



# 4章:ドップラー速度測定の実理

---

通信情報システム専攻

津田研究室 M1 佐藤陽介



# まえおき

---

- 発表のテーマ
- 発表内容

# 発表のテーマ

---

- 大体のイメージをつかむ(定性的理解)
  - 式ばかり追っていてもいまいちわからない
  - 最初から全て理解するのは難しい

# 発表内容

---

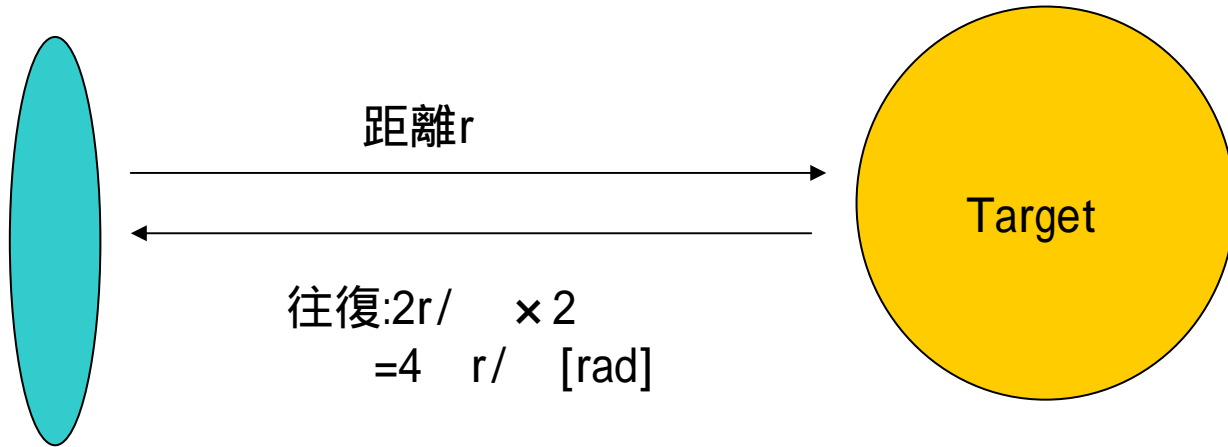
- **ドップラー速度測定**
- **単一ドップラーレーダーによる風速測定**
  - 視線方向の風速を測定
  - アンテナ走査で2次元・3次元の風速推定
- **複数のドップラーレーダーによる風速測定**
  - 一つの気象標的を複数のドップラーレーダーで観測
  - 風速測定の精度向上

# ドップラー速度測定

---

- ドップラーレーダーの原理
- ドップラー速度測定範囲
- ドップラー速度測定範囲の拡大

# ドップラーレーダーの原理



$$\begin{aligned} \text{往復: } & 2r/ \times 2 \\ & = 4 r/ \text{ [rad]} \end{aligned}$$

Radar:波長 , 初期位相  $\varphi_0$

$$\text{受信信号位相 } \varphi = -\frac{4\pi r}{\lambda} + \varphi_0$$

位相時間変化(微分)

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{4\pi}{\lambda} \frac{dr}{dt}$$

速度  $v_d$

ドップラー角周波数

$\omega_d = 2\pi f_d$   $f_d$ :ドップラーシフト

ドップラーレーダーの  
基本関係式

$$\omega_d = 2\pi f_d = -\frac{4\pi v_d}{\lambda}$$

# ドップラーレーダーの構成 (1/2)

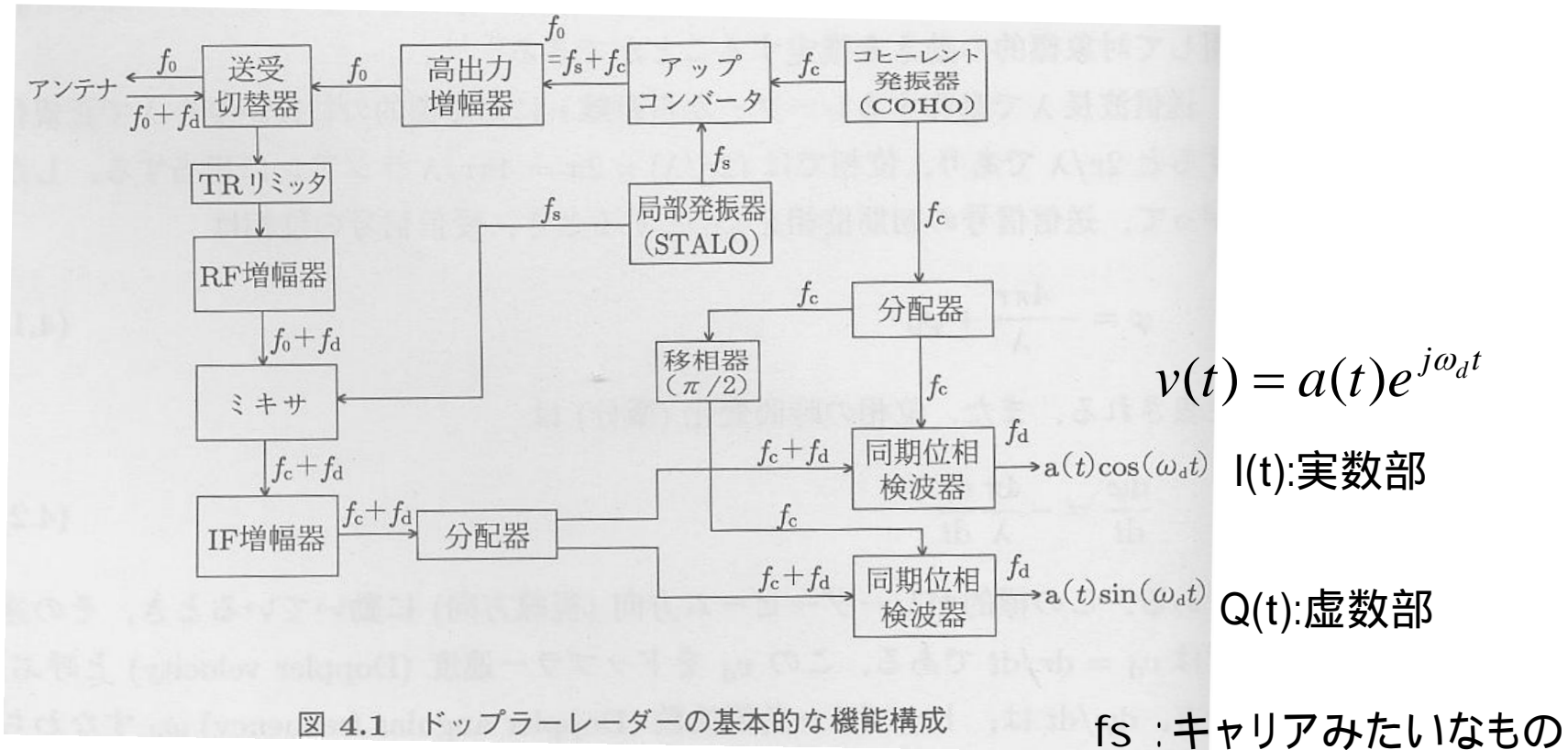


図 4.1 ドップラーレーダーの基本的な機能構成

MOPA (Master Oscillator and Power Amplifier)

# ドップラーレーダーの構成 (2/2)

---

$f_d < 0$ : 標的は遠ざかっている  $\Rightarrow$  正の速度

$f_d > 0$ : 標的は近づいている  $\Rightarrow$  負の速度

実際は離散的なデータなので...

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_m - \varphi_{m-1}}{T_s} = \omega_d = 2\pi f_d$$

$$v_d = -\frac{\lambda f_d}{2}$$

$\varphi_m$ :  $v(t)$  サンプリングの  $m$  番目の  
複素時系列信号位相

$T_s$ : データ間隔 (パルス繰り返し時間)

$\lambda$ : 送信波長

以上より, 視線方向の風速測定が可能!!



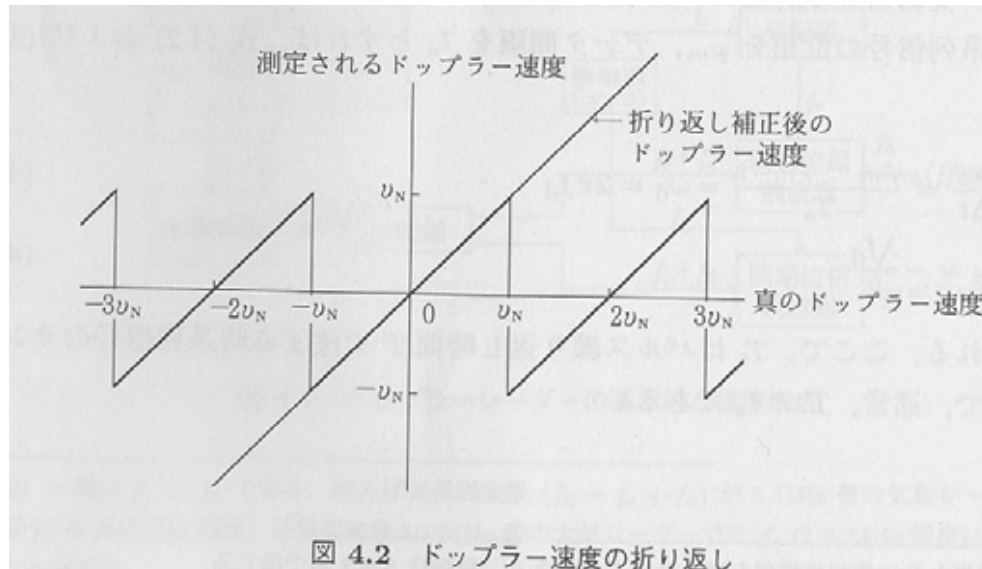
# ドップラー速度測定範囲

検出可能な  
最大ドップラー周波数  $f_{d_{MAX}} = \frac{f_p}{2} = \frac{1}{2T_s}$  (サンプリング定理より)

ナイキスト速度  
(折り返しなしの最大速度)  $v_N = \frac{\lambda}{4T_s}$

観測範囲  $r_a = \frac{cT_s}{2}$

⇒  $v_N r_a = \frac{c\lambda}{8}$



ナイキスト速度と観測範囲は  
同時に大きくできない  
通常 $r_a$ を制限して  
速度折り返しの発生を極力抑える

$f_p$ : パルス折り返し周波数  
(pulse repetition frequency, PRF)

# ドップラー速度測定範囲の拡大

複数のPRFの組み合わせ 測定範囲の拡大

2波の場合:

ナイキスト速度  $v_{N1}$   $v_{N2}$

ドップラー速度  $v_{d1}$   $v_{d2}$

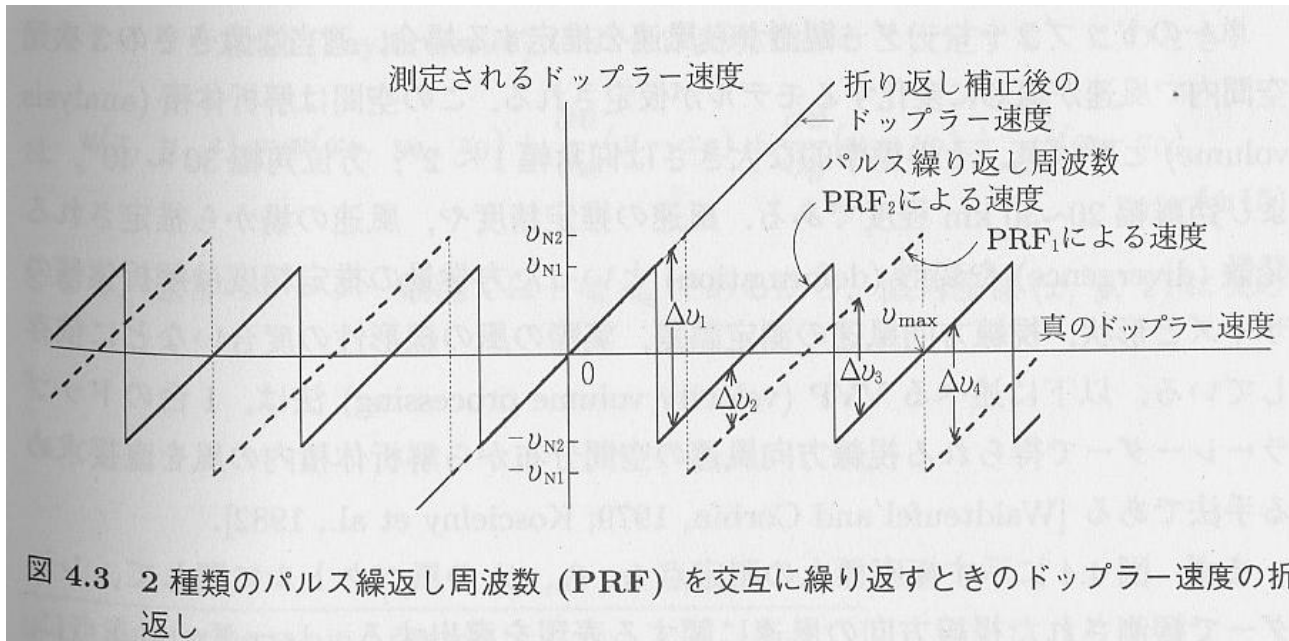
PRF比(互いに素)  $n_1:n_2$

$v$ は折り返しの回数に応じて

$$2v_{N1}/n_1 = 2v_{N2}/n_2$$

の整数倍の値をとる

$$v_{MAX} = n_2 v_{N1} = n_1 v_{N2}$$



# 発表内容

---

- ドップラー速度測定
- **単ードップラーレーダーによる風速測定**
  - 視線方向の風速を測定
  - アンテナ走査で2次元・3次元の風速推定
- 複数のドップラーレーダーによる風速測定
  - 一つの気象標的を複数のドップラーレーダーで観測
  - 風速測定の精度向上

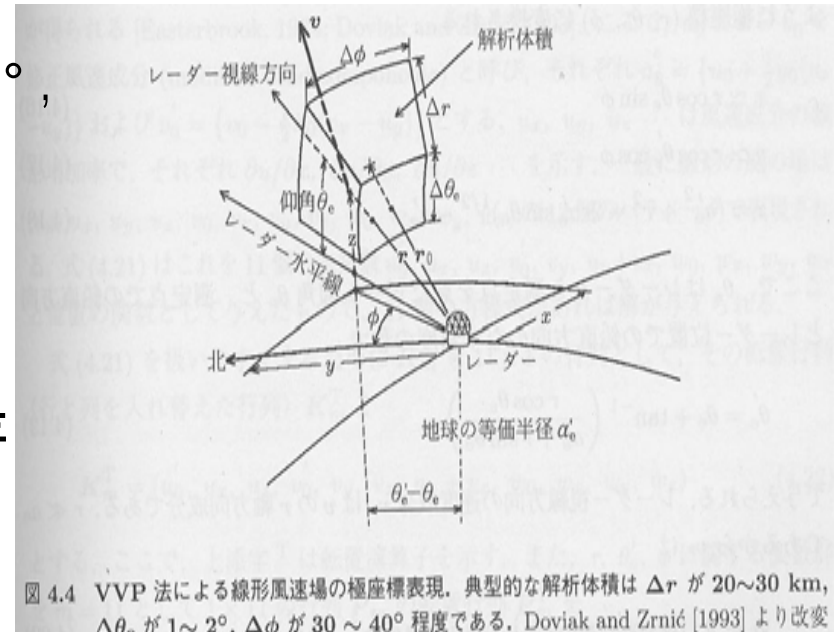
# 1台のレーダーによるドップラー観測

---

- VVP法による線形風速場の観測
- VAD法による水平風の場の観測
- バイスタティックレーダーによる観測

# VVP法による線形風速場の観測

- 解析体積...風速が線形に変化
  - 仰角幅 $1\sim 2^\circ$ ，方位角幅 $30\sim 40^\circ$ ，距離幅 $20\sim 30\text{km}$
  - 発散、変形の推定精度は解析体積のサイズ、形状、風速の測定誤差、実際の風の線形性などに依存
- VVP(velocity volume processing)
  - 1台のドップラーレーダーで得られる視線方向の空間分布から解析体積内の風を直接求める方法



# 極座標系への変換

測定点  $(r, \theta_e, \phi)$  を  $x, y, z$  を用いて表現

$$\begin{cases} x' = r \cos \theta_e \sin \phi \\ y' = r \cos \theta_e \cos \phi \\ z' = r \sin \theta_e \end{cases}$$

( $x', y', z'$  は直交座標)

- z軸の取り方が特殊
- $r \ll a_e'$

$$\begin{aligned} x &\cong r \cos \theta_e' \sin \phi \\ y &\cong r \cos \theta_e' \cos \phi \\ z &= (a_e'^2 + r^2 + 2ra_e' \sin \theta_e')^{1/2} - a_e' \\ \theta_e' &= \theta_e + \tan^{-1} \left( \frac{r \cos \theta_e}{a_e' + r \sin \theta_e} \right) \end{aligned}$$

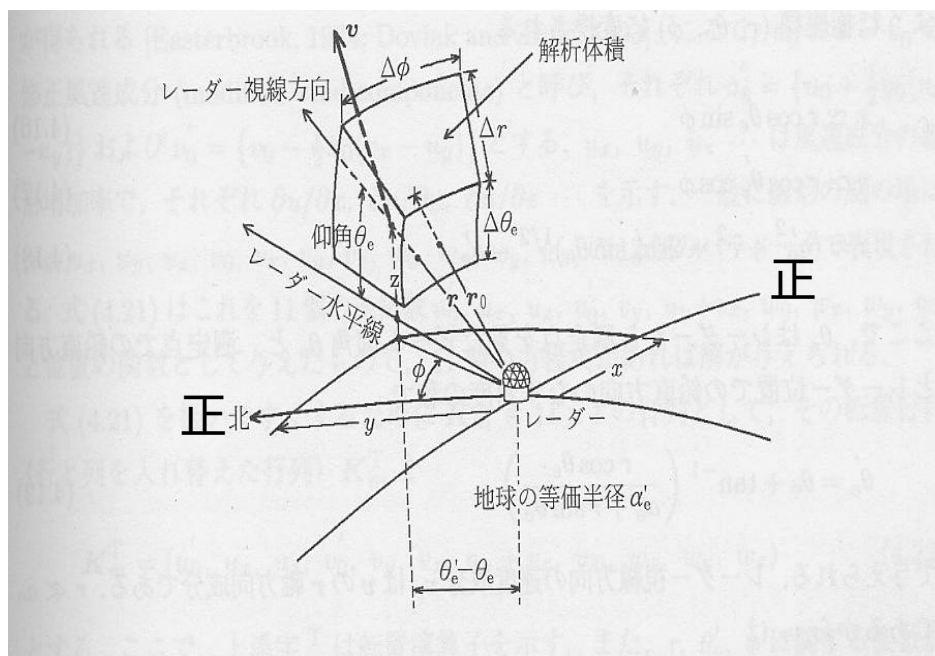


図 4.4 VVP 法による線形風速場の極座標表現。典型的な解析体積は  $\Delta r$  が 20~30 km,  $\Delta \theta_e$  が 1~2°,  $\Delta \phi$  が 30~40° 程度である。Doviak and Zrnić [1993] より改変

# レーダー視線方向の速度成分 $v_r$ (1/3)

---

$$v_r = v'(i_x \cos \theta_e' \sin \phi + i_y \cos \theta_e' \cos \phi + i_z \sin \theta_e')$$

点  $(x, y, z)$  の風ベクトル  $\vec{v}$  は  $(x_0, y_0, z_0)$  の風に対して  
線形のテイラー級数により表現可能と仮定

$$\vec{v}(x, y, z) = \vec{v}(x_0, y_0, z_0) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}(y - y_0) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}(z - z_0)$$

# レーダー視線方向の速度成分 $v_r$ (2/3)

$$\begin{aligned}
 v_r = & u_0' \cos \theta_e' \sin \phi \\
 & + u_x \cos \theta_e' \sin \phi (r \cos \theta_e' \sin \phi - x_0) \\
 & + u_z \cos \theta_e' \sin \phi (z - z_0) \\
 & + v_0' \cos \theta_e' \cos \phi \\
 & + v_y \cos \theta_e' \cos \phi (r \cos \theta_e' \cos \phi - y_0) \\
 & + v_z \cos \theta_e' \cos \phi (z - z_0) \\
 & + (u_y + v_x) \cos \theta_e' (r \cos \theta_e' \sin \phi \cos \phi - \frac{x_0 \cos \phi + y_0 \sin \phi}{2}) \\
 & + \omega_0 \sin \theta_e' \\
 & + \omega_x \sin \theta_e' (r \cos \theta_e' \sin \phi - x_0) \\
 & + \omega_y \sin \theta_e' (r \cos \theta_e' \cos \phi - y_0) \\
 & + \omega_z \sin \theta_e' (z - z_0)
 \end{aligned}$$

$$K_m^T = (u_0', u_x, u_z, v_0', v_y, v_z, u_y + v_x, w_0, w_y, w_z)$$

修正風速成分

$$\begin{aligned}
 u_0' &= u_0 + \frac{1}{2} y_0 (v_x - u_y) \\
 v_0' &= v_0 - \frac{1}{2} x_0 (v_x - u_y)
 \end{aligned}$$

u/ x=uxとおく

$$P_m^T = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e' \sin \phi \\ \cos \theta_e' \sin \phi (r \cos \theta_e' \sin \phi - x_0) \\ \cos \theta_e' \sin \phi (z - z_0) \\ \cos \theta_e' \cos \phi \\ \cos \theta_e' \cos \phi (r \cos \theta_e' \cos \phi - y_0) \\ \cos \theta_e' \cos \phi (z - z_0) \\ \cos \theta_e' (r \cos \theta_e' \sin \phi \cos \phi - \frac{x_0 \cos \phi + y_0 \sin \phi}{2}) \\ \sin \theta_e' \\ \sin \theta_e' (r \cos \theta_e' \sin \phi - x_0) \\ \sin \theta_e' (r \cos \theta_e' \cos \phi - y_0) \\ \sin \theta_e' (z - z_0) \end{bmatrix}$$

$$v_r = P_m K_m$$

12個のパラメータで風の状態を表現  
11個の方程式で解を与える



## レーダー視線方向の速度成分 $v_r$ (3/3)

---

$$v_r = P_m K_m \quad K_m \text{は最上二乗法で求める}$$

$$v_{rn} = P_{nm} K_m \quad (\text{観測数 } n \gg m) \text{観測方程式}$$

$$K_m = (P_{nm}^T P_{nm})^{-1} (P_{nm}^T v_{rn})$$

によって  $K_m$  が算出される

# VAD法による水平風の場の観測

レーダー位置を中心とする半径  $r$  の円周上の風の間を考える  
 地球の湾曲効果を見捨てる  
 円周上で  $w$  が一定

$$v_r = +\omega_0 \sin \theta_e + \frac{1}{2}(u_x + v_y)r \cos^2 \theta_e$$

$$+ v_0 \cos \theta_e \cos \phi + u_0 \cos \theta_e \sin \phi$$

$$+ \frac{1}{2}(v_y - u_x)r \cos^2 \theta_e \cos 2\phi + \frac{1}{2}(v_x + u_y)r \cos^2 \theta_e \sin 2\phi$$

$$v_r = \sum_{k=0}^{n-1} C_k e^{jk\phi} \quad (0 < \phi < 2\pi)$$

フーリエ級数の  
 第2項までを表している

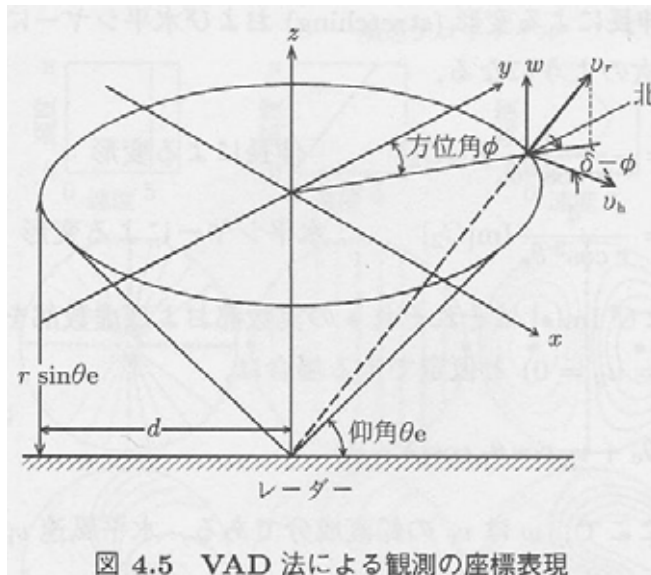


図 4.5 VAD 法による観測の座標表現

水平風速、水平風向、  
 水平風の発散、水平風の変形が  
 求められる。

VAD (velocity azimuth display)法

# 水平風速等の導出

水平風速  $v_h = \frac{2|C_1|}{\cos \theta_e}$

水平風向  $D = \arg C_1 - \pi$

水平風の発散  $\text{div} v_h \equiv \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{2}{r \cos^2 \theta_e} (C_0 - w_0 \sin \theta_e)$

水平風の変形  $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{4}{r \cos^2 \theta_e} \text{Re}[C_2]$  伸長による変形

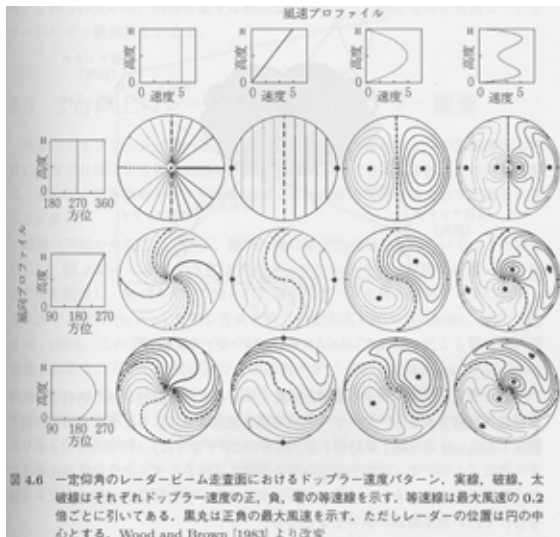
$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{4}{r \cos^2 \theta_e} \text{Im}[C_2]$  水平シアーによる変形

風向、風速が一様と仮定出来る ( $u_x = u_y = 0$ )

$$v_r = \omega \sin \theta_e + v_h \cos \theta_e \cos(\delta - \phi)$$

$$v_h = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{v}{u}$$



# バイスタティックレーダーによる観測

- 送信系と受信系を離して配置
  - 応用例: バイスタティックレーダーネットワーク
- 同一空間点を様々な視線方向で観測可能
  - 後方散乱と側方散乱を受信
- 周波数の有効利用
- パッシブレーダーネットワーク
  - 受信電力が小さく, 観測範囲が狭い
- 強い降雨などに対応

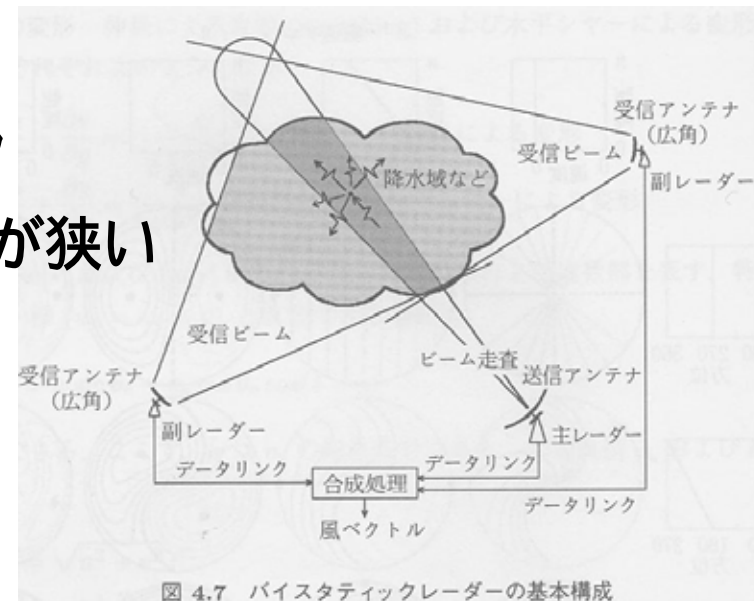


図 4.7 バイスタティックレーダーの基本構成

# 発表内容

---

- ドップラー速度測定
- 単ードップラーレーダーによる風速測定
  - 視線方向の風速を測定
  - アンテナ走査で2次元・3次元の風速推定
- 複数のドップラーレーダーによる風速測定
  - 一つの気象標的を複数のドップラーレーダーで観測
  - 風速測定の精度向上

## 2台以上のレーダーによるドップラー観測

---

- 一つの気象標的を複数のドップラーレーダーで観測、風速測定の精度向上
  - 独立走査方式
  - COPLAN方式
- 2台のレーダーの配置
- 3台以上のレーダーによる風観測

# 独立走査方式

- 複数レーダーで3次元の風のを推定
- 観測領域の定常性を仮定
- 2台のレーダーの場合、非弾性系の連続式から3成分を推定

例:降水粒子について

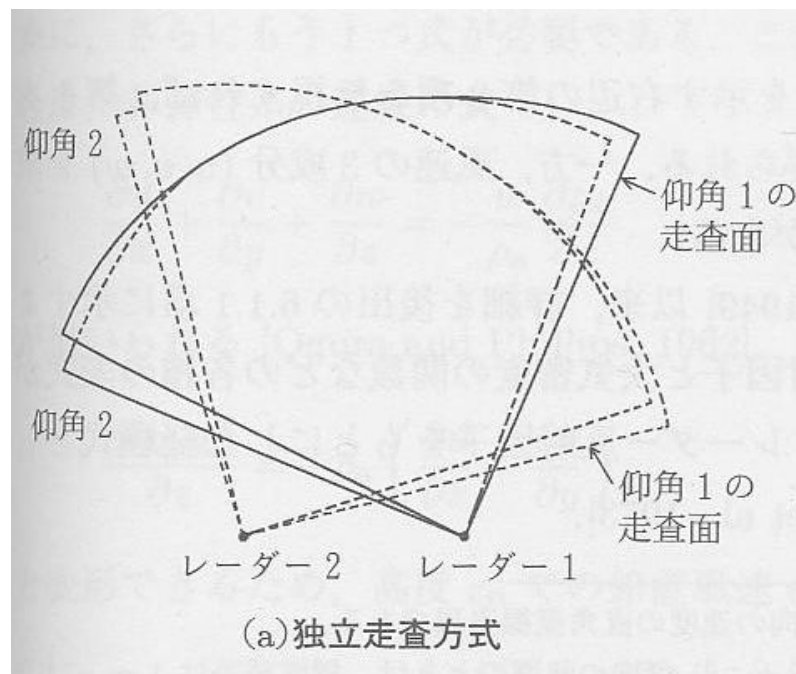
一般式(i:レーダー)

$$v_i = \frac{1}{r_i} \{ (x - x_i)u + (y - y_i)v + (z - z_i)(w - w_T) \}$$

$$r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2$$

$v_i$ :ドップラー速度       $w_T$ :落下速度成分

$u, v, w$ :風の3成分ベクトル



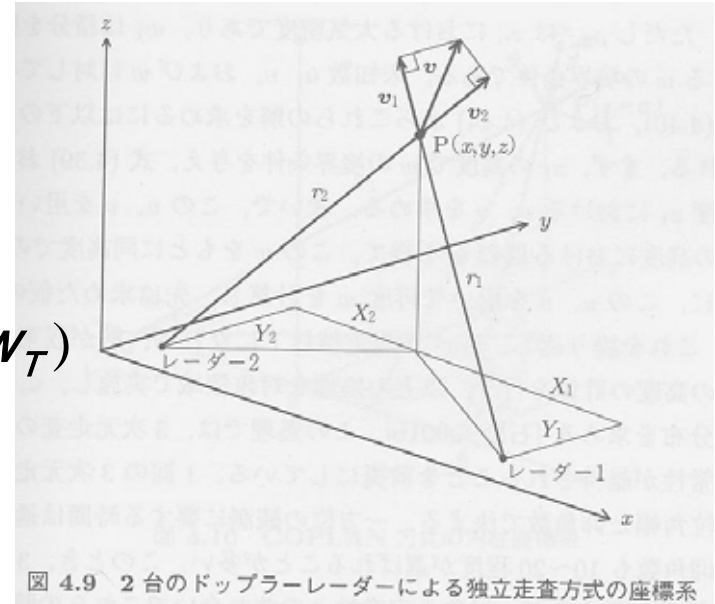
# 2台のドップラーレーダーによる 独立走査方式(1/2)

$$u = \frac{r_1 Y_2 V_1 - r_2 Y_1 V_2}{D} + \frac{Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1}{D} (W - W_T)$$

$$v = \frac{r_2 X_1 V_2 - r_1 X_2 V_1}{D} + \frac{X_2 Z_1 - X_1 Z_2}{D} (W - W_T)$$

$$X_i = x - x_i, \quad Y_i = y - y_i, \quad Z_i = z - z_i$$

$$D = X_1 Y_2 - X_2 Y_1$$



鉛直方向の項(第2項)を無視 2成分(u, v)が求まる.  
3成分(w)を求める w, w<sub>T</sub>が必要



# 2台のドップラーレーダーによる 独立走査方式(2/2)

$w_T$  導出の一例として以下の  
経験式[Atlas et al., 1973]を用いる

$$w_T = 2.65Z^{0.1114} \left( \frac{\rho_{a_0}}{\rho_a} \right)^{0.4} [m/s^{-1}]$$

Z: レーダー反射因子[mm<sup>6</sup>m<sup>-3</sup>]  
a<sub>0</sub>, a: 地表、観測地点の大気密度

非弾性系の連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{w}{\rho_a} \frac{\partial \rho_a}{\partial z}$$

$$\frac{\partial(\rho_a w)}{\partial z} = -\rho_a \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

高度 $z_n$ での鉛直風速 $w$

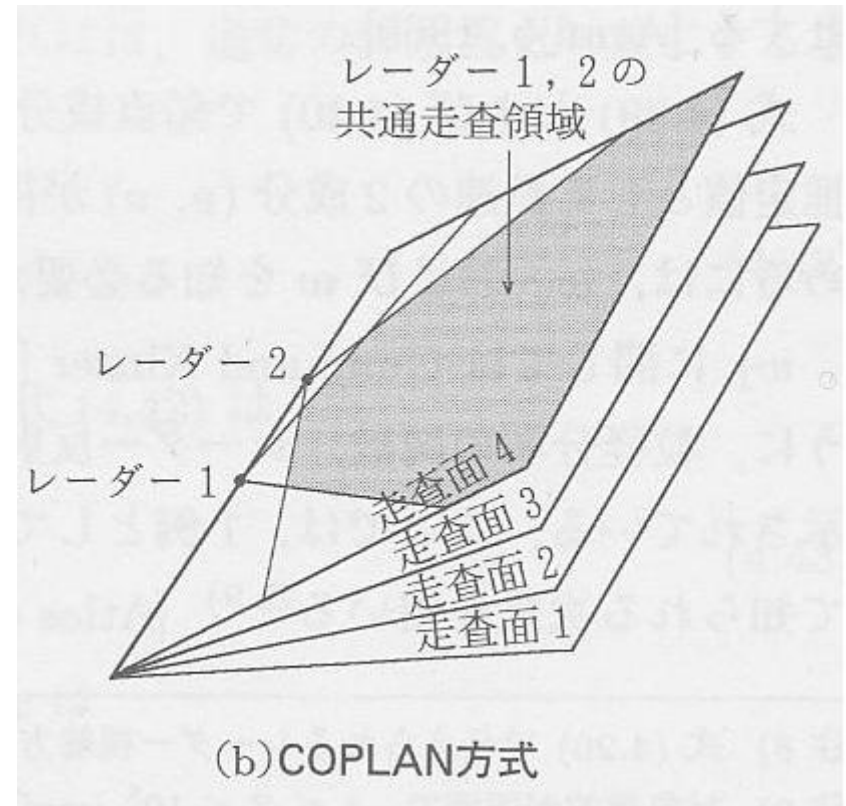
$$\rightarrow w = \frac{\rho_{a_1}}{\rho_{a_n}} w_1 - \frac{1}{\rho_{a_n}} \int_{z_1}^{z_n} \rho_a \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz$$

a<sub>n</sub>: 高度 $z_n$ での大気密度  
w<sub>1</sub>: 境界条件 $z_1$ での境界条件

値が収束するまで繰り返す

# COPLAN方式

- 3成分( $u, v, w$ )のうち2成分までを直接求められる。
- 一つの操作面のみの観測時間内で、観測対象が定常であればよい。1桁以上小さい時間で可能。
- アンテナ走査の制御が複雑



# COPLAN方式の走査方法(1/2)

走査条件  $\tan \alpha = \frac{\tan \theta_{e1}}{\cos \phi_1} = \frac{\tan \theta_{e2}}{\cos \phi_2}$

独立走査方式で導出した式

$$u = \frac{r_1 Y_2 V_1 - r_2 Y_1 V_2}{D} + \frac{Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1}{D} (w - w_T)$$

$$v = \frac{r_2 X_1 V_2 - r_1 X_2 V_1}{D} + \frac{X_2 Z_1 - X_1 Z_2}{D} (w - w_T)$$

$$Y_1 = Y_2 = r \cos \alpha, \quad Z_1 = Z_2 = r \sin \alpha,$$

$$D = X_1 Y_2 - X_2 Y_1 = Y_1 (X_1 - X_2)$$

$$X_1 - X_2 = s + d - (s - d) = 2d$$

$$\left\{ \begin{aligned} u &= \frac{r_1 V_1 - r_2 V_2}{X_1 - X_2} \Rightarrow \Gamma = \frac{r_1 V_1 - r_2 V_2}{2d} \\ v &= \frac{1}{2d Y_1} \{ r_2 V_2 (s + d) - r_1 V_1 (s - d) - 2d Z_1 (w - w_T) \} \\ \Rightarrow \Psi &= \frac{r_2 V_2 (s + d) - r_1 V_1 (s - d)}{2rd} + w_T \sin \alpha \end{aligned} \right.$$

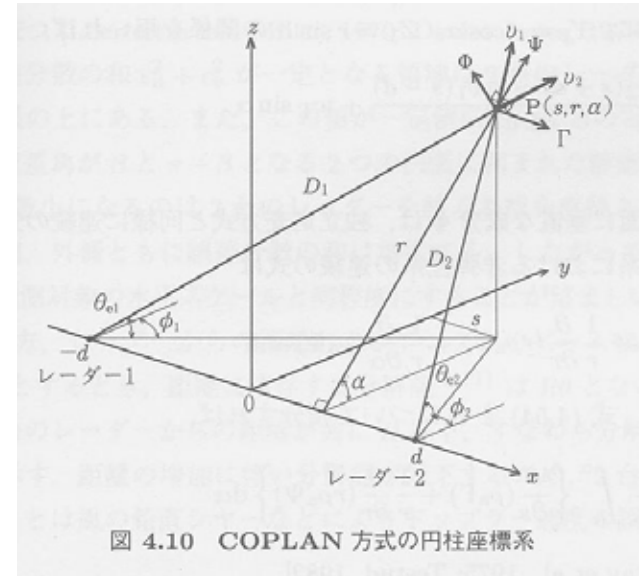


図 4.10 COPLAN 方式の円柱座標系

座標  $(s, r, \alpha)$   
 基線に平行な成分  
 基線に直行な成分  
 走査面に垂直な成分

$$\Gamma = u$$

$$\Psi = v \cos \alpha + w \sin \alpha$$

$$\Phi = -v \sin \alpha + w \cos \alpha$$



# 2台のレーダーの配置

風の誤差の許容範囲によって  
配置が決まる

x,y方向の風速成分u,vの誤差分散

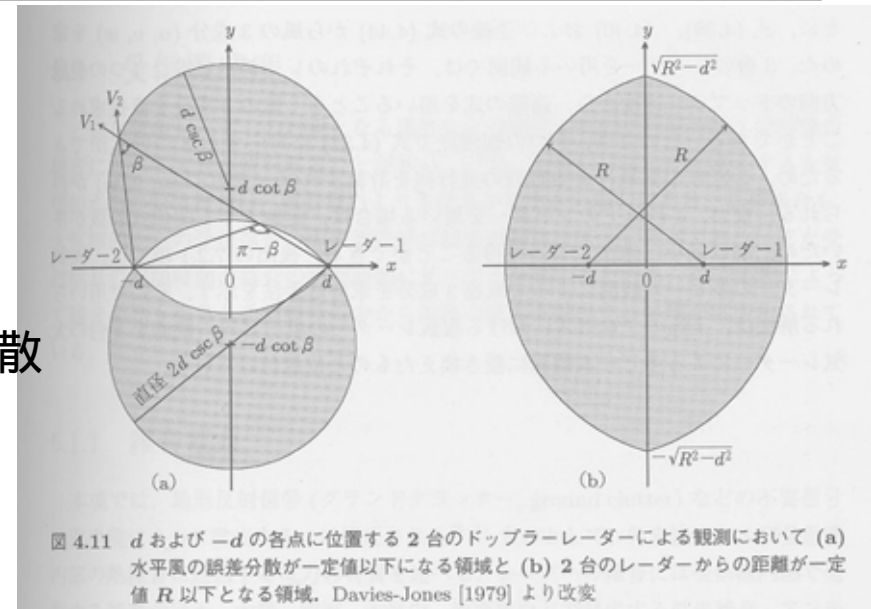
$$u^2, \quad v^2$$

レーダー固有のドップラー速度の誤差分散

$$1^2, \quad 2^2$$

2台のレーダーのビーム交差角

$$\frac{\varepsilon_u^2 + \varepsilon_v^2}{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} = \csc^2 \beta$$



2台のレーダーの間隔を  
観測対象の水平スケールと同程度にする必要がある

共通領域を選ぶ

レーダーからの距離  $R$   
レーダーのビーム幅  
距離に依存する分解能  $R$



2台のレーダーの間隔を広げることは  
風の鉛直シヤー等により  
ドップラー速度の誤差分散が増大

# 3台以上のレーダーによる風観測

---

- 3台の場合...直接観測が可能
- 4台以上の場合  
...解は最小二乗法で求める