘‘)

$$\tau = 10^{-k \cdot d} \quad (2.94)$$

des Materials, die in Zehnerpotenzen ausgedrückt werden kann, mit dem spezifischen dekadischen und wellenlängenabhängigen Absorptionskoeffizienten  $k [cm^{-1}]$ , und der Schichtdicke  $d$  im Exponenten.

Die Reintransmission  $\tau$  ist also definiert als die innere Durchlässigkeit des Materials, *ohne* Beruckichtigung der Oberflächenverluste. Sie ist ein Maß für die innere Absorption  $(1 - \tau)$ .

Aufgrund der Reflektionsverluste erreichen die gemessenen Durchlässigkeitskurven (Transmissionskurven 2.15 - 2.23) nie den Wert  $T=100\%$ .

#### 2.4.2.2 Die Durchlässigkeit und Reintransmission der ausgesuchten IR-Materialien

In Wellenlangengebieten maximaler konstanter Transmission  $T$  (siehe die ‘‘Plateaux‘‘ in den gemessenen Transmissionskurven 2.15 - 2.23), d.h. in den transparenten Bereichen einer optischen Substanz, wo der Absorptionskoeffizient  $k$  sehr gering ist oder verschwindet (keine Absorptionsbanden), wird die ‘‘Maximaltransmission‘‘ (fast) nur durch die Oberflächenverluste und somit durch den Wert  $(1 - R)^2$  bestimmt.

Die ausgesuchten, in den Tabellen 2.5 und 2.6, nach ihren Brechungsindizes geordneten IR-Materialien (zum einen IR-Materialien mit einem niedrigen, dem Replica-Harz angepaßten Index, und zum andern

Materialien mit einem hohen Brechungsindex), haben im nahen Infrarot ( $1-5\mu\text{m}$ ) fast alle<sup>13</sup> eine Reintransmission von  $\tau \approx 100\%$ , welche sich u.a. aus dem angegebenen Absorptionskoeffizienten  $k$  und Gl. (2.94) berechnen läßt.

Außerdem konnte die *Reintransmission*  $\tau$  der in Frage kommenden IR-Materialien, mithilfe der aus den Meßkurven 2.15 - 2.23 abgelesenen Werte der Maximaltransmission  $T_{max}$ , d.h. aus der Angabe der "Durchlässigkeit" oder Transmission  $T$  des optischen Materials in den verschiedenen Produktkatalogen der Herstellerfirmen (s. [13], [14] und [15]), oder im IR-Handbuch von KLOCEK [18], mit der Beziehung

$$\tau(d) = \frac{T_{max}}{(1-R)^2} \quad ,$$

(mit  $R(n)$ , berechnet aus Gl. (2.92) zum angegebenen  $n$ -Wert zur zugehörigen, abgelesenen Wellenlänge  $\lambda_{plateau}$ ) abgeschätzt werden, falls diese, wegen fehlender Angabe eines zuverlässigen, für den *gesamten* interessierenden Wellenlängenbereich (von  $1-5\mu\text{m}$ ) geltenden Absorptionskoeffizienten  $k$ , nicht *direkt* aus Gl. (2.94) berechnet werden konnte.

*Beispielsweise* ergeben sich die für die Materialien  $BaF_2$  und  $CaF_2$  so geschätzten hohen  $\tau$ -Werte von 100% (zur angegebenen Schichtdicke von  $d=8\text{mm}$ , bzw.  $d=10\text{mm}$ , s.Tab. 2.5), aus den abgelesenen  $T_{max}$ -Beträgen von jeweils 94%, in den Abbildungen 2.15 und 2.16, weil der aus dem Brechungsindex (z.B. zur Wellenlänge  $\lambda = 3\mu\text{m}$ ) mit der Gl. (2.92) berechnete Reflektionsverlust  $R$  an einer Materialoberfläche bei  $BaF_2$  3.5%, bzw. bei  $CaF_2$  rund 3% beträgt.

Bei der späteren Wahl eines niederbrechenden Prismen-Materials für einen bestimmten Replica-Grism-Typ, wurden letztlich aber nur die IR-Materialien *IRGN6* (für den Bereich  $1-2.5\mu\text{m}$ ) und *MgO* (für den gesamten Bereich von  $1-5\mu\text{m}$ ), wegen der daraus, zur jeweils erwünschten Geradeaus-Wellenlänge, folgenden relativ kleinen erforderlichen Prismenwinkeln  $\varphi_G$ , im Gegensatz zu den Materialien  $BaF_2$  oder  $CaF_2$ , bevorzugt.

Schließlich sind alle wichtigen physikalischen und optischen Eigenschaften der unterschiedlichen Prismen- bzw. Grism-Materialien dieser *engeren* Wahl in den Tabellen 2.5 und 2.6, geordnet nach dem Betrag ihres Brechungsindex  $n$  – zum einen die IR-Materialien *MgO*, *Ca-Aluminat*, *IRGN6*,  $BaF_2$  und  $CaF_2$ , und zum anderen *CdTe*, *ZnSe*, *ZnS* – *Multispektral* und *KRS5* – zusammengestellt.

---

<sup>13</sup>Außer *IRGN6* nur bis zur Wellenlänge  $\lambda = 2.5\mu\text{m}$ .

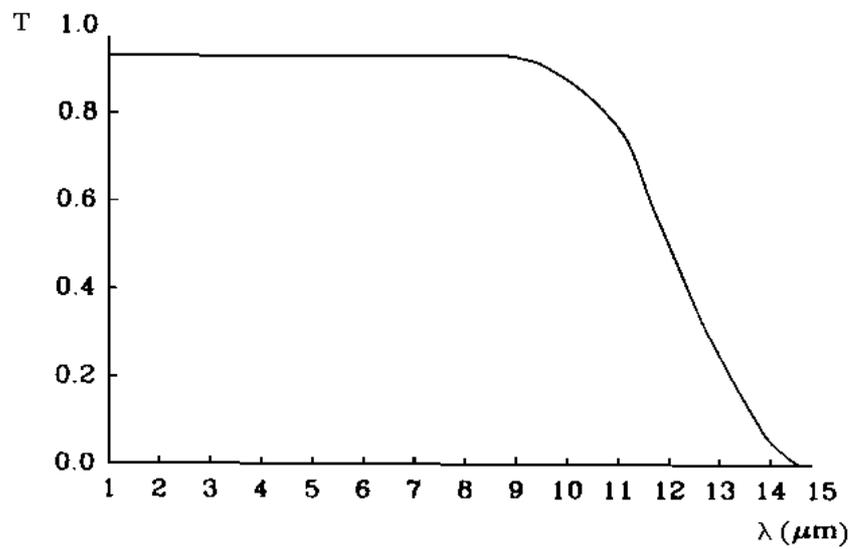


Abbildung 2.15: Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials  $\text{BaF}_2$  bei  $d=8\text{mm}$ . Kurve aus [18].

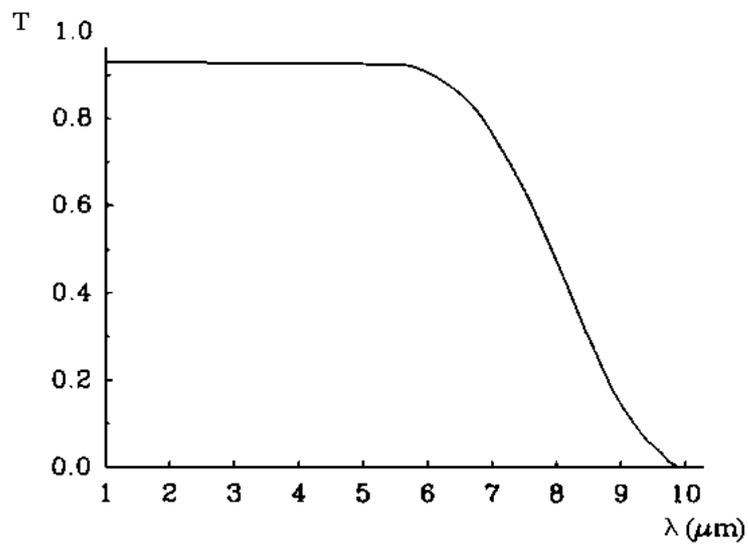
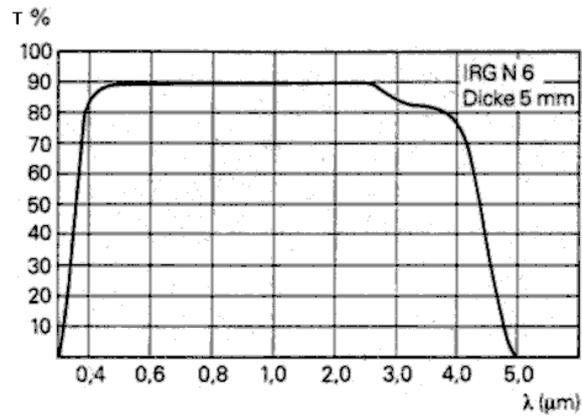
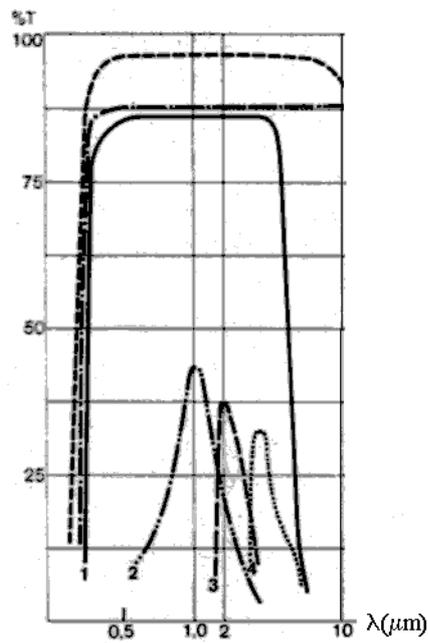


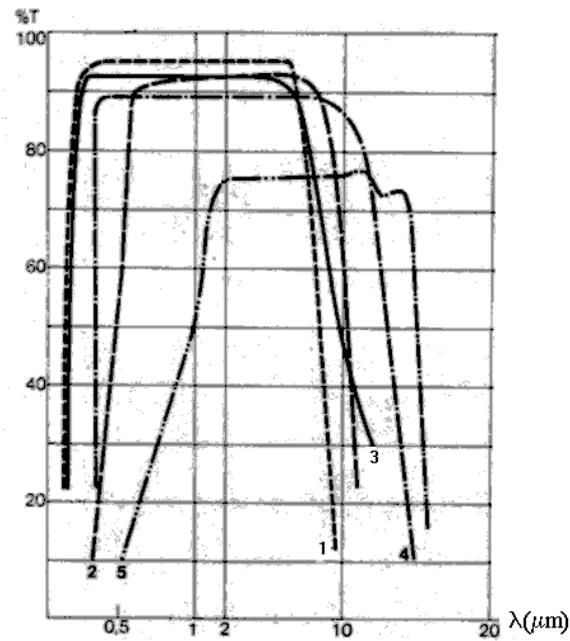
Abbildung 2.16: Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials  $\text{CaF}_2$  bei  $d=10\text{mm}$ . Kurve aus [18].



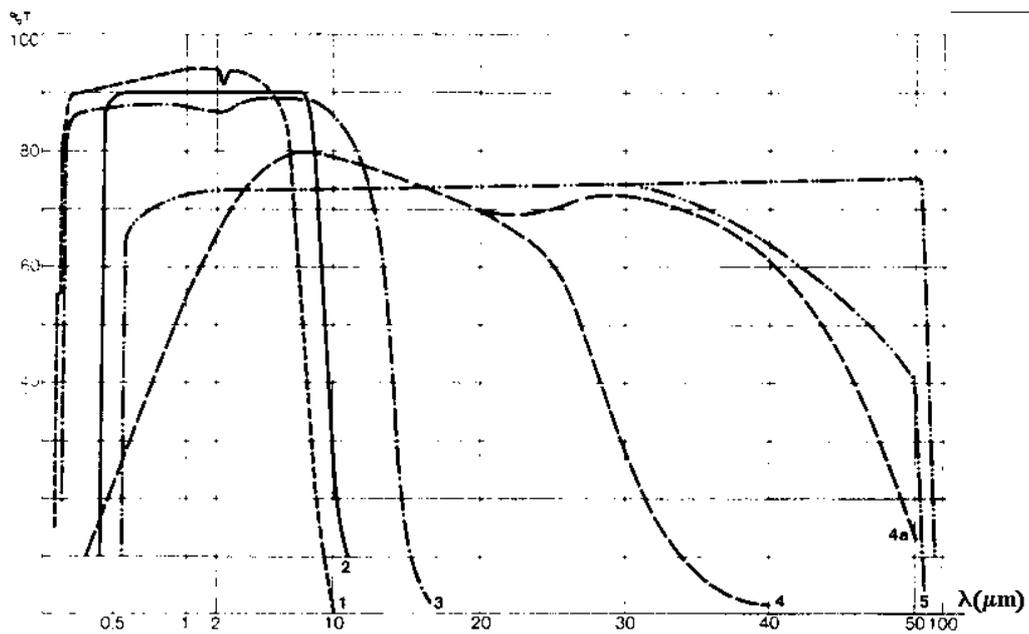
**Abbildung 2.17:** Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials **IRGN6** der Firma SCHOTT, bei einer Schichtdicke von  $d=5\text{mm}$ . Kurve aus [15].



**Abbildung 2.18:** Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials **MgO** bei  $d=10\text{mm}$ , s. Kurve (1). Kurve aus [13].



**Abbildung 2.19:** Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials  $\text{MgF}_2$  bei  $d=2\text{mm}$  (Material für Wollaston-Prismen), s.Kurve (1), sowie von  $\text{CaF}_2$  bei  $d=1\text{mm}$ , s.Kurve (3). Kurven aus [13].



**Abbildung 2.20:** Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials  $\text{KRS5}$  bei  $d=1\text{mm}$ , s.Kurve (5). Kurve aus [13].

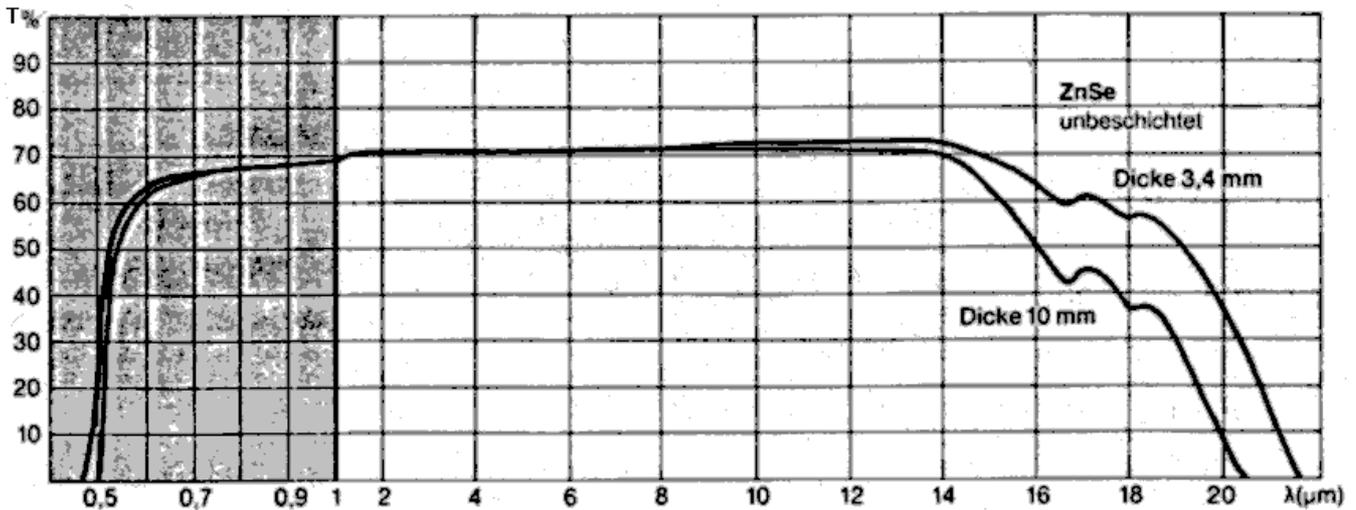


Abbildung 2.21: Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials **ZnSe** der Firma SCHOTT, bei  $d=3.4\text{mm}$  und  $d=10\text{mm}$ . Kurve aus [14].

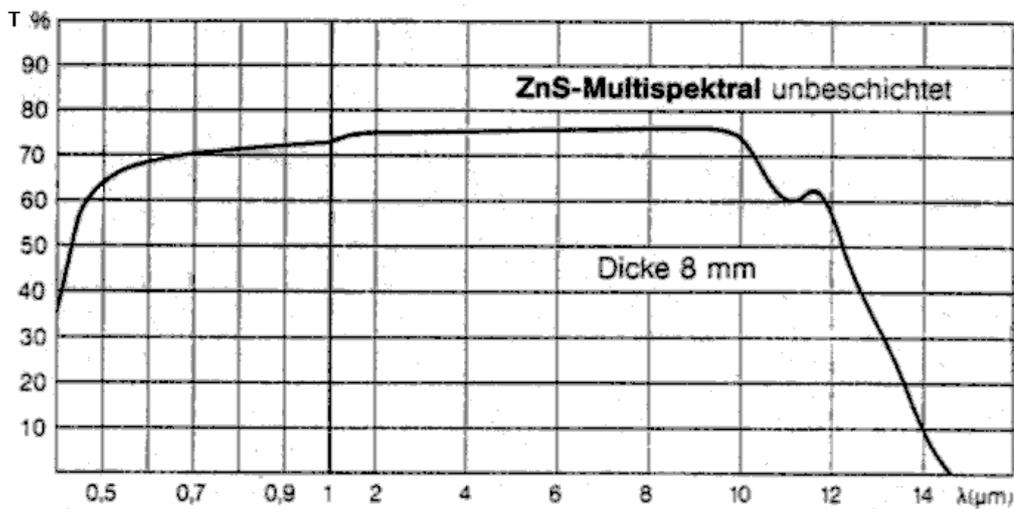


Abbildung 2.22: Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials **ZnS-M** der Firma SCHOTT, bei  $d=8\text{mm}$ . Kurve aus [14].

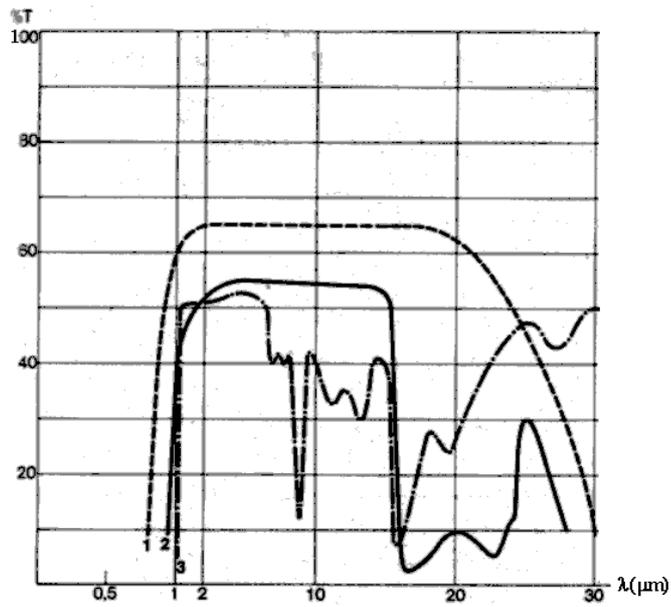


Abbildung 2.23: Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  des IR-Materials CdTe bei  $d=2\text{mm}$ , s. Kurve (1). Kurve aus [13].

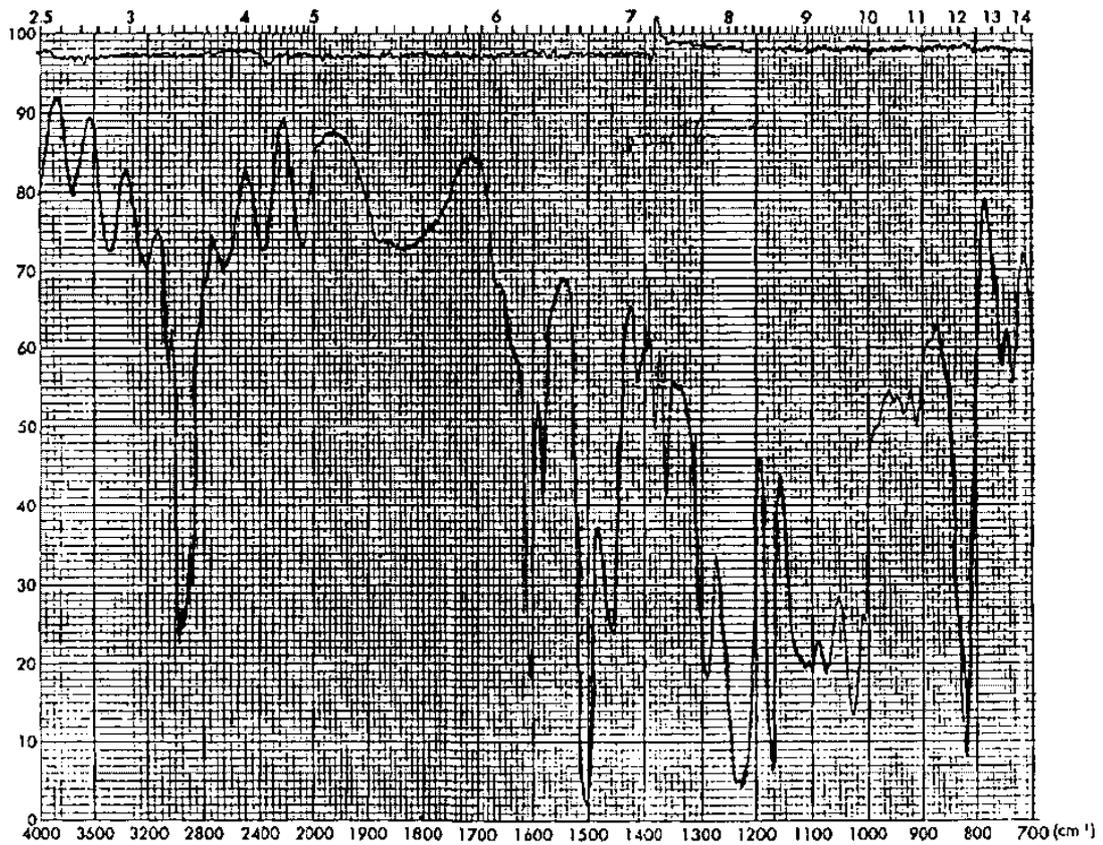


Abbildung 2.24: Gem. Transmissionskurve  $T(\lambda[\mu\text{m}])$  von "regulärem" Harz des Gitterherstellers MILTON ROY im Wellenlängen-Bereich 2.5 bis ca. 14  $\mu\text{m}$ .

## 2.4.2.3 Zusammenstellung der Materialeigenschaften

**IR-Materialien mit einem niedrigen, dem Replica-Harz angepaßten Brechungsindex ( $n_p \approx n_g$ ), im Bereich 1-2 $\mu\text{m}$**

	MgO	Ca – Aluminat	IRGN6	BaF <sub>2</sub>	CaF <sub>2</sub>
<b>Brechzahl <math>n</math></b>	1 $\mu\text{m}$ : 1.7229 2 $\mu\text{m}$ : 1.7085 3 $\mu\text{m}$ : 1.6915	1 $\mu\text{m}$ : 1.6485 2 $\mu\text{m}$ : 1.6357 3 $\mu\text{m}$ : 1.6225	1 $\mu\text{m}$ : 1.5777 2.3 $\mu\text{m}$ : 1.5620	1 $\mu\text{m}$ : 1.4686 2 $\mu\text{m}$ : 1.4646 3 $\mu\text{m}$ : 1.4611	1 $\mu\text{m}$ : 1.4289 2 $\mu\text{m}$ : 1.4239 3 $\mu\text{m}$ : 1.4179
<b>Knoop-Härte</b>	692	594	623	82	158
<b>Therm. Expansionskoeff.</b> ( $dl/dT$ ) [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]	$13.8 \times 10^{-6}$	$8.1 \times 10^{-6}$	$6.3 \times 10^{-6}$	$18.4 \times 10^{-6}$	$24 \times 10^{-6}$
<b>Temperaturkoeff.</b> ( $dn/dT$ ) [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]	–	–	–	$1.5 \times 10^{-5}$	$9.0 \times 10^{-6}$
<b>Wasserlöslichkeit</b> [g/100g $\text{H}_2\text{O}$ ]	$6.2 \times 10^{-4}$	unlöslich	Hydrolyt. Kl. H=3	0.17	$1.3 \times 10^{-3}$
<b>Max. Transmission</b> (ca.) ( $T_{max} = (1 - R)^2 \cdot \tau(d)$ ) zur <b>Dicke <math>d</math>[mm]</b>	86% d=10mm	>10% [s.Herzberger] d=10mm	90% d=5mm	94% d=8mm	94% d=10mm
<b>... im Wellenlängen- Interv. <math>\Delta\lambda</math> [<math>\mu\text{m}</math>] (mindest.)</b>	1 – 5	1 – 4.5	<0.5 – 2.5	1 – (>5)	<0.5 – (>5)
<b>Reflektionsverluste <math>R_{(2)}</math></b> an beiden Materialoberfl. (selbst ber.)	13%	–	10%	7%	6%
<b>→ Reintransmission <math>\tau</math></b> (selbst ber.)	$\approx 100\%$ (d=10mm)	–	$\approx 100\%$ (d=10mm)	100% (d=8mm)	100% (d=10mm)
<b>Reflektionsverlust <math>R_{PG}</math></b> an d. Grenzfl. Prisma-Gitter (bei 1-2 $\mu\text{m}$ ) (selbst ber.)	<0.2 %	<0.1 %	<0.0 %	0.1 %	0.2 %
<b>Reflektionsverlust <math>R_{GL}</math> an der Grenzfläche Gitter-Luft (bei 1-2<math>\mu\text{m}</math>) überall ca. 5%</b>					
geeignet für Wellenlängen-Ber. von <b>Replica-Gr. Nr.</b>	Alle R-Grisms Nr.3 – 6	R-Gr.-Nr.4 u. 5	R-Gr.-Nr.4, 5, (6)	Alle R-Grisms Nr.3 – 6	Alle R-Grisms Nr.3 – 6

Tabelle 2.5: Materialeigenschaften (a)

IR-Materialien mit einem hohen Brechungsindex ( $n_p$ )

	CdTe	ZnSe	ZnS – M	KRS5
<b>Brechzahl <math>n</math></b>	1 $\mu$ m: 2.831 2 $\mu$ m: 2.70 5 $\mu$ m: 2.689	1 $\mu$ m: 2.4892 2.2 $\mu$ m: 2.4437 3 $\mu$ m: 2.4376	1 $\mu$ m: 2.21912 2.3 $\mu$ m: 2.2618 3.2 $\mu$ m: 2.2561	1 $\mu$ m: 2.446 2 $\mu$ m: 2.395 3 $\mu$ m: 2.386
<b>Knoop-Härte</b>	45	150	150 (- 165)	40
<b>Therm. Expansionskoeff.</b> ( $dl/dT$ ) [ $^{\circ}C^{-1}$ ]	$5.9 \times 10^{-6}$	$7.6 \times 10^{-6}$	$7.85 \times 10^{-6}$	$5.8 \times 10^{-5}$
<b>Temperaturkoeff.</b> ( $dn/dT$ ) [ $^{\circ}C^{-1}$ ]	$1.1 \times 10^{-4}$	$6.4 \times 10^{-5}$	$0.5 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-5}$
<b>Wasserlöslichkeit</b> [g/100g $H_2O$ ]	unlöslich	$1 \times 10^{-3}$	$6.9 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-2}$
<b>Max. Transmission</b> (ca.) ( $T_{max} = (1 - R)^2 \cdot \tau(d)$ ) zur Dicke $d$ [mm]	65%  d=2mm	>70%  d=3-10mm	75%  d=8mm	73%  d=1mm
<b>... im Wellenlängen- Interv. <math>\Delta\lambda</math> [<math>\mu</math>m] (mindest.)</b>	2 - >5	2 - >5	2 - >5	2 - >5
<b>Reflektionsverluste <math>R</math></b> an einer Materialoberfl. (Mat.- Luft) (selbst ber.)	21%	18%	15%	17%
<b>Reflektionsverluste <math>R_{(2)}</math></b> an beiden Materialoberfl. (selbst ber.)	38%	32%	28%	31%
<b>Absorptionskoeffizient <math>k</math></b> (bei 1-5 $\mu$ m) [ $cm^{-1}$ ]	$\leq 2 \times 10^{-3}$	$\leq 7 \times 10^{-3}$	$\leq 1.2 \times 10^{-3}$	$2.2 \times 10^{-3}$
<b>→ Reintransmission <math>\tau</math></b> (selbst ber.)	100% bei $d= 1-10$ mm	100% bei $d= 1-10$ mm	100% bei $d= 1-10$ mm	100% bei $d= 1-10$ mm
<b>Reflektionsverlust <math>R_{PG}</math></b> an d. Grenzfl. Mat.-Harz (bei 1-2 $\mu$ m, selbst ber.,ca.)	8%	5%	4%	5%
geeignet für Grism Nr.	Alle (DR)-Grisms Nr.1 – 3	Alle Replica- Grisms (R) Nr.3 – 6	Alle Replica- Grisms (R) Nr.3 – 6	Alle (DR)-Grisms Nr.1 – 3

Tabelle 2.6: Materialeigenschaften (b)

### 2.4.3 Berechnung der Dispersionsgleichungen ausgewählter IR-Materialien: Die Sellmeier- und Herzberger-Gleichung

#### 2.4.3.1 Der Verlauf des Brechungsindex $n$ mit der Frequenz $\omega$ des einfallenden Lichts

In manchen einführenden Büchern der Elektrodynamik und theoretischen Optik wird anhand des Modells eines aus vielen Oszillatoren (d.h. schwingenden elektr. Dipolen) bestehenden Festkörpers der Verlauf des Brechungsindex  $n(\omega)$  mit der Frequenz  $\omega$  des einfallenden Lichts beschrieben:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{N q_e^2}{3 \epsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2) + i \gamma_j \omega} \quad (2.95)$$

Dabei wird von der Maxwell'schen Relation

$$n = \sqrt{K_e} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}, \quad (\text{mit der Dielektrizitätskonstanten } K_e)$$

und der Beziehung

$$(\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = \vec{P}$$

Gebrauch gemacht, und die Dipolmomentendichte  $\vec{P}$  berechnet.

$N$ , in Gl.(2.95), ist die Anzahl der Moleküle pro Volumeneinheit, wobei *jedes* Molekül nach der *klassischen* Vorstellung  $f_j$  Oszillatoren hat, die jeweils die Eigenfrequenz  $\omega_{0j}$  besitzen (mit  $j = 1, 2, 3, \dots$ ).  $q_e$  ist die Elektronenladung und  $m_e$  die Elektronenmasse, bzw. die größere Ionenmasse, die erst in Resonanzbereichen ( $\omega = \omega_{0j}$ ) den Wert von  $n$  durch die Beiträge aus der Ionenpolarisation beeinflusst, während die Elektronenpolarisation über den gesamten optisch, bis zum Teil ins Infrarot, durchlässigen Bereich des Wellenlängen-Spektrums bedeutend ist.

Die *Quantenmechanik* liefert im wesentlichen dasselbe Ergebnis (2.95), und die Größen  $\omega_{0j}$  entsprechen hier den Eigenfrequenzen bei denen ein Atom Strahlungsenergie absorbieren oder aussenden kann. Die  $f_j$ -Glieder, welche die Bedingung  $\sum_j f_j = 1$  erfüllen, sind Gewichtungsfaktoren, die angeben wie stark jede Eigenschwingung vertreten ist. Die  $f_j$ -Glieder nennt man auch *Übergangswahrscheinlichkeiten* eines bestimmten atomaren Übergangs.

Das komplexe Dämpfungsglied  $i \gamma_j \omega$ , mit  $\gamma_j$  als "Reibungskonstante", rührt von der in die Bewegungsgleichung des Elektronen-Oszillators (bzw. Ionen-Oszillators) eingesetzte Dämpfungskraft her, die in der Form  $F_e = \gamma m_e dx/dt$  angesetzt wurde.

Begrenzt man die Diskussion (des Verlaufes des Brechungsindex) hauptsächlich auf Situationen, in denen die Absorption vernachlässigbar ist (d.h.  $\omega_{0j}^2 - \omega^2 \gg \gamma_j \omega$ ), und  $n$  reell ist, so darf in Fällen wo  $\omega \ll \omega_{0j}$  (bzw.  $\lambda \gg \lambda_{0j}$ ) gilt auch  $\omega^2$  in Gl.(2.95) vernachlässigt werden, was einen über jenen Frequenzbereich im wesentlichen konstanten Brechungsindex liefert.

Wächst dagegen  $\omega$  gegenüber  $\omega_{0j}$  (d.h. nimmt  $\lambda$  ab und nähert sich allmählich  $\lambda_{0j}$ ), so nimmt der Term  $(\omega_{0j}^2 - \omega^2)$  ab, und  $n$  wächst allmählich mit der Frequenz (d.h. wächst mit *abnehmender* Wellenlänge). Diesen Verlauf des Brechungsindex nennt man "*normale*" *Dispersion*.

Im ultravioletten Bereich treten die Oszillatoren in Resonanz, wenn sich  $\omega$  (bzw.  $\lambda$ ) einer Eigenfrequenz  $\omega_{0j}$  (bzw.  $\lambda_{0j}$ ) nähert. Dann nehmen ihre Amplituden merklich zu, und dabei tritt eine Dämpfung und eine starke *Absorption* von Energie aus der einfallenden Welle auf. Wenn in der Dispersions-Gl.(2.95)  $\omega = \omega_{0j}$  (bzw.  $\lambda = \lambda_{0j} = 2\pi c / \omega_{0j}$ ) ist, dominiert das Dämpfungsglied. Die Frequenz- bzw.

Wellenlängen-Bereiche, welche die verschiedenen  $\omega_{0j}$ 's direkt umgeben, werden *Absorptionsbanden* genannt. Dort ist  $dn/d\omega$  negativ (d.h.  $dn/d\lambda$  positiv), was als "anomale" Dispersion bezeichnet wird.

Die Lage der Absorptionsbanden eines Materials nimmt Einfluß auf den Verlauf des Brechungsindex  $n$  im transparenten Bereich zwischen zwei Eigenfrequenzen  $\omega_{0j}$  und  $\omega_{0j+1}$  (s. Gl.(2.95)).

Dies bedeutet, daß selbst bei Unkenntnis der Materialkonstanten  $\omega_{0j}$  (und  $f_j$ ) einer bestimmten Substanz, diese durch Anpassung einer Dispersionskurve der Form (2.95) an eine genügend große Anzahl bekannter Meßwerte  $n(\lambda)$  (nachzuschlagen in der Fachliteratur oder z.B. in Produktkatalogen verschiedener Firmen) berechenbar sind, und sich somit beliebige Zwischenwerte von  $n$  zur Wellenlänge  $\lambda$  aus dieser Dispersionsformel  $n(\lambda)$  interpolieren lassen. Die berechnete Interpolationsformel kann auch bis zu einem gewissen Grad zur Extrapolation außerhalb des Meßbereiches liegender Indexwerte  $n$  genutzt werden.

### 2.4.3.2 Die Sellmeier-Dispersionsgleichung

Die **Sellmeier-Gleichung** ist eigentlich nur eine handlichere Formulierung der Dispersionsgleichung (2.95), und besser für ein Kurven-Fitting an vorhandene Meßwerte des Brechungsindex eines optischen Materials geeignet. Unter Vernachlässigung des Dämpfungsgliedes und unter der vereinfachten Annahme, daß die Atome im Festkörper nicht elektromagnetisch wechselwirken, vereinfacht sich die Formel (2.95) zu

$$n^2(\omega) - 1 \approx \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)},$$

oder etwas umgeformt zu

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_j \frac{K_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)},$$

mit der Abkürzung

$$K_j = \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} f_j.$$

Diese Terme  $K_j$  sind dann, ebenso wie die Eigenfrequenzen  $\omega_{0j}$ , Materialkonstanten. Unter Zuhilfenahme der Beziehung

$$\frac{\omega_{0j}^2}{\omega^2} = \frac{\lambda^2}{\lambda_{0j}^2},$$

ergibt sich daraus die bekannte **Sellmeier-Dispersionsgleichung**

$$\boxed{n^2(\lambda) = 1 + \sum_j \frac{K_j \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_{0j}^2)}}. \quad (2.96)$$

Mithilfe dieser Formel kann nun, durch die Methode der kleinsten Quadrate aus der Angabe einzelner Werte des Brechungsindex  $n$  (d.h. z.B. aus Katalog-Angaben) eines bestimmten optischen Materials, die (vollständige) Dispersionskurve  $n(\lambda)$  berechnet werden, wenn diese zuvor unbekannt war.

### 2.4.3.3 Die Herzberger-Dispersionsgleichung

HERZBERGER [12] hat die Brechungsindizes 14 verschiedener ausgewählter optischer IR-Materialien gegen die Wellenlänge im Quadrat (im Bereich 1–5 $\mu\text{m}$ ) aufgetragen, und eine gemeinsame Hauptasymptote (d.h. also eine Absorptionsbande) aller Materialien bei  $\lambda_0 = 0.168\mu\text{m}$  ( $\lambda_0^{-2} = 0.028\mu\text{m}^{-2}$ ) festgestellt, wo die sonst annähernd linear verlaufenden Kurven (in  $\lambda^2$ ) bei zunehmend kleineren Wellenlängen plötzlich steil ansteigen.

In einer früheren Veröffentlichung<sup>14</sup> hatte Herzberger aufgrund dieser Beobachtung, basierend auf der Tatsache, daß die optischen Materialien Asymptoten in Bezug auf  $\lambda^2$  im nahen Ultraviolett als auch im fernen Infrarot (d.h. Resonanzfrequenzen und damit Absorptionsbanden) haben, eine Dispersionsformel für optische Materialien im sichtbaren Bereich angegeben. Deren Gültigkeit im Sichtbaren wurde bestätigt.

Da für Gläser das Absorptionsband im IR sehr weit vom Ende des sichtbaren Wellenlängenbereichs entfernt liegt, hatte er zunächst für den sichtbaren Bereich eine Dispersionsformel angegeben, die nur die linearen Terme der Taylor-Entwicklung in  $\lambda^2$  berücksichtigt:

$$n(\lambda) = A + BL + CL^2 + D\lambda^2 \quad \text{mit} \quad L = \frac{1}{(\lambda^2 - 0.028)}.$$

Um die Gültigkeit der Formel bis ins Infrarot auszudehnen, wurde daher dieser Ausdruck von Herzberger [12] (1962) um einen  $(\lambda^2)^2$ -Term erweitert, so daß sie auch auf IR-Materialien anwendbar ist.

Die **Herzberger-Dispersionsformel** lautet dann

$$\boxed{n(\lambda) = A + BL + CL^2 + D\lambda^2 + E\lambda^4}. \quad (2.97)$$

Die Koeffizienten A bis E, welche Materialkonstanten sind, lassen sich durch die Methode der kleinsten Quadrate berechnen, wenn mehr als fünf Indexdaten des Materials gegeben sind. Dann kann zu jeder gewünschten Wellenlänge mithilfe der Dispersions-Formel (2.97) der Brechungsindex berechnet werden.

Herzberger hat die Koeffizienten der 14 verschiedenen optischen IR-Materialien, aus schon vorhandenen Daten bzw. aus gemessenen Werten des Brechungsindex, welche mithilfe der Salzberger-Methode in den eigenen (Kodak-)Labors gewonnen wurden, berechnet und in einer Tabelle zusammengefaßt. In dieser sind auch jeweils die Wellenlängen-Bereiche aufgelistet, innerhalb deren die Dispersionsformel anwendbar ist. Dabei grenzen die beiden angegebenen Wellenlängen einen Bereich ein, in dem genauere Messungen des Brechungsindex an Prismen-Proben des Materials noch möglich waren, und die Transmission bei einer Materialdicke von einem Zentimeter nicht unter 10% sank. Die angegebenen Gültigkeitsbereiche entsprechen also Wellenlängen-Bereichen, in denen genaue Meßdaten des Brechungsindex vorlagen.

Die Genauigkeit mit der die Interpolationsformel (2.97) an die gemessenen Daten angepaßt wurde, wird mit Abweichungen des berechneten vom gemessenen Wertes von höchstens  $\Delta n = \pm 3 \times 10^{-4}$  (von Herzberger) angegeben (außer wenigen Ausnahmen, wie z.B. Germanium). Unterschiede zwischen den aus Gl.(2.97) und den angegebenen Konstanten A-E berechneten und gemessenen Werte des Brechungsindex machen sich also erst in der 4. Dezimalstelle bemerkbar.

<sup>14</sup>M. Herzberger, Optica Acta 6, 197 (1959).

#### 2.4.3.4 Die berechneten Dispersionsformeln von Harz und der ausgesuchten Materialien

Falls keine geschlossenen Ausdrücke für die Dispersion der in Frage kommenden Prismen- d.h. Grism-Materialien der engeren Wahl – zum einen für die IR-Materialien  $MgO$ ,  $Ca - Aluminat$ ,  $IRGN6$ ,  $BaF_2$  und  $CaF_2$  mit einem dem Replica-Harz angepaßten Brechungsindex, und zum anderen für die Materialien  $CdTe$ ,  $ZnSe$ ,  $ZnS - M$  und  $KRS5$  mit einem hohen Indexwert – in der Literatur zu finden waren, mußten die Dispersionsgleichungen, d.h. die Materialkonstanten A-E (bzw.  $K_j$  und  $\lambda_{0j}$ ), mit der Methode der kleinsten Quadrate und der Herzberger-Gleichung, bzw. mithilfe der Sellmeier-Gleichung, aus den Brechungsindex-Angaben der Hersteller-Firmen erst selbst berechnet werden; dies war *aufßer* für das Harz der Replica-Grisms, ebenso für die Materialien  $IRGN6$ ,  $CdTe$ ,  $ZnSe$  und  $ZnS - M$  notwendig. Die so berechneten Herzberger-Konstanten dieser Materialien sind, zusammen mit den schon bekannten, in der Tabelle 2.8 aufgelistet.

#### Die Dispersionskurven der dem Harz angepaßten Materialien

Die gesamte, selbst berechnete Dispersionskurve  $n(\lambda)$  von  $IRGN6$  durch die Meßpunkte der Firma SCHOTT [14], wurde zusammen mit denen der übrigen schwächer brechenden, und dem Harz angepaßten IR-Materialien, in Abb. 2.25 bis zu einer Wellenlänge von  $5\mu m$  *graphisch* dargestellt. Dabei wurden die restlichen Dispersionskurven mithilfe der entsprechenden, von Herzberger [12] selbst, angegebenen Konstanten A-E, und der Gl.(2.97) berechnet.

Die Qualität des “Kurven-Fittings“ für  $IRGN6$  an die gemessenen Werte  $n_{gem}$  (mit der Herzberger-Formel) zeigt sich in der geringen maximalen Abweichung der berechneten Werte  $n_{ber}$  von den gemessenen:  $\Delta n = |n_{ber} - n_{gem}| = 2 \times 10^{-4}$ . Der Gültigkeitsbereich ist dabei von  $0.4\mu m$  bis  $4.3\mu m$  angegeben, was dem Bereich der vorhandenen Meßwerte des Brechungsindex entspricht.

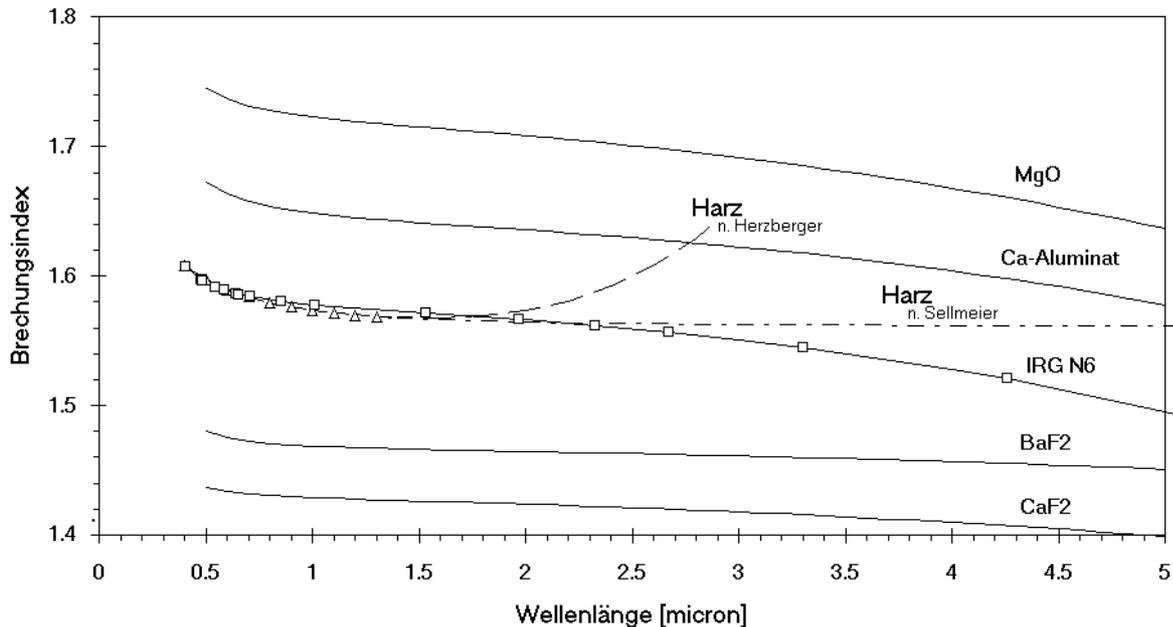
Alle Kurven in Abb. 2.25 zeigen den erwünschten, annähernd linearen und fast konstanten Verlauf des Brechungsindex im transparenten und nutzbaren Bereich von 1 bis (vorwiegend)  $5\mu m$ . Der Brechungsindex von  $IRGN6$  stimmt erstaunlich gut mit dem von Harz bis zu etwa  $2\mu m$  überein.

#### Bemerkungen zu den selbst berechneten Dispersionskurven von Harz

Die Herzberger-Konstanten der Dispersionsformel von “regulärem“ Harz wurden ebenfalls durch die Methode der kleinsten Quadrate berechnet; dabei wurde die Kurve (2.97) an 10 verschiedene aus dem Index-Graphen von Milton Roy abgelesenen Werte  $n(\lambda)$  bis  $1.4\mu m$  angeglichen. Diese Koeffizienten A-E sind ebenfalls in der Tabelle 2.8 eingetragen. Die größte Abweichung (unterhalb  $1.4\mu m$ ) beträgt hier  $\Delta n = 5 \times 10^{-4}$ .

In Abbildung 2.25 ist auch die, an die abgelesenen Indexwerte (dreieckige “Punkte“) von Harz gefittete, und mit der Herzberger-Formel berechnete Dispersionskurve graphisch dargestellt. Sie zeigt eine deutliche anomale Dispersion *oberhalb*  $2\mu m$ .

Dies könnten die Auswirkungen der starken Absorptionsbanden im Bereich von  $6-12\mu m$  (vgl. die Transmissionskurve von Milton Roy 2.24) auf den transparenten nahen Infrarotbereich sein. Die Asymptote liegt nämlich etwa bei  $6\mu m$ , was ein Hinweis auf eine Absorptionsbande in diesem Bereich wäre.



**Abbildung 2.25:** Der Verlauf des Brechungsindex  $n$  mit der Wellenlänge  $\lambda$  der verschiedenen niederbrechenden, und dem Replica-Harz angepaßten IR-Materialien. Zum Vergleich sind außerdem die unterschiedlichen, aus der Sellmeier- bzw. Herzberger-Gleichung gewonnenen Dispersionskurven von “regulärem“ Harz abgebildet. Die dreieckigen “Punkte“ stellen die aus dem Milton-Roy-Graphen abgelesenen  $n$ -Werte des Harzes dar; die rechteckigen Punkte sind die  $n$ -Werte nach den Schott-Angaben für IRGN6.

Natürlich liefert eine Ausgleichskurve nur in solchen Bereichen zuverlässige Interpolationswerte  $n$ , in denen sichere gemessene Werte als “Stützpunkte“ vorliegen. Es läßt sich daher nichts über die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der berechneten Herzberger-Formel für Harz oberhalb  $1.4\mu\text{m}$  sagen. Sie soll auch nur dazu dienen, um den Brechungsindex *grob* für einen Bereich bis etwa  $5\mu\text{m}$  zu extrapolieren, und um damit die Transmission (an der Grenzfläche Prisma-Replicagitter) und schließlich die Effizienz derjenigen Replica-Grisms mit nutzbaren Ordnungen bis zu diesem Wellenlängen-Bereich, abschätzen zu können.

Die Tendenz des anomalen Anstiegs des Index oberhalb  $2\mu\text{m}$  ist eine Folge der optimalen Anpassung der Herzberger-Formel an die Werte  $n$  unterhalb  $1.4\mu\text{m}$ ; der Verlauf der Kurve in diesem unteren Bereich ist es, der eine anomale Dispersion oberhalb  $2\mu\text{m}$  voraussagt. Dies ist nur möglich, da Herzberger in seiner Formel für den IR-Bereich von optischen IR-Materialien den  $\lambda^4$ -Term hinzugefügt hat (s. oben), um nicht nur die Asymptoten im nahen UV, sondern auch diejenigen im fernen (oder hier mittleren) Infrarot zu berücksichtigen, die sich auf den Verlauf des Brechungsindex im gesamten nutzbaren, transparenten Bereich auswirken.

Daß sich die mit der Herzberger-Gleichung *extrapolierten* Index-Werte aller IR-Materialien zwangsläufig ab einem Bereich steil ansteigen, ab dem keine Meßwerte mehr als Stützpunkte vorliegen, wurde im Falle der Dispersionskurve von  $\text{CaF}_2$  widerlegt. Dort wurden versuchsweise nur die vorhandenen Werte des Brechungsindex bis zu etwa  $2\mu\text{m}$  zum Kurvenfitting verwendet. Die Ausgleichskurve zeigte keinen steilen Anstieg ab einem höheren Bereich. Im Gegenteil: Der extrapolierte Verlauf von  $n(\lambda)$ , ab  $2\mu\text{m}$ , stimmt noch relativ gut mit der tatsächlichen Dispersionskurve von  $\text{CaF}_2$

KRS5		
i	$\lambda_i^2$	$K_i$
1	0.0225	1.8293958
2	0.0625	1.6675593
3	0.1225	1.1210424
4	0.2025	0.04513366
5	27089.737	12.380234

**Tabelle 2.7:** Material-Konstanten  $\lambda_i^2$  und  $K_i$  der fünf-termigen Sellmeier-Dispersionsformel für das hochbrechende Material KRS5. Die Konstanten wurden dem IR-Handbuch [16] entnommen.

überein, und fällt dort sogar etwas stärker ab, als unterhalb von  $2\mu\text{m}$ .

Die mit einer fünftermigen Sellmeier-Gleichung (d.h. der Formel (2.96) und den jeweils fünf Konstanten  $\lambda_{0j}$  und  $K_j$ ) unterhalb  $1.4\mu\text{m}$  interpolierten und oberhalb davon extrapolierten Werte des Brechungsindex von Harz sind ebenfalls in Abb. 2.25 graphisch dargestellt. Auch sie liefert brauchbare und zuverlässige Werte des Brechungsindex von Harz bis zu  $1.4\mu\text{m}$ : Die Abweichung der damit berechneten Werte  $n$  von den tatsächlichen (abgelesenen aus der Milton-Roy- Kurve) liegt bei  $\Delta n \leq 4 \times 10^{-4}$ .

Bis zu etwa  $2\mu\text{m}$  unterscheiden sich die mit der Sellmeier und Herzberger-Formel berechneten Harz-Werte  $n$  kaum voneinander, so daß bei den Effizienz-Berechnungen (bis  $2\mu\text{m}$ ) immer die Sellmeier-Werte verwendet wurden.

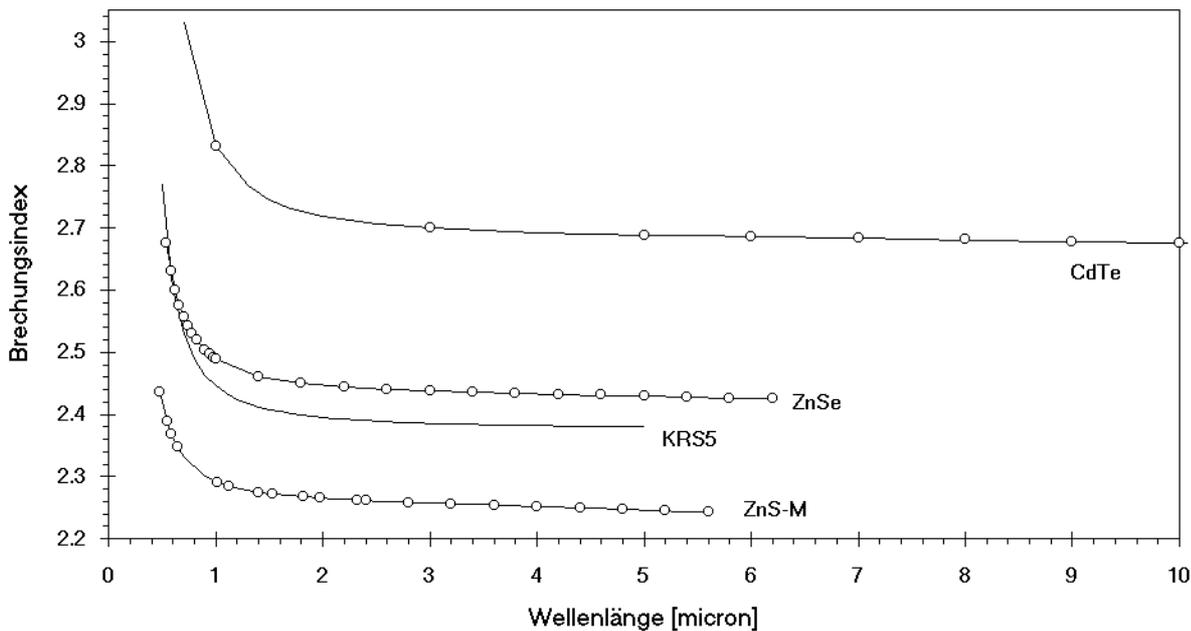
Für Transmissions- bzw. Effizienz-Berechnungen oberhalb  $2\mu\text{m}$  bis  $5\mu\text{m}$ , bei Grism Nr.3 hingegen, wurden die beiden unterschiedlichen Herzberger- und Sellmeier-Näherungen zur Extrapolation benutzt, um keine der beiden möglicherweise zutreffenden Fälle auszuschließen; diese beiden Möglichkeiten wurden dann mit den zusätzlichen lateinischen Buchstaben  $b$  (im Falle der Richtigkeit der Sellmeier-Gl.) und  $c$  (im Falle von Herzberger) hinter der Grism-Nummer 3 gekennzeichnet.

Die Sellmeier-Kurve  $n(\lambda)$  für Harz, in Abb. 2.25, zeigt bei zunehmender Wellenlänge  $\lambda$  bis  $5\mu\text{m}$  keinen Anstieg an; sie verläuft im NIR fast konstant. Nichts deutet auf eine Asymptote, d.h. Absorptionsbande, im nahen oder mittleren IR hin.

Dies liegt aber *nicht generell* daran, daß durch die Sellmeier-Formel (2.96) der wirkliche Verlauf der Dispersion eines bestimmten Materials über einen größeren durchlässigen Bereich hinweg (bis ins nahe IR) nicht genau beschrieben werden könnte (vgl. die Beschreibung zum qualitativen Verlauf von  $n$  mithilfe der allg. Dispersionsformel (2.95), aus der die Sellmeier-Formel hergeleitet wurde).

Ein Beleg hierfür ist die durch eine fünf-konstantige Sellmeier-Formel beschreibbare Dispersionskurve des hochbrechenden Materials KRS5, die für die Berechnungen zu Grism Nr.1 benutzt worden ist (s. Tabelle 2.7, und die graphische Darstellung in Abb. 2.26). Die Konstanten stammen aus dem militärischen IR-Handbuch [16].

Bei Anwendung der Sellmeier-Formel (2.96) zur Anpassung an vorliegende Werte des Brechungsindex eines Materials, bis hinein in transparente Bereiche des IR, müssen allerdings mindestens ansatzweise die ungefähren Resonanzfrequenzen (d.h. die zug. Wellenlängen  $\lambda_{0j}$ ) im mittleren oder fernen IR bekannt sein, um eine zufriedenstellende Interpolations- bzw. Extrapolationsformel zu erhalten. Bei KRS5 liegt diese also bei etwa  $165\mu\text{m}$  (s. Tabelle 2.7).



**Abbildung 2.26:** Der Verlauf des Brechungsindex  $n$  mit der Wellenlänge  $\lambda$  der verschiedenen höherbrechenden IR-Materialien. Die Dispersionskurven der Materialien ZnSe, ZnS-M, bzw. CdTe, wurden durch ein Kurvenfitting an die von der Firma Schott, bzw. ORIEL, angegebenen Meßwerte von  $n$  berechnet (letztere sind als Punkte dargestellt).

Bei der Anpassung der fünf-konstantigen Sellmeier-Gleichung (2.96) an die Harzwerte  $n$  sind keine konkreten Annahmen über solche Asymptoten im Infrarot gemacht worden, was den fast konstant verlaufenden Wert des Brechungsindex  $n(\lambda)$  bis  $5\mu\text{m}$ , in Abb. 2.25, erklärt. Nur die Resonanzlinien im nahen UV wurden durch das Fitting bestimmt.

Die Herzberger-Formel (2.97) dagegen berücksichtigt zwar auch die Tatsache, daß ein optisches Material nicht nur im UV, sondern ebenso im IR Asymptoten hat, durch das  $\lambda^4$ -Glied, jedoch müssen diese nicht bekannt sein, um mit ihr eine brauchbare Interpolationsgleichung zur Berechnung des Brechungsindex zwischen den Meßwerten zu erhalten. Dies ist der große Vorteil dieser Formel: Sie kann auf fast alle IR-Materialien ohne Schwierigkeiten angewendet werden, um eine zuverlässige, bis ins IR reichende Dispersionsgleichung  $n(\lambda)$ , durch eine Kurvenanpassung an die Meßwerte  $n$  zu erhalten.

### Die Dispersionskurven der Materialien mit größerem Brechungsindex

Der Verlauf der Brechzahlen  $n(\lambda)$  der ausgewählten, in Frage kommenden höherbrechenden Grism-Materialien, CdTe, ZnSe, KRS5 und ZnS-Multispektral, wurde in Abbildung 2.26 dargestellt.

Außer der schon erwähnten KRS5-Kurve, wurden alle Dispersionskurven mithilfe der Herzberger-Gleichung, und den Brechungsindex-Angaben der Firma SCHOTT (Produktinformationen [14], zu ZnSe und ZnS-M) bzw. ORIEL [13] (bei CdTe), selbst berechnet. Die so durch die Methode der kleinsten Quadrate gewonnenen Materialkonstanten A-E sind der Tabelle 2.8 zu entnehmen. Die größte Differenz zwischen einem angegebenen Katalogwert  $n$  und dem berechneten Wert beträgt bei Cd-

Te  $\Delta n = 3 \times 10^{-4}$ , bei ZnSe  $\Delta n = 6 \times 10^{-4}$  (aber unterhalb  $0.6\mu\text{m}$   $\Delta n = 1 \times 10^{-3}$ ), und bei ZnS-M  $\Delta n = 2 \times 10^{-4}$ .

**Konstanten A-E in der Herzberger-Dispersions- bzw. Interpolationsformel für die verschiedenen Grism-Materialien**

Hochbrech. Materialien	Wellenl.-Bereich [ $\mu\text{m}$ ]		A	B	C	D	E
	von	bis					
<b>CdTe</b>	1.0	10.6	2.68748936	0.12279344	+0.01631841	-0.0001427	+0.0000001215
<b>ZnSe</b>	0.5	6.2	2.43642158	0.04684773	+0.00417219	-0.00044951	+0.000003428
<b>ZnS-Multisp.</b>	0.5	5.6	2.2589384	0.03196305	+0.00081115	-0.00058879	+0.0000008997
Niederbrech. Materialien ( $n \approx n_g$ )							
<b>MgO</b>	0.5	5.5	1.71960	0.006305	-0.000090	-0.0031356	-0.00000770
<b>Ca-Aluminat</b>	0.6	4.3	1.64289	0.007860	-0.000231	-0.0022133	-0.00001598
<b>IRGN6</b>	0.4	4.3	1.57577849	0.00466838	-0.00005137	-0.00256636	-0.00002619
<b>BaF<sub>2</sub></b>	0.5	11.0	1.46629	0.002867	+0.000064	-0.0006035	-0.000000465
<b>CaF<sub>2</sub></b>	0.6	8.3	1.42780	0.002267	-0.000069	-0.0011157	-0.00000162
<b>Harz</b>	0.4	1.4	1.57258711	0.00733184	-0.00032976	-0.00792492	+0.00192177

**Tabelle 2.8:** Die Konstanten zu den Materialien *CdTe*, *ZnSe*, *ZnS – M*, *IRGN6* und *Harz*, wurden (selbst) durch ein Kurven-Fitting, an vorhandene Meßwerte des Brechungsindex (aus den Angaben der Firma SCHOTT [14] und ORIEL [13]), bzw. bei *Harz* durch ein Fitting an zehn verschiedene, aus der Meßkurve der Firma MILTON ROY abgelesenen Werte, gewonnen. Die übrigen Konstanten zu den restlichen Materialien in der Tabelle stammen aus dem Artikel von HERZBERGER [12]. Der jeweils angegebene Wellenlängen-Bereich ist der Bereich, in dem zuverlässige Meßwerte des Brechungsindex des betreffenden Materials vorlagen, d.h. in dem die Herzberger-Formel mit den angegebenen Konstanten A-E brauchbare Werte liefert.

Nach Herzberger [12] betragen die Abweichungen der so berechneten  $n$ -Werte gegenüber den Meßwerten nur  $3 \times 10^{-4}$  und weniger. *Meine* maximalen Abweichungen  $\Delta n$  (zu den Katalog-Werten) sind ebenfalls jeweils relativ klein und im Text angegeben.

### 2.4.4 Optimierung des Prismenwinkels $\varphi_G$ bzw. der Einbaulänge $L_{rel}$ durch optimale Wahl des Kippwinkels $\alpha$ und des Prismen-Materials ( $n_p$ ) der Grisms

Die exakte Gleichung (2.18) zur Berechnung des erforderlichen Prismenwinkels  $\varphi_G$  eines ein- oder zweiteiligen Grism (d.h. direkt ge-ruled-en oder Replica-Grism), für eine gewünschte Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  und Ordnung  $m$ , hängt außerdem noch von der Gitterperiode  $d$ , vom Kippwinkel  $\alpha$ , und vom Brechungsindex  $n_p(\lambda_G)$  des Prismen-Materials ab. Diese Parameter sind noch für eine Optimierung des Prismenwinkels unter bestimmten Voraussetzungen frei wählbar.

Das Ziel der Optimierung ist, einen möglichst kleinen Prismenwinkel  $\varphi_G$  durch passende Wahl des Prismen-Materials  $n_p$  und des Kippwinkels  $\alpha$ , unter der zusätzlichen Bedingung einer konstant bleibenden (gehaltenen) mittleren spektralen Auflösung  $\overline{R_{pix}}$  (die durch die Optimierung der Grism-Typen aus der Vorauswahl vorgegeben ist), und eines gleichzeitig möglichst großen Fresnelschen Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}$ , an der unbeschichteten Grenzfläche zwischen Prisma und Gitter bei den Replica-Grisms (Nr.3 - 6), zu erreichen.

Die Gründe für den Wunsch nach einem kleinen Prismenwinkel sind zum ersten die geringeren Materialkosten, zum zweiten die kleinere Wärmekapazität der Grisms, die bei Abkühlung der Optik auf 77K wünschenswert ist, und der Hauptgrund schließlich ist die kürzere Einbaulänge  $L_{rel}$  der Grisms im dafür vorgesehenen Grism-Rad der IR-Kamera CONICA.

Prismenwinkel unter 12 Grad, bei einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$ , und die hieraus folgenden Einbaulängen, können dabei als ausreichend klein angesehen werden.

Eine schlechtere Transmission (d.h. Durchlässigkeit) des Prismen-Materials eines Grism mit großem Prismenwinkel  $\varphi$ , durch die höhere innere Absorption  $(1 - \tau(d))$  bei zunehmender Dicke  $d$  hingegen, ist kein Argument, weil die ausgewählten, in Frage kommenden optischen IR-Materialien in den Tabellen 2.5 und 2.6 im erwünschten IR-Bereich eine Reintransmission von  $\tau = 100\%$  besitzen.

Um nach einem Extremum der Funktion  $\varphi_G(\alpha)$ , (s.Gl. (2.18)), bei konstantem  $m$ ,  $\lambda_G$ ,  $d$  und  $n_p$  zu suchen, wurde zunächst die partielle Ableitung  $\partial\varphi_G/\partial\alpha$  gebildet und gleich Null gesetzt:

$$\frac{\partial\varphi_G}{\partial\alpha} = 0.$$

Diese Gleichung wird dann für einen Einfallswinkel bzw. Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  erfüllt.

Die Funktion  $\varphi_G(\alpha)$  besitzt also bei  $\alpha = 0^\circ$  entweder ein Minimum, was wünschenswert wäre, oder aber ein Maximum. Leider ergibt die analytische Betrachtung überraschenderweise ein *absolutes Maximum* bei  $\alpha = 0^\circ$ , da der Funktionswert der zweiten Ableitung

$$\frac{\partial^2\varphi_G}{\partial\alpha^2}\Big|_{\alpha=0} < 0$$

an dieser Stelle immer negativ ist.

Dies zeigen z.B. auch die numerischen Berechnungen zu den Replica-Grismtypen Nr.3 - 6, in den Abbildungen 2.29 und 2.30 auf den Seiten 101 und 101, wo der Verlauf des Prismenwinkels  $\varphi_G(\alpha)$  in Abhängigkeit vom Kippwinkel  $\alpha$ , für bestimmte Prismen-Materialien ( $n_p(\lambda_G) = \text{konstant}$ ) unter festgehaltener Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$ , und Gitterkonstanten  $d$  (bzw.  $N$ ), graphisch dargestellt ist.

Daraus folgt, daß, bei einer Kippung der Grisms in positiver oder negativer Richtung, der erforderliche Prismenwinkel  $\varphi_G$ , für eine erwünschte Geradeaus-Wellenlänge und Gitterkonstante, abnimmt, und zwar umso mehr je stärker das Grism gekippt wird.

Dies klingt zunächst wie ein Paradoxon: “Kippe die Grisms nur weit genug im Strahlengang des Kollimators bis ein genügend kleiner und erwünschter Prismenwinkel erreicht ist.“ Das ist jedoch nur die “halbe“ Wahrheit: Eine starke Kippung der Grisms hätte auch eine große effektive Einbaulänge  $L_{rel}$ , und eine ungewollte Erhöhung der Winkel-Dispersion  $D'(\alpha)$  der Grisms (s.Gl. (2.61)), d.h. der optimierten Pixelauflösung  $R_{pix}$  (s.Gl. (2.63)) des jeweiligen Grism-Systems zur Folge (s. die mit den Näherungen berechneten optimalen System-Auflösungen  $\overline{R_{pix}}$  zur ebenfalls optimierten Furchendichte  $N$  und Brennweite  $f$  der Grism-Vorauswahl in Tabelle 2.3).

Deshalb muß zunächst gefragt werden, wie sich der Prismenwinkel  $\varphi_G$  zu einer gewünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  in Abhängigkeit vom Kippwinkel  $\alpha$  des Grism, bei *konstant* gehaltener mittlerer spektraler Auflösung  $\overline{R_{pix}}$  des zugehörigen Grism-Systems, verhält?

Diese Funktion  $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$ , die vom Parameter  $\overline{R_{pix}}$  und Brechungsindex  $n_p$  abhängt, läßt sich analytisch mithilfe der Formel (2.18) für den Prismenwinkel  $\varphi_G$  zur Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$

$$\sin \varphi_G = \left( \frac{\frac{m\lambda_G}{d}}{\sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha} \right) \quad (2.18)$$

und der Beziehung (2.63) (und (2.62)) für die Pixelauflösung  $R_{pix}$  zur Wellenlänge  $\lambda_G$

$$\begin{aligned} R_{pix}(x' = 0) = \overline{R_{pix}} &= \frac{\lambda_G}{\delta\lambda_{pix}} \\ &= \lambda_G \frac{LD'(x' = 0)}{2\Delta_{pix}} \\ &\approx \frac{\lambda_G}{2\Delta_{pix}} f \frac{m}{d \cos(\alpha + \varphi)} \end{aligned} \quad (2.98)$$

herleiten<sup>15</sup>.

Der Ausdruck  $(m\lambda_G/d)$  in Gl. (2.18) kann nun mit der Gl. (2.98) durch  $\overline{R_{pix}}$  ausgedrückt werden

$$\frac{m\lambda_G}{d} = \overline{R_{pix}} \frac{2\Delta_{pix}}{f} \cos(\varphi_G + \alpha),$$

so daß sich die Gleichung

$$\sin \varphi_G = \overline{R_{pix}} \cdot \frac{2\Delta_{pix}}{f} \cdot \frac{\cos(\varphi_G + \alpha)}{\sqrt{n_p^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha} \quad (2.99)$$

ergibt, worin  $\varphi_G$  nicht mehr von der Ordnung  $m$ , oder  $d$  und  $\lambda_G$  abhängt.  $\overline{R_{pix}}$  ist darin für ein gegebenes Grism eine Konstante (ebenso  $f$  und  $\Delta_{pix}$ ).

Diese Gleichung muß nur noch nach  $\varphi_G$  aufgelöst werden. Dazu verwendet man das Additionstheorem für den Cosinus

$$\cos(\varphi + \alpha) = \cos \varphi \cos \alpha - \sin \varphi \sin \alpha,$$

<sup>15</sup>Bem.: Diese Näherung gilt, da für die ausgewählten Prismen-Materialien  $dn_p/d\lambda \approx 0$  gut erfüllt ist, und der Term  $dC/d\lambda \approx 0$  ist (in der Gl. (2.60) für  $D'$ ).

teilt anschließend beide Seiten der Gl. (2.99) durch  $\sin \varphi$  (da  $\varphi \neq 0$ ), und bringt den  $\tan \varphi$  isoliert auf die linke Seite, was zur gesuchten Formel für den Prismenwinkel

$$\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}}) = \arctan \left( \frac{\cos \alpha}{\frac{f}{2\overline{R_{pix}} \Delta_{pix}} \cdot \left( \sqrt{n_p^2(\lambda_G) - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha \right) + \sin \alpha} \right) \quad (2.100)$$

führt.

Berechnet man dann mithilfe dieser Formel den Verlauf des Prismenwinkels  $\varphi_G(\alpha)$  für die verschiedenen in Frage kommenden IR-Materialien (in den Tabellen 2.5 und 2.6) eines jeweiligen Grism-Prototyps aus der Tabelle 2.3 der Grism-Vorauswahl, und für den jeweils zugehörigen erwünschten und konstanten Betrag der mittleren Systemauflösung  $\overline{R_{pix}}$ , der mithilfe dieses betreffenden Grism unter der Brennweite  $f$  bei der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  erreicht werden soll, erkennt man, daß (s. Abb. 2.27, auf Seite 94) die Prismenwinkel-Kurven  $\varphi_G(\alpha)$  wiederum ein absolutes Maximum besitzen; dieses liegt jetzt aber nicht mehr bei  $\alpha = 0^\circ$ , sondern ist in Richtung negativer Kippwinkel verschoben (d.h. Kippung nach hinten).

Dies bedeutet, daß selbst bei *keiner* Kippung der Grisms, die zugehörigen Größen des Prismenwinkels  $\varphi_G(\alpha = 0)$  (zu den erwünschten Werten von  $\lambda_G$ , und  $\overline{R_{pix}}$  bei der Brennweite  $f$ ) *unterhalb* des Funktionswertes des Maximums liegen.

#### 2.4.4.1 Begründung zur endgültigen Wahl der unterschiedlichen Prismen-Materialien der Grisms anhand der Prismenwinkel-Kurven $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$ der zuvor ausgesuchten IR-Materialien und deren Eigenschaften

Hierzu wurden die berechneten Prismenwinkel-Kurven  $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$  in Abb. 2.27, und die physikalischen Eigenschaften der unterschiedlichen Materialien der engeren Vorauswahl, welche in den verschiedenen Tabellen 2.5 u. 2.6 bezüglich ihres Brechungsindex (dem Replica-Harz angepaßt, bzw. ein möglichst hoher Indexwert  $n$ ) zusammengestellt sind, zur Diskussion herangezogen. Es wurde dabei hier schon der ebenfalls in diesen Tabellen aufgeführte, zunächst *geschätzte mittlere* Reflektionsverlust  $R_{PG}$  an der Grenzfläche Prisma-Gitter, der möglichst unbeschichteten *Replica-Grisms*, berücksichtigt.

##### Die direkt linierten Grisms Nr. 1–3

Für die direkt linierten Grisms Nr.1–3 sind die hochbrechenden *weichen*, und leicht linierbaren IR-Materialien *KRS5* und *CdTe* gut geeignet, welche eine optimale Reintransmission von  $\tau = 100\%$  (s. Tab. 2.6) im Bereich  $1-5\mu\text{m}$  besitzen, und einen relativ kleinen Prismenwinkel  $\varphi_G(\alpha = 0^\circ)$  ermöglichen:

Für *Grism Nr.1* wurde schon das Grismmaterial *KRS5* ausgewählt, für welches sich ein erforderlicher Prismenwinkel von etwa  $\varphi_G(\alpha = 0^\circ) = 9.2^\circ$  ergibt (s. Abb. 2.27, oben links). Da das bei ZEISS(JENA) angefertigte Grism Nr.1 nicht die zuvor aus den Näherungsgleichungen bestimmte Furchenanzahl von  $N_{ideal} \approx 34$  (pro mm) besitzt, sondern nur  $N = 32.55$ , folgt aus den exakten Grism-Gleichungen ein kleinerer Wert der mittleren (Pixel-) Auflösung des Grism-Systems Nr.1 von  $R_{pix}(x' = 0) = \overline{R} = 577$  bei einer Brennweite von  $f = 160\text{mm}$  (vgl. mit der Tabelle 2.3 der Grism-Vorauswahl und dem genäherten Wert  $\overline{R_{pix}} = 594$ ); demzufolge ergibt sich auch ein kleinerer Prismenwinkel von  $\varphi_G(\alpha = 0^\circ) = 8.79^\circ$ .

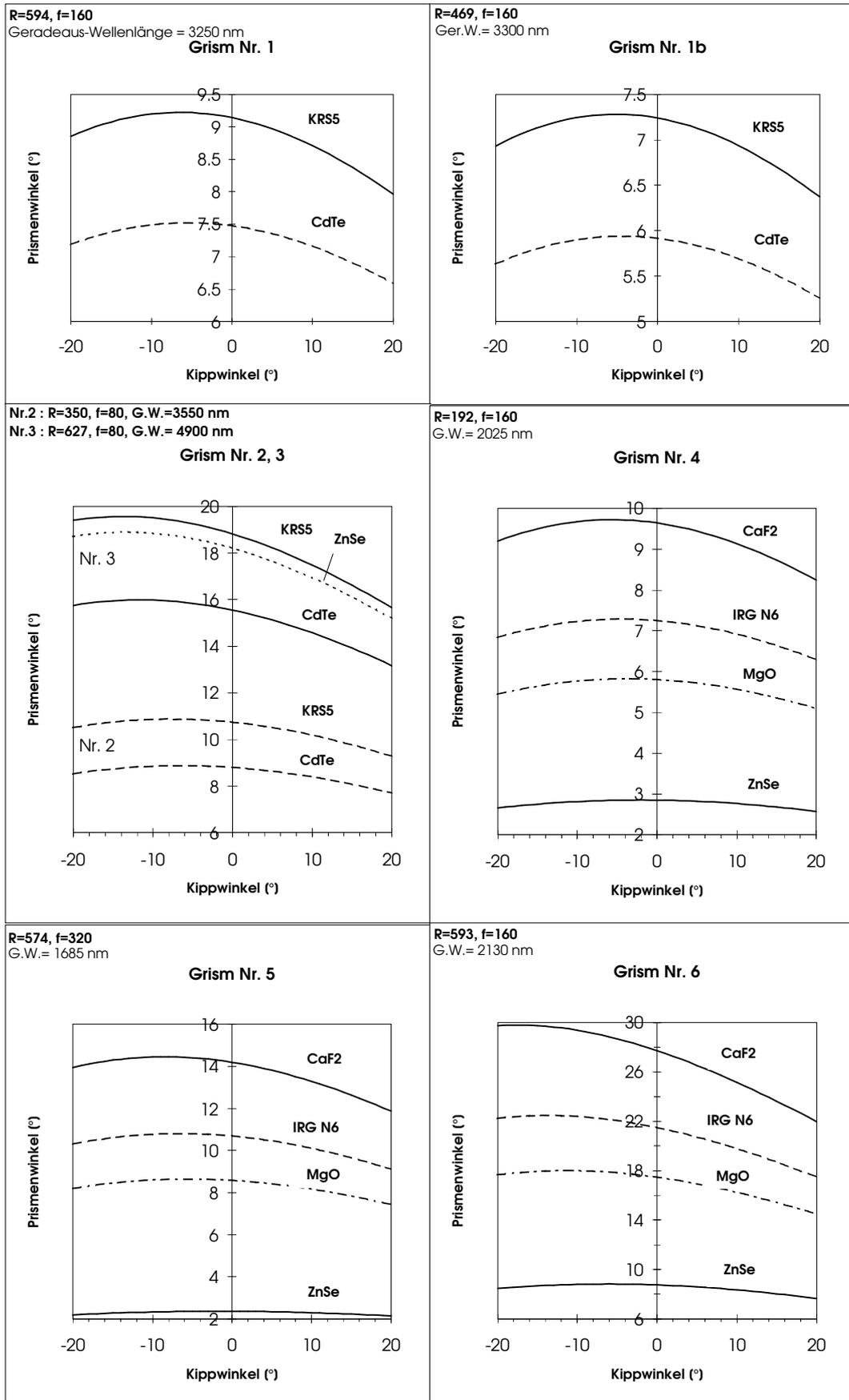


Abbildung 2.27: Die Funktion  $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$  (bei vorgeg.  $\overline{R_{pix}}$ ) der verschiedenen Grism-Typen zu den unterschiedlichen Prismen-Materialien der Tabelle 2.5 bzw. 2.6.

Ein direkt ge-ruled-es Grism Nr.1 aus *CdTe* hätte einen noch kleineren Winkel  $\varphi_G (\alpha = 0^\circ) = 7.5^\circ$  zur Folge.

Deshalb wurde für das *alternative Grism Nr.1b*, und dessen weitere genaueren Optimierungsberechnungen, das ebenfalls weiche und noch stärker brechende IR-Material *CdTe* ausgewählt. Mit dem eingesetzten Näherungswert für  $\overline{R_{pix}} = 469$  (s. Wert aus der Tabelle 2.3) bei  $f = 160\text{mm}$ , liefert Gl. (2.100) dann bei einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  einen Prismenwinkel von  $\varphi_G = 5.9^\circ$  (s.Abb. 2.27, oben rechts). Für *KRS5* liegt er bei etwa  $\varphi_G = 7.2^\circ$ , was ebenfalls ausreichend klein für den Einbau ins Grism-Rad der Kamera wäre.

Bei *Grism Nr.2* fiel die Wahl auf das Material *KRS5*, für welches sich mit Gl. (2.100), bei einer Auflösung von  $\overline{R_{pix}} = 350$  zur Brennweite  $f = 80\text{mm}$  und einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$ , ein Prismenwinkel von fast  $11^\circ$  errechnet (s.Abb. 2.27, mitte links). Bei *CdTe* ist der Prismenwinkel ca.  $9^\circ$ , also noch kleiner. Beide Möglichkeiten sind realisierbar, weil  $\varphi < 12^\circ$  ist.

Bei einem direkt linierten *Grism Nr.3* ist unbedingt das höchstbrechende, erhältliche optische IR-Material *CdTe* zu empfehlen: Es ermöglicht den kleinstmöglichen erforderlichen Prismenwinkel  $\varphi_G$  von immerhin schon fast  $16^\circ$  bei  $\alpha = 0^\circ$ , und der erwünschten mittleren Grism-Systemauflösung von  $\overline{R_{pix}} = 627$  zur Brennweite  $f = 80\text{mm}$ . Alle übrigen IR-Materialien (aus Tabelle 2.6) liefern weitaus größere Werte für  $\varphi_G$ , und kommen daher nicht in Betracht (s.Abb. 2.27, mitte links).

Der größte *Nachteil* dieser hochbrechenden Materialien ist der hohe Reflektionsverlust an den Gitterfacetten, wenn diese unbeschichtet sind: Bei *CdTe* sind es ca.  $R = 21\%$  und bei *KRS5* ca.  $17\%$ , wie man der Tabelle 2.6 der Materialeigenschaften entnehmen kann. Diese Näherungswerte wurden mit der vereinfachten Fresnel-Formel (2.92) bei senkrechtem Lichteinfall, d.h. in diesem Fall für die Winkel  $i = \eta = 0$ , und dem Brechungsindex  $n$  des Grism-Materials im Bereich  $1-3\mu\text{m}$ , berechnet. Diese Werte  $(1 - R)$  stimmen sehr gut mit dem später exakt berechneten Transmissionsfaktor  $\overline{T_{g-i}}$  (s. entsprechende Effizienz-Kurven *ohne* AR-Beschichtung) überein, weil für einteilige Grisms (aus einem Material)  $\Theta = \varphi$  gilt (s.S. 28), und die Blaze- bzw. Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_B = \lambda_G$  die Facettenoberflächen des Gitters senkrecht wieder verläßt ( $\eta = i$ ), wenn der Kippwinkel  $\alpha = 0^\circ$  ist.

#### Die Replica-Grisms Nr. 4–6

Die Grisms Nr.4 und Nr.5 lassen sich gut als *unbeschichtete*<sup>16</sup> Replica-Grisms, mit den schwächer brechenden, dem Brechungsindex des Replica-Harzes angepaßten, und harten Prismenmaterialien *IRGN6* und *MgO* realisieren, die beide außerdem eine hohe Reintransmission ( $\tau \approx 100\%$ ) besitzen (s.Tabellenwerte 2.5).

Wie aus den Abbildungen 2.29 und 2.30 ersichtlich, sind die Reflektionsverluste an der Grenzfläche Prisma-Gitter, bei jeweils beiden Grisms, wie erwartet (vgl. die geschätzten Werte von  $R_{pG} < 0.2\%$  in der Tabelle 2.5), vernachlässigbar, d.h.  $\overline{T_{p-g}} \approx 100\%$ ; nur direkt an den Gitteroberflächen treten jeweils Verluste von ca.  $R_{GL} \approx 5\%$  durch Reflektion auf (s.Tab. 2.5)<sup>17</sup>.

Damit ist mit einer hohen Gesamttransmission der beiden *unbeschichteten* Replica-Grisms (Nr.4 und Nr.5) von  $\mathbf{T} = 95\%$  zu rechnen, denn die Reintransmission beträgt ja bei beiden Prismen-Materialien  $\tau \approx 100\%$ .

<sup>16</sup>...bezogen auf die beiden Grenzflächen Prisma-Gitter und Gitter-Luft; die äußeren Prismenoberflächen können ja generell immer problemlos vergütet werden.

<sup>17</sup>Dieser Wert für  $R_{GL}$ , in Tab. 2.5, wurde wiederum mit der vereinfachten Fresnel-Formel (2.92) bei senkr. Einfall und dem Brechungsindex von Harz bei  $1.3\mu\text{m}$  ( $n_g = 1.57$ ) zunächst geschätzt; die genaueren nachfolgenden Berechnungen der Effizienz-Kurven(-maxima) der betreffenden Replica-Grisms (*ohne* AR-Beschichtungen) bestätigen diese Abschätzungen.

Dies alles wird außerdem noch bei relativ *kleinen* Prismenwinkeln  $\varphi_G$  erreicht:

Bei *Grism Nr.4*, und Verwendung des schwach brechenden Prismenmaterial *IRGN6*, beträgt der notwendige Prismenwinkel für die Auflösung  $\overline{R_{pix}}=192$ , bei  $f=160\text{mm}$  und einer Kippung von  $\alpha=0^\circ$ , nur etwa  $\varphi_G=7.2^\circ$ ; bei einem *MgO*-Prisma läge er sogar noch darunter bei etwa  $6^\circ$  (s.Abb. 2.27, mitte rechts). Dennoch wurde für Replica-Grism Nr.4 und alle weiteren (exakten) Berechnungen das Material *IRGN6* ausgewählt, obwohl *MgO* (wie schon gesagt) auch eine Alternative gewesen wäre.

Das *Grism Nr.5* hat mit *IRGN6* als Prismenmaterial, zur gewünschten Auflösung  $\overline{R_{pix}}=574$  bei der Brennweite  $f=320\text{mm}$  (und  $\alpha=0^\circ$ ), einen Prismenwinkel von fast  $11^\circ$ ; hingegen bei einem *MgO*-Prisma nur einen Winkel von etwa  $\varphi_G=8.5^\circ$  (s.Abb. 2.27, unten links). Daher habe ich mich für *MgO* entschieden.

Für *Grism Nr.6* liefern *alle* in der Tabelle 2.5 aufgelisteten IR-Materialien (mit einem dem Replica-Harz angepaßten Brechungsindex) der engeren Wahl einen zu großen Prismenwinkel (bei  $\overline{R_{pix}}=593$ ,  $f=160\text{mm}$  und  $\alpha=0^\circ$ ) von etwa mindestens  $\varphi_G > 18^\circ$  (s.Abb. 2.27, unten rechts).

Deshalb wurde eines der höherbrechenden Materialien aus der Tabelle 2.6, **ZnSe** (davon eines der härtesten), für das Prismenmaterial des Replica-Grism Nr.6 ausgewählt. Es ermöglicht (bei  $\overline{R_{pix}}=593$ ,  $f=160\text{mm}$  und  $\alpha=0^\circ$ ) einen Prismenwinkel von **unter  $9^\circ$**  (genauer  $\varphi_G=8.5^\circ$ , s. die exakte Berechnung von  $\varphi_G$  neben der Kurve des Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}$  in Abb. 2.30, unten rechts).

Damit verbunden ist aber leider ein Reflektionsverlust von  $R_{pG} \approx 5\%$  an der unbeschichteten Grenzfläche zwischen Prisma und Gitter (siehe geschätzter Wert  $R_{pG}$  in Tab. 2.6, bzw. genaue Berechnung des Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}$  in Abb. 2.30, unten links), was zu einer *Gesamttransmission* des Replica-Grism Nr.6 von  $T = \tau \cdot T_{p-g} \cdot T_{g-l} = 1 \cdot 0.95 \cdot 0.95 = 0.90$ , d.h. **T=90%**<sup>18</sup>, führt, wenn außerdem die Replica-Gitteroberfläche unbeschichtet ist.

Bei der Wahl des (allerdings weicheren) noch stärker brechenden Materials *CdTe* wäre der Transmissionsfaktor  $\overline{T_{p-g}}$  noch kleiner gewesen:  $\overline{T_{p-g}} \approx 0.92\%$  (s.Tab. 2.6). Hingegen ist der *gesamte* Intensitätsverlust der einfallenden Strahlung von ca. 10%, bei einem unbeschichteten *ZnSe*-Replica-Grism Nr.6, gerade noch zu verantworten.

*ZnS* als Prismen-Material hätte zwar, wegen des etwas kleineren Brechungsindex  $n_p$ , einen etwas größeren Winkel  $\varphi_G$  gegenüber *ZnSe* zur Folge, jedoch wäre dies auch eine gute Alternative, denn aus dem gleichen Grunde ist dann ein etwas geringerer Reflektionsverlust von  $R_{pG} \approx 4\%$  zu erwarten (s.Tab. 2.6).

Der Fall eines Replica-Grism Nr.3b (bzw. c) aus dem Prismen-Material *ZnSe* wird noch ausführlich beschrieben.

#### 2.4.4.2 Die relative Einbaulänge $L_{rel}$ der Grisms

Um nun beurteilen zu können, ob ein kleinerer, mithilfe der Gl. (2.100) berechneter Prismenwinkel  $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$  unter einem bestimmten zugehörigen Kippwinkel  $\alpha$ , auch eine kürzere Einbaulänge des

<sup>18</sup>Denn *ZnSe* besitzt ebenfalls eine hohe Reintransmission von  $\tau=100\%$ , und die äußere Prismenoberfläche soll ja beschichtet werden.

Grism in der Kamera zur Folge hat, muß als nächstes ein Ausdruck für die vom Kippwinkel abhängige *relative Einbaulänge*  $L_{rel}(\alpha, \varphi(\alpha))$  hergeleitet werden. Hiermit können dann später die Werte der relativen Längen  $L_{rel}(\alpha)$  der einzelnen Grisms, bei bestimmten Prismen-Materialien und Geradeaus-Wellenlängen, numerisch berechnet, und gegen den Kippwinkel graphisch aufgetragen werden.

Zur Berechnung von  $L_{rel}$  muß man drei Fälle unterscheiden:

1.)  $\alpha > 0$ ,    2.)  $\alpha < 0$  und  $|\alpha| < \varphi$ ,    und    3.)  $\alpha < 0$  und  $|\alpha| \geq \varphi$ .

Dabei ist die **relative Einbaulänge** definiert als

$$L_{rel} = \frac{L(\alpha, \varphi)}{l}, \quad (2.101)$$

d.h. als die vom Kippwinkel  $\alpha$  und Prismenwinkel  $\varphi(\alpha)$  abhängige absolute Einbaulänge  $L$ , die der gesamten Länge der Projektion des Prismas in der Horizontalen entspricht, *im Verhältnis* zur gleichbleibenden Länge  $l$  der großen Kathode des Prismas (in der Seitenansicht).

Mithilfe der Winkelfunktionen der ebenen Geometrie ergeben sich für die verschiedenen Fälle die folgenden Ausdrücke für  $L_{rel}(\alpha, \varphi)$ :

Fall I  $\alpha > 0$ :

$$L_{rel}(\alpha, \varphi) = \frac{L}{l} = \sin \alpha + \tan \varphi \cdot \cos \alpha \quad (2.102)$$

Fall II  $\alpha < 0$  und  $|\alpha| < \varphi$ :

$$L_{rel}(\alpha, \varphi) = \tan \varphi \cos \alpha \quad (2.103)$$

und

Fall III  $\alpha < 0$  und  $|\alpha| \geq \varphi$ :

$$L_{rel}(\alpha, \varphi) = -\frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\cos \varphi} + \tan \varphi \cos \alpha. \quad (2.104)$$

Die aus diesen Beziehungen (2.102) – (2.104) und dem Ausdruck (2.100) für  $\varphi_G(\alpha)$ , unter der Voraussetzung einer konstanten Auflösung  $\overline{R_{pix}}$  zu einer gewünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$ , numerisch berechneten Kurven der relativen Einbaulängen  $L_{rel}(\alpha)$  der einzelnen Grisms Nr.1–6 zu den verschiedenen ausgewählten Prismen-Materialien (s. Abb. 2.28), haben alle ein relatives Minimum bei  $\alpha = 0$  und  $\alpha \approx \varphi_G(\alpha_{max})$ ; links und rechts davon nimmt die Funktion  $L_{rel}(\alpha)$  steil zu, und dazwischen verläuft sie fast konstant, mit einer schwachen parabelförmigen Krümmung nach oben und einem kleinen relativen Maximum in der Mitte.

Dies bedeutet, daß bei allen Grisms (Nr.1-6), und zu den jeweils optimal aus den Prismenwinkel-Kurven  $\varphi_G(\alpha)$  (bei konstantem  $\overline{R_{pix}}$ ) ausgewählten Materialien mit genügend kleinem (maximalen) Prismenwinkel, ein Kippwinkel  $\alpha$  von  $0^\circ$  (d.h. *keine* Kippung) die kleinste relative Einbaulänge  $L_{rel}$  liefert, und damit die beste Lösung darstellt.

Bei der Wahl des jeweils größeren negativen Kippwinkels des zweiten relativen Minimums von  $L_{rel}(\alpha)$ , würde sich nämlich die gleiche minimale Einbaulänge, jedoch unter größerem Aufwand (einer Kippung), ergeben. Aus den Kurven (in Abb. 2.28) ist aber ersichtlich, daß nichts gegen eine Kippung

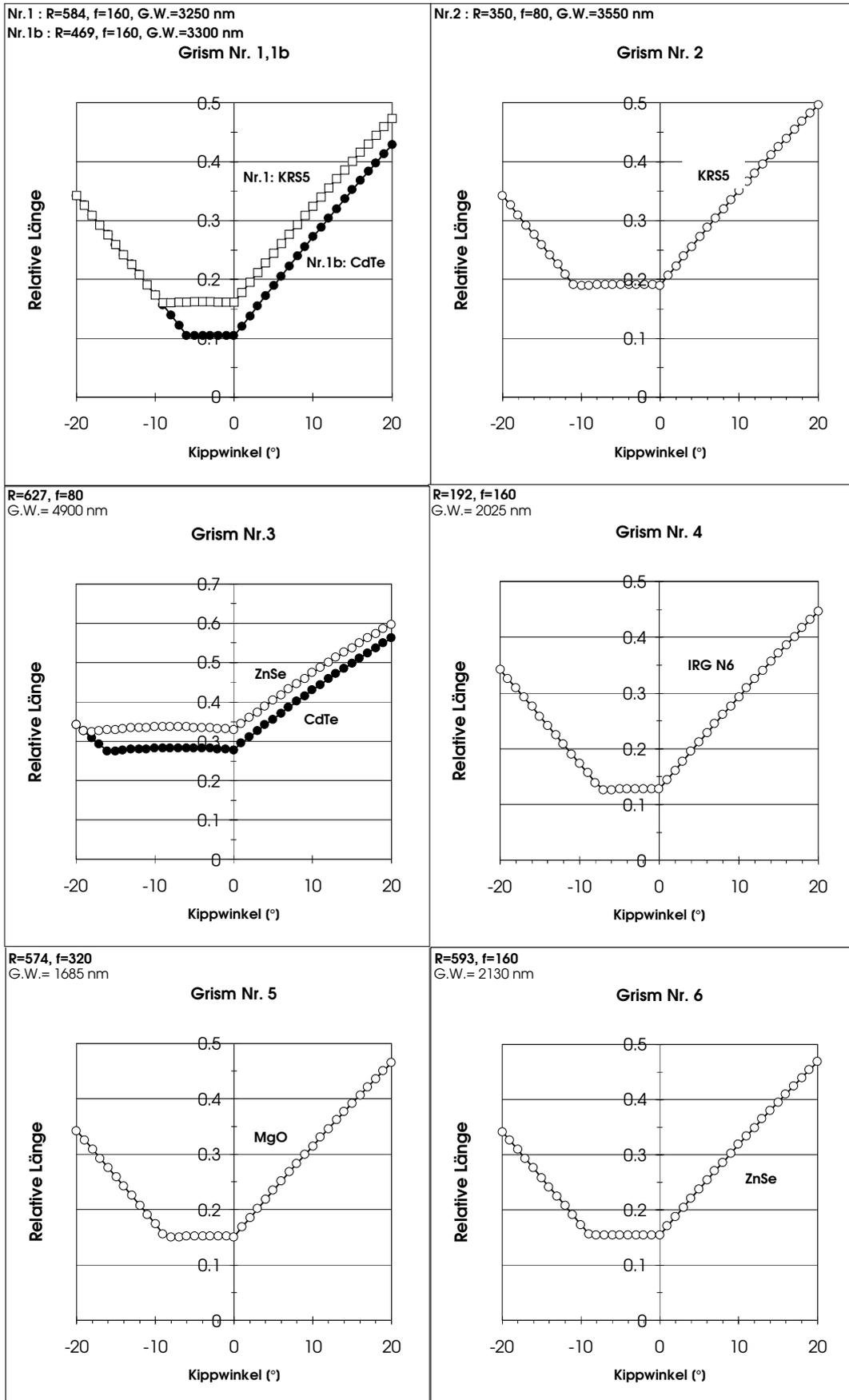


Abbildung 2.28: Relative Einbaulänge  $L_{rel}(\alpha)$  der verschiedenen Grism-Typen zu ausgewählten Prismen-Materialien

der Grisms im Bereich  $\alpha_{min1} \leq \alpha \leq \alpha_{min2} = 0$  spricht, da ja dort die Kurve  $L_{rel}(\alpha)$  fast konstant verläuft.

Deshalb wird im nächsten Schritt überprüft, ob der vom Kippwinkel ebenfalls abhängige Fresnel-sche Transmissionsfaktor  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$ , an der unbeschichteten Grenzfläche zwischen Prisma und Gitter der als Replica-Grisms geplanten Grisms Nr.4–6 (und alternativ Grism Nr.3, gekennzeichnet mit den Buchstaben  $b$  und  $c$ ), durch eine negative Kippung in diesem oben genannten Bereich spürbar erhöht werden kann.

#### 2.4.4.3 Optimierung des Kippwinkels $\alpha$ der Replica-Grisms zur Erhöhung des Transmissionsfaktors $\overline{T_{p-g}}$

Deshalb wurde jeweils für die in Frage kommenden Replica-Grismtypen Nr.3–6 (ohne eine AR-Beschichtung an der Grenzfläche Prisma-Replica) der Verlauf des mittleren Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}(\gamma(\alpha)) = (T_{Sp-g} + T_{Pp-g})/2$  in Abhängigkeit vom Kippwinkel  $\alpha$ , zu den nach den bisherigen Optimierungsschritten ausgewählten optimalen Prismen-Materialien, genau berechnet, und in den Abbildungen 2.29 und 2.30 graphisch dargestellt.

Zu dieser exakten Berechnung von  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$  war schon die genaue Kenntnis der erhältlichen realisierbaren, und für den jeweiligen Fall optimalen Furchendichte  $N$  (gleichermaßen gültig für sowohl Replica-Gitter als auch direkt linierte Grisms) in der Umgebung des Näherungswertes  $N_{Soll}$  (siehe Tabelle 2.3 der Grism-Parameter zur materialunabhängigen Vorauswahl, auf Seite 68) notwendig.

Diese hier verwendeten, und erst in einem nachfolgenden Abschnitt aus dem *Milton-Roy-Katalog* [8] ausgesuchten, erhältlichen  $N_{Katalog}$ -Werte ergeben dann, für einen Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  und einen 256x256-Pixel-Detektor, die mithilfe der Gl. (2.64) exakt berechneten realisierbaren Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda_{Det}$  der verschiedenen Ordnungen dieser Grisms, die graphisch in den Schaubildern 2.31 – 2.33 (s. ab S. 123) abgebildet sind, und welche der idealen Verteilung der Ordnungen aus der materialunabhängigen Grism-Vorauswahl (d.h. der vorläufigen Optimierung) sehr nahe kommen.

Zunächst wurden also für die Replica-Grisms Nr.3–6 die Prismenwinkel  $\varphi_G$  zu einer jeweils fest vorgegebenen Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  und Furchendichte  $N_{Kat}$  bei unterschiedlichen Kippwinkeln  $\alpha$ , mithilfe Gl. (2.18) und des Wertes des Brechungsindex  $n_p(\lambda_G)$ , berechnet (s. Diagramme auf der rechten Seite der Abbildungen 2.29 und 2.30).

Die Fresnelschen Transmissionsfaktoren  $T_{Sp-g}$  und  $T_{Pp-g}$  (s. Gleichungen (2.70) und (2.71)) hängen vom Auftreffwinkel  $\gamma$  des Strahls auf die Grenzfläche Prisma-Replicagitter ab, der wiederum seinerseits mit dem Einfallswinkel  $\alpha$  des Strahls, zur Senkrechten der vorderen Prismenoberfläche (d.h. dem Kippwinkel), über das Snelliussche Brechungsgesetz (2.2) und die Winkelbeziehung (2.4)  $\gamma = \varphi + \beta$ , und über die ebenfalls vom Winkel  $\alpha$  abhängige Funktion (2.18) des Prismenwinkels  $\varphi_G(\alpha)$ , zusammenhängt:

Der Winkel  $\varphi$  in der Gleichung (2.72) für  $\gamma$  (auf Seite 47) ist also hier auch eine Funktion von  $\alpha$

$$\gamma = \gamma(\alpha) = \arcsin\left(\frac{1}{n_p(\lambda_G)} \sin \alpha\right) + \varphi_G(\alpha, \lambda_G). \quad (2.72')$$

Dieser komplizierten Funktion

$$\overline{T_{p-g}}(\gamma(\alpha)) = \frac{T_{Sp-g} + T_{Pp-g}}{2}$$

(mit den Gleichungen (2.70) bis (2.73), und (2.18)) sieht man die Form nicht auf Anhieb an. Erst die numerische materialabhängige Berechnung im speziellen Fall, und die anschließende graphische Darstellung der Werte  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$ , gibt einem eine genauere Information über den Verlauf dieser Funktion in Abhängigkeit vom Kippwinkel  $\alpha$ .

Das *Ergebnis* ist in den Abbildungen 2.29 und 2.30 zu sehen: In allen vier Fällen hat eine negative Kippung der Replica-Grisms Nr.3–6 bis zu einem Bereich von etwa  $-10^\circ$ , wo sich die relativen Einbaulängen  $L_{rel}$  auf einem Minimum befinden, keinen spürbaren Einfluß auf den Transmissionsfaktor  $\overline{T_{p-g}}$ , d.h. dadurch würde sich die Transmission nicht (oder nur kaum, s.Replica-Grism Nr.3b) verbessern.

Nur im Falle von Replica-Grism Nr.3 (b) (mit dem zusätzlichen Buchstaben *b*), wo der Brechungsindex  $n_g(\lambda_G)$  des Gitters mit der Sellmeier-Dispersionsgleichung berechnet wurde, würde sich die Transmission nur um höchstens 0.2% gegenüber einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  verbessern. Die Transmissionskurve nähert sich in Richtung negativer Winkel einem konstanten Wert von etwa über 95.2%. Mit zunehmender Kippung nach vorne (in Richtung positiver Winkel  $\alpha$ ) hingegen nimmt die Transmission stetig und spürbar ab: Sie würde z.B. um über 2% sinken, wenn man das Grism für einen Kippwinkel von  $\alpha > 30^\circ$  optimieren wollte. Jedoch steht generell eine Kippung der Grisms in Vorwärtsrichtung, wegen der größeren (relativen) Einbaulänge (s.Abb. 2.28), nicht zur Debatte.

**Fazit:** Alle *Grisms* (einschl. der direkt linierten) werden nicht gekippt ( $\alpha = 0^\circ$ ); auch nicht um einige Grad “nach hinten“ (d.h. mit  $\alpha < 0^\circ$ ), was die Größe der relativen Einbaulänge  $L_{rel}$  (bzw. des Prismenwinkels  $\varphi_G(\alpha)$ ) gerade noch erlauben würde. Denn dadurch würde der Fresnelsche Transmissionsfaktor  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$  der unbeschichteten Replica-Grisms nicht erhöht werden.

#### *Replica-Grism Nr.3 (b,c)*

Stimmt der mithilfe der Herzberger-Dispersionsformel für das Replica-Harz berechnete Transmissionsfaktor  $\overline{T_{p-g}}$  des ZnSe-Replica-Grism Nr.3 (c) (bezeichnet mit dem zusätzlichen Buchstaben “c“), ergibt sich die ideale Konstante bei  $\overline{T_{p-g}} = 100\%$  (s.Abb. 2.29, links oben) für alle Kippwinkel zwischen  $-40^\circ \leq \alpha \leq +40^\circ$ .

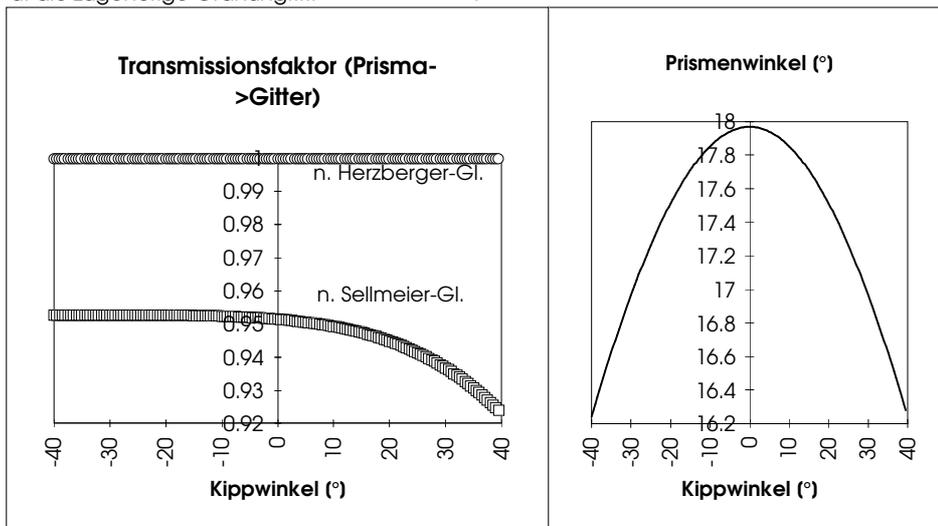
Der Grund für die konstant verlaufende  $T(\alpha)$ -Kurve bei 100% ist der, für  $\lambda_G = 4900\text{nm}$  mithilfe der Herzberger-Gleichung berechnete, fast mit dem ZnSe-Wert  $n_p = 2.43$  identische Harz-Wert  $n_g = 2.49$ . Eine Kippung des Grism bei geforderter gleichbleibender Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  (als Voraussetzung), wirkt sich dann kaum auf die Transmission  $\overline{T_{p-g}}$  aus.

Der tatsächliche Transmissionsfaktor hängt natürlich von der Zuverlässigkeit der beiden durch die unterschiedlichen Dispersionsgleichungen extrapolierten Werte des Brechungsindex  $n_g(\lambda_G)$  für die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G = 4900\text{nm}$  ab. Da der reale Wert des Brechungsindex  $n_g$  dort aber zwischen der fast konstant verlaufenden Sellmeier-Dispersionskurve und der steil anwachsenden Herzberger-Kurve liegt, ist auch kein größerer Reflektionsverlust als ca. 5% (an der Grenzfläche Prisma-Gitter) zu erwarten, d.h. die Kurve des Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$  für einen Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  (und darunter) liegt dann irgendwo zwischen den beiden extremen  $T(\alpha)$ -Kurven für den Fall Nr.3b und 3c (s.Abb. 2.29).

Der Prismenwinkel  $\varphi_G$  für dieses Replica-Grism Nr.3 (b und c) aus dem Prismen-Material ZnSe (s.Abb. 2.29, oben rechts), ist zwar für einen Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  im Gegensatz zum Material CdTe immer noch relativ groß (er ist fast  $18^\circ$ ), doch würde zu diesem höher brechenden IR-Material der Reflektionsverlust  $R_{PG}$  bei einem (möglichst) unbeschichteten Replica-Grism noch größer sein.

GRISM-Nr.3b / c

Material des Prismas : ZnSe  
 Material des Gitters : Harz  
 Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 4900 nm :  
      $n_p = 2.43$   
      $n_g = 2.49$  Harz n. Hrzb  
      $n_g = 1.562$  Harz n. Sellm.  
 Anzahl der Furchen pro mm..... 90  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm).... 4900  
 u. die zugehörige Ordnung..... 1



GRISM-Nr.4

Nr.4b

Material des Prismas : IRG N6  
 Material des Gitters : Harz  
 Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 2025 nm :  
      $n_p = 1.566$   
      $n_g = 1.565$   
 Anzahl der Furchen pro mm..... 35 30  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm).... 2025  
 u. die zugehörige Ordnung..... 1

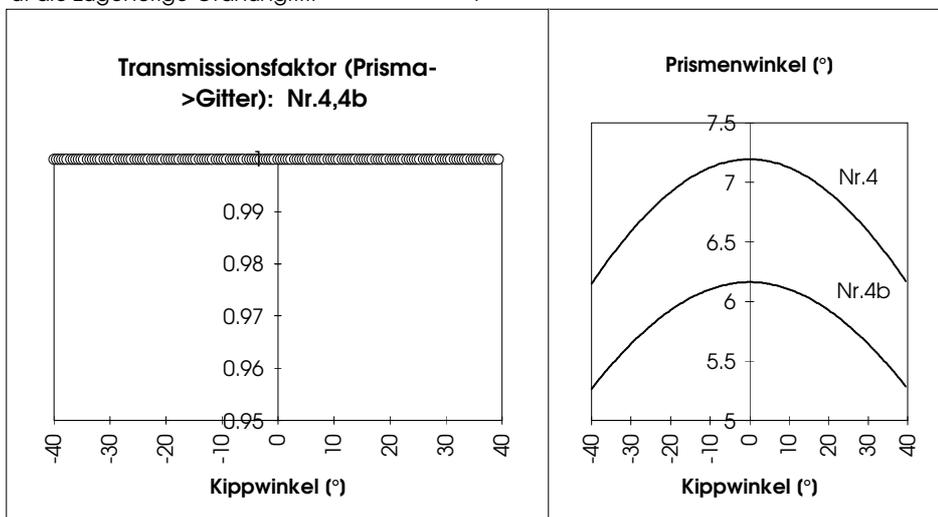
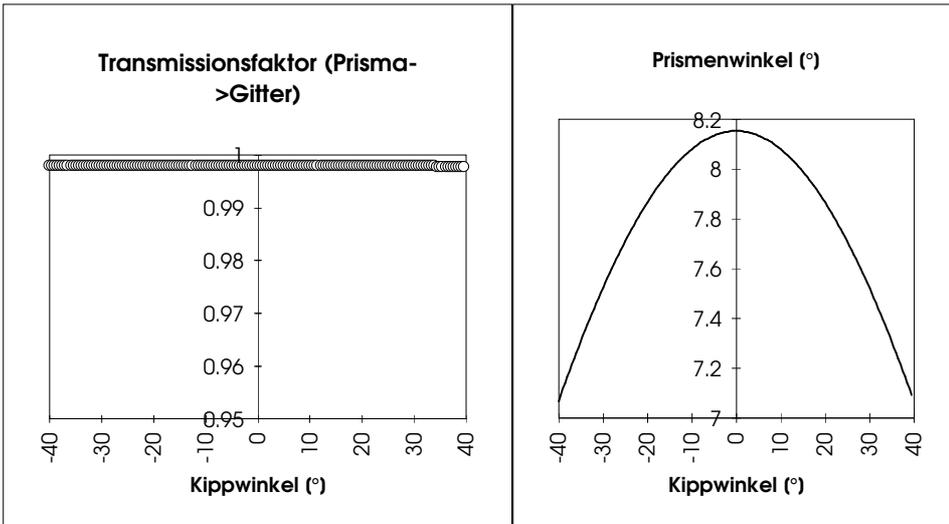


Abbildung 2.29: Verlauf des mittleren Fresnelschen Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}$  in Abhängigkeit vom Kippwinkel  $\alpha$ , für den Übergang zwischen Prisma und Gitter der unbeschichteten Replica-Grisms Nr.3 und Nr.4

GRISM-Nr.5 / 5b

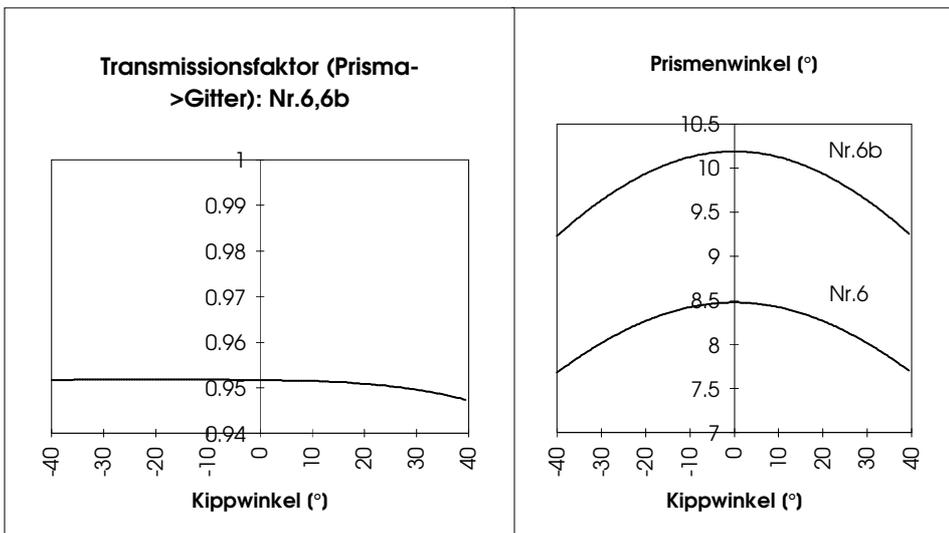
Material des Prismas : MgO  
 Material des Gitters : Harz  
 Brechungsindex des Prismas bzw.  
 des Gitters, bei 1685 nm :  
      $n_p = 1.713$   
      $n_g = 1.566$   
 Anzahl der Furchen pro mm..... 30  
  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm).... 1685  
 u. die zugehörige Ordnung..... 2



GRISM-Nr.6

Nr.6b

Material des Prismas : ZnSe  
 Material des Gitters : Harz  
 Brechungsindex des Prismas bzw.  
 des Gitters, bei 2130 nm :  
      $n_p = 2.445$   
      $n_g = 1.564$   
 Anzahl der Furchen pro mm..... 50      60  
  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm).... 2130  
 u. die zugehörige Ordnung..... 2



**Abbildung 2.30:** Verlauf des mittleren Fresnelschen Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}$  in Abhängigkeit vom Kippwinkel  $\alpha$ , für den Übergang zwischen Prisma und Gitter der unbeschichteten Replica-Grisms Nr.5 und Nr.6

In der Tabelle 2.6 der in Frage kommenden höherbrechenden Prismen-Materialien ist der näherungsweise für senkrechten Lichteinfall ( $\gamma = 0$ ) und für den Brechungsindex  $n_g (\lambda = 1.3\mu\text{m}) = 1.57$  berechnete Verlust  $R_{PG}$  (s.Gl. (2.91)) von ca. 8% eingetragen; er ist also ca. 3% größer als bei ZnSe.

Ein dem Brechungsindex des Replica-Gitters angepaßtes Prismen-Material hätte aber im Falle eines Replica-Grism Nr.3 (b oder c) einen viel zu großen und unakzeptablen Prismenwinkel ergeben ( $\varphi \gg 20^\circ$ ). Zum Vergleich: In Abbildung 2.27 hat der Prismenwinkel für das hochbrechende Prismenmaterial KRS5 bei  $\alpha = 0^\circ$  schon fast einen Betrag von  $\varphi = 19^\circ$ .

**Fazit:** Aus diesen Gründen (und der schon an anderer Stelle erwähnten Unsicherheit des Brechungsindex von Harz im Bereich von  $2-5\mu\text{m}$ , und die daraus folgende Ungenauigkeit der Berechnung und Optimierung der gesamten Effizienz des Replica-Grism Nr.3b,c) *ist es ratsam Grism Nr.3 als direkt liniertes, einteiliges Grism aus dem hochbrechenden Material CdTe herzustellen*, welches eine optische Reintransmission von  $\tau = 100\%$  besitzt, und den kleinstmöglichen Prismenwinkel für diesen Grism-Typ (Nr.3) von unter  $16^\circ$  (bei  $\alpha = 0^\circ$ ), zur geforderten Auflösung  $\bar{R} = 627$  bei der Brennweite  $f = 80\text{mm}$ , und der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G = 4.9\mu\text{m}$  ermöglicht (s.Abb. (2.27), Mitte links). Größter *Nachteil* allerdings: Der geschätzte Reflektionsverlust  $R$  für dieses hochbrechende Material an den *Gitterfacetten* (ber. mithilfe Gl.(2.92), s.Tabelle 2.6 der Materialeigenschaften) beträgt über 20%, wenn die Gitteroberfläche nicht antireflex-beschichtet wird. Davon ist aber generell abzuraten, aus schon genannten Gründen. Die Firma Milton Roy bietet deshalb auch keine Beschichtungen der Gitteroberfläche an.

Im folgenden wird nun der Verlauf des berechneten Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$  der restlichen Replica-Grisms Nr.4–6 (in den Abbildungen 2.29 und 2.30) beschrieben ...

#### *Replica-Grism Nr.4 (bzw.4b)*

Bei Replica-Grism Nr.4, aus dem harzangepaßten Prismen-Material IRGN6, ist der Transmissionsfaktor an der Grenzfläche Prisma-Replica  $\overline{T_{p-g}} = 100\%$ , wie auch nicht anders zu erwarten war (s.Tab. 2.5 der Materialeigenschaften).

Da der mit der Sellmeier-Interpolationsformel für  $\lambda_G = 2025\text{nm}$  berechnete Brechungsindex  $n_g = 1.565$  von Harz praktisch identisch ist mit dem Index  $n_p$  von IRGN6 zur selben Wellenlänge  $\lambda_G$  ( $n_p(\lambda_G) = 1.566$ ), würde sich selbst eine starke Kippung (gleichgültig in welche Richtung (+ oder -)) nicht negativ auf den Transmissionsfaktor  $\overline{T_{p-g}}$  bei 100% auswirken.

Der erforderliche Prismenwinkel  $\varphi_G$  für dieses Grism ist trotz des niederbrechenden Prismenmaterials relativ klein, und liegt unterhalb  $7.5^\circ$  (bei  $\alpha = 0^\circ$  ist  $\varphi_G = 7.2^\circ$ ).

*Grism Nr.4b* ist eine Alternative zu Nr.4, was die Furchendichte  $N_{Katalog} = 30$ , und damit die daraus folgende exakte Verteilung der Ordnungen des Grism auf die verschiedenen Wellenlängen-Bereiche anbelangt (s.später). Diese verschlechtert sich zwar dann gegenüber der idealen, aus den Näherungsgleichungen berechneten Verteilung für  $N_{ideal} \approx 36$ , jedoch gibt es zu dieser ein schon vorgefertigtes Master-Gitter (im Milton-Roy-Katalog [8]) mit der realisierbaren Furchenanzahl  $N_{Kat} = 30$  (pro mm) und einem Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$ , welcher dem idealen, aus Gl. (2.36) berechneten, für die Blaze- und Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_B = \lambda_G = 2025\text{nm}$ , nahe kommt (s. spätere Tabellen).

#### *Replica-Grism Nr.5*

Hier ist der Verlauf des Transmissionsfaktors  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$  derselbe wie bei Grism Nr.4: Weil der Wert des Brechungsindex des MgO-Prismas ( $n_p = 1.713$ ) relativ dicht bei dem des Replica-Gitters ( $n_g = 1.566$ )

zur Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G = 1685\text{nm}$ , liegt, verändert sich auch unter starker Kippung des Grism die Transmission nicht, und hat einen konstanten Wert von fast 100% (ca. 99.8%; vgl. auch Abschätzung von  $R_{PG}$  in Tabelle 2.5).

Damit ist also auch hier *keine* Beschichtung an der Grenzfläche Prisma-Gitter nötig, und der notwendige Prismenwinkel ist außerdem ausreichend klein:  $\varphi_G(\alpha = 0^\circ) < 8.2^\circ$ .

### Replica-Grism Nr.6

Für dieses Replica-Grism mußte das hochbrechende Prismenmaterial *ZnSe* ausgewählt werden, da alle niederbrechenden, dem Gittermaterial angepaßten IR-Materialien (in der Tabelle 2.5) einen zu großen Prismenwinkel  $\varphi_G(\alpha = 0^\circ) \geq 18^\circ$  erfordern (siehe Abb. 2.27, rechts unten: Prismenwinkel-Kurve zur konstanten Auflösung  $\overline{R_{pix}} = 593$  bei  $f = 160\text{mm}$ ).

*ZnSe* hat nicht einen ganz so hohen Brechungsindex wie *CdTe*, und demzufolge erwartet man einen geringeren Reflektionsverlust (an der Grenzfläche zwischen Prisma und Gitter) von  $R_{PG} \approx 5\%$ , wie bei Replica-Grism Nr.3 (b), gegenüber  $R_{PG} \approx 8\%$  bei *CdTe* (siehe den mithilfe der Gl. (2.91) geschätzten Wert von  $R_{PG}$  in der Tabelle 2.6 der Materialeigenschaften der hochbrechenden Substanzen, auf S. 82).

Ein Prisma aus *ZnS*-Multispektral käme natürlich nach diesen Überlegungen auch in Betracht, weil dann der Reflektionsverlust noch geringer wäre ( $R_{PG} \approx 4\%$ ), und die Reintransmission (bei  $1\text{-}5\mu\text{m}$ ) ebenfalls  $\tau = 100\%$  beträgt. Jedoch würde in diesem Fall der erforderliche Prismenwinkel nicht nur  $\varphi_G(\alpha = 0^\circ) = 8.5^\circ$ , wie bei *ZnSe* sein (s.Abb. 2.30), sondern größer.

Die berechnete Transmissionskurve  $\overline{T_{p-g}}(\alpha)$  für *ZnSe*, als Prismenmaterial des Replica-Grism Nr.6, zeigt qualitativ denselben Verlauf wie bei Replica-Grism Nr.3 (b): Für Kippwinkel  $\alpha \leq 0^\circ$  nimmt sie einen konstanten Wert von etwas mehr als **95%** an (betrachtet zur gleichbleibenden Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G = 2130\text{nm}$ ), und für Kippungen in Vorwärtsrichtung sinkt die Transmission  $\overline{T_{p-g}}$ , jedoch hier – im Gegensatz zu Grism Nr.3 (b) – um weniger als 0.5% bei  $\alpha = +40^\circ$  im Vergleich zu  $\alpha = 0^\circ$ . Der Grund hierfür liegt in der flacher verlaufenden Prismenwinkel-Kurve  $\varphi_G(\alpha)$  (s.Abb. 2.30, unten rechts).

Die Prismenwinkel-Kurve zum alternativen Replica-Grism Nr.6b, mit einer größeren Furchendichte  $N_{Kat} = 60$ , ist ebenfalls in Abb. 2.30 abgebildet. Aus ihr ergibt sich praktisch die gleiche Transmissionskurve, links daneben. Zu dieser realisierbaren Furchenanzahl  $N_{Kat}$  existiert nämlich schon ein Master-Grism mit einem günstigeren Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$ , der eine Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  nahe der gewünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G = 2130\text{nm}$  (für  $m = 2$ ) ermöglicht (wie sich mithilfe Gl. (2.38) errechnen läßt, s. näheres hierzu in einem späteren Abschnitt).

#### 2.4.4.4 Zusammenfassung der aus den einzelnen Optimierungsschritten hervorgehenden Prismen-Materialien und Kippwinkel der Grisms:

Grism	DR/R	Material	Kippw. $\alpha$ [°]	Alternative	DR/R	Material	$\alpha$ [°]
Nr.1	DR	KRS5	0	–	DR	( CdTe )	–
Nr.1b	DR	CdTe	0	–	DR	( KRS5 )	–
Nr.2	DR	KRS5	0	–	DR	( CdTe )	–
Nr.3	DR	CdTe	0	Nr.3b,c	R	ZnSe+Harz	0
Nr.4	R	IRGN6+Harz	0	–	R	( MgO+Harz )	–
Nr.5	R	MgO+Harz	0	–	R	( IRGN6+Harz )	–
Nr.6	R	ZnSe+Harz	0	–	R	( ZnS-M+Harz )	–

**Tabelle 2.9:** Tabelle der optimalen Prismenmaterialien und Kippwinkel. Die in Klammern ( ) gesetzten Materialien sind Alternativen zu den endgültig ausgewählten, die allerdings von weiteren Berechnungen ausgeschlossen wurden. Alle Replica-Grisms (R) sind so optimiert, daß sie an der Grenzfläche Prisma-Replicagitter unbeschichtet sein können.

Das Ergebnis aller vorläufigen Optimierungsschritte ist also ein aus sechs unterschiedlichen Grismtypen (und einer Grismtyp-Alternative) bestehendes vorläufiges Sortiment, aus verschiedenen, endgültig ausgewählten Prismenmaterialien (und ebenfalls zusätzlich angegebener Material-Alternativen, die jedoch größtenteils von den weiteren genaueren Berechnungen ausgeschlossen werden), deren optimaler Kippwinkel überall  $\alpha = 0^\circ$  beträgt. Dabei wurden alle Replica-Grisms so optimiert, daß sie außerdem an der Grenzfläche zwischen Prisma und Replicagitter unbeschichtet sein können.

## 2.5 Endgültige Optimierungen und genaue Berechnungen

### 2.5.1 Realisierbare Grisms: Erhältliche Furchendichten $N$ und Blaze-Winkel $\Theta$

Vorhandene ebene Master-Gitter der Firma Milton Roy	
$N_{Katalog}[1/mm]$	$\Theta_{Katalog}[^\circ]$
20	0.3, 26.7, 13
21	17.5
21.36	6.5
25	26.7
30	1.2, 8.2, 20.0, 26.7
35	2.3
40	17.5, 26.7
40.96	3.7
41.85	12.8
45	26.7
50	0.8, 13.0, 17.5, 26.7, 29.2
60	28.7
61.97	18.1
70	6.0
75	3.6, 4.3, 5.4, 6.5, 10, 17.5, 22.0, 26.7
79.35	35.0
80	2
85	5.1
86	2.3
90	7.1, 17.5, 26.7
100	4.7, 7.2, 15.0, 19.0, 22.0, 24.0, 26.7

**Tabelle 2.10:** Furchendichten  $N_{Kat}$  und zugehörige Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  schon vorhandener ebener Master-Gitter aus dem Milton-Roy-Katalog. Die aufgeführten Werte von  $N_{Kat}$  entsprechen ebenfalls den mit der Ruling-Maschine der Firma möglichen einstellbaren Furchenabständen *direkt liniertes* Grisms.

In der Tabelle 2.10 wurden alle mit der Ruling-Maschine des Gitterherstellers MILTON ROY realisierbaren, erhältlichen Furchendichten  $N_{Kat}$  *direkt liniertes* Grisms (bzw. ebener Transmissionsgitter) im Bereich von  $N = 20 - 100$  zusammengestellt und ebenfalls die jeweils zu den Furchendichten  $N_{Kat}$  gehörenden Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  *schon vorhandener* ebener Master-Gitter aufgelistet, mithilfe derer man Replica-Transmissionsgitter auf einer Prismenoberfläche, d.h. *Replica-Grisms*, herstellen kann.

Findet man *keinen* entsprechenden zur gewünschten Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  und Furchendichte  $N$  eines bestimmten idealen Grismtyps, passenden optimalen Katalogwert  $\Theta_{Kat}$ , muß ein direkt ge-ruled-es ebenes Gitter (d.h. Master) mit dem erforderlichen idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{ideal}$  zunächst nach Maß angefertigt werden, um im zweiten Schritt durch den Abdruck des Masters dann das gewünschte Replica-Grism produzieren zu können, wenn nicht unbedingt ein direkt liniertes Grism notwendig ist.

Nachdem nun die optimalen Parameter der einzelnen Grisms durch die vorläufigen Optimierungen (im Abschnitt 2.3), und die Materialien (s. Abschnitt 2.4), bekannt sind, kann für einen vorgegebenen Ka-

talogwert  $N_{Kat}$ , in der Nähe der zuvor bestimmten und ungefähren Furchenanzahl  $N_{Soll}$  (pro mm) des betreffenden Grism-Typs, die exakte Verteilung der Bandbreiten ( $\Delta\lambda_{Det}$ ) der verschiedenen Ordnungen auf die Wellenlängenbereiche berechnet werden.

Dies geschieht mittels des Grism-Programms, d.h. mithilfe der nach  $\lambda$  aufgelösten Grism-Grundgleichung (2.64), die eine Iterationsgleichung zur Berechnung der kleinsten ( $\lambda_1(m, x' = -L_{Det}/2)$ ) bzw. größten gebeugten Wellenlänge ( $\lambda_2(m, x' = +L_{Det}/2)$ ) darstellt, welche gerade noch auf den Detektor fällt.

Die exakte Verteilung hängt, außer von den Größen  $m$ ,  $N$ ,  $f$ , und der Detektorgröße  $L_{Det}$  (in den Näherungsgleichungen), jetzt noch vom Brechungsindex  $n_p$  des Prismen-Materials, vom Kippwinkel  $\alpha$  und dem Prismenwinkel  $\varphi$  (d.h. vor allem von der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$ ) der Grisms ab. Der genaue Prismenwinkel  $\varphi_G$  der Grisms läßt sich dabei ebenfalls für eine bestimmte Furchendichte  $N$ , und Kippwinkel  $\alpha$  (überall  $\alpha = 0^\circ$ ), aus der jeweils geforderten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  zur Ordnung  $m$  (s.  $\lambda_G$ -Werte aus der Tabelle 2.3 der Grism-Vorauswahl) und dem zugehörigen Indexwert  $n_p(\lambda_G)$  der bekannten Dispersionsformel des Prismenmaterials, mithilfe Gl. (2.18) berechnen.

Es wurden also für jeden Grism-Typ alle in der Umgebung von  $N_{Soll}$  liegenden Katalogwerte  $N_{Kat}$  (aus der Tabelle 2.10) ausgesucht, und dazu die Verteilungen der nutzbaren spektralen Ordnungen *exakt* berechnet, und in eine Tabelle eingetragen. Dabei konnte jeweils dasjenige  $N_{Kat}$  endgültig ausgewählt, und mit der entsprechenden Nummer des Grism-Typs gekennzeichnet werden, welches eine Verteilung liefert, die der idealen, aus den Näherungsformeln (s. 2.3.1: Schaubild 2.13 und Tabelle 2.3) bestimmten, sehr nahe kommt.

Die genauen, von der Position  $x'$  auf dem Detektor abhängigen Pixel-Auflösungen  $R_{pix}(x')$  des jeweiligen Grism-Systems konnten jetzt auch durch die Gleichung (2.63) und die exakte Formel (2.60) für die Winkel-Dispersion  $D'$  eines Grism, mit dem zusätzlichen Glied  $dC/d\lambda$ , berechnet werden. Dazu mußten zuerst die Ableitungen  $dn_p(\lambda)/d\lambda$  der Dispersionsformeln der verschiedenen Prismenmaterialien bestimmt (und ins Programm eingefügt) werden. Es ergibt sich dann im einzelnen Fall ein  $R_{pix}(x' = 0)$  in der Nähe des geschätzten und erwünschten mittleren Wertes  $\overline{R_{pix}}$  aus der Tabelle der vorläufigen und materialunabhängigen Grism-Vorauswahl. Die genau berechneten mittleren Auflösungen sind im allgemeinen (mit Ausnahme von Replica-Grism Nr.6b) nur etwas kleiner als die geschätzten.

Zu jedem Wert von  $N_{Kat}$  wurde auch der aus der exakten Blaze-Winkel-Gleichung (2.36) berechnete ideale Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$ , welcher aber *auch* vom Gittermaterial  $n_g$  abhängt, in den einzelnen Tabellen 2.11 – 2.15 der realisierbaren Grisms angegeben. Dabei sollen alle Grisms für die Geradeaus-Wellenlänge “ge-blazed“ werden:  $\lambda_B = \lambda_G$ .

## 2.5.2 Gleichzeitige Optimierung der Furchendichte $N$ und des Haupt- und Nebenfalten-Winkels $\Theta$ bzw. $\vartheta$

### 2.5.2.1 Die direkt linierten Grisms Nr.1-3

Bei den einteiligen, *direkt geruleden* Grisms Nr.1-3 aus *einem* Material, die im Strahlengang nicht gekippt werden ( $\alpha = 0^\circ$ ), ist der optimale Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$  überall identisch mit dem berechneten erforderlichen Prismenwinkel  $\varphi_G$  zur erwünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$ , weil ja gerade für  $n_g = n_p$  aus der Blazewinkel-Gleichung die Bedingung  $\Theta_{opt} = \varphi$  folgt (s. Erklärung und Herleitung auf Seite 28). Dieser Winkel  $\Theta_{opt}$  sollte dann generell mit der Ruling-Maschine der Firma Milton Roy auf mindestens  $1/10^\circ$  genau realisierbar sein.

	<b>Grism Nr.1 (KRS5)</b> $N_{Soll} \approx 34$	<b>Grism Nr.1c (CdTe)</b> $N_{Soll} \approx 34$			<b>Grism Nr.1b (CdTe)</b> $N_{Soll} \approx 27$	
$N_{Kat}$	<b>32.55</b>	<b>30</b>	35	40	<b>25</b>	30
f[mm]	160	160			160	
$\lambda_G(m)$ [nm]	3250, m=2	3250, m=2			3300, m=2	
$\varphi = \Theta_{Opt}$ [°]	8.790	6.595	7.701	8.809	5.578	6.699
$R_{Pix}(m, x' = 0)$	577 (m=2)	532 (m=2)	622 (m=2)	713 (m=2)	449 (m=2)	540 (m=2)
$\Delta\lambda(m=1)$ [nm]	–	–	–	–	–	–
$\Delta\lambda(m=2)$	2891-3612	2861-3643	2917-3586	2959-3543	2832-3772	2910-3693
$\Delta\lambda(m=3)$	1942-2418	1932-2445	1969-2407	1997-2379	1914-2530	1965-2478
$\Delta\lambda(m=4)$	1472-1824	1474-1850	1501-1822	1521-1801	1462-1913	1499-1874
$\Delta\lambda(m=5)$	[1193-1469]	[1205-1496]	1226-1475	1241-1458	[1196-1546]	1224-1516
Ausgewähltes opt. Grism	<b>Nr.1</b>	<b>Nr.1c</b>	–	–	<b>Nr.1b</b>	–

**Tabelle 2.11:** Die für den *direkt linierten Grism-Typ Nr.1*, bzw. seiner Alternativen *Nr.1b* und *1c*, berechneten **exakten Wellenlängen-Intervalle**  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den **256x256-Pixel-Detektor** bei der Verwendung der angegebenen *optimalen Kamera-Brennweite*  $f$  fallen, für jeweils alle in der näheren Umgebung des ungefähren Sollwertes  $N_{Soll}$  realisierbaren Furchendichten  $N_{Kat}$ . Der Kippwinkel beträgt hierbei überall  $\alpha = 0$  und die Pixelgröße des Detektors  $\Delta_{Pix} = 30\mu\text{m}$ . Der optimale (linierbare) Blaze-Winkel  $\Theta_{Opt}$  ist dann überall identisch mit dem erforderlichen Prismenwinkel  $\varphi$  zur gew. Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m)$ . Außerdem wurden die *exakten mittleren Pixelauflösungen*  $R_{Pix}$  des jeweiligen Grism-Systems in die Tabelle mit eingetragen. Schließlich wurde zu jedem Grism-Typ *dasjenige* optimale  $N_{Kat}$  *endgültig ausgewählt*, und mit der entsprechenden Nummer des Grism-Typs gekennzeichnet, welches eine Verteilung liefert, die der des idealen Grism-Typs (aus der Vorauswahl) sehr nahe kommt (s. jeweils letzte Tabellenzeile!).

	<b>Grism Nr.2 (KRS5)</b> $N_{Soll} \approx 74$			<b>Grism Nr.3 (CdTe)</b> $N_{Soll} \approx 96$	
$N_{Kat}$	79.35	75	<b>70</b>	<b>90</b>	100
f [mm]	80			80	
$\lambda_G(m)$ [nm]	3550, m=1			4900, m=1	
$\varphi = \Theta_{Opt}$ [°]	11.749	11.096	10.348	15.133	16.862
$R_{Pix}(m, x' = 0)$	387 (m=1)	365 (m=1)	340 (m=1)	615 (m=1)	690 (m=1)
$\Delta\lambda(m=1)$ [nm]	2967-4141	2932-4167	2886-4222	4394-5413	4449-5358
$\Delta\lambda(m=2)$	1511-2086	1494-2103	1472-2126	2228-2729	2255-2702
$\Delta\lambda(m=3)$	1036-1406	1026-1417	1012-1432	1516-1841	1533-1823
$\Delta\lambda(m=4)$	807 -1071	799 -1079	[790 -1090]	1169-1402	1181-1389
$\Delta\lambda(m=5)$	675 - 873	669 - 880	[662 - 888]	967 -1144	976 -1134
Ausgewähltes opt. Grism	–	–	<b>Nr.2</b>	<b>Nr.3</b>	–

**Tabelle 2.12:** Die für die *direkt linierten Grism-Typen Nr.2* und *Nr.3* berechneten **exakten Wellenlängen-Intervalle**  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den **256x256-Pixel-Detektor** bei der Verwendung der angegebenen *optimalen Kamera-Brennweite*  $f$  fallen, für jeweils alle in der näheren Umgebung des ungefähren Sollwertes  $N_{Soll}$  realisierbaren Furchendichten  $N_{Kat}$ . (Auch hier ist  $\alpha = 0$  und  $\Delta_{Pix} = 30\mu\text{m}$ .) Die *endgültig ausgewählten optimalen Grisms* sind in der letzten Tabellenzeile gekennzeichnet!

Eine *rechtwinklige* Furchenform, d.h.  $\vartheta = \Theta_{opt} = \varphi_G$ , ist hierbei für alle nicht gekippten, einteiligen Grisms natürlich ideal, um eine möglichst hohe Effizienz (d.h. großes Effizienz-Maximum bei der gewünschten Blaze-Wellenlänge) zu erzielen. Dies zeigen die anschließend berechneten, graphisch dargestellten Effizienzkurven 2.34 – 2.38 dieser Grisms (s.S. 128-133): Die Kurven erreichen zu dieser Furchenform bei der jeweils erwünschten Blaze-Wellenlänge auch tatsächlich den Wert 1 (selbstverständlich *ohne* Berücksichtigung der Fresnel-Verluste an der Gitteroberfläche, und an der äußeren Prismenoberfläche, die ja immer beschichtet wird).

In diesen speziellen Fällen ( $n_g = n_p$  und  $\alpha = 0^\circ$ ) der Grisms Nr.1-3 hat nämlich der geometrische Transmissionsfaktor  $T_{geom} = \sigma/d$  (in der Blaze-Funktion  $BF_{ges}$ ), zu allen monochromatischen Bestandteilen  $\lambda$  des einfallenden und gebeugten Strahls, *immer* den maximalen Wert **1**: Der Strahl wird *nicht* an der äußeren Prismenoberfläche gebrochen, weil er senkrecht auftrifft, und alle Wellenlängen  $\lambda$  leuchten die Hauptfacetten der Gitterfurchen vollständig aus, ohne daß ein gewisser Lichtanteil einer bestimmten Wellenlängen durch benachbarte Furchenflächen abgeschattet wird. Für die effektive Furchenbreite gilt dann immer

$$b'_l = d \cos \Theta,$$

da  $\vartheta = \Theta$  ist, und nur Fall I und Gl. (2.39), auf Seite 31, in Frage kommt (vgl. Abb. 2.6, links). Für den geometrischen Faktor  $T_{geom}$  in Gl. (2.44) folgt dann

$$T_{geom} = 1,$$

weil außerdem  $\delta = \vartheta = \Theta$  (wegen  $n_g = n_p$  und  $\alpha = 0^\circ$ ) gilt.

Die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  (bzw. Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$ ) durchquert dann auch wirklich das gesamte Grism (Nr.1-3) “schnurgerade“ vom Anfang bis zum Ende, wo sie es wieder in Geradeaus-Richtung ( $\epsilon' = 0$ ) verläßt. Der Strahl wird nämlich für  $\lambda_G$  *nicht* durch ein Gittermaterial mit einem zum Prisma unterschiedlichen Brechungsindex  $n_g$  (wie eventuell bei einem Replica-Grism) von der Geradeaus-Richtung – wie in Abbildung 2.3 dargestellt – weggebrochen.

Die für den direkt linierten Grism-Typ *Nr.1*, bzw. seiner Alternativen *Nr.1b* und *1c*, und die ebenfalls direkt gerulenden Grism-Typen *Nr.2* und *3* berechneten *exakten Wellenlängen-Intervalle*  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den 256x256-Pixel-Detektor bei der Verwendung der angegebenen *optimalen Kamera-Brennweite*  $f$  fallen, für *jeweils alle in der näheren Umgebung des ungefähren Sollwertes*  $N_{Soll}$  realisierbaren Furchendichten  $N_{Kat}$ , wurden mitsamt den zugehörigen exakten mittleren Pixelauflösungen  $\overline{R_{Pix}}$  des jeweiligen Grism-Systems in den Tabellen 2.11 und 2.12 eingetragen.

Schließlich wurde zu jedem Grism-Typ *dasjenige* optimale  $N_{Kat}$  *endgültig ausgewählt* und mit der entsprechenden Nummer des Grism-Typs gekennzeichnet, welches eine Verteilung lieferte, die der des idealen Grism-Typs (aus der Vorauswahl) sehr nahe kommt. Diese endgültig ausgewählten Grisms erfüllen dann die Idealvorstellungen aus der vorläufigen Optimierung *sehr gut*.

### 2.5.2.2 Die Replica-Grisms Nr.4–6 (bzw. Nr.4b–6b)

Welche Furchenform, d.h. vor allem welcher zweite Furchenwinkel  $\vartheta$ , bei den *Replica-Grisms* Nr.4–6 und Nr.3b,c die höchste Effizienz liefert, kann erst nach einer genauen Berechnung der gesamten Blaze-Kurve  $BF_{ges}$  festgestellt werden.

Weil bei den Replica-Grisms Nr.4 und Nr.5 (und Nr.3c) das Prismen-Material dem Brechungsindex des Replica-Gitters angepaßt wurde ( $n_p \approx n_g$ ), erwartet man, daß, wie bei den direkt linierten Grisms Nr.1–3, eine fast *rechtwinklige Furchenform* (bei senkrechtem Lichteinfall  $\alpha = 0^\circ$ ) eine Effizienzkurve mit einem “Transmissionspeak“ von  $T_{Eff}(\lambda_B) \approx 1$  ermöglicht (wobei die Verluste direkt an der Replica-Gitteroberfläche *nicht* mitgerechnet sind), da hier näherungsweise  $\Theta \approx \varphi \approx \vartheta$  gilt.

Zumindest sollte bei den Replica-Grisms Nr.3c, 4 und 5, unabhängig vom Blaze-Winkel  $\Theta$ , der optimale Nebenfacetten-Winkel  $\vartheta$  der Gitterfurchen im Bereich  $\vartheta \approx \varphi$  liegen, wenn der Einfallswinkel  $\alpha = 0^\circ$  ist, denn dann stehen die Oberflächen der Nebenfacetten fast parallel zu den bei den Hauptfacetten ankommenden Strahlen aller Wellenlängen  $\lambda$ , die diese praktisch völlig ausleuchten:  $T_{geom} \approx 1$ .

Beim *ZnSe*-Replica-Grism Nr.6, wo  $n_p > n_g$  ist, gilt hingegen nicht mehr  $\Theta_{opt} \approx \varphi$ , und eine nahezu rechtwinklige Furchenform  $\vartheta \approx \Theta_{opt}$  wird das Effizienz-Maximum hier nicht weiter erhöhen. Jedoch erwartet man auch hier den *optimalen* Nebenfacetten-Winkel  $\vartheta_{opt}$  im Größenordnungsbereich des Prismenwinkels  $\varphi$ . In diesem Fall ist es aber dann notwendig und interessant zugleich, durch die Berechnung der Blaze-Kurven zu verschiedenen Nebenfacetten-Winkeln  $\vartheta$ , mit dem Computer-Programm herauszufinden, welches der optimale Winkel  $\vartheta_{opt}$  ist, d.h. die optimale Furchenform bei der die Höhe des Transmissionspeaks  $T_{Eff}(\lambda_B)$  am größten, d.h. der Wert  $BF_{ges}(\lambda_B)$  der Blaze-Funktion möglichst 1 ist. Der optimale Hauptfacetten-, d.h. Blaze-Winkel  $\Theta$ , wird ja zuvor schon aus der Blaze-Winkelgleichung (2.36) für die gewünschte Blaze-Wellenlänge berechnet, und ist damit festgelegt.

Jedoch muß noch auf folgende Problematik hingewiesen werden: Die Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  zur Ordnung  $m_B$  ist (wie schon erwähnt) diejenige Wellenlänge, bei der die Effizienzkurve  $T_{Eff}(m_B, \lambda)$  (s.Gl. (2.79)), bzw. die gesamte Blaze-Funktion  $BF(m_B, \lambda)$  (s.Gl. (2.32)), ihr Maximum hat. Bei der Herleitung der Blazewinkel-Gleichung (2.36) wurde aber nicht berücksichtigt, daß durch den Einfluß der wellenlängenabhängigen effektiven Furchenbreite  $b'(\lambda)$ , und des geometrischen Transmissionsfaktors  $T_{geom}(\lambda)$  der Gitterfurchen im Funktionsterm von  $BF_{ges}$ , das Kurvenmaximum, bei der mit Gl. (2.38) *berechneten* Wellenlänge  $\lambda_B(\Theta)$ , durch eine ungünstige Furchenform (d.h. Furchenwinkel  $\vartheta$ ) unterdrückt werden kann, und die *tatsächliche* Blaze-Wellenlänge, wo das eigentliche Maximum liegt (allerdings dann mit  $BF < 1$ ), nicht diesem berechneten Wert  $\lambda_B(\Theta)$  entspricht.

Erst durch die numerische Berechnung der Blaze-Kurve zu einer bestimmten vorliegenden Furchenform eines speziellen Grism (und Einfallswinkel  $\alpha$ ) kann überprüft werden, ob der mithilfe der nach  $\lambda_B$  aufgelösten Blazewinkel-Gleichung (2.38) berechnete Wert der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(\Theta)$  mit der tatsächlichen Lage des Maximums der Blaze-Kurve übereinstimmt, d.h. der tatsächlichen Blaze-Wellenlänge entspricht.

Vorsorglich wurden deshalb auch die Effizienz-Kurven der Replica-Grisms Nr.4 (b)–6 (b) zu den Katalogwerten  $\Theta_{Kat}$  schon vorhandener Master-Gitter berechnet, obwohl für diese die zugehörigen, aus Gl. (2.38) bestimmten Werte  $\lambda_B(\Theta)$  noch relativ weit (einige 100nm) von den idealen und gewünschten Werten, bei  $\lambda_B = \lambda_G$ , entfernt liegen.

Außer der realisierbaren Furchendichten  $N_{Kat}$ , die in der Nähe der idealen Werte  $N_{soll}$  der *Replica-Grism-Typen Nr.4, 5 und Nr.6* (und Nr.3) lagen, wurden also auch die zugehörigen erhältlichen Katalogwerte des Blaze-Winkels  $\Theta_{Kat}$  schon vorhandener ebener *Master-Gitter* aus dem *Milton Roy Grating Catalog* ausgesucht, welche sich in der Umgebung des berechneten *idealen* Wertes  $\Theta_{opt}$  befanden, und die hieraus folgenden genauen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B$  ausgerechnet.

So konnte zuerst festgestellt werden, ob überhaupt ein schon vorgefertigtes Master-Gitter zur Herstellung des betreffenden und gewünschten Replica-Grism geeignet ist.

Dabei wurde zunächst in Kauf genommen, daß sich zu einer etwas unpassend ausgewählten Furchendichte  $N_{Kat}$ , aber gut geeignetem zugehörigen Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  eines Masters (im Katalog), die Verteilung der berechneten exakten Wellenlängen-Intervalle der nutzbaren Ordnungen eines solchen Replica-Grism, in manchen Fällen zwar merklich vom Ideal abweichen kann, aber die Blaze-Wellenlänge noch genügend nah beim gewünschten Wert  $\lambda_B = \lambda_G$  liegt.

Die schließlich mit dem zusätzlichen Buchstaben  $b$  bezeichneten vorgefertigten Master-Gitter (Nr.4b–6b) sind die jeweils am besten zur Replikation der Grism-Typen Nr.4, 5 bzw. Nr.6, geeignetsten unter *allen vorrätigen Originalgittern* (d.h. die mit den besten Kombinationen  $(N_{Kat}, \Theta_{Kat})$ ).

Obwohl auf diese Weise kein ideales vorgefertigtes Master-Gitter (Original) im Katalog für die Produktion der Replica-Grisms Nr.4–6 gefunden werden konnte (die Abweichungen, der aus den besten vorhandenen Blaze-Winkeln  $\Theta_{Kat}$  berechneten Blaze-Wellenlängen vom Idealwert, sind etwa 200–600nm), wurden die mit den zusätzlichen Buchstaben “ $b$ “ gekennzeichneten, jeweils *besten* Kombinationen  $(N_{Kat}, \Theta_{Kat})$  für die Replica-Grisms Nr.4–6 dazu verwendet, um durch weitere genaue Berechnungen der Wellenlängen-Intervalle und Effizienzen der verschiedenen Ordnungen herauszufinden, ob es sich lohnt, diese Grisms mithilfe der vorhandenen Masters zu realisieren.

Bei der Berechnung der Effizienz-Kurven dieser Replica-Grisms Nr.4b–6b wurde eine *rechtwinklige* Furchenform angenommen, weil die zugehörigen, schon vorhandenen Master-Gitter meist eine solche Furchenform besitzen.

Welche Furchenform allerdings, d.h. vor allem welcher zweite Furchenwinkel  $\vartheta$ , bei den *Replica-Grisms* Nr.4–6 die höchste Effizienz liefert, konnte erst nach einer genauen Berechnung der zugehörigen gesamten Blaze-Kurve  $BF_{ges}$ , unter beliebiger *Variation* des zweiten Furchenwinkels mithilfe des Computers, festgestellt werden.

Das **Ergebnis** (siehe die Abb. 2.40–2.42, ab Seite 136): Von diesen drei Replica-Grisms hat das mit der **Nr.6b** bezeichnete die *beste Effizienzkurve*, obwohl die Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 2347\text{nm}$  der 2. Ordnung etwa 200nm neben der Geradeaus-Wellenlänge (bei  $\lambda_G = 2130\text{nm}$ ) liegt, und damit außerhalb der Bandbreite ( $\Delta\lambda_{Det}(m=2)$ ) der 2. Ordnung zu diesem  $N_{Kat} = 60$  liegt, d.h. nicht mehr auf die 256x256-Pixel-Detektorfläche fällt. Trotzdem erkennt man bei der Betrachtung von Abb. 2.42, daß bei einer *rechtwinkligen* Furchenform (mit  $\Theta_{Kat} = 28.7^\circ = \vartheta_{Kat}$ ) die Effizienz-Kurve  $T_{Eff}$  selbst *ohne* AR-Beschichtungen (an der Grenzfläche Prisma-Gitter und auf der Gitteroberfläche) bei der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G = 2130\text{nm}$  noch einen Wert von 0.7 erreicht, d.h. entsprechend eine Transmission von ca. 70%. Bei einer optimalen Beschichtung aller Grenzflächen betrüge die gesamte Transmission an dieser Stelle sogar 80%. Jedenfalls liegen die Effizienz-Werte *aller* Wellenlängen der Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}$  zur 2.Ordnung oberhalb 50%.

Zum Vergleich wurde in Abbildung 2.42 auch die Blaze-Kurve eines Replica-Grism Nr.6b mit einer *optimalen, nicht* rechtwinkligen Furchenform, bei der der zweite Furchenwinkel  $\vartheta_{opt} = 10^\circ$  beträgt, dargestellt: Die  $BF_{ges}(m=2, \lambda)$ -Kurve erreicht dort dann bei der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 2347\text{nm}$  den Maximalwert 1. Da aber ein solches, von der rechtwinkligen Furchenform, stark abweichendes Master-Gitter zur Herstellung dieses Grism nicht vorrätig ist, und außerdem dann auch der ausgesuchte Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat} = 28.7^\circ$  und die zugehörige Furchendichte  $N_{Kat} = 60$  nicht dazu geeignet sind, das Grism für die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m=2) = 2130\text{nm}$  zu “blazen“, sollte besser gleich das nach Maß angefertigte Replica-Grism Nr.6 bestellt werden.

Als unmittelbare Folge der gezwungenermaßen zu groß gewählten Furchendichte  $N_{Kat} = 60$  des zum Replica-Grism Nr.6b gehörenden vorrätigen Master-Gitters gegenüber dem idealen Sollwertes des

Grism-Typs Nr.6 aus der Vorauswahl von etwa  $N_{Soll} \approx 52$ , zeigt die exakte Berechnung der Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda_{Det}(m)$ , und Auflösungen  $R_{pix}$ , eine merkliche Abweichung vom idealen Fall des Grism Nr.6 aus der Vorauswahl: Die Bandbreiten des Grism Nr.6b sind schmaler, und die mittlere Pixelauflösung der 2. Ordnung ist höher ( $R_{pix}(m=2, x'=0) = 705$ , im Gegensatz zu  $\bar{R} = 593$ ). Dies bedeutet aber nicht unbedingt eine Verschlechterung gegenüber des Idealfalls Nr.6, wie vergleichsweise bei Replica-Grism Nr.4b, da sich bei Grism Nr.6b die als nutzbar geplanten Ordnungen ( $m=2-4$ , und  $m=1$  bei einer schwächeren Pupillenbegr. Auflösung) *nicht* überlappen.

Der größte Nachteil des Grism **Nr.4b** ist, daß durch die zu kleine Furchendichte die erste nutzbare Ordnung ( $m=1$ ) nur teilweise nutzbar wäre, weil sich diese schon mit der nachfolgenden ( $m=2$ ) überlappt; und daß sich aus dem zugehörigen ausgewählten Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  eine stark von der Geradeaus-Wellenlänge entfernte Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  ergibt.

Das mit der Nummer **5b** bezeichnete vorgefertigte Master-Gitter, das am besten zur Replikation des Grism-Typs Nr.5 von *allen vorrätigen Originalgittern* geeignet wäre (d.h. noch die beste Kombination ( $N_{Kat}, \Theta_{Kat}$ ) hat), besitzt leider einen ungünstigen zugehörigen Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$ , so daß hieraus ebenso eine Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  folgen würde, die noch relativ weit von der gewünschten Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  entfernt läge.

Hingegen können die mit den Nummern 4, 5 und 6 gekennzeichneten, *endgültig ausgewählten optimalen Replica-Grisms* nur mithilfe eines extra hierfür maßangefertigten Masters, mit den berechneten idealen Blaze-Winkeln  $\Theta_{opt}$  und den realisierbaren (aus dem *Milton Roy Grating Catalog* ausgesuchten) optimalen Furchendichten  $N_{Kat}$ , hergestellt werden; diese erfüllten aber dann auch die Idealvorstellung, daß  $\lambda_B = \lambda_G$  wäre, und außerdem die exakten Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda(m)$  jeweils gut mit jenen der Grism-Typen (Nr.4, 5, 6) aus der Vorauswahl übereinstimmen.

**Fazit:** Wegen der nicht sehr zufriedenstellenden Effizienzkurven der eventuell mithilfe schon vorhandener Master-Gitter (mit den ungeeigneten Blaze-Winkeln  $\Theta_{Kat}$ ) hergestellten Replica-Grisms Nr.4b–6b wird empfohlen, die für die idealen Replica-Grisms Nr.4–6 notwendigen idealen Master-Gitter, mit jeweils einer optimal ausgesuchten und durch die Ruling-Maschine einstellbaren Furchenanzahl  $N_{Kat}$  (pro mm) (die eine exakte Verteilung der Wellenlängen-Intervalle nahe der idealen liefert) und mit jeweils dem berechneten optimalen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$  (in den entsprechenden Tabellen 2.13–2.15), bei Milton Roy *extra maßanfertigen* zu lassen. Dann kann auch der jeweils optimale zweite Furchenwinkel  $\vartheta$  (Nebenfacetten-Winkel) bestellt werden, zu welchem der Peak der Blaze-Kurve  $BF_{ges}$  des betreffenden Grism den Maximalwert 1 hat.

Wenn dann die exakt vorausberechneten Blaze-Kurven  $BF_{ges}(m, \lambda)$  der Replica-Grisms Nr.4–6 (*ohne* Berücksichtigung der Fresnel-Verluste an den dielektrischen Grenzflächen; siehe die entsprechenden Graphen in den Abbildungen 2.43–2.45 mit der dicken durchgezogenen Linie, ab Seite 140) bei einer *rechtwinkligen* Furchenform *nicht* ein Transmissionsmaximum mit der Höhe  $BF_{ges}(\lambda_B) = 1$  besessen haben (wie es bei R-Grism Nr.5 und Nr.6 zunächst der Fall war; siehe die nachfolgenden Abb. 2.44 und 2.45, zur Optimierung des zweiten Furchenwinkels), wurde der Nebenfacetten-Winkel  $\vartheta$  solange variiert, bis ein passender optimaler Winkel  $\vartheta_{opt}$  gefunden war; die berechneten optimalen Winkel  $\vartheta_{opt}$  der idealen R-Grisms Nr.4–6 sind ebenfalls den Abb. 2.43–2.45 zu entnehmen. Dieser liegt erwartungsgemäß (wie schon erwähnt) bei  $\vartheta_{opt} \approx \varphi$ ; die kleinere Ausnahme bildet, wie erwartet, das ZnSe-Replica-Grism Nr.6 (vgl. Abb. 2.45), wo  $\vartheta_{opt} = 10 - 12^\circ$  ist und  $\varphi = 8.476^\circ$ .

In Abbildung 2.45 auf Seite 142 sind beispielsweise die unterschiedlichen Blaze-Kurven  $BF_{ges}(m =$

$2, \lambda$ ) zu verschiedenen Furchenformen, d.h. Nebenfacetten-Winkeln  $\vartheta$ , des ZnSe-Replica-Grism Nr.6 zu sehen:

Erwartungsgemäß (s. die Überlegungen auf Seite 110) liegt der optimale Nebenfacetten-Winkel  $\vartheta_{opt}$  im Bereich des optimalen Prismenwinkels  $\varphi_G$  zur erwünschten Geradeaus-Wellenlänge ( $\vartheta_{opt} \approx \varphi = 8.5^\circ$ ). Es wurden deshalb die Blaze-Kurven zu den Nebenfacetten-Winkeln zwischen  $7^\circ$  und  $15^\circ$  ( $\vartheta = 7^\circ$  (dünne durchgezogene Linie),  $8.5^\circ$  (schwach gestrichelte Linie),  $10^\circ$ ,  $11^\circ$ ,  $12^\circ$  (jeweils die gleiche dicke durchgezogene Linie, ganz oben), und  $15^\circ$  (große Punkte)) berechnet, und in der Abbildung dargestellt, um genau festzustellen, welche Furchenform die größte Effizienz besitzt. Der Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 21.772^\circ$  (Hauptfacetten-Winkel), der notwendig ist um das Grism für die Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G = 2130\text{nm}$  zu blazen (und der erforderliche Prismenwinkel  $\varphi_G$ ), bleibt natürlich bei allen Kurven immer derselbe.

Es ergibt sich dann ein optimaler Nebenfacetten-Winkel **zwischen  $10^\circ$  und  $12^\circ$** , wobei die zugehörigen Blaze-Kurven nicht zu trennen sind, und alle gleichermaßen mit ihrem Maximum bei  $\lambda_B = 2130\text{nm}$  den größtmöglichen Wert **1** erreichen. Alle restlichen  $BF_{ges}$ -Kurven, zu den übrigen Nebenfacetten-Winkeln, liegen unterhalb dieser optimalen Kurve; jedoch bewirkt eine Furchenform mit einem Nebenfacetten-Winkel von  $7^\circ$  oder  $15^\circ$  auch nur eine geringe Intensitätsschwächung der Blaze-Wellenlänge von 1%.

Zur Demonstration wurde auch die Blaze-Kurve zur *rechtwinkligen* Furchenform (mit  $\vartheta = \Theta = 21.772^\circ$ , siehe die zweite dick durchgezogene Linie) graphisch dargestellt: Die Höhe des Maximums beträgt dann nur  $BF = 0.94$ , d.h. allein die ungünstige Furchenform bewirkt schon einen Verlust von 6%.

Alle zuvor erwähnten Blaze-Kurven  $BF_{ges}$  berücksichtigen selbstverständlich noch *nicht* die Reflektionsverluste, die bei einem, an der Grenzfläche Prisma-Replica und an der Gitteroberfläche, unbeschichteten Replica-Grism Nr.6 auftreten: Deshalb wurde auch die gesamte Transmissions-Effizienz-Kurve  $T_{Eff}(m = 2, \lambda)$  des idealen (und unbeschichteten) R-Grism Nr.6 zur optimalen Furchenform berechnet und in 2.45 abgebildet. Die Reflektionsverluste an der Grenzfläche *ZnSe*-Prisma und Replica-Harz, und an der Gitteroberfläche, betragen *jeweils ca. 5%*, so daß deshalb das Maximum der gesamten Effizienzkurve dann nur einen Wert von etwa  $T_{Eff} = 0.9$  erreicht (siehe untere, dick gestrichelte Linie).

Alle Kurven in Abb. 2.45 (mit Ausnahme der strichpunktierten) wurden mithilfe meiner Sellmeier-Dispersionsformel für Harz berechnet, denn diese unterscheidet sich bis zu einem Wellenlängen-Bereich von etwa  $2\mu\text{m}$  nur kaum von der Herzberger-Gleichung für Harz (s. Abschnitt 2.4.3.4). Dennoch ergäbe sich ein etwas anderer optimaler Blaze-Winkel von  $\Theta_{opt} = 21.275^\circ$ , zur gewünschten Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 2130\text{nm}$ . Zum Beispiel würde dann die Blaze-Kurve zur rechtwinkligen Furchenform (s. strich-punktierte Kurve) etwas flacher verlaufen, im Gegensatz zur entsprechenden, mithilfe der Sellmeier-Gleichung berechneten  $BF_{ges}$ -Kurve (vgl. durchgezogene Linie, direkt darunter).

*Alle optimalen und endgültigen Grism-Parameter der idealen*, nach Maß gefertigten Master-Gitter der idealen **Replica-Grisms Nr.4–6**, sind in den Tabellen 2.13–2.15 zu den exakt berechneten Verteilungen der nutzbaren Ordnungen, bzw. in der oberen linken Daten-Spalte neben den berechneten Effizienzkurven dieser Grisms (s. Seite 140–142), aufgelistet.

Diese ebenen Original-Beugungsgitter, die zur Herstellung der idealen Replica-Grisms Nr.4–6 extra mit einer der Ruling-Maschinen von Milton Roy liniert werden müßten, würden natürlich dort verbleiben, und deren Daten ( $N$ ,  $\Theta$ ,  $\vartheta$ ) mit in die Liste der schon vorhandenen ebenen Gitter im Katalog

eingetragen, um weiteren Interessenten als Preßform für Replicas zur Verfügung zu stehen. Die auf diese umständliche Art und Weise hergestellten Replica-Grisms werden dann womöglich fast so teuer sein wie direkt linierte.

Warum sind diese Grisms Nr.4–6 dann nicht gleich als direkt linierte, einteilige Grisms optimiert worden?

1. TRAUB [10] ist ebenfalls bei seiner Optimierung eines Replica-Grism stillschweigend davon ausgegangen, daß seine beiden idealen Furchenwinkel im Katalog vorrätig sind, oder ansonsten hierfür erst extra liniert werden müssen.
2. Replicas sind oftmals besser als ihre Originale, was die erwünschte Furchenform anbelangt.
3. Von Anfang an stand ja noch nicht fest, daß keine passenden Blaze-Winkel/Furchendichte-Kombinationen ( $\Theta_{Kat}/N_{Kat}$ ) schon vorhandener Gitter im Katalog zur Verfügung stehen.  
Es spricht nämlich nichts gegen die Verwendung von Replicas bei den Grism-Typen Nr.4–6. Ganz im Gegenteil ...
4. Die vorausgegangenen Optimierungsschritte und nachfolgenden Effizienz-Berechnungen haben gezeigt, daß durch passende Wahl des Prismen-Materials und der Furchenwinkel der Replica-Grisms (Nr.4–6), *keine* problematischen AR-Beschichtungen an den Grenzflächen (zwischen Prisma und Gitter, und vor allem auf der Replica-Gitteroberfläche) nötig sind, die zum einen eine dauerhafte Haftung des Replica an der Prismenoberfläche bzw. zum andern eine gleichmäßige und einheitliche Beschichtung der Gitterfurchen, und damit eine optimale Blaze-Wirkung des Gitters, *nicht* garantieren könnten ...

*Ohne* diese Beschichtungen hat das Maximum der gesamten Transmissions-Effizienz  $T_{Eff}(m, \lambda)$  der Replica-Grisms Nr.4 und Nr.5 immerhin einen Betrag von etwa  $\mathbf{T_{Eff} = 0.95}$  (d.h. 95%), bzw.  $\mathbf{T_{Eff} = 0.90}$  (d.h. 90%) beim *ZnSe-Replica-Grism Nr.6*; immer unter der Voraussetzung, daß die äußeren Prismenoberflächen beschichtet sind (siehe die entsprechenden Graphen der gesamten Effizienz in den Abbildungen 2.43, 2.44 u. 2.45, mit der einfach *gestrichelten* Linie (- -)).

Die Reintransmission der optimal ausgewählten Prismen-Materialien beträgt nämlich ca. 100%, und an der unbeschichteten äußeren Gitteroberfläche gehen nur etwa 5% der Strahlenintensität verloren. Gleichzeitig sind die erforderlichen Prismenwinkel  $\varphi$  (zur gewünschten Geradeaus-Wellenlänge) der Replica-Grisms Nr.4 und Nr.5, selbst zu den ausgewählten, schwach brechenden, und dem Brechungsindex des Replica-Harzes angepaßten Prismen-Materialien, ausreichend klein. Lediglich der größere Index-Sprung zwischen dem ZnSe-Prisma und Replica-Gitter bei Grism Nr.6 verursacht einen zusätzlichen Intensitätsverlust von nochmals ca. 5%.

	Replica-Grism (IRGN6 + Harz <sub>n</sub> .Sellmeier)								
	aus vorrätigem Master				aus maßangefertigtem Master				
	Grism Nr.4b, $N_{Soll} \approx 36$				Grism Nr.4, $N_{Soll} \approx 36$				
$N_{Kat}$	41.85	40.96	40	35	<b>30</b>	40	<b>35</b>	30	
$\Theta_{Kat}$	12.8	3.7	17.5	2.3	<b>8.2</b>	-	-	-	
$\Theta_{opt}$ [°]	8.630	8.445	8.246	7.209	6.175	8.246	7.209	6.175	= $\Theta_{maß-}$ gefertigt
$\varphi$ [°]	8.612	8.427	8.228	7.194	6.162	8.228	7.194	6.162	
$\lambda_G(m=1)$ [nm]	<b>2050, m=1</b>								
$\Rightarrow \lambda_{Blaze}$ [nm]	<b>2993</b>	<b>914</b>	<b>4318</b>	<b>676</b>	<b>2681</b>	<b>2050, m=1</b>			
$f$ [mm]	160								
$R_{Pix}(m=1, x' = 0)$	-	-	228	199	170	228	199	170	
$\Delta\lambda(m=1)$ [nm]	-	-	s.Nr.4	s.Nr.4	1262-2782	1456-2592	1372-2673	1262-2782	
$\Delta\lambda(m=2)$	-	-	"	"	[652 -1423]	747 -1324	706 -1367	652 -1423	
$\Delta\lambda(m=3)$	-	-	"	"	[451 - 956]	511 - 890	[485 - 918]	451 - 956	
$\Delta\lambda(m=4)$	-	-	-	-	-	-	-	-	
$\Delta\lambda(m=5)$	-	-	-	-	-	-	-	-	
Ausgewähltes opt. Grism	-	-	-	-	<b>Nr.4b</b>	-	<b>Nr.4</b>	-	

**Tabelle 2.13:** Die für den **Replica-Grism-Typ Nr.4** berechneten **exakten Wellenlängen-Intervalle**  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den **256x256-Pixel-Detektor** bei der Verwendung der angegebenen *optimalen* Kamera-Brennweite  $f < f_{max}$  fallen; und zwar genauer: Zum einen für ein aus verschiedenen **vorrätigen Master-Gittern** (aus dem *Milton Roy Grating Catalog*) gefertigtes Replica-Grism (Nr.4b) und zum andern aus einigen unterschiedlichen extra **nach Maß angefertigten Mastern** (mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$ ) hergestelltes Replica-Grism (Nr.4). Außer der realisierbaren Furchendichten  $N_{Kat}$ , die in der Nähe der idealen Werte  $N_{Soll}$  liegen, wurden auch die zugehörigen erhältlichen Katalogwerte des Blaze-Winkels  $\Theta_{Kat}$  *schon vorhandener* ebener *Master-Gitter* aus dem *Milton Roy Grating Catalog* ausgesucht, welche sich in der Umgebung des berechneten *idealen* Wertes  $\Theta_{opt}$  befinden, und die hieraus folgenden genauen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B$  ausgerechnet. Wie man sieht, ist schließlich das mit der **Nummer 4b** bezeichnete vorgefertigte Master-Gitter das am besten zur Replikation des Grism-Typs Nr.4 geeignetste, *unter allen vorrätigen Originalgittern* (d.h. die beste Kombinationsmöglichkeit ( $N_{Kat}, \Theta_{Kat}$ )); obwohl die aus dem zugehörigen Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  folgende Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(m=1) = 2681\text{nm}$  noch relativ weit von der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m=1) = 2050\text{nm}$  entfernt liegt ( $\lambda_B$  sollte im Idealfall mit der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  übereinstimmen). Der größte Nachteil des ausgewählten Grism Nr.4b jedoch ist, daß, durch die zu kleine ungünstige Furchendichte  $N_{Kat} = 30$ , die erste nutzbare Ordnung ( $m=1$ ) nur teilweise nutzbar ist, weil sich diese schon mit der nachfolgenden ( $m=2$ ) überlappt. Hingegen kann das mit der **Nr.4** gekennzeichnete, *endgültig ausgewählte optimale Replica-Grism* nur mithilfe eines extra hierfür maßangefertigten Masters, mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 7.209^\circ$  und der realisierbaren Furchendichte  $N_{Kat} = 35$ , hergestellt werden; dieses erfüllt aber dann auch die Idealvorstellung, daß  $\lambda_B = \lambda_G$  gilt, und außerdem die exakten Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda(m)$  gut mit jenen vom Grism-Typ Nr.4 aus der Vorauswahl übereinstimmen. Die *exakten mittleren Pixelauflösungen*  $R_{Pix}$  der jeweiligen Grism-Systeme sind auch in der Tabelle eingetragen. Der Kippwinkel ist wiederum überall  $\alpha = 0$ . (Siehe auch die weiteren Bemerkungen zu Grism Nr.4 und Nr.4b im Text!)

	Replica-Grism (MgO + Harz <sub>n.Sellmeier</sub> )							
	aus vorrätigem Master				aus maßgefertigtem Master			
	Grism Nr.5b, $N_{Soll} \approx 32$				Grism Nr.5, $N_{Soll} \approx 32$			
$N_{Kat}$	30	<b>30</b>	35	40.96	<b>30</b>	35	40	
$\Theta_{Kat}$	1.2	<b>8.2</b>	2.3	3.7	–	–	–	
$\Theta_{opt}$ [°]	10.279	<b>10.279</b>	12.014	14.095	10.279	12.014	13.759	= $\Theta_{maß-}$ gefertigt
$\varphi$ [°]	8.153	8.153	9.524	11.165	8.153	9.524	10.900	
$\lambda_G(m=2)$ [nm]	<b>1685, m=2</b>							
$\Rightarrow \lambda_{Blaze}$ [nm]	<b>234</b>	<b>1353</b>	<b>361</b>	<b>483</b>	<b>1685, m=2</b>			
f [mm]	320							
$R_{Pix}(m=2, x' = 0)$	562	562	658	–	562	658	755	
$\Delta\lambda(m=1)$ [nm]	–	s.Nr.5	s.Nr.5	–	2884-3602	2937-3550	2977-3511	
$\Delta\lambda(m=2)$	–	”	”	–	1493-1877	1521-1849	1542-1828	
$\Delta\lambda(m=3)$	–	”	”	–	1007-1264	1026-1246	1040-1231	
$\Delta\lambda(m=4)$	–	”	”	–	[763 - 955]	776 - 940	787 - 930	
$\Delta\lambda(m=5)$	–	–	–	–	–	–	–	
Ausgewähltes opt. Grism	–	<b>Nr.5b</b>	–	–	<b>Nr.5</b>	–	–	

**Tabelle 2.14:** Die für den **Replica-Grism-Typ Nr.5** berechneten **exakten Wellenlängen-Intervalle**  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den **256x256-Pixel-Detektor** bei der Verwendung der angegebenen *optimalen* Kamera-Brennweite  $f < f_{max}$  fallen; und zwar genauer: Zum einen für ein aus verschiedenen **vorrätigen Master-Gittern** (aus dem *Milton Roy Grating Catalog*) gefertigtes Replica-Grism (Nr.5b) und zum andern aus einigen unterschiedlichen extra **nach Maß angefertigten Mastern** (mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$ ) hergestelltes Replica-Grism (Nr.5). Vergleiche hierzu die genaue Beschreibung zur Tabelle 2.13 von Replica-Grism Nr.4 bzw. Nr.4b. Wie man erkennt, ist schließlich das mit der **Nummer 5b** bezeichnete vorgefertigte Master-Gitter das am besten zur Replikation des Grism-Typs Nr.5 geeignetste, *unter allen vorrätigen Originalgittern* (d.h. die beste Kombinationsmöglichkeit ( $N_{Kat}, \Theta_{Kat}$ )); obwohl die aus dem zugehörigen Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  folgende Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(m=2) = 1353\text{nm}$  noch relativ weit von der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m=2) = 1685\text{nm}$  entfernt liegt ( $\lambda_B$  sollte im Idealfall mit der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  übereinstimmen). Hingegen kann das mit der **Nr.5** gekennzeichnete, *endgültig ausgewählte optimale Replica-Grism* nur mithilfe eines extra hierfür maßgefertigten Masters, mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 10.279^\circ$  und der realisierbaren Furchendichte  $N_{Kat} = 30$ , hergestellt werden; dieses erfüllt aber dann auch die Idealvorstellung, daß  $\lambda_B = \lambda_G$  gilt, und außerdem die exakten Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda(m)$  gut mit jenen vom Grism-Typ Nr.5 aus der Vorauswahl übereinstimmen. Die *exakten mittleren Pixelauflösungen*  $R_{Pix}$  der jeweiligen Grism-Systeme sind ebenfalls in der Tabelle eingetragen. Der Kippwinkel ist wiederum überall  $\alpha = 0$ . (Siehe auch die weiteren Bemerkungen zu Grism Nr.5 und Nr.5b im Text!)

	Replica-Grism (ZnSe + Harz <sub>n.Sellmeier</sub> )								
	aus vorrätigem Master					aus maßangefertigtem Master			
	Grism Nr.6b, $N_{Soll} \approx 52$					Grism Nr.6, $N_{Soll} \approx 52$			
$N_{Kat}$	45	50	50	50	<b>60</b>	45	<b>50</b>	60	
$\Theta_{Kat}$	26.7	17.5	26.7	29.2	<b>28.7</b>	-	-	-	
$\Theta_{opt} [^\circ]$	19.568	21.772	21.772	21.772	26.208	19.568	21.772	26.208	= $\Theta_{maßg.}$
$\varphi [^\circ]$	7.623	8.476	8.476	8.476	10.188	7.623	8.476	10.188	
$\lambda_G(m=2)[nm]$	<b>2130, m=2</b>								
$\Rightarrow \lambda_{Blaze}[nm]$	<b>2965</b>	<b>1710</b>	<b>2645</b>	<b>2925</b>	<b>2347</b>	<b>2130, m=2</b>			
f [mm]	160								
$R_{Pix}(m=2, x' = 0)$	525	584	584	584	705	525	584	705	
$\Delta\lambda(m=1)[nm]$	s.Nr.6	s.Nr.6	s.Nr.6	s.Nr.6	3834-4612	3701-4745	3754-4692	3834-4612	
$\Delta\lambda(m=2)$	"	"	"	"	1937-2324	1872-2391	1898-2364	1937-2324	
$\Delta\lambda(m=3)$	"	"	"	"	1309-1562	1266-1606	1283-1588	1309-1562	
$\Delta\lambda(m=4)$	"	"	"	"	999-1184	968-1216	980-1203	999-1184	
$\Delta\lambda(m=5)$	"	"	"	"	[817-960]	794-985	[803-975]	817-960	
Ausgewähltes opt. Grism	-	-	-	-	<b>Nr.6b</b>	-	<b>Nr.6</b>	-	

**Tabelle 2.15:** Die für den **Replica-Grism-Typ Nr.6** berechneten **exakten Wellenlängen-Intervalle**  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den **256x256-Pixel-Detektor** bei der Verwendung der angegebenen *optimalen* Kamera-Brennweite  $f < f_{max}$  fallen; und zwar genauer: Zum einen für ein aus verschiedenen **vorrätigen Master-Gittern** (aus dem *Milton Roy Grating Catalog*) gefertigtes Replica-Grism (Nr.6b) und zum andern aus einigen unterschiedlichen extra **nach Maß angefertigten Mastern** (mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$ ) hergestelltes Replica-Grism (Nr.6). Vergleiche hierzu die genaue Beschreibung zur Tabelle 2.13 von Replica-Grism Nr.4 bzw. Nr.4b. Wie man erkennt, ist schließlich das mit der **Nummer 6b** bezeichnete vorgefertigte Master-Gitter das am besten zur Replikation des Grism-Typs Nr.6 geeignetste, *unter allen vorrätigen Originalgittern* (d.h. die beste Kombinationsmöglichkeit ( $N_{Kat}, \Theta_{Kat}$ )); die aus dem zugehörigen Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  folgende Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(m=2) = 2347nm$  liegt relativ nahe bei der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m=2) = 2130nm$  ( $\lambda_B$  sollte im Idealfall mit der Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  übereinstimmen). Der Nachteil jedoch: Die sich aus der zu großen zugehörigen Furchendichte  $N_{Kat} = 60$  ergebende Verteilung der Ordnungen von Grism Nr.6b, weicht stark von der des idealen Grism-Typs (Nr.6) aus der Vorauswahl ab. Hingegen kann das mit der **Nr.6** gekennzeichnete, *endgültig ausgewählte optimale Replica-Grism* nur mithilfe eines extra hierfür maßangefertigten Masters, mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 21.772^\circ$  und der realisierbaren Furchendichte  $N_{Kat} = 50$ , hergestellt werden; dieses erfüllt aber dann auch die Idealvorstellung, daß  $\lambda_B = \lambda_G$  gilt, und außerdem die exakten Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda(m)$  sehr gut mit jenen vom Grism-Typ Nr.6 aus der Vorauswahl übereinstimmen. Die *exakten mittleren Pixelauflösungen*  $R_{Pix}$  der jeweiligen Grism-Systeme sind ebenfalls in der Tabelle eingetragen. Der Kippwinkel ist wiederum überall  $\alpha = 0$ . (Siehe auch die weiteren Bemerkungen zu Grism Nr.6 und Nr.6b im Text!)

### 2.5.2.3 Das Replica-Grism Nr.3b bzw. 3c

Wie aus der Tabelle 2.10 und 2.16 ersichtlich, existiert *kein vorrätiges* Master-Gitter zur Herstellung eines Replica-Grism Nr.3 (b), mit einem passenden Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  in der Nähe des berechneten optimalen Wertes  $\Theta_{opt} = 46.467^\circ$ , bzw.  $\Theta_{opt} = 52.073^\circ$ , und einer zugehörigen Furchendichte nahe des Sollwertes  $N_{Soll} \approx 96$ , um zum einen eine Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  von **4900nm** zur Beugungsordnung  $m=1$  (d.h. Blaze-Ordnung  $m=1$ ), und zum andern die gewünschte Verteilung der verschiedenen nutzbaren Ordnungen wie im Falle von Grism-Typ Nr.3 (aus der Vorauswahl) zu ermöglichen. Alle vorhandenen Werte  $\Theta_{Kat}$  liefern hiervon völlig entfernte und unakzeptable Blaze-Wellenlängen zwischen 1948nm und 2814nm. Zur Berechnung des idealen Wertes  $\Theta_{opt}$  (aus der Gl. (2.38)) bei Replica-Grism **Nr.3b**, wurde dabei der mithilfe der **Sellmeier-Formel** bestimmte Brechungsindex  $n_g(\lambda_B)$  von Harz (im Bereich von 4900nm) verwendet.

Würde hingegen die (hierfür ebenfalls selbst) berechnete **Herzberger-Dispersionsformel** für das Replica-Harz (siehe 2.4.3.4) gelten, wäre das ausgewählte Replica-Grism **Nr.3c** (aus dem gleichen Prismen-Material *ZnSe*, s. Tab. 2.17) ideal.

Es läßt sich nämlich dann ein schon vorhandenes Master-Gitter mit idealem Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat} = 17.5^\circ$  und passender Furchendichte  $N_{Kat} = 90$ , zum Replikationsprozeß für diesen Replica-Grism-Typ (Nr.3) im Katalog finden; denn der berechnete optimale Blaze-Winkel würde  $\Theta_{opt} = 17.21^\circ$ , für ein  $\lambda_B = 4900\text{nm}$  bei  $m = 1$ , betragen.

Die anschließend zu diesen unterschiedlichen Blaze-Winkeln  $\Theta_{Kat}$  und  $\Theta_{opt}$  berechneten Blaze-Kurven  $\mathbf{BF}_{ges}(\mathbf{m} = 1, \lambda)$  (s. Abb. 2.39, durchgezogene Linien (—)), enthüllen sogar, daß der Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat} = 17.5^\circ$  (im Katalog) etwas besser ist, als der ideale, mit der Blazewinkel-Gleichung (2.36) berechnete Winkel  $\Theta_{opt} = 17.21^\circ$ :

Für  $\Theta_{Kat} (= 17.5^\circ)$  hat die Blaze-Kurve bei einer rechtwinkligen Furchenform ihr Maximum bei  $\lambda_B = 4890\text{nm}$ , also bei fast dem idealen Wert von  $\lambda_B = \lambda_G = 4900\text{nm}$ ; hingegen für  $\Theta_{opt} (= 17.21^\circ)$  bei einer etwas größeren Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B \approx 4960\text{nm}$ . In beiden Fällen erreicht dort die Blazekurve  $\mathbf{BF}_{ges}(m = 1, \lambda)$  (d.h. die Effizienzkurve  $T_{Eff}(m = 1, \lambda)$ , ohne Berücksichtigung von Fresnel-Verlusten) fast den maximalen Wert  $\mathbf{BF}_{ges}(\lambda_B) = 1$ . Bei Berücksichtigung der Oberflächenverluste an den Grenzflächen Prisma-Gitter und Gitter-Luft, werden die Maxima der Effizienzkurven  $T_{Eff}$  gegenüber den Blaze-Kurven um fast 20% heruntergedrückt (s. Abb. 2.39, gestrichelte Linien (- - -)). Dies liegt vor allem an dem großen Brechungsindex  $n_g(\lambda_B) = 2.49$  von Harz nach der Herzberger-Formel, der dann für einen hohen Reflektionsverlust an der Gitteroberfläche verantwortlich ist. An der Grenzfläche Prisma-Replica entsteht *kein* Intensitätsverlust (vgl. Abb. 2.29, auf S.101, oben links, zum Verlauf des  $\overline{T_{p-g}}$ -Faktors von Grism Nr.3c), d.h. dort ist  $\overline{T_{p-g}} = 100\%$ , weil  $n_p(\lambda_B) \approx n_g(\lambda_B)$  ist. Bei Gültigkeit der Berechnungen zu Replica-Grism Nr.3 im Falle (c), wäre daher eine *Beschichtung der Gitteroberfläche* empfehlenswert.

Weil letztendlich nicht sicher ist, ob die berechnete Sellmeier-, oder die Herzberger-Dispersionsgleichung die bessere Extrapolationsgleichung für den Brechungsindex von Harz bis zu einem Bereich von etwa  $5\mu\text{m}$  ist, d.h. welche von beiden die zuverlässigeren Werte von  $n_g$  liefert, ist auch nicht klar, welcher der beiden (mithilfe dieser Formeln) berechneten optimalen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 17.21^\circ$  (bei Fall Nr.3c) oder  $\Theta_{opt} = 46.467^\circ$  (bei Fall Nr.3b), für den Fall der Realisierung des Grism Nr.3 als Replica-Grism, in Frage kommt.

Deshalb sollte auf *keinen Fall* ein Replica-Grism **Nr.3b** (mit den optimalen Parametern  $N_{Kat} = 90$  und  $\Theta_{opt} = 46.467^\circ$ ) bestellt werden, das sowieso erst mithilfe eines speziell hierfür, direkt linierten

	Replica-Grism (ZnSe + Harz <sub>n</sub> , Sellmeier)						
	aus vorrätigem Master				aus maßangefertigtem Master		
	Grism Nr.3b, $N_{Soll} \approx 96$				Grism Nr.3b		
$N_{Kat}$	90	90	100	100	90	100	
$\Theta_{Kat}$	17.5	26.7	22.0	24.0	-	-	
$\Theta_{opt}$ [°]	46.467	46.467	52.073	52.073	46.467	52.073	= $\Theta_{maß-}$ gefertigt
$\varphi$ [°]	17.968	17.968	20.045	20.045	17.968	20.045	
$\lambda_G(m=1)$ [nm]	4900, m=1						
$\Rightarrow \lambda_{Blaze}$ [nm]	1948	2814	2170	2333	4900, m=1		
$f$ [mm]	80						
$R_{Pix}(m=1, x' = 0)$	626	626	704	704	626	704	
$\Delta\lambda(m=1)$ [nm]	s.bei N=90	s.bei N=90	s.bei N=100	s.bei N=100	4403-5405	4459-5349	
$\Delta\lambda(m=2)$	"	"	"	"	2223-2723	2251-2695	
$\Delta\lambda(m=3)$	"	"	"	"	1497-1827	1516-1808	
$\Delta\lambda(m=4)$	"	"	"	"	1139-1380	1152-1367	
$\Delta\lambda(m=5)$	"	"	"	"	927-1115	937-1104	
Ausgewähltes opt. Grism	-	-	-	-	Nr.3b	-	

**Tabelle 2.16:** Die für den **Replica-Grism-Typ Nr.3b** berechneten **exakten Wellenlängen-Intervalle**  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den **256x256-Pixel-Detektor** bei der Verwendung der angegebenen *optimalen* Kamera-Brennweite  $f < f_{max}$  fallen; und zwar zum einen für ein aus verschiedenen **vorrätigen Master-Gittern** (aus dem *Milton Roy Grating Catalog*) gefertigtes Replica-Grism (s. linke Tabellenhälfte), und zum andern aus zwei unterschiedlichen extra **nach Maß angefertigten Mastern** (mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$ ) hergestelltes Replica-Grism. Außer der realisierbaren Furchendichten  $N_{Kat}$ , die in der Nähe der idealen Werte  $N_{soll}$  liegen, wurden alle zugehörigen erhältlichen Katalogwerte des Blaze-Winkels  $\Theta_{Kat}$  *schon vorhandener* ebener *Master-Gitter* aus dem *Milton Roy Grating Catalog* ausgesucht, welche sich in der Umgebung des berechneten *idealen* Wertes  $\Theta_{opt}$  befinden, und die hieraus folgenden genauen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B$  ausgerechnet. Wie man sieht, existiert *kein* nur annähernd passendes vorgefertigtes Master-Gitter, d.h. kein vorgefertigter Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  in der unmittelbaren Umgebung des idealen, **mit der Sellmeier-Formel** für Harz, berechneten Wertes  $\Theta_{opt}$ , zur Verwirklichung der gewünschten Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(m=1) = 4900\text{nm}$ . Dagegen kann das schließlich mit der **Nr.3b** bezeichnete, *endgültig ausgewählte optimale Replica-Grism* nur mithilfe eines extra hierfür maßangefertigten Masters, mit dem idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 46.467^\circ$  und der realisierbaren Furchendichte  $N_{Kat} = 90$ , hergestellt werden; dieses erfüllt aber dann auch die Idealvorstellung, daß  $\lambda_B = \lambda_G$  gilt, und außerdem die exakten Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda(m)$  sehr gut mit jenen vom Grism-Typ Nr.3 aus der Vorauswahl übereinstimmen. Die *exakten mittleren Pixelauflösungen*  $\overline{R_{Pix}}$  der jeweiligen Grism-Systeme sind auch in der Tabelle eingetragen. Der Kippwinkel ist wiederum überall  $\alpha = 0$ . (Siehe auch die Bemerkungen zu Grism Nr.3b im Text!)

$N_{Kat}$	<b>Replica-Grism Nr.3c (ZnSe + Harz<sub>zn.Herzberger</sub>)</b>			
	aus vorrätigem Master $N_{Soll} \approx 96$			
	<b>90</b>	100	100	100
$\Theta_{Kat}$	17.5	15.0	19.0	22.0
$\Theta_{opt}$ [°]	17.210	19.192	19.192	19.192
$\varphi$ [°]	17.968	20.045	20.045	20.045
$\lambda_G(m=1)$ [nm]	<b>4900, m=1</b>			
$\Rightarrow \lambda_{Blaze}$ [nm]	<b>4980</b>	<b>3888</b>	<b>4853</b>	<b>5596</b>
f [mm]	80			
$R_{Pix}(m=1, x' = 0)$	626	704	704	704
$\Delta\lambda(m=1)$ [nm]	4403-5405	4459-5349	s. links	s. links
$\Delta\lambda(m=2)$	2223-2723	2251-2695	''	''
$\Delta\lambda(m=3)$	1497-1827	1516-1808	''	''
$\Delta\lambda(m=4)$	1139-1380	1152-1367	''	''
$\Delta\lambda(m=5)$	927-1115	937-1104	''	''
Ausgewähltes opt. Grism	<b>Nr.3c</b>	–	–	–

**Tabelle 2.17:** Die für den **Replica-Grism-Typ Nr.3c** berechneten **exakten Wellenlängen-Intervalle**  $\Delta\lambda(m)$  der verschiedenen nutzbaren Ordnungen  $m$ , die auf den **256x256-Pixel-Detektor** bei der Verwendung der angegebenen *optimalen* Kamera-Brennweite  $f < f_{max}$  fallen; und zwar für ein aus verschiedenen **vorrätigen Master-Gittern** (aus dem *Milton Roy Grating Catalog*) gefertigtes Replica-Grism (Nr.3c). Außer der realisierbaren Furchendichten  $N_{Kat}$ , die in der Nähe der idealen Werte  $N_{soll}$  liegen, wurden alle zugehörigen erhältlichen Katalogwerte des Blaze-Winkels  $\Theta_{Kat}$  *schon vorhandener* ebener *Master-Gitter* aus dem *Milton Roy Grating Catalog* ausgesucht, welche sich in der Umgebung des berechneten *idealen* Wertes  $\Theta_{opt}$  befinden, und die hieraus folgenden genauen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B$  ausgerechnet. Wie man sieht, existiert in diesem Fall ein *passendes vorgefertigtes Master-Gitter* mit einem vorgefertigten Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}$  in der Nähe des idealen, **mit der Herzberger-Formel** für Harz, berechneten Wertes  $\Theta_{opt}$ , für die gewünschte Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(m=1)=4900\text{nm}$ . Das aus diesem Master hergestellte optimale Replica-Grism, mit der Furchendichte  $N_{Kat}=90$  und dem Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat}=17.5^\circ$ , erhielt schließlich die Kennzeichnungs-**Nr.3c**. Die *exakten mittleren Pixelauflösungen*  $\overline{R}_{Pix}$  der jeweiligen Grism-Systeme sind auch in der Tabelle eingetragen. Der Kippwinkel ist wiederum überall  $\alpha = 0$ . (Siehe auch die Bemerkungen zu Grism Nr.3c im Text!)

Master-Gitters realisiert werden kann. Dasselbe gilt auch für ein Replica-Grism Nr.3c, für welches sogar ein vorrätiges Master (mit  $N_{Kat} = 90$  und  $\Theta_{Kat} = 17.5^\circ$ ) zur Herstellung zur Verfügung stünde.

Hingegen ist die zum direkt ge-ruled-en **CdTe-Grism Nr.3** berechnete, und zur Blaze- und Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda = 4900\text{nm}$  (für  $m = 1$ ) optimierte Blaze-Funktion  $BF_{ges}(m = 1, \lambda)$  (in Abb. 2.38, durchgezogene Linie (—)), bzw. die gesamte Grism-Transmissions-Effizienz  $T_{Eff}(m = 1, \lambda)$  (s.gleiche Abb. 2.38, gestrichelte Linie (- - -)), weitaus zuverlässiger. Nimmt man an, daß eine effiziente und (in der Realisierung) unproblematische AR-Beschichtung für die Gitteroberfläche erhältlich ist, so daß dort praktisch die Fresnel-Verluste (von der Berechnung) ausgeschlossen werden können, erreicht der Transmissionspeak bei einer *rechtwinkligen* Furchenform (mit  $\vartheta_{opt} = \Theta_{opt} = 15.133^\circ = \varphi$ ), bei der erwünschten Blaze- und Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda = 4900\text{nm}$  in der ersten Ordnung, seinen größtmöglichen Wert von  $\mathbf{BF}_{ges} = \mathbf{1}$ .<sup>19</sup> Ohne Vergütung der Gitteroberfläche dagegen, hat das Maximum der Effizienz-Kurve den Wert  $T_{Eff}(m = 1, \lambda_B) \approx 0.79$ , was einer gesamten Transmission von etwa **79%** entspricht.

**Fazit:** Insgesamt ist also das *direkt linierte CdTe-Grism Nr.3* den Replica-Grisms Nr.3 (b,c) vorzuziehen.

---

<sup>19</sup> ... vorausgesetzt, daß die äußere Prismenoberfläche aller Grisms immer beschichtet wird.

### 2.5.3 Die exakte Verteilung der nutzbaren Ordnungen der realisierbaren Grisms auf die Wellenlängenbereiche

Zur Berechnung aller Grismsystem-Daten wurde für jedes Grism-System die größte verfügbare Brennweite  $f$  der Kamera, unterhalb der Grenz-Brennweite ( $f < f_{max}$ ), gewählt, für welche die Pixel-Auflösung  $R_{pix}$  zur Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G$  der jeweils *wichtigsten nutzbaren* Ordnung  $m$  des gewünschten Grism-Systems, die größte erreichbare pupillenbegrenzte Auflösung  $R_{pup}$  noch *nicht* überschreitet, d.h. für welche die Bedingung  $R_{pix} \leq R_{pup}$  noch erfüllt ist. Diese optimalen Brennweiten wurden zuerst (wie schon beschrieben) durch Näherungen (für die Geradeaus-Wellenlänge) abgeschätzt und dann durch die nachfolgenden exakten Berechnungen bestätigt.

Es ist zu beachten, daß die allgemeine und exakte Grism-Grundgleichung auch vom Prismenmaterial, d.h. von dessen Dispersion  $n_p(\lambda)$  durch den Term C ( $\alpha, \varphi, n_p$ ) abhängt; die Geradeaus-Wellenlänge liegt deshalb auch nicht exakt in der Mitte eines vorgegebenen spektralen Wellenlängenbereichs einer bestimmten Ordnung, was sich besonders bei größeren Kippwinkeln ( $\alpha \neq 0$ ) bemerkbar machen würde.

Bemerkungen zu den exakt berechneten Verteilungen der nutzbaren Ordnungen der realisierbaren Grisms auf die Wellenlängen-Bereiche, und deren zugehörigen mittleren Pixelauflösungen:

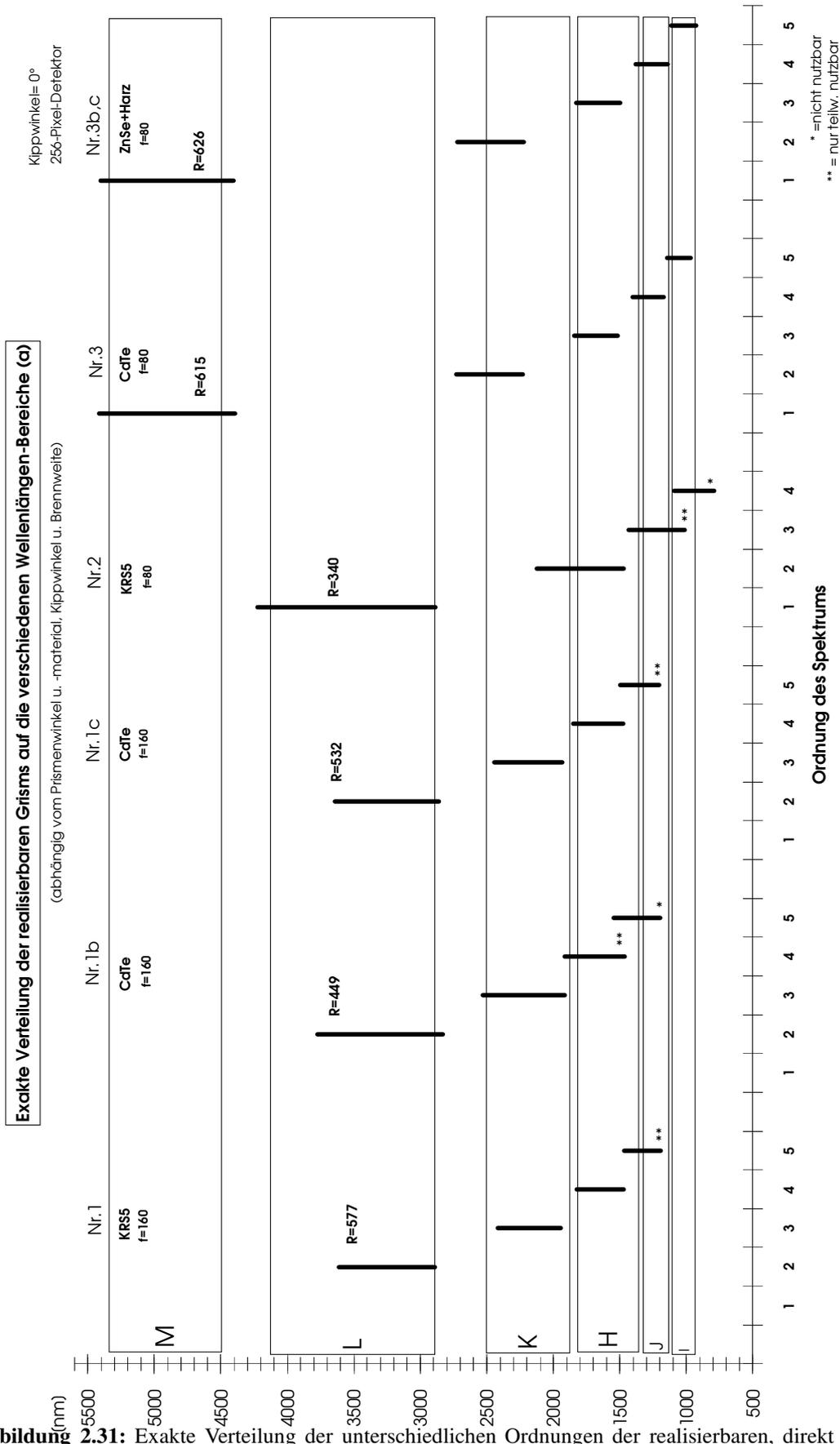
Die exakt berechneten Wellenlängen-Intervalle der unterschiedlichen nutzbaren Ordnungen der realisierbaren optimalen Grisms Nr.1–6, einschließlich der Alternativen Nr.1b, 1c, 3b, 3c und Nr.5b, stimmen sehr gut mit der vorausgangenen idealen Optimierung der Verteilung dieser Grisms auf die verschiedenen Bereiche der IR-Fenster, aus der materialunabhängigen Vorauswahl (bei kleinen Prismen- und Kippwinkeln,  $\alpha$  und  $\varphi$ ) in Abschnitt 2.3.3, überein.

Das gleiche gilt auch für die genau berechneten mittleren (Pixel-)Auflösungen  $R_{pix}(x' = 0)$  dieser Grism-Systeme, die fast mit den ungefähr berechneten, mittleren Auflösungen  $\overline{R_{pix}}$  aus der optimalen Grism-Vorauswahl übereinstimmen. Die größte Abweichung beträgt nur  $\Delta R = 20$ .

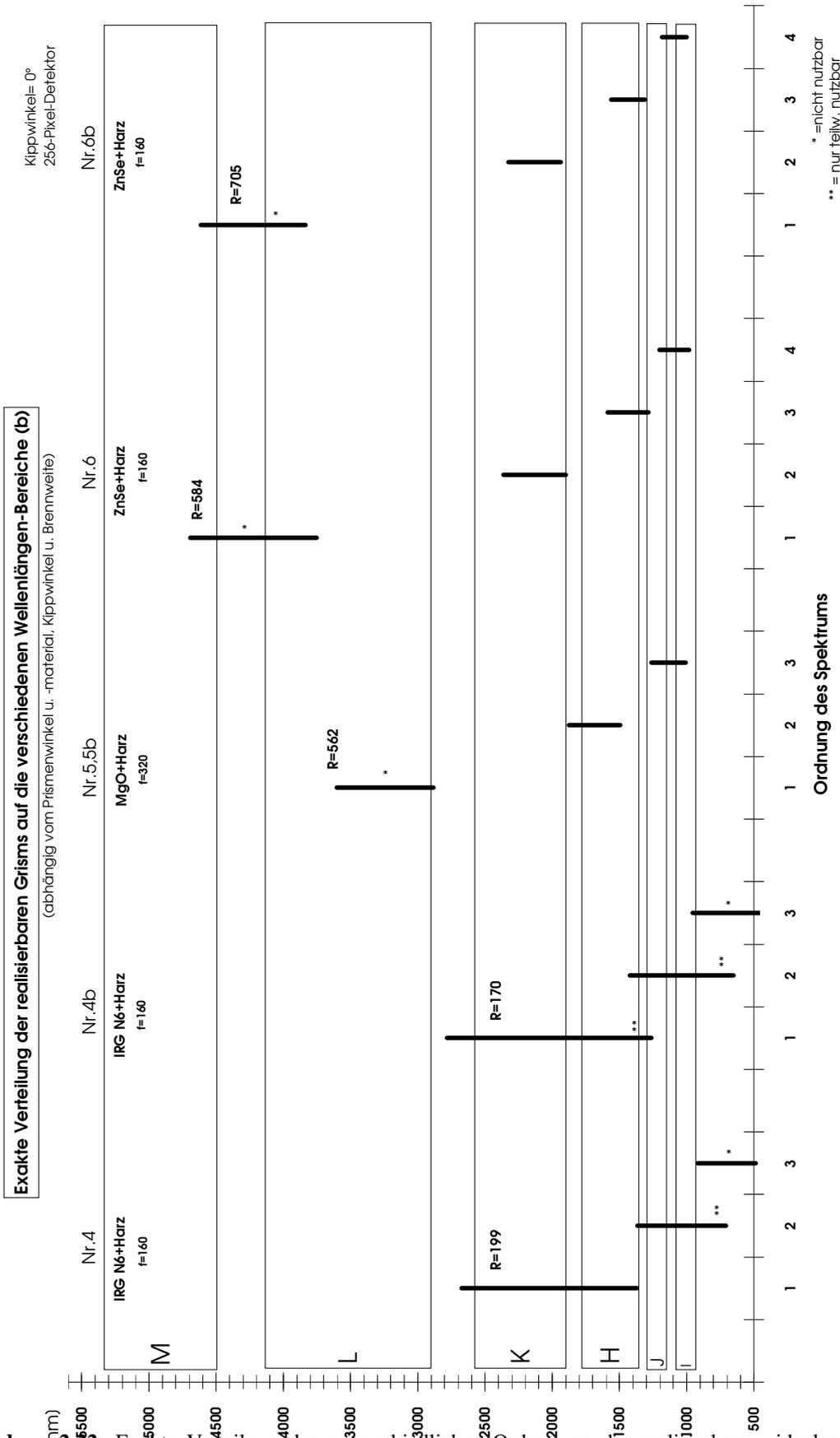
Damit sind die gleichen nutzbaren, unterschiedlichen Ordnungen *eines* jeweiligen Grism, welche ursprünglich alle bewußt zur "Abdeckung" *verschiedener* IR-Fenster optimiert wurden (s. Abschnitt 2.3.3 zur Grism-Vorauswahl), auch jetzt (bei den *realisierbaren* Grisms) in der Spektroskopie einsetzbar. Dabei gelten hier genauso die gleichen Begründungen für die *nicht* oder *nur teilweise* nutzbaren Ordnungen eines bestimmten Grism, d.h. wegen der Überlappung höherer Ordnungen, oder wegen der Überschreitung der durch die Ordnung  $m$  vorgegebenen pupillenbegrenzten spektralen Auflösung  $R_{pup}$  durch die *berechnete* (und in den Schaubildern 2.31 - 2.33 angegebene) mittlere Pixel-Auflösung  $R_{pix}(m, x' = 0)$ , die *dann nicht* der realen und tatsächlich erzielbaren System-Auflösung  $\overline{R_{Sys}}$  entspricht, weil bei Verwendung dieser Ordnung  $m$  die für dieses Grism-System angegebene (sonst optimale) Kamera-Brennweite  $f$  die obere Grenz-Brennweite  $f_{max}(m, x' = 0)$  übersteigt (s. Abschnitt 2.2.8).

Eine Ausnahme bilden die *alternativen Replica-Grisms Nr.4b und Nr.6b*, deren Master-Gitter (im Katalog von Milton Roy) vorhanden sind:

Die exakte Bandbreite ( $\Delta\lambda_{Det}(m = 1)$ ) der ersten Ordnung von Grism Nr.4b ist unübersehbar größer, als die ideale, in der vorläufigen Optimierung zu Grism Nr.4 geschätzte; ebenso liegt die genau berechnete mittlere Pixel-Auflösung  $R_{pix}(m = 1, x' = 0) = 170$  unter dem erwünschten Wert von  $\overline{R} \approx 199$ . Die 2.Ordnung überlappt sich schon mit der ersten, bis zur Wellenlänge  $\lambda = 1423\text{nm}$ , so daß dieses Grism



**Abbildung 2.31:** Exakte Verteilung der unterschiedlichen Ordnungen der realisierbaren, direkt ge-ruled-en Grisms Nr.1–3 und des Replica-Grism Nr.3b,c auf die Wellenlängenbereiche der IR-Fenster, zur jeweils optimalen größtmöglichen Kamera-Brennweite  $f$ , für welche die Bedingung  $f < f_{max}$  bei der kleinsten (als nutzbar) erwünschten Ordnung erfüllt ist (s. Text!)



**Abbildung 2.32:** Exakte Verteilung der unterschiedlichen Ordnungen der realisierbaren, idealen **Replica-Grisms Nr.4-6** und der **Replica-Grisms Nr.4b-6b** (hergestellt aus vorrätigen Master-Gittern) auf die Wellenlängenbereiche der IR-Fenster, zur jeweils optimalen größtmöglichen Kamera-Brennweite  $f$ , für welche die Bedingung  $f < f_{max}$  bei der kleinsten (als nutzbar) erwünschten Ordnung erfüllt ist (s. Text!)

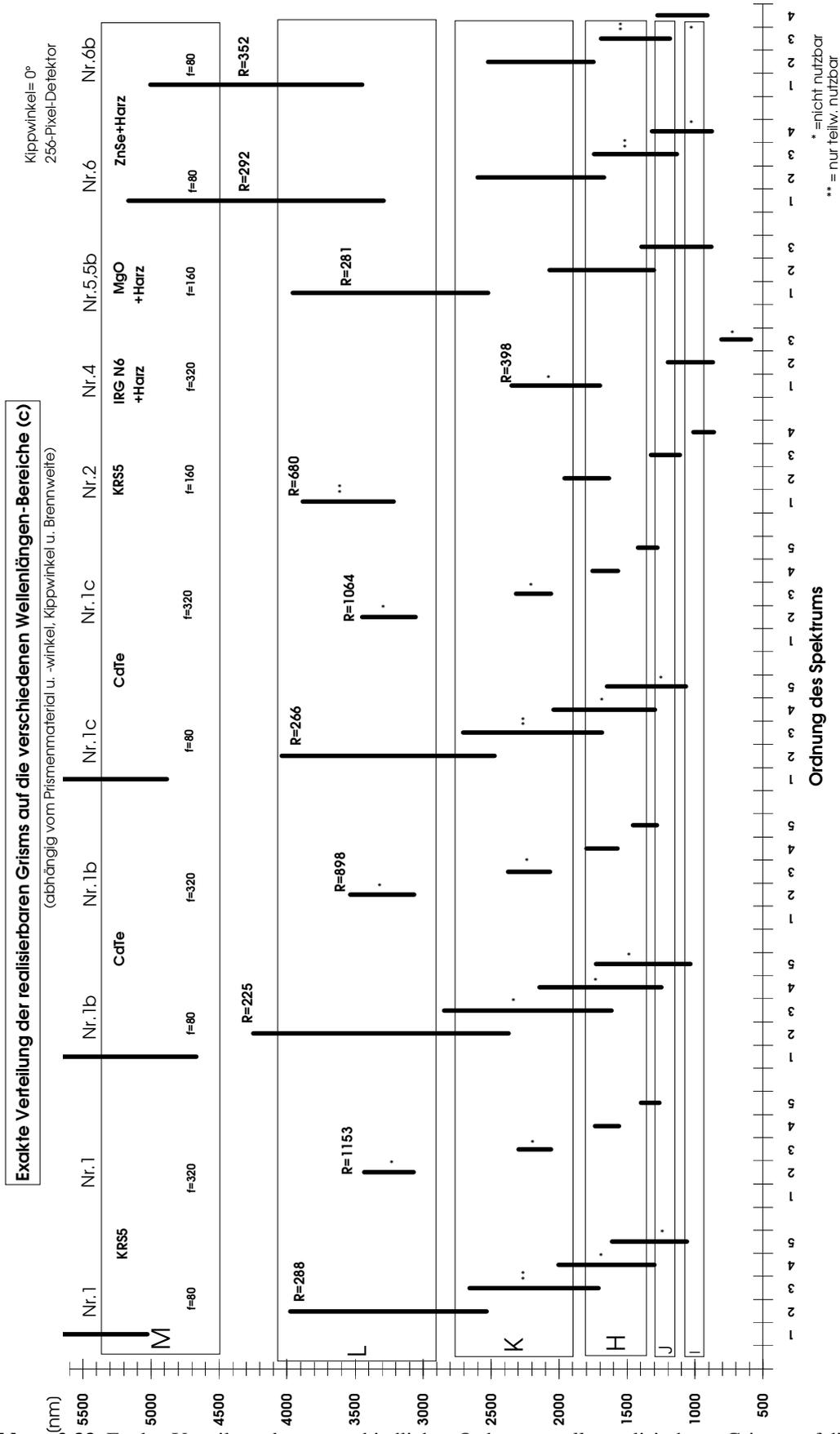
nicht wie geplant zur niederauflösenden Spektroskopie (mit  $\bar{R} \approx 199$ ) im gesamten H-,J- und I-Fenster eingesetzt werden könnte.

Dies ist eine Folge der unpassenden Furchendichte  $N_{Kat} = 30$ , zu der aber ein dem optimalen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 6.175^\circ$  naheliegendes  $\Theta_{Kat} = 8.2^\circ$  eines vorhandenen Master-Gitters im Katalog zu finden war. Die hieraus folgende Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(m=1) = 2681\text{nm}$  würde dann jedoch nur auf den oberen rechten Rand des Detektors fallen, und die Effizienz  $T_{Eff}$  zur Geradeaus-Wellenlänge  $\lambda_G(m=1) = 2025\text{nm}$  läge deshalb unter 70% (siehe Abb. 2.40).

*Fazit:* Aus diesen Gründen ist das nach Maß gefertigte Replica-Grism **Nr.4** (siehe Blaze- bzw. Effizienz-Kurve auf S. 140) gegenüber dem Replica-Grism Nr.4b, das mithilfe eines Master-Gitters (aus dem Katalog) herstellbar wäre, vorzuziehen.

Die zweite Ausnahme bildet das Replica-Grism **Nr.6b**. Als Folge der gezwungenermaßen zu groß gewählten Furchendichte  $N_{Kat} = 60$  des zugehörigen vorrätigen Master-Gitters, gegenüber des Sollwertes des Grism-Typs Nr.6 aus der Vorauswahl von etwa  $N_{Soll} \approx 52$ , sind die exakten Bandbreiten der verschiedenen Ordnungen ( $m=1-4$ ) schmaler als die vorausberechneten idealen zum Grism-Typ Nr.6 der vorläufigen Optimierung. Dennoch sind alle als nutzbar vorgesehenen Ordnungen ( $m=2-4$ , und  $m=1$  mit der Einschränkung, daß hier bei  $f=160\text{mm}$  "nur" die tatsächliche Auflösung  $R_{Sys} = R_{pup} = 610 < 705$  erzielt wird) auch hier benutzbar, im Gegensatz zu R-Grism Nr.4b. Es ergibt sich dadurch auch generell eine viel größere mittlere Pixelauflösung  $R_{pix}(m=2, x'=0) = 705$ , anstatt des vorgesehenen Wertes von  $\bar{R} = 593$ .

Jedenfalls verrät aber ein Blick auf die Effizienz-Kurve von Grism Nr.6b (siehe Abb. 2.42), daß, wegen der durchaus guten Wahl des Katalogwertes des Blaze-Winkels des zugehörigen vorhandenen Masters (von  $\Theta_{Kat} = 28.7^\circ$ ), dieses Grism die durchaus beste *Alternative* zum idealen Replica-Grism Nr.6 darstellt.



**Abbildung 2.33:** Exakte Verteilung der unterschiedlichen Ordnungen *aller* realisierbarer Grisms auf die Wellenlängenbereiche der IR-Fenster, zu den restlichen, ebenfalls nutzbaren Kamera-Brennweiten *f*.

### 2.5.4 Berechnung der Effizienzen der wichtigsten nutzbaren Ordnungen und Optimierung des Nebenfacetten-Winkels $\vartheta$

In diesem Abschnitt sind die zuvor in 2.5.2 (“Gleichzeitige Optimierung der Furchendichte  $N$  und des Haupt- und Nebenfacetten-Winkels  $\Theta$  bzw.  $\vartheta$ “) ausführlich beschriebenen, und mithilfe des Computer-Programms berechneten, exakten Blaze- ( $BF_{ges}(m, \lambda)$ ) bzw. Effizienz-Kurven ( $T_{Eff}(m, \lambda)$ ) der *wichtigsten nutzbaren* Ordnungen  $m$  der ausgewählten optimalen und realisierbaren Grisms graphisch dargestellt. Dabei wurden überall nur die Kurvenwerte zu *denjenigen* Wellenlängen  $\lambda$  der jeweils betrachteten Ordnung  $m$  berechnet, *die* auch tatsächlich noch *auf die Detektorfläche fallen*, d.h. gebeugt werden.

Die gestrichelten Kurven (- - -) in den nachfolgenden Abbildungen stellen jeweils die gesamten absoluten Transmissions-Effizienz-Kurven  $T_{Eff}(m, \lambda)$  der Grisms dar, d.h. die Transmissionskurven unter Berücksichtigung der Fresnelschen Reflektionsverluste an den sowohl unbeschichteten Prisma-Gitter-, als auch nicht vergüteten Gitter-Luft-Grenzflächen der Replica-Grisms (Nr.3c, 4–6, 4b-6b), bzw. die Kurven  $T_{Eff}$  der direkt linierten, an den Gitter-Luft-Grenzflächen unbeschichteten Grisms (Nr.1, 1b, 1c, 2 und 3) aus einem Material. Weil generell von einer unproblematischen, effizienten reflexmindernden Beschichtung der *äußeren Prismenoberflächen aller* Grisms ausgegangen wird, wurde allgemein immer an der vorderen Oberfläche der Grisms eine optimale Fresnelsche Transmission ( $T_F = 1$ ) angenommen.

Die durchgezogenen Linien (—) in den anschließenden Diagrammen entsprechen den Effizienzkurven *ohne* jegliche Fresnelsche Verluste, d.h. der Blaze-Funktion  $BF_{ges}(m, \lambda)$ , die nur von der jeweils vorgegebenen Geometrie der Gitterfurchen eines Grism (d.h. von den Furchenwinkeln  $\Theta$  und  $\vartheta$ ) abhängt. Dieser Fall ist gegeben, wenn *alle* verschiedenen dielektrischen Grenzflächen eines Grism optimal und effizient beschichtet werden.

Alle restlichen exakt berechneten Blaze- bzw. Effizienz-Kurven der übrigen *ebenfalls nutzbaren* Ordnungen  $m' > m$  der einzelnen Grisms, in Abhängigkeit von den Wellenlängen der unterschiedlichen Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}(m')$  dieser Ordnungen, die ebenso auf den Detektor treffen, sind im Anhang A abgebildet.

#### 2.5.4.1 Das realisierte direkt linierte Grism Nr.1

In der folgenden Abbildung 2.34 ist, außer der Effizienzkurve des theoretisch *idealen* Grism Nr.1, zum Vergleich auch die (in einem späteren Abschnitt) gemessene Kurve  $T_{Eff_{gem}}(m = 2, \lambda) (\equiv BF_{ges})$ , denn die Gitteroberfläche ist beschichtet) des **realen** Grism Nr.1 dargestellt, wie sie sich bei einem zu großen *effektiven* zweiten Furchenwinkel von  $\vartheta = 78^\circ$  ergibt (siehe detaillierte Beschreibung in Abschnitt 2.6).

GRISM-Nr. 1 (Ideal / Real)

Material des Prismas :	KRS5
Material des Gitters :	KRS5
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 3250 nm :	
Np =	2.385
Ng =	2.385
Anzahl der Furchen pro mm.....	32.55
Prismenwinkel (in Grad).....	8.79
Kippwinkel des Grisms (Grad)..	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....	3250
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....	3250
u. die jew. zugeh. Ordnung....	2
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	0
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 3250 nm ) ausserh. des Det.(in micron)..	-35705.398
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Grad)	8.79
2.Furchenwinkel (in Grad)....	8.79 / 78
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten	2
Brennweite der Camera (in mm)	160
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgrosse (in micron).....	30

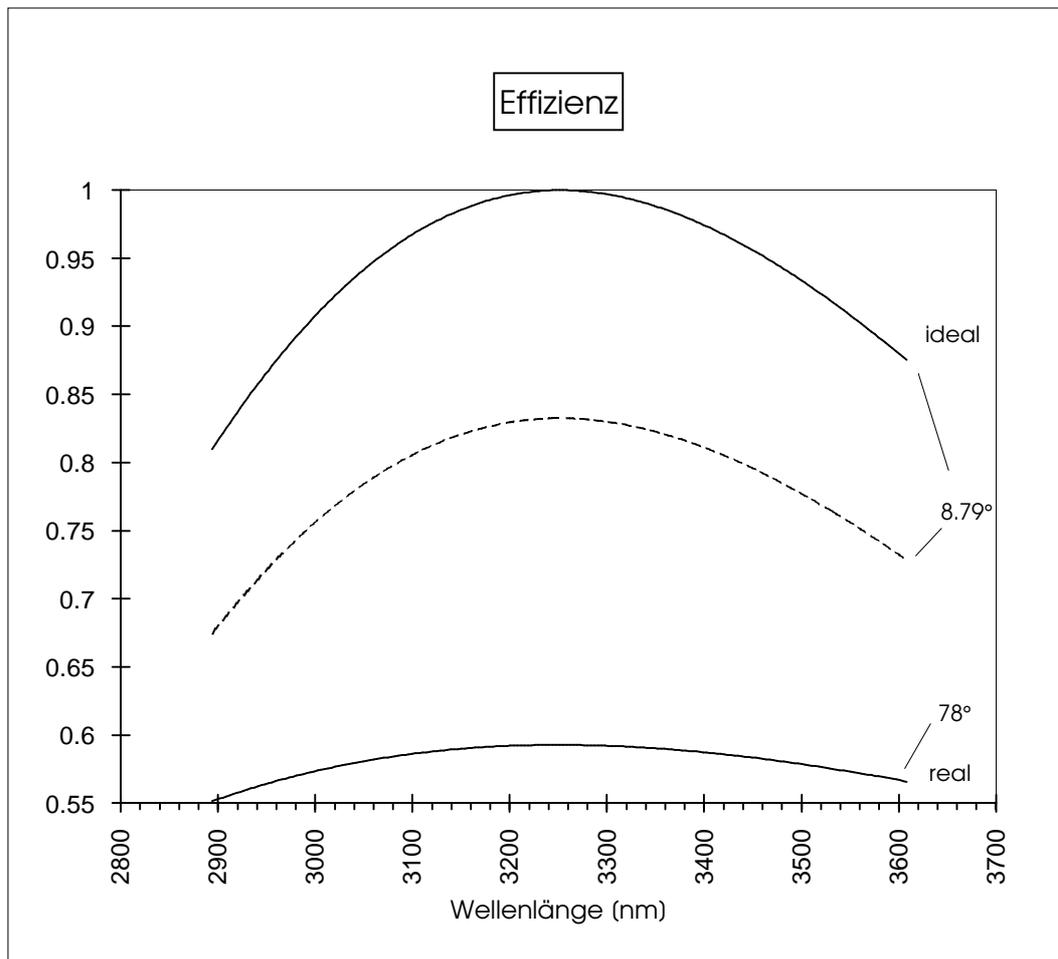
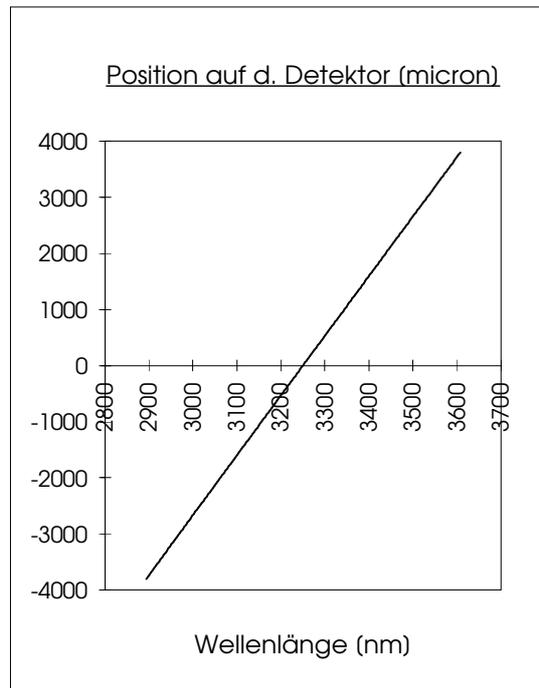


Abbildung 2.34: Grism Nr.1, m=2

**2.5.4.2 Grisms mit rechtwinkligen Furchen**

**Die direkt linierten, einteiligen Grisms mit rechtwinkligen Furchen (Nr.1b–3)**

GRISM-Nr. 1b

Material des Prismas :	CdTe
Material des Gitters :	CdTe
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 3300 nm :	
Np =	2.697
Ng =	2.697
Anzahl der Furchen pro mm.....	25
Prismenwinkel (in Grad).....	5.578
Kippwinkel des Grisms (Grad)..	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....	3300
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....	3300
u. die jew. zugeh. Ordnung....	2
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	0
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 3300 nm ) ausserh. des Det.(in micron)..	-27127.184
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Grad)	5.578
2.Furchenwinkel (in Grad)....	5.578
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten	2
Brennweite der Camera (in mm)	160
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgrosse (in micron).....	30

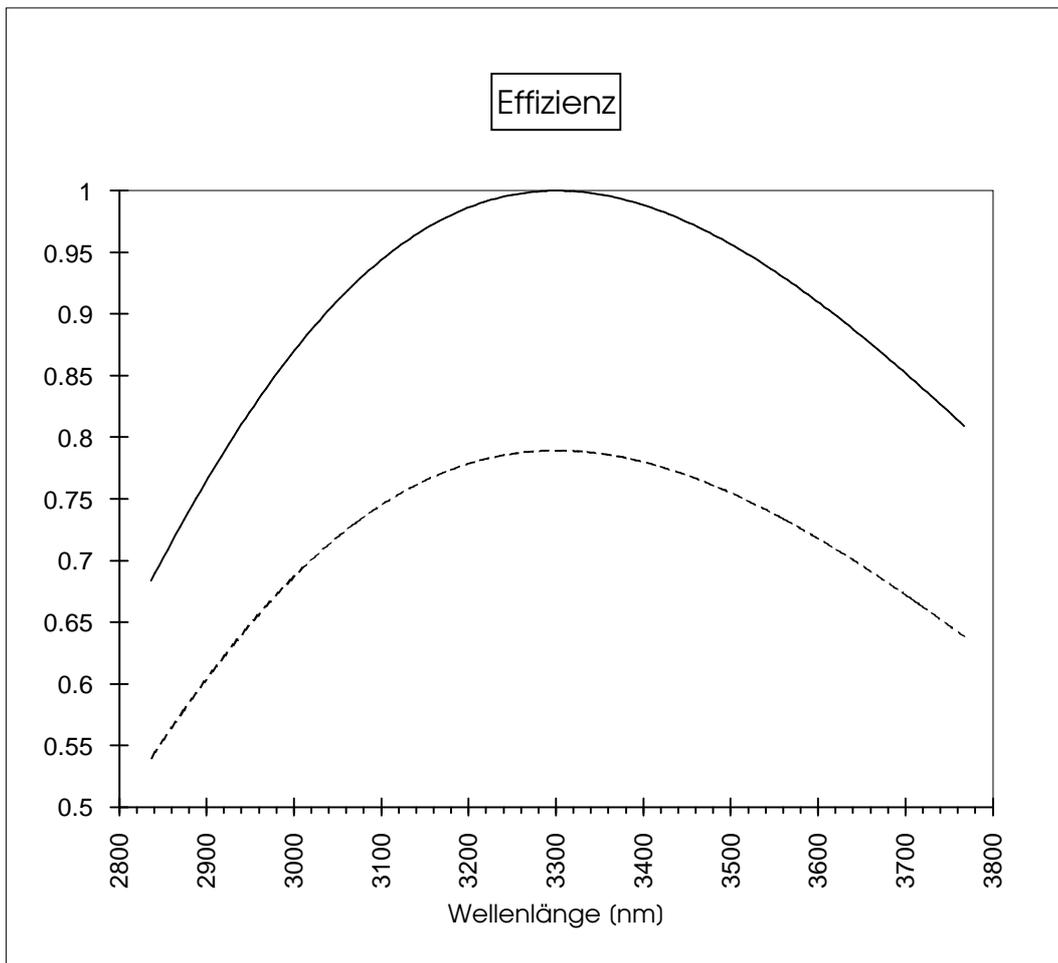
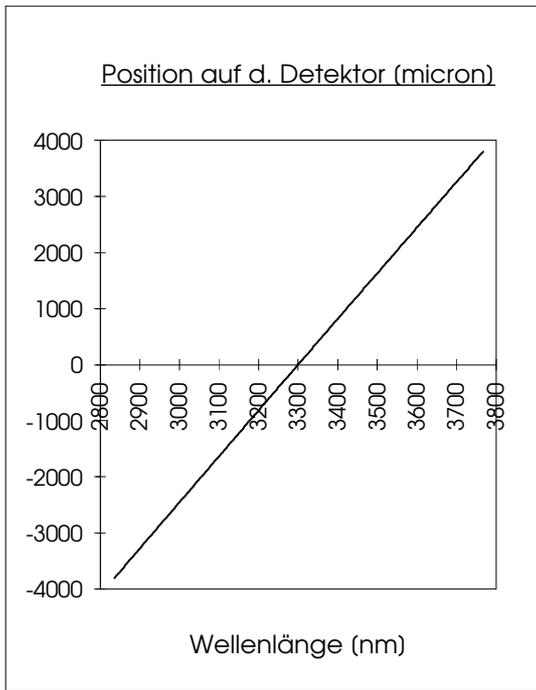


Abbildung 2.35: Grism Nr.1b, m=2

GRISM-Nr. 1c

Material des Prismas :	CdTe
Material des Gitters :	CdTe
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 3250 nm :	
$n_p =$	2.698
$n_g =$	2.698
Anzahl der Furchen pro mm.....	30
Prismenwinkel (in Grad).....	6.595
Kippwinkel des Grisms (Grad)..	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....	3250
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....	3250
u. die jew. zugeh. Ordnung....	2
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	0
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 3250 nm ) ausserh. des Det.(in micron)..	-32422.191
Blaze-Winkel (vorgeg. in Grad)	6.595
2.Furchenwinkel (in Grad)....	6.595
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten	2
Brennweite der Camera (in mm)	160
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgrosse (in micron).....	30

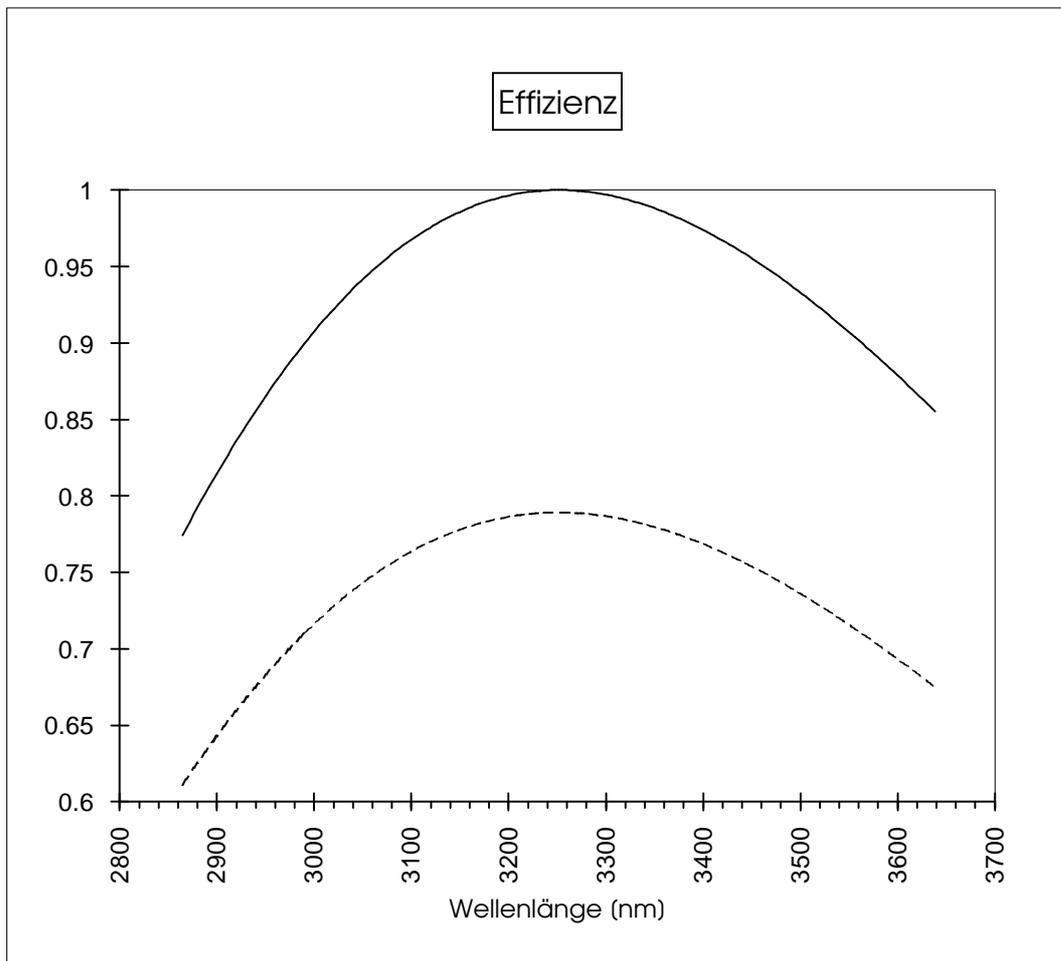
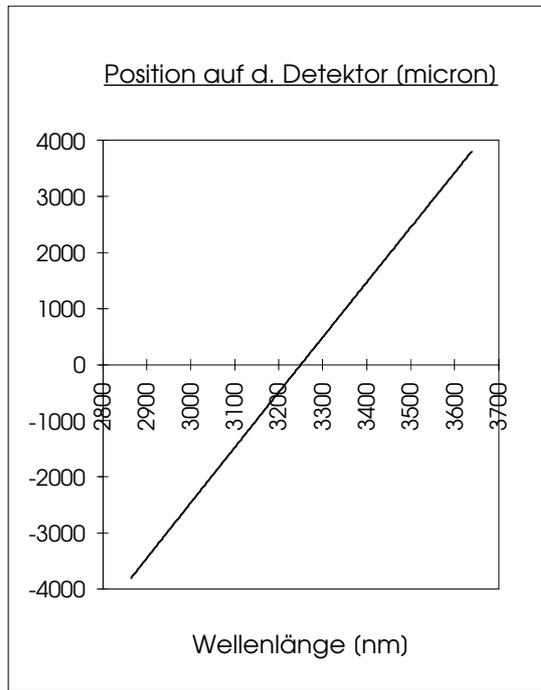


Abbildung 2.36: Grism Nr.1c, m=2

GRISM-Nr. 2

Material des Prismas :	KRS5
Material des Gitters :	KRS5
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 3550 nm :	
$n_p =$	2.383
$n_g =$	2.383
Anzahl der Furchen pro mm.	70
Prismenwinkel (in Grad).....	10.348
Kippwinkel des Grisms (Grad)	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm).	3550
Blaze-Wellenlaenge (in nm).	3550
u. die jew. zugeh. Ordnung..	1
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	0
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 3550 nm ) ausserh. des Det.(in micron).	-21437.014
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Gra	10.348
2.Furchenwinkel (in Grad)....	10.348
Ordnung der Effiz.-Kurvenda	1
Brennweite der Camera (in m	80
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgroesse (in micron).....	30

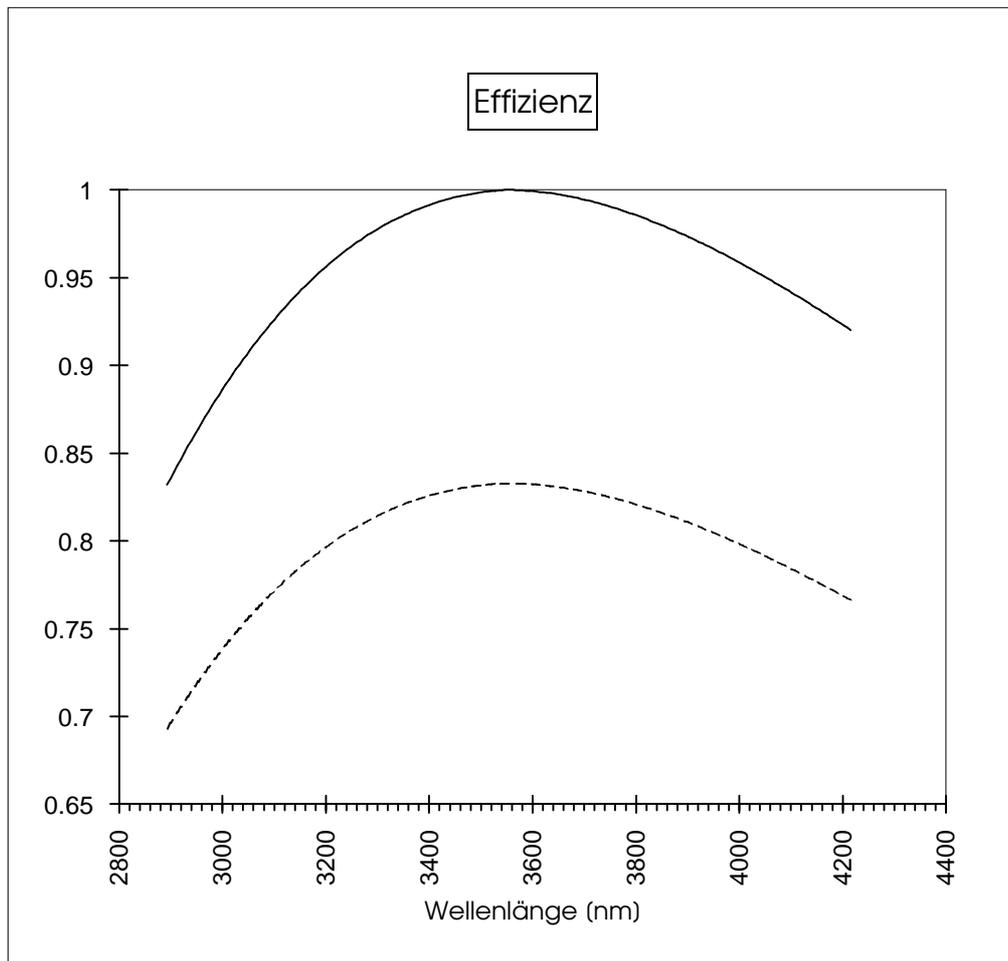
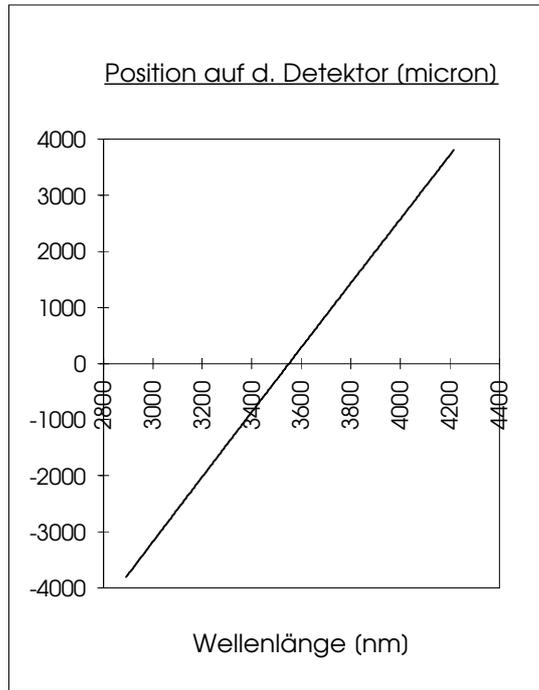


Abbildung 2.37: Grism Nr.2, m=1

GRISM-Nr. 3

Material des Prismas :	CdTe
Material des Gitters :	CdTe
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 4900 nm :	
$N_p =$	2.689
$N_g =$	2.689
Anzahl der Furchen pro mm.....	90
Prismenwinkel (in Grad).....	15.133
Kippwinkel des Grisms (Grad)..	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....	4900
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....	4900
u. die jew. zugeh. Ordnung....	1
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	0
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 4900 nm ) ausserh. des Det.(in micron)..	-45187.195
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Grad)	15.133
2.Furchenwinkel (in Grad).....	15.133
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten	1
Brennweite der Camera (in mm)	80
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgroesse (in micron).....	30

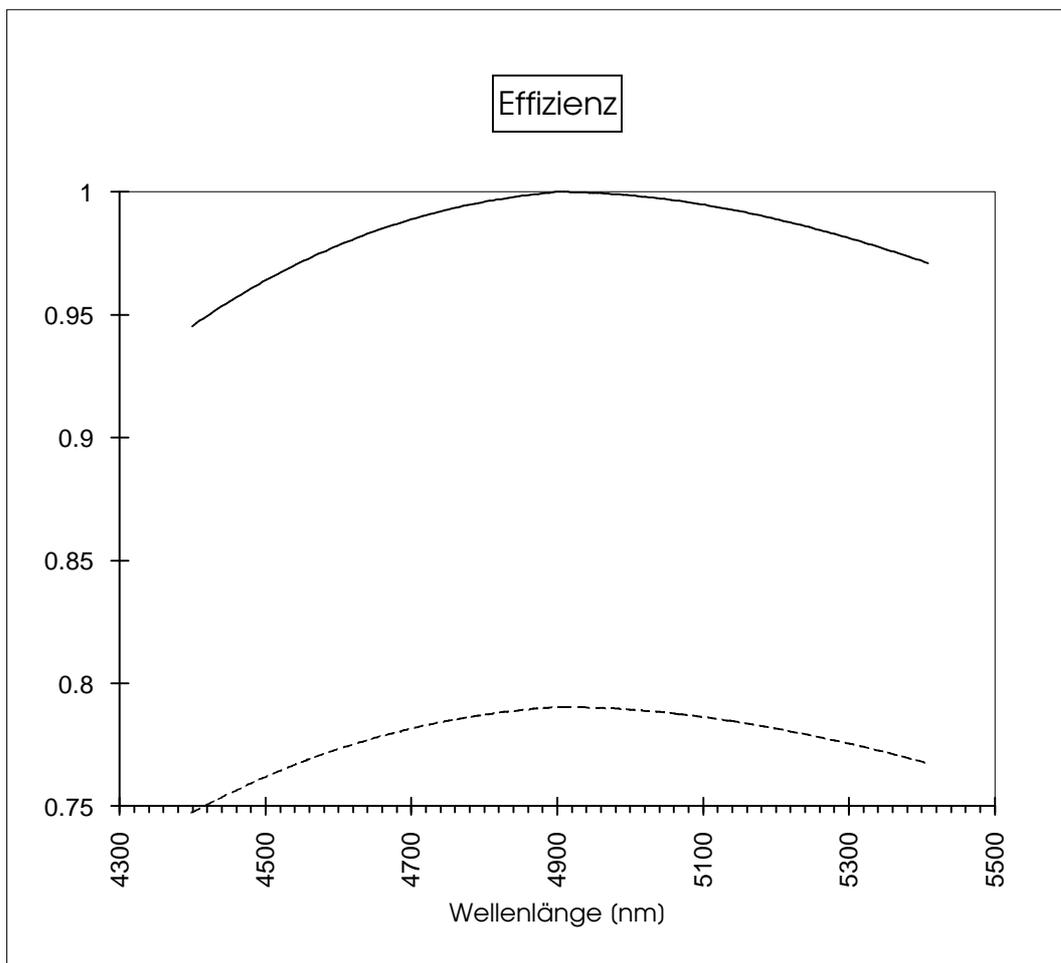
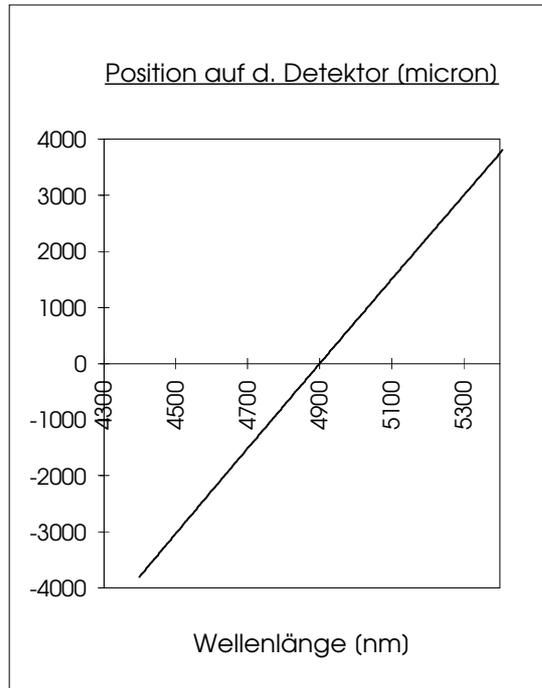


Abbildung 2.38: Grism Nr.3, m=1

**Die aus vorrätigen Master-Gittern herstellbaren Replica-Grisms mit rechtwinkligen Furchen (Nr.3c und Nr.4b-6b)**

Abbildung 2.39 zeigt die berechnete Blaze- und Effizienzkurve des aus dem schon vorhandenen Master, mit dem passenden Blaze-Winkel  $\Theta_{Kat} = 17.5^\circ$  und der Furchendichte  $N_{Kat} = 90$ , herstellbaren *Replica-Grism Nr.3c*, im Vergleich zu den beiden Kurven des "idealen" Replica-Grisms Nr.3c mit dem optimalen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt} = 17.21^\circ$ .

Alle Kurven in Abb. 2.39 wurden unter der (hypothetischen) Annahme der Gültigkeit der (selbst berechneten) Herzberger-Dispersionsformel für das Replica-Harz (bis zu einem Wellenlängenbereich von  $5\mu\text{m}$ ) erstellt; im Falle der Gültigkeit der (vielleicht zuverlässigeren) Sellmeier-Gleichung gäbe es *kein vorrätiges* ideales Master-Gitter zur Replikation des Grism-Typs Nr.3.

Eine ausführliche Beschreibung zu Abb. 2.39 findet man ab Seite 118; die Erklärungen zu den unterschiedlichen Effizienzkurven in Abb.2.42, zu Replica-Grism **Nr.6b**, auf Seite 111.

GRISM-Nr. 3c

Material des Prismas :	ZnSe
Material des Gitters :	Harz
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 4900 nm :	
$n_p =$	2.43
$n_g =$	2.49
Anzahl der Furchen pro mm.....	90
Prismenwinkel (in Grad).....	17.968
Kippwinkel des Grisms (Grad)..	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....	4900
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....	4979.946/4900
u. die jew. zugeh. Ordnung....	1
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	611.795 / 0
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 4900 nm ) ausserh. des Det.(in micron)..	-47270.117
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Grad)	17.5 / 17.21
2.Furchenwinkel (in Grad).....	17.5 / 17.21
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten	1
Brennweite der Camera (in mm)	80
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgroesse (in micron).....	30

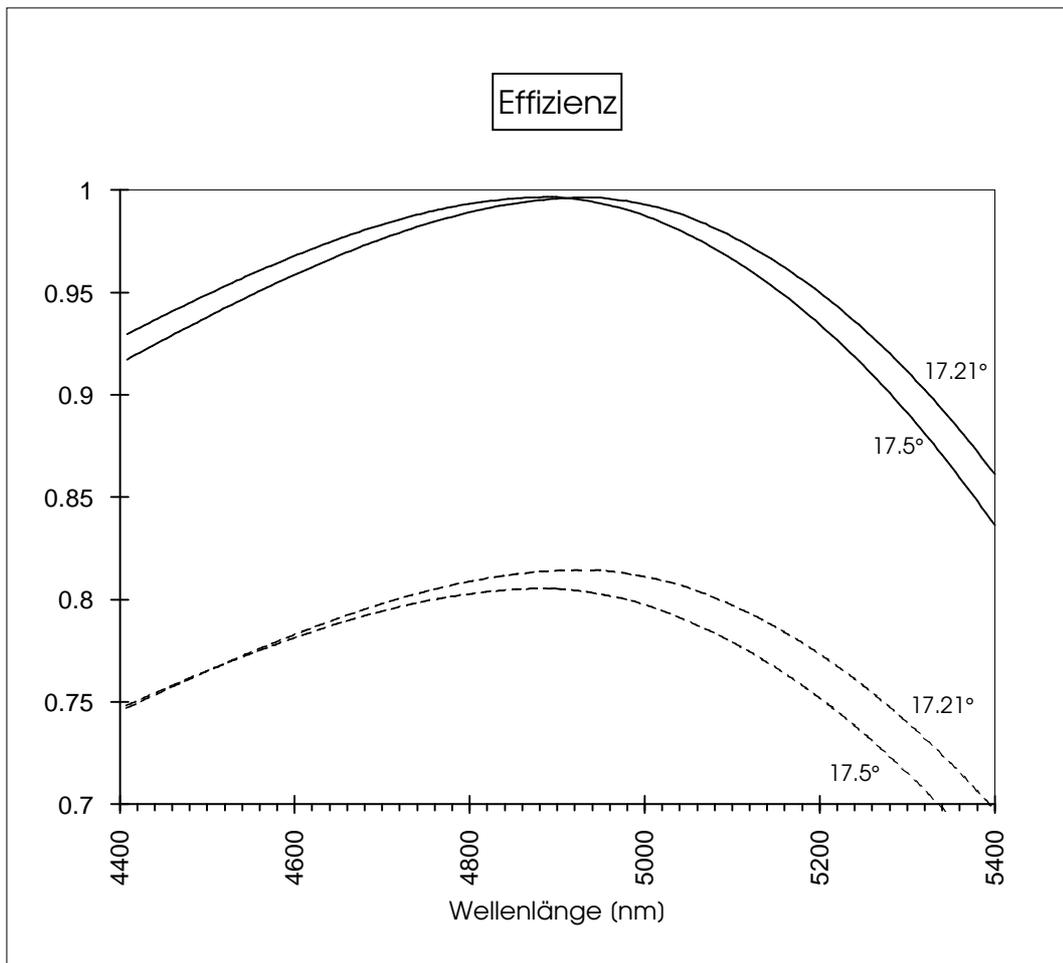
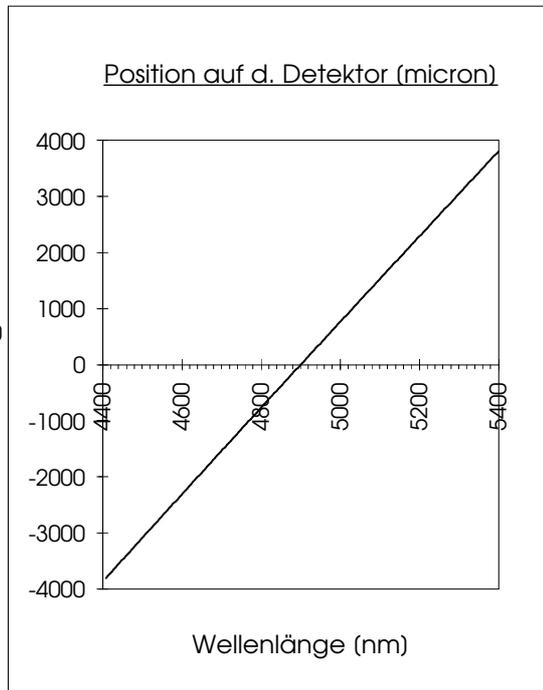


Abbildung 2.39: Grism Nr.3c, m=1

GRISM-Nr. 4b

Material des Prismas :	IRG N6
Material des Gitters :	Harz
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 2025 nm :	
$n_p =$	1.566
$n_g =$	1.565
Anzahl der Furchen pro mm.	30
Prismenwinkel (in Grad).....	6.162
Kippwinkel des Grisms (Grad)	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm).	2025
Blaze-Wellenlaenge (in nm).	2680.625
u. die jew. zugeh. Ordnung..	1
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	3323.298
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 2025 nm ) ausserh. des Det.(in micron).	-9827.463
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Gra	8.2
2.Furchenwinkel (in Grad)....	8.2
Ordnung der Effiz.-Kurvenda	1
Brennweite der Camera (in m	160
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgroesse (in micron).....	30

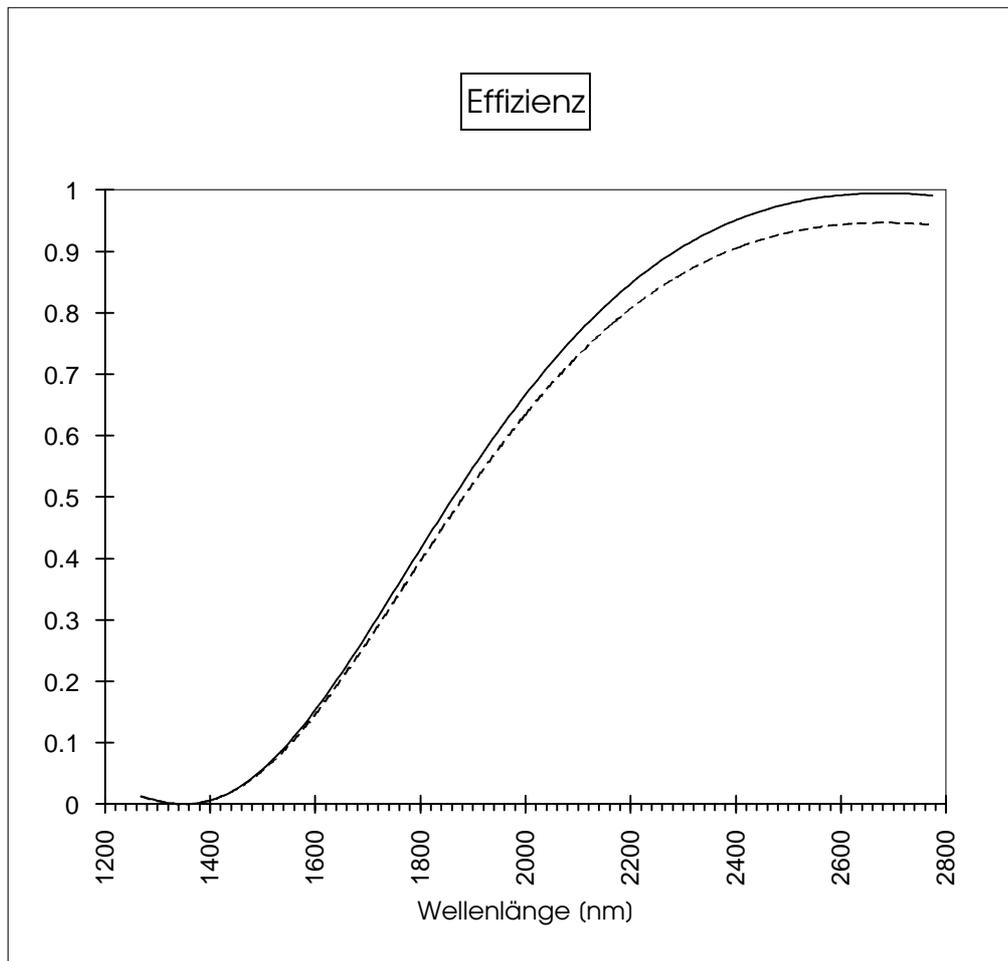
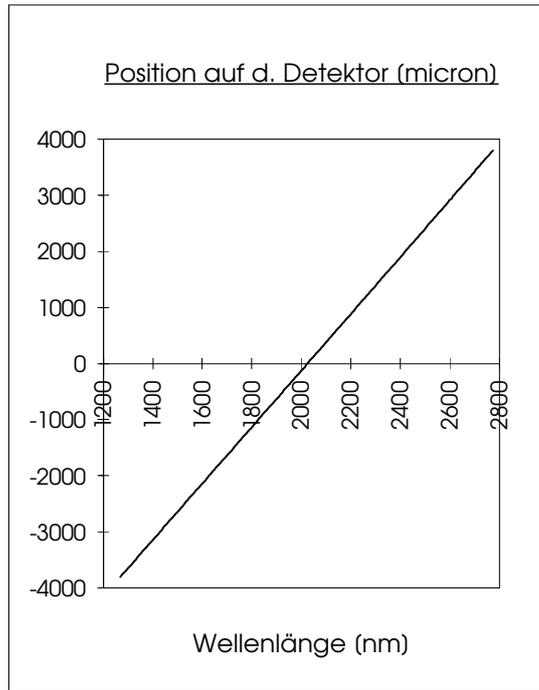


Abbildung 2.40: Grism Nr.4b, m=1

GRISM-Nr. 5b

Material des Prismas :	MgO
Material des Gitters :	Harz
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 1685 nm :	
$n_p =$	1.713
$n_g =$	1.566
Anzahl der Furchen pro mm.....	30
Prismenwinkel (in Grad).....	8.153
Kippwinkel des Grisms (Grad)..	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....	1685
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....	1352.631
u. die jew. zugeh. Ordnung....	2
Blaze-Pos. ausserhalb des Detektors (in micron).....	-6661.697
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 1685 nm ) ausserh. des Det.(in micron)..	-33101.363
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Grad)	8.2
2.Furchenwinkel (in Grad).....	8.2
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten	2
Brennweite der Camera (in mm)	320
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgrosse (in micron).....	30

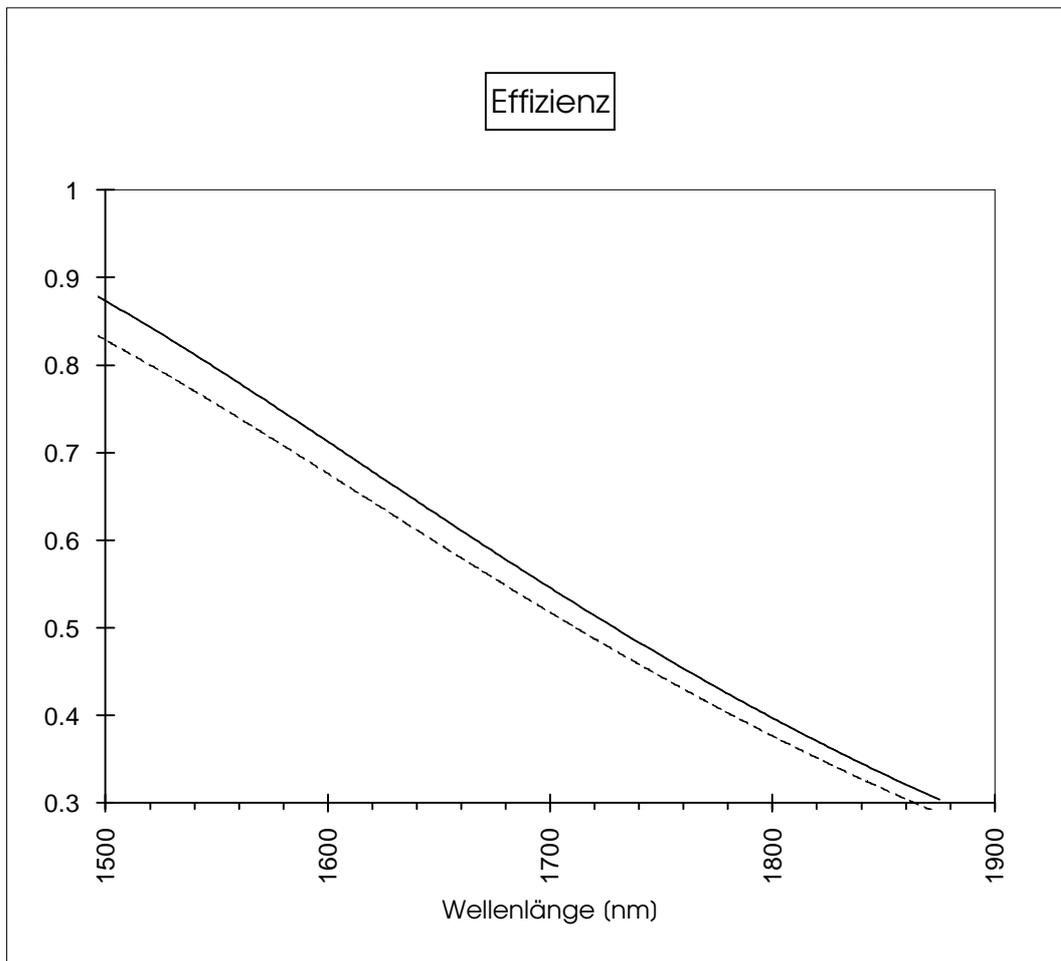
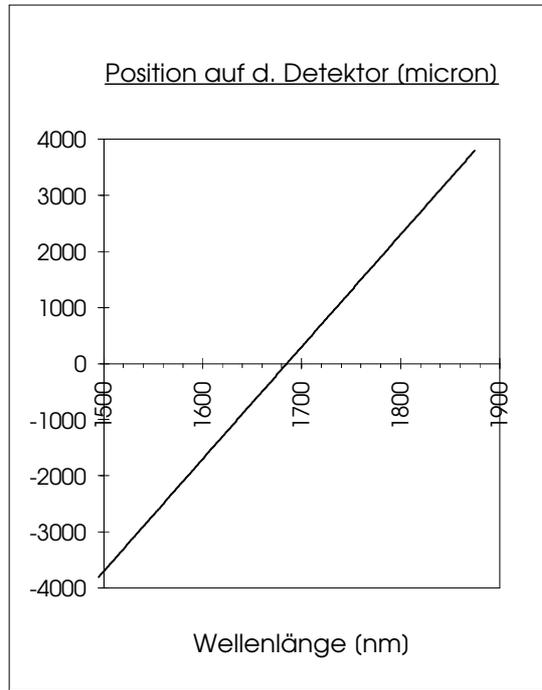


Abbildung 2.41: Grism Nr.5b, m=2

GRISM-Nr. 6b

Material des Prismas :	ZnSe
Material des Gitters :	Harz
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 2130 nm :	
$n_p =$	2.445
$n_g =$	1.564
Anzahl der Furchen pro mm.....	60
Prismenwinkel (in Grad).....	10.188
Kippwinkel des Grisms (Grad)..	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....	2130
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....	2346.865
u. die jew. zugeh. Ordnung....	2
Blaze-Pos. ausserhalb des Detektors (in micron).....	4288.17
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 2130 nm ) ausserh. des Det.(in micron)..	-44182.434
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Grad)	28.7
2.Furchenwinkel (in Grad).....	28.7 / 10
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten	2
Brennweite der Camera (in mm)	160
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgrosse (in micron).....	30

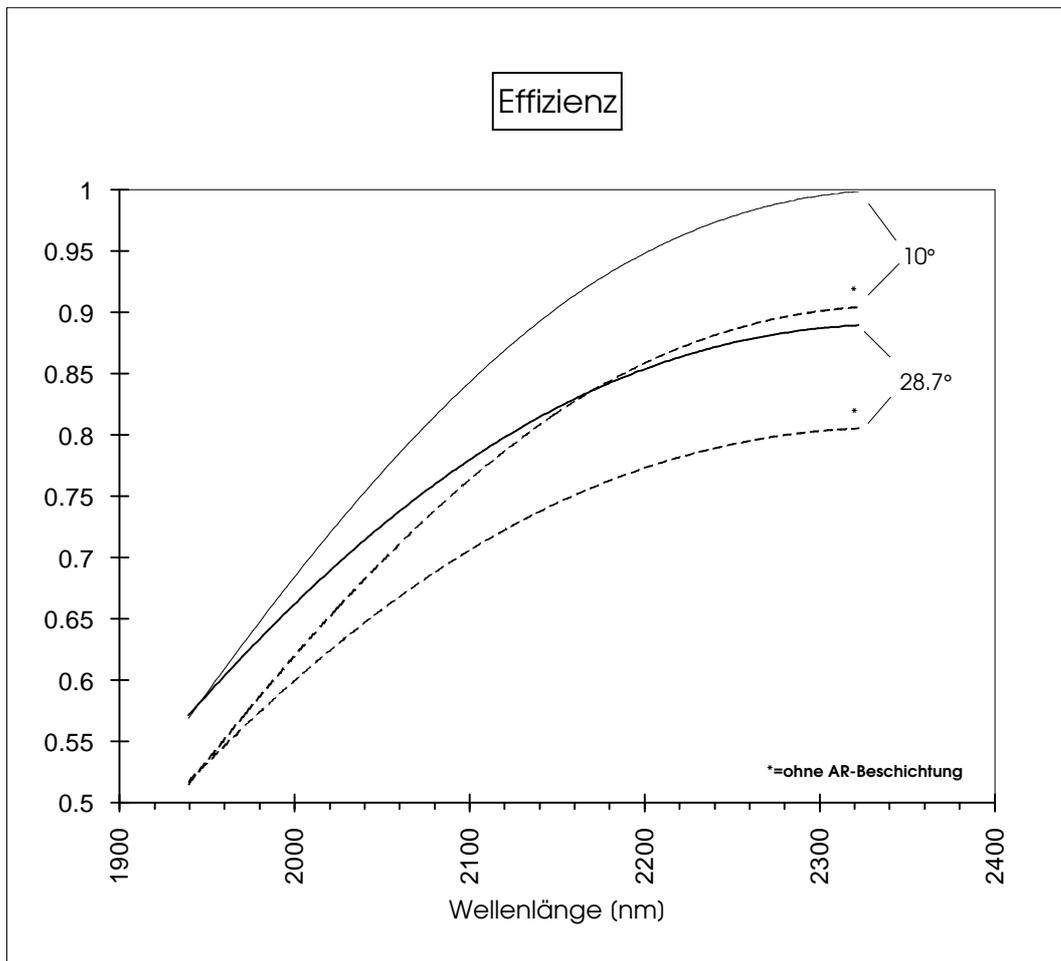
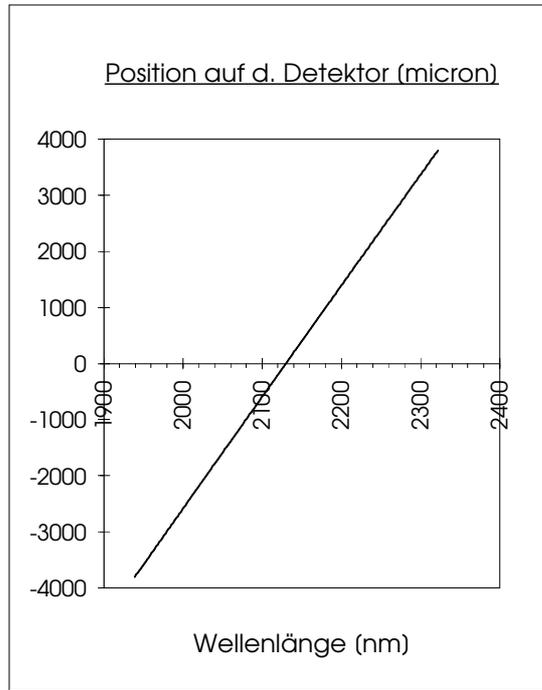


Abbildung 2.42: Grism Nr.6b, m=2

### 2.5.4.3 Furchenform und Effizienz: Die aus idealen Master-Gittern hergestellten Replica-Grisms Nr.4-6

Anhand der Replica-Grisms Nr.5 und Nr.6 wird durch Variation des Nebenfacetten-Winkels  $\vartheta$  (d.h. des zweiten Furchenwinkels) der Einfluß auf die Effizienzkurven demonstriert, und auf diese Weise die *optimale Furchenform*, d.h. der Winkel  $\vartheta_{opt}$ , bestimmt (vgl. hierzu auch die optimale hypothetische Blaze- bzw. Effizienz-Kurve von Replica-Grism Nr.6b, zur *nicht* rechtwinkligen Furchenform mit  $\vartheta_{opt} = 10^\circ$ ; s. dünne durchgezogene bzw. gestrichelte Linie in Abb. 2.42).

Der Fall des zu optimierenden zweiten Furchenwinkels  $\vartheta$  des idealen *Replica-Grism Nr.6*, bzw. die zu unterschiedlichen Winkeln  $\vartheta$  in Abbildung 2.45 dargestellten Effizienz-Kurven, werden exemplarisch besonders ausführlich auf Seite 113 beschrieben.

GRISM-Nr. 4

Material des Prismas : IRG N6  
 Material des Gitters : Harz  
 Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 2025 nm :  
     Np = 1.566  
     Ng = 1.565  
 Anzahl der Furchen pro mm. 35  
 Prismenwinkel (in Grad)..... 7.194  
 Kippwinkel des Grisms (Grad) 0  
  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm). 2025  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm). 2025  
 u. die jew. zugeh. Ordnung.. 1  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron)..... 0  
 Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 2025 nm )  
 ausserh. des Det.(in micron). -11511.73  
  
 Blaze-Winkel (vorgeg.,in Grad) 7.209  
 2.Furchenwinkel (in Grad).... 7.209  
 Ordnung der Effiz.-Kurvenda 1  
  
 Brennweite der Camera (in mm) 160  
 Detektor-Laenge (in Pixel).... 256  
 Pixelgroesse (in micron)..... 30

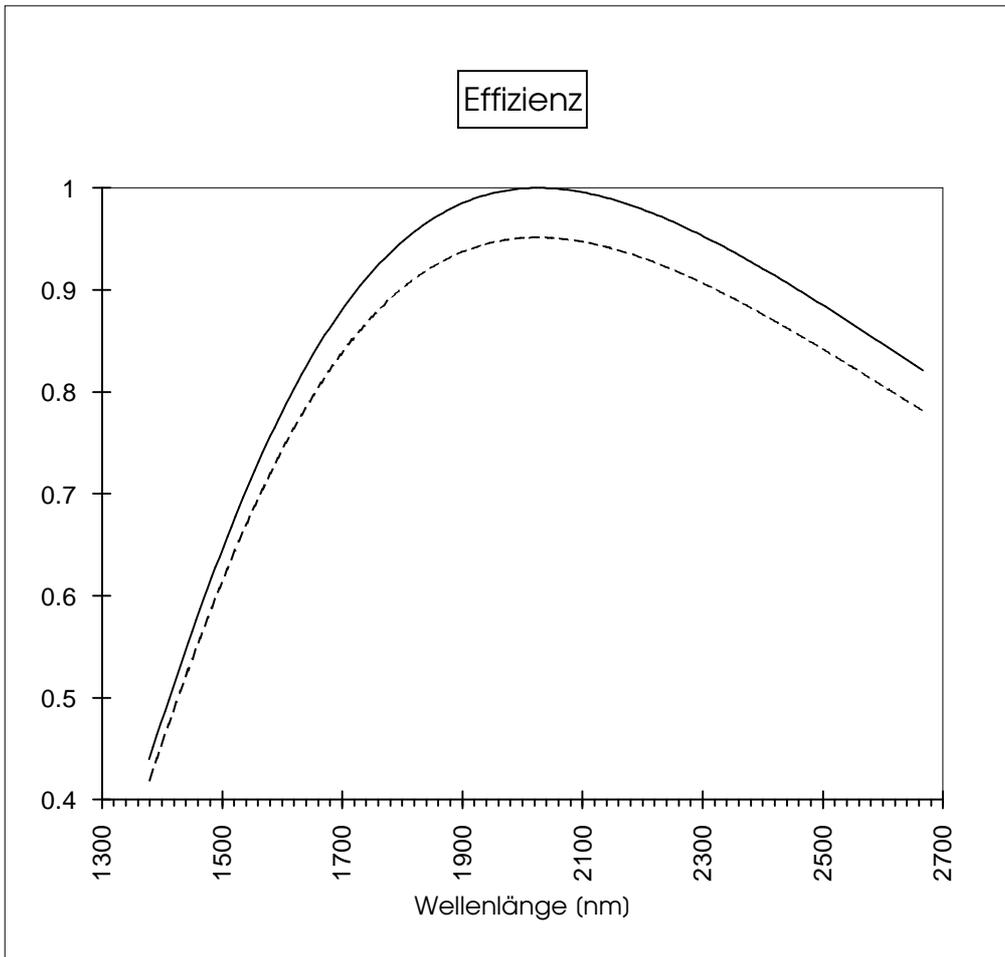
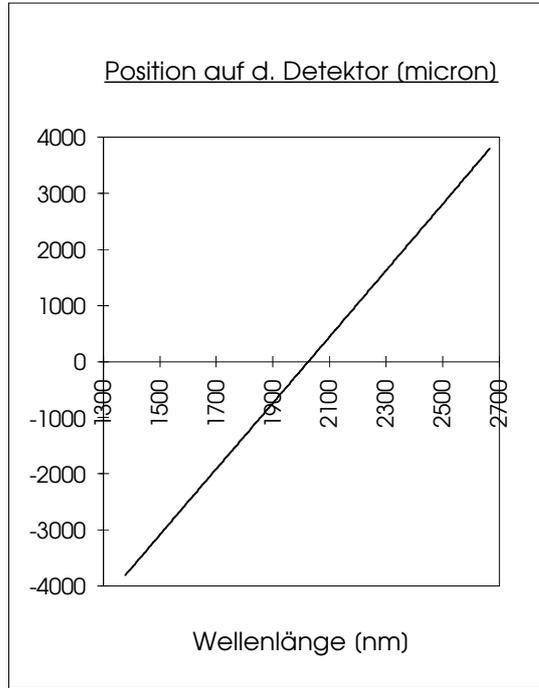


Abbildung 2.43: Grism Nr.4, m=1

GRISM-Nr. 5

Material des Prismas :	MgO
Material des Gitters :	Harz
Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 1685 nm :	
$n_p =$	1.713
$n_g =$	1.566
Anzahl der Furchen pro mm.	30
Prismenwinkel (in Grad).....	8.153
Kippwinkel des Grisms (Grad)	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm).	1685
Blaze-Wellenlänge (in nm).	1685
u. die jew. zugeh. Ordnung..	2
Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron).....	0
Pos. des 0-ten Beugungsmax. (für 1685 nm ) ausserh. des Det.(in micron).	-33101.363
Blaze-Winkel (vorgeg., in Gra	10.279
2.Furchenwinkel (in Grad)....	10.279 / 8.2
Ordnung der Effiz.-Kurvenda	2
Brennweite der Camera (in mm)	320
Detektor-Länge (in Pixel)....	256
Pixelgröße (in micron).....	30

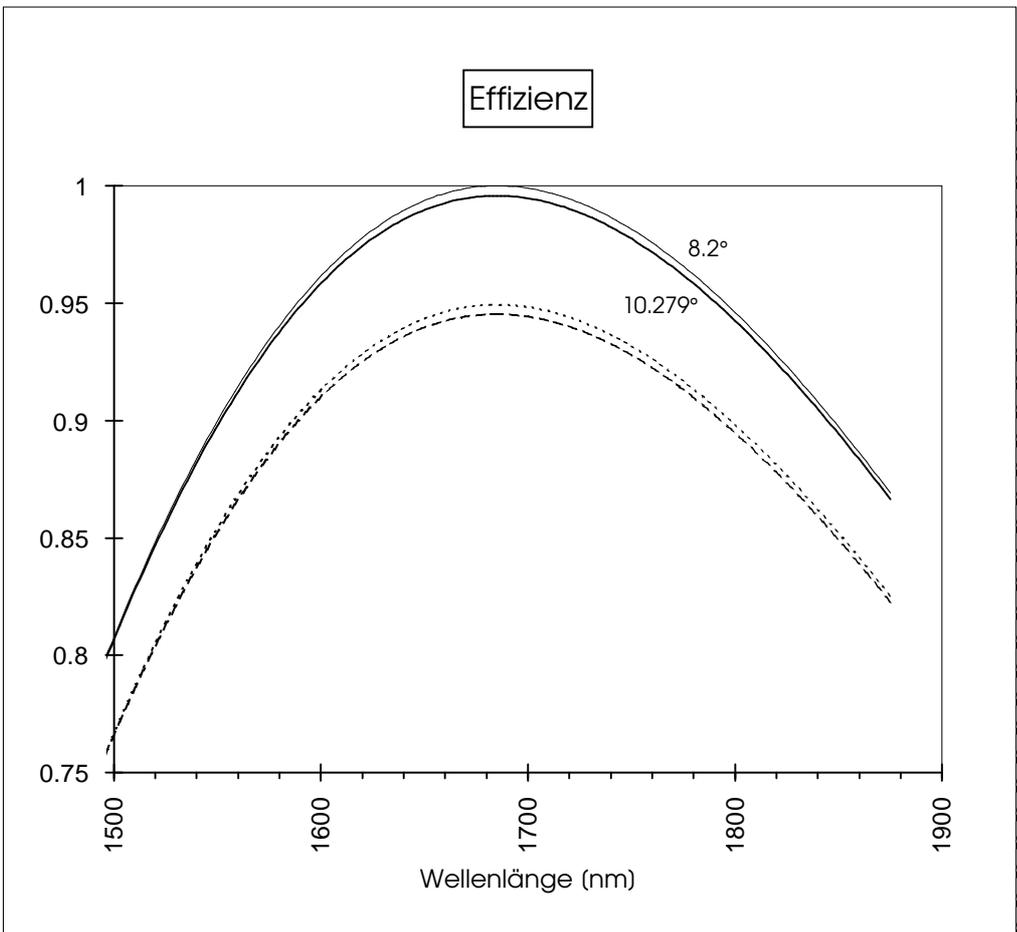
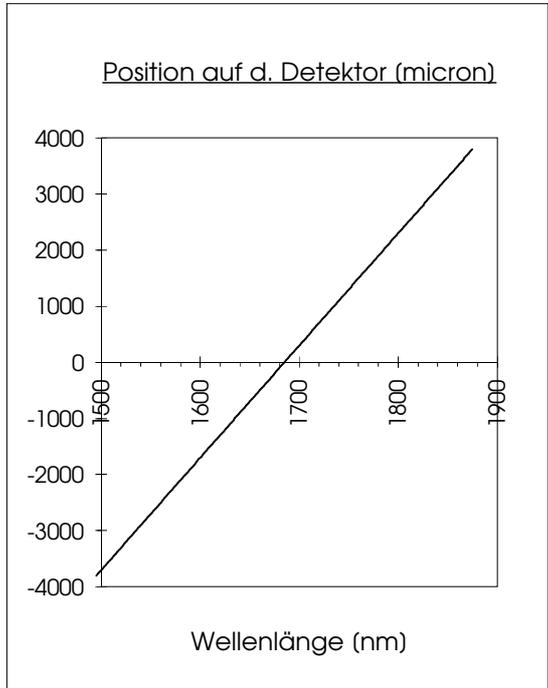


Abbildung 2.44: Grism Nr.5, m=2

GRISM-Nr. 6

Material des Prismas :	ZnSe
Material des Gitters :	Harz
Brechungsindex des Prismas	
bzw. des Gitters, bei 2130 nm :	
$n_p =$	2.445
$n_g =$	1.564
Anzahl der Furchen pro mm.	50
Prismenwinkel (in Grad).....	8.476
Kippwinkel des Grisms (Grad)	0
Geradeaus-Wellenl. (in nm).	2130
Blaze-Wellenlaenge (in nm).	2130
u. die jew. zugeh. Ordnung..	2
Blaze-Pos. auf dem Detektor	
(in micron).....	0
Pos. des 0-ten Beugungsmax.	
(fuer 2130 nm )	
ausserh. des Det.(in micron).	-35906.41
Blaze-Winkel (vorgeg.,in Gra	21.772
2.Furchenwinkel (in Grad)....s.Diagramm!	
Ordnung der Effiz.-Kurvenda	2
Brennweite der Camera (in r	160
Detektor-Laenge (in Pixel)....	256
Pixelgroesse (in micron).....	30

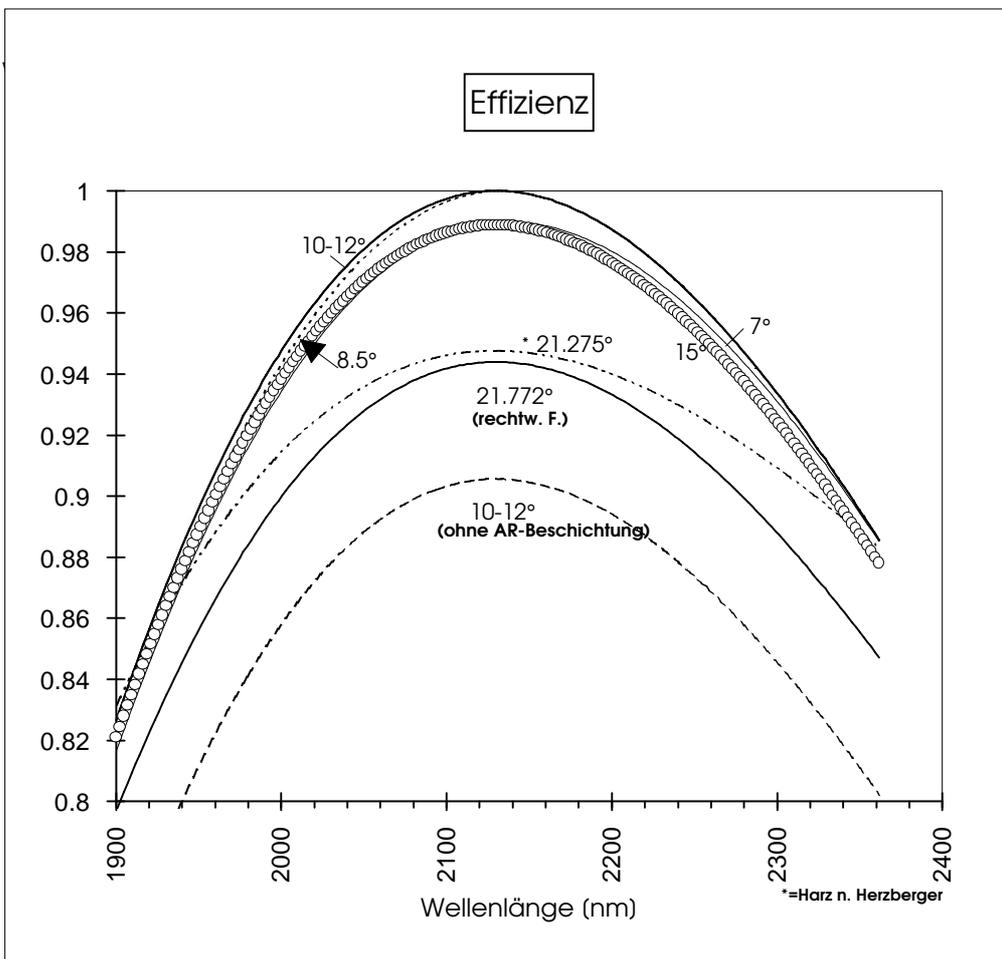
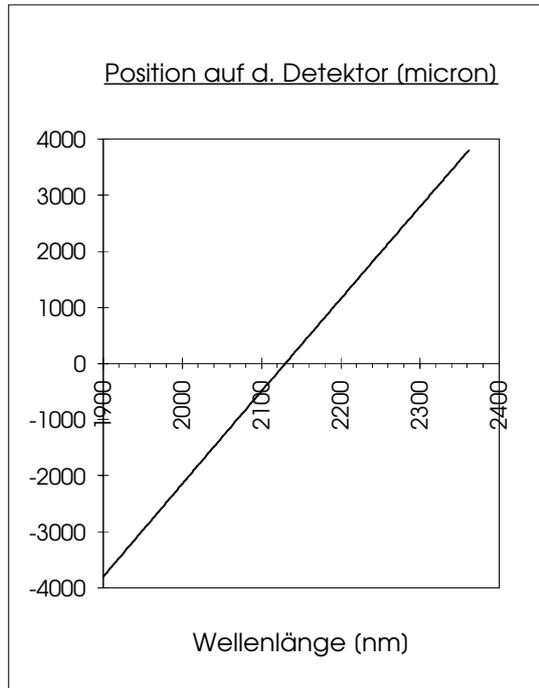


Abbildung 2.45: Grism Nr.6, m=2

### 2.5.5 Berechnung der exakten spektralen Auflösung $R_{pix}(m, x')$ bzw. $\delta\lambda_{pix}(m, x')$ , und der linearen Dispersion $LD(m, x')$ der Grism-Systeme zur jeweils wichtigsten nutzbaren Ordnung $m$

In den nachfolgenden Abbildungen 2.46–2.58 ist sowohl die *lineare* Dispersion<sup>20</sup>  $LD(m, x')$  (siehe *jeweils oben rechts*), als auch die Pixelauflösung (oder pixelbegrenzte spektrale Auflösung)  $\delta\lambda_{pix}(m, x')$ <sup>21</sup> (siehe *Mitte rechts*) und  $R_{pix}(m, x')$ <sup>22</sup> (siehe *unten rechts*) der jeweils (vorwiegend) wichtigsten nutzbaren Ordnung  $m$  der einzelnen optimierten und realisierbaren Grism-Systeme, in Abhängigkeit von der Position  $x'$  auf dem Detektor, welche mithilfe meines Computerprogramms (im Anhang B) berechnet wurden, graphisch dargestellt.

Alle exakten Berechnungen gelten (wie schon mehrmals erwähnt) für ein Grism-Kamerasystem mit einem 256x256-Pixel-Detektor und einer Pixelgröße von  $\Delta_{pix} = 30\mu\text{m}$ , und unter Benutzung der jeweils angegebenen optimalen Brennweite  $f$ . Die pupillenbegrenzte spektrale Auflösung  $R_{pup}(m, W)$  (bei einem Pupillendurchmesser von  $W = 10\text{mm}$ ) zur gegebenen Beugungsordnung  $m$ , wurde ebenfalls (exakt) berechnet, und zu unterster Stelle in die jeweilige Daten-Tabelle (links) eingetragen. Diese hängt praktisch nicht von der  $x'$ -Position auf dem Detektor (d.h. nicht von der gebeugten Wellenlänge  $\lambda(x')$ ) ab.<sup>23</sup>

Damit man auch bei den unterschiedlichen Diagrammen jeder  $x'$ -Position auf dem Detektor (die Position  $x' = 0$  entspricht genau der Detektor-Mitte) die entsprechende Wellenlänge  $\lambda$  zuordnen kann, wurden jeweils die auf die 256x256-Pixel-Detektorfläche treffenden Wellenlängen  $\lambda(m, x')$  der  $m$ -ten Beugungsordnung gegen ihre zugehörige  $x'$ -Position in einem weiteren Diagramm (*unten links*) aufgetragen.<sup>24</sup>

Es ist zu beachten, daß wegen der Überschreitung der pupillenbegrenzten spektralen Auflösung  $R_{pup}$  durch die Pixel-Auflösung  $R_{pix}$ , bei Verwendung der **ersten** Ordnung und der angegebenen Kamera-Brennweite  $f = 320\text{mm}$  bzw.  $f = 160\text{mm}$  der Grism-Systeme **Nr.5 bzw. 5b, Nr.6 und Nr.6b**, die in den unteren Diagrammen der Abbildungen 2.53, 2.55 und 2.57 dargestellten Pixelauflösungs-Kurven  $R_{pix}(m = 1, x')$  *nicht* der tatsächlich erzielbaren System-Auflösung  $R_{sys}$  entsprechen. Dies ist nicht besonders tragisch, da diese Ordnungen von vorne herein nicht als “nutzbar“ in die Optimierung mit eingeplant worden sind.

Möchte man die Ordnungen  $m = 1$  dieser Grism-Systeme dennoch benutzen, gilt dann für die maximal erreichbare System-Auflösung:

- bei Grism Nr.5 und Nr.5b:  $R_{sys_{max}} = R_{pup} = 303$ ,
  - bei Grism Nr.6:  $R_{sys_{max}} = 506$ , und
  - bei Grism Nr.6b:  $R_{sys_{max}} = 610$ ;
- und zwar unabhängig von der  $x'$ -Position auf dem Detektor.

Ansonsten ist die Bedingung  $R_{pix}(m, x') \leq R_{pup}(m)$  für alle übrigen nutzbaren Ordnungen  $m$ , auch der jeweils anderen restlichen Grism-Systeme, zu den angegebenen Brennweiten  $f$  für alle Positionen  $x'$  auf dem Detektor erfüllt.

<sup>20</sup>welche mithilfe der Beziehung  $LD = f \cdot D'(m, x')$ , und der exakten Gl. (2.60) für die Winkeldispersion eines Grism (s.S. 42) mit dem Ausdruck für  $dC/d\lambda$  (auf Seite 35), berechnet wurde.

<sup>21</sup>berechnet mithilfe des Ausdrucks für  $LD$  und der Gl. (2.51) auf Seite 37.

<sup>22</sup>ebenfalls ber. mithilfe des Ausdrucks für  $LD$ , und der Gl. (2.63) auf Seite 43, worin  $\lambda(m, x')$  mit der Iterationsgl. (2.64) ermittelt werden mußte.

<sup>23</sup>Siehe Gl. (2.58) auf Seite 41, welche nur über die Dispersion  $n_p(\lambda)$  des Prismenmaterials von der Wellenlänge abhängt.

<sup>24</sup>mithilfe der Iterations-Gl. (2.64).

Die einzige Ausnahme bildet nur das Grism-System Nr.5/5b in Abbildung 2.54, wo bei der als nutzbar vorgesehenen zweiten Ordnung und der Brennweite  $f = 320\text{mm}$  die berechnete Pixel-Auflösung  $R_{pix}$  die pupillenbegrenzte  $R_{pup}$  ab der Position  $x' = +2600\mu\text{m}$  überschreitet. Die errechnete System-Auflösung  $R_{pix} = 625$  an der oberen Kante des Detektors kann also nicht erreicht werden, sondern höchstens “nur“ die pupillenbegrenzte Auflösung von  $R_{pup} = 606$ .

Weil für die verschiedenen Grisms nur Prismen-Materialien mit einer geringen Dispersion (d.h.  $dn_p(\lambda)/d\lambda \approx 0$ ) bei Wellenlängen oberhalb  $1\mu\text{m}$  ausgewählt worden sind, ist der Term  $dC/d\lambda$  in der Gl. (2.60) für die Winkel-Dispersion  $D'$  eines Grism, bzw. *linearen Dispersion*  $LD(m, x') = f \cdot D'(m, x')$ , gegenüber dem Rest vernachlässigbar klein ( $dC/d\lambda \approx 0$ ), so daß der (wenn auch nur kaum wahrnehmbare) *nicht* konstante Verlauf von  $LD(x')$  mit der Position  $x'$  auf dem Detektor, in den Abbildungen 2.46–2.58 (*oben rechts*), vorwiegend nur durch den sich mit der  $x'$ -Position ändernden Beugungswinkel  $\epsilon' = x'/f$  in der Cosinus-Funktion (in Gl. (2.61)) zustande kommt. Bei den zu den jeweils wichtigsten Ordnungen  $m$ , in den nachfolgenden Abbildungen, dargestellten Kurven  $LD(m, x')$ , liegt die größte Abweichung der linearen Dispersion vom mittleren Wert bei  $x' = 0$  überall nur *unterhalb*  $\Delta LD \leq \pm 0.2\mu\text{m/nm}$ .

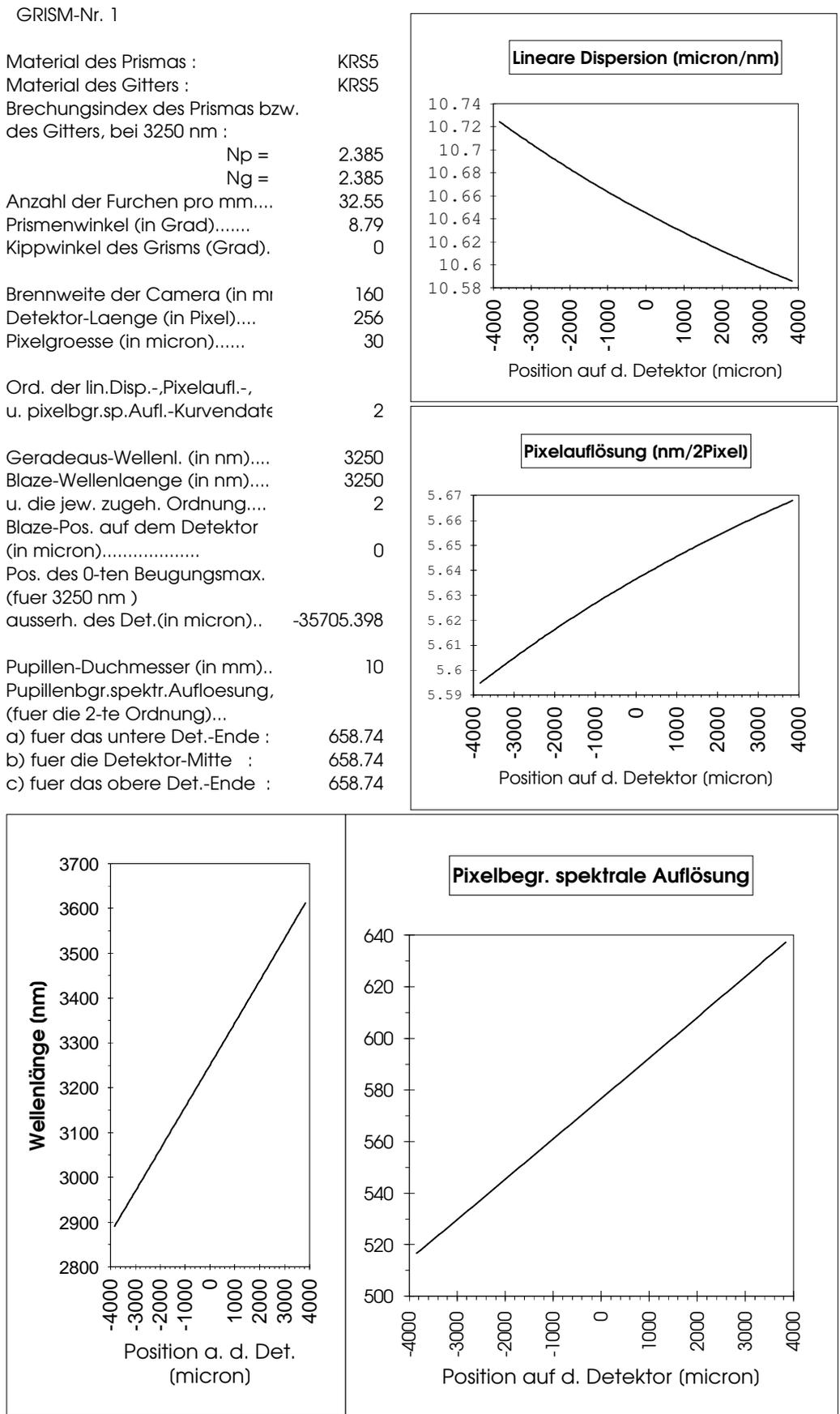


Abbildung 2.46: Grism Nr.1, m=2



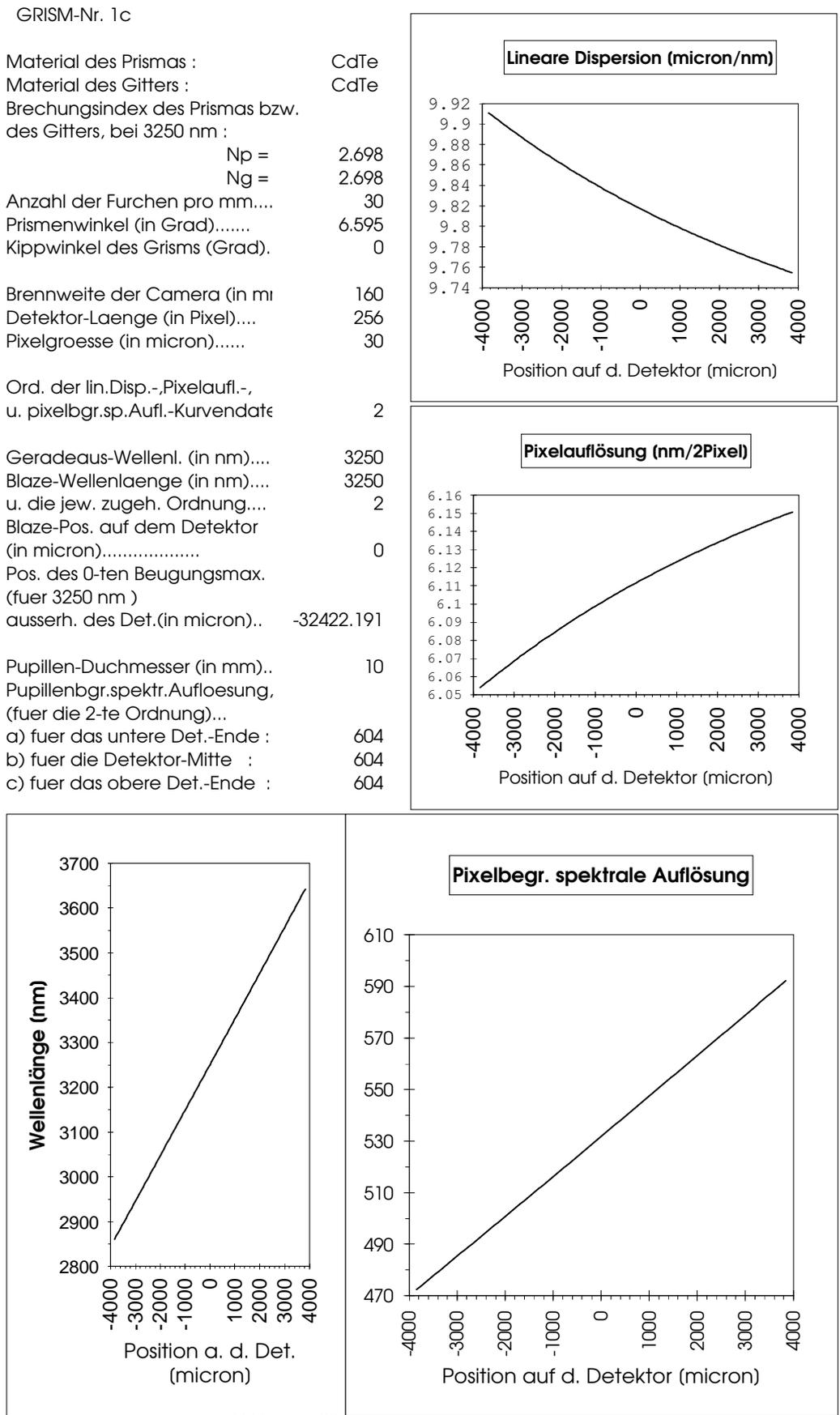


Abbildung 2.48: Grism Nr.1c, m=2

GRISM-Nr. 2

Material des Prismas : KRS5  
 Material des Gitters : KRS5  
 Brechungsindex des Prismas bzw. des Gitters, bei 3550 nm :  
 $n_p = 2.383$   
 $n_g = 2.383$   
 Anzahl der Furchen pro mm.... 70  
 Prismenwinkel (in Grad)..... 10.348  
 Kippwinkel des Grisms (Grad). 0  
 Brennweite der Camera (in mm) 80  
 Detektor-Laenge (in Pixel).... 256  
 Pixelgroesse (in micron)..... 30

Ord. der lin.Disp.-,Pixelaufl.-, u. pixelbgr.sp.Aufl.-Kurvendaten 1

Geradeaus-Wellenl. (in nm).... 3550  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm).... 3550  
 u. die jew. zugeh. Ordnung.... 1  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron)..... 0  
 Pos. des 0-ten Beugungsmax. (fuer 3550 nm) ausserh. des Det.(micron) -21437.014

Pupillen-Duchmesser (in mm)... 10  
 Pupillenbgr.spektr.Aufloesung, (fuer die 1-te Ordnung)..  
 a) fuer das untere Det.-Ende : 711.57  
 b) fuer die Detektor-Mitte : 711.57  
 c) fuer das obere Det.-Ende : 711.57

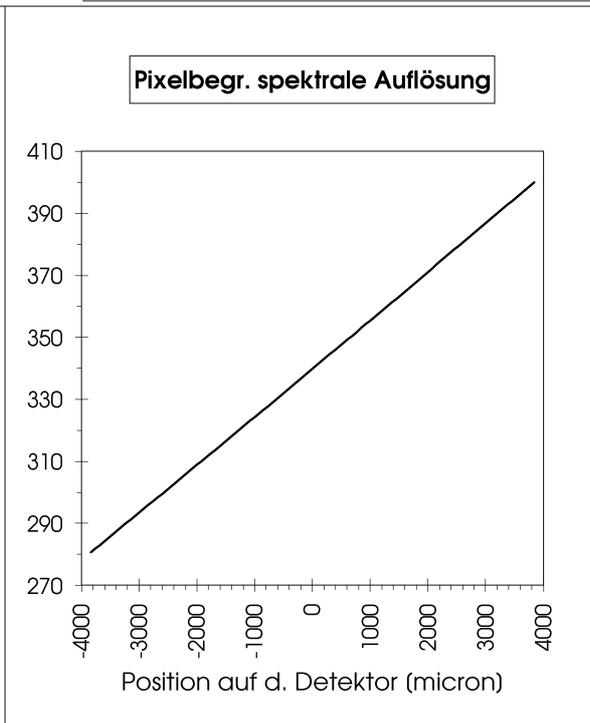
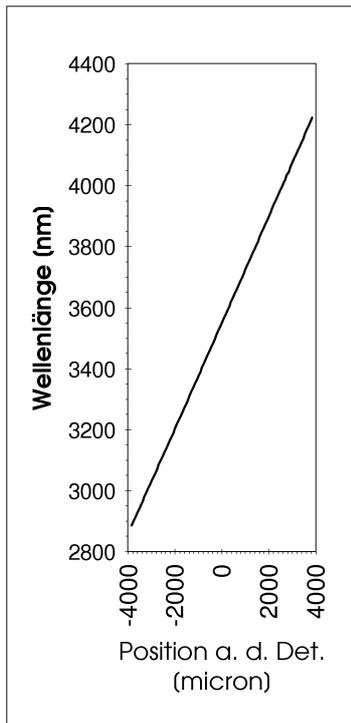
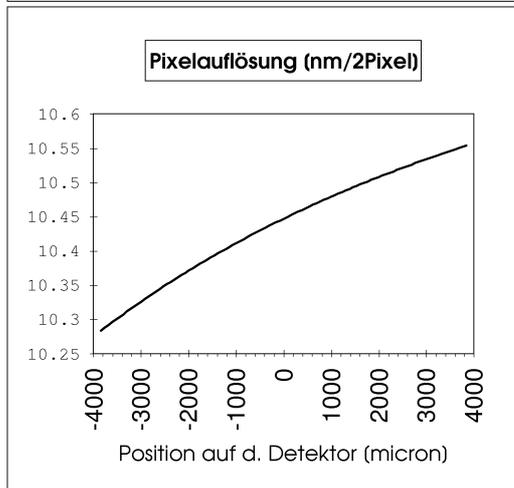
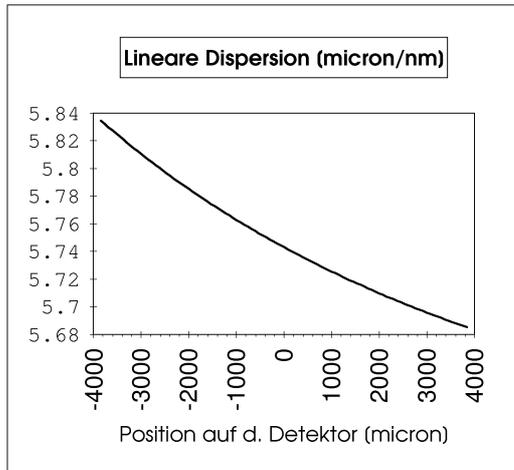


Abbildung 2.49: Grism Nr.2, m=1

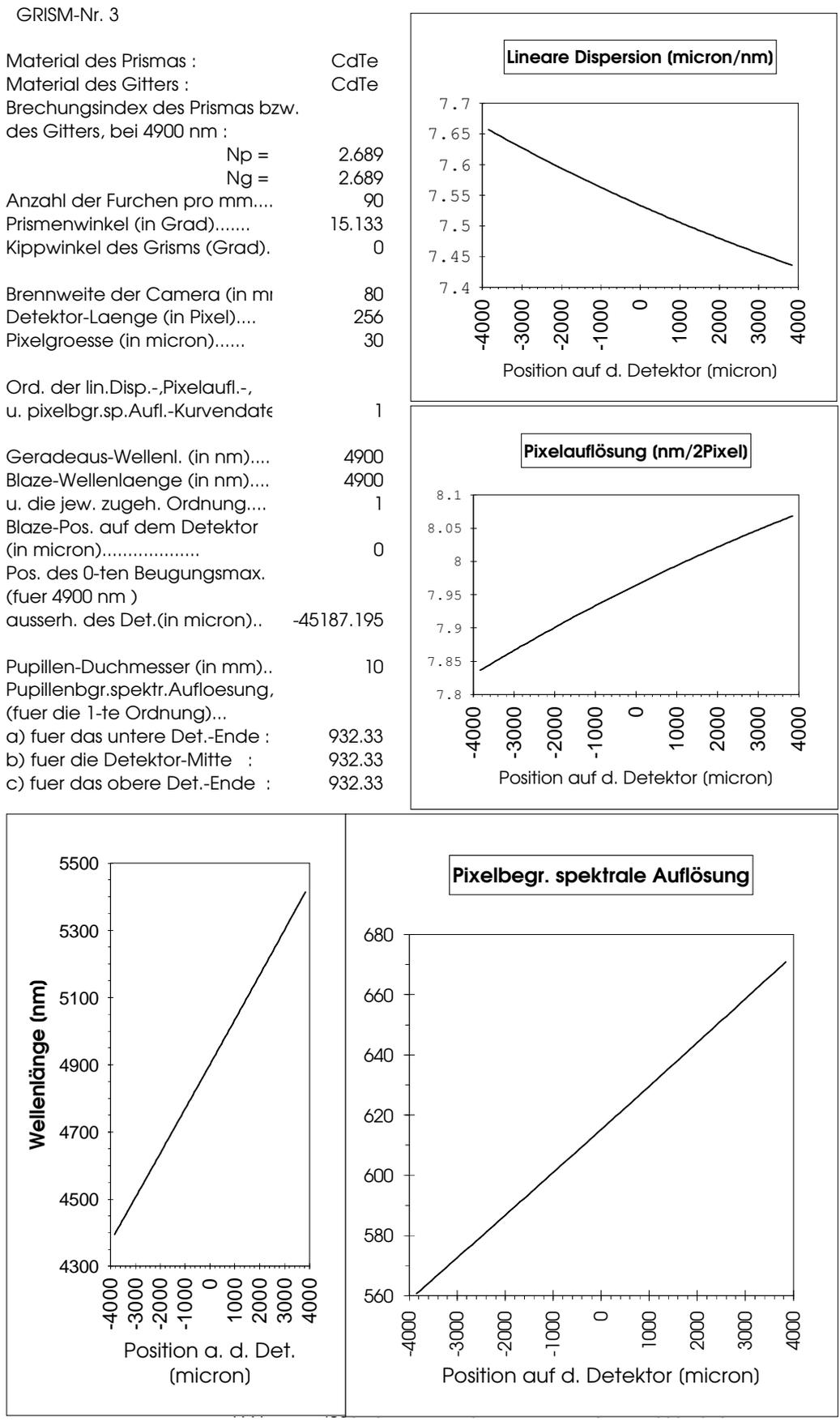


Abbildung 2.50: Grism Nr.3, m=1

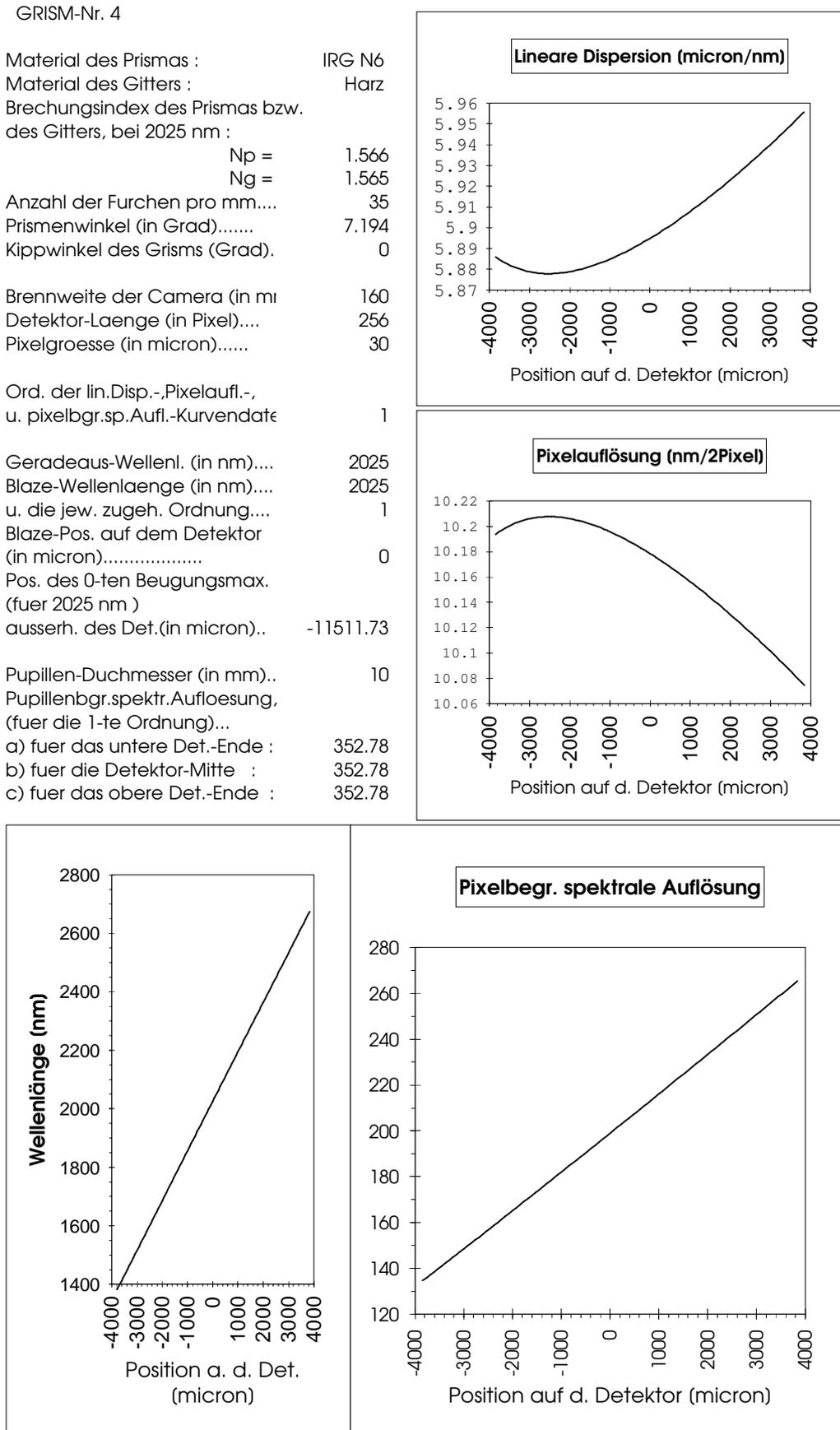


Abbildung 2.51: Grism Nr.4, m=1

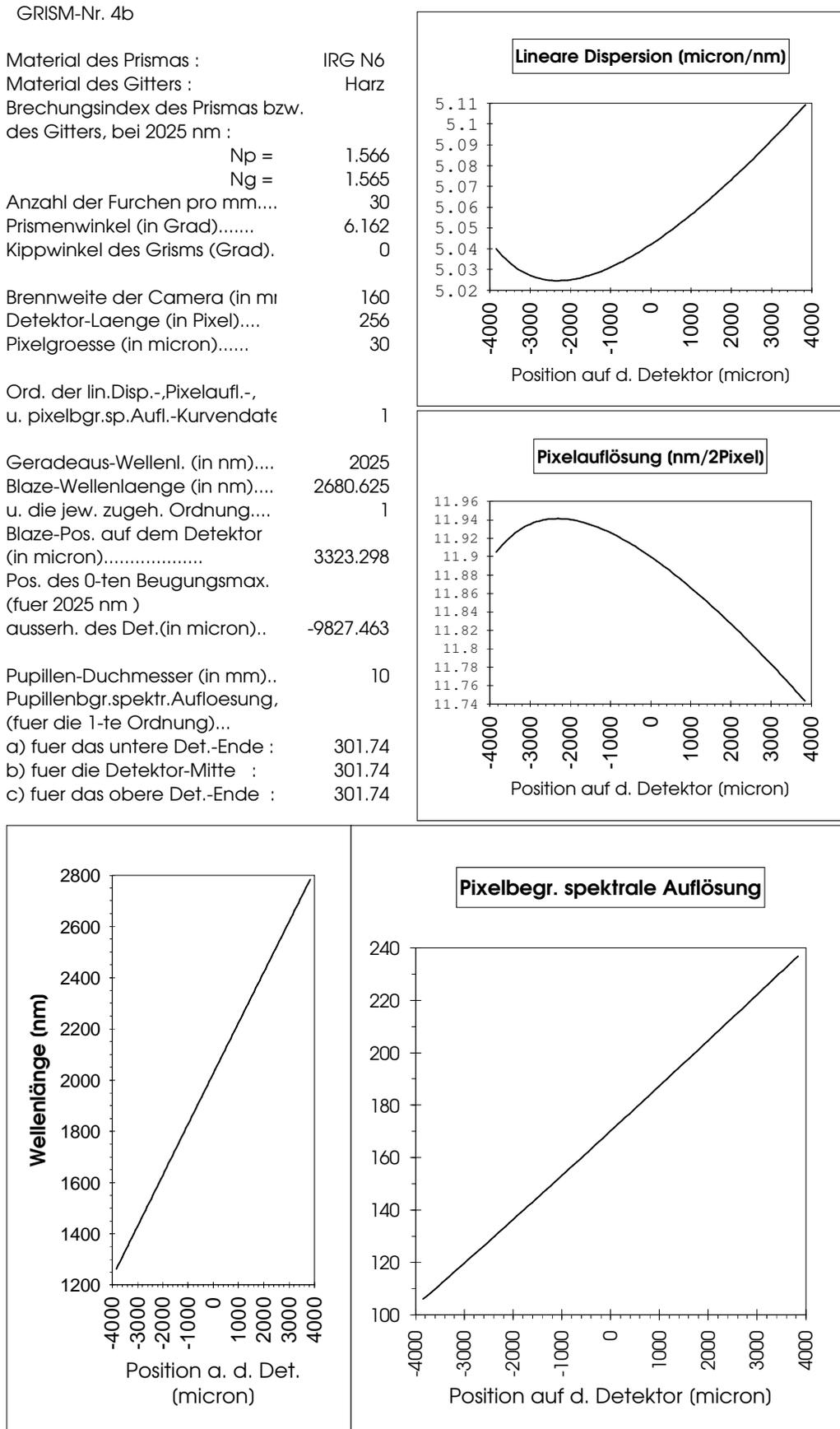


Abbildung 2.52: Grism Nr.4b, m=1

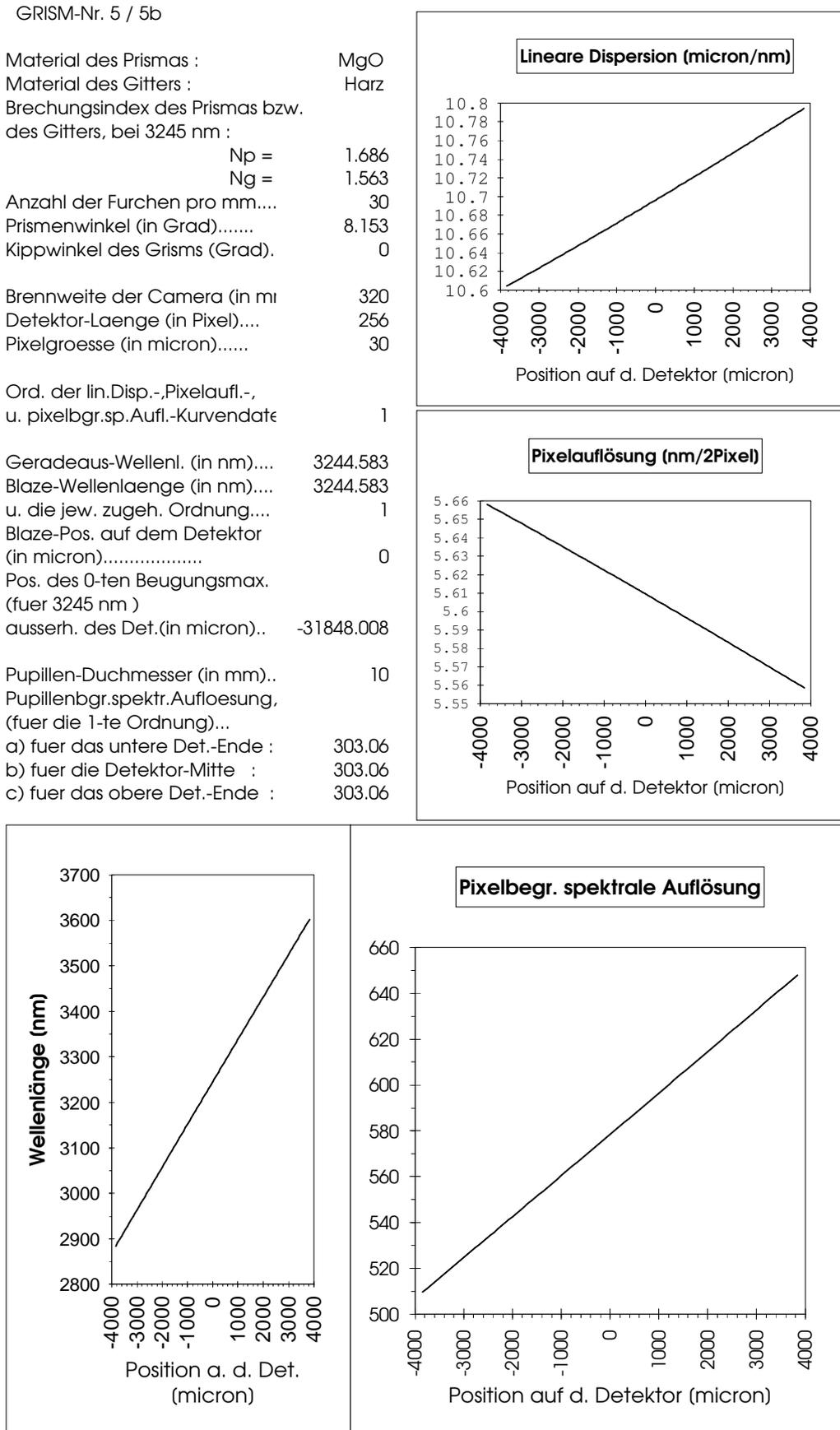


Abbildung 2.53: Grism Nr.5/5b, m = 1

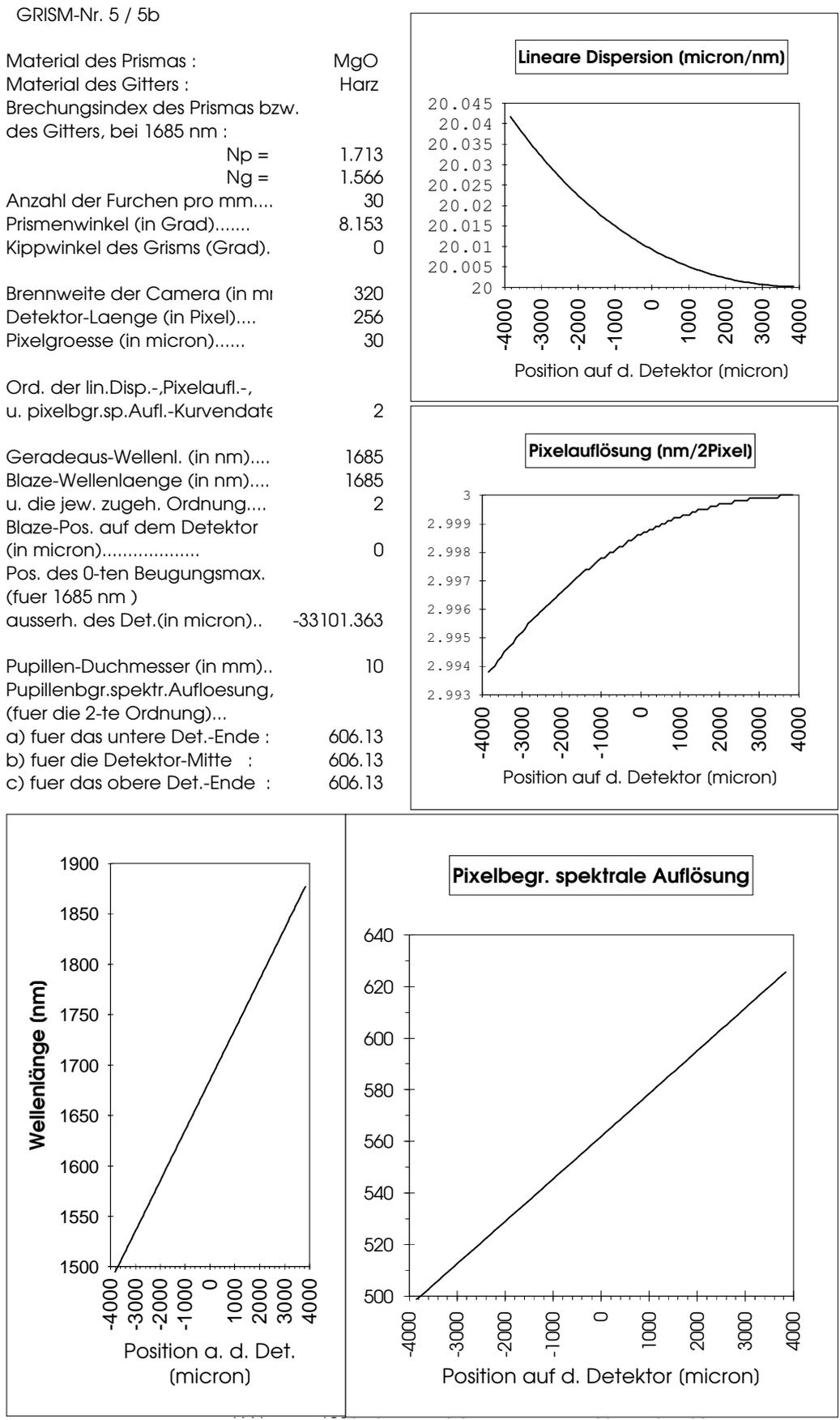


Abbildung 2.54: Grism Nr.5/5b, m =2

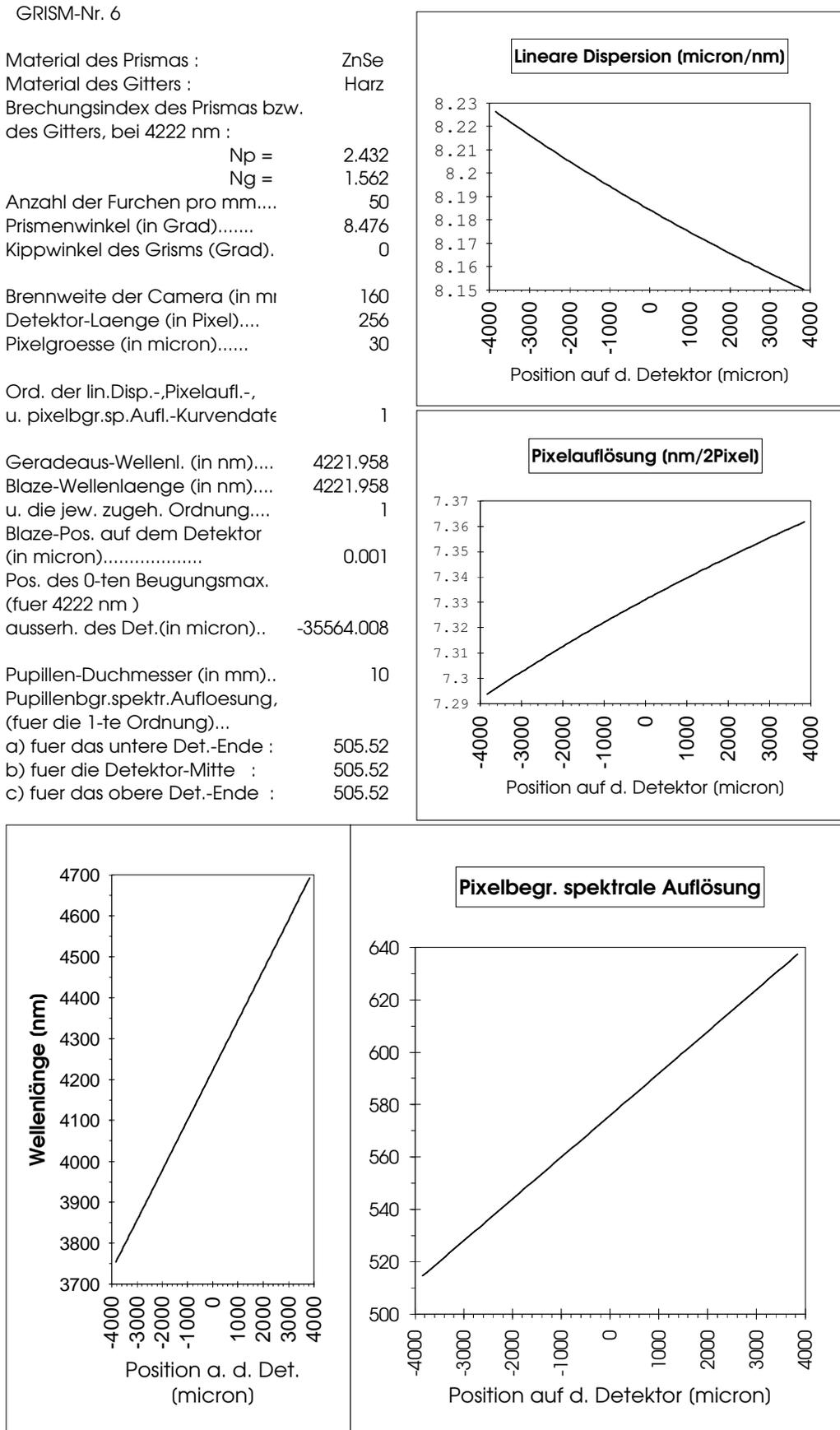


Abbildung 2.55: Grism Nr.6,  $m = 1$

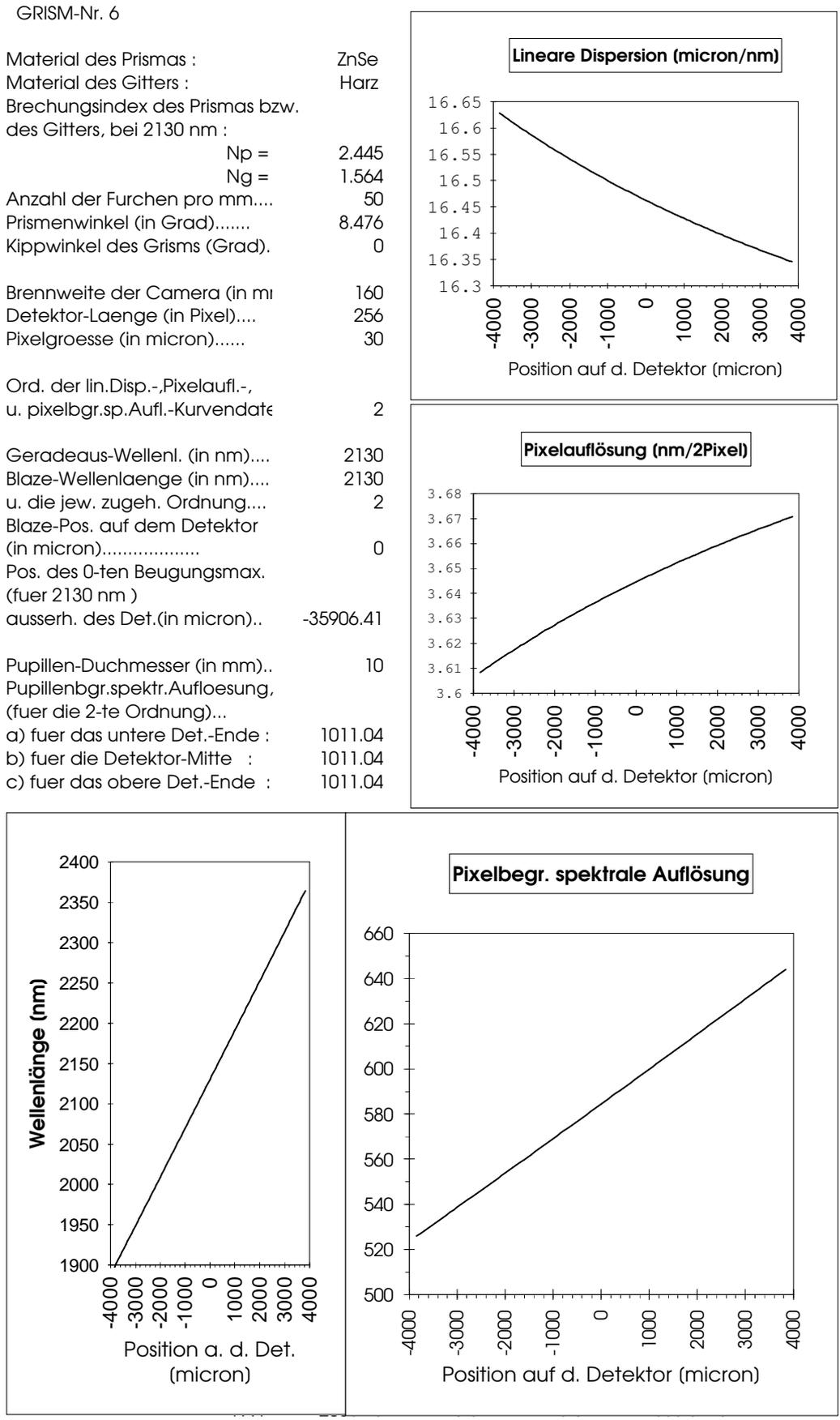


Abbildung 2.56: Grism Nr.6,  $m = 2$

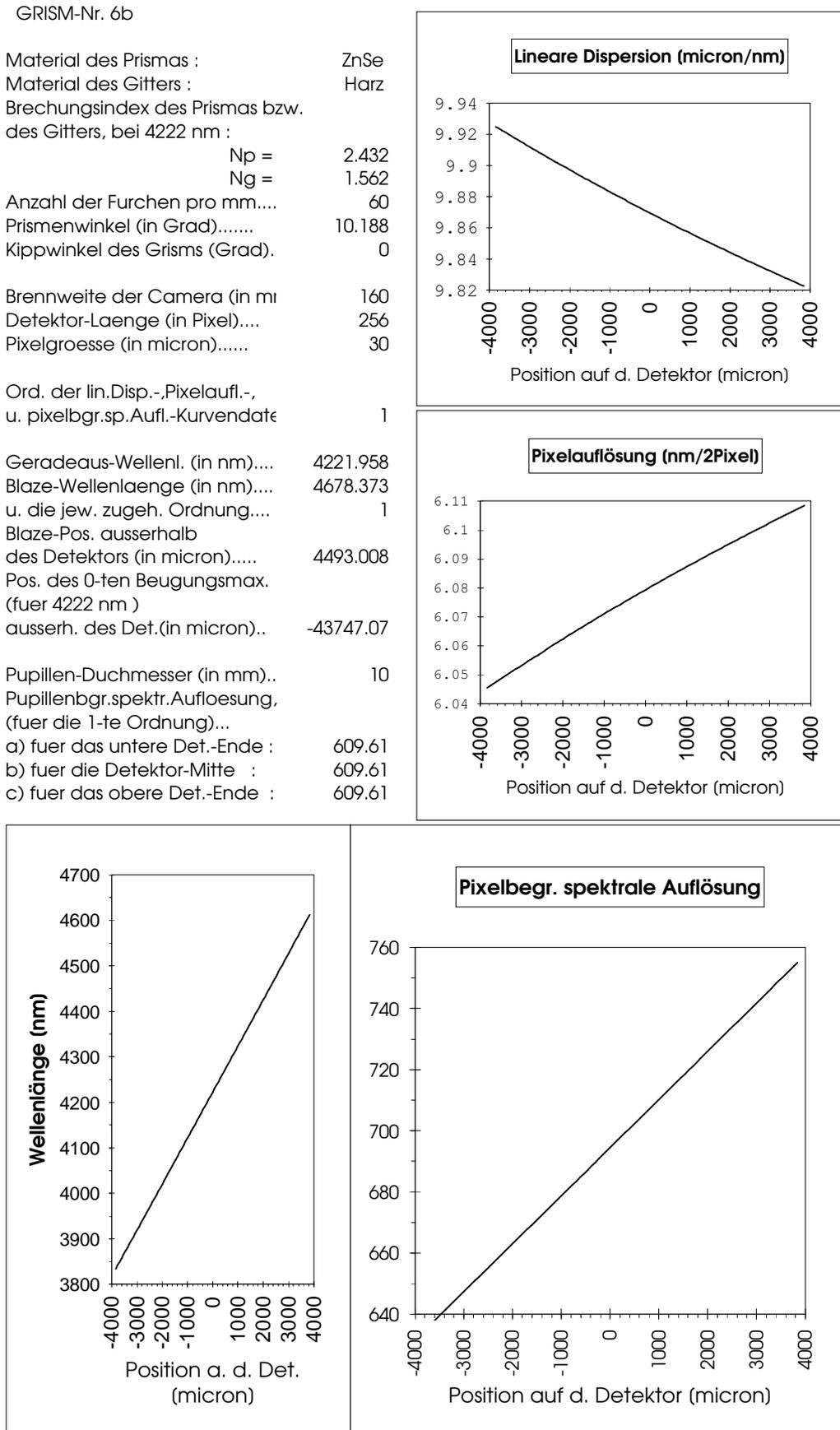


Abbildung 2.57: Grism Nr.6b,  $m = 1$

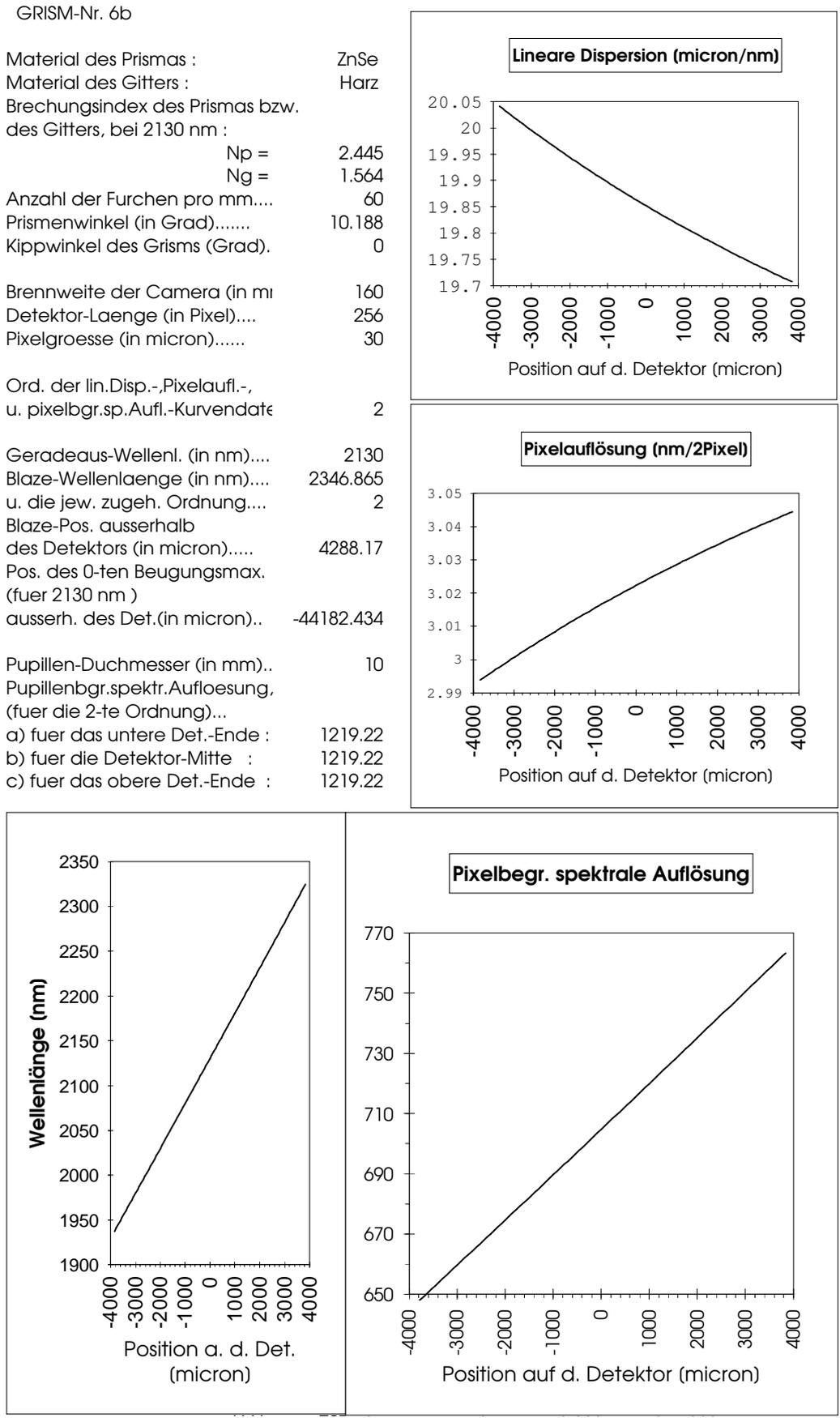


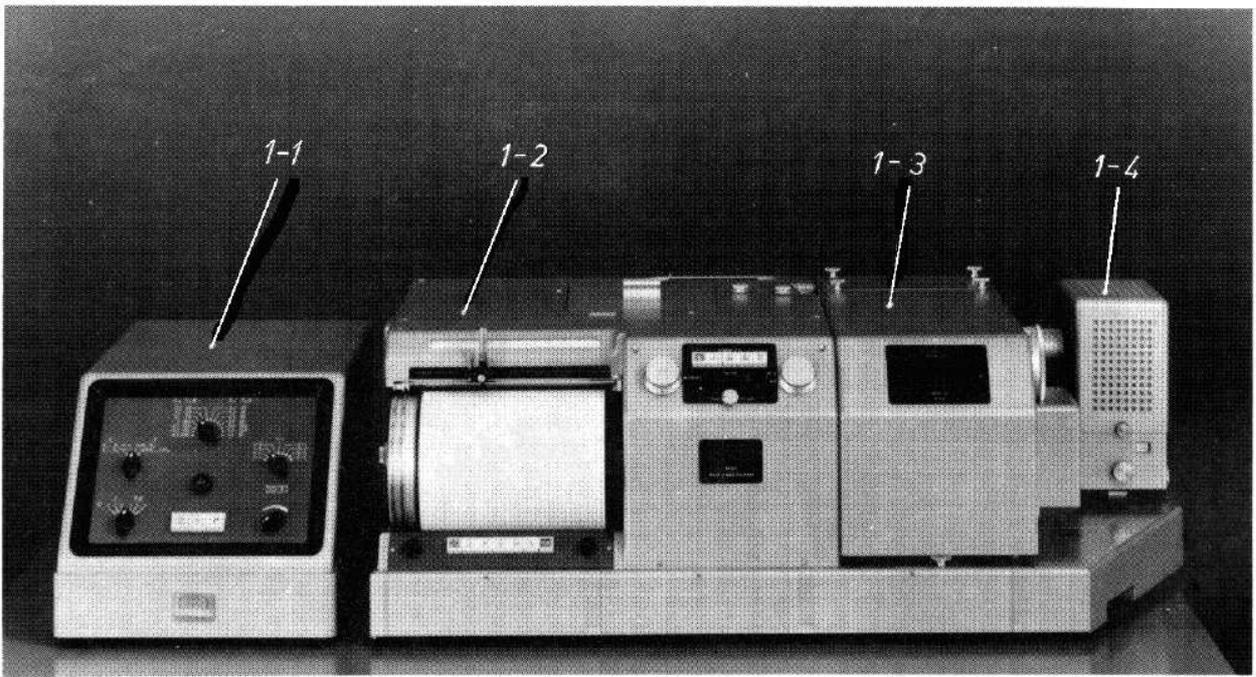
Abbildung 2.58: Grism Nr.6b,  $m = 2$

## 2.6 Messungen mit dem direkt linierten KRS5-Grism Nr.1

### 2.6.1 Messung der Effizienz des realisierten Grism Nr.1

Die Messung von Gitter- bzw. Grism-Transmissions-Effizienzen erfolgt in der Regel mit einem doppelten Momochromator-System oder besser, wie in meinem Falle, mit einem *einzigem* Momochromator, in Kombination mit einem registrierenden *Zweistrahl*-Photometer: Das Spektralphotometer DMR22 von Zeiss (oder kurz "Spektrometer").

#### 2.6.1.1 Die Funktionsbeschreibung des Spektralphotometers



**Abbildung 2.59:** Das registrierende Spektralphotometer DMR22. (1-1) Verstärker, (1-2) Meß- und Registrierteil, (1-3) Monochromator, (1-4) Leuchte; Abb. aus [21].

In Abbildung 2.59 ist das registrierende Spektralphotometer, bestehend aus einem Meß- und Registrierteil (1-2), dem Monochromator (1-3) (d.h. hier einem Prisma), der Leuchte (1-4) (d.h. eine Deuteriumlampe für den UV-Bereich bzw. in meinem Falle einer Glühbirne als thermische IR-Strahlungsquelle für den Wellenlängen-Bereich von 1–3.6 $\mu\text{m}$ ), und dem Netzanschlußgerät für die Leuchte und den Verstärker (1-1), der auch die Stromversorgungseinheiten für den Meß- und Registrierteil und für den Momochromator enthält, dargestellt.

Die von der Leuchte in den Monochromator eintretende Strahlung wird durch die Dispersion des Prismas spektral zerlegt. Ein schmaler Wellenlängenbereich dieser IR-Strahlung verläßt dann als "Nutzlicht" den Monochromator durch den Austrittsspalt.

Die spektrale Bandbreite dieser Meßstrahlung wird also durch die Spaltbreite bestimmt. Letztere beträgt durchschnittlich etwa  $b_1 \approx 1\text{mm}$ .

Der Zusammenhang zwischen Spalt- und Bandbreite konnte einem Dispersionsdiagramm im Handbuch des DMR22 entnommen werden. Die Bandbreite hängt demnach von der mittleren Wellenlänge ab, die durch den Spalt tritt: Bei der Wellenlänge  $\lambda = 1100\text{nm}$  ist sie  $\Delta\lambda = 50\text{nm}$ , und steigt etwa bis  $\lambda = 1500\text{nm}$  auf  $\Delta\lambda = 65\text{nm}$  an, fällt von dort an bei  $\lambda = 2500\text{nm}$  wieder auf  $\Delta\lambda = 50\text{nm}$  herab, und erreicht schließlich bei  $\lambda = 3500\text{nm}$  nur noch einen Betrag von  $\Delta\lambda = 38\text{nm}$ . Diese Werte beziehen sich hierbei auf die Spaltbreite von 1mm.

Im Zweistrahlbetrieb ändert das Gerät die Spaltbreite jedoch etwas automatisch, was von der eingestellten Verstärkungsstufe abhängt: Mit einer höheren Verstärkungsstufe verkleinert sich die Spaltbreite des Monochromators und damit die spektrale Bandbreite der Meßstrahlung. Eine zu große Verstärkungsstufe hätte jedoch ein größeres Rauschen und daher eine größere Unruhe des Meßschreibers zur Folge. Die vom Gerät automatisch geregelte Spaltbreite hängt also von der Einstellung der Verstärkungsstufe, und damit von der Empfindlichkeit des PbS-Photowiderstands (für den Bereich ab  $\lambda \approx 800\text{nm}$ ) ab.

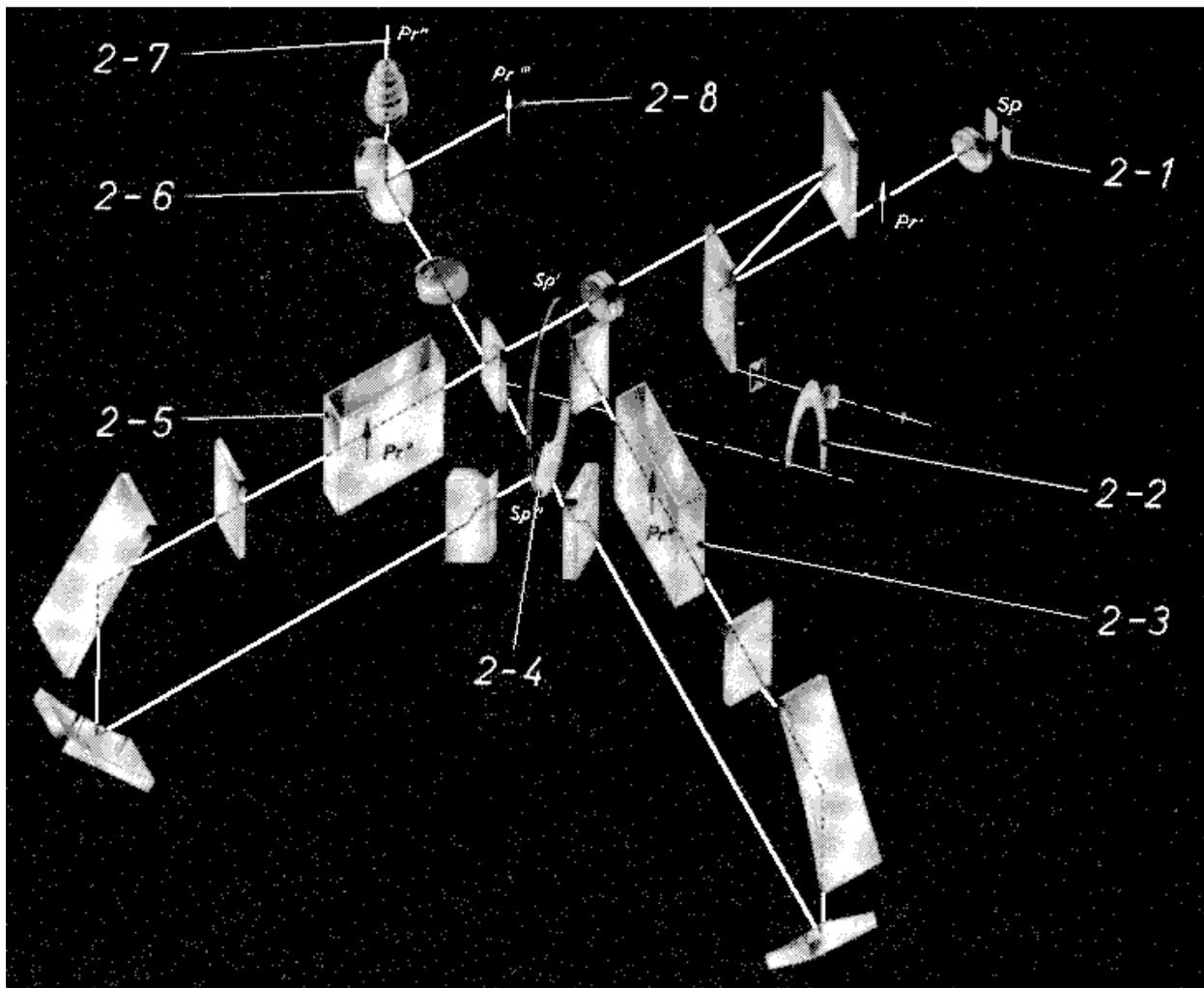
Das Meßprinzip: Die absolute Effizienz eines Grism (genauso wie die Transmission d.h. die Durchlässigkeit einer optischen Materialprobe) zu einer bestimmten Wellenlänge wird nun durch das Zweistrahl-Photometer, durch die Messung der Intensität des aus der Probe kommenden Meßstrahls im *Verhältnis* zur gemessenen Intensität der aus dem Monochromator direkt austretenden Strahlung (ohne Probe), ermittelt.

#### *Die Funktionsbeschreibung im einzelnen*

Der aus dem Austrittsspalt (2-1) des Monochromators (s.Abb. 2.60) austretende monochromatische Lichtanteil der Strahlungsquelle gelangt als Meßstrahlung über zwei Hohlspiegel auf ein rotierendes Teilerrad (2-4). Das Teilerrad besitzt einen verspiegelten und einen durchlässigen Sektor, die durch zwei schmale nichtreflektierende und undurchlässige Sektoren voneinander getrennt sind.

Befindet sich gerade ein verspiegelter Sektor im Lichtweg (**Stellung A**), so wird das Licht reflektiert, durchsetzt die Probe des optischen Materials (2-3) (in Abb. 2.60 eine Meßküvette), d.h. in meinem Fall ein Grism (und später ein Wollaston-Prisma), und wird durch einen asphärischen Spiegel nach unten umgelenkt. Dort trifft es auf einen weiteren asphärischen Spiegel, der das Licht nunmehr in einer unterhalb des Teilerrads liegenden Ebene zum Teilerrad zurückleitet. Durch den durchlässigen Sektor des Teilerrads gelangt das Licht dann zum Empfänger (2-7), d.h. in meinem Fall auf den Photowiderstand (2-8).

Nach Ablauf einer halben Periode (1/100s) hat sich das Teilerrad soweit gedreht (**Stellung B**), daß nun die aus dem Monochromator kommende Strahlung auf den durchlässigen Sektor trifft. Das Licht passiert jetzt ungehindert und ungeschwächt den Vergleichsplatz (2-5) im "Küvetten-" d.h. Meßraum des Spektrometers (s.Abb. 2.60), wo normalerweise eine Vergleichsküvette bzw. -Probe einer zweiten Substanz in den Strahlengang hineingestellt werden kann; zur Messung der Effizienz des Grism Nr.1 am Meßplatz bleibt nämlich diese Stelle (2-5) unbesetzt.



**Abbildung 2.60:** Der Strahlengang des Spektralphotometers DMR22; Abb. aus [21].

2-1 Austrittsspalt des Monochromators

2-2 Lichtelektrischer Taktgeber

2-3 Meßküvette

2-4 Teilerrad

2-5 Vergleichsküvette

2-6 Umlenkspiegel, der durch einen Hebel bewegt werden kann und den Lichtstrahl entweder auf den Photovervielfacher (2-8) oder auf den Photowiderstand (2-7) lenkt.

2-7 Lichtstrahl zum Photowiderstand

2-8 Lichtstrahl zum Photovervielfacher

Der Strahl wird sodann durch zwei andere asphärische Spiegel in der tieferliegenden Ebene zum Teilerrad zurückgeleitet, wo er jetzt auf den verspiegelten Sektor trifft. Durch die Reflektion an diesem Sektor gelangt auch dieser Strahl zum Empfänger (2-8).

Aus der vom Monochromator kommenden Strahlung wird also durch das Teilerrad ein *Meß-* und ein *Vergleichsstrahl* erzeugt. Diese beiden Strahlen werden durch dasselbe Teilerrad in raschem Wechsel auf denselben lichtelektrischen Empfänger gelenkt. Auf diese Weise erhält der Empfänger abwechselnd ein *Meß-* und ein *Vergleichssignal*.

Diese beiden optischen Signale, die infolge der zwei undurchlässigen Sektoren des Teilerrades durch Dunkelpausen zeitlich voneinander getrennt sind, werden vom Empfänger in elektrische Signale umgewandelt, im Verstärker verstärkt und elektrisch voneinander getrennt. Die beiden elektrischen Signale werden dann auf ein Kompensationspotentiometer geleitet, das über einen Motor von einem Nachlaufverstärker geregelt wird. Der Regelvorgang ist abgeschlossen, wenn das Widerstandsverhältnis der beiden Potentiometerzweige gleich dem Spannungsverhältnis der beiden Signale ist.

Der Motor der Spaltautomatik regelt die Spaltbreite  $b_1$  des Monochromators stets so, daß das Vergleichssignal konstant bleibt.

Der Schreibstift, über der mit Millimeterpapier bespannten Registriertrommel, ist mit dem Kompensationspotentiometer mechanisch gekoppelt, so daß seine Stellung dem Transmissionsgrad  $T$  der Probe, d.h. hier der Effizienz  $T_{Eff}(\lambda)$  des Grism, entspricht, wenn der Vergleichsplatz (2-5) leer bleibt. Die Registriertrommel kann über ein Getriebe mit dem Monochromator gekoppelt werden, so daß die Registrierung wellenlängenabhängig, mit linearem Wellenlängenmaßstab bei einstellbarer Registrierdispersion, erfolgen kann.

### 2.6.1.2 Der Meßvorgang

Vor Beginn jeder Messung wurde der Nullpunkt des Schreibers kontrolliert und falls nötig korrigiert. Dazu wurde der Meßstrahlengang durch einen Sperrschalter verdunkelt, und der Schreibstift auf das Millimeterpapier gesenkt. Mithilfe des Nullpunkteinstellers konnte so der Schreiber (für eine bestimmte Wellenlänge, z.B.  $3\mu\text{m}$ ) auf die Nulllinie des Registrierpapiers eingestellt werden. Die Nulllinie wurde so vor jeder Messung für den Wellenlängen-Bereich  $1.1-3.6\mu\text{m}$  aufgezeichnet; im gesamten Bereich lag jedes Mal die 0%-Linie praktisch konstant auf der Nullmarke des Registrierpapiers.

Ebenso wurde im nächsten Schritt zuerst, mithilfe des Hundertpunkteinstellers bei *leerem* Küvetten-d.h. Meßraum (1-2) (s.Abb. 2.59) und geöffnetem Sperrschalter, der Schreibstift (in ca. der  $3\mu\text{m}$ -Position) genau auf die Hundertlinie des Registrierpapiers eingestellt, und anschließend die gesamte 100%-Linie (zur Kontrolle, und als spätere genauere Bezugslinie zur Bestimmung der Transmission (Effizienz) des Grism aus der Meßkurve) für den interessanten Wellenlängen-Bereich von  $1.1-3.6\mu\text{m}$  aufgezeichnet; auch diese Linie verlief bis auf zwei Ausnahme-Bereiche, bei  $2.3\mu\text{m}$  (wo die 100%-Linie um etwa 1-2% abnimmt), und im Bereich  $3.35-3.60\mu\text{m}$  (wo sie um die 100%-Marke herum zittert), praktisch konstant. Dieses Zittern wurde durch die automatische Vergrößerung der Spaltbreite des Monochromators verursacht, damit das Vergleichssignal in etwa konstant blieb.

Das KRS5-Grism Nr.1 wurde also zur Effizienz-Messung auf den Meßplatz (2-3) gestellt (s.Abb. 2.60, anstelle der Meßküvette), wobei der Vergleichsplatz (2-5) (zur Messung des Vergleichsstrahls) leer blieb. Es wurde dabei aber *nicht aufrecht* in den Meßstrahl gestellt, sondern auf die Mitte der Markierung des Meßplättchens am Ort (2-3) "seitlich" hingelegt, so daß die Furchenlinien des Gitters parallel

zur Spaltrichtung lagen; die Dispersionsrichtung des Grism stand dann genau senkrecht zur Abbildung der Spaltlänge am Ort (2-3) der größten Schärfe des Prismenbildes (des Monochromators) im Meßraum ("Küvettenraum").

Durch das abbildende System, bestehend aus Linsen und den zuvor erwähnten asphärischen Spiegeln (s. Abb. 2.60), wird nämlich der, durch die aus dem Monochromator (Leuchte und Prisma) kommende Meßstrahlung, ausgeleuchtete Spalt, am Ort (2-3) (kurz vor Eintritt in das Grism) im Verhältnis 1:1 scharf abgebildet; hält man einen kleinen Schirm aus Millimeterpapier an die Stelle (2-3), hat der darauf deutlich abgebildete Monochromator-Spalt (im sichtbaren Wellenlängenbereich) die gleiche Breite (wie an der Trommel des Monochromators eingestellt) von  $b'_1 = b_1 \approx 1\text{mm}$ .

Ohne ein dispergierendes optisches Element, wie das eines Grism, am Meßplatz, gelangt der von diesem Punkt (2-3) aus *divergierende* Meßstrahl durch ein Eintrittsfenster auf den in gleicher Höhe liegenden asphärischen Spiegel, von wo ab er, nach unten abgelenkt, auf den weiteren unterhalb der Achse des Teilerrades liegenden Hohlspiegel trifft, und dadurch gleichzeitig wieder *konvergiert*. Schließlich erreicht der Meßstrahl dann, nachdem er den durchlässigen Sektor des Teilerrades *und* ein weiteres Linsensystem durchquert hat, den Empfänger (2-8), wo das Bild des beleuchteten Austrittsspalts des Monochromators wiederum mit der Breite  $b_1$  scharf abgebildet wird.

Man kann sich daher *vereinfacht* vorstellen, daß der Meßstrahl (*ohne* ein Grism) von der Meßstelle (2-3) ab, bis zum ersten Hohlspiegel hinter dem oberen Eintrittsfenster (s. Abb. 2.60), parallel zur horizontalen Ebene und entlang der oberen optischen Achse, einen Durchmesser von der Breite  $b_1$  des Monochromator-Spalts besitzt, d.h. nicht dispergiert, sondern ein paralleles Strahlenbündel darstellt, welches durch einen "virtuellen" Meßspalt der Breite  $b_2 \approx 2\text{mm}$ , der scheinbar in der gleichen Entfernung wie der des ersten Spiegels liegt, fällt, und vom dahinterliegenden Empfänger registriert wird. Die Breite  $b_2 \approx 2\text{mm}$  dieses "virtuellen" Meßspalts ist nur eine grobe Schätzung und entspricht der maximal, an der Trommel des Monochromators, manuell einstellbaren Spaltbreite (2mm); denn es sollte dann noch theoretisch möglich sein, die Intensität eines Strahls mit einem Durchmesser von  $b_2 = 2\text{mm}$  (=Breite des Meßspalts) mit dem lichtelektrischen Empfänger zu messen.

Die von der Markierung des Meßplättchens auf dem Meßplatz (2-3) aus, mit einem cm-Maßstab gemessene Länge bis zum Eintrittsfenster beträgt  $l = (44 \pm 1)$  mm. Die Strecke vom Fenster bis zum ersten oberen asphärischen Spiegel konnte nicht gemessen, da diese unter dem Gehäuse des Spektrometers verborgen liegt.

Diesen Überlegungen zufolge kann man schließen, daß eine Probe am Ort (2-3) den virtuellen Meßspalt, in einem Öffnungswinkel von *weniger* als  $\Delta\epsilon' = 2 \cdot \epsilon'_{max} = \arctan(1/44) = 2.6^\circ$ , sehen würde. Dies ist aber nur eine *grobe* Abschätzung für die obere Grenze des maximalen Beugungswinkels  $\epsilon'_{max} < 1.3^\circ$  des, nun durch ein an der Stelle (2-3) befindlichen Dispersers (Grism), gebeugten Strahls einer Wellenlänge  $\lambda$ , dessen Intensität gerade noch vom Empfänger gemessen werden kann. Der genaue Wert  $\epsilon'_{max}$  konnte erst in einem späteren Schritt, durch die Anpassung der theoretisch berechneten Effizienzkurve  $T_{E_{ff}}(\lambda)$  an die gemessene Kurve  $T_{gem}(\lambda)$ , ermittelt werden; dabei wurde die theoretische Kurve für verschiedene maximale Beugungswinkel  $\epsilon'_{max}$  berechnet, und mit der gemessenen verglichen.

Es ergab sich dann ein Winkel von  $\epsilon'_{max} = 1.18^\circ$ , wenn man annimmt, daß der gebeugte Strahl einer Wellenlänge  $\lambda$  und Ordnung  $m$  mit dem Durchmesser  $b_1 (\approx 1\text{mm})$  (nach der Grism-Grundgl. (2.59)) gerade noch durch den virtuellen Meßspalt der Breite  $b_2 (\approx 2\text{mm})$  fällt, wenn die Mitte des Strahls die äußere Begrenzung bei  $\epsilon'_{max} = 1.18^\circ$ , bzw.  $\epsilon' = -1.18^\circ$ , trifft. Zur Berechnung der theoretischen Effizienzkurve des Grism Nr.1 mußte zuerst das zu Beginn beschriebene Grism-Programm, mit den

exakten Grism-Gleichungen aus Abschnitt 2.2, für diesen speziellen Zweck, d.h. für die Effizienz-Messung mithilfe des Spektralphotometers, umgeschrieben werden.

Diese Theorie wird noch in einem nachfolgenden Abschnitt genauer beschrieben; nur soviel vorweg: Sie darf sich eigentlich kaum von der Theorie zum schon behandelten Fall eines Spektrographen (wie CONICA), mit einem Grism als Disperser, einem abbildenden System aus Linsen oder Spiegeln (der Kamera), und einem *flächenhaften* Detektor, unterscheiden, der ebenso die Summe der Intensitäten aller gebeugten Ordnungen  $m$  einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda$  mißt, welche noch auf die Detektorfläche fallen; d.h. diejenigen Ordnungen  $m$  einer Wellenlänge  $\lambda$ , deren Beugungswinkel  $\epsilon'(m, \lambda)$  im Bereich  $-\epsilon'_{max} \leq \epsilon' \leq \epsilon'_{max}$  liegen. Dabei ist hier  $\epsilon'_{max} = (L_{Det}/2)/(f_{Kamera})$ .

Bei der IR-Kamera CONICA, im Spektrographen-Modus und bei einem 256x256-Pixel-Detektor und der Kamera-Brennweite  $f = 160\text{mm}$  (für diese Parameter wurde ja das Grism Nr.1 optimiert), ist dieser maximale Beugungswinkel sogar größer als wie im Falle der Effizienz-Messung mit dem Zeiss-Spektrometer. Er beträgt  $\epsilon'_{max} = 1.38^\circ$ .

Die bisherige Theorie zur Grism-Effizienz mußte deshalb trotzdem neu überdacht und gerechtfertigt werden.

Nachdem also die 0%- und 100%-Linie aufgezeichnet war, wurde die Grism-Effizienz mit dem Zweistrahl-Spektralphotometer gemessen: Die ausgewerteten Schreiberaufzeichnungen sind für verschiedene Fälle, in denen das KRS5-Grism Nr.1 unterschiedlich in den Meßstrahlengang seitlich hingelegt wurde (immer mit den Furchenlinien parallel zur Länge des abgebildeten Meßspalts am Ort (2-3)) in den Abbildungen 2.62 - 2.64, zu sehen.

Im *ersten* Fall (s.Abb. 2.62) trifft der Meßstrahl senkrecht auf die vordere Prismenfläche des Grism Nr.1, was einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  entspricht (für diesen wichtigen Fall wurde das Grism ja optimiert); im *zweiten* Fall wurde es seitlich liegend mit  $+15^\circ$  um die vertikale Achse gedreht, was also einem Kippwinkel von  $\alpha = +15^\circ$  entspricht (s.Abb. 2.63), und im *letzten Fall* wurde das Grism verkehrt herum in den Strahlengang gelegt ( $\alpha = 180^\circ - \varphi$ ), so daß der Meßstrahl senkrecht zur Gitterebene direkt auf die Gitteroberfläche fällt, und dann in umgekehrter Richtung das Grism wieder durch das Prisma (des Grism) verläßt.

### 2.6.1.3 Die Meßfehler

Während die Registrierung der jeweiligen Transmissionskurve für die verschiedenen Wellenlängen im Bereich von  $1.1\mu\text{m}$  bis  $3.6\mu\text{m}$ , bei laufender, mit dem Monochromator durch ein Getriebe gekoppelten Registriertrommel, und dem Meßschreiber auf Millimeter-Papier erfolgte, wurden für über 10 verschiedene Schreiber-Positionen die zugehörigen, von der Mattscheibe des Monochromators, abgelesenen  $\lambda$ -Werte auf dem Papier markiert.

Anschließend wurde dann für jede Messung eine Eichkurve  $\lambda(x)$  erstellt, indem die optimale Regressionsgerade (mit der Methode der kleinsten Quadrate) durch die gegen die x-Position des Schreibers (in [cm]) aufgetragenen Wellenlängen-Werte gelegt wurde. Zu beliebig verschiedenen x-Werten der auf dem Papier zurückgelegten Strecke des Schreibers, konnte so später, mithilfe der berechneten Regressionsgeraden, jeweils die zugehörige Wellenlänge  $\lambda(x)$  bestimmt werden. Der Standardfehler der aus dieser Regression berechneten  $\lambda$ -Werte liegt dann nur bei etwa  $\Delta\lambda = \pm 3.7\text{nm}$  bei der Messung der Grism-Effizienz zum Kippwinkel  $\alpha = 0^\circ$ , bzw.  $\Delta\lambda = \pm 11.5\text{nm}$  bei der Messung zum Kippwinkel  $\alpha = 15^\circ$ .

Auf diese Weise konnte die Ungenauigkeit  $\Delta\lambda$  in der Wellenlängen-Angabe der Messung abgeschätzt werden, die durch einen möglichen systematischen Fehler, zum einen durch die nicht immer mit konstanter Rotationsgeschwindigkeit laufender Registriertrommel, und zum andern durch die zeitliche Verzögerung zwischen dem Ablesen des momentanen  $\lambda$ -Wertes von der Mattscheibe (des Monochromators) und dem Markieren auf dem Papier, verursacht wurde.

Eine weitere Ursache für die Meßungenauigkeit  $\Delta\lambda$  in der Wellenlänge ist die schon erwähnte Tatsache, daß eigentlich *kein* monochromater Meßstrahl aus dem Spalt des Monochromators tritt, sondern dieser eine spektrale Bandbreite  $\Delta\lambda$  besitzt, der von der momentanen (automatisch) eingestellten Spaltbreite abhängt. Nimmt man an, daß die Spaltbreite immer etwa  $b_1 \approx 1\text{mm}$  betragen hat, liegt die Ungenauigkeit in der Wellenlänge bei  $\lambda = 1100\text{nm}$  bei etwa  $\Delta\lambda \approx \pm 25\text{nm}$ , nimmt bis etwa  $\lambda = 1500\text{nm}$  auf  $\Delta\lambda \approx \pm 33\text{nm}$  zu, und fällt dann kontinuierlich wieder bis  $\lambda = 3600\text{nm}$  auf  $\Delta\lambda \approx \pm 19\text{nm}$  wieder herab.

Durch diese "Fehlerquellen" läßt sich vielleicht die leichte Verschiebung der gemessenen Effizienzkurven gegenüber der theoretischen, vor allem in Richtung der kürzeren Wellenlängen hin, erklären.

Die zu verschiedenen  $x$ -Werten, d.h. zu den daraus berechneten Wellenlängen  $\lambda$ , zugehörigen  $y$ -Werte der gemessenen Transmissionskurve des Grism, wurden sodann mit dem cm-Maßstab von der 0%-Linie aus abgemessen und durch den ebenfalls von dieser Linie aus gemessenen  $y$ -Wert der 100%-Linie dividiert. Dieser Wert entspricht dann dem nochmals korrigierten tatsächlichen Transmissionsgrad  $T_{\text{korr}}(\lambda) = (T_{\text{gem}}(\lambda)/T_{100\%}(\lambda))$  zur Wellenlänge  $\lambda$ .

Über den systematischen Fehler dieses gemessenen und korrigierten Transmissions-Effizienz-Wertes  $T_{\text{korr}}(\lambda)$ , verursacht durch die eventuelle Trägheit des Meßschreibers, läßt sich nichts sagen. Jedoch läßt sich der zufällige Fehler von  $T_{\text{korr}}(\lambda)$  mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz abschätzen, wenn eine Ablesungenauigkeit von jeweils 1mm bei der Bestimmung des  $y$ -Wertes der 100%-Linie, bzw. der Meßkurve ( $T_{\text{gem}}(\lambda)$ , durch den cm-Maßstab angenommen wird.

Dann liegt der absolute Fehler im gesamten Meßbereich *unter*  $\Delta T = \pm 0.006$ , für die gemessenen Transmissionswerte von 0 bis maximal 60%. Dies entspricht in den Abbildungen 2.62 - 2.64 gerade dem Durchmesser der schwarz ausgefüllten Punkte in vertikaler Richtung, welche die korrigierten, einzeln abgelesenen Transmissions-Werte  $T_{\text{korr}}(\lambda)$  zu den verschiedenen korrigierten, mithilfe der Regressionsgeraden berechneten Wellenlängen  $\lambda$ , darstellen.

#### 2.6.1.4 Die gemessenen Effizienzkurven

Die dicke durchgezogene Kurve durch diese (schwarzen) Meßpunkte, d.h. Stützpunkte (in den Abbildungen 2.62 - 2.64), ist schließlich die gesamte gemessene und korrigierte Effizienzkurve des KRS5-Grism Nr.1. Die gestrichelte Linie stellt die theoretisch berechnete, an die Meßkurve angeglichene Effizienzkurve dar. Diese gilt jeweils in allen Fällen ( $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 15^\circ$ ) für die optimierten Parameter des KRS5-Grism Nr.1 ( $N = 32.55$  und  $\Theta = \varphi = 8.79^\circ$ ), jedoch *nicht* für die optimal rechtwinklige Furchenform  $\vartheta = \Theta$ , sondern für einen ungünstig großen effektiven zweiten Furchenwinkel (Nebenfacetten-Winkel) von  $\vartheta = 78^\circ$ .

Dieser viel zu große Winkel  $\vartheta$  ist die einzige Erklärungsmöglichkeit (mit meinem Grism-Modell) für die unerwartet geringe gemessene Höhe der Transmissions-Peaks von  $T_{E,ff} < 60\%$  der verschiedenen Blaze-Ordnungen ( $m_B = 2-5$ ) zu den unterschiedlichen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m_B)$ .

Die theoretischen Kurven (gestrichelte Linien), in den Abbildungen 2.62 und 2.63, gelten für einen maximalen Beugungswinkel von  $\epsilon'_{\text{max}} = 1.18^\circ$ , d.h. unter der Annahme, daß der Photowiderstand

des Spektralphotometers, die Summe der gebeugten Intensitäten *aller* Ordnungen  $m$  der jeweiligen, auf das Grism treffenden Wellenlänge  $\lambda'$ , mißt, die einen Beugungswinkel  $\varepsilon'(m, \lambda')$  zwischen  $\varepsilon' = -1.18^\circ$  und  $\varepsilon' = +1.18^\circ$  haben, und dieses gemessene elektrische Signal ( $\sum_m I(m, \lambda')$ ) mit dem des Vergleichsstrahls  $I_{100\%}(\lambda')$  (bei *leerem* Vergleichsplatz (2-5)) zur gleichen Wellenlänge  $\lambda'$ , mithilfe des Kompensationspotentiometers des registrierenden Zweistrahl-Photometers, ins Verhältnis gesetzt wird:

$$T_{gem}(\lambda') = \frac{\sum_m I(m, \lambda')}{I_{100\%}(\lambda')}.$$

### 2.6.1.5 Die Theorie zur Effizienz-Messung

Weil das direkt linierte KRS5-Grism Nr.1 an beiden Grenzflächen, d.h. sowohl an der äußeren Prismenoberfläche, als auch direkt an der Gitteroberfläche, beschichtet worden ist, wird zunächst von einer idealen und effizienten Reflex-Minderung für den Bereich der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 3250\text{nm}$  ausgegangen, so daß näherungsweise für die theoretischen Berechnungen der gesamte mittlere Fresnel-Transmissionsfaktor  $\bar{T}_F$ , in Gl. (2.79), gleich 1 gesetzt wird, und somit die gesamte optische Effizienz  $T_{Eff}$  der Blaze-Funktion  $BF_{ges}(m, \lambda)$ , auf Seite 25, entspricht, welche den Intensitätsverlauf (d.h. die Transmission) in Abhängigkeit der gebeugten Wellenlängen  $\lambda$  einer bestimmten Ordnung  $m$  beschreibt.

Die einfachere *normierte* Blaze-Funktion (2.1)

$$BF(m, \lambda) = \frac{\sin^2 \gamma(m, \lambda)}{\gamma^2(m, \lambda)},$$

für ein Beugungsgitter auf Seite 14, wie sie in manchen einführenden Büchern der Optik zu finden ist, ist eigentlich nur dann korrekt, wenn man annimmt, daß die effektive Furchenbreite  $b'(\lambda, \vartheta, \Theta)$ , d.h. der durch die Wellenlänge  $\lambda'$  ausgeleuchtete Anteil  $b'$  der Breite der Hauptfacetten (s. Abb. 2.6 und 2.7), für alle gebeugten Wellenlängen  $\lambda$  konstant *und* identisch mit der Gitterperiode  $d$  ist:  $b' = d$ .

Dies ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß die effektive Gitterkonstante  $\sigma$  (vgl. Seite 26, zu  $T_{geom}$ ) für alle Wellenlängen gleich der tatsächlichen Furchenperiode ist:  $\sigma \equiv d$ ; d.h. der später zusätzlich eingeführte geometrische Transmissionsfaktor der Gitterfurchen ist hier dann  $T_{geom} = 1$ .

$\sigma$  ist dabei der effektive Anteil der in der Gitterebene gemessenen Gitterperiode (vgl. Seite 26), die von der (betrachteten und anschließend gebeugten) Wellenlänge  $\lambda$  überstrichen wird, welche letztendlich auch die Hauptfacetten mit der Breite  $b'$  ausleuchtet, und nicht durch benachbarte Nebenfacetten-Flächen abgedunkelt wird.

Anders ausgedrückt, ist  $\sigma$  der in der Gitterebene gemessene *Anteil des Strahldurchmessers* der ankommenden Wellenlänge  $\lambda$ , der jede einzelne Hauptfacette der Gitterfurchen mit der Breite  $b'$  ausleuchtet, und nicht durch die benachbarten Flächen der Nebenfacetten abgedunkelt wird, wenn er das Grism in einer bestimmten Beugungsrichtung  $\varepsilon'(m, \lambda)$  wieder verläßt.

Deshalb stellt der Faktor  $T_{geom} = \sigma/d$  (in der *korrigierten* gesamten Blaze-Funktion  $BF_{ges}$  in Gl. (2.32)) gerade *den* Bruchteil der Intensität einer auf das Grism treffenden Wellenlänge  $\lambda$  dar, welcher *maximal* in eine bestimmte Ordnung  $m'$  (d.h. in eine best. Beugungsrichtung  $\varepsilon'(m', \lambda)$ ) gebeugt werden kann.

Für ein "ge-blazed-es" Gitter, bzw. Grism, mit einem zur gewünschten Blaze-Wellenlänge optimalen Blaze-Winkel  $\Theta_{opt}$ , kann die Bedingung  $b' \equiv d$  natürlich nie erfüllt sein, selbst wenn die Furchenform,

wie im *Idealfall* der direkt linierten Grisms, rechtwinklig ist, d.h.  $\vartheta_{opt} = \Theta_{opt}$  gilt, und dann für den wichtigsten Fall I (s. Seite 31)  $b'_I = d \cdot \cos\Theta \neq d$  folgt.

Dennoch kann näherungsweise für alle direkt linierten Grisms  $b' \approx d$  gesetzt werden, so daß für die *Phasenfunktion*  $\gamma(m, \lambda)$  **eines Grism**, in Gl. (2.32), die stark *vereinfachte* Form (2.33)

$$\gamma(m, \lambda) \approx m \frac{b'}{d} \frac{\pi}{\lambda} (\lambda - \lambda_B) \approx m \frac{\pi}{\lambda} (\lambda - \lambda_B) \quad (2.33')$$

(auf Seite 25) gilt, wenn die beiden Indizes  $n_g$  und  $n_p$  näherungsweise gleich (bei den direkt gerulenden Grisms sind sie ja identisch) und wellenlängenunabhängig sind, und der Blaze-Winkel  $\Theta$  (bzw. der Prismenwinkel  $\varphi$  und der Einfallswinkel  $\alpha$ ) relativ klein sind (vgl. die Fußnote zur Herleitung der Vereinfachung (2.33) für die Phase  $\gamma(m, \lambda)$  auf Seite 25). Diese Bedingungen sind alle für die optimierten, direkt linierten Grisms Nr.1-3 gut erfüllt.

Mithilfe dieses vereinfachten Ausdrucks für die Phasenfunktion  $\gamma(m, \lambda)$  eines Grism kann nun gezeigt werden, daß die Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  einer bestimmten Blaze-Ordnung  $m_B$ , für welche die normierte Blaze-Funktion einen Maximalwert von  $BF(m_B, \lambda_B) = 1$  hat, in *keine* der restlichen Ordnungen gebeugt wird, und *dort* die Blaze-Funktionen all dieser Ordnungen ( $m \neq m_B$ ) ein Minimum  $BF(m, \lambda_B) = 0$  haben. Dies erfüllt den Grundsatz der Energieerhaltung, daß wenn die gesamte Intensität einer Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  in eine bestimmte Ordnung  $m_B$  gebeugt wird, nicht mehr die gleiche Wellenlänge  $\lambda_B$  in eine der übrigen Beugungsordnungen ( $m \neq m_B$ ) fallen kann. Dies *wäre* der Idealfall für ein zur gewünschten Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  geblazedes Grism.

Die Blaze-Funktion ( $\sin^2 \gamma(m_B, \lambda) / \gamma^2(m_B, \lambda)$ ) einer bestimmten Blaze-Ordnung  $m_B$ , hat ihre ersten beiden Minima ( $BF = 0$ ), zu beiden Seiten des Blaze-Peaks bei  $\gamma = 0$ , genau dort, wo die Phasenfunktion den Wert

$$\gamma = \pm\pi$$

annimmt. Aus dieser Bedingung für  $\gamma$  folgt mithilfe des vereinfachten Ausdrucks (2.33)

$$m_B \frac{\pi}{\lambda_{Min}} (\lambda_{Min} - \lambda_B) = \pm\pi,$$

und daraus

$$\lambda_{Min(\pm)} = \frac{m_B}{m_B \mp 1} \lambda_B. \quad (2.105)$$

Mithilfe der exakten Blazewinkel-Gleichung (2.36), auf Seite 27, wurde schon gezeigt, daß ein für die Wellenlänge  $\lambda_B$  zur Ordnung  $m_B$  geblazedes Grism, gleichzeitig auch zur Wellenlänge

$$\lambda'_B \approx \frac{m_B}{m'} \lambda_B,$$

in der Blaze-Ordnung  $m'$  geblazed ist.

Dies beweist also, daß die Maxima der beiden Blaze-Kurven  $BF(m_B + 1, \lambda)$  und  $BF(m_B - 1, \lambda)$  der zur Ordnung  $m_B$  benachbarten Ordnungen  $m_B + 1$  und  $m_B - 1$ , mit den ersten beiden Minima  $\lambda_{Min(\pm)}$  der Blaze-Kurve zur Ordnung  $m_B$ , zu beiden Seiten des absoluten Maximums bei  $\lambda_B$ , zusammenfallen. Dies gilt selbstverständlich nicht nur für eine herausgegriffene Blaze-Kurve zur Ordnung  $m_B$ , sondern für alle übrigen *normierten* Blaze-Kurven  $BF(m, \lambda)$  der Ordnungen  $m \neq m_B$ .

Summiert man also die Werte  $BF(m, \lambda')$  aller normierten Blaze-Funktionen, für eine beliebige ("festgehaltene") Wellenlänge  $\lambda'$ , über alle Ordnungen  $-\infty < m < +\infty$ , so ergibt sich mithilfe des vereinfachten Ausdrucks (2.33) für  $\gamma(m, \lambda')$  eines Grism

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} BF(m, \lambda') = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \gamma(m, \lambda')}{\gamma^2(m, \lambda')} = 1 \equiv I_0(\lambda').$$

Das entspricht der gesamten, auf 1 normierten *Intensität* der ursprünglich auf das Grism treffenden Strahlung der Wellenlänge  $\lambda'$ , die zu bestimmten Bruchteilen in die verschiedenen Ordnungen  $m$  (der Wellenlänge  $\lambda'$ ) gebeugt wird.

Nimmt man hingegen den realen Fall eines Grism mit der effektiven Furchenbreite  $b' \neq d$  an, so erkennt man selbst mithilfe des vereinfachten Ausdrucks (2.33') für  $\gamma$

$$\gamma(m, \lambda) \approx m \frac{b'}{d} \frac{\pi}{\lambda} (\lambda - \lambda_B),$$

daß die Hauptmaxima der (auf 1) normierten Blaze-Kurven benachbarter Ordnungen  $m_B \pm 1$ , zu beiden Seiten einer beliebig herausgegriffenen Blaze-Kurve zur Blaze-Ordnung  $m_B$ , nicht mehr mit deren ersten beiden Minima zusammenfallen, da für diese jetzt

$$\lambda_{Min(\pm)} = \frac{m_B}{(m_B \mp \frac{d}{b'})} \lambda_B$$

gilt (mit  $b' < d$ , also  $d/b' > 1$ ).

Das bedeutet, daß sich die beiden Minima der Blaze-Funktion  $BF$  einer beliebigen Ordnung  $m_B$ , links und rechts neben dem Hauptmaximum bei  $\lambda_B(m_B)$ , bei zunehmend kleiner werdendem Verhältnis  $b'/d$  immer weiter voneinander fortbewegen, und damit schließlich die gesamte Funktion  $\sin^2 \gamma / \gamma^2$  (im Bereich der höheren Funktionswerte), bezüglich der Wellenlängen-Skala  $\lambda$ , deutlich gestreckt wird. Die Lage des Blaze-Peaks bei  $\lambda_B(m_B)$ , wo die Funktion  $\sin^2 \gamma / \gamma^2$  den Wert 1 hat, bleibt dabei jedoch bei gleichbleibendem Blaze-Winkel  $\Theta$  unverändert.

Aus diesen Überlegungen heraus folgt damit, daß dann die Summe der Funktionswerte der (normierten) Blaze-Funktionen

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \gamma(m, \lambda')}{\gamma^2(m, \lambda')}$$

über alle Ordnungen  $m$  zu einer *beliebigen* bestimmten Wellenlänge  $\lambda'$ , nicht mehr 1 ist, und diesen Wert sogar überschreitet.

Die einfache *normierte* Blaze-Funktion  $BF$ , wie sie in Gleichung (2.1) aufgeführt ist, wird somit falsch, wenn man sie auf ein reales Grism mit  $b' < d$  anwendet. Dies macht sich umso mehr bemerkbar, je mehr die Gitterfurchen von der rechtwinkligen Form abweichen, d.h. der zweite Furchenwinkel  $\vartheta$  (Nebenfacetten-Winkel) zum idealen Winkel  $\vartheta_{opt}$  (im Bereich des Blaze-Winkels  $\Theta$ ) deutlich verschieden ist.

Deshalb war es unbedingt erforderlich, den geometrischen Transmissionsfaktor  $T_{geom}$  in der Gl. (2.32) einzuführen, der diesen Fehler in der einfacheren Blaze-Funktion  $BF$  richtig stellt, und dafür garantiert, daß die unendliche Summe

$$I_0(\lambda') = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} BF_{ges}(m, \lambda') = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} T_{geom}(\lambda', \vartheta, \Theta) \frac{\sin^2 \gamma(m, \lambda')}{\gamma^2(m, \lambda')} = 1$$

für jede beliebige Furchenform ( $\vartheta, \Theta$  bel.) und Wellenlänge  $\lambda'$ , bei jeder Situation ( $\alpha, \varepsilon$  bel.), den Wert 1 ergeben *muß*.

Die Einführung des geometrischen Transmissionsfaktors in die korrigierte Blaze-Funktion  $BF_{ges}$  (Gl. (2.32) ist also kein "Luxus", sondern eine *Notwendigkeit*, um die gemessene Effizienzkurve eines *realen* Grism erklären zu können.

Der Faktor  $T_{geom}(\lambda, \vartheta, \Theta) = \sigma/d$  stellt (wie schon gesagt) gerade *den* Bruchteil der Intensität einer auf das Grism treffenden Wellenlänge  $\lambda$  dar, welcher *maximal* in eine bestimmte Ordnung  $m'$  (d.h. in eine best. Beugungsrichtung  $\varepsilon'(m', \lambda)$ ) gebeugt werden kann.

#### *Beschreibung des oberen Diagramms von Abb. 2.61*

In Abbildung 2.61 werden die vorausgegangenen, vereinfachten theoretischen Überlegungen, anhand der *exakten* numerischen Berechnungen der (korrigierten) gesamten Blaze-Kurven  $BF_{ges}(m, \lambda)$  (mit dem Faktor  $T_{geom}$ ) im Falle von Grism Nr.1 verdeutlicht.

Im *oberen* Diagramm sind die optimalen Blaze-Kurven  $BF_{ges}$  der wichtigsten nutzbaren Ordnungen  $m_B = 2-5$  (und auch  $m = 1$ ) gegen die Wellenlänge  $\lambda$  aufgetragen. Sie gehören zum *idealen* KRS5-Grism Nr.1 mit optimalen rechtwinkligen Gitterfurchen ( $\vartheta = \vartheta_{opt} = \Theta = \varphi = 8.79^\circ$ , und  $N = 32.55$ , bei einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$ ). Die einzelnen Kurven erreichen dann bei den zugehörigen und erwünschten Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m_B)$  (bzw. Geradeaus-Wellenlängen  $\lambda_G(m_B)$ ) den größtmöglichen Maximalwert  $BF_{ges} = 1$ .

Die *exakt* berechneten, aus dem für die Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 3250\text{nm}$  zur Blaze-Ordnung  $m_B = 2$  optimierten Grism Nr.1 und der Gl. (2.38) folgenden Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m)$  der restlichen nutzbaren Ordnungen  $m = 3-5$ , sind neben der Abbildung der Effizienzkurven der höheren Ordnungen des Grism Nr.1 im Anhang A, auf Seite 271, angegeben; sie lauten

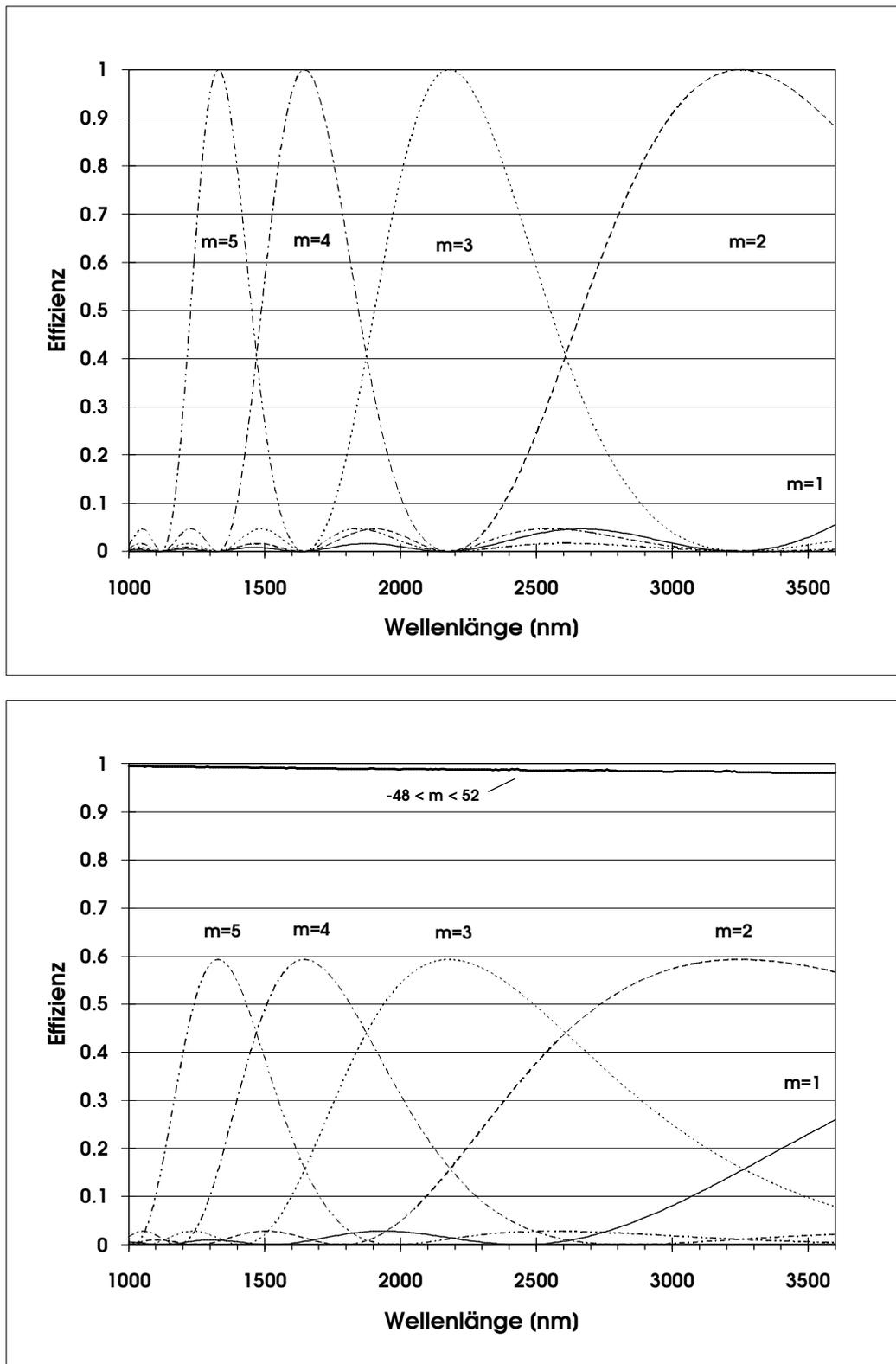
$$\begin{aligned}\lambda_B(m = 3) &= 2178.9\text{nm} \\ \lambda_B(m = 4) &= 1646.4\text{nm} \\ \lambda_B(m = 5) &= 1329.4\text{nm}.\end{aligned}$$

Bei einer Kamera-Brennweite von  $f = 160\text{mm}$  und einem 256-Pixel-Detektor überlappen sich dann die spektralen Bandbreiten der Ordnungen  $m = 1-5$  (wie gewollt) *nicht*, so daß sich auch die zugehörigen Blaze-Kurven  $BF_{ges}$  in den angrenzenden Wellenlängen-Bereichen in diesem Fall nicht aufsummieren (erst die 5. und 6. Ordnung überlappen sich teilweise).<sup>25</sup>

Im oberen Diagramm von Abb. 2.61 erkennt man, daß zu jeweils all diesen Blaze-Wellenlängen der verschiedenen Blaze-Ordnungen, die restlichen Blaze-Kurven zu den übrigen Ordnungen, genau dort ein Minimum haben. Die betreffenden Blaze-Wellenlängen werden also vollständig in die gewünschte Ordnung  $m_B$  gebeugt, und *kein* Bruchteil der ursprünglich auf das Grism fallenden Intensität der Wellenlänge  $\lambda_B$  geht ungewollt in einer höheren oder niederen Beugungsordnung, als in die der gewünschten Ordnung  $m_B$ , verloren.

Diese mithilfe der korrigierten Gl. (2.32) exakt berechneten  $BF_{ges}$ -Kurven zu den Ordnungen  $m = 1-5$ , im oberen Diagramm von Abb. 2.61 für den Wellenlängen-Bereich von 1000nm bis 3600nm, des idealen Grism Nr.1 mit rechtwinkligen Gitterfurchen, hätten sich auch mit der einfacheren Gleichung

<sup>25</sup>Siehe auch die Tabelle 2.11, auf Seite 108, in der die exakt berechneten Wellenlängen-Intervalle der verschiedenen Ordnungen  $m = 2-5$  von Grism Nr.1 aufgelistet sind, die auf den Detektor fallen, und sich untereinander *nicht* überlappen.



**Abbildung 2.61: Oberes Diagr.:** Die optimalen exakten Blaze-Kurven  $BF_{ges}$  der wichtigsten nutzbaren Ordnungen  $m_B = 2-5$  (und auch  $m = 1$ ) des idealen KRS5-Grism Nr.1 mit rechtwinkligen Gitterfurchen ( $\vartheta = \vartheta_{opt} = \Theta = \varphi = 8.79^\circ$ , und  $N = 32.55$ ), aufgetragen gegen die Wellenlänge  $\lambda$ , bei einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$ . **Unteres Diagr.:** Im Gegensatz zum oberen Diagramm beträgt hier der zweite Furchenwinkel des Grism Nr.1 nicht mehr  $\vartheta = 8.79^\circ$ , sondern  $\vartheta = 78^\circ$ ; ansonsten wurden zur Berechnung der verschiedenen Blaze-Kurven  $BF_{ges}$  die gleichen optimalen Grism-Parameter ( $N, \Theta, \varphi$ ) des optimierten Grism Nr.1 verwendet. Dieser Fall entspricht dem realen Grism Nr.1, mit einer Effizienz von höchstens 59%. Summiert man die Funktionswerte aller Blaze-Funktionen  $BF_{ges}(m, \lambda')$  der Ordnungen  $m = -48$  bis  $m = +52$  zu einer best. Wellenlänge  $\lambda'$  (aus dem Intervall 1000-3600nm) auf, ergibt sich schon fast der Sollwert 1, was durch den geometr. Transmissions-Faktor  $T_{geom}$  gewährleistet wird (s. dicke obere Gerade).

(2.1) für die Blaze-Funktion, ohne den geometrischen Faktor  $T_{geom}$  (d.h. mit  $T_{geom} \approx 1$ ), ergeben. Hier wie dort ist gewährleistet, daß die Bedingung  $\sum_{m=-\infty}^{+\infty} BF(m, \lambda') = 1$  für jede beliebige Wellenlänge  $\lambda'$  erfüllt ist.

### Beschreibung des unteren Diagramms von Abb. 2.61

Dagegen würde die Anwendung der einfacheren Ausgangsformel (2.1) im Falle von Grism Nr.1 bei einer Furchenform, die stark von der idealen, rechtwinkligen abweicht (hier  $\vartheta = 78^\circ$ ), eine falsche Intensitätsverteilung  $BF(m, \lambda)$  liefern, mit einem Transmissions-Peak der Höhe 1 bei den verschiedenen Blaze-Wellenlängen.

Im unteren Diagramm von Abb. 2.61 sind aber die *korrekten* und exakten  $BF_{ges}(m, \lambda)$ -Kurven, die mit Gl. (2.32) berechnet wurden, für die unterschiedlichen nutzbaren Ordnungen  $m=2-5$  (und  $m=1$ ) gegen die Wellenlänge  $\lambda$  aufgetragen, wobei im Gegensatz zum oberen Diagramm der zweite Furchenwinkel jetzt *nicht*  $\vartheta = 8.79^\circ$ , sondern  $\vartheta = 78^\circ$  beträgt; dabei sind die restlichen optimalen Grism-Parameter ( $N, \Theta, \varphi$ ) von Grism Nr.1 die gleichen wie zuvor.

Die Lage der Transmissions-Peaks (d.h. der Hauptmaxima) verändert sich zwar nicht (da  $N$  und  $\Theta$  ja gleich bleiben), jedoch fällt deren Höhe bei zunehmend kleiner werdender, effektiver Furchenbreite  $b'$ , durch den zusätzlichen geometrischen Faktor  $T_{geom} = T_{geom}(\vartheta, \Theta)$  in Gl. (2.32) stetig von 1 auf 0.6 im gleichen Maß herab, wie sich die einzelnen Kurven der verschiedenen Ordnungen mit kleinerem  $b'$ , bezüglich der Wellenlänge-Achse, in die Länge ziehen. Diese Verbreiterung wird also ebenso durch den Faktor  $b'$ , im Ausdruck für die exakte Phasenfunktion  $\gamma(m, \lambda) \propto b'$  in Gl. (2.32), verursacht.

Diesen Vorgang kann man sich für den einfachen Fall des direkt linierten KRS5-Grism Nr.1 *bezüglich einer der Blaze-Wellenlängen* leicht vorstellen: Da hier  $n_p \equiv n_g$  und  $\alpha = 0^\circ$  ist, erreicht der einfallende Strahl der Wellenlänge  $\lambda_B$  die Hauptfacetten der idealen, *rechtwinkligen* Gitterfurchen, die parallel zur äußeren Prismenfläche stehen ( $\Theta = \varphi = \vartheta$ ), unabgelenkt, und verläßt das Gitter des Grism wieder "gebeugt" in Geradeaus-Richtung  $\varepsilon' = 0$  des Blaze-Peaks. Die effektiv mit dieser Wellenlänge  $\lambda_B$  ausgeleuchtete Furchenbreite  $b'$  entspricht dann der tatsächlichen und maximalen Breite  $b$  der Hauptfacetten:  $b'_1 = d \cdot \cos \Theta = b$ , und der geometr. Transmissionsfaktor der Furchen ist  $T_{geom} = (\sigma/d) \equiv 1$ , weil die gesamte ursprüngliche Lichtmenge der Wellenlänge  $\lambda_B$  nicht durch die benachbarten Nebenfalten-Flächen abgeschirmt wird, und vollständig durch die Hauptfacetten  $b' = b$  in die Geradeaus-Richtung zum Blaze-Peak gebeugt wird.

Verändert sich die Furchengeometrie aber derart, daß bei gleichbleibendem  $\Theta$  und  $d$  (d.h.  $N$ ) der Nebenfalten-Winkel  $\vartheta$  anwächst ( $\vartheta > \Theta$ ), wie es im unteren Diagramm von Abb. 2.61 der Fall ist, und somit  $b'$ , das heißt die von  $\lambda_B$  ausgeleuchtete Hauptfacetten-Breite, immer kleiner wird, kann nur noch der Bruchteil

$$\begin{aligned} T_{geom}(\vartheta, \Theta) &= \frac{\sigma}{d} = \frac{b' \cos(\delta - \Theta)}{d \cos \delta} \\ &= \frac{b' \cdot 1}{d \cos \Theta} \\ &= \frac{\cos \vartheta}{\cos(\vartheta - \Theta)} \cdot \frac{1}{\cos \Theta} \\ &< 1 \end{aligned}$$

der Intensität von  $\lambda_B$  durch die Hauptfacetten der Gitterfurchen in die Blaze-Richtung  $\varepsilon' = 0$ , und

somit zum Blaze-Peak gebeugt werden.<sup>26</sup> D.h. der Transmissions-Peak bei  $\lambda_B$  wird dementsprechend kleiner.

Im dargestellten Fall (vgl. unteres Diagr. von Abb. 2.61) beträgt er dann, bei einem Nebenfacetten-Winkel von  $\vartheta = 78^\circ$ ,

$$T_{geom} = 0.59 = BF_{max}(m_B, \lambda_B).$$

Der restliche Anteil, d.h. hier 41%, der einfallenden Lichtmenge der Wellenlänge  $\lambda_B$ , der die Nebenfacetten der Gitterfurchen ausleuchtet, verteilt sich (ungewollt) auf alle übrigen, zur Blaze-Ordnung  $m_B$  verschiedenen Beugungsordnungen  $m (\neq m_B)$ , d.h. wird in verschiedene Richtungen  $\varepsilon'(m, \lambda_B) \neq 0$  (nach der allg. Grism-Grundgl. (2.59)) gebeugt, und *nicht* in die Geradeaus-Richtung des Blaze-Peaks ( $\varepsilon'(m_B, \lambda_B) = 0$ ).

Aus dem (unteren) Diagramm der verschiedenen, exakt berechneten Blaze-Kurven  $BF_{ges}(m, \lambda)$  der Ordnungen  $m = 1-5$  des (realen) Grism Nr.1 (bei einem zweiten Furchenwinkel von  $\vartheta = 78^\circ$ ) ist ersichtlich, wieviel Prozent der einfallenden Lichtintensität, z.B. der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 1646\text{nm}$  der vierten Ordnung ( $m_B = 4$ ), in die erste, zweite, dritte oder fünfte Ordnung gebeugt wird; nämlich aus dem Funktionswert  $BF_{ges}(m, \lambda = 1646\text{nm})$  der entsprechenden Blaze-Kurven dieser Ordnungen, an der Stelle  $\lambda = 1646\text{nm}$ .

Man erkennt, daß für diese dargestellten Ordnungen die Blaze-Kurven an dieser Stelle keinen Nullpunkt haben, und somit ein gewisser Anteil der Intensität der Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 1646\text{nm}$  in diesen Ordnungen (auf Kosten des Blaze-Peaks) verloren geht. Dabei wird immer der größte Anteil an die beiden benachbarten Beugungsordnungen (hier  $m = 3$  und  $m = 5$ ) abgetreten: Hier jeweils ca. 15%. Der übrige Lichtverlust von ca. 10% wird auf alle restlichen, weiter von der Blaze-Ordnung  $m_B = 4$  entfernteren Ordnungen *insgesamt* verteilt. Jede einzelne Blaze-Funktion dieser Ordnungen hat z.B. an der Stelle  $\lambda_B = 1646\text{nm}$  nur einen Wert von *unter* 0.01.

Summiert man die berechneten Funktionswerte  $BF_{ges}(m, \lambda)$  aller 100 Ordnungen von  $m = -48$  bis  $m = +52$  (d.h. der 50 Ordnungen, links und rechts zur wichtigsten optimierten Beugungsordnung  $m_B = 2$  des Grism Nr.1, mit dem realen, effektiven zweiten Furchenwinkel  $\vartheta = 78^\circ$ ), zu jeweils einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda'$  im Bereich von  $\lambda = 1000 - 3600\text{nm}$  (d.h. nicht nur zu einer der Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B$ ) auf, ergibt sich die fast konstant verlaufende Kurve (s. dicke Linie im unteren Diagramm von Abb. 2.61) zwischen den Werten 0.98 und 1.0

$$0.98 < \sum_{m=-48}^{+52} BF_{ges}(m, \lambda') < 1$$

(mit jeweils  $1000\text{nm} \leq \lambda' \leq 3600\text{nm}$ ).

Schon eine Aufsummierung nur dieser 100 Ordnungen ergibt also schon fast den maximal erreichbaren Sollwert von 1, entsprechend der gesamten durch das Grism gebeugten Intensität (der Wellenlänge  $\lambda'$ ) von 100%, im Vergleich zur ursprünglich auftreffenden Lichtmenge des Strahls zur Wellenlänge  $\lambda'$ , im Bereich zwischen 1000 und 3600nm.

Da der Wert 1 dabei nicht überschritten wird, zeigt die Richtigkeit meiner theoretischen und numerischen Berechnungen zur Effizienz eines Grism, bzw. speziell des Grism Nr.1 (mit  $\vartheta = 78^\circ$ ), mithilfe der exakten und korrigierten Blaze-Funktion  $BF_{ges}(m, \lambda)$  (siehe Bez. (2.32) auf Seite 25), und dem

<sup>26</sup>Der geometrische Faktor  $T_{geom}$  wurde mithilfe der Beziehung (2.44) und dem Ausdruck für  $b'$  im Falle I, auf Seite 31, berechnet; wobei in diesem einfachen Fall  $\alpha = 0$ , und für den Brechungswinkel  $\delta$  (aller Wellenlängen)  $\delta = \Theta$  gilt.

komplexen genaueren Ausdruck  $\gamma(m, \lambda)$  für die Phasenfunktion, sowie der dabei für die verschiedenen Fälle (s. v.a. die Fälle I und II auf Seite 31) zu berechnenden unterschiedlichen Beträge von  $b' = b'(\varepsilon(m, \lambda), \vartheta, \Theta)$ , und damit ebenso des geometrischen Transmissionsfaktors  $T_{geom} = T_{geom}(b')$ , der als Amplitudenfunktion von  $BF_{ges}$  fungiert.

Um nun die, mithilfe des Spektralphotometers, d.h. des Zweistrahl-Monochromators, gemessenen Transmissions-Effizienz-Kurven (s. Abb. 2.62 - 2.64) des Grism Nr.1 zu verstehen, mußten diejenigen Blaze-Funktionswerte *aller* Ordnungen  $m_*$  der jeweils auf das Grism treffenden Wellenlänge  $\lambda'$ , aufsummiert werden, deren Beugungsrichtungen  $\varepsilon'(m_*, \lambda')$  innerhalb eines bestimmten (durch das Meßgerät vorgegebenen) festen Öffnungswinkel  $\Delta\varepsilon$ , der durch die (festen) Beugungswinkel  $\varepsilon'_1 = -\varepsilon_{max}$  und  $\varepsilon'_2 = +\varepsilon_{max}$  symmetrisch zur Geradeaus-Richtung ( $\varepsilon' = 0$ ) begrenzt wird, liegen, und deren *gesamte* Intensität vom Photowiderstand gemessen, und mit dem Vergleichsstrahl (ohne Grism) verglichen wird:

$$T_{Eff_{gem}}(\lambda') = \sum_{m_*} BF_{ges}(m, \lambda') = \sum_{m_*} T_{geom}(\vartheta, \Theta) \cdot \frac{\sin^2 \gamma(m, \lambda')}{\gamma^2(m, \lambda')}; \quad (2.106)$$

summiert über die Ordnungen  $m_*$ , für die  $|\varepsilon'(m_*, \lambda')| \leq \varepsilon_{max}$  gilt.

Zur numerischen Berechnung dieser Summe wurden wiederum nur die Ordnungen  $m = -48$  bis  $m = +52$  berücksichtigt. Durch Anpassung dieser theoretischen Kurve (s. gestrichelte Linien in den Abbildungen) an die gemessene Transmissionskurve des (realen) Grism Nr.1, bei einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  (s. Abb. 2.62), wurde so der zweite Furchenwinkel von  $\vartheta = 78^\circ$ , und der maximale Beugungswinkel  $\varepsilon'_{max} = 1.18^\circ$  (für den die Effizienz noch durch das Photometer gemessen wird) ermittelt.

Dabei habe ich mich am Transmissions-Peak der zweiten Blaze-Ordnung ( $m_B = 2$ ) zur Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 3250\text{nm}$  orientiert, weil ja nur in diesem Wellenlängen-Bereich die AR-Beschichtungen (an der äußeren Prismenfläche und an der Gitteroberfläche) des Grism Nr.1 *keine* Reflektionsverluste garantieren können. Denn für alle höheren Ordnungen ( $m = 3-6$ ) sinken die gemessenen Blaze-Peaks um bis zu 10% auf  $T_{Eff_{gem}} = 0.5$ , was mit Sicherheit an der nachlassenden Wirkung der Beschichtungen, für Wellenlängen kleiner als 2000nm, liegt.

Nach den Überlegungen zu Gleichung (2.106) fällt also nicht nur immer *eine* bestimmte Beugungsordnung  $m'$  einer aus der optimierten Bandbreite  $\Delta\lambda_{Det}(m')$  stammenden Wellenlänge  $\lambda'$  auf den Detektor, sondern noch eine Vielzahl anderer Ordnungen  $m_*$  *dieser* gebeugten Wellenlänge  $\lambda'$ ; zum Beispiel fällt beim Grism Nr.1 nicht nur die Intensität der 2. Ordnung der Wellenlänge  $\lambda = 3200\text{nm}$  ( $BF_{ges}(m = 2, \lambda = 3200\text{nm})$ ) auf den Detektor, sondern auch z.B. die der Ordnungen  $m_* = -48$  bis  $-7$  und  $m_* = +14$  bis  $+52$  der Wellenlänge  $\lambda = 3200\text{nm}$  (wenn der maximale Beugungswinkel  $\varepsilon_{max} = 1.18^\circ$  beträgt, und man nur die Ordnungen  $-48 \leq m \leq +52$  berücksichtigt).

Was nun zunächst erstaunen mag, ist, daß sich die auf unterschiedliche Weise *berechneten* theoretischen Effizienzkurven, d.h. zum einen die so zur gemessenen Transmission im Spektralphotometer, in Abb. 2.62, berechnete *theoretische* Kurve  $T_{Eff_{gem}}(\lambda)$ , im Gegensatz zu den berechneten *einzelnen* Blaze-Kurven  $BF_{ges}(m, \lambda)$  der unterschiedlichen Ordnungen  $m = 2-5$ , in Abb. 2.61 (unten), in den Bereichen um die Blaze-Peaks der verschiedenen Blaze-Wellenlängen herum, praktisch *nicht* unterscheiden.

Die numerischen Berechnungen zeigen, daß wenn sich jeweils die Blaze-Funktion *einer* der optimierten nutzbaren Ordnungen  $m = 2-5$  von Grism Nr.1 (als  $m'$  bezeichnet) innerhalb des zugehörigen Wellenlängen-Bereichs  $\Delta\lambda_{Det}(m')$  (d.h. also für die Wellenlängen, die noch auf den Detektor treffen)

nicht mit den Blaze-Funktionen  $BF_{ges}$  der beiden benachbarten Ordnungen  $m' - 1$  und  $m' + 1$  überschneidet, die berechnete Effizienz  $T_{Eff_{gem}}(\lambda')$  zu einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda'$  (aus dem Wellenlängen-Intervall  $\Delta\lambda_{Det}(m')$  der Ordnung  $m'$ ) bis mindestens zur 4. Dezimalstelle mit dem Wert der Blaze-Funktion dieser Beugungsordnung  $m'$  (in diesem Wellenlängen-Bereich  $\Delta\lambda_{Det}$ ) identisch ist:

$$T_{Eff_{gem}}(\lambda') \approx BF_{ges}(m', \lambda'). \quad (2.107)$$

Daraus folgt, daß die Gesamtintensität aller *restlichen* Beugungsordnungen  $m_* \neq m_B$  der Wellenlänge  $\lambda'$  (die Blaze-Ordnung  $m_B$  nicht mitgerechnet), d.h. die Summe der Blaze-Funktionswerte  $BF_{ges}(m, \lambda')$  über diese Ordnungen  $m_*$  (mit  $m_* \neq m_B$ )

$$\sum_{\substack{m_* \\ m_* \neq m_B}} BF_{ges}(m, \lambda') < 0.0001,$$

nur einen vernachlässigbar geringen Betrag von *unter* 0.0001 (d.h.  $< 0.01\%$ ) zur gemessenen Effizienz  $T_{Eff_{gem}}(\lambda')$  beisteuert.

Weil das KRS5-Grism Nr.1 ja so optimiert wurde, daß sich die als nutzbar geplanten Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda_{Det}(m)$  der einzelnen Ordnungen ( $m=2-5$ ), die auf den 256x256-Pixel-Detektor der IR-Kamera CONICA bei der Verwendung der Kamera-Brennweite  $f=160\text{mm}$  fallen, *nicht* überlappen, tragen die gewichtigen Blaze-Funktionswerte der beiden, jeweils zu *einer* dieser Blaze-Ordnungen  $m'$ , benachbarten Ordnungen  $m' - 1$  und  $m + 1$  *nichts* zur (im Spektrometer) gemessenen Effizienz  $T_{Eff_{gem}}$  im Bereich der Wellenlängen-Intervalle  $\Delta\lambda_{Det}(m=2-5)$ , um die Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B$  (der betrachteten Blaze-Ordnung  $m'$ ) herum, bei. Bei CONICA ist der maximale Beugungswinkel nämlich dann noch größer als im Spektrometer; er beträgt dort  $\varepsilon_{max}=1.38^\circ$ .

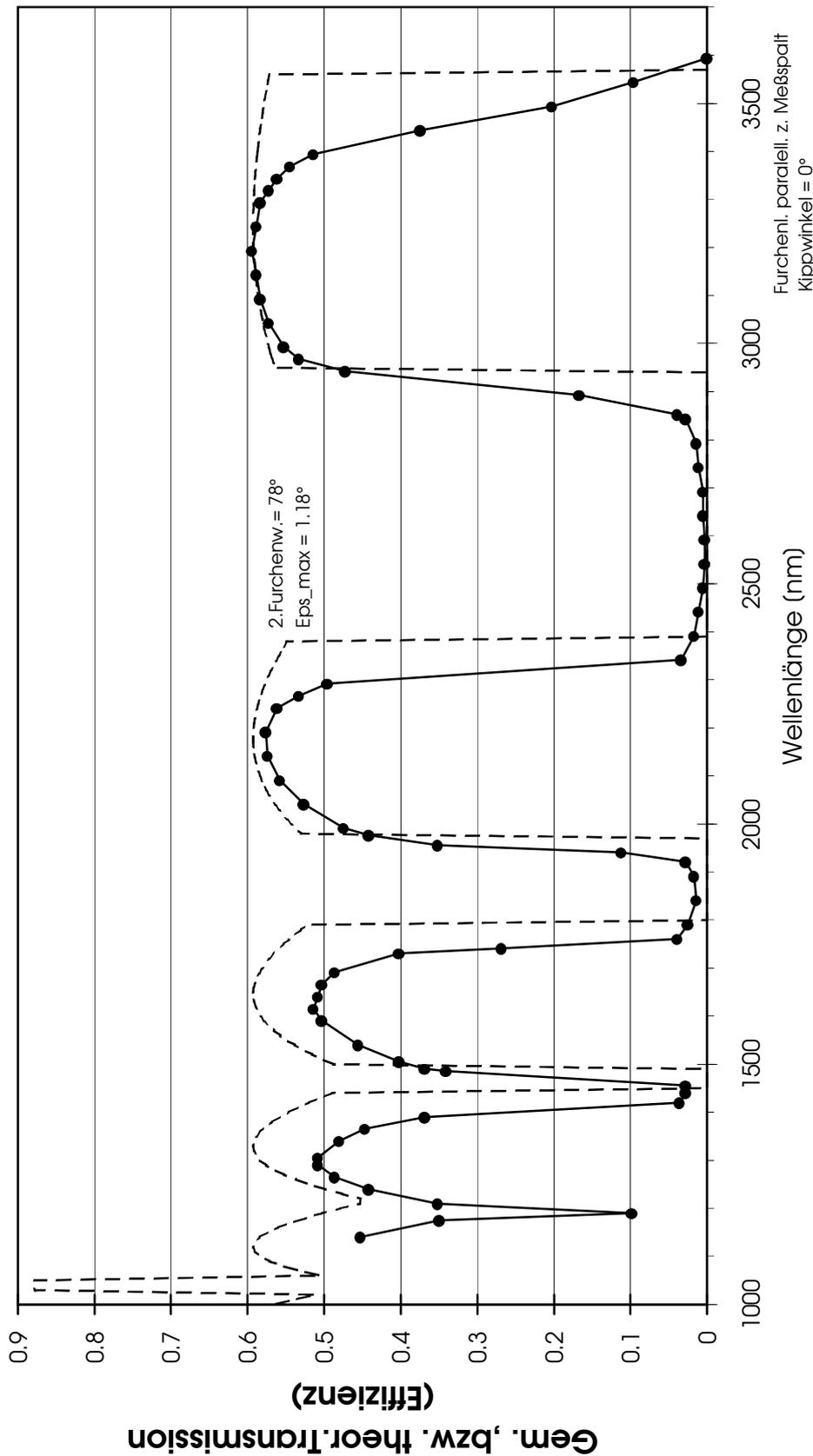
**Folgerung** für die schon berechneten Effizienz-Kurven der restlichen optimierten Grisms Nr.1b – 6:

Alle bisherigen, mit der exakten Blaze-Funktion (2.32)  $BF_{ges}(m, \lambda)$  (auf S.25), bis auf die vierte Dezimalstelle genau berechneten Effizienz-Kurven der verschiedenen optimierten Grisms Nr.1-6 (in Abschnitt 2.5.4), betrachtet zur jeweils wichtigsten nutzbaren Blaze-Ordnung  $m_B$ , stimmen deshalb in der angegebenen Genauigkeit mit der tatsächlichen, durch einen Detektor gemessenen Effizienz überein.

Die mit der Blaze-Funktion zur entsprechenden Blaze-Ordnung  $m_B$  berechneten Effizienz-Kurvenwerte der optimierten Grisms, in Abschnitt 2.5.4, wurden nämlich in der 4. Dezimalstelle gerundet, und gegen die auf den 256x256-Pixel-Detektor fallenden Wellenlängen  $\lambda$  der Ordnung  $m_B$  in einem Diagramm aufgetragen, d.h. mit einer Genauigkeit von  $\Delta T_{Eff} < \pm 0.0001$ .

### 2.6.1.6 Die kommentierten Effizienz-Messungen

Die auf diese Weise berechneten theoretischen Effizienzkurven zu den optimalen Grism-Parameter-Daten des idealen Grism Nr.1 (als *gestrichelte* Kurven in den Abbildungen 2.62 - 2.64 dargestellt), jedoch zum ungünstigeren (nicht idealen) Nebenfacetten-Winkel der Gitterfurchen von  $\vartheta = 78^\circ$ , stimmen mit den durch das Zweistrahl-Spektralphotometer gemessenen Transmissionskurven des *realen* Grism Nr.1 recht gut überein.



**Abbildung 2.62:** Gemessene und korrigierte Transmissions-Effizienz-Kurve des KRS-Grism Nr.1 (**dick** durchgezogene Kurve durch die einzelnen Meßpunkte), im Vergleich zur *theoretisch* berechneten und angeglichenen Effizienzkurve  $T_{Eff_{gem}}(\lambda)$  (gestrichelte Kurve) für ein Grism (Nr.1) mit einem effektiven Nebenfacetten-Winkel von  $\vartheta = 78^\circ$ , und einem maximalen Beugungswinkel von  $\varepsilon_{max} = 1.18^\circ$  (bedingt durch das Meßgerät). Der Kippwinkel beträgt hier  $\alpha = 0^\circ$ .

*Die Effizienz-Messung zum Kippwinkel  $\alpha = 0^\circ$*

Im wichtigsten Falle eines Kippwinkels von  $\alpha = 0^\circ$  (für den dieses Grism auch optimiert wurde) kann die theoretische Kurve den relativ geringen Transmissions-Peak von nur 59%, zur Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 3250\text{nm}$  der 2. Beugungsordnung ( $m_B = 2$ ), mithilfe des relativ stark von der idealen rechtwinkligen Furchenform abweichenden, zweiten Furchenwinkels  $\vartheta = 78^\circ$ , gut erklären.

Die weitere Abnahme der Höhe der Blaze-Peaks mit zunehmend höherer Ordnung ( $m = 3,4,5$ ) zu kleineren Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m)$  hin, läßt sich (wie schon erwähnt) durch die nachlassende Wirkung der AR-Beschichtungen des Grism erklären, die ja vor allem für Wellenlängen im Bereich von  $\lambda_B = 3250\text{nm}$  optimiert wurden.

Die leichte *Verschiebung* der Meßkurve (wie auch im Falle der Effizienz-Messung bei einem Kippwinkel von  $\alpha = 15^\circ$ , und bei einem um  $\alpha = (180^\circ - \varphi)$  gekippten Grism; siehe später) gegenüber der theoretisch berechneten Kurve, in Bezug auf die Wellenlängen-Achse zu kürzeren Wellenlängen hin, vor allem unterhalb von 1500nm, kann an der (schon erwähnten) größer werdenden Meßgenauigkeit der Wellenlängen-Werte  $\lambda$  liegen, die zum einen durch die zunehmende spektrale Bandbreite des durch den Monochromator-Spalt fallenden und auf das Grism treffenden Meßstrahls (ideal wäre ein wirklich monochromater Strahl) verursacht wird, die bei der Wellenlänge  $\lambda = 1500\text{nm}$  und einer Spaltbreite von etwa  $b_1 = 1\text{mm}$  circa  $\Delta\lambda = \pm 33\text{nm}$  beträgt, und zum andern bewirkt wird durch die möglicherweise aufgetretenen systematischen Fehler, die im Falle dieser ersten Messung (bei  $\alpha = 0^\circ$ ) auf etwa  $\Delta\lambda \approx \pm 4\text{nm}$ , und im Falle der zweiten Messung (bei  $\alpha = 15^\circ$ ) auf  $\Delta\lambda \approx \pm 12\text{nm}$  geschätzt wurden.

Diese zuletzt genannten Meßfehler wurden mithilfe der durch die gegen die Schreiberposition  $x$  aufgetragenen  $\lambda$ -Werte gelegten Regressionsgeraden  $\lambda(x)$  berechnet (siehe ausführliche Erklärung und Angabe der "Meßfehler"  $\Delta\lambda$  und  $\Delta T_{Eff_{gem}}$  in einem der vorausgegangenen Abschnitte). Sie kommen (u.a.) einerseits durch die nicht immer mit konstanter Rotationsgeschwindigkeit synchron mit dem Monochromator laufende Registriertrommel, und andererseits durch die zeitliche Verzögerung zwischen dem Ablesen des momentanen  $\lambda$ -Wertes von der Mattscheibe des Monochromators und dem anschließenden Markieren auf dem Papier zustande. Weitere systematische, durch das Meßgerät verursachte Meßfehler, entziehen sich meiner Kenntnis und können nicht abgeschätzt werden.

Unter der Annahme eines *scharf begrenzten* maximalen Beugungswinkels von  $\epsilon'_{max} = 1.18^\circ$ , wurden die *theoretischen* (gestrichelten) Meßkurven in den Abbildungen 2.62 und 2.63 berechnet; dies bedeutet, daß die Intensitäten (d.h. Blaze-Funktionen  $BF_{ges}$ ) aller Ordnungen  $m$  zu jeweils *einer* Wellenlänge  $\lambda'$ , welche einen Beugungswinkel von  $|\epsilon'(m, \lambda')| \leq \epsilon'_{max} = 1.18^\circ$  besitzen, und somit auch durch den Detektor (Photowiderstand) gemessen werden, in der *theoretisch* berechneten Effizienz-Meßkurve aufsummiert wurden.

Weil aber die Annahme einer solchen scharfen Begrenzung  $\epsilon'_{max}$  nur eine Näherung der tatsächlichen Meßbedingungen, innerhalb des Spektralphotometers, darstellt, fällt die *gemessene* Transmissionskurve des Grism Nr.1, im Vergleich zur theoretischen Kurve, zu beiden Seiten der jeweiligen Blaze-Peaks (der Ordnungen  $m = 2,3,4,5$ ) nicht so steil auf (annähernd) 0% herab.

Dies liegt v.a. an der in Wirklichkeit endlichen *Breite*  $b_1$  (=Spaltbreite des Monochromators) des gebeugten Strahls einer bestimmten Ordnung  $m'$  und Wellenlänge  $\lambda'$ ; gilt für die gebeugte Strahlmitte zwar schon  $\epsilon' > 1.18^\circ$ , kann dennoch ein Teil der Intensität in den Meßbereich von  $|\epsilon'| \leq \epsilon'_{max}$  fallen. In der theoretischen Berechnung wurde hingegen ein infinitesimal schmaler, gebeugter, monochromater Strahl angenommen.

Außerdem entsprechen die *symmetrisch* zur Geradeaus-Richtung ( $\epsilon' = 0$ ) angenommenen Beugungswinkel-Grenzen  $\epsilon' = \pm 1.18^\circ$ , zu denen die Effizienzkurven für den Fall  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 15^\circ$  (in den Abbildungen 2.62 und 2.63) gemessen wurden, nicht ganz der Realität: Bei der Transmissions-Messung für  $\alpha = 0^\circ$  fällt die gemessene Kurve schon gleich nach Erreichen der jeweiligen Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B(m)$ , im Blaze-Peak-Bereich der verschiedenen Ordnungen, auf niedrigere  $T_{Eff}$ -Werte herab (vgl. Abb. 2.62), im Gegensatz zur zweiten Messung bei  $\alpha = 15^\circ$ , wo die Effizienz-Werte, in den Bereichen jeweils links unterhalb der Blaze-Wellenlänge einer bestimmten Blaze-Ordnung, nicht durch das Photometer registriert wurden. Dies lag v.a. an der nicht unproblematischen idealen Positionierung des Grism Nr.1 auf dem Meßplatz im Meßstrahlengang innerhalb des Spektralphotometers.

#### *Die Effizienz-Messung zum Kippwinkel $\alpha = 15^\circ$*

Die Messung der Effizienz bei einem Kippwinkel von  $\alpha = +15^\circ$  (s.Abb. 2.63) erfolgte aus reiner Neugierde, um zu testen, ob durch eine Kippung nach vorne (in positiver Richtung) die Effizienz erhöht werden würde, wenn das (reale) Grism Nr.1 tatsächlich einen solch ungünstig großen zweiten (effektiven) Furchenwinkel von  $\vartheta = 78^\circ$  besitzt; was ja zunächst plausibel erscheint.

Die Theorie sagt aber dann nur eine Effizienzerhöhung von höchstens 1-2% im Bereich der Blaze-Wellenlängen voraus, was zu gering war, um durch eine Messung zu bestätigen.

Übrigens: Die Wellenlängen-Bereiche, zu denen die *theoretisch* berechneten Effizienzkurven, in den Abbildungen 2.62 und 2.63, Transmissions-Werte oberhalb  $T_{Eff}(\lambda) = 0$  annehmen, entsprechen fast genau den spektralen Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}$  der verschiedenen Ordnungen ( $m = 2,3,4,5$ ), welche dann auf den 256x256-Pixel-Detektor der IR-Kamera CONICA fallen, wenn man die Kamera-Brennweite  $f = 160\text{mm}$  benutzt. Dort ist nämlich der maximale Beugungswinkel  $\epsilon_{max} = (L_{Det}/2)/f = 1.38^\circ$  (vgl. mit der exakten Berechnung der Wellenlängen-Intervalle zu den verschiedenen nutzbaren Ordnungen von Grism Nr.1, in der Tabelle 2.11 auf Seite 108).

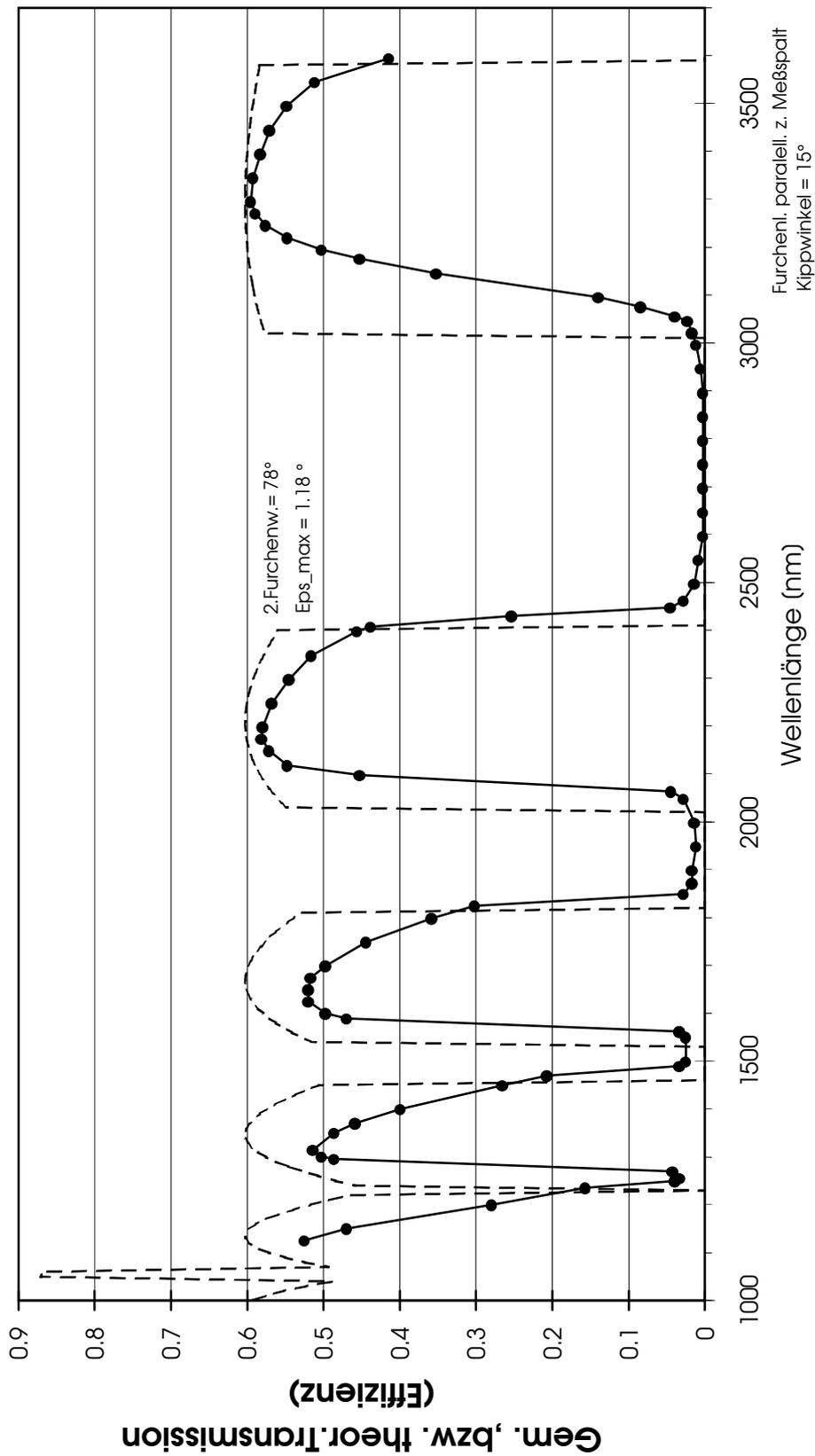
Es überlappen sich dann die gebeugten Wellenlängen-Intervalle der 5. und 6., und allen höheren Ordnungen, wohingegen sich in Abb. 2.62 die Blaze-Kurven der 5. und 6. Ordnung nur bei  $\lambda = 1210\text{nm}$  *berühren*. Deshalb ist auch nur die Nutzung *einer* Detektor-Hälfte zur Spektroskopie im oberen Wellenlängen-Bereich der 5. Ordnung ( $\Delta\lambda_{Det}(m = 5)$ ) möglich, wenn das Grism Nr.1 in CONICA eingebaut wird.

Sobald sich nämlich die Blaze-Kurven  $BF_{ges}$  zweier benachbarter Ordnungen überschneiden, so daß die resultierende gesamte Effizienz im Wellenlängen-Bereich der Überlappung, durch die Summierung dieser beiden Kurven, ansteigt, kann dann dennoch einer bestimmten Position  $x'$  auf dem Detektor *nicht mehr* eindeutig *eine* bestimmte Wellenlänge, mittels der Grism-Grundgleichung, zugeordnet werden.<sup>27</sup>

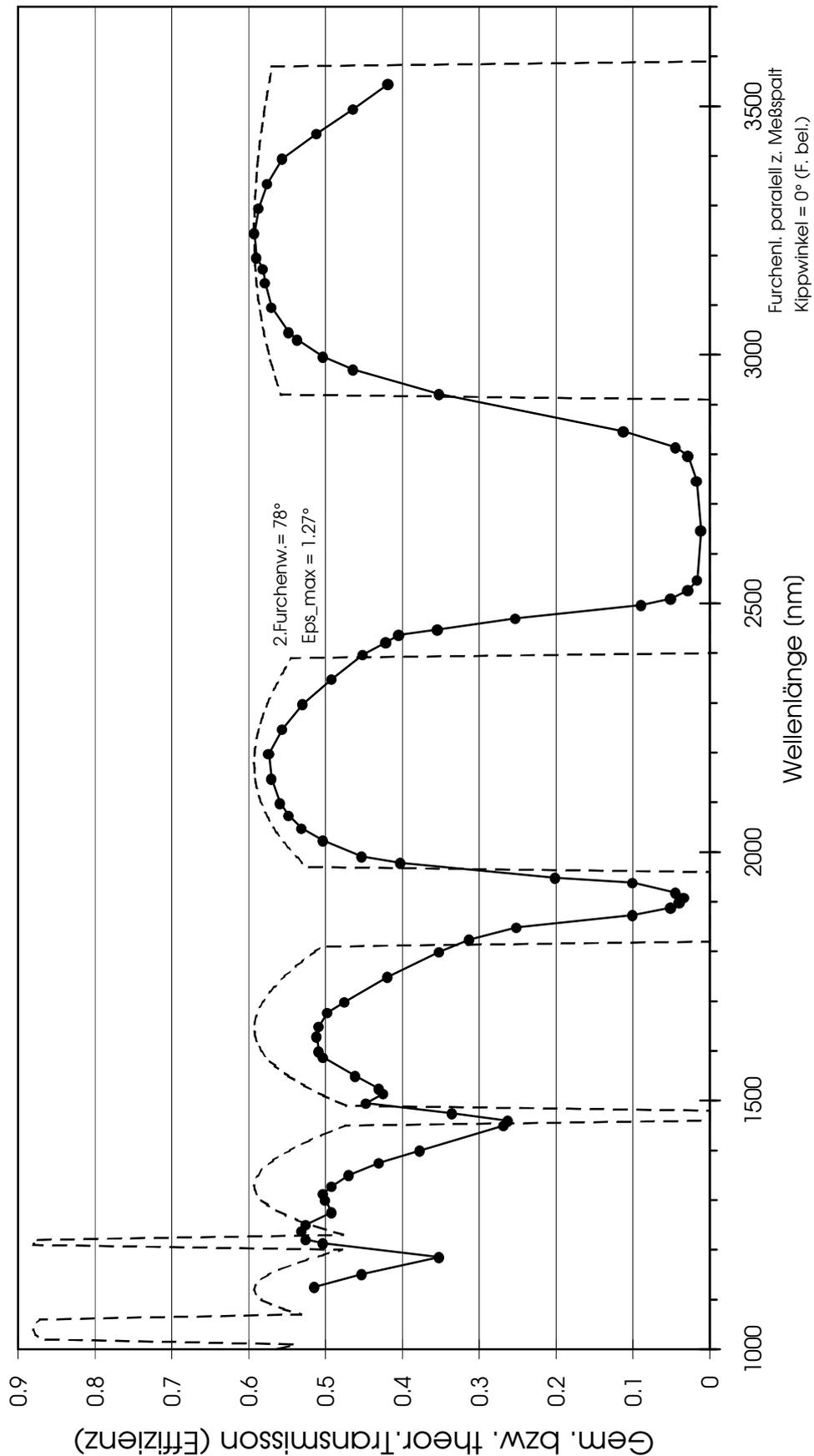
#### *Die Effizienz-Messung zum verkehrt herum gedrehten Grism ( $\alpha = 180^\circ - \varphi$ )*

In Abb. 2.64 sieht man die gemessene Effizienzkurve (dicke Kurve) des um den Winkel  $\alpha = (180^\circ - \varphi)$  *gekippten* Grism Nr.1, d.h. die Gitterebene stand bei dieser Messung senkrecht zum direkt auf die

<sup>27</sup>Siehe z.B. den hohen Transmissions-Peak bei  $\lambda = 1040\text{nm}$ , in allen Abbildungen 2.62 - 2.64, wo sich die gebeugten Intensitäten der 6. und 7. Ordnung der Wellenlänge  $\lambda = 1040\text{nm}$  zur gesamten (meßbaren) Effizienz  $T_{Eff_{gem}}(\lambda = 1040\text{nm})$  addieren (d.h. genauer die Blaze-Funktionen  $BF_{ges}$  dieser beiden Ordnungen dieser Wellenlänge), weil beide Ordnungen dieser Wellenlänge einen Beugungswinkel  $|\epsilon'| \leq \epsilon_{max} = 1.18^\circ$  besitzen, und daher durch den Detektor noch gemessen werden können.



**Abbildung 2.63:** Gemessene und korrigierte Transmissions-Effizienz-Kurve des KRS-Grism Nr.1 (dick durchgezogene Kurve durch die einzelnen Meßpunkte), im Vergleich zur *theoretisch* berechneten Effizienzkurve (gestrichelte Kurve) für ein Grism (Nr.1) mit einem effektiven Nebenfacetten-Winkel von  $\vartheta = 78^\circ$ , und einem maximalen Beugungswinkel von  $\epsilon_{max} = 1.18^\circ$  (bedingt durch das Meßgerät). Der Kippwinkel beträgt hier  $\alpha = 15^\circ$ .



**Abbildung 2.64:** Gemessene und korrigierte Transmissions-Effizienz-Kurve des verkehrt herum gedrehten KRS-Grism Nr.1 (**dick** durchgezogene Kurve durch die einzelnen Meßpunkte), im Vergleich zur *theoretisch* berechneten Effizienzkurve (gestrichelte Kurve) für ein Grism (Nr.1) mit einem effektiven Nebenfacetten-Winkel von  $\vartheta = 78^\circ$ , und einem maximalen Beugungswinkel von  $\epsilon_{max} = 1.27^\circ$  (bedingt durch das Meßgerät). Der Kippwinkel beträgt also hier  $\alpha = 180^\circ - \varphi$ .

Gitteroberfläche treffenden Meßstrahl, indem das Grism auf dem Meßplatz des Photometers entsprechend in der Seitenlage *gedreht* wurde.

Diese Anordnung hat zwar nichts mit dem späteren optimalen Einbau des Grism in die IR-Kamera (mit  $\alpha = 0^\circ$ ) gemein, dennoch lieferte diese Grism-Stellung die bisher beste Effizienz-Messung gegenüber den Messungen in den Abbildungen 2.62 und 2.63:

Außer mit der Einschränkung, daß die Höhe der Blaze-Peaks bei den Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m)$  der verschiedenen Blaze-Ordnungen ( $m=2-5$ ) mit größer werdendem  $m$  kleiner wird (was wiederum durch die nachlassende Wirkung der AR-Beschichtungen zurückzuführen ist), stimmt die gemessene Kurve mit der theoretisch, (jetzt) für einen größeren maximalen Beugungswinkel von  $\epsilon_{max} = 1.27^\circ$ , berechneten Effizienzkurve sehr gut überein.

Dies bedeutet auch, daß sich bei dieser "verkehrten" Grism-Stellung zum einfallenden Strahl, meine theoretischen Formeln zur Berechnung der Grism-Effizienz kaum ändern würden (siehe v.a. Gl. (2.32)).

Die Kurve  $T_{Eff_{gem}}(\lambda)$  ist, im Gegensatz zu den vorigen Messungen, bei dieser Messung fast symmetrisch zu den verschiedenen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m)$  in den Bereichen der unterschiedlichen Ordnungen  $m=2-5$ . Die Effizienz wurde *hier* auch wirklich zuverlässig, in den Bereichen um die verschiedenen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m)$  herum, gemessen. Dies lag daran, daß das Grism Nr.1 bei dieser Messung ( $\alpha = 180^\circ - \varphi$ ) besser auf dem Meßplatz (2-3) des Photometers positioniert werden konnte, so daß auch die gesamte Intensität aller Beugungsordnungen der einzelnen Wellenlängen, *symmetrisch* zur Geradeaus-Richtung, gemessen wurde; das Grism Nr.1 war nämlich in einer Halterung befestigt, welche wiederum ihrerseits besser an einer Meßhalterung am Meßplatz des Photometers befestigt werden konnte.

In Abb. 2.64 erkennt man sehr deutlich, daß sich zu diesem größeren maximalen Beugungswinkel  $\epsilon_{max} = 1.27^\circ$  die Blaze-Funktionen  $BF_{ges}$  der 5. und 6. Ordnung *überlappen*, und der theoretisch vorhergesagte Transmissions-Peak bei  $\lambda = 1200\text{nm}$  auch wirklich gemessen wurde (vgl. dicke gem. Kurve mit der gestrichelten bei  $\lambda = 1200\text{nm}$ ). Der gemessene Peak ist allerdings nicht ganz so hoch wie der theoretisch berechnete, was aber zum einen an der Trägheit des Schreibers, und zum andern an der spektralen Bandbreite des nicht perfekt monochromaten Meßstrahls liegen kann.

### 2.6.2 Messung des zweiten Furchenwinkels $\vartheta$ von Grism Nr.1

Nachdem sich also nun die überraschend geringe Höhe der Blaze-Peaks von höchstens 59% bei den verschiedenen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m_B)$  der jeweiligen nutzbaren Ordnungen  $m=2-5$  des realisierten KRS5-Grism Nr.1, durch die Anpassung meiner theoretisch berechneten Effizienz-Kurven an die gemessenen Kurven, und durch einen hieraus bestimmten zu großen effektiven Nebenfacetten-Winkel von  $\vartheta = 78^\circ$ , erklären ließ, überlegte ich mir, wie ich die tatsächliche Struktur der Gitterfurchen des Grism sichtbar machen, und diesen berechneten zweiten Furchenwinkel  $\vartheta$  messen, d.h. überprüfen könnte.

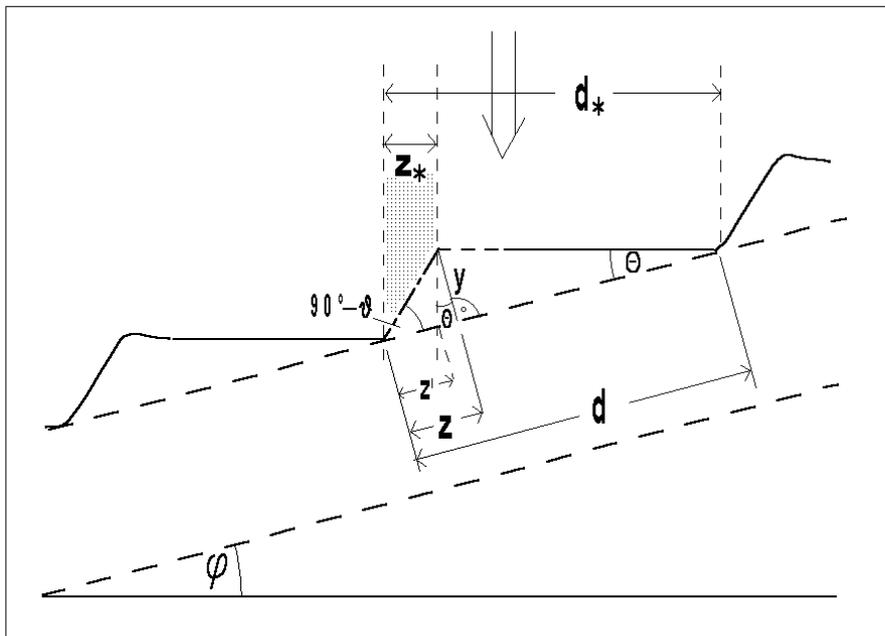
Mein erster Gedanke war folgender: Da das Grism Nr.1 ja (glücklicherweise) ein für die Spektroskopie im IR-Bereich (von ca.  $\lambda = 1300 - 3600\text{nm}$ ) optimiertes und geeignetes Gitter mit einem Furchenabstand von  $d = (1/32.55) \times 10^3 \mu\text{m} = 30.72 \mu\text{m}$  besitzt, sollte es unter *direkter* Bestrahlung mit *sichtbarem* Licht (der Wellenlänge 400-800nm) unter einem Mikroskop sichtbar sein, und zwar in Form eines Musters aus gleichmäßig angeordneten hellen und dunklen Streifen.

Wie die anschließend gemachte Aufnahme der Gitteroberfläche des Grism Nr.1, mithilfe einer im sichtbaren Bereich empfindlichen, und als Mikroskop umfunktionierten CCD-Kamera, zeigt (s.Abb. 2.66), war dieser Gedanke richtig.

Dies ist der Vorteil gegenüber einem optischen Beugungsgitter oder Grism, welches eine viel kleinere Gitterperiode besitzt, und dessen Gitter-Struktur man in der Regel nur durch ein Elektronenmikroskop gut betrachten kann. Dort würde nämlich bei direkter Bestrahlung der Gitteroberfläche mit sichtbarem Licht, durch dessen Beugung an den reflektierenden Gitterfacetten, in Beobachtungsrichtung ein Interferenz-Muster entstehen, welches nicht dem tatsächlichen *Gittermuster* entspricht.

### 2.6.2.1 Bestimmung des zweiten Furchenwinkels $\vartheta$ aus der Messung des Gitter-Streifenmusters

... d.h. des Breiten-Verhältnisses der dunklen, zu den hellen Streifen ( $z_*/d_*$ ).



**Abbildung 2.65:** Skizze zum Meßprinzip und zur Herleitung der Formel für die Bestimmung des zweiten Furchenwinkels  $\vartheta$  aus der Messung des Gitter-Streifenmusters

In Abbildung 2.65 ist ein von oben kommender und direkt senkrecht auf die einzelnen Hauptfacetten der Gitterfurchen des Grism treffender Strahl (sichtbaren Lichts) skizziert (s. Pfeil).

Ein gewisser Anteil der Lichtintensität dieses Strahls wird dann z.T. durch die Hauptfacetten wieder (nach dem hier gültigen Reflexionsgesetz) in die ursprüngliche Richtung (die hier in der Zeichenebene liegt) zurückreflektiert, so daß diese Flächen der Hauptfacetten unter einem Mikroskop als helle Streifen mit der Breite  $(d_* - z_*) \equiv b'$  (entsprechend der wirksamen effektiven Furchenbreite  $b'$ ) erscheinen, und ein bestimmter Bruchteil, der auf die Nebenfacetten-Flächen fällt, wird dort ebenfalls z.T. reflektiert, jedoch nicht mehr in die gleiche Beobachtungsrichtung zurück, so daß diese Flächen als dunkle schmale Streifen mit der Breite  $z_*$  sichtbar werden.

Bei senkrecht zur Strahlrichtung stehenden Hauptfacetten der Gitterfurchen des Grism also, *und* bei bekanntem Blaze-Winkel  $\Theta$  ( $\Theta = 8.79^\circ$ ), kann man nun aus dem gemessenen dimensionslosen Verhältnis ( $z_*/d_*$ ) den zu überprüfenden Furchenwinkel  $\vartheta$  berechnen; die nachfolgende Herleitung dieser Beziehung  $\vartheta = f(\Theta, z_*/d_*)$  wird anhand des in Abb. 2.65 gezeichneten mittleren und idealisierten ‘‘Furchen-Dreiecks‘‘, und der darin dargestellten Winkel- und Längenverhältnisse, verdeutlicht:

Wie man leicht erkennen kann, ist das meßbare Verhältnis  $z_*/d_*$  identisch mit dem Verhältnis  $z'/d$  der Projektionen dieser Längen in der Gitterebene; es gilt nämlich  $d_* = d \cdot \cos \Theta$  und  $z_* = z' \cdot \cos \Theta$ , und damit

$$\frac{z_*}{d_*} \equiv \frac{z'}{d}. \quad (2.108)$$

Die Länge  $z'$  beträgt hierbei

$$z' = z - y \tan \Theta,$$

und mit

$$y = (d - z) \cdot \tan \Theta \quad (2.109)$$

folgt daraus

$$\frac{z'}{d} = \frac{z}{d} - \frac{(d - z)}{d} \tan^2 \Theta \equiv \frac{z_*}{d_*},$$

wenn man die Gleichung durch  $d$  dividiert; schließlich ergibt sich

$$\frac{z_*}{d_*} = \frac{z}{d} \cdot (1 + \tan^2 \Theta) - \tan^2 \Theta. \quad (2.110)$$

Jetzt muß nur noch das Verhältnis  $z/d$  berechnet werden, welches eine Beziehung zum gesuchten Winkel  $\vartheta$  herstellt.

Wie aus der Abb. 2.65 ersichtlich, gilt für die Länge  $y$  auch

$$y = z \tan (90^\circ - \vartheta),$$

so daß durch Gleichsetzen dieses Ausdrucks mit dem vorangegangenen für  $y$  (in Gl. (2.109)), und nach einigen Umformungen, die Beziehung

$$\frac{z}{d} = \frac{1}{1 + \left( \frac{\tan (90^\circ - \vartheta)}{\tan \Theta} \right)} \quad (2.111)$$

folgt, die den Nebenfacetten-Winkel  $\vartheta$  enthält.

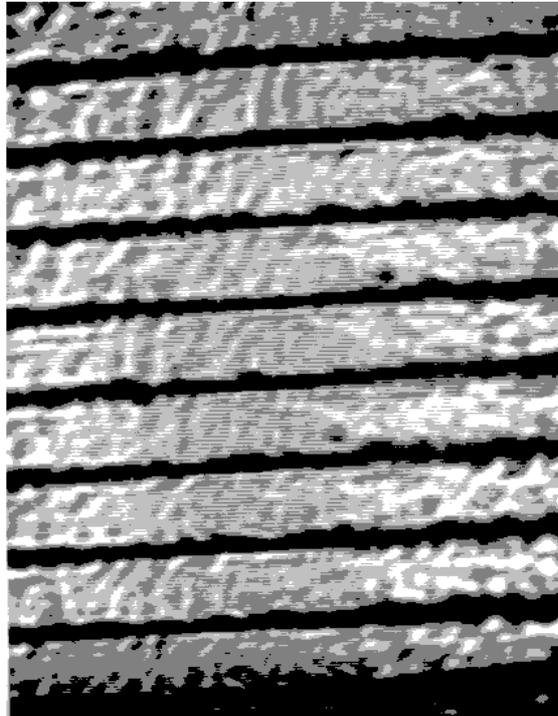
Wird die Beziehung (2.111) für  $z/d$  in die Gleichung (2.110) eingesetzt, und diese dann nach  $\vartheta$  aufgelöst, folgt die *gesuchte Formel*

$$\boxed{\vartheta = \arctan \left( \left( 1 - \frac{1 + \tan^2 \Theta}{(z_*/d_*) + \tan^2 \Theta} \right) \cdot \tan \Theta \right) + 90^\circ}, \quad (2.112)$$

mithilfe deren man, aus der gemessenen dimensionslosen Größe ( $z_*/d_*$ ), den zweiten Furchenwinkel  $\vartheta$  berechnen kann.

### 2.6.2.2 Der Meßvorgang (Meßmethode)

Das KRS5-Grism Nr.1 wurde *aufrecht* in einer Halterung, entsprechend einem Kippwinkel von  $\alpha = 0^\circ$ , befestigt, so daß die Hauptfacetten der Gitterfurchen zur Richtung eines ankommenden, auftreffenden parallelen Strahlenbündels aus weißem Licht, von einer Glühlampe (mit vorgesetzter Sammellinse), möglichst senkrecht standen.



**Abbildung 2.66:** Mikroskopische CCD-Aufnahme der Gitteroberfläche von Grism Nr.1. Die Aufnahme entspricht einer 320-fachen Vergrößerung; die abgebildeten dunklen und hellen Streifen der Furchenlinien haben zusammengenommen jeweils eine Breite von etwa  $31\mu\text{m}$ .

Dabei konnte das Grism in seiner Halterung um die senkrechte Achse soweit um den Winkel  $\beta$  *gedreht* werden, bis der von der Seite her kommende Lichtstrahl (nach dem Reflektionsgesetz) durch die Hauptfacetten optimal in die Beobachtungsrichtung eines Mikroskops (z.T.) reflektiert wurde; d.h. soweit bis der auftreffende Strahl mit dem reflektierten einen Winkel  $2 \cdot \beta$  gebildet hatte und die beleuchteten Hauptfacetten als helle Streifen im Mikroskop sichtbar waren. Dies entspricht praktisch dem in der Abb. 2.65 skizzierten Fall, nur mit dem kleinen Unterschied, daß jetzt die gezeichnete Furchenoberfläche des Grism aus der Zeichenebene herausgedreht ist, und der an den Hauptfacetten reflektierte Strahl nicht mehr in der Zeichenebene liegt.

Das "Mikroskop" bestand aus einer (für den sichtbaren Wellenlängen-Bereich empfindlichen) CCD-Kamera, deren langbrennweitiges Objektiv abgeschraubt, und gegen ein kurzbrennweitiges, d.h. einer kleinen Sammellinse (mit  $f \approx 20\text{mm}$ ) in einigen Zentimetern Entfernung, ausgetauscht wurde. Diese Linse wurde zusammen mit der (nun objektivlosen) CCD-Kamera auf einem Reiter auf einer optischen Schiene (in Richtung des Grism) festgeschraubt. Die Entfernung zwischen Linse und CCD-Kamera wurde zuerst solange variiert, bis die Furchenlinien auf einem Monitor bei ausreichender Bildvergrößerung zu sehen waren, und diese Entfernung anschließend für alle Messungen beibehalten und fest arretiert.

Die Scharfeinstellung der so auf der CCD-Detektoroberfläche abgebildeten Furchen, erfolgte dann durch minimale Verschiebung des gesamten "Tubus" des Mikroskops in Richtung des Grism, wobei die Gitteroberfläche einen Abstand von etwa dem der Länge der Brennweite des Objektivs, also etwa 2cm von der Linse, einnahm.

Wie aus der Abbildung 2.66 ersichtlich, konnte mit dieser Meßmethode nur ein schmaler Bereich der auf der CCD-Detektoroberfläche abgebildeten Furchenlinien scharf eingestellt werden; dieser Bereich verläuft senkrecht zu den Furchenlinien und liegt etwa in der Bildmitte (von Abb. 2.66).

Bevor diese CCD-Aufnahmen, durch den zwischengeschalteten Personal-Computer in einem bestimmten Bildformat, gespeichert, bzw. vom Monitor abfotographiert wurden, um sie anschließend ausmessen zu können, wurde zuvor durch mehrmalige geringe *Kippungen* des Grism in seiner Halterung sicher gestellt, daß die sichtbaren Hauptfacetten-Flächen auf dem Bildschirm ihre größtmögliche Helligkeit und Breite annahmen, so daß diese auch tatsächlich senkrecht zum Lichteinfall standen.

Die Aufnahme in Abb. 2.66 entspricht übrigens einer 320-fachen Bildvergrößerung, denn in Wirklichkeit haben die abgebildeten dunklen und hellen Streifen der Furchen zusammengenommen eine Breite von ca.  $d = 31\mu\text{m}$ .

### 2.6.2.3 Die Auswertung des Meßergebnisses

Bestimmung des 2. Furchenwinkels				
Furchenreihe	Furchennr.	$z_x$ [mm]	$d_x$ [mm]	$z_x/d_x$
1	1	2	10.5	0.19047619
1	2	2	11	0.18181818
1	3	3	11.5	0.26086957
1	4	2.5	11	0.22727273
1	5	1.5	10.5	0.14285714
1	6	2	10	0.2
1	7	2.5	11	0.22727273
1	8	2	10	0.2
2	1	2.5	11	0.22727273
2	2	1.5	11	0.13636364
2	3	2	11	0.18181818
2	4	1.5	10.5	0.14285714
2	5	2.5	11	0.22727273
2	6	2.5	10	0.25
2	7	2	11	0.18181818
2	8	2	10	0.2
Mittelwert( $z_x/d_x$ )=				0.19862307
Standardabw.=				0.03724926
		[°]	rad	
Blazew.[°]=		8.8	0.153588974	
Daraus folgt für den 2. Furchenwinkel [°]...				
Ergebnis :				
<b>2. Furchenwinkel [°]</b>		=	<b>61</b>	<b>(+-) 5</b>

**Abbildung 2.67:** Tabelle zur Bestimmung des zweiten Furchenwinkels  $\vartheta$  (Zusammenfassung der Meßergebnisse).

Die Auswertung der CCD-Aufnahmen (in Abb. 2.66) wurde in Abbildung 2.67 in einer Tabelle zusammengefaßt.

Mit einem cm-Maßstab habe ich für jeweils zwei scharf abgebildete Furchenreihen die *einzelnen* Furchen (welche ich in der Tabelle beliebig durchnummeriert habe) ausgemessen, und zwar die Breite  $z_*$  des dunklen Streifens, und die gesamte Breite  $d_*$  des gleichen dunklen *und* hellen Streifens einer jeweiligen Furche. Auf diese Weise wurden 16 verschiedene Furchen ausgemessen, und das Verhältnis  $(z_*/d_*)$  (bzw.  $z'/d$ ) gebildet (s. Tabelle in Abb. 2.67). Im nächsten Schritt konnte dann aus dem Mittelwert dieser verschiedenen Werte  $(z_*/d_*)$ , und mithilfe der Gleichung (2.112), der zweite Furchenwinkel  $\vartheta$  berechnet werden: Er beträgt  $\vartheta = 61^\circ \pm 5^\circ$ .

Der angegebene absolute Meßfehler von  $\Delta\vartheta = \pm 5^\circ$  ergibt sich aus der relativ großen Streuung der Meßwerte  $(z_*/d_*)$  um den Mittelwert, d.h. aus der berechneten Standardabweichung (s. Tabellenwert) und Gleichung (2.112). Die Messung der Größen  $z_*$  und  $d_*$  erwies sich (wie ein Blick auf Abb. 2.66 zeigt) nämlich als ziemlich schwierig, da selbst die in den fokussierten Bereichen der Aufnahme 2.66 abgebildeten Streifen, einer jeweils einzelnen Furchenlinie, stark "ausgefranzt" erscheinen (sicherlich verursacht durch die aufgebrauchte AR-Beschichtung). Deshalb habe ich auch eine genügend große Anzahl von Furchen vermessen, um ein besseres und zuverlässigeres Ergebnis zu erhalten.

Dennoch kann dieser gemessene reale, mittlere Nebenfacetten-Winkel von  $\vartheta_{real} = 61^\circ \pm 5^\circ$  des Grism Nr.1, innerhalb der Grenzen der Meßgenauigkeit, *nicht* die gemessene geringe Effizienz von höchstens 59% erklären, für die nach meiner Grism-Theorie ein größerer effektiver Winkel von  $\vartheta_{eff} = 78^\circ$  notwendig wäre.

#### 2.6.2.4 Die Erklärung des Meßergebnisses und die Schlußfolgerungen

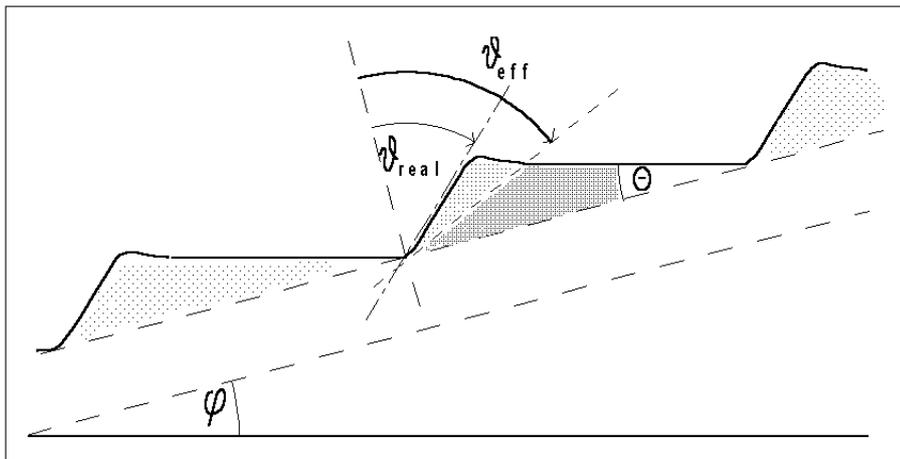
Die naheliegenste Erklärung für diese Winkel-Diskrepanz ist in der ungleichmäßigen AR-Beschichtung der Gitteroberfläche des KRS5-Grism Nr.1 zu suchen, wie die Aufnahme 2.66 beweist.

Wie schon eingangs im Abschnitt 2.4.1 zu den möglichen AR-Beschichtungen für die dielektrischen Grenzflächen eines Grism erwähnt, sollte nur falls unbedingt nötig die Gitteroberfläche eines Grism direkt beschichtet werden, um wie im Falle aller direkt linierten und optimierten Grisms Reflektionsverluste durch den großen Indexsprung zu verhindern bzw. zu minimieren.

Der Grund ist, daß eine ungleichmäßig aufgebrauchte reflexmindernde Schicht (wie im Falle des vorliegenden realisierten Grism Nr.1) selbst mit einer Dicke von größenordnungsmäßig nur einigen Nanometern, im Vergleich zum viel größeren Furchenabstand von etlichen Mikrometern, durch Abrundungen der oberen Furchenkanten (s. Abb. 2.68) die Blaze-Wirkung des Grism, d.h. die dafür verantwortliche Breite der Hauptfacetten der Gitterfurchen (die effektive Furchenbreite  $b'$ ), stark verringern kann.

Der tatsächlich mit der Ruling-Maschine radierte, realisierte, und gemessene mittlere Nebenfacetten-Winkel  $\vartheta_{real} = 61^\circ \pm 5^\circ$ , weicht schon erheblich von dem zu einer idealen rechtwinkligen Furchenform ( $\vartheta_{ideal} = 8.79^\circ = \Theta = \varphi$ ) ab, so daß selbst schon ohne eine aufgebrauchte dünne Materialschicht (und ohne Reflektionsverluste) kein Transmissions-Peak von 100% zu den gewünschten Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B$  der nutzbaren Ordnungen  $m_B$  möglich gewesen wäre, und jetzt die Beschichtung der Furchen noch zusätzlich diesen zweiten realen Furchenwinkel durchschnittlich auf den effektiven Winkel  $\vartheta_{eff} = 78^\circ$  erhöht (s. Abb. 2.68).

Unter der *vereinfachten* Annahme, daß die ungleichmäßig aufgebrauchte AR-Schicht *hauptsächlich* nur eine ungewollte *Abrundung* der Furchenkanten bewirkt hat, kann man sich *dann* diesen nach meinem



**Abbildung 2.68:** Der Unterschied zwischen dem theoretisch bestimmten, effektiven zweiten Furchenwinkel  $\vartheta_{eff}$  und dem gemessenen mittleren realen Nebenfacetten-Winkel  $\vartheta_{real}$ , wie er *möglicherweise hauptsächlich* durch die Abrundung der Furchenkanten durch die ungleichmäßig aufgebrachte AR-Beschichtung verursacht werden könnte (*Keine winkelgetreue Skizze!*).

Grism-Modell (Grism-Theorie) berechneten *effektiven* Winkel  $\vartheta_{eff}$  anschaulich als *denjenigen* Winkel vorstellen, der sich ergibt, wenn man näherungsweise eine Gerade durch den jeweils tiefsten Punkt einer Furche, und durch jeweils *denjenigen* Punkt auf der zugehörigen, gegenüberliegenden Hauptfacette legt, der den Endpunkt der Furchenkanten-Abrundung darstellt. Diese Gerade schließt dann mit der Gitternormalen den Winkel  $\vartheta_{eff}$  ein, und stellt also nun die Seitenansicht einer scheinbar breiteren Nebenfacetten-Fläche dar. (In Abb. 2.68 ist ebenfalls der kleinere, gemessene reale Winkel  $\vartheta_{real}$  eingezeichnet, der durchschnittlich bei einer Furchenwinkel-Messung ermittelt wurde.)

Eine der ankommenden Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B$  (zu einer der nutzbaren Ordnungen  $m_B$  des Grism Nr.1), die senkrecht auf die so verkleinerte effektive Hauptfacetten- d.h. Furchenbreite  $b'$  trifft, wird jetzt nicht mehr mit ihrer gesamten ursprünglichen Intensität in die Geradeaus-Richtung (d.h. Blaze-Richtung  $\epsilon' = 0$ ) zum Blaze-Peak gebeugt, sondern nur noch zu einem Bruchteil von knapp 60%.

All dies ist nur ein *möglicher* Erklärungsversuch für die relativ geringe gemessene Grism-Effizienz und für den immer noch hierfür, nach meiner Grism-Theorie, zu kleinen gemessenen zweiten Furchenwinkel von  $\vartheta_{real} = 61^\circ \pm 5^\circ$ , der eigentlich zu  $\vartheta_{eff} = 78^\circ$  berechnet wurde.

In Abb. 2.34, auf Seite 128, sind die unterschiedlichen und genau nach Gl. (2.32), bzw. (2.79) auf Seite 48, berechneten Effizienz-Kurven von **Grism Nr.1** gegen die Wellenlängen der zweiten Blaze-Ordnung ( $m_B = 2$ ), die auf den 256-Pixel-Detektor bei einer Kamera-Brennweite von  $f = 160\text{mm}$  fallen, aufgetragen:

Die obere **dicke** durchgezogene Kurve ist die berechnete Blaze-Kurve (d.h. die Grism-Effizienz *ohne* Fresnelsche Verluste an der Gitteroberfläche) des optimalen und *idealen* direkt linierten KRS5-Grism mit *rechtwinkligen* Furchen ( $\vartheta_{opt} = \Theta_{opt} = 8.79^\circ$ ), welche einen Transmissions-Peak von 1 bei der erwünschten Blaze-Wellenlänge  $\lambda_B = 3250\text{nm}$  (der 2. Ordnung) besitzt. Die mittlere *gestrichelte* Kurve entspricht der Effizienz-Kurve desselben *idealen* Grism (Nr.1), jedoch einschließlich der Fresnelschen Verluste an der Gitteroberfläche (d.h. bei einer *fehlenden* optimal wirksamen, aufgebrachten AR-Beschichtung der Furchen), welche die Höhe des Maximums bei  $\lambda_B = 3250\text{nm}$  auf etwa 0.83

(d.h. 83%) verringern.

Ganz unten im Diagramm ist noch einmal die gemessene Effizienz-Kurve des *realisierten* und antireflex-beschichteten, direkt linierten Grism Nr.1 dargestellt, mit einem viel schwächeren Blaze-Peak von 0.59, welche sich nur mithilfe der berechneten Blaze-Funktion zu dem ungünstig großen, effektiven Nebenfacetten-Winkel von  $\vartheta_{eff} = 78^\circ$  erklären läßt.

*Folgerung:* Dieser große effektive Furchenwinkel  $\vartheta_{eff}$ , und damit die geringe Effizienz, hätte wahrscheinlich verhindert werden können, wenn man auf eine AR-Beschichtung der Gitteroberfläche des Grism Nr.1 verzichtet, und einen Reflektionsverlust von ca. 17% in Kauf genommen hätte. Die Effizienz wäre dann mindestens (für  $\lambda_B$ ) größer als 59% gewesen, auch wenn mit der Ruling-Maschine der Firma Zeiss(Jena) bestenfalls nur ein Furchenwinkel von ca.  $\vartheta_{real} = 61^\circ$  (wie gemessen), anstatt des idealen von  $\vartheta_{opt} = 8.79^\circ$ , realisierbar ist.

**Schlußfolgerung** für alle restlichen optimierten, direkt linierten Grisms Nr.1b – 3:

Von einer AR-Beschichtung der Gitteroberfläche bei der Realisierung der restlichen direkt linierten, und für eine hohe Effizienz optimierten Grims Nr.2 und Nr.3 (oder der Alternativen Nr.1b und 1c, zu Grism Nr.1) sollte abgesehen, und die berechneten Reflektionsverluste (von jeweils *unter* 22%; siehe dazu die Abbildungen 2.35 - 2.38, ab Seite 130; *gestrichelte* Kurven) in Kauf genommen werden. Denn eine ungleichmäßige Beschichtung der Gitterfurchen (wie im Falle des realisierten Grism Nr.1) könnte eine weitaus schlechtere Effizienz zur Folge haben.

Die Gitteroberflächen der optimierten *Replica*-Grisms Nr.4-6 müssen ja nicht beschichtet werden, da für das Replica-Harz ein Reflektionsverlust von *nur* rund 5% zu erwarten ist (siehe die *gestrichelten* berechneten Effizienz-Kurven dieser Grisms in den Abbildungen 2.43 - 2.45, ab Seite 140).

# 3

## Wollaston-Prismen

---

### 3.1 Die Physik der Wollaston-Prismen: Ray-Tracing

#### 3.1.1 Exakte Berechnung der Aufspaltung eines unter beliebigem Winkel einfallenden Strahls

In diesem Abschnitt wird die exakte und allgemeine Gleichung für den Winkelbetrag  $\Delta(\alpha)$  der Aufspaltung eines unter beliebigem Winkel  $\alpha$  auf ein Wollaston-Prisma treffenden Strahls berechnet: Er ist abhängig vom Einfallswinkel des Strahls, vom Prismenwinkel, und von den material- und wellenlängenabhängigen Brechzahlen  $n_o$  und  $n_e$  des doppelbrechenden Kristalls.

Sowohl Versuche als auch die Theorie, die auf den Maxwell'schen Gleichungen aufbaut, zeigen, daß in einem anisotropen Medium jeder Ausbreitungsrichtung einer ebenen elektromagnetischen Welle zwei mögliche Polarisationszustände entsprechen, die senkrecht zueinander sind, und von denen sich jede mit einer unterschiedlichen Geschwindigkeit fortpflanzt. Deshalb trennt sich eine elektromagnetische Welle beim Eintreten in eine anisotrope Substanz, gleichgültig welcher ursprüngliche Polarisationszustand vorlag, in zwei Wellen auf, die senkrecht zueinander polarisiert sind und sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten ausbreiten.

Diese Situation gibt Anlaß zu dem Phänomen der **Doppelbrechung**: Für Lichtstrahlen, die auf durchsichtige *isotrope* Kristalle treffen, gilt das Snelliussche Brechungsgesetz. Der hierbei meßbare Brechungsindex  $n$  ist durch das Verhältnis

$$n = \frac{\sin(\text{Einfallswinkel})}{\sin(\text{Brechungswinkel})}$$

definiert, bzw. durch das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit  $v$  im *isotropen* Medium:  $n = c/v$ . Bei der Aufspaltung eines Lichtstrahls in zwei abweichende Richtungen in *anisotropen* Kristallen, hingegen, gehorcht nur eine Komponente diesem *einfachen* Snelliusschen Brechungsgesetz, der sog. **ordentliche** Strahl. Die andere Komponente zeigt ein hiervon abweichendes Verhalten<sup>1</sup>, der sog. **außerordentliche** Strahl. Dieses Phänomen wird als *Doppelbrechung* bezeichnet.

---

<sup>1</sup>Der Brechungsindex wird dann im allgemeinen durch einen Tensor beschrieben.

Bei *optisch einachsigen* Kristallen bezeichnet man Ebenen, die die *optische Achse* enthalten, als *Hauptschnitte*. Eine Schwingungsebene fällt stets mit dem Hauptschnitt zusammen. Nur wenn die Einfallsebene (das ist die Ebene, die durch das Einfallslot und den einfallenden Strahl gebildet wird) mit dem Hauptschnitt zusammenfällt, liegen auch nach der Brechung die beiden Strahlenkomponenten in der Ebene des Hauptschnittes. Andernfalls wird der außerordentliche Strahl aus der Einfallsebene herausgebrochen.

Die Schwingungsrichtungen der senkrecht zueinander, linear polarisierten Komponenten, sowie die Größe der Doppelbrechung, werden durch den Gitteraufbau und die Orientierung der Lichtrichtung zum Kristallgitter bestimmt.

Die unterschiedliche Polarisierbarkeit, Packungsdichte und Bindungsart der am Aufbau des Kristallgitters beteiligten Atome, bedingen in *isotropen* Kristallen die unterschiedliche Größe des Brechungsindex, und in *anisotropen* Kristallen im Zusammenhang mit der *nichtregulären* Gitterstruktur (u.a.) das Phänomen der *Doppelbrechung*.

Als *isotrope* Kristalle bezeichnet man die Kristalle des kubischen Kristallsystems, da diese sich für das Licht in allen Richtungen gleichartig verhalten. Die Kristalle *aller übrigen* Kristallsysteme (hexagonal, trigonal, tetragonal, rhombisch, monoklin, triklin) werden als *anisotrop* bezeichnet, weil die optischen Eigenschaften richtungsabhängig in Bezug auf die Kristallorientierung sind.

In Richtung zur optischen Achse erfolgt keine Doppelbrechung. Senkrecht zur optischen Achse erreicht die Doppelbrechung ein Maximum: Für *diese* Richtung wird die Brechzahl  $n_e$  für den *außerordentlichen* Strahl angegeben. Die Brechzahl  $n_o$  für den ordentlichen Strahl ist von der Richtung unabhängig.

Einachsige Kristalle, bei denen  $n_o < n_e$  ist, nennt man *optisch positiv*. Ist  $n_o > n_e$ , spricht man von *optisch negativen Kristallen*. Zur Klasse der einachsigen Kristalle gehören trigonale, hexagonale und tetragonale Kristallsysteme. Die optische Achse ist dann eine Symmetrieachse des Kristalls.

Zur Darstellung der Lichtgeschwindigkeiten bzw. der Brechzahlen in doppelbrechenden Kristallen, bedient man sich nun geeigneter *Referenzflächen*: Zum einen die **Strahlenfläche**, die je nach Literaturquelle auch als (zweischalige) **Strahlengeschwindigkeitsfläche** oder **Fresnelsche Geschwindigkeitsoberfläche**, und in der einschaligen Form auch als **Fresnelsches Ellipsoid** bezeichnet wird, und zum andern die (zweischalige) **Indexfläche**, oder in der einschaligen praktischeren Form, das **Indexellipsoid**, welches auch **Fletchersche Indikatrix**, **optische Indexfläche**, **Cauchy'sches Polarisationsellipsoid** oder ebenfalls auch oft **Fresnelsches Ellipsoid** genannt wird.

Diese Vielzahl von Begriffen für zum Teil ein und dieselbe Referenzfläche, oder gar die teilweise verkehrte Zuordnung einer der Bezeichnungen für verschiedenartige Referenzflächen, führt beim ersten Studium der Literatur zum Thema "Doppelbrechung" (z.B. in [9], [22] oder [23]) zwangsläufig zur Verwirrung. Bei der Einführung des Begriffs der **Normalenfläche**, die zur Herleitung der Indexfläche und des Indexellipsoids notwendig ist, sind dann schließlich alle Klarheiten beseitigt.

In meiner Arbeit sollen deshalb zunächst nur die praktischsten und wichtigsten Referenzflächen mit ihren gebräuchlichsten Bezeichnungen eingeführt werden, welche zum Verständnis meiner nachfolgenden Berechnungen (vor allem zur Herleitung der Gleichung des Indexellipsoids) für den allgemeinen Fall der *Strahlenspaltung durch ein Wollaston-Prisma* wichtig sind.

### Die Huyghenssche Strahlenfläche (oder auch "Strahlengeschwindigkeitsfläche")

Trägt man von einem Punkt im Innern des Kristalls nach allen Richtungen die in einer sehr kurzen Zeiteinheit  $t$  vom Lichtstrahl zurückgelegte Strecke auf, so erhält man durch Verbindung dieser Endpunkte die *Huyghenssche Strahlenfläche*, die auch *Strahlengeschwindigkeits-* oder *Wellenfläche* genannt wird. Bei einem *isotropen* Kristall stellt diese eine Kugel dar. Bei einem *optisch einachsigen* Kristall (Medium) erhält man für den ordentlichen Strahl eine Kugel, und für den außerordentlichen Strahl ein Rotationsellipsoid, das die Kugel in zwei Punkten, den Durchstoßpunkten der *optischen Achse*, berührt. In Richtung der optischen Achse sind die Strahlengeschwindigkeiten für den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl gleich groß.

Bei *positiv* einachsigen Kristallen (wie z.B.  $MgF_2$ ) umschließt die Kugel das Rotationsellipsoid, da die Strahlengeschwindigkeit des außerordentlichen Strahls (mit Ausnahme in Richtung der optischen Achse) kleiner ist, als die des ordentlichen Strahls. Die Huyghenssche als auch alle anderen Referenzflächen, haben eine feste Orientierung zum jeweiligen Kristallgitter.

Die Strahlenfläche wird häufig auch als *Wellenfläche* bezeichnet, weil die Strahlenfläche wellenoptisch betrachtet auch die Einhüllende aller Punkte mit gleicher Phasenlage und Ordnungszahl darstellt.

### Die Normalenfläche (oder auch "Normalengeschwindigkeitsfläche")

Legt man in jedem Strahlenpunkt die Tangente an die Strahlenfläche (Wellenfläche), und fällt man von der Tangente aus das Lot zum Strahlenursprungspunkt, so bildet die Einhüllende aller Lotpunkte die *Wellennormalengeschwindigkeitsfläche*, oder kurz die *Normalenfläche*. Bei einem Rotationsellipsoid als Strahlenfläche bildet die zugehörige Normalenfläche ein *Rotationsovaloid*. Nur bei einer kugelförmigen Strahlenfläche fällt die Wellennormale mit der Strahlungsrichtung zusammen, d.h. nur hier ist die Normalenfläche ebenfalls eine Kugel, weil Strahlengeschwindigkeit und Wellennormalengeschwindigkeit gleich groß sind.

### Das Fresnelsche Ellipsoid

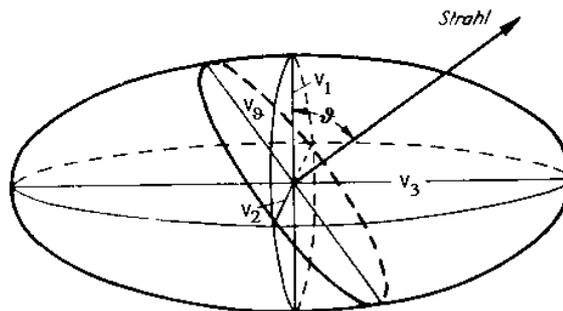


Abbildung 3.1: Fresnelsches Ellipsoid

Da *zweischalige* Flächen, wie z.B. die Strahlenfläche oder die Normalenfläche, mathematisch un bequem zu behandeln sind, ist es zweckmäßiger, die Doppelbrechung mit *einschaligen* Flächen zu beschreiben.

Eine derartige Fläche stellt das Fresnelsche Ellipsoid dar (s. Abb. 3.1): Man erhält es, wenn man die Strahlengeschwindigkeiten *nicht* in Richtung der Lichtstrahlen aufträgt, sondern *senkrecht* dazu, d.h. in der *Schwingungsrichtung*. Für einachsige Kristalle ergibt sich ein *Rotationsellipsoid*.

Die Winkeltrennung zwischen e- und o-Strahl kann benutzt werden, um den einen oder anderen von ihnen abzutrennen, und so linear polarisiertes Licht zu erzeugen.

In einem *Wollaston-Prisma* (s. Abb. 3.3), bestehend aus zwei miteinander verkitteten Teilprismen desselben optisch einachsigen Materials, wird nun der ordentliche Strahl (2) der ersten Prismenhälfte (mit Brechungsindex  $n_{o(2)} \equiv n_o$ ), der senkrecht zur Zeichenebene (d.h. Einfallsebene) schwingt, in der zweiten Hälfte zum außerordentlichen Strahl (mit  $n_{e(2)} \equiv n_e$ ), und der außerordentlichen Strahl (1) im ersten Teilprisma (mit dem richtungsabhängigen Brechungsindex  $n_{e(1)}(\beta_1)$ ), der parallel zur Zeichenebene schwingt, wird im zweiten Teilprisma zum ordentlichen Strahl (mit Brechungsindex  $n_{o(1)} \equiv n_o$ ). Für den Fall  $n_e > n_o$ , führt dies zur gezeichneten Strahl-Aufspaltung.

Beim einfachsten Fall einer *senkrecht* auf das erste Teilprisma des Wollaston-Prismas treffenden Wellenfront (s. Abb. 3.5), nimmt die Brechzahl  $n_{e(1)}(\beta_1 = 0)$  des außerordentlichen Strahls (1) gerade den Maximalwert (sonst i.allg. Extremwert)  $n_e$  an (vgl. der in Abb. 3.2 *rechts* dargestellte Spezialfall, mit  $n_1 \equiv n_e$ ), weil bei senkrechtem Einfall ( $\alpha = 0$ ) die Ausbreitungsrichtung ( $\beta_1$ ) im Kristall die gleiche bleibt.

Schwieriger hingegen wird es für den Fall (in Abb. 3.3) einer unter dem Winkel  $\alpha$  einfallenden elektromagnetischen Welle, wenn man den Wert  $n_{e(1)}(\beta_1)$  des Brechungsindex für den außerordentlichen Strahl (1) im ersten Teilprisma wissen möchte: Dieser läßt sich aus der Gleichung des **Indexellipsoids** (Rotationsellipsoid) berechnen, falls man annimmt, daß der Brechungswinkel  $\beta_1$  des e-Strahls (1) (innerhalb der ersten Prismenhälfte) bekannt sei.

Deshalb gilt es nun, im folgenden diese Gleichung des Indexellipsoids herzuleiten.

### Die Indexfläche und das Indexellipsoid (Die Herleitung der Gleichung für die Indexfläche und für das Indexellipsoid)

Die variable Brechzahl  $n(\vartheta_e)$  des e-Strahls in einem anisotropen Medium, ist sinnvoller Weise als das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Vakuum zur Wellennormalengeschwindigkeit  $v$  definiert,  $n = c/v$ , das dann auch mit dem zugehörigen Sinusverhältnis

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta'_e} = \frac{c}{v} = n = n(\vartheta_e) \quad (3.1)$$

übereinstimmt, welches man erhält, wenn man das verallgemeinerte Huyghenssche Prinzip auf einen unter dem Winkel  $\alpha$  zum Lot der Oberfläche eines anisotropen Kristalls treffenden Lichtstrahls anwendet, der sich mit den Wellenfronten seines e-Strahls im Medium in Form eines Rotationsellipsoids ausbreitet.

Dabei ist aber *zu beachten*, daß  $\beta'_e$  hier *nicht* der Brechungswinkel  $\beta_e$  ist, der die Strahlgeschwindigkeit  $\vec{V}$  des außerordentlichen Strahls mit dem Lot einschließt, sondern der zur Normalengeschwindigkeit  $\vec{v}$  gehörende Brechungswinkel  $\beta'_e$ ; deren Richtung ist durch das Lot auf die Wellenfront gegeben.

Beim außerordentlichen Strahl  $e$  ist es nämlich notwendig, zwischen der Strahlgeschwindigkeit  $\vec{V}$  und der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  (= Phasengeschw.) zu unterscheiden, mit welcher sich die Phase der Welle,

d.h. die Welle normal zur Wellenfront, fortbewegt.  $\vec{v}$  ist also die Wellennormalengeschwindigkeit, oder kurz *Normalengeschwindigkeit*.

Beim ordentlichen Strahl  $o$  sind  $\vec{V}_o$  und  $\vec{v}_o$  nicht zu unterscheiden, und die oben getroffene Definition des Brechungsindex geht in das bekannte Snelliussche Brechungsgesetz über:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_o} = \frac{c}{V_o} = \frac{c}{v_o} = n_o.$$

In analoger Weise wie bei der Konstruktion der Strahlenfläche kann man nun auch von einem Punkt aus in jeder Richtung die Brechungsindizes entsprechend der oben genannten Definition (3.1) für die *ordentliche* und *außerordentliche* Strahlenkomponente auftragen. Man erhält dann die sog. **Indexfläche**, welche ebenfalls wie die *Strahlenfläche* eine *zweischalige* Fläche darstellt.

Um die Gleichung dieser Indexfläche, deren Radiusvektor (vom Mittelpunkt aus gezogen) die Brechzahlen für beide Strahlen  $o$  und  $e$  liefert, herleiten zu können, muß also die *Normalengeschwindigkeitsfläche* (kurz Normalenfläche) bekannt sein, d.h. die Gleichung für die Fläche, deren vom Mittelpunkt aus gezogener Radiusvektor die Normalengeschwindigkeit  $\vec{v}$  angibt; diese ist ja von der Strahlenfläche bezüglich der  $e$ -Strahlen verschieden. Nur für die  $o$ -Strahlen sind beide Flächen identisch.

Man kann nun rein rechnerisch aus der Strahlenfläche die (zweischalige) **Normalenfläche** ableiten. Bei einem Rotationsellipsoid als Strahlenfläche, bildet die zugehörige Normalenfläche (wie schon erwähnt) ein **Rotationsovaloid**, dessen Gleichung für die Normalengeschwindigkeiten  $v$  des  $e$ -Strahls, die gleiche Winkel  $\vartheta'_e$  mit der optischen Achse bilden,

$$v^2 = v^2(\vartheta'_e) = v_e^2 \sin^2 \vartheta'_e + v_o^2 \cos^2 \vartheta'_e \quad (3.2)$$

lautet (siehe z.B. BERGMANN-SCHAEFER[22]).

Diese Beziehung folgt also aus der *Gleichung für die Strahlengeschwindigkeiten*  $V$  des  $e$ -Strahls, in Abhängigkeit von  $\vartheta_e$

$$V^2 = \frac{V_o^2 V_e^2}{V_o^2 \sin^2 \vartheta_e + V_e^2 \cos^2 \vartheta_e}. \quad (3.3)$$

Dies ist die Gleichung für ein Rotationsellipsoid mit einer Hauptachse bei  $\vartheta_e = 0^\circ$  und dem Extremwert  $V_o$ , bzw. bei  $\vartheta_e = 90^\circ$  und dem extremen Wert  $V_e$  der Strahlengeschwindigkeit.

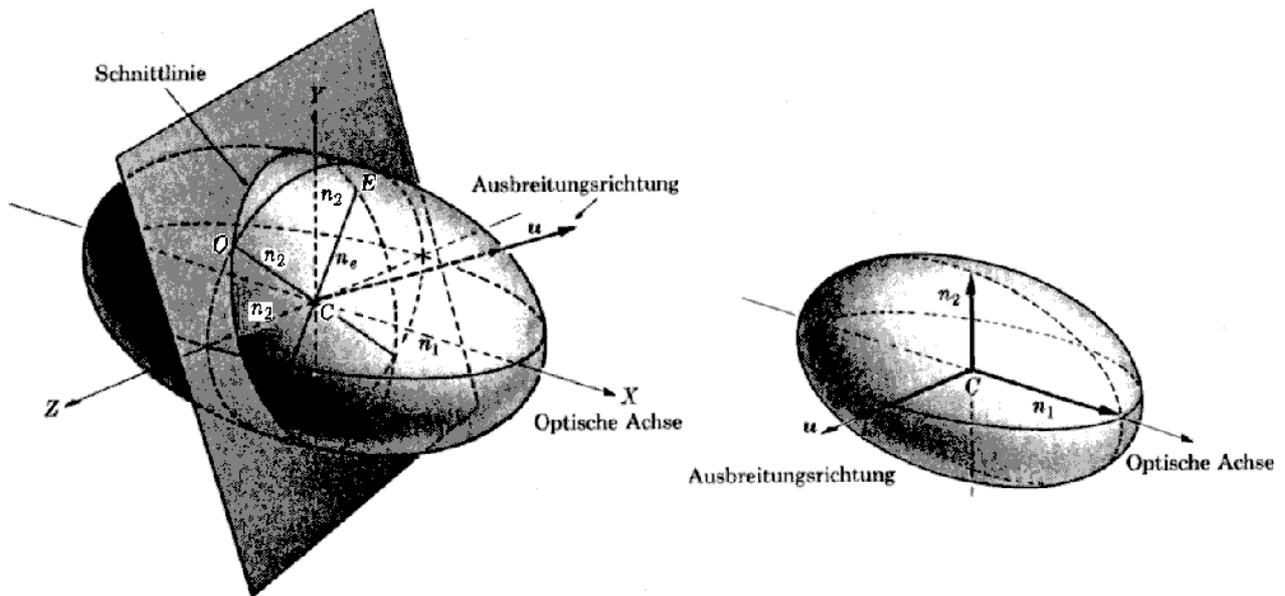
In Gleichung (3.2) ist zu beachten, daß der Winkelabstand  $\vartheta'$  zur optischen Achse i.allg. ein anderer ist, als in Gleichung (3.3), da ja wie schon erwähnt, Strahlengeschwindigkeit und Normalengeschwindigkeit in der Regel verschiedene Richtungen haben.

Mithilfe von Gl. (3.2) läßt sich jetzt die Formel für die *Indexfläche des  $e$ -Strahls* herleiten, wenn man für  $v$ ,  $v_o$  und  $v_e$ , die gleichwertigen Ausdrücke  $c/n$ ,  $c/n_o$  bzw.  $c/n_e$  einsetzt, anschließend durch  $c^2$  dividiert, und schließlich nach  $n$  auflöst:

$$\boxed{n^2 = n^2(\vartheta'_e) = \frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2 \vartheta'_e + n_e^2 \cos^2 \vartheta'_e}}. \quad (3.4)$$

Dies ist die gesuchte Gleichung für das Rotationsellipsoid mit den Halbachsen  $n_e$  und  $n_o$ .

Die *gesamte* zweischalige Indexfläche besteht allerdings noch aus der zusätzlichen Kugelfläche mit Radius  $n_o$ , die bei einem *optisch positiven* (negativen) Kristall mit  $n_e > n_o$  ( $n_e < n_o$ ) vom Rotationsellipsoid *umschlossen* wird (bzw. das Ellipsoid *umschließt*), ganz im Gegensatz zur Strahlenfläche.



**Abbildung 3.2:** Indexellipsoid: Polarisationsrichtungen der ordentlichen und außerordentlichen Strahlen in einem einachsigen Kristall für eine beliebige Ausbreitungsrichtung  $\vec{u}$  d.h. Wellennormalenrichtung (links), bzw. (rechts) für eine Wellenfrontnormale senkrecht zur optischen Achse; Abb. aus [23].

Weil aber eine zweischalige Indexfläche mathematisch unbequem zu behandeln ist, ist es praktischer das *einschalige Indexellipsoid* (oder auch “Fletchersche Indikatrix“ oder ebenfalls “Fresnelsches Ellipsoid“) zu definieren: Dabei trägt man (im Unterschied zur Indexfläche) den richtungsabhängigen Brechungsindex  $n(\vartheta')$  des e-Strahls *nicht* in Richtung der Wellennormalen ab, sondern als Strecke in Schwingungsrichtung *senkrecht* zur Wellennormalen und innerhalb der Ebene des Hauptschnitts<sup>2</sup>. Ein Schnitt durch das Zentrum dieses Indexellipsoids (Indikatrix), senkrecht zu einer beliebig gelegten Wellennormale, bildet dann i.allg. eine Ellipse, deren beide Halbachsen für die entsprechenden Schwingungsrichtungen (des e- und o-Strahls) die zugehörigen Brechungsindizes geben.

Der Brechungsindex für die senkrecht zum Hauptschnitt schwingende Komponente, d.h. der Index des o-Strahls, ist dann konstant und richtungsunabhängig (nämlich  $n_o = n_2 = \overline{CO}$  in Abb. 3.2), und die in Richtung des Hauptschnitts schwingende Komponente (d.h. die e-Strahlenkomponente) ändert den Wert ihrer Brechzahl  $n(\vartheta')$  mit Änderung der Lage der Wellennormalen (siehe  $n_e = \overline{CE}$ , in Abb. 3.2, mit einer Länge zwischen  $n_2$  und  $n_1$ ).

Für die Brechzahl  $n(\vartheta')$  des außerordentlichen Strahls gilt also weiterhin dieselbe Gleichung (3.4) wie für die Indexfläche des e-Strahls in Bezug auf den Winkel  $\vartheta'$  zur optischen Achse, nur daß jetzt beim *Indexellipsoid* dieser  $n(\vartheta')$ -Wert nicht direkt in Richtung der Wellennormalen, sondern in Schwingungsrichtung des e-Strahls, d.h. senkrecht dazu (und in der Ebene des Hauptschnitts), aufgetragen wird.

Bei einem *positiv* einachsigen Kristall ( $n_e > n_o$ ), zum Beispiel, ist die *Indexfläche* für den e-Strahl (d.h. in diesem Fall das *einschalige* Rotationsellipsoid) bezüglich der optischen Achse gestaucht, im

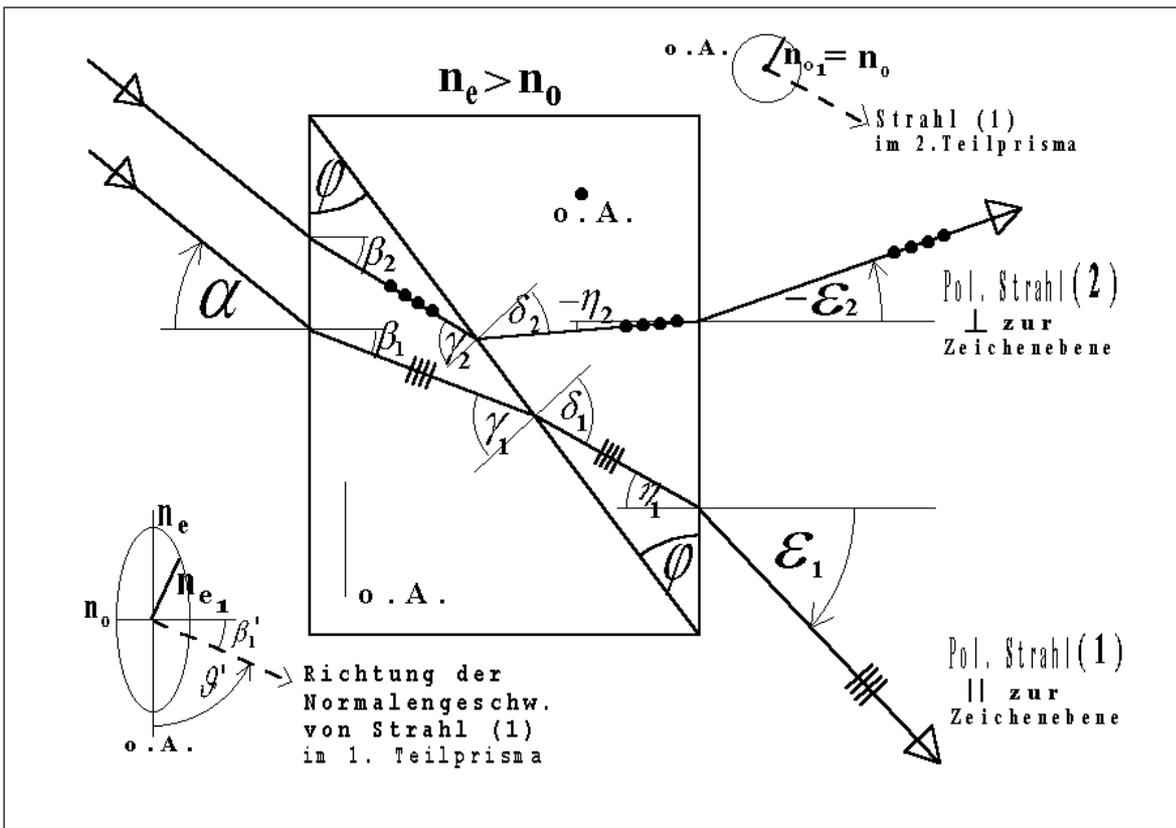
<sup>2</sup>Bei optisch einachsigen Kristallen bezeichnet man Ebenen, die die optische Achse bzw. die Rotationsachse des Indexellipsoids (und die Wellennormale) enthalten als *Hauptschnitte*.

Verhältnis zum Durchmesser des Kreisschnitts senkrecht zur optischen Achse. Aus dieser Indexfläche für den e-Strahl läßt sich also dann das gesamte Indexellipsoid konstruieren, indem man den Hauptschnitt um  $90^\circ$  um seine durch das Zentrum gelegte Flächennormale als Drehachse verdreht, und anschließend um die optische Achse rotieren läßt. Dann ergibt sich für diesen Fall ( $n_e > n_o$ ) der in Abbildung 3.3 (unten links) dargestellte Hauptschnitt durch das *Indexellipsoid*. Das Indexellipsoid hat jetzt (gegenüber der Indexfläche) in Richtung der Rotationsachse (d.h. der opt. Achse) eine langgestreckte Form.

Der Ausdruck (3.4) für die Indexfläche des e-Strahls ist also auch weiterhin in seiner Form *identisch mit der Gleichung für das gesamte (einschalige) Indexellipsoid*, welches nun aber für *beide* Strahlenkomponenten gültig ist, wenn man die verschiedenen Brechungsindizes der Komponenten in Richtung der jeweiligen Polarisation, *senkrecht* zur  $\mathcal{G}'$ -Richtung aufträgt.

Der große Vorteil des **Indexellipsoids** gegenüber der Indexfläche ist, daß die Brechungsindizes *beider* Komponenten eines Strahls durch einen einachsigen Kristall, in Richtung ihrer Polarisation, nur durch *eine einschalige Fläche* beschrieben werden können.

**Berechnung des Strahlenverlaufs und der Aufspaltung durch das Wollaston-Prisma**



**Abbildung 3.3:** Der Strahlenverlauf eines unter dem Winkel  $\alpha$  auf ein Wollaston-Prisma, in der abgebildeten Zeichenebene, treffenden Strahls, zur Berechnung der unterschiedlichen Austrittswinkel  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  der senkrecht zueinander polarisierten Komponenten, welche wiederum in derselben (Einfall-) Ebene liegen.

Ist der Brechungswinkel  $\beta_1$  der außerordentlichen Strahlenkomponente (1) im ersten Teilprisma des Wollaston-Prismas (s. Abb. 3.3), bzw. besser der zur Normalengeschwindigkeit  $\vec{v}$  des parallel zur Zeichenebene polarisierten Strahls (1) gehörende Brechungswinkel  $\beta'_1$ , bekannt, kann also jetzt, mithilfe der Gleichung (3.4) für den e-Strahl, das *modifizierte* Snelliussche Brechungsgesetz, d.h. das Sinusverhältnis

$$\sin \alpha = n_{e(1)}(\vartheta') \cdot \sin \beta'_1 = \sqrt{\frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2 \vartheta' + n_e^2 \cos^2 \vartheta'}} \cdot \sin \beta'_1$$

hingeschrieben werden, welches für die an der äußeren Grenzfläche des ersten Teilprismas gebrochenen Komponente (1) des auftreffenden Strahls gilt.

Mit der Winkelrelation

$$\vartheta' = 90^\circ - \beta'_1,$$

und den Identitäten

$$\sin(90^\circ - \beta'_1) \equiv \cos \beta'_1 \quad \text{und} \quad \cos(90^\circ - \beta'_1) \equiv \sin \beta'_1,$$

wird das Brechungsgesetz zu

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sqrt{\frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \cos^2 \beta'_1 + n_e^2 \sin^2 \beta'_1}} \cdot \sin \beta'_1 \\ &= n_{e(1)}(\beta'_1) \cdot \sin \beta'_1. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Bei vorgegebenem Einfallswinkel  $\alpha$  eines auf das erste Teilprisma treffenden natürlichen Strahls, kann mithilfe dieser Gleichung aus den bekannten, materialspezifischen Extremalwerten des außerordentlichen Brechungsindex,  $n_o$  und  $n_e$ , der zur Wellennormale gehörende Brechungswinkel  $\beta'_1$  der parallel zur Ebene des Hauptschnitts (d.h. zur Zeichenebene) polarisierten Strahlenkomponente (1) berechnet werden.

Um aber das hergeleitete Brechungsgesetz (3.5) für alle weiteren Berechnungen auf eine handlichere Form

$$\boxed{\sin \alpha = n_{e(1)}(\alpha) \cdot \sin \beta'_1} \quad (3.6)$$

zu bringen, wo der Brechungsindex  $n_{e(1)}$  nicht mehr vom Brechungswinkel  $\beta'_1$  abhängt, sondern nur noch von  $\alpha$ , quadriert man zunächst die beiden Gleichungen (3.5) und (3.6), so daß einerseits

$$\frac{1}{n_{e(1)}^2(\alpha)} \cdot \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta'_1,$$

und andererseits

$$\sin^2 \alpha = \frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 - n_o^2 \sin^2 \beta'_1 + n_e^2 \sin^2 \beta'_1} \cdot \sin^2 \beta'_1,$$

bzw. nach  $\sin^2 \beta'_1$  aufgelöst

$$\sin^2 \beta'_1 = \frac{\sin^2 \alpha}{(1 - (n_e^2/n_o^2)) \sin^2 \alpha + n_e^2}$$

folgt (wobei die Identität  $\cos^2 \beta \equiv 1 - \sin^2 \beta$  gebraucht wurde). Im nächsten Schritt liefert dann der Vergleich dieser beiden Gleichungen die gesuchte Beziehung für den nur noch vom Einfallswinkel  $\alpha$  abhängigen Brechungsindex

$$\boxed{n_{e(1)}^2(\alpha) = \left(1 - \frac{n_e^2}{n_o^2}\right) \sin^2 \alpha + n_e^2}. \quad (3.7)$$

Verfolgt man den weiteren Verlauf der parallel zur Zeichenebene, in Abb. 3.3 unten, polarisierten Komponente (1), bildet deren Strahlgeschwindigkeit  $\vec{V}$  mit dem Lot zur Grenzfläche des zweiten Teilprismas den Einfallswinkel  $\gamma_1$ , und wird anschließend unter dem Winkel  $\delta_1$  in das Innere der zweiten Prismenhälfte hineingebrochen. Verwendet man hingegen sinnvollerweise die zugehörigen Brechungswinkel  $\gamma'_1$  und  $\delta'_1$  der Normalengeschwindigkeiten der Komponente (1), gilt an dieser Stelle das Brechungsgesetz

$$\boxed{n_{e(1)} \sin \gamma'_1 = n_{o(1)} \sin \delta'_1}, \quad (3.8)$$

mit der richtungsunabhängigen Brechzahl  $\mathbf{n}_{o(1)} = \mathbf{n}_o$ , weil die Komponente (1) jetzt beim Übertritt ins zweite Teilprisma zum ordentlichen Strahl wird; die Polarisationsrichtung des Strahls (1) liegt nämlich weiterhin in der Zeichenebene, und das Indexellipsoid, dessen kreisrunde Schnittfläche mit Radius  $n = n_o$  in Abb. 3.3, oben rechts, dargestellt ist, ragt jetzt in der zweiten Prismenhälfte mit seiner Rotationsachse senkrecht *aus* der Zeichenebene heraus. Gleichgültig, wie groß  $\delta'_1$  ist, besitzt deshalb die Strahlenkomponente (1), mit ihrer Schwingungsrichtung parallel zur Zeichenebene, immer den zugehörigen (konstanten) Brechungsindex  $n_{o(1)} = n_o$  im zweiten Teilprisma.

Die polarisierte Komponente (1) verläßt dann schließlich das Wollaston-Prisma mit dem Austrittswinkel  $\epsilon_1$ , für den das Brechungsgesetz

$$\boxed{n_{o(1)} \sin \eta'_1 = \sin \epsilon_1} \quad (3.9)$$

gilt, mit  $n_{o(1)} = n_o$ .

Alle in Abb. 3.3 dargestellten Brechungswinkel beziehen sich auf die *Strahlrichtung*, d.h. die Richtung der Strahlgeschwindigkeit  $\vec{V}$ , und den Fall eines *positiv* einachsigen Kristalls mit  $n_e > n_o$ , wobei alle Winkel (nach eigener Konvention) im Uhrzeigersinn positiv gemessen werden<sup>3</sup>.

Aus den Brechungsgesetzen (3.6), (3.8) und (3.9), mit der Identität  $n_{o(1)} = n_o$ , sowie der Gl. (3.7) für den nur noch von  $\alpha$  abhängigen Brechungsindex  $n_{e(1)}(\alpha)$ , und den geltenden Winkelrelationen

$$\boxed{\gamma' = \varphi + \beta'} \quad (3.10)$$

und

$$\boxed{\eta' = \delta' - \varphi}, \quad (3.11)$$

kann nun im nächsten Schritt der Austrittswinkel  $\epsilon_1$  der parallel zur Zeichenebene (Einfallsebene) polarisierten Komponente (1) des auf das Wollaston-Prisma treffenden natürlichen Strahls, in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$ , berechnet werden.

Aus dem dritten Brechungsgesetz (3.9) folgt mithilfe der Winkelrelation (3.11), und dem Additionstheorem für den Sinus,

$$\begin{aligned} \sin \epsilon_1 &= n_{o(1)} \cdot \sin \eta'_1 \\ &= n_o \cdot \sin (\delta'_1 - \varphi) \\ &= n_o \left( \sin \delta'_1 \cos \varphi - \sqrt{1 - \sin^2 \delta'_1} \sin \varphi \right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

<sup>3</sup>Die gestrichelten Winkel, welche sich auf die Richtung der Phasengeschwindigkeit  $\vec{v}$  (Normalengeschwindigkeit) beziehen, wurden *nicht* eingezeichnet.

und aus dem zweiten und ersten Brechungsgesetz (3.8) und (3.6), mithilfe der Winkelbeziehung (3.10), die Gleichung

$$\begin{aligned}
 \sin \delta'_1 &= \frac{n_{e(1)}(\alpha)}{n_{o(1)}} \cdot \sin \gamma'_1 \\
 &= \frac{n_{e(1)}(\alpha)}{n_o} \cdot \sin(\varphi + \beta'_1) \\
 &= \frac{n_{e(1)}(\alpha)}{n_o} \cdot \left( \sin \varphi \sqrt{1 - \sin^2 \beta'_1} + \cos \varphi \sin \beta'_1 \right) \\
 &= \frac{n_{e(1)}(\alpha)}{n_o} \cdot \left( \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_{e(1)}^2(\alpha)}} + \cos \varphi \frac{\sin \alpha}{n_{e(1)}(\alpha)} \right) \\
 &= \frac{1}{n_o} \cdot \mathcal{H}_1(\alpha, \varphi, n_o, n_e)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

für den Ausdruck  $\sin \delta'_1$ , wenn man aus praktischen Gründen die Funktion

$$\mathcal{H}_1(\alpha, \varphi, n_o, n_e) = \sin \varphi \sqrt{n_{e(1)}^2(\alpha) - \sin^2 \alpha} + \cos \varphi \sin \alpha$$

für den Strahl (1) definiert, die hier noch den Brechungsindex  $n_{e(1)}(\alpha)$  aus Gl. (3.7) enthält, oder gleich die **Definition**

$$\boxed{\mathcal{H}_1(\alpha, \varphi, n_o, n_e) = n_e \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o^2}} + \cos \varphi \sin \alpha} \tag{3.14}$$

verwendet.

Setzt man nun den Ausdruck (3.13) für  $\sin \delta'_1$  in Gleichung (3.12) ein, folgt die gesuchte Beziehung

$$\boxed{\sin \varepsilon_1(\alpha) = \mathcal{H}_1 \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - \mathcal{H}_1^2} \sin \varphi} \tag{3.15}$$

für den Austrittswinkel  $\varepsilon_1(\alpha)$ .

Die Berechnung des Austrittswinkels  $\varepsilon_2(\alpha)$  für die senkrecht zur Zeichenebene, d.h. für die senkrecht zum Hauptschnitt durch das Indexellipsoid des ersten Teilprismas (in Abb. 3.3, unten links), polarisierte Komponente (2) des auftreffenden Lichtstrahls, verläuft völlig analog zu der der Strahlenkomponente (1).

Im Gegensatz zu Strahl (1) besitzt die senkrecht zur optischen Achse des ersten Teilprismas polarisierte Komponente (2) den vom Brechungswinkel  $\beta_2$ , bzw.  $\beta'_2$ , unabhängigen ordentlichen Brechungsindex  $\mathbf{n}_{o(2)} = \mathbf{n}_o$ , denn das zur optischen Achse rotationssymmetrische Indexellipsoid der ersten Prismenhälfte hat für diese Polarisationsrichtung den Wert  $n_o$ . Beim Eintritt in die zweite Prismenhälfte wird die Komponente (2) dann zum außerordentlichen Strahl mit dem zugehörigen maximal erreichbaren Wert  $\mathbf{n}_{e(2)} = \mathbf{n}_e$  des Brechungsindex für einen außerordentlichen Strahl; und das völlig unabhängig vom Brechungswinkel  $\delta'_2$ , denn für jede Richtung der Wellennormalen der Komponente (2) ist im zweiten Teilprisma  $\vartheta' = 90^\circ$ , d.h.  $n(\vartheta'_e = 90^\circ) = n_e$  (s.Gl. (3.4)), weil das Indexellipsoid hier in Richtung der optischen Achse (d.h. in Polarisationsrichtung) mit der Halbachse  $n_e$  aus der Zeichenebene (in Abb. 3.3, oben rechts) herausragt.

Deshalb müssen zur Berechnung des Austrittswinkels  $\varepsilon_2(\alpha)$  der Strahlenkomponente (2) nur die Brechungsindizes  $n_{e(1)}(\alpha)$  und  $n_{o(1)}$ , in den Brechungsgesetzen (3.6), (3.8) und (3.9), durch die Brechzahlen  $n_{o(2)} = n_o$  bzw.  $n_{e(2)} = n_e$  substituiert, und außerdem  $\eta'_1$  und  $\varepsilon_1$  durch die Winkel  $-\eta'_2$  bzw.  $-\varepsilon_2$  ersetzt werden, so daß die entsprechenden Brechungsgesetze

$$\begin{array}{l} \sin \alpha = n_o \cdot \sin \beta'_2 \\ n_o \cdot \sin \gamma'_2 = n_e \cdot \sin \delta'_2 \\ n_e \cdot \sin(-\eta'_2) = \sin(-\varepsilon_2) \end{array} \quad (3.16)$$

folgen. Die Vorzeichen-Konvention bleibt nämlich hier für die gemessenen Winkel die gleiche wie für die Strahlenkomponente (1), so daß dadurch für den in Abb. 3.3 dargestellten Fall ( $n_e > n_o$ ) die Winkel  $\eta_2$ , bzw.  $\eta'_2$ , und  $\varepsilon_2$  negative Vorzeichen erhalten.

Die Winkelrelationen (3.10) und (3.11) gelten natürlich auch für diesen Fall, mit dem Unterschied, daß der Winkel  $\eta$  hier negativ

$$-\eta'_2 = \delta'_2 - \varphi$$

gerechnet wird.

Es ergibt sich schließlich dann die zu Gleichung (3.15) analoge Beziehung für den vom Einfallswinkel  $\alpha$  abhängigen Austrittswinkel

$$\sin(-\varepsilon_2(\alpha)) = \mathcal{H}_2 \cos \varphi - \sqrt{n_e^2 - \mathcal{H}_2^2} \sin \varphi \quad (3.17)$$

für die senkrecht zum Hauptschnitt schwingende Strahlenkomponente (2), wenn man wiederum eine zu dieser Komponente gehörende Funktion

$$\mathcal{H}_2(\alpha, \varphi, n_o) = \sin \varphi \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha} + \cos \varphi \sin \alpha \quad (3.18)$$

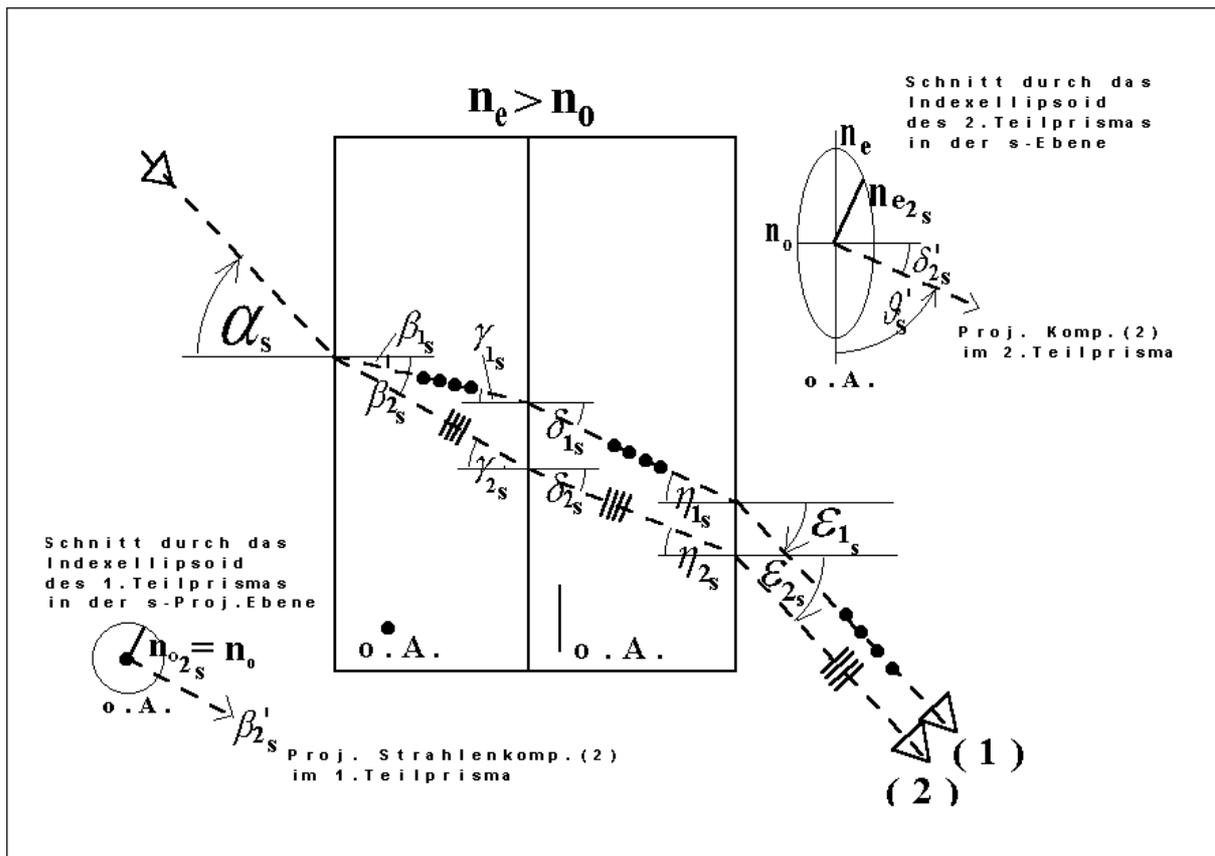
definiert, welche aber jetzt – im Gegensatz zu  $\mathcal{H}_1$  – *nicht* mehr von  $n_e$  abhängt.

Der Ausdruck für die **gesamte Winkel-Aufspaltung**  $\Delta(\alpha)$  eines unter dem Winkel  $\alpha$ , parallel zur dargestellten Zeichenebene von Abb. 3.3, auf ein Wollaston-Prisma treffenden natürlichen Strahls, folgt letztendlich aus den Beziehungen (3.15) und (3.17) für die Austrittswinkel  $\varepsilon_1$  und  $-\varepsilon_2$  seiner beiden senkrecht zueinander polarisierten, und das Doppelprisma ebenso wieder parallel zur Einfallsebene verlassenden Komponenten:

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta(\alpha, \varphi, n_o(\lambda), n_e(\lambda)) \\ &= \varepsilon_1 - (-\varepsilon_2) \end{aligned}$$

$$\Delta = \arcsin \left( \mathcal{H}_1 \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - \mathcal{H}_1^2} \sin \varphi \right) - \arcsin \left( \mathcal{H}_2 \cos \varphi - \sqrt{n_e^2 - \mathcal{H}_2^2} \sin \varphi \right). \quad (3.19)$$

Liegt der auf das Wollaston-Prisma treffende Strahl *nicht* in einer, zur in Abb. 3.3 dargestellten Zeichenebene, parallelen Einfallsebene, sondern besitzt ebenso eine Winkelkomponente  $\alpha_s$  in einer *senkrecht* zur optischen Achse des ersten Teilprismas liegenden Ebene (s-Ebene), gemessen zum



**Abbildung 3.4:** Projektion des Strahlenverlaufs durch ein Wollaston-Prisma auf eine senkrecht zur optischen Achse des ersten Teilprismas liegenden Ebene (s-Ebene), für einen unter beliebigem Einfallswinkel  $\alpha$  (mit der Winkelkomponente  $\alpha_s$  in dieser Projektionsebene) auftreffenden Strahl.

Einfallslot, befinden sich die beiden austretenden polarisierten Strahlenkomponenten *nicht* mehr in der Zeichenebene von Abb. 3.3. Für diesen *allgemeinen Fall* ist die *Projektion* des Strahlenverlaufs auf diese s-Ebene durch das Wollaston-Prisma in Abb. 3.4 skizziert; darin erscheint nun das Doppelprisma in der Seitenansicht dieser Schnittebene in Form zweier miteinander verkitteter *planparalleler* Platten.

Zum Zwecke der Ermittlung der gesamten Winkelgröße  $\Delta_{gesamt}$  der Aufspaltung für diesen allgemeinen Fall einer *beliebigen* Strahlinzidenz, müssen aber noch die Austrittswinkel  $\epsilon_{1s}$  und  $\epsilon_{2s}$  der beiden aufgespaltenen Strahlenkomponenten bezüglich dieser s-Projektionsebene berechnet werden, um daraus zusätzlich zur schon zuvor ermittelten Aufspaltung für den Fall einer mit dem Hauptschnitt (d.h. mit der p-Ebene zum Einfallslot und zur opt.A.) des ersten Teilprismas zusammenfallenden Einfallsebene (s.Gl. 3.19), ebenso noch die fehlende Winkelgröße  $\Delta_s = \epsilon_{1s} - \epsilon_{2s}$  in der s-Ebene ausrechnen zu können.

Für die Brechungswinkel ( $\beta_{1s}$ ,  $\delta_{1s}$ ,  $\epsilon_{1s}$ ) bezüglich der auf die in der Abb. 3.4 dargestellten s-Ebene *projizierten* Strahlenkomponente (1), bzw. genauer für deren (nicht eingezeichneten) Brechungswinkel bezogen auf die unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten (oder Normalengeschwindigkeiten) in den beiden Teilprismen (gestr. Winkel), gelten an den verschiedenen drei Grenzflächen des

Wollaston-Prismas die folgenden Sinusverhältnisse (die einfachen Snelliusschen Gesetze):

$$\begin{array}{l} \sin \alpha_s = n_{e(1)s} \cdot \sin \beta'_{1s} \\ n_{e(1)s} \cdot \sin \gamma'_{1s} = n_{o(1)s} \cdot \sin \delta'_{1s} \\ n_{o(1)s} \cdot \sin \eta'_{1s} = \sin \epsilon_{1s} \end{array} \quad (3.20)$$

Wegen der Winkelidentitäten

$$\gamma'_{1s} = \beta'_{1s} \quad (3.21)$$

und

$$\eta'_{1s} = \delta'_{1s}, \quad (3.22)$$

(s. Abb. 3.4), wie im Falle eines beliebigen Strahls durch eine planparallele Platte, folgt daraus insgesamt für den projizierten Austrittswinkel  $\epsilon_{1s}$  der Komponente (1) die einfache Beziehung

$$\sin \epsilon_{1s} = \sin \alpha_s,$$

d.h. das Ergebnis

$$\epsilon_{1s} = \alpha_s. \quad (3.23)$$

Für die richtungsunabhängigen Werte des Brechungsindex der projizierten Komponente (1) in den Gleichungen (3.20), gelten dabei die an den beiden Indexellipsoiden der Teilprismen abgelesenen *Strecken* in der (nicht in Abb. 3.4 dargestellten, jedoch mit der Zeichenebene von Abb. 3.3 identischen) *p-Ebene*

$$\begin{array}{l} n_{e(1)s} = n_e \quad \dots \text{im 1. Teilprisma} \\ n_{o(1)s} = n_o \quad \dots \text{im 2. Teilprisma} \end{array} \quad (3.24)$$

die sich jedoch durch die Winkelidentitäten (3.21) und (3.22) bei der Berechnung von  $\sin \epsilon_{1s}$  wegheben.

Die Berechnung des Strahlenverlaufs der ebenfalls auf die Zeichenebene von Abb. 3.4 *projizierten* Komponente (2), d.h. deren Austrittswinkel  $\epsilon_{2s}$  in dieser s-Ebene, erfolgt entsprechend mithilfe der verschiedenen Sinusverhältnisse

$$\begin{array}{l} \sin \alpha_s = n_{o(2)s} \cdot \sin \beta'_{2s} \\ n_{o(2)s} \cdot \sin \gamma'_{2s} = n_{e(2)s} (\gamma'_{2s}) \cdot \sin \delta'_{2s} \\ n_{e(2)s} \cdot \sin \eta'_{2s} = \sin \epsilon_{2s} \end{array} \quad (3.25)$$

für die Brechungswinkel bezüglich der projizierten Wellennormalengeschwindigkeiten dieser Komponente (2) in den beiden Prismenhälften; mit der von der Ausbreitungsrichtung im ersten Teilprisma unabhängigen, aus dem Schnitt durch das zugehörige Indexellipsoid in der s-Projektionsebene (in Abb. 3.4) – zur senkrechten Richtung von  $\beta'_{2s}$  – bestimmten Strecke, d.h. mit dem ordentlichen Brechungsindex

$$n_{o(2)s} = n_o, \quad (3.26)$$

und mit dem vom Eintrittswinkel  $\gamma'_{2s}$ , d.h. wegen der Winkelidentität

$$\gamma'_{2s} = \beta'_{2s}, \quad (3.27)$$

vom Brechungswinkel  $\beta'_{2s}$ <sup>4</sup> (bzw. vom Winkel  $\delta'_{2s}$  in Abb. 3.4) abhängigen Brechungsindex  $n_{e(2)s}(\beta'_{2s})$ , der die gleiche Form besitzt, wie die schon hergeleitete Beziehung (3.7), nämlich

$$n_{e(2)s}^2(\beta'_{2s}) = \left(1 - \frac{n_e^2}{n_o^2}\right) \sin^2 \beta'_{2s} + n_e^2 \quad (3.28)$$

(mit  $\beta'_{2s} = \arcsin((1/n_o) \sin \alpha_s)$ ). Dessen Betrag  $n_{e(2)s}$  ist identisch mit der in dieser s-Ebene (d.h. in der Zeichenebene von Abb. 3.4) aus der Projektion des zweiten Indexellipsoids abgelesenen Strecke, senkrecht zur Wellennormalen (Phasengeschw.) mit Richtung  $\delta'_{2s}$ .

Dieser komplizierte Ausdruck (3.28) für den Wert des Brechungsindex ist aber zur Bestimmung des Austrittswinkels  $\varepsilon_{2s}$  der projizierten Strahlenkomponente (2) *nicht* von Bedeutung, weil sich dieser ja wiederum aufgrund der Winkelidentität

$$\boxed{\eta'_{2s} = \delta'_{2s}}, \quad (3.29)$$

ebenso wie die Brechzahl  $n_{o(2)s} = n_o$  für die erste Prismenhälfte, weghebt, und für  $\varepsilon_{2s}$  dasselbe Ergebnis folgt, wie im Falle der proj. Komponente (1), nämlich  $\sin \varepsilon_{2s} = \sin \alpha_s$ , d.h.

$$\boxed{\varepsilon_{2s} = \alpha_s}, \quad (3.30)$$

und damit zusammenfassend

$$\boxed{\varepsilon_{1s} = \varepsilon_{2s} = \alpha_s}. \quad (3.31)$$

In der s-Ebene findet daher – unabhängig von der Größe der Winkelprojektion  $\alpha_s$  – *keine* Strahlaufspaltung

$$\Delta_s = \varepsilon_{1s} - \varepsilon_{2s} = \alpha_s - \alpha_s = 0$$

statt.

Bei einer aus der Zeichenebene von Abb. 3.3 um den Winkel  $\alpha_s$  heraus- bzw. hineinragenden Einfallsebene, beschreibt die Abbildung zwar *nicht* mehr den *wirklichen* Strahlenverlauf der nun nicht mehr in dieser Zeichenebene liegenden polarisierten Komponenten durch das Wollaston-Prisma, jedoch dann aber die *Projektion* deren Ausbreitungsrichtungen durch das Doppelpisma auf diese dort dargestellte Schnittebene (“p-Ebene“), welche die optische Achse des ersten Teilprismas und das Einfallslot enthält.

Analog zu den vorigen Überlegungen (in Abb. 3.4) zur Projektion des Strahlenverlaufs auf die *senkrecht* zur optischen Achse des ersten Teilprismas liegenden “s-Ebene“, entsprechen dann in diesem allgemeinen Fall die mit den Formeln (3.15) und (3.17) berechneten Austrittswinkel,  $\varepsilon_1(\alpha)$  und  $\varepsilon_2(\alpha)$ , gerade den *projizierten* Austrittswinkeln  $\varepsilon_{1p}(\alpha_p)$  und  $\varepsilon_{2p}(\alpha_p)$  in der p-Ebene, die nur von der Winkelprojektion  $\alpha_p$  des Einfallswinkels  $\alpha$  abhängen.

Dazu müssen nur *alle* die in der Abb. 3.3 eingezeichneten, bzw. die Winkel in den Formeln (3.15), (3.17) und (3.19), durch ihre Winkelprojektionen

$$\begin{aligned} \alpha &\rightarrow \alpha_p \\ \varepsilon_1 &\rightarrow \varepsilon_{1p} \\ \varepsilon_2 &\rightarrow \varepsilon_{2p} \end{aligned}$$

in der p-Ebene ersetzt werden.

<sup>4</sup>... bezogen auf die Komponente  $v_{2s}$  der Normalengeschwindigkeit in der dargestellten Projektionsebene

### Das Endergebnis

Die gesuchte *allgemeine* Gleichung für die gesamte Winkelgröße  $\Delta_{ges}(\alpha)$  der Aufspaltung eines *beliebig schräg* auf ein Wollaston-Prisma treffenden Strahls, mit einer Einfallrichtung auch *außerhalb* der in Abb. 3.3 dargestellten Zeichenebene, d.h. mit einer zur dort abgebildeten Winkelkomponente  $\alpha$  in der “p-Ebene“ (gemessen in der *parallel* zur optischen Achse des ersten Teilprismas liegenden Ebene und zum Einfallslot; von nun ab aber mit dem *Suffix* “**p**“ gekennzeichnet, also  $\alpha_p$ ) noch *zusätzlich* hinzukommende Komponente  $\alpha_s$  (in der *senkrecht* dazu liegenden s-Projektionsebene), ist somit *identisch* mit der Gl. (3.19) auf S. 197, welche für den spezielleren Fall eines auftreffenden Strahls, dessen Einfallsebene mit dem Hauptschnitt des ersten Teilprismas zusammenfällt<sup>5</sup>, hergeleitet wurde:

$$\begin{aligned} \Delta_{ges}(\alpha) &= \Delta_{ges}(\alpha_p, \alpha_s) = \Delta(\alpha_p) \\ &= \arcsin\left(\mathcal{H}_1 \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - \mathcal{H}_1^2} \sin \varphi\right) - \arcsin\left(\mathcal{H}_2 \cos \varphi - \sqrt{n_e^2 - \mathcal{H}_2^2} \sin \varphi\right) \quad (3.19) \end{aligned}$$

mit den darin enthaltenen, nur von der Winkelkomponente  $\alpha_p$  abhängigen Funktionen  $\mathcal{H}_1(\alpha_p)$  und  $\mathcal{H}_2(\alpha_p)$ , von Seite 196 und S. 197.<sup>6</sup>

Denn die Größe der allgemeinen Aufspaltung wird nur durch die Komponente  $\alpha_p$  des Einfallswinkels  $\alpha$  des Strahls (gemessen in der p-Ebene zum Einfallslot) beeinflusst.

Wäre der Prismenwinkel  $\varphi = 0$ , läge deshalb der gleiche Fall wie speziell für die projizierten Austrittswinkel  $\varepsilon_{1s}$  und  $\varepsilon_{2s}$  in der s-Ebene ebenso in der p-Ebene vor, so daß *insgesamt keine* Richtungsaufspaltung ( $\Delta_{ges} = 0$ ) der verschieden polarisierten Komponenten auftreten würde, weil dann (für  $\varphi = 0$ ) aus den modifizierten Gleichungen (3.15) und (3.17),  $\varepsilon_{1p} = \alpha_p$ , bzw.  $-\varepsilon_{2p} = \alpha_p$ , folgt, d.h.  $\Delta_{ges} = \varepsilon_{1p} - (-\varepsilon_{2p}) = 0$ .

Oder in anderen Worten: *Nur* durch den von Null verschiedenen Prismenwinkel wird überhaupt eine Winkelaufspaltung der Strahlenkomponenten durch ein Wollaston-Prisma erreicht.

Die gesamte Strahlaufspaltung  $\Delta_{ges}$  liegt immer in der von der optischen Achse des ersten Teilprismas und dem einfallenden Strahl gebildeten Ebene, welche mit dem Winkel  $\alpha_s$  aus der Zeichenebene von Abb. 3.3 heraus- bzw. hineinragt.

Im *speziellen* Fall der Abb. 3.3, wo die Einfallsebene mit dem Hauptschnitt der ersten Prismenhälfte zusammenfällt, liegt die Strahlaufspaltung ebenfalls in dieser beschriebenen Ebene, die *dort* dann mit der Zeichenebene identisch ist.

<sup>5</sup>... und deshalb beide Strahlenkomponenten in der Ebene des Hauptschnitts, d.h. in der Zeichenebene von Abb. 3.3, sowohl nach der ersten Brechung, als auch später beim Austritt aus dem Doppelprisma, liegen.

<sup>6</sup>Ersetze dazu in den Gl. (3.14) und (3.18) den Winkel  $\alpha$  durch  $\alpha_p$ .

### 3.1.2 Spezialfall 1: Berechnung der Aufspaltung eines senkrecht auftreffenden Strahls

In der Beziehung (3.19) für die Strahlaufspaltung  $\Delta(\alpha)$  wird für den Einfallswinkel  $\alpha$  der Wert Null eingesetzt. Dies ist die gesuchte Aufspaltung wie sie im Falle von CONICA von Bedeutung ist.

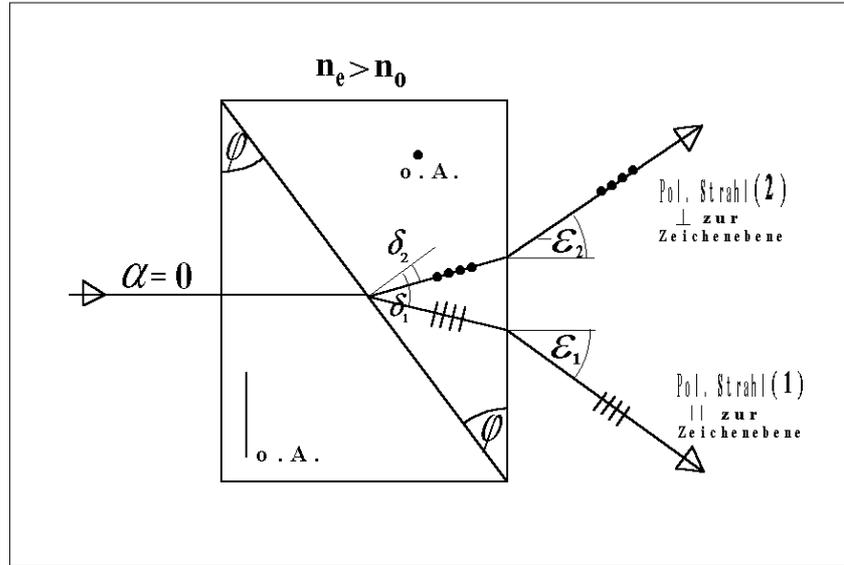


Abbildung 3.5: Die Aufspaltung eines senkrecht auf ein Wollaston-Prisma treffenden Strahls ( $\alpha = 0$ ).

Für den speziellen Fall eines *senkrecht* auf ein Wollaston-Prisma treffenden Strahls, liefern die Gleichungen (3.15) und (3.17), bzw. (3.19), für  $\alpha = 0$  die Austrittswinkel  $\varepsilon_1(\alpha = 0)$  und  $-\varepsilon_2(\alpha = 0)$  des schließlich in seine senkrecht zueinander (linear) polarisierten Bestandteile (1) und (2) zerlegten Strahls

$$\sin \varepsilon_1(\alpha = 0) = \sin \varphi \left( n_e \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - n_e^2 \sin^2 \varphi} \right), \quad (3.32)$$

wegen

$$\mathcal{H}_1(\alpha = 0) = n_e \sin \varphi,$$

und

$$\sin(-\varepsilon_2(\alpha = 0)) = \sin \varphi \left( n_o \cos \varphi - \sqrt{n_e^2 - n_o^2 \sin^2 \varphi} \right), \quad (3.33)$$

wegen

$$\mathcal{H}_2(\alpha = 0) = n_o \sin \varphi,$$

bzw. den gesamten Winkel  $\Delta(\alpha = 0)$  der Aufspaltung bei senkrechter Strahlinzidenz

$$\Delta(\alpha = 0) = \varepsilon_1(\alpha = 0) - (-\varepsilon_2(\alpha = 0))$$

$$\Delta(\alpha = 0) = \arcsin \left( \sin \varphi \left( n_e \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - n_e^2 \sin^2 \varphi} \right) \right) - \arcsin \left( \sin \varphi \left( n_o \cos \varphi - \sqrt{n_e^2 - n_o^2 \sin^2 \varphi} \right) \right). \quad (3.34)$$

Die Formeln (3.32) und (3.33) sind also gegenüber einer Vertauschung der Brechungsindizes  $n_o$  und  $n_e$  symmetrisch: Vertauscht man in der Formel (3.32)  $n_o$  gegen  $n_e$  und umgekehrt, folgt daraus die Gleichung (3.33).

Im Unterschied zum allgemeinen Fall einer schrägen Inzidenz (mit  $\alpha_p \neq 0$ ), trennt sich zwar ebenso hier ( $\alpha = 0$ ) der ursprüngliche Strahl schon gleich nach Eintritt in die erste Prismenhälfte in eine parallel zur Ebene des Hauptschnitts, und in eine senkrecht dazu (d.h. senkrecht zur Zeichenebene in Abb. 3.5) polarisierte Komponente auf, die beide die gleiche Ausbreitungsrichtung, d.h. dieselbe Strahlrichtung *und* Richtung der Wellenfrontnormalen, haben, und somit *nicht* räumlich getrennt voneinander durch den Kristall der ersten Prismenhälfte laufen, *jedoch* pflanzen sich die beiden Komponenten mit den unterschiedlichen Strahlgeschwindigkeiten

$$V_1 = v_1 = c/n_{e(1)} = c/n_e,$$

und

$$V_2 = v_2 = c/n_{o(2)} = c/n_o$$

(die in diesem Sonderfall beide identisch sind mit den jeweiligen Phasengeschwindigkeiten  $v$ , weil  $\vec{v} \perp$  o.A. ist) fort, wobei  $V_1 < V_2$  ist (wegen  $n_e > n_o$ ).

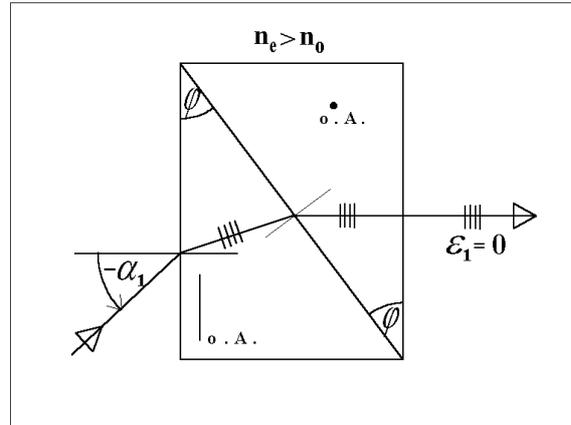
Denn aus der hergeleiteten Formel (3.7) für den vom Einfallswinkel  $\alpha$  des auftreffenden Strahls abhängigen Wert des Brechungsindex  $n_{e(1)}(\alpha)$ , d.h. aus der Gleichung des Indexellipsoids für die außerordentliche Komponente (1) im ersten Teilprisma, ergibt sich für den einfachen Fall des senkrechten Einfalls ( $\alpha = 0$ ), der maximal erreichbare Wert  $n_e$  des Brechungsindex für die parallel zum Hauptschnitt polarisierte Komponente. Bei  $\alpha = 0$  ist nämlich auch  $\vartheta'_e = 0^\circ = \vartheta$  (vergleiche hierzu den aus dem Indexellipsoid in Abb. 3.3, links unten, abgelesenen  $n(\vartheta'_e)$ -Wert für  $\vartheta' = 0^\circ$ ).

### 3.1.3 Spezialfall 2: Berechnung der Einfallswinkel für die beiden unterschiedlich polarisierten senkrecht aus dem Prisma tretenden Strahlen

Es wird der zugehörige Einfallswinkel  $\alpha_p$  ( $\varepsilon = 0$ ) für den senkrecht austretenden parallel, bzw. senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahl berechnet. Die Einfallswinkel für diese beiden Fälle werden aus den zuvor berechneten Gleichungen (3.15) und (3.17) für die Austrittswinkel  $\varepsilon_1(\alpha)$  und  $-\varepsilon_2(\alpha)$  bei *schräger* Strahlinzidenz in der mit dem Hauptschnitt des ersten Teilprismas zusammenfallenden Einfallsebene hergeleitet, indem diese jeweils gleich Null gesetzt werden. Dieser Spezialfall wurde zur indirekten Messung der Strahlaufspaltung bei einem  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma, mit der 1-5 $\mu$ m-Kamera, benutzt (s. Abschnitt 3.3.4).

Um zunächst den zur senkrecht austretenden Strahlenkomponente (1), mit einer Polarisation parallel zur Einfallsebene, gehörenden Einfallswinkel  $\alpha_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ) auszurechnen, muß also zuerst die Beziehung (3.15) für  $\sin \varepsilon_1(\alpha)$  gleich Null gesetzt werden. Dasjenige  $\alpha$ , welches diese Gleichung erfüllt, ist der gesuchte erforderliche Einfallswinkel  $\alpha_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ), für den dann die Strahlenkomponente (1) das Wollaston-Prisma wieder senkrecht verläßt:

$$\begin{aligned} \sin \varepsilon_1(\alpha) &= 0 \\ \mathcal{H}_1(\alpha_1) \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - \mathcal{H}_1^2(\alpha_1)} \sin \varphi &= 0 \\ \mathcal{H}_1^2(\alpha_1) \cos^2 \varphi &= (n_o^2 - \mathcal{H}_1^2(\alpha_1)) \sin^2 \varphi \end{aligned}$$



**Abbildung 3.6:** Der Einfallswinkel  $\alpha_1$  des Strahls, unter dem die parallel zur Zeichenebene (Einfallsebene) polarisierte Komponente das Wollaston-Prisma wieder senkrecht verläßt ( $\epsilon_1 = 0$ ).

$$\boxed{\mathcal{H}_1(\alpha_1) = n_o \sin \varphi}, \quad (3.35)$$

wobei bei der Umformung die Identität  $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \equiv 1$  benutzt wurde.

Mithilfe der Definitionsgleichung (3.14) für die Funktion  $\mathcal{H}_1(\alpha)$ , folgt damit aus der Beziehung (3.35) die Gleichung

$$n_e \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n_o^2}} + \cos \varphi \sin \alpha_1 = n_o \sin \varphi$$

für den Winkel  $\alpha_1$ . Nach einigen Umformungen ergibt sich daraus dann die handlichere quadratische Bestimmungsgleichung in  $x$

$$\left( \frac{n_e^2}{n_o^2} \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \right) \cdot x^2 - 2n_o \sin \varphi \cos \varphi \cdot x + (n_o^2 - n_e^2) \sin^2 \varphi = 0 \quad (3.36)$$

für  $\alpha_1$ , worin  $x = \sin \alpha_1$  gesetzt wurde.

Diese Gleichung hat zwei mathematische Lösungen, wovon nur eine, nämlich

$$\boxed{\sin \alpha_1 = \sin \varphi \left( \frac{n_o \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 \cos^2 \varphi - ((n_e^2/n_o^2) \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)(n_o^2 - n_e^2)}}{((n_e^2/n_o^2) \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)} \right)} \quad (3.37)$$

die physikalisch sinnvollere ist.

Multipliziert man den Term unter der Wurzel von Gl. (3.37) noch weiter aus, ergibt sich unter Zuhilfenahme der Identität  $\cos^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varphi$ , und einigen weiteren Umformungen, die gleichwertige Beziehung

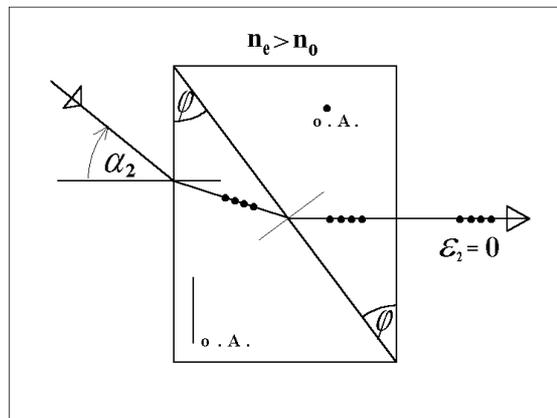
$$\boxed{\sin \alpha_1 = \sin \varphi \left( \frac{n_o \cos \varphi - n_e \sqrt{\sin^2 \varphi ((n_e^2/n_o^2) - 2) + 1}}{\sin^2 \varphi ((n_e^2/n_o^2) - 1) + 1} \right)} \quad (3.38)$$

für den gesuchten Einfallswinkel  $\alpha_1$  (d.h. genauer  $\alpha_{1p} (\epsilon_{1p} = 0)$ ) der senkrecht austretenden Komponente (1). In Übereinstimmung mit meiner zu Beginn getroffenen Vorzeichenkonvention der Brechungswinkel, wird dann der Einfallswinkel  $\alpha_1$ , in den Gleichungen (3.37) und (3.38), für den in Abb. 3.6 dargestellten Fall ( $n_e > n_o$ ) negativ.

Der Leser mag sich von der Richtigkeit dieser Beziehungen für den Winkel  $\alpha_1$  überzeugen, indem er den trivialen Fall  $n_e = n_o$ , was einem Prisma aus *einem nicht* doppelbrechenden Kristall entspricht, annimmt. Aus den Formeln (3.37) und (3.38) folgt dann

$$\sin \alpha_1 = n_o \cos \varphi - n_o \cos \varphi = 0 \equiv \sin \epsilon_1,$$

d.h. es tritt keine Doppelbrechung auf, und der unter dem Winkel  $\alpha_1$  einfallende Strahl verläßt das Prisma wieder unabgelenkt.



**Abbildung 3.7:** Der Einfallswinkel  $\alpha_2$  des Strahls, unter dem die senkrecht zur Zeichenebene (Einfallsebene) polarisierte Komponente das Wollaston-Prisma wieder senkrecht verläßt ( $\epsilon_2 = 0$ ).

Um als nächstes den erforderlichen Einfallswinkel  $\alpha_2 (\epsilon_2 = 0)$  für die senkrecht aus dem Wollaston-Prisma tretende Strahlenkomponente (2), mit einer Polarisation *senkrecht* zur Einfallsebene (s. Abb. 3.7), zu bestimmen, geht man hier ganz analog vor wie bei der vorigen Berechnung des gesuchten Winkels  $\alpha_1 (\epsilon_1 = 0)$  der Komponente (1).

Aus der Bedingung

$$\sin \epsilon_2 (\alpha) = 0$$

folgt mithilfe des Ausdrucks (3.17) für  $\sin(-\epsilon_2)$  die Forderung

$$\mathcal{H}_2(\alpha_2) \cos \varphi - \sqrt{n_e^2 - \mathcal{H}_2^2(\alpha_2)} \sin \varphi = 0,$$

welche für ein  $\alpha_2$  erfüllt wird, das den Funktionswert

$$\boxed{\mathcal{H}_2(\alpha_2) = n_e \sin \varphi} \tag{3.39}$$

liefert.

Setzt man nun in diese Gleichung die in (3.18) definierte Funktion  $\mathcal{H}_2(\alpha, \varphi, n_o)$  für den Strahl (2) ein, ergibt sich nach einigen Umformungen (in der die Gl. zu einer quadratischen – in Termen von

$\sin \alpha_2$  – umgewandelt wird, und die Koeffizienten gleicher Potenzen zusammengefaßt werden) die Bestimmungsgleichung für den gesuchten Winkel  $\alpha_2$  ( $\varepsilon_2 = 0$ )

$$x^2 - 2n_e \sin \varphi \cos \varphi \cdot x + (n_e^2 - n_o^2) \sin^2 \varphi = 0, \quad (3.40)$$

wobei hier wiederum  $x = \sin \alpha_2$  gesetzt wurde.

Diese quadratische Gleichung besitzt die physikalisch sinnvolle Lösung

$$\boxed{\sin \alpha_2 = \sin \varphi \left( n_e \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - n_e^2 \sin^2 \varphi} \right)}. \quad (3.41)$$

Dies ist die gesuchte Gleichung für den erforderlichen Einfallswinkel  $\alpha_2$  (bzw.  $\alpha_{2p}$  ( $\varepsilon_{2p} = 0$ )).

Der gesamte Winkel  $\Delta(\varepsilon = 0)$ , der von den Richtungen dieser beiden unterschiedlichen, mit dem Einfallswinkel  $\alpha_2$  ( $\varepsilon_2 = 0$ ) bzw.  $\alpha_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ), auf das Wollaston-Prisma treffenden Lichtstrahlen gebildet wird, errechnet sich damit zu

$$\Delta(\varepsilon = 0) = \alpha_2(\varepsilon_2 = 0) - \alpha_1(\varepsilon_1 = 0)$$

$$\boxed{\Delta(\varepsilon = 0) = \arcsin \left( \sin \varphi \left( n_e \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - n_e^2 \sin^2 \varphi} \right) \right) - \arcsin \left( \sin \varphi \left( \frac{n_o \cos \varphi - n_e \sqrt{\sin^2 \varphi ((n_e^2/n_o^2) - 2) + 1}}{\sin^2 \varphi ((n_e^2/n_o^2) - 1) + 1} \right) \right)}, \quad (3.42)$$

mithilfe der Gleichungen (3.38) und (3.41).

Dieser Winkelbetrag  $\Delta(\varepsilon = 0)$  ist identisch mit dem Betrag der Aufspaltung eines von der gegenüberliegenden Seite herkommenden (natürlichen) Lichtstrahls (also entsprechend der Abbildungen 3.6 und 3.7 von rechts), der senkrecht, d.h. mit dem Winkel  $\varepsilon = 0^\circ$ , auf das Wollaston-Prisma trifft, und der in eine Komponente (1) mit Polarisationsrichtung parallel zur Einfallsebene, und in eine Komponente (2) mit Polarisationsrichtung senkrecht dazu, aufgespalten wird, die das Doppelprisma unter dem Austrittswinkel  $\alpha_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ) bzw.  $\alpha_2$  ( $\varepsilon_2 = 0$ ) wieder verlassen; denn der in den Abbildungen 3.6 und 3.7 aufgezeichnete *Lichtweg* jeder einzelnen Komponente (durch das gesamte Wollaston-Prisma) ist selbstverständlich, ebenso wie jeder andere Lichtweg durch irgend ein anderes optisches Medium, *umkehrbar*.

### 3.1.4 Schlußfolgerungen aus der Theorie

Der Vergleich der beiden Formeln (3.34) und (3.42) der Spezialfälle 1 und 2 (auf den Seiten 202 und 206) für den Winkelbetrag der verschiedenartigen Strahlaufspaltungen bei senkrechtem Einfall auf die unterschiedlichen Oberflächen eines Wollaston-Prismas (d.h. bei  $\alpha = 0$  und  $\varepsilon = 0$ ), enthüllt das zunächst überraschende, aber theoretisch bewiesene *Ergebnis*:

Die Größe der Winkel-Aufspaltung  $\Delta$  eines senkrecht auf eine Oberfläche eines Wollaston-Prismas treffenden Strahls, hängt nicht nur von den Prismenparametern  $\varphi, n_o$  und  $n_e$  ab, sondern *auch* von der Ausrichtung des Doppelprismas (bzw. der Orientierung der optischen Achsen der Teilprismen) zum ankommenden Strahl.

Das heißt es kommt *auch* darauf an, auf welche der beiden Oberflächen des zweiteiligen Prismas der aufzuspaltende Strahl fällt. Die Beträge  $\Delta(\alpha = 0)$  und  $\Delta(\varepsilon = 0)$  der Aufspaltungen der verschiedenen Fälle (vgl. die entsprechenden Spezialfälle 1 und 2) sind nämlich *nicht* miteinander identisch, sondern unterscheiden sich.

Diese Aussage ist gleichbedeutend mit der Tatsache, daß

der Betrag der Strahlaufspaltung bei senkrechtem Einfall (*s. Spezialfall 1*) *nicht* der gleiche ist, wie die Betragsdifferenz der Einfallswinkel  $\alpha_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ) und  $\alpha_2$  ( $\varepsilon_2 = 0$ ) derjenigen Strahlen, für die jeweils eine der beiden Strahlenkomponenten – im ersten Fall die parallel, bzw. im zweiten Fall die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Komponente – das Wollaston-Prisma wieder senkrecht zur Oberfläche des gegenüberliegenden Teilprismas verläßt (*s. Spezialfall 2*).

**Fazit:** Möchte man mit der *indirekten* Methode von Spezialfall 2 den Winkel der Aufspaltung eines *senkrecht* auf ein Wollaston-Prisma treffenden Strahls messen, begeht man einen systematischen Fehler der Größe  $\xi$ , wenn das Doppelprisma *nicht* zuvor um  $180^\circ$  herumgedreht wurde, so daß die schräg einfallenden Lichtstrahlen (mit den Einfallswinkeln  $\alpha_1$  bzw.  $\alpha_2$ ) auf dasjenige Teilprisma zuerst treffen, welches später in der Kamera als *zweites* Teilprisma zum Einsatz kommt, und aus welchem die unterschiedlich (linear) polarisierten Strahlenkomponenten unter verschiedenen Winkeln austreten.

Dieser Unterschied  $\xi$  zwischen den geschilderten verschiedenartigen Strahlaufspaltungen beträgt

$$\begin{aligned}\xi &= \Delta(\alpha = 0) - \Delta(\varepsilon = 0) \\ &= (\varepsilon_1(\alpha = 0) - (-\varepsilon_2(\alpha = 0))) - (\alpha_2(\varepsilon_2 = 0) - \alpha_1(\varepsilon_1 = 0)) \\ &= \alpha_1(\varepsilon_1 = 0) - (-\varepsilon_2(\alpha = 0)),\end{aligned}\tag{3.43}$$

welcher mithilfe der zuvor hergeleiteten Beziehungen (3.33) und (3.38), für den Austrittswinkel  $-\varepsilon_2(\alpha = 0)$  bzw. für den Einfallswinkel  $\alpha_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ), d.h. für den Fall der senkrechten Strahlinzidenz ( $\alpha = 0$ ) bzw. des senkrechten Austritts ( $\varepsilon_1 = 0$ ) der parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponente (1), berechnet werden kann. Die verschiedenartigen Winkel  $\alpha_2$  ( $\varepsilon_2 = 0$ ) und  $\varepsilon_1$  ( $\alpha = 0$ ) zu den unterschiedlichen Spezialfällen sind nämlich gleich groß, d.h.

$$\alpha_2(\varepsilon_2 = 0) \equiv \varepsilon_1(\alpha = 0),$$

wie ein Blick auf die Gleichungen (3.32) und (3.41) zeigt.

Der Unterschied  $\xi$  läßt sich also allein durch die Differenz der unterschiedlich großen Winkel  $\alpha_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ) und  $-\varepsilon_2(\alpha = 0)$  erklären; diese kann aber nur sehr klein sein, weil sich der Ausdruck (3.37) für  $\sin \alpha_1$  nur durch einen zusätzlichen Faktor  $(n_e/n_o)^2$  (der für die meisten doppelbrechenden einachsigen Kristalle nahe bei 1 liegt) von der Formel (3.33) für den Austrittswinkel der senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponente ( $\sin(-\varepsilon_2(\alpha = 0))$ ) – bei senkrechtem Einfall – unterscheidet; setzt man in der Formel (3.37) für den Term  $(n_e/n_o)^2$  den Wert 1 ein, ergibt sich in erster Näherung

$$\sin(\alpha_1(\varepsilon_1 = 0)) \approx \sin(-\varepsilon_2(\alpha = 0)),$$

oder  $\alpha_1 \approx -\varepsilon_2$ .

Schreibt man den Ausdruck (3.38) für  $\sin \alpha_1$  als Funktion von

$$x = \left(\frac{n_e}{n_o}\right)^2,$$

das heißt

$$\begin{aligned}\sin \alpha_1 (\varepsilon_1 = 0) &= \sin \varphi \left( \frac{n_o \cos \varphi - n_e \sqrt{(x-2) \sin^2 \varphi + 1}}{(x-1) \sin^2 \varphi + 1} \right) \\ &= f_1(x),\end{aligned}\quad (3.38')$$

und die Beziehung (3.33) für  $\sin(-\varepsilon_2)$  in der Form

$$\begin{aligned}\sin(-\varepsilon_2 (\alpha = 0)) &= \sin \varphi \left( n_o \cos \varphi - n_e \sqrt{1 - \frac{1}{x} \sin^2 \varphi} \right) \\ &= f_2(x),\end{aligned}\quad (3.33')$$

so können beiden Funktionen  $f_1(x)$  und  $f_2(x)$  an der Stelle  $(n_e/n_o)^2 = 1$  mithilfe der Taylor-Formel in eine unendliche Potenzreihe mit Potenzen von  $x = (n_e/n_o)^2$  entwickelt werden.

Die beiden Funktionen (3.38') und (3.33') lassen sich dann als

$$\begin{array}{l} f_1(x) = \sin \alpha_1 = p(x) + Rest_1(x) \\ f_2(x) = \sin -\varepsilon_2 = p(x) + Rest_2(x) \end{array}$$

schreiben, wobei sich beide Potenzreihen nur um die Reste "Rest<sub>1</sub>" und "Rest<sub>2</sub>" unterscheiden und beide das gleiche Näherungspolynom  $p(x)$  besitzen.

Die Rechnung ergibt für

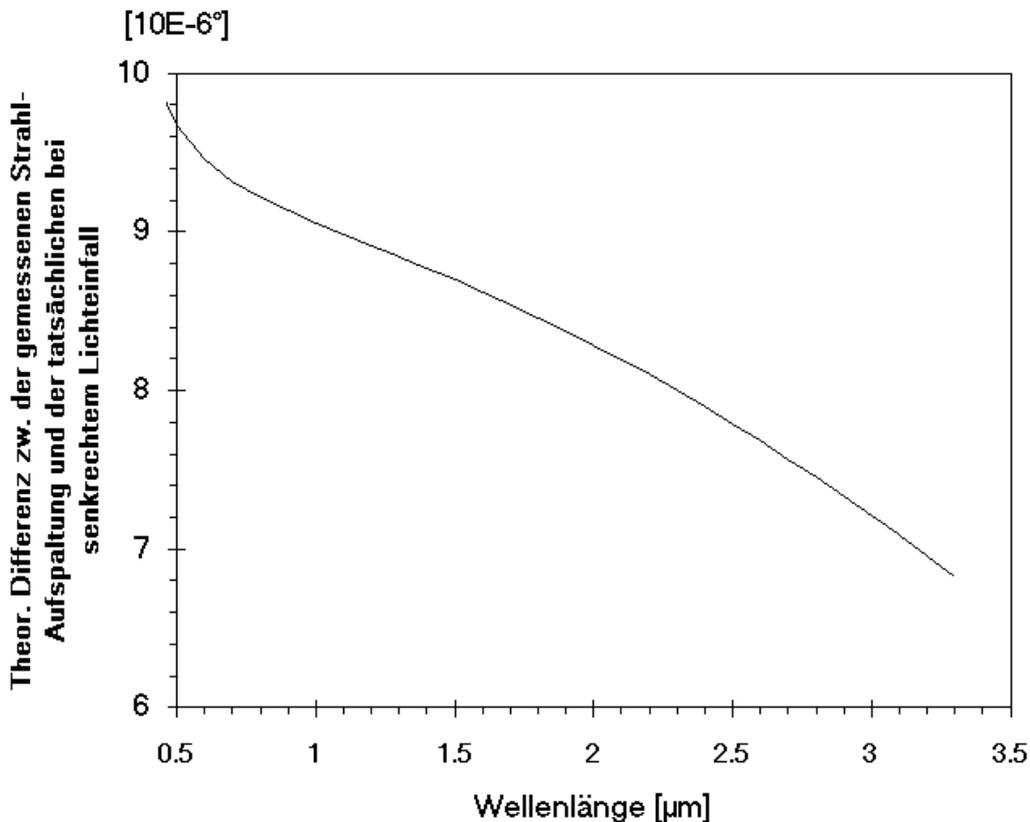
$$p(x) = \sin \varphi \left( n_o \cos \varphi - n_e \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \right) - \frac{1}{2} n_e \frac{\sin^3 \varphi}{\cos \varphi} (x-1).$$

Dies bedeutet, daß sich der Unterschied der Funktionen  $f_1(x) = \sin \alpha_1$  und  $f_2(x) = \sin -\varepsilon_2$  erst ab den Reihengliedern mit Potenzen von  $x$ , die größer als 1 sind, d.h. *erst ab der vierten Potenz* von  $(n_e/n_o)$ , bemerkbar macht.

Die Winkeldifferenz  $\xi$  der verschiedenartigen Strahlaufspaltungen (vgl. die Spezialfälle 1 und 2) berechnet sich dann aus

$$\begin{aligned}\xi &= \arcsin f_1(x) - \arcsin f_2(x) \\ &= \arcsin(p(x) + Rest_1(x)) - \arcsin(p(x) + Rest_2(x)) \\ &\approx Rest_1(x) - Rest_2(x).\end{aligned}\quad (3.44)$$

Um sich eine genaue Vorstellung von der Größenordnung von  $\xi$ , d.h. vom Betrag der Differenz der beiden Restglieder  $Rest_1$  und  $Rest_2$ , machen zu können, wurde für den Fall eines  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas mit dem Prismenwinkel  $\varphi = 30^\circ$ , mithilfe der Beziehung (3.43) und den exakten Gleichungen für  $\alpha_1 (\varepsilon_1 = 0)$  und  $-\varepsilon_2 (\alpha = 0)$ ,  $\xi$  berechnet, und in der Abb. 3.8 graphisch dargestellt. Dabei wurden zur Berechnung der wellenlängenabhängigen ordentlichen und außerordentlichen Brechungsindizes,  $n_o(\lambda)$  und  $n_e(\lambda)$ , für die beiden Strahlenkomponenten durch den positiv einachsigen  $MgF_2$ -Kristall, die von DODGE [20] angegebenen Sellmeier-Dispersionsformeln bei  $T = 19^\circ\text{C}$  verwendet, welche die Berechnung der Brechzahlen mit einer durchschnittlichen Genauigkeit von mindestens  $|\overline{\Delta n}| = 1.8 \times 10^{-5}$ , im Bereich  $0.2\text{--}7.0\mu\text{m}$ , ermöglichen.



**Abbildung 3.8:** Theoretisch berechnete Differenz zwischen der nach der indirekten Methode gemessenen Strahl-Aufspaltung und der tatsächlichen, bei senkrechtem Lichteinfall auf ein  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma mit  $\varphi = 30^\circ$ .

Das Ergebnis dieser numerischen Berechnung von  $\xi$  – in Abb. 3.8 – zeigt, daß sich die mithilfe der indirekten Meßmethode von Spezialfall 2 gemessene Strahl-Aufspaltung durch das  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma höchstens um  $\xi = (1 \times 10^{-5})^\circ$  von der Aufspaltung bei senkrechtem Lichteinfall ( $\alpha = 0$ ) unterscheidet.

Oder anders ausgedrückt:

Möchte man, mithilfe der indirekten Methode des Spezialfalls 2, den Winkelbetrag  $\Delta(\alpha = 0)$  der Aufspaltung für den senkrechten Strahleinfall messen (d.h. unabhängig von der Orientierung der Teilprismen zum ankommenden Strahl), *und* dreht man zuvor das Doppelprisma mit seinem *zweiten* Teilprisma *nicht* in Richtung des auftreffenden Strahls, ist der verursachte systematische Meßfehler vernachlässigbar, *wenn* durch den Versuchsaufbau und die Meßmethode 2 *nicht* eine Meßgenauigkeit der Strahl-Aufspaltung von mindestens  $(1 \times 10^{-5})^\circ$  erzielt werden soll.

Dies rechtfertigt das später angewandte Prinzip der Messung der wellenlängenabhängigen Aufspaltung (bei senkrechtem Strahleinfall) mit der indirekten Methode des Spezialfalls 2 – siehe Abschnitt 3.3.4 –

weil dort die theoretisch zu erwartende Winkeldifferenz der verschiedenartigen Aufspaltungen außerhalb der erzielbaren und erwünschten Meßgenauigkeit des Versuchsaufbaus liegt, und sich somit *nicht* experimentell nachweisen läßt.

## 3.2 Optimierung der Wollaston-Prismen

### 3.2.1 Materialauswahl

Für die Zusammenstellung einer Auswahl möglichst vieler doppelbrechender IR-Materialien, wurden zunächst aus dem IR-Handbuch von KLOCEK [18] alle IR-durchlässigen optisch *einachsigen* Kristalle, die zur *trigonalen*, *hexagonalen* und *tetragonalen* Kristallklasse gehören, ausgesucht:  $BaTiO_3$ ,  $CaCO_3$ ,  $CdSe$ ,  $CdS$ ,  $LiNbO_3$ ,  $MgF_2$ ,  $SiC$ ,  $SiO_2$  (kristalliner Quarz), und  $TiO_2$  (Rutil); siehe die Tabellen 3.1, 3.2, und 3.3 für  $MgF_2$ .

Neben den physikalischen, in der Literatur angegebenen Materialeigenschaften, wie die Hauptbrechzahlen, die Härte, der therm. Expansionskoeffizient und die Wasserlöslichkeit, sind ebenso die aus den Brechungsindex-Angaben für  $n_o$  und  $n_e$  selbst berechneten Reflektionsverluste an *einer* ( $R_o$  und  $R_e$ ), bzw. der gesamte Verlust an *beiden* Materialoberflächen ( $R_{(2)}$  für den o- und e-Strahl), in den Tabellen 3.1 und 3.2 aufgeführt, sowie die aus diesen  $R_o$ - und  $R_e$ -Werten und mithilfe der aus den gemessenen Durchlässigkeitskurven in [18] abgelesenen Transmissionswerte  $T_{gem}$  (innerhalb des interessierenden Wellenlängenbereichs von 1-5 $\mu$ m), ermittelte "mittlere" Reintransmission<sup>7</sup>  $\bar{\tau}(d)$  zur jeweils angegebenen Materialdicke  $d$ , die für doppelbrechende Materialien auf der nachfolgenden S. 216 in Gl. (3.46) definiert wurde (für sowohl den o- als auch e-Strahl)

$$\bar{\tau}(d) = \frac{2 \cdot T_{gem}}{(1 - R_o)^2 + (1 - R_e)^2}.$$

Siehe hierzu die nähere Beschreibung im Abschnitt zur "Abschätzung der Reintransmission  $\bar{\tau}$  aus der gemessenen Transmissionskurve" für den Fall des ausgewählten Prismenmaterials  $MgF_2$ , ab Seite 214.

Im nächsten Schritt konnte dann erst aus dieser Liste der doppelbrechenden IR-Kristalle, anhand der *so* abgeschätzten zugehörigen Reintransmissionen<sup>8</sup>  $\bar{\tau}$ , und mithilfe der berechneten Größe  $(n_e - n_o)$  der Doppelbrechung<sup>9</sup>, eine *engere* Wahl der in Frage kommenden infrarot-durchlässigen doppelbrechenden Prismenmaterialien ermittelt werden: Die beiden Hauptkriterien für diese engere Materialauswahl waren dann *zum einen* eine hohe mittlere Reintransmission von  $\bar{\tau} \approx 100\%$  im *gesamten* Bereich von **1-5 $\mu$ m**, und *zum andern* eine möglichst große Doppelbrechung  $(n_e - n_o)$ , d.h. eine große resultierende Strahlaufspaltung bei mittleren Prismenwinkeln.

Hiervon blieben dann schließlich nur noch die *drei* IR-Materialien  $CdSe$ ,  $TiO_2$  und  $MgF_2$  übrig, wohingegen die restlichen, in den Tabellen aufgelisteten Materialien, vor allem wegen ihres zu kleinen  $\bar{\tau}$ -Wertes in bestimmten Teilintervallen innerhalb des erwünschten Wellenlängenbereiches (von 1 bis 5 $\mu$ m), nicht in Betracht kamen. Siehe hierzu die Angabe der näheren Gründe für die *Nichtwahl* dieser IR-Materialien im betreffenden Einzelfall, in den Tabellen 3.1 und 3.2.

<sup>7</sup>Zu den Begriffen "Reintransmission", und "Durchlässigkeit" oder "Transmission  $T$ " eines optischen Materials, siehe die Definitionen ab Seite 73.

<sup>8</sup>...wegen der fehlenden Angabe eines zuverlässigen gültigen Absorptionskoeffizienten  $k_o$ , bzw.  $\bar{k}$ , für den *gesamten* Bereich von 1-5 $\mu$ m, mit Ausnahme weniger k-Wert-Angaben zu manchen schwachen Absorptionsbanden.

<sup>9</sup>im englischen: "birefringence"  $\beta$ .

Zusammenstellung einer Auswahl doppelbrechender IR-Kristalle (a)

	BaTiO <sub>3</sub>	CdSe	CdS	LiNbO <sub>3</sub>
<b>Kristallklasse</b>	tetragonal	hexagonal	hexagonal	trigonal
<b>Brechzahl <math>n_o</math></b>	1.1 $\mu$ m: 2.3379 2.1 $\mu$ m: 2.2947	1 $\mu$ m: 2.5481 3 $\mu$ m: 2.4553 5 $\mu$ m: 2.4404	1 $\mu$ m: 2.338 1.4 $\mu$ m: 2.311	1.1 $\mu$ m: 2.2273 3.4 $\mu$ m: 2.1451
<b>Brechzahl <math>n_e</math></b>	1.1 $\mu$ m: 2.2970 2.1 $\mu$ m: 2.2593	1 $\mu$ m: 2.5677 3 $\mu$ m: 2.4748 5 $\mu$ m: 2.4657	1 $\mu$ m: 2.341 1.4 $\mu$ m: 2.314	1.1 $\mu$ m: 2.1515 3.4 $\mu$ m: 2.0822
<b>Doppelbrechung (<math>n_e - n_o</math>)</b>	1.1 $\mu$ m: -0.0409 2.1 $\mu$ m: -0.0354	1 $\mu$ m: 0.0196 5 $\mu$ m: 0.0253	1 $\mu$ m: 0.003 1.4 $\mu$ m: 0.003	1.1 $\mu$ m: -0.0758 3.4 $\mu$ m: -0.0629
<b>Knoop-Härte</b>	200-580 (Vickers)	44-90	122	~5 (Mohs)
<b>Therm. Expansionskoeff. (<math>dl/dT</math>) [<math>^{\circ}C^{-1}</math>]</b>	$19 \times 10^{-6}$	$1.4 \times 10^{-6}$ (80K) $7.3 \times 10^{-6}$ (320K)	$2.1 \times 10^{-6}$ (par.) $4 \times 10^{-6}$ (senkr.)	$4.1 \times 10^{-5}$ (par.) $15 \times 10^{-6}$ (senk.)
<b>Wasserlöslichkeit [g/100g H<sub>2</sub>O]</b>	unlöslich	–	unlöslich	unlöslich
<b>Max. Transmission</b> (aus gem. T-Kurve) $T = 0.5 \cdot \bar{\tau}(d) \cdot ((1 - R_o)^2 + (1 - R_e)^2)$	>56% (56% < T < 71%) d=0.25mm	67% d=1.67mm	ca.75% (72% bei 1.5 $\mu$ m) d=3.02mm	ca.75% (59% bei 5 $\mu$ m) d=6mm
<b>... im Wellenlängen- Intervall (<math>\Delta\lambda</math>) [<math>\mu</math>m]</b>	1 – 5	<2 – (>5)	2 – (>5)	1 – 4
<b>Reflektionsverluste an einer Mat.-Oberfl. (selbst ber.)</b> <b>R<sub>o</sub></b> <b>R<sub>e</sub></b>	15.4% (2 $\mu$ m) 14.9% (2 $\mu$ m)	17.7% (3 $\mu$ m) 18% (3 $\mu$ m)	15.7% (1.4 $\mu$ m) 15.7% (1.4 $\mu$ m)	13.3% (3.4 $\mu$ m) 12.3% (3.4 $\mu$ m)
<b>Ges. Reflektionsverlust an beiden Mat.-Oberfl. (selbst ber.)</b> $R_{(2)} = 1 - (0.5 \cdot ((1 - R_o)^2 + (1 - R_e)^2))$	28% (2 $\mu$ m)	32.5% (3 $\mu$ m)	29% (1.4 $\mu$ m)	24% (3.4 $\mu$ m)
<b>→ Mittlere Reintransmission <math>\bar{\tau}</math> für o- und e-Strahl (selbst ber.)</b>	81% (2.1 $\mu$ m) d=0.25mm	99% (3 $\mu$ m) d=1.67mm	100% ( $\geq$ 1.4 $\mu$ m) d=3.02mm	99% (3.4 $\mu$ m) d=6mm
Gründe für die Nichtwahl des doppelbrechenden IR-Materials	Zu kleines $\bar{\tau}$ für $1\mu\text{m} < \lambda < 5\mu\text{m}$	Sehr weich, und Antireflex-Besch. nötig, da n groß.	Geringe resultierende Strahlaufspaltung bei mittlerem Prismenwinkel (s. ( $n_e - n_o$ )-Wert), und zu kleines $\bar{\tau}$ bei 1–1.4 $\mu$ m.	Ab 4 $\mu$ m stark abnehmendes $\bar{\tau}$ (d.h. zunehm. innere Absorption).

Tabelle 3.1: Materialeigenschaften der ausgesuchten doppelbrechenden IR-Kristalle

Zusammenstellung einer Auswahl doppelbrechender IR-Kristalle (b)

	SiC	SiO <sub>2</sub> (Quarz)	TiO <sub>2</sub> (Rutil)	CaCO <sub>3</sub>
<b>Kristallklasse</b>	hexagonal	hexagonal	tetragonal	hexagonal
<b>Brechzahl <math>n_o</math></b>	1.2μm: 2.573 2μm: 2.572 5μm: 2.467	1μm: 1.53514 2.1μm: 1.52005	1.5μm: 2.454 3μm: 2.380 5μm: 2.290	1μm: 1.64276 1.5μm: 1.63457 2.1μm: 1.62372
<b>Brechzahl <math>n_e</math></b>	1.2μm: – 2μm: – 5μm: –	1μm: 1.54392 2.1μm: 1.52823	1.5μm: 2.710 3μm: – 5μm: –	1μm: 1.47985 1.5μm: 1.47744 2.1μm: 1.47492
<b>Doppelbrechung (<math>n_e - n_o</math>)</b>	1.2μm: – 5μm: –	1μm: 0.009 2.1μm: 0.008	1.5μm: 0.256 5μm: –	1μm: -0.16291 2.1μm: -0.1488
<b>Knoop-Härte</b>	2130–2755	741	879	3 (Mohs)
<b>Therm. Expansionskoeff. (<math>dl/dT</math>) [°C<sup>-1</sup>]</b>	$0.09 \times 10^{-6}$ (75K) $2.8 \times 10^{-6}$ (300K)	$8.0 \times 10^{-6}$ (par.) $13.4 \times 10^{-6}$ (senk.)	$9.2 \times 10^{-6}$ (par.) $7.1 \times 10^{-6}$ (senkr.)	$25 \times 10^{-6}$ (par.) $-5.8 \times 10^{-6}$ (senk.)
<b>Wasserlöslichkeit [g/100g H<sub>2</sub>O]</b>	unlöslich	unlöslich	unlöslich	$1.4 \times 10^{-3}$
<b>Max. Transmission</b> (aus gem. T-Kurve) $T = 0.5 \cdot \bar{\tau}(d) \cdot ((1 - R_o)^2 + (1 - R_e)^2)$	>59% (62.5% bei 2μm) d=0.07mm	ca. 94% d=1.0mm	ca. 94% d=2mm	ca. 90% d=1mm
<b>... im Wellenlängen- Intervall (<math>\Delta\lambda</math>) [μm]</b>	1 – 5	1 – 2.2	< 1 – 4	1 – 2.1 (Abs.-Banden ausge- nommen!)
<b>Reflektionsverluste</b> an <i>einer</i> Mat.-Oberfl. (selbst ber.) <b>R<sub>o</sub></b> <b>R<sub>e</sub></b>	19.4% (2μm) –	4.3% (2.1μm) 4.4% (2.1μm)	17.7% (1.5μm) 21.2% (1.5μm)	5.8% (1.5μm) 3.7% (1.5μm)
<b>Ges. Reflektionsverlust</b> an <i>beiden</i> Mat.-Oberfl. (selbst ber.) $R_{(2)} = 1 - (0.5 \cdot ((1 - R_o)^2 + (1 - R_e)^2))$	35% (2μm) 33% (5μm) ... (jew. nur für o- Strahl)	9% (1.2μm) 8% (2.1μm)	35% (2μm) 28% (5μm, für o-Str.)	9% (2μm)
<b>→ Mittlere Reintransmission</b> $\bar{\tau}$ für o- und e-Strahl (selbst ber.)	$\tau_o = 96\%$ (2μm) $\tau_o = 87\%$ (5μm) d=0.07mm	100% (1-2μm) d=1mm	100% (1-4μm) $\tau_o \approx 91\%$ (5μm) d=2mm	< 100% (... bei den Abs.-B. deutl. darunter)
Gründe für die <i>Nichtwahl</i> des doppelbrechenden IR- Materials	Zu kleines $\bar{\tau}$ für 1μm < λ < 5μm.	Geringe resul- tierende Strahl- aufspaltung bei mitt- lerem Prismenwinkel (s. ( $n_e - n_o$ )-Wert), und stark abnehmendes $\bar{\tau}$ ab 2.2μm.	Nicht als größer- er Kristall-Block, sondern <i>nur</i> als Besch.-Material erhältlich. Nur bis ca. 4μm ist $\bar{\tau} = 100\%$ . Antireflex-Besch. wäre nötig, da n groß ist.	Ab 2.1μm wegen starker Abs.-Banden unbrauchbar (dar- unter ebenf. nur mit Einschränkung).

Tabelle 3.2: Materialeigenschaften der ausgesuchten doppelbrechenden IR-Kristalle

Das z.B. ansonsten üblicherweise für Wollaston-Prismen und für den sichtbaren optischen Bereich verwendete, doppelbrechende Material  $CaCO_3$  (Kalkspat oder Calcit), kommt wegen seiner starken Absorptionsbanden im NIR ab  $2.1\mu m$  als Prismenmaterial *nicht* in Frage.

Von diesen drei IR-Kristallen wiederum, besitzen  $CdSe$  und  $TiO_2$  relativ große Brechzahlen  $n_e$  und  $n_o$ , so daß diese Materialien wegen des daraus resultierenden, großen gesamten Reflektionsverlustes  $R_{(2)}$  (an beiden Oberflächen) von über 32% (s. Tabellenwerte) extra beschichtet werden müßten. Außerdem ist  $TiO_2$  nicht als größerer Kristall-Block, sondern selbst nur als Beschichtungsmaterial erhältlich, und hat ab einer Wellenlänge von etwa  $4\mu m$  keine sehr hohe Reintransmission mehr ( $\tau_o \approx 91\%$  bei  $5\mu m$ ).

Die Wahl fiel deshalb auf  $MgF_2$ , als das optimale Prismenmaterial für die Wollaston-Prismen.

### 3.2.1.1 Das ausgewählte Prismenmaterial $MgF_2$

Für das Prismenmaterial der Wollaston-Prismen wurden also positiv einachsige Kristalle aus  $MgF_2$  ( $n_e > n_o$ ) ausgewählt; *zum einen* vor allem wegen ihrer hervorragenden optischen Eigenschaften, d.h. wegen der hohen mittleren Reintransmission  $\bar{\tau}$  (bzw. geringen Absorption  $(1 - \tau)$ ) von rund 100% für den o- und e-Strahl im Wellenlängen-Bereich von  $1-5\mu m$ , bei einer Schichtdicke von über  $d=2mm$  (siehe die selbst berechneten Werte in der Tabelle 3.3), sowie den relativ geringen Reflektionsverlusten  $R_o$  und  $R_e$  des o- und e-Strahls an den jeweils beiden (unbeschichteten) Materialoberflächen (jeweils höchstens nur 5.1% bei  $1-5\mu m$ , siehe Tabelle), d.h. zusammenfassend wegen der insgesamt hohen Durchlässigkeit (Transmission)  $T$  von  $MgF_2$ , die eine Folge der niedrigen Brechzahlen  $n_o$  und  $n_e$  ist (für  $\lambda \geq 1\mu m$ :  $n_o \leq 1.37$  und  $n_e \leq 1.38$ ), und im Bereich von  $1-5\mu m$  (bei  $d=2mm$ )  $T_{max} = 95\%$  beträgt, wie die gemessene Transmissionskurve in Abb. 2.19 auf S. 78) zeigt; *und zum anderen*, weil die Größe der Doppelbrechung (d.h. die Differenz der beiden Hauptbrechzahlen  $n_e - n_o$ ) ausreicht, um bei einem Prismenwinkel von  $\varphi = 30^\circ$  die erforderliche optimale Strahlaufspaltung bei CONICA (nach der Gl. (3.34) für den Spezialfall 1) mit einer bestimmten Kamera-Brennweite ( $f=320mm$ ) bei den Wellenlängen von 1 bis  $5\mu m$  zu erzielen (siehe nähere Einzelheiten zur Wahl des Prismenwinkels im nachfolgenden Abschnitt, und vgl. hierzu Abb. 3.9 und 3.10).

Die restlichen wichtigen, und bei  $MgF_2$  günstigen, physikalischen Eigenschaften<sup>10</sup>, mitsamt den Angaben der Brechzahlen  $n_o$  und  $n_e$  für die Wellenlängen 1, 2 und  $3.4\mu m$ , welche mithilfe der von DODGE [20] angegebenen Sellmeier-Dispersionsformeln für die ordentliche und außerordentliche Brechzahl berechnet wurden, finden sich in der Tabelle 3.3.

### 3.2.1.2 Abschätzung der Reintransmission $\bar{\tau}$ von $MgF_2$ aus der gemessenen Transmissionskurve

Die Reintransmission  $\tau$  von  $MgF_2$  bei einer Schichtdicke von  $d=2mm$ , und für den Bereich  $\lambda = 1-5\mu m$ , wurde dabei aus dem abgelesenen maximalen und konstanten Plateau-Wert  $T_{max} = 0.95$  der gemessenen Durchlässigkeitskurve (s. Abb. 2.19) in diesem Wellenlängenbereich berechnet. Dabei ist zu beachten, daß sich ein *senkrecht* auf ein  $MgF_2$ -Plättchen treffender (nicht linear polarisierter) Strahl<sup>11</sup> der Intensität  $I_0$  sofort nach dem Eintritt in seine ordentliche (mit Brechungsindex  $n_o$ ) und außerordentliche Strahlenkomponente (mit Brechungsindex  $n_e$ , wenn die optische Achse des Kristalls parallel zu den Materialoberflächen liegt), mit jeweils der *halben* Intensität  $1/2 \cdot I_0$  bezüglich der beiden

<sup>10</sup>Die angegebenen Materialwerte stammen hierbei, mit Ausnahme der Temperaturkoeffizienten  $dn/dT$  für den o- bzw. e-Strahl bei  $\lambda = 0.7\mu m$ , welche aus [17] entnommen wurden, aus dem IR-Handbuch von Klocek [18].

<sup>11</sup>... wie dies bei der gemessenen T-Kurve von  $MgF_2$  in Abb. 2.19 der Fall ist.

Materialeigenschaften von  $MgF_2$ 

	1 $\mu$ m	2 $\mu$ m	3.4 $\mu$ m
<b>Brechzahl <math>n_o</math></b>	1.37358	1.36784	1.35591
<b>Brechzahl <math>n_e</math></b>	1.38519	1.37907	1.36631
<b>Brechzahl <math>n_{Harz}</math> (n. Sellmeier)</b>	1.57371	1.56460	1.56231
<b>Max. Transmission</b> (siehe gem. T-Kurve) $T_{max} = 0.5 \cdot \bar{\tau}(d) \left( (1 - R_o)^2 + (1 - R_e)^2 \right)$ zur Dicke $d=2\text{mm}$	95%		
<b>... im Wellenlängen- Interv. (<math>\Delta\lambda</math>) [<math>\mu</math>m]</b>	< 1 – 5		
<b>Reflektionsverluste</b> an <i>einer</i> Mat.-Oberfl. (selbst ber.) <b><math>R_o</math></b> <b><math>R_e</math></b>	2.5% 2.6%	2.4% 2.5%	2.3% 2.4%
<b>Reflektionsverluste</b> an <i>beiden</i> Mat.-Oberfl. (selbst ber.) des <b>o</b> -Strahls des <b>e</b> -Strahls	4.9% 5.1%	4.7% 4.9%	4.6% 4.7%
<b>→ Mittlere Reintransmission</b> $\bar{\tau}$ für o- und e-Strahl (selbst ber.) bei $d=2\text{mm}$	100%	99.8%	99.6%
<b>→ <math>\bar{\tau}(d = 13\text{mm})</math></b> für o- und e-Strahl (ca.) (selbst ber.)	100%	99%	97%
<b>Reflektionsverluste</b> an der Grenzfl. Mat.-Harz (selbst ber.) $R_{o(p-h)}$ $R_{e(p-h)}$	0.5% 0.4%	0.4% 0.4%	0.5% 0.4%
<b>Knoop-Härte</b>	575		
<b>Therm. Expansions- koeff. (<math>dl/dT</math>) [<math>^{\circ}C^{-1}</math>]</b>	0.06 $\times 10^{-6}$ (70K) 10.4 $\times 10^{-6}$ (300K)		
<b>Temperaturkoeff.</b> [ $^{\circ}C^{-1}$ ] bei $\lambda = 0.7\mu\text{m}$ $dn_o/dT$ $dn_e/dT$	1.9 $\times 10^{-6}$ 1.0 $\times 10^{-6}$		
<b>Wasserlöslichkeit</b> [g/100g $H_2O$ ]	unlöslich		

Tabelle 3.3: Materialeigenschaften von  $MgF_2$

Polarisationsrichtungen, auftrennt, und beide Komponenten mit derselben Ausbreitungsrichtung den Kristall wieder *senkrecht* zur zweiten Plättchenoberfläche verlassen.

Deshalb setzt sich die (bezüglich der Gesamtintensität des einfallenden Strahls) *gesamte* so gemessene Transmission des doppelbrechenden Probeplättchens (in Abb. 2.19) aus der Summe der Transmissionen der einzelnen Komponenten

$$T_{gem} = \frac{1}{2} T_o^2 \tau_o + \frac{1}{2} T_e^2 \tau_e \quad (3.45)$$

zu insgesamt den beiden Polarisationsrichtungen zusammen, wobei

$$T_o = 1 - R_o = 1 - \left( \frac{n_o - 1}{n_o + 1} \right)^2$$

der Transmissionsfaktor, bzw.  $R_o$  der Reflektionsverlust des o-Strahls, an jeweils *einer* der beiden Materialoberflächen (d.h. bezüglich der Polarisationsrichtung der o-Komponente) ist, und entsprechend

$$T_e = 1 - R_e = 1 - \left( \frac{n_e - 1}{n_e + 1} \right)^2$$

der Transmissionsfaktor bzgl. des e-Strahls, bzw.  $R_e$  der zugehörige Oberflächenverlust, ist.<sup>12</sup>

Definiert man nun eine *mittlere* Reintransmission  $\bar{\tau}(d)$  eines optischen doppelbrechenden Materials (entsprechend der Gl. (2.94) auf Seite 74), die sowohl für den o- als auch den e-Strahl gelten soll, folgt für den Ausdruck (3.45) der gesamten gemessenen optischen Durchlässigkeit eines optisch einachsigen Kristallplättchens (bei senkrechtem Einfall und der optischen Achse parallel zu den Materialoberflächen)

$$T_{gem} = \frac{1}{2} \bar{\tau}(d) \cdot \left( \left( 1 - \left( \frac{n_o - 1}{n_o + 1} \right)^2 \right)^2 + \left( 1 - \left( \frac{n_e - 1}{n_e + 1} \right)^2 \right)^2 \right). \quad (3.46)$$

Mithilfe dieser Gleichung (3.46), und den Hauptbrechzahlen  $n_o$  und  $n_e$  (s. Tab. 3.3), berechnen sich dann aus der gemessenen konstanten Transmission von  $T = 0.95$  für den gesamten Bereich von 1 bis  $5\mu\text{m}$ , die Werte der mittleren Reintransmission  $\bar{\tau}$  **von rund 100%** für  $MgF_2$  bei einer Schichtdicke von  $d = 2\text{mm}$ , bzw. genauer

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{MgF_2}(\lambda = 1\mu\text{m}) &= 100\% \\ \bar{\tau}_{MgF_2}(\lambda = 2\mu\text{m}) &= 99.8\% \\ \bar{\tau}_{MgF_2}(\lambda = 3.4\mu\text{m}) &= 99.6\%. \end{aligned}$$

Dies bedeutet, daß die gemessene Maximaltransmission  $T_{max} = 95\%$  von  $MgF_2$  im Plateau-Bereich von  $1-5\mu\text{m}$  (in Abb. 2.19) praktisch *nur* durch die Oberflächenverluste zustande kommt, d.h. durch den Wert

$$1/2 \cdot ((1 - R_o)^2 + (1 - R_e)^2)$$

bestimmt wird.

<sup>12</sup>Vergleiche die vereinfachten Fresnel-Gleichungen (2.90) und (2.91), auf Seite 73, für  $T$  bzw.  $R$  bei senkrechtem Strahleneinfall, welche hier sowohl für den o- als auch den e-Strahl gelten, weil in diesem Fall das einfache Snelliussche Gesetz auch für den e-Strahl an den Grenzflächen gilt.

Daraus ergeben sich nun die entsprechenden (ungefähren)  $\bar{\tau}$ -Werte für eine größere Materialdicke von **d=13mm**, wie sie etwa im Falle der optimierten Wollaston-Prismen aus  $MgF_2$  mit  $\varphi = 30^\circ$  vorkommt, aus der Beziehung

$$\bar{\tau}(\lambda', d = 13mm) = (\bar{\tau}(\lambda', d = 2mm))^{6.5},$$

denn die Reintransmission

$$\bar{\tau} = 10^{-\bar{k} \cdot d},$$

läßt sich nach Gl. (2.94) in Zehnerpotenzen ausdrücken, also

$$\begin{aligned}\bar{\tau}_{MgF_2}(\lambda = 1\mu m, d = 13mm) &= 100\% \\ \bar{\tau}_{MgF_2}(\lambda = 2\mu m, d = 13mm) &= 99\% \quad (0.987) \\ \bar{\tau}_{MgF_2}(\lambda = 3.4\mu m, d = 13mm) &= 97\% \quad (0.974); \end{aligned}$$

siehe hierzu die in Tabelle 3.3 eingetragenen, selbst berechneten Transmissions- und Reflektionswerte.

D.h. erst ab einer Materialdicke von *über 1cm*, ist somit eine spürbarere innere Absorption ( $1 - \bar{\tau}$ ) im NIR-Bereich in der Größenordnung von ein paar Prozent – hin zu den höheren Wellenlängen – zu erwarten.

### 3.2.1.3 Berechnung der Transmission eines unbeschichteten und verkitteten $MgF_2$ -Wollaston-Prismas

Eine gute *Abschätzung* für die Transmission des optimierten  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas (mit einer Länge von  $d=13mm$ ), wie sie für *senkrechten* Lichteinfall definiert ist, und mithilfe eines Zweistrahl-Photometers (später) gemessen wird (s. Abb. 3.14), erhält man mit dem *vereinfachten Modell zweier identischer planparalleler Platten* aus  $MgF_2$ , welche durch eine dünne Harzschicht miteinander verkittet sind, und zwar mit ihren optischen Achsen senkrecht zueinander (wie bei einem richtigen Wollaston-Prisma, in Abb. 3.5).

Für den *Spezialfall 1* gilt dann der, auf Seite 74 aus den Fresnel-Formeln (2.70) und (2.71) abgeleitete Ausdruck (2.91) für den Reflektionskoeffizienten  $R$  bei senkrechtem Lichteinfall bzw. *kleinen* Austrittswinkeln,

$$R = 1 - T = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (3.47)$$

(bzw. Fresnel-Transmissionsfaktor  $T$ ), an jeweils den beiden *äußeren* Grenzflächen des Wollaston-Prismas, und für jeweils beide Schwingungsrichtungen der unterschiedlichen Strahlenkomponenten *gleichermäßen*; wobei  $n_1 = 1$  (Luft) und  $n_2 = n_o$  bzw.  $n_2 = n_e$  ist, je nachdem, ob es sich um die ordentliche oder außerordentliche Komponente handelt.<sup>13</sup>

Die Vorstellung, daß die Harzschicht nicht um den Prismenwinkel  $\varphi$  geneigt sei (später ist  $\varphi = 30^\circ$ ), sondern die jeweiligen Strahlenkomponenten (1) und (2) im ersten Teilprisma (d.h. im Modell, in der ersten  $MgF_2$ -Platte) *senkrecht* auf die Grenzfläche des Harzes treffen, ist gut erfüllt, wenn man

<sup>13</sup>Die Verwendung dieses vereinfachten Ausdrucks des Reflektionskoeffizienten, für (ebenso) die *zweite* äußere Prismenoberfläche, ist deshalb gerechtfertigt, weil die senkrecht zueinander polarisierten Strahlenkomponenten – im Spezialfall 1 – nur unter einem relativ kleinen Austrittswinkel, gemessen zum Lot der Oberfläche des zweiten Teilprismas, das  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma wieder verlassen.

bedenkt, daß der Wert des Brechungsindex von Harz ( $n_{\text{Harz}}(1\mu\text{m}) = 1.57371$ ) im Bereich dessen der Hauptbrechzahlen  $n_o$  und  $n_e$  von  $\text{MgF}_2$  liegt, und der vereinfachte Ausdruck

$$R_{o(p-h)} \approx \left( \frac{n_{\text{Harz}} - n_o}{n_{\text{Harz}} + n_o} \right)^2 \quad (3.48)$$

bzw.

$$R_{e(p-h)} \approx \left( \frac{n_{\text{Harz}} - n_e}{n_{\text{Harz}} + n_e} \right)^2 \quad (3.49)$$

für die jeweiligen Reflektionskoeffizienten der beiden Strahlenkomponenten, an der Grenzfläche eines der Teilprismen zur Harzschicht, die Realität auch bei schrägem Einfall (unter dem Winkel  $\varphi$ ) gut beschreibt.

Betrachtet man nun den Verlauf der einzelnen Komponenten (1) und (2) des senkrecht auftreffenden Strahls durch dieses vereinfachte verkittete Platten-Modell, welches das reale Wollaston-Prisma beschreiben soll (vgl. mit der Abb. 3.5), und beachtet man, daß sich gleich nach Eintritt ins erste Teilprisma die ursprüngliche Strahlintensität  $I_0$  auch hier jeweils zur Hälfte auf die beiden Polarisationsrichtungen der Komponenten verteilt, ergibt sich sowohl für die parallel als auch senkrecht zur Einfallsebene gemessene polarisierte Strahlenkomponente (1) bzw. (2) eine Transmission von

$$T_{(1)} = T_{(2)} = \frac{1}{2} \cdot \bar{\tau}_{\text{MgF}_2}(d) \cdot \tau_{\text{Harz}}(d_h) \cdot (1 - R_o) \cdot (1 - R_{o(p-h)}) \cdot (1 - R_{e(p-h)}) \cdot (1 - R_e) \quad (3.50)$$

$T_{(1)}$ , bzw.  $T_{(2)}$ , ist also jeweils das Verhältnis der Teilintensität der das Wollaston-Prisma verlassenden Komponente (1), bzw. (2) (mit einer Polarisation parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene), in Bezug zur *Gesamtintensität* des unpolarisierten, auf das Doppelpisma treffenden Strahls, d.h. diese Werte stellen die Transmissionen des Wollaston-Prismas bezüglich der beiden unterschiedlichen Schwingungsrichtungen der Strahlenkomponenten dar.

Denn die zunächst im ersten Teilprisma außerordentliche Strahlenkomponente (1) mit dem zugehörigen (maximal erreichbaren Wert des) Brechungsindex  $n_e$  (bei senkrechtem Einfall), geht im zweiten Teilprisma in einen ordentlichen Strahl mit der Brechzahl  $n_o$  über, und genau umgekehrt wird die zunächst in der ersten Prismenhälfte ordentliche Komponente (2), in der zweiten Prismenhälfte zum außerordentlichen Strahl mit  $n_e$  (s. Spezialfall 1, auf Seite 202). Dies entspricht im vereinfachten Modell gerade der umgekehrt durchlaufenen Strecke der Strahlenkomponente (1).

Deshalb folgt schließlich für die unabhängig von der Polarisationsrichtung der austretenden Strahlenkomponenten gemessene *gesamte Transmission eines Wollaston-Prismas*

$$\left. \begin{aligned} T_{WP} &= T_{(1)} + T_{(2)} = 2 \cdot T_{(1)} = 2 \cdot T_{(2)} \\ &= \bar{\tau}_{\text{MgF}_2} \cdot \tau_{\text{Harz}} \cdot (1 - R_o) \cdot (1 - R_{o(p-h)}) \cdot (1 - R_{e(p-h)}) \cdot (1 - R_e) \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

mithilfe der Gleichung (3.50).  $T_{WP}$  ist damit der *gesamte Bruchteil* der ursprünglich auftreffenden Gesamtintensität, welcher das Wollaston-Prisma mit *insgesamt* den beiden Strahlenkomponenten (1) und (2) wieder verläßt.

In der Tabelle 3.3 sind die einzelnen, mithilfe der Hauptbrechzahlen  $n_o$  und  $n_e$  von  $\text{MgF}_2$ , und des Brechungsindex  $n_{\text{Harz}}$  von Harz, (selbst) berechneten Reflektionskoeffizienten  $R$  der beiden Strahlenkomponenten (in der Gl. (3.51)) für die verschiedenen Grenzflächen des Wollaston-Prismas, und zu den Wellenlängen  $\lambda = 1, 2$  und  $3.4 \mu\text{m}$ , aufgelistet.

Wie man sieht, liegen die zu erwartenden Reflektionsverluste  $R_{o(p-h)}$  und  $R_{e(p-h)}$  des o- bzw. e-Strahls an der Harz-Grenzfläche (im gesamten Wellenlängen-Bereich) bei nur höchstens 0.5%, so daß zusammen mit den Transmissionsfaktoren  $T_o = (1 - R_o)$  und  $T_e = (1 - R_e)$  des o- und e-Strahls für die je äußeren Prismenoberflächen, und mit den zuvor aus der gemessenen T-Kurve (von ORIEL) abgeschätzten Reintransmissionen von  $MgF_2$  bei  $d=13\text{mm}$ , mithilfe der Beziehung (3.51) für die unterschiedlichen Wellenlängen (z.B.  $\lambda = 1, 2$  und  $3.4 \mu\text{m}$ ) der einfallenden Strahlung die gesamten Transmissionen des  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas

$$\begin{aligned} T_{WP_{gesamt}}(\lambda = 1\mu\text{m}) &= 1 \cdot 0.975 \cdot 0.995 \cdot 0.996 \cdot 0.974 \\ &= 0.941 \quad (\mathbf{94\%}) \\ T_{WP_{gesamt}}(\lambda = 2\mu\text{m}) &= 0.987 \cdot 0.976 \cdot 0.996 \cdot 0.996 \cdot 0.975 \\ &= 0.932 \quad (\mathbf{93\%}) \\ T_{WP_{gesamt}}(\lambda = 3.4\mu\text{m}) &= 0.974 \cdot 0.977 \cdot 0.995 \cdot 0.996 \cdot 0.976 \\ &= 0.920 \quad (\mathbf{92\%}) \end{aligned}$$

folgen, wenn man zunächst die (bis dahin noch unbekannte) innere Absorption ( $1 - \tau_{Harz}$ ) durch die dünne Harzschicht *nicht* berücksichtigt, welche ja gerade bei  $\lambda = 3.4\mu\text{m}$  ihre erste starke IR-Absorptionsbande besitzt (vgl. die MILTON-ROY-Messung der Transmissionskurve einer Harzprobe, auf Seite 80).

Dabei wurden zur Berechnung der  $R_{o(p-h)}$ - und  $R_{e(p-h)}$ -Werte, die aus der (selbst hergeleiteten) Sellmeier-Dispersionsformel für Harz erhaltenen Brechungsindizes verwendet (siehe die Bemerkungen zum Gültigkeitsbereich im Abschnitt 2.4.3.4, ab Seite 86). Bei Verwendung der, von der Sellmeier-Formel für den Brechungsindex von Harz bei  $\lambda = 3.4\mu\text{m}$  stärker abweichenden, unsichereren Herzberger-Formel, hätte sich *dort* eine etwas geringere *gesamte* Transmission von  $T_{WP}(\lambda = 3.4\mu\text{m}) = 90.2\%$  ergeben (*ohne* die Absorptionsbande des Harzes).

Nach diesen theoretischen Berechnungen zu Folge, würde man also, bei fehlender innerer Absorption durch die Harzschicht, eine nahezu konstant verlaufende, gemessene *gesamte* Transmissionskurve<sup>14</sup>  $T_{WP_{ges}}(\lambda)$  des Wollaston-Prismas, mit Werten zwischen **94%** und **92%** für den Wellenlängenbereich von 1 bis  $3.4\mu\text{m}$ , erwarten, welche vor allem durch die Reflektionsverluste an den äußeren Grenzflächen des  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas zustande kommt.

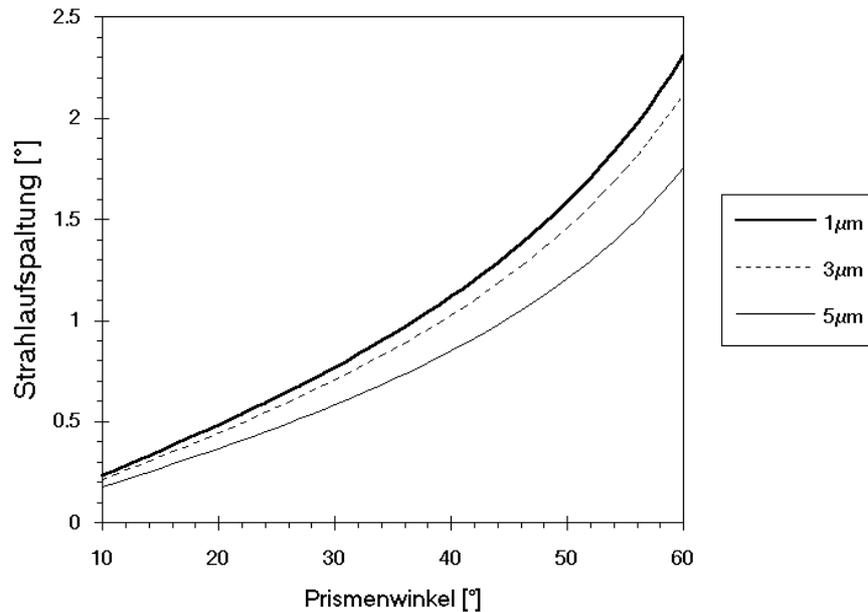
*Fazit:* Aus all den bisher genannten Gründen, d.h. wegen der sehr guten optischen Eigenschaften von  $MgF_2$  (auch im Hinblick auf die Kombination mit Harz als Kittmaterial), und wegen der übrigen optimalen physikalischen Eigenschaften (s. Tab. 3.3) dieses doppelbrechenden IR-durchlässigen Materials, ist  $MgF_2$  somit – auch *ohne* AR-Beschichtungen an seinen Oberflächen – besonders gut als Prismenmaterial geeignet.

### 3.2.2 Die Wahl des Prismenwinkels

#### 3.2.2.1 Das Hauptkriterium

In der Abbildung 3.9 wurde die mithilfe der Gleichung (3.34) berechnete Aufspaltung  $\Delta(\alpha = 0, \varphi)$  eines senkrecht auf ein  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma treffenden Strahls, in Abhängigkeit vom Prismen-

<sup>14</sup>...gemessen über insgesamt beide, aus dem Wollaston-Prisma tretenden Schwingungsrichtungen, im Verhältnis zur auftretenden Gesamtintensität  $I_0$  des ursprünglich unpolarisierten Strahls.



**Abbildung 3.9:** Berechnete Strahlaufspaltung durch ein  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma bei senkrechtem Lichteinfall, für die unterschiedlichen Wellenlängen  $\lambda = 1, 3$  u.  $5\mu\text{m}$ , in Abhängigkeit vom Prismenwinkel.

winkel  $\varphi$ , in einem Diagramm dargestellt.

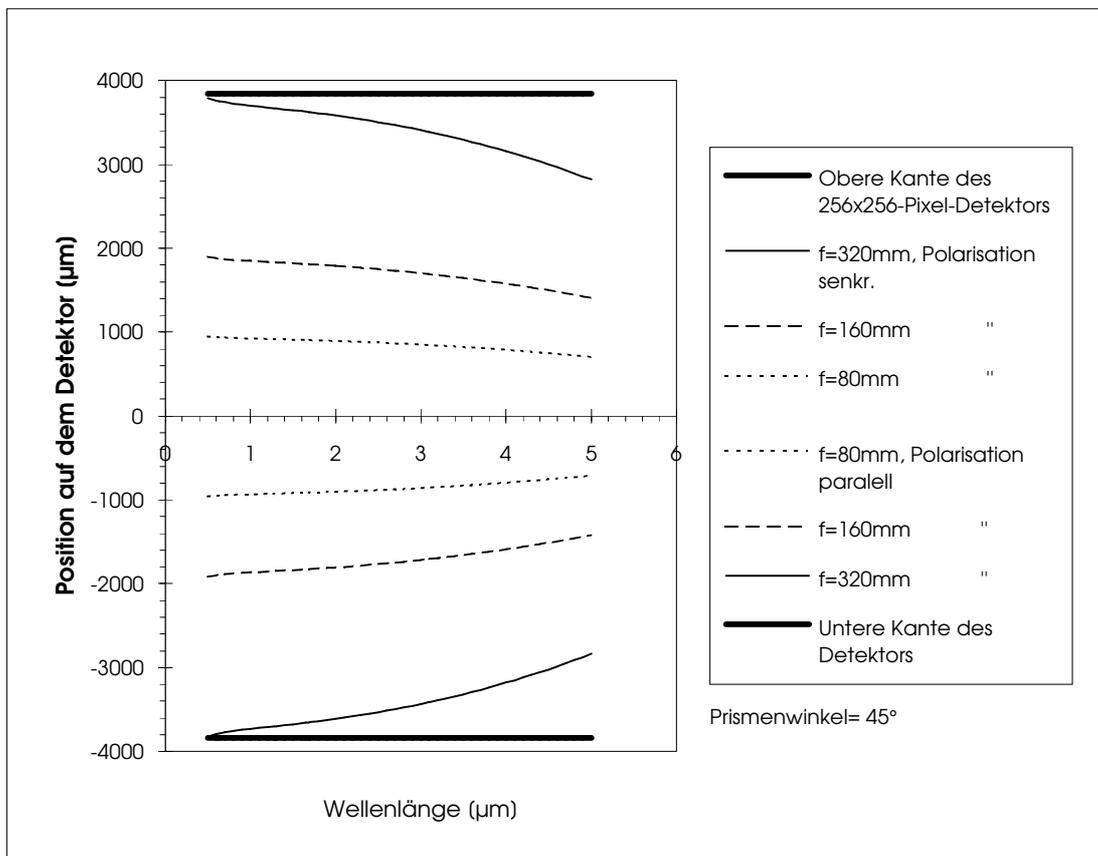
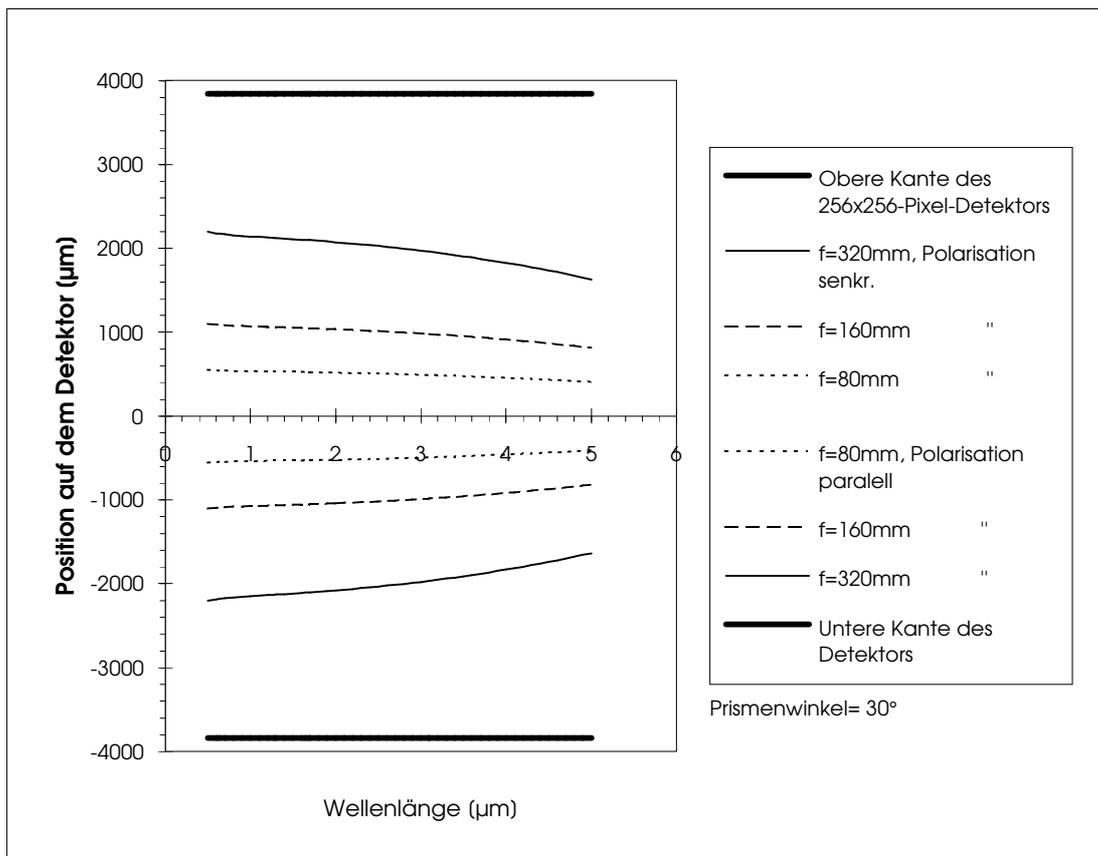
Da die Brechzahlen  $n_o(\lambda)$  und  $n_e(\lambda)$ , in Gl. (3.34), wellenlängenabhängig sind, ergeben sich z.B. für die Kurvenparameter  $\lambda = 1, 3$ , und  $5\mu\text{m}$ , die verschiedenen, in Abb. 3.9 illustrierten, vom Prismenwinkel abhängigen Aufspaltungskurven. Hierbei wurden die zur Berechnung von  $\Delta(\varphi)$  notwendigen, zu den verschiedenen Wellenlängen  $\lambda$  gehörenden Werte der Brechungsindizes  $n_o(\lambda)$  und  $n_e(\lambda)$ , ebenfalls aus den von DODGE [20] angegebenen Sellmeier-Dispersionsformeln für  $MgF_2$  (bei  $T = 19^\circ\text{C}$ ) bestimmt.

Wie man sieht, steigt die Strahlaufspaltung  $\Delta(\varphi)$  mit zunehmendem Prismenwinkel für alle Wellenlängen streng monoton an, und überschreitet für  $\varphi \geq 60^\circ$  und  $\lambda < 3\mu\text{m}$  den Wert  $\Delta = 2^\circ$ . Dabei nimmt zu gegebenem Winkel  $\varphi$  die Aufspaltung bei zunehmender Wellenlänge ab.

Ein oberer Grenzwert des möglichen Prismenwinkels  $\varphi$  ist nun derjenige Winkel  $\varphi_{\text{max}}$ , für den die Aufspaltung eines senkrecht einfallenden Strahls der Wellenlänge  $\lambda = 1\mu\text{m}$  derart groß ist, daß unter Verwendung der mittleren verfügbaren Kamera-Brennweite  $f = 320\text{mm}$ , d.h. bei einer höheren Ortsauflösung, beide austretenden polarisierten Strahlenkomponenten gerade auf die äußeren Kanten der  $256 \times 256$ -Pixel-Detektorfläche (mit  $30\mu\text{m}$ -Pixels) treffen. Wie aus dem unteren Diagramm von Abb. 3.10 ersichtlich, ist dies für  $\varphi_{\text{max}} = 45^\circ$  der Fall.

In den Diagrammen von Abb. 3.10 sind die, aus der Beziehung  $x = f \cdot \tan \varepsilon$  und den Gleichungen (3.32) und (3.33) für den Austrittswinkel  $\sin(\varepsilon_1(\alpha = 0, \varphi = \text{konst}, \lambda))$  und  $\sin(\varepsilon_2(\alpha = 0, \varphi = \text{konst}, \lambda))$  der parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten, berechneten  $x(\lambda)$ -Positionen gegen die Wellenlänge  $\lambda$ , für den wichtigen Bereich von  $1$  bis  $5\mu\text{m}$  und für die verschiedenen Kamera-Brennweiten  $f = 80, 160$  und  $320\text{mm}$ , aufgetragen. Die Position der oberen und unteren Kante des  $256 \times 256$ -Pixel-Detektors ist durch einen dicken Balken angedeutet.

Die Mitte des Detektors liegt wiederum definitionsgemäß bei  $x = 0$ , und die negativen  $x$ -Werte entspre-



**Abbildung 3.10:** x-Position der unterschiedlich zur Einfallsebene polarisierten, aus dem  $MgF_2$ -Prisma tretenden Strahlen auf dem Detektor, in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  zu den verschiedenen Kamera-Brennweiten  $f=80, 160$  und  $320$ mm, bei jeweils einem Prismenwinkel von  $\varphi = 30^\circ$  (s. oberes Diagramm) bzw.  $\varphi = 45^\circ$  (s. unten).

chen den Positionen der parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponente der verschiedenen Wellenlängen (mit positivem Austrittswinkel  $\varepsilon_1(\lambda)$ ; vgl. Abb. 3.5).

Schließlich hat man sich für den optimalen Winkel  $\varphi_{\text{opt}} = 30^\circ$  des  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas entschieden, für welchen die Strahlaufspaltung zur mittleren Wellenlänge  $\lambda = 3\mu\text{m}$  bei einer Brennweite von  $f=320\text{mm}$  (d.h. mittleren Ortsauflösung der Kamera) den *halben* 256x256-Pixel-Detektorchip in der Fokalebene einnimmt (siehe oberes Diagramm in Abb. 3.10).

Bisher wurde noch nicht untersucht, ob man ebenso durch die Wahl des Prismenwinkels bewirken kann, daß, selbst unter dem Einsatz von Breitbandfiltern innerhalb bestimmter IR-Fenster, Polarimetrie *ohne* Verlust an höherer örtlicher Auflösung betrieben werden kann. Dies ist also dann ein zweites Kriterium für die optimale Wahl des Prismenwinkels.

### 3.2.2.2 Die Dispersion eines Wollaston-Prismen-Kamerasystems

Mithilfe der Formeln (3.32) und (3.33) läßt sich für den wichtigsten Spezialfall eines senkrecht auf ein Wollaston-Prisma treffenden kollimiertem Strahlenbündels ( $\alpha = 0$ ) aus verschiedenen Wellenlängen, die *Winkel-Dispersionen* des Prismas

$$D_1 = \frac{d\varepsilon_1}{d\lambda} \quad \text{und} \quad D_2 = -\frac{d\varepsilon_2}{d\lambda},$$

zu *jeweils* den beiden unterschiedlich polarisierten, austretenden Strahlenbündeln, und für die Dispersionsrichtung parallel zur Einfallsebene (d.h. in der Zeichenebene von Abb. 3.5), berechnen; dabei ist  $d\varepsilon_1$  die infinitesimale Winkeldifferenz zwischen zwei parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen der Wellenlängendifferenz  $d\lambda$ , welche das Doppelprisma (den Disperser) im divergierenden Strahlenbündel (1) wieder verlassen, bzw.  $-d\varepsilon_2$  die Winkeldifferenz derselben aber senkrecht dazu polarisierten Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$ , die aus dem doppelbrechenden Disperser im Strahlenbündel (2) treten.

Bildet man die partielle Ableitung  $\partial/\partial\lambda$  aus jeweils beiden Seiten der Gl. (3.32),

$$\frac{\partial}{\partial\lambda} (\sin \varepsilon_1(\alpha = 0, \lambda)) = \frac{\partial}{\partial\lambda} \left( \sin \varphi \left( n_e \cos \varphi - \sqrt{n_o^2 - n_e^2 \sin^2 \varphi} \right) \right), \quad (3.52)$$

folgt die Gleichung

$$\cos \varepsilon_1 \cdot \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \lambda} = k_1(\lambda)$$

d.h. der Ausdruck

$$D_1(\alpha = 0, \lambda) = \frac{k_1(\lambda)}{\cos \varepsilon_1(\lambda)} \quad (3.53)$$

für die *Winkel-Dispersion*  $D_1$ , wenn man die Funktion

$$k_1(\varphi, \lambda) = \sin \varphi \left( \cos \varphi \frac{dn_e}{d\lambda} - \frac{n_o (dn_o/d\lambda) - n_e (dn_e/d\lambda) \sin^2 \varphi}{\sqrt{n_o^2 - n_e^2 \sin^2 \varphi}} \right) \quad (3.54)$$

definiert und berücksichtigt, daß die Hauptbrechzahlen  $n_o$  und  $n_e$ , bzw. der Winkel  $\varepsilon_1(\alpha = 0)$ , von  $\lambda$  abhängen.

Entsprechend erhält man den Ausdruck  $D_2(\alpha = 0)$  für die Winkel-Dispersion des Wollaston-Prismas bezüglich der senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponente, d.h. indem man die Brechungsindizes  $n_o$  und  $n_e$  in der Ausgangsgleichung (3.52), bzw. in der Definitionsgleichung (3.54) für  $k_1(\lambda)$ , vertauscht – denn die Formeln für  $\sin(-\varepsilon_2(\alpha = 0))$  und  $\sin\varepsilon_1(\alpha = 0)$  unterscheiden sich ja nur dadurch voneinander – so daß analog zu  $D_1$  die Beziehung

$$D_2(\alpha = 0, \lambda) = \frac{k_2(\lambda)}{\cos\varepsilon_2(\lambda)}, \quad (3.55)$$

mit

$$k_2(\varphi, \lambda) = \sin\varphi \left( \cos\varphi \frac{dn_o}{d\lambda} - \frac{n_e(dn_e/d\lambda) - n_o(dn_o/d\lambda) \sin^2\varphi}{\sqrt{n_e^2 - n_o^2 \sin^2\varphi}} \right) \quad (3.56)$$

folgt.

Betrachtet man das Wollaston-Prisma als dispergierendes Element innerhalb eines Kamera-Systems (vgl. Abb. 2.9 auf Seite 34, zur Herleitung der Winkel-Dispersion eines Grism, und der linearen Dispersion  $LD$  eines Grism-Systems; mit dem Unterschied, daß jetzt anstelle des Grism das Wollaston-Prisma in die Abbildung eingesetzt wird), können auch hier die systemabhängigen linearen Dispersionen in der Detektorebene (d.h. in der Fokalebene der Kamera-Linsen) zu

$$LD = \frac{dx}{d\lambda} = f \cdot \frac{d\varepsilon}{d\lambda} = f \cdot D,$$

(siehe Bez. (2.47) auf Seite 35) bezüglich der jeweiligen Strahlenkomponenten (1) und (2) berechnet werden.

### 3.2.2.3 Das Kriterium zur Breitband-Polarimetrie

Mithilfe der linearen Dispersion  $LD_1$ , bzw.  $LD_2$ , des Prismen-Systems bezüglich der beiden unterschiedlich polarisierten Strahlenkomponenten (1), bzw. (2), läßt sich dann der *lineare Abstand*  $\Delta x$  zwischen den beiden Abbildungen einer polarisierten punktförmigen Lichtquelle in den beiden Wellenlängen  $\lambda_{\pm} = \lambda_C \pm (\Delta\lambda_{Filter}/2)$  des eingesetzten *Breitbandfilters* – mit der FWHM-Breite  $\Delta\lambda_{Filter}$  und seiner zentralen Wellenlänge  $\lambda_C$  – für die jeweilige Polarisationsrichtung aus der Beziehung

$$\Delta x = \frac{dx}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda_{Filter} = LD \cdot \Delta\lambda_{Filter} = f \cdot D \cdot \Delta\lambda_{Filter} = f \cdot \frac{k(\lambda)}{\cos\varepsilon(\lambda)} \cdot \Delta\lambda_{Filter} \quad (3.57)$$

bestimmen; mit jeweils  $k = k_1$  (aus Bez.(3.54)) und  $\varepsilon = \varepsilon_1$ , bzw.  $k = k_2$  (s.Gl.(3.56)) und  $\varepsilon = \varepsilon_2$ .

Dieser Abstand  $\Delta x$  sollte dann die Summe der beiden Radien der jeweiligen Airy-Scheibchen der Eintrittspupille in den beiden Grenzwellenlängen  $\lambda_{\pm}$  des Filters (bezogen auf die Fokalebene des Instruments), bzw. vereinfachend den *Durchmesser* des Beugungsscheibchens der *zentralen* Wellenlänge  $\lambda_C$ , nicht überschreiten, d.h.

$$\Delta x \leq 2 \cdot r_{Airy} = 2 \cdot 1.22 f \frac{\lambda_C}{W_3}.$$

Im Falle von CONICA ergibt sich aufgrund der geforderten Abbildungsqualität der Kamera-Systeme ein erwünschter oberer Grenzwert von nur einem *Drittel* des Scheibchendurchmessers, also

$$\Delta x \leq \frac{1}{3} \varnothing_{Airy} = \frac{2}{3} \cdot 1.22 f \frac{\lambda_C}{W_3}. \quad (3.58)$$

Dabei ist mit dem Wert von  $W_3$  der Durchmesser des unter dem Winkel  $\varepsilon_1$ , bzw.  $\varepsilon_2$  (je nach Polarisation), das Wollaston-Prisma verlassenden kollimierten Strahlenbündels der Wellenlänge  $\lambda_C$  gemeint; vergleiche hierzu den Strahlenverlauf in Abbildung 2.10 auf Seite 39, wobei aber in diesem Fall das dort eingezeichnete Grism gegen ein *Wollaston-Prisma* ausgetauscht wird:

Das kollimierte Strahlenbündel mit dem Pupillendurchmesser  $W_1$  trifft jetzt *senkrecht* auf das erste Teilprisma ( $W_2 = W_1$ ), und verläßt das zweite schließlich für den monochromatischen Bestandteil  $\lambda_C$  in zwei verschiedenen Richtungen  $\varepsilon_1$  ( $\alpha = 0, \lambda_C$ ) und  $-\varepsilon_2$  ( $\alpha = 0, \lambda_C$ ) (gemäß Gl. (3.32) und (3.33)), entsprechend der parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponente von  $\lambda_C$ , als aufgespaltenes Strahlenbündel mit den Strahldurchmessern  $W_{3(1)}$  und  $W_{3(2)}$  (gemessen in der Dispersions ebene des Prismas, d.h. in der Zeichenebene von Abb. 2.10).  $L_1$ , bzw.  $L_2$ , sei die gemessene Breite der parallel zur Zeichenebene polarisierten Strahlkomponente (1), bzw. der senkrecht dazu polarisierten Komponente (2), bezüglich der *Oberfläche* des zweiten Teilprismas.

Für den vom Austrittswinkel, d.h. von der Wellenlänge  $\lambda_C$ , abhängigen Strahldurchmesser  $W_3(\lambda_C)$ , für jeweils beide das Doppelprisma verlassenden Komponenten (1) und (2), gilt

$$W_3(\lambda_C) = L \cdot \cos(\varepsilon(\lambda_C))$$

(vgl. Abb. 2.10), so daß mit der für den Spezialfall eines *senkrecht* auf das Prisma treffenden Strahls ( $W_1 = W_2$ ), und einer betragsmäßig sehr kleinen Aufspaltung durch das Doppelprisma, die Beziehung

$$W_3(\lambda_C) \approx W_1 \cdot \cos(\varepsilon(\lambda_C)), \quad (3.59)$$

mit der Näherung  $L \approx W_2$ , folgt.

Setzt man nun diese Beziehung (3.59) für  $W_3$ , und die Gleichung (3.57) für  $\Delta x$ , in die Bedingung (3.58) ein, ergibt sich die Ungleichung (Forderung)

$$\boxed{\mathcal{F}(\varphi) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1.22} W_1 k(\varphi, \lambda_C) \leq \left( \frac{\lambda_C}{\Delta\lambda} \right)_{Filter}}, \quad (3.60)$$

da sich die Kamera-Brennweite  $f$  und der Cosinus des Austrittswinkels  $\varepsilon$  (wie erwartet) wegekürzen.

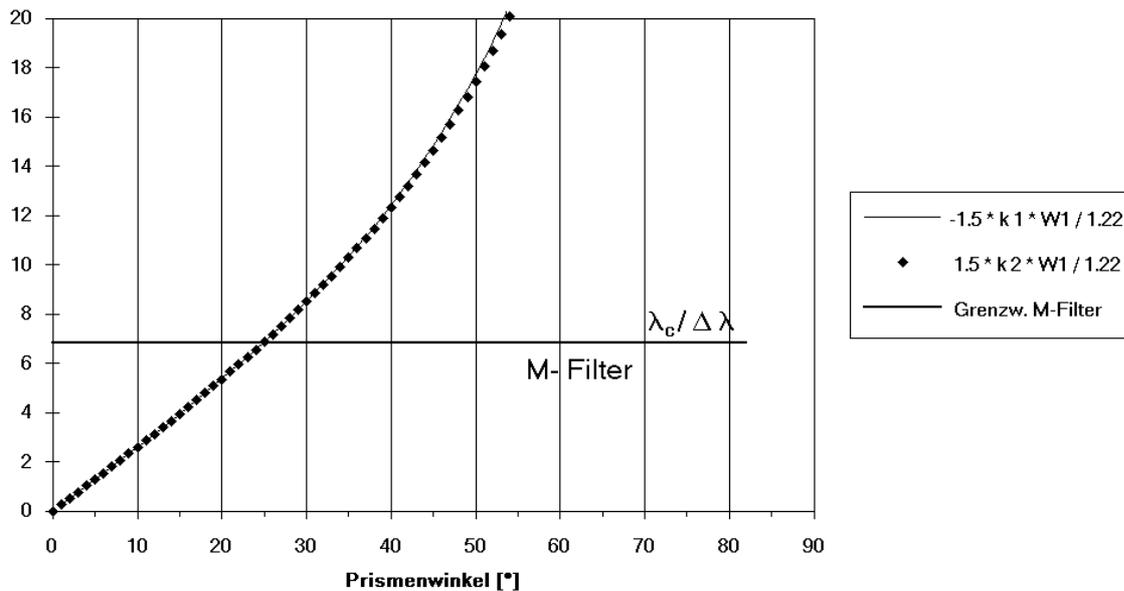
Die linke Seite dieser Ungleichung stellt dabei die gesuchte, vom Prismenwinkel  $\varphi$  abhängige Funktion  $\mathcal{F}(\varphi)$  dar, welche den durch das verwendete Breitbandfilter fest vorgegebenen Grenzwert  $(\lambda_C/\Delta\lambda)$  *nicht* überschreiten darf, wenn mithilfe des Wollaston-Prismen-Kamerasystems polarimetrische Breitband-Anwendungen *ohne* Verlust an höherer örtlicher Auflösung (unter dem Einsatz größerer Kamera-Brennweiten  $f$ ) möglich sein sollen.

Als nächstes wurde deshalb die in (3.60) definierte dimensionslose Funktion  $\mathcal{F}_1(\varphi)$ <sup>15</sup> für die unterschiedlichen zentralen Wellenlängen  $\lambda_C$  der verschiedenen Breitbandfilter in Tabelle 3.4, und einen Pupillendurchmesser von  $W_1 = 10\text{mm}$ , berechnet, und in den Abbildungen 3.11 und 3.12 gegen den Prismenwinkel  $\varphi$  graphisch aufgetragen. Dabei wurden die aus der von DODGE [20] angegebenen Sellmeier-Formel (für  $MgF_2$ ) für die Wellenlängen  $\lambda_C$  der Filter berechneten Indexwerte  $n_o(\lambda_C)$  und  $n_e(\lambda_C)$ , sowie die in [19] aufgelisteten Dispersionswerte  $dn_o/d\lambda$  und  $dn_e/d\lambda$ , verwendet. In Abb. 3.11 wurde ebenso die für die Strahlenkomponente (2) und das M-Filter berechnete Funktion  $\mathcal{F}_2(k_2(\varphi, \lambda_C))$  eingezeichnet. Wie man sieht, unterscheidet sich diese aber nur unwesentlich von den Funktionswerten

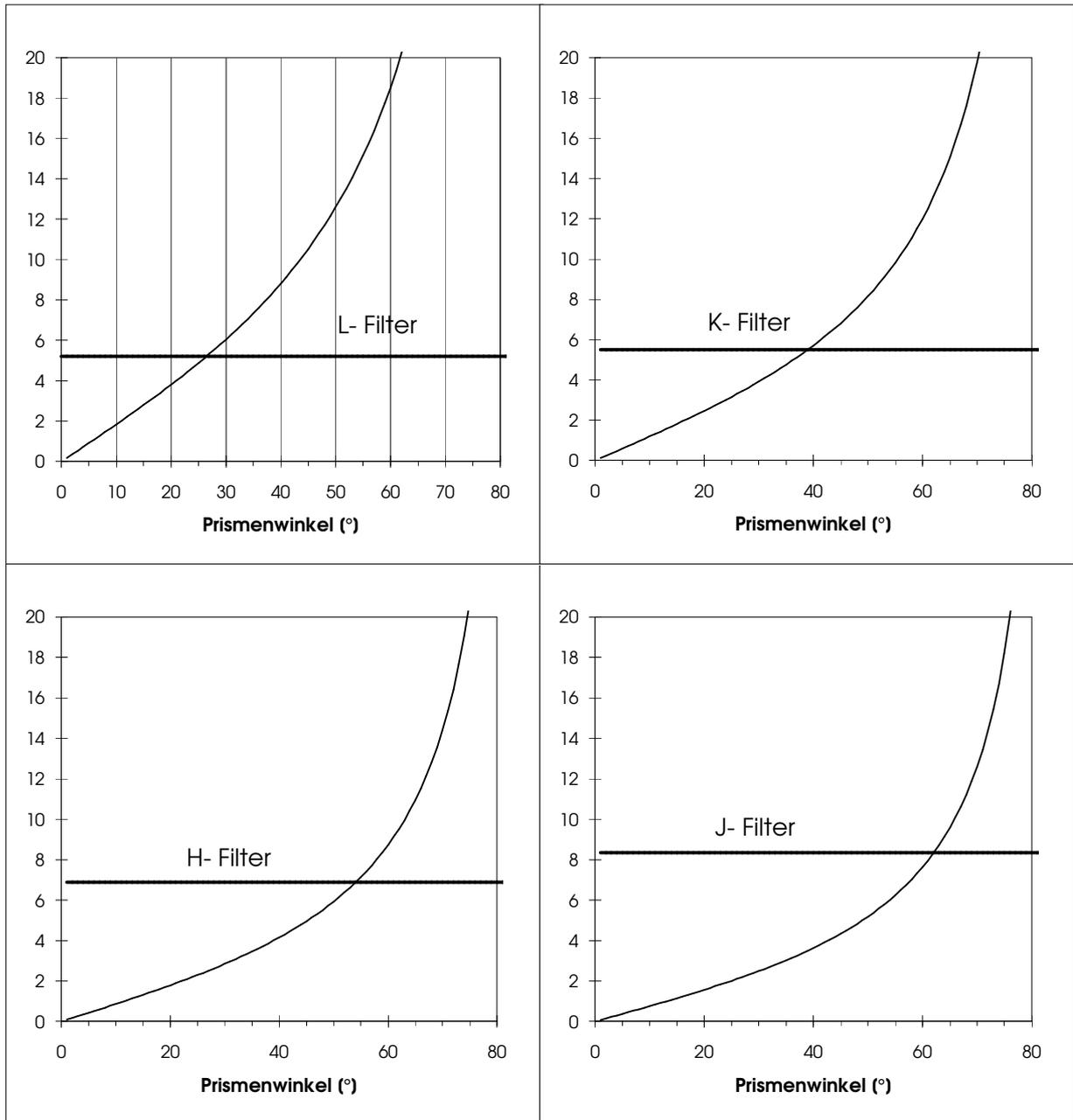
<sup>15</sup>D.h. vorwiegend nur bezüglich der in der Zeichenebene von Abb. 3.5 polarisierten Komponente (1), mithilfe des Ausdrucks (3.54) für  $k_1(\varphi, \lambda_C)$ ...

Filter	$\lambda_C$ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]
I	1.04	0.12
J	1.25	0.15
H	1.65	0.24
K	2.20	0.40
L	3.65	0.70
M	4.80	0.70

**Tabelle 3.4:** Die für CONICA geplanten *Breitband*-Filter mit ihren zugehörigen zentralen Wellenlängen  $\lambda_C$  und Bandbreiten  $\Delta\lambda$ . Filterdaten aus [4b].



**Abbildung 3.11:** Die vom Prismenwinkel  $\varphi$  eines  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas abhängige (dimensionslose) Funktion  $\mathcal{F}_1(\varphi, \lambda_C)$ , bzw.  $\mathcal{F}_2(\varphi, \lambda_C)$  (s. Definitionen im Text), bei einem Pupillendurchmesser von  $W_1 = 10\text{mm}$ , bezogen auf das *M-Breitbandfilter*, d.h. dessen zentrale Wellenlänge  $\lambda_C = 4.80\mu\text{m}$  und Bandbreite  $\Delta\lambda = 0.70\mu\text{m}$ , sowie der bezüglich dieses Filters vorgegebene, konstante obere Grenzwert  $\lambda_C/\Delta\lambda$ , für die Möglichkeit polarimetrischer Breitband-Anwendungen. Für den zuvor ausgewählten Prismenwinkel von  $\varphi = 30^\circ$  übersteigt der zugehörige Funktionswert  $\mathcal{F}(\varphi = 30^\circ)$  diesen M-Grenzwert.



**Abbildung 3.12:** Die vom Prismenwinkel  $\varphi$  eines  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas abhängigen (dimensionslosen) Funktionen  $\mathcal{F}_1(\varphi, \lambda_C)$  (s. Definition im Text), bei einem Pupillendurchmesser von  $W_1 = 10\text{mm}$ , bezogen auf die *Breitbandfilter* J, H, K, und L der IR-Kamera CONICA, d.h. deren zentralen Wellenlängen  $\lambda_C$  und Bandbreiten  $\Delta\lambda$ , sowie die jeweils durch diese Filter vorgegebenen, konstanten oberen Grenzwerte  $\lambda_C/\Delta\lambda$ , für die Möglichkeit polarimetrischer Breitband-Anwendungen. Außer beim L-Filter, liegen die zum ausgewählten Prismenwinkel von  $\varphi = 30^\circ$  gehörenden Funktionswerte  $\mathcal{F}(\varphi = 30^\circ)$  überall *unterhalb* der oberen Filter-Grenzwerte  $\lambda_C/\Delta\lambda$ . Dies bedeutet, daß für diesen Prismenwinkel bei Verwendung des J-, H-, und K-Filters polarimetrische Breitband-Anwendungen möglich sind. Hingegen sollte im Wellenlängenbereich des L-Fensters ein Schmalbandfilter eingesetzt werden, um dort durch die kleinere Bandbreite  $\Delta\lambda$  den L-Grenzwert zu erhöhen.

$\mathcal{F}_1(k_1(\varphi))$  zur senkrecht dazu polarisierten Komponente (1), weshalb auch die numerische Berechnung der Funktionswerte  $\mathcal{F}_1(\varphi)$  zu allen übrigen Filtern völlig ausreicht.

Außerdem ist in den Diagrammen 3.11 – 3.12 der durch das verwendete Breitbandfilter fest vorgegebene, konstante (dimensionslose) obere Grenzwert  $\lambda_c/\Delta\lambda$  zum Vergleich mit eingetragen, welcher vom Funktionswert  $\mathcal{F}(\varphi)$  zum ausgesuchten Prismenwinkel  $\varphi$  ja nicht überschritten werden sollte.

### 3.2.2.4 Zusammenfassung

*Das Ergebnis:* Die Wahl des Prismenwinkels kann also auch bewirken, daß, selbst unter dem Einsatz von Breitbandfiltern innerhalb bestimmter IR-Fenster, Polarimetrie *ohne* Verlust an höherer örtlicher Auflösung betrieben werden kann. Die in den Diagrammen 3.11 – 3.12 dargestellten Kurven  $\mathcal{F}(\varphi)$  (bezüglich der verschiedenen zentralen Wellenlängen der IR-Filter aus Tab. 3.4) zeigen, daß für den (nach dem zuvor geschilderten Hauptkriterium) ausgewählten Prismenwinkel des Wollaston-Prismas von  $\varphi = 30^\circ$ , Polarimetrie mit den J-, H-, und K-Filtern (und natürlich auch I-Filter) bei gleichzeitig *hoher* Ortsauflösung ohne Einschränkung (unter der geforderten Bedingung (3.58)) möglich ist. Die Verwendung des L- oder M-Filters, hingegen, ermöglicht dann *keine* hochauflösende Polarimetrie; diese kann nur durch den Einsatz entsprechender *Schmalbandfilter* in diesen Wellenlängenbereichen gewährleistet werden.

### 3.2.3 Polarimetrie mit dem Prismen-System

Der *Polarisationsgrad*  $p$  einer Strahlungsquelle ist definiert als

$$p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (3.61)$$

wobei  $I_{max}$  die maximale Strahlungsintensität (d.h. maximale Strahlungsflußdichte) einer bestimmten Schwingungsrichtung des einfallenden, teilweise polarisierten Lichts ist, und  $I_{min}$  diejenige Intensität in der dazu senkrechten Schwingungsrichtung.

Zur Messung der Polarisation der einfallenden Strahlung kompakter oder stellarer Objekte, werden nun *zwei* identische Wollaston-Prismen (aus  $MgF_2$  mit dem Prismenwinkel  $\varphi = 30^\circ$ ) am Polarisationsrad von CONICA befestigt; das eine mit einem Positionswinkel von  $\phi = 0^\circ$ , und das andere unter einem Winkel von  $\phi = 45^\circ$ .

Dies bedeutet, daß mit dem ersten Wollaston-Prisma die Intensitäten  $I(\phi = 0^\circ)$  und  $I(\phi = 90^\circ)$ , und mit dem zweiten Doppelprisma, welches den Positionswinkel  $\phi = 45^\circ$  besitzt, die Flußdichten  $I(\phi = 45^\circ)$  und  $I(\phi = 135^\circ)$  gemessen werden können.

Bei *linear* polarisierter Strahlung gilt dann die Ellipsengleichung

$$\frac{E_x^2}{E_{min}^2} + \frac{E_y^2}{E_{max}^2} = 1,$$

für die Komponenten

$$E_x = E(\phi) \cdot \sin(\phi - \psi)$$

$$E_y = E(\phi) \cdot \cos(\phi - \psi)$$

des E-Feldes, wobei  $\phi$  der Richtungswinkel ist, zu welchem die Intensität der einfallenden Strahlung in Bezug auf den  $0^\circ$ -Positionswinkel gemessen wird, und  $\psi$  die Vorzugsrichtung der *teilweise* polarisierten Welle, mit dem zugehörigen Extremwert  $I_{max}$  der Intensität, darstellt.<sup>16</sup> Senkrecht dazu (für  $\phi = \psi + 90^\circ$ ) hat  $I(\phi)$  das Minimum  $I_{min}$ .

Mithilfe dieser beiden Beziehungen für die E-Feld-Komponenten, folgt dann die Gleichung

$$\frac{E^2 \sin^2(\phi - \psi)}{E_{min}^2} + \frac{E^2 \cos^2(\phi - \psi)}{E_{max}^2} = 1,$$

und da die Intensität der Welle proportional zum Quadrat des elektrischen Feldes ist,

$$I \propto E^2,$$

erhält man schließlich nach einigen Umformungen den gesuchten Ausdruck für den vom Richtungswinkel  $\phi$  abhängigen gemessenen Intensitätswert  $I_{gem}(\phi)$  der einfallenden Strahlung

$$I_{gem}(\phi) = \frac{I_{max} \cdot I_{min}}{I_{max} \cdot \sin^2(\phi - \psi) + I_{min} \cdot \cos^2(\phi - \psi)}, \quad (3.62)$$

mit Polarisationswinkel  $\psi$ .

Für beispielsweise den einfachsten Fall einer vorwiegenden Polarisation in Richtung der durch das *erste* Wollaston-Prisma definierten  $0^\circ$ -Position, d.h. für den Fall, daß die Schwingungsrichtung der Maximalintensität der einfallenden polarisierten Welle den Winkel  $\psi = 0^\circ$  besitzt, erhält man aus der Gleichung (3.62) den erwartenden Maximalwert  $I_{gem}(\phi = 0^\circ, \psi = 0^\circ) = I_{max}$  für die gemessene Strahlungsintensität in dieser Schwingungsrichtung. Dagegen erhält man dann (für diesen Fall  $\psi = 0^\circ$ ) gleichzeitig, durch Messung der Intensität der *zweiten* aus dem *ersten* Wollaston-Prisma tretenden Strahlenkomponente, den Minimalwert  $I_{gem}(\phi = 90^\circ, \psi = 0^\circ) = I_{min}$  der Strahlungsintensität zur dazu senkrechten Schwingungsrichtung mit  $\phi = 90^\circ$ .

Mittels der Methode der kleinsten Quadrate können nun die Funktionswerte von Gleichung (3.62) durch Variation der Parameter  $I_{max}$ ,  $I_{min}$  und  $\psi$ , an die vier, durch die beiden Wollaston-Prismen gemessenen Intensitäten  $I(\phi = 0^\circ)$ ,  $I(\phi = 90^\circ)$ ,  $I(\phi = 45^\circ)$  und  $I(\phi = 135^\circ)$  zu den verschiedenen Schwingungsrichtungen der Strahlung, angepaßt, und so die gesuchten Parameter bestimmt werden. Der berechnete Winkel  $\psi$  zeigt dann die Richtung der bevorzugten Schwingungsrichtung (d.h. Polarisationsrichtung) der teilweise polarisierten Strahlung (in Bezug auf den  $0^\circ$ -Positionswinkel des ersten Doppelprismas) an, und aus dem Betrag von  $I_{max}$  und  $I_{min}$  läßt sich schließlich mithilfe der Definition (3.61) der zugehörige Grad  $p$  der Polarisation ermitteln.

<sup>16</sup>Bem.: Bei einer unpolarisierten Welle wäre der Betrag von  $E$  unabhängig vom Richtungswinkel  $\phi$ .

### 3.3 Messungen mit dem $MgF_2$ -Wollaston-Prisma

#### 3.3.1 Materialtests: Abkühlung auf tiefe Temperaturen

Es wurde das Verhalten der Harz-Verkittung bei tiefen Temperaturen überprüft.

Um die thermische Beständigkeit eines mit Harz verkitteten  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas bei sehr tiefen Temperaturen zu testen, wurde zunächst ein von der Firma HALLE angefertigter Prototyp mithilfe des Kühlsystems M22 von *Cryogenics* (betrieben durch den 8001-Controller mit dem 8003-Kompressor, und einer Vakuumpumpe), in mehreren Temperaturzyklen von Raumtemperatur bis herunter auf unter  $70K$ , abgekühlt, und die Temperaturwerte zu verschiedenen Zeitpunkten (ein Zyklus entsprach etwa einem Zeitraum von einem Tag) durch einen am Temperaturmesser angeschlossenen Schreiber aufgezeichnet. So konnte überprüft werden, wie sich die Harzschicht (mit unbekanntem thermischen Expansionskoeffizienten), welche als Kitt die beiden Prismenhälften des Wollaston-Prismas, mit ihren optischen Achsen, d.h. Symmetrieachsen der Kristalle, senkrecht zueinander orientiert zusammenhält (s. z.B. das Prisma in Abb. 3.5), verhält, wenn sie unterschiedlichen Spannungen durch den Prozeß der Abkühlung, und der nachfolgenden Wiedererwärmung auf Zimmertemperatur, ausgesetzt wird (wie es später bei CONICA der Fall sein wird), falls der Expansionskoeffizient, bezüglich der beiden Richtungen *parallel* und *senkrecht* zur Symmetrieachse der  $MgF_2$ -Kristalle, verschiedene Werte besitzt.

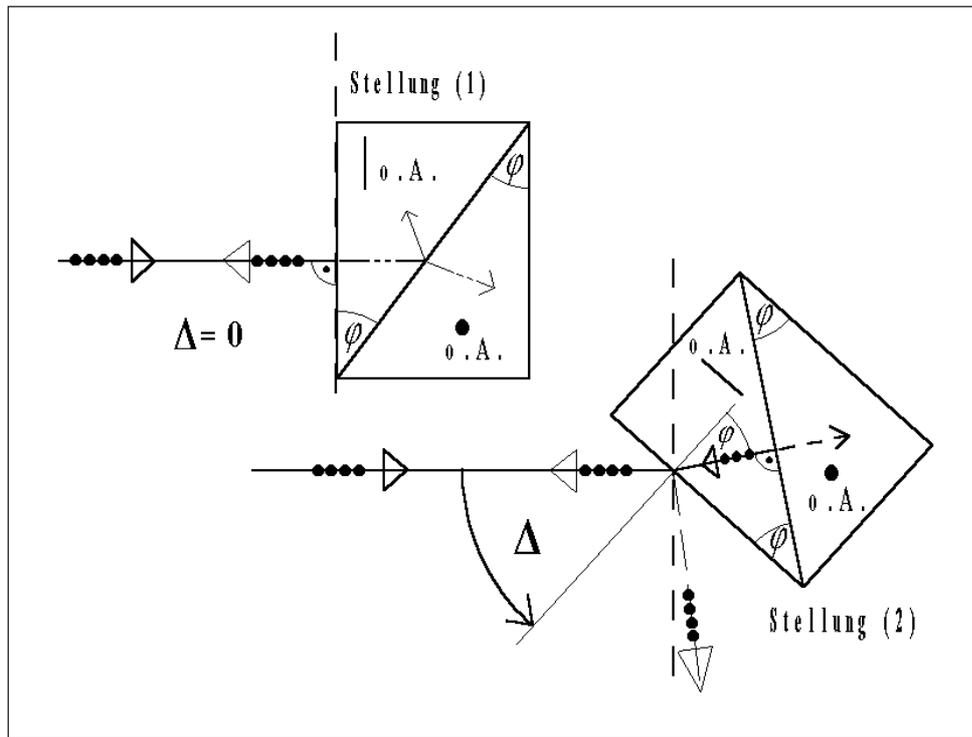
**Das Ergebnis der Materialtests:** Sowohl bei diesem Prototyp, als auch bei dem letztendlich bestellten, optimal nach Maß gefertigten  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma (mit Prismenwinkel  $\varphi = 30^\circ$ ) und dessen mehrfacher Abkühlung von Zimmertemperatur bis auf  $81K$  (durch das gleiche Kühlsystem), im Zuge der Messung der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung mithilfe der  $1-5\mu m$ -Kamera (s. Abschnitt 3.3.4), konnte anschließend weder eine sichtbare Verformung der dünnen Harzschicht, noch gar ein Materialbruch, festgestellt werden.

#### 3.3.2 Messung des Prismenwinkels

Mithilfe eines einfachen Versuchsaufbaus, bestehend aus, *erstens*, einem Laser, der monochromatisches unpolarisiertes Licht der Wellenlänge  $\lambda = 633nm$  aussendet, *zweitens*, einem optischen *Linear*polarisator, welcher nur das rote Licht mit einem elektrischen Feld parallel zur Durchlaßrichtung durchläßt, *und drittens*, einer Drehscheibe mit einer Winkelskala, auf welcher das von der Firma HALLE hergestellte, für CONICA optimierte  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma befestigt war, wurde dessen Prismenwinkel überprüft und der geforderte Winkel ( $\varphi_{opt} = 30^\circ$ ) innerhalb der Meßgenauigkeit von  $\Delta\varphi = 0.03^\circ$  bestätigt.

#### Das Meßprinzip und seine Durchführung

Wird der Polarisator so gedreht, daß seine Durchlaßachse z.B. senkrecht zur Einfallsebene des dann auch senkrecht zu dieser Ebene polarisierten, auf das erste Teilprisma des  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas treffenden Strahls (s. Abb. 3.13) steht, und ist *dasjenige* Teilprisma dem ankommenden Strahl auf der Drehscheibe zugewandt, welches seine optische Achse parallel zur Einfallsebene hat, läßt sich der Prismenwinkel  $\varphi$  aus der Winkelstellung (2) der Drehscheibe bestimmen, für die der als ordentlicher Strahl (mit richtungsunabhängiger Brechzahl  $n_o$ ) in die erste Prismenhälfte eindringender (*nicht* aufgespaltene) Strahl an der inneren Grenzfläche zum zweiten Teilprisma, bzw. zur Harzschicht, *teilweise*



**Abbildung 3.13:** Methode zur Messung des Prismenwinkels eines Wollaston-Prismas

in sich selbst auf umgekehrtem Wege zurückreflektiert wird, weil er dort genau senkrecht auftrifft und das Wollaston-Prisma wieder zur ersten Prismenhälfte verläßt. Dann, und nur genau dann, gilt das *einfache* Snelliussche Brechungsgesetz

$$\sin \Delta = n_o \sin \varphi \quad (3.63)$$

(vgl. diese Bez. mit der oberen Gl. (3.16), auf Seite 197, mit dem Einfallswinkel  $\alpha = \Delta$ , und dem Brechungswinkel  $\beta' \equiv \varphi$ ) für den senkrecht zur optischen Achse polarisierten *ordentlichen* Strahl bezüglich des ersten Teilprismas an dessen äußerer Grenzfläche, so daß sich der gesuchte Prismenwinkel damit aus

$$\varphi = \arcsin \left( \frac{\sin \Delta}{n_o(\lambda_{\text{Laser}})} \right) \quad (3.64)$$

bestimmen läßt.

Auf diese Weise konnte also der Prismenwinkel  $\varphi$  überprüft werden, indem zum einen der Winkel  $\alpha_{(1)}$  (entsprechend  $\Delta = 0$  in der Abb. 3.13) der Stellung (1) am Nonius der Drehscheibe abgelesen wurde, zu welcher der einfallende polarisierte Strahl an der ersten Prismenoberfläche wieder senkrecht z.T. zurückreflektiert wird, und zum andern der Winkel  $\alpha_{(2)}$  (d.h.  $\Delta$ ) zur Stellung (2) gemessen wurde, bei welcher der z.T. ins erste Teilprisma eingedrungene ordentliche Strahl an der inneren Grenzfläche zum zweiten Teilprisma (d.h. Harzschicht) teilweise *genau* in sich zurückreflektiert wird und das Wollaston-Prisma auf gleichem, aber umgekehrten Wege wieder vorne verläßt. Durch Bildung der Betragsdifferenz dieser beiden Winkel, ergibt sich dann dieser notwendige Winkel  $\Delta = |\alpha_{(2)} - \alpha_{(1)}|$  zur Berechnung von  $\varphi$  aus Gleichung (3.64).

Zur praktischen Ausführung dieses Meßprinzips wurde der Laser mit seinem gesamten Gehäuse zur Horizontalen etwas nach unten gekippt, so daß der Ort der, zu den jeweiligen Winkelstellungen an den verschiedenen Grenzflächen des Wollaston-Prismas, genau in entgegengesetzter Richtung zum einfallenden Laser-Strahl *zurückreflektierten* polarisierten Strahlen, auf einem kleinen weißen Schirm aus Papier (welcher oberhalb einer größeren geöffneten Lochblende hinter dem Polarisator befestigt war) markiert, und die Winkelposition  $\alpha_{(2)}$  mit der Drehscheibe besser eingestellt werden konnte.

Für den Fall, daß dasjenige Teilprisma des Doppelprismas, mit der zugehörigen optischen Achse *senkrecht* zur Einfallsebene, dem auftreffenden Strahl zugewandt ist, und dieser nicht senkrecht, sondern parallel zur Einfallsebene polarisiert ist (in Abb. 3.13 *nicht* dargestellt), kann ebenfalls Gl. (3.64) zur Berechnung des Prismenwinkels  $\varphi$  benutzt werden, weil dann der eindringende polarisierte Laser-Strahl unter jedem beliebigen Einfallswinkel  $\Delta$  im ersten Teilprisma den von der Ausbreitungsrichtung unabhängigen ordentlichen Brechungsindex  $n_o$  besitzt. Durch Ermittlung der Drehwinkeldifferenz  $\Delta$  der Stellungen (1) und (2) kann dann also wiederum  $\varphi$  genau bestimmt werden.

Diese beiden genannten Spezialfälle sind deshalb geeignet, um mithilfe des an der inneren Grenzfläche zum zweiten Teilprisma teilweise (in sich selbst) zurückreflektierten *ordentlichen* Strahls, den Prismenwinkel  $\varphi$  (mit der Bez. (3.64)) *ohne* systematischen Fehler exakt zu messen.

Dagegen wäre die Messung des Dreh- d.h. Einfallswinkels  $\Delta$  bezüglich der Reflektion des *außerordentlichen* Strahls (an der inneren Grenzfläche) zu den beiden übrigen Fällen mit der Unsicherheit behaftet, ob man den Prismenwinkel aus dem Brechungsgesetz

$$\sin \Delta = n_e \sin \varphi, \quad (3.65)$$

das heißt

$$\varphi = \arcsin \left( \frac{\sin \Delta}{n_e(\lambda_{\text{Laser}})} \right) \quad (3.66)$$

mit dem von der Ausbreitungsrichtung des e-Strahls unabhängigen Hauptbrechzahl  $n_e$ , *oder* aus der komplizierteren Beziehung

$$\sin \Delta = n_e(\Delta) \cdot \sin \varphi \quad (3.67)$$

berechnen muß, weil für den Spezialfall zur selben gezeichneten Orientierung der optischen Achse der ersten Prismenhälfte in Abb. 3.13, *aber* einer parallel zur Einfallsebene polarisierten auftreffenden Welle, der zugehörige Brechungsindex vom Einfallswinkel (d.h. hier von  $\Delta$ ) abhängig ist, und nach Gl. (3.7) auf Seite 194

$$n_e(\Delta) = \sqrt{\left(1 - \frac{n_e^2}{n_o^2}\right) \sin^2 \Delta + n_e^2} \quad (3.68)$$

gilt.

Da man bei dieser Meßmethode zuvor jedoch *nicht* weiß, welche der beiden möglichen Orientierungen der optischen Achse des ersten Teilprismas in Bezug auf die ebenfalls unbekanntene Polarisationsrichtung des einfallenden Laser-Strahls (senkrecht oder parallel zur Einfallsebene) vorliegt, wurde der Polarisator vor Beginn der Messung solange gedreht, bis sich der polarisierte Laserstrahl durch das Wollaston-Prisma nicht mehr in zwei Strahlenkomponenten aufspaltete, so daß eine Polarisation *entweder* senkrecht *oder* parallel zur Einfallsebene vorherrschte, und anschließend die Winkeldifferenz  $\Delta = |\alpha_{(2)} - \alpha_{(1)}|$  der Prismen-Stellung (2) bezüglich der Position (1) gemessen (=Messung I).

Die Messung von  $\Delta$  wurde *danach* unter einem um  $90^\circ$  zur vorigen Position verdrehten Polarisator, d.h. folglich für einen polarisierten Laserstrahl mit einer Schwingungsrichtung genau senkrecht zum vorigen Fall und bei *gleicher* Ausrichtung des Doppelprismas zum ankommenden Strahl, wiederholt (=Messung 2).

### Die Auswertung und Meßfehler

Daraufhin konnte *hinterher* festgestellt werden, welche der beiden Messungen von  $\Delta$  mit dem ordentlichen Strahl, d.h. demjenigen Strahl mit einer Polarisationsrichtung *senkrecht* zur optischen Achse bezüglich des ersten Teilprismas, ausgeführt worden ist, und somit den zuverlässigeren Wert des zu messenden Prismenwinkels  $\varphi$  (mithilfe der Gl. (3.64)) liefert.

Dabei sind prinzipiell *nur zwei* Fälle möglich:

- 1. Möglichkeit:** Bei der ersten Messung des Drehwinkels  $\Delta_1$  wurde der Einfallswinkel  $\Delta_o$  ermittelt, unter welchem der ordentliche Strahl innerhalb des ersten Teilprismas an der inneren Grenzfläche des Wollaston-Prismas teilweise in genau umgekehrter Richtung zurückreflektiert wird, *und* bei der *zweiten* Messung wurde der Winkel  $\Delta_2 = \Delta_e$  bezüglich des außerordentlichen Strahls gemessen, und die
- 2. Möglichkeit:** ... daß der genau umgekehrte Fall vorlag, und zuerst der Winkel  $\Delta_e$  des e-Strahls und anschließend  $\Delta_o$  des o-Strahls bezüglich der optischen Achse des ersten Teilprismas gemessen wurde.

Die beiden geschilderten Messungen ergaben dabei die Winkel  $\Delta_1 = (43.43 \pm 0.05)^\circ$  und  $\Delta_2 = (44.03 \pm 0.05)^\circ$ .

Welche der beiden Fälle nun wirklich zutrifft, kann herausgefunden werden, indem man die beiden unterschiedlich, zu jeweils den verschiedenen genannten Möglichkeiten aus den Gleichungen (3.64) und (3.66), bzw. (3.67) (letztere auch, weil man sich nicht sicher sein kann, wo der Fall des vom Einfallswinkel des e-Strahls abhängigen Brechungsindex  $n_e(\Delta)$  auftritt), berechneten Prismenwinkel miteinander vergleicht; für die zutreffende Möglichkeit (1 oder 2) dürfen sich dann die beiden so berechneten Prismenwinkel innerhalb der Grenzen der Meßgenauigkeit *nicht* voneinander unterscheiden.

Die Rechnung ergibt für die erste Möglichkeit einen Prismenwinkel von

$$\varphi(n_o, \Delta_1) = (29.95 \pm 0.04)^\circ$$

bezüglich der *ersten* Messung, und

$$\varphi(n_e, \Delta_2) = (30.03 \pm 0.04)^\circ$$

bei der *zweiten* Messung, bzw.

$$\varphi(n_e(\Delta_2), \Delta_2) = (30.11 \pm 0.04)^\circ,$$

wenn die optische Achse des ersten Teilprismas gerade so orientiert ist (wie in Abb. 3.13), daß die Brechzahl des e-Strahls vom Einfallswinkel  $\Delta$  abhängt.

Für die zweite Möglichkeit erhält man die Prismenwinkel

$$\varphi(n_e, \Delta_1) = (29.67 \pm 0.04)^\circ$$

bezüglich der *ersten* Messung, bzw.

$$\varphi(n_e(\Delta_1), \Delta_1) = (29.74 \pm 0.04)^\circ,$$

und bei der *zweiten* Messung

$$\varphi(n_o, \Delta_2) = (30.32 \pm 0.04)^\circ.$$

Hierbei ergeben sich die angegebenen Meßgenauigkeiten von  $\Delta\varphi = 0.04^\circ$  aus der Abschätzung der Ablesegenauigkeit der Drehwinkel  $\alpha_{(1)}$  und  $\alpha_{(2)}$  (zu jeweils den Positionen (1) und (2)) am Nonius der Drehscheibe, mit  $\Delta\alpha \approx 2' = (2/60)^\circ$ , und aus der Berechnung der Fehlerfortpflanzung  $\Delta\varphi$  durch die Differenzbildung  $\Delta = |\alpha_{(2)} - \alpha_{(1)}| = 0.05^\circ$  und durch die Formeln (3.64) und (3.66), bzw. (3.67), mithilfe des Gaußschen Gesetzes.

Diese berechneten Werte für den Prismenwinkel, zu jeweils den beiden Fallmöglichkeiten, zeigen schließlich eindeutig, daß bei den ausgeführten Messungen die *erste* Möglichkeit der realen Situation entsprach, wo die optische Achse des ersten Teilprismas (*nicht* wie im, in Abb. 3.13, dargestellten Fall) senkrecht zur Einfallsebene des auftreffenden polarisierten Strahls orientiert war, und deshalb der Brechungsindex bezüglich des e-Strahls *nicht* vom Einfallswinkel  $\Delta$  abhing, und identisch mit der Hauptbrechzahl  $n_e(\lambda_{\text{Laser}})$  war.

### Das Meßergebnis

Das *Meßergebnis* für den zu überprüfenden Prismenwinkel des bei HALLE nach Maß angefertigten Wollaston-Prismas, lautet daher

$$\boxed{\varphi_{\text{gem}} = (29.95 \pm 0.04)^\circ} \equiv \varphi(n_o, \Delta_1).$$

Bildet man hingegen den Mittelwert aus den beiden berechneten Werten für den Prismenwinkel aus den *beiden* Messungen

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi(n_o, \Delta_1) + \varphi(n_e, \Delta_2)}{2},$$

erhält man hiernach das etwas genauere **Ergebnis**

$$\boxed{\bar{\varphi}_{\text{gem}} = (29.99 \pm 0.03)^\circ},$$

denn die beiden berechneten Werte  $\varphi(n_o, \Delta_1)$  und  $\varphi(n_e, \Delta_2)$  unterscheiden sich bis auf deren Unsicherheit durch die Meßungenauigkeit *nicht* und entsprechen *beide* dem tatsächlich gemessenen Wert  $\varphi$  des Prismenwinkels.

**Ergebnis:** Der geforderte optimale Prismenwinkel von  $\varphi_{\text{opt}} = 30^\circ$  des Wollaston-Prismas wurde auf *mindestens* einige Hunderstel Grad genau vom Hersteller realisiert.

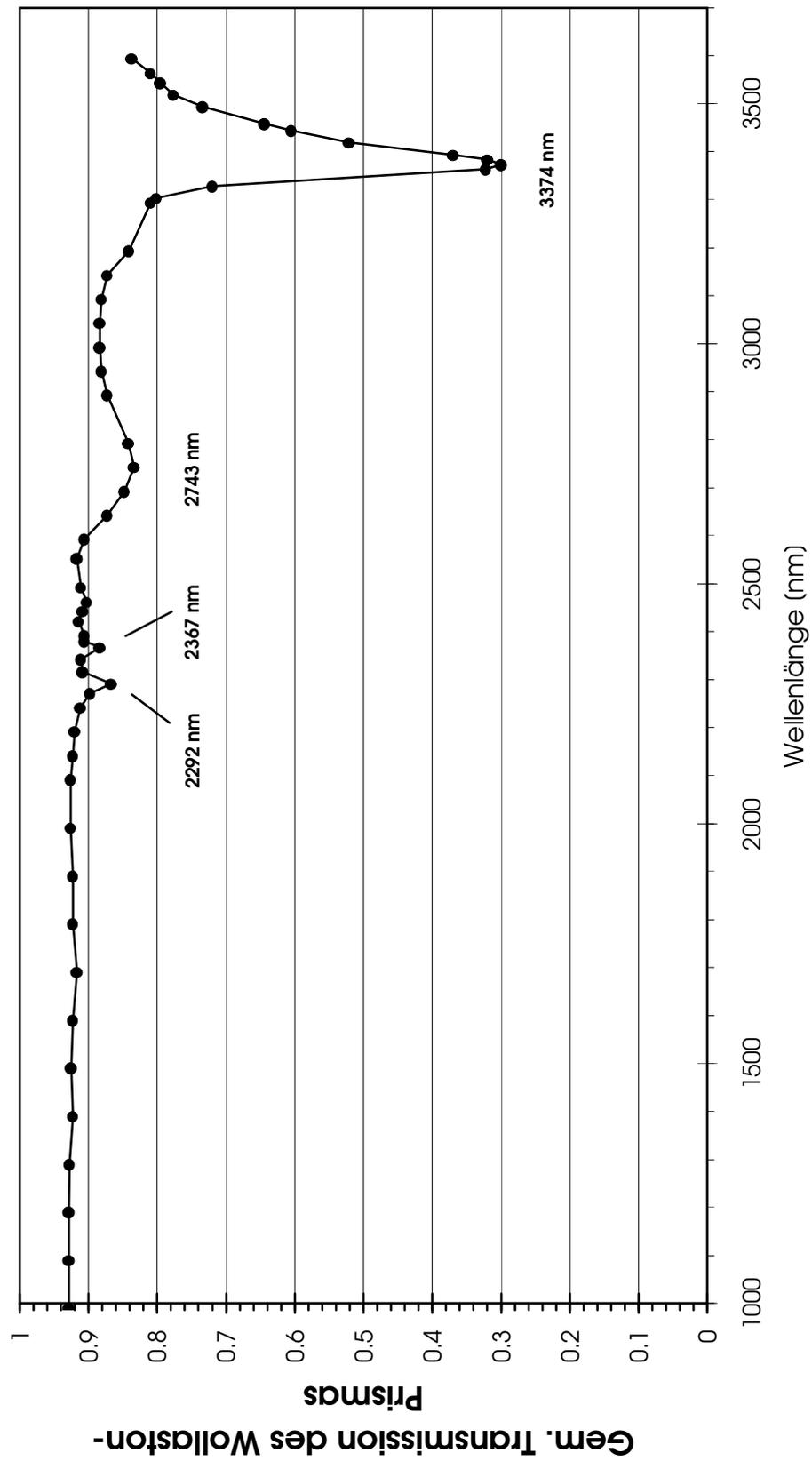


Abbildung 3.14: Gemessene Transmissionskurve des  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas

### 3.3.3 Messung der Transmissionskurve

Durch Messung der Transmissionskurve des Wollaston-Prismas (s. Abb. 3.14), mithilfe des als Zweistrahlphotometer eingesetzten registrierenden Spektralphotometers DMR22 von Zeiss, konnten die Absorptionsbanden der Harz-Verkittung bestimmt werden.

In Abbildung 3.14 ist die schon korrigierte, mit dem Spektralphotometer DMR22 gemessene *gesamte* Transmission des optimierten Wollaston-Prismas gegen die Wellenlänge im Bereich von 1 bis  $3.6\mu\text{m}$  in einem Diagramm aufgetragen.

#### Die Durchführung der Messung

Dabei wurde die  $T_{WP}(\lambda)$ -Kurve auf die gleiche Weise gewonnen, wie die Transmissionskurve des direkt linierten KRS5-Grism im zweiten Kapitel meiner Arbeit (vergleiche hierzu die ausführlichen Beschreibungen der Funktionsweise des registrierenden Photometers *und* die Schilderung der Versuchsdurchführung in den Abschnitten 2.6.1.1 und 2.6.1.2), wobei in diesem Fall das Wollaston-Prisma derart auf dem Meßplatz (2-3), in Abb. 2.60 auf Seite 160, im Meßteil des Spektrometers positioniert wurde (bei wiederum ebenfalls *leer* gebliebenem Vergleichsplatz (2-5)), daß *insgesamt beide*, aus dem Doppelpisma tretenden, aufgespaltenen und polarisierten Komponenten des senkrecht auftreffenden, unpolarisierten und monochromaten Meßstrahls, durch das Eintrittsfenster zum Potowiderstand fielen, und gleichzeitig die *Summe* dieser beiden Intensitäten von diesem registriert, und mit der Intensität  $I_0$  des unveränderten Vergleichsstrahls der gleichen Wellenlänge durch das Gerät verglichen werden konnte.

#### Die Auswertung und Meßfehler

Die so durch den Meßschreiber bei laufender Registriertrommel des Spektralphotometers auf Meßpapier aufgezeichneten, direkt gemessenen Transmissionswerte  $T_{gem}(\lambda)$  im Wellenlängenbereich von 1 bis  $3.6\mu\text{m}$ , wurden außerdem nachträglich (ebenso wie bei der Ermittlung der Grism-Effizienz) mithilfe der zuvor bei *leerem* Meß- und Vergleichsplatz aufgezeichneten 100%-Linie korrigiert, indem das Verhältnis

$$T_{WP}(\lambda) = \frac{T_{gem}(\lambda)}{T_{100\%}(\lambda)}$$

(in Abb. 3.14) gebildet wurde.

Deshalb ergibt sich, bei einer geschätzten Ablesegenauigkeit von jeweils 1mm, für die vom Schreiberpapier abgelesenen T-Werte nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz nur ein "zufälliger" Fehler von höchstens rund  $\Delta T_{WP} = \pm 0.007$  (entsprechend  $\Delta T_{WP} = \pm 0.7\%$ ). Dies entspricht wiederum einem Fehlerbalken von gerade *höchstens* dem Ausmaß des Durchmessers der als Punkte im Diagramm 3.14 dargestellten korrigierten Meßwerte in Richtung der Transmissions-Achse.

Die genauere Zuordnung der einzelnen Wellenlängen  $\lambda$  zu den jeweils zugehörigen Schreiberpositionen  $x(\lambda)$  auf dem Meßpapier, erfolgte wiederum durch Verwendung derselben, aus der Effizienz-Messung des KRS5-Grism (bei einem Kippwinkel von  $0^\circ$ , in Kapitel 2) gewonnenen Eichkurve  $\lambda(x)$  des Spektrometers, welche sich aus der Berechnung der durch die, während laufender

Registriertrommel auf dem Meßpapier zusätzlich markierten, und von der Mattscheibe des Monochromators, abgelesenen Wertepaare  $(x, \lambda(x))$  gelegten Regressionsgeraden ergibt. Die hieraus geschätzte Unsicherheit der  $(\lambda, T_{WP})$ -Meßpunkte im Diagramm 3.14, in Bezug auf die Wellenlänge, liegt damit genauso wie im Falle der korrigierten gemessenen Transmissionskurve des KRS5-Grism (s. Abb. 2.62, und die Erläuterungen in Abschnitt 2.6.1.6 ab Seite 173) bei etwa  $\Delta\lambda = 4\text{nm}$ .

Eine weitaus größere Meßgenauigkeit der Wellenlängenwerte  $\lambda(x)$  kommt aber möglicherweise (wie schon erwähnt) durch den *nicht* ideal monochromatischen Meßstrahl zustande, der durch den Monochromator-Spalt, mit der durchschnittlichen Breite von ca. 1mm, fällt, und deshalb z.B. für  $\lambda = 1500\text{nm}$  die größte spektrale Bandbreite von ca.  $\Delta\lambda \approx \pm 33\text{nm}$  besitzt (und bei z.B.  $\lambda = 3600\text{nm}$  nur noch ca.  $\Delta\lambda \approx \pm 19\text{nm}$ , s. Abschnitt 2.6.1.3 zu den Meßfehlern, ab S. 163).

### Deutung der gemessenen Transmissionswerte $T_{WP}(\lambda)$ und Vergleich mit den theoretischen Voraussagen

Die gemessenen und so korrigierten Transmissionswerte  $T_{WP}(\lambda)$  in Abb. 3.14, zwischen 92 und 93%, stimmen für den Wellenlängenbereich von 1 bis  $2.2\mu\text{m}$  innerhalb der geschätzten Meßfehlergrenzen ( $\Delta T_{WP} < 1\%$ ) hervorragend mit dem theoretisch vorausberechneten, nahezu konstanten Wert zwischen 93 und 94% eines unbeschichteten  $\text{MgF}_2$ -Wollaston-Prismas<sup>17</sup>, in Abschnitt 3.2.1.3 (ab Seite 217), gut überein. Dieser Strahlungsverlust kommt daher – wie schon gezeigt – hauptsächlich durch die Reflektionsverluste an den beiden unbeschichteten äußeren Oberflächen der  $\text{MgF}_2$ -Teilprismen zustande.

Hingegen zeigen sich entgegen der theoretischen Erwartungen in den Umgebungen der Wellenlängen  $\lambda = (2.29 \pm 0.03)\mu\text{m}$ ,  $\lambda = (2.37 \pm 0.03)\mu\text{m}$  und  $\lambda = (2.74 \pm 0.03)\mu\text{m}$  schon schwache Intensitätseinbrüche, und schließlich bei der Wellenlänge  $\lambda = (3.38 \pm 0.02)\mu\text{m}$  ein starkes Transmissionsminimum von  $T_{WP} = 30\%$ , welche nur durch die zunehmend stärkeren Absorptionsbanden der Harzschicht zu erklären sind, denn das doppelbrechende IR-Material  $\text{MgF}_2$  wurde ja gerade wegen seiner *hohen* (mittleren) Reintransmission von *mindestens*  $\tau = 97\%$ , bei Schichtdicken von selbst *über* 1cm (s. Tabelle 3.3 auf Seite 215), d.h. wegen der fehlenden Absorptionsbanden im Wellenlängen-Intervall von 1– $5\mu\text{m}$ , als optimales Prismenmaterial ausgewählt.

Durch Messung der Transmission des  $\text{MgF}_2$ -Wollaston-Prismas konnten daher die “reinen“ Absorptionsbanden der Harz-Verkittung bestimmt werden. Ein Vergleich der gemessenen  $T_{WP}$ -Kurve der mit Harz der Firma HALLE verkitteten Prismenhälften (in Abb. 3.14), mit der Durchlässigkeitskurve von *regulärem* Harz des Gitterherstellers MILTON ROY (s. Abb. 2.24 auf Seite 80), läßt dieselbe starke Absorptionsbande bei  $\lambda = 3.4\mu\text{m}$  (und ebenso die schwächeren bei etwa  $2.7\mu\text{m}$ ) erkennen.

Allein die Dicke der sehr dünnen Harzschicht zwischen den beiden Prismenhälften bewirkt also den starken Intensitätsverlust (bei  $\lambda \approx 3.4\mu\text{m}$ ) durch die zusätzlich zu den Reflektionsverlusten an den verschiedenen Grenzflächen des unbeschichteten Wollaston-Prismas (und zur nur sehr schwachen Absorption von  $\text{MgF}_2$  bei  $d=13\text{mm}$ ) hinzu kommende innere Absorption  $1 - \tau_{\text{Harz}}(d_{\text{Harz}})$ , die in diesem Falle **62%** ( $= [T_{WP}(3.4\mu\text{m})]_{\text{ber}} - [T_{WP}(3.4\mu\text{m})]_{\text{gem}} = 92\% - 30\%$ ) beträgt.

Die gemessene Gesamttransmission  $T_{WP}(\lambda)$  eines *Prototyps* des idealen  $\text{MgF}_2$ -Wollaston-Prismas zeigte bei  $\lambda = 3.4\mu\text{m}$  einen wesentlich geringeren und nicht zufriedenstellenden Wert von nur  $T_{WP} =$

<sup>17</sup>...unter Vernachlässigung der inneren Strahlenabsorption durch die Harzschicht, und einer  $\text{MgF}_2$ -Schichtdicke von  $d=13\text{mm}$  bei einem Prismenwinkel von  $\varphi = 30^\circ$ .

10%, welcher durch eine dickere Harzschicht verursacht wurde. Durch die *dünnere* Harzschicht beim optimalen Wollaston-Prisma (in Abb. 3.14), konnte schließlich die Transmission bei dieser Wellenlänge auf 30% erhöht werden.

### 3.3.4 Messung der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung mithilfe der 1-5 $\mu$ m-Kamera

Die Messung der Winkelgröße  $\Delta$  der Aufspaltung eines auf das optimierte  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma treffenden natürlichen, unpolarisierten Strahls in Abhängigkeit von der Wellenlänge im Bereich von 0.6–3.1 $\mu$ m, wurde sowohl bei Raumtemperatur ( $T = +25^\circ$ ), als auch bei sehr tiefen Temperaturen ( $T = -192$  u.  $-189^\circ\text{C}$ ) des Doppelprismas, mithilfe der für den Einsatz am Cassegrain-Fokus des 3.5m-Teleskops des deutsch-spanischen astronomischen Zentrums<sup>18</sup> entwickelten 1–5 $\mu$ m-Kamera im Labor durchgeführt.

Die Messung zu verschiedenen Wellenlängen im genannten Bereich ergab hierbei die theoretisch erwarteten Werte der Aufspaltung zwischen  $0.70^\circ$  und  $0.78^\circ$ , die kaum von der berechneten Sollkurve abweichen. Die einzelnen Abweichungen von der Sollkurve liegen unter 0.4%.

#### 3.3.4.1 Das Meßprinzip und Meßfehler

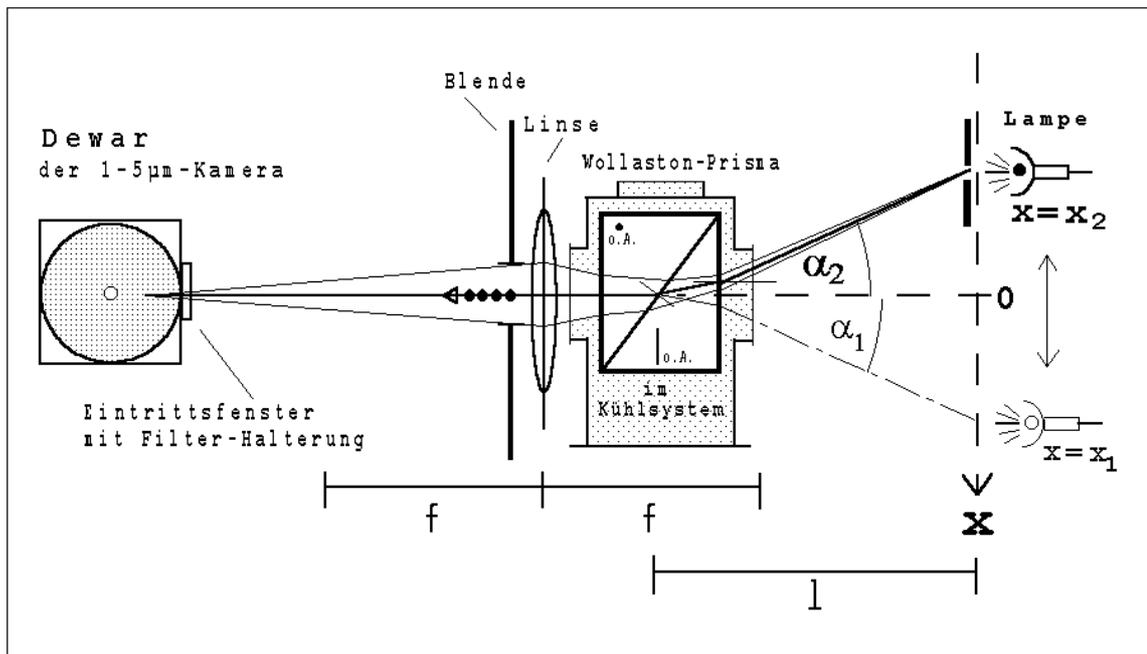
Dabei hat man sich die im theoretischen Abschnitt 3.1.3 ausführlich beschriebene indirekte Meßmethode des Spezialfalls 2 zur Strahlaufspaltung  $\Delta(\epsilon = 0)$  zu Nutze gemacht, und dementsprechend die Summe  $|\alpha_1(\epsilon = 0)| + |\alpha_2(\epsilon = 0)|$  der gemessenen Einfallswinkel (d.h. die Betragsdifferenz  $|\alpha_2(\epsilon = 0) - \alpha_1(\epsilon = 0)|$ ) derjenigen beiden Strahlen gebildet, für welche jeweils eine der beiden Komponenten des auftreffenden natürlichen (unpolarisierten) Strahls – im ersten Fall (s. Position  $x = x_1$  der Strahlungsquelle zum Einfallswinkel  $\alpha_1(\epsilon = 0)$ ) die *parallel* zur Einfallsebene polarisierte Komponente, und im zweiten Fall die *senkrecht* zur Einfallsebene polarisierte Komponente (s. Position  $x = x_2$  mit dem Einfallswinkel  $\alpha_2(\epsilon = 0)$  des Strahls) – das Wollaston-Prisma wieder in *senkrechter* Richtung zur Oberfläche des zweiten Teilprismas verläßt (s. Abb.3.15 des Versuchsaufbaus).

In Abschnitt 3.1.4 wurde bereits gezeigt, daß der durch diese indirekte Meßmethode des Winkels der Strahlaufspaltung begangene systematische Fehler  $\xi$ , sich erst bei einer Meßgenauigkeit der Winkel aufspaltung von mindestens  $(1 \times 10^{-5})^\circ$  bemerkbar machen würde, wenn man eigentlich die Aufspaltung  $\Delta(\alpha = 0)$  eines senkrecht auftreffenden Strahls messen möchte, und das Wollaston-Prisma *nicht* bewußt mit demjenigen Teilprisma zum ankommenden, hier (bei dieser Meßmethode) schräg auftreffenden Strahl ausrichtet, welches später in der Kamera CONICA als *zweites* Teilprisma dem senkrecht auf das erste Teilprisma treffenden Strahls *abgewandt* ist.

Die aus den geschätzten Ableseungenauigkeiten  $\Delta x = \pm 0.005\text{mm}$  (d.h.  $\Delta x_1$  und  $\Delta x_2$ ) der Noniuswerte der  $x$ -Positionen der Strahlungsquelle, zu jeweils den beiden ermittelten Einfallswinkeln  $\alpha_1(\epsilon = 0)$  und  $\alpha_2(\epsilon = 0)$ , bzw. zur Betragsdifferenz  $|x_1(\alpha_1(\epsilon = 0)) - x_2(\alpha_2(\epsilon = 0))|$ , und aus dem Meßfehler des Abstandes  $l$  des Wollaston-Prismas von der Laufschiene der Punktquelle von etwa  $\Delta l \approx \pm 2\text{mm}$ , berechnete Meßgenauigkeit  $\Delta(\Delta_{gem})$  durch den Versuchsaufbau – mithilfe der Beziehung

$$\Delta(\alpha = 0) \approx \Delta_{gem}(\epsilon = 0) = 2 \cdot \arctan \left( \frac{|x_1(\alpha_1(\epsilon = 0)) - x_2(\alpha_2(\epsilon = 0))|_{gem}}{2 \cdot l} \right), \quad (3.69)$$

<sup>18</sup>... auf dem Calar Alto in Südspanien, der Außenstelle des MPIA in Heidelberg.



**Abbildung 3.15:** Versuchsaufbau zur (indirekten) Messung der Strahlaufspaltung durch das Wollaston-Prisma mithilfe der 1-5 $\mu\text{m}$ -Kamera

aus der die gemessene Strahlaufspaltung  $\Delta$  ermittelt wurde, und des darauf angewandten Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes – liegt überall (bei *allen* so erhaltenen Meßwerten von  $\Delta$  zu den verschiedenen Wellenlängen und Temperaturen) bei  $\Delta(\Delta_{gem}) \approx \pm(7 \times 10^{-4})^\circ$ ; mit Ausnahme des Meßwertes  $\Delta(\lambda = 3.0925\mu\text{m}, T = +25^\circ\text{C})$ , wo der Meßfehler auf etwa  $\Delta(\Delta_{gem}) \approx \pm(6 \times 10^{-4})^\circ$  geschätzt wird.

Diese trotzdem relativ große Meßgenauigkeit konnte vor allem durch den großen Abstand  $l$  ( $l = 2213\text{mm}$  bei den Messungen zu den tiefen Temperaturen, und  $l = 2310\text{mm}$  bei  $T = +25^\circ$ ) der IR-Lichtquelle vom Wollaston-Prisma, bzw. durch die Wahl einer großen Brennweite  $f$  der Sammellinse (in Abb. 3.15), erzielt werden.

Aus diesem Grunde ist in diesem Falle das angewandte Prinzip zur Messung der wellenlängenabhängigen Aufspaltung (bei ansonsten später nur senkrechtem Strahleinfall) mit der indirekten Methode des Spezialfalls 2 (aus Abschnitt 3.1.3) völlig gerechtfertigt.

Vorsorglich wurde dennoch im Anschluß an die aus dieser Meßmethode gewonnenen, und in den Abbildungen 3.17 und 3.18 graphisch dargestellten Meßwerte, bezüglich einer völlig beliebigen Orientierung der beiden Teilprismen des Wollaston-Prismas, ebenso einige Winkel-Aufspaltungen  $\Delta_{gem}(\varepsilon = 0) = |\alpha_1| + |\alpha_2|$  zu einem um  $180^\circ$  – gegenüber zuvor – herumgedrehten Doppelprisma gemessen.

Wie erwartet, konnte *kein* Unterschied zwischen den so gemessenen Aufspaltungen  $\Delta(\varepsilon = 0)$  bezüglich der unterschiedlichen Ausrichtungen des Doppelprismas (d.h. der unterschiedlichen Orientierung der optischen Achsen der beiden Teilprismen) zum ankommenden Strahl, im Rahmen der natürlichen

und zufälligen Streuung der Meßwerte innerhalb der Fehlergrenzen, festgestellt werden.

### Weitere Meßfehlerquellen

Die Beziehung 3.69 zur Berechnung der Aufspaltungen  $\Delta_{gem}(\varepsilon = 0)$  aus den gemessenen  $x$ -Positionen  $x_1(\alpha_1(\varepsilon = 0, \lambda))$  und  $x_2(\alpha_2(\varepsilon = 0, \lambda))$  der punktförmigen unpolarisierten Strahlungsquelle, und deren Abstand  $l$  zum Wollaston-Prisma, unterstellt, daß die beiden (erforderlichen) Einfallswinkel  $|\alpha_1|$  und  $|\alpha_2|$  gleich groß sind (was natürlich den theoretisch gemachten Voraussagen nach Gl. (3.38) und Gl. (3.41) widerspricht), und folglich dann die so gemessene gesamte Winkel-Aufspaltung  $\Delta_{gem}(\varepsilon = 0)$  genau symmetrisch zur Position  $x_0 = (x_1 + x_2)/2$ , d.h. zur *Mitte* der beiden Lampen-Positionen  $x_1$  und  $x_2$ , sei. Dadurch begeht man mit diesem Meßprinzip, d.h. der Verwendung der Gl. (3.69), einen *systematischen* Fehler, dessen Größe nun abgeschätzt werden soll:

Aus der Abb. 3.15 ist ersichtlich, daß für die gemessene Differenz

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2|_{gem} &= (x_1 - x_0) + (x_0 - x_2) \\ &= l \cdot \tan(-\alpha_1) + l \cdot \tan(\alpha_2) \end{aligned}$$

gilt (für  $x_2 < x_0 < x_1$  und  $|\alpha_1| \neq |\alpha_2|$ ), für jeden betrachteten monochromatischen Bestandteil  $\lambda$  der einfallenden IR-Strahlung. Die, mithilfe des Versuchsprinzips, *nicht* meßbare  $x_0$ -Position fällt danach durch die Summierung weg.

Setzt man diesen  $\lambda$ -abhängigen Meßwert  $|x_1 - x_2|_{gem}$  in die Bestimmungsgleichung (3.69) für die gemessene Aufspaltung  $\Delta$  ein, folgt damit

$$\Delta_{gem}(\lambda) = 2 \cdot \arctan\left(\frac{\tan(-\alpha_1(\lambda)) + \tan \alpha_2(\lambda)}{2}\right), \quad (3.70)$$

da sich der Betrag von  $l$  wegekürzt.

Um nun den geschilderten Meßfehler der Aufspaltung  $\Delta(\Delta_{gem})$ , der durch die alleinige Messung der Differenz  $|x_1 - x_2|_{gem}$  der beiden verschiedenen  $x$ -Positionen der IR-Quelle, für die jeweils eine der beiden aufgespaltenen Strahlenkomponenten das Doppelprisma genau *senkrecht* wieder verläßt, und mithilfe der Gl. (3.69) verursacht wird, abzuschätzen, muß nur der aus der Gl. (3.42), auf Seite 206, exakt berechnete Winkelbetrag  $\Delta_{exakt}(\varepsilon = 0, \lambda) = \alpha_2(\varepsilon = 0) - \alpha_1(\varepsilon = 0)$  zu jeder im Versuch gemessenen Wellenlänge  $\lambda$ , mit dem zugehörigen, aus der Gl. (3.70) für die gemessene Aufspaltung  $\Delta_{gem}(\lambda)$ , erhaltenen Wert verglichen werden. Dies wurde für die im Versuch heraus gefilterten Wellenlängen  $\lambda = 1.273, 2.0, \text{ und } 3.0925 \mu\text{m}$  getan, und die zugehörigen, bis auf die 8. Dezimalstelle *exakt*, mithilfe der Gleichungen (3.38) und (3.41) für die zu diesem Wollaston-Prisma vorausgerechneten (erforderlichen) Einfallswinkel  $\alpha_1(\lambda)$  und  $\alpha_2(\lambda)$ , in die Beziehung (3.70) für  $\Delta_{gem}(\lambda)$  eingesetzt, und dann die Beträge  $\Delta_{gem}(\lambda)$  mit den zugehörigen exakt berechneten Werte  $\Delta_{exakt}(\lambda)$  verglichen.

*Das Ergebnis:* Beide so berechneten Winkelbeträge sind bis auf *mindestens*  $10^{-8}^\circ$  miteinander identisch, so daß schließlich der mithilfe der Gl. (3.69) aus der Messung von  $|x_1 - x_2|_{gem}$  erhaltene Wert  $\Delta_{gem}(\lambda)$  der Strahlaufspaltung, einen Meßfehler von *höchstens*

$$\Delta(\Delta_{gem}) = |\Delta_{gem} - \Delta_{exakt}| < (1 \times 10^{-8})^\circ$$

besitzt. Dieser systematische Fehler ist somit im Verhältnis zum abgeschätzten, durch die Ablesungenauigkeit der Größen  $x_1, x_2$  und  $l$  verursachten, *zufälligen* Meßfehler von überall  $\Delta(\Delta_{gem}) = (7 \times 10^{-4})^\circ$ , *vernachlässigbar* klein.

Es bleibt also nur noch zu klären, ob die durch die starke Abkühlung des Wollaston-Prismas – von bis auf  $T = -192^\circ\text{C}$  in einer der Meßreihen – mithilfe des Cold-Head des Closed-Cycle-Kühlsystems M22 von Cryogenics bewirkte Änderung der Strahlaufspaltung  $\Delta(\Delta_{gem}(T))$  durch die temperaturabhängigen Hauptbrechzahlen  $n_o(T)$  und  $n_e(T)$  von  $MgF_2$ , im Vergleich zu den Meßwerten bei Zimmertemperatur ( $T = +25^\circ$ ), überhaupt mit dem Versuchsaufbau (d.h. mit dem gewählten Meßprinzip in Abb. 3.15) nachweisbar ist.

Dazu wurde die Brechzahlen-Änderung aus der Näherung

$$\Delta n_{o,e}(\Delta T) \approx \frac{dn_{o,e}}{dT} \cdot \Delta T,$$

für die Temperaturdifferenz von  $-\Delta T = +19^\circ\text{C} - (-190^\circ\text{C}) = 209^\circ\text{C}$ , mithilfe der verfügbaren Literaturwerte, der im allgemeinen unterschiedlich großen Temperaturkoeffizienten  $dn_o/dT$  und  $dn_e/dT$  der ordentlichen bzw. außerordentlichen Brechzahl von  $MgF_2$ , berechnet, und diese jeweils zu den aus der Sellmeier-Formel von DODGE (für  $T = +19^\circ\text{C}$ ) gewonnenen Brechzahlen  $n_o(\lambda)$  und  $n_e(\lambda)$  der verschiedenen Wellenlängen aus dem Meßbereich von  $1.2 - 3.1\mu\text{m}$  hinzuaddiert,

$$n_{o,e}(\Delta T = -209^\circ\text{C}, \lambda) \approx n_{o,e}(T = 19^\circ\text{C}, \lambda) + \Delta n_{o,e}(\Delta T = -209^\circ\text{C}),$$

um anschließend mit der Gl. (3.42) für den Winkelbetrag  $\Delta(\varepsilon = 0)$  (bzw. der Gl. (3.34) für den Betrag der Winkel-Aufspaltung  $\Delta(\alpha = 0)$  bei *senkrechter* Strahlzidenz) die Größe der zu erwartenden Änderungen der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltungen bei einer Abkühlung von Zimmertemperatur auf  $T \approx -190^\circ\text{C}$ , numerisch ausrechnen zu können.

*Das Ergebnis:* Benutzt man die nur für die Wellenlänge  $\lambda = 0.7\mu\text{m}$  in der Literatur (z.B. in [17] und [19]) angegebenen gültigen Werte des Temperaturgradienten<sup>19</sup> bezüglich der beiden Hauptbrechzahlen,  $dn_o/dT = 1.9 \times 10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$  und  $dn_e/dT = 1.0 \times 10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$ , auch für die gemessenen Wellenlänge *oberhalb*  $1\mu\text{m}$ , würde sich wegen der Koeffizienten-Differenz von  $d(n_o - n_e)/dT = 0.9 \times 10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$  eine meßbare *Vergrößerung* des Winkelbetrages  $\Delta(\varepsilon = 0)$  (bzw. der Strahlaufspaltung) von  $1.2 \times 10^{-2}^\circ$  für den *gesamten* Bereich von  $1.2 - 3.1\mu\text{m}$  bei  $T = -190^\circ\text{C}$  gegenüber Zimmertemperatur ergeben, welche jedoch in Wirklichkeit *nicht* gemessen wurde (s. Abb. 3.18); die später gemessenen wellenlängenabhängigen Winkelgrößen bei diesen tiefen Temperaturen zeigen eine natürliche Streuung um die theoretisch berechnete Sollkurve bei Zimmertemperatur ( $T = +19^\circ\text{C}$ ). Lediglich die zusätzlich zur sichtbaren Laser-Wellenlänge  $\lambda = 0.633\mu\text{m}$  gemessene Aufspaltung bei  $T = -192^\circ\text{C}$  deutet mit ihrer relativ großen Abweichung von  $\Delta(\Delta_{gem}(\lambda_{Laser})) = (+0.5 \times 10^{-2})^\circ$  (von der Sollkurve für  $T = +19^\circ\text{C}$ ) auf die für diesen optischen Bereich bei  $\lambda = 0.7\mu\text{m}$  zu erwartende Tendenz einer Winkelvergrößerung hin.

**Zusammenfassend** kann man also sagen, daß unabhängig von der Temperatur auf welcher sich das Wollaston-Prisma befindet, und gleichgültig, welche Ausrichtung der beiden Teilprismen des Wollaston-Prismas zum schräg auftreffenden (unpolarisierten) Strahl vorliegt, der *gesamte* Meßfehler der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung  $\Delta$  (in den Diagrammen 3.17 und 3.18) durch die beschriebene *indirekte* Meßmethode des Spezialfalls 2, und durch die Messung der Entfernungsdifferenz  $|x_1 - x_2|$  der beiden Positionen der IR-Quelle, schätzungsweise für alle gemessenen Wellenlängen<sup>20</sup> *oberhalb*  $1.2\mu\text{m}$   $\Delta(\Delta_{gem}) \approx (7 \times 10^{-4})^\circ$  beträgt.

<sup>19</sup>... Werte für die im allgemeinen unterschiedlich großen Gradienten  $dn_o/dT$  und  $dn_e/dT$  von  $MgF_2$ , für Wellenlängen oberhalb  $1\mu\text{m}$ , standen nicht zur Verfügung.

<sup>20</sup>Außer bei  $\lambda = 3.0925\mu\text{m}$ , mit  $\Delta(\Delta) = (6 \times 10^{-4})^\circ$ .

Diese angegebene Meßgenauigkeit von  $\Delta$  ergibt sich also ausschließlich aus dem aus den Ableseungenauigkeiten der Positionen  $x_1$  und  $x_2$ , bzw. dem Abstand  $l$ , in Abb. 3.15, folgenden "zufälligen" Meßfehler, der alle restlichen systematischen Fehler des Meßverfahrens bei weitem übertrifft.

Dieser geschätzte *absolute* Meßfehler der Strahlaufspaltung, d.h. der gesamte Fehlerbereich, entspricht gerade der in den Diagrammen 3.17 und 3.18 eingezeichneten *Höhe* der Meßpunkte (bzw. Quadrate und Karos), was die zusätzliche Eintragung von entsprechenden Fehlerbalken überflüssig macht.

*Zum Meßfehler  $\Delta\lambda$  der Wellenlängen:*

Da die von der Wellenlänge  $\lambda$  abhängige Strahlaufspaltung  $\Delta$  mithilfe der beschriebenen Methode (in Abb. 3.15), und durch die jeweils verschiedenen ausgewählten und unmittelbar vor das Dewarfenster der IR-Kamera montierten Schmalbandfilter mit den erwünschten zentralen Wellenlängen, bzw. durch die am Filterrad der Kamera eingestellten Positionen der *Breitbandfilter*  $J$  und  $H$ , sowie dem "Ice 1"-Filter (3%-Schmalbandfilter) gemessen wurde, wird der in Richtung der Wellenlängen-Achse der Diagramme 3.17 und 3.18 *maximale* (zufällige) Fehler  $\Delta\lambda$  der Meßpunkte auf die jeweils (in der Bedienungsanleitung der 1-5 $\mu\text{m}$ -Kamera von LENZEN 1992) angegebene *halbe* FWHM-Breite des verwendeten Filters geschätzt. Daraus ergeben sich die Fehlergrenzen der verschiedenen untersuchten Wellenlängen,  $\lambda = \lambda_c \pm \Delta\lambda$  (mit  $\Delta\lambda = FWHM/2$ ), zu

$$\begin{aligned}\lambda &= 1.273\mu\text{m} \pm 0.124\mu\text{m}, && \text{beim J-Breitbandfilter} \\ \lambda &= 1.685\mu\text{m} \pm 0.159\mu\text{m}, && \text{beim H-Breitbandfilter, und} \\ \lambda &= 3.0925\mu\text{m} \pm 0.053\mu\text{m}, && \text{beim Ice 1-Filter,}\end{aligned}$$

für die verwendeten, am Filterrad der Kamera befindlichen IR-Filter; bei den restlichen verwendeten Filtern handelte es sich um die vor das Eintrittsfenster des Dewars montierten Schmalbandfiltern mit zentralen Wellenlängen zwischen  $\lambda_c = 1.2\mu\text{m}$  und  $2.4\mu\text{m}$ , und einer FWHM-Breite von schätzungsweise 1%, so daß sich ein absoluter Meßfehler von  $\Delta\lambda \approx \pm 0.006\mu\text{m}$  beim  $1.2\mu\text{m}$ -Schmalbandfilter, bis zu  $\Delta\lambda \approx \pm 0.012\mu\text{m}$  im Falle des vor das Dewarfenster gesteckten  $2.4\mu\text{m}$ -Filters, ergibt.

### 3.3.4.2 Versuchsaufbau und Meßdurchführung

Vor Inbetriebnahme der 1-5 $\mu\text{m}$ -Kamera mußte zuerst der Außentank des Kryostat mit flüssigem Stickstoff auf 77K, und der Innentank mit festem abgepumptem Stickstoff auf etwa 45K, abgekühlt werden. Die gesamte kalte Optik der Kamera ist auf der Unterseite des Innentanks montiert, so daß diese somit auf 45K abgekühlt wurde, während nur das Filterrad auf der Temperatur von 77K blieb. Die Detektortemperatur von 45K wurde über vierpolige Pt100-Widerstände kontrolliert.

Die Strahlung einer monochromatischen unpolarisierten IR-Punktquelle wurde durch eine einfache Glühlampe, welche sich hinter einer kleinen Lochblende (einer zuvor mit einer dünnen Nadel durchstochenen Metallfolie) befand und als thermischer Strahler (d.h. Schwarzer Körper) bzw. punktförmiger Stern diente, realisiert; wobei die gewünschten Wellenlängen  $\lambda$  der Schwarzkörper-Strahlung jeweils durch entsprechende IR-Filter, die *direkt* vor das Dewarfenster der IR-Kamera montiert, oder am Filterrad der Kamera eingestellt wurden, aus dem Frequenzspektrum herausgefiltert worden sind.

War die gemessene Intensität der untersuchten Wellenlänge nicht ausreichend oder gar zu hoch, konnte diese mithilfe eines zwischen Lampe und Netzanschluß geschalteten Transformators (d.h. mit einer

Potentiometer-Schaltung) durch Änderung der elektrischen Spannung, d.h. der Temperatur des Glühdrahts, und folglich auch der "Helligkeit" des thermischen Strahlers – vor allem auch der erwünschten isolierten zentralen Wellenlänge des eingesetzten Filters – reguliert werden; die zweite Möglichkeit zur Intensitätsregulierung der untersuchten Wellenlänge bestand in der Feineinstellung des Öffnungsdurchmessers der unmittelbar hinter dem Wollaston-Prisma und der Sammellinse befindlichen Irisblende (s. Abb. 3.15), durch die Eingrenzung des polarisierten und von dort ab konvergierenden Strahlenbündels.

Die punktförmige Lochblende aus der das IR-Licht der Lampe trat, war an einer Halterung befestigt, welche wiederum ihrerseits auf einem "Reiter" entlang einer Schiene, mit einer mm-Längenskala, durch eine Kurbel fortbewegt werden konnte. Mithilfe eines zudem angebrachten Nonius, konnte die x-Position der Lochblende, d.h. der IR-Punktquelle, auf ca.  $\pm 0.005\text{mm}$  genau bestimmt werden.

Zur Messung der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung durch das optimierte  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma bei tiefen Temperaturen bis zu  $T = -192^\circ\text{C}$ , mußte dieses hierfür auf dem, an das (selbe wie in Abschnitt 3.3.1 erwähnte) Closed-Cycle-Kühlsystem M22 von Cryogenics (mit Kompressor und Vakuumpumpe), angeschlossenen "Cold Head" montiert werden, und mitsamt der zylinderförmigen Ummantelung und Strahlungsschild<sup>21</sup> direkt vor die Sammellinse gebracht werden, so daß der Strahlengang durch die beiden seitlich angebrachten, optisch durchlässigen Eintrittsluken hindurchtreten konnte. Mithilfe der angeschlossenen Vakuumpumpe wurde zur Aufrechterhaltung der tiefen Temperaturen, d.h. zur Unterdrückung des Wärmeaustauschs durch Konvektion, und zur Verhinderung der Bildung von Eiskristallen auf dem Doppelprisma aus dem ansonsten in der Luft enthaltenden Wasserdampf, die Umgebung des Prismas zunächst evakuiert und anschließend während der Messungen das Vakuum beibehalten. In Abb. 3.15 ist das Doppelprisma innerhalb des beschriebenen Kühlsystems, im Verhältnis zum restlichen Versuchsaufbau, absichtlich übertrieben groß dargestellt.

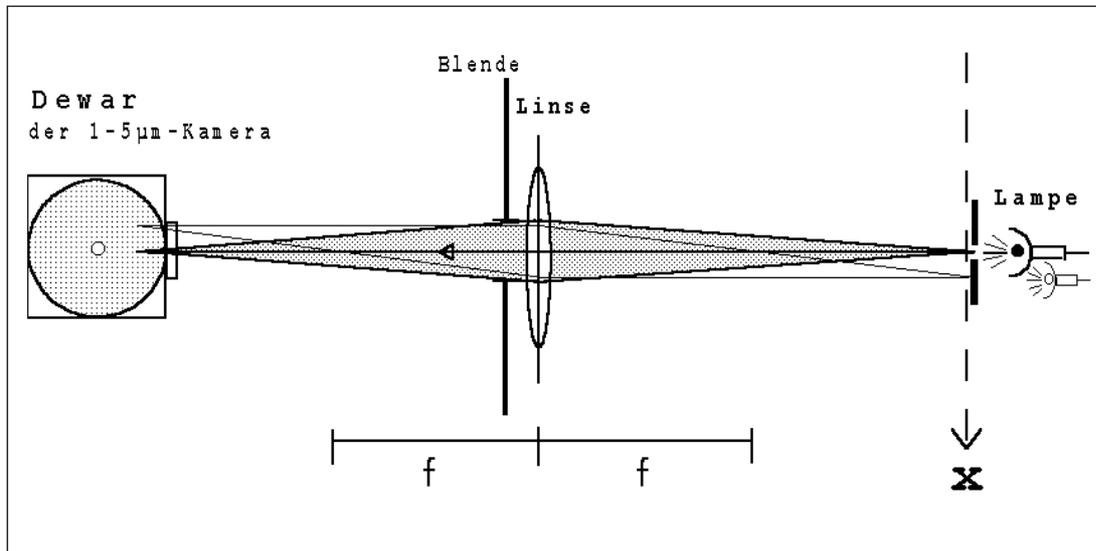
Die verwendete langbrennweitige Sammellinse diente einerseits zur Durchführung einer genauen Messung der wellenlängenabhängigen Winkel-Aufspaltung  $\Delta$ , durch Ermittlung der Lichtquellen-Positionen  $x_2$  ( $\alpha_2(\varepsilon = 0)$ ) und  $x_1$  ( $\alpha_1(\varepsilon = 0)$ ), zu denen jeweils die senkrecht bzw. parallel zur Einfallsebene des Lichts polarisierte Komponente das Doppelprisma genau senkrecht zur Oberfläche des zweiten Teilprismas verläßt, und der nachfolgenden Bestimmung von  $\Delta$  aus der Differenzenbildung  $|x_1 - x_2|_{gem}$  und der Gleichung (3.69)

$$\Delta_{gem} = |\alpha_1(x_1)| + |\alpha_2(x_2)| = 2 \cdot \arctan\left(\frac{|x_1 - x_2|_{gem}}{2 \cdot l}\right),$$

bei großem  $l$  (=senkrechter Abstand der Lichtquelle zum Prisma), vgl. Abb. 3.15, und andererseits war die im Versuchsaufbau eingesetzte Linse nötig, um das, die winzige Lochblende zu den Positionen  $x_1$  und  $x_2$  verlassende, zunächst divergente spektrale Strahlenbündel ohne bevorzugte Schwingungsrichtung (betrachtet zu jedem einzelnen monochromatischen Bestandteil  $\lambda$  und jeweils den beiden verschiedenen Polarisationsrichtungen), unter zusätzlicher Zuhilfenahme der nachfolgenden Irisblende, auf der Detektorebene der IR-Kamera zu fokussieren.

Bevor jedoch die Aufspaltung durch das  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma, mithilfe der in Abb. 3.15 dargestellten Versuchsanordnung und der  $1\text{-}5\mu\text{m}$ -Kamera gemessen werden konnte, mußte zuerst, ohne das Doppelprisma, der richtige Standort der Sammellinse zwischen Kamera und Lichtquelle gefunden werden (s. Abb. 3.16), zu welchem der Lichtpunkt auf der Detektorebene scharf abgebildet wird,

<sup>21</sup>Siehe auch die nähere Beschreibung in der Fußnote zum Abschnitt "Meßergebnisse und der Vergleich mit der Theorie".



**Abbildung 3.16:** Fokussierung des auf der Detektorebene der Kamera abgebildeten IR-Lichtpunktes durch Verschiebung der langbrennweitigen Konvexlinse mitsamt der Blende.

indem die langbrennweitige Konvexlinse mitsamt der Irisblende soweit (zwischen Kamera und Lichtquelle) hin und her bewegt wurde, bis schließlich das Abbild der IR-Quelle ebenso punktförmig auf dem Monitor des an der Ausleseelektronik der Kamera angeschlossenen PC's zu sehen war.

Genau an der Stelle *hinter* dem Dewarfenster, wo ansonsten die Eintrittspupille des Teleskops (d.h. der Hauptspiegel) durch die Optik des Kamera-Adapters abgebildet wird, so daß anschließend die am Kamera-Revolver eingestellte Kamera-Optik diese abgebildete Fokalebene wiederum über Prismen und Spiegel auf der Detektorebene scharf abbilden kann, befand sich dann zu dieser Linsen-Stellung (in meiner Versuchsanordnung) das Abbild des IR-Lichtpunktes. Bei einem Abstand der Kamera von der vierfachen Linsenbrennweite ( $4 \cdot f$ ) zur Strahlungsquelle, wird *dort* dann der Lichtpunkt *gleichgroß* und deutlich durch die Sammellinse abgebildet (vgl. Abb. 3.16), wenn diese sich *genau* in mittlerem Abstand ( $2 \cdot f$ ) zu Kamera und IR-Quelle befindet.

Danach konnten schließlich dann zu dieser gefundenen, nun fest arretierten Linsen-Stellung, die gesuchten Positionen  $x_1$  ( $\alpha_1$  ( $\epsilon = 0$ )) und  $x_2$  ( $\alpha_2$  ( $\epsilon = 0$ )) der Strahlungsquelle auf der Schiene, bei *jetzt direkt* vor die Linse in den Strahlengang eingebrachtem Wollaston-Prisma (mitsamt dem Refrigerator im Falle der Messung der Aufspaltung bei den *tiefen* Temperaturen, s. Abb. 3.15) ermittelt werden, indem die Lichtquelle so lange, äußerst genau mithilfe der Kurbel, entlang der Schiene bewegt wurde, bis die jeweils durch das 58x62 InSb-Detektorarray<sup>22</sup> der Kamera gemessenen einzelnen Intensitäts-

<sup>22</sup>Empfindlichkeitsbereich von 1–5.5 µm

maxima der scharf abgebildeten, jetzt aber unterschiedlich polarisierten Lichtpunkte, nach einer gewissen Integrationszeit in der *Mitte* des Pixel-Arrays (auf dem Computer-Monitor) zu erkennen waren. Ein sogenanntes “totes“ Pixel des Arrays, welches sich etwa in der Detektormitte bemerkbar machte, und sich von der durch die restlichen Pixels gemessenen Intensitätsverteilung hervorhob, diente dabei als Orientierungshilfe zur genauen Einstellung der Positionen  $x_1$  und  $x_2$  der Lichtquelle.

### 3.3.4.3 Meßergebnisse und der Vergleich mit der Theorie

Die gemessenen Werte der Strahlaufspaltung  $\Delta_{gem}(\lambda)$  – eigentlich  $\Delta(\varepsilon = 0)$  – durch das optimal angefertigte Wollaston-Prisma, bei Zimmertemperatur  $T = +25^\circ\text{C}$ , im Wellenlängenbereich von 0.6 bis  $3.1\mu\text{m}$  in Diagramm 3.17, stimmen mit den theoretisch erwarteten Werten der Sollkurve (s. durchgezogene Linie) der Strahlaufspaltung  $\Delta_{theor}(\lambda)$  bei senkrechtem Strahleinfall ( $\alpha = 0$ ), zwischen  $0.70^\circ$  und  $0.78^\circ$ , welche mithilfe der von DODGE[20] angegebenen Sellmeier-Formel für die wellenlängenabhängigen Hauptbrechzahlen  $n_o(\lambda)$  und  $n_e(\lambda)$  von  $MgF_2$  für  $T = +19^\circ$ , und der Gl. (3.34) auf Seite 202, berechnet wurden, *sehr gut* überein; wobei deren mittlere Abweichung von den Sollwerten  $|(\overline{\Delta_{gem}} - \overline{\Delta_{theor}})| = (1.2 \times 10^{-3})^\circ$  ist, bzw. *ohne* Berücksichtigung der stärker von den theoretischen Kurvenwerten abweichenden Meßwerten<sup>23</sup> zu den Wellenlängen  $\lambda = 1.65\mu\text{m}$  und  $\lambda = 1.685\mu\text{m}$  ( $\pm 0.159\mu\text{m}$ ), d.h. *ohne* diese “Ausreißer“, die mittlere Abweichung *nur* noch  $|(\overline{\Delta_{gem}} - \overline{\Delta_{theor}})| = (5.2 \times 10^{-4})^\circ$  beträgt.

Dieser Betrag liegt sogar noch *unterhalb* der geschätzten, durch die zufälligen Ablesefehler der in die Bestimmungsgleichung (3.69) für die Aufspaltung eingehenden Meßgrößen ( $x_1, x_2$  u.  $l$ ), bedingten absoluten Meßgenauigkeit der Aufspaltung von  $\Delta(\Delta_{gem}) \approx (7 \times 10^{-4})^\circ$ .

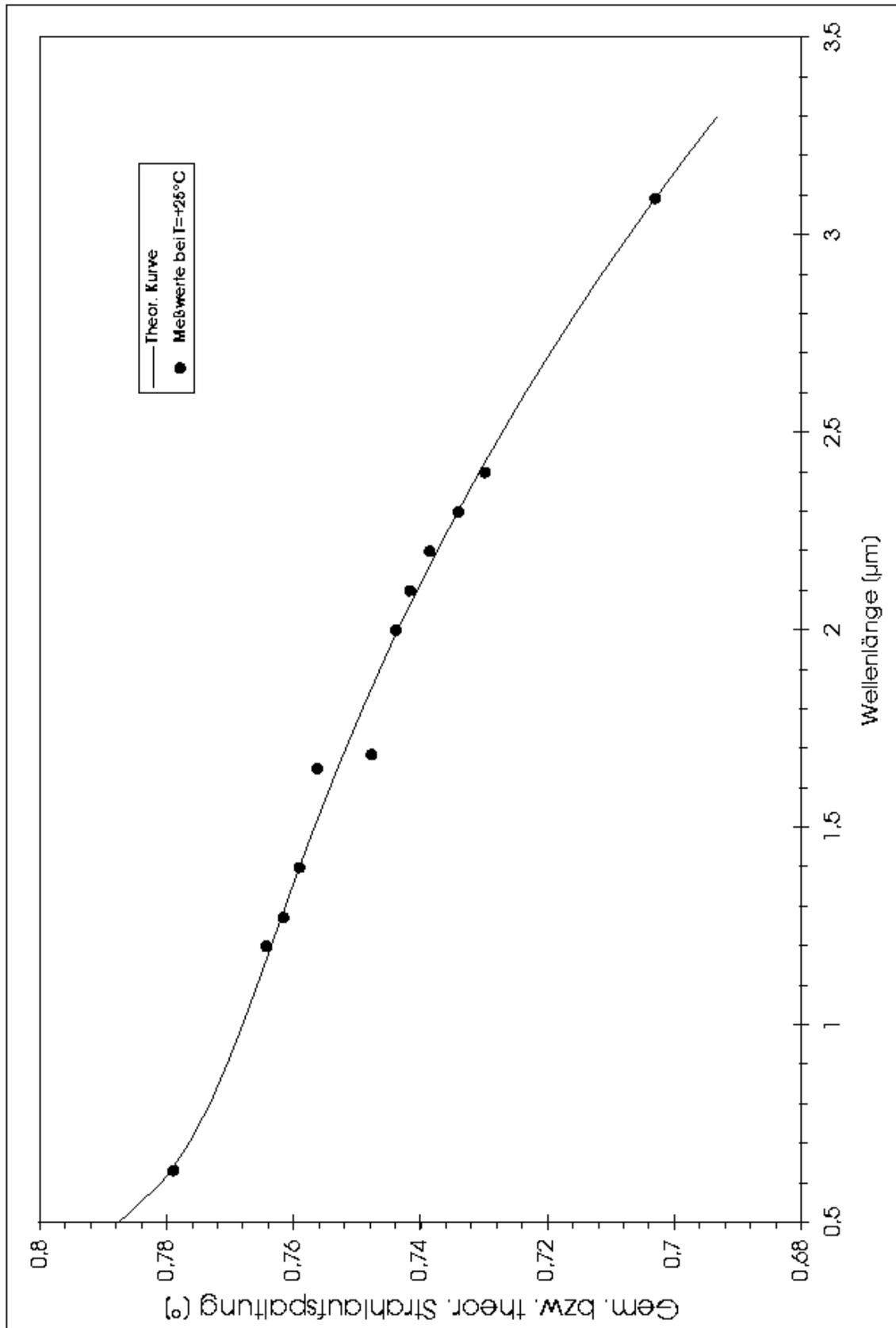
Die große Abweichung des Meßwertes  $\Delta_{gem}$  zur Wellenlänge  $\lambda = 1.685\mu\text{m}$ , ließe sich noch durch die erschwerte Durchführung einer genaueren Messung, verursacht durch die große FWHM-Breite des zugehörigen H-Band-Filters und dem daraus geschätzten maximalen absoluten Meßfehler von  $\Delta\lambda = \pm 0.159\mu\text{m}$ , erklären; jedoch erscheint die Ursache für den fast ebenso stark vom Sollwert abweichenden Meßwert für  $\lambda = 1.600\mu\text{m}$  ( $\pm 0.008\mu\text{m}$ ) nicht so leicht erklärbar zu sein.

Der Vollständigkeit halber, und zur Überprüfung der Gültigkeit der Formel (3.34) für die Winkelgröße der Aufspaltung eines sichtbaren unpolarisierten Strahls der Wellenlänge  $\lambda = 0.633\mu\text{m}$ , wurde mithilfe eines optischen Lasers, dessen Strahl jetzt aber *senkrecht* auf das *zweite* Teilprisma (d.h. in Abb. 3.15 von links) traf, die Aufspaltung  $\Delta$  durch das Wollaston-Prisma, also genau auf dem umgekehrten Lichtwege und *ohne* die 1-5 $\mu\text{m}$ -Kamera, *direkt* gemessen, durch Feststellung der Orte  $x_2$  ( $\alpha_2$ ) und  $x_1$  ( $\alpha_1$ ) der beiden jeweils auf einem weißen Schirm sichtbaren (polarisierten) Laserstrahlkomponenten. Dieser Meßwert liegt – wie erwartet – *innerhalb* der geschätzten Fehlergrenzen *auf* der Sollkurve.

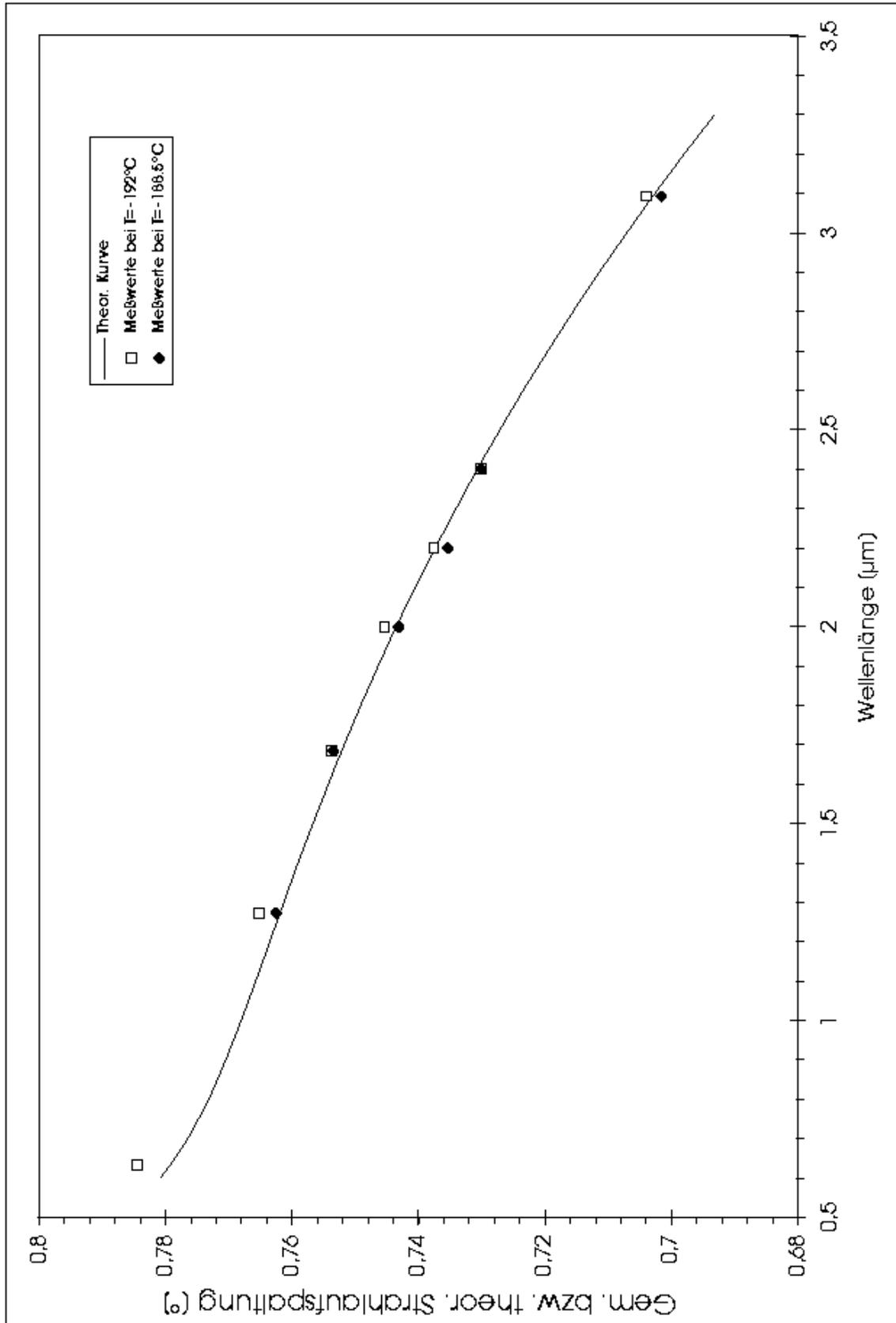
Im Diagramm 3.18 sind die ebenfalls zu den tiefen Temperaturen  $T = -192^\circ\text{C}$  und  $T = -188.5^\circ\text{C}$  des optimierten Wollaston-Prismas (bei Temperaturen, wie sie später im Kryostat von CONICA mindestens herrschen werden) gemessenen Werte der Strahlaufspaltung zu Wellenlängen im Bereich von 0.6 bis  $3.1\mu\text{m}$ , mitsamt der (gleichen) zu erwartenden Sollkurve  $\Delta_{theor}(\lambda)$  (s. durchgezogene Linie) für  $T = +19^\circ\text{C}$  zum Vergleich, graphisch dargestellt.

Es konnte *keine* mit der Erniedrigung der Temperatur einhergehende systematische Veränderung der gemessenen Winkelgröße der Strahlaufspaltung, bedingt durch die temperaturabhängigen Haupt-

<sup>23</sup> ... welche sich überdurchschnittlich stark mit  $|\Delta_{gem} - \Delta_{theor}| \geq (3 \times 10^{-3})^\circ$  ( $\equiv 0.4\%$ ) vom Sollwert zu diesen Wellenlängen unterscheiden



**Abbildung 3.17:** Messung der Strahlaufspaltung durch das  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma bei Raumtemperatur ( $T = 25^\circ\text{C}$ ). Die theoretische Kurve für die Strahlaufspaltung unter senkrechtem Lichteinfall ( $\alpha = 0$ ) wurde mithilfe der Sellmeier-Formel für die Brechungsindizes  $n_o$  und  $n_e$  von  $MgF_2$  berechnet, welche für eine Temperatur von  $T = 19^\circ\text{C}$  angegeben ist.



**Abbildung 3.18:** Messung der Strahlaufspaltung durch das  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma bei den tiefen Temperaturen  $T = -192^\circ\text{C}$  bzw.  $T = -188.5^\circ\text{C}$ . Die theoretische Kurve für die Strahlaufspaltung unter senkrechtem Lichteinfall wurde ebenfalls für Brechungsindex-Werte bei  $T = 19^\circ\text{C}$  berechnet.

brechzahlen  $n_o$  und  $n_e$  von  $MgF_2$ , oberhalb  $1.2\mu\text{m}$  festgestellt werden, was sich durch die natürliche und zufällige Streuung der Meßwerte um die Sollkurve (für  $T = +19^\circ\text{C}$ ) ausdrückt. Deren Mittelwert liegt bei  $|(\Delta_{gem} - \Delta_{theor})| = (1.6 \times 10^{-3})^\circ$ , bzw. ohne Berücksichtigung des unter schwierigeren Bedingungen gewonnenen, stark vom *idealen* Kurvenwert abweichenden *Laser-Meßwertes* für  $\lambda = 0.633\mu\text{m}$  und  $T = -192^\circ\text{C}$ , mit  $\Delta(\Delta_{gem}(\lambda_{Laser})) = (+5 \times 10^{-3})^\circ$ , bei *nur*  $|(\Delta_{gem} - \Delta_{theor})| = (1.2 \times 10^{-3})^\circ$ . Dieser Wert für die mittlere Abweichung der Meßwerte von der Idealkurve, ist dann immer noch etwas größer, als der geschätzte zufällige Meßfehler von  $\Delta(\Delta_{gem}) \approx (7 \times 10^{-4})^\circ$ .

Der Laser-Meßwert bestätigt die vorhergesagte Tendenz (s.S. 240) einer durch die Temperaturniedrigung (von Zimmertemp. auf  $T = -192^\circ\text{C}$ ) bewirkten *Vergrößerung* der gemessenen Winkelgröße der Aufspaltung im Bereich von  $\lambda = 0.7\mu\text{m}$ .

Die ebenfalls zu groß gemessene Strahlaufspaltung zur Wellenlänge  $\lambda = 1.273\mu\text{m}$  ( $\pm 0.124\mu\text{m}$ ) bei  $T = -192^\circ\text{C}$ , ist möglicherweise durch die große Bandbreite des *J*-Filters zu erklären.

Die insgesamt etwas ungenauere Messung der Aufspaltung bei den tieferen Temperaturen des Doppelprismas, gegenüber der Messung bei Zimmertemperatur, hat vermutlich ihre Ursache im zusätzlichen Hindurchtreten des Strahlengangs durch die Eintrittsfenster der, über dem "Cold-Head" des Refrigerators M22 des Closed-Cycle-Systems (worauf sich das Wollaston-Prisma befand) übergestülpten, zylinderförmigen Ummantelung<sup>24</sup> (s. Abb. 3.15), und in den dadurch erschwerten Meßbedingungen der Winkel-Aufspaltung und dem damit verbundenen *nicht* einkalkulierbaren Meßfehler.

*Der Hauptgrund* für die Abkühlung des optimalen  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas auf bis zu  $T = -192^\circ\text{C}$  durch das Closed-Cycle-Kühlsystem M22, während der Messung der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung, jedoch, war die gleichzeitige Überprüfung der thermischen Stabilität der dünnen Harzschicht zwischen den beiden Prismenhälften, wie im Falle des vorausgegangenen Prototyps (siehe hierzu die Bemerkungen im Abschnitt 3.3.1 zu den Materialtests).

---

<sup>24</sup>... welche außerdem ein Strahlungsschild beinhaltet, und zum Aufbau eines Hochvakuums in der Umgebung des Prismas benötigt wurde, um die niedrigen Temperaturen durch einen unterdrückten Wärmeaustausch (wie er zum einen durch Wärmeabstrahlung, und zum andern durch Konvektion zustande kommen kann) aufrecht erhalten zu können.



# 4

## Zusammenfassung

---

In dieser Arbeit wurden verschiedene Grisms und Wollaston-Prismen durch ausführliche analytische und numerische Berechnungen für den Einsatz am VLT in der hochauflösenden IR-Kamera CONICA optimiert, diskutiert, und mithilfe anschließender experimenteller Tests überprüft.

Schließlich konnte ein komplettes Sortiment an technisch realisierbaren Grisms (und etlicher Alternativen) und zwei Wollaston-Prismen vorgeschlagen werden, die zur Spektroskopie bei mittlerer spektraler Auflösung bzw. zur Polarimetrie in allen durchlässigen NIR-Fenstern der Atmosphäre (im Bereich von  $1\text{-}5\mu\text{m}$ ) geeignet sind.

### Grisms

Es wurden die *exakten* Grism-Gleichungen für den Fall eines unter beliebigem Winkel auf das Prisma eines Replica-Grism treffenden Lichtstrahls, mit beliebiger dreieckiger Furchenform und einem zum Prisma verschiedenen Brechungsindex des Gitters, berechnet.

Um eine *vorläufige* und grobe Optimierung der physikalischen Parameter eines gesamten Grism-Satzes zu ermöglichen, der die verschiedenen IR-Fenster der Atmosphäre (von ca.  $1\text{-}5\mu\text{m}$ ) vollständig mit je zwei unterschiedlichen spektralen Auflösungen  $R$  des Systems (von etwa  $R = 200\text{-}300$  und  $600$ ) "ausfüllen" soll, wurden zunächst einige Grism-Systemgleichungen stark vereinfacht, bzw. teilweise unter vereinfachten Bedingungen nochmals hergeleitet. Diese Näherungen waren dann unabhängig vom Prismen- und Gittermaterial, Prismenwinkel und Kippwinkel der Grisms.

Mithilfe dieser *vereinfachten* Grismsystem-Gleichungen, war nun zunächst eine vorläufige *material-unabhängige* Verteilung der Ordnungen der einzelnen gewünschten Grisms auf die Wellenlängenbereiche der verschiedenen IR-Fenster, und die grobe Bestimmung der dafür notwendigen Grism-Parameter auch *ohne* die exakten Gleichungen möglich.

Für den Fall eines  $256 \times 256$ -Pixel-Detektors (mit einer Pixelgröße von  $\Delta_{pix} = 30\mu\text{m}$ ) wurde eine möglichst hohe *Ortsauflösung* (großes  $f$ ), bei gleichzeitig niedriger ( $R \approx 200 - 300$ ) bzw. mittlerer *spektraler* System-Auflösung ( $R \approx 600$ ), angestrebt.

Um die Kosten möglichst gering zu halten, wurde versucht mit einer geringen Anzahl an Grisms, bei einem möglichst hohen Anteil an Replica-Grisms, auszukommen, welche alle IR-Fenster unter den gewünschten Voraussetzungen abdecken.

Durch passende Wahl des Wellenlängenintervalls und der zugehörigen Ordnung des Spektrums jeweils *desselben* Grism konnte erreicht werden, daß die Wellenlängenintervalle höherer Ordnungen, die ebenfalls auf den Detektor fallen, wiederum innerhalb eines IR-Fensters liegen. Dabei wurde bei der Optimierung der Grism-Verteilung auf die verschiedenen Fenster immer darauf geachtet, daß sich die Bandbreiten der *gewünschten* Ordnungen *nicht* überlappen.

Dies wurde in einer *Vorauswahl* mit insgesamt *sechs* Grisms erreicht, wovon *mindestens zwei* direkt liniert und aus einem Material sein müssen. Diese *vorläufige* Verteilung der Ordnungen der einzelnen Grisms (auf die Wellenlängen-Bereiche) galt dann für *sowohl* direkt linierte, *als auch* für Replica-Grisms, da die vereinfachten (wie auch die entsprechenden exakten) Grism-Gleichungen *nicht* vom Gittermaterial abhängen.

Die Werte der Geradeaus-Wellenlänge wurden später dafür benötigt, um mithilfe des dann jeweils bekannten optimierten Brechungsindex des Prismenmaterials  $n_p$  und Kippwinkels  $\alpha$  der Grisms, den hierfür notwendigen und exakten Prismenwinkel  $\phi$  berechnen zu können. Im nächsten Schritt ließ sich dann die *exakte* Verteilung der einzelnen Ordnungen der Grisms auf die Wellenlängen-Bereiche mithilfe der Grism-Grundgleichung bestimmen. Es wurden dabei alle in der Nachbarschaft der genäherten Werte  $N_{Soll}$  liegenden, und gleichermaßen für Replicas und direkt linierte Gitter geltenden, realisierbaren Furchenfrequenzen  $N_{Kat}$  aus dem *Milton Roy Katalog* ausgesucht und anschließend die exakten Wellenlängen-Intervalle der Ordnungen berechnet. Schließlich konnte jeweils dasjenige  $N_{Kat}$  ausgewählt werden, dessen zugehörige exakte Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}(m)$  den einzelnen Ordnungen der idealen und näherungsweise berechneten Verteilung sehr nahe kommen.

Bei der Zusammenstellung einer *engeren Materialauswahl* waren zum einen infrarotdurchlässige Substanzen mit einem hohen Brechungsindex, wegen des daraus folgenden geringen Prismenwinkels (bei vorgegebener gewünschter Geradeaus-Wellenlänge), gegenüber anderen Materialien bevorzugt. Zum andern sollte dabei die innere Absorption im NIR möglichst gering, d.h. die Reintransmission im jeweils wichtigsten vorgesehenen, nutzbaren Wellenlängenbereich sehr hoch sein.

Falls keine geschlossenen Ausdrücke für die Dispersion der in Frage kommenden Prismen- d.h. Grism-Materialien der engeren Wahl – zum einen für die IR-Materialien *MgO, Ca – Aluminat, IRGN6, BaF<sub>2</sub>* und *CaF<sub>2</sub>* mit einem dem Replica-Harz angepaßten Brechungsindex, und zum anderen für die Materialien *CdTe, ZnSe, ZnS – M* und *KRS5* mit einem hohen Indexwert – in der Literatur zu finden waren, mußten die Dispersionsgleichungen mit der Methode der kleinsten Quadrate und der Herzberger-Gleichung, bzw. mithilfe der Sellmeier-Gleichung, aus den Brechungsindex-Angaben der Hersteller-Firmen erst selbst berechnet werden; dies war, *außer* für das Harz der Replica-Grisms, ebenso für die Materialien *IRGN6, CdTe, ZnSe* und *ZnS – M* notwendig. Die dann aus den Dispersionsformeln dieser Materialien ermittelten n-Werte weichen überall um weniger als  $\Delta n = 6 \times 10^{-4}$  von den in den Materialkatalogen angegebenen Meßwerten – innerhalb des angegebenen Gültigkeitsbereichs – ab. Die so berechneten Herzberger-Konstanten dieser Materialien wurden (zusammen mit den schon bekannten) in einer Tabelle aufgelistet.

Für die spätere *endgültige* Wahl des Prismenmaterials mußte aber zuerst anhand weiterer Kriterien im Einzelfall überprüft werden, ob für ein vorgesehenes *Replica-Grism*, außer einem höher brechenden Substrat (Prismen-Material), das einen recht kleinen erforderlichen Prismenwinkel für die jeweils erwünschte Geradeaus-Wellenlänge ergibt, besser ein schwach brechendes, dem Brechungsindex des Gitter-Harzes angepaßtes Material ausgewählt werden soll: Dabei spielte in diesem Zusammenhang der zu optimierende Kippwinkel und die (u.a. daraus folgende) Einbaulänge der einzelnen Grisms, sowie die vom Einfallswinkel und damit vom Auftreffwinkel des Strahls auf die *möglichst unbeschichtete*

Grenzfläche – zwischen Prisma und Replica-Harz – abhängige Fresnelsche Transmission ebenfalls eine Rolle.

Zunächst wurde versucht, einen möglichst *kleinen* Prismenwinkel  $\varphi_G$  durch die passende Wahl des Prismen-Materials  $n_p$  und des Kippwinkels  $\alpha$ , unter der *zusätzlichen* Bedingung einer *konstant* gehaltenen mittleren *spektralen Auflösung*  $\overline{R_{pix}}$  (welche ja durch die Optimierung der Grism-Typen aus der Vorauswahl vorgegeben war) und eines gleichzeitig möglichst großen Fresnelschen Transmissionsfaktors an der unbeschichteten Grenzfläche zwischen Prisma und Gitter bei den Replica-Grisms, zu erreichen. Dazu wurde diese Funktion  $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$ , die vom Parameter  $\overline{R_{pix}}$  und Brechungsindex  $n_p$  abhängt, zuerst analytisch hergeleitet, um danach mit deren Hilfe den Verlauf des Prismenwinkels  $\varphi_G(\alpha)$  für die verschiedenen in Frage kommenden IR-Materialien *eines jeweiligen Grism-Prototyps* aus der Grism-Vorauswahl (und für den jeweils zugehörigen erwünschten Betrag der mittleren spektralen Systemauflösung) numerisch berechnen zu können. Alle Prismenwinkel-Kurven zeigten aber dann ein absolutes *Maximum* bei einem negativen Kippwinkel ( $\alpha \neq 0^\circ$ ).

Die *endgültige Wahl* der unterschiedlichen *Prismen-Materialien* der Grisms erfolgte letztlich anhand dieser Prismenwinkel-Kurven  $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$  bezüglich der zuvor ausgesuchten IR-Materialien der engeren Wahl.

Um außerdem beurteilen zu können, ob ein berechneter kleinerer Prismenwinkel  $\varphi_G(\alpha, \overline{R_{pix}})$  unter einem bestimmten zugehörigen Kippwinkel  $\alpha$  auch eine kürzere Einbaulänge des Grism in der Kamera zur Folge hat, wurden die *zu den ausgewählten Prismen-Materialien* (und Geradeaus-Wellenlängen) der einzelnen Grismtypen berechneten relativen Einbaulängen  $L_{rel}(\alpha, \varphi_G(\alpha))$  gegen den Kippwinkel graphisch aufgetragen.

Die *numerisch* berechneten Kurven der relativen Einbaulängen der einzelnen Grismtypen (zu den verschieden ausgewählten Prismen-Materialien) ergaben alle *minimale* Werte für einen Kippwinkel im Bereich zwischen  $\alpha = 0$  und  $\alpha \approx -\varphi_G$ .

Deshalb wurde im nächsten Schritt überprüft, ob der vom Kippwinkel ebenfalls abhängige Fresnelsche Transmissionsfaktor an der unbeschichteten Grenzfläche zwischen Prisma und Gitter, der als Replica-Grisms geplanten Grisms, durch eine negative Kippung in diesem genannten Bereich, d.h. durch die Optimierung des Kippwinkels, spürbar erhöht werden kann.

Das Resultat war, daß eine negative Kippung der Replica-Grisms in dem Bereich, wo sich die relativen Einbaulängen auf einem Minimum befinden, den Transmissionsfaktor  $T_{p-g}$  in allen Fällen *nicht* spürbar verbessern würde.

*Das Ergebnis* all dieser *vorläufigen* Optimierungsschritte war nun ein aus *sechs* unterschiedlichen Grismtypen (und einer Grismtyp-Alternative) bestehendes *vorläufiges* Sortiment aus verschiedenen, endgültig ausgewählten Prismenmaterialien (und ebenfalls zusätzlich angegebener Material-Alternativen, die jedoch größtenteils von den weiteren genaueren Berechnungen ausgeschlossen wurden), deren optimaler Kippwinkel überall  $\alpha = 0^\circ$  beträgt. Dabei wurden *alle Replica-Grisms* so optimiert, daß sie außerdem an der Grenzfläche zwischen Prisma und Replicagitter unbeschichtet sein können.

Nachdem nun die optimalen Parameter und Materialien der einzelnen Grisms durch die *vorläufigen* Optimierungen bekannt waren, konnte im nächsten Schritt für einen aus dem Katalog des Gitterherstellers MILTON ROY ausgesuchten Wert  $N_{Kat}$  der Furchendichte, welcher in der Nähe der zuvor bestimmten und ungefähren Furchenanzahl  $N_{Soll}$  (pro mm) des betreffenden Grism-Typs lag und

durch die Ruling-Maschine realisiert werden kann, zunächst die *exakte* Verteilung der Bandbreiten ( $\Delta\lambda_{Det}(m)$ ) der verschiedenen Ordnungen, welche gerade noch auf den 256x256-Pixel-Detektor fallen, mithilfe der Grism-Grundgleichung genau berechnet werden.

Dabei wurde bei der Suche nach einer idealen realisierbaren Furchendichte  $N_{Kat} \approx N_{Soll}$  gleichzeitig darauf geachtet, daß die Größe des zugehörigen Blaze-Winkels  $\Theta_{Kat}$  eines *schon vorhandenen* ebenen Master-Gitters, mithilfe dessen eventuell das ideale Grism in Form eines Replica-Transmissionsgitter auf einer Prismenoberfläche, d.h. als *Replica-Grism*, hergestellt werden könnte, möglichst dicht beim idealen, zuvor genau berechneten Wert  $\Theta_{Opt}$  (welcher auch vom Replica-Material, Harz, abhängt) lag. Der ideale Wert des Blaze-Winkels  $\Theta$  war hierbei derjenige, unter welchem die erwünschte Geradeaus-Wellenlänge (des jeweiligen Grismtyps) zur Blaze-Wellenlänge wird.

Hat man *keinen* entsprechenden, zur gewünschten Blaze-Wellenlänge und Furchendichte  $N$ , passenden optimalen Katalogwert  $\Theta_{Kat}$  gefunden, wurde empfohlen, den gewünschten betreffenden Replica-Grism-Typ aus einem Master-Gitter anfertigen zu lassen, welches zuvor extra mit dem erforderlichen idealen Blaze-Winkel  $\Theta_{Opt}$  nach Maß direkt liniert werden müßte, um im nächsten Schritt durch den Abdruck dieses Masters das gewünschte Replica-Grism produzieren zu können.

Jetzt konnten nun auch die exakten Blaze- bzw. Transmissionseffizienz-Kurven der *wichtigsten nutzbaren* Ordnungen der ausgewählten Grisms, mit ihren aus den vorangegangenen Optimierungen ermittelten, realisierbaren optimalen Furchendichten  $N_{Kat}$  und Hauptfacetten-Winkeln  $\Theta$ , berechnet, und graphisch dargestellt werden. Auf diese Weise konnte gleichzeitig auch die Optimierung des *Nebenfacetten*-Winkels  $\vartheta$  der Gitterfurchen der, aus idealen nach Maß gefertigten Master-Gittern, vorgesehenen Replica-Grisms erfolgen, indem der Winkel  $\vartheta$  dieser Grisms so lange variiert wurde, bis der Peak der gesamten Blaze-Kurve des betreffenden Grism den Maximalwert 1 hatte. Dieser war dann erwartungsgemäß von der Größenordnung des Prismenwinkels:  $\vartheta_{opt} \approx \varphi$ .

Außer der genauen Berechnung der Effizienzen der wichtigsten nutzbaren Ordnungen  $m$  aller idealen Grismtypen und ihrer Alternativen, wurden außerdem noch *alle restlichen* exakt berechneten Blaze- bzw. Effizienz-Kurven der übrigen, *ebenfalls* als *nutzbar* vorgesehenen Ordnungen  $m' > m$  der einzelnen Grisms in Abhängigkeit von den Wellenlängen der unterschiedlichen Bandbreiten  $\Delta\lambda_{Det}(m')$  dieser Ordnungen, die ebenso auf die 256x256-Pixel-Detektorfläche fallen, (im Anhang) graphisch dargestellt, sowie die *lineare* Dispersion und die Pixelauflösung (bzw. pixelbegrenzte spektrale Auflösung) der jeweils wichtigsten nutzbaren Ordnung  $m$  aller optimalen und realisierbaren Grism-Systeme (einschl. ihrer bestmöglichen Alternativen).

Das *Endergebnis* aller Optimierungsarbeiten ist schließlich die Empfehlung, die mit den Nummern 2, 3, 4, 5 und 6 – im Abschnitt der endgültigen Optimierungen – gekennzeichneten, realisierbaren, mit jeweils einer optimalen rechtwinkligen Furchenform *direkt linierten* (Nr.1–3), bzw. *Replica-Grisms* (Nr.4–6), beim Gitterhersteller MILTON ROY nach den angegebenen Grism-Parameterwerten, als Sortiment für das Grism-Rad der IR-Kamera CONICA anfertigen zu lassen. Das direkt "gerulede" KRS5-Grism mit der Nr.1 wurde ja bereits (wenn auch nicht sehr zufriedenstellend) von der Firma Zeiss(Jena) realisiert.

Es sollten dabei *alle* Grisms auf ihrer vorderen Prismenoberfläche antireflexbeschichtet sein. Alle *Replica-Grisms* wurden auch dahingehend optimiert, daß *weder* an der Grenzfläche zwischen Prisma und Replica-Gitter, *noch* auf die Gitteroberfläche direkt eine reflexmindernde Beschichtung aufgebracht werden muß.

Die Überprüfung der Transmissionseffizienz des von ZEISS(JENA) angefertigten KRS5-Grism Nr.1 – im Wellenlängenbereich von  $1.1\mu\text{m}$  bis  $3.6\mu\text{m}$  – erfolgte mithilfe des als Zweistrahlphotometer eingesetzten registrierenden Spektralphotometers DMR22 von Zeiss zum optimalen Kippwinkel des Grism von  $\alpha = 0^\circ$ , sowie (u.a.) für ein um  $\alpha = +15^\circ$  zum auftreffenden Meßstrahl gekipptes Grism.

Die gemessenen Effizienzkurven des KRS5-Grism ergaben eine unerwartet geringe Höhe der Transmissions-Peaks von  $T_{Eff} < 60\%$  zu den unterschiedlichen Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m_B)$  der verschiedenen Blaze-Ordnungen ( $m_B = 2 - 5$ ), welche sich nur durch die *theoretisch* berechneten Meßkurven unter der Annahme eines von der ideal rechtwinkligen Furchenform stark abweichenden, mittleren zweiten Furchenwinkels von  $\vartheta = 78^\circ$  mit meinem Grism-Modell erklären lassen.

Die weitere Abnahme der Höhe der Blaze-Peaks, mit zunehmend höherer Ordnung ( $m = 3, 4, 5$ ) zu kleineren Blaze-Wellenlängen  $\lambda_B(m)$  hin, kann durch die nachlassende Wirkung der AR-Beschichtungen des Grism verursacht werden.

Durch die in der Arbeit abgeschätzten Meßfehlerquellen ließ sich außerdem die leichte Verschiebung der gemessenen Effizienzkurven gegenüber den theoretischen, vor allem in Richtung der kürzeren Wellenlängen hin, erklären.

Zur Berechnung der theoretischen Meßkurven des Grism Nr.1 mußte aber zuerst die Theorie der Grism-Effizienz neu vertieft und modifiziert werden. Wie erwartet, unterschieden sich dann diese, durch die neu entwickelte genauere Theorie, berechneten Grism-Effizienzen nur *kaum* von jenen aus den bisherigen Grism-Gleichungen gewonnenen, für den Fall eines Spektrographen (wie z.B. CONICA) mit einem Grism als Disperser, einem abbildenden System aus Linsen oder Spiegeln, und einem *flächenhaften* Detektor, welcher ebenso *die Summe* der Intensitäten *aller* gebeugten Ordnungen *m einer* bestimmten Wellenlänge  $\lambda$  mißt, welche noch auf die Detektorfläche fallen; d.h. diejenigen Ordnungen *m einer* Wellenlänge  $\lambda$ , deren Beugungswinkel  $\varepsilon(m, \lambda)$  noch im Winkel-Bereich  $\Delta\varepsilon_{Det}$  des Detektors liegen.

Um die mittels des Spektralphotometers gemessenen Transmissionseffizienz-Kurven des Grism Nr.1 zu verstehen, wurde dann die *Summe* dieser Intensitäten über alle Ordnungen von  $m = -48$  bis  $m = +52$  bei der numerischen Berechnung berücksichtigt und durch die Anpassung dieser theoretischen Kurve an die gemessene Transmissionskurve ein *effektiver* zweiter Furchenwinkel von  $\vartheta_{Eff} = 78^\circ$  ermittelt.

Ob tatsächlich ein solch ungünstig großer Furchenwinkel der Nebenfacetten des Gitters verantwortlich für die schlechte Effizienz des KRS5-Grism ist, wurde anschließend durch die Ausmessung der, mithilfe einer als Mikroskop umfunktionierten CCD-Kamera, aufgenommenen Gitterstruktur unter *direkter* Bestrahlung von sichtbarem Licht untersucht: Die Auswertung der CCD-Aufnahmen ergab entgegen den Erwartungen einen kleineren (realen) mittleren Nebenfacettenwinkel von  $\vartheta_{real} = 61^\circ \pm 5^\circ$ .

Die naheliegendste Erklärung für diese Winkel-Diskrepanz und die schlechte Grism-Effizienz ist daher in der ungleichmäßig auf die Gitteroberfläche des KRS5-Grism *direkt* aufgetragenen AR-Beschichtung zu suchen (wie die CCD-Aufnahmen zeigten). Deshalb wurde empfohlen, die Gitteroberfläche aller *direkt linierten* optimierten Grisms, zum Zwecke der Minimierung von Reflektionsverlusten durch den großen Indexsprung, *nur falls unbedingt nötig* beschichten zu lassen.

## Wollaston-Prismen

Zuerst wurde die exakte Gleichung für den Winkelbetrag  $\Delta(\alpha)$  der Aufspaltung eines unter beliebigem Winkel  $\alpha$  auf ein Wollaston-Prisma treffenden Strahls berechnet, um daraus im nächsten Schritt zum einen den Spezialfall 1 der Aufspaltung eines senkrecht auftreffenden Strahls – wie er im Falle von CONICA von Interesse ist – und zum anderen den Winkelbetrag im Spezialfall 2, wie er schließlich zur *indirekten* Messung der Strahlaufspaltung beim optimierten  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas mit der 1-5 $\mu\text{m}$ -Kamera benutzt worden ist, herzuleiten; dieser zuletzt genannte Gesamtwinkel entspricht der Summe der beiden erforderlichen Einfallswinkel eines unpolarisierten Strahls, für die jeweils *eine* der beiden senkrecht zueinander polarisierten Strahlenkomponenten das Doppelprisma wieder senkrecht zur Oberfläche des zweiten Teilprismas verläßt.

Es konnte theoretisch bewiesen werden, daß die durch diese Methode des Spezialfalls 2 gemessene Winkelgröße zwar betragsmäßig verschieden von der Größe der Strahlaufspaltung bei senkrechtem Strahleinfall ist, jedoch der dadurch verursachte systematische Meßfehler – wenn das für senkrechten Strahleinfall optimierte Doppelprisma zuvor *nicht* mit seinem zweiten Teilprisma in Richtung zum auftreffenden Strahl gedreht wird – vernachlässigbar klein ist, weil die theoretisch zu erwartende Winkel-differenz der verschiedenartigen Aufspaltungen außerhalb der erzielten Meßgenauigkeit des Versuchsaufbaus lag und somit experimentell auch nicht nachgewiesen werden konnte, wie die anschließenden Messungen mit dem  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma bestätigt haben.

Als Prismenmaterial für die beiden Wollaston-Prismen wurden Infrarot durchlässige, positiv einachsige Kristalle aus  $MgF_2$ , vor allem wegen ihrer hervorragenden optischen Eigenschaften, d.h. wegen der hohen mittleren Reintransmission von rund 100% für den o- und e-Strahl im Wellenlängen-Bereich von 1-5 $\mu\text{m}$  (im Gegensatz z.B. zu Calcit) sowie den relativ geringen zu erwartenden Reflektionsverlusten des o- und e-Strahls an den jeweils beiden *unbeschichteten* Materialoberflächen (im Gegensatz zu den höherbrechenden einachsigen IR-Kristallen), ausgewählt.

Das Hauptkriterium für die optimale Wahl des Prismenwinkels war derjenige Winkel, für welchen die Strahlaufspaltung zur mittleren Wellenlänge  $\lambda = 3\mu\text{m}$  bei einer Brennweite von  $f=320\text{mm}$  (d.h. mittleren Ortsauflösung der Kamera) den *halben* 256x256-Pixel-Detektorchip in der Fokalebene einnimmt:  $\varphi_{opt} = 30^\circ$ . Dabei wurde bei dieser Winkelwahl gleichermaßen darauf geachtet, daß, auch unter dem Einsatz von Breitbandfiltern innerhalb der IR-Fenster, Polarimetrie *ohne* Verlust an höherer örtlicher Auflösung betrieben werden kann.

Am Polarisator-Grism-Rad von CONICA sollen dann schließlich *zwei* identische Wollaston-Prismen (jeweils aus  $MgF_2$  und mit dem Prismenwinkel  $\varphi = 30^\circ$ ) befestigt werden – das eine mit einem Positionswinkel von  $\phi = 0^\circ$ , und das andere unter einem Winkel von  $\phi = 45^\circ$  – um so durch die Messung der Intensitäten zu den unterschiedlichen Schwingungsrichtungen der einfallenden Strahlung (z.B. kompakter oder stellarer Objekte) den Polarisationsgrad der Strahlungsquelle und deren bevorzugte Polarisationsrichtung ermitteln zu können.

Schließlich wurde zunächst die thermische Stabilität eines *Prototyps*, und dann die des mit Harz verkitteten *optimalen*, bei der Firma Halle gefertigten  $MgF_2$ -Wollaston-Prismas (im Zuge der Messung der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung), in mehrfachen Cryo-Zyklen von Zimmertemperatur bis herunter auf bis zu 70K überprüft; dabei konnte anschließend *weder* eine sichtbare Verformung der dünnen Harzschicht, *noch* ein Materialbruch festgestellt werden.

Eine Messung des Prismenwinkels bestätigte den angeforderten Winkel von  $\varphi_{opt} = 30^\circ$  innerhalb der Meßfehlergrenzen von  $\Delta\varphi = \pm 0.03^\circ$ .

Die Messung der Transmissionskurve des Wollaston-Prismas, mithilfe eines registrierenden Zweistrahlphotometers, konnte die Lage der Absorptionsbanden der Harz-Verkittung ermitteln und ergab für den Wellenlängenbereich von 1 bis  $2.2\mu\text{m}$  Meßwerte  $T_{WP}(\lambda)$ , die innerhalb der geschätzten Fehlergrenzen mit den theoretisch vorausgesagten (zwischen 93 und 94%) für ein unbeschichtetes  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma (mit einer Schichtdicke von  $d=13\text{mm}$ ) übereinstimmen.

Die Messung der Winkelgröße  $\Delta$  der Aufspaltung eines auf das optimierte  $MgF_2$ -Wollaston-Prisma treffenden natürlichen, unpolarisierten Strahls in Abhängigkeit von der Wellenlänge im Bereich von  $0.6\text{--}3.1\mu\text{m}$  (durch die indirekte Meßmethode des Spezialfalls 2) wurde sowohl bei Raumtemperatur ( $T=+25^\circ$ ), als auch bei sehr tiefen Temperaturen ( $T=-192$  u.  $-189^\circ\text{C}$ ) des Doppelprismas, mithilfe der für den Einsatz am Cassegrain-Fokus des  $3.5\text{m}$ -Teleskops des deutsch-spanischen astronomischen Zentrums entwickelten  $1\text{--}5\mu\text{m}$ -Kamera, im Labor durchgeführt.

Die Messung zu verschiedenen Wellenlängen im genannten Bereich ergab hierbei die theoretisch erwarteten Werte der Aufspaltung zwischen  $0.70^\circ$  und  $0.78^\circ$ , die kaum von der berechneten Sollkurve (für  $T=+19^\circ\text{C}$ ) abweichen: Die mittlere Abweichung von den Sollwerten beträgt sowohl bei der Messung unter Zimmertemperatur  $T=+25^\circ\text{C}$ , als auch zu den tieferen Temperaturen ( $T=-192$  u.  $-189^\circ\text{C}$ ),  $|\overline{(\Delta_{gem} - \Delta_{theor})}| = (1.2 \times 10^{-3})^\circ$ . Die einzelnen relativen Abweichungen von der Sollkurve liegen damit alle unter 0.4%. Der gesamte zufällige Meßfehler der wellenlängenabhängigen Strahlaufspaltung wurde dabei jeweils auf  $\Delta(\Delta_{gem}) \approx (7 \times 10^{-4})^\circ$  (bei allen gemessenen Wellenlängen) geschätzt.



# Literaturverzeichnis

- [1a] T.R. Geballe: *Observations of infrared lines of shocked molekular hydrogen and carbon monoxide*, in *Astronomical Infrared Spectroscopy*, ASP Conference Series, Vol.41, 1993
- [1b] G.F. Mitchell & J.P. Maillard: *Infrared absorption lines of CO as a probe of molecular clouds*, in *Astronomical Infrared Spectroscopy*, ASP Conference Series, Vol.41, 1993
- [2] ESO Conf.: *Progress in Telescope and Instrumentation Technologies*, ESO, Garching, April 1992
- [3] ESO Conf.: *Second Workshop on ESO's Very Large Telescope* (1986)
- [4a] R. Lenzen: *The Coudé Near Infrared Camera for the VLT*, in ESO Conf.: *Progress in Telescope and Instrumentation Technologies*, ESO, Garching, April 1992
- [4b] R. Lenzen: *CONICA Critical Optical Design Study*, MPIA Heidelberg, Okt. 1993
- [4c] R. Lenzen & R. Hofmann: *Status of the High Resolution Near Infrared Camera CONICA for the VLT (ESO)*, Proceedings of SPIE-Conference, Orlando, 17-21 April 1995
- [5] Daniel Schroeder: *Astronomical Optics*, Academic Press, Inc. (1987), ISBN 0-12-629805
- [6] M.C. Hutley: *Diffraction Gratings*, Academic Press, Inc. (1982), ISBN 0-12-362980-2
- [7] J.E. Steward: *Infrared Spectroscopy*, Marcel Dekker, Inc., N.Y. (1970)
- [8] Milton Roy Company: *Diffraction Grating Handbook, N.Y., USA (1993) & Diffraction Gratings Catalog*
- [9] Born & Wolf: *Principles of optics*, (1970)
- [10] Wesley A. Traub: *Constant-dispersion grism spectrometer for channeled spectra*, Journal of the Optical Society of America, Vol.7, No.9, Sep.1990
- [11] E.G. Loewen, M. Neviere, D. Maystre: *Grating efficiency theory as it applies to blazed and holographic gratings*, Applied Optics, Vol.16, No.10, Oct. 1977
- [12] M. Herzberger & C.D. Salzberg: *Refractive Indices of Infrared Optical Materials and Color Correction of Infrared Lenses*, Journal of the Optical Society of America, Vol.52, No.4, April 1962
- [13] ORIEL: *Eigenschaften optischer Materialien* (Katalog), Darmstadt

- [14] Schott: *Produktkatalog* (1991)
- [15] Spindler & Hoyer: *Präzisionsoptik* (Katalog), Göttingen (1987)
- [16] W.L. Wolfe: *Handbook of military infrared technologie*, Office of Naval Research, Department of Navy, Washington D.C. (1965)
- [17] W.L. Wolfe & G.J. Zissis: *The Infrared Handbook*, Environmental Research Institut of Michigan (1978)
- [18] P. Klocek: *Handbook of infrared optical materials*, Marcel Dekker, Inc. (1991), N.Y.-Basel-Hongkong, ISBN 0-8247-8468-5
- [19] Center for Information and Numerical Data Analysis and Synthesis (Purdue University): *Refractive Index of Alkaline Earth Halides and Its Wavelength and Temperature Derivatives*, J. Phys. Chem. Ref. Data, Vol.9, No.1, 1980
- [20] Marilyn J. Dodge: *Refractive properties of magnesium fluoride*, Applied Optics, Vol.23, No.12, June 1984
- [21] C. Zeiss: *Registrierendes Spektralphotometer DMR 22*, Gebrauchsanweisung, Oberkochen
- [22] Bergmann-Schäfer: *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Band III: Optik, W. de Gruyter, Berlin (1974), ISBN 3-11-004366-2
- [23] M. Alonso & E.J. Finn: *Physik*, Band I, Addison-Wesley Publishing Company (1970)

## **Anhang A**

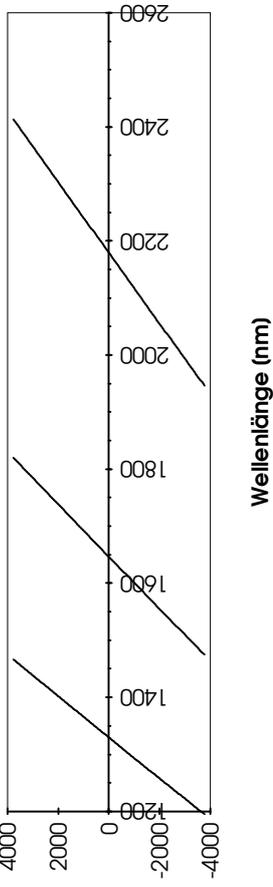
# **Grism-Effizienzen höherer Ordnungen**

GRISM-Nr. 1 (Ideal)

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm).....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

3  
 2178,935  
 2178,934  
 3  
 0  
 4  
 1646,354  
 1646,354  
 4  
 0,001

Position auf dem Detektor (micron)

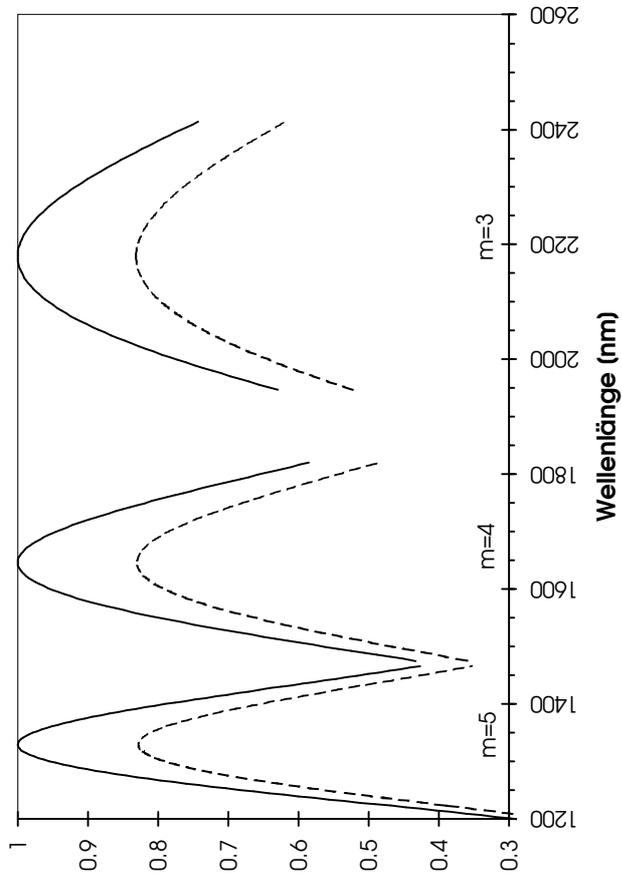


Wellenlänge (nm)

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

5  
 1329,381  
 1329,381  
 5  
 0

Effizienzen der höheren Ordnungen



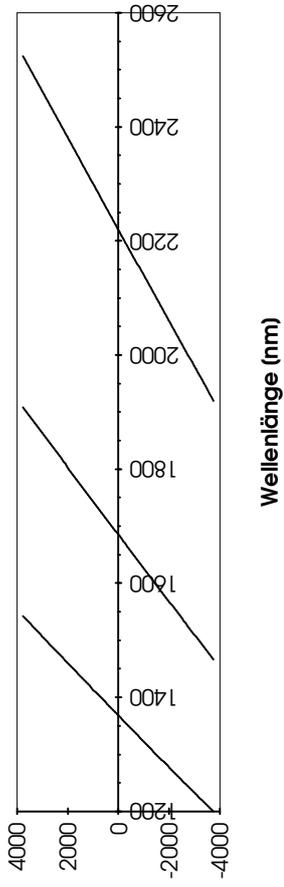
Wellenlänge (nm)

GRISM-Nr. 1b

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

3  
 2219,626  
 2219,626  
 3  
 -0.001  
 4  
 1684,476  
 1684,477  
 4  
 0.005

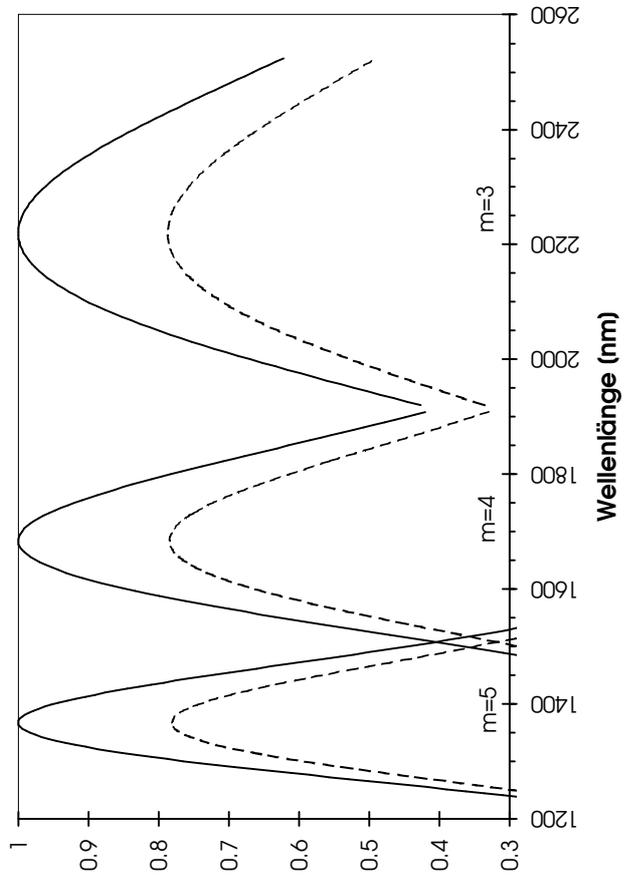
Position auf dem Detektor (micron)



Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

5  
 1367,657  
 1367,657  
 5  
 0.001

Effizienzen der höheren Ordnungen

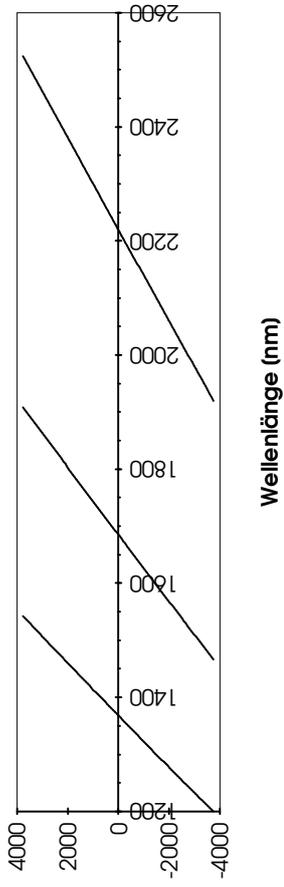


GRISM-Nr. 1b

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

3  
 2219,626  
 2219,626  
 3  
 -0.001  
 4  
 1684,476  
 1684,477  
 4  
 0.005

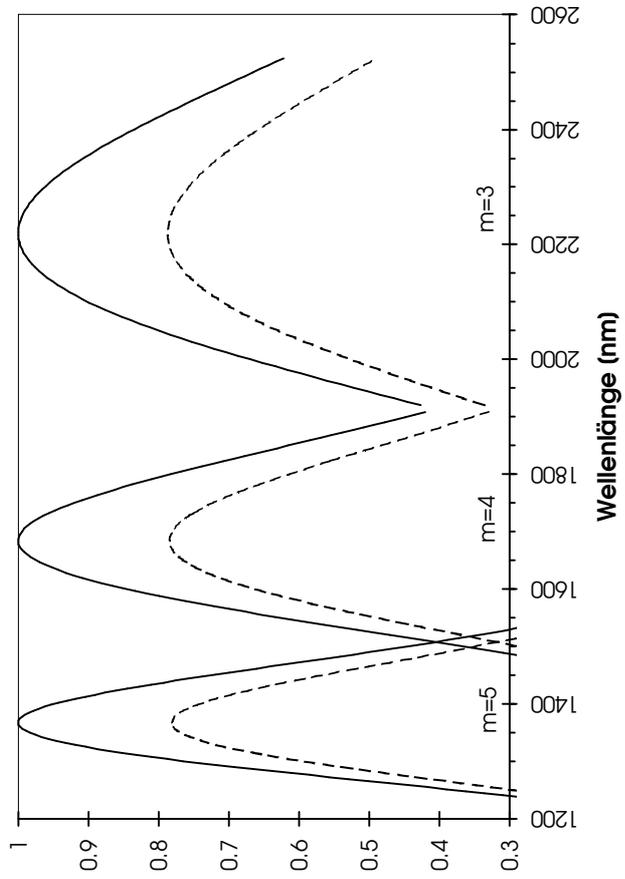
Position auf dem Detektor (micron)



Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

5  
 1367,657  
 1367,657  
 5  
 0.001

Effizienzen der höheren Ordnungen



GRISM-Nr. 1c

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
Blaze-Wellenlänge (in nm) ....  
u. die jew. zugeh. Ordnung....  
Blaze-Pos. auf dem Detektor  
(in micron).....

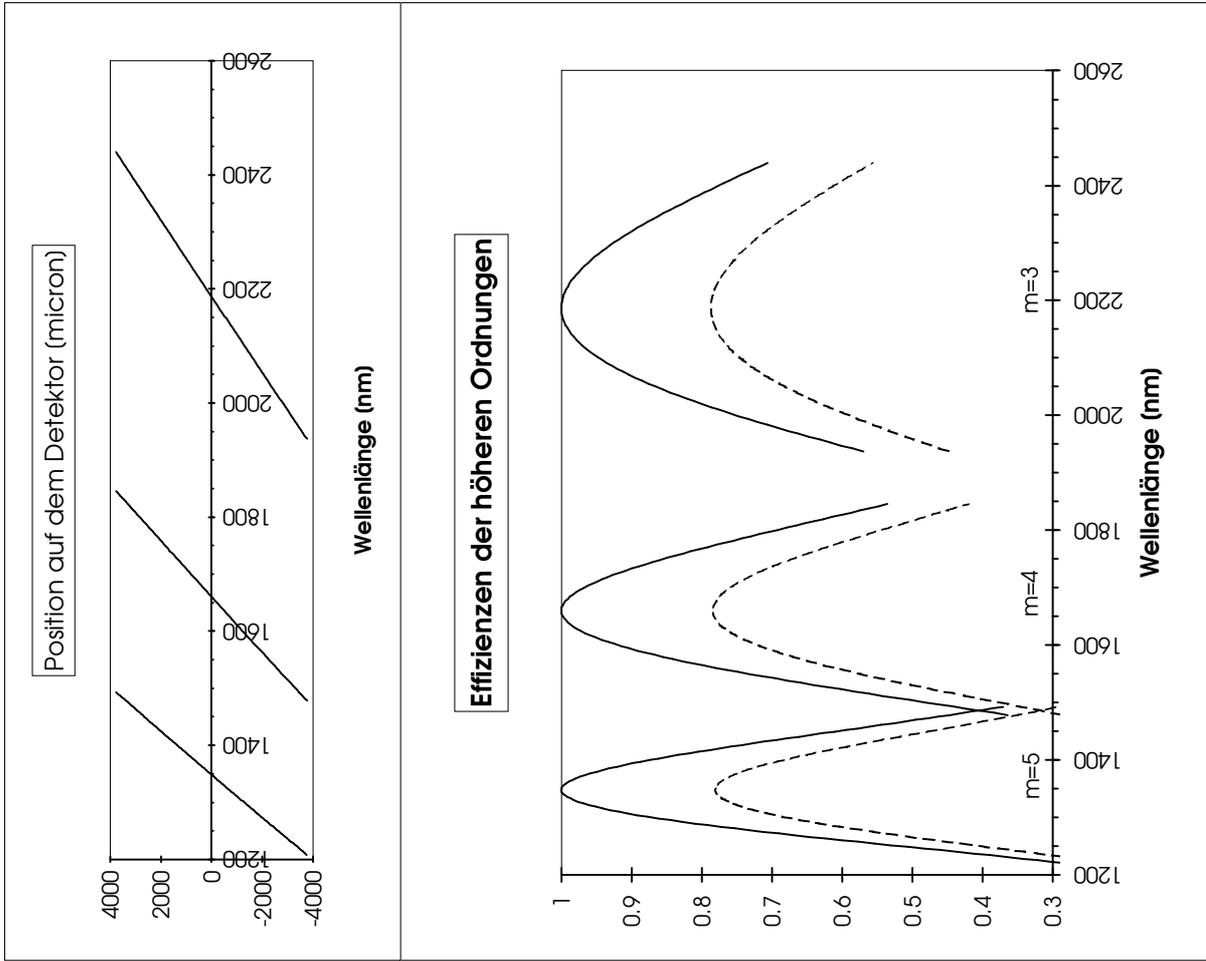
3  
2186,535  
2186,535  
3  
0,001

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
Blaze-Wellenlänge (in nm)....  
u. die jew. zugeh. Ordnung....  
Blaze-Pos. auf dem Detektor  
(in micron).....

4  
1659,948  
1659,948  
4  
-0,001

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
Blaze-Wellenlänge (in nm)....  
u. die jew. zugeh. Ordnung....  
Blaze-Pos. auf dem Detektor  
(in micron).....

5  
1348,334  
1348,334  
5  
0,001



GRISM-Nr. 2

Ordnung der Effiz.-Kurven  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

Ordnung der Effiz.-Kurven  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

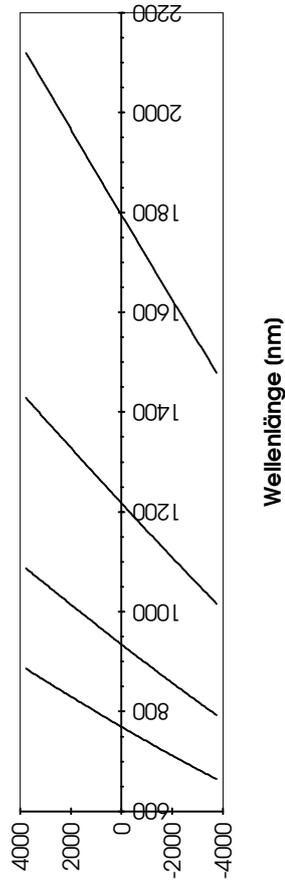
Ordnung der Effiz.-Kurven  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

Ordnung der Effiz.-Kurven  
 Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

2  
 1794,897  
 1794,897  
 2  
 0  
 3  
 1217,416  
 1217,416  
 3  
 -0,001

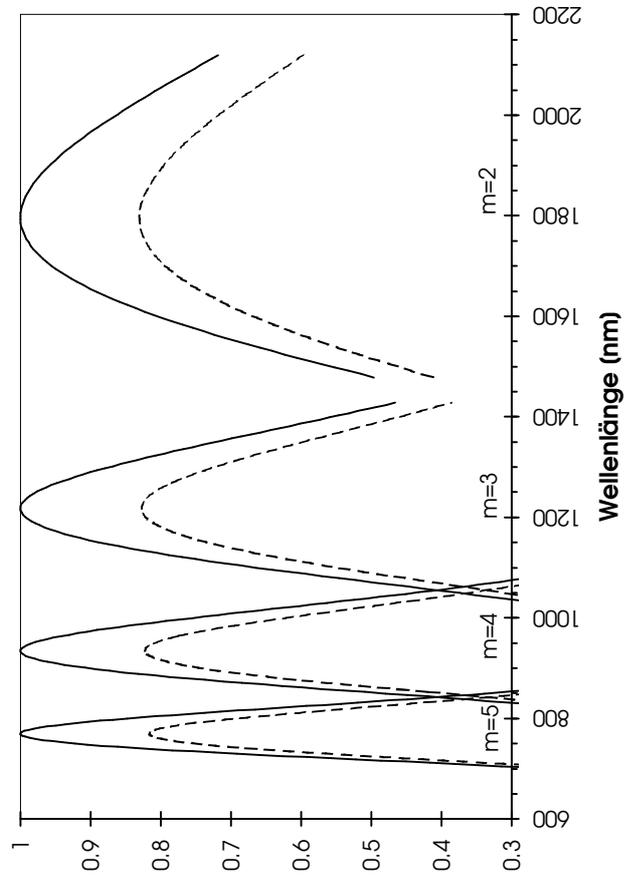
4  
 934,605  
 934,605  
 4  
 0  
 5  
 769,587  
 769,587  
 5  
 -0,004

Position auf dem Detektor (micron)



Wellenlänge (nm)

Effizienzen der höheren Ordnungen



Wellenlänge (nm)

GRISM-Nr. 3

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
u. die jew. zugeh. Ordnung....  
Blaze-Pos. auf dem Detektor  
(in micron).....

2  
2475,958  
2475,958  
2  
-0,001

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
u. die jew. zugeh. Ordnung....  
Blaze-Pos. auf dem Detektor  
(in micron).....

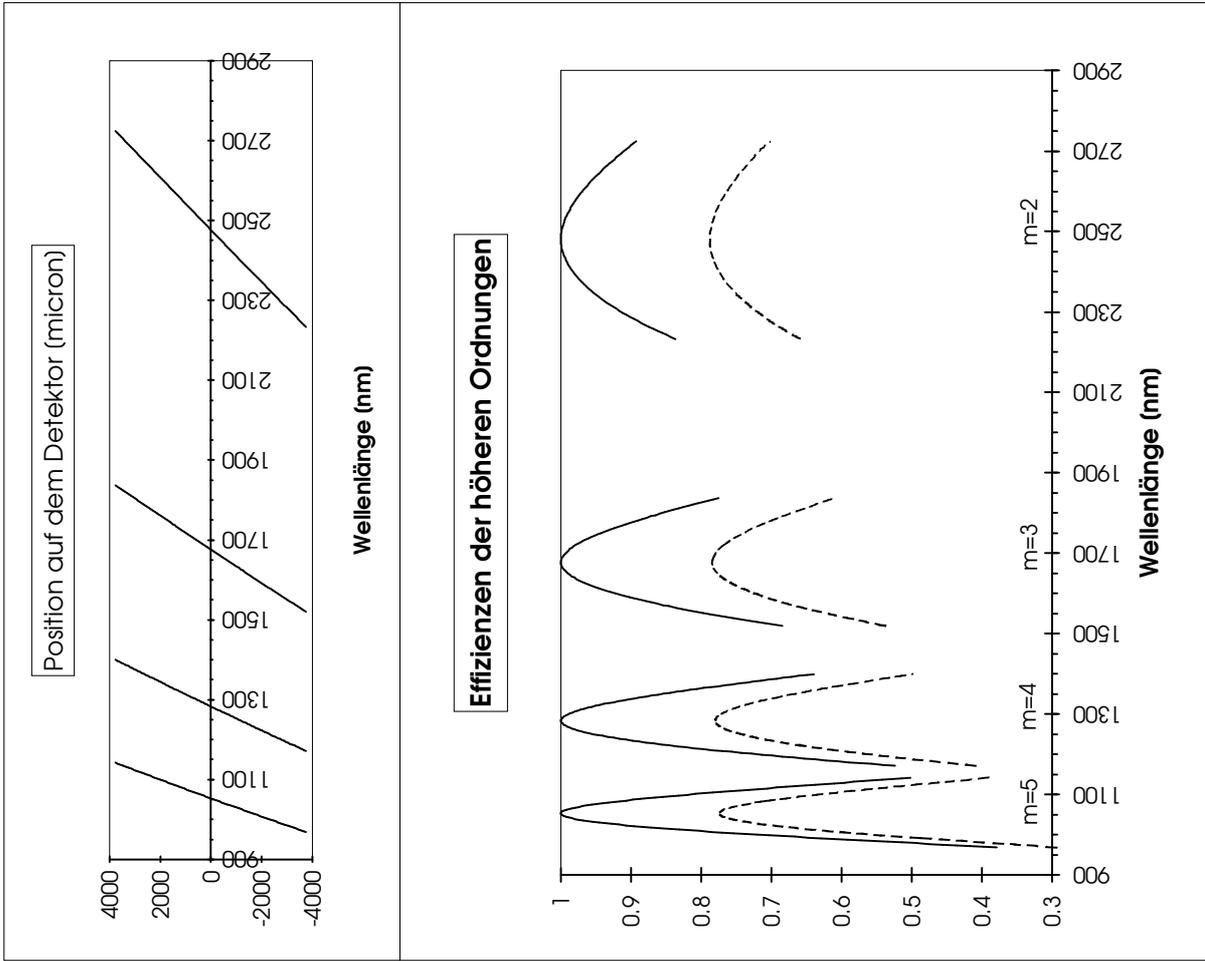
3  
1675,949  
1675,949  
3  
0,001

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
u. die jew. zugeh. Ordnung....  
Blaze-Pos. auf dem Detektor  
(in micron).....

4  
1283,074  
1283,073  
4  
-0,001

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
Geradeaus-Wellenl. (in nm)....  
Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
u. die jew. zugeh. Ordnung....  
Blaze-Pos. auf dem Detektor  
(in micron).....

5  
1052,899  
1052,899  
5  
-0,007



GRISM-Nr. 4

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

- 2  
1033,068
- 1028,782
- 2
- 49,612
- 3
- 697,085
- 699,338
- 3
- 39,655

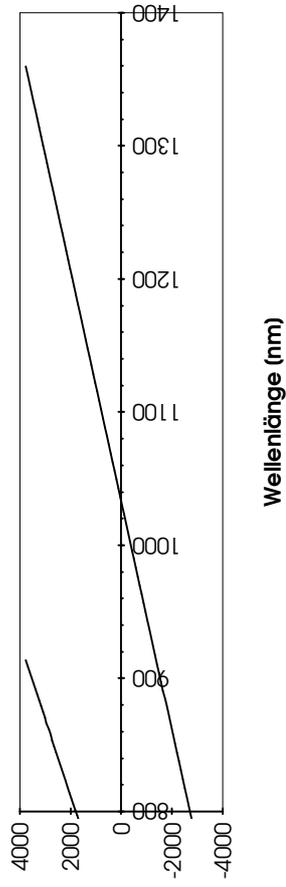
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

- 4
- 530,17
- 534,786
- 4
- 110,96
- 5
- 431,35
- 435,699
- 5
- 134,943

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

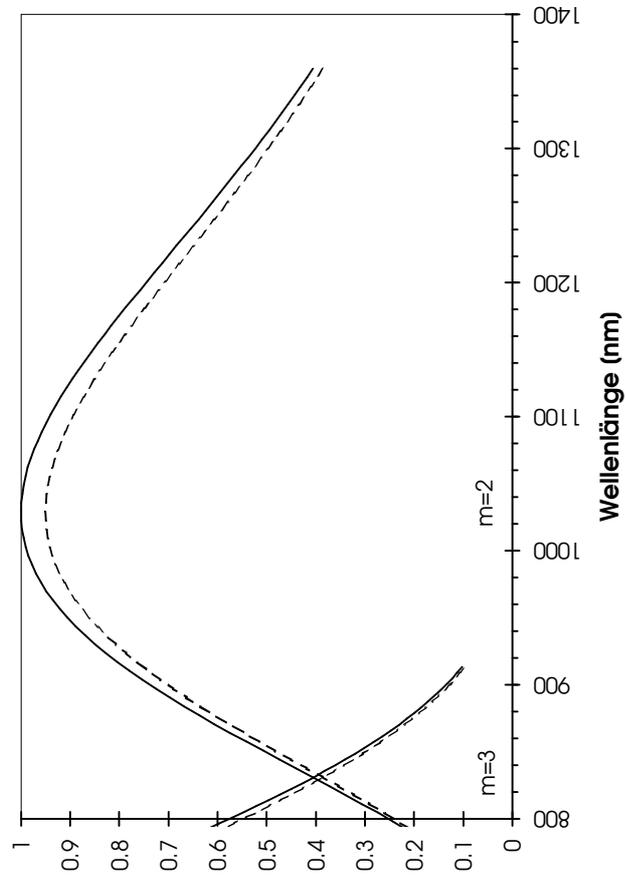
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

Position auf dem Detektor (micron)



Wellenlänge (nm)

Effizienzen der höheren Ordnungen



Wellenlänge (nm)

GRISM-Nr. 4b

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

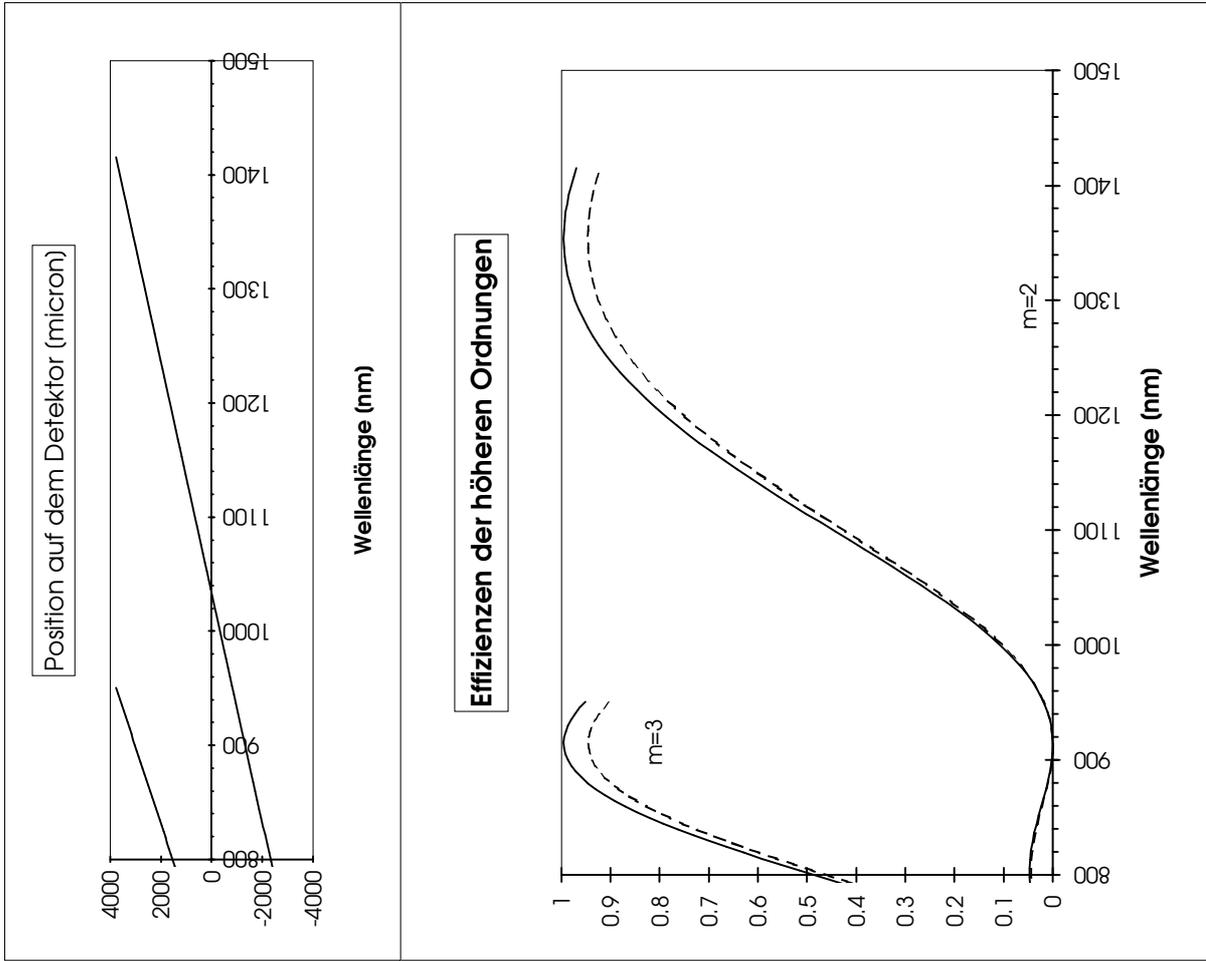
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

2  
 1033,068  
 1353,75  
 2  
 3160,988  
 3  
 697,085  
 914,848  
 3  
 3240,44

4  
 530,17  
 696,385  
 4  
 3348,495  
 5  
 431,35  
 565,375  
 5  
 3446,664



GRISM-Nr. 5

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

- 3
- 1135.344
- 1134.324
- 3
- 30.422
- 4
- 858.034
- 860.45
- 4
- 96.588

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

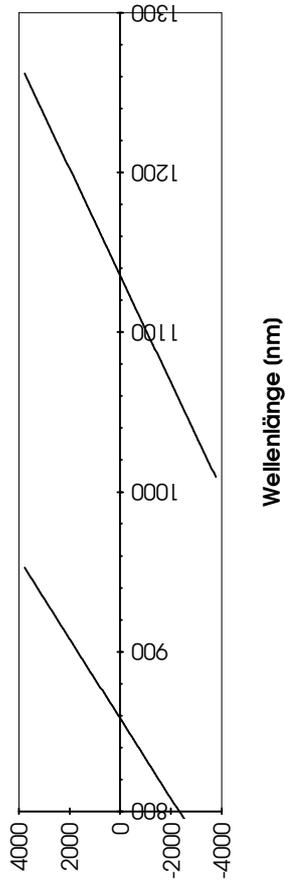
- 5
- 691.758
- 696.596
- 5
- 244.363

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

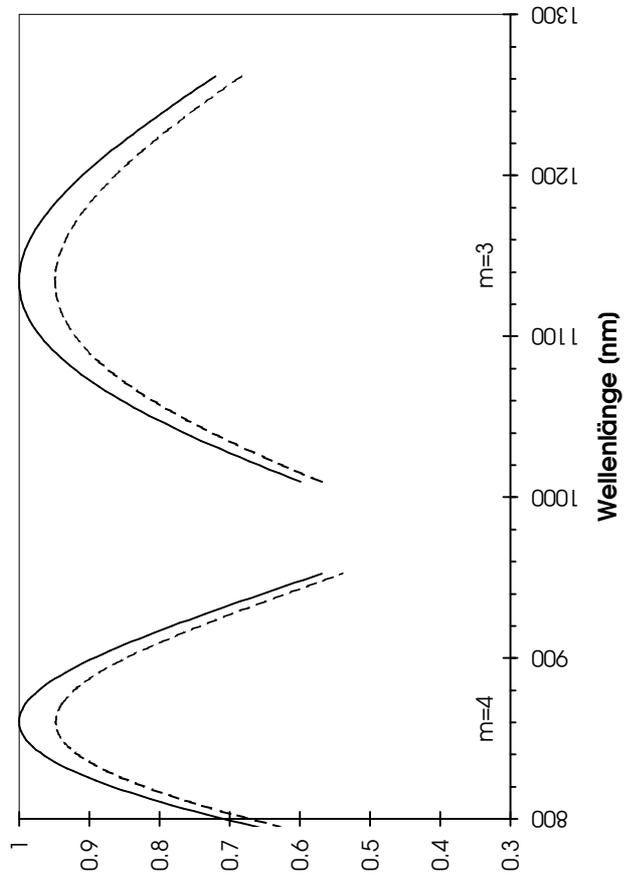
2.Furchenwinkel (in Grad).....

- 8.2°

Position auf dem Detektor (micron)



Effizienzen der höheren Ordnungen



GRISM-Nr. 5b

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

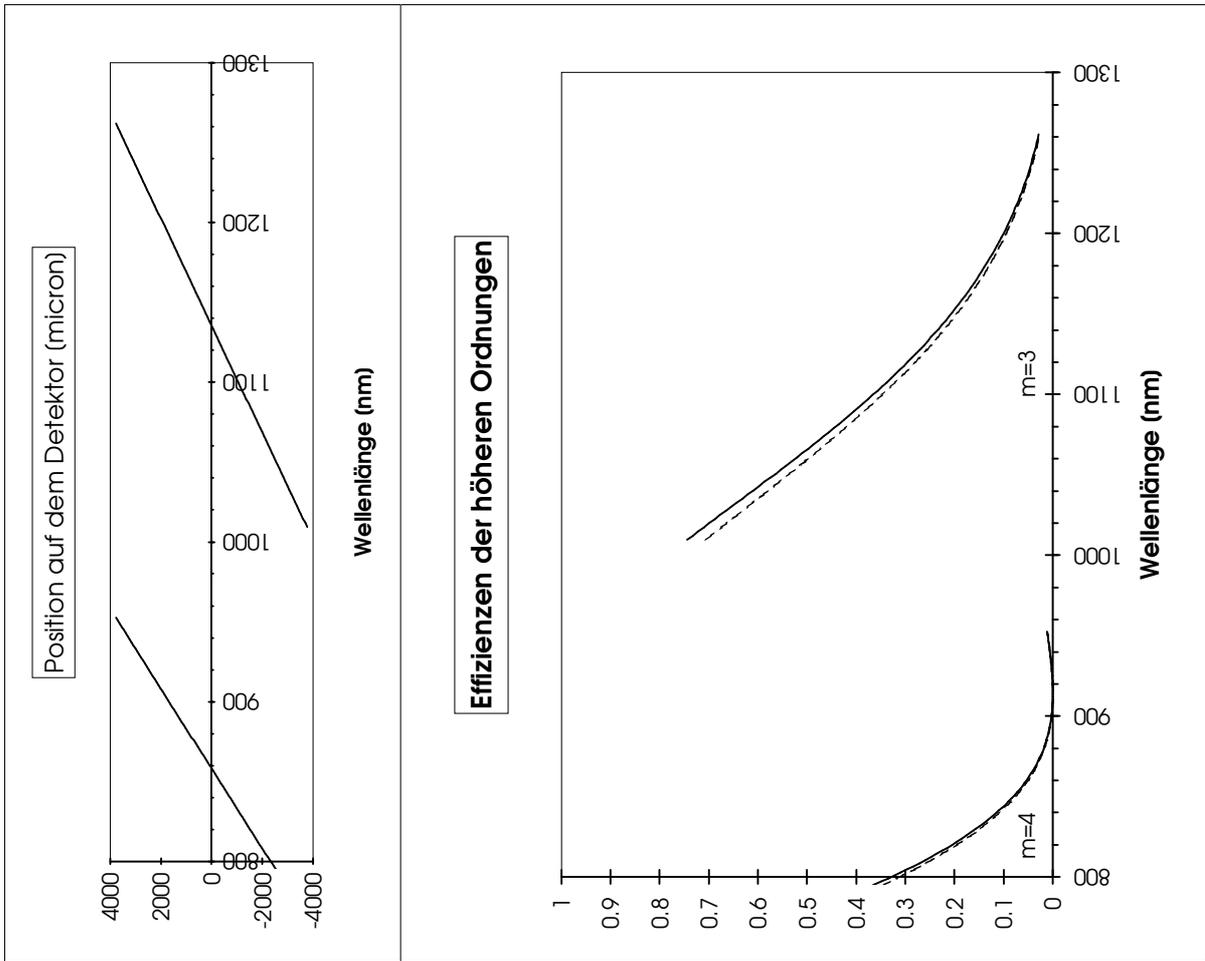
3  
 1135,344  
 914,093  
 3  
 -6638,886

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

4  
 858,034  
 695,806  
 4  
 -6554,445

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm)....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

5  
 691,758  
 564,901  
 5  
 -6508,113



GRISM-Nr. 6

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

3  
 1434.31  
 1429.172  
 3  
 -129.22  
 4  
 1090.28  
 1080.365  
 4  
 -342.077

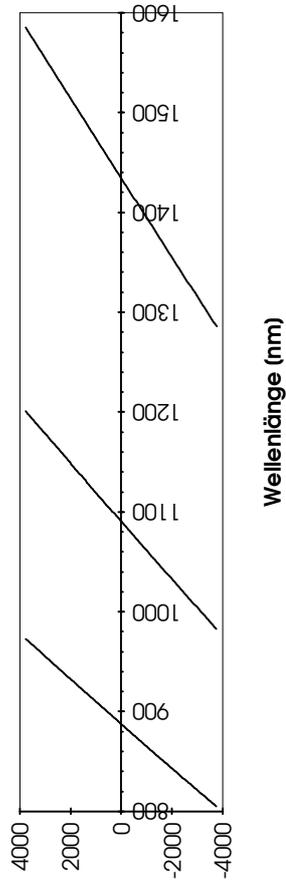
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

5  
 887.346  
 871.785  
 5  
 -697.971

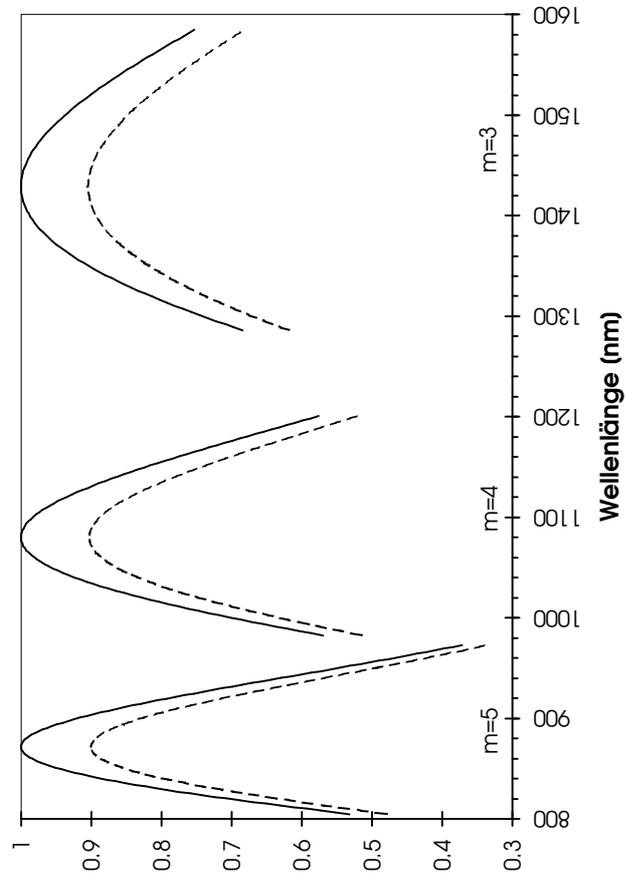
Ordnung der Effiz.-Kurvendaten  
 Geradecus-Wellenl. (in nm)....  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) ....  
 u. die jew. zugeh. Ordnung....  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor  
 (in micron).....

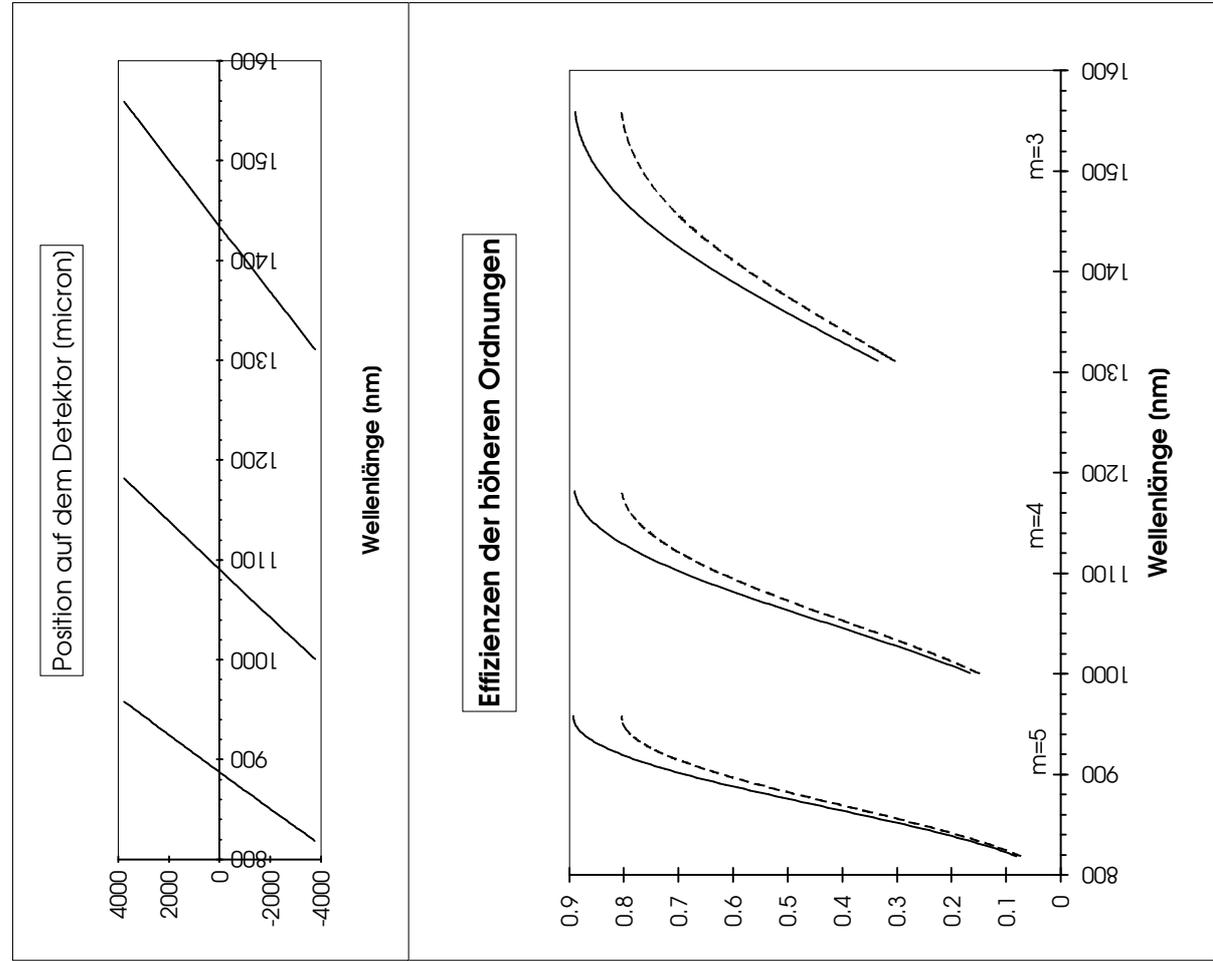
2.Furchenwinkel (in Grad).....  
 11°

Position auf dem Detektor (micron)



Effizienzen der höheren Ordnungen





GRISM-Nr. 6b

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten 3  
 Geradecus-Wellenl. (in nm).... 1434,31  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm) .... 1572,945  
 u. die jew. zugeh. Ordnung.... 3  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron)..... 4175,695

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten 4  
 Geradecus-Wellenl. (in nm).... 1090,28  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm).... 1187,592  
 u. die jew. zugeh. Ordnung.... 4  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron)..... 4004,046

Ordnung der Effiz.-Kurvendaten 5  
 Geradecus-Wellenl. (in nm).... 887,346  
 Blaze-Wellenlaenge (in nm).... 957,128  
 u. die jew. zugeh. Ordnung.... 5  
 Blaze-Pos. auf dem Detektor (in micron)..... 3711,113

2.Furchenwinkel (in Grad)..... 28.7°

## Anhang B

# Das Grism-Programm in ANSI-C

```
/*
*****
*/
          G R I S M - Programm
          in der Programmiersprache C
          Zur Berechnung der Grism - E f f i z i e n z
          in Abhaengigkeit von der Wellenlaenge und Beugungsordnung,
          die auf den Detektor faellt,
          u n d
          der linearen D i s p e r s i o n LD und A u f l o e s u n g R
          des gesamten Grism-Kamera-Systems
          in Abhaengigkeit von der Position auf dem Detektor
          ... u.v.m. (s. Bem. zur Funktionsweise des Programms in der Arbeit)
          Patrick Mueller (1994)
*****

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>

float fPhigrad, fAlphagrad, fLambda1 , fLambda2a, fLambda2b ;
float fTetagrad, fTetagrad_2, fFurchw_grad, fBlaze_Wellenlge, fPix, fW ;
float fPI ;
float fX1, fX2 ;
double dAlpharad, dPhirad, dTetarad, dTetarad_2, dFurchw_rad ;
int iM1, iM2, iFokus, iL ;
int iA ;
float fN ;
char name_E[80], name_Displ_Aufl[80], name_Well_D[80] ;

int iWahl_P, iWahl_G ;

void Eingabel()
{
    char temp[80] ;
```

```

printf("\n\tAnzahl der Furchen pro mm: ") ;
gets(temp) ;
fN = atof(temp) ;

printf("\tEinfallswinkel des Strahls, bzw. Kippwinkel ") ;
printf("\n\t\t des Grisms (in Grad): ") ;
gets(temp) ;
fAlphagrad = atof(temp) ;

printf("\tGeradeaus- bzw.Blaze-Wellenlaenge (in nm): ") ;
gets(temp) ;
fLambdal = atof(temp) ;

printf("\t.. und die zugehoerige Ordnung: m= ") ;
gets(temp) ;
iM1 = atoi(temp) ;

}

void Eingabelb()
{
char temp[80] ;

printf("\n\n\t>>Die BEUGUNGSORDNUNG, ") ;
printf("\n\t fuer die die Effizienz- (T_eff), die Dispersions- (LD), ") ;
printf("\n\t die Pixelaufloesungs-, bzw. die pixelbegr. sp. Aufloesungs-, ") ;
printf("\n\t KURVENDATEN (R_pix) berechnet werden sollen : M = ") ;

gets(temp) ;
iM2 = atoi(temp) ;

}

void Eingabe2()
{
char temp[80] ;

printf("\n\n\t>>Vorgabe eines Blaze-Winkels (in Grad): ") ;
gets(temp) ;
fTetagrad_2 = atof(temp) ;
}

void Eingabe3()
{
char temp[80] ;
int iWahl_F ;
printf("\n\n\t***** E I N G A B E 3 *****") ;
printf("\n\n\t Soll eine rechtwinklige Furchenform zur ") ;
printf("\n\t Berechnung der Effizienz angenommen werden ? ") ;

```

```

printf("\n\t ( JA = 1 , NEIN = sonst ) : " ) ;
gets(temp) ;
iWahl_F = atoi(temp) ;

switch(iWahl_F)  {

    case 1 :

        fFurchw_grad = fTetegrad_2 ;

        break ;

    default :

        printf("\n\t>>Vorgabe eines 2. Furchenwinkels : " ) ;
        gets(temp) ;
        fFurchw_grad = atof(temp) ;  }
}

void Eingabe4()

{
    char temp[80] ;

    printf("\n\n\t***** E I N G A B E  4 ***** " ) ;
    printf("\n\n\t>>Brennweite der Cameraoptik (in mm): " ) ;
    gets(temp) ;
    iFokus = atoi(temp) ;

    printf("\t>>Kantenlaenge des Detektors, " ) ;
    printf("\n\t (in Anz. der Pixel): " ) ;
    gets(temp) ;
    iL = atoi(temp) ;

    printf("\t>>Pixelgroesse (in 1.0E-6m): " ) ;
    gets(temp) ;
    fPix = atof(temp) ;

    printf("\t>>Pupillen-Durchmesser (in mm): " ) ;
    gets(temp) ;
    fW = atof(temp) ;

}

void Eingabe4b()

{
    char temp[80] ;

    printf("\n\n\t>>Gewuenshtes Wellenlaengen-Intervall " ) ;
    printf("\n\t (zur Berechnung der Effizienz- " ) ;
    printf("\n\t kurve ), in nm : " ) ;
    printf("\n\t...von: " ) ;
    gets(temp) ;
}

```

```

fLambda2a = atof(temp) ;

printf("\t...bis: ") ;
gets(temp) ;
fLambda2b = atof(temp) ;

}

void Eingabe5()

{
int iWahl ;
char temp[80] ;

printf("\n\n\t***** E I N G A B E  5 ***** ") ;
printf("\n\n\tWollen Sie die Ausgabe-Datenfiles selbst ") ;
printf("\n\t benennen ? (JA= 1, NEIN=sonst) : ") ;
gets(temp) ;

iWahl = atoi(temp) ;

switch(iWahl)  {

    case 1 :

        printf("\n\n\t>>Eingabe der Namen der Ausgabe- ") ;
        printf("\n\t  Daten-Files ... ") ;

        printf("\n\t 1. ..der Effizienz-Kurve: ") ;
        gets(name_E) ;

        printf("\n\t 2. ..der linearen Dispersions-, Pixelaufloesungs-, ") ;
        printf("\n\t      und der pixelbgr.spektr.Aufloesungs-Kurve: ") ;
        gets(name_Disp_Aufl) ;

        printf("\n\t 3. ..der Tabelle: Pos.-Detektor/Wellenl.: ") ;
        gets(name_Well_D) ;

        break ;

    default :

        {strcpy(name_E , "Effiz.txt") ;
        strcpy(name_Disp_Aufl, "DispAufl.txt") ;
        strcpy(name_Well_D, "WellDet.txt") ;}

}

float fBI_Intpol(fLamb, iWahl_)

```

```

float fLamb ;
int   iWahl_ ;

{ float fBI, fLamb_mic, fL ;
  int i ;

  fLamb_mic = fLamb/1000 ;
  fL = (1/(fLamb_mic*fLamb_mic-0.028)) ;

  switch(iWahl_) {

  case 0 :

  exit(1) ;

  case 1 :          /* ZnSe */

  fBI = 2.43642158 + (0.04684773 * fL) + (0.00417219 * fL * fL)
        + (-0.00044951 * fLamb_mic * fLamb_mic)
        + (3.428E-6 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

  break ;

  case 2 :          /* ZnS */

  fBI = 2.2589384 + (0.03196305 * fL) + (0.00081115 * fL * fL)
        + ((-1)* 0.00058879 * fLamb_mic * fLamb_mic)
        + (8.9966E-7 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

  break ;

  case 3 :          /* KRS5 */

  fBI = (float)
        (sqrt( (double)( 1 + (1.8293958*fLamb_mic*fLamb_mic)/
                        (fLamb_mic*fLamb_mic-0.0225)
                + (1.6675593*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic-0.0625)
                + (1.1210424*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic-0.1225)
                + (0.04513366*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic-0.2025)
                + (12.380234*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic-27089.737))
          )) ;

  break ;

  case 4 :          /* Harz (n.Sellmeier-Gl.) */

  fBI = (float) (sqrt( (double)( 1 + (0.55058864*fLamb_mic*fLamb_mic)/
                        (fLamb_mic*fLamb_mic-0.00168562)
                + (0.55057272*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic-0.00974308)
                + (0.5508949*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic-0.00139635)
                + ((-1)*0.10744625*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic+0.19329159)
                + ((-1)*0.10744141*fLamb_mic*fLamb_mic)/(fLamb_mic*fLamb_mic+0.19328666))
          )) ;

  break ;

```

```

case 5 :          /* Harz (n.Herzberger-Gl.) */

fBI = 1.57258711 + (0.00733184 * fL) + (-0.00032976 * fL * fL)
      + (-0.00792492 * fLamb_mic * fLamb_mic)
      + (0.00192177 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

break ;

case 6 :          /* CaF2 */

fBI = 1.42780 + (0.002267 * fL) + (-0.000069 * fL * fL)
      + (-0.0011157 * fLamb_mic * fLamb_mic)
      + (-0.00000162 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

break ;

case 7 :          /* Ca-Aluminat */

fBI = 1.64289 + (0.007860 * fL) + (-0.000231 * fL * fL)
      + (-0.0022133 * fLamb_mic * fLamb_mic)
      + (-0.00001598 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

break ;

case 8 :          /* MgO */

fBI = 1.71960 + (0.006305 * fL) + (-0.000090 * fL * fL)
      + (-0.0031356 * fLamb_mic * fLamb_mic)
      + (-0.00000770 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

break ;

case 9 :          /* BaF2 */

fBI = 1.46629 + (0.002867 * fL) + (0.000064 * fL * fL)
      + (-0.0006035 * fLamb_mic * fLamb_mic)
      + (-0.000000465 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

break ;

case 10 :         /* IRG N6 */

fBI = 1.57577849 + (0.00466838 * fL) + (-5.1373E-5 * fL * fL)
      + (-0.00256636 * fLamb_mic * fLamb_mic)
      + (-2.6187E-5 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

break ;

case 11 :         /* CdTe */

fBI = 2.68748936 + (0.12279344 * fL) + (0.01631841 * fL * fL)
      + (-0.0001427 * fLamb_mic * fLamb_mic)
      + (1.2151E-7 * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic * fLamb_mic) ;

```

```

break ;

        }

return(fBI) ;

}

double dDisp_Prism(fLamb,iWahl_)      /* Dispersion des Prismen-Materials */
/* ( dn/d(lambda) ): */
float fLamb ;                        /* Ableitung der Interpolations- */
int iWahl_ ;                          /* formeln nach der Wellenl. */

{
double dDisp_pr, dL, dLamb_mic ;

dLamb_mic = (double)(fLamb/1000) ;
dL = (1/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.028)) ;

switch(iWahl_) {

case 0:

exit(1) ;

case 1 :      /* ZnSe */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)*0.04684773 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
- ( 2 * dL*dL*dL * 0.00417219 * 2 * dLamb_mic )
+ ( 2 * (-1) * 0.00044951 * dLamb_mic)
+ ( 4 * 3.428E-6 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) ) ;

break ;

case 2 :      /* ZnS */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)* 0.03196305 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
- ( 2 * dL*dL*dL *0.00081115 * 2 * dLamb_mic )
+ ( 2 * (-1) * 0.00058879 * dLamb_mic)
+ ( 4 * 8.9966E-7 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) ) ;

break ;

case 3:      /* KRS5 */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( (dLamb_mic /(fBI_Intpol(fLamb,iWahl_)))
* ((1.8293958/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.0225))
*(1-((dLamb_mic*dLamb_mic)/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.0225)))
+ (1.6675593/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.0625))
*(1-((dLamb_mic*dLamb_mic)/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.0625)))

```

```

+ (1.1210424/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.1225))
*(1-((dLamb_mic*dLamb_mic)/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.1225)))
+ (0.04513366/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.2025))
*(1-((dLamb_mic*dLamb_mic)/(dLamb_mic*dLamb_mic-0.2025)))
+ (12.380234/(dLamb_mic*dLamb_mic-27089.737))
*(1-((dLamb_mic*dLamb_mic)/(dLamb_mic*dLamb_mic-27089.737))) );

break ;

case 6:      /* CaF2 */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)*0.002267 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
- ( 2 * dL*dL*dL * (-1)*0.000069 * 2 * dLamb_mic )
+ ( 2 * (-1) * 0.0011157 * dLamb_mic)
+ (4 * (-1)*0.00000162 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) );

break ;

case 7:      /* Ca-Aluminat */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)*0.007860 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
- ( 2 * dL*dL*dL * (-1)*0.000231 * 2 * dLamb_mic )
+ ( 2 * (-1) * 0.0022133 * dLamb_mic)
+ (4 * (-1)*0.00001598 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) );

break ;

case 8:      /* MgO */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)*0.006305 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
- ( 2 * dL*dL*dL * (-1)*0.000090 * 2 * dLamb_mic )
+ ( 2 * (-1) * 0.0031356 * dLamb_mic)
+ (4 * (-1)*0.00000770 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) );

break ;

case 9:      /* BaF2 */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)*0.002867 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
- ( 2 * dL*dL*dL * 0.000064 * 2 * dLamb_mic )
+ ( 2 * (-1) * 0.0006035 * dLamb_mic)
+ (4 * (-1)*0.000000465 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) );

break ;

case 10 :    /* IRG N6 */

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)*0.00466838 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
- ( 2 * dL*dL*dL * (-1)* 5.1373E-5 * 2 * dLamb_mic )
+ ( 2 * (-1) * 0.00256636 * dLamb_mic)
+ (4 * (-1)* 2.6187E-5 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) );

break ;

case 11 :    /* CdTe */

```

```

dDisp_pr = 1.0E-3 * ( ((-1)*0.12279344 * dL*dL * 2 * dLamb_mic)
                  - ( 2 * dL*dL*dL * 0.01631841 * 2 * dLamb_mic )
                  + ( 2 * (-1) * 0.0001427 * dLamb_mic)
                  + (4 * 1.2151E-7 * dLamb_mic * dLamb_mic * dLamb_mic ) ) ;

break ;

    }

return(dDisp_pr) ;

}

double grad_rad(fx)
float fx;
{ double dy ;
  dy = (fx / 360) * (2 * fPI) ;
  return(dy) ;
}

double rad_grad(fx)
float fx;
{ double dz ;
  dz = (fx * 360) / (2 * fPI) ;
  return(dz) ;
}

double dC_f(dAlph_r,dPhi_r,fLamb_)
double dAlph_r,dPhi_r;
float fLamb_ ;
{ double dCa, dCb, dCc, dCd ;
  float fNp ;
  dCd = sin(dAlph_r) ;
  dCa = cos(dPhi_r) * dCd ;
  fNp = fBI_Intpol(fLamb_,iWahl_P) ;
  dCc = (double) (fNp * fNp) - (dCd * dCd) ;
  dCb = sin(dPhi_r) * sqrt(dCc) ;
  return (dCa + dCb) ;
}

double dB(iM,fWellenl)
int iM;
float fWellenl;
{ double dy ;
  dy = (double) ( 1.0E-6 * iM) * (double) (fWellenl * fN) ;
  return(dy) ;
}

float fLamb_ger_f(iM1_,iM2_,dAlpha_r,fLamb_m1,fLamb_m2)
int iM1_, iM2_ ;
float fLamb_m1, fLamb_m2 ;

```

```
double dAlpha_r ;

{ float fLamb_gerade ;
  double dNp_m1, dNp_m2, dArg1, dArg2 ;

  dNp_m1 = (double) fBI_Intpol(fLamb_m1, iWahl_P) ;
  dNp_m2 = (double) fBI_Intpol(fLamb_m2, iWahl_P) ;
  dArg1 = (dNp_m1 * dNp_m1) - (sin(dAlpha_r) * sin(dAlpha_r)) ;
  dArg2 = (dNp_m2 * dNp_m2) - (sin(dAlpha_r) * sin(dAlpha_r)) ;
  fLamb_gerade = ((iM1_ * fLamb_m1) / iM2_) *
    ( (sqrt(dArg2) - cos(dAlpha_r)) /
      (sqrt(dArg1) - cos(dAlpha_r)) ) ;

  return(fLamb_gerade) ;
}
```

```
double dBeugungsw_rad(dPhi_r, dAlpha_r, iM_, fLamb)
double dPhi_r, dAlpha_r;
int iM_ ;
float fLamb ;

{ double dEpsilon_rad, dF2 ;
  dF2 = dC_f(dAlpha_r, dPhi_r, fLamb) - dB(iM_, fLamb) ;
  iA = 0 ;

  if (dF2 <= 1.0 && dF2 >= -1.0)
    dEpsilon_rad = dPhi_r - asin(dF2) ;

  else { dEpsilon_rad = 0 ;
        iA = 1 ;
        }

  return(dEpsilon_rad) ;
}
```

```
double dEffektiv(fLamb_, iM_, dTetarad_, dFurchenw_r)
float fLamb_ ;
double dTetarad_, dFurchenw_r ;
int iM_ ;

{ double dK, dEpsilon2_rad, dL, dGamma, dR, dC, dG, dS2, dEff ;
  double dDelta, db_eff, d_D, dTransm_g ;
  float fNg ;

  fNg = fBI_Intpol(fLamb_, iWahl_G) ;
  dDelta = asin( dC_f(dAlpharad, dPhirad, fLamb_) / fNg ) ;

  dEpsilon2_rad = dBeugungsw_rad(dPhirad, dAlpharad, iM_, fLamb_) ;
  d_D = (dPhirad - dFurchenw_r) ;

  /* Fall 1 , alle db_eff sind normiert! */
  if (dDelta <= dFurchenw_r && dEpsilon2_rad >= d_D)

  { db_eff = (cos(dFurchenw_r) / cos(dFurchenw_r - dTetarad_)) ;
```

```

}

/* Fall 2 */
if (dDelta <= dFurchenw_r && dEpsilon2_rad < d_D)

{
    db_eff = ( cos(dEpsilon2_rad - dPhirad) /
              cos(dPhirad - dEpsilon2_rad - dTetarad_) ) ;
}

/* Fall 3 */
if (dDelta >= dFurchenw_r && dEpsilon2_rad >= d_D)

{
    db_eff = (cos(dDelta)/cos(dDelta-dTetarad_) ) ;
}

/* Fall 4 */
if (dDelta >= dFurchenw_r && dEpsilon2_rad < d_D )

{
    db_eff = (cos(dDelta)/cos(dDelta-dTetarad_))
              + ( cos(dEpsilon2_rad - dPhirad) /
                  cos(dPhirad - dEpsilon2_rad - dTetarad_) )
              - (cos(dFurchenw_r)/cos(dFurchenw_r-dTetarad_) ) ;
}

dTransm_g = db_eff * ( cos(dDelta - dTetarad_) / cos(dDelta) ) ;

dK = (float)((1.0E6/fN) * (fPI / fLamb_)) * db_eff ;

if (iA == 0)
{
    dL = dTetarad_ - dPhirad + dEpsilon2_rad ;
    dC = dC_f(dAlpharad,dPhirad,fLamb_) ;
    dG = (fNg * fNg) - (dC * dC) ;
    dS2 = (sin(dTetarad_) * sqrt(dG) ) - (cos(dTetarad_) * dC ) ;
    dGamma = dK * ( sin(dL) - dS2 ) ;
    dR = sin(dGamma) ;
    dEff = ( dTransm_g * ( (dR * dR) / (dGamma * dGamma) ) ) ;
    return (dEff) ;
}
else
{
    return 0.0 ;
}
}

double Blaze_Winkel(fLamb,iM_)
float fLamb ;
int iM_ ;

{
    double dC, dH, dF1, dG, dE, dI, dTeta_rad ;
    float fNg ;

    dC = dC_f(dAlpharad,dPhirad,fLamb) ;
    dF1 = dC - dB(iM_,fLamb) ;
    dH = 1.0 - (dF1 * dF1) ;
}

```

```

    fNg = fBI_Intpol(fLamb,iWahl_G) ;
    dG = (double)(fNg * fNg) - (dC * dC) ;
    dE = sqrt(dG) - sqrt(dH) ;
    dI = (double) ( dB(iM_,fLamb) / dE) ;
    dTeta_rad = atan(dI) ;
    return(dTeta_rad) ;
}

double dDetek_pos(iFok_,dEpsil_trsf_r)
int    iFok_ ;
double dEpsil_trsf_r ;
{
    double d_X ;
    d_X = 1.0E3 * iFok_ * tan(dEpsil_trsf_r) ;
    return(d_X) ;
}

double dBlaze_Wellenl_f(dTetarad_2_,fLamb,iM_)
double dTetarad_2_ ;
float fLamb ;
int iM_ ;

{
    double dT, dC, dG, dO, dV, dW, dWx, dLamb_B1 ;
    float fNg ;

    dT = tan(dTetarad_2_) ;
    dC = dC_f(dAlpharad,dPhirad,fLamb) ;
    fNg = fBI_Intpol(fLamb,iWahl_G) ;
    dG = (double)(fNg * fNg) - (dC * dC) ;
    dO = ( dC * dT + sqrt(dG) ) ;
    dWx = (double)( (dO * dO) + ((dT * dT) + 1.0) * ( 1.0 - (fNg * fNg) ) ) ;
    dW = sqrt(dWx) ;
    dV = (double) ( ( 1.0E-6 * fN * iM_ * ((dT* dT)+1.0) ) / dT ) ;

    dLamb_B1 = (dO - dW) / dV ;

    return(dLamb_B1) ;
}

float fWellenl_Det(fX_,iM_,iFok_,fLamb_st)
int iM_, iFok_ ;
float fX_, fLamb_st ;

{
    int i ;
    float fWellenl_D, fLambdaN, fLambdaN_1, fLambdaC, fRel_G ;
    double dC ;

    fLambdaN = fLamb_st ;

    for (i=0;i<8000;i++)
    {

```

```

fLambdaN_1 = fLambdaN ;
dC = dC_f(dAlpharad,dPhirad,fLambdaN) ;
fLambdaN = (float)( ((1.0E6/fN) / iM_)
                  * (dC - sin(dPhirad + dAlpharad -(double)(1.0E-3* fX_/iFok_))));

if (fLambdaN >= fLambdaN_1)
    { fLambdaC = fLambdaN_1 + ( (fLambdaN - fLambdaN_1) / 2 ) ;
      fRel_G = ((fLambdaN - fLambdaN_1)/fLambdaC) ;
      if (fRel_G < 1.0E-4) break ;
    }

else { fLambdaC = fLambdaN + ( (fLambdaN_1 - fLambdaN) / 2 ) ;
      fRel_G = ((fLambdaN_1 - fLambdaN)/fLambdaC) ;
      if (fRel_G < 1.0E-4) break ;
    }

}

fWellenl_D = fLambdaN ;
return(fWellenl_D) ;

}

double dL_Dispersion(dPhi_r, dAlpha_r, iM3_, iFok_, fX_ )
double dPhi_r, dAlpha_r ;
float fX_ ;
int iM3_, iFok_ ;
{
float fLamb, fLambda_c ;
double dL_Dis ;

fLambda_c = (float)(fLambda1/iM3_) ;
fLamb = fWellenl_Det(fX_,iM3_,iFok_,fLambda_c) ;
dL_Dis = ((1.0E3 * iFok_) /
          ( cos(dPhi_r + dAlpha_r -(double)((fX_ * 1.0E-3)/iFok_) ))
          * ((double)( iM3_ * fN * 1.0E-6) - sin(dPhi_r)
            * dDisp_Prism(fLamb,iWahl_P) ) ) ;

return(dL_Dis) ;

}

double dSp_Aufl_Pixbgr(fLamb_, fX_, iM_, iFok_, fPix_)
float fLamb_, fX_, fPix_ ;
int iFok_, iM_ ;

{
double dS_Aufl_Pix ;

dS_Aufl_Pix = fLamb_ * dL_Dispersion(dPhirad,dAlpharad,iM_,iFok_,fX_)
              / (2 * fPix_) ;
}

```

```

    return(dS_Aufl_Pix) ;

}

float fSp_Aufl_Pupbgr (iM_, fW_, fLamb)

float fW_, fLamb ;
int iM_ ;

{
    double dNP_2, dSin_2, dC ;
    float fNp, fS_Aufl_Pup ;

    fNp = fBI_Intpol(fLamb,iWahl_P) ;
    dNP_2 = (double) (fNp * fNp) ;
    dSin_2 = sin(dAlpharad) * sin(dAlpharad) ;
    dC = dC_f(dAlpharad,dPhirad,fLamb) ;
    fS_Aufl_Pup = (float) ( (iM_ * fN) * sqrt( (dNP_2 - dSin_2) / (dNP_2 - (dC * dC)) )
                          * ( fW_ / cos(dAlpharad) ) ) ;

    return(fS_Aufl_Pup) ;

}

double dFresnel_trans_ges(d_Alpha_r, fLamb_, fBlaz_W)
double d_Alpha_r ;
float fLamb_, fBlaz_W ;

{
    double dTrans_fr, dTrans_s_1, dTrans_p_1 ;
    double dTrans_s_2, dTrans_p_2 ;
    double dTrans_s, dTrans_p ;
    double dGamma, dDelta, d_Diff1, d_Sum1, d_Diff2, d_Sum2 ;
    double d_i, dEta, dC ;
    float fNp, fNg, fNG, fNP, f_Lambda ;

    fNp = fBI_Intpol(fLamb_,iWahl_P) ;
    fNg = fBI_Intpol(fLamb_,iWahl_G) ;

    dGamma = asin((double) (sin(d_Alpha_r)/fNp)) + dPhirad ;
    dDelta = asin( (double) (fNp/fNg) * sin(dGamma) ) ;

    d_Diff1 = dGamma - dDelta ;
    d_Sum1 = dGamma + dDelta ;
    dTrans_s_1 = 1.0 - ( ( sin(d_Diff1)*sin(d_Diff1) ) / ( sin(d_Sum1)*sin(d_Sum1) ) ) ;
    dTrans_p_1 = 1.0 - ( ( tan(d_Diff1)*tan(d_Diff1) ) / ( tan(d_Sum1)*tan(d_Sum1) ) ) ;

    f_Lambda = fBlaz_W ;
    dC = dC_f(d_Alpha_r,dPhirad,f_Lambda) ;
    fNG = fBI_Intpol(f_Lambda,iWahl_G) ;

    d_i = asin( sin(dTetarad_2) * sqrt((double) (1.0-((dC*dC)/(fNG * fNG))) )
              - ((dC/fNG)*cos(dTetarad_2)) ) ;

    dEta = asin( (double) (fNG * sin(d_i)) ) ;

```

```

d_Diff2 = d_i - dEta ;
d_Sum2  = d_i + dEta ;

dTrans_s_2 = 1 - ( ( sin(d_Diff2)*sin(d_Diff2) ) / ( sin(d_Sum2)*sin(d_Sum2) ) ) ;
dTrans_p_2 = 1 - ( ( tan(d_Diff2)*tan(d_Diff2) ) / ( tan(d_Sum2)*tan(d_Sum2) ) ) ;

dTrans_s = dTrans_s_1 * dTrans_s_2 ;
dTrans_p = dTrans_p_1 * dTrans_p_2 ;

dTrans_fr = (double)((dTrans_s + dTrans_p) / 2) ;

return(dTrans_fr) ;
}

double dFresnel_trans_pr_g(d_Alpha_r, fLamb_)
double d_Alpha_r ;
float fLamb_ ;

{ double dTrans_fr_1, dTrans_s_1, dTrans_p_1 ;
double dGamma, dDelta, d_Diff1, d_Sum1 ;
float fNp, fNg ;

fNp = fBI_Intpol(fLamb_, iWahl_P) ;
fNg = fBI_Intpol(fLamb_, iWahl_G) ;

dGamma = asin((double)(sin(d_Alpha_r)/fNp)) + dPhirad ;
dDelta = asin( (double)(fNp/fNg) * sin(dGamma) ) ;

d_Diff1 = dGamma - dDelta ;
d_Sum1  = dGamma + dDelta ;
dTrans_s_1 = 1 - ( ( sin(d_Diff1)*sin(d_Diff1) ) / ( sin(d_Sum1)*sin(d_Sum1) ) ) ;
dTrans_p_1 = 1 - ( ( tan(d_Diff1)*tan(d_Diff1) ) / ( tan(d_Sum1)*tan(d_Sum1) ) ) ;

dTrans_fr_1 = (dTrans_s_1 + dTrans_p_1) / 2 ;

return(dTrans_fr_1) ;

}

void Totalrefl(fLamb, dTetarad_)
float fLamb ;
double dTetarad_ ;

{
float fTot1, fTot2, fNg ;
double dC ;

dC = dC_f(dAlpharad, dPhirad, fLamb) ;
fNg = fBI_Intpol(fLamb, iWahl_G) ;

fTot1 = (float)(dC/fNg) ;

if (fTot1 > 1)
{

```

```

printf("\n\tTOTALREFLEKTION an der Grenzflaeche PRISMA/GITTER, ") ;
printf("\n\tbei der Wellenlaenge : %.3f nm \n",fLamb) ;
exit(1) ;
}
else
{
fTot2 = (float)(sin(dTetarad_) * sqrt( (double)((fNg*fNg) - (dC*dC)) )
- cos(dTetarad_) * dC ) ;
if (fTot2 > 1)
{
printf("\n\tTOTALREFLEKTION an den FURCHEN des Gitters, ") ;
printf("\n\tbei der Wellenlaenge : %.3f nm \n",fLamb) ;
exit(1) ;
}
}
}

void Ausgabel(fPhi_gr_,fTeta_gr_)
float fPhi_gr_,fTeta_gr_;

{ printf("\n\t***** ZWISCHENERGEBNIS 1 *****") ;
printf("\n\t1. Der ges. Prismenwinkel betraegt ") ;
printf("\n\t (in Grad): %.3f",fPhi_gr_);
printf("\n\t2. Der optimale Blaze-Winkel betraegt ") ;
printf("\n\t (in Grad): %.3f",fTeta_gr_);
}

void Ausgabe2(fBlaz_Well)
float fBlaz_Well ;

{
printf("\n\t***** E R G E B N I S 2 *****") ;
printf("\n\t3. >>Die Blaze-Wellenlaenge betraegt dann ") ;
printf("\n\t (in nm): %.3f ",fBlaz_Well) ;
}

void Ausgabe3(fBlaz_Well,fBlaze_Rich_trsf_gr,fBlaze_Pos_D_,
fBeugungsr_m0_trsf_gr,fBeug_Pos_m0_D_,
fPupbgr_sA1,fPupbgr_sA2,fPupbgr_sA_M,f_Well_)

float fBlaz_Well, f_Well_ ;
float fBlaze_Rich_trsf_gr, fBlaze_Pos_D_ ;
float fBeugungsr_m0_trsf_gr, fBeug_Pos_m0_D_ , fPupbgr_sA1 ;
float fPupbgr_sA2, fPupbgr_sA_M ;

{
printf("\n\t***** E R G E B N I S 3 *****") ;
printf("\n\t4. >>Die zugehoerige Blaze-Richtung ") ;
printf("\n\t (zur Blaze-Wellenl.= %.3f Gr. , ",fBlaz_Well) ;
printf("\n\t und fuer die Blaze-Ordnung m= %i ) ",iM1) ;
printf("\n\t betraegt dann (in Grad): %.3f",fBlaze_Rich_trsf_gr);
if (fBlaze_Pos_D_ < fX1 || fBlaze_Pos_D_ > fX2)

```

```

    { printf("\n\t5. ..wobei die Blaze-Pos. in der Fokalebene ausser-") ;
      printf("\n\t    halb des Det. liegt (in 1.0E-6m): x= %.3f",
              fBlaze_Pos_D_) ;
    }
    else
    { printf("\n\t5. ..was folg. Blaze-Position auf dem Detektor") ;
      printf("\n\t    entspricht (in 1.0E-6m): %.3f",fBlaze_Pos_D_) ;
    }
    printf("\n\t6. Der Winkel des nullten Beugungsmaximums ist,") ;
    printf("\n\t    bei %.0f nm, (in Grad): %.3f",f_Well_,fBeugungsr_m0_trsf_gr) ;
    if (fBeug_Pos_m0_D_ < fX1 || fBeug_Pos_m0_D_ > fX2)
    { printf("\n\t7. ..wobei die zug. Pos. in der Fokalebene ausser-") ;
      printf("\n\t    halb des Detektors liegt (in 1.0E-6m): x= %.3f",
              fBeug_Pos_m0_D_) ;
    }
    else
    { printf("\n\t7. ..was folg. x-Position auf dem Detektor") ;
      printf("\n\t    entspricht (in 1.0E-6m): %.3f",fBeug_Pos_m0_D_) ;
    }
    printf("\n\t8. Die pupillenbgr. spektrale Aufloesung betraegt..." ) ;
    printf("\n\t    ...fuer die %i-te Ordnung und ... ",iM2) ;
    printf("\n\t    a) fuer das untere Detektor-Ende : %.3f ",fPupbgr_sA1) ;
    printf("\n\t    b) fuer die Detektor-Mitte           : %.3f ",fPupbgr_sA_M) ;
    printf("\n\t    c) fuer das obere Detektor-Ende   : %.3f \n",fPupbgr_sA2) ;
}

```

```

void File_Daten1(fp_X1)
FILE *fp_X1 ;
{
    if (iWahl_P == 1 ) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : ZnSe \n") ;    }

    if (iWahl_P == 2 ) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : ZnS \n") ;    }

    if (iWahl_P == 3 ) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : KRS5 \n") ;    }

    if (iWahl_P == 6 ) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : CaF2 \n") ;    }

    if (iWahl_P == 7 ) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : Ca-Aluminat \n") ;    }

    if (iWahl_P == 8 ) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : MgO \n") ;    }

    if (iWahl_P == 9 ) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : BaF2 \n") ;    }

    if (iWahl_P == 10) {
        fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : IRG N6 \n") ;    }

    if (iWahl_P == 11 ) {

```

```

fprintf(fp_X1,"Material des Prismas : CdTe \n") ;      }

if (iWahl_G == 1 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : ZnSe \n") ;      }

if (iWahl_G == 2 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : ZnS \n") ;      }

if (iWahl_G == 3 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : KRS5 \n") ;      }

if (iWahl_G == 4 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : Harz \n") ;      }

if (iWahl_G == 5 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : Harz \n") ;      }

if (iWahl_G == 6 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : CaF2 \n") ;      }

if (iWahl_G == 7 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : Ca-Aluminat \n") ;      }

if (iWahl_G == 8 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : MgO \n") ;      }

if (iWahl_G == 9 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : BaF2 \n") ;      }

if (iWahl_G == 10) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : IRG N6 \n") ;      }

if (iWahl_G == 11 ) {
fprintf(fp_X1,"Material des Gitters : CdTe \n") ;      }

fprintf(fp_X1,"Brechungsindex des Prismas bzw. \n") ;
fprintf(fp_X1,"des Gitters, bei %.0f nm : \n",fLambda1) ;
fprintf(fp_X1,"                Np = %10.3f \n",fBI_Intpol(fLambda1,iWahl_P)) ;
fprintf(fp_X1,"                Ng = %10.3f \n",fBI_Intpol(fLambda1,iWahl_G)) ;
fprintf(fp_X1,"Anzahl der Furchen pro mm..... %10.2f \n",fN) ;
fprintf(fp_X1,"Prismenwinkel (in Grad)..... %10.3f \n",fPhigrad) ;
fprintf(fp_X1,"Kippwinkel des Grisms (Grad).. %10.3f \n",fAlphagr) ;

}

void File_Daten2(fp_X2)
FILE *fp_X2 ;
{ fprintf(fp_X2,"\nBrennweite der Camera (in mm) %10i \n",iFokus) ;
  fprintf(fp_X2,"Detektor-Laenge (in Pixel).... %10i \n",iL) ;
  fprintf(fp_X2,"Pixelgroesse (in micron)..... %10.3f \n\n",fPix) ;

}

void File_Daten3(fp_X3,fBlaze_Pos_D_,fBeug_Pos_m0_D_,fWell_)

```

```

FILE *fp_X3 ;
float fBlaze_Pos_D_, fBeug_Pos_m0_D_, f_Well_ ;
{
  fprintf(fp_X3, "\nGeradeaus-Wellenl. (in nm).... %10.3f \n", fLambda1) ;
  fprintf(fp_X3, "Blaze-Wellenlaenge (in nm).... %10.3f \n", fBlaze_Wellenlge) ;
  fprintf(fp_X3, "u. die jew. zueh. Ordnung.... %10i \n", iM2) ;
  if (fBlaze_Pos_D_ < fX1 || fBlaze_Pos_D_ > fX2)
  {
    fprintf(fp_X3, "Blaze-Pos. ausserhalb \n") ;
    fprintf(fp_X3, "des Detektors (in micron)..... %10.3f \n", fBlaze_Pos_D_) ;
  }
  else
  {
    fprintf(fp_X3, "Blaze-Pos. auf dem Detektor \n") ;
    fprintf(fp_X3, "(in micron)..... %10.3f \n", fBlaze_Pos_D_) ;
  }

  if (fBeug_Pos_m0_D_ < fX1 || fBeug_Pos_m0_D_ > fX2)
  {
    fprintf(fp_X3, "Pos. des 0-ten Beugungsmax. \n" ) ;
    fprintf(fp_X3, "(fuer %.0f nm ) \n", f_Well_) ;
    fprintf(fp_X3, "ausserh. des Det.(in micron).. %10.3f \n\n", fBeug_Pos_m0_D_) ;
  }
  else
  {
    fprintf(fp_X3, "Position des 0-ten Beugungsmax. \n" ) ;
    fprintf(fp_X3, "(fuer %.0f nm ) \n", f_Well_) ;
    fprintf(fp_X3, "auf d. Detektor (in micron)... %10.3f \n\n", fBeug_Pos_m0_D_) ;
  }
}

void File_Daten3b(fp_X3b, fBeug_Pos_m0_D_, f_Well_)
FILE *fp_X3b ;
float fBeug_Pos_m0_D_ , f_Well_ ;
{
  fprintf(fp_X3b, "\nGeradeaus-Wellenl. (in nm).... %10.3f \n", fLambda1) ;
  fprintf(fp_X3b, "u. die zueh. Ordnung..... %10i \n", iM2) ;

  if (fBeug_Pos_m0_D_ < fX1 || fBeug_Pos_m0_D_ > fX2)
  {
    fprintf(fp_X3b, "Pos. des 0-ten Beugungsmax. \n" ) ;
    fprintf(fp_X3b, "(fuer %.0f nm ) \n", f_Well_) ;
    fprintf(fp_X3b, "ausserh. des Det.(in micron).. %10.3f \n\n", fBeug_Pos_m0_D_) ;
  }
  else
  {
    fprintf(fp_X3b, "Position des 0-ten Beugungsmax. \n" ) ;
    fprintf(fp_X3b, "(fuer %.0f nm ) \n", f_Well_) ;
    fprintf(fp_X3b, "auf d. Detektor (in micron)... %10.3f \n\n", fBeug_Pos_m0_D_) ;
  }
}

main()
{

FILE *fp_E ;
FILE *fp_Dispa_Aufl ;

```

```

FILE *fp_Well_D ;

int i,j,r ;
int iM ;
int iWahl_E, iWahl_Blaze, iNr ;
char Temp[80] ;

float fLambdax, fLambda2x, f_sw, f_sw2 ;
float fXx ;
float fBlaze_Richtg_trsf_gr, fBlaze_Pos_Det ;
float fBeugungsr_m_0_trsf_gr, fBeug_Pos_m0_Det ;
double dBlaze_Richtg_trsf_rad, dBeugungsr_m_0_trsf_rad ;
float fWell, fWell1, fWell2, fWell_M, f_Well_M_m2, fPixelaufl ;
float fPupbgr_spAuf1, fPupbgr_spAuf2, fPupbgr_spAuf_M ;
float fNP ;
float fLambdaN, fLambdaN_1 ;
double dDif_Betrag , dL_Displ ;

fPI = 3.1415927 ;

printf("\n\n\t***** E I N G A B E 1 ***** ") ;

printf("\n\n\t >>Grism-Nummer : ") ;
gets(Temp) ;
iNr = atoi(Temp) ;

printf("\n\n\t Wahl des optischen Materials fuer das Prisma... ") ;

printf("\n\n\t 0 = Abbruch ") ;

printf("\n\t 1 = ZnSe ") ;
printf("\n\t 2 = ZnS ") ;
printf("\n\t 3 = KRS5 ") ;

printf("\n\t 6 = CaF2 ") ;
printf("\n\t 7 = Ca-Aluminat ") ;
printf("\n\t 8 = MgO ") ;
printf("\n\t 9 = BaF2 ") ;
printf("\n\t10 = IRG N6 ") ;
printf("\n\t11 = CdTe ") ;

printf("\n\t Treffen Sie nun Ihre Wahl: ") ;

gets(Temp) ;
iWahl_P = atoi(Temp) ;

printf("\n\n\t Wahl des optischen Materials fuer das Gitter... ") ;

printf("\n\t 0 = Abbruch ") ;

printf("\n\n\t 1 = ZnSe ") ;

```

```

printf("\n\t 2 = ZnS  ") ;
printf("\n\t 3 = KRS5 ") ;

printf("\n\n\t 4 = Harz (Disp.-Gl. n. Sellmeier)") ;
printf("\n\t 5 = Harz (Disp.-Gl. n. Herzberger)") ;

printf("\n\n\t 6 = CaF2 ") ;
printf("\n\t 7 = Ca-Aluminat ") ;
printf("\n\t 8 = MgO ") ;
printf("\n\t 9 = BaF2 ") ;
printf("\n\t10 = IRG N6 ") ;
printf("\n\t11 = CdTe ") ;

printf("\n\t Treffen Sie nun Ihre Wahl: ") ;

gets(Temp) ;
iWahl_G = atoi(Temp) ;

Eingabel() ;
Eingabelb() ;

dAlpharad = grad_rad(fAlphagrad) ;

fNP = fBI_Intpol(fLambda1,iWahl_P) ;
dPhirad = asin( dB(iM1,fLambda1) /
               (sqrt((double)(fNP*fNP)-sin(dAlpharad)*sin(dAlpharad))-cos(dAlpharad))) ;
fPhigrad = (float)rad_grad(dPhirad) ;

dTetarad = Blaze_Winkel(fLambda1,iM1) ;
fTetagrada = (float) rad_grad((float)dTetarad) ;

Ausgabel(fPhigrad,fTetagrada) ;

Totalrefl(fLambda1,dTetarad) ;

if (iM2 != iM1)
  { float fLambdaN, fLambdaN_1 ;

    fLambdaN = (iM1 * fLambda1) / iM2 ;

    for (i=0;i<8000;i++)

      {
        fLambdaN_1 = fLambdaN ;
        fLambdaN = fLamb_ger_f(iM1,iM2,dAlpharad,fLambda1,fLambdaN) ;
        dDif_Betrag = fabs ((double)(fLambdaN - fLambdaN_1)) ;
        if (dDif_Betrag < 1.0E-2 ) break ;
      }

    fLambda1 = fLambdaN ;
  }

```

```

    }

printf("\n\n\t***** E I N G A B E  2 ***** ");

printf("\n\n\t Wollen Sie einen anderen Blaze-Winkel " ) ;
printf("\n\t vorgeben ? (JA =1 , NEIN = sonst) : " ) ;
gets(Temp) ;
iWahl_Blaze = atoi(Temp) ;

switch(iWahl_Blaze)  {

    case 1 :

        Eingabe2() ;
        dTetarad_2 = grad_rad(fTetegrad_2) ;

        if (iWahl_G == 5) {
            fBlaze_Wellenlge = (float) (dBlaze_Wellenl_f(dTetarad_2,fLambda1,iM2)) ; }

        else {

            fLambdaN = fLambda1 ;

            for (i=0;i<8000;i++)
            {
                fLambdaN_1 = fLambdaN ;
                fLambdaN = (float) (dBlaze_Wellenl_f(dTetarad_2,fLambdaN,iM2)) ;
                dDif_Betrag = fabs ((double)(fLambdaN - fLambdaN_1)) ;
                if (dDif_Betrag < 1.0E-2 ) break ;

            }

            fBlaze_Wellenlge = fLambdaN ;

        }

        Ausgabe2(fBlaze_Wellenlge) ;

        break ;

    default :

        dTetarad_2 = dTetarad ;
        fTetegrad_2 = fTetegrad ;

        fBlaze_Wellenlge = fLambda1 ;

        Ausgabe2(fBlaze_Wellenlge) ;

    }

Totalrefl(fLambda1,dTetarad_2) ;
Totalrefl(fBlaze_Wellenlge,dTetarad_2) ;

```

```

Eingabe3() ;
dFurchw_rad = grad_rad(fFurchw_grad) ;

Eingabe4() ;

fX1 = (-iL/2) * fPix ;
fX2 = ( iL/2) * fPix ;

fWell1 = fWellenl_Det(fX1,iM2,iFokus,fLambdal) ;
fWell2 = fWellenl_Det(fX2,iM2,iFokus,fLambdal) ;

printf("\n\n\t Wollen Sie den Wellenlaengen-Bereich, fuer den die ") ;
printf("\n\t Effizienz-Kurvendaten ber. werden sollen, ") ;
printf("\n\t selbst vorgeben ? (JA = 1 , NEIN = sonst) : ") ;
gets(Temp) ;
iWahl_E = atoi(Temp) ;

switch(iWahl_E) {

    case 1 :

        Eingabe4b() ;

        f_sw = (fLambda2b - fLambda2a) / 200 ;

        break ;

    default :

        f_sw = (fWell2 - fWell1) / 200 ;
        fLambda2a = fWell1 ;
}

fLambdax = fLambda2a - f_sw ;
for (i=0;i<201;i++)
    { fLambdax = fLambdax + f_sw ;
      Totalrefl(fLambdax,dTetarad) ;
    }

Eingabe5() ;

dBlaze_Richtg_trsf_rad = dBeugungsw_rad(dPhirad,dAlpharad,iM2,fBlaze_Wellenlge)
                        + dAlpharad ;
fBlaze_Richtg_trsf_gr = (float)(rad_grad( (float)(dBlaze_Richtg_trsf_rad) ));
fBlaze_Pos_Det = (float)( dDetek_pos(iFokus,dBlaze_Richtg_trsf_rad) ) ;

f_Well_M_m2 = fLambdal ;
dBeugungsr_m_0_trsf_rad = dBeugungsw_rad( dPhirad,dAlpharad,0,f_Well_M_m2)
                        + dAlpharad ;

```

```

fBeugungsr_m_0_trsf_gr = (float)(rad_grad( (float) dBeugungsr_m_0_trsf_rad));
fBeug_Pos_m0_Det = (float)( dDetek_pos(iFokus,dBeugungsr_m_0_trsf_rad) ) ;

fPupbgr_spAuf1 = fSp_Aufl_Pupbgr(iM2,fW,fWell1) ;
fPupbgr_spAuf2 = fSp_Aufl_Pupbgr(iM2,fW,fWell2) ;
fPupbgr_spAuf_M = fSp_Aufl_Pupbgr(iM2,fW,fWell_M) ;

Ausgabe3(fBlaze_Wellenlge,fBlaze_Richtg_trsf_gr, fBlaze_Pos_Det,
          fBeugungsr_m_0_trsf_gr,fBeug_Pos_m0_Det,
          fPupbgr_spAuf1, fPupbgr_spAuf2, fPupbgr_spAuf_M,f_Well_M_m2) ;

if (( fp_E = fopen(name_E,"w") ) == NULL )
    {
    printf("\nKann kein Effektiv.txt-File oeffnen!\n") ;
    exit(1) ;
    }

fprintf(fp_E,"\t\t GRISM-Nr. %i ",iNr) ;
fprintf(fp_E,"\n\t\t File-Name : %s \n\n",name_E) ;

File_Daten1(fp_E) ;
File_Daten3(fp_E,fBlaze_Pos_Det,fBeug_Pos_m0_Det,f_Well_M_m2) ;
fprintf(fp_E,"Blaze-Winkel (vorgeg., in Grad) %10.3f \n",fTetagr2) ;
fprintf(fp_E,"2.Furchenwinkel (in Grad)..... %10.3f \n",fFurchw_grad) ;
fprintf(fp_E,"Ordnung der Effiz.-Kurvendaten %10i \n",iM2) ;
File_Daten2(fp_E) ;

fprintf(fp_E,"\nWellenl[nm]      Det.-Pos.[micron]      Effizienz incl.Refl.-V. Ges.TF ") ;
fprintf(fp_E," TF(P->G) \n") ;

fLambda2x = fLambda2a - f_sw ;

for (i=0;i<201;i++)
{
    float fX_ ;
    double dBeugungsw_trsf_rad, dEffekt_tot ;

    fLambda2x = fLambda2x + f_sw ;

    dBeugungsw_trsf_rad = dBeugungsw_rad(dPhirad,dAlpharad,iM2,fLambda2x)
                        + dAlpharad ;

    if (iA == 0)
    {

```

```

fX_ = (float)( dDetek_pos(iFokus,dBeugungsw_trsf_rad) ) ;

if (fX_ >= fX1  &&  fX_ <= fX2)
{
    Totalrefl(fLambda2x,dTetarad_2) ;
    dEffekt_tot = (dFresnel_trans_ges(dAlpharad,fLambda2x,fBlaze_Wellenlge))
        * (dEffektiv(fLambda2x,iM2,dTetarad_2,dFurchw_rad)) ;
    fprintf(fp_E,"%7.2f          %7.1f          %6.4f          %6.4f",
        fLambda2x,fX_,dEffektiv(fLambda2x,iM2,dTetarad_2,dFurchw_rad),
        dEffekt_tot) ;
    fprintf(fp_E,"          %5.3f          %5.3f \n",
        dFresnel_trans_ges(dAlpharad,fLambda2x,fBlaze_Wellenlge),
        dFresnel_trans_pr_g(dAlpharad,fLambda2x) ) ;
}

}

}

fclose(fp_E) ;

printf("\n\t9. Die Effizienz-Kurvendaten ") ;
printf("\n\t      (in Abhaengigkeit v. d. Wellenl.), ") ;

f_sw2 = (iL * fPix) /100 ;
fXx = (-iL / 2) * fPix - f_sw2 ;

if (( fp_Disp_Aufl = fopen(name_Disp_Aufl,"w") ) == NULL )
{
    printf("\n\tKann kein 'Dispersion-Aufloesung.txt'-File oeffnen! ") ;
    exit(1) ;
}

fprintf(fp_Disp_Aufl,"\t\t GRISM-Nr. %i ",iNr) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"\n\t\t File-Name : %s \n\n",name_Disp_Aufl) ;

File_Daten1(fp_Disp_Aufl) ;
File_Daten2(fp_Disp_Aufl) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"Ord. der lin.Disp.-,Pixelaufl.-, \n") ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"u. pixelbgr.sp.Aufl.-Kurvendaten %8i \n", iM2) ;
File_Daten3(fp_Disp_Aufl,fBlaze_Pos_Det,fBeug_Pos_m0_Det,fWell_M_m2) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"Pupillen-Duchmesser (in mm)... %10.3f \n",fW) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"Pupillenbgr.spektr.Aufloesung, \n") ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"(fuer die %i-te Ordnung)... \n",iM2) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"a) fuer das untere Det.-Ende : %10.2f \n",fPupbgr_spAuf1) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"b) fuer die Detektor-Mitte      : %10.2f \n",fPupbgr_spAuf_M) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl,"c) fuer das obere Det.-Ende      : %10.2f \n",fPupbgr_spAuf2) ;

fprintf(fp_Disp_Aufl,"\nDet.-Pos.[micron]  Wellenl.[nm]  Lin.Disp.[micron/nm] ") ;

```

```

fprintf(fp_Disp_Aufl, "   Pix.-Aufl.[nm/2Pix]" ) ;
fprintf(fp_Disp_Aufl, "   pixbgr.sp.Aufl. \n" ) ;

for (i=0;i<101;i++)
{
  fXx = fXx + f_sw2 ;
  fWell = fWellenl_Det(fXx,iM2,iFokus,fLambda1) ;
  Totalrefl(fWell,dTetarad_2) ;
  dL_Disp = dL_Dispersion(dPhirad,dAlpharad,iM2,iFokus,fXx) ;
  fPixelaufl = (float)((2 * fPix) / dL_Disp) ;
  fprintf(fp_Disp_Aufl, " %5.0f           %7.2f           %8.4f",
          fXx,fWell,dL_Disp) ;
  fprintf(fp_Disp_Aufl, "           %8.4f           %10.4f \n",
          fPixelaufl,dSp_Aufl_Pixbgr(fWell,fXx,iM2,iFokus,fPix)) ;

}

fclose(fp_Disp_Aufl) ;

printf("\n\t   die lin. Dispersions-, die Pixelaufloesungs-, " ) ;
printf("\n\t   bzw. die pixelbgr.spektr.Aufl.-Kurvendaten " ) ;
printf("\n\t   (jew.in Abh. v. der x-Position auf d. Detektor), " ) ;

if (( fp_Well_D = fopen(name_Well_D,"w")) == NULL )
{
  printf("\n\tKann kein 'Wellenl.auf d.Detektor'-File oeffnen!" ) ;
  exit(1) ;
}

fprintf(fp_Well_D,"\t\t GRISM-Nr. %i ",iNr) ;
fprintf(fp_Well_D,"\n\t\t File-Name : %s \n\n",name_Well_D) ;

File_Daten1(fp_Well_D) ;
File_Daten2(fp_Well_D) ;
File_Daten3b(fp_Well_D,fBeug_Pos_m0_Det,f_Well_M_m2) ;

fprintf(fp_Well_D,"\nDet.-Pos.   Wellenl.[nm] fuer die ...") ;
fprintf(fp_Well_D,"\n[micron]   1.Ordn.  2.Ordn.  3.Ordn.  4.Ordn.  5.Ordn. \n");

fXx = (-iL / 2) * fPix - f_sw2 ;

for (i=0;i<101;i++)
{

  fXx = fXx + f_sw2 ;
  fprintf(fp_Well_D,"\n %5.0f           ",fXx) ;

  for (iM=1;iM<6;iM++)
  {

```

```
fWell = fWellenl_Det(fXx,iM,iFokus,fLambdal) ;
fprintf(fp_Well_D," %7.2f",fWell) ;
}

}

fclose(fp_Well_D) ;

printf("\n\t u. die Tabelle : Pos.-Detektor/Wellenlaenge, fuer ") ;
printf("\n\t die ersten 5 Ordnungen , ") ;
printf("\n\t wurden unter den jew. oben eingegebenen Filenamen ") ;
printf("\n\t im entsprechenden Arbeitsverzeichnis abgelegt!\n") ;

return ;

}
```

## **Danksagung**

Herrn Prof. Dr. H. Elsässer, dem Direktor des Max-Planck-Institut für Astronomie, gilt mein besonderer Dank für die freundliche Aufnahme am Institut und für seine Unterstützung, welche mir die Anfertigung dieser Diplomarbeit ermöglicht haben.

Herrn Dr. R. Lenzen, meinem Betreuer, sei für die zahlreichen sachbezogenen Diskussionen und Anregungen zu dieser Arbeit vielmals gedankt.

Herrn Dr. T. Herbst möchte ich danken für die fruchtbaren Sachdiskussionen und nützlichen Literaturhinweise zum Thema Grism.

Herrn N. Ortlieb danke ich für die technische Hilfe im IR-Labor, sowie den Herren Dr. E. Pitz und G. Hille für ihre bereitwillige Unterstützung im Strahlungslabor.

Mein weiterer Dank gilt schließlich all denen, die mich auf vielfältige Weise bei meiner Arbeit unterstützt haben.