

УДК 536.24 + 536.7 + 532.5  
ББК 31.31 + 22.317 + 22.253.3  
Л 127



Издание осуществлено при поддержке  
Российского фонда фундаментальных исследований  
по проекту 99-02-30053

Научный редактор канд. техн. наук Т.М. Муратова

### **Лабунцов Д.А.**

**Физические основы энергетики. Избранные труды по теплообмену, гидродинамике, термодинамике. — М.: Издательство МЭИ, 2000. — 388 с., ил. ISBN 5-7046-0610-1**

Книга избранных трудов Д.А. Лабунцова содержит работы по проблемам теплообмена, гидродинамики, термодинамики, вошедшие в фундаментальный научный базис современной энергетики.

В книгу включены важнейшие теоретические работы ученого по кипению жидкости, конденсации пара, механике двухфазных потоков, неравновесным процессам на границе фазовых переходов. Теоретические разработки дополнены материалами, содержащими оригинальные экспериментальные данные и результаты их обобщений.

Представлены также работы по отдельным вопросам термодинамики и теории теплообмена в однофазной среде, в сверхкритической области, в сверхтекучем гелии и некоторым принципам моделирования крупных энергетических объектов и их элементов.

Избранные труды Д.А. Лабунцова, издаваемые посмертно, суммируют многие научные идеи и результаты разработок ученого, имеющие огромную значимость для тепловой, атомной и нетрадиционной энергетики, прикладной криогеники и других современных технологий.

Книга рассчитана на научных работников, инженеров-теплофизиков, аспирантов и студентов энергетических специальностей.

УДК 536.24 + 536.7 + 532.5  
ББК 31.31 + 22.317 + 22.253.3

ISBN 5-7046-0610-1

© Т.М. Муратова, 2000

## СОДЕРЖАНИЕ

От редактора .....	5
О научном наследии Дмитрия Александровича Лабунцова .....	9
I. Кипение: механизмы процесса .....	23
1. Механизм роста паровых пузырьков на поверхности нагрева при кипении .....	23
2. Исследование при помощи скоростной киносъемки роста пузырьков при кипении воды в широком диапазоне изменения давлений .....	29
3. О влиянии инерционных эффектов на рост паровых пузырей при кипении жидкости в вакууме .....	37
4. Современные представления о механизме пузырькового кипения жидкостей .....	43
5. Динамика паровых пузырей в области низких давлений .....	58
6. Скорость гравитационного вскипания и форма крупных пузырьков .....	69
7. Пленочное кипение при струйном орошении поверхности .....	73
8. Теория скачка вскипания .....	77
II. Кипение: теплообмен .....	83
9. Теплообмен при пузырьковом кипении жидкости .....	83
10. Обобщенные зависимости для теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкостей .....	96
11. Приближенная теория теплообмена при развитом пузырьковом кипении .....	104
12. К расчету теплоотдачи при пленочном кипении жидкости на вертикальных поверхностях нагрева .....	119
13. Исследование теплообмена и критических тепловых нагрузок при кипении жидкостей в условиях свободного движения на поверхностях из различных материалов .....	122
14. Интенсификация теплообмена и стабилизация процесса кипения в области весьма низких давлений .....	130
15. Вопросы теплообмена при пузырьковом кипении жидкости .....	138
16. Анализ условий переноса тепла при ламинарном пленочном кипении. Роль теплопроводности и конвекции .....	148
III. Кипение: кризис .....	154
17. Обобщенные зависимости для критических тепловых нагрузок при кипении жидкостей в условиях свободного движения .....	154
18. Об одном новом направлении в теории кризиса кипения .....	159
19. Кризис теплообмена при кипении потока воды в канале .....	169
IV. Конденсация .....	177
20. Теплоотдача при пленочной конденсации чистых паров на вертикальных поверхностях и горизонтальных трубах .....	177
21. Теплообмен при конденсации пара на вертикальной поверхности в условиях турбулентного стекания пленки конденсата .....	189

---

22. Обобщение теории конденсации Нуссельта на условия пространственно-неравномерного поля температур теплообменной поверхности.....	198
23. Конденсация пара в потоке недогретой жидкости .....	202
V. Механика двухфазных потоков .....	204
24. Паросодержание двухфазного адиабатного потока в вертикальных каналах .....	204
25. Аналитическое и экспериментальное исследование гидродинамики парового потока в сублимационном теплообменнике.....	213
26. Обобщение опытных данных по критическому истечению вскипающих жидкостей .....	222
27. Анализ границ устойчивого движения потока гелия сверхкритических параметров в обогреваемых каналах .....	229
28. Основные закономерности изменения паросодержания равновесных и неравновесных двухфазных потоков в каналах различной геометрии .....	235
29. Гидродинамика гидрозатвора АЭС с ВВЭР в аварийном и переходном режимах .....	240
VI. Неравновесные фазовые переходы.....	251
30. Анализ процессов испарения и конденсации .....	251
31. Кинетический анализ процессов испарения и конденсации .....	260
32. Физические и методические основы формулировки задач тепло- и массообмена при фазовых превращениях.....	269
33. Процессы интенсивного испарения.....	276
34. Неравновесные эффекты при испарении и конденсации.....	282
35. Отражение звука от свободной поверхности жидкости.....	298
36. К расчету теплообмена при пленочном кипении He-II .....	307
37. Теория ламинарного пленочного кипения He-II.....	313
38. Особенности пленочного кипения сверхтекучего гелия в свободном объеме .....	321
VII. Отдельные вопросы теплообмена, гидродинамики, моделирования.....	329
39. Некоторые вопросы теории теплообмена при ламинарном течении жидкости в трубах .....	329
40. Некоторые вопросы конвективного теплообмена в сверхкритической области .....	339
41. Особенности процесса переноса тепла от поверхности пластины к потоку с пространственно-временным периодическим изменением коэффициента теплоотдачи .....	345
42. Вопросы термогидромеханики геотермального теплоносителя .....	355
43. О моделировании аварий в системах ЯЭУ.....	364
VIII. Отдельные вопросы термодинамики .....	374
44. Вопросы термодинамики сверхтекучего гелия.....	374
45. Анализ термодинамической концепции располагаемой работы .....	380

## ОТ РЕДАКТОРА

Дмитрий Александрович Лабунцов был выдающимся российским ученым-теплофизиком второй половины 20-го столетия, этого золотого века классической энергетики, времени ее больших достижений, подготовленных эффектными научными разработками.

Он был одним из тех блестящих умов, кто создавал научный фундамент теплоэнергетики. Его публикации, даже краткие, часто становились событием научной жизни, многие его идеи давали старт новым направлениям исследований. Результаты его теоретических работ преломлялись в реальных инженерных приложениях, они и теперь продолжают осваиваться и дают активные импульсы для плодотворных поисков в области фундаментальной и прикладной теплофизики.

Творческое наследие Д.А. Лабунцова обширно и разнообразно. В круг его интересов входили многие узловые проблемы теплообмена, гидродинамики, термодинамики. В возрасте 33 лет он защитил докторскую диссертацию, содержащую изложение целого комплекса разработанных им теоретических моделей теплообмена при кипении и конденсации. С этого времени он становится одним из признанных научных лидеров и Учителем, вовлекает в круг своих интересов многочисленных учеников. Характерное для творчества Дмитрия Александровича стремление к единому, концептуальному освоению больших комплексов явлений реализовалось в формировании научной школы Лабунцова с особым своеобразием царившего там метода поиска и осмысления физических основ процессов.

Д.А. Лабунцов сочетал в себе качества и теоретика, и экспериментатора. Как правило, его теории опережали опытные факты, но его всегда увлекала возможность найти экспериментальные подтверждения развитым им моделям не только путем обобщения известных опытных данных, но и на основе проводимых под его руководством и при его участии лабораторных исследований. Его ученики говорили, что ему свойственно было особое физическое ясновидение и, направляя проведение опытов, он умел «все перевернуть по-новому».

Семь лет прошло, как Дмитрия Александровича не стало среди живущих. Нет уже и некоторых его учеников и сотрудников. За 40 лет творческой жизни им написано около 150 статей — богатое, но, к сожалению, малодоступное наследство. Статьи публиковались в различных отраслевых и академических журналах, в сборниках трудов различных организаций, в материалах конференций, в изданиях союзных

республик. Очень многое из опубликованного стало библиографической редкостью.

При жизни Дмитрия Александровича не вышло ни одной его монографии. Его всегда торопило в путь неизбежное любопытство к природе явлений. Оформляя результаты своих исследований в виде статей, он не хотел после этого тратить время и усилия на повторение пройденного. Будучи мощным генератором научных идей и щедрым их дарителем, он, вероятно, находил бóльший смысл и творческое удовлетворение в работе с учениками, в создании лекционных курсов и чтении лекций. Он был блестящий оратор и лектор, завораживавший слушателей высокой концентрацией и логической стройностью мысли, изяществом формы преподносимого материала, красотой поведения, облика и голоса — моцартовской чистотой линии. Все это осталось только в памяти слышавших его.

Дмитрий Александрович умел при жизни передать другим свою увлеченность, открыл для многих собственные пути в науке. Нельзя прерывать эту эстафету. Книга, впервые собравшая вместе избранные труды Д.А. Лабунцова, призвана, в доступной мере, представить читателю основные вехи творческого пути этого ученого, напомнить одним и открыть перед другими мощь интеллекта и обаяние таланта нашего выдающегося современника, рано ушедшего из жизни.

Задача, стоящая перед составителем книги и редактором, была непростой: так отобрать статьи и так построить все собрание, чтобы отразить и круг интересов автора, и проследить развитие его идей на протяжении многих лет, и глубокую связь тематически разделенных задач — дать увидеть в избранном единое. Задача отчасти облегчалась тем, что редактору посчастливилось быть учеником Мастера, многие годы сотрудничать с ним на различных направлениях исследований.

Из богатого наследия Д.А. Лабунцова выбраны и включены в книгу 45 статей. В основу отбора материала положены четыре принципа.

1) Представить в рамках ограниченного объема как можно более объективно широкий спектр фундаментальных научных проблем, которые входили в круг интересов Д.А. Лабунцова и разработка которых отвечает целям физического обоснования актуальных прикладных задач энергетики, криогенной техники и других современных технологий. В соответствии с этой позицией в книге представлены статьи, посвященные кипению, конденсации и испарению в различных условиях; гидродинамике двухфазных потоков; молекулярно-кинетическим эффектам на межфазных границах при неравновесных фазовых переходах; теплообмену в сверхтекучем гелии; моделированию теплообмена в периодически структурированных системах, включая турбулентные потоки; принципам моделирования аварий в ядерных реакторах; классическому термодинамическому анализу.

2) Продемонстрировать примеры последовательного развития некоторых научных идей — от разработки отдельных системных задач до построения развернутой теории, как, например для задач, связанных с кипением и конденсацией, которые интересовали Д.А. Лабунцова на протяжении всей его жизни в науке. Показать при этом, как гармонично выстраивается автором взаимодействие теории и эксперимента, как уместны и точны были цели и задачи экспериментов, проводившихся под его руководством. Дать почувствовать читателю вкус дискуссионного задора, турнирного настроения, характерного для научного стиля Д.А. Лабунцова и очень украшавшего живую жизнь науки в условиях ее активного развития с участием многих действующих лиц.

3) Дать примеры построения эвристических физико-математических моделей, открывающих новые пути и методы для анализа физических процессов различного вида. Такова, например, модель переноса тепла при периодическом изменении коэффициента теплоотдачи, которая ориентирована на очень широкий спектр применения и продолжает использоваться для решения различных прикладных задач теплообмена; такова теория пограничных явлений при неравновесных фазовых переходах, которая позволила при ее создании предсказать необычные температурные инверсии на границе фаз, в последующем найти обоснования закономерностей бесшумового пленочного кипения гелия-II и продолжает интегрироваться в новейшие разработки, связанные с проблемами фазовых переходов.

4) Представить оригинальные подходы к решению отдельных фундаментальных задач, связанных либо с конкретными запросами теплоэнергетики, либо с потребностями развития отдельных направлений науки, где проявился характерный для Д.А. Лабунцова ясный аналитический стиль системного, концептуального исследования. К работам этого разряда относятся, в частности, две последние опубликованные при жизни ученого статьи: о моделировании аварий в ядерных реакторах и о термодинамической концепции располагаемой работы.

Хотелось также по возможности широко отразить в собрании имена соавторов Дмитрия Александровича — сотрудничавших с ним ученых, его многочисленных учеников. К сожалению, заданный объем книги не позволил выполнить этот замысел в полной мере.

В книгу включены две статьи из архива Д.А. Лабунцова, написанные в последние годы и не опубликованные при его жизни: одна, связанная с его занятиями геотермикой, призвана еще немного расширить для читателя круг прикладных задач энергетики, простые решения которых автор находил на общем фундаменте теплофизики; вторая — пример элегантного решения частной, но практически очень значимой гидродинамической задачи о кризисе течения нестационарного двухфазного потока, самая последняя работа ученого.

Статьи имеют разный объем и представляют как решения отдельных частных задач, так и законченные исследования крупных научных проблем, ранее малоизученных или спорных. Собранные вместе, эти работы составили оригинальную монографию, которая, хочется надеяться, будет воспринята как особый вклад в базовую литературу по физическим основам энергетики.

Внутри книги работы сгруппированы по тематическому принципу. Расстановка внутри группы подчиняется в основном хронологии появления работ в печати, иногда — логике предмета.

Труды публикуются по первоисточникам. Поскольку создавались труды в разные годы и печатались в разных изданиях, при соединении их в одной книге была приведена к большему единообразию система обозначений и размерностей. Отдельные исправления опечаток или стилистических неточностей, незначительные сокращения были сделаны без дополнительных оговорок; все иные мелкие пояснения редактора оговорены. Значительная работа была проведена по уточнению списков цитированной литературы, которые представляют большую самостоятельную ценность не только как источники первичной информации, но и как очень понятные свидетельства этапных перемен, происходивших на пути развития теплотехнической науки в последние полстолетия.

Книга предворяется статьей о научном наследии Д.А. Лабунцова, написанной его учениками, профессорами В.В. Яговым и А.П. Крюковым, при участии доктора наук Ю.Б. Зудина, которые работали с Дмитрием Александровичем в МЭИ и продолжают развивать его научные идеи.

Издание книги стало возможным благодаря финансовой поддержке со стороны Российского фонда фундаментальных исследований РАН.

Добросердечную заинтересованность и поддержку проекту издания оказали хорошо знавшие Д.А. Лабунцова и много взаимодействовавшие с ним академик РАН, профессор А.И. Леонтьев и член-корреспондент РАН, профессор Э.Э. Шпильрайн.

При подготовке книги к изданию ее редактору помогало ощущение искренних ожиданий выхода книги, проявленных многими людьми, знавшими Дмитрия Александровича, а также внимательная профессиональная работа сотрудников издательства МЭИ.

Тот факт, что читатель возьмет в руки эту книгу, означает, что труды Дмитрия Александровича Лабунцова найдут новое продолжение, и благодарная память о нем продлится...

*Т. Муратова, кандидат технических наук  
Декабрь 1999*

О НАУЧНОМ НАСЛЕДИИ  
ДМИТРИЯ АЛЕКСАНДРОВИЧА ЛАБУНЦОВА  
(1929—1992)

Выход в свет избранных трудов Д.А. Лабунцова с искренней радостью воспримут не только его многочисленные ученики, но и все те специалисты-теплофизики, которым посчастливилось слышать его выступления на заседаниях советов, конференциях, семинарах или общаться с ним лично. Эта книга, несомненно, найдет и нового читателя среди молодых людей, которые выбрали и еще выберут для себя путь исследователей в науке.

Говоря об учениках Дмитрия Александровича, справедливо иметь в виду не только тех, кто был его аспирантом или слушал его лекции в МЭИ по механике двухфазных потоков и теории теплообмена. Влияние личности Д.А. Лабунцова испытали на себе многие из тех, кто приходил к нему для консультаций, участвовал в рабочих обсуждениях различных научных и инженерных проблем. Его еженедельные, по вторникам, встречи с аспирантами в 1966—1972 гг., к которым часто присоединялись инженеры, молодые научные работники с различных кафедр МЭИ, из ИВТАН, с некоторых промышленных предприятий, дали неопределимо много участникам этих встреч в их становлении как научных работников и навсегда остались удивительно светлой страницей в памяти. В его беседах с молодыми коллегами, молодыми не столько по возрасту — здесь отличия могли не быть существенными, — сколько по уровню научной эрудиции и особенно по глубине понимания обсуждаемых проблем, важным было все: и умение быстро проникнуть в самую суть вопроса, и исключительная научная добросовестность, не допускавшая каких-либо конъюнктурных решений в ущерб истине, и уважение к точке зрения любого участника дискуссии независимо от «ранга». Дмитрий Александрович нередко повторял, что в науке нет «генералов», и сам следовал этому принципу неукоснительно — любая продуманная, разумно выстроенная научная идея, любой новый экспериментальный факт были ему интересны, от кого бы они ни исходили. Он всегда досадовал, если кто-нибудь пытался в качестве аргумента в споре просто сослаться на авторитет.

Работа Дмитрия Александровича Лабунцова была связана с двумя энергетическими институтами: учебным — МЭИ и научно-исследовательским — ЭНИН им. Г.М. Кржижановского. В МЭИ, на кафедре теоретических основ теплотехники он начал свою научную и педаго-



гическую деятельность после окончания этого института в 1953 г.; позже, в 70-е годы, заведовал кафедрой тепломассообменных процессов и аппаратов, стоял у истоков создания кафедры криогенной техники, возглавил ее при создании, а затем работал профессором этой кафедры. В ЭНИН Д.А. Лабунцов работал в 60-е гг., здесь в 1963 г. защитил докторскую диссертацию и здесь возглавлял лабораторию в последние годы жизни.

Основные научные работы Д.А. Лабунцова были посвящены физико-техническим проблемам энергетики. Ученый с глубокой физической интуицией, Дмитрий Александрович больше тяготел к фундаментальным проблемам, выходящим за рамки конкретных приложений, что отражает и содержание настоящей монографии. Внимательный читатель увидит, что он обращался и к сугубо прикладным задачам, но и в этих случаях главным остается их физическое содержание, которое всегда шире приложения.

Читатель, хорошо знакомый с современным состоянием обсуждаемых проблем, легко увидит, насколько глубокими оказались многие из научных идей Д.А. Лабунцова. Значительная часть включенных в книгу работ написана 20 и более лет назад, и кажется уместным их сопоставление с новейшими научными разработками.

В работах [1—5] отражены результаты теоретических и экспериментальных исследований динамики паровых пузырьков в широком диапазоне давлений. В 50—60-е гг. у большинства специалистов по кипению сложилось представление, согласно которому рост пузырька на твердой стенке в неоднородном температурном поле, т.е. в обычных для кипения условиях, может быть описан соотношениями, полученными для условий однородно перегретой жидкости (например, формулой Плессета—Цвика). Д.А. Лабунцовым было показано, что при высоких приведенных давлениях пузырек, использующий для роста избыточную энтальпию окружающей его перегретой жидкости, не смог бы вырасти за пределы температурного пограничного слоя на стенке. Иная точка зрения, согласно которой пузырек при высоких давлениях растет за счет тепла, поступающего от твердой обогреваемой стенки, была воплощена в детально проработанной модели в работе [1]. Здесь еще не используется термин «микрослой жидкости», введенный в то же время американскими исследователями Муром и Меслером, но фактически в этой модели впервые рассмотрен механизм роста парового пузырька за счет испарения тонкого теплопроводного слоя жидкости, теплоемкость которого для процесса не существенна.

Модель нашла убедительное подтверждение представленными в работе [2] результатами кинематографического исследования роста паровых пузырьков при кипении воды, этанола и бензола в широком диапазоне давлений (до 10 МПа). В этой работе было, в частно-

сти, показано, что формула работы [1] для скорости роста паровых пузырьков может быть получена и из соображений размерности.

Работы [3, 5] рассматривают динамику паровых пузырьков в совершенно иных условиях — при низких давлениях, когда роль тепла, запасенного перегретой жидкостью, становится преобладающей для роста пузыря. При этом весьма существенными становятся динамические эффекты, связанные с давлением в паре и жидкости. Впервые на основе опытных кривых роста пузырей показано, что перепады давлений в растущем пузыре и в жидкости «на бесконечности» могут превосходить абсолютное давление над уровнем жидкости. Было дано приближенное аналитическое решение задачи о росте паровых пузырей с учетом инерционных эффектов. В отличие от часто цитируемой работы Микича, Гриффитса и Росеноу, это решение учитывает сжимаемость пара и сильную нелинейность кривой насыщения.

В 1970 г. на конференции в ИВТАН Д.А. Лабунцов выступил с проблемным докладом, который был опубликован лишь четыре года спустя [4]. Этой работе едва ли можно сопоставить что-либо в мировой литературе по физике кипения. Глубокий по существу и блестящий с точки зрения методики анализ позволяет включать эту работу почти без изменений в вузовские учебные курсы (особенно в части, касающейся анализа предельных схем роста пузыря). Здесь же Д.А. Лабунцов впервые опубликовал высказывавшийся им ранее в публичных дискуссиях свой подход к проблеме отрыва паровых пузырьков от стенки. Этот подход настолько противоречил привычным представлениям о сбалансированности действующих на пузырек сил как условия его отрыва, что многие из коллег этот подход не воспринимали и пытались опровергнуть, однако аргументация Д.А. Лабунцова была столь же убедительна, сколь и проста. «Согласно принципу Даламбера, — указывает Д.А. Лабунцов, — сумма всех сил, включая силы инерции, должна быть равна нулю на протяжении всего периода роста пузырька на поверхности. Поэтому нет никакой гарантии, что находимый из уравнения равновесия сил диаметр отвечает моменту отрыва, а не любому промежуточному его значению в период роста...».

Работа [6] не относится к числу имеющих непосредственно прикладное значение, поскольку формально ее результатом является теоретическое обоснование уже известной эмпирической формулы для скорости всплытия крупных газовых пузырей. Однако научная и методическая значимость работы несомненна. Задача решена в рамках модели течения жидкости со свободной поверхностью (поверхность с нулевым касательным напряжением). Эта модель хорошо известна в механике жидкости, однако, как показывает опыт, ее понимание вызывает трудности, когда речь идет — как в случае со всплывающим пузырем — о замкнутой свободной поверхности.

Зрительно пузырь в жидкости воспринимается как твердое тело, и это мешает понять, что из-за исчезающе малой плотности газа (в сравнении с плотностью жидкости) давление во всех точках поверхности пузыря со стороны жидкости одинаково с точностью до лапласовского скачка. В действительности, скорость всплытия и форма пузыря всегда «подстраиваются» под это условие на свободной поверхности. Из работы [6] следует, в частности, что все пузыри, имеющие при всплытии форму сферического сегмента, геометрически подобны. Это подтверждено многочисленными экспериментами с использованием различных жидкостей, в том числе обладающих большой вязкостью. Задача, проанализированная в работе [6], уже успела войти в учебные курсы и в соответствующие учебные пособия.

Работа [8] также имеет прямое отношение к механизму образования паровой фазы. Здесь на основе фундаментальных соотношений термодинамики и механики сплошной среды рассматривается возможность возникновения скачка вскипания в потоке метастабильной жидкости. Сам термин «скачок вскипания» введен впервые в этой работе. При этом строго доказывается, что возникновение скачка вскипания не противоречит второму закону термодинамики и сопровождается ростом энтропии. Очевидна важность полученного результата для анализа критических истечений метастабильной жидкости через насадки или при авариях с потерей теплоносителя.

Какаясь вопросов теплообмена при пузырьковом кипении, следует отметить, что первая работа [9] Д.А. Лабунцова по этой проблеме, опубликованная в 1959 г., была революционной. Данное в ней качественное описание физики процесса вполне соответствует нынешним воззрениям. Высокие значения коэффициента теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении и его независимость в широких пределах от скорости вынужденного движения и от недогрева Д.А. Лабунцов связывал с интенсивными пульсациями в жидкости, обусловленными возникновением и ростом пузырьков пара непосредственно у поверхности нагрева. При этом пульсации происходят «в той области, которая в остальных случаях конвективного теплообмена расположена в глубине пограничного слоя и практически свободна от каких бы то ни было возмущений». Отсюда — за несколько лет до первых экспериментальных свидетельств — был сделан вывод об отсутствии влияния интенсивности массовых сил на теплообмен при кипении, что нашло отражение в предложенных в [10] уравнениях подобия.

Нельзя не подчеркнуть, что в десятках расчетных формул для теплообмена при кипении, предложенных до и после работ Д.А. Лабунцова, отражаются с помощью набора безразмерных комплексов только качественные представления о физической природе процесса, тогда как конкретный вид функциональной зависимости получается

чисто эмпирически на основе аппроксимации опытных данных. Д.А. Лабунцов был первым, кто предложил количественную теорию теплообмена при пузырьковом кипении и на ее основе получил расчетное соотношение, определяющее тепловые эффекты с точностью до двух числовых множителей [10, 11]. Его теория конкретизировала развитые им принципиальные идеи о механизме теплообмена. То, что термическое сопротивление теплоотдаче определяется заторможенным теплопроводным слоем жидкости, толщина которого зависит от плотности центров парообразования и скорости роста паровых пузырей, сегодня, после работ Лабунцова, кажется почти очевидным. Но в 60-е гг. идеи Д.А. Лабунцова открыли совершенно новый этап в исследовании пузырькового кипения. Вместо пассивного следования за экспериментом был указан путь прямого моделирования процесса, призванного выявить главные его черты и позволяющего теоретически предсказать вид зависимости коэффициента теплоотдачи от плотности теплового потока и свойств жидкости.

В дальнейшем, после появления прямых опытных свидетельств того, что при развитом пузырьковом кипении на поверхности нагрева постоянно формируются крупные паровые пузыри (конгломераты) с жидкой пленкой в их основании, которая сохраняется вплоть до кризиса, Д.А. Лабунцов показал [15], что полученная им в [10] зависимость

$$\alpha \approx (\lambda^2 q^2 / \nu \sigma T_s)^{1/3}$$

справедлива и в этих условиях.

На наш взгляд, следующее отсюда безразмерное число подобия

$$Lb = \frac{\alpha (\nu \sigma T_s)^{1/3}}{(\lambda q)^{2/3}}$$

играет при кипении роль, сходную с ролью числа Стантона в однофазной конвекции и по справедливости должно называться числом Лабунцова —  $Lb$ . Безразмерный коэффициент теплоотдачи  $Lb$  — функция давления и физических свойств жидкости. В работах [11] и [15] предложены два различных вида этой функции. В дальнейшем ее удалось уточнить путем учета интенсивного испарения жидкости по границам сухих пятен — центров парообразования<sup>1)</sup>.

Выполненные под руководством Д.А. Лабунцова экспериментальные исследования, как это видно на примере включенных в книгу статей [13, 14], не просто пополняют массив экспериментальных данных о теплообмене при кипении, но отражают ряд новых закономерностей, обоснованных с большой тщательностью и убедительностью. Это относится, в частности, к влиянию материала поверхности

<sup>1)</sup> В.В. Ягов Научное наследие Д.А. Лабунцова и современные представления о пузырьковом кипении // Теплоэнергетика. 1995. № 3. С. 2—10.

нагрева и способа ее подготовки на теплообмен и критические тепловые потоки при кипении воды, этанола и бензола в диапазоне давлений от атмосферного до близких к критическому.

В книгу включены три статьи Д.А. Лабунцова [7, 12, 16], посвященные теплообмену при пленочном кипении. Работа [12] интересна как пример удачного использования аналогии между различными процессами теплообмена. В данном случае аналогия с турбулентной свободной конвекцией позволила получить простую, физически ясную формулу для коэффициента теплоотдачи при пленочном кипении у вертикальной поверхности в условиях турбулентного течения пара. Показательна для стиля Д.А. Лабунцова работа [16], где реализовано аналитическое решение задачи о теплообмене при ламинарном пленочном кипении с учетом влияния конвективного переноса. Влияние конвективного переноса учитывается введением эффективных значений теплопроводности пара и теплоты испарения, и результат доводится до получения универсальных зависимостей этих эффективных параметров от критерия фазового перехода. В последующей публикации [7], интересной прежде всего удачным обращением к аппарату классической механики идеальной жидкости при решении реальной задачи о струйном охлаждении стенки, нагретой выше температуры предельного перегрева жидкости, найденные ранее универсальные функции получили естественное применение.

Из работ, посвященных кризису кипения [17—19], особо следует остановиться на статье [18], посвященной анализу знаменитой гидродинамической теории кризисов кипения Н. Зубера. Эта публикация фактически задала тон острой научной полемике о природе кризиса кипения и полностью сохраняет свою актуальность в свете продолжающихся дискуссий на эту тему. Д.А. Лабунцов показал, что использованный Н. Зубером детальный анализ двух типов гидродинамической неустойчивости не только дал теоретическое обоснование известной формулы С.С. Кутателадзе, но и высветил ряд спорных моментов гидродинамического подхода к анализу кризисов кипения. Прежде всего, анализ Н. Зубера строится для условий уже существующей паровой пленки, т.е. «со стороны пленочного кипения», а анализ устойчивости пузырькового кипения с неизбежностью потребовал бы учета вязкости и, возможно, теплопроводности жидкости<sup>1)</sup>.

Работа [19], выполненная совместно с Г.Н. Кружилиным, является примером научного подхода к анализу сугубо прикладной задачи — к расчету максимальной тепловой мощности канала ядерного реакто-

<sup>1)</sup> Более подробно дискуссионные проблемы гидродинамической теории кризисов как пузырькового, так и пленочного кипения, намеченные в обсуждаемой статье Д.А. Лабунцова, рассматриваются в работе В.В. Ягова: Незавершенные дискуссии о проблемах кипения жидкостей (к 70-летию со дня рождения Д.А. Лабунцова) // Труды 2-й Российской национальной конференции по теплообмену. М., 1998. Т. 1. С. 80—87.

ра. На основании расчетов делаются практически важные выводы о целесообразной, с точки зрения эффективности теплообмена, длине канала в реакторах кипящего типа. Как всегда актуальным представляется содержащийся в [19] качественный анализ физических закономерностей кризиса кипения в каналах.

С исследований теплообмена при конденсации начиналась научная деятельность Д.А. Лабунцова, и сегодня хорошо видно, что уже первыми публикациями по этой проблеме (здесь это работа [20]) он заявил о себе как крупнейший специалист по теплообмену. В [20] и позднее в [21] выполнен теоретический анализ теплообмена при ламинарном течении пленки конденсата, существенно раздвигающий границы применимости классических решений Нуссельта. В [22] дается обоснование поправок к формулам Нуссельта для теплообмена при конденсации на вертикальной плоскости и поверхности горизонтальной трубы. Поправка на переменность свойств жидкости в пленке рассчитана Лабунцовым в предшествующих работах 1956 г. Здесь же обосновывается отсутствие влияния конвективного переноса импульса и энергии на теплообмен при ламинарном течении пленки в практически реализуемых режимах, а также вводится поправка на волновое движение пленки. Производит впечатление тщательность сравнения предлагаемых расчетных соотношений с опытными данными, охватывающими различные по свойствам жидкости и широкий диапазон режимных параметров. В [22] представлен анализ влияния кривизны и неизотермичности поверхности конденсации на локальные и осредненные значения коэффициента теплоотдачи. Это — нечастый пример того, как строгая аналитическая работа может быть сделана легко доступной читателю благодаря логике и ясности изложения. Результатом анализа являются уравнения, определяющие значения коэффициента теплоотдачи для любых криволинейных поверхностей и при любых законах неизотермичности. В практическом плане принципиально важен следующий из решения вывод о том, что на плоских поверхностях средняя теплоотдача инвариантна относительно пространственной неоднородности поля температур. Для криволинейных поверхностей неоднородность распределения температуры поверхности влияет на среднюю теплоотдачу. С типичной для работ Лабунцова последовательностью анализ доведен до практических приложений — до расчета теплоотдачи при конденсации на поверхности горизонтальной трубы.

В работах [20, 21] представлены результаты теоретического анализа теплообмена при конденсации в случае турбулентной пленки. После публикации работы [21] прошло 40 лет, и за это время к приводимым в ней убедительным примерам подтверждения расчетной зависимости опытными данными добавилось много новых показательных результатов. Уравнение (25) этой работы прочно вошло

в учебники и справочные издания. То же относится и к результатам работ [20, 22].

Очень небольшая по объему статья [23] сохраняет по сей день свою значимость, во-первых, из-за уникальных опытных данных о скорости конденсации одиночных паровых пузырьков в потоке недогретой воды при высоких давлениях, а во-вторых, благодаря простой и изящной модели процесса. Использование аналогии Рейнольдса позволило получить простое уравнение, описывающее изменение размера конденсирующегося пузырька во времени и объясняющее такие эффекты, как сильное влияние давления на скорость конденсации, независимость длины участка конденсации пузырька данного размера от скорости потока, а также характер изменения истинного объемного паросодержания потока в необогреваемом канале.

Широкий спектр задач представлен в V разделе монографии. Работа [25] посвящена гидродинамике ламинарных потоков в системах, где движение обусловлено испарением из жидкой или твердой фазы. Известно, что перечень задач, для которых аналитически решены уравнения Навье—Стокса, крайне ограничен. Работа [25] пополняет этот перечень решением для осесимметричного течения несжимаемого газа со вдувом в плоском зазоре между двумя дисками. Решение это является классическим как по строгости постановки задачи, так и по эффективности использованного метода. На основе строгих результатов для предельных случаев бесконечно больших и бесконечно малых чисел Рейнольдса выводится интерполяционное уравнение для распределения давления в зазоре. Вторая часть теоретического решения, посвященная течению сжимаемого газа, выявляет чрезвычайно интересные особенности таких течений в области низких давлений, в частности, возникновение скачков уплотнения на выходе из щели.

В духе классических подходов выдержана и работа [27], где излагается аналитическое решение задачи об устойчивости потока гелия при сверхкритическом давлении. На основе линейной теории устойчивости здесь построена пространственная диаграмма, определяющая область устойчивости к различным модам колебаний, и анализируется влияние практически важных режимных параметров на границы устойчивости. Сопоставление с экспериментами вполне подтверждает прогностическую надежность и практическую значимость такого анализа.

Работы [24] и [28] относятся к тому типу задач механики двухфазных течений, для которых невозможно использовать строгие аналитические методы. Здесь важно понимание качественных закономерностей изучаемого явления, что прекрасно демонстрирует работа [24], где на основе анализа скольжения фаз в контрольной ячейке выводится полуэмпирическое уравнение для расчета истинного объем-

ного паросодержания в двухфазных потоках. В работе [28] модель распространяется на неадиабатные, в том числе неравновесные потоки. В последнем случае при построении расчетного уравнения для истинного объемного паросодержания при отрицательных значениях относительной энтальпии потока не удастся обойтись без введения эмпирической функции, характеризующей степень насыщения двухфазной области пузырьками. Однако и здесь на всех этапах вывода расчетного уравнения ясно формулируются лежащие в его основе физические соображения.

Работа [26] представляет собою пример успешного использования методов термодинамического подобию для расчета такого сложного процесса, как критическое истечение вскипающих жидкостей. Обоснованный выбор параметров, управляющих процессом, тщательный анализ экспериментальных данных (включая результаты численных экспериментов), на основе которых строится расчетное уравнение, гарантируют надежность последнего, что предопределило включение предложенного в [26] метода расчета в справочные издания.

В работе [29], оформленной в 1992 г. и не опубликованной при жизни Дмитрия Александровича, им была математически смоделирована и решена одна из актуальных физико-технических задач, связанных с проблемой безопасности атомных энергетических блоков с водо-водяными реакторами — задача о нестационарной гидродинамике гидрозатвора атомной станции. Решения были положены в основу рекомендаций по физическому моделированию устройства при имитации аварийных ситуаций на реакторных блоках. Полученный в [29] результат имеет значение, выходящее за рамки частной задачи прикладного характера. С одной стороны, он дополняет фундаментальные рассуждения проблемы моделирования переходных теплогидродинамических процессов в крупных энергетических системах; к этой проблеме Д.А. Лабунцов обратился в условиях обостренного внимания к безопасности ядерных реакторов, посвятив ей работу [43], представленную в этой книге. С другой стороны, можно говорить о новой странице гидродинамики двухфазных потоков — о теоретическом описании не изученного ранее явления кризиса течения в горизонтальных каналах.

Раздел VI монографии посвящен изучению процессов теплообмена на проницаемых границах раздела фаз. Дмитрий Александрович Лабунцов внедрил в эту область новый для нее, «кинетический» язык описания: он был первым в мире среди специалистов, работавших в области теплообмена, кто исключительно плодотворно применил молекулярно-кинетическую теорию для исследования пограничных эффектов при испарении и конденсации. Результаты его исследований на основе этого новаторского подхода позволили перейти на качественно более глубокий уровень понимания изучаемых



явлений и получить о них новую количественную информацию, не доступную при феноменологических описаниях.

Методы физической кинетики впервые были применены к изучению процессов испарения—конденсации за несколько лет до начала работы Д.А. Лабунцова в этой области. В 1959 г. Р.Я. Кучеров и Л.Э. Рикенглаз опубликовали работу о гидродинамических граничных условиях для испарения и конденсации при малой степени неравновесности; в 1962 г. эти же авторы и Т.С. Цулая исследовали процесс переконденсации при малой разности температур (линейная задача) для случая больших и малых чисел Кнудсена путем решения модельного уравнения. Д.А. Лабунцов в 1967 г. моментным методом получил решения кинетического уравнения Больцмана для задачи переконденсации при произвольных значениях коэффициента конденсации и чисел  $K_n$  для диффузной и зеркальной схем отражения молекул [30]. Начиная с 1969 г., т.е. через два года после выхода в свет работы [30], многие ученые в разных странах, используя различные методы решения кинетического уравнения Больцмана, исследовали задачу «медленной» переконденсации, но никто из них не сделал этого в таком общем виде, в каком Д.А. Лабунцов в своей первой кинетической работе.

Важнейшим развитием кинетического подхода можно считать работу 1969 г. [31], в которой рассмотрены задачи испарения—конденсации в полубесконечном пространстве. В этой работе проведено тщательное сопоставление шести- и восьмимоментных аппроксимаций функций распределения, которое позволяет усилить обоснованность получаемых результатов. Такого рода анализ при решении задач испарения—конденсации на основе уравнения Больцмана, насколько известно, не проводился когда-либо ранее. На базе полученных решений были сделаны важные выводы о состоянии пара вблизи поверхности — его пересыщенности при испарении и перегреве при конденсации; впервые в мировой литературе были предложены соотношения, определяющие взаимосвязь скачков температуры на межфазной поверхности с потоками массы и тепла, с состоянием пара вдали от поверхности.

В работе [32] впервые были четко сформулированы условия на границах раздела фаз, при этом впервые введены понятия универсальных и специальных условий совместности. Трудно переоценить эту методическую находку. Благодаря ей ясность понимания роли каждого условия на границе успешно реализуется в строгом математическом описании.

Работы [33, 34] — одни из первых в мире (наряду с работами М.Н. Когана, Н.К. Макашева и А.М. Бишаева, В.А. Рыкова) по изучению интенсивной конденсации в общей нелинеаризуемой постановке. В этих работах были получены удобные для инженерной практики,

единственные до сего дня формулы для расчета плотности потоков массы при интенсивном испарении и конденсации. Позже, в 1986 г. американские исследователи Л. Понг и Ж.А. Мозес представили обобщение этого подхода на случай интенсивной конденсации при наличии неконденсируемого компонента.

В работе [35] исследуется отражение звука от межфазной поверхности обычных и высокотеплопроводных жидкостей. Впервые на основе применения решений кинетического уравнения Больцмана для задач испарения—конденсации сформулирована полная система уравнений, описывающая процесс взаимодействия звуковой волны с поверхностью жидкости. Результат работы — теоретически обнаруженная явная зависимость коэффициента отражения звука от коэффициента конденсации пара на границе раздела фаз. В этой работе приведены расчетные характеристики взаимодействия звуковой волны с межфазной поверхностью жидких металлов (натрия, калия, лития).

Отдельного внимания заслуживают работы Д.А. Лабунцова, посвященные задаче теплопереноса через границу раздела фаз сверхтекучего гелия. Известно, что из-за чрезвычайно высокой теплопроводности He-II и сравнительно небольшого давления насыщения основное термическое сопротивление в сопряженной задаче теплообмена в сверхтекучем гелии, в отличие от обычной жидкости, приходится на межфазную поверхность. Краткий анализ кинетических работ Д.А. Лабунцова, приведенный выше, показывает, что к началу исследований теплообмена в He-II Дмитрием Александровичем была разработана солидная методическая база, позволяющая решать самые различные задачи тепломассообмена при фазовых переходах. Но по-видимому, нужна была блестящая физическая интуиция Д.А. Лабунцова, чтобы на этой основе объяснить и согласовать с опытными фактами уникальные особенности пленочного кипения сверхтекучего гелия. Пионерские работы этого направления в области физики низких температур были выполнены Д.А. Лабунцовым в конце 70 — начале 80-х гг. [36—38].

Основополагающие работы Дмитрия Александровича Лабунцова в области молекулярно-кинетической теории испарения—конденсации появились значительно раньше, чем были проведены соответствующие экспериментальные исследования. Лишь совсем недавно, через 30 лет после опубликования первой кинетической работы Д.А. Лабунцова, на 21-й Международной конференции по динамике разреженных газов японскими учеными Т. Фурукавой и М. Муракамой докладывались первые экспериментальные данные о процессах малоинтенсивного («медленного», по терминологии Д.А. Лабунцова) испарения с межфазной поверхности сверхтекучего гелия. В 1988 г. немецкие ученые Р. Магер, Г. Адомейт, Г. Вортберг впервые представили результаты экспериментального исследования интенсивного ис-

парения и переконденсации йода. В августе 1998 г. в лекции английского ученого Д. Роуза «Перенос массы на границе раздела фаз, коэффициент конденсации и капельная конденсация», прочитанной на 11-й Международной конференции по теплообмену, формула Д.А. Лабунцова для расчета интенсивности конденсации рассматривалась в качестве основной для определения плотности межфазного потока массы и соответствующих чисел Маха набегающего потока пара. Немногочисленные пока из-за своей сложности эксперименты по испарению и конденсации полностью подтвердили теоретические результаты Д.А. Лабунцова. Это дает все основания утверждать, что будущие высокоточные эксперименты по исследованию как «медленных», так и интенсивных процессов испарения и конденсации дадут новые подтверждения блестящих плодов интуиции, ясного физического понимания существа явлений, математической корректности методов Д.А. Лабунцова.

Круг научных интересов Д.А. Лабунцова, как это явствует из уже рассмотренных работ, был весьма широк. Подтверждают это и те семь статей, которые включены в два последних раздела монографии. Здесь и аналитическое исследование теплообмена при ламинарном течении в трубах [39], и качественный анализ физических закономерностей теплообмена при сверхкритических давлениях [40], и открывшая по существу новое направление в теории теплообмена работа [41], где рассматриваются процессы теплообмена с периодической интенсивностью.

В конце 70-х гг. Д.А. Лабунцов впервые высказал идею о том, что установленные к тому времени экспериментальные факты по влиянию материала стенки на осредненную теплоотдачу (полученные, главным образом, при пузырьковом кипении и капельной конденсации) являются следствием различия процедур осреднения коэффициента теплоотдачи в процессах теплообмена с периодической интенсивностью. Им был сформулирован простой подход к количественной оценке влияния теплофизических свойств и толщины стенки на «экспериментальный» коэффициент теплоотдачи, определяемый по средним значениям теплового потока и перепада температур в традиционном теплообменном эксперименте и используемый в прикладных расчетах. Д.А. Лабунцов указал, что точная информация о поле температур в стенке в условиях периодических и случайных гидродинамических пульсаций теплоносителя может быть получена лишь при постановке и решении сопряженной кондуктивно-конвективной задачи для системы «теплоноситель—стенка», что в обозримом будущем представляется нереальным. В то же время им была высказана физическая гипотеза о том, что «истинный» коэффициент теплоотдачи должен быть величиной, в наименьшей степени подверженной эффектам теплового влияния стенки. Это предполо-

жение практически точно выполняется для процессов, интенсивность теплообмена которых регулируется термическим сопротивлением тонкой жидкой пленки на твердой поверхности. Для большей части остальных процессов теплообмена с периодической интенсивностью обоснованность гипотезы Д.А. Лабунцова следует из факта сравнительной «медленности» гидродинамических пульсаций по отношению к тепловой инерционности теплопередающей стенки, которая успевает к ним «подстраиваться», что и обеспечивает по существу квазистационарный характер теплообмена. В соответствии с расчетной моделью Д.А. Лабунцова, истинный коэффициент теплоотдачи задается в виде суперпозиции осредненной и пульсационной составляющих, причем осредненная часть заимствуется из теории конвективного теплообмена в несопряженной постановке, а пульсационная добавка определяется на основе анализа механизма гидродинамических пульсаций в теплоносителе. Этот подход изложен в [41], где в результате анализа процессов теплообмена с периодической интенсивностью было показано, что «экспериментальный» коэффициент теплоотдачи всегда меньше истинного осредненного (знак равенства достигается в предельном случае бесконечно теплопроводной стенки). На основе этого подхода частная сопряженная задача приближенно заменяется на общую краевую задачу для уравнения теплопроводности в стенке. Применение этой методологии позволило интерпретировать эффекты теплового влияния стенки на теплоотдачу при турбулентном, по самой своей природе квазипериодическом течении в трубах, а впоследствии решить ряд других задач о теплообмене с периодической интенсивностью, в частности, рассчитывать количественный эффект теплового влияния стенки на осредненную теплоотдачу при пузырьковом и переходном кипении.

Работа [42], опубликованная по материалам архива Д.А. Лабунцова, представляет собой один из характерных примеров тщательного физического обоснования «рабочих» методик, используемых для теплогидравлического расчета энергетического объекта, в данном случае — парогидротермального природного котла. Здесь проявились, с одной стороны, глубокий интерес Дмитрия Александровича к физике Земли, а с другой — свойственные ему желание и готовность «докопаться» до сути при применении неочевидных, хотя и общепринятых, расчетных приемов. Доказательность методики в таком случае становится залогом ее разумного применения.

Особое внимание хочется привлечь к двум последним прижизненным публикациям Д.А. Лабунцова — работам [43] и [45], одной — ориентированной на решение актуально практической задачи, другой — чисто теоретической. Уже упомянутая выше работа [43] относится к своеобразной и весьма тонкой методологической области — теории моделирования тепловых и гидродинамических процессов.

Работа носит остро критический характер. В условиях повышенного интереса к проблеме безопасности атомных станций Дмитрий Александрович привлекает внимание к отсутствию строгих обоснований при создании их крупномасштабных стендовых моделей. На базе фундаментальных положений теории подобия фактически дезавуированы применяемые к этим объектам приемы моделирования.

В работе [45] сформулирован фактически новый подход к определению понятия располагаемой работы как индивидуальной физической характеристики вещества, отличный от традиционного эксергетического анализа, трактующего располагаемую работу как характеристику термодинамической системы. На основе разработанного им подхода Д.А. Лабунцов построил фундаментальное нестационарное уравнение сохранения полной располагаемой работы, применимое к любым процессам переноса, включая процессы, происходящие в потенциальном поле и при наличии объемного тепловыделения. Трудно переоценить этот результат не только как методологическую находку, как распространение фундаментальных принципов сохранения на новую субстанциальную характеристику, — он открывает практически неограниченные возможности для анализа баланса располагаемой работы в самых разнообразных тепловых процессах, в том числе нестационарных, к которым в принципе неприменим эксергетический анализ.

Работа [45] отразила свойственный Дмитрию Александровичу интерес к разработке аппарата термодинамики как средства глубокого физического анализа. Этот интерес проявился, в частности в предложенном им обосновании термодинамики сверхтекучего гелия [44], позволившем снять кажущиеся противоречия в существующих вариантах термодинамики этой нетривиальной системы.

В этой книге заключена лишь часть уникального научного наследия выдающегося ученого, отличавшегося многогранным и мощным творческим потенциалом. Его ученики сохраняют о нем память, полную тепла и благодарности, и видят в книге возможность не только продлить эту память как можно дольше, но и дать новую жизнь идеям и разработкам Дмитрия Александровича Лабунцова.

*В.В. Ягов, профессор, д. техн. наук*  
*А.П. Крюков, профессор, д. техн. наук*  
*Ю.Б. Зудин, д. техн. наук*

# 1. КИПЕНИЕ: МЕХАНИЗМЫ ПРОЦЕССА

1

## МЕХАНИЗМ РОСТА ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ НА ПОВЕРХНОСТИ НАГРЕВА ПРИ КИПЕНИИ

Скорость роста пузырька  $dR/dt$  в изобарических условиях определяется интенсивностью подвода тепла из окружающей жидкости к поверхности пузырька. Взаимосвязь между этими величинами определяется уравнением энергетического баланса

$$r\rho_V \frac{dV}{dt} = \int_S q dS, \quad (1)$$

( $R$  — радиус пузырька,  $V$  — объем пузырька,  $S$  — поверхность,  $t$  — время,  $q$  — плотность теплового потока,  $r$  — теплота парообразования,  $\rho_V$  — плотность паровой фазы).

Количество тепла, подводимого к поверхности испарения, определяемое интегралом в правой части уравнения (1), зависит от тепловых и гидродинамических условий в жидкости вблизи поверхности пузырька. Различным механизмам теплоподвода соответствуют разные закономерности роста пузырьков.

В ряде исследований [1—5] был рассмотрен рост пузырьков в объемах перегретой и неподвижной жидкости. Подвод тепла в этих условиях определяется закономерностями нестационарной теплопроводности. Источником тепла, расходуемого на испарение жидкости внутри пузырьков, является избыточная энтальпия перегрева жидкости. Вычисления разных авторов привели к практически совпадающим результатам:

$$\frac{dR}{dt} = \beta_0 \frac{\lambda c \rho_L}{R} \left( \frac{\Delta T}{r \rho_V} \right)^2 \quad (2)$$

с числовым коэффициентом  $\beta_0 = 2$  ( $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho_L$  — теплопроводность, теплоемкость и плотность жидкости,  $\Delta T$  — расчетная разность температур). Соответствующая уравнению (2) зависимость между радиусом  $R$  и временем  $t$  при  $\beta_0 = 2$

$$R = \frac{2c\rho_L\Delta T}{r\rho_V} \sqrt{at} \quad (3)$$

удовлетворительно согласуется с опытными данными [6], полученными в условиях объемного вскипания перегретой воды при атмосферном давлении ( $a$  — температуропроводность жидкости).

В объемах движущейся перегретой жидкости механизм подвода тепла к поверхности пузырьков и закономерности их роста оказываются иными [7]. Здесь скорость роста пузырька зависит от скорости движения жидкости относительно его поверхности.

Проведенный в данной работе анализ относится к паровым пузырькам, размеры которых существенно больше зародышевых. Температура на поверхности фазового превращения принята равной температуре насыщения<sup>1)</sup>.

В условиях развитого пузырькового кипения вблизи поверхности нагрева существует тонкий слой перегретой жидкости; его толщина, по грубой оценке, равна  $\delta \sim \lambda \Delta T / q_W$  (индекс  $W$  относится к поверхности нагрева), поэтому соответствующий «запас» избыточной энтальпии перегрева  $c_{pL} \Delta T \delta$  невелик. Объяснение закономерностей роста паровых пузырьков на поверхности нагрева при кипении с позиций модели объемного вскипания перегретой жидкости оказывается неудовлетворительным, особенно при высоких давлениях, где энтальпия перегрева  $c_{pL} \Delta T$  существенно меньше теплоты фазового перехода (на единицу объема)  $r \rho_V$ .

Рост пузырьков, развивающихся на поверхности нагрева, должен определяться в первую очередь тепловым потоком, подводимым от поверхности нагрева к поверхности пузырька вблизи его основания. В соответствии с этим представлением о подводе тепла выдвигается следующая модель для объяснения механизма роста паровых пузырьков на поверхности:

а) зона интенсивного испарения расположена около основания растущего пузырька;

б) тепло, расходуемое на испарение, подводится к этим элементам поверхности пузырька непосредственно от поверхности нагрева путем теплопроводности через прилегающие слои жидкости.

Некоторое количество тепла должно подводиться и к остальной поверхности пузырька благодаря наличию перегретого слоя  $\delta$ . Однако этот путь теплоподвода не является определяющим.

Ниже приведена приближенная оценка интенсивности теплоподвода и скорости роста пузырьков, соответствующая предложенной модели. На рис. 1 приведены необходимые обозначения, в соответствии с которыми величина локальной плотности теплового потока, подводимого к элементу поверхности пузырька у его основания, определяется соотношением

$$q \approx \lambda \Delta T / y, \quad (4)$$

где

$$y = y_A + 2x \sin(\theta/2), \quad (5)$$

( $\theta$  — краевой, макроскопический, угол смачивания).

При этом  $y_A$  представляет наименьшую толщину слоя жидкости в окрестности точки  $A$ , при которой феноменологическое соотношение (4) еще имеет смысл.

<sup>1)</sup> При этом не учитывается малая поправка, вносимая кривизной поверхности.

Очевидно, величина  $y_A$  должна быть порядка межмолекулярных расстояний в жидкостях, т. е.  $y_A \approx (10^{-7}—10^{-8})$  см.

Элемент площади интенсивного испарения у основания может быть оценен как произведение радиуса основания  $R \sin\theta$  на  $dx$ , т.е.

$$dS_A \approx 2\pi R \sin\theta \, dx,$$

или

$$dS_A \approx 2\pi R \cos(\theta/2) \, dy,$$

если заменить  $dx$  на  $dy/2 \sin(\theta/2)$  исходя из условия (5).

Тепловой поток, подводимый к элементам основания пузырька, равен

$$Q_A = \int_{S_A} q \, dS_A \approx 2\pi R \cos(\theta/2) \int_{y_A}^{\delta} q \, dy = 2\pi\lambda\Delta T R \cos(\theta/2) \ln(\delta/y_A). \quad (6)$$

Скорость роста пузырька определим по уравнению (1), причем подвод тепла к остальной поверхности не будем учитывать вовсе. Так как для рассматриваемых условий

$$V = (\pi/3)R^3(1 + \cos\theta)^2(2 - \cos\theta),$$

в итоге имеем

$$\frac{dR}{dt} = \beta \frac{\lambda\Delta T}{r\rho_V R}. \quad (7)$$

Коэффициент в последнем уравнении равен

$$\beta = 2 \cos(\theta/2) \ln(\delta/y_A) [(1 + \cos\theta)^2(2 - \cos\theta)]^{-1}.$$

Множитель  $\ln(\delta/y_A)$  из-за существенного различия в порядках величин  $\delta$  и  $y_A$  весьма мало чувствителен к изменению самих величин и может считаться с известным приближением постоянным. Для условий  $0 < \theta < \pi/2$  и  $\delta \approx 10^{-2}$  см величина коэффициента  $\beta$  оказывается равной примерно 10. Соотношение (7), очевидно, применимо на протяжении всего времени нахождения пузырьков на поверхности, кроме лишь самых начальных моментов, когда размеры пузырька соизмеримы с зародышевым масштабом. Соотношение определяет при этом среднюю скорость роста при заданных средних условиях (т.е.  $\Delta T = T_W - T_s$ ,  $\theta$  и т.д.), тогда как скорости роста отдельных индивидуальных пузырьков при этом могут различаться между собой ( $T_s$  — температура насыщения).

Зависимость между радиусом пузырька  $R$  и временем его «жизни»  $t$  в этих условиях может быть найдена после интегрирования (7) в пределах  $0 — R$  и  $0 — t$ :

$$R = \sqrt{2\beta \frac{\lambda\Delta T t}{r\rho_V}}. \quad (8)$$

В настоящее время количество экспериментальных данных по механике паровых пузырьков, развивающихся на поверхности нагрева, ограничено. При этом измерения проводились, как правило, при атмосферном давлении.

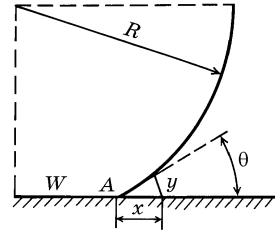


Рис. 1. К определению локальной плотности теплового потока



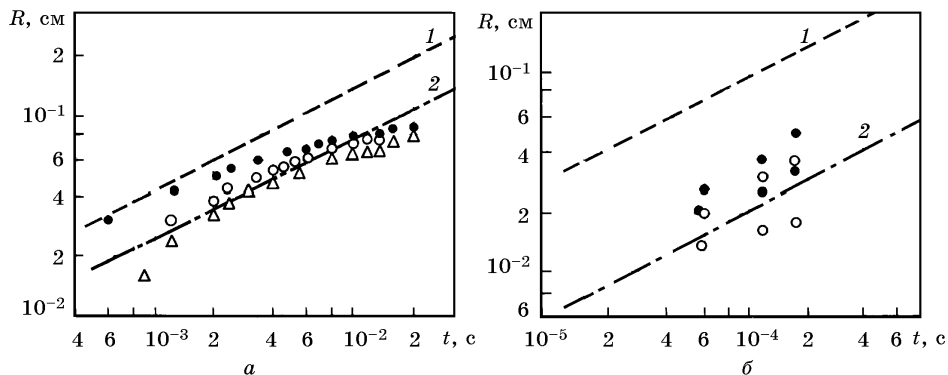


Рис. 2. Сопоставление экспериментальных и расчетных зависимостей между радиусом пузырька  $R$  и временем  $t$

1 — по (3); 2 — по (8) при  $\beta = 10$ . Точки показывают рост отдельных индивидуальных пузырьков;  $a$  — данные, полученные Цмола при насыщенном кипении воды (заимствованные из [8, 9]);  $b$  — данные, полученные Эйлоном при поверхностном кипении недогретой воды в условиях свободного движения (заимствованные из [10, 11])

На рис. 2,  $a$  представлены результаты измерений  $R$  и  $t$ , полученные Цмола, при насыщенном кипении воды. Данные заимствованы из [8, 9]. Опыты проводились при температурном напоре  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ .

Интересно отметить, что для воды при  $T_w - T_s = 5^\circ\text{C}$  и  $p = 9,8 \cdot 10^4$  Па различие между уравнениями (8) и (3) (рис. 2) количественно не слишком велико. Однако из структуры уравнений (8) и (3) следует, что с повышением давления расхождение будет резко увеличиваться. Так, если по этим двум формулам вычислить время роста парового пузырька  $t$  до размера  $R = 0,5$  мм при давлении  $113 \cdot 10^5$  Па и  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ , то по уравнению (8) имеем  $t = 0,4$  с, тогда как из формулы (3) следует, что  $t = 15$  с. Хотя экспериментальные измерения при таких давлениях нам не известны, тем не менее интервал в 15 с, к которому приводит формула объемного вскипания (3), выглядит неправдоподобно большим, если иметь в виду, что температурному напору  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$  здесь соответствуют весьма высокие тепловые нагрузки порядка  $1 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>.

Сравнение экспериментальных и расчетных величин диаметра пузырька  $D_0$  перед его отрывом от поверхности нагрева приведено в таблице. Значения диаметров  $D_0$  и соответствующих интервалов времени нахождения парового пузырька на поверхности  $t_0$  были получены П.И. Поварниным и Р.И. Шнееровой (1950 г.) с помощью скоростной киносъемки в опытах при кипении воды на вертикальной никромовой проволоке диаметром 0,3 мм. Опыты проводились при атмосферном давлении. Температура поверхности проволоки не измерялась.

Значения диаметров  $D_0$  найдены путем подстановки в уравнения (8), (3) экспериментальных значений интервала  $t_0$ . Необходимые для вычислений значения  $\Delta T$  были определены по тепловым нагрузкам с помощью обычной зависимости для теплообмена при кипении воды.

Вычисленные по уравнению (8) значения  $D_0$  выше экспериментальных примерно в 2 раза. Результаты расчетов по формуле объемного вскипания (3) оказываются

Сопоставление экспериментальных и вычисленных значений отрывного диаметра пузырьков

Величина	Численное значение	
	экспериментальное	расчетное
$q$ , Вт/м <sup>2</sup>	$8,1 \cdot 10^4$	$2,84 \cdot 10^5$
$t_0$ , с	0,017 <sup>1)</sup>	0,009 <sup>2)</sup>
$\Delta T$ , °С	10	15,5
$D_0$ , мм (по горизонтали)	0,90 <sup>1)</sup>	0,90 <sup>2)</sup>
$D_0$ , мм (по вертикали)	1,00 <sup>1)</sup>	0,85 <sup>2)</sup>
$D$ , мм по (8)	2,60	2,3
$D$ , мм по (3)	6,6	7,4

<sup>1)</sup> Среднее арифметическое из измерений для 24 пузырьков.  
<sup>2)</sup> Среднее арифметическое из измерений для 27 пузырьков.

завышенными в 6—7 раз. Расхождение в первом случае можно объяснить тем, что соотношение (8), выведенное для роста пузырька на плоской поверхности, недостаточно правомерно для условий кипения на весьма тонкой проволоке. Можно показать, что соответствующие коррективы, которые для этих условий нужно ввести, будут приближать расчетные значения  $D_0$  к экспериментальным. Дело в том, что начиная с некоторого момента, радиус основания растущего пузырька достигает размера радиуса проволоки. После этого скорость роста пузырька будет замедляться, так как поверхность интенсивного испарения перестанет увеличиваться.

Уравнение (8) должно описывать начальную стадию роста пузырьков при поверхностном кипении недогретой жидкости в условиях свободного движения. В первые моменты роста пузырек «защищен» от воздействия холодного ядра слоем «горячей» жидкости, отнесенной от поверхности.

На рис. 2, б приведены экспериментально измеренные величины  $R$  и  $t$  по трем первым кадрам скоростной киносъемки для каждого пузырька. Тепловая нагрузка составляет  $2,45 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>. Зачерненные точки относятся к недогреву  $T_s - T_L = 20$  °С, светлые точки — к  $T_s - T_L = 75$  °С (индекс  $L$  относится к внутренним объемам жидкости).

Необходимые для расчетов значения  $\Delta T$  (которые в опытах не измерялись) приняты по данным [10, 11] и хорошо согласуются с данными [8].

Данные Эйлера при других тепловых нагрузках и недогревах приводят к аналогичной картине. Во всех случаях формула (8) удовлетворительно передает общий уровень экспериментальных величин. Уравнение (3), напротив, приводит к значениям  $R$ , намного превышающим экспериментальные величины.

Соотношение (8) удовлетворительно описывает также начальную стадию роста паровых пузырьков при кипении движущейся недогретой жидкости [12, 13]. Однако для обоснования таких сравнений необходимо провести подробный анализ кипения в этих условиях, что выходит за рамки данной статьи.

В ряде работ определялось произведение отрывного диаметра на частоту образования пузырьков при обычном кипении на поверхности. Эти измерения доступны обычно лишь при небольших тепловых нагрузках. Полученные выше зависи-

мости (7) и (8) позволяют оценить эту величину. Отрывной диаметр при умеренном кипении должен быть порядка капиллярной постоянной  $b$  в соответствии с известной формулой отрывного диаметра в статических условиях. Частота образования (точнее, величина, обратная удвоенному времени роста пузырька до размера  $b$ ) может быть оценена из соотношения (8). Тогда величина произведения отрывного диаметра на частоту образования пузырьков оказывается порядка

$$\beta \frac{\lambda \Delta T}{r \rho_v b}. \quad (9)$$

Расчет этой величины для воды, кипящей при атмосферном давлении, при  $\Delta T = (5—6)^\circ\text{C}$  и  $\beta = 10$  дает (100—120) мм/с, что хорошо согласуется по порядку величин с измеренными в опытах значениями 95 мм/с [14] и 77 мм/с [15].

Для метанола и четыреххлористого углерода при тех же условиях имеем (50—60) мм/с, что также близко к измеренным величинам [16, 17].

Наконец, из соотношения (9) следует, что эта величина с ростом давления (для абсолютных давлений вблизи атмосферного) уменьшается примерно обратно пропорционально давлению; основное влияние давления проявляется в соотношении (9) через изменение плотности пара.

Результаты измерений, приведенные в [18], хорошо подтверждают это заключение.

#### Литература

1. Plesset M.S., Zwick S.A. // J Appl. Phys. 1952. Vol. 23. N 1. P. 95—98.
2. Plesset M.S., Zwick S.A. // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25. N 4. P. 493—500.
3. Zwick S.A., Plesset M.S. // J. Math. and Phys. 1955. Vol. 33. N 4. P. 308—330.
4. Forster H.K., Zuber N. // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25. N 4. P. 474—478.
5. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1959. № 12. С. 19—26; 1960. № 7. С. 76—81.
6. Dergarabedian P. // J. Appl. Mech. 1953. Vol. 20. N 4. P. 537—545.
7. Завойский В.К. // Атомная энергия. 1961. Т. 10. Вып. 3. С. 272—274; Вып. 5. С. 521—523.
8. Zuber N. // Int. J. Heat. Mass Transfer. 1961. Vol. 2. P. 83—89.
9. Zuber N. // Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer. Ph. D. Diss. Calif. Ins. Tech. 1959.
10. McAdams W.H. et al // Ind. Eng. Chem. 1949. Vol. 41. N 9. P. 1945—1953.
11. Аладьев И.Т., Додонов Л.Д., Удалов В.С. // Сб.: Конвективный и лучистый теплообмен. М.: Изд-во АН СССР, 1960. С. 79—96.
12. Gunther F.C. // Trans. ASME. Ser. C. 1951. Vol. 73. P. 115—123.
13. Трещев Г.Г. // Сб.: Теплообмен при высоких тепловых нагрузках и других специальных условиях. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1959. С. 51—68.
14. Fritz W., Ende W. // Phys. Z. 1936. B. 37. N 11. S. 391—401.
15. Jakob M., Linke W. // Phys. Z. 1935. B. 36. N 8. S. 267—280.
16. Westwater J.W., Santangelo J.G. // Ind. Eng. Chem. 1955. Vol. 47. N 8. P. 1605—1610.
17. Jakob M., Linke W. // Forsch. Geb. Ing. 1933. B. 4. N 2. S. 75—81.
18. Кутателадзе С.С. Теплопередача при конденсации и кипении. М.—Л.: Машгиз, 1952. 231 с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИ ПОМОЩИ СКОРОСТНОЙ КИНОСЪЕМКИ РОСТА ПУЗЫРЬКОВ ПРИ КИПЕНИИ НАСЫЩЕННОЙ ВОДЫ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЙ

### Введение

Для рационального развития теории кипения одной из центральных проблем является изучение закономерностей роста пузырьков пара на теплодающей поверхности. Знание этих закономерностей важно также для обоснованных расчетов парообразования в кипящих системах, в частности, применительно к аппаратам ядерной энергетики. До последнего времени экспериментальные измерения роста пузырьков ограничивались областью низких давлений, близких к атмосферному [1—9]. При этом ряд измерений [3, 4] проводился при объемном вскипании перегретых жидкостей, некоторые опыты [6, 7] проведены на недогретой воде, так что количество данных, относящихся к поверхностному кипению насыщенной жидкости, ограничено. В настоящей работе изложены результаты измерений скорости роста пузырьков на поверхности нагрева при кипении насыщенной воды в условиях свободного движения в широком диапазоне изменения давлений, полученные при помощи скоростной киносъемки.

В последние десятилетия проблеме роста паровых пузырьков в различных термических и гидродинамических условиях посвящен целый ряд теоретических исследований. Результаты основных работ кратко приводятся ниже.

В 30-е годы в работах немецкой школы [2, 10, 11] была поставлена задача аналитического расчета скорости роста парового пузырька, окруженного равномерно перегретой жидкостью. Эта задача отвечает условиям объемного вскипания, когда пузырьки зарождаются внутри метастабильной жидкости. Решение было получено при предположении, что плотность теплового потока на поверхности раздела фаз (поверхности пузырька) можно представить в виде известной формулы нестационарной теплопроводности, определяющей поток тепла на границе полуограниченного массива при его нестационарном охлаждении. Это решение имеет вид:

$$R/\sqrt{at} = (2/\sqrt{\pi})N, \quad (1)$$

где  $R$  — текущий радиус в момент времени  $t$ ,  $a$  — температуропроводность жидкости,  $N = cr_L \Delta T / (r p_v)$  — безразмерный параметр,  $\Delta T$  — перегрев жидкости.

Соотношение (1), полученное без учета сферической симметрии, было уточнено позже в работах американских исследователей [12, 13]. Отметим, что в этих работах учитывались также динамические эффекты, сопровождающие рост пузырь-

---

Работа написана в 1964 г. совместно с Б.А. Кольчугиным, В.С. Головиным, Э.А. Захаровой, Л.Н. Владимировой. Опубликовано в журнале «Теплофизика высоких температур». 1964. Т. 2. № 3. С. 446—453. (Прим. ред.)

ков (вследствие сферической деформации окружающих слоев жидкости). Анализ показал, что динамические эффекты, определенные при помощи уравнения Рэлея, обычно не существенны для процессов роста, и последний регулируется интенсивностью теплоподвода к поверхности пузырьков. Окончательные соотношения в [12] и [13] имеют соответственно вид:

$$R/\sqrt{at} = 2\sqrt{3/\pi} N, \quad (2)$$

$$R/\sqrt{at} = \sqrt{\pi} N, \quad (3)$$

и, как видно, различаются лишь величиной числовой константы. Уравнение такого же вида было получено одним из авторов статьи [14] при помощи приближенного анализа механизма теплоподвода к поверхности пузырька. При этом числовая константа перед  $N$  оказалась равной 2. Уравнения (2) и (3) в среднем хорошо описывают опытные измерения [3, 4] при объемном вскипании ряда перегретых жидкостей при атмосферном давлении (когда  $N > 1$ ).

В последние годы в американской литературе неоднократно [15, 16] высказывается мнение, что зависимости вида (1)—(3), полученные для условий объемного вскипания, применимы также для условий роста пузырьков на поверхности нагрева. Основанием для этого служит модель, в соответствии с которой растущий на поверхности пузырек окружен слоем перегретой жидкости, находившейся вначале у самой поверхности нагрева.

В 1959 г. Скрайвен [17] показал, что формулы типа (1)—(3) имеют ограниченную область применимости и являются по существу лишь предельными для  $N \gg 1$ . Строгий аналитический расчет роста сферического пузырька в перегретой жидкости, выполненный в этой работе, привел к заключению, что  $R/\sqrt{at}$  является сложной функцией  $N$ . Вид функции, полученный численным интегрированием, представлен в работе [17] в виде таблицы. Анализ этих данных, проведенный нами, показал, что во всей возможной области изменения критерия  $N$  от 0 до  $\infty$  результаты Скрайвена удовлетворительно (с погрешностью менее 2 %) аппроксимируются зависимостью

$$R/\sqrt{at} = 2\sqrt{3/\pi} N \left[ 1 + \frac{1}{2}(\pi/6N)^{2/3} + \pi/6N \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Можно видеть, что при  $N \gg 1$  это уравнение переходит в уравнение (2). Однако при  $N \ll 1$  из (4) следует, что  $R/\sqrt{at} = \sqrt{2N}$ . Некоторые соображения о росте пузырьков вблизи поверхности нагрева (в основном полукачественного характера) содержатся также в работе [18].

Недавно одним из авторов статьи была высказана гипотеза [19, 20], по своему содержанию прямо противоположная точке зрения [15, 16] о применимости формул (1)—(4) объемного вскипания для условий роста пузырьков на поверхности кипения. Было показано, что наличие тонкого слоя перегретой жидкости вокруг растущего на поверхности пузырька, вследствие малого запаса избыточной энтальпии перегрева жидкости в этом слое, не в состоянии объяснить наблюдаемый в опытах рост пузырьков на поверхности нагрева, особенно при повышенных давлениях. Была предложена новая модель [19, 20], в соответствии с которой основное испарение, оп-

ределяющее рост пузырька на поверхности нагрева, происходит лишь вблизи его основания. Тепло, подводимое к этим участкам поверхности раздела фаз, отбирается непосредственно от теплоотдающей поверхности и передается транзитом к зоне испарения путем теплопроводности через прилегающие слои жидкости. Этот механизм существенно отличен от условий роста пузырьков во внутренних объемах перегретой жидкости. В частности, становится очевидным, что теплоемкость жидкости не является определяющим параметром процесса. Из общих соображений теории размерности тогда следует, что величинам  $R$ ,  $\lambda$ ,  $r$ ,  $\rho_V$ ,  $\Delta T$ ,  $t$  отвечает единственная инвариантная по размерности функциональная зависимость  $R \sim (\lambda \Delta T t / (r \rho_V))^{1/2}$ , которая может быть записана также в виде:

$$R / \sqrt{at} = \sqrt{2\beta N}, \quad (5)$$

где  $\beta$  — некоторый числовой коэффициент. Подробный аналитический расчет [19, 20] позволил оценить этот коэффициент, который оказался равным

$$\beta = 2 \cos(\theta/2) \ln(\delta/y_A) [(1 + \cos\theta)^2 (2 - \cos\theta)]^{-1}. \quad (6)$$

Здесь  $\theta$  — краевой (макроскопический) угол смачиваемости;  $y_A$  — величина порядка межмолекулярного расстояния в жидкостях, т.е. примерно ( $10^{-7}$ — $10^{-8}$ ) см;  $\delta$  — средняя толщина эффективного заторможенного (вязкостного) слоя жидкости на поверхности кипения. Нужно отметить, что из-за существенного различия в порядках величин  $\delta$  и  $y_A$  множитель  $\ln(\delta/y_A)$  в (6) весьма мало чувствителен к изменению самих величин, которые поэтому при вычислении  $\beta$  достаточно знать лишь весьма ориентировочно.

Уравнение (5), таким образом, должно определять скорость роста пузырьков, развивающихся на поверхностях нагрева при кипении в широкой области изменения давлений насыщения кипящей жидкости (или, что то же самое, в широкой области изменения параметра  $N$ ).<sup>1)</sup>

Закономерности роста пузырьков в иных гидродинамических условиях, в частности, при наличии относительного движения центра инерции пузырьков в окружающей перегретой жидкости (например, гравитационное всплывание пузырьков), теоретически исследованы в работах [21—23].

### Методика исследования

Опытная установка представляла собой вертикальный цилиндрический сосуд со съемной крышкой и выносным конденсатором, охлаждаемым во время опытов смесью воздуха с водой. В съемной крышке были смонтированы четыре токовода; два из них служили для электропитания опытного участка, два других — как потенциальные выводы. Сосуд был окружен слоем тепловой изоляции и имел охранный нагреватель. В стенках корпуса диаметрально противоположно были

<sup>1)</sup> Уравнение (5) не будет, по-видимому, правомерным лишь в области очень больших  $N$  (низкие давления), когда можно ожидать дополнительного испарения по всей остальной поверхности пузырька, так как большие значения  $N$  физически означают, что энтальпия перегрева жидкости  $c_{pT} \Delta T$  (на единицу объема жидкости) оказывается очень высокой в сопоставлении с теплотой фазового превращения  $r_{pV}$  (на единицу объема пара). В этой области высоких  $N$  действительные значения  $R/\sqrt{at}$  должны поэтому превышать рассчитанные по формуле (5) величины.

вмонтированы два циркониевых стекла марки ЛК-5, защищенных от воздействия воды слюдяными пластинками.

Съемка производилась в проходящем свете, для чего с одной стороны располагалась ртутная лампа СВДШ-1000, а с другой — съемочная камера СКС-1М. Питание съемочной камеры производилось от автотрансформатора, что позволяло регулировать скорость съемки от 1000 до 4000 кадров в секунду. С повышением давления размеры пузырей, отрывающихся от поверхности, резко уменьшались (при  $p = 100$  бар диаметр  $D_{\text{отр}} \approx 0,2$  мм). Для получения увеличенных изображений использовался телеобъектив с набором насадочных колец, что позволяло получать различную степень увеличения (максимальное увеличение — 2,5).

Опытный участок представлял собой изогнутую под прямым углом пластину, изготовленную из серебра (99,99 %), толщиной 0,2 мм и шириной 2 мм, поставленную на широкую грань. Участок устанавливался таким образом, что в поле зрения попадали одновременно горизонтальная и вертикальная части опытного участка.

Тепловая нагрузка на опытном участке создавалась постоянным током низкого напряжения. Источниками питания служили параллельно соединенные выпрямитель и батарея щелочных аккумуляторов.

Перед проведением опытов опытный участок обрабатывали пастой ГОИ и обезжиривали кашицей венской извести. После такой обработки чистота поверхности соответствовала 8б классу по ГОСТ 2789-51.

В опытах использовалась обессоленная вода соленосодержанием (0,2—0,5) г/м<sup>3</sup>. Вода доводилась до кипения и деаэрировалась при атмосферном давлении. Перед уплотнением установки в воду добавлялся гидразин из расчета (5—7) г/м<sup>3</sup>. Все эти меры позволяли получать чистую поверхность во всем диапазоне исследованных давлений [24]. Принятая в работе методика измерений позволяла одновременно с киносъемкой определять температурный напор  $\Delta T = (T_w - T_s)$  и тепловые нагрузки  $q$ . Температура рабочей жидкости  $T_s$  измерялась платиновым термометром сопротивления. Удельная тепловая нагрузка рассчитывалась по падениям напряжений на опытном участке и эталонном сопротивлении. Температура теплоотдающей поверхности  $T_w$  определялась по сопротивлению опытного участка, который одновременно выполнял роль термометра сопротивления. При этом на каждом режиме по давлению проводилась тарировка опытного участка. Анализ ошибок и расчет основных погрешностей показали, что ошибка в измерении  $\Delta T$  при наиболее неблагоприятных для измерений режимах (высокие давления, низкие тепловые нагрузки) не превышает 10 %.

При определенных режимах ( $q = \text{const}$ ,  $p = \text{const}$ ) снимались фильмы на негативную 16-миллиметровую киноплёнку типа ДК (светочувствительность 350 ед. ГОСТ). Длина пленки ~ 30 м. Съемочная камера была оборудована отметчиком времени, который засвечивает перфорацию пленки через интервал времени, равный 0,01 с, что позволяет судить о скорости прохождения пленки при различных режимах работы камеры. При съемке в поле зрения, кроме экспериментального участка, был виден один из потенциальных выводов — нержавеющая проволока

диаметром 0,3 мм. Эта проволока выполняла роль масштабного размера и использовалась для фокусировки.

Обработка кадров киноплёнки производилась на проекционном аппарате типа Микрофот 5ПО-1 с увеличением в 16 раз. Для определения скорости роста пузыря на экране аппарата измерялся диаметр  $D$  отдельных (индивидуальных) пузырьков через определенный интервал времени. По этим данным строились графики вида  $D = f(t)$ . За начало отсчета ( $t = 0$ ) принимался момент, предшествующий появлению кадра с видимым зародышем пузыря. Такой выбор вносит некоторую неопределенность в начало отсчета времени. В соответствии с этим имеется неточность определения времени роста  $t$  пузыря, которая уменьшается по мере увеличения интервала наблюдения. Отмеченное затруднение в выборе начала отсчета встречалось и в предыдущих экспериментальных исследованиях скорости роста пузырьков [3, 4].

### Анализ результатов

Были проведены две серии опытов. В первой серии давления изменялись от 1 до 30 бар, во второй серии — от 1 до 100 бар. На рис. 1 представлены в виде иллюстрации результаты обработки данных скоростной киносъемки для некоторых давлений второй серии. Точки с одинаковой маркировкой показывают рост индивидуальных пузырьков во времени. Некоторые количественные расхождения роста индивидуальных пузырьков при фиксированных режимных параметрах объясняются, очевидно, локальными флуктуациями температуры поверхности, индивидуальными особенностями микрорельефа поверхности в зоне данного центра и рядом других факторов и являются по существу закономерными. Вместе с тем полученные данные показывают, что для фиксированных режимных условий существуют средние уровни роста пузырьков, причем теоретическая зависимость  $R \sim t^{1/2}$  вырисовывается во всех случаях вполне отчетливо. Из графика (рис. 1) видно, что по мере увеличения давления темп роста пузырьков резко замедляется.

Дальнейшая обработка экспериментального материала состояла в определении средних «модулей» роста  $R/\sqrt{t}$  для всех исследованных режимов. Результаты этой обработки приведены в таблице, где также указаны давления и измеренные величины  $\Delta T$ . Полученные экспериментально величины  $R/\sqrt{t}$  позволили выполнить сопоставление с существующими теоретическими зависимостями. Такое сравнение показано на рис. 2, где линии I, II, III, IV соответствуют формулам (1)—(4) и отражают закономерности объемного вскипания; линия V отвечает формуле (5). В

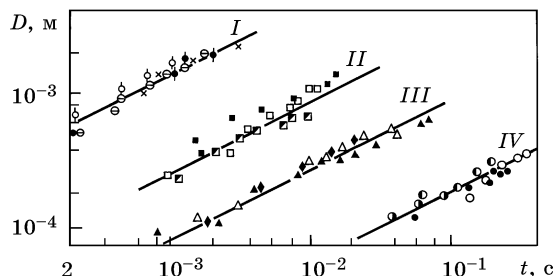


Рис. 1. Изменение диаметра  $D$  растущего пузыря во времени при различных давлениях

$p$ : I — 0,98; II — 3,2; III — 11,8; IV — 95,7 бар



Опытные данные по средним «модулям» роста $R/\sqrt{t}$		
$p_s$ , бар	$\Delta T$ , °C	$R/\sqrt{t}$ , см/с <sup>1/2</sup>
Первая серия опытов		
1,33	9,1	0,90
1,33	9,8	0,90
3,14	8,14	0,60
3,14	6,7	0,50
11,6	2,6	0,125
11,6	3,0	0,15
29,5	1,4	0,07
29,5	1,8	0,07
Вторая серия опытов		
0,98	12,7	2,2
3,2	9,74	0,43
3,2	10,2	0,46
11,8	6,65	0,17
11,8	5,1	0,145
31,4	3,0	0,09
47,7	2,15	0,062
77,5	1,55	0,04
77,5	1,67	0,067
95,7	1,57	0,034
95,7	1,53	0,032

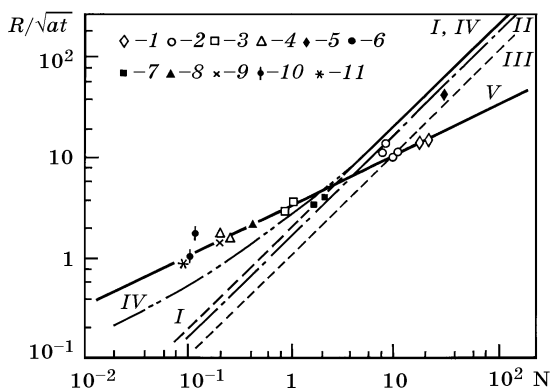


Рис. 2. Сравнение опытных данных с теоретическими зависимостями

$I-V$  — формулы (1)—(5) соответственно;  $I-4$  — опытные данные первой серии опытов для давлений  $p_s$ : 1,33; 3,14; 11,6; 29,5 бар соответственно;  $5-11$  — опытные данные второй серии для давлений: 0,98; 3,2; 11,8; 31,4; 47,7; 77,5; 95,7 бар соответственно

последней числовой коэффициент  $\beta$ , рассчитанный по соотношению (6) при значениях  $y_A = (10^{-7} - 10^{-8})$  см,  $\delta = 10^{-2}$  см,  $\theta = 35^\circ$  (что дает  $\beta = 5,6 - 6,7$ ), принят в среднем  $\beta = 6$ . Можно видеть, что результаты эксперимента весьма хорошо подтверждают соотношение (5), тогда как формулы (1)—(4) для описания роста пузырьков на поверхности кипения оказываются неправомерными.

Интересно обратить внимание на то, что при высоких давлениях (малые  $N$ ) экспериментальные значения  $R/\sqrt{t}$ , а также зависимость (5) располагаются выше линии  $IV$ , отвечающей формуле Скрайвена. Это означает физически, что скорость роста пузырьков на поверхности кипения здесь выше, чем если бы пузырек рос во внутренних объемах жидкости, всюду перегретой до тех же температур, что и стенка. Поскольку во втором случае испарение (определяющее рост пузырька) происходит по всей поверхности, а в первом, согласно модели [19, 20], лишь в зоне около основания, более высокий темп роста в случае пузырька на поверхности кипения кажется на первый взгляд неожиданным.

Дело заключается однако в том, что рост пузырька в объемах перегретой жидкости при очень малых  $N$  (большие давления) происходит квазистатически в том смысле, что термическое сопротивление теплопровода в этой области соответствует стационарной модели (шар в неограниченном пространстве), предполагающей наличие вокруг пузырька слоя бесконечной протяженности, затрудняющего

теплоподвод. В модели преобладающего испарения в зоне основания пузырька термическое сопротивление прилегающих к основанию слоев жидкости (из-за их практически не зависящей от давления толщины) является значительно меньшим, что и определяет более высокий темп роста пузырьков, предсказываемый формулой (5) и подтвержденный настоящими опытами.

Значения краевого угла смачиваемости  $\theta$ , необходимое для расчета коэффициента  $\beta$  по соотношению (6), было определено экспериментально во всей исследованной области давлений путем анализа данных, полученных при скоростной киносъемке. Для каждого из исследованных давлений проводились вычисления величин краевых углов  $\theta$  для пузырьков, растущих на поверхности и имеющих диаметр меньший капиллярной постоянной  $\sqrt{\sigma/g(\rho_L - \rho_V)}$  ( $\sigma$  — поверхностное натяжение). При таких размерах форма пузырьков была сферической и не искажалась гравитационным полем. Расчет краевых углов проводился по измеренным для каждого пузырька величинам диаметра  $D$ , диаметра основания  $D_0$  и высоты  $h$  при помощи очевидных тригонометрических соотношений:

$$\theta = \arcsin D_0/D,$$

$$\theta = \arcsin \left[ \frac{4h/D_0}{1 + 4(h/D_0)^2} \right]. \quad (7)$$

При этом в дальнейшую обработку отбирались лишь те данные, для которых вычисленные по обеим формулам значения  $\theta$  для одного и того же пузырька совпадали в пределах  $\pm 5^\circ$ . Это гарантировало от случайных ошибок. Для каждого давления затем определялись средние значения краевых углов  $\bar{\theta}$ . Число единичных измерений, на основе которых определялись средние значения  $\bar{\theta}$ , обычно превышало 10 и в большинстве случаев составляло 20—30 измерений. Этих данных недостаточно для построения кривых распределения углов по размерам. На их основе вычислялись величины доверительных интервалов (при надежности 0,95), которые составляют  $\pm 4^\circ$ .

Средние значения краевых углов  $\bar{\theta}$  приведены на рис. 3 в зависимости от давления насыщения. Для контроля были измерены величины углов  $\theta$  по фотографиям пузырьков на поверхности нагрева, выполненным аппаратом «Зенит» с выдержкой 1/500 с. Съемка проводилась как в условиях кипения, так и в квазистатических условиях (в моменты после внезапного снятия тепловой нагрузки). Эти данные, обработанные затем по описанной выше методике, также нанесены на рис. 3. Можно видеть, что эти результаты удовлетворительно согласуются с данными скоростной киносъемки.

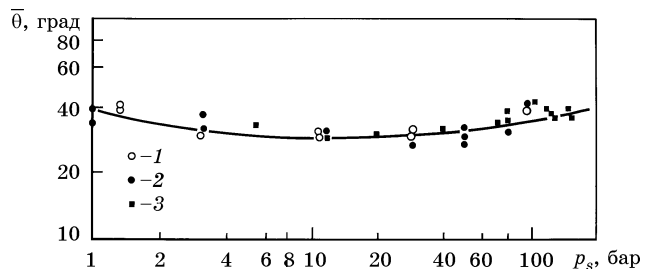


Рис. 3. Зависимость краевого угла  $\bar{\theta}$  от давления  $p_s$

1—2 — первая и вторая серии киносъемок соответственно; 3 — съемка аппаратом «Зенит»

## Литература

1. Jakob M., Linke W. // *Phys. Z.* 1935. В. 36. N 8. S. 267—280.
2. Fritz W., Ende W. // *Phys. Z.* 1936. В. 37. N 11. S. 391—401.
3. Dergarabedian P. // *J. Appl. Mech.* 1953. Vol. 20. N 11. P. 537—545.
4. Dergarabedian P. // *J. Fluid Mech.* 1960. Vol. 9. N 4. P. 39—48.
5. Streng P.H., Orell A., Westwater J.W. // *AIChE J.* 1961. Vol. 7. N 4. P. 578—583.
6. Gunther F.C. // *Trans. ASME. Ser. C.* 1951. Vol. 73. P. 115—123.
7. Трещев Г.Г. // *Теплоэнергетика.* 1957. № 5. С. 44—48.
8. Benjamin J.E., Westwater J.W. // *Int. Heat Transfer Conf. Colorado, USA.* 1961. Part II. N 24. P. 212—215.
9. Westwater J.W., Santangelo J.G. // *Ind. Eng. Chem.* 1955. Vol. 47. N 8. P. 1605—1610.
10. Bošnjaković F. // *Techn. Mech. Thermodynam.* 1930. N 10. P. 358—360.
11. Jakob M. // *Z. Ver. Deut. Ing.* 1932. В. 76. N 48. P. 1161—1170.
12. Plesset M.S., Zwick S.A. // *J. Appl. Phys.* 1954. Vol. 25. N 4. P. 493—500.
13. Forster H.K., Zuber N. // *J. Appl. Phys.* 1954. Vol. 25. N 4. P. 474—478.
14. Лабунцов Д.А. // *Теплоэнергетика.* 1959. № 12. С. 19—26; 1960. № 7. С. 76—81.
15. Zuber N. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1961. Vol. 2. P. 83—39.
16. Zuber N. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1963. Vol. 6. N 1. P. 53—78.
17. Scriven L.E. // *Chem. Eng. Sc.* 1959. Vol. 10. N 1/2. P. 1—13.
18. Forster K.E. // *Physics of Fluid.* 1961. Vol. 4. N 4. P. 448—455.
19. Лабунцов Д.А. // *Изв. АН СССР, ОН, Энергетика и Транспорт.* 1963. № 1. С. 58—71.
20. Лабунцов Д.А. // *ИФЖ.* 1963. Т. 6. № 4. С. 33—39.
21. Завойский В.К. // *Атомная энергия.* 1961. Т. 10. Вып. 5. С. 521—523.
22. Ruckenstein E. // *Chem. Eng. Sc.* 1959. Vol. 10. P. 22—30.
23. Завойский В.К. // *Атомная энергия.* 1961. Т. 10. Вып. 3. С. 272—274.
24. Головин В.С., Кольчугин Б.А., Лабунцов Д.А. // *ИФЖ.* 1963. Т. 6. № 2. С. 3—7.

## О ВЛИЯНИИ ИНЕРЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ НА РОСТ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЕЙ ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ В ВАКУУМЕ

Ставшие уже классическими решения для скорости роста пузырей в объеме равномерно перегретой жидкости, предложенные Плессетом и Цвиком [1, 3] и Скрайвеном [2], справедливы для так называемой асимптотической стадии, когда рост пузыря определяется только скоростью подвода тепла к межфазной границе. Эта стадия является преобладающей при  $p_s \geq 1$  бар. В работе [3] показано, что, например, для воды в атмосферных условиях при небольших значениях перегрева жидкости, начальный период роста, где еще существенно влияние сил инерции и поверхностного натяжения, имеет продолжительность не более 0,4 мс, т.е. практически находится за пределами возможностей экспериментального наблюдения.

Соотношения для скорости роста пузырей на твердой поверхности нагрева при кипении, полученные различными авторами (Зубер [4], Ван Стрален [5—8], Лабунцов [9, 10], Купер [11]), хотя и исходят из весьма различных моделей процесса, также относятся к асимптотической стадии роста пузырей.

Заметим, что формулы работ [4, 11] находят экспериментальное подтверждение только в атмосферных условиях. В области высоких давлений, где параметр  $N = c\rho_L\Delta T / (r\rho_V)$  (или число Якоба  $Ja$ ), определяющий отношение энтальпии перегрева единицы объема жидкости к энтальпии единицы объема пара, становится весьма малым ( $N < 1$ ), эти формулы дают сильно заниженный результат в сравнении с экспериментами. Это впервые показано в работе [9], где предложена новая модель подвода тепла в растущий пузырь от поверхности нагрева и получена расчетная формула, хорошо зарекомендовавшая себя в условиях  $p_s > 1$  бар.

В области низких давлений,  $p_s < 1$  бар, соотношения работ [4—8, 11] дают сильно завышенный (почти на порядок) результат в сравнении с экспериментом, а формула работы [9], как это и предполагалось ее автором [10], — заниженный (в 1,5—2 раза). Правда, в настоящее время экспериментальный материал по росту пузырей при кипении в вакууме весьма ограничен, но указанные расхождения свидетельствуют о том, что здесь проявляются некоторые новые закономерности.

Важно отметить, что в работах [12—15] для большинства режимов кривые роста пузырей хорошо аппроксимируются соотношениями вида  $R \sim \sqrt{t}$ . Этот экспериментальный факт дает основания считать, что скорость роста пузырей в условиях указанных работ, при  $p_s = (0,06—1,0)$  бар, определялась темпом подвода тепла, так как все «энергетические» модели роста (кроме модели Ван Стралена) дают именно такой вид зависимости  $R(t)$ .

---

Работа написана в 1972 г. совместно с В.В. Яговым. Опубликовано в «Трудах МЭИ». 1972. Вып. 141. С. 69—78. (Прим. ред.)

В работе [16] было обнаружено, что при наиболее низких давлениях (до 0,05 бар) показатель степени  $n$  в зависимости вида  $R \sim t^n$  чаще всего оказывается больше, чем 0,5. Авторы [16] пытаются объяснить такой характер зависимости влиянием «испарения микрослоя», что, на наш взгляд, недостаточно обосновано: выше уже указывалось, что все «энергетические» модели роста пузырей, включая модель Купера [11], основанную как раз на учете испарения микрослоя, дают  $n = 0,5$ .

Логичнее полагать, что при достаточно низких давлениях, когда энергетические запасы для испарения жидкости в растущий пузырь как за счет тепла избыточного перегрева жидкости, так и за счет тепла твердой поверхности нагрева весьма велики, скорость роста пузыря может лимитироваться инерционными эффектами. Для случая роста паровых пузырей при кипении жидких металлов на такую возможность впервые было указано в работе [17].

Применительно к росту паровых пузырей в объеме равномерно перегретой жидкости важность учета инерционных сил, особенно при низких давлениях и больших перегревах жидкости, показана в работах [18, 19] на основе численного решения системы уравнений, дающих полное описание процесса. В работе [20] экспериментально доказано, что решение Скрайвена [2], которое в рамках принятых допущений о пренебрежимо малом влиянии инерционных сил является весьма строгим и неоднократно подтверждалось экспериментами, дает заметно завышенный результат для скорости роста паровых пузырей в воде в атмосферных условиях при значительных перегревах жидкости (до  $\Delta T = 39$  °C).

В свете изложенного представляют интерес полученные нами экспериментальные результаты по скорости роста пузырей при кипении воды и этанола в области весьма низких давлений (до 0,016 бар). Экспериментальная установка и методика измерений и обработки результатов скоростной киносъемки описаны в работах [21, 22]. Здесь стоит лишь подчеркнуть, что кипение происходило на достаточно протяженной поверхности нагрева, на торце никелевого стержня диаметром 56 мм, а кипящий сосуд имел также весьма значительный объем, чтобы не оказывать влияния на условия роста пузырей.

В работе были получены полные кривые роста, от зарождения до отрыва, 42-х паровых пузырей, для чего потребовалось экспонировать около 1000 м киноплёнки, так как при  $p_s = (0,016 \text{—} 0,2)$  бар очень длительны паузы между последовательно возникающими пузырями. Эксперименты настоящей работы охватывали диапазон чисел Якоба от 224 до 6730, в то время как до сих пор в литературе были представлены данные по скоростям роста лишь при  $N \leq 792$  [15]. (В работе [16] при самых низких давлениях числа Якоба были равны 1150, однако авторы [16] не привели экспериментально полученных кривых роста для этих режимов.)

В области не слишком больших значений чисел Якоба, до  $N = 600 \text{—} 1000$ , большая часть экспериментальных кривых роста описывается зависимостью  $R \sim \sqrt{t}$  (примеры таких кривых приведены нами в работе [21]), что хорошо согласуется с результатами работ [12—15]. Однако при более высоких значениях чисел Якоба всегда обнаруживалось, что значения  $n$  в зависимостях вида  $R \sim t^n$  превосходят 0,5. На рис. 1 и 2 приведены типичные кривые роста пузырей. На рис. 1 для пузырей, наблюдавшихся при кипении воды при давлениях 0,036 и 0,1 бар, явно

Рис. 1. Кривые роста паровых пузырей при кипении воды

○ —  $p_s = 100$  мбар,  $\Delta T = 26,2$  °С,  $N = 662$   
 + —  $p_s = 36$  мбар,  $\Delta T = 36,4$  °С,  $N = 2330$

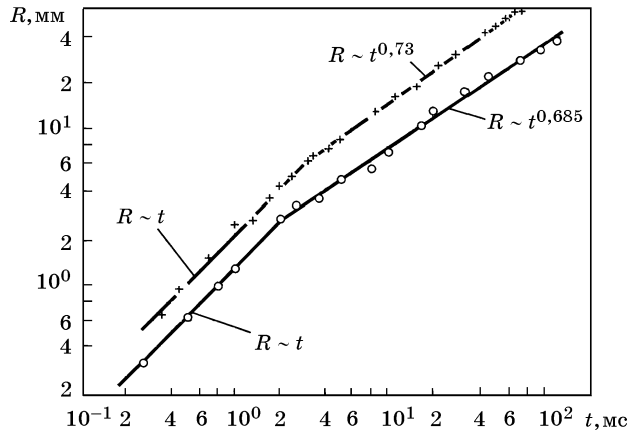
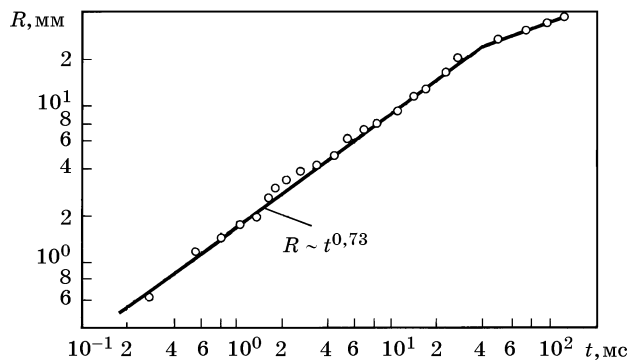


Рис. 2. Кривая роста парового пузыря при кипении этанола

$p_s = 16$  мбар,  $\Delta T = 54,4$  °С,  $N = 3450$



обнаруживаются два участка кривых роста. Начальный участок, когда  $R \sim t$ , наблюдался в течение 2—3 мс, т.е. на протяжении 6—10 кадров на киноплёнке. Остальная часть кривых роста (вплоть до отрыва пузыря) аппроксимируется зависимостями вида  $R \sim t^{0,73}$  и  $R \sim t^{0,685}$  для  $p_s = 0,036$  и 0,1 бар соответственно. Для этанола (рис. 2) участок кривой до  $t \leq 40$  мс может быть описан соотношением  $R \sim t^{0,73}$ , а на заключительном этапе роста — зависимостью  $R \sim \sqrt{t}$ .

Не вызывает сомнений, что такой характер зависимости обусловлен силами инерции со стороны жидкости, действующими на растущий пузырь. В работе [21] отмечалось, что из-за воздействия инерционных сил пузыри претерпевают существенную деформацию, становятся сплюснутыми. Проанализируем подробнее механизм влияния инерционных сил на скорость роста пузырей при кипении.

В «энергетических» моделях роста пузырей принимается, что в любой момент времени давление в пузыре  $p_V = p_s$ , а температура  $T_V = T_s$ . Если на поверхность пузыря при его росте воздействуют силы инерции, то, очевидно, в этих условиях  $p_V = p_s$ . При этом давление в каждой точке объема пузырька можно принимать равным  $p_V$ , так как скорость распространения малых возмущений (скорость звука) в паре на два-три порядка выше скорости перемещения границы пузыря [1]. Если принять, что температура пара в пузырьке равна температуре насыщения при давлении  $p_V$ , тогда, очевидно, увеличение давления в пузырьке по отношению

к давлению насыщения  $p_s$  будет означать уменьшение располагаемого температурного напора для передачи тепла в пузырь, т.е. уменьшение скорости роста по сравнению с расчетом по чисто «энергетической» модели.

Задача о движении границы газовых пузырей в невязкой несжимаемой жидкости была подробно рассмотрена Рэлеем [23] еще в 1917 г. применительно к кавитационным явлениям. Уравнение Рэля дает связь между текущим радиусом пузырька и перепадом давлений  $\Delta p = p_V - p_\infty$  ( $p_\infty$  — давление в жидкости на бесконечном удалении от границы пузырька, т.е. для интересующих нас условий  $p_\infty = p_s$ ):

$$\rho_L \left( R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right) = p_V - p_\infty. \quad (1)$$

(Здесь  $\dot{R}$  и  $\ddot{R}$  — соответственно первая и вторая производные радиуса по времени.)

Для случая  $p_V = \text{const}$  ( $\Delta p = \Delta p_0$ , где  $\Delta p_0$  — начальный перепад давлений) уравнение (1) легко интегрируется и дает

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{2\Delta p_0}{3\rho_L}}. \quad (2)$$

(Это выражение иногда называют решением Рэля.) Очевидно, что для такого случая связь между текущим радиусом и временем роста имеет вид  $R \sim t$ . Заметим, что само решение (2) имеет смысл только для условий  $R \gg R_*$ , где  $R_*$  — минимальный критический радиус парового пузырька.

Используя эти результаты и возвращаясь к анализу экспериментальных кривых роста на рис. 1, можно полагать, что в начальный период энергетические запасы для роста пузыря, определяемые количественно числом Якоба, обеспечивают такую скорость испарения жидкости, которая позволяет поддерживать условия  $p_V = \text{const}$ . В дальнейшем скорость испарения оказывается уже недостаточной для того, чтобы поддерживать условия  $\Delta p = \text{const}$ , и давление в пузырьке  $p_V$  начинает уменьшаться, хотя разность  $\Delta p = p_V - p_s$  еще заметно больше нуля. В этом случае и получаются зависимости вида  $R \sim t^n$ , где  $0,5 < n < 1$ . И только при  $\Delta p \approx 0$  наступают условия, когда скорость роста определяется лишь скоростью подвода тепла к межфазной границе.

Представляют интерес величины перепада давлений  $\Delta p$ , рассчитанные по уравнению Рэля с использованием сглаженных экспериментальных кривых роста. (Перепадом давлений  $\Delta p_\sigma = 2\sigma/R$  за счет сил поверхностного натяжения пренебрегаем.) Начальным участкам кривых роста ( $R \sim t$ ) соответствуют значения  $\Delta p = \text{const}$ , а при  $n < 1$  перепад давлений убывает согласно закону

$$\Delta p \sim t^{2n-2}.$$

Приводимая ниже таблица показывает, что в начальные моменты роста пузырей перепады давлений внутри пузыря и в жидкости соизмеримы с абсолютным давлением системы и даже могут превосходить его. При таких перепадах давлений температура внутри пузыря существенно отличается от температуры насыщения при давлении системы. Например, в опытах с водой при давлении  $p_s = 36$  мбар это отличие составляет  $5,9$  °C при  $t = 10$  мс и  $20,6$  °C при  $t = 1$  мс. (Перепад температур на твердой стенке в этом режиме составлял  $36,4$  °C.) Это доказывает, что в подоб-

Жидкость	$p_s$ , мбар	Число Якоба N	$\Delta p = s' \left( \ddot{R}R + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right)$			
			$t = 1$ мс	$t = 10$ мс	$t = 30$ мс	$t = 70$ мс
Вода	100	662	25,3	3,35	1,68	0,985
	36	2330	73,5	14,4	8,00	5,2
	16	6300	47,7	15,1	8,7	5,7
Этанол	36	1460	31,3	0,92	0,31	0,13
	16	3450	16,5	4,77	2,63	0,247

ных режимах допущение о равенстве температуры пара внутри пузыря температуре насыщения при давлении системы совершенно исключается.

Вместе с тем, совместное решение системы уравнений движения (Рэлея) и энергии, которое могло бы дать точную зависимость для скорости роста паровых пузырей, в том числе и при низких давлениях, возможно только численными методами. В работе [24] применены, вообще говоря, довольно грубые приближения, позволившие получить зависимость  $R(t)$  с учетом инерционных сил. Суть этих приближений, во-первых, в том, что в уравнении (1) пренебрегают первым членом, содержащим вторую производную по времени; во-вторых, полагают, что отличие давления в пузыре от  $p_s$  приводит только к соответствующему изменению  $T_V$ , не изменяя профиля температурного поля вблизи поверхности пузыря (величина  $T_V$  определяется с помощью уравнения Клапейрона—Клаузиуса). Полученное таким путем в работе [24] решение имеет вид

$$R^+ = \frac{2}{3} [(t^+ + 1)^{3/2} - (t^+)^{3/2} - 1], \quad (3)$$

где  $R^+ = (A/B^2)R$ ;  $t^+ = (A^2/B^2)t$ ;  $B = (12a/\pi)^{1/2}N$ ;  $A = (br\rho_V\Delta T/(\rho_L T_s))^{1/2}$ ;  $\Delta T = T_\infty - T_s$ ;  $b$  — числовой коэффициент.

Авторы [24] показали, что уравнение (3) обнаруживает хорошее совпадение с экспериментом по росту пузырей в равномерно перегретой воде при  $p_s = (12,3—380)$  мбар. Попытка использовать уравнение (3) для описания экспериментальных данных работы [15] по росту пузырей при кипении, привлекая методику работы [25] для оценки подвода тепла в пузырь (т.е. для расчета величины  $B$ ), не увенчалась успехом. Проблема состоит в том, что ни одна из существующих «энергетических» теорий роста пузыря при кипении не вскрывает механизма этого процесса в области низких давлений. В заключение можно констатировать, что, во-первых, для правильного представления о механизме роста пузырей при кипении в вакууме необходимо учитывать отклонение давления в пузыре от давления системы, и, во-вторых, приближенное решение работы [24], видимо, можно использовать для оценки скорости роста пузырей при кипении в вакууме, если в уравнение (3) будет заложена модель подвода тепла в пузырь, правильно учитывающая реальные условия.



## Литература

1. Plesset M.S., Zwick S.A. // *J. Appl. Phys.* 1954. Vol. 25. N 4. P. 493—500.
2. Scriven L.E. // *Chem. Eng. Sc.* 1959. Vol. 10. N 1/2. P.1—13.
3. Zwick S.A., Plesset M.S. // *J. Math. and Phys.* 1955. Vol. 33. N 4. P. 308—330.
4. Zuber N. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1961. Vol. 2. N 1. P. 83—89.
5. Van Stralen S.J.D. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1966. Vol. 9. P. 995—1046.
6. Van Stralen S.J.D. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1968. Vol. 11. P. 1467—1512.
7. Van Stralen S.J.D. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1967. Vol. 10. N 12. P. 1908—1912.
8. Van Stralen S.J.D. // *Fourth Int. Heat Transfer Conf. Paris.* 1970. Vol. 6. Paper B 7.6.
9. Лабунцов Д.А. // *Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и транспорт.* 1963. № 1. С. 58—71.
10. Лабунцов Д.А., Кольчугин Б.А., Головин В.С. и др. // *ТВТ.* 1964. Т. 2. № 3. С. 446—453.
11. Соопер М.Г., Vижук Р.В. // *Fourth Int. Heat Transfer Conf. Paris.* 1970. Vol. 5. Paper B 2.1.
12. Кутателазде С.С., Мамонтова Н.Н. // *ИФЖ.* 1967. Т. 12. № 2. С. 181—186.
13. Мамонтова Н.Н. // *ЖПМТФ.* 1966. № 3. С. 140—144.
14. Кокорев Л.С., Деев В.И., Харитонов В.В., Грабов А.В. // *Сб.: Вопросы теплофизики ядерных реакторов.* М.: Атомиздат, 1970. С. 8—12.
15. Cole R., Shulman H.L. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1966. Vol. 9. N 12. P. 1377—1390.
16. Akiyama M., Tachibana F., Ogawa N. // *Bull. of JSME.* 1969. Vol. 12. N 53. P. 1121—1128.
17. Лабунцов Д.А., Шевчук Е.Н., Пазюк П.А. // *ТВТ.* 1965. Т. 3. № 2. С. 276—284.
18. Bornhorst W.J., Hatsopoulos G.N. Paper ASME, WA/APM-36. 1967. P. 847—853.
19. Theofanous T.G., Biasi J., Isbin H.S., Fauske H.K. // *Chem Eng. Sc.* 1969. Vol. 24. N 5. P. 885—897.
20. Abdelmessih A.H. Cocurrent gas-liquid flow. N.—Y., 1969. P. 485—495.
21. Ягов В.В., Городов А.К., Лабунцов Д.А. // *Доклады научн.-техн. конф. МЭИ. Секция промтеплоэнергетики, подсекция сушильных и теплообменных устройств.* М.: Изд-во МЭИ, 1969. С. 139—145.
22. Ягов В.В., Городов А.К., Лабунцов Д.А. // *ИФЖ.* 1970. Т. 18. № 4. С. 624—630.
23. Rayleigh O.M. // *Phyl. Mag.* 1917. Vol. 34. N 200. P. 94—98.
24. Mikic B.B., Rohsenow W.M., Griffith P. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1970. Vol. 13. N 4. P. 657—666.
25. Mikic B.B., Rohsenow W.M. // *Prog. Heat Mass Transfer.* 1969. Vol. 2. P. 283—298.

## СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О МЕХАНИЗМЕ ПУЗЫРЬКОВОГО КИПЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

За последнее десятилетие было выполнено значительное число работ, связанных с проблемой пузырькового кипения жидкостей. Характерной особенностью этого периода является увеличение числа исследований, направленных на изучение механизма и физики кипения жидкостей.

Весь накопленный объем сведений показывает, что закономерности теплоотдачи при интенсивном, или развитом, пузырьковом кипении оказываются довольно нечувствительными к целому ряду таких внешних воздействий, как изменение уровня напряженности гравитационного поля, создание вибраций, организация циркуляции и вынужденного движения жидкости, наложение электрических полей. Эти воздействия обычно интенсифицируют перенос тепла в начальной области закипания и кипения, но затем при увеличении тепловых потоков их влияние постепенно ослабевает или вырождается. На рис. 1 показаны опытные данные по теплоотдаче при кипении воды в большом объеме при различных уровнях гравитационного поля [1]. Даже при 134-кратной перегрузке теплообмен при развитом кипении практически не меняется и остается таким же, как при нормальной земной гравитации.

Кроме того, малая чувствительность теплообмена при развитом кипении к отмеченным выше «сильным» внешним воздействиям, как известно, сосуществует с другой специфической особенностью, состоящей в довольно значительном влиянии на теплоотдачу ряда внешне более «слабых» и зачастую трудноконтролируемых (в традиционных теплообменных экспериментах) факторов, таких, как малые примеси поверхностно-активных добавок, за-

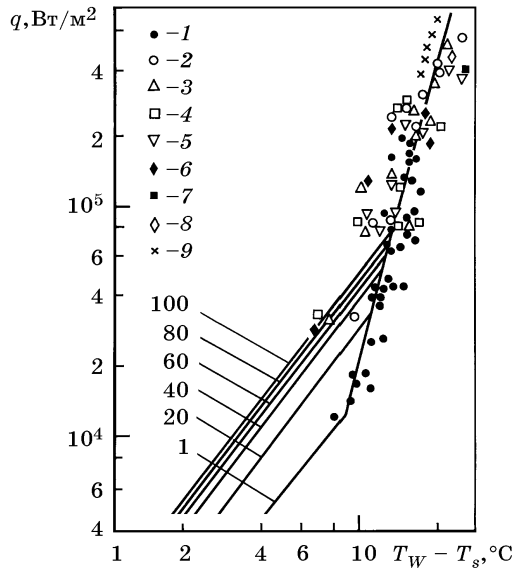


Рис. 1. Теплообмен при пузырьковом кипении воды при различных уровнях гравитации

1—9 —  $g/g_0 = 1; 20; 40; 60; 80; 100; 124; 134$ ; 1—40 (данные Костелло и Тусила);  $T_W$  и  $T_s$  — температура поверхности и температура насыщения при давлении на поверхности

грязнения и незначительные количества растворенных в жидкости газов, специфические микрогеометрические особенности поверхности кипения, связанные со структурой материала, технологией приготовления и обработки поверхности, адсорбционные свойства поверхности, ее однородность, смачиваемость и т.д. Имеются данные о сильном влиянии собственно материала поверхности, и, в частности, его теплофизических свойств.

В связи с возросшим в последнее время интересом к кипению жидкостей (обычных и жидкометаллических теплоносителей) в области весьма низких давлений и проведением ряда соответствующих исследований был обнаружен своеобразный для этих условий характер кипения, состоящий в весьма нерегулярном, пульсирующем характере парообразования с интенсивными гидравлическими ударами, звуковыми эффектами и температурными флуктуациями. Знание всех этих явлений необходимо для разумного предсказания и возможного регулирования протекания процессов.

Одна из характерных черт современного периода исследований механизма пузырькового кипения заключается во все большей дифференциации тематики исследований, изучении в «чистом» виде отдельных сторон этого сложного явления. Некоторое промежуточное положение между этим направлением углубленного изучения деталей и традиционным путем чисто эмпирических корреляций и обобщений занимает относительно небольшая группа работ, в основном качественного плана, в которых обсуждаются возможные модели переноса тепла и теплообмена в процессах пузырькового кипения. Речь идет о таких схемах, как, например, «поршневой» механизм действия пузырьков, состоящий в выталкивании перегретого слоя жидкости от стенки в ядро потока; механизм турбулизации пограничного слоя растущими пузырьками; циркуляционная схема, связанная с увлечением жидкости от поверхности всплывающими пузырьками и поступлением жидкости из ядра к стенке на смену этим объемам; барботажная схема, основанная на аналогии с процессом вдува инертного газа в жидкость через пористую поверхность так называемый механизм «скрытого теплопереноса» (latent heat transfer); схема испарения–конденсации при недогретом кипении, когда пузырек передает тепло аналогично тепловой трубке; схема испарения микрослоя и др.

Большинство таких моделей, однако, не содержит законченного количественного аналитического описания, и при внимательном анализе создается впечатление, что разные схемы скорей отражают различные стадии или стороны единого механизма, чем разные пути переноса тепла.

По-видимому, при рассмотрении причин весьма высокой интенсивности теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении внимание должно концентрироваться в первую очередь на особенностях и структуре достаточно тонкого слоя с большим содержанием жидкости на самой поверхности нагрева, в пределах которого происходит основное падение температуры. Наличие такого слоя во всей области пузырькового кипения, вплоть до критической точки, подтверждено измерениями с помощью зонда локальных паросодержаний [2], а также с применением микротермопарных зондов [3]. Как мне кажется, ни одна из перечисленных выше моделей не дает пока достаточно объяснения этим последним эксперименталь-

ным наблюдениям, так что такого рода модели будут в дальнейшем корректироваться, уточняться и видоизменяться.

Процесс пузырькового кипения физически весьма многогранен. Он объединяет в себе различные эффекты, относящиеся не только к гидромеханике сплошных сред, но и к статистической физике, физико-химии поверхностных эффектов, молекулярно-кинетической теории фазовых превращений. Поэтому общая проблема изучения механизма пузырькового кипения на современном этапе дифференциации исследований постепенно подразделяется на совокупность ряда исследовательских направлений, весьма различных как в физическом плане, так и по методам в технике исследований.

Так, сейчас можно говорить, например, о проблеме активации центров кипения, которая включает в себя такие вопросы, как физические оценки вероятности зародышеобразования в различных микроуглублениях поверхности и экспериментальные наблюдения таких процессов; изучение детальной микроструктуры различных реальных поверхностей (недавно была показана перспективность использования техники электронного микроскопирования [4]); оценка роли адсорбционных слоев, физико-химической неоднородности поверхности, ее кристаллической структуры и др.

С этой проблемой связано также исследование закономерностей, определяющих число центров кипения на различных поверхностях и при разных уровнях интенсивности кипения. Решение проблемы требует, видимо, учета нестационарных температурных флуктуаций в материале поверхности и привлечения сведений о закономерностях роста паровой фазы и удаления ее от поверхности.

Экспериментальное изучение центров кипения при относительно небольшой их плотности не представляет принципиальных трудностей. Для этих целей применяется кинофототехника. Однако при весьма интенсивном кипении эти прямые наблюдения оказываются невозможными. Известны методы измерений в этих условиях, основанные на технике гальваностегии [5] и на применении зонда измерения локальных паросодержаний [2].

Наиболее интенсивно в последний период изучалась механика макроскопических пузырьков. Наиболее простой задачей, которая поддается строгому аналитическому описанию, является задача роста сферического макроскопического пузырька в неограниченном объеме перегретой жидкости (объемное кипение). В полном аналитическом описании такой задачи (см., например, [6]) содержится четыре основных физических эффекта, одновременное влияние которых определяет действительную скорость роста пузырька. Предельные схемы, приведенные ниже, соответствуют поочередному рассмотрению лишь одного из этих эффектов в предположении, что остальные три отсутствуют.

а) Динамическая инерционная схема Рэлея (рис. 2, а).

Рост пузырька, давление пара в котором равно давлению насыщения при температуре жидкости, определяется величиной инерционной реакции жидкости против сферического расширения:

$$\dot{R}(t) = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\Delta p}{\rho_L}}, \quad (1)$$

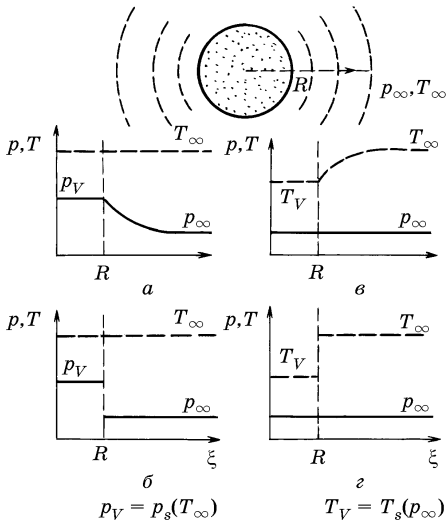


Рис. 2. Рост пузырька пара в объеме неподвижной жидкости

ночью подвода тепла к межфазной границе из внешних перегретых слоев жидкости. Точное решение этой задачи, уточняющее ряд предыдущих приближенных исследований [7, 8], было опубликовано Скрайвеном [9]. Оно получено с применением численного интегрирования, но, как было указано в работе [10], результаты хорошо аппроксимируются (с погрешностью менее 2 %) соотношением

$$\frac{R(t)}{\sqrt{at}} = 2 \sqrt{\frac{3}{\pi}} \left[ 1 + \frac{1}{2} (\pi/6N)^{2/3} + \pi/6N \right]^{1/2} N, \quad (3)$$

где параметр  $N = c\rho_L \Delta T / (r\rho_V)$  характеризует меру перегрева жидкости;  $\Delta T = T_\infty - T_s(p_\infty)$ . Предельные ветви этого решения имеют вид

$$R(t) = 2 \sqrt{\frac{3}{\pi}} N \sqrt{at} \quad \text{при } N \gg 1, \quad (3')$$

$$R(t) = \sqrt{2 \frac{\lambda \Delta T t}{r\rho_V}} \quad \text{при } N \ll 1 \quad (3'')$$

и отвечают двум крайним схемам характера изменения температуры жидкости около поверхности пузырька. В случае  $N \gg 1$  практически весь перепад температур  $\Delta T$  локализован в очень тонком поверхностном слое. Второй случай  $N \ll 1$  соответствует полю температур, характерному для классической стационарной задачи теплопроводности: шар в неограниченной среде. В этих соотношениях  $\lambda, a, c$  — теплопроводность, температуропроводность, теплоемкость жидкости;  $r$  — теплота парообразования;  $\rho_V$  — плотность пара;  $T_\infty$  — действительная температура жидкости вдали от границы пузырька;  $T_s(p_\infty)$  — температура насыщения при актуальном давлении в жидкости  $p_\infty$ .

где  $\Delta p = p_s(T_\infty) - p_\infty$ ,  $p_s(T_\infty)$  — давление насыщения при температуре жидкости  $T_\infty$  вдали от пузырька;  $p_\infty$  — действительное давление в жидкости вдали от пузырька пара;  $\rho_L$  — плотность жидкости.

б) Динамическая вязкая схема (рис. 2, б).

Скорость роста пузырька регулируется вязкостью жидкости, которая при сферическом расширении пузырька проявляется в форме нормальной компоненты тензора вязких напряжений на межфазной границе:

$$\dot{R}(t) = \frac{\Delta p}{4\mu} R(t), \quad (2)$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость жидкости.

в) Энергетическая тепловая схема (рис. 2, в).

Рост пузырька находится из уравнения теплового баланса по скорости испарения жидкости, которая регулируется интенсивностью подвода тепла к межфазной границе из внешних перегретых слоев жидкости.

г) Энергетическая молекулярно-кинетическая схема (рис. 2, з).

Скорость расширения пузырька определяется молекулярно-кинетическими закономерностями испарения жидкости с перегретой межфазной границы, полученными в работе [11]:

$$\dot{R}(t) = \frac{\beta}{1 - 0,4\beta} \frac{\Delta p}{\rho_V \sqrt{2\pi \tilde{R} T}}. \quad (4)$$

Величина  $\beta$  представляет коэффициент испарения—конденсации,  $\tilde{R}$  — индивидуальная газовая постоянная,  $\Delta p = p_s(T_\infty) - p_\infty$ .

В реальных условиях, естественно, все рассмотренные эффекты проявляются одновременно, хотя их значимость зависит от конкретных условий и физических свойств вещества. Совместное их влияние таково, что реальная скорость роста всегда будет меньше (или в пределе равна) наименьшей из величин, определяемых этими предельными соотношениями. Именно это обстоятельство, как мне кажется, определяет целесообразность такой классификации. Ясно, что путем сопоставления предельных скоростей роста можно получить соответствующие критерии для оценки областей преимущественного влияния рассмотренных эффектов. Наиболее широкие области с точки зрения практических условий приходится на энергетическую тепловую и динамическую инерционную схемы. Первая охватывает область высоких давлений, вторая — область низких давлений и относительно малых размеров пузырька. Молекулярно-кинетическая схема может стать определяющей только при крайне низких величинах  $\beta$ , тогда как при  $\beta \approx 1$  роль этого эффекта на скорость роста пузырька незначительна. Вязкая схема может, по-видимому, играть заметную роль лишь при росте пузырька в весьма вязкой жидкости и при малых значениях радиуса.

При движении (всплывании) пузырька в перегретой жидкости с одновременным его ростом скорость роста будет увеличиваться, если процесс протекает в области преобладания тепловых эффектов. В.К. Завойский [12], используя аналогию между тепло- и массообменом, применил решение диффузионной задачи В.Г. Левича [13] к этому случаю:

$$\dot{R}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{ua}{R(t)} \right)^{1/2} N. \quad (5)$$

Это выражение отвечает случаю существования на поверхности пузырька тонкого ламинарного теплового пограничного слоя. Оно правомерно при условии, что скорость  $u$  всплывания пузырька существенно выше скорости  $R$  его радиального роста.

Процессы роста паровых пузырьков на поверхности нагрева протекают в условиях существенной температурной неравномерности, и поэтому этот важный случай более сложен для аналитического описания. Большинство предлагавшихся моделей основано на энергетической тепловой схеме (по нашей классификации). В 1961 г. Н. Зубер [14] высказал предположение, что формула роста пузырька в перегретой жидкости (3) может быть применена и в этом случае. Основанием для этого служило предположение, что основное испарение осуществляется по контуру ABC (схема рис. 3) за счет охлаждения перегретого слоя, обволакивающего пузырек. В

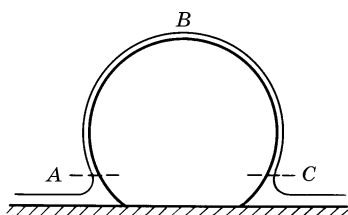


Рис. 3. Рост пузырька пара на поверхности нагрева

1963 г. автор настоящего обзора подверг критике эту модель, основываясь на следующей простой оценке величины запаса избыточной энтальпии перегрева жидкости в пограничном слое [15].

Оценочно (с известным запасом в пользу схемы Зубера) количество тепла, которое может быть отдано при охлаждении перегретого слоя массой  $\rho_L \pi R^2 \delta$ , в предположении, что он по всей толщине  $\delta$  перегрет на величину  $\Delta T = T_W - T_s$ , составляет  $c \rho_L \pi R^2 \delta \Delta T$ . Это количество тепла (если не учитывать возможное его рассеивание в окружающую жидкость) дает возможность пузырьку вырасти лишь до размера

$$R = \frac{3}{4} \left( \frac{c \rho_L \Delta T}{r \rho_V} \right) \delta, \quad (6)$$

что следует из уравнения теплового баланса. Поскольку параметр  $N$ , равный  $N = c \rho_L \Delta T / (r \rho_V)$ , при давлениях выше атмосферного лежит в области  $N < 1$ , из уравнения следует, что пузырек не может вообще вырасти за пределы теплового пограничного слоя, что явно противоречит опытным наблюдениям. Лишь в области вакуума и больших перегревов, когда  $N \gg 1$ , указанный путь теплоподвода может играть определенную роль в общем тепловом балансе пузырька.

Эти оценки послужили основанием для противоположной схемы [14] модели [15], в которой для объяснения скорости роста пузырька на поверхности при не очень низких давлениях как основной путь теплоподвода, обеспечивающий рост пузырька, рассматривался именно теплоподвод в зоне его основания. Предполагалось, что приток тепла к этим участкам межфазной поверхности осуществляется теплопроводностью через прилегающие слои жидкости прямо от стенки. Принципиальной особенностью этой схемы является то, что теплоемкость жидкости оказывается параметром, несущественным для процесса роста пузырька.

Конкретный расчет скорости роста на основе этой модели требует знания детальной картины очертания границы пузырька в зоне его основания; одна из предположительных схем такой картины рассматривалась в работе [15]. Однако уравнение роста пузырька, соответствующее этой модели, можно получить с точностью до числового коэффициента, вообще не обращаясь к детальной картине и схематизациям, на основе соображений размерности. Действительно, если полагать, что так же, как и в случае роста пузырька в объеме перегретой жидкости, вязкость и поверхностное натяжение малосущественны, то совокупность определяющих величин связана соотношением вида

$$f(R, \lambda, r, \rho_V, \Delta T, t) = 0,$$

а это приводит на основе анализа размерности к зависимости

$$R(t) = \text{const} \sqrt{\frac{\lambda \Delta T t}{r \rho_V}}. \quad (7)$$

Числовой коэффициент, согласно [10, 15], составляет  $\text{const} \approx 3,4$ .

Важную роль для последующего развития исследований по механике пузырьков сыграла хорошо известная сейчас экспериментальная работа Мура и Меслера [16], где авторы применили оригинальную микротермопару для измерения температур поверхности в области действующего центра парообразования при кипении воды при атмосферном давлении. Они обнаружили значительные флуктуации температуры поверхности с весьма быстрым спадом в течение нескольких миллисекунд. Это привело к выводу о возможности существования под растущим пузырьком тонкого микрослоя жидкости, интенсивное испарение которого и определяет эффект быстрого локального охлаждения поверхности. В последующем эти эксперименты были повторены другими исследователями и существование микрослоя было подтверждено.

Некоторые итоги этих экспериментов таковы. При атмосферном давлении на поверхности нагрева при кипении воды наблюдаются пузырьки различных очертаний: сферические, сплюсненные и полусферические [17]. В области более низких давлений основным видом пузырьков являются полусферические. Рост такого пузырька схематически показан на рис. 4, а. Установлено, что под полусферическим пузырьком существует микрослой жидкости, схематически показанный на рис. 4, б. Порядок его толщины составляет несколько единиц или десятков микрон. Для таких пузырьков испарение этого микрослоя является практически основным процессом, определяющим рост пузырька. В ряде случаев происходит частичное высыхание этого слоя в районе центра парообразования.

Теоретическое описание такого процесса рассматривается в ряде последних публикаций. Мне представляется, что наиболее полное и последовательное изучение содержится в серии работ Купера. В его докладе на IV Международной конференции по теплообмену [18] приводятся итоги этих исследований. Там же содержится подробная библиография по этой теме. Некоторые главные результаты исследований этого автора таковы.

В результате приближенного аналитического рассмотрения получено уравнение:

$$\delta_R(t) = 0,8 \sqrt{\nu_L t}, \quad (8)$$

где  $\delta_R(t)$  — толщина микрослоя у внешней границы пузырька в момент времени  $t$ , отсчитываемый от начала роста пузырька;  $\nu_L$  — кинематическая вязкость жидкости. Составлены уравнения роста полусферического пузырька на основе энергетиче-

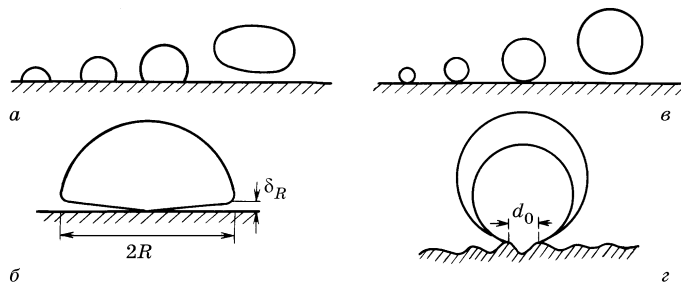


Рис. 4. Рост и отрыв пузырька пара при низких и высоких давлениях



ческой тепловой схемы для двух предельных случаев: 1) когда теплопроводность материала поверхности очень высока, поверхность изотермична и основным является термическое сопротивление микрослоя; 2) когда теплопроводность материала поверхности мала и происходит ее интенсивное охлаждение. При одновременном влиянии обоих эффектов найдено интерполяционное соотношение, отражающее вклад отмеченных факторов [18]:

$$R(t) = \frac{N\sqrt{at}}{0,4\sqrt{\text{Pr}_L} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \frac{(\lambda c\rho)_L}{(\lambda c\rho)_W} \right]}. \quad (9)$$

Интересна по замыслу также работа Дзаковича и Фроста [19], в которой в схеме с микрослоем большая роль отводится молекулярно-кинетическим эффектам испарения. К сожалению, однако используемая в этой работе расчетная кинетическая схема неправильна. Роль кинетических эффектов при испарении микрослоя требует дальнейших оценок. Мне кажется, что при кипении жидких металлов этот эффект может быть заметным.

В целом, образование полусферических пузырьков с микрослоем на поверхности кипения является специфическим типом кипения, наблюдаемым при достаточно низких давлениях. Высокие скорости роста пузырька, характерные для этих давлений, в конечном итоге и являются причиной формирования полусферических пузырьков, о чем несколько подробнее будет сказано ниже.

С увеличением давлений скорость роста пузырьков существенно уменьшается. При этом их форма также претерпевает изменения. Основным видом теперь становятся сферические пузырьки, рост которых схематически показан на рис. 4, в. Создается впечатление, что при высоких давлениях основание пузырька не «расползается», а задерживается в зоне его начального роста, что, наверное, связано с влиянием шероховатости поверхности. Предположительная схема показана на рис. 4, г. Эти соображения основываются на результатах подробных кинематографических исследований процесса кипения ряда жидкостей в широком диапазоне изменения давления [10, 20, 21].

На рис. 5 представлены величины диаметра пузырьков  $D = 2R(t)$  в зависимости от времени  $t$  для воды и бензола при разных давлениях (точки с разной маркировкой на графиках передают рост отдельных индивидуальных пузырьков; для каждого из них время отсчитывается с момента его появления на поверхности). С увеличением давления наблюдается существенное снижение скорости роста. При этом общий характер зависимости  $R(t) \sim t^{1/2}$ , предсказываемый всеми рассмотренными выше теоретическими соотношениями, подтверждается опытными данными.

На рис. 6 средние значения величин  $R(t)/\sqrt{at}$  для каждого фиксированного режима ( $p_s, \Delta T$ ) при кипении воды ( $p_s = 1 - 100$  бар), бензола ( $p_s = 1 - 15$  бар) и этилового спирта ( $p_s = 1 - 34$  бар) представлены в зависимости от параметра  $N = c\rho_L \Delta T / (r\rho_V)$ . Линия I здесь соответствует решению (3) для роста пузырька в объеме перегретой жидкости [9], линия II — уравнению (7) и линия III — фор-

Рис. 5. Зависимость диаметра растущего пузырька от времени при кипении воды (а) и бензола (б) на серебряной поверхности

- 1 —  $p_s = 0,98$  бар,  $\Delta T = 12,7$  °C;
- 2 —  $p_s = 3,2$  бар,  $\Delta T = 10,2$  °C;
- 3 —  $p_s = 11,8$  бар,  $\Delta T = 6,7$  °C;
- 4 —  $p_s = 95,7$  бар,  $\Delta T = 1,53$  °C;
- 5 —  $p_s = 1,07$  бар,  $\Delta T = 22$  °C;
- 6 —  $p_s = 2,7$  бар,  $\Delta T = 14,3$  °C;
- 7 —  $p_s = 7,85$  бар,  $\Delta T = 8,5$  °C;
- 8 —  $p_s = 14,9$  бар,  $\Delta T = 4,1$  °C

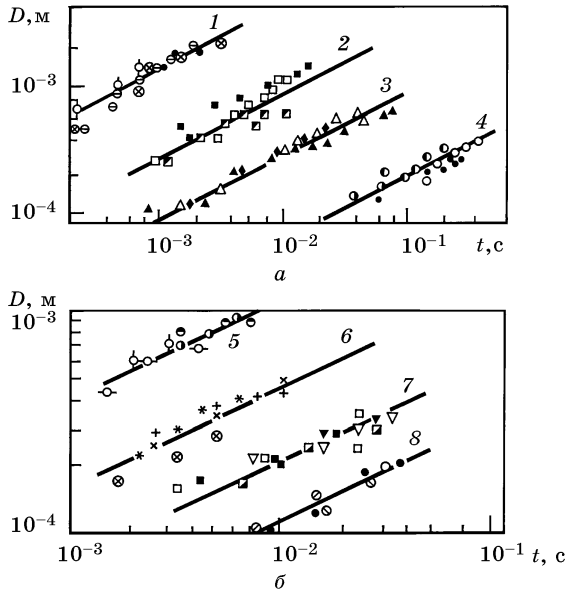
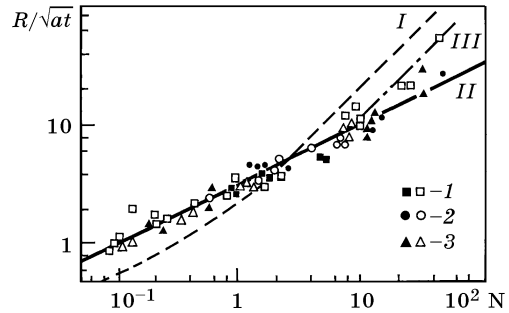


Рис. 6. Зависимость величины  $R(t)/\sqrt{at}$  от  $N$  при кипении различных жидкостей

- 1 — вода, 2 — бензол, 3 — этиловый спирт; светлые точки — кипение на серебряной поверхности, зачерненные — на поверхности из никелированной меди



муле Купера (9) для случая кипения воды на серебряной поверхности.<sup>1)</sup> Два последних уравнения согласуются с опытными данными в соответствующих областях чисел  $N$ , тогда как зависимость (3) для роста пузырька в объеме перегретой жидкости, как этого и следовало ожидать, к условиям пузырькового кипения на поверхности нагрева неприменима.

С ростом пузырьков на поверхности нагрева связано определение величины отрывного размера пузырька при классической схеме кипения насыщенной жидкости на горизонтальной поверхности в большом объеме. Механика отрыва пузырьков в таких условиях является сейчас снова предметом многочисленных публикаций. Здесь следует напомнить, что этот вопрос имеет длительную историю.

<sup>1)</sup> В опытах при низких давлениях ( $p \approx 1$  бар) для деформированных несферических пузырьков в качестве радиуса  $R$  принимался радиус сферы, объем которой равен объему несферического пузырька. Это обстоятельство учтено при сравнении с формулой Купера.

В 1935 г. Фритц [22] опубликовал фундаментальную расчетную работу. Для фиксированного краевого угла на основе уравнений гидростатики были определены те максимальные объемы пузырьков, неподвижно сидящих на горизонтальной плоской поверхности, при которых такое гидростатическое равновесие с учетом поверхностного натяжения еще выполняется [22]. При больших объемах равновесие уже невозможно, т.е. пузырек большего объема не может стационарно сидеть на поверхности, он должен оторваться. Результаты вычислений Фритца для области углов  $\theta \leq 140^\circ$  хорошо описываются простой формулой, которая сейчас общеизвестна и обычно именуется формулой Фритца

$$D_0 = 0,02\theta \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_L - \rho_V)}}. \quad (10)$$

Величина  $D_0$  есть диаметр сферы, объем которой равен максимальному объему неподвижного пузырька, сидящего на поверхности:  $(\pi/6)D_0^3 = V_{\max}$ .

Для условия, которое было положено в основу вычислений, а именно, что пузырек с фиксированным краевым углом  $\theta$  в месте его контакта с поверхностью неподвижен, это соотношение безусловно правильно и не может подвергаться критике. Вопрос состоит в другом: может ли это соотношение выполняться также в условиях пузырькового кипения жидкости?

Длительное время существовало мнение о его применимости и в этих условиях, что подтверждалось некоторыми результатами наблюдений при кипении, в основном, воды при атмосферном давлении. Однако за последнее десятилетие было проведено много измерений для целого ряда жидкостей как в области очень низких, так и при весьма больших давлениях, которые убедительно показали неправомочность экстраполяции уравнения (10) на условия пузырькового кипения.

Например, в опытах при низких давлениях [23—28] наблюдались отрывные диаметры, которые превосходили рассчитанные по уравнению (10) на порядок (а объемы соответственно на три порядка) и более. В опытах при высоких давлениях [20, 29] было установлено существенное уменьшение диаметра с ростом давления. В качестве иллюстрации этой тенденции на рис. 7 приведены опытные

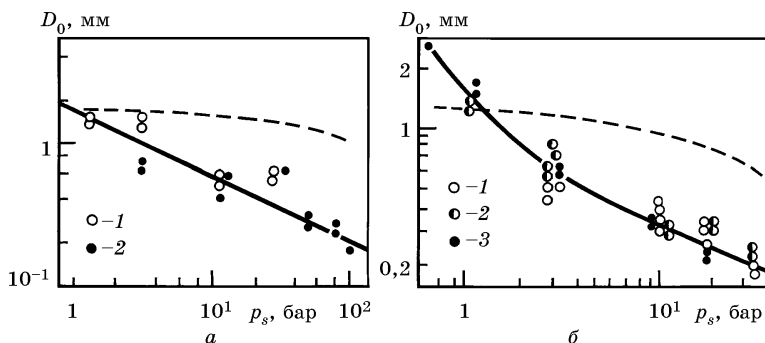


Рис. 7. Зависимость отрывного диаметра  $D_0$  от давления  $p_s$  при кипении воды (а) и этилового спирта (б) а: 1, 2 — первая и вторая серии киносъемок соответственно; кипение на поверхности из серебра; б: 1—3 — кипение на поверхностях из серебра, никелированной меди и нержавеющей стали соответственно; штриховая линия — расчет по формуле (10) при  $\theta = 35^\circ$

данные для воды и этилового спирта. Здесь расхождение имеет уже обратный знак и нарастает по мере увеличения давления. При наибольших исследованных давлениях различие приближается к порядку величины.

Переходя к физической интерпретации этих экспериментальных закономерностей, я хотел бы прежде всего остановиться на нескольких физически спорных концепциях принципиального плана, к сожалению, довольно распространенных в работах расчетного характера.

Стало почти традицией производить расчет отрывных диаметров по следующей схеме. Для пузырька, растущего на поверхности, выписываются выражения сил, таких, как подъемная архимедова сила, сила сцепления с поверхностью за счет поверхностного натяжения, сила инерции со стороны жидкости, сила так называемого лобового сопротивления и т.д. Каждая из них, конечно, может быть определена лишь приближенно. Затем либо явно, либо неявно постулируется условие отрыва в таком виде: момент отрыва определяется условием, когда алгебраическая сумма этих сил с учетом сил инерции достигает нуля. Из такого уравнения равновесия сил вычисляется диаметр, который принимается за отрывной. Это основное условие отрыва неправильно.

Согласно принципу Даламбера, сумма всех сил, включая силы инерции, должна быть равна нулю на протяжении всего периода роста пузырька на поверхности. Поэтому нет никакой гарантии, что находимый из условия равновесия диаметр отвечает именно моменту отрыва, а не любому промежуточному моменту в период роста, тем более, что каждая из сил с неизбежностью определена лишь приближенно.

Весьма запутана также проблема определения инерционной силы для пузырька, растущего на поверхности. Часто эта сила для сферического пузырька записывается в виде

$$m (du/dt), \quad (11)$$

где  $m$  — присоединенная масса, равная для сферы  $(1/2) \rho_L V(t)$ ;  $V(t)$  — переменный во времени объем пузырька;  $u$  — скорость движения центра пузырька от поверхности вследствие его роста.

Кроме этой силы или иногда вместо нее, вводится также сила «лобового» сопротивления

$$c_f \frac{\pi D^2}{4} \rho_L \frac{u^2}{2}, \quad (12)$$

обычно с постоянным коэффициентом «лобового» сопротивления  $c_f$ , который выбирается по данным гидромеханики. Мне представляется, что понятие силы «лобового» сопротивления в принципе не может применяться для растущих на поверхности пузырьков. Как известно, происхождение этой силы связано с наличием кормовой зоны отрыва потока при обтекании тела, причем коэффициент  $c_f$  отражает меру неполноты восстановления давления в области отрыва. У растущего на поверхности пузырька кормовой зоны отрыва не существует.

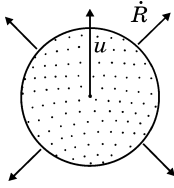


Рис. 8. Рост движущегося пузырька

Инерционная сила (или реакция жидкости) в виде уравнения (11) соответствует известной гидродинамической схеме движения сферы неизменного объема в невязкой среде с ускорением [30]. Это определение применительно к растущему пузырьку не учитывает эффекта его объемного расширения, что приводит к ошибке не только в величине этой силы, но и в знаке.

Для сферы, которая расширяется и одновременно движется со скоростью  $u$  в несжимаемой жидкости, как это схематически показано на рис. 8, результирующая сила равна

$$d(mu)/dt. \quad (13)$$

Это выражение нетрудно получить простой суперпозицией потенциалов скоростей двух элементарных движений: простого симметричного объемного расширения сферы и перемещения сферы в жидкости без изменения объема со скоростью  $u$ . Таким образом, выражение (13) является точным решением для схемы, изображенной на рис. 8.

Следующий простой расчет иллюстрирует различие, к которому приводят выражения (11) и (13) для пузырька, растущего по закону  $R(t) \sim t^{1/2}$  при  $u = \dot{R}$  (т.е. когда нижняя точка сферы на рис. 8 неподвижна, как если бы она находилась на твердой поверхности). По соотношению (11) имеем

$$- (1/2) (mu/t), \quad (14)$$

тогда как определение (13) дает

$$+ mu/t. \quad (15)$$

Различие здесь не только в числовом коэффициенте, но и в знаке. При этом сила (14) оказывается «отрывающей» (т.е. по знаку аналогична архимедовой), тогда как правильное выражение (15) приводит к «прижимающей» реакции, стремящейся «вдавить» пузырьки в поверхность.

Отметим попутно, что именно эта инерционная сила, которая тем значительней, чем выше скорость роста пузырька, и приводит к образованию рассмотренных выше полусферических пузырьков при кипении в области низких давлений. Из определения инерционной силы (13) также нетрудно показать, что если скорость роста пузырька резко замедляется (переходит от зависимости  $R \sim t^{1/2}$  к  $R \sim t^n$ , где  $n < 1/4$ ), что характерно для кипения на тонких проволочках, то инерционная сила в процессе такого роста изменяет знак и при замедлении роста превращается в отрывающую. Это, по-видимому, и объясняет тот часто отмечавшийся факт, что при кипении на горизонтальных проволочках пузырьки отрываются не только вверх, но довольно охотно также «выстреливают» вниз и в сторону.

Существующие решения для отрывных диаметров, базирующиеся на схеме баланса сил и использующие такие слагаемые, как (11) и (12), не могут быть признаны обоснованными, и необходимо создать более строгий и физически обоснованный подход к решению этой проблемы.

В заключение в этой связи приведены в краткой форме основные соображения об изменении отрывных диаметров с давлением, которые основаны на простых физических оценках и могут быть полезны при разработке более строгой теории.

Кипение при высоких давлениях можно рассматривать как такой предельный случай, когда динамические эффекты вследствие роста пузырьков малосущественны. Причиной этого служит весьма малая скорость роста пузырьков. В таком предельном квазистатическом случае отрыв пузырька аналогичен отрыву газового пузырька, медленно вдуваемого через отверстие диаметром  $d_0$  (см. рис. 4, з). Это приводит к соотношению [31]

$$D_0 = k \sqrt[3]{6 \frac{\sigma d_0}{g(\rho_L - \rho_V)}}, \quad (16)$$

где числовой коэффициент  $k < 1$ . При подстановке в это соотношение величин  $d_0$  порядка нескольких микрон (что представляет разумную оценку для продольного масштаба расстояний между неровностями на технических поверхностях) соотношение (16) дает значения диаметров, близкие к наблюдавшимся в опытах с водой, этиловым спиртом и бензолом при наибольших давлениях.

Кипение в вакууме является другим предельным случаем, когда инерционная сила жидкости является основным эффектом, препятствующим отрыву пузырька. Для объяснения механики явления в этой области рассмотрим сначала более простую задачу. В объеме жидкости возникает и растет пузырек с заданной скоростью объемного расширения и по мере его роста под действием силы тяжести начинает одновременно всплывать (рис. 9, а). В любой момент этого процесса выполняется уравнение баланса сил

$$d(mu)/dt = g(\rho_L - \rho_V)V(t). \quad (17)$$

Полагая, что рост происходит по степенному закону  $R \sim t^n$ , и учитывая, что  $u = dH/dt$  и  $\rho_V \ll \rho_L$ , имеем следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt} \left( t^{3n} \frac{dH}{dt} \right) = 2gt^{3n},$$

решение которого имеет вид

$$H(t) = gt^2 / (1 + 3n). \quad (18)$$

Теперь применим эту схему к пузырьку, растущему на поверхности, полагая в соответствии с опытными наблюдениями, что вначале он имеет полусферическую форму (рис. 9, б). Момент отрыва определяется при  $H(t_0) = R_0$ .

Тогда при  $n = 1/2$  имеем:

$$R_0 = 0,4gt_0^2, \quad (19)$$

где  $t_0$  — время от момента возникновения пузырька до момента его отрыва.

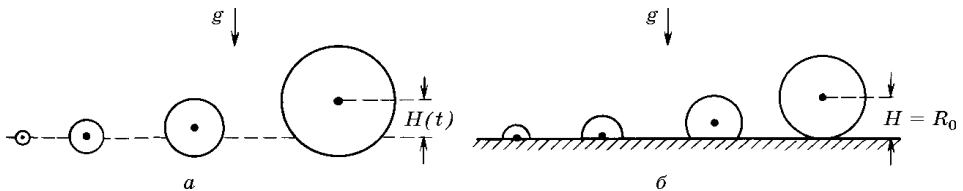


Рис. 9. К анализу процесса роста и отрыва пузырька от поверхности

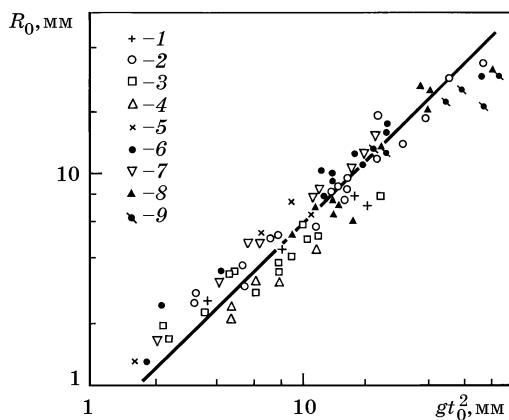


Рис. 10. Зависимость отрывного радиуса  $R_0$  от величины  $gt_0^2$

1 — ацетон; 2 — вода; 3 — метиловый спирт; 4 — четыреххлористый углерод [25—27]; 5 — бензол; 6 — вода; 7 — этанол [23, 24]; 8 — этанол; 9 — вода [28].

Линия соответствует уравнению  $R_0 = 0,6gt_0^2$

В этой упрощенной схеме, как видно, не учитывалось влияние стенки, что может сказаться в первую очередь на значении числового коэффициента. На рис. 10 в координатах  $R_0$  и  $gt_0^2$  приведены многочисленные опытные данные при кипении различных жидкостей в области давлений ниже атмосферного, полученные разными авторами на разных установках и в разных странах. Можно видеть, что зависимость (19) с несколько скорректированным числовым коэффициентом удовлетворительно описывает весь экспериментальный материал. Разброс величин во многом объясняется статистикой процесса, нерегулярными конвективными токами жидкости вследствие пульсирующего режима кипения, характерного для значительных разрежений. Область промежуточных давлений, естественно, характеризуется одновременным влиянием обоих эффектов при постепенном изменении их удельного веса в результате уменьшения скорости роста пузырьков при повышении давления.

#### Литература

1. Adelberg M., Schwartz S.H. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1968. Vol. 64. N 82. P. 3—11.
2. Iida Y., Kobayasi K. // Fourth Int. Heat Transfer Conf. Paris. 1970. Vol. 5. Paper B 1.3.
3. Bobst R.W., Colver C.P. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1968. Vol. 64. N 82. P. 26—32.
4. Nix G.H., Vachon R.I., Hall D.M. // Fourth Internal. Heat Transfer Conf. Paris. 1970. Vol. 5. Paper B 1.7.
5. Гартнер Р., Уэстуотер Дж. // Сб.: Вопросы физики кипения. М.: Мир, 1964, С. 301—330.
6. Bornhorst W.J., Hatsopoulos G.N. // Trans. ASME J. Appl. Mech. 1967. P. 847—853.
7. Plesset M.S., Zwick S.A. // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25. N 4. P. 493—500.
8. Forster H.K., Zuber N. // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25. N 4. P. 474—478.
9. Scriven L.E. // Chem. Eng. Sc. 1959. Vol. 10. N 1/2. P. 1—13.
10. Лабунцов Д.А., Кольчугин Б.А., Головин В.С. и др. // ТВТ. 1964. Т. 2. № 3. С. 446—453.
11. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
12. Завойский В.К. // Атомная энергия. 1961. Т. 10. Вып. 3. С. 272—274.
13. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
14. Zuber N. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1961. Vol. 2. P. 83—89.
15. Лабунцов Д.А. // ИФЖ. 1963. Т. 6. № 4. С. 33—39.
16. Moore F.D., Mesler R.B. // AIChE J. 1961. Vol. 7. N 4. P. 620—624.
17. Hospett N.B., Mesler R.B. // AIChE. Sixtieth Annual Meeting. 1967. Preprint 47 B.
18. Cooper M.G., Vijuk R.M. // Fourth Int. Heat Transfer Conf. Paris. 1970. Vol. 5. Paper B 2.1.

19. Dzaković D.S., Frost W. // Fourth Int. Heat Transfer Conf. Paris. 1970. Vol. 5. Paper B 2.2.
20. Лабунцов Д.А., Кольчугин Б.А., Головин В.С. и др. // Сб.: Теплообмен в элементах энергетических установок. М.: Наука, 1966. С. 156—166.
21. Головин В.С., Кольчугин Б.А., Захарова Э.А. // ТВТ. 1966. Т. 4. № 1. С. 147—148.
22. Fritz W. // Phys. Z. 1935. В. 36. N 11. S. 379.
23. Кутателазде С.С., Мамонтова Н.Н. // ИФЖ. 1967. Т. 12. № 2. С. 181—186.
24. Мамонтова Н.Н. // ПМТФ. 1966. № 3. С. 140—144.
25. Cole R. // AIChE J. 1967. Vol. 13. N 4. P. 779—783.
26. Cole R., Shulman H.L. // Ghem. Eng. Prog. Symp. Ser. 1966. Vol. 62. N 64.
27. Cole R., Shulman H. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1966. Vol. 9. N 12. P. 1377—1390.
28. Ягов В.В., Городов А.К., Лабунцов Д.А. // Доклады научн.-техн. конф. МЭИ. Секция промтепло-энергетическая, подсекция сушильных и теплообменных устройств. М.: Изд-во МЭИ, 1969. С. 139—145.
29. Semeria R. // Houille Blanche. 1963. Vol. 18. N. 6. P. 679—686.
30. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. М.: Мир, 1964. 655 с.
31. Krevelen D.W., Hoftijzer P.I. // Chem. Eng. Prog. 1950. Vol. 46. P. 29—35.



## ДИНАМИКА ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬЕЙ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ДАВЛЕНИЙ

В работе [1] было предложено расчетное соотношение для скорости роста паровых пузырьков при кипении, основанное на чисто «энергетическом подходе», т.е. только на учете условий теплоподвода к поверхности пузырька. Это соотношение

$$R = \sqrt{at} (\gamma Ja + \sqrt{\gamma^2 Ja + 2\beta Ja}), \quad (1)$$

при значениях констант  $\gamma = 0,3$ ,  $\beta = 6$  удовлетворительно описывает опытные данные в широком диапазоне давлений (0,1—100) бар и чисел Якоба  $Ja = 0,1—800$ .

Вместе с тем, в области наиболее низких давлений анализ роста паровых пузырей с чисто энергетических позиций уже явно недостаточен. В работе [2] был дан подробный качественный анализ особенностей процесса, обусловленных инерционными эффектами и приобретающих важную роль в области больших чисел Якоба. В таких режимах кривые роста пузырей аппроксимируются зависимостями  $R \sim t^n$  при  $n > 0,5$ , что невозможно объяснить, не принимая во внимание переменность давления и температуры в паровом пузырьке во время его роста.

Попытка совместного решения уравнений энергии и движения (уравнения Рэлея) для роста пузырей в равномерно перегретой жидкости была предпринята в работе [3]. Ниже рассматривается решение этих уравнений на основе более развитой системы допущений, чем сделанные в [3].

### Анализ условий роста пузырька в равномерно перегретой жидкости

Граничные условия на поверхности раздела фаз в соответствии с представлениями [4] записываются в следующей форме.

Условие материального баланса:

$$j_R = \rho'(u'_R - \dot{R}) = \rho''(u''_R - \dot{R}); \quad (a)$$

условие баланса нормальной компоненты импульса (без учета вязких напряжений, поверхностного натяжения и конвективного потока импульса):

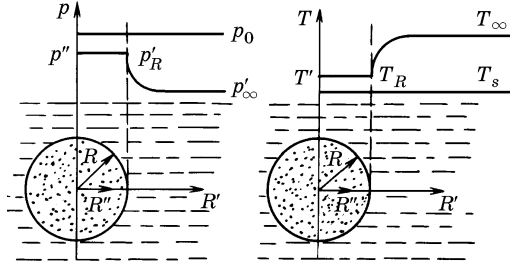
$$p' = p''; \quad (b)$$

условие баланса энергии (без учета потока кинетической энергии и работы по увеличению поверхностной энергии):

$$rj_R = q'_R. \quad (c)$$

Здесь  $u$  — скорость движения фазы (в лабораторной системе координат);  $\dot{R} = dR/dt$  — скорость перемещения границы пузырька;  $j_R$  — поток массы через поверхность пузырька;  $q$  — тепловой поток;  $\rho$  — плотность;  $r$  — теплота парооб-

Рис. 1. К анализу роста сферического парового пузырька в равномерно перегретой жидкости



разования; индекс ' относится к жидкой фазе, '' — к паровой фазе,  $R$  — к поверхности пузырька.

Общие условия (а) — (с) «динамической» совместности должны быть дополнены специальными условиями совместности на границе, которые принимаются в соответствии с квазиравновесной схемой [4]:

$$T'_R = T''_R = T_s, \quad (d)$$

где  $T_s$  — равновесная температура при давлении пара  $p''$ .

Условия (а) — (d) сопрягают решения во внутренней (паровой) и внешней (жидкой) областях <sup>1)</sup>.

а) Паровая область (см. рис. 1). В процессе роста пузырька давление и температура пара изменяются. Однако если давление пара в области больших чисел Якоба может изменяться за период роста пузыря в десятки раз [2], то изменение абсолютной температуры пара не превышает 10 — 15 %. Это позволяет ввести для паровой области упрощающую предпосылку о постоянстве температуры пара и полагать, что  $p''$  и  $\rho''$  — функции времени, но не координаты, т.е. что в каждый момент времени давление (и плотность) одинаковы во всем объеме [5].

Уравнение сплошности для рассматриваемой области можно записать в виде:

$$\frac{d\rho''}{dt} + \frac{\rho''}{R''^2} \frac{d}{dR''}(R''^2 u'') = 0.$$

Интегрируя его в диапазоне от 0 до  $R$  и принимая во внимание, что

$$\int_0^R R''^2 \frac{d\rho''}{dt} dR'' = \frac{1}{3} \frac{d}{dt}(\rho'' R^3) - \rho'' R^2 \dot{R},$$

получим:

$$\frac{4}{3} \pi \frac{d}{dt}(\rho'' R^3) = 4\pi R^2 \rho'' (\dot{R} - u''_R). \quad (2)$$

б) Внешняя область (жидкость). Давление  $p'$  во внешней области изменяется от  $p'_R$  до  $p'_\infty$ . Уравнение Рэлея дает:

$$\frac{p'_R - p'_\infty}{\rho'} = \frac{3}{2} \dot{R}^2 + R \ddot{R}. \quad (3)$$

<sup>1)</sup> Можно показать, что опущенные в условиях (а) — (d) эффекты, в том числе поправка Томсона на кривизну поверхности и неравновесность фазового перехода, не существенны для условий рассматриваемой задачи.

Эта запись справедлива для  $R \gg 2\sigma / (p_0 - p'_\infty)$ , где  $p_0$  — равновесное давление при температуре жидкости  $T_\infty$ ,  $\sigma$  — поверхностное натяжение.

в) Поле температур и поток тепла на границе раздела. Давлению  $p'_\infty$  отвечает равновесная температура  $T_s$ . В действительности жидкость перегрета и имеет вдали от пузырька температуру  $T_\infty$ . Температура границы пузырька  $T_R$  может изменяться в пределах от  $T_\infty$  до  $T_s$  в зависимости от давления  $p''_R = p'_R$ , в соответствии с линией насыщения.

Полагая, что изменение температуры жидкости происходит в основном в тонком слое  $\delta$  на границе пузырька, причем для низких давлений всегда  $\delta \ll R$ , уравнение энергии

$$c\rho' \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u' \frac{\partial \vartheta}{\partial R'} \right) = \frac{\lambda}{R'^2} \frac{\partial}{\partial R'} \left( R'^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial R'} \right),$$

где  $\vartheta = T_\infty - T_R$ , можно проинтегрировать в пределах от  $R$  до  $R + \delta$ .

Используя уравнение неразрывности несжимаемой жидкости:

$$u'R'^2 = u'_R R^2,$$

граничные условия:

$$\text{при } R' = R + \delta, \quad \vartheta = 0 \text{ и } \partial \vartheta / \partial R' = 0,$$

и опуская в промежуточных преобразованиях (дифференцирование под знаком интеграла) малую величину  $u'_R R^2 (R - u'_R)$  [4], получим после интегрирования:

$$\rho' c \frac{d}{dt} R^2 \int_R^{R+\delta} \vartheta R'^2 dR' = - \lambda R^2 \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial R'} \right)_{R'=R}. \quad (4)$$

Имея в виду, что  $\delta \ll R$ , можно перейти к плоской координате  $y = R' - R$  и записать (4) в виде:

$$4\pi \rho' c \frac{d}{dt} \left( R^2 \int_0^\delta \vartheta dy \right) = - 4\pi R^2 \lambda \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (5)$$

Полагая

$$\vartheta = \vartheta_R (1 - y/\delta)^2,$$

где  $\vartheta_R$  и  $\delta$  — функции только времени, получим из (5):

$$\frac{4}{3} \pi \rho' c \frac{d}{dt} (R^2 \vartheta_R \delta) = 4\pi R^2 \frac{2\lambda}{\delta} \vartheta_R. \quad (6)$$

Правые части (5) или (6) определяют тепловой поток на границе пузырька. Имея в виду условия (а) и (с), а также соотношение (2), можно записать:

$$4\pi R^2 \frac{2\lambda}{\delta} \vartheta_R = \frac{4\pi}{3} r \frac{d}{dt} (\rho'' R^3). \quad (7)$$

Используя (7) при интегрировании (6), получим:

$$\rho' c R^2 \vartheta_R \delta = r \rho'' R^3. \quad (8)$$

(Постоянная интегрирования равна нулю в соответствии с условием  $\delta \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow 0$ .)

Выражая  $\delta$  из (7), запишем (8) в виде:

$$2\lambda \frac{\rho' c}{r \rho''} R \vartheta_R^2 = \frac{1}{3} r \frac{d}{dt} (\rho'' R^3),$$

или

$$2a \left( \frac{c \rho' \vartheta_R}{r \rho''} \right)^2 = R \dot{R} + \frac{1}{3} \frac{R^2}{\rho''} \frac{d\rho''}{dt}. \quad (9)$$

Уравнение (9) определяет закон роста пузырька в общем случае переменных во времени плотности и температуры пара.

В частном случае,  $\vartheta_R = \text{const} = T_\infty - T_s$  и  $\rho'' = \text{const} = \rho_s''$  ( $\rho_s''$  — плотность пара при давлении  $p_\infty$ ), из (9) получаем с точностью до 2% известное решение Плесета—Цвика [5]:

$$R = 2\text{Ja} \sqrt{at}. \quad (10)$$

Решение уравнения (9) для общего случая можно получить, если использовать условие (е) и выразить аналитически связь температуры и давления пара на линии насыщения.

г) Уравнение кривой насыщения в области низких давлений аппроксимировать линейной функцией невозможно, так как для этой области характерны большие изменения давления в процессе роста пузырька.

Хорошей аппроксимацией кривой насыщения для области давлений от тройной точки до атмосферного давления служит уравнение

$$\frac{p}{p_\infty} = \exp \left[ m \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \right], \quad (11)$$

где  $m = \ln p_0 / p_\infty$  удовлетворяет условию  $T = T_\infty$  при  $p = p_0$ .

Вводя соотношения  $P = p_0 / p_\infty$  и  $\theta = (T_\infty - T_R) / (T_\infty - T_s)$ , уравнение кривой насыщения (11) можно записать в виде:

$$p_R / p_0 = P^{-\theta}. \quad (12)$$

д) Используя соотношение (12) в уравнениях (3) и (9) совместно с условиями (b), (d) и (e), получаем следующую систему уравнений, определяющих рост пузырька в объеме жидкости:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_0 - p_\infty}{\rho'} \frac{P^{1-\theta} - 1}{P - 1} &= R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2; \\ 2a \text{Ja}^2 \left( \frac{\theta}{P^{1-\theta}} \right)^2 &= R \dot{R} \left( 1 - \frac{1}{3} R \ln P \frac{d\theta}{dR} \right). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Введем масштабы длины и времени:

$$\tilde{l} = \frac{2a \text{Ja}^2}{\sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_0 - p_\infty}{\rho'}}}, \quad \tilde{t} = \frac{2a \text{Ja}^2}{\frac{2}{3} \frac{p_0 - p_\infty}{\rho'}}.$$

Число Якоба здесь равно

$$Ja = \frac{c\rho'(T_\infty - T_s)}{r\rho''_\infty}.$$

Переходя к безразмерным переменным:

$$R^* = R/\tilde{l} \text{ и } t^* = t/\tilde{t},$$

перепишем систему (13) в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P^{1-\theta} - 1}{P - 1} &= R^{*2} + \frac{2}{3}R^*\ddot{R}^*; \\ \left(\frac{\theta}{P^{1-\theta}}\right)^2 &= R^*\dot{R}^*\left(1 - \frac{\ln P}{3}R^*\frac{d\theta}{dR^*}\right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Уравнения (14) отражают зависимость безразмерного радиуса пузыря  $R^*$  от безразмерного времени  $t^*$  и отношения давлений  $p_0/p_\infty = P$ .

В условиях не слишком низких давлений и малых перегревов жидкости, когда можно принимать пар несжимаемым, а кривую насыщения — линейной, параметр  $P \rightarrow 1$  и система (14) упрощается:

$$\left. \begin{aligned} 1 - \theta &= \dot{R}^{*2} + \frac{2}{3}R^*\ddot{R}^*; \\ \theta^2 &= R^*\dot{R}^*. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Заметим, что второе из уравнений системы (15) при условии  $T_R = T_s$  («энергетическая схема» роста) дает формулу (10).

е) Решение. Анализ уравнений системы (15) показывает возможность их упрощения при условиях:

$$\frac{2}{3}R^*\ddot{R}^* \ll R^{*2}, \quad (e)$$

$$\frac{\ln P}{3}R + \frac{d\theta}{dR^*} \ll 1. \quad (f)$$

Условие (e) анализировалось в работе [3], условие (f) можно проверить на конкретных примерах.

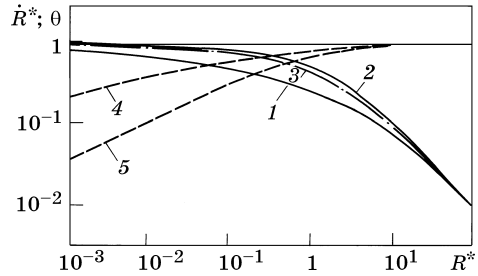
При этих условиях имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P^{1-\theta} - 1}{P - 1} &= \dot{R}^{*2}; \\ \left(\frac{\theta}{P^{1-\theta}}\right)^2 &= R^*\dot{R}^*. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Система (16) дает описание роста паровых пузырьков в равномерно перегретой жидкости с учетом изменения давления и плотности пара во времени.

Рис. 2. Примеры решения системы (16) и уравнения (18)

$\dot{R}^*(R^*)$ :	$\theta(R^*)$ :
1 — $P = 10$	4 — $P = 10$
2 — $P = 1$	5 — $P = 1$
3 — ур. 18	



Задаваясь различными значениями  $\theta$  в пределах от 0 до 1, можно получить зависимость  $\dot{R}^*$  от  $R^*$  для любой фиксированной величины параметра  $P = p_0/p_\infty$ . Подобные зависимости приводятся на рис. 2.

В предельном случае  $P \rightarrow 1$  (несжимаемый пар, линейная аппроксимация кривой насыщения) система (16) упрощается к виду:

$$\left. \begin{aligned} 1 - \theta &= \dot{R}^{*2}; \\ \theta^2 &= R^* \dot{R}^*. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Полученная система (17), если не учитывать некоторых различий в масштабных величинах, совпадает с исходными уравнениями, использованными в работе [3]. Исключение параметра  $\theta$  приводит к нелинейному дифференциальному уравнению, которое не может быть разрешено с помощью простых квадратур. Что касается приема, использованного в работе [3] для получения зависимости  $R^*(t^*)$  из системы вида (17), то он представляется не вполне корректным.

Действительно, в работе [3] делается предположение о том, что профиль температур в пограничном слое пузырька в течение его роста сохраняет неизменную форму в соответствии с формулой Плессета—Цвика. По существу это означает, что в системе (17) интегрируется второе уравнение при условии  $\theta = \text{const}$ , а полученное соотношение между  $\theta$  и  $R^*$  используется в первом уравнении системы (17), т.е.  $\theta$  рассматривается уже как переменная. Такая процедура приводит к решению

$$R^* = \frac{\sqrt{2}}{3} [(t^* + 2)^{3/2} - (t^*)^{3/2} - (2)^{3/2}]. \quad (18)$$

Уравнение (18) совпадает с решением работы [3]. Отличия имеются в значениях констант, что объясняется только численными различиями в масштабах при приведении системы уравнений к безразмерному виду (масштабы, использованные в работе [3], отличаются от использованных нами множителем  $6/\pi$ ).

Кривые  $\dot{R}^*(R^*)$  на рис. 2 дают сравнение решения системы (16) при двух значениях параметра  $P$  (10 и 1) с решением уравнения (18).

Очевидно, что при больших перегревах жидкости (условие  $P = 10$  соответствует, например, значению  $T_\infty - T_s = 39^\circ\text{C}$  для случая роста парового пузырька в воде при  $p_\infty = 0,01$  бар) учет сжимаемости пара и нелинейности кривой насыщения вносит заметное отличие по сравнению с предельным решением ( $P = 1$ ), не учитывающим этих эффектов. Расхождение в ходе кривых 2 и 3, соответствующих одинаково-

вым условиям  $P = 1$ , является мерой той некорректности, которая была допущена в работе [3] и проанализирована выше.

Ход кривых рис. 2 позволяет оценить также правомерность сделанных выше допущений (е) и (ф). Кривые 1 и 2 в области малых  $R^*$ , где скорости роста пузырей  $R^*$  наибольшие, имеют весьма малый наклон к оси абсцисс, что свидетельствует о малом влиянии величины  $R^* \ddot{R}^*$  в уравнении Рэлея. А при больших значениях  $R^*$ , как показано в работе [3], само влияние инерционных эффектов на рост пузыря становится несущественным. Таким образом, допущение (е) представляется вполне обоснованным.

Оправданность допущения (ф) подтверждают кривые 4 и 5 зависимости  $\theta(R^*)$ , построенные в соответствии с системой (16) для  $P = 10$  и  $P = 1$ . Действительно, значение  $d\theta/dR^*$  мало для всего времени роста пузыря, кроме самых первых мгновений, где неравенство (ф) соблюдается из-за малости  $R^*$ , а для случая  $P \rightarrow 1$  справедливость этого неравенства тем более очевидна, так как  $\ln P \rightarrow 0$ .

#### Применение полученных результатов к анализу условий роста пузырей пара на нагреваемой поверхности

Сопоставление опытных данных по росту пузырьков при кипении жидкостей в области больших чисел Якоба с теоретическим соотношением работы [3], учитывающим влияние инерционных эффектов, было проведено в [6]. Это сопоставление показало, что уравнение, полученное в работе [3], аппроксимирует результаты опытов лучше, чем соотношения, основанные на чисто «энергетическом» подходе к анализу. Однако авторы [6] отмечают, что указанное уравнение почти всегда завышает скорость роста пузырьков пара, а ожидаемое влияние на эту скорость длительности паузы между последовательно возникающими пузырями не подтверждено опытными данными. Заметим также, что опытные кривые роста пузырей в работе [6] построены лишь для времени роста  $\tau \leq 20$  мс, а расхождение опытных данных с расчетной кривой из [3] обнаруживает явную тенденцию к увеличению по мере роста пузыря, т.е. в той части кривой роста, где уменьшается влияние инерционных членов по сравнению с ролью скорости подвода тепла к межфазной поверхности.

Можно ожидать, что и прямое использование системы (16) для сопоставления с экспериментальными результатами по росту пузырьков пара на обогреваемой поверхности (при кипении) обнаружит заметное завышение расчетной скорости роста по сравнению с наблюдаемой в опытах. Вместе с тем, в работе [1] показано, что в области низких давлений хорошим приближением к реальному процессу является модель, согласно которой перегретая жидкость покрывает часть поверхности пузырька. Такое представление позволяет допустить, что выполненный выше анализ останется справедливым, если все уравнения для баланса массы и энергии на межфазной границе относить не к полной поверхности пузыря, а к той ее части, где фактически происходит испарение жидкости. В этом случае можно считать, что аналогом величины  $2Ja$ , определяющей потенциальные запасы энергии для роста пузыря в равномерно перегретой жидкости, является комплекс

$(\gamma Ja + \sqrt{\gamma^2 Ja^2 + 2\beta Ja})$ . Тогда система (16) может применяться для анализа роста пузырей пара в неоднородном температурном поле при следующих масштабных величинах:

$$\tilde{t} = \frac{a(\gamma Ja + \sqrt{\gamma^2 Ja^2 + 2\beta Ja})^2}{2\sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_0 - p_\infty}{\rho'}}};$$

$$\tilde{t} = \frac{a(\gamma Ja + \sqrt{\gamma^2 Ja^2 + 2\beta Ja})^2}{2 \cdot \frac{2}{3} \frac{p_0 - p_\infty}{\rho'}}.$$
(19)

Конечно, реальный процесс сложнее любой схемы. В частности, при кипении в области низких давлений при значительных величинах  $P = p_0/p_\infty$  пар в пузырьке может оказаться перегретым по сравнению со слоями жидкости, омывающими верхнюю часть поверхности пузырька. В этом случае одновременно с испарением жидкости в пузырь у его основания возможна конденсация пара в верхней части пузыря. Кроме того, конкретные условия формирования перегретого слоя жидкости у поверхности пузырька, так же, как и условия формирования микрослоя в его основании, могут заметно отличаться у различных пузырьков даже при одинаковых средних режимных параметрах процесса. В силу этого система (16) при масштабных величинах (19) должна рассматриваться лишь как приближенное представление реального процесса.

### Сравнение с экспериментальными результатами

Сложность сопоставления результатов, рассчитанных по системе уравнений (16), с опытными данными связана с тем, что это сопоставление может производиться лишь для индивидуальных режимов; невозможно предложить для сравнения формулу, аналогичную зависимости  $(R/\sqrt{at})Ja$ .

Сами зависимости  $\dot{R}^*(t^*)$  получались путем последовательного интегрирования степенных функций вида  $\dot{R}^* = A(R^*)^{-k}$ , с помощью которых аппроксимировалась по участкам расчетная кривая  $\dot{R}^*(R^*)$ . При этом для первого участка, соответствующего весьма малым значениям безразмерного радиуса и большим скоростям роста, постоянная интегрирования находилась из условия  $\dot{R}^* = 0$  при  $t = 0$ , а для любого последующего участка — из условия стыковки решений для соседних участков. В результате подобной процедуры были получены представленные на рис. 3—5 зависимости  $\dot{R}^*(t^*)$ . Опытные точки на этих рисунках получены при кипении воды и этанола в области давлений от 0,2 до 0,016 бар. На рис. 3, в частности, отражена динамика роста паровых пузырей воды при чрезвычайно больших



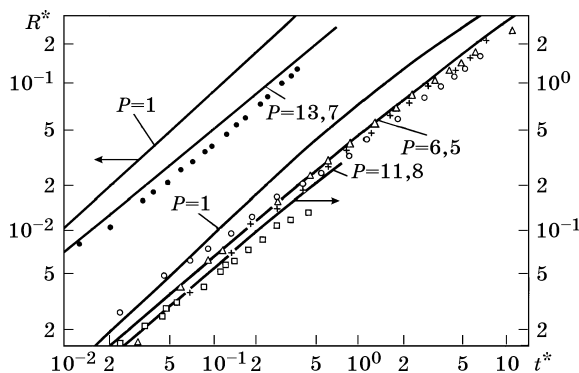


Рис. 3. Скорость роста паровых пузырей при кипении воды при низких давлениях

	$p_s$ , бар	$\Delta T$ , °C	Ja	$P$
	0,036	36,4	2230	6,5
	0,016	48,1	6730	13,7
	0,016	44,8	6300	11,8

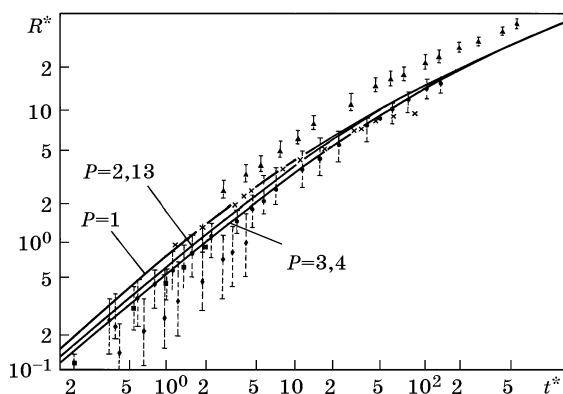


Рис. 4. Скорость роста пузырей при кипении воды

Данные авторов при  $p_s = 0,1$  и  $0,2$  бар, данные [6] при  $p_s = 0,049$  бар

$p_s$ , бар	$\Delta T$ , °C	Ja	$P$	число пузырей
0,2	17,3	232	2,13	4
0,1	22,8	580	2,93	1
0,1	26,2	662	3,40	3
0,049	22,5	1112	3,21	3
0,049	21,3	1051	3,03	6

числах Якоба, равных 6730 и 6300. Очевидно, что расчетная зависимость удовлетворительно согласуется с результатами опытов, хотя, бесспорно, для большей убедительности необходимо иметь возможность для статистического анализа.

Весьма хорошее соответствие с теоретической зависимостью обнаруживают также представленные на том же рисунке осредненные кривые роста трех пузырей при кипении воды ( $p_s = 0,036$  бар,  $\Delta T = 36,4$  °C, Ja = 2330) и опытные результаты (рис. 4) для случая кипения воды при давлении 100 мбар ( $\Delta T = 26,2$  °C, Ja = 662).

Для других режимов согласование расчетных и опытных кривых роста не столь убедительное, хотя качественное согласование наблюдается всюду. Следует заметить, что при кипении этанола наблюдается более ранний, чем при кипении воды, переход на зависимость вида  $R \sim \sqrt{t}$ , соответствующую энергетически управляемому росту.

На рис. 4 приведены также опытные данные работы [6] по скоростям роста пузырей при кипении воды при  $p_s = 0,049$  бар для двух значений  $\Delta T$ . Практическое совпадение значений параметра  $P$  позволяет сравнивать эти данные с результатами нашей работы, несмотря на различие конкретных значений  $p_s$  и  $\Delta T$ . Как видно, теоретическая зависимость правильно отражает наклон кривых роста, хотя количественное различие может быть довольно значительным.

В целом, можно говорить о вполне удовлетворительном согласовании расчетных зависимостей и опытных данных, особенно в области наиболее сильного влияния инерционных эффектов. Вместе с тем, желательнее более широкое сравнение теории с экспериментом, позволяющее уменьшить влияние случайностей.

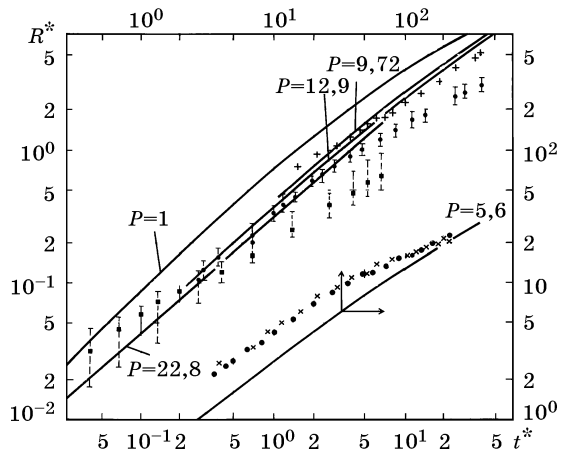
Достоинства решения (16), которое в сочетании с формулами масштабов (19) учитывает целый комплекс эффектов, характеризующих рост паровых пузырей при кипении — отличие давления и температуры в пузыре от величин  $p_s$  и  $T_s$ , сжимаемость пара, нелинейность кривой насыщения, условия подвода тепла в пузырь через часть его поверхности — становятся яснее при сопоставлении этого решения с соотношением (17), соответствующим предельному случаю несжимаемого пара и линейной аппроксимации кривой насыщения ( $P = 1$ ). Если при малых значениях параметра  $P$  (рис. 4) расхождение в ходе соответствующих кривых сравнительно невелико, то, например, при  $P = 22,8$  (кипение этанола при  $p_s = 0,016$  бар) оно превышает 100 % (рис. 5). При этом хорошо видно, насколько сближает расчетные зависимости с опытными данными учет сжимаемости пара и нелинейности кривой насыщения.

Представляет интерес приведенное на рис. 6 в размерных координатах сравнение тех же опытных данных, которые отражены на рис. 3, с теоретической зависимостью Микича и др. [3], а также с кривыми, построенными по решению (16). (При построении кривых по [3] принимались соответствующие рекомендациям этой работы значения масштабных величин, причем константа  $2/3$  перед членом, учитывающим перепад давлений, заменялась на  $\pi/7$ , а «время ожидания» считалось стремящимся к бесконечности.)

На первый взгляд представляется несколько неожиданным количественное совпадение опытных данных с расчетными кривыми [3] (только в начале и в конце времени роста отклонения превышают 50 %). Вместе с тем, хорошо видно, что модель [3] не отражает обнаруживаемый в опытах характер зависимости радиуса пузырька от времени.

Рис. 5. Скорость роста паровых пузырей при кипении этилового спирта

$p_s$ , бар	$\Delta T$ , °C	Ja	$P$
0,016	54,4	3450	22,8
0,036	42,8	1460	12,9
0,036	41,5	1265	9,72
0,060	32,2	618	5,6



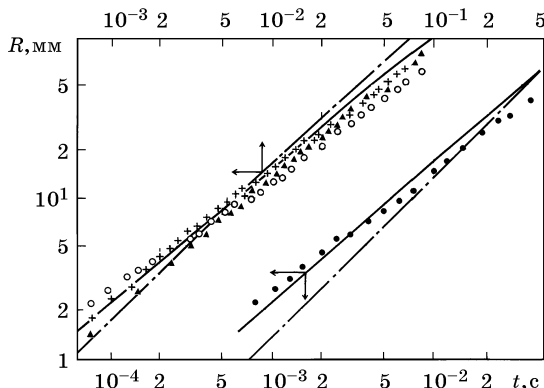


Рис. 6. Сравнение опытных данных по скоростям роста паровых пузырей при кипении воды с расчетной зависимостью Микича и др. [3] и решением (16)

$$p_s = 0,036 \text{ бар}, \Delta T = 36,4 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_s = 0,016 \text{ бар}, \Delta T = 44,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

решение (16)

уравнение [3]

Модель [3], предполагающая наличие перегретого слоя жидкости вокруг всего пузырька и, таким образом, дающая в асимптотической стадии соотношение Плессета и Цвика, сильно завышает энергетические ресурсы для роста пузырька. Это обстоятельство, естественно, приводит к тому, что из модели [3] вытекает более длительное влияние инерционных сил, чем это обнаруживается в экспериментах: из рис. 6 видно, что формула Микича и др. почти для всего времени роста воспроизводит чисто «рэлеевскую» стадию  $R \sim t$ . Вместе с тем, линейризация кривой насыщения по уравнению Клапейрона—Клаузиуса, как это видно из приведенной таблицы, в области низких давлений очень сильно занижает абсолютное значение давления в пузырьке.

Жидкость	$p_s$ , бар	$T_W - T_s$ , °C	Перепад давлений $p_0 - p_s$ , бар	
			по кривой насыщения	по уравнению Клапейрона—Клаузиуса
Вода	0,016	44,8	0,172	0,045
Вода	0,036	36,4	0,299	0,075
Этанол	0,016	54,4	0,350	0,057

Наложение указанных неточностей, несмотря на значительность каждой из них в отдельности, и объясняет тот факт, что расчетное соотношение [3] дает неплохое количественное совпадение с опытными данными, но не может правильно отражать наклон кривой роста пузырьков. Расчетная зависимость [3] практически всегда пересекает опытные кривые роста паровых пузырей.

Предложенная в настоящей работе модель позволяет приблизиться к пониманию сложных процессов, определяющих рост паровых пузырей при кипении в области низких давлений и дает возможность достаточно надежно коррелировать опытные данные.

#### Литература

1. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. // Труды МЭИ. 1975. Вып. 268. С. 3—15.
2. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. // Труды МЭИ. 1972. Вып. 141. С. 69—78.
3. Micić В.В., Rosenow W.M., Griffith P. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1970. Vol. 13. N 4. P. 657—666.
4. Лабунцов Д.А., Муратова Т.М. // Сб.: Тепло- и массоперенос. Минск: Наука и жизнь, 1972. Т. 2. Ч. 1. С. 112—121.
5. Plesset M.L., Zwick L.A. // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25. N 4. P. 493—500.
6. Stewart I.K., Cole R. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. Vol. 15. N 14. P. 655—663.

## СКОРОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОГО ВСПЛЫВАНИЯ И ФОРМА КРУПНЫХ ПУЗЫРЬКОВ

Задаче гравитационного всплытия крупных пузырьков в последнее время уделяется значительное внимание. Термин «крупный пузырек» означает газовый или паровой объем в жидкости, характерные размеры которого существенно больше капиллярной постоянной  $\sqrt{\sigma/\rho g}$ . Гидромеханика всплытия крупных пузырьков в большом объеме имеет специфические черты. Из двух известных моделей всплытия пузырька схема с обтеканием невязкой жидкостью и с отрывом потока [1, 5, 9—11, 15] ближе к действительной картине движения и более перспективна по сравнению с моделью обтекания пузырька вязкой жидкостью [2—4]. Такое общее заключение можно сделать, если обратиться к опытным данным по скорости всплытия. Так, из [2] и [13], где суммированы многочисленные опытные данные по скорости всплытия крупных пузырьков, следует, что модифицированное число Фруда,  $Fr = u_\infty / \sqrt{gR_{eq}}$ , лежит в пределах:

$$0,95 \leq Fr \leq 1,05, \quad (1)$$

т.е. остается практически одинаковым для жидкостей разной вязкости и газовых объемов разного размера. (Здесь  $u_\infty$  — скорость всплытия пузырька;  $g$  — гравитационная постоянная;  $R_{eq}$  — эквивалентный радиус пузырька, точнее — радиус сферы, имеющей тот же объем, что и всплывающий пузырек).

Однако в рамках модели потенциального обтекания пузырька с отрывом потока, несмотря на значительные усилия исследователей и применение мощных математических методов [5, 6, 9—11], до настоящего времени не удалось составить законченной теории, определяющей скорость всплытия и форму крупных пузырьков. Это объясняется, в первую очередь, трудностью анализа течения жидкости в зоне отрыва. В данной работе, в рамках этой схемы обтекания, предложена простая приближенная теория, для построения которой привлекается известная гидромеханическая концепция «донного разрежения» [14]. Именно с помощью понятия донного разрежения удастся достаточно просто составить замкнутое описание, определяющее как скорость всплытия, так и примерную форму крупных пузырьков. Рассмотрим асимптотический вариант теории, в котором не учитывается поверхностное натяжение (весьма крупные пузырьки).

При описании процесса всплытия пузырька целесообразно использовать систему координат, в которой пузырек неподвижен. Тогда изучению подлежит задача обтекания потоком жидкости неподвижного, как бы «зависшего», пузырька, находящегося в поле тяжести. Скорость набегающего потока  $u_\infty$  является искомой скоростью всплытия пузырька при наблюдении процесса из системы отсчета, в которой жидкость вдали от пузырька неподвижна.

Физическая картина обтекания «зависшего» крупного пузырька потоком жидкости характеризуется следующими специфическими чертами. Давление газа (пара) внутри пузырька одинаково во всех точках. Поэтому давление в жидкости на межфазной поверхности также должно быть одинаковым по всему контуру пузырька. В соответствии с опытными наблюдениями принимается, что в кормовой части пузырька располагается зона отрыва потока. В зоне отрыва устанавливается определенная величина донного разрежения. Вводится предположение, что эта величина может быть рассчитана по известным данным, полученным в опытах по обтеканию твердых дисков и сфер.

Как известно [14], для таких тел коэффициент донного разрежения

$$k = \frac{P_\infty - P_b}{(1/2)\rho u_\infty^2} \quad (2)$$

является величиной постоянной во всей зоне отрыва и равной  $k \cong 0,4$ . Здесь  $p_\infty$  — давление в жидкости вдали от пузырька,  $p_b$  — давление в зоне отрыва потока,  $\rho$  — плотность жидкости.

Используя очевидное соотношение

$$p_0 - p_\infty = (1/2)\rho u_\infty^2,$$

где  $p_0$  — давление в любой критической точке тела, коэффициент  $k$  можно представить в виде

$$k = \frac{P_0 - P_b}{(1/2)\rho u_\infty^2} - 1. \quad (3)$$

Постоянство величины донного разрежения  $p_b$  приводит к заключению, что у крупного всплывающего пузырька, находящегося в поле тяжести, очертание кормовой части должно быть плоским. Форма верхней части пузырька может быть установлена из рассмотрения условий потенциального обтекания его невязкой жидкостью. Для струйки, набегающей на лобовую критическую точку пузырька и далее обтекающей верхнюю часть его периметра, должно выполняться уравнение Бернулли. В процессе обтекания пузырька должна устанавливаться такая форма очертания его верхней части, чтобы одновременно с выполнением уравнения Бернулли в каждой точке периметра давление в жидкости оставалось постоянным (и равным давлению газа в пузырьке). Именно последнее условие является центральным для нахождения очертания верхней образующей крупного пузырька. Как показано ниже, этому условию приближенно удовлетворяет сферическая форма очертания верхней части пузырька. Таким образом, крупный всплывающий пузырек должен иметь форму, близкую к сферическому сегменту (рис. 1).

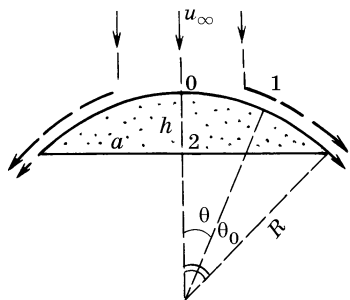


Рис. 1

На рис. 1 точка 0 — лобовая критическая точка, 1 — текущая точка на верхней части периметра, 2 — произвольная точка в зоне отрыва на кормовой части межфазной границы.

Условие постоянства давлений по периметру имеет вид:

$$p_0 = p_1 = p_2 = p'', \quad (4)$$

где  $p''$  — давление газа в пузырьке.

Уравнение Бернулли в окрестности лобовой точки

$$p_1 + \frac{9}{8} \rho u_\infty^2 \sin^2 \theta - g \rho R (1 - \cos \theta) = p_0 \quad (5)$$

в предположении, что угол  $\theta$  мал и правомерно соотношение:

$$1 - \cos \theta = 1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \frac{1}{2} \sin^2 \theta + \frac{1}{8} \sin^4 \theta + \dots \cong \frac{1}{2} \sin^2 \theta,$$

принимает вид:

$$p_0 - p_1 \cong \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left( \frac{9}{4} \rho u_\infty^2 - g \rho R \right).$$

Из этого соотношения видно, что при условии

$$R = \frac{9}{4} \frac{u_\infty^2}{g} \quad (6)$$

на верхней образующей выполняется необходимое условие постоянства давлений  $p_1 = p_0$ . Приведенные соображения обосновывают сферическое очертание верхней части крупного пузырька. Отметим, что правомерность соотношения (6) для окрестности критической точки была доказана Дэвисом и Тэйлором [1] и Прандтлем [15].

Давление  $p_2$  в зоне отрыва при наличии поля тяжести равно:

$$p_2 = p_b + g \rho h, \quad (7)$$

где высота  $h = R(1 - \cos \theta_0)$ . Из соотношений (3), (4) и (7) находим, что

$$h = \frac{1+k}{2} \frac{u_\infty^2}{g}. \quad (8)$$

Выражения (6) и (8) являются итоговыми в данном анализе. Они определяют форму и скорость всплывания весьма крупных пузырьков. Из анализа этих соотношений видно, что крупные пузырьки разных размеров оказываются подобными друг другу, причем (см. рис. 1)

$$h/R = (1+k)/(9/2) = 0,311; \quad a/R = 0,725; \quad h/a = 0,43; \quad \theta \cong 46^\circ. \quad (9)$$

Размеры  $a$ ,  $h$ ,  $R$ , угол  $\theta$  и очертание пузырька, соответствующее предложенной теории, показаны на рис. 1. Предсказанная расчетом форма крупных пузырьков превосходно согласуется с кинематографическими данными работ [1, 2, 5, 12].

Объем сферического сегмента

$$V = (\pi/3) h^2 (3R - h)$$

с учетом соотношений (6) и (8) равен

$$V = (\pi/3) h^2 (3R - h).$$

Отсюда определяется скорость всплывания:

$$V = \frac{\pi}{3} \left( \frac{1+k}{2} \right)^2 \left[ \frac{27}{4} - \frac{1+k}{2} \right] \left( \frac{u_\infty^2}{g} \right)^3. \quad (10)$$

Если ввести эквивалентный радиус  $R_{eq}$  сферы равного объема

$$V = (4/3) \pi R_{eq}^3,$$

то при  $k = 0,4$  формула (10) дает:

$$u_{\infty} = 1,05 \sqrt{g R_{eq}}. \quad (11)$$

Из сравнения (11) с условием (1) видно, что полученное решение находится в хорошем согласии с экспериментальными данными по скорости всплывания крупных пузырьков.

Изложенная теория позволяет подойти к проблемам расчета скорости диффузии, массообмена и испарения–конденсации при всплывании в жидкости крупных пузырьков.

#### Литература

1. Devis R.M., Teilor G.I. // Proc. Roy. Soc. 1950. Vol. 200-A. P. 377—390.
2. Wegener P.P., Parlange J.-Y. // Ann. Rev. Fluid Mech. Palo-Alto, California. 1970. Vol. 5. P. 79—100.
3. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
4. Harper J.F. // Adv. Appl. Mech. 1972. Vol. 12. P. 59—129.
5. Collins R. // J. Fluid Mech. 1966. Vol. 25. Part 3. P. 469—480.
6. Garabedian P.R., McLeod E.J., Vitousek M. // Amer. Math. Monthly. 1954. Vol. 61. N 7. Part 2. P. 8—10.
7. Parlange J.-Y. // J. Fluid Mech. 1969. Vol. 37. P. 257—263.
8. Parlange J.-Y. // Acta Mech. 1970. Vol. 9. N 3—4. P. 323—328.
9. Collins R. // J. Fluid Mech. 1967. Vol. 28. Part 1. P. 97—112.
10. Collins R. // Chem. Eng. Sc. 1967. Vol. 22. N 2. P. 89—97.
11. Rippin D.W.T., Davidson J.F. // Chem. Eng. Sc. 1967. Vol. 22. N 2. P. 217—228.
12. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1964. 758 с.
13. Wu B.J.C., Deluca R.J., Wegener P.P. // Chem. Eng. Sc. 1974. Vol. 29. N 5. P. 1307—1309.
14. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964. 406 с.
15. Siemes W. // Chem. Ing. Techn. 1954. Jg. 26. H. 11. S. 614—630.

## ПЛЕНОЧНОЕ КИПЕНИЕ ПРИ СТРУЙНОМ ОРОШЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ

При натекании струи насыщенной жидкости (например, жидкого азота) на плоский элемент поверхности твердого тела, имеющего температуру поверхности  $T_{\text{пл}}$ , более высокую, чем температура предельного перегрева жидкости [1], возникает процесс пленочного кипения. Струя жидкости растекается по поверхности, оставаясь отделенной от нее тонкой пленкой (прослойкой) пара. Такого рода процессы находят применение, в частности, в криогенной технике при так называемом «захолаживании» различных объектов, имевших первоначально комнатную температуру.

В рассматриваемых условиях кинематика растекания струи по поверхности в окрестности критической точки натекания с хорошим приближением соответствует классической схеме струйных (разрывных) течений Гельмгольца — Кирхгофа [2], что объясняется малой толщиной паровой прослойки и относительно малой плотностью и вязкостью паровой фазы.

Теоретический расчет теплообмена в этих условиях может строиться обычным образом, причем продольное распределение скорости жидкости на поверхности фазового перехода и продольный градиент давления в паровой пленке заимствуются из решения соответствующей гидродинамической задачи струйного натекания идеальной несжимаемой жидкости на плоскую преграду.

Наибольший интерес при анализе процесса представляет расчет теплоотдачи в окрестности критической точки (рис. 1), т.е. в области максимальной интенсивности переноса тепла. Следует также отметить, что в обычно встречающихся приложениях (диаметр струй порядка 0,1 — 1,0 см, скорости натекания порядка 1 — 10 м/с) происходящее при радиальном растекании струи уменьшение ее толщины приводит, вследствие капиллярных эффектов, к распаду слоя жидкости на отдельные капли. Зона сплошного течения, без разрушения слоя жидкости, обычно ограничивается радиальной координатой, отсчитываемой от критической точки, порядка нескольких диаметров струи.

На рис. 1 показана схема процесса натекания струи жидкости на поверхность нагрева. Цилиндрическая (или плоская) струя жидкости с начальными диаметром (толщиной)  $d_0$  и скоростью  $w_0$  направлена по нормали к нагретой плоской поверхности. Струя растекается вдоль поверхности,

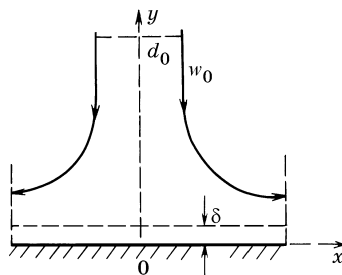


Рис. 1. Модель натекания струи на плоскую преграду



оставаясь отделенной от стенки тонкой прослойкой (пленкой) пара толщиной  $\delta$ , и далее распадается на отдельные капли.

Из решения задачи о натекании струи идеальной жидкости на преграду известно, что в окрестности критической точки 0 на расстояниях примерно до  $x \approx d_0/2$  распределение продольных скоростей жидкости  $u_L$  на поверхности линейное:

$$u_L = Ax. \quad (1)$$

При этом коэффициент  $A$  равен:

$$A \cong 0,88 w_0/d_0 \text{ — для цилиндрической струи,} \quad (2)$$

$$A = (\pi/4) w_0/d_0 \text{ — для плоской струи.}$$

В нашем анализе соотношение (1) определяет изменение скорости жидкой фазы на границе раздела пар— жидкость над поверхностью. Соответственно, продольный градиент давления в паровой пленке равен

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_L u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} = \rho_L A^2 x. \quad (3)$$

При решении задачи принято, что температура поверхности  $T_W = \text{const}$ , режим течения пара в пленке ламинарный, теплофизические свойства пара постоянные. Вначале проводится приближенное решение, в котором не учитываются конвективный перенос энергии в пленке и инерционные силы. Далее в решение вносятся поправки, связанные с этими эффектами.

При принятых предположениях уравнение движения пара в пленке имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},$$

где  $u$  — продольная скорость пара,  $\mu$  — динамическая вязкость пара.

Решение этого уравнения при граничных условиях

$$y = 0, \quad u = 0;$$

$$y = \delta, \quad u = u_L$$

приводит к соотношению:

$$u = u_L - \frac{y}{\delta} + \frac{\rho_L A^2 \delta^2 x}{2\mu} \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{\delta}{y}\right). \quad (4)$$

Распределение скоростей в пленке пара можно рассматривать как суперпозицию сдвигового движения — первое слагаемое в (4) — и параболического профиля, формирующегося под влиянием продольного градиента давлений — второе слагаемое в (4).

Уравнение энергетического баланса имеет вид:

$$r\rho \frac{1}{x^n} - \frac{d}{dx} \left( x^n \int_0^\delta u dy \right) = \frac{\lambda}{\delta} \Delta T, \quad (5)$$

где  $n = 1$  или  $0$  соответственно для цилиндрической или плоской струи;  $\Delta T = T_W - T_s$  — разность между температурой стенки и температурой насыщения;  $r$  и  $\lambda$  — теплота испарения и теплопроводность пара.

После подстановки (4) в (5) и простых вычислений находим:

$$\frac{1}{2} r\rho \frac{1}{x^n} \frac{d}{dx} \left[ x^{n+1} \left( A\delta + \frac{\rho_L A^2 \delta^3}{6\mu} \right) \right] = \frac{\lambda}{\delta} \Delta T. \quad (6)$$

Анализ полученного соотношения приводит к заключению, что толщина паровой пленки  $\delta$  является величиной, не зависящей от продольной координаты.

Из (6) следует:

$$\frac{n+1}{2} r\rho \left( A\delta + \frac{\rho_L A^2 \delta^3}{6\mu} \right) = \frac{\lambda}{\delta} \Delta T. \quad (7)$$

Тогда толщина пленки  $\delta$  определится из решения биквадратного уравнения (7):

$$\delta = \left( \frac{3\mu}{A\rho_L} \right)^{1/2} \left[ \sqrt{1 + \frac{4}{3(n+1)} \frac{\rho_L}{\rho} \frac{\lambda\Delta T}{r\mu}} - 1 \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Для обычных условий пленочного кипения имеем:

$$\rho_L/\rho \gg 1, \quad \lambda\Delta T/r\mu \sim 1.$$

Поэтому соотношение (8) может быть упрощено к виду

$$\delta = \left( \frac{12}{n+1} \right)^{1/4} \sqrt[4]{\frac{\mu\lambda\Delta T}{r\rho\rho_L A^2}}. \quad (9)$$

Такой переход эквивалентен тому, что в уравнении (4) опускается как малая величина слагаемое  $u_L y/\delta$ .

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha = \lambda/\delta$  определяет решение задачи

$$\alpha = \text{const} \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 r\rho\rho_L w_0^2}{\mu\Delta T d_0^2}}. \quad (10)$$

Числовые константы в (10) равны:

$$\begin{aligned} \text{для цилиндрической струи} \quad \text{const} &= \frac{(0,88)^{1/2}}{6^{1/4}} = 0,60, \\ \text{для плоской струи} \quad \text{const} &= \frac{(\pi/4)^{1/2}}{12^{1/4}} = 0,476. \end{aligned} \quad (11)$$

Соотношение (10) представляет приближенное решение задачи.

В более детальных проведенных нами расчетах учитывались конвективный перенос энергии, перегрев пара в пленке и искажение поля температур вследствие движения пара по нормали к границе раздела фаз, а также силы инерции в уравнении движения.

В этой части исследования привлекались интегральные уравнения теории пограничного слоя применительно к процессам пленочного кипения. Не останавливаясь на деталях этих расчетов, приведем заключительные результаты.

Учет конвективного переноса энергии достигается просто путем замены в решении (10) действительных величин  $\lambda$  и  $r$  на эффективные значения теплопроводности пара  $\lambda_{ef}$  и теплоты фазового перехода  $r_{ef}$ , равные:

$$\lambda_{ef} = \lambda \frac{2(1 + 0,4K)}{1 + 0,2K + \sqrt{(1 + 0,2K)^2 + (1/3)K}}, \quad (12)$$

$$r_{ef} = r(1 + 0,4K),$$

где  $K = c_{pL}\Delta T/r$  — число (критерий) фазового перехода.

Учет инерционных сил при движении пара приводит для условий  $\rho_L/\rho \gg 1$ ,  $\lambda_{ef}\Delta T/(r_{ef}\mu) \sim 1$  к снижению числового коэффициента в решении (10) примерно на 3—5%. Таким образом, этот эффект в данном случае существенно не влияет на теплоотдачу.

Насколько известно, рассматриваемая задача не изучалась ранее экспериментально и теоретически. Поэтому полученное решение (10) было бы интересно проверить экспериментально. Вместе с тем, проведенный анализ представляется достаточно полным, что позволяет уже сейчас рекомендовать полученное решение для приближенных практических расчетов и оценок.

В заключение отметим, что согласно выражению (10), коэффициент теплоотдачи при прочих равных условиях пропорционален величине  $(w_0/d_0)^{1/2}$ , что дает основание считать более эффективной организацию охлаждения за счет применения ряда тонких струй вместо одиночной струи большего диаметра (при равных расходах и скорости  $w_0$  жидкости).

Оценка по соотношению (10) для струи жидкого азота при  $d_0 = 2$  мм и  $w_0 = 2$  м/с дает величину  $\alpha \cong 500$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С), что говорит о высокой интенсивности теплоотдачи.

#### Литература

1. Скрипов В.П. Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 312 с.
2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 560 с.

## ТЕОРИЯ СКАЧКА ВСКИПАНИЯ

Для ряда режимов течения вскипающей жидкости оправдана постановка вопроса о существовании и закономерностях скачка вскипания. Этим термином назовем ситуацию, когда в потоке формируется зона интенсивного объемного вскипания жидкости с существенной внутренней неравномерностью (рис. 1). Слой неравновесного вскипания отделяет набегающий поток перегретой метастабильной жидкости от расположенной ниже по потоку области течения парожидкостной смеси, находящейся в тепловом и механическом равновесии.

Оценки показывают, что протяженность переходной, существенно неравновесной зоны быстро снижается по мере роста перегрева жидкости и соответствующей объемной плотности центров парообразования. В случае, когда ширина зоны вскипания становится малой (в масштабе изменения поперечных размеров потока), скачок вскипания может быть интерпретирован как геометрическая поверхность разрыва.

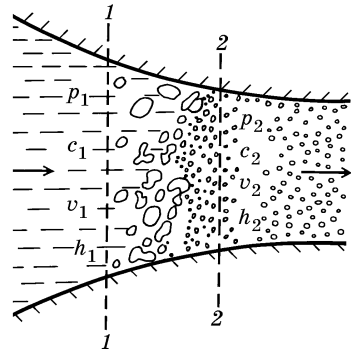


Рис. 1. Скачок вскипания

Соотношения баланса массы, импульса и энергии на поверхности разрыва

$$c_1/v_1 = c_2/v_2 = j, \quad (1)$$

$$p_1 + c_1^2/v_1 = p_2 + c_2^2/v_2, \quad (2)$$

$$h_1 + c_1^2/2 = h_2 + c_2^2/2 \quad (3)$$

характеризуют скачок вскипания как адиабату Гюгонио. Здесь  $c$ ,  $v$ ,  $h$  — скорость (относительно поверхности разрыва), удельный объем и энтальпия вещества;  $p$  — давление;  $j$  — плотность потока массы через поверхность разрыва.

Для настоящего анализа существенны следующие положения:

1) переход через скачок вскипания сопровождается изменением уравнения состояния вещества: перегретая метастабильная жидкость до границы и равновесная двухфазная смесь после вскипания;

2) начальный перегрев жидкости не может считаться малым параметром; в соответствии с физическими особенностями рассматриваемого явления эта величина всегда остается конечной.

Как известно, следствием (1) — (3) служат универсальные соотношения:

$$h_2 - h_1 = (1/2) (v_1 + v_2) (p_2 - p_1), \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Работа написана в 1980 г. совместно с А.А. Авдеевым. Опубликовано в журнале «Теплофизика высоких температур». 1981. Т. 19. № 3. С. 552—556. (Прим. ред.)

$$j^2 = - \frac{p_1 - p_2}{v_1 - v_2}. \quad (5)$$

Из соотношения (5) и неравенства  $v_2 > v_1$  следует, что скачок вскипания является ударной волной разрежения.

Далее покажем, что на скачке вскипания происходит прирост энтропии, который, согласно второму началу термодинамики, определяет необходимое условие осуществимости данного явления. Кроме того, будет исследован вид ударной адиабаты вскипания в  $p-v$  диаграмме и найдены ее характеристики.

#### Скачок вскипания малой интенсивности

Рассмотрим вначале изменение энтропии на слабом разрыве при  $(p_1 - p_2) \rightarrow 0$ .

Соотношения для равновесной двухфазной смеси

$$h_2 = h'_2(1-x) + h''_2 x; \quad v_2 = v'_2(1-x) + v''_2 x \quad (6)$$

позволяют найти паросодержание смеси в зависимости от начального перегрева. Подставляя (6) в (4), находим

$$x = \frac{(h_1 - h'_2) - (1/2)(v_1 + v'_2)(p_1 - p_2)}{r - (v''_2 - v'_2)(p_1 - p_2)}, \quad (7)$$

где  $x$  — массовое паросодержание;  $r$  — теплота испарения; одним и двумя штрихами выделены соответственно свойства жидкости и пара на линии насыщения. Разность  $h_1 - h'_2$  при  $p_2 \cong p_1$  характеризует начальный перегрев жидкости

$$T_1 - T_{2s} \cong (h_1 - h'_2)/c'_p,$$

( $c_p$  — теплоемкость жидкости при постоянном давлении).

При  $(p_1 - p_2) \rightarrow 0$  из (7) имеем:

$$x = (h_1 - h'_2)/r \cong c'_p(T_1 - T_{2s})/r. \quad (8)$$

Значение энтропии метастабильной жидкости в состоянии 1 и смеси в состоянии 2 равны, соответственно:

$$s_1 \cong s'_2 + c'_p \ln \frac{T_1 - T_{2s}}{T_{2s}} > 0, \quad (9)$$

$$s_2 = s'_2(1-x) + s''_2 x. \quad (10)$$

Соотношение (9) записано с учетом того, что  $p_2 \cong p_1$ . Прирост энтропии на слабом скачке вскипания, согласно соотношениям (8)—(10), составляет

$$s_2 - s_1 = c'_p \left[ \frac{T_1 - T_{2s}}{T_{2s}} - \ln \frac{T_1 - T_{2s}}{T_{2s}} \right]. \quad (11)$$

Таким образом, изобарный переход от перегретой жидкости к равновесной двухфазной смеси сопровождается приростом энтропии.

Дифференцируя соотношение (5) по  $p_2$ , найдем

$$\frac{d(j^2)}{dp_2} = - \frac{1}{v_2 - v_1} - (p_1 - p_2) \frac{d}{dp_2} \left( \frac{1}{v_2 - v_1} \right).$$

Отсюда при  $(p_1 - p_2) \rightarrow 0$  следует

$$\frac{d(j^2)}{dp_2} = -\frac{1}{v_2 - v_1} < 0, \quad (12)$$

т.е. по мере уменьшения давления  $p_2$  расход через скачок начинает возрастать.

#### Скачок вскипания конечной интенсивности

Докажем прежде всего, что

$$d(j^2)/ds_2 > 0. \quad (13)$$

Для этого, следуя [1], зададим приращение  $dp_2$ . При этом величины  $v_2, h_2, s_2$  и  $j$  также получают приращения. Предполагая, что параметры в сечении 1 фиксированы, получим из (2)

$$dp_2 + j^2 dv_2 = (v_1 - v_2) d(j^2). \quad (14)$$

Аналогично, из (3) следует

$$dh_2 + j^2 v_2 dv_2 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} d(j^2). \quad (15)$$

Так как параметры в сечении 2 равновесны, приращение энтальпии в уравнении (15) можно представить в виде

$$dh_2 = T_2 ds_2 + v_2 dp_2.$$

Тогда

$$v_2(dp_2 + j^2 dv_2) + T_2 ds_2 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} d(j^2). \quad (16)$$

Заменяя величину, стоящую в круглых скобках, в соответствии с (14), после ряда преобразований получим

$$T_2 ds_2 = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2} d(j^2). \quad (17)$$

Из соотношения (17) вытекает неравенство (13).

Построим ударную адиабату в  $p-v$  координатах (рис. 2). При  $(p_1 - p_2) \rightarrow 0$  величина  $x$  стремится к значению  $x_A$ , определяемому формулой (8). Поэтому адиабата вскипания будет выходить не из точки  $I$  с координатами  $\{v_1, p_1\}$ , а из точки  $A$ , имеющей координаты  $\{v_A, p_1\}$ .

Нетрудно показать, что ударная адиабата вскипания может пересекать линии  $v_A = \text{const}$  и  $p_1 = \text{const}$  лишь в одной точке  $A$ .

В соответствии с (12), по мере удаления от точки  $A$  величина  $j^2$  возрастает. Исследуем зависимость  $j^2 = f(p_2)$  на наличие максимума. Для этого положим

$$d(j^2)/dp_2 = 0. \quad (18)$$

Из (18) с учетом (17) следует, что в точке максимума

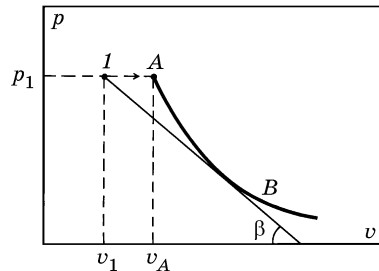


Рис. 2. Ударная адиабата вскипания

$$ds_2/dp_2 = 0. \quad (19)$$

Подставив в (14)

$$dv_2 = \left(\frac{\partial v_2}{\partial p_2}\right)_s dp_2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial s_2}\right)_p ds_2,$$

получим

$$dp_2 + j^2 \left[ \left(\frac{\partial v_2}{\partial p_2}\right)_s dp_2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial s_2}\right)_p ds_2 \right] = (v_1 - v_2) d(j^2).$$

Разделив почленно на  $dp_2$ , учитывая при этом (18) и (19), получим

$$1 + j^2 \left(\frac{\partial v_2}{\partial p_2}\right)_s = 0. \quad (20)$$

Так как

$$j^2 \left(\frac{\partial v_2}{\partial p_2}\right)_s = -\frac{c_2^2}{a_2^2} = -M_2^2,$$

из (20) следует, что в точке максимума  $M_2^2 = 1$ . Здесь  $a_2$  — равновесная изэнтропическая скорость звука за скачком,  $M_2$  — число Маха.

Таким образом, зависимость  $j^2 = f(p_2)$  имеет максимум.

Если из точки *I* провести хорду, пересекающую ударную адиабату, то из (5) можно получить

$$\operatorname{tg} \beta = (p_1 - p_2)/(v_2 - v_1) = j^2,$$

где  $\beta$  — угол, образованный хордой с осью абсцисс (рис. 2). Отсюда следует, что в точке максимума угол  $\beta$  также максимален, и, следовательно, хорда касается ударной адиабаты вскипания. Точка касания хорды обозначена на рис. 2 буквой *B*. Так как в точке *B* скорость двухфазной смеси за скачком равна местной скорости звука, дальнейшее снижение давления  $p_2$  невозможно, поэтому на практике может быть реализована лишь ветвь адиабаты *AB*.

На кривой *AB*

$$d(j^2)/dp_2 < 0, \quad (21)$$

поэтому из (17) вытекает

$$ds_2/dp_2 < 0,$$

т.е. по мере продвижения по *AB* вниз величина  $s_2$  возрастает. В силу (11) в точке *A* прирост энтропии положителен. Отсюда во всех точках кривой *AB* величина  $s_2 - s_1$  также положительна. Таким образом, второе начало термодинамики допускает существование скачка вскипания.

В рамках элементарной теории можно показать, что несмотря на то, что число Маха перед скачком вскипания меньше единицы, скачок устойчив. Для этого рассмотрим разрыв в системе координат, связанной с его фронтом.

Пусть в силу случайных причин вверх по потоку отделилась волна вскипания, интенсивность которой меньше интенсивности исходного скачка. Тогда из (21) следует, что скорость ее перемещения против потока также будет меньше. Это

приведет к тому, что волна вскипания будет снесена вниз по течению и сольется с основным скачком. Волна разрежения, отделившаяся от скачка вскипания вниз по потоку, переместится в равновесном двухфазном потоке против течения со скоростью звука и, так как число Маха за разрывом меньше единицы, обязательно сольется с основным скачком.

В качестве примера на рис. 3, *а* представлена ударная адиабата вскипания, рассчитанная для воды при давлении 2,7 МПа. Видно, что форма расчетной кривой находится в соответствии с разработанной теорией. Интересно отметить, что максимально возможная скорость перемещения скачка в массиве неподвижной жидкости, соответствующая точке *В*, относительно невелика и составляет 12,2 м/с. На рис. 3, *б* приведены результаты расчета при более высоком давлении. Величина перегрева в этом случае примерно соответствует достижению спинодали [2]. Скорость перемещения фронта по мере увеличения начальных параметров становится заметно большей и достигает 67,5 м/с.

Введенная в данной работе концепция скачка вскипания может быть приложена к анализу процессов вскипания при истечении жидкости через насадки, аварийном сбросе давления и т.д.

В заключение отметим, что в рамках проведенного анализа может быть исследован и скачок конденсации. При этом перед фронтом скачка находится метастабильный переохлажденный пар, а за скачком — равновесная двухфазная смесь. Из (5) следует, что скачок конденсации представляет собой волну уплотнения. Ударная адиабата конденсации приведена на рис. 4. Легко показать, что в случае скачка конденсации хорда, проведенная из точки *1*, не может касаться ударной адиабаты [1]. Поэтому скорость двухфазной смеси за фронтом скачка всегда дозвуковая. Скорость пара перед поверхностью разрыва может быть как до-, так и сверхзвуковой.

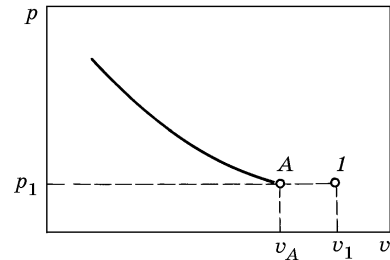
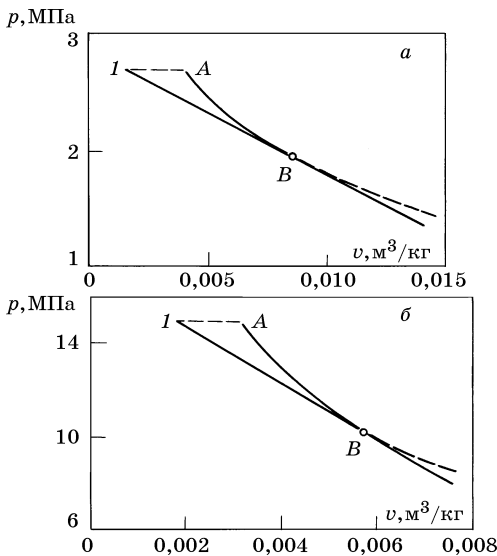


Рис. 4. Ударная адиабата конденсации

Рис. 3. Пример расчета ударной адиабаты вскипания

*а* — вода,  $p_1 = 2,7$  МПа,  $T_1 = 514$  К (перегрев 13 К);  
*б* — вода,  $p_1 = 15$  МПа,  $T_1 = 635$  К (перегрев 19,9 К)



Возможные ударные явления в среде, допускающей фазовые переходы

Перед скачком	Число Маха		Возможно существование	Соотношение давлений перед и за скачком
	перед скачком	за скачком		
Перегретая жидкость	$M_1 < 1$	$M_2 \leq 1$	скачка вскипания	$p_2 < p_1$
Насыщенная недогретая жидкость	—	—	скачки невозможны	$p_2 = p_1$
Насыщенный перегретый пар	$M_1 > 1$	$M_2 < 1$	скачка уплотнения	$p_2 > p_1$
Переохлажденный пар	$M_1 > 1^1$ $M_1 > 1$	$M_2 < 1$	скачка уплотнения скачка конденсации	$p_2 > p_1$

<sup>1)</sup> При отсутствии спонтанной конденсации.

В таблице приведена сводка возможных ударных явлений для случая, когда перед скачком находится однофазная среда, допускающая наличие фазовых переходов.

Если жидкость перед скачком перегрета, возможно образование скачка вскипания. Когда жидкость насыщена или недогрета до насыщения, возникновение ударных явлений невозможно (предполагается, что жидкость несжимаема).

Если перед скачком находится насыщенный или перегретый пар, то механизм образования скачка будет газодинамическим, и в случае  $M_1 > 1$  может реализовываться скачок уплотнения. Аналогичным образом ведет себя метастабильный переохлажденный пар при отсутствии конденсации. В случае, когда переохлаждение приводит к спонтанному ядрообразованию, возможно возникновение скачка конденсации.

#### Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1954. 795 с.
2. Скрипов В.П. Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 312 с.

## II. КИПЕНИЕ: ТЕПЛООБМЕН

9

### ТЕПЛООБМЕН ПРИ ПУЗЫРЬКОВОМ КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ

Перенос тепла при пузырьковом кипении жидкости неразрывно связан с условиями образования новой паровой фазы. Пузырьки пара возникают в отдельных местах поверхности нагрева (в так называемых центрах парообразования), когда температура этой поверхности становится более высокой, чем температура насыщения в объеме жидкости. Поэтому анализ условий возникновения пара при кипении состоит в рассмотрении возможности образования зародышей паровых пузырьков в объемах перегретой жидкости, соприкасающихся с твердой стенкой.

Для образования зародыша паровой фазы должно произойти локальное разрежение молекул жидкости, имеющее характер флуктуаций. В зависимости от конкретных условий вероятность таких флуктуаций будет различна.

Рассмотрим некоторый объем  $V$  возникшей в жидкости паровой фазы, имеющий поверхность  $S$ , часть которой  $S_W$  соприкасается со стенкой. Возникающее при этом изменение термодинамического потенциала системы

$$\Delta\Phi = (f_V - f_L)V\rho_V + \sigma(S - S_W) + (\sigma_V - \sigma_L)S_W,$$

складывается из работы, идущей на изменение состояния системы в объеме  $V$  (первое слагаемое, которое в случае перехода перегретая жидкость — пар отрицательно), и работы образования поверхностей раздела. Здесь  $f_V(p_V, T)$  и  $f_L(p_L, T)$  — парциальные термодинамические потенциалы возникшей (паровой) и основной (жидкой) фаз;  $\sigma$ ,  $\sigma_V$ ,  $\sigma_L$  — поверхностное натяжение на границах пар — жидкость, пар — стенка, жидкость — стенка.

С помощью известной формулы, связывающей величины поверхностного натяжения с краевым углом  $\theta$ ,

$$\sigma_V - \sigma_L = \sigma \cos \theta,$$

уравнение может быть записано в виде:

$$\Delta\Phi = (f_V - f_L)V\rho_V + \sigma S - \sigma S_W(1 - \cos \theta). \quad (1)$$

Приводимое в [1, 2] уравнение для изменения термодинамического потенциала при появлении очага новой фазы во внутренних объемах старой фазы может быть получено из (1), если положить  $S_W = 0$ .

---

Работа написана в 1959 г. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1959. № 12. С. 19 — 26. (Прим. ред.)

Как известно, переход системы в равновесное состояние сопровождается уменьшением термодинамического потенциала  $\Phi$ . Поэтому судьба «очага» паровой фазы, возникшего в слоях перегретой жидкости ( $f_V < f_L$ ) вблизи поверхности нагрева, зависит, как видно из (1), как от размера флуктуации, так и от физических (краевой угол  $\theta$ ) и геометрических (соотношение  $S_W/S$ ) свойств поверхности<sup>1)</sup>.

При любом отличном от нуля значении краевого угла возникновение очага новой паровой фазы объемом  $V$  с полной поверхностью  $S$  должно происходить с большей вероятностью в тех точках поверхности нагрева, где соотношение  $S_W/S$  наибольшее, так как при этом работа образования поверхностей раздела твердой, жидкой и паровой фаз, равная

$$\sigma S [1 - (S_W/S) (1 - \cos \theta)], \quad (2)$$

оказывается наименьшей. Иными словами, наиболее вероятно появление зародышей пара в углублениях поверхности нагрева.

Для более детального анализа целесообразно рассмотреть отдельно случаи  $\theta < \pi/2$  и  $\theta > \pi/2$ .

Если жидкость не смачивает поверхность нагрева ( $\theta > \pi/2$ ), то при возникновении паровой фазы в углублениях поверхности нагрева работа образования поверхностей раздела фаз (2) оказывается равной нулю или даже отрицательной. Следовательно, перегретая жидкость в углублениях, микротрещинах поверхности нагрева не может существовать долго, так как любая флуктуация приводит к уменьшению термодинамического потенциала ( $\Delta\Phi$  отрицательно), после чего жидкость спонтанно переходит в пар.

Это объясняет тот известный опытный факт, что парообразование в жидкости, не смачивающей стенку, начинается сразу после того, как температура поверхности нагрева достигнет температуры насыщения жидкости.

Представляет интерес то обстоятельство, что для случая  $\theta \rightarrow \pi$  (приближение к абсолютной несмачиваемости), когда работа образования поверхностей раздела фаз (2) заведомо отрицательна, возникновение пара в микроуглублениях поверхности нагрева должно происходить еще до того, как температура этой поверхности достигнет температуры насыщения. В этих условиях такой переход сопровождается уменьшением  $\Phi$ , несмотря на то, что  $f_V - f_L$  положительно. Однако выход паровой фазы в объем недогретой жидкости невозможен: это привело бы к очень резкому увеличению термодинамического потенциала.

<sup>1)</sup> Для случая образования зародышей конденсата на стенке при конденсации пара уравнение для изменения термодинамического потенциала имеет вид:

$$\Delta\Phi = (f_L - f_V)V\rho_V + \sigma S - \sigma S_W(1 + \cos \theta).$$

Здесь  $f_L$  и  $f_V$  — парциальные термодинамические потенциалы возникшей (жидкой) и основной (паровой) фазы. Поэтому приводимый ниже анализ условий возникновения зародышей пара при кипении жидкости может быть распространен на случай возникновения зародышей (капель) жидкости на стенке при конденсации пара после замены краевого угла:  $\theta_{cond} = \pi - \theta_{vapor}$ .

Условия возникновения зародышей паровой фазы в случае  $\theta < \pi/2$  оказываются иными. Работа образования поверхностей раздела фаз (2), пропорциональная поверхности возникшего в результате флуктуации парового объема, в этом случае всегда положительна. Поэтому для очень малых объемов изменение общего термодинамического потенциала системы  $\Delta\Phi$  положительно. Отрицательная работа изменения состояния системы в объеме (переход перегретая жидкость — пар) не в состоянии компенсировать работу образования поверхностей раздела фаз. Следовательно, малые флуктуации являются неустойчивыми и по истечении короткого промежутка времени должны исчезать. С увеличением размера флуктуации картина меняется. При некотором объеме возникшей паровой фазы величина приращения потенциала достигает своего максимального значения и дальнейшее увеличение объема приводит уже к уменьшению  $\Delta\Phi$ . Поэтому флуктуации больших размеров, вероятность которых меньше, оказываются устойчивыми; они являются реальными зародышами, которые после возникновения быстро увеличиваются в размерах.

Минимальный размер флуктуации, приводящий к возникновению зародыша, определяется из условия

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\max} \quad \text{или} \quad \partial(\Delta\Phi)/\partial V = 0, \quad (3)$$

а вероятность возникновения такого зародыша пропорциональна

$$\exp(-\Delta\Phi_{\max}/kT), \quad (4)$$

( $k$  — константа Больцмана,  $T$  — абсолютная температура).

Итак, условия возникновения зародышей пара на поверхности нагрева в случае смачивающей жидкости ( $\theta < \pi/2$ ) оказываются качественно такими же, как и условия появления зародыша во внутренних объемах жидкости, в том смысле, что возникновение зародыша имеет статистическую природу и реально возможно лишь при наличии определенного перегрева жидкости.

Количественное различие заключается в том, что при заданном перегреве жидкости вероятность появления зародыша пара в углублениях поверхности нагрева часто оказывается выше, чем во внутренних объемах жидкости. Покажем это, рассматривая некоторое круглое коническое углубление на поверхности нагрева с углом раствора  $2\varphi$  (рис. 1), внутри которого возникает зародыш паровой фазы.

Изменение термодинамического потенциала при образовании паровой фазы в таком углублении равно:

$$\Delta\Phi = (f_V - f_L)(1/3) \rho_V \pi y^3 \eta_V(\varphi, \theta) + 2\sigma \pi y^2 \eta_S(\varphi, \theta). \quad (5)$$

Максимальное изменение термодинамического потенциала, соответствующее появлению зародыша паровой фазы, равно

$$\Delta\Phi_{\max} = \frac{32}{3} \frac{\pi \sigma^3}{\rho_V^2 (f_V - f_L)^2} \frac{\eta_S^3(\varphi, \theta)}{\eta_V^2(\varphi, \theta)}. \quad (6)$$

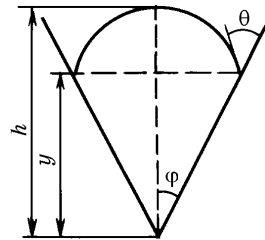


Рис. 1

Высота зародыша:

$$h = \frac{4\sigma}{\rho_V(f_L - f_V)} \frac{\eta_S(\varphi, \theta)}{\eta_V(\varphi, \theta)} \left[ 1 + \operatorname{tg} \varphi \frac{1 - \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)} \right]. \quad (7)$$

Здесь

$$h_S(\varphi, \theta) = \operatorname{tg} \varphi \left[ \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 + \sin(\theta - \varphi)} + \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{\sin \varphi} \right];$$

$$\eta_V(\varphi, \theta) = \operatorname{tg}^2 \varphi \left[ 1 + \operatorname{tg} \varphi \frac{1 - \sin(\theta - \varphi)}{1 + \sin(\theta - \varphi)} \frac{2 + \sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)} \right].$$

Если учесть теперь, что максимальное изменение термодинамического потенциала при появлении сферического зародыша паровой фазы во внутренних объемах перегретой жидкости равно

$$\Delta\Phi_{\max,0} = \frac{16}{3} \frac{\pi\sigma^3}{\rho_V^2(f_V - f_L)^2}, \quad (8)$$

а диаметр такого зародыша

$$D = \frac{4\sigma}{\rho_V(f_L - f_V)},$$

то легко заметить, что как отношение  $\Delta\Phi_{\max}/\Delta\Phi_{\max,0}$ , так и отношение  $h/D$  являются функциями лишь  $\varphi$  и  $\theta$ . При этом очевидно, что если  $\Delta\Phi_{\max}/\Delta\Phi_{\max,0}$  меньше единицы, то вероятность появления зародыша в углублениях поверхности нагрева оказывается выше, чем во внутренних объемах перегретой жидкости.

На рис. 2 представлены графики изменения отношения  $\Delta\Phi_{\max}/\Delta\Phi_{\max,0}$  в зависимости от угла  $\varphi$  для разных значений краевого угла  $\theta$ , рассчитанные по приведенным формулам. На рис. 3 приведены графики изменения  $h/D$  в зависимости от тех же величин. Наконец, на рис. 4 построены формы зародыша паровой фазы для разных  $\varphi$  при величине краевого угла  $\theta = 50^\circ$ .

Кривые, приведенные на рис. 2, показывают, что для каждого краевого угла  $\theta$  существует оптимальный угол раствора конического углубления  $2\varphi$ , соответст-

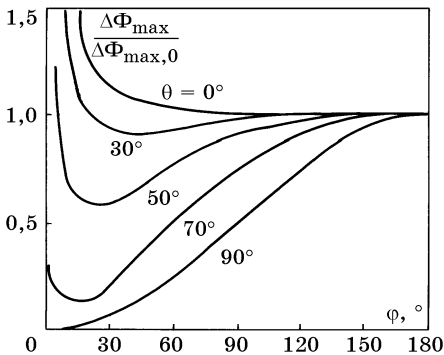


Рис. 2

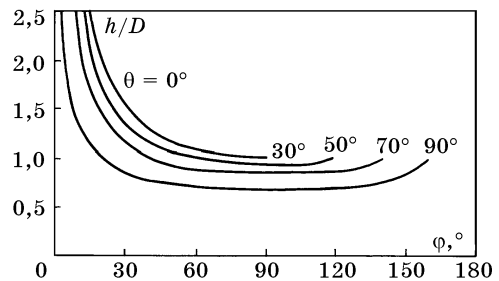


Рис. 3

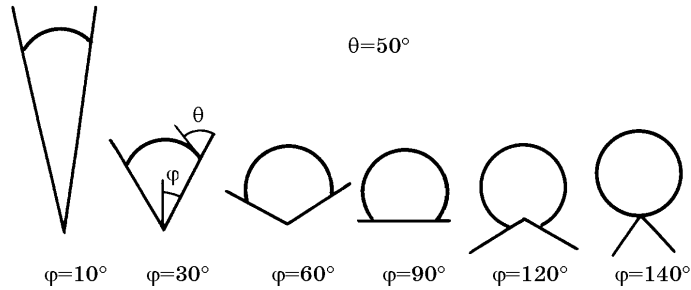


Рис. 4

вующий минимальному значению  $\Delta\Phi_{\max}/\Delta\Phi_{\max,0}$ . При этом необходимая для образования зародыша высота  $h$  конического углубления оказывается того же порядка, что и диаметр сферического зародыша, возникающего во внутренних объемах перегретой жидкости (см. рис. 3). Величина  $h$  зависит от перегрева жидкости  $\Delta T = T_W - T_L$  и уменьшается с ростом перегрева. Это следует из того, что разность парциальных потенциалов жидкости и пара при не очень больших перегревах с достаточной точностью равна:

$$f_L - f_V \approx r(\Delta T/T_s)$$

и, следовательно,

$$h \approx 4\sigma T_s / (r\rho_V \Delta T)$$

( $r$  — теплота парообразования).

Из рассмотрения рис. 2 также видно, что с увеличением краевого угла  $\theta$  возникновение зародышей должно происходить все более интенсивно.

После возникновения зародыш пара начинает увеличиваться в объеме, выходит из углубления и превращается в быстро растущий паровой пузырек. Для выхода паровой фазы из углубления необходимо, чтобы этот процесс сопровождался непрерывным уменьшением термодинамического потенциала:  $\partial\Phi/\partial V < 0$ .

Очевидно, что если глубина впадины, в которой возникает паровой объем, существенно больше высоты зародыша  $h$ , то в момент выхода паровой фазы из углубления изменение термодинамического потенциала определяется уже в основном работой, идущей на изменение состояния системы в объеме,  $(f_V - f_L)\rho_V V$ .

Поэтому выход паровой фазы из глубокой (по сравнению с  $h$ ) впадины не встречает каких-либо затруднений. Для впадины, глубина которой соизмерима с высотой зародыша, возможность выхода паровой фазы зависит от очертания верхней кромки. Неглубокая впадина может служить центром парообразования лишь при условии такого плавного очертания ее верхней кромки, при котором  $\partial\Phi/\partial V < 0$ . Естественно, что понятия «глубокая» и «неглубокая» впадина относительны, так как масштабный размер меняется в зависимости от величины температурного напора, давления и рода кипящей жидкости.

Форма возможного центра парообразования в виде конического углубления (или конического выступа при  $\varphi > \pi/2$ ) не является оптимальной с точки зрения

отыскания наименьших значений  $\Delta\Phi_{\max}$ ; принятие такой формы вызвано лишь соображениями простоты анализа. Принципиально возможно с помощью условия (3) составить соответствующую вариационную задачу по определению такой оптимальной формы углубления, при которой образование парового зародыша для данных условий наиболее вероятно.

Однако решение такой задачи приведет лишь к уточнению количественных характеристик, тогда как основной принципиальный вывод о том, что центрами парообразования должны служить углубления на поверхности нагрева, не изменится. Этот вывод получается непосредственно из рассмотрения исходного уравнения (1).

В реальных условиях на возникновение паровых зародышей значительное влияние оказывают также такие факторы, как наличие адсорбированного газа, загрязнений и оксидной пленки на поверхности нагрева. Кроме того, неоднородность материала теплоотдающей поверхности (иногда даже совершенно незначительная), а также механические напряжения в отдельных местах поверхности нагрева могут приводить к существенному изменению условий смачиваемости [3] и, следовательно, также оказывать влияние на возникновение зародышей.

Скорость роста парового пузырька после его образования определяется интенсивностью подвода тепла из окружающей перегретой жидкости. Пузырек в эти моменты находится в неравновесном состоянии, так как  $\partial\Phi/\partial V < 0$ . При каждом приращении его объема уменьшаются давление и температура пара в пузырьке и, следовательно, растет температурный напор перегретая жидкость — пар.

Зависимость этого температурного напора от радиуса пузырька (примем здесь для простоты, что пузырек имеет сферическую форму) может быть получена из уравнения Лапласа

$$p_V - p_L = 2 \sigma / R$$

( $R$  — радиус сферы)

после замены

$$p_V - p_L \approx p_s(T_V - T_s) - \frac{\rho_V}{\rho_L - \rho_V} \frac{2\sigma}{R}$$

в следующем виде:

$$T_L - T_V = (T_L - T_s) (1 - R_*/R). \quad (9)$$

Величина  $R_* = \frac{2\sigma T_s}{r\rho_V(T_L - T_s)}$  — радиус пузырька, при котором  $T_V = T_L$ .

Для последующего анализа скорости роста парового пузырька будем предполагать, что температура поверхности жидкости, соприкасающейся с паром, равна температуре пара; иными словами — отсутствует скачок температур на границе раздела жидкость — пар. Это условие выполняется, если так называемое термическое сопротивление фазового перехода (определяемое по формулам кинетической теории испарения) оказывается существенно меньше термического сопротивления в процессе подвода тепла из объемов жидкости к поверхности раздела фаз.

Кроме того, будем считать, что температура перегретой жидкости  $T_L$  около поверхности нагрева равна температуре стенки  $T_W$ . Это справедливо до тех пор, пока размеры растущего парового пузырька достаточно малы.

Подвод тепла из объемов перегретой жидкости к поверхности раздела фаз осуществляется в основном путем теплопроводности, так как слои жидкости, примыкающие к поверхности раздела фаз, практически неподвижны относительно этой поверхности. Для получения количественных соотношений используем приближенный метод расчета процессов теплопроводности, разработанный в [4]. Это приводит к существенному упрощению всех выкладок и большей наглядности механизма явления.

На рис. 5 показан паровой пузырек в некоторый момент времени после возникновения, когда его радиус равен  $R$ , а температура пара в пузырьке равна  $T_V$ ;  $\delta$  — толщина слоя жидкости, в котором температура  $T$  вследствие теплопроводности отличается от температуры перегретой жидкости  $T_L$  вдали от пузырька. Характер изменения температуры  $T$  по толщине слоя  $\delta$ , показанный на рис. 5, описывается в соответствии с [4] уравнением

$$T - T_V = (T_L - T_V) (1 - y^2/\delta^2). \quad (10)$$

Тепловой поток через поверхность раздела фаз может быть определен по закону Фурье:

$$Q = (2 \lambda / \delta) (T_L - T_V) 4\pi R^2 \quad (11)$$

( $\lambda$  — теплопроводность жидкости);

по величине приращения средней энтальпии жидкости в слое толщиной  $\delta$ :

$$Q = 4\pi c \rho_L \frac{d}{dt} [R^2 (T_L - \bar{T}) \delta] \quad (12)$$

( $c$  — теплоемкость жидкости,  $\bar{T}$  — средняя температура в слое);

по величине приращения энтальпии пара в пузырьке:

$$Q = (4/3) \pi r \rho_V (dR^3 / dt) \quad (13)$$

(пренебрегаем для простоты зависимостью  $r \rho_V$  от давления).

Приравнявая уравнения (12) и (13) и учитывая при этом, что

$$\bar{T} - T_V = \int_0^1 (T - T_V) d\left(\frac{y}{\delta}\right) = \frac{2}{3} (T_L - T_V) \quad ^1),$$

<sup>1)</sup> Здесь предполагается, что вследствие малой толщины слоя  $\delta$  по сравнению с радиусом  $R$  при осреднении  $T$  можно не учитывать кривизну слоя  $\delta$ .

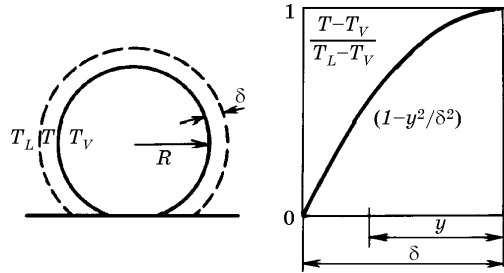


Рис. 5



имеем:

$$\int_0^{R^2(T_L - T_V)\delta} d[R^2(T_L - T_V)\delta] = \frac{r\rho_V}{c\rho_L} \int_{R_0^3}^{R^3} d(R^3). \quad (14)$$

Пределы интегрирования выбраны на основе следующих соображений. Радиус  $R_0$  соответствует начальному радиусу кривизны возникшего в результате флуктуации зародыша пара; при этом, очевидно,  $\delta = 0$ . Предполагается, что величина  $R_0$  равна или больше минимального радиуса кривизны,

$$R_* = \frac{2\sigma T_s}{r\rho_V \Delta T} \quad (\text{здесь } \Delta T = T_W - T_s),$$

при котором возникший паровой объем еще устойчив и может служить реальным зародышем. Иными словами, условие

$$R_0 \geq R_*$$

означает, что в рассмотрение вводятся зародыши разных размеров.

После интегрирования (14) получаем уравнение, связывающее толщину слоя  $\delta$  и радиус  $R$  пузырька:

$$\frac{\delta}{R} = \frac{r\rho_V}{c\rho_L \Delta T} \frac{1 - R_0^3/R^3}{1 - R_*/R}. \quad (15)$$

Скорость роста пузырька пара в моменты времени, следующие после его возникновения,  $w = dR/dt$ , может быть получена, если приравнять уравнения (11) и (13):

$$w = 2 \frac{\lambda}{r\rho_V \delta} (T_L - T_V).$$

Подставляя сюда толщину слоя  $\delta$  из (15), получаем окончательное соотношение, связывающее скорость роста пузырька с его радиусом,

$$w = 2 \frac{\lambda \Delta T}{r\rho_V} \frac{c\rho_L \Delta T}{r\rho_V} \frac{(1 - R_*/R)^2}{R(1 - R_0^3/R^3)}. \quad (16)$$

Уравнение (16) может быть записано также в безразмерном виде, если ввести безразмерный радиус  $\tilde{R} = R/R_*$  и масштабную скорость роста пузырька  $w^*$ :

$$w^* = \frac{\lambda \Delta T}{r\rho_V R_*} \frac{c\rho_L \Delta T}{r\rho_V}.$$

Тогда уравнение (16) можно переписать так:

$$\frac{w}{w^*} = 4 \frac{(1 - 1/\tilde{R})^2}{\tilde{R}(1 - \tilde{R}_0^3/\tilde{R}^3)}. \quad (16a)$$

На рис. 6 приведены кривые, рассчитанные с помощью уравнения (16a) при разных начальных размерах зародышей  $R_0 = R_0/R_*$ .

Следует обратить внимание на то, что уже при размерах пузырька, в 4—5 раз превышающих минимальный размер зародыша  $R_*$ , скорость роста пузырька практически перестает зависеть от начального размера зародыша  $R_0$ . Таким образом, начальные условия возникновения зародыша, имеющие статистическую природу и происходящие в известной мере неупорядоченно, довольно быстро перестают влиять на скорость роста пузырька; последующее увеличение его размеров приобретает вполне определенную для данных условий закономерность.

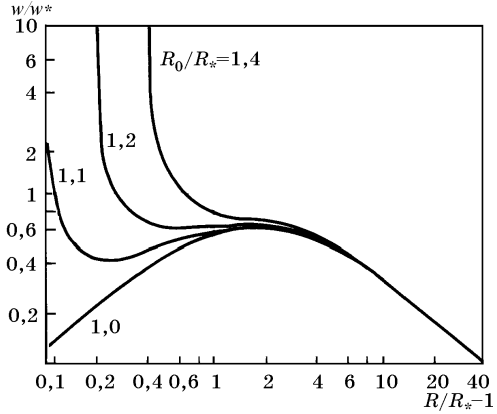


Рис. 6

В приведенном выводе для простоты и большей определенности предполагалось, что при возникновении зародыша последний имеет сферическую форму. Соответствующий расчет для зародыша, возникшего и развивающегося внутри конического углубления поверхности нагрева, приводит к аналогичным закономерностям. Однако при этом скорость движения поверхности раздела жидкость — пар уже зависит также от величины краевого угла  $\theta$  и угла раствора конуса  $2\phi$ .

Представленные на рис. 6 зависимости показывают, что пока размеры растущего пузырька еще не слишком велики по сравнению с размерами зародыша, скорость роста оказывается такого же порядка, что и масштабная скорость  $w^*$ .

Можно составить число Рейнольдса  $Re = w^*R_*/\nu$ , которое характеризует меру возмущений, вносимых растущим пузырьком в окружающую жидкость:

$$Re = \frac{\lambda \Delta T}{r \rho_V \nu} \frac{c \rho_L \Delta T}{r \rho_V} . \quad (17)$$

Величина  $Re$  целиком определяется через известные величины: температурный напор  $\Delta T = T_w - T_s$  и физические свойства кипящей жидкости. С ростом  $\Delta T$  и уменьшением давления кипящей жидкости число  $Re$  растет.

Если при подводе тепла к кипящей жидкости задана плотность теплового потока  $q$  (а не температурный напор  $\Delta T$ ), то, учитывая соотношения:

$$R_* \frac{c \rho_L \Delta T}{2 r \rho_V} = l_* , \quad (\lambda/R) \Delta T \sim q ,$$

можно записать:

$$Re_* = q l_* / (r \rho_V \nu) . \quad (18)$$

Критерий  $Re_*$  имеет тот же смысл, что и  $Re$ , определяемый соотношением (17).

Когда размеры растущего пузырька становятся уже достаточно большими по сравнению с размерами зародыша, т.е.  $R \gg R_*$ , скорость роста пузырька резко замедляется. Уменьшение скорости происходит при этом более круто, чем показано на рис. 6, так как пузырек вступает теперь в слой менее перегретой жидкости.

Наконец, при достижении пузырьком размеров, соизмеримых с величиной капиллярной постоянной  $\sqrt{\sigma g / (\rho_L - \rho_V)}$ , он начинает деформироваться, все более отличаясь от сферической формы. При этом энергия, необходимая для отрыва пузырька от поверхности, резко падает. При развитом кипении пульсации слоев жидкости приводят в эти моменты к нарушению равновесной формы поверхности раздела фаз и отрыву рассматриваемого пузырька.

Приведенный анализ раскрывает причины высокой интенсивности теплообмена при пузырьковом кипении жидкостей, смачивающих поверхность нагрева. Статистическая природа возникновения зародышей паровых пузырьков и взрывообразный характер их роста в первые моменты существования вносят непрерывные и беспорядочные возмущения в слои жидкости, соприкасающиеся с поверхностью нагрева. При этом с увеличением тепловой нагрузки возрастает как число очагов возмущений, так и интенсивность самих пульсаций.

Следовательно, термическое сопротивление слоев жидкости, омывающих поверхность нагрева, падает, что и определяет значительное увеличение коэффициента теплоотдачи при повышении тепловой нагрузки. Интенсивное пульсационное движение жидкости, поддерживаемое процессами зарождения и роста на поверхности нагрева все новых пузырьков, происходит в той области, которая в остальных случаях конвективного теплообмена расположена в глубине пограничного слоя и практически свободна от каких бы то ни было возмущений. Поэтому условия движения кипящей жидкости вдали от теплообменной поверхности (в объеме) не могут оказывать значительного влияния на теплоотдачу при развитом пузырьковом кипении. При этом совершенно несущественно, какова причина, вызывающая движение жидкости в объеме — или это свободная конвекция, движение при которой зависит от формы и размеров теплоотдающей поверхности и сосуда, в котором находится жидкость, или это вынужденное движение кипящей жидкости.

Приведенные соображения объясняют известные опытные факты независимости коэффициента теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении от формы и размеров теплоотдающей поверхности и от скорости вынужденного движения кипящей жидкости (если последняя не слишком велика).

Увеличение коэффициента теплоотдачи с ростом тепловой нагрузки продолжается до тех пор, пока в объеме существуют условия для беспрепятственного отвода образующихся паровых пузырьков от поверхности нагрева. Однако при определенной тепловой нагрузке (называемой критической), которая зависит не только от рода кипящей жидкости и давления, но и от характера и условий движения парожидкостной смеси в объеме, отвод паровых пузырьков ухудшается, развивается кризис кипения.

При достижении критической нагрузки большое число отрывающихся и оторвавшихся пузырьков задерживается вблизи теплообменной поверхности. Образуется зона с повышенным паросодержанием, которая относительно устойчива вследствие близости твердой поверхности и которая препятствует проникновению новых порций жидкости к поверхности нагрева. Вслед за этим происходит

быстрое выкипание оставшейся у поверхности жидкости, и поверхность нагрева окутывается паровой пленкой.

Изложенные соображения о механизме теплоотдачи при пузырьковом кипении и условиях достижения критических тепловых нагрузок при свободном движении кипящей жидкости используем для построения систем критериев подобия.

Математическое описание процесса при пузырьковом кипении включает:

а) систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена, определяющую температурное поле в слоях жидкости, омывающих поверхность нагрева:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= a \nabla^2 T; \\ \frac{d\vec{u}}{dt} &= - \frac{1}{\rho_L} \text{grad} p + \nu \nabla^2 \vec{u}; \\ \text{div} \vec{u} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

здесь  $\vec{u}$  — скорость жидкости,  $a$  — температуропроводность жидкости;

б) уравнение роста пузырька, определяющее пульсации, передаваемые окружающим слоям жидкости:

$$-\lambda \left( \frac{dT}{dn} \right)_{n \rightarrow 0} = r \rho_V w; \quad (20)$$

в) уравнение для параметров пара на границе пузырька:

$$p_V - p_L = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

или

$$(T_V - T_s) p_s \approx \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho_V}; \quad (21)$$

здесь  $R_1$  и  $R_2$  — главные радиусы кривизны в данной точке поверхности раздела фаз;

г) условия однозначности.

Задается температура поверхности нагрева  $T_W$ , а следовательно, и температурный напор  $\Delta T = T_W - T_s$ . Масштабы для скоростей и линейных размеров, согласно изложенному выше, не могут входить в условия однозначности. Рассматривается установившийся (в отношении больших интервалов времени) процесс кипения, поэтому начальные условия не задаются.

Коэффициент теплоотдачи, осредненный по поверхности нагрева  $F$  и времени, определяется как

$$\alpha = - \frac{\lambda}{\Delta T} \frac{1}{F} \frac{1}{t_2 - t_1} \iint_F dF \int_{t_1}^{t_2} (\text{grad} T)_W dt. \quad (22)$$

Сформулированное математическое описание дает следующее соотношение между критериями подобия для теплоотдачи при кипении<sup>1)</sup>:

$$\frac{\alpha R_*}{\lambda} = f\left(\frac{\lambda \Delta T}{r \rho_V \nu}, \frac{c \rho_L \Delta T}{r \rho_V}, \frac{\nu}{a}\right), \quad (23)$$

где

$$R_* = 2\sigma T_s / (r \rho_V \Delta T).$$

Если в условиях однозначности вместо  $\Delta T$  задана плотность теплового потока  $q$ , то эквивалентное уравнению (23) соотношение между критериями будет:

$$\frac{\alpha l_*}{\lambda} = \psi\left(\frac{q l_*}{r \rho_V \nu}, \frac{\nu}{a}\right), \quad (24)$$

где

$$l_* = c \rho_L \sigma T_s / (r \rho_V)^2,$$

или в компактной форме:

$$\text{Nu}_* = \psi(\text{Re}_*, \text{Pr}). \quad (24a)$$

Математическое описание процесса в момент достижения критической тепловой нагрузки состоит по-прежнему из уравнений (19), (20) и (21). К этим соотношениям, однако, теперь должно быть присоединено еще уравнение движения пузырька в жидкости. Запишем это уравнение в форме, предложенной в [5]:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_L - \rho_V) = k_f \frac{\rho_L c^2}{2g} \pi R^2; \quad (25)$$

здесь  $c$  — скорость всплывания пузырька;  $R$  — его радиус;  $k_f$  — коэффициент сопротивления, примерно равный 0,6 [6]<sup>2)</sup>.

Плотность теплового потока на поверхности нагрева равна

$$q = \frac{1}{F} \frac{1}{t_2 - t_1} \iint_F \int_{t_1}^{t_2} dF \int (-\lambda \text{grad } T)_W dt. \quad (26)$$

Учитывая, наконец, что в момент достижения критической тепловой нагрузки температурный напор уже не является определяющей величиной, получаем с помощью теории подобия следующее уравнение:<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Из математического описания видно, что

$$\frac{\alpha \Delta T}{\lambda} = f\left(\nu, a, \frac{\lambda}{r \rho_V}, \frac{\sigma}{p_s}, \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho_V}, \Delta T\right).$$

Применяя к этому перечню величин  $\pi$ -теорему теории размерности, получаем систему критериев (23). Очевидно, что эта же система может быть получена методом масштабных преобразований.

<sup>2)</sup> В уравнении (25) предполагается, что форма всплывающего пузырька сферическая. Это допущение не вносит существенной ошибки в первые моменты после отрыва пузырька, когда его размеры еще того же порядка, что и капиллярная постоянная, и пузырек не может еще сильно деформироваться.

<sup>3)</sup> Из математического описания видно, что  $\frac{q_{cr}}{\lambda} = \varphi\left(\nu, a, \frac{\lambda}{r \rho_V}, \frac{\sigma}{p_s}, \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho_V}, g \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L}\right).$

Применяя к этому перечню величин  $\pi$ -теорему теории размерности, получаем систему критериев, входящую в уравнение (27).

$$\frac{q_{cr} l_*}{r \rho_V v} = \Phi \left( g \frac{l_*^3}{v^2} \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L}, \frac{v}{a} \right), \quad (27)$$

или

$$Re_{*cr} = \Phi(Ar_*, Pr). \quad (27a)$$

Системы критериев (24) и (27) получены для поверхности с заданной микрошероховатостью и при фиксированном значении краевого угла смачивания  $\theta$ .

### Выводы

1. Показано, что при кипении жидкости на теплоотдающей стенке наиболее вероятно появление зародышей паровой фазы в микроуглублениях поверхности нагрева.

2. Отмечено принципиальное различие в характере кипения жидкостей, смачивающих и не смачивающих поверхность нагрева (влияние краевого угла  $\theta$  на условия возникновения зародышей паровых пузырьков).

3. Показано, что в случае кипения жидкостей, смачивающих поверхность нагрева, в первые моменты после зарождения пузырька скорость нарастания его объема весьма высока. Вследствие этого при развитом пузырьковом кипении непосредственно у самой поверхности жидкость поддерживается в условиях интенсивного пульсационного движения.

4. Обоснован механизм теплоотдачи при пузырьковом кипении, определяемой в первую очередь интенсивностью хаотического движения частиц жидкости непосредственно у самой теплоотдающей поверхности. Характер и условия движения кипящей жидкости вдали от поверхности нагрева (в объеме) влияют на теплоотдачу при кипении незначительно.

5. Показано, что кризис кипения наступает тогда, когда максимально возможное количество отводимых от поверхности нагрева пузырьков пара (определяемое условиями движения кипящей жидкости в объеме) оказывается того же порядка, что и число вновь возникающих на стенке.

6. Получены системы критериев подобия для теплоотдачи при пузырьковом кипении и для критических тепловых нагрузок в условиях свободного движения кипящей жидкости.

### Литература

1. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. М.—Л.: ГИТТЛ, 1952. 200 с.
2. Левич В.Г. Введение в статистическую физику. М.: Гостехиздат, 1954. 528 с.
3. Семенченко В.К. Поверхностные явления в металлах и сплавах. М.: Гостехиздат, 1957. 491 с.
4. Вейник А.И. Приближенный расчет процессов теплопроводности. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1959. 184 с.
5. Кружилин Г.Н. // Изв. АН СССР, ОТН. 1948. № 7. С. 967—980.
6. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Изд-во АН СССР, 1952. 539 с.

## ОБОБЩЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ТЕПЛОТДАЧИ ПРИ ПУЗЫРЬКОВОМ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ

Исследование условий возникновения зародышей паровых пузырьков на поверхности нагрева и скорости их дальнейшего роста [1] показывает, что высокая интенсивность теплоотдачи при кипении жидкостей, смачивающих теплообменную поверхность, должна определяться, в основном, интенсивными пульсациями частиц жидкости непосредственно у самой поверхности нагрева. Соответствующая этим представлениям зависимость между критериями подобия имеет вид [1]:

$$\frac{\alpha l_*}{\lambda} = f\left(\frac{q l_*}{r \rho_V v}, \frac{v}{a}\right), \quad (1)$$

или

$$\text{Nu}_* = f(\text{Re}_*, \text{Pr}), \quad (1')$$

где

$$l_* = c \rho_L \sigma T_s / (r \rho_V)^2;$$

$\rho_V$  и  $\rho_L$  — плотность пара и жидкости;  $a$ ,  $\lambda$ ,  $v$ ,  $c$  — температуропроводность, теплопроводность, кинематическая вязкость, теплоемкость жидкости;  $r$  — скрытая теплота парообразования;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Соотношение (1) получено для поверхности нагрева с заданной микрошероховатостью и при фиксированном значении краевого угла  $\theta$ .

Следует отметить, однако, что из-за больших трудностей как в методике, так и в технике измерений в подавляющем большинстве известных экспериментальных работ влияние состояния поверхности (ее микрошероховатости и величины краевого угла  $\theta$ ) на теплоотдачу не исследовалось. Поэтому при анализе и обобщении существующих опытных данных эти факторы не могут быть включены в рассмотрение. (Выводы работы [2] о влиянии  $q$  на теплоотдачу не могут быть пока использованы из-за отсутствия данных о влиянии давления на значение угла  $\theta$ .)

Тем не менее ряд опытных данных показывает [3, 4], что для технических условий, когда поверхность нагрева не подвергалась специальной обработке и полировке, влияние состояния поверхности нагрева на теплоотдачу незначительно. Известно также [2, 4], что для многих жидкостей, смачивающих металлические поверхности, различия в численных значениях угла  $\theta$  относительно невелики.

Поэтому постановка вопроса об отыскании обобщенной зависимости, не учитывающей состояния поверхности нагрева и величины краевого угла  $\theta$  (в случае  $\theta < \pi/2$ ), является оправданной, хотя такого рода зависимости следует рассматри-

---

Работа написана в 1960 г. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1960. № 5. С. 76 — 81. (Прим. ред.)

№	Автор	Кипящая жидкость	Диапазон давлений, бар
1	Cichelly et al. [5]	Вода	1—71
2	Cichelly et al. [5]	Этиловый спирт	1—36
3	Cichelly et al. [5]	Бензол	1—45
4	Cichelly et al. [5]	Гептан	0,46—15
5	Craider et al. [6]	Вода	0,04—1
6	Craider et al. [6]	Метиловый спирт	0,085—1
7	Craider et al. [6]	Четыреххлористый углерод	0,32—1
8	Боришанский [7]	Вода	1—150
9	Боришанский [7]	Этиловый спирт	1—54
10	Фастовский [8]	Бензол	1
11	Фастовский [8]	Фреон-11	1
12	Данные ВНИИХиммаш	Кислород	1
13	Lyon [9]	Вода	1
14	Lyon [9]	Натрий	1
15	Lyon [9]	Ртуть + 0,01 % натрия	1
16	Корнеев [10]	Ртуть + 0,01 % магния	1
17	Рычков [11]	Бензол	1

вать как приближенные. Наряду с этим необходимо уточнять влияние поверхностных факторов на теплоотдачу.

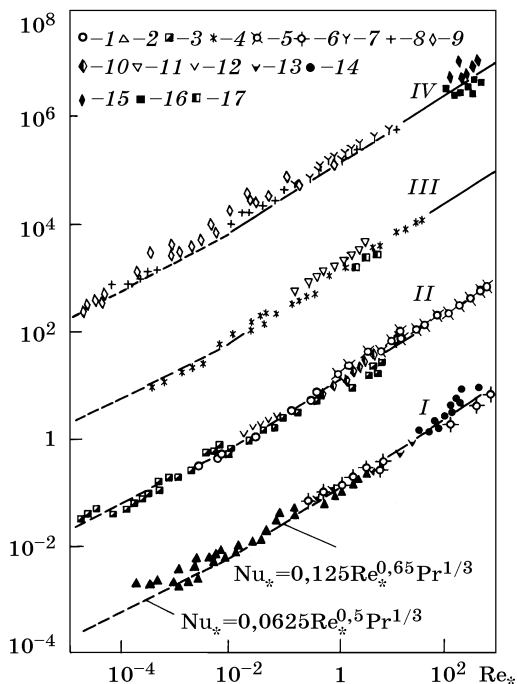
На основе полученной в [1] системы критериев подобия (1) было проведено обобщение большого числа опытных данных по теплоотдаче при пузырьковом кипении жидкостей в условиях свободного движения. В таблице приведен перечень включенных в обработку экспериментальных работ с указанием рода кипящей жидкости и диапазона изменения давлений в опытах. Результаты обобщения этих опытных данных показаны на рис. 1.

Полученная обобщенная зависимость имеет вид:

Рис. 1. Обобщение опытных данных по теплоотдаче при свободном движении кипящей жидкости в критериях зависимости (1)

Номера у точек соответствуют порядковым номерам таблицы. Для кривых II, III и IV ординаты увеличены соответственно в  $10^2$ ,  $10^4$  и  $10^6$  раз

$Nu_* Pr^{-1/3}$ ; (Для [14—16]:  $Nu_* Pr^{-0,65}$ )





$$\begin{aligned} \text{при } Re_* \geq 10^{-2} \quad Nu_* &= 0,125 Re_*^{0,65} Pr^{1/3}; \\ \text{при } Re_* \leq 10^{-2} \quad Nu_* &= 0,0625 Re_*^{0,5} Pr^{1/3}. \end{aligned} \quad (2)$$

Диапазон изменения определяющих критериев подобия:

$$Pr = 0,86 - 7,6; \quad Re_* = 10^{-5} - 10^4.$$

Все физические параметры в критериях подобия отнесены к температуре насыщения.

В обработку включены также опытные данные по кипению жидких металлов ( $Pr \ll 1$ ). Эти экспериментальные точки, относящиеся к области  $Re_* > 10^{-2}$ , удовлетворительно описываются обобщенным уравнением

$$Nu_* = 0,125 (Re_* Pr)^{0,65}. \quad (3)$$

Сопоставление тех же экспериментальных данных (см. таблицу) с уравнением Г.Н. Кружилина [12] приведено на рис. 2. Причем уравнение из работы [12] записано здесь в форме, включающей критерии зависимости (1):

$$Nu_* \psi = 0,082 Re_*^{0,7} Pr^{1/3}, \quad (4)$$

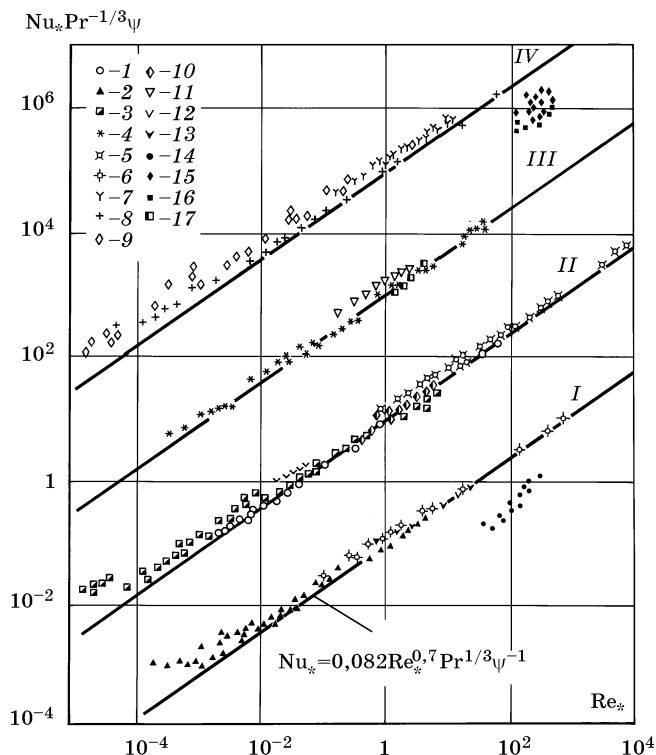


Рис. 2. Сопоставление экспериментальных данных (см. таблицу) с уравнением (4)  
Для кривых II, III и IV ординаты увеличены соответственно в  $10^2$ ,  $10^4$  и  $10^6$  раз

где

$$\Psi = \text{Pr}^{0,08} \left( I_* \sqrt{\frac{g(\rho_L - \rho_V)}{\sigma}} \right)^{0,067}$$

Этот прием позволяет проводить сравнение различных по структуре обобщенных уравнений в сопоставимых координатах.

На рис. 3 дано аналогичное сравнение уравнения С.С. Кутателадзе [3] с опытными данными. При этом уравнение из работы [3] преобразовано к виду

$$\text{Nu}_* \varepsilon = 0,44 \text{Re}_*^{0,7} \text{Pr}^{1/3}, \tag{5}$$

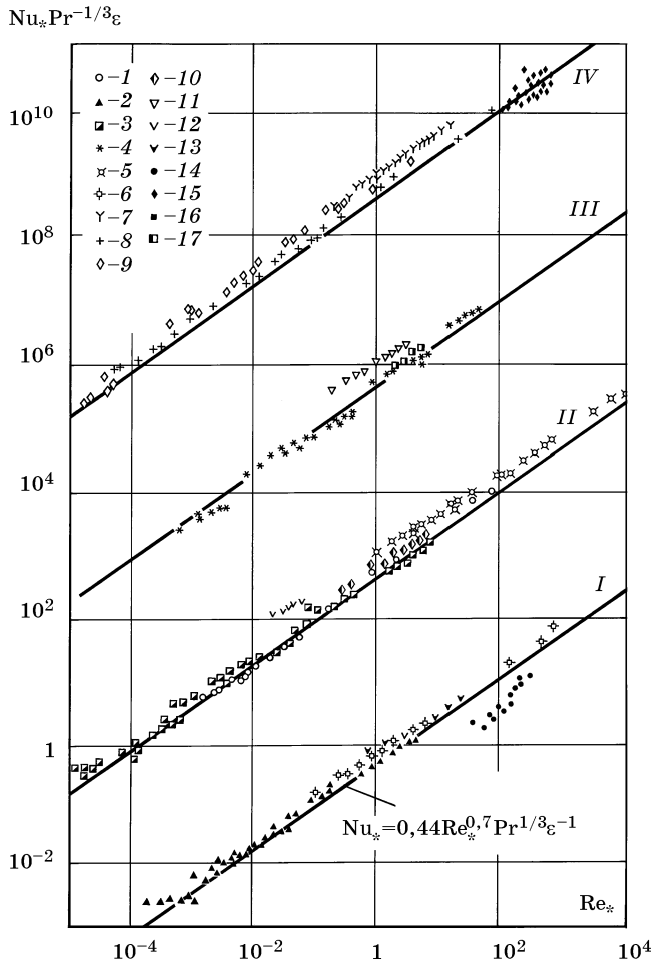


Рис. 3. Сопоставление экспериментальных данных (см. таблицу) с уравнением (5)  
 Для кривых II, III, IV ординаты увеличены соответственно в  $10^3$ ,  $10^6$  и  $10^9$  раз

где

$$\varepsilon = \left( \frac{\sqrt{g\sigma(\rho_L - \rho_V)}}{p \cdot 10^{-4}} \right)^{0,7} \text{Pr}^{0,017} \left( \frac{1}{l_*} \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_L - \rho_V)}} \right)^{0,3}.$$

Совместное рассмотрение рис. 1, 2 и 3 позволяет утверждать, что полученная в настоящей работе обобщенная зависимость (2) лучше согласуется с опытными данными, чем уравнения (4) и (5), полученные в [12] и [3].

Среднее отклонение опытных точек от обобщенной зависимости (2) составляет примерно  $\pm 30\%$  (см. рис. 1), что лежит в пределах влияния неучтенных факторов (краевого угла  $\theta$  и микрошероховатости поверхности нагрева), а в некоторых случаях — точности эксперимента.

Обобщение большого числа опытных данных для жидкостей с различными физическими свойствами и в широком диапазоне изменения давлений является подтверждением тех представлений о механизме процесса [1], на основе которых была получена система критериев (1).

Полученная обобщенная зависимость (2) должна быть справедлива также при вынужденном движении объемов кипящей жидкости, когда интенсивность этого движения не влияет существенно на характер пульсаций частиц жидкости у поверхности нагрева [1]. Количественно взаимодействие пульсационного движения частиц жидкости у самой стенки вследствие парообразования, с одной стороны, и возмущений, проникающих в эти слои из движущихся объемов кипящей жидкости, с другой, будем характеризовать величиной  $\alpha_q/\alpha_w$ . Коэффициент теплоотдачи  $\alpha_q$ , определяющий интенсивность теплообмена при развитом пузырьковом кипении (когда условия движения в объеме не влияют на теплоотдачу), вычисляется по обобщенной зависимости (2). Коэффициент теплоотдачи  $\alpha_w$ , определяющий интенсивность теплообмена при вынужденном движении однофазной некипящей жидкости, вычисляется по формуле М.А. Михеева [13].

На рис. 4 представлены результаты обработки опытных данных по теплоотдаче при кипении жидкостей в условиях вынужденного движения в виде зависимости

$$\frac{\alpha}{\alpha_w} = f\left(\frac{\alpha_q}{\alpha_w}\right). \quad (6)$$

где  $\alpha$  — опытное значение коэффициента теплоотдачи.

В обработку включены данные, для которых средние объемные паросодержания не превышают 70 %.

Из рассмотрения рис. 4 следует, что в зависимости от величины отношения  $\alpha_q/\alpha_w$  закономерности для теплоотдачи оказываются разные.

При  $\alpha_q/\alpha_w < 0,5$

$$\alpha = \alpha_w, \quad (7)$$

т.е. интенсивность теплоотдачи целиком определяется условиями вынужденного движения жидкости — кипение не влияет на теплообмен.

При  $\alpha_q/\alpha_w > 2$

$$\alpha = \alpha_q, \quad (8)$$

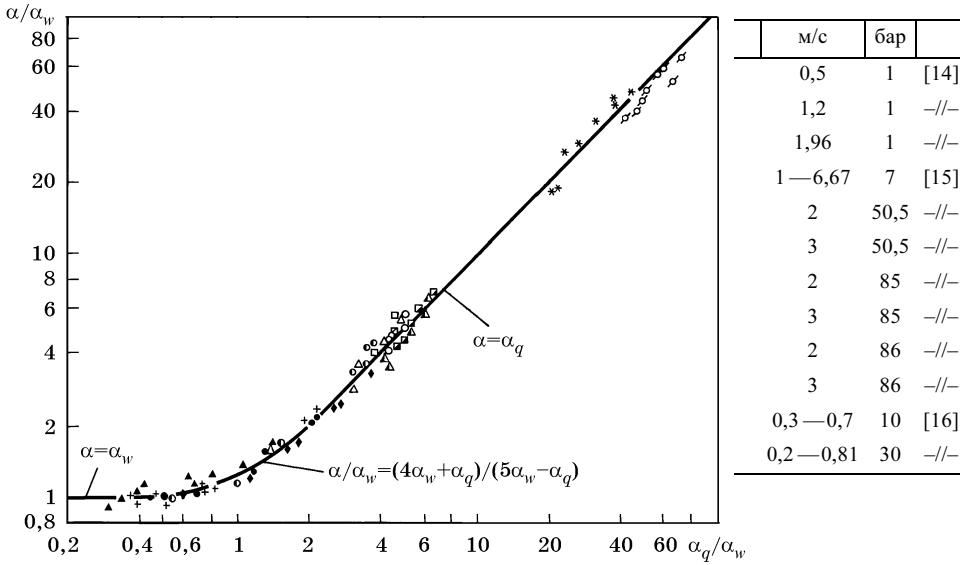


Рис. 4. Обработка опытных данных по теплоотдаче при вынужденном движении кипящей жидкости в координатах соотношения (6): Стюшин [14] и Стерман [15] — вода; Лукомский [16] — этиловый спирт

следовательно, теплоотдача подчиняется тем же закономерностям, что и в случае кипения жидкости при свободной конвекции (2); теперь вынужденное движение не влияет на теплообмен.

Промежуточным значениям величины  $\alpha_q/\alpha_w$  соответствует область совместного влияния на теплообмен обоих рассматриваемых факторов.

При  $0,5 < \alpha_q/\alpha_w < 2$  опытные данные удовлетворительно описываются интерполяционной формулой:

$$\frac{\alpha}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w + \alpha_q}{5\alpha_w - \alpha_q} \tag{9}$$

Результаты проведенного анализа вместе с изложенными в [1] соображениями о механизме процесса позволяют предположить, что обобщенная зависимость (2) должна определять также интенсивность теплообмена при развитом поверхностном кипении жидкости, основная масса которой вдали от поверхности нагрева не догрета до температуры насыщения.

На рис. 5 приведены результаты сопоставления обобщенной зависимости (2) с опытными данными по теплоотдаче при развитом поверхностном кипении воды в трубах [14—18]. При этом, чтобы не загромождать график большим числом опытных точек, на рис. 5 нанесены средние значения из соответствующих экспериментальных величин, а пунктирными кружками вокруг осредненных точек показаны границы наибольших отклонений отдельных измерений. Выбранные таким образом осредненные данные охватывают весь диапазон изменения основных параметров (давлений, тепловых потоков), имевших место в опытах.

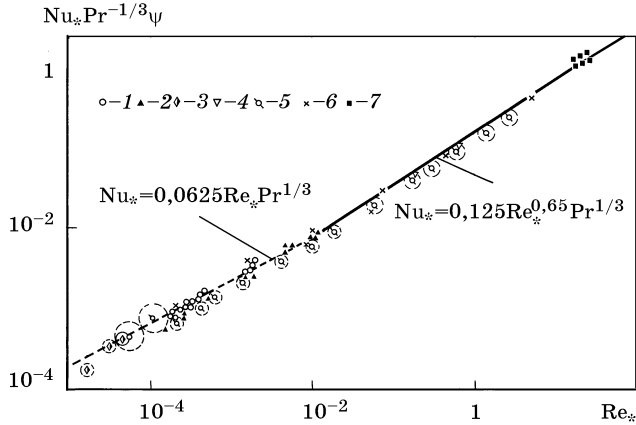


Рис. 5. Сопоставление обобщенной зависимости (2) с опытными данными по теплоотдаче при кипении насыщенной и недогретой жидкости в условиях вынужденного движения

№	Автор	Род кипящей жидкости	Скорость, м/с	Давление, бар	Условия недогрева
1	Стерман [15]	Вода	2—3	50—86	
2	Лукомский [16]	Этил. спирт	0,2—0,8	9—31	
3	Тарасова [18]	Вода	2—5	170	$(h - h_s)/r = (-0,35) — (+0,2)$
4	Стерман [15]	Вода	1—2	7	
5	Аладьев [17]	Вода	$\leq 10$	1—181	$T_s - T_L = 1 — 140$ °C
6	Jens [19]	Вода	$< 12,5$	1—175	$T_s - T_L = 1 — 140$ °C
7	Стюшин [14]	Вода	0,5—1,9	1	

Представленные данные относятся к условиям, когда скорость вынужденного движения не влияет на теплоотдачу. Коэффициент теплоотдачи при кипении недогретой жидкости вычислялся как  $q/(T_w - T_s)$ .

На рис. 5 нанесены также те экспериментальные данные по теплоотдаче при вынужденном движении кипящей жидкости ( $T_L = T_s$ ), которые на рис. 4 расположены в области  $\alpha_q/\alpha_w \geq 2$ .

Из рассмотрения рис. 1 и 5 следует, что полученная обобщенная зависимость (2) имеет достаточно универсальный характер. Эта зависимость удовлетворительно описывает опытные данные по теплоотдаче при развитом пузырьковом кипении жидкостей как в условиях свободной конвекции, так и при вынужденном движении, включая случай кипения недогретой жидкости<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> При кипении недогретой жидкости в области невысоких давлений (большие  $Re_*$ ) экспериментальные данные располагаются несколько ниже зависимости (2), однако отклонения лежат в тех же пределах, что и на рис. 1. Обобщенная зависимость (2) удовлетворительно, в пределах тех же отклонений, согласуется с опытными данными З.Л. Миропольского и М.Е. Шницмана [20] для теплоотдачи при кипении воды в трубах.

## Литература

1. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1959. № 12. С. 19—26.
2. Арефьева Е.И., Аладьев И.Т. // ИФЖ. 1958. Т. 1. № 7. С. 11—17.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.—Л.: Машгиз, 1957. 383 с.
4. Corty C., Foust A. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1955. Vol. 51. N 17. P. 1—12.
5. Cichelly M.T., Bonilla S.F. // Trans. AIChE. 1945. N 6. P. 755—787.
6. Craider D.S., Finalborgo A.C. // Trans. AIChE. 1937. Vol. 33. P. 346—361.
7. Боришанский В.М. // Энергомашиностроение. 1958. № 7. С. 5—9.
8. Фастовский В.Г., Артым Р.И., Ровинский А.Е. // Теплоэнергетика. 1958. № 2. С. 77—79.
9. Lyon R., Foust A., Katz D. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1955. Vol. 51. N 17. P. 41.
10. Корнеев М.И. // Теплоэнергетика. 1955. № 4. С. 44—48.
11. Рычков А.И. Изучение явления теплообмена в кипящих жидкостях и растворах: Дис. ... докт. техн. наук. М., 1956.
12. Аверин Е.К., Кружилин Г.Н. // Изв. АН СССР, ОТН. 1955. № 10. С. 131—137.
13. Михеев М.А. Основы теплопередачи. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956. 392 с.
14. Стюшин Н.Г. // Сб.: Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1953. С. 173—182.
15. Стерман Л.С. // ЖТФ. 1954. Т. 24. Вып. 11. С. 2046—2053.
16. Лукомский С.М., Мадорская С.М. // Изв. АН СССР, ОТН. 1951. № 9. С. 1306—1320.
17. Аладьев И.Т., Додонов Л.Д., Удалов В.С. // Сб.: Исследование теплоотдачи к пару и воде, кипящей в трубах при высоких давлениях. М.: Атомиздат, 1958. С. 9—23.
18. Тарасова Н.В., Арманд А.А., Коньков А.С. Там же. С. 83—94.
19. Jens W.H. // Mech. Eng. 1954. Vol. 76. N 12. P. 981—986.
20. Миропольский З.Л., Шицман М.Е. // Сб.: Исследование теплоотдачи к пару и воде, кипящей в трубах при высоких давлениях. М.: Атомиздат, 1958. С. 54—70.

## ПРИБЛИЖЕННАЯ ТЕОРИЯ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ РАЗВИТОМ ПУЗЫРЬКОВОМ КИПЕНИИ

### Зарождение пузырьков на поверхности нагрева

Вопросы парообразования на поверхности твердой фазы рассматриваются в ряде работ [1—4], где отмечается, что парообразование на поверхности термодинамически более «предпочтительно», чем вскипание во внутренних объемах жидкости. Однако общепринятой трактовки парообразования в практических условиях пузырькового кипения по существу нет. Ниже приведено краткое описание общих условий парообразования на поверхности твердых тел.

Возникновение парового зародыша на элементе поверхности твердой фазы (так же, как и при объемном вскипании жидкости) имеет флуктуационное происхождение. Различие условий парообразования в объеме и на поверхности определяется в конечном итоге тем, что на поверхности раздела жидкость—твердое тело молекулярное сцепление обычно ослаблено.

Способность участка поверхности твердого тела к парообразованию может быть охарактеризована величиной энергетического барьера или величиной приращения термодинамического потенциала при переходе от системы без паровой фазы к системе с жизнеспособным зародышем на данном участке поверхности. При этом, чем ниже барьер, тем выше вероятность начала парообразования на таком участке.

Приращение  $\Delta\Phi$  термодинамического потенциала системы вследствие появления некоторого пузырька объемом  $V$  с полной поверхностью  $S$  на поверхности твердого тела  $S_W$  равно [4]

$$\Delta\Phi = (f_V - f_L) V \rho_V + \sigma(S - S_W) + (\sigma_V - \sigma_L) S_W, \quad (1)$$

где  $\rho_V$  — плотность пара;  $\sigma$ ,  $\sigma_V$  и  $\sigma_L$  — поверхностные натяжения на границах раздела жидкость—пар, пар—твердое тело и жидкость—твердое тело соответственно, связанные с величиной локального краевого угла  $\theta$  формулой Неймана:

$$\sigma \cos \theta = \sigma_V - \sigma_L.$$

Величины  $f_L$  и  $f_V$  представляют удельные (на единицу массы) термодинамические потенциалы Гиббса для жидкой и паровой фаз. Для перегретой (пересыщенной) жидкости  $f_L > f_V$ ; первое слагаемое в (1) отрицательно.

Соотношение (1) удобно представить в следующем виде:

$$\Delta\Phi = (f_V - f_L) V \rho_V + \sigma S [1 - (S_W/S) (1 - \cos \theta)], \quad (2)$$

используя формулу Неймана и выделив множитель  $\sigma S$ .

---

Работа написана в 1962 г. Опубликовано в журнале «Известия АН СССР, ОТН, Энергетика и транспорт». 1963. № 1. С. 58—71. (Прим. ред.)

Второе слагаемое этого уравнения представляет работу по созданию поверхностей раздела фаз: твердой, жидкой и паровой. Эта величина зависит как от физико-химических ( $\theta$ ), так и от геометрических ( $S_W/S$ ) особенностей рассматриваемого элемента поверхности. При этом видно, что для фиксированных  $\theta$  и  $S$  работа образования новых поверхностей будет тем меньше, чем большая часть  $S_W$  поверхности  $S$  пузырька соприкасается с твердой фазой. Следовательно, элементы поверхности в виде углублений, впадин, царапин и т.д. являются потенциальными центрами кипения в большей степени, чем ровные участки и различные выступы.

Условия начала парообразования на поверхности чрезвычайно сильно зависят от величины локальной смачиваемости  $\theta$ . Рассмотрим два предельных случая:

1) Абсолютная смачиваемость:  $\theta = 0$ . При этом работа образования новых поверхностей в (2) равна  $\sigma S$ ; она не зависит от  $S_W/S$ , ибо  $\cos \theta = 1$ . Уравнение (2) превращается в уравнение, описывающее изменение термодинамического потенциала при появлении пузырька во внутренних объемах жидкости [5—8]. Поэтому при  $\theta = 0$  условия парообразования на поверхности такие же, как и во внутренних объемах: необходимы чрезвычайно большие степени пересыщения (перегрева) жидкости для начала действительного кипения [8].

2) Абсолютная несмачиваемость:  $\theta = \pi$ . При этом работа образования поверхностей равна  $\sigma S (1 - 2S_W/S)$ , ибо  $\cos \theta = -1$ . При появлении «плоского» слоя пара с  $S_W/S = 1/2$  работа образования поверхностей оказывается равной нулю. Следовательно, при достижении поверхностью температуры насыщения  $T_s$  (соответствующей давлению в жидкости) изменение потенциала  $\Delta\Phi$  вследствие появления зародыша паровой фазы также оказывается равным нулю. Это следует из (2), если иметь в виду, что при температуре насыщения  $f_L = f_V$ . Таким образом, при  $\theta = \pi$  энергетический барьер отсутствует, и парообразование начинается сразу же после достижения температуры насыщения; какие-либо перегревы при этом для начала кипения не требуются<sup>1)</sup>.

Для промежуточных значений  $0 < \theta < \pi$  (которые обычно и встречаются на практике) величина энергетического барьера  $\Delta\Phi$  определяется совместным влиянием как геометрических условий  $S_W/S$ , так и самим уровнем смачиваемости  $\theta$ . Характер влияния этих факторов на величину  $\Delta\Phi$  может быть установлен из рассмотрения рис. 1. Здесь приведены результаты вычислений величины  $\Delta\Phi$  по уравнению (2) при образовании зародыша паровой фазы внутри конического углубления с углом раствора  $2\varphi$  для разных величин локальной смачиваемости  $\theta$ <sup>2)</sup>.

Результаты расчетов представлены в виде зависимости  $\psi = \Delta\Phi/\Delta\Phi_0$  от  $\varphi$  при значениях  $\theta$ , взятых как параметр [4]. Величина  $\Delta\Phi_0$  представляет энергетический барьер для возникновения жизнеспособного зародыша парового пузырька

<sup>1)</sup> Следует отметить, что при  $\theta = \pi$  заполнение паром различных углублений, впадин и т.д. должно происходить раньше, до момента достижения поверхностью температуры насыщения. Это следует из того, что в таких углублениях для парового зародыша  $2S_W > S$ , следовательно, работа образования поверхностей при этом становится отрицательной.

<sup>2)</sup> Точнее при  $\varphi < \pi/2$  имеется коническое углубление, при  $\varphi = \pi/2$  — плоская поверхность и при  $\varphi > \pi/2$  — конический выступ.



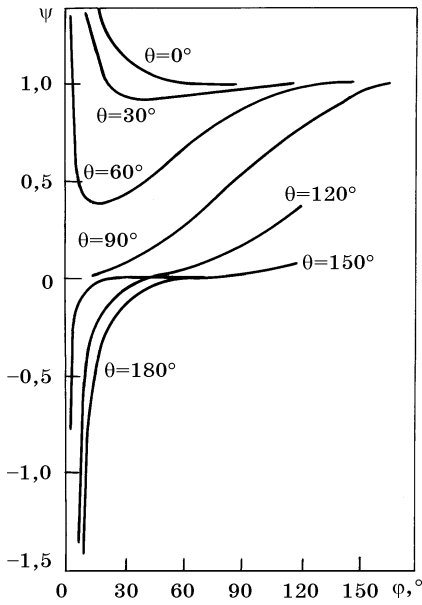


Рис. 1

во внутренних объемах жидкости при равной степени пересыщения (перегрева) жидкости (или, точнее, при той же разности  $f_V - f_L$ ):

$$\Delta\Phi_0 = \frac{16\pi\sigma^3}{3[\rho_V(f_V - f_L)]^2}.$$

Приведенные данные показывают, что следует различать два случая:

- 1) жидкость не смачивает элемент поверхности:  $\theta > \pi/2$ ;
- 2) жидкость смачивает этот элемент:  $\theta < \pi/2$ .

В первом случае существуют такие геометрические условия, при которых  $\Delta\Phi = 0$ , и парообразование может начинаться сразу же после достижения поверхностью температуры насыщения. Во втором случае величина энергетического барьера всегда положительна,  $\Delta\Phi > 0$ ; различные геометрические условия определяют лишь абсолютную величину  $\Delta\Phi$ . Здесь для начала кипения необходи-

мы определенные степени пересыщения (перегрева) жидкости.

Как было показано в [4], размеры углублений, в которых могут возникнуть зародыши, оказываются по порядку величин такими же, как размеры жизнеспособных зародышей при объемном вскипании. Поэтому для дальнейшего представляется целесообразным ввести понятие масштабного зародышевого размера  $l_0$ :

$$l_0 = \frac{\sigma}{\rho_V(f_L - f_V)}. \quad (3)$$

В реальных условиях центрами кипения служат отдельные углубления, царапины [9, 10] и другие элементы шероховатости поверхности, на которых локальная смачиваемость понижена: значения  $\theta$  близки к  $\pi/2$ . Причинами, вызывающими увеличение  $\theta$ , могут быть разнообразные незначительные загрязнения, неоднородность состава поверхности, а также механические напряжения [11], в частности, термического происхождения.

Здесь необходимо отметить, что нужно различать локальный краевой угол смачивания  $\theta$  и средний угол смачивания  $\theta_0$ . Первый определяет меру энергетического взаимодействия молекул жидкости, твердого тела и пара и является физико-химической характеристикой. Средний краевой угол  $\theta_0$  является более сложной характеристикой, учитывающей также характер и структуру мелкомасштабной шероховатости поверхности. Согласно [12], величины  $\theta$  и  $\theta_0$  связаны соотношением:

$$\cos \theta = \xi \cos \theta_0. \quad (4)$$

Величина  $\xi$ , обратная коэффициенту шероховатости, равна отношению площадей гладкой поверхности к истинной с учетом мелкомасштабного рельефа, т.е.  $\xi < 1$ .

В [12] краевые углы  $\theta$  и  $\theta_0$  названы соответственно «микроскопическим» и «макроскопическим». Из соотношения (4) и условия  $\xi < 1$  следует, что при  $\theta < \pi/2$  микроскопический краевой угол больше макроскопического:  $\theta > \theta_0$ ; при  $\theta > \pi/2$ , наоборот,  $\theta < \theta_0$ .

Существующие экспериментальные методы измерения смачиваемости (по форме капли или пузырька, по наклону пластины и др.) позволяют измерять лишь  $\theta_0$ . При этом результаты измерений обычно приводятся без указания характера и рельефа поверхности. Поэтому значения микроскопической смачиваемости изучены совершенно недостаточно. Измерения  $\theta_0$  на металлических поверхностях для воды и ряда органических жидкостей дают значения порядка 30—50°. Следовательно,  $\theta > \theta_0$ , и можно полагать, что значения  $\theta$  в этих условиях могут быть достаточно близки к  $\pi/2$ . Эти соображения, наряду с результатами работы [10], объясняют почему на достаточно «чистых» металлических поверхностях для начала парообразования не требуется очень больших перегревов жидкости.

Приведенные общие условия парообразования объясняют также такие экспериментальные наблюдения, как возможность значительного перегрева воды без вскипания в стеклянной колбе и весьма интенсивное парообразование на поверхности металла, покрытого масляной пленкой [13] при незначительных, порядка 1 °С, перегревах воды. В первом случае из-за отсутствия трещин, царапин и углублений на поверхности стекла и, главное, из-за весьма высокой смачиваемости чистого стекла водой парообразование на поверхности крайне затруднено. Во втором случае величина  $\theta_0 > \pi/2$ , что и объясняет интенсивное парообразование.

#### Число действующих центров кипения

При определенном температурном напоре  $\vartheta = T_w - T_s$  отдельные элементы шероховатости становятся реальными центрами кипения [10]. Их размеры, как указывалось выше, должны быть порядка масштабного зародышевого размера  $l_0$ . При этом для не очень больших пересыщений (перегревов) величина  $f_L - f_V$  может быть с достаточной точностью заменена на  $r\vartheta/T_s$  ( $r$  — теплота парообразования), следовательно,

$$l_0 = \sigma T_s / r \rho_V \vartheta. \quad (5)$$

Представляется очевидным, что отрыв пузырьков пара, выросших над отдельными углублениями, должен происходить большей частью у верхних краев углублений, без проникновения жидкости вглубь впадин. Заполненная паром малая полость выступает поэтому в роли генератора цепочки пузырьков<sup>1)</sup>. При этом периодичность отделения пузырьков неодинакова для разных углублений. Общая тенденция здесь такова, что центры кипения с размерами, превосходящими зародышевый размер  $l_0$ , в большей мере «застрахованы» от проникновения жидкости вглубь впадин по сравнению с центрами меньших размеров. Поэтому первые

<sup>1)</sup> Если углубление вначале содержало адсорбированный воздух (газ), то в процессе кипения его удаление может происходить лишь путем диффузии из углубления в каждый пузырек, растущий над данным центром кипения. Это определяет значительное время «приработки» свежей поверхности, наблюдаемое на практике.

должны отличаться большей производительностью в работе. Для «малых» впадин могут существовать моменты, когда поверхность раздела жидкость—пар проникает внутрь углубления, после чего происходит временное прекращение работы центра, он как бы «выключается» на некоторое время. Поэтому такие центры работают менее интенсивно. Понятия «большой» и «малой» полости или углубления относительны, так как масштабный размер  $l_0$  изменяется с величиной перегрева  $\vartheta$  и зависит от рода кипящей жидкости. Наличие целого спектра частот генерации пузырьков, а также нестабильность и аperiodичность работы некоторых центров неоднократно наблюдались визуально [14].

Среднее количество действующих центров кипения при фиксированных температурных условиях должно в значительной степени определяться как локальными адгезионными характеристиками (локальной смачиваемостью  $\theta$ ), так и рельефом поверхности. В дальнейшем будем рассматривать кипение в условиях макроскопической смачиваемости ( $\theta_0 < \pi/2$ ). Естественно полагать, что число действующих центров кипения  $n_F$  пропорционально среднему количеству углублений и впадин  $n_W$ , приходящихся на единицу поверхности и имеющих размеры, соизмеримые с масштабным зародышевым размером  $l_0$ . Коэффициент пропорциональности при этом будет зависеть от среднего уровня  $\theta$ .

Характер распределения по размерам числа неровностей на технических поверхностях нагрева зависит от ряда факторов: структуры и строения материала поверхности, характера обработки и т.п. Какие-либо систематические данные, касающиеся этих зависимостей, отсутствуют. Произведя приближенный анализ, можно принять для функции распределения неровностей по размерам наиболее простой закон:

$$n_W \sim l^{-2}. \quad (6)$$

Это соотношение можно обосновать исходя из соображений размерности, полагая, что какие-либо преобладающие размеры элементов шероховатости (масштабы) отсутствуют. Действительные условия могут в ряде случаев отличаться от (6), однако для многих технических поверхностей соотношение (6) как первое приближение выглядит оправданным. С накоплением данных в этой области станут возможными их дальнейшая систематизация и уточнение зависимости между характеристиками поверхностей.

Соотношение (6) приводит к следующей формуле для числа действующих центров кипения:

$$n_F = \text{const} \left( \frac{r p_V \vartheta}{\sigma T_s} \right)^2. \quad (7)$$

Оценим порядок величины константы в (7) (которая, вообще говоря, зависит от уровня локальной смачиваемости) для так называемых «обычных» условий кипения воды на металлических поверхностях нагрева. Известно, что заметное кипение при атмосферном давлении начинается при перегревах  $\vartheta$  порядка 5—7 °С. При

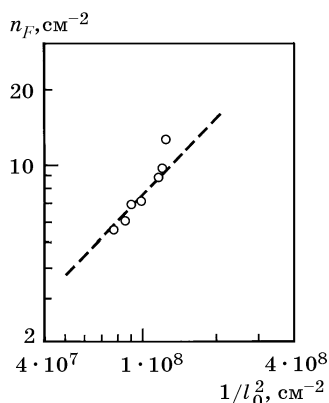


Рис. 2

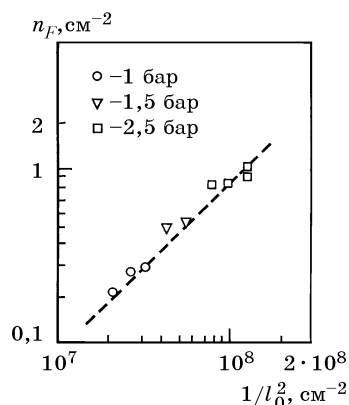


Рис. 3

этом один центр кипения приходится обычно на один или несколько квадратных сантиметров поверхности. Отсюда  $\text{const} \approx 10^{-7} - 10^{-8}$ .

Количество экспериментальных данных для проверки степени достоверности уравнения (7) в настоящее время ограничено. На рис. 2 приведена зависимость  $n_F$  от  $l_0^{-2}$ , полученная в опытах при кипении воды на платиновой проволоке диаметром 0,46 мм с использованием скоростной киносъемки [15]. Данные относятся к диапазону изменения плотности теплового потока от  $1,15 \cdot 10^5$  до  $3,2 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup>, то есть к развитому режиму кипения. Уравнение (7) с коэффициентом  $7,5 \cdot 10^{-8}$  удовлетворительно согласуется с опытными величинами.

Соотношение (7) предсказывает значительное увеличение числа действующих центров с ростом давления. Приведенные на рис. 3 результаты измерений [16] показывают, что данные, полученные при разных давлениях, удовлетворяют зависимости вида (7). На рис. 4 приведены данные, полученные в [17] при кипении различных жидкостей на полированных металлических поверхностях. Опыты проводились при весьма умеренных тепловых нагрузках, когда число  $n_F$  невелико и может зависеть от ряда случайных факторов. Значительный разброс точек и некоторое расслоение по отдельным веществам связаны в известной мере также с возможным различием в локальных условиях смачиваемости<sup>1)</sup>. По этим данным в среднем коэффициент в (7) составляет примерно  $10^{-8}$ .

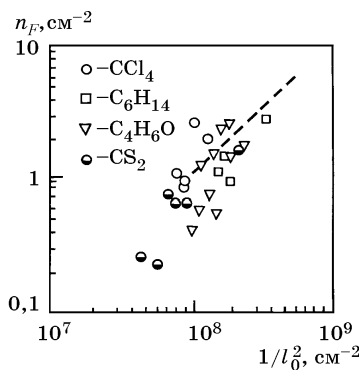


Рис. 4

<sup>1)</sup> Опытные данные работы [23] не принимались здесь во внимание, ибо условия кипения электролита при одновременном процессе электролиза чрезвычайно далеки от обычных условий кипения чистых жидкостей. Опыты с недогретыми жидкостями [10] также не являются надежными, ибо определенное количество малых, быстро конденсирующихся пузырьков может выпасть из поля зрения.

### Механизм роста паровых пузырьков на поверхности нагрева при кипении

Скорость роста пузырьков  $dR/dt$  в изобарических условиях определяется интенсивностью подвода тепла из окружающей жидкости к поверхности пузырька. Взаимосвязь между этими величинами определяется уравнением энергетического баланса [18]

$$r\rho_V \frac{dV}{dt} = \int_S q dS. \quad (8)$$

При этом количество подводимого тепла (правая часть (8)) зависит от тепловых и гидродинамических условий в жидкости вблизи поверхности пузырька. В соответствии с различными механизмами теплоподвода будут, очевидно, разными и закономерности роста пузырьков.

В ряде исследований [19—22] рассматривался рост пузырьков в объемах перегретой и неподвижной жидкости, то есть рост пузырьков при объемном вскипании. Показано, что подвод тепла в этих условиях определяется закономерностями нестационарной теплопроводности. Источником тепла, расходуемого на испарение жидкости в пузырек, является избыточная энтальпия перегретой жидкости. Вычисления разных авторов привели к практически совпадающим результатам:

$$\frac{dR}{dt} = \beta_0 \frac{\lambda c \rho_L}{R} \left( \frac{\vartheta}{r \rho_V} \right)^2, \quad (9)$$

с числовым коэффициентом  $\beta_0$ , равным примерно 2 (здесь  $\rho_L$ ,  $\lambda$  и  $c$  — плотность, теплопроводность и теплоемкость жидкости). Соответствующая уравнению (9) зависимость между  $R$  и  $t$  при  $\beta_0 = 2$  имеет вид:

$$R = 2 \frac{c \rho_L \vartheta}{r \rho_V} \sqrt{at} \quad (10)$$

( $a$  — температуропроводность жидкости) и удовлетворительно согласуется с опытными данными [24], полученными в условиях объемного вскипания воды при атмосферном давлении.

В движущейся перегретой жидкости теплоподвод зависит от скорости относительного движения жидкости. При этом закономерности роста оказываются, естественно, иными [25]. Хотя иногда высказывалось мнение, что соотношения (9) и (10), отражающие закономерности объемного вскипания, можно применять и для пузырьков, растущих на поверхности нагрева [26], эта точка зрения представляется недостаточно обоснованной.

В условиях развитого пузырькового кипения вблизи поверхности нагрева существует лишь весьма тонкий слой перегретой жидкости; его толщина  $\delta$  по порядку величины равна  $\lambda \vartheta / q_w$ . Соответствующий запас избыточной энтальпии перегрева поэтому крайне невелик. Объяснение закономерностей роста паровых пузырьков на поверхности нагрева с позиции модели объемного вскипания перегретой жидкости оказывается неудовлетворительным, особенно при высоких давлениях, где энтальпия перегрева  $c \rho_L \vartheta$  оказывается существенно меньше теплоты фазового перехода  $r \rho_V$ .

Очевидно, правильнее полагать, что основным источником тепла, определяющим испарение и рост пузырьков, находящихся на поверхности нагрева, является тепло, подводимое к основанию пузырька от поверхности. В соответствии с этим выдвигается следующая гипотеза:

- а) основное испарение происходит у основания пузырька;
- б) расходуемое на испарение тепло подводится от поверхности нагрева;
- в) перенос тепла осуществляется путем теплопроводности через прилегающие слои жидкости.

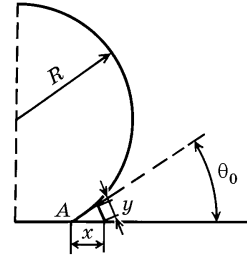


Рис. 5

Этот механизм теплоподвода при не очень низких давлениях насыщения является основным. Приближенная оценка скорости роста пузырьков на поверхности нагрева, соответствующая предложенной модели, может быть получена следующим образом.

Величина локальной плотности теплового потока, подводимого к элементу поверхности пузырька у его основания, в соответствии с обозначениями, приведенными на рис. 5, может быть записана в виде

$$q = (\lambda / y) \vartheta. \tag{11}$$

Будем полагать, что размер пузырьков существенно больше зародышевого размера  $l_0$ ; поэтому температура на поверхности пузырька равна температуре насыщения (при этом пренебрегаем малой поправкой вследствие кривизны).

Величина  $y$  равна

$$y = y_A + 2 \sin (\theta_0 / 2) x.$$

В данном случае  $y_A$  представляет наименьшую толщину слоя жидкости в окрестности точки  $A$ , при которой феноменологическое соотношение (11) еще имеет смысл. Поэтому величина  $y_A$  должна быть порядка межмолекулярных расстояний в жидкостях, то есть  $10^{-7} - 10^{-8}$  см.

Элемент площади интенсивного испарения у основания может быть оценен как

$$dS_A \approx 2\pi R \sin \theta_0 dx,$$

или

$$dS_A \approx 2\pi R \cos (\theta_0 / 2) dy.$$

Тепловой поток к основанию пузырька  $Q_A$  равен

$$Q_A = \int_{S_A} q dS_A \approx 2\pi R \cos \frac{\theta_0}{2} \lambda \vartheta \int_{y_A}^{\delta} \frac{dy}{y} = 2\pi R \cos \frac{\theta_0}{2} \lambda \vartheta \ln \frac{\delta}{y_A}.$$

Скорость роста пузырька определим по уравнению (8), причем теплоподвод к остальной поверхности пузырька не будем учитывать вовсе. Так как объем  $V$  равен

$$V = \pi / 3 R^3 (1 + \cos \theta_0)^2 (2 - \cos \theta_0),$$

имеем

$$\frac{dR}{dt} = \beta \frac{\lambda \vartheta}{r \rho_V R}. \tag{12}$$

Величина  $\beta$ , равная

$$\beta = \frac{2 \cos(\theta_0/2)}{(1 + \cos \theta_0)^2 (2 - \cos \theta_0)} \ln \frac{\delta}{y_A},$$

для условий  $0 < \theta_0 < \pi/2$  и  $\delta \sim 10^{-2}$  см составляет примерно  $10 \cos(\theta_0/2)$ , то есть имеет порядок 10. При этом нужно отметить, что множитель  $\ln(\delta/y_A)$ , из-за существенного различия порядка величин  $\delta$  и  $y_A$ , весьма мало чувствителен к изменению самих величин и может считаться с известным приближением постоянным. Таким образом, имея в виду приближенность сделанной оценки, будем считать множитель  $\beta$  в выражении (12) равным  $\beta \approx 10$ .

Соотношение (12) применимо, очевидно, в течение всего времени роста пузырьков на поверхности, за исключением лишь самых начальных моментов, когда размеры пузырька еще соизмеримы с зародышевым масштабом  $l_0$ . Это соотношение определяет некоторую среднюю скорость при заданных условиях, тогда как скорости отдельных индивидуальных пузырьков при этом могут несколько отличаться от (12). Зависимость между  $R$  и  $t$  после интегрирования (12) в пределах  $(0-R)$  и  $(0-t)$  принимает вид

$$R = \sqrt{2\beta \frac{\lambda \vartheta t}{r \rho_V}}. \quad (13)$$

Количество экспериментальных измерений скорости роста пузырьков на поверхности нагрева ограничено. На рис. 6 представлены результаты измерений [26], полученные при кипении воды. Опыты проводились при атмосферном давлении и температурном напоре  $\vartheta = 5,2$  °С. Точки с разной маркировкой показывают рост отдельных индивидуальных пузырьков. Линия 1 на рис. 6 соответствует формуле объемного вскипания (10), линия 2 — формуле (13). Последняя зависимость удовлетворительно согласуется с опытными данными, тогда как формула объемного вскипания приводит к несколько более высоким значениям  $R$  при тех же  $t$ .

Для условий опытов, приведенных на рис. 6, различие между (10) и (13) качественно не очень велико. Однако из структуры этих уравнений видно, что с повышением давления расхождение будет резко расти. Так, если по (10) и (13) вычислить время  $t$ , необходимое для достижения пузырьком радиуса  $R = 0,5$  мм при давлении 115 бар и  $\vartheta = 5$  °С для воды, то по (13)  $t = 0,4$  с, тогда как по (10)  $t = 15$  с. Значение  $t = 0,4$  с представляется вполне характерным, тогда как интервал в 15 с, безусловно, чрезмерно большим. К сожалению, экспериментально эта область пока не изучена.

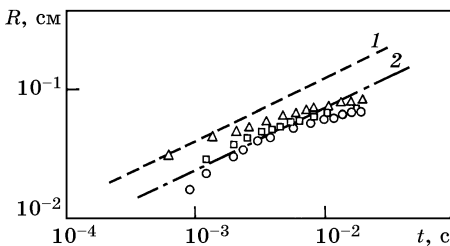


Рис. 6

Качественное различие между (10) и (13) состоит также в разной степени влияния  $\vartheta$ . По (10)  $R \sim \vartheta$ , а по (13)  $R \sim \vartheta^{1/2}$  при одном и том же времени  $t$ .

Остановимся, наконец, на следующем вопросе. Известно, что в ряде экспериментальных исследований измерялись произведения отрывного диаметра пузырьков на частоту их образования. Эти

измерения доступны лишь при умеренном кипении и небольших  $\vartheta$ . Полученные выше зависимости (12) и (13) позволяют оценить значения этого произведения.

Отрывной диаметр пузырька при умеренном кипении должен быть величиной порядка капиллярной постоянной  $b = [\sigma / g (\rho_L - \rho_V)]^{1/2}$  в соответствии с известной формулой Фритца. Частота образования (точнее, величина, обратная удвоенному времени роста пузырька до размера  $b$ ) может быть оценена из (13). Тогда произведение отрывного диаметра на частоту образования оказывается величиной порядка  $\beta(\lambda\vartheta / r\rho_V b)$ .

Расчет этой величины для воды при атмосферном давлении и  $\vartheta = 5 - 6$  °C дает 100 — 120 мм/с, что близко к измеренным величинам 95 мм/с [27] и 77 мм/с [28]. Для метанола и четыреххлористого углерода при тех же условиях эта величина составляет примерно 50 — 60 мм/с, что также близко к измеренным величинам [23, 30]. Наконец, из выражения  $\beta(\lambda\vartheta / r\rho_V b)$  видно, что эта величина с ростом давления изменяется примерно обратно пропорционально давлению. Измерения [14] подтверждают сделанное заключение.

#### Механизм теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении

Выше показано, что как число центров кипения, так и скорости роста пузырьков зависят от локальной смачиваемости и характера шероховатости поверхности кипения. Очевидно, что при изменении этих факторов механизм и количественные закономерности теплообмена будут существенно меняться. Эти выводы подтверждаются экспериментальными работами [13, 31] и означают, что при пузырьковом кипении не существует «универсальной» зависимости  $q_w = f(\vartheta)$ . Последняя чрезвычайно сильно трансформируется в зависимости от поверхностных условий.

При развитом режиме пузырькового кипения жидкость вблизи поверхности нагрева испытывает интенсивные пульсации вследствие зарождения, роста и отрыва паровых пузырьков. Тем не менее, точка зрения ряда авторов, например [32], что якобы в этих условиях можно пренебречь молекулярной теплопроводностью (как малой по сравнению с турбулентным переносом энтальпии), неоправданна. На самом деле вблизи поверхности, между отдельными растущими пузырьками жидкость вследствие вязкости заторможена, а на самой поверхности неподвижна. Именно эта зона представляет основное термическое сопротивление, определяемое молекулярной теплопроводностью.

Представляется естественным для рассматриваемых процессов ввести понятие своеобразного пограничного слоя на поверхности, имеющего некоторую среднюю (или эффективную) толщину, порядок которой, как и обычно, определяется из условия соизмеримости эффективных вязкостных и инерционных сил. Специфика рассматриваемого пограничного слоя состоит в том, что он периодически в различных местах «разрывается» возникающими пузырьками. Поэтому понятие толщины слоя предполагает соответствующее усреднение по поверхности и во времени.

Вне слоя преобладает пульсационное движение и перемешивание, интенсивность которых можно количественно характеризовать некоторой средней пульсационной скоростью  $\bar{w}$ . Последняя, очевидно, должна быть определена таким об-



разом, чтобы подсчитанная на ее основе средняя кинетическая энергия пульсационного движения  $\rho_L \bar{w}^2$  была равна той энергии, которая передается жидкости растущими на поверхности пузырьками пара. Средняя толщина пограничного слоя может быть оценена как  $10\nu/\bar{w}$  ( $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости).

Вследствие интенсивного выравнивания температур во внешней зоне под действием паровых пузырьков приближенно можно полагать, что величина  $10\nu/\bar{w}$  определяет одновременно и толщину теплового пограничного слоя<sup>1)</sup>. Эту величину далее обозначаем через  $\delta_{ef}$ .

Существует два основных пути переноса тепла от поверхности нагрева:

1) как и в других случаях конвективного теплообмена — перенос тепла теплопроводностью через пограничный слой к основной массе жидкости; термическое сопротивление слоя составляет  $\delta_{ef}/\lambda$ ;

2) поддержание кипения на поверхности, когда тепло подводится к пузырькам у их основания и расходуется непосредственно на испарение; при развитом кипении средняя массовая скорость отвода паровой фазы от поверхности имеет порядок  $\rho_L w$ .

Средняя плотность теплового потока, не связанная с испарением на поверхности, оценивается величиной  $q_1 \sim (\lambda/\delta_{ef}) \vartheta$ .

Средняя плотность теплового потока, расходуемого на испарение у поверхности, по порядку величины равна  $q_2 \sim r\rho_V w$ .

Из сопоставления этих величин следует

$$\frac{q_2}{q_1} \sim 10 \frac{r\rho_V \nu}{\lambda \vartheta}. \quad (14)$$

Величина  $10 r\rho_V \nu/(\lambda \vartheta)$  характеризует таким образом соотношение интенсивностей теплоотдачи по первому и второму путям, которое, как видно из (14), резко изменяется с давлением. При низких давлениях преобладает первый механизм теплоотдачи. С ростом давления интенсивности обоих механизмов становятся сначала соизмеримыми, а затем начинает преобладать непосредственное испарение на поверхности.

Величина  $\bar{w}$  может быть найдена из соотношения

$$\rho_L \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 R^2 n_F \sim \rho_L \bar{w}^2. \quad (15)$$

Подставляя сюда  $dR/dt$  из (12) и  $n_F$  из (17) и решая (15) относительно  $\bar{w}$ , имеем

$$\bar{w} \sim \frac{\lambda \vartheta^2}{\sigma T_s}.$$

Коэффициент пропорциональности в последнем соотношении составляет по порядку величины  $10^{-2} — 10^{-3}$ .

<sup>1)</sup> Для жидкометаллических теплоносителей ( $Pr \ll 1$ ) это предположение не имеет силы. Соответствующая величина для жидких металлов может быть оценена как  $10a/\bar{w}$ .

Оба механизма переноса тепла действуют одновременно. Суммарный средний тепловой поток  $q_w$  определим в рассматриваемом приближении как сумму  $q_1$  и  $q_2$ . Тогда имеем

$$q_w = \text{const}_1 \frac{\lambda^2 \vartheta^3}{\sigma T_s v} \left( 1 + \text{const}_2 \frac{r \rho_V v}{\lambda \vartheta} \right). \quad (16)$$

С учетом уже известных коэффициентов имеем:  $\text{const}_1 \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ ,  $\text{const}_2 \sim 10$ . Соотношение (16) будем рассматривать как результирующее в изложенной приближенной теории теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении.

Сопоставление его с экспериментальными данными приведено ниже. При этом, для объективных заключений о степени его соответствия измеренным величинам, оно должно быть преобразовано в соотношение первой степени по  $\vartheta$ , ибо наибольшие погрешности при измерениях приходятся на долю  $\vartheta$ , тогда как  $q$  обычно известно достаточно точно. Учитывая эти соображения и приводя (16) к безразмерному виду, получим

$$\frac{q^{1/3}}{\beta_1 \vartheta} = 0,1 \left( 1 + 5 \frac{\beta_2}{\vartheta} \right)^{1/3}. \quad (17)$$

Здесь через  $\beta_1$  и  $\beta_2$  обозначены величины

$$\beta_1 = (\lambda^2 / (\sigma T v))^{1/3}, \quad \beta_2 = r \rho_V v / \lambda.$$

Уравнение (17), записанное при значениях  $\text{const}_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ ,  $\text{const}_2 = 5$ , хорошо согласуется с известными опытными данными. Рис. 7 иллюстрирует степень соответствия этого уравнения данным, полученным в опытах по кипению воды на чистых серебряных трубках в диапазоне давлений от 1 до 200 бар.

На рис. 8 уравнение (17) сопоставлено с данными по кипению других жидкостей, полученными в [33—37]. Это уравнение также удовлетворительно согласуется с результатами измерений [38], полученными при кипении воды и этилового спирта в широком диапазоне давлений на горизонтальных трубках из нержавеющей стали.

Таким образом, уравнение (17) может рассматриваться как итоговое. Оно получено исходя из определенной модели процесса с использованием некоторых оце-

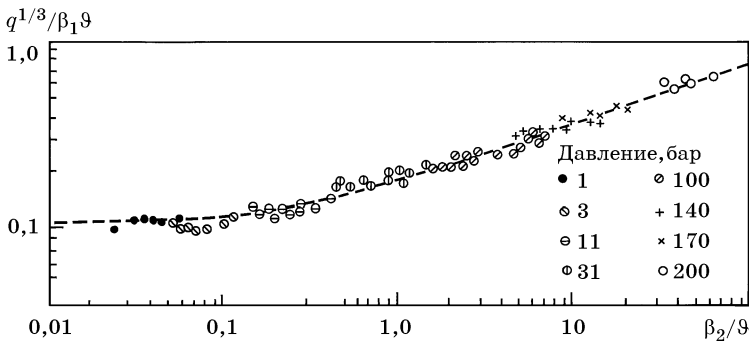


Рис. 7

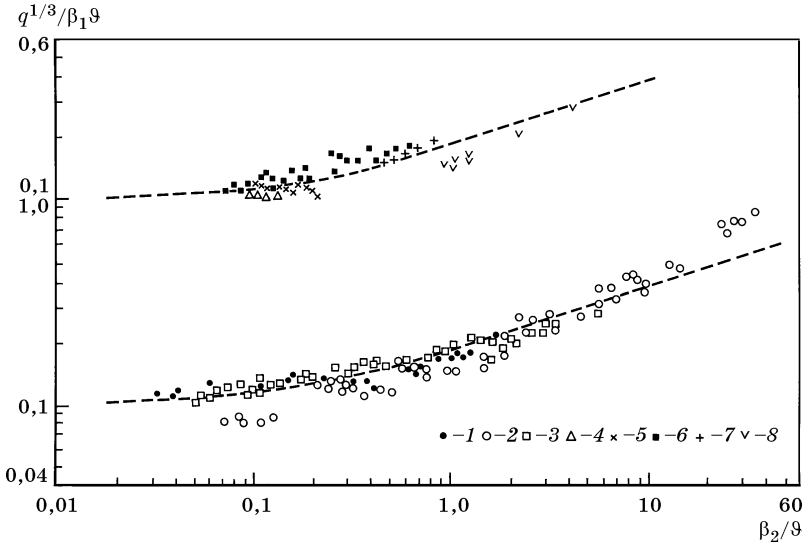


Рис. 8

1 — вода; 2 — бензол; 3 — гептан [33]; 4 — бензол [34]; 5 — бензол [35]; 6 — четыреххлористый углерод [36]; 7 — кислород [данные ВНИИКИМАШ, 1953 г.]; 8 — аммиак [37]

ночных соотношений и, насколько известно, является первым полученным прямым путем уравнением теплоотдачи при пузырьковом кипении.

Следует вновь подчеркнуть, что это — приближенное соотношение для определенного типа поверхностных условий. В частности, входящие в него коэффициенты  $\text{const}_1$  и  $\text{const}_2$  могут отличаться от приведенных выше средних величин вследствие различия в уровнях локальной смачиваемости, мелкомасштабной шероховатости и материала теплоотдающей поверхности. Для конкретизации этих связей существующих сведений недостаточно.

Нужно отметить, что уравнение (17) по характеру физических взаимосвязей весьма близко к эмпирической обобщенной зависимости, предложенной в [39], и при не очень высоких давлениях хорошо согласуется с обобщенным уравнением из [40, 41].

Применительно к кипению жидких металлов (смачивающих поверхность нагрева) в рассмотренной выше схеме величина  $v$  должна быть заменена на  $a$ . Тогда итоговое соотношение примет вид (без учета испарения на поверхности  $q_2$ ):

$$q = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\lambda c \rho_L}{\sigma T_s} \vartheta^3.$$

Это соотношение, преобразованное к виду

$$\frac{\alpha l_*}{\lambda} = 0,1 \left( \frac{q l_*}{r \rho_V a} \right)^{2/3}, \quad \text{где } l_* = \frac{c \rho_L \sigma T_s}{(r \rho_V)^2},$$

практически совпадает с уравнением, полученным в [39] путем обобщения опытных данных [31, 42]<sup>1)</sup>:

$$\frac{\alpha l_*}{\lambda} = 0,125 \left( \frac{q l_*}{r \rho_V a} \right)^{0,65}.$$

Наконец, следует указать, что недавние эксперименты, проведенные в условиях инерционных перегрузок [44] и при пониженной гравитации [45], показали, что напряженность поля массовых сил (или поля тяготения) практически не влияет на закономерности теплоотдачи при развитом режиме пузырькового кипения. Эти данные согласуются с выводами настоящей работы и работы [40].

#### Литература

1. Несис Е.И. // ЖТФ. 1952. Т. 22. Вып. 9. С. 1506—1512.
2. Corty C., Foust A. // Chem. Eng. Progr. Sym. Ser. 1955. Vol. 51. N 17. P. 1—12.
3. Bankoff S.G. // Trans. ASME, Ser. C. 1957. Vol. 79. N 4. P. 735—740.
4. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1959. № 12. С. 19—26.
5. Левич В.Г. Введение в статическую физику. М.: Гостехиздат. 1954. 528 с.
6. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. М.—Л.: ГИТТЛ. 1950. 184 с.
7. Ландау Д.Л., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.—Л.: ГИТТЛ. 1951. 480 с.
8. Френкель Я.И. Собрание избранных трудов. Т. III. Изд-во АН СССР, 1959. 460 с.
9. Clark H.B., Strange P.S., Westwater J.W. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1959. Vol. 55. N 29. P. 103—110.
10. Griffith P., Wallis J.D. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1960. Vol. 56. N 30. P. 49—63.
11. Семенченко В.К. Поверхностные явления в металлах и сплавах. М.: Гостехиздат, 1957. 491 с.
12. Дерягин Б.В. // Докл. АН СССР. 1946. Т. 51. № 5. С. 357—360.
13. Аверин Е.К. // Изв. АН СССР, ОТН. 1954. № 3. С. 116—122.
14. Кутателадзе С.С. Теплопередача при конденсации и кипении. М.—Л.: Машгиз, 1952. 231 с.
15. Dutkiewicz R.K. // South Afric. Mech. Eng. 1958. Vol. 7. N 8. P. 231—243.
16. Зысина-Моложен Л.М. // Сб.: Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1953. С. 168—172.
17. Kurihara H.M., Myers J.E. // AIChE J. 1960. Vol. 6. N 1. P. 83—91.
18. Кружилин Г.Н. // Извн. АН СССР, ОТН. 1948. № 7. С. 967—980.
19. Plesset M.S., Zwick S.A. // J. Appl. Phys. 1952. Vol. 23. N 1. P. 95—98.
20. Plesset M.S., Zwick S.A. // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25. N 4. P. 493—500.
21. Zwick S.A., Plesset M.S. // J. Math. and Phys. 1955. Vol. 33. N 4. P. 308—330.
22. Forster H.K., Zuber N. // J. Appl. Phys. 1954. Vol. 25. N 4. P. 474—478.
23. Gaertner R.F., Westwater J.W. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1960. Vol. 56. N 30. P. 39—48.
24. Dergarabedian P. // J. Appl. Mech. 1953. Vol. 20. N 4. P. 537—545.
25. Завойский В.К. // Атомная энергия. 1961. Т. 10. Вып. 3. С. 272—274; Вып. 5. С. 521—523.
26. Zuber N. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1961. Vol. 2. P. 83—89.
27. Fritz W., Ende W. // Phys. Z. 1936. B. 37. N 11. S. 391—401.
28. Jakob M., Linke W. // Phys. Z. 1935. B. 36. N 8. S. 267—280.
29. Westwater J.W., Santangelo J.G. // Ind. Eng. Chem. 1955. Vol. 47. N 8. P. 1605—1610.
30. Jakob M., Linke W. // Forsch. Geb. Ing. 1933. B. 4. N 2. S. 75—81.
31. Lyon R.E., Foust A.S., Katz D.L. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1955. Vol. 51. N 17. P. 41—47.
32. Chang Y.P., Shyder N.W. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1960. Vol. 56. N 30. P. 25—38.
33. Cichelli M.T., Bonilla C.F. // Trans. AIChE. 1945. Vol. 41. N 6. P. 755—787.

<sup>1)</sup> Чрезвычайно низкие значения коэффициентов теплоотдачи, полученные в [44] при кипении сплава натрий-калий, не согласуются с приведенными формулами.

34. Рычков А.И. Изучение явления теплообмена в кипящих жидкостях и растворах: Дис. ... докт. техн. наук. М., 1956.
35. Фастовский В.Г., Артым Р.И., Ровинский А.Е. // Теплоэнергетика. 1958. № 2. С. 77—79.
36. Cryder D.S., Finalborgo A.C. // Trans. AIChE. 1938. Vol. 33. P. 346—381.
37. Данилова Г.Н., Мазюкевич И.В. // Холодильная техника. 1954. № 2. С. 62—65.
38. Боришанский В.М., Бобрович Г.И., Минченко Ф.П. // Сб.: Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. С. 75—93.
39. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1960. № 5. С. 76—81.
40. Аверин Е.К., Кружилин Г.Н. // Изв. АН СССР, ОТН. 1955. № 10. С. 131—137.
41. Кружилин Г.Н., Субботин В.И. // Труды 2-й Межд. конф. по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1958. Доклады советских ученых. Т. 2. Ядерные реакторы и ядерная энергетика. Доклад № 2144. М., 1959. С. 134—152.
42. Корнеев М.И. // Теплоэнергетика. 1955. № 4. С. 44—48.
43. Madsen N., Bonilla G.F. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1960. Vol. 56. N 30. P. 251—259.
44. Merte H., Clark J.A. // Trans. ASME. Ser. C. 1961. Vol. 83. P. 233—241.
45. Usiskin C.M., Siegel R. // Trans. ASME. Ser. C. 1961. Vol. 83. P. 243—251.

## К РАСЧЕТУ ТЕПЛОТДАЧИ ПРИ ПЛЕНОЧНОМ КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ НА ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ НАГРЕВА

В последние годы были проведены экспериментальные исследования теплоотдачи при пленочном кипении жидкостей на поверхности вертикальных труб [1—3]. Полученные значения коэффициентов теплоотдачи оказались значительно большими, чем рассчитанные по теоретической формуле Бромли [4]. Последняя была получена путем переноса на условия пленочного кипения тех соотношений, которые использовал в свое время Нуссельт [5] при анализе процессов пленочной конденсации паров.

В работах [1, 2] было высказано предположение, что расхождение между экспериментальными данными и формулой Бромли—Нуссельта объясняется тем, что характер движения пара в пленке на вертикальных поверхностях значительной протяженности носит не ламинарный, а турбулентный характер. Было выполнено соответствующее аналитическое исследование [2] применительно к условиям турбулентного течения паровой пленки. В его основу была положена двухслойная модель, применяемая обычно для анализа теплообмена и сопротивления при напорном движении газов внутри труб и каналов. Эффекты, связанные с нестационарностью течения пара вследствие волн и возмущений на свободной поверхности пленки, в рассмотрении не принимались.

Полученные итоговые соотношения оказались чрезвычайно громоздкими, малопригодными для практического применения. При этом обнаружилось, что экспериментальные данные для некоторых жидкостей не согласуются количественно с этими соотношениями. Так, в работе [2] приведены результаты сравнения расчетных и экспериментальных значений коэффициентов теплоотдачи, где расхождения достигают 200 % и более. Здесь нужно, правда, отметить, что авторы [2] необоснованно включают в сравнение экспериментальные данные, относящиеся не к устойчивому пленочному кипению, а к переходной области между пленочным и пузырьковым кипением. Именно эти данные и приводят к столь большим отклонениям. Наличие переходной области обнаруживается непосредственно из анализа экспериментальных данных в координатах  $q = f(\Delta T)$ : для ряда веществ зависимость в этих координатах имеет ярко выраженный минимум.

Если исключить из рассмотрения данные, относящиеся к переходной области, то и тогда для некоторых веществ расхождения остаются существенными. Так, например, данные [2] для метилового спирта оказываются выше расчетных на 30—35 %.

Нельзя считать достаточно оправданным перенесение закономерностей, присутствующих турбулентному установившемуся вынужденному течению в каналах с

---

Работа написана в 1963 г. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1963. № 5. С. 60—61.  
(Прим. ред.)

неподвижными стенками, на условия свободного движения паровой пленки при пленочном кипении. Визуальные наблюдения и фотографирование процесса пленочного кипения на вертикальных трубах [3] обнаруживают значительные по размерам и нерегулярные пульсации поверхности раздела фаз и даже периодический отрыв отдельных паровых объемов, что указывает на существенные особенности в характере течения пара в таких пленках.

Гидродинамическая картина здесь в большей степени соответствует тем условиям, которые наблюдаются в процессах свободной конвекции однофазной жидкости около вертикальных поверхностей при турбулентном режиме. Это позволяет наметить иной подход к анализу теплообмена при пленочном кипении, основанный на гипотезе об аналогии физических взаимосвязей в названных процессах.

Теплообмен при свободной конвекции однофазной жидкости в условиях турбулентного режима определяется зависимостью [6]:

$$\text{Nu}_m = \text{const}(\text{GrPr})_m^{1/3}. \quad (1)$$

Можно предположить, что физические взаимосвязи, определяемые зависимостью (1), применимы и к рассматриваемым процессам пленочного кипения на вертикальных поверхностях. При этом следует лишь движущую силу поля тяжести (на единицу объема)  $g\beta\Delta T$ , действующую при свободной конвекции, заменить на соответствующую силу  $g(\rho_L - \rho_V)$ , определяющую движение пара в пленке при кипении.

Анализ экспериментальных данных показывает, что действительно после такой замены уравнение (1) при значении константы, равном 0,25, удовлетворительно описывает экспериментальные данные по теплообмену при развитом пленочном кипении различных жидкостей на вертикальных трубах. Таким образом получается следующее простое соотношение для коэффициента теплоотдачи при пленочном кипении:

$$\alpha = 0,25\lambda_m \left( \frac{g}{\nu a} \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_V} \right)_m^{1/3}. \quad (2)$$

Здесь  $\lambda$ ,  $\nu$ ,  $a$  — теплопроводность, кинематическая вязкость и температуропроводность пара;  $\rho_L$  и  $\rho_V$  — плотности жидкости и пара;  $g$  — ускорение поля тяготения. Индекс  $m$  означает, что теплофизические параметры отнесены к средней температуре пара в пленке.

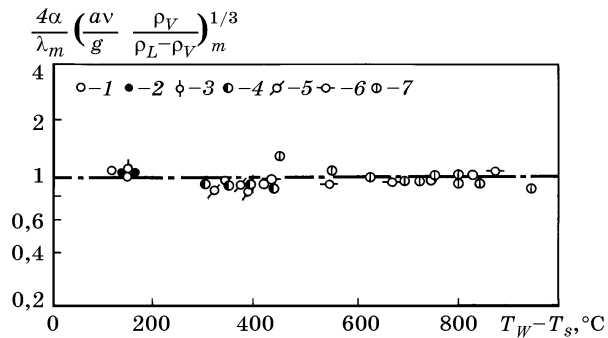
Сопоставление зависимости (2) с результатами ряда экспериментальных измерений [2, 3] представлено на рисунке.

Отметим, что в работе [3] применялся электрообогрев экспериментальных труб. Поэтому опытные данные [3], безусловно, относятся к устойчивой области. В опытах [2] использовался паровой обогрев труб, что и привело к тому, что ряд измерений оказался проведенным в условиях переходной области.

Полученное соотношение (2) может быть использовано в инженерных расчетах и оценках теплоотдачи при устойчивом режиме пленочного кипения на вертикальных поверхностях нагрева.

Рис. 1. Сопоставление экспериментальных данных по пленочному кипению с зависимостью (2)

1 — бензол; 2 — метиловый спирт; 3 — четыреххлористый углерод; 4 — жидкий азот; 5 — жидкий аргон; устойчивое пленочное кипение на вертикальных трубах высотой  $H = 100\text{—}135$  мм [2], 6 — этиловый спирт; 7 — этиловый эфир; пленочное кипение на вертикальных трубах высотой  $H = 180\text{—}300$  мм при атмосферном давлении [3]



Область применимости (2), если исходить и далее из соображений аналогии с процессом свободной конвекции, будет определяться условием  $(GrPr)_m \geq 2 \cdot 10^7$  [6], которое для пленочного кипения принимает вид:

$$H \geq 2,5 \cdot 10^2 \left( \frac{va}{g} \frac{\rho_V}{\rho_L - \rho_V} \right)^{1/3}. \quad (3)$$

Во всех известных нам экспериментальных исследованиях пленочного кипения на вертикальных трубах условие (3) выполнялось.

В заключение укажем, что отмеченное в опытах [3] постоянство температуры теплоотдающей поверхности по высоте трубки при неизменной плотности теплового потока означает наличие автомодельности по отношению к линейному размеру. Соотношение (2) согласуется с этим экспериментальным наблюдением.

Следует отметить также, что уравнение (2) весьма хорошо описывает недавно опубликованные опытные данные [7] по теплоотдаче при пленочном кипении воды и фреона-11 на горизонтальной пластине.

#### Литература

1. Hsu Y.Y., Westwater J.W. // *AIChE J.* 1958. Vol. 4. P. 58—62.
2. Hsu Y.Y., Westwater J.W. // *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.* 1960. Vol. 56. N 30. P. 15—24.
3. Боршанский В.М. // *Сб.: Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред.* М.: Госэнергоиздат, 1961. С. 128—138.
4. Bromley L.A. // *Chem. Eng. Progr.* 1950. Vol. 46. P. 221—227.
5. Nusselt W. // *Z. Ver. Deut. Ing.* 1916. B. 60. N 27. S. 541—546, 568—575.
6. Михеев М.А. *Основы теплопередачи.* М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956. 392 с.
7. Hosler E.R., Westwater J.W. // *ARS J.* 1962. Vol. 32. N 4. P. 553—558.



## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА И КРИТИЧЕСКИХ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ СВОБОДНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТЯХ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Современные представления о механизме пузырькового кипения позволяют предположить, что физико-химические свойства теплоотдающей поверхности будут оказывать влияние на интенсивность теплообмена [1]. Действительно, теплообмен при кипении связан с образованием зародышей паровой фазы на отдельных элементах твердой поверхности, поэтому на этот процесс оказывают влияние не только физические свойства жидкой и паровой фаз, но и определенные физико-химические свойства твердой поверхности (материал, однородность, шероховатость, способ обработки, смачиваемость и т.д.).

Известен ряд экспериментальных работ, в которых изучалось влияние поверхностных эффектов на кипение [2 — 10], однако результаты их недостаточно представительны для построения обоснованных обобщений, а многие выводы противоречивы. В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования теплообмена при кипении воды, спирта и бензола на поверхностях из различных материалов в широком диапазоне изменения давлений и тепловых нагрузок. Производились также измерения критических тепловых нагрузок, количество известных данных по которым ограничено [2, 4, 11, 12, 13].

Экспериментальная установка была выполнена в виде вертикального цилиндрического сосуда, в котором горизонтально расположена трубка опытного участка. К верхнему днису сосуда приварен внешний конденсатор, охлаждаемый во время опытов смесью воды и воздуха. Все элементы опытной установки выполнены из нержавеющей стали.

В качестве опытных трубок использовались медные трубки диаметром 5/4 мм, покрытые никелем или хромом, серебряные трубки того же диаметра и трубки из нержавеющей стали диаметром 4,5/4 мм. Длина трубок ~ 150 мм. Покрытие никелем осуществлялось химическим путем, а хромирование — электролитическим. Толщина покрытия колебалась в пределах 3,5 — 15 мкм и рассчитывалась по привесу трубки. Трубки перед экспериментом обрабатывались таким образом, что чистота поверхности их была почти одинаковой (10в — 11а класс по ГОСТ 2789-51).

Тепловая нагрузка на трубке опытного участка создавалась переменным током низкого напряжения. Ток в цепи измерялся астатическим амперметром класса 0,5, присоединенным к измерительному трансформатору тока того же класса, падение напряжения на трубке — вольтметром классов 0,5 и 1. Температура внутри трубки измерялась платиновым термометром сопротивления с погрешностью  $\pm 0,04$  °С.

Температура наружной поверхности трубки  $T_w$  определялась пересчетом температуры внутри трубки с учетом падения температуры в стенке. Температура насыщения жидкости  $T_s$  измерялась этим же термометром при нулевой тепловой нагрузке на трубке и при фиксированном показании манометра. Эти измерения позволяли рассчитывать удельную тепловую нагрузку  $q$ , температурный напор  $\Delta T = T_w - T_s$  и коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ .

В качестве исследуемой жидкости использовались обессоленная вода с содержанием  $0,2—0,5 \text{ г/м}^3$ , этиловый спирт 96 %-ный (по объему) и бензол марки «ЧДА» (чистый для анализа).

Многочисленные наладочные опыты показали, что ни на одном материале при работе с водой и спиртом при повышенных (более 10 бар) давлениях нельзя получить чистую теплоотдающую поверхность, если не принять мер по полному удалению растворенного в жидкости кислорода [14]. Данные по теплообмену, полученные на такой поверхности, весьма нестабильны и образуют петлю гистерезиса по тепловой нагрузке (рис. 1). Для того чтобы предотвратить накопление окислов и получить практически чистую поверхность, в эти жидкости перед опытом добавлялся гидразин  $\text{N}_2\text{H}_4$  в количестве  $5—7 \text{ г/м}^3$ . При работе с бензолом необходимость применения гидразина отпала, так как даже при высоких давлениях теплоотдающая поверхность оставалась практически чистой.

При измерении критических тепловых потоков давление определялось образцовым манометром; платиновый термометр сопротивления, во избежание разрушения, заменялся стальным стержнем. Для предотвращения пережога экспериментальной трубки применялся электронный автомат, принцип действия которого основан на изменении электросопротивления трубки при резком ее разогреве. Проверка работы автомата осуществлялась визуальным осмотром трубки после опыта; при этом на ней ясно были видны пояски цветов побежалости, указывающие на возникновение пленочного кипения в этом месте. Кроме того, в некоторых опытах трубка намеренно пережигалась, данные сравнивались, и сравнение показало, что автомат работал удовлетворительно.

В опытах с трубками из нержавеющей стали автомат срабатывал с запаздыванием из-за малой зависимости электросопротивления нержавеющей стали от температуры. Поэтому кризис в опытах с трубками из нержавеющей стали фиксировался либо по пережогу опытной трубки (вода, этиловый спирт), либо по внезапному уменьшению тока в цепи и увеличению напряжения на опытной трубке (бензол).

Обработка опытных данных и расчет погрешностей проводились по обычным формулам. Наиболее вероятная ошибка при измерении коэффициента теплообмена не превышала 16 %.

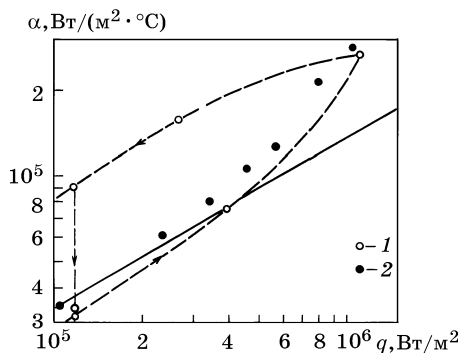


Рис. 1. Гистерезис по тепловой нагрузке при кипении воды на загрязненной поверхности  
1 — данные авторов при  $p = 72,5$  бар; 2 — данные [2] при  $p = 73$  бар; сплошная линия соответствует данным для чистой серебряной поверхности

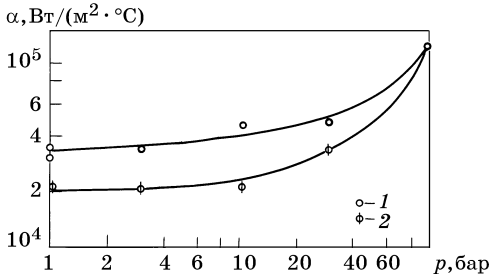


Рис. 2. Гистерезис по давлению при кипении воды на чистой трубке из нержавеющей стали

1 — новая трубка при повышении давления; 2 — та же трубка после «приработки» при  $p = 100$  бар и  $q = 1,7 \text{ МВт}/\text{м}^2$  при понижении давления. Рассечка при  $q = 0,5 \text{ МВт}/\text{м}^2$

При проведении опытов по теплообмену на чистых трубках из различных материалов был обнаружен эффект, условно названный гистерезисом по давлению (в отличие от гистерезиса по тепловой нагрузке, обнаруженного в работе [14] на загрязненных поверхностях). Опыты показали, что значения коэффициентов теплообмена, измеряемые на новой трубке, при проведении опытов от атмосферного давления к высоким давлениям получаются выше, чем на той же трубке при проведении опытов в сторону понижения давления (рис. 2). При дальнейшем проведении опытов на той же трубке, даже после пребывания ее на воздухе в течение одних суток, получаются стабильные данные, соответствующие нижней ветви петли. Этот эффект особенно четко проявлялся в опытах на трубках из нержавеющей стали до давлений  $\sim (1/3) p_{cr}$  и был мало заметен на трубках из серебра (различие  $\sim 10\%$ ). Очевидно, при высоких давлениях и тепловых нагрузках происходит «приработка» теплоотдающей поверхности.

Для выяснения возможного механизма этого явления были проведены многочисленные пробные опыты. Измерения теплообмена проводились на трубке, предварительно прокаленной на воздухе при температуре  $400\text{ °C}$  в течение 30 мин, и на трубке, обдавленной водой при 100 бар и  $100\text{ °C}$ . При этом коэффициент теплообмена, полученный на трубке после прокаливания, был выше, чем на трубке, обдавленной водой. Проводились также измерения теплообмена при длительной непрерывной работе трубки при определенном давлении. Эти опыты показали, что при давлениях меньше 10 бар длительная непрерывная работа (примерно 50 часов) не дает заметного снижения коэффициента теплообмена. При работе на давлениях выше 10 бар значения коэффициентов теплообмена начинают снижаться со временем и оказываются через некоторое время на уровне нижней ветви кривой гистерезиса, причем скорость снижения увеличивается с ростом давления и тепловой нагрузки. По-видимому, при низких давлениях время «приработки» весьма велико, и длительность наших опытов оказалась недостаточной, чтобы выявить эффект гистерезиса. Кроме того, были проделаны опыты по теплообмену на трубках, предварительно пробывших длительное время (примерно 40 дней) в воде при атмосферном давлении. Коэффициент теплообмена на таких трубках также уменьшается, приближаясь к нижней ветви гистерезиса. Таким образом, результаты наладочных опытов показали следующее:

1. Для каждого материала теплоотдающей поверхности существуют устойчивые уровни теплообмена (характеризующиеся хорошей воспроизводимостью и стабильностью опытных данных), которые устанавливаются после «приработки» поверхности нагрева. На только что подготовленной поверхности теплообмен оказывается более интенсивным.

2. Выход на устойчивый уровень кипения, или «приработка», происходит быстро и эффективно при кипении в области повышенных давлений и тепловых нагрузок.

3. Положительный эффект «приработки» может быть также достигнут за счет обдавливания рабочей поверхности водой и просто за счет весьма длительного нахождения поверхности под водой при атмосферном давлении.

Эти данные позволяют предполагать, что явление «приработки» связано с удалением адсорбированных газов из отдельных мельчайших углублений, царапин и иных элементов шероховатости поверхности нагрева. Более высокий уровень теплообмена на вновь подготовленной поверхности объясняется наличием на поверхности дополнительных центров кипения, не связанных с индивидуальными свойствами поверхности, а образующихся за счет адсорбированных газов. Это определяет нестабильность и плохую повторяемость опытных данных на «неприработанной» поверхности. Очевидно, после «приработки» адсорбированные в углублениях газы замещаются парами воды и водой, удерживаемой в углублениях за счет капиллярных эффектов. С учетом полученных данных все основные измерения проводились в условиях стабилизированного режима кипения жидкостей.

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента теплоотдачи от давления при постоянной тепловой нагрузке для исследованных сочетаний «жидкость — поверхность нагрева»<sup>1)</sup>, которые качественно хорошо согласуются с аналогичными зависимостями, полученными ранее в работах [2—4]. Для всех исследован-

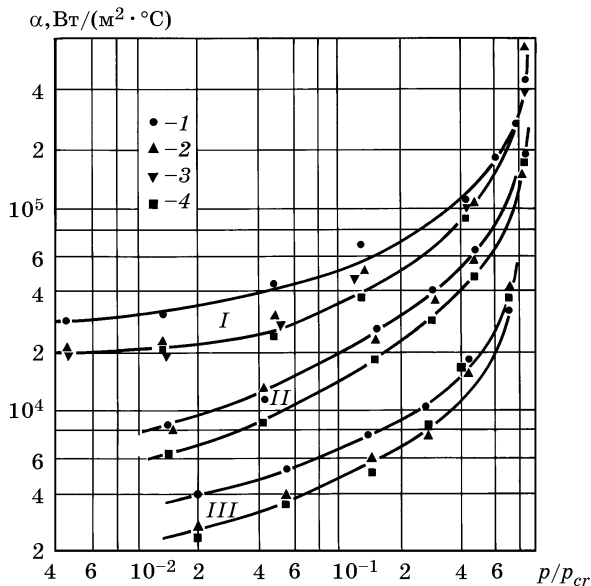


Рис. 3. Зависимость коэффициента теплоотдачи от давления

I — кипение воды,  $q = 500 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>2</sup>; II — кипение спирта,  $q = 200 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>2</sup>; III — кипение бензола,  $q = 100 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>2</sup>; материал трубок: 1 — серебро; 2 — медь, покрытая никелем; 3 — медь, покрытая хромом; 4 — нержавеющая сталь

<sup>1)</sup> Большая таблица опытных данных, приведенная в статье, здесь опущена. (Прим. ред.)

ных давлений показатель степени  $n$  в зависимости  $\alpha \sim q^n$  изменяется в пределах 0,6—0,8. (Следует отметить, что резкого уменьшения показателя  $n$  с повышением давления, полученного при кипении спирта в работе [1], в наших исследованиях не обнаружено.)

Вместе с тем, наблюдается четкое расслоение полученных данных в зависимости от материала теплоотдающей поверхности, особенно в области малых давлений. Этот результат не противоречит представлениям о механизме пузырькового кипения. Как уже отмечалось, уровень теплообмена зависит от поверхностных условий, которые, в частности, определяются материалом теплоотдающей поверхности. Отметим, что противоречивые данные о влиянии материала на теплообмен при кипении [5—10], по-видимому, объясняются нестабильностью процесса на «неприработанных» поверхностях, когда, помимо материала, на процесс теплообмена оказывают влияние побочные явления, вызванные присутствием на поверхности адсорбированного газа. Эти же явления в сочетании с различными поверхностными условиями во время опытов, вероятно, объясняют также и расхождение опытных данных настоящей работы и работ [2, 3, 4, 13]<sup>1)</sup> (рис. 4).

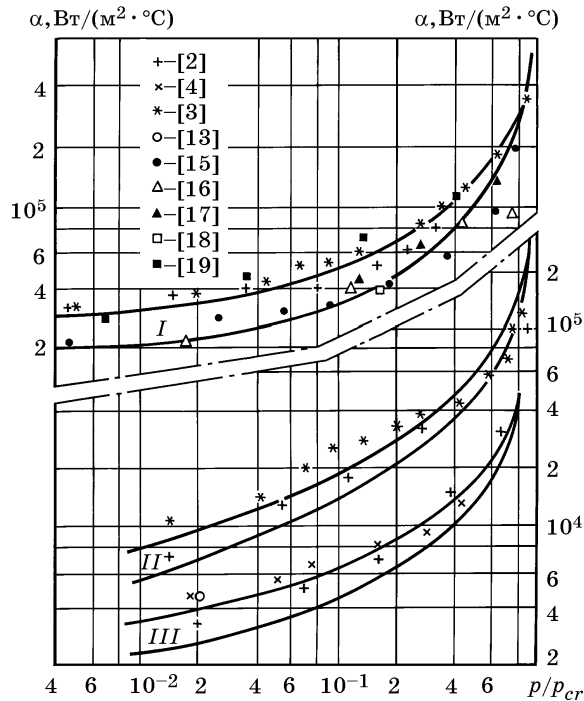


Рис. 4. Сравнение опытных данных по теплообмену

Кривые I, II, III — те же, что и на рис. 3; точки — данные других авторов

<sup>1)</sup> Опытные данные [2] использовались для сравнения только до давления 18 бар (при кипении спирта).

Интересно отметить, что данные по теплообмену, полученные при кипении воды в настоящей работе, хорошо количественно согласуются с данными [15—19], полученными при кипении воды при вынужденном движении внутри труб из одинаковых материалов, когда можно предполагать, что поверхностные условия были близки (рис. 4, кривые *I*). Поэтому различие коэффициентов теплоотдачи, отмечаемое многими авторами для условий кипения в большом объеме и развитого кипения в трубах, по-видимому, следует объяснять различием поверхностных условий в сравниваемых экспериментах. При одинаковых поверхностных условиях количественные закономерности теплообмена при развитом кипении в трубах и в условиях свободного движения одинаковы.

Таким образом, полученные данные показывают, что теплообмен при кипении жидкостей на металлических поверхностях нагрева определяется не только известными режимными параметрами  $p$  и  $q$ , но в широкой области давлений зависит также от поверхностных условий.

Анализ различных экспериментальных данных показывает, что расхождения в коэффициентах теплоотдачи при кипении вследствие различия в поверхностных условиях могут достигать 30—50 % и более. В связи с этим расчетные рекомендации для теплоотдачи при кипении, полученные путем обобщения совокупности экспериментальных данных, в которых поверхностные условия были разными и не контролировались, отражают лишь некоторый средний уровень теплообмена.

Результаты опытных данных по критическим тепловым потокам для исследованных сочетаний «жидкость — поверхность нагрева» приведены на рис. 5. Чтобы исключить влияние времени предварительной работы на величину  $q_{cr}$ , все опыты проведены в условиях, когда этот эффект уже не сказывается на результатах (явление, отмеченное в работе [20]).

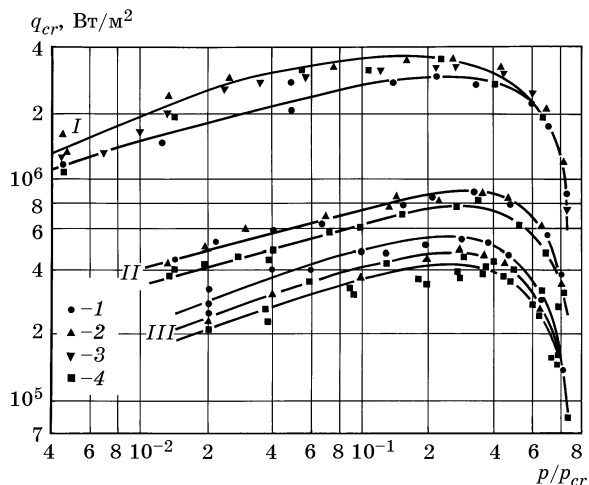


Рис. 5. Зависимость критических тепловых нагрузок от давления при кипении воды (*I*), спирта (*II*) и бензола (*III*) на трубах из различных материалов

*I* — серебро; 2 — медь, покрытая никелем; 3 — медь, покрытая хромом; 4 — нержавеющая сталь

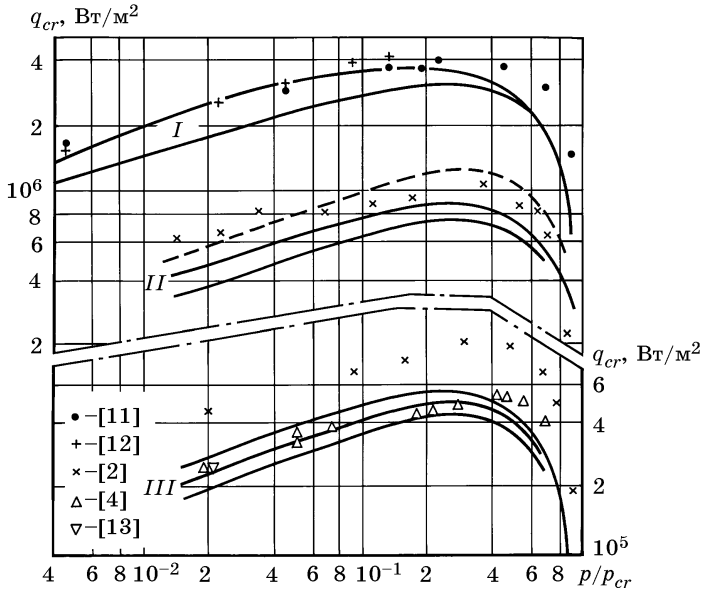


Рис. 6. Сравнение опытных данных по критическим тепловым потокам

Кривые I, II, III — те же, что и на рис. 5; точки — данные других авторов; штриховая линия соответствует средним данным [12]

Так же, как и в опытах по теплообмену, наблюдается расслоение опытных данных в зависимости от материала опытной трубки, отражающее влияние поверхностных условий.

На рис. 6 приведено сравнение полученных в настоящей работе опытных данных с данными работ [2, 4, 11 — 13]. Видно, что результаты работ [4, 11 — 13] для воды и бензола хорошо согласуются с нашими данными, а работ [2, 12] для спирта и бензола — выше. Различие, по всей вероятности, объясняется разными поверхностными условиями и физическими свойствами жидкостей.

#### Литература

1. Лабунцов Д.А. // Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и транспорт. 1963. № 1. С. 58—71.
2. Cichelli M.G., Bonilla C.F. // Trans. AIChE. 1945. N 6. P. 755—787.
3. Боришанский В.М., Бобрович Г.И., Минченко Ф.П. // Сб.: Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. С. 75—93.
4. Huber D.A., Hochne J.C. // Теплопередача. — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1963. T. 85. № 3. С. 31—38.
5. Арефьева Е.И., Аладьев И.Т. // ИФЖ. 1958. № 7. С. 11—17.
6. Аверин Е.К. // Изв. АН СССР, ОТН. 1954. № 3. С. 116—122.
7. Толубинский В.И. // Труды ин-та теплоэнергетики АН УССР. 1952. № 5. С. 71—83.
8. Стюшин И.Г. // Сб.: Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1953. С. 173—182.
9. Костин В.И. // Сб.: Исследование и расчет теплоэнергетических и энергохимических процессов. М.: Машгиз, 1961. С. 131—134.
10. Bonilla C.F., Perry C. // Trans. AIChE. 1941. Vol. 37. N 4. P. 685—705.

11. Казакова Е.А. // Сб.: Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1953. С. 92—101.
12. Морозов В.Г. // Изв. вузов СССР. Энергетика. 1961. № 1. С. 73—81.
13. Фастовский В.Г., Артым Р.И., Ровинский А.Е. // Теплоэнергетика. 1958. № 2. С. 77—79.
14. Головин В.С., Кольчугин Б.А., Лабунцов Д.А. // ИФЖ. 1963. Т. 6. № 2. С. 3—7.
15. Аладьев И.Г., Додонов Л.Д., Удалов В.С. // Сб.: Исследование теплоотдачи к пару и воде, кипящей в трубах при высоких давлениях. М.: Атомиздат, 1958. С. 9—23.
16. Миропольский З.Л., Шицман М.Е. // Сб.: Исследование теплоотдачи к пару и воде, кипящей в трубах при высоких давлениях. М.: Атомиздат, 1958. С. 54—70.
17. Алексеев Г.В., Зенкевич Б.А., Субботин В.И. // Теплоэнергетика. 1962. № 4. С. 74—77.
18. Clark J.A., Rohsenow W.H. // Trans. ASME. Ser. C. 1954. Vol. 76. N 4. P. 553—561.
19. Похвалов Ю.Е., Кронин И.В., Курганова И.В. // Теплоэнергетика. 1963. № 11. С. 74—80.
20. Яшнов В.И. // Сб.: Теплопередача. М.: Изд-во АН СССР, 1962. С. 116—123.



## ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕНА И СТАБИЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА КИПЕНИЯ В ОБЛАСТИ ВЕСЬМА НИЗКИХ ДАВЛЕНИЙ

В последние годы заметно возрос интерес к проблеме кипения при весьма низких давлениях. Экспериментальные наблюдения позволяют говорить о значительном своеобразии процесса кипения в таких условиях. Так, в [1—6] отмечалось, что при давлениях ниже 0,2—0,3 бар по мере уменьшения давления кипение приобретает все более нестабильный характер. Для условий, использованных в [6] (значительный объем кипящего сосуда, плоская горизонтальная поверхность нагрева), паузы в процессе генерации паровых пузырей достигали десятков секунд. Паузы прерывались кратковременными импульсами вскипания с взрывообразным ростом паровых объемов, вызывавшими интенсивные пульсации в жидкости, гидравлические удары, расплескивание. При этом наблюдались значительные по амплитуде флуктуации температуры поверхности нагрева. Снижение давления сопровождалось заметным увеличением перегрева поверхности, необходимого для возникновения такого нестабильного кипения. Так, при  $p_s = 0,036$  бар этот перегрев достигал 25—28 °С для воды и 38—40 °С для этанола.

Для практики отмеченные черты нестабильного кипения крайне нежелательны. В этой связи актуальны поиски путей стабилизации процесса кипения в вакууме и одновременной интенсификации теплообмена. Рассмотрим возможные пути решения этой проблемы исходя из анализа условий зарождения паровой фазы в жидкости на твердой поверхности нагрева.

### Методы стабилизации кипения и интенсификации теплообмена

Изменение термодинамического потенциала системы при зарождении парового зародыша представляется в следующем виде [7]:

$$\Delta\Phi = (f_V - f_L)V\rho_V + \sigma S \left[ 1 - \frac{S_W}{S}(1 - \cos\theta) \right]. \quad (1)$$

Здесь  $f_V$  и  $f_L$  — удельные (на единицу массы) термодинамические потенциалы паровой и жидкой фазы соответственно;  $V$  — объем образовавшейся паровой фазы;  $\rho_V$  — плотность пара;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения на границе жидкость—пар;  $S$  — полная поверхность возникшей паровой фазы;  $S_W$  — часть этой поверхности, на которой пар контактирует с твердой стенкой;  $\theta$  — краевой угол смачивания.

Величина  $\Delta\Phi$  является по существу энергетическим барьером для возникновения жизнеспособного парового зародыша. Инженерная задача стабилизации про-

---

Работа написана в 1970 г. совместно с В.В. Ягвым. Опубликовано в «Инженерно-физическом журнале». 1971. Т. 20. № 6. С. 973—981. (Прим. ред.)

цесса и интенсификации теплообмена при кипении жидкости в вакууме физически означает поиск методов снижения этого барьера, т.е. методов, позволяющих уменьшить величину второго слагаемого уравнения (1).

Практически этого можно достигнуть, воздействуя на величину поверхностного натяжения жидкости  $\sigma$ , на микрошероховатость поверхности нагрева (от нее зависит величина отношения  $S_w/S$ ) и на смачиваемость поверхности (на величину краевого угла смачивания  $\theta$ ). Рассмотрим последовательно эти три возможности.

1. В [8] установлено, что добавка в кипящую воду поверхностно-активных веществ, снижающих поверхностное натяжение жидкости в 2—3 раза, приводит к созданию на поверхности нагрева слоя мелких паровых пузырьков и увеличивает коэффициенты теплоотдачи. Вместе с тем, как показано в [9], влияние поверхностного натяжения на интенсивность теплообмена не очень значительно и выражается эмпирическим соотношением  $\alpha \sim \sigma^{-1/3}$ .

2. В [7] показано, что отношение  $S_w/S$  увеличивается при переходе от выступов к плоской границе и далее к различным углублениям, впадинам, царапинам. Последние и служат обычно центрами парообразования при кипении. Можно утверждать, что интенсивность теплообмена возрастает при переходе от полированных к грубо обработанным поверхностям. Однако данные различных авторов о количественном влиянии шероховатости поверхности на теплообмен весьма противоречивы. В [10] показано, что влияние обработки поверхности нагрева на интенсивность теплообмена с кипящей водой невелико и проявляется лишь при небольших тепловых потоках (до 120 кВт/м<sup>2</sup>). В [11] обнаружено большое различие в (3—4 раза) в коэффициентах теплоотдачи при кипении *n*-пентана на поверхностях с разной обработкой. Сходные результаты по влиянию шероховатости поверхности на теплообмен с кипящим *n*-пентаном представлены в [12].

3. Из уравнения (1) видно, что изменение краевого угла смачивания  $\theta$  заметно влияет на величину энергетического барьера при образовании паровой фазы.

В [13] обнаружено заметное увеличение коэффициентов теплоотдачи при кипении воды при возрастании краевого угла от 45 до 90°; при увеличении  $\theta$  от 90 до 135° уровень теплообмена оставался примерно постоянным.

В [7] показано принципиальное различие парообразования на смачиваемых ( $\theta < \pi/2$ ) и несмачиваемых ( $\theta > \pi/2$ ) поверхностях нагрева. В случае  $\theta > \pi/2$  при определенной микрогеометрии поверхности нагрева энергетический барьер образования паровой фазы может обращаться в нуль, и кипение в таком случае принципиально возможно сразу по достижении жидкостью температуры насыщения  $T_s$ . В [10] установлено, что на поверхности стальной трубки, покрытой тонким слоем турбинного масла, парообразование начиналось при  $\Delta T = 1—2$  °С. Однако уже при  $q = 112$  кВт/м<sup>2</sup> наступил кризис теплообмена, что говорит о практической бесперспективности использования сплошных гидрофобных поверхностей нагрева в качестве парогенерирующих.

В [14] на поверхность стальной ленты наносились по специальной методике пятна из тефлона так, что на поверхности чередовались смачиваемые и несмачиваемые участки. Это, с одной стороны, обеспечивало снижение энергии активации паровых зародышей, а с другой — исключало раннее наступление кри-

зиса кипения. Такая методика позволила существенно снизить температурный напор начала кипения и обеспечила увеличение коэффициентов теплоотдачи при кипении воды в атмосферных условиях в диапазоне малых и умеренных тепловых нагрузок ( $10 — 150 \text{ кВт/м}^2$ ) примерно в 5 раз.

### Экспериментальные результаты и их обсуждение

Все упомянутые выше работы [8 — 14], в которых изучалось влияние  $\sigma$ ,  $\theta$  и шероховатости поверхности нагрева на теплообмен при кипении, выполнялись при атмосферном или более высоких давлениях. В настоящей работе на экспериментальной установке, описанной в [6], опыты проводились в условиях пониженных давлений. При этом важно отметить, что размер теплообменной поверхности был достаточно велик (горизонтальный никелевый круг диаметром 56 мм) и, по меньшей мере, имел тот же порядок величины, что и отрывные диаметры паровых пузырей, в то время как в большинстве других работ по кипению в вакууме размер поверхности нагрева был заметно меньше отрывных размеров паровых пузырей.

Исследование проводилось с учетом рассмотренных выше трех возможностей воздействия на стабилизацию и интенсификацию процесса: путем снижения поверхностного натяжения, изменения микрогеометрии и смачиваемости поверхности.

1. В соответствии с приведенным выше анализом, влияние поверхностного натяжения на интенсивность теплообмена незначительно и связано с внесением в жидкость различных добавок, что не всегда может допускаться технологическим процессом. В настоящей работе влияние  $\sigma$  на интенсивность кипения в вакууме не изучалось.

2. Экспериментальные данные работы [6] получены при кипении на полированной поверхности (9 — 10 класс чистоты по ГОСТ 2789-59). В настоящей работе эксперименты по кипению воды проводились на поверхности с чистотой обработки, соответствующей 4 классу (поверхность обрабатывалась крупнозернистой наждачной бумагой и грубым напильником). Каких-либо качественных изменений в характере кипения воды при давлениях 0,036 и 0,100 бар на такой поверхности по сравнению с кипением на «чистой» поверхности обнаружено не было: наблюдались длительные паузы в процессе генерации паровых пузырей, значительные колебания температуры поверхности нагрева; парообразование носило взрывообразный характер и сопровождалось выбросом части жидкости из экспериментального сосуда в конденсатор.

Что касается количественных характеристик процесса, то влияние обработки поверхности обнаружено лишь при давлении 100 мбар. Как видно из рис. 1, *а*, на грубообработанной поверхности переходному режиму теплообмена соответствует меньший температурный напор, чем при кипении на полированной поверхности (14 и 21 °С соответственно). Характер зависимости  $q = f(\Delta T)$  для обеих поверхностей одинаков. При давлении 36 мбар обработка поверхности никак не сказалась на интенсивности теплообмена. На рис. 1, *б* показано, что экспериментальные точки для обеих поверхностей аппроксимируются одной зависимостью в координатах  $(q, \Delta T)$ .

Как следует из рис. 1, к появлению устойчивых центров парообразования не привело и создание на поверхности нагрева конических впадин с диаметром устья 0,2—0,4 мм и такой же глубиной. На круглой поверхности диаметром 56 мм было образовано 11 впадин с помощью зерна с углом заточки 60°. В соответствии с [7], при таком угле раствора конической впадины и значениях  $\theta = 40—50^\circ$ , наиболее вероятных для сочетания вода—никель, энергетический барьер образования паровой фазы близок к минимальному.

В целом можно констатировать довольно слабое влияние чистоты обработки поверхности нагрева на теплообмен и характер кипения в условиях пониженных давлений, причем есть основания считать это влияние ослабевающим при дальнейшем снижении давления. Во всяком случае, едва ли целесообразно рекомендовать создание искусственной шероховатости поверхности в качестве метода стабилизации и интенсификации кипения в условиях низких давлений<sup>1)</sup>.

3. Исходя из предшествующего анализа, можно полагать, что таким методом является создание на поверхности нагрева участков с пониженной локальной смачиваемостью. В настоящей работе специальная поверхность создавалась по методике, предложенной в [14]. На поверхность площадью 25 см<sup>2</sup> наносилось около 100 пятен из гидрофобных веществ. В различных сериях опытов использовались кремнийорганические смолы (лаки), промышленные гидрофобизаторы, парафин, эмульсия фторопласта.

Эффект от создаваемых таким образом искусственных центров парообразования оказался различным при различных давлениях. Так, пятна полимеризованной полиметилфенилсилоксановой смолы, нанесенные на поверхность нагрева, весьма заметно изменяли характер кипения при давлении 0,2 бар: центры парообразования были фиксированные, в их работе не наблюдалось пауз, исчезли сколько-нибудь значительные колебания температуры поверхности нагрева. Заметно выросли коэффициенты теплоотдачи по сравнению с кипением на гладкой поверхности нагрева, что хорошо видно из рис. 2, а. Температурный напор начала кипения умень-

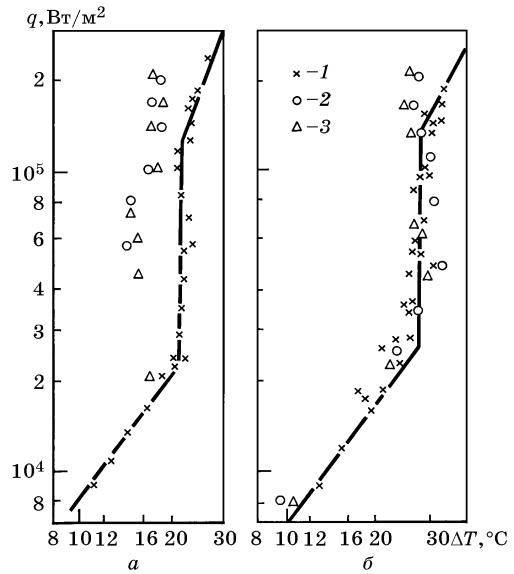


Рис. 1. Влияние чистоты обработки поверхности нагрева на теплообмен при кипении воды

а —  $p_g = 100$  мбар, б —  $p_g = 36$  мбар; 1 — полированная поверхность; 2 — заглабленная (до 4-го класса чистоты) поверхность; 3 — поверхность с коническими впадинами

<sup>1)</sup> В [15] стабилизации кипения щелочных металлов добивались созданием на поверхности нагрева искусственных впадин специальной конфигурации, так называемых «грибовидных» впадин. Однако такой метод вряд ли применим в инженерной практике.

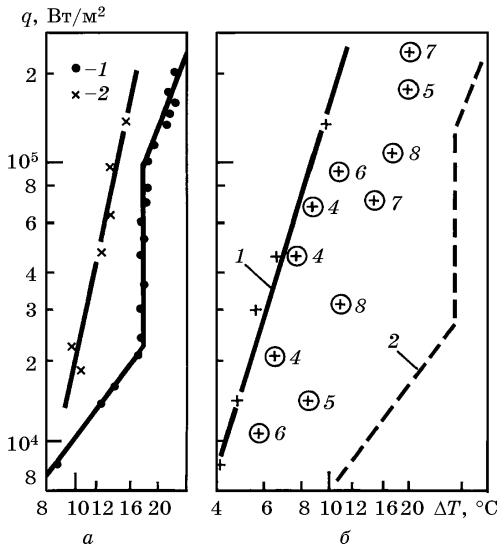


Рис. 2. Кипение воды на поверхности с пятнами гидрофобных веществ

*a* — пятна полидиметилсилоксановой смолы,  $p_s = 200$  мбар, 1 — чистая поверхность; 2 — поверхность с пятнами; *b* — пятна фторопластовой эмульсии,  $p_s = 36$  мбар; 1 — результаты опытов первых 3-х суток; кружки — точки 4—8-го дней работы, помеченные порядковым номером рабочего дня; 2 — чистая поверхность

поверхности, сравниваются с результатами кипения на чистой поверхности, иллюстрирует положительный эффект применения гидрофобных пятен из фторопласта. Аппроксимирующая кривая (1) проведена через точки, полученные в течение первых 3-х суток эксперимента. Соответствующие коэффициенты теплоотдачи в 3—4 раза больше, чем на чистой поверхности. Процесс кипения был стабилизированным, никаких пауз в процессе генерации пузырей не отмечалось.

Для инженерной практики весьма важен вопрос о длительности эффективной работы парогенерирующей поверхности с гидрофобным покрытием. В [14], где рассматривалось кипение в атмосферных условиях и эта проблема не ставилась, длительность экспериментов не превышала 4 ч. В настоящей работе этот вопрос изучался специально. Методика экспериментов была такова, что в течение 10—12 ч процесс кипения поддерживался и исследовался, а в остальное время суток поверхность оставалась под уровнем жидкости. В различных сериях экспериментов общая длительность использования теплообменной поверхности составляла от 120 до 330 ч. Кривая рис. 2, *a* получена в опытах продолжительностью 5 суток, причем ухудшения процесса во времени не наблюдалось. В случае кипения воды при давлении 36 мбар на поверхности с пятнами эмульсии фторопласта, начиная с 4-го дня экспериментов, отмечалось некоторое уменьшение коэффициентов теплоотдачи (рис. 2, *b*). Однако в течение всего времени опытов (8 суток) коэффициенты теплообмена оставались заметно выше, чем при кипении на чистой поверхности.

шился до 10 °С (17 °С на чистой поверхности). Отрывные диаметры пузырей составляли 5—8 мм (против 40—50 мм при кипении на чистой поверхности). Однако по мере снижения давления ниже 0,1—0,2 бар кипение на поверхности с гидрофобными пятнами постепенно приобретало все черты нестабильного, взрывообразного процесса и уже при давлениях порядка 0,05—0,06 бар ни качественно, ни по количественным характеристикам не отличалось от кипения на чистой поверхности.

При достаточно низких давлениях только на поверхности с пятнами эмульсии фторопласта удавалось обеспечить стабильное кипение. Поскольку фторопласт обладает наиболее ярко выраженными гидрофобными свойствами, это обуславливает должное снижение энергетического барьера образования паровой фазы. Рис. 2, *b*, где опытные данные, полученные при кипении воды на такой

Тем не менее плохие адгезионные свойства фторопласта по отношению к металлическим поверхностям являются недостатком рассматриваемого способа. В связи с этим нами был предложен и исследован новый метод стабилизации и интенсификации кипения в вакууме — использование перфорированных гидрофобных пленок (сеток), накладываемых на поверхность нагрева. Применялись фторопластовые сетки толщиной 0,1—0,3 мм с квадратными и круглыми отверстиями условным диаметром от 0,6 до 2,5 мм. Площадь отверстий составляла 25—35 % от общей площади поверхности нагрева (например, на 1 см<sup>2</sup> площади сетки приходилось 18 отверстий диаметром 1,5 мм). Сетка плотно прижималась к поверхности нагрева и закреплялась по периметру кольцом из нержавеющей стали.

Применение фторопластовых сеток коренным образом меняло характер кипения в вакууме во всем диапазоне исследованных давлений (до 0,016 бар) и тепловых нагрузок. Процесс кипения на поверхности, покрытой фторопластовой сеткой, своей внешней картиной практически не отличался от кипения в атмосферных условиях. При малых тепловых нагрузках ( $q \leq 20$  кВт/м<sup>2</sup>) на поверхности действовало небольшое число фиксированных центров парообразования, которое быстро возрастало с ростом теплового потока, и уже при  $q = 40$  кВт/м<sup>2</sup> «колонны» паровых пузырей образовывали над поверхностью сплошной восходящий пароводяной столб.

Такое влияние гидрофобной сетки обусловлено двумя обстоятельствами. Во-первых, внесение в перегретый пограничный слой жидкости гидрофобного материала снижает работу образования поверхностей раздела фаз. В этом отношении наложенная на поверхность нагрева сетка действует так же, как пятна фторопластовой эмульсии на поверхности. Во-вторых, между фторопластовой сеткой и металлической поверхностью возможно образование устойчивых паровых полостей, то есть здесь может иметь место некоторая аналогия с «грибовидными» впадинами [15]. Гидрофобность должна способствовать устойчивости паровых образований между «скелетом» сетки и поверхностью нагрева, а сквозь отверстия жидкость свободно проходит к поверхности<sup>1)</sup>.

На рис. 3, а представлены экспериментальные данные, полученные при кипении воды на поверхности, покрытой фторопластовой сеткой со сверлениями диаметром 1,5 мм при давлении 36 мбар. В этих условиях начало кипения имело место уже при  $\Delta T = 3,5$  °С, то есть температурный напор начала кипения снижался в 8 раз по сравнению с чистой поверхностью, а коэффициенты теплоотдачи при тепловых потоках до 100 кВт/м<sup>2</sup> увеличились в 4—6 раз и даже превышали значения коэффициентов теплоотдачи при кипении в условиях атмосферного давления на чистой поверхности. Экспериментальные данные, полученные в течение 10 суток, аппроксимируются зависимостью  $q \sim \Delta T^{3,33}$ . Лишь в последние 4 дня двухнедельного эксперимента наблюдалось некоторое снижение коэффициентов теплоотдачи, хотя они по-прежнему в 2—3 раза превосходили значения, характерные для чистой по-

<sup>1)</sup> Металлическая сетка, геометрически идентичная фторопластовой, на характер кипения воды при низких давлениях практически не влияла (эффект ее аналогичен увеличению шероховатости поверхности нагрева).

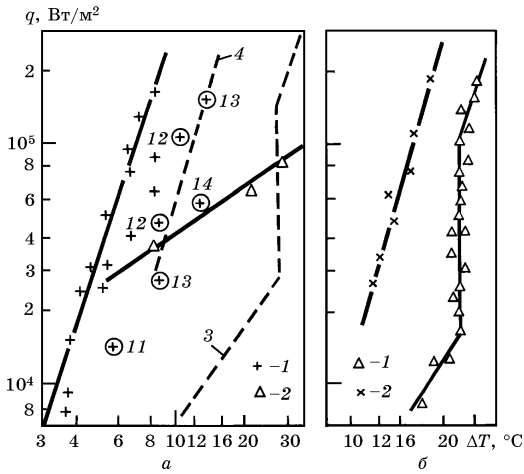


Рис. 3. Кипение на поверхности, покрытой фторопластовой сеткой

*a* — вода,  $p_s = 36$  мбар; 1 — сверления 1,5 мм, цифры рядом с точкой — порядковый номер рабочего дня; 2 — сверления 0,6 мм; 3 и 4 — чистая поверхность,  $p_s = 0,036$  и 1,0 бар; *b* — этанол,  $p_s = 60$  мбар; 1 — чистая поверхность; 2 — поверхность, покрытая фторопластовой сеткой с ячейками  $2,5 \times 2,5$  мм<sup>2</sup>

В том, что такое ограничение существует, убеждает представленная на рис. 3, *a* кривая кипения, полученная с применением фторопластовой сетки с отверстиями диаметром 0,6 мм. Хотя внешне кипение на такой сетке представлялось стабильным и интенсивным, коэффициенты теплоотдачи снижались с увеличением температурного напора из-за ухудшения условий подвода жидкости к поверхности нагрева. При  $q \approx 105$  кВт/м<sup>2</sup> произошло «запаривание» поверхности — возник нестационарный тепловой режим, характеризующийся неуклонным ростом температуры поверхности нагрева.

Результаты настоящей работы показали, что в диапазоне тепловых нагрузок до 250 кВт/м<sup>2</sup> для случая кипения воды при давлениях вплоть до 0,016 бар хорошо себя зарекомендовали сетки с отверстиями условным диаметром 1,5—2,5 мм.

Опыты показали эффективность фторопластовой сетки также при кипении этанола в условиях вакуума. На рис. 3, *b* приведены кривые кипения (96 %-го) этанола при давлении 0,06 бар на чистой поверхности нагрева и с применением сетки. Ясно видно существенное увеличение интенсивности теплообмена при использовании сетки, причем наблюдалась полная стабилизация процесса кипения.

верхности. При этом в течение всего времени эксперимента не было никаких признаков неустойчивости кипения.

Большой практический интерес представляет выбор оптимальных размеров отверстий фторопластовой сетки. При уменьшении диаметра отверстий растет «степень дискретности» покрытия, которая должна оказывать положительный эффект. Однако при этом возрастает роль капиллярных эффектов, препятствующих проникновению жидкости к самой поверхности нагрева и создающих опасность преждевременного «запаривания», или кризиса. Это накладывает ограничения на возможный диапазон диаметров отверстий.

В том, что такое ограничение су-

#### Литература

1. Rallis C.J., Jawurek H.H. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1964. Vol. 7. N 10. P. 1051—1068.
2. Деев В.И., Гусев В.В., Дубровский Г.П. // Теплоэнергетика. 1965. № 8. С. 73—75.
3. Мамонтова Н.Н. // ЖПМТФ. 1966. № 3. С. 140—144.
4. Raben I.A., Beaubouef R.T., Commerford G.E. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1965. Vol. 61. N 57. P. 249—257.
5. Стюшин Н.Г., Элинзон Л.М. // ИФЖ. 1969. Т. 16. № 1. С. 54—58.
6. Ягов В.В., Городов А.К., Лабунцов Д.А. // ИФЖ. 1970. Т. 18. № 4. С. 624—630.

7. Лабунцов Д.А. // Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и транспорт. 1963. № 1. С. 58—71.
8. Morgan A.I., Bromley L.A., Wilke C.R. // Ind. Eng. Chem. 1949. Vol. 41. N 12. P. 2767—2769.
9. Аверин Е.К., Кружилин Г.Н. // Изв. АН СССР, ОТН. 1955. № 10. С. 131—137.
10. Аверин Е.К. // Изв. АН СССР, ОТН. 1954. № 3. С. 116—122.
11. Berenson B.J. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1962. Vol. 5. N 10. P. 985—999.
12. Corty C., Foust A.S. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1955. Vol. 51. N 17. P. 1—12.
13. Арефьева Е.И., Аладьев И.Т. // ИФЖ. 1958. № 7. С. 11—17.
14. Young R.K., Hummel R.L. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1965. Vol. 61. N 59. P. 264—270.
15. Marto P.J., Rosenow W.M. // Теплопередача. — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1966. T. 88. № 2. P. 38—50.



## ВОПРОСЫ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ПУЗЫРЬКОВОМ КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ

За последнее десятилетие было проведено большое число работ, связанных с изучением теплообмена при кипении, в том числе — при пузырьковом режиме кипения. Были проведены подробные систематические измерения теплоотдачи при кипении разных жидкостей в широком диапазоне давлений [1—7], выполнены эксперименты по изучению механизма процесса с применением техники скоростной киносъемки в зоне умеренных нагрузок [8—10] и с использованием ряда других оригинальных косвенных методов при достаточно высоких тепловых потоках [11—14]; проведены расчетно-аналитические исследования и специальные измерения, связанные с динамикой паровых пузырьков [15—21, 8—10]; обнаружены и исследованы специфические особенности процесса кипения жидкостей при очень низких давлениях [22—25], предложен метод существенной интенсификации теплообмена и упорядочения процесса парообразования в этих условиях [26]; проведены измерения теплоотдачи в широком диапазоне изменения напряженности гравитационного поля [27—29], а также исследованы некоторые внутренние характеристики процесса кипения в этих условиях [30—32]; измерены коэффициенты теплоотдачи при наложении электрических полей [33—36], при кипении жидкостей в тонких пленках [37, 38] и при иных специальных условиях; рассмотрены различные гипотезы и модели для объяснения и приближенного описания теплообмена при пузырьковом кипении [16, 39—43]. (В связи с весьма обширной библиографией в области кипения, приводимый перечень работ охватывает лишь основные исследования.)

В итоге исследований была установлена важная для практических приложений закономерность. А именно, весь накопленный объем сведений позволяет прийти к заключению, что коэффициент теплоотдачи при развитом режиме кипения жидкости мало чувствителен к целому ряду таких значительных внешних воздействий, как изменение уровня гравитационного поля, вибрации, организация циркуляции кипящей жидкости, наложение электрических полей. Общая тенденция здесь такова, что эти внешние факторы оказывают влияние на теплоотдачу в начальной области, при возникновении пузырькового кипения, но затем, по мере увеличения тепловых потоков, их влияние быстро ослабевает или совсем вырождается.

Вместе с этой особенностью процесса существует и другая — довольно значительное влияние на интенсивность теплообмена ряда внутренних эффектов, обычно объединяемых термином «поверхностные условия». К их числу относятся состояние, условия смачиваемости, материал и чистота поверхности нагрева.

---

Статья написана в 1972 г. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1972. № 9. С. 14—19. (Прим. ред.)

Так, в ряде опытов усиление теплоотдачи наблюдалось при большей микрошероховатости металлической поверхности, при увеличении теплопроводности материала стенки. Имеются данные, показывающие, что усилению теплоотдачи могут способствовать незначительные налеты накипи или окислов на поверхности нагрева. Экспериментально показано [44], что то же происходит при увеличении краевого угла смачивания (в области значений углов до 90°). При очень чистых поверхностях и чистой жидкости, напротив, отмечается снижение теплоотдачи [3].

На практике обычно поверхностные эффекты проявляются одновременно, что затрудняет точное предсказание возможных коэффициентов теплоотдачи. Анализ всех накопленных к настоящему времени экспериментальных данных (для области не очень низких давлений) показывает, что при развитом кипении воды и других жидкостей на поверхностях нагрева, из-за различия в поверхностных условиях, величины коэффициентов теплоотдачи при одинаковых тепловых нагрузках и давлениях могут отклоняться от некоторого статистически среднего для данной жидкости уровня до ±35 % (см. ниже уравнение (7)).

Рис. 1 иллюстрирует, в порядке примера, основные экспериментальные данные разных исследователей по кипению воды при атмосферном давлении.

Как известно, связь между коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$  и тепловой нагрузкой  $q$  при развитом кипении имеет вид степенной зависимости с показателем степени, равным примерно 2/3:

$$\alpha = cq^{2/3}. \tag{1}$$

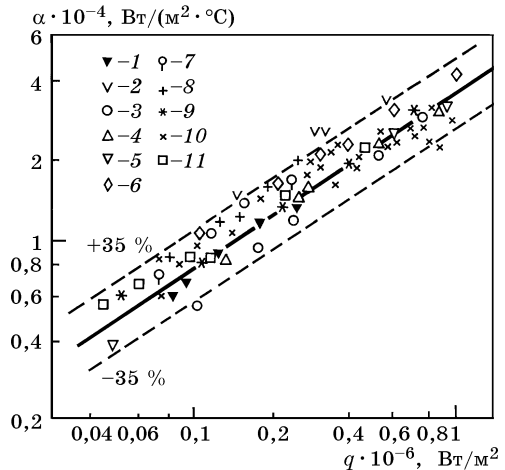
Соответственно, зависимость температурного напора  $\Delta T = T_w - T_s$  от  $q$  имеет вид:

$$\Delta T = (1/c) q^{1/3}. \tag{2}$$

Задача теоретического описания или обобщенной корреляции опытных данных состоит фактически в определении в этих зависимостях коэффициента пропорциональности  $c$ , который является функцией физических свойств кипящей среды и должен зависеть также от поверхностных условий. Однако количественный учет последних представляется весьма трудным даже в принципиальном от-

Рис. 1. Теплоотдача при кипении воды в большом объеме при атмосферном давлении на различных поверхностях

1 — хромированная плита, чистая; длительное кипение; 2 — хромированная плита, незначительный налет; 3—6 — нержавеющая сталь, никель, хром и серебро соответственно, трубы горизонтальные,  $D = 5$  мм, чистые; 7—8 — нержавеющая сталь, латунь; трубы горизонтальные,  $D = 4—5$  мм; 9 — латунная горизонтальная труба,  $D = 9$  мм; 10 — графитовый горизонтальный стержень,  $D = 2$  мм; 11 — медная тру-



ношении: как уже отмечено, незначительные расхождения в поверхностных условиях могут приводить к заметным различиям в интенсивности теплоотдачи<sup>1)</sup>. Вследствие этого до настоящего времени задача такого описания сводится обычно к установлению влияния на интенсивность теплоотдачи лишь физических свойств жидкости. В нескольких работах [45—47] была поставлена цель прямого экспериментального определения влияния на теплообмен вязкости жидкости и поверхностного натяжения. Было показано, что при фиксированной тепловой нагрузке коэффициент теплоотдачи при кипении обратно пропорционален вязкости в степени 0,3—0,45 и поверхностному натяжению в степени примерно 0,3. Возможно, эти величины в некоторой мере ориентировочные, так как в экспериментах не было гарантии неизменных условий смачиваемости [48]. Вместе с тем, установленная в опытах степень влияния вязкости согласуется с современными представлениями о механизмах конвективного теплообмена.

Обзоры и анализ основных обобщенных корреляций, предлагавшихся для описания теплоотдачи при кипении, приведены в работах [49—51].

Остановимся здесь на нескольких положениях. На первый взгляд представляется необъяснимым и парадоксальным то обстоятельство, что примерно один и тот же довольно значительный объем опытных данных оказывается возможным обобщить разными эмпирическими размерно-инвариантными формулами, совершенно различной структуры в отношении влияния на теплоотдачу отдельных физических свойств (вязкости жидкости, теплоты парообразования, поверхностного натяжения и т.д.) [1, 49 и др.]. Объяснение этого положения заключается в том, что, как известно из термодинамики и физической химии (см., например, [52]), целый ряд свойств веществ взаимосвязан установленными на опыте соотношениями типа уравнения Стефана, правила Трутона и др. Последние, очевидно, и дают возможность заменить (замаскировать) воздействие на теплообмен одних физических свойств другими при таких обобщениях опытных данных.

Отсюда естественно следует, что один лишь факт удачной аппроксимации определенной группы опытных данных какой-то эмпирической зависимостью еще не дает оснований полагать, что ею установлена истинная степень влияния тех или иных физических свойств на теплоотдачу при кипении.

В настоящее время объяснение причин слабой зависимости теплоотдачи от ряда внешних воздействий (в том числе от уровня гравитации) принято связывать с эффективной турбулизацией растущими паровыми пузырьками пристенного слоя жидкости (например, [16, 43]). Такое представление для области не очень высоких тепловых нагрузок можно считать вполне естественным, и основанные на нем приближенные методы описания теплоотдачи при кипении приемлемы.

Однако в области достаточно высоких тепловых нагрузок эта концепция одиночных пузырьков становится спорной, тем более, что недавними исследованиями (например, [11, 13, 14]) установлено, что при интенсивном кипении, из-за слияния и объединения пузырьков вблизи поверхности кипения возникает зона

<sup>1)</sup> Иногда отмечалось, что различие в поверхностных условиях влияет также на показатель степени в соотношении (1). Приведенное значение  $2/3$  является наиболее вероятным.

со значительной объемной концентрацией пара. В связи с этим для объяснения высокой интенсивности теплоотдачи при развитом кипении целесообразно обратиться к рассмотрению особенностей переноса тепла через весьма тонкую жидкостную прослойку, остающуюся вследствие смачивания непосредственно на самой поверхности нагрева под областью объединенных, слившихся, пузырьков.

Существование такой прослойки было подтверждено для всей области пузырькового кипения вплоть до критической нагрузки в ряде специальных исследований [12—14]. Ниже рассмотрен один из путей приближенного анализа теплообмена, связанный с этими представлениями.

Вследствие малой эффективной толщины поверхностной жидкой пленки  $\delta_{ef}$  и тормозящего влияния вязкости, перенос тепла через этот слой осуществляется в основном теплопроводностью, то есть можно записать:

$$\alpha \approx \lambda / \delta_{ef}. \quad (3)$$

Строгий расчет величины  $\delta_{ef}$  затруднен из-за сложной хаотической природы процесса кипения. Естественно полагать однако, что величина  $\delta_{ef}$  должна уменьшаться при уменьшении вязкости жидкости  $\nu$ , при увеличении интенсивности генерации пара и при увеличении плотности центров парообразования (точек разрыва пленки) на поверхности.

Мерой двух последних эффектов могут служить средняя скорость парообразования  $w_V = q / r\rho_V$  и величина, обратная критическому радиусу зародыша,  $1/l_{cr} = r\rho_V\Delta T / (\sigma T)$  ( $r$  — теплота парообразования,  $\sigma$  — поверхностное натяжение на границе пар — жидкость) [53—55].

Если рассматривать сложное беспорядочное перемешивание парожидкостной смеси вблизи поверхности нагрева как некоторое квазипериодическое движение, то для периода такого движения  $\tau$  на основе анализа размерностей можно принять, что  $\tau \sim l_{cr} / w_V$  и  $\delta_{ef} \sim \sqrt{\nu\tau}$ .

Тогда

$$\delta_{ef} = \text{const} \sqrt{\nu l_{cr} / w_V}. \quad (4)$$

Подставляя это соотношение в (3), находим после простых преобразований, что

$$\alpha = b(\lambda^2 / \nu\sigma T)^{1/3} q^{2/3}. \quad (5)$$

Уравнение (5), в отличие от аналогичного соотношения (1), связывает коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  не только с тепловой нагрузкой  $q$ , но и с физическими свойствами кипящей среды. Коэффициент пропорциональности  $b$  в уравнении (5) может быть найден из сравнения этой зависимости с опытными данными.

В связи с приближенным характером модели ею не учитывается возможное влияние плотности пара  $\rho_V$  на величину  $b$ . Поэтому можно ожидать, что коэффициент  $b$  будет зависеть от отношения  $\rho_V / \rho_L$ , причем влияние этого параметра должно возрастать при высоких давлениях, когда плотность пара становится значительной.

Рассмотрение экспериментальных данных для разных жидкостей показывает, что если принять

$$b = 0,075 \left[ 1 + 10 \left( \frac{\rho_V}{\rho_L - \rho_V} \right)^{2/3} \right], \quad (6)$$

то уравнение (5) может служить основой для определения интенсивности теплоотдачи при развитом кипении обычных (неметаллических) жидкостей.

На рис. 2 приведены все основные экспериментальные данные по теплоотдаче при развитом кипении воды как в условиях большого объема, так и при вынужденном движении внутри каналов. Данные представлены в виде зависимости средней при данном давлении величины  $\alpha(\lambda^2/\nu\sigma T)^{-1/3} q^{-2/3}$  от отношения плотностей пара и жидкости  $\rho_V/\rho_L$ . Сплошная линия на графике соответствует среднему уровню теплоотдачи (расчет по формуле (5)). Отклонения от этой зависимости объясняются влиянием поверхностных условий и лежат в основном в пределах  $\pm 35\%$ . На рис. 3 в такой же обработке приведены опытные данные по теплоотдаче при кипении других жидкостей в условиях большого объема.

На основе уравнения (5) для каждой жидкости можно получить также более простые соотношения, для чего нужно рассчитать значение коэффициента при  $q$  при разных давлениях насыщения. В результате для воды, например, интерполяционная формула может быть представлена в виде

$$\alpha = \frac{3,4 p_s^{0,18}}{1 - 0,0045 p_s} q^{2/3}, \quad (7)$$

где давление насыщения  $p_s$  измеряется в барах,  $q$  — в единицах системы СИ.

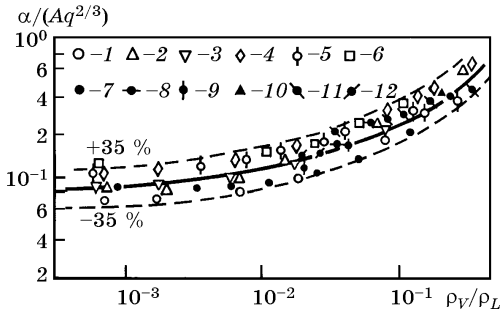


Рис. 2. Теплоотдача при кипении воды в большом объеме (1—6) и при вынужденном движении насыщенной и недогретой воды в трубах и кольцевых каналах (7—12) на поверхностях из различных материалов

1—4 — нержавеющая сталь, никель, хром, серебро [2, 3]; 5 — нержавеющая сталь, бронза [1]; 7 — нержавеющая сталь [56]; 8 — нержавеющая сталь [57]; 9 — нержавеющая сталь [4]; 10, 11 — медь, нержавеющая сталь [5]; 12 — нержавеющая сталь [6];  $A = (\lambda^2/\nu\sigma T)^{1/3}$ ; сплошная линия — расчет по уравнению (5)

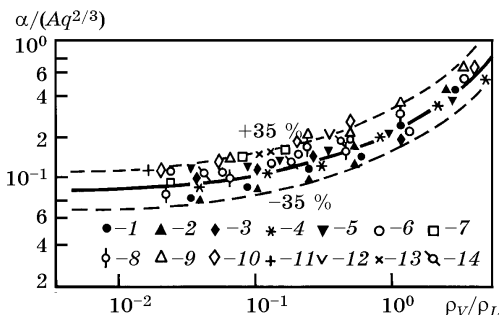


Рис. 3. Теплоотдача при кипении различных жидкостей в большом объеме на поверхностях из различных материалов

Бензол: 1—3 — нержавеющая сталь, никель, серебро [3]; 4 — хромированная поверхность [58]; 5 — нержавеющая сталь [7]; гептан: 6 — разные материалы [58]; этиловый спирт: 7 [58]; 8—10 [3] — разные материалы; фреон-12: 11 — нержавеющая сталь [59]; фреон-22: 12 — нержавеющая сталь [59]; аммиак: 13 — нержавеющая сталь [60]; дифенил: 14 — нержавеющая сталь [7];  $A = (\lambda^2/\nu\sigma T)^{1/3}$ ; сплошная линия — расчет по уравнению (5)

Формула (7) применима в диапазоне давлений от 1 до 200 бар. Степень ее соответствия опытным данным при разных давлениях показана на рис. 4, а при атмосферном давлении — сплошной линией на рис. 1. Эта зависимость аналогична предлагавшимся ранее эмпирическим соотношениям для воды [1, 53, 56], однако здесь она получена как частное следствие общего соотношения (5).

Рассматривая методы описания теплоотдачи в условиях кипения, целесообразно остановиться на использовании правила соответственных состояний при корреляции опытных данных [1, 61—63] и его взаимосвязи с обычными методами прямого описания процесса и с традиционными способами обобщения данных.

В молекулярной теории строения вещества (см., например, [64]) на основе представлений о соответственных состояниях разработано несколько приближенно-универсальных методов определения и описания различных физических характеристик веществ в зависимости от приведенных параметров состояния: давления  $\tilde{p} = p/p_{cr}$  и температуры  $\tilde{T} = T/T_{cr}$ . Эти методы различаются степенью детализации при учете индивидуальных внутренних особенностей строения вещества и имеют соответственно разную точность и общность.

Здесь, применительно к процессу кипения, используется наиболее приближенный вариант такого описания. Он состоит в привлечении критических параметров вещества  $p_{cr}$ ,  $T_{cr}$ , массы молекулы  $m$  и индивидуальной газовой постоянной  $R$  для составления масштабов (единиц) измерения любых макроскопических свойств вещества. Названный перечень величин достаточен для этой цели, так как на его основе можно ввести масштабы измерения всех основных первичных величин: длины, массы, времени и температуры, как это показано в приведенной таблице. (Для масштаба длины в обсуждаемом методе можно также использовать величину  $(v_{cr} m)^{1/3}$ , где  $v_{cr}$  — критический удельный объем. Однако величина  $v_{cr}$  более трудна для определения и известна для меньшей группы веществ.)

Используя эти первичные единицы измерения, легко построить на основе анализа размерности соответствующие масштабы измерения для любых макроскопических теплофизических свойств вещества<sup>1)</sup>. Можно ожидать, что свойства, измеренные в таких масштабах, будут в известной мере приближенно-универсальными функциями приведенных параметров состояния  $\tilde{p}$  и  $\tilde{T}$ . Действительно, для

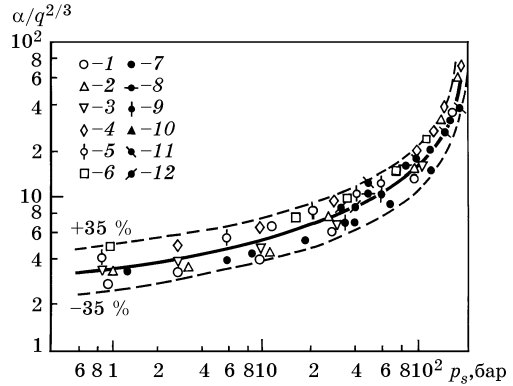


Рис. 4. Зависимость величины  $\alpha/q^{2/3}$  от давления  $p_s$  при кипении воды  
1—12 — то же, что на рис. 2; сплошная линия — расчет по уравнению (7)

<sup>1)</sup> Например, исходя из размерности поверхностного натяжения  $[\sigma] = \text{масса}/(\text{время})^2$ , находим с помощью таблицы соответствующий масштаб:  $(mRT_{cr})^{1/3} p_{cr}^{2/3}$ .

Наименование величины	Масштаб измерения	Размерность в системе СИ
Масса	$m$	кг
Длина	$(mRT_{cr}/p_{cr})^{1/3}$	м
Время	$(m/p_{cr})^{1/3}(RT_{cr})^{-1/6}$	с
Температура	$T_{cr}$	град

Масса молекулы  $m = m_0M$ , где  $m_0 = 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг — масса 1/16 атома кислорода (физическая единица массы),  $M$  — молекулярная масса (величина безразмерная). Индивидуальная газовая постоянная  $R = k/m = k/(m_0M) = \tilde{R}/M$ , где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/град — постоянная Больцмана;  $\tilde{R} = 8310 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град})$  — универсальная газовая постоянная.

ряда свойств обычных жидкостей и паров такое предположение (в пределах требований, предъявляемых к точности инженерных расчетов) оказывается оправданным. С другой стороны, для некоторых свойств или некоторых веществ (например, для жидких металлов) при таком подходе возникают весьма значительные несоответствия, это объясняется неполнотой и недостаточной корректностью учета особенностей внутреннего строения веществ при рассматриваемом упрощенном варианте описания.

Применительно к процессу кипения интерес представляют значения физических свойств жидкости и пара на линии насыщения, поэтому в качестве аргумента таких функций достаточно использовать лишь один из приведенных параметров состояния. Обычно выбирается давление  $\tilde{p}$ .

Поскольку коэффициент пропорциональности  $c$  в соотношении (1) зависит лишь от физических свойств жидкости и пара на линии насыщения (без учета поверхностных условий), то с учетом его размерности нетрудно найти, что масштаб для него должна быть величина

$$B = p_{cr}^{1/3} (RT_{cr})^{1/6} / T_{cr}. \quad (8)$$

Тогда соотношение для теплоотдачи принимает вид:

$$\frac{\alpha}{Bq^{2/3}} = f(\tilde{p}), \quad (9)$$

где  $f(\tilde{p})$  — приближенно-универсальная функция для различных веществ.

Ее можно найти либо на основе анализа экспериментальных данных для разных жидкостей, либо исходя из конкретного выражения для коэффициента  $c$ , например, из соотношений (5) и (6), с привлечением табличных данных для физических свойств — теплопроводности, вязкости, поверхностного натяжения и т.д.

В.М. Боришанский с сотрудниками [1, 62, 63], идя по первому пути, получили следующее выражение<sup>1)</sup>:

$$\frac{\alpha}{Bq^{2/3}} = 1,84\tilde{q}^{0,1} \left[ 1 + 4,64\tilde{p}^{1,16} \right]. \quad (10)$$

<sup>1)</sup> Соотношение (10), в отличие от формы его записи в оригинальных работах [1, 63], приведено здесь в размерно-инвариантном виде.

Интересно заметить, что приведенное в настоящей работе частное соотношение для воды (7) легко привести путем введения соответствующих масштабов к универсальному виду

$$\frac{\alpha}{Bq^{2/3}} = \frac{2,5\tilde{p}^{0,18}}{1-\tilde{p}}, \quad (11)$$

что представляет по существу другой путь определения этой же функции  $f(\tilde{p})$ .

На рис. 5 приведено графическое сопоставление соотношений (10) и (11), которое показывает, что они практически равноценны.

Таким образом, в настоящее время имеются достаточно надежные методы практического расчета средних уровней теплоотдачи при кипении обычных (неметаллических) жидкостей в области не очень низких давлений. Вместе с тем, проблема учета влияния поверхностных условий остается открытой, и поиски путей ее решения для повышения точности методов расчета — это одна из задач будущих исследований.

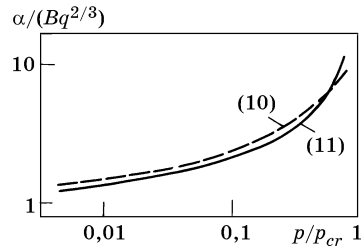


Рис. 5. Зависимость  $\alpha/(Bq^{2/3})$  от  $p/p_{cr}$

#### Литература

1. Боришанский В.М., Козырев А.П., Светлова Л.С. // Сб.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М.—Л., 1964. С. 71—104.
2. Головин В.С., Кольчугин Б.А., Лабунцов Д.А. // ИФЖ. 1963. Т. 6. № 2. С. 3—7.
3. Головин В.С., Кольчугин Б.А., Лабунцов Д.А. // ИФЖ. 1964. Т. 7. № 6. С. 35—39; Труды ЦКТИ, 1965. Вып. 58. С. 35—46.
4. Алексеев Г.В., Зенкевич Б.А., Субботин В.И. // Теплоэнергетика. 1962. № 4. С. 74—77.
5. Тарасова Н.В., Орлов В.М. // Теплоэнергетика. 1962. № 6. С. 48—52.
6. Морозов В.Г. // Сб.: Конвективная теплопередача в двухфазных и однофазных потоках. М.—Л., 1964. С. 130—139.
7. Hoehne J.C., Huber L.A. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1963. Vol. 85. N 3. P. 31—38.
8. Лабунцов Д.А., Кольчугин Б.А., Головин В.С., Захарова Э.А., Владимирова Л.Н. // ТВТ. 1964. Т. 2. № 3. С. 446—453; сб.: Теплообмен в элементах энергетических установок. М., 1966. С. 156—166.
9. Головин В.С., Кольчугин Б.А., Захарова Э.А. // ТВТ. 1966. Т. 4. № 1. С. 147—148.
10. Semeria R. // Houille Blanche. 1963. Vol. 18. N 6. P. 679—686.
11. Невструева Е.И., Петросян Р.А. // Сб.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М.—Л., 1964. С. 104—118.
12. Lippert T.E., Dougall R.S. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1958. Vol. 90. N 3. P. 71—77.
13. Bobst R.W., Colver C.P. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1968. Vol. 64. N 82. P. 26—32.
14. Iida Y., Kobayasi K. // Fourth Int. Heat Transfer Conference. Paris. 1970. Vol. 5. Paper B 1.7.
15. Zuber N. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1961. Vol. 2. P. 83—89.
16. Лабунцов Д.А. // Изв. АН СССР, ОТН. Энергетика и транспорт. 1963. № 1. С. 58—71; ИФЖ. 1963. Т. 6. № 4. С. 34—39.
17. Moore F.D., Mesler R.B. // Trans. AIChE. 1961. Vol. 7. P. 620—624.
18. Cooper M.G., Lloyd A.I. R. // Thurd Int. Heat Mass Transfer Conf. 1966. Paper 100; Int. J. Heat Mass Transfer. 1969. Vol. 2. P. 895—933.
19. Cooper M.G. // Fourth Int. Heat Transfer Conf. Paris. 1970. Vol. 5. Paper B 2.1.; Int. J. Heat Mass Transfer. 1969. Vol. 12. P. 915—933.



20. Tolubinsky V.I., Ostrovsky J.N. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1966. Vol. 9. P. 1463—1470.
21. Cole R., Shulman H.L. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1966. Vol. 9. P. 1377—1390.
22. Мамонтова Н.Н. // ЖМПТФ. 1966. № 3. С. 140—144.
23. Деев В.И., Гусев В.В., Дубровский Г.П. // Теплоэнергетика. 1965. № 8. С. 73—75.
24. Стюшин Н.Г., Элинзон Л.М. // ИФЖ. 1969. Т. 16. № 1. С. 54—58.
25. Ягов В.В., Городов А.К., Лабунцов Д.А. // ИФЖ. 1970. Т. 18. № 4. С. 624—630.
26. Ягов В.В., Лабунцов Д.А. // ИФЖ. 1971. Т. 20. № 6. С. 973—981.
27. Adelberg M., Schwarts S.H. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1968. Vol. 64. N 82. P. 3—11.
28. Файнзильберг С.Н., Усенко В.И. // Теплоэнергетика. 1970. № 9. С. 85—86.
29. Costello C.P., Tuthill W.E. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1961. Vol. 57. N 32. P. 189—196.
30. Усыскин С., Зигель Р. // Сб.: Невесомость. Физические явления и биологические эффекты. М.: Мир, 1964. С. 103—131.
31. Siegel R., Keshock E.G. // AIChE J. 1964. Vol. 10. N 4. P. 509—517.
32. Кириченко Ю.А., Чаркин А.И., Долгой М.А. // Труды ФТИНТ АН УССР. Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. Харьков, 1970. С. 184—196.
33. Bonjour E., Verdier Z., Weil L. // Chem. Eng. Progr. 1962. Vol. 58. N 7. P. 63—66.
34. Markels M., Durfee R.L. // AIChE J. 1964. Vol. 10. N 1. P. 106—110.
35. Жоржоліани А.Г., Гомелаури В.И. // Труды Груз. политех. ин-та. 1967. Вып. 7 (119). С. 229—238; Жоржоліани А.Г. // Сообщения АН ГрузССР. 1968. Т. 52. № 1. С. 155—158.
36. Бабой Н.Ф., Болога М.К., Клюканов А.А. // Электронная обработка материалов. 1962. № 2. С. 57—70.
37. Korchikov I.A. et al // Int. J. Heat Mass Transfer. 1969. Vol. 12. P. 791—796.
38. Grigoriev V.A., Dudkevich A.S. // Fourth Int Heat Transfer Conf. Paris. 1970. Vol. 5. P. 324—325.
39. Forster K., Greif R. // Trans. ASME. Ser. C. 1959. Vol. 81. N 2. P. 43—53.
40. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И., Кирдяшкин А.Г. // ИФЖ. 1965. Т. 8. № 1. С. 7—10.
41. Mikić B.V., Rohsenow W.M. // Trans ASME. Ser. C. 1969. Vol. 91. N 2. P. 245—250.
42. Борисов В.З., Кириллов П.Л. // ИФЖ. 1970. Т. 16. № 5. С. 910—915.
43. Боришанский В.М., Жохов К.А. // ИФЖ. 1968. Т. 15. № 4. С. 599—604.
44. Арефьева Е.И., Аладьев И.Т. // ИФЖ. 1958. Т. 1. № 7. С. 11—17.
45. Аверин Е.К., Кружилин Г.Н. // Изв. АН СССР, ОТН. 1955. № 10. С. 131—137.
46. Толубинский В.И. // Труды института теплоэнергетики АН УССР. 1952. № 5. С. 71—83.
47. Morgan A.I., Bromley L.A. // Ind. Eng. Chem. 1949. Vol. 41. N 12. P. 2767—2769.
48. Аладьев И.Т. // Сб.: Конвективный и лучистый теплообмен. М.: АН СССР, 1960. С. 233—255.
49. Катто И. ИФЖ. // 1964. Т. 7. № 12. С. 13—22.
50. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1960. № 5. С. 76—81.
51. Мицоль Я.А., Филиппова Т.Г. // Труды ЦКТИ. Котлотурбостроение. 1965. Вып. 57. С. 23—32.
52. Мелвин-Хьюз Э.А. Физическая химия. Кн. 1. М.: ИИЛ, 1962. 519 с.
53. Михеев М.А. Основы теплопередачи. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956. 392 с.
54. Исаченко В.П., Сукомел А.С., Осипова В.А. Теплопередача. М.: Энергия, 1969. 424 с.
55. Несис Е.И. // УФН. 1965. Т. 87. № 4. С. 615—653.
56. Аладьев И.Т., Додонов Л.Д., Удалов В.С. // Сб.: Исследование теплопередачи к пару и воде, кипящей в трубах при высоких давлениях. М.: Атомиздат, 1958. С. 9—23.
57. Стерман Л.С., Морозов В.Г., Ковалев С.А. // ИФЖ. 1959. Т. 2. № 4. С. 40—45.
58. Cichelli M.G., Bonilla C.F. // Trans. AIChE. 1945. N 6. P. 755—787.
59. Ратиани Г.В., Авалиани Д.И. // Сб.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М.: Энергия, 1964. С. 203—208.
60. Данилова Г.И., Мазюкевич И.В. Холодильная техника. 1954. № 2. С. 62—65.
61. Новиков И.И. // Сб.: Вопросы теплопередачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. С. 14—17.
62. Боришанский В.М. // Сб.: Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. С. 18—36.
63. Боришанский В.М. // Труды ЦКТИ. Котлотурбостроение. 1965. Вып. 57. С. 3—7.
64. Гиршфельдер Д., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИИЛ, 1961. 930 с.



АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА  
ПРИ ЛАМИНАРНОМ ПЛЕНОЧНОМ КИПЕНИИ.  
РОЛЬ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И КОНВЕКЦИИ

Во многих работах, посвященных пленочному кипению, предполагается, что перенос тепла поперек ламинарной паровой пленки осуществляется лишь теплопроводностью, так что

$$\alpha = \lambda / \delta, \quad (1)$$

а то обстоятельство, что часть потока тепла, отводимого от твердой поверхности, расходуется на перегрев пара в пленке, учитывается введением эффективной теплоты фазового перехода, равной

$$r_* = r + nc_p \Delta T, \quad (2)$$

где  $n < 1$  (обычно  $1/2$  или близкое к этому значение). (Здесь  $\lambda$  — теплопроводность пара,  $c_p$  — теплоемкость пара при постоянном давлении,  $r$  — теплота парообразования,  $\delta$  — толщина пленки,  $\Delta T$  — перепад температур поперек пленки). Такой подход обосновывается лишь качественными оценками [1—3] и, как показано ниже, недостаточно строг.

Если под величинами  $q_w$  и  $q_s$  понимать плотность теплового потока на твердой стенке и на границе раздела фаз, то всегда справедливо неравенство

$$q_w > q_s. \quad (3)$$

Такое соотношение обусловлено тем, что часть потока тепла, переданного от стенки слою пара, расходуется на перегрев пара, поступающего в пленку. Поэтому границы раздела фаз достигает лишь часть величины  $q_w$ . Вместе с тем, при наличии встречного движения пара от границы раздела внутрь пленки передача тепла поперек пленки осуществляется не только чистой теплопроводностью, но также конвекцией. Обычно этот эффект не учитывается в анализе.

Запишем интегральное уравнение баланса энергии в приближении теории пограничного слоя, применимое к описанию ламинарного пленочного кипения:

$$c_p \rho \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} u \vartheta dy \right) = q_w - q_s. \quad (4)$$

Это уравнение получается из дифференциального уравнения баланса энергии

$$c_p \rho \frac{\partial}{\partial x} (u \vartheta) = c_p \rho \frac{\partial}{\partial y} (v \vartheta) = - \frac{\partial q}{\partial y} \quad (5)$$

после его осреднения по толщине пленки. Здесь  $x$  — продольная координата,  $y$  — поперечная координата,  $u$  и  $v$  — продольная и поперечная скорости,  $\rho$  — плотность пара,  $\vartheta = T - T_s$ .

В приближении пограничного слоя интегрирование левой части уравнения (5) дает:

$$c_p \rho \int_0^{\delta} \frac{\partial}{\partial x} (u \vartheta) dy = c_p \rho \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} u \vartheta dy \right) - c_p \rho u \vartheta \Big|_0^{\delta} \frac{d\delta}{dx}.$$

Поскольку при  $y = 0$   $u = 0$ , а при  $y = \delta$   $\vartheta = 0$ , последнее слагаемое следует опустить, что и приводит к уравнению (4).

Для теплового потока  $q_S$ , подводимого к границе раздела фаз в процессе пленочного кипения, справедливо соотношение

$$q_S = r \rho \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} u dy \right), \quad (6)$$

отражающее энергетический баланс на границе раздела фаз.

Подставляя соотношение (6) в (4), находим специфическую форму закона сохранения энергии для процессов пленочного кипения:

$$q_W = r \rho \frac{d}{dx} \left[ \int_0^{\delta} u \left( 1 + \frac{c_p \vartheta}{r} \right) dy \right]. \quad (7)$$

Установим профили температур и тепловых потоков поперек пленки.

Используем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } y = 0 \quad q &= q_W; \\ \text{при } y = 0 \quad \partial q / \partial y &= 0; \\ \text{при } y = \delta \quad q &= q_S. \end{aligned} \quad (8)$$

Дифференциальное уравнение баланса энергии (5) с учетом уравнения сплошности можно записать в виде:

$$c_p \rho u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + c_p \rho v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = - \frac{\partial q}{\partial y}. \quad (9)$$

Еще одно граничное условие для  $\partial q / \partial y$  найдем, исходя из уравнения (9) при  $y = \delta$ :

$$c_p \rho u_{\delta} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{\delta} + c_p \rho v_{\delta} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_{\delta} = - \left( \frac{\partial q}{\partial y} \right)_{\delta}. \quad (10)$$

Поскольку полное приращение  $\vartheta$  вдоль поверхности пленки равно нулю:

$$d\vartheta = \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{\delta} dx + \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_{\delta} d\delta \equiv 0,$$

имеем

$$\left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{\delta} = - \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_{\delta} \frac{d\delta}{dx}.$$

Тогда левая часть уравнения (10) приводится к виду

$$- c_p \rho \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_{\delta} \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} u dy \right).$$

Учитывая, что

$$-\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)_{\delta} = \frac{q_S}{\lambda}, \quad \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} u dy \right) = \frac{q_S}{r\rho},$$

имеем окончательно:

$$\text{при } y = \delta \quad \frac{\partial q}{\partial y} = -\frac{q_S^2 c_p}{r\lambda}. \quad (11)$$

Это четвертое граничное условие для распределения теплового потока.

Положив

$$q = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3, \quad (12)$$

можно получить профиль  $q = f(y)$ , определив коэффициенты из граничных условий:

$$a_0 = q_W;$$

$$a_1 = 0;$$

$$a_2 = 3 \frac{q_S - q_W}{\delta^2} + \frac{q_S^2 c_p}{r\lambda} \frac{1}{\delta};$$

$$a_3 = 2 \frac{q_W - q_S}{\delta^3} - \frac{q_S^2 c_p}{r\lambda} \frac{1}{\delta^2}.$$

В итоге распределение  $q$  по толщине пленки принимает вид:

$$q = q_W - (q_W - q_S)(3Y^2 - 2Y^3) + \frac{q_S^2 c_p \delta}{r\lambda} (Y^2 - Y^3). \quad (13)$$

Здесь  $Y = y/\delta$ .

На основе закона Фурье,  $q = -\frac{\lambda}{\delta} \frac{\partial \vartheta}{\partial Y}$ , после интегрирования (13) находим:

$$\frac{\lambda}{\delta} (\vartheta_W - \vartheta) = q_W Y - (q_W - q_S) \left( Y^3 - \frac{1}{2} Y^4 \right) + \frac{q_S^2 c_p \delta}{r\lambda} \left( \frac{1}{3} Y^3 - \frac{1}{4} Y^4 \right). \quad (14)$$

Соотношение (14) определяет поле температур в пленке.

При  $Y = 1$  с учетом  $\vartheta_{Y=1} = 0$  находим:

$$\frac{\lambda}{\delta} \vartheta_W = \frac{1}{2} (q_W + q_S) + \frac{1}{12} \frac{q_S^2 c_p \delta}{r\lambda}. \quad (15)$$

Соотношение (15) показывает, что для расчета переноса тепла поперек пленки использование выражения  $q_W = (\lambda/\delta) \vartheta_W$  неправомерно.

Проведенный анализ позволяет наметить весьма перспективный подход к учету конвективного переноса тепла при пленочном кипении. Можно показать, что эффекты, рассматриваемые в данной работе, будут учтены, если исходить из простейших соотношений

$$q_W = (\lambda_{ef}/\delta) \vartheta_W, \quad (16)$$

$$q_w = r_{ef} \rho \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} u dy \right), \quad (17)$$

где  $\lambda_{ef}$  и  $r_{ef}$  — некоторые эффективные значения теплопроводности пара и теплоты фазового перехода, для которых принимается:

$$\lambda_{ef}/\lambda = \lambda_* = f(K), \quad (18)$$

$$r_{ef}/r = r_* = \varphi(K), \quad (19)$$

где  $K = c_p \vartheta_w / r$  — число (критерий) фазового перехода, а функции  $f$  и  $\varphi$  универсальны.

Таким образом, предлагается не выдвигавшийся ранее метод учета перегрева пара и искажения поля температур в пленке, состоящий в том, что все расчеты выполняются на основе соотношений (16) и (17) с использованием универсальных эффективных значений теплопроводности и теплоты испарения.

Найдем вид функций  $f$  и  $\varphi$ .

Из уравнений (17) и (7) следует, что

$$r_* = \frac{\int_0^{\delta} u(1 + c_p \vartheta / r) dy}{\int_0^{\delta} u dy}. \quad (20)$$

Выражение (15) с учетом (16) и (18) приводится к виду:

$$\frac{1}{\lambda_*} = \frac{1}{2} \frac{1 + r_*}{r_*} + \frac{1}{12} \frac{\lambda_*}{r_*^2} K. \quad (21)$$

Система уравнений (20), (21) при известном поле температур и скоростей определяет искомые зависимости  $\lambda_* = f(K)$  и  $r_* = \varphi(K)$ .

В задачах пленочного кипения профиль скоростей поперек пленки имеет либо параболический характер

$$u = 6\bar{u}Y(1 - Y)$$

(свободное гравитационное движение пленки, обтекание цилиндра и шара вынужденным потоком), либо линейное распределение

$$u = 2\bar{u}Y$$

(продольное обтекание пластины в невесомости); здесь  $\bar{u}$  — средняя скорость в пленке.

Подставляя параболический профиль скоростей и поле температур в форме (14) в соотношение (20) находим:

$$r_* = 1 + \frac{K}{70} \left[ 44 - \lambda_* \left( 13 - \frac{4}{r_*} \right) \right]. \quad (22)$$

Система уравнений (21), (22) определяет искомые зависимости для задач с параболическим профилем скоростей.

Для линейного профиля скоростей из соотношения (20) имеем

$$r_* = 1 + \frac{K}{15} \left[ 6 - \lambda_* \left( 2 - \frac{1}{r_*} \right) \right]. \quad (23)$$

Система (23), (21) определяет универсальные функции  $\lambda_*$  и  $r_*$  для этого типа задач. Результаты расчета по этим соотношениям приведены в таблице.

Параболический профиль

K	0,5	1	2	4	10
$\lambda_*$	1,07	1,13	1,215	1,33	1,51
$r_*$	1,24	1,46	1,88	2,65	4,67

Линейный профиль

K	0,5	1	2	4	10
$\lambda_*$	1,04	1,07	1,13	1,20	1,345
$r_*$	1,16	1,31	1,60	2,11	3,43

Распределение температур поперек пленки, отвечающее уравнению (14), можно представить в виде

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_W} = \frac{T - T_S}{T_W - T_S} = (1 - 4Y^3 + 3Y^4) - \lambda_*(Y - 3Y^3 + 2Y^4) + \frac{\lambda_*}{r_*}(Y^3 - Y^4). \quad (24)$$

С помощью таблицы по уравнению (24) может быть построено поле температур при разных значениях K. При K = 0 поле температур линейно. По мере увеличения K растет искажение профиля температур. На рис. 1 показано несколько характерных температурных профилей.

Анализ расчетных данных показывает, что с хорошей точностью зависимость  $r_* = \varphi(K)$  для первого типа задач (параболический профиль) может быть интерполирована линейной зависимостью

$$r_{ef}/r_* \equiv r_* = 1 + 0,4K. \quad (25)$$

Соответствующее выражение для  $\lambda_*$  из (21) принимает вид:

$$\frac{\lambda_{ef}}{\lambda} \equiv \lambda_* = 2 \frac{1 + 0,4K}{1 + 0,2K + \sqrt{(1 + 0,2K)^2 + K/3}}. \quad (26)$$

Аналогичные соотношения для линейного профиля скоростей имеют вид:

$$r_{ef}/r_* \equiv r_* = 1 + 0,28K, \quad (27)$$

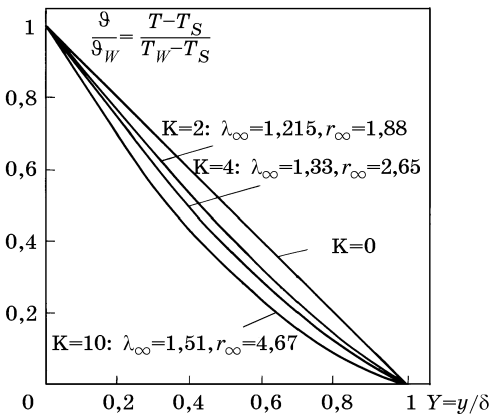


Рис. 1. Характерные профили температур в пленке при пленочном кипении

$$\frac{\lambda_{ef}}{\lambda} \equiv \lambda_* = 2 \frac{1 + 0,28K}{1 + 0,14K + \sqrt{(1 + 0,14K)^2 + K/3}} . \quad (28)$$

Эти соотношения есть итог анализа. Они позволяют учитывать эффекты перегрева пара в пленке и искажения поля температур путем применения в расчетах эффективных значений теплопроводности и теплоты парообразования.

#### Литература

1. Bromley L.A. // Chem Eng. Progr. 1950. Vol. 46. N 5. P. 221—227.
2. Witte L.C. // I&EC Fundamentals. 1968. Vol. 7. N 3. P. 517—518.
3. Frederking T.H.K., Clark J.A. // Adv. Cryog. Eng. 1963. Vol. 8. P. 501—506.



### III. КИПЕНИЕ: КРИЗИС

17

#### ОБОБЩЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ КРИТИЧЕСКИХ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ СВОБОДНОГО ДВИЖЕНИЯ

На основе рассмотрения механизма пузырькового кипения и условий возникновения кризиса [1] получена система критериев подобия для критических тепловых потоков при свободном движении кипящей жидкости:

$$\frac{q_{cr} l_*}{r \rho_V v} = f \left( g \frac{l_*^3}{v^2} \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L}, \frac{v}{a} \right), \quad (1)$$

или

$$Re_{*cr} = f(Ar_*, Pr). \quad (1')$$

Здесь  $l_* = (c \rho_L \sigma T_s) / (r \rho_V)^2$ ;  $\rho_V$  — плотность пара;  $\rho_L$  — плотность жидкости;  $v$ ,  $a$ ,  $c$  — кинематическая вязкость, температуропроводность, теплоемкость жидкости;  $r$  — скрытая теплота парообразования;  $\sigma$  — поверхностное натяжение на границе раздела жидкость—пар;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $T_s$  — температура насыщения.

Ниже представлены результаты обобщения существующих экспериментальных данных по критическим нагрузкам при кипении разных жидкостей в условиях свободного движения на основе полученных в [1] критериев подобия.

В табл. 1 дан перечень привлеченных экспериментальных работ с указанием рода кипящей жидкости и диапазона изменения давлений в опытах. В обработку были включены лишь те жидкости и при тех давлениях, для которых в литературе имеются надежные значения необходимых физических параметров.

Из перечисленных в табл. 1 экспериментальных работ большинство проведено на горизонтальных плитах, обращенных греющей поверхностью вверх. В опытах В.Г. Морозова, кроме горизонтальных плит, применялись тонкие вертикальные пластины высотой до 10 мм. При этом численные значения критических тепловых потоков, полученные на вертикальных пластинах и горизонтальных плитах, практически совпадали.

---

Работа написана в 1960 г. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1960. № 7. С. 76—80. (Прим. ред.)

Таблица 1

№	Автор	Род кипящей жидкости	Диапазон изменения давлений, бар
1	Казакова [2]	Вода	1,4—189
2	Морозов	Вода	1—24
3	Cichelli et al. [3]	Этиловый спирт	1—26,4
4	Поляков [4]	Этиловый спирт	1
5	Cichelli et al. [3]	Гептан	1—15
6	Поляков [4]	Гептан	1
7	Cichelli и др. [3]	Бензол	1—35
8	Поляков [4]	Бензол	1
9	Cichelli et al. [3]	Пентан	2,1—24
10	Поляков [4]	Метиловый спирт	1
11	Поляков [4]	Изопропиловый спирт	1
12	Поляков [4]	Четыреххлористый углерод	1
13	Cichelli [3]	Пентан	2—29
14	Морозов	Метиловый спирт	1
15	Морозов	Четыреххлористый углерод	1
16	Рычков [5]	Бензол	1

При обработке экспериментальных данных для выявления влияния вязкости на критические тепловые нагрузки оказалось целесообразным систему критериев (1) привести к виду:

$$\frac{q_{cr} l_a}{r \rho_V a} = \Phi \left( \frac{l_*}{l_a}; \frac{\nu}{a} \right). \quad (2)$$

Здесь через  $l_a$  обозначена величина

$$l_a = \left( \frac{a^2}{g} \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho_V} \right)^{1/3}.$$

На приведенном ниже графике (*a*) представлены результаты обобщения опытных данных (точки маркированы в соответствии с номерами в таблице), показывающие, что предложенная система критериев подобия достаточна для установления однозначной обобщенной зависимости следующего вида:

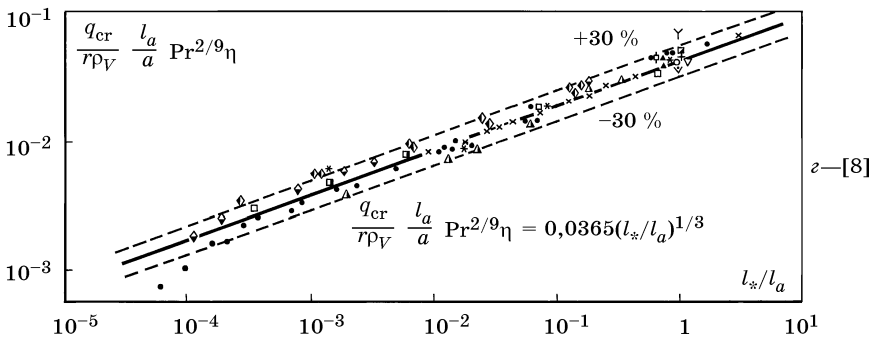
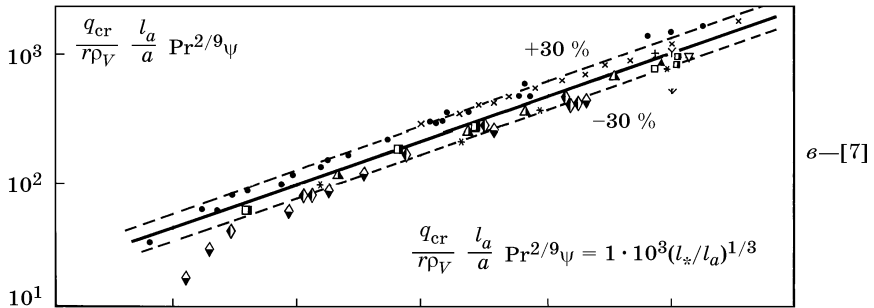
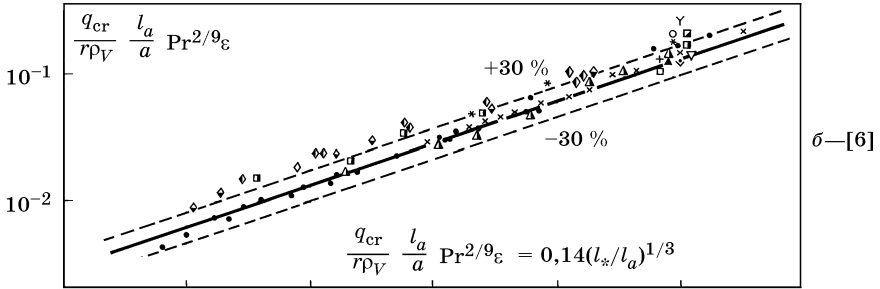
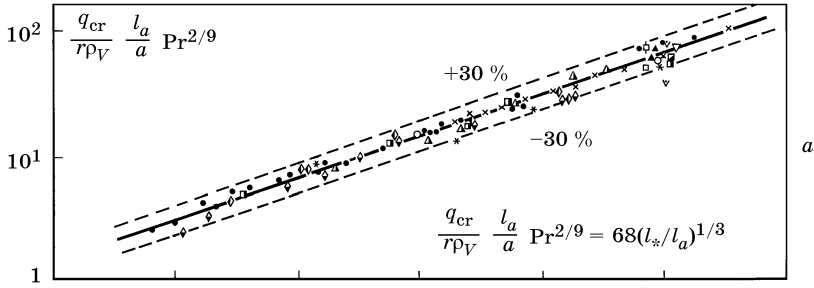
$$\frac{q_{cr} l_a}{r \rho_V a} \text{Pr}^{2/9} = 68 \left( \frac{l_*}{l_a} \right)^{1/3}. \quad (3)$$

Это же уравнение может быть записано в виде

$$\text{Re}_{*cr} = 68 \text{Ar}_*^{4/9} \text{Pr}^{-1/3}. \quad (3')$$

Диапазон изменения критерия Прандтля в опытах составлял  $\text{Pr} = 0,86—13,1$ .

Все физические параметры, входящие в критерии подобия уравнений (3) и (3'), при обобщении отнесены к температуре насыщения.



Обобщение опытных данных по критическим тепловым нагрузкам при кипении

- 1; — 2; — 3; — 4; — 5; — 6; — 7; — 8; — 9; — 10; — 11; — 12; — 13; — 14;  
— 15; — 16

Сравнение других известных в настоящее время уравнений для критических тепловых нагрузок при кипении жидкостей в условиях свободного движения с экспериментальными данными (табл. 1) представлено на графиках б, в, г.

На графике б показана степень согласования уравнения С.С. Кутателадзе [6] с экспериментальными данными. При этом уравнение [6] преобразовано к виду, включающему критерию системы (2):

$$\frac{q_{cr} l_a}{r \rho_V a} \text{Pr}^{2/9} \varepsilon = 0,14 \left( \frac{l_*}{l_a} \right)^{1/3}, \quad (4)$$

где

$$\varepsilon = \left( \frac{l_*}{l_a} \right)^{1/3} \text{Pr}^{-2/9} \left( \frac{\rho_V}{\rho_L} l_a \sqrt{\frac{g(\rho_L - \rho_V)}{\sigma}} \right)^{1/2}.$$

Этот прием позволяет проводить сравнение различных по структуре уравнений в сопоставимых координатах.

На графике в показано аналогичное сравнение с опытными данными уравнение Г.Н. Кружилина [7], которое также приведено к виду:

$$\frac{q_{cr} l_a}{r \rho_V a} \text{Pr}^{2/9} \psi = 1 \cdot 10^3 \left( \frac{l_*}{l_a} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

где

$$\psi = \text{Pr}^{-2/9} \left( \frac{1}{l_a \sqrt{\frac{\sigma g}{\rho_L - \rho_V}}} \right)^{7/12}.$$

Наконец, на графике г с опытными данными сопоставляется уравнение Л.С. Стермана [8], преобразованное к виду:

$$\frac{q_{cr} l_a}{r \rho_V a} \text{Pr}^{2/9} \eta = 0,0365 \left( \frac{l_*}{l_a} \right)^{1/3}, \quad (6)$$

где

$$\eta = \left( \frac{r l_*}{c T_s l_a} \right)^{1/3} \left( \frac{\rho_V}{\rho_L} \right)^{0,57} \left( l_a \sqrt{\frac{g(\rho_L - \rho_V)}{\sigma}} \right)^{0,71} \text{Pr}^{-0,06}.$$

В табл. 2 приведены цифры, характеризующие степень согласования рассматриваемых уравнений с экспериментальными данными.

Из анализа графиков и данных табл. 2 следует, что полученное в настоящей работе обобщенное уравнение (3) наилучшим образом описывает имеющийся экспериментальный материал по критическим тепловым потокам при кипении жидкостей в условиях свободного движения.

Таблица 2

Согласование с опытными данными	Уравнение Кутателадзе (4)	Уравнение Кружилина (5)	Уравнение Стермана (6)	Уравнение (3), полученное в настоящей работе
Количество опытных точек, отклоняющихся более чем на 100 % от уравнения, по отношению ко всем опытным точкам, %	1	2	—	—
То же для опытных точек, отклоняющихся более чем на 50 %, %	20	8	4	1
То же для опытных точек, отклоняющихся более чем на 30 %, %	39	16	14	5
Относительное среднеквадратичное отклонение, %	36	34	23,5	16,5

В заключение приводим размерную форму записи полученного обобщенного уравнения (3):

$$q_{cr} = 6,8 \frac{\sqrt[3]{r\rho_V\sigma\lambda T_s}}{\nu^{2/9}} \left( \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L} \right)^{4/9}, \text{ кВт/м}^2. \quad (7)$$

## Литература

1. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1959. № 12. С. 19—26.
2. Казакова Е.А. // Сб.: Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества. М.: Госэнергоиздат, 1953. С. 92—101.
3. Cichelli M.T., Bonilla C.F. // Trans. AIChE. 1945. Vol. 6. P. 755—787.
4. Поляков Г.М. Исследование критических тепловых нагрузок при кипении жидкостей в большом объеме и вертикальной трубе: Дис. ... канд. техн. наук. М., 1950.
5. Рычков А.И. Изучение явлений теплообмена в кипящих жидкостях и растворах: Дис. ... докт. техн. наук. М., 1956.
6. Кутателадзе С.С. Теплопередача при конденсации и кипении. М.—Л.: Машгиз, 1952. 231 с.
7. Михеев М.А. Основы теплопередачи. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956. 392 с.
8. Стерман Л.С. // ЖТФ. 1954. № 2. С. 250—257.

## ОБ ОДНОМ НОВОМ НАПРАВЛЕНИИ В ТЕОРИИ КРИЗИСА КИПЕНИЯ

В последнее время получила распространение гипотеза, согласно которой кризис режима кипения объясняется гидродинамическими эффектами. В этом отношении несомненный интерес представляет трактовка механизма кризиса кипения, данная Н. Зубером и описанная в [1, 2]. Отметим, что в [2] приводится более подробное и в некоторой мере переработанное по сравнению с [1] описание развиваемого направления.

Анализ относится к переходной (или промежуточной) зоне, которая заключена между областями развитого пузырькового и устойчивого пленочного кипения. По величинам тепловых нагрузок эта зона ограничена со стороны пузырькового режима максимальным критическим потоком  $q_{\max}$  и со стороны устойчивого пленочного кипения — минимальным критическим потоком тепла  $q_{\min}$ . При описании картины кипения автор использует результаты опытов [3], в которых производились фотографирование и скоростная киносъемка переходного режима кипения метилового спирта при атмосферном давлении. Условия кипения жидкости в переходной зоне описаны в [2].

После достижения максимальной критической тепловой нагрузки (начало переходной зоны) происходит формирование паровой пленки, разделяющей поверхность нагрева и жидкость. Возникающая поверхность раздела фаз находится в условиях нерегулярного, энергичного движения. Взрывообразно на отдельных участках этой пульсирующей поверхности возникают и растут в глубь массы жидкости паровые образования, которые вначале имеют грибовидную форму, а затем образуют большие всплывающие паровые пузыри. Частота таких взрывов и соответствующих бросков жидкости велика в начале переходной зоны (около  $q_{\max}$ ) и снижается по мере увеличения температуры стенки. Одновременно при этом растет средняя толщина паровой пленки. Движение границы раздела фаз с увеличением температуры стенки и уменьшением теплового потока становится все более регулярным, а паровые взрывы и разрывы поверхности раздела исчезают при достижении конца переходной зоны (около  $q_{\min}$ ). Устанавливается устойчивое пленочное кипение жидкости.

Таким образом, в переходной зоне кипения поверхность нагрева отделена от жидкой фазы паровой пленкой. При горизонтальном расположении поверхности нагрева (этот случай и рассматривается в [2]) жидкость оказывается над пленкой пара и под действием тяжести стремится вниз. Такое расположение фаз, как это доказывается в гидродинамике (см., например, [4]) неустойчиво.

Рассматриваемая теория объясняет критические режимы кипения жидкости как определенные гидродинамически неустойчивые режимы движения поверхности раздела жидкой и паровой фаз. Поэтому для изложения и анализа теории це-

лесообразно рассмотреть предварительно содержание двух гидродинамических задач на устойчивость поверхности раздела жидких сред.

1. Две покоящиеся жидкости с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$  имеют горизонтальную плоскую поверхность соприкосновения. Ось  $x$  направлена вдоль поверхности, ось  $y$  — по нормали к этой поверхности с положительным направлением вверх, в сторону жидкости  $\rho_1$ .

На поверхность накладывается малое периодическое возмущение вида:

$$\eta = ae^{i(\omega t - mx)}, \quad (1)$$

где  $\eta$  — перемещение точек поверхности в направлении  $y$  после наложения возмущения;  $a$  — амплитуда;  $m$  — волновое число, определяющее длину волны  $\lambda = 2\pi/m$ ;  $\omega$  — частота;  $\omega/m$  — фазовая скорость распространения волны.

Устойчивость исследуется в рамках потенциальной теории, т.е. без учета вязкости и конвективной составляющей инерционных сил. Давление каждой жидкости на поверхность раздела определяется силами тяжести и инерции. Из условия механического равновесия на возмущенной поверхности раздела с учетом поверхностного натяжения  $\sigma$  при малых отклонениях координат поверхности от горизонтальной плоскости,

$$p_1 - p_2 + \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0, \quad (2)$$

выводится соотношение, связывающее частоту  $\omega$  с волновым числом  $m$ :

$$\omega^2 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} gm + \frac{\sigma m^3}{\rho_2 + \rho_1}. \quad (3)$$

Это уравнение показывает, что если верхняя жидкость  $\rho_1$  легче, чем нижняя  $\rho_2$ , то для всех длин волн  $\lambda$  (или волновых чисел  $m$ )  $\omega^2 > 0$  и движение поверхности раздела устойчиво во времени.

Если же сверху расположена более тяжелая жидкость, то есть если  $\rho_1 > \rho_2$ , то при некоторых длинах волн  $\omega^2 < 0$  ( $\omega$  — мнимое) и движение границы становится неустойчивым; отклонения растут во времени по экспоненциальному закону.

Наименьшая длина волны, при которой возникает неустойчивость, получается из условия  $\omega^2 = 0$  и равна:

$$\lambda_{01} = 2\pi b,$$

где  $b = \sqrt{\sigma/g(\rho_1 - \rho_2)}$  — капиллярная постоянная.

Наибольший темп нарастания амплитуды во времени будет иметь место при  $(-\omega^2)_{\max}$ . Из этого условия определяется «наиболее опасная» длина волны

$$\lambda_{02} = 2\pi \sqrt{3} b \quad (4)$$

и наибольший темп нарастания амплитуды

$$\frac{1}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = i\omega_{02} = \left[ \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{g}{b} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Таким образом, если длина волны меньше  $\lambda_{01}$ , то вследствие преобладающего влияния поверхностного натяжения волна устойчива. Если длина волны больше

$\lambda_{01}$ , то волна неустойчива, и это объясняется преобладанием сил тяжести. Отсюда следует, что горизонтальная поверхность раздела двух жидких сред, когда более тяжелая расположена сверху, всегда неустойчива, если протяженность поверхности больше  $\lambda_{01}/2$ . При этом экспоненциальный закон нарастания амплитуды наиболее неустойчивой волны с темпом  $i\omega_{02}$  справедлив только для начальных моментов развития неустойчивости, так как он получен в предположении малых отклонений координат поверхности раздела от начальной горизонтальной линии. Рассмотренная неустойчивость границы раздела двух покоящихся жидкостей при учете сил тяжести, инерции и поверхностного натяжения в [2] называется «неустойчивостью по Тейлору».

2. Две параллельно движущиеся жидкости с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$  имеют плоскую границу раздела. Скорости движения составляют  $u_1$  и  $u_2$ . В рассмотрение включаются силы поверхностного натяжения, инерции и динамические эффекты относительного движения. Силы тяжести исключаются из рассмотрения, поэтому расположение поверхности раздела в поле сил тяжести произвольное. На поверхность накладывается малое периодическое возмущение вида (1). При исследовании на устойчивость используется потенциальная теория. Из условий механического равновесия (2) на границе раздела выводится уравнение, связывающее скорость волны  $\omega/m$  с волновым числом  $m$ :

$$\frac{\omega}{m} = \frac{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2}{\rho_1 + \rho_2} \pm \left[ \frac{m\sigma}{\rho_1 + \rho_2} - \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} (u_1 - u_2)^2 \right]^{1/2}.$$

Неустойчивость возникает, когда

$$\frac{m\sigma}{\rho_1 + \rho_2} - \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} (u_1 - u_2)^2 < 0, \quad (6)$$

ибо при этом  $\omega$  становится комплексным. Из соотношения (6) следует, что при каждой скорости относительного движения  $u_1 - u_2$  волны с волновыми числами

$$m < \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \frac{(u_1 - u_2)^2}{\sigma}$$

оказываются неустойчивыми. При этом чем выше скорость  $u_1 - u_2$ , тем выше  $m$ , или меньше длина волны  $\lambda$ , при которой возникает неустойчивость.

Рассмотренная неустойчивость, вызываемая относительным движением жидкостей, в [2] называется «неустойчивостью по Гельмгольцу».

Оба рассмотренных вида неустойчивости границы раздела несмешивающихся жидкостей положены в [2] в основу теории критических режимов кипения жидкости на горизонтальной поверхности.

Режим минимальных тепловых нагрузок трактуется как режим гидродинамической неустойчивости поверхности раздела фаз вида «неустойчивости по Тейлору». Силы, вызванные относительным движением пара в пленке, исключаются из рассмотрения. Принято, что вследствие небольших значений величины  $q_{\min}$  скорости такого движения невелики.



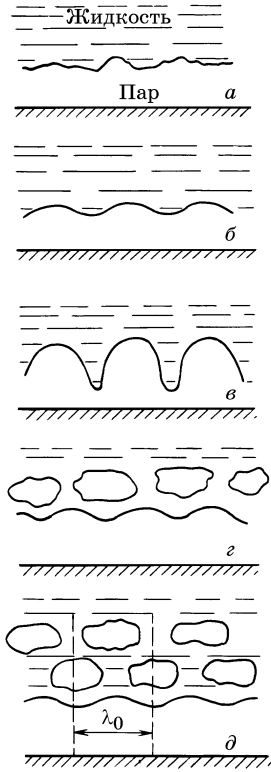


Рис. 1

На рис. 1, взятом из [2], показано предполагаемое развитие неустойчивости при  $q_{\min}$ , когда из группы волн, наложение которых характеризует исходное случайное очертание поверхности раздела фаз, начинают усиливаться те, у которых  $\lambda_0 \geq \lambda_{01}$ . При этом участки поверхности жидкости, приближающиеся к твердой стенке, усиленно испаряются. Образующийся пар устремляется в волновые выступы поверхности раздела. В результате образуется горизонтальная цепочка пузырьков с диаметром  $\sim \lambda_0/2$ , и весь процесс повторяется снова.

Поток массы пара, уносимого такими пузырьками, отнесенный к единице поверхности нагрева,  $j''$ , равен произведению массы пара в одном пузырьке,  $\rho''(4\pi/3)(\lambda_0/4)^3$ , числа возникающих пузырьков, отнесенного к единице поверхности нагрева,  $1/\lambda_0^2$ , и частоты образования горизонтальных паровых цепочек  $f$ :

$$j'' = \rho'' (\pi/48) \lambda_0 f.$$

Этой плотности потока пара соответствует минимальная критическая плотность теплового потока:

$$q_{\min} = rj''.$$

Принципиальные трудности представляет нахождение частоты образования пузырьков  $f$ , которая не может быть определена в рамках рассмотренной выше теории возникновения неустойчивости. Последняя описывает лишь первые моменты развития неустойчивости, когда амплитуды малы. Для вычисления  $f$  нужно рассмотреть весь процесс от развития начальной неустойчивости до формирования цепочки пузырьков, что при строгом аналитическом подходе представляет трудности, вряд ли преодолимые.

Автор [2] предполагает, что частота образования может быть приближенно вычислена как некоторая средняя скорость нарастания амплитуды  $\partial\eta/\partial t$ , деленная на диаметр пузырька  $\lambda_0/2$ :

$$f = (2/\lambda_0) (\partial\eta/\partial t).$$

Для вычисления  $\partial\eta/\partial t$  привлекаются опытные наблюдения за развитием «неустойчивости по Тейлору». Рассматриваются два пути нахождения этой величины.

По данным [5] простой экспоненциальный закон нарастания амплитуды (1) применим в начальной стадии неустойчивости до  $\eta_m = 0,4\lambda$ . Скорость в этот момент равна

$$\partial\eta/\partial t = (i\omega)\eta_m,$$

а некоторая средняя скорость за весь такой начальный период равна половине этой величины. В [2] выбраны «наиболее опасная» длина волны (4) и соответствующий темп (5), откуда

$$f = 0,4(i\omega_2). \quad (7)$$

С другой стороны, в опытах [5] обнаружено, что предельная скорость нарастания амплитуды в последние моменты при разрушении волн может быть описана уравнением всплывания пузырька в жидкости [6]:

$$u = \frac{2}{3} \left[ Rg \frac{\rho' - \rho''}{\rho'} \right]^{1/2},$$

где  $R$  — радиус кривизны,  $\rho'$  — плотность жидкости,  $\rho''$  — плотность пара, откуда

$$f = \frac{2}{3} \left[ \frac{g}{\lambda_0} \frac{\rho' - \rho''}{\rho'} \right]^{1/2}, \quad (8)$$

причем возможному спектру значений  $\lambda_{01} \leq \lambda_0 \leq \lambda_{02}$  соответствует спектр частот (8).

В итоге минимальный критический поток тепла имеет вид:

$$q_{\min} = Cr\rho'' \left[ \frac{\sigma g (\rho' - \rho'')}{\rho'^2} \right]^{1/4}, \quad (9)$$

где

$$C = \begin{cases} 0,176 \left( \frac{\rho'}{\rho' + \rho''} \right)^{1/2}, & \text{если } f \text{ вычисляется по (7);} \\ 0,109 - 0,144, & \text{если } f \text{ вычисляется по (8).} \end{cases}$$

Режим максимального критического потока в рассматриваемой работе [2] также определяется гидродинамическими эффектами, однако другой природы. Принято, что тепловой поток  $q_{\max}$  достигается в момент возникновения специфической комбинации «неустойчивости по Тейлору» и «неустойчивости по Гельмгольцу» на поверхности раздела жидкости и паровой пленки. Рассматриваемая в этой работе модель явления имеет следующие черты. В определенных местах поверхности раздела фаз, средние расстояния между которыми  $\lambda_0$  определяются «неустойчивостью по Тейлору»,

$$\lambda_{01} \leq \lambda_0 \leq \lambda_{02}, \quad (10)$$

возникают паровые образования, растущие в глубь жидкости, как показано на рис. 2, заимствованном из [2]. Предполагается, что скорости движения пара в этих грибовидных образованиях относительно окружающей жидкости при определенных критических значениях вызывают «неустойчивость по Гельмгольцу». Задача состоит в определении этой критической скорости пара.

Из результатов анализа гидродинамической неустойчивости поверхности раздела двух движущихся жидкостей следует, что малая волна с волновым числом  $m$  становится неустойчивой, когда относительная скорость движения жидкостей достигнет определенного значения, определяемого уравнением (6). В рассматриваемой модели процесса кипения скорость пара  $u''$  направлена от поверхности нагрева, а скорость жидкости  $u'$  к этой по-

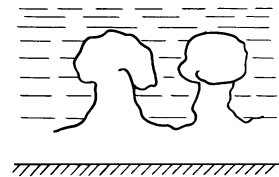


Рис. 2

верхности. Относительная скорость фаз при этом равна сумме  $u'' + u'$ , или  $u''(1 + \rho''/\rho')$ , если скорость жидкой фазы определить из условия неразрывности

$$\rho' u' = \rho'' u''.$$

Отсюда уравнение для критической скорости паровой фазы, вызывающей неустойчивость поверхности раздела при наличии на ней волн с волновыми числами  $m$ , имеет вид:

$$(u'')^2 = \frac{\sigma m}{\rho''} \frac{\rho'}{\rho' + \rho''}.$$

Это уравнение положено в основу вычисления критической тепловой нагрузки  $q_{\max}$ .

Теперь необходимо определить наименьшее волновое число  $m$  или наибольшую длину волны  $\lambda = 2\pi/m$ , которая может возникнуть на поверхности грибовидного парового образования. В [2] принято, что наибольшая длина волны равна периметру парового образования радиуса  $R$ :

$$\lambda = 2\pi R.$$

Для подтверждения этого условия автор приводит ссылку на исследование Рэ-лея [7], в котором показано, что неустойчивость газовой струи в жидкости возникает, если длина волны возмущения на поверхности раздела больше окружности струи. Величина  $R$  в соответствии с исследуемой моделью процесса (рис. 2) принята равной  $\lambda_0/4$ .

Окончательно, критическая скорость пара, вызывающая гидродинамическую неустойчивость паровых образований, равна

$$u'' = \left[ \frac{4\sigma}{\rho'' \lambda_0} \frac{\rho'}{\rho' + \rho''} \right]^{1/2}. \quad (11)$$

Не представляет труда далее вычислить поток массы пара через сечение одной паровой струи:

$$\rho'' \pi (\lambda_0/4)^2 u'', \quad (12)$$

а также плотность потока, отнесенную к единице поверхности нагрева (после деления (12) на  $\lambda_0^2$ ):

$$j'' = \rho'' (\pi/16) u''. \quad (13)$$

Максимальный критический поток тепла по [2] равен произведению плотности потока пара (13) на теплоту парообразования. При этом спектру (10) возможных значений  $\lambda_0$  соответствует «диапазон неопределенности» числового множителя  $C$  конечной формулы

$$q_{\max} = Cr \rho'' \left[ \frac{\sigma g (\rho' - \rho'')}{\rho''^2} \right]^{1/4} \left( \frac{\rho'}{\rho' + \rho''} \right)^{1/2}, \quad (14)$$

$$0,120 \leq C \leq 0,157.$$

Таким образом, уравнения (9) и (14) представляют конечные результаты рассмотренной теории [2], в основу которой положена гипотеза о гидродинамической природе кризисов кипения.

Отметим некоторые дискуссионные моменты, присущие изложенной выше теории кризисных режимов кипения.

1. Режим минимального критического потока определяется как режим существования «неустойчивости по Тейлору», когда на плоской поверхности раздела фаз усиливаются амплитуды волн определенной длины, зависящей лишь от природы кипящей жидкости. Критический поток подсчитывается через количество пара, уносимого с периодически возникающими горизонтальными цепочками пузырей. Однако такое же развитие и нарастание волн, а также формирование цепочек пузырей должно иметь место во всей области пленочного кипения, которая также «неустойчива по Тейлору».

Следовательно, трактовка критического режима при  $q_{\min}$  как режима «неустойчивости по Тейлору» расплывчата, и  $q_{\min}$ , вычисленное по изложенному выше уравнению (9), может быть с равным успехом отнесено к любому режиму пленочного кипения. В работах [1, 2] не содержится каких-либо ограничений для этого.

2. Режим максимального критического потока трактуется как режим специфической неустойчивости поверхности раздела фаз, когда уже существует сплошная паровая пленка. Н. Зубер считает, что режим максимального потока тепла можно было бы анализировать и «со стороны» пузырькового кипения, когда жидкость еще находится в контакте с поверхностью нагрева и сплошной паровой пленки нет. Однако, с точки зрения простоты анализа, первый путь якобы проще. Такая точка зрения приводит к парадоксальной ситуации, при которой один и тот же процесс может быть определен, исходя из принципиально разных физических представлений. Второй из перечисленных подходов требует включения в анализ процессов теплопроводности и конвекции в жидкости, а также эффектов молекулярного трения (вязкости), всегда возникающих на границе движущихся объемов жидкости и твердого тела. В трактовке кризиса по Н. Зуберу эти факторы исключены из рассмотрения самой постановкой задачи.

3. Изложенная выше трактовка режима максимального теплового потока приводит к формуле (14) для  $q_{\max}$ , которая по структуре с точностью до величины  $\sqrt{\rho' / (\rho' + \rho'')}$  совпадает с формулой, полученной ранее Кутателадзе [8].

На первый взгляд это совпадение не случайно, ибо в [8] предполагается, что факторами, определяющими кризис пузырькового кипения, являются гидродинамические эффекты: силы поверхностного натяжения  $\sigma/L$ , тяжести  $g(\rho' - \rho'')L$  и динамическое давление пара  $\rho''(u'')^2$  ( $L$  — характерный линейный размер). Именно эти же эффекты использованы Н. Зубером в его анализе.

Однако в этих двух работах рассматриваются принципиально разные модели процесса. Зубер рассматривает режим, при котором уже существует сплошная пленка пара над поверхностью нагрева. Исследуется гидродинамическая неустойчивость поверхности раздела пара и жидкости в условиях действия на нее перечисленных выше сил. Кутателадзе предполагает, что эти гидродинамические эффекты являются определяющими в условиях, когда жидкость еще находится в контакте с поверхностью нагрева. В этом отношении работы явно противоречат друг другу. Кутателадзе для вывода формулы использует только методы подобия и размерности, что не дает, как известно, детализации механизма процесса. Трём

взаимодействующим силам соответствуют два критерия, связанных между собой некоторой функцией. Вид функции определяется из условия независимости процесса от линейного размера  $L$ , следовательно,

$$\frac{\rho''(u'')^2}{g(\rho' - \rho'')L} = \text{const} \left[ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')L^2} \right]^{1/2}.$$

Принято также, что  $u'' = q_{\max}/r\rho''$ , откуда следует:

$$\frac{q_{\max}}{r\sqrt{\rho''} \sqrt[4]{\sigma g(\rho' - \rho'')}} = \text{const}. \quad (15)$$

В противоположность этому, в работе Зубера механизм процесса анализируется весьма подробно и, как показано выше, каждый этап вывода опирается на определенные детали рассматриваемой картины неустойчивости паровой пленки.

Поэтому есть основание считать, что анализ, выполненный на основе методов теории подобия и размерности [8], не соответствует принятой модели процесса, в которой жидкость соприкасается с поверхностью нагрева, а относится к условиям существования сплошной паровой пленки.

Степень согласования с опытными данными уравнения (14) для максимальных критических тепловых потоков — такая же, как и уравнения Кутателадзе (15), так как множитель  $\sqrt{\rho' / (\rho' + \rho'')}$ , который отличает уравнение (14) от (15), практически равен единице для всех давлений, за исключением небольшой области, примыкающей к критической точке состояния вещества.

Значение  $q_{\min} = 17,4\text{—}27,5$  кВт/м<sup>2</sup>, вычисленное по (9), Зубер сравнивает в [2] со значением 17,3 кВт/м<sup>2</sup>, полученным в опытах с метиловым спиртом при давлении 1 бар [3].

Результаты скоростной киносъемки [3] позволяют также провести сопоставление частоты образования цепочек пузырьков и размера пузырьков с расчетными величинами в условиях  $q_{\min}$ : расчет по (7) и (8) дает частоту  $f = 17$  1/с, диаметр пузырей 0,5—0,86 см; согласно опытными данным, частота равна  $f = 15,9\text{—}20,9$  1/с, диаметр пузырей 0,50—0,90 см.

Приведенные результаты указывают на хорошее соответствие расчетов с опытными данными [3]. Однако сравнение формулы (9) с другими данными по  $q_{\min}$ , выполненное автором настоящей работы, указывает на обратное. Уравнение (9) для  $q_{\min}$  совершенно не согласуется с опытами [9], из которых следует, что

$$q_{\min}/q_{\max} = \text{const}. \quad (16)$$

Действительно, если определить это отношение по (9) и (14), то с точностью до коэффициента  $C \approx 1$

$$q_{\min}/q_{\max} = C\sqrt{\rho''/\rho'}, \quad (17)$$

т.е. отношение  $q_{\min}/q_{\max}$  должно сильно зависеть от давления, что не обнаружено в [9], где в опытах с водой в диапазоне от 1 до 16 бар было получено:

$$q_{\min}/q_{\max} = 0,17 = \text{const},$$

в то время как по уравнению (17) это отношение меняется от 0,025 до 0,095. В опытах с бензолом при давлениях от 1 до 12 бар

$$q_{\min}/q_{\max} = 0,22 = \text{const},$$

а по уравнению (17) это отношение меняется от 0,058 до 0,210.

Приведенные цифры показывают, что расхождения столь велики, что не могут быть объяснены неточностью коэффициентов теоретических уравнений или отдельными погрешностями в измерениях. Различие формул (16) и (17) носит принципиальный характер.

Выведенная в [2] формула (14) для максимального критического потока тепла при кипении относится к условиям, когда недогрев жидкости отсутствует. Н. Зубер рассматривает также кризис кипения недогретой жидкости. При этом предполагается, что режим критического теплового потока в гидродинамическом отношении остается неизменным. Температура поверхности раздела пара и жидкости принимается равной температуре насыщения<sup>1)</sup>. Однако тепло от этой поверхности отводится не только вместе с потоком пара в глубь жидкости, но также путем теплопроводности в холодные массы жидкости. С учетом нагрева холодных объемов жидкости, приходящих к границе жидкость—пар и эквивалентных по массе потоку отводимого пара, максимальный критический тепловой поток определяется как

$$q'_{\max} = q_{\max} + q_2 + q_3,$$

где  $q_{\max}$  — определяется по уравнению (14), т.е. без учета недогрева;  $q_2$  — поток тепла теплопроводностью в глубь холодного ядра жидкости;  $q_3$  — поток тепла, идущий на нагрев холодных объемов жидкости до температуры насыщения; это слагаемое, согласно [2], следует вводить в рассмотрение лишь для случая движущейся (циркулирующей) недогретой жидкости.

Для вычисления потока  $q_2$  используется известное уравнение теплопроводности полуограниченного пространства:

$$q_2 = \frac{2k\Delta T}{\sqrt{\pi a' t}}, \quad (19)$$

где  $\Delta T = T_s - T_\infty$  — недогрев жидкости до температуры насыщения;  $k$  — теплопроводность жидкости;  $a'$  — температуропроводность жидкости (не смешивать с  $a$  — амплитудой возмущений);  $t$  — время.

В [2] принято, что  $t$  можно определить как

$$t = 1/f,$$

где  $f$  — частота отделения паровых пузырьков в режиме максимального критического теплового потока.

Величина  $f$  определена из уравнения неразрывности потока пара

$$\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\lambda_0}{4}\right)^3 f = \pi\left(\frac{\lambda_0}{4}\right)^2 u''.$$

<sup>1)</sup>Заметим, что из физических соображений следует, что для поддержания интенсивного испарения температура поверхностного слоя жидкости должна превышать температуру насыщения, однако этот вопрос в [2] не обсуждается.

Подставляя значение  $u''$  из уравнения (11), находим:

$$f = \frac{6}{\lambda_0} \left( \frac{\sigma}{\rho'' \lambda_0} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho'}{\rho' + \rho''} \right)^{1/2}.$$

Поток тепла  $q_3$  равен

$$q_3 = c_p j'' \Delta T,$$

где  $c_p$  — теплоемкость жидкости, а поток массы пара  $j''$  представлен уравнением (13).

Расчеты по уравнению для критических тепловых потоков в недогретой жидкости при свободном движении (без учета  $q_3$ )

$$q'_{\max} = q_{\max} + q_2 \quad (20)$$

в работе [2] сопоставляются с опытными данными для воды при атмосферном давлении [10], для аммиака ( $\text{NH}_3$ ) при 35 бар [11] и для четыреххлористого углерода ( $\text{CCl}_4$ ) при атмосферном давлении [12]. При сопоставлении для расчета  $q_{\max}$  принят коэффициент  $C = 0,13$  и принято также  $\lambda_0 = \lambda_{01} = 2\pi b$ .

Опытные данные для воды при больших недогревах лежат примерно на 25 % выше расчетных значений  $q'_{\max}$ . Для аммиака при малых недогревах опытные данные выше расчетных на 30—40 %. Остальные значения  $q'_{\max}$ , вычисленные по (20), неплохо согласуются с опытными величинами.

Сопоставление расчета по уравнению (20) с опытными данными [13] выполнено в [2] для воды ( $p = 1$  и 2 бар) и этилового спирта ( $p = 1; 2,5$  и 10 бар). Расчетные и опытные значения величин  $q'_{\max} / q_{\max}$  хорошо увязываются между собой, за исключением данных для воды при  $p = 2$  бар, где расчетные значения при больших недогревах выше опытных примерно на 30 %.

#### Литература

1. Zuber N. // Trans. ASME. 1958. Vol. 80. P. 711—720.
2. Zuber N. Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer. Ph. D. Diss. Calif. Inst. Tech. 1959.
3. Weswater J.W., Santangelo J.G. // Ind. Eng. Chem. 1955. Vol. 47. N 8. P. 1605—1610.
4. Лэмб Г. Гидродинамика. М.—Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
5. Lewis D.J. // Proc. Roy. Soc. 1950. Vol. 200-A. P. 81—96.
6. Davies R.M., Taylor G.I. // Proc. Roy. Soc. 1950. Vol. 200-A. P. 377—390.
7. Rayleigh J.W.S. The theory of sound. N-Y. Dover Pub., 1945. 1142 p.
8. Кутателадзе С.С. // Изв. АН СССР, ОТН. 1951. № 4. С. 529—536.
9. Боришанский В.М. // Сб.: Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества: М.—Л.: Госэнергоиздат, 1953. С. 108—117.
10. Gunther F.C., Kreith F. Proc. of Heat Transf. and Fluid Mech. Inst. Stanford Univ. Press. 1949. P. 113—119.
11. Bartz D. Paper presented at the ARS Spring Meeting, Washington. April, 1957.
12. Ellion M.E. A study of the mechanism of boiling heat transfer. Ph. D. Diss. Calif. Inst. Tech. 1954.
13. Кутателадзе С.С., Шнейдерман Г.Л. // Сб.: Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1953. С. 102—107.

## КРИЗИС ТЕПЛООБМЕНА ПРИ КИПЕНИИ ПОТОКА ВОДЫ В КАНАЛЕ

При кипении воды в обогреваемом канале вначале формируется зона небольших, до нескольких процентов, паросодержаний потока [1]. В этой области количество жидкости в потоке еще велико, благодаря чему поверхность нагрева обильно омывается водой. Относящиеся к этой области опытные данные, например [2], показывают, что при малых паросодержаниях закономерности теплоотдачи такие же, как при кипении в большом объеме. Критическая тепловая нагрузка при этом определяется эмпирическим уравнением

$$q_{cr} = 1,95 \cdot 10^3 w^{0,5} p^{0,333} \text{ кВт/м}^2, \quad (1)$$

где  $w$ , м/с — скорость потока воды при температуре насыщения во входном сечении канала;  $p$ , бар — статическое давление в канале. Опытные данные [2] и их соответствие корреляции (1) демонстрирует рис. 1.

Видно, что при малом паросодержании потока критическая тепловая нагрузка существенно зависит от скорости жидкости, увеличиваясь пропорционально ей в степени 0,5, то есть влияние скорости на критическую нагрузку в этой зоне положительно. Аналогичная зависимость (с тем же показателем степени 0,5) характерна для случая поперечного обтекания одиночных цилиндров [3].

При атмосферном давлении и скорости 0,5 м/с величина критического теплового потока  $q_{cr} = 1,75 \cdot 10^3 \text{ кВт/м}^2$  близка к величине  $q_{cr}$  при кипении воды в большом объеме. Зависимость  $q_{cr}$  от давления, описываемая уравнением (1), также практически совпадает с соответствующей зависимостью для случая кипения воды в большом объеме вблизи атмосферного давления. Отмеченная аналогия естественна, ибо при небольшом паросодержании поток состоит фактически из воды с пузырьками пара, как и при кипении в большом объеме. В связи с этим эту область потока при кипении в канале обычно называют пузырьковым режимом. Увеличение критической тепловой нагрузки в зоне малых паросодержаний с ростом скорости потока происходит вследствие более интенсивного «принудительного» удаления паровой фазы с поверхности нагрева.

При более высоких паросодержаниях потока устанавливается кольцевой гидродинамический режим течения смеси, причем часть жидкости движется в кольцевой пленке на стенках трубы (канала), а поток пара, содержащий капельки мелкодиспергированной жидкости, движется в его центральной части, занимая основную долю сечения канала. Зависимость критической тепловой нагрузки от паросодержания и скорости потока в этом режиме течения при давлении 70 бар иллюстрируется на рис. 2 опытными данными, относящимися к трубе с внутренним диаметром 5,2 мм [4].

---

Работа написана в 1968 г. совместно с Г.Н. Кружилиным. Опубликовано в журнале «Известия Академии наук СССР. Энергетика и транспорт». 1969. № 3. С. 86—94. (Прим. ред.)



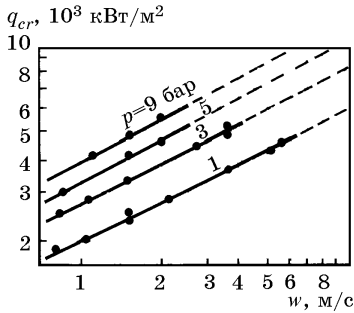
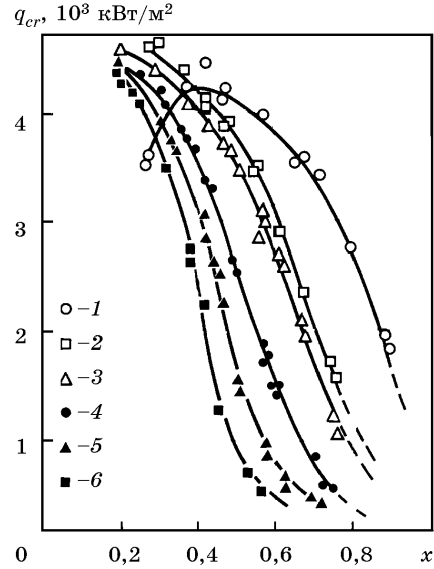


Рис. 1. Зависимость критической тепловой нагрузки от скорости воды по данным [2]

Рис. 2. Зависимость  $q_{cr}$  от паросодержания  $x$  по данным [4]

Массовая скорость потока: 1 — 1070; 2 — 1560; 3 — 1600; 4 — 2170; 5 — 2960; 6 — 3870  $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ; давление 70 бар, диаметр трубы 5,2 мм



Приведенные данные показывают, что при заданном паросодержании с ростом массовой скорости потока критическая нагрузка существенно снижается. Таким образом, здесь имеет место обратное (отрицательное) влияние скорости. Этот эффект на первый взгляд представляется парадоксальным.

В действительности же он согласуется с общими физическими представлениями и имеет естественное объяснение. В связи с этим обратим внимание на табл. 1, в которой представлены параметры потока по данным [4] (рис. 2), соответствующие фиксированной величине критической тепловой нагрузки  $q_{cr} = 2 \text{ МВт}/\text{м}^2$ . В четвертом столбце таблицы приведены массовые скорости потока пара  $G'' = xG$ ; в пятом — линейные скорости пара  $w'' = G''/\rho''$  (плотность пара  $\rho''$  при давлении 70 бар равна  $\rho'' = 36,2 \text{ кг}/\text{м}^3$ ).

Приведенные данные показывают, что при фиксированной величине критической нагрузки вместе с ростом массовой скорости потока  $G$  существенно увеличивается также массовая скорость пара  $G''$ , а следовательно, и суммарная паропроизводительность канала. В этом отношении влияние массовой скорости потока явно «положительно», и, таким образом, этот результат уже не выглядит неожиданным.

Рассмотрим далее табл. 2, также составленную на основе данных [4] (рис. 2), в которой приведены величины паросодержания и критической нагрузки при разных массовых скоростях потока  $G$ , но фиксированной скорости пара в месте кризиса:  $w'' = 26 \text{ м}/\text{с} = \text{const}$ . Видно, что при заданной скорости пара критическая тепловая нагрузка увеличивается при уменьшении паросодержания, то есть при увеличении влажности потока. Таким образом, при неизменной скорости пара добавление влаги в поток оказывает положительное влияние на критическую нагрузку. Этот эффект тоже воспринимается как естественный.

Условию неизменной скорости пара в сечении кризиса соответствует случай фиксированной суммарной паропроизводительности канала. Поэтому можно за-

Таблица 1

$p = 70$ бар, $q_{cr} = 2$ МВт/м <sup>2</sup> , $d = 5,2$ мм			
$G$ , кг/(м <sup>2</sup> · с)	$x_{cr}$	$G''$ , кг/(м <sup>2</sup> · с)	$w''$ , м/с
1070	0,88	940	26
1600	0,70	1120	31
2170	0,56	1170	32
2960	0,47	1400	38
3870	0,42	1660	45

Таблица 2

$p = 70$ бар, $w'' = 26$ м/с, $d = 5,2$ мм			
$G$ , кг/(м <sup>2</sup> · с)	$G''$ , кг/(м <sup>2</sup> · с)	$x$	$q_{cr} \cdot 10^{-3}$ , кВт/м <sup>2</sup>
1070	940	0,88	2
1600	940	0,67	2,2
2170	940	0,43	3,5
2960	940	0,31	4,2
3870	940	0,25	4,6

ключить, что при неизменной паропроизводительности канала с ростом массовой скорости потока критическая тепловая нагрузка существенно увеличивается.

Обратное влияние массовой скорости потока на критическую нагрузку означает по существу ее уменьшение при увеличении линейной скорости пара и фиксированном влагосодержании потока. С этих позиций представляется несомненным, что эффект связан с гидродинамическим разрушением жидкой пленки на стенке канала потоком пара. Из экспериментальных исследований по сепарации влаги из потока пара известно, что, например, при давлении 30 бар и скорости пара 8 м/с поток пара начинает срывать жидкость с пленки на стенке. Несомненно, что при скоростях пара порядка 30—40 м/с, указанных в табл. 1, диспергирование и вынос влаги из жидкой пленки имеют весьма интенсивный характер. При этом бóльшей скорости пара соответствует большая степень выноса влаги из пленки в ядро потока и соответственно уменьшение ее толщины. В связи с этим представляются естественными наблюдаемые в опытах тенденции уменьшения как критической тепловой нагрузки, так и критического паросодержания при увеличении скорости пара (при прочих неизменных условиях).

Однако механизм развития кризиса в этих условиях, приводящий к полному исчезновению жидкой пленки на парогенерирующей поверхности, представить себе в деталях еще затруднительно. Толщина пленки воды имеет порядок десятых долей миллиметра. Поэтому возникающие на стенке паровые пузырьки в процессе роста почти сразу же выходят за пределы пленки в паровое пространство и лопаются. При таких условиях оттеснение жидкости от стенки потоком образующегося пара по схеме, аналогичной возникновению кризиса в большом объеме, вряд ли может иметь место. В связи с этим в последнее время стали обсуждаться новые гипотезы, основанные на эффекте разрыва пленки (например, [5, 6]).

Далее остановимся на фактическом определении параметров кризиса при кольцевом режиме течения пароводяной смеси, то есть в области повышенных паросодержаний. В настоящее время известно несколько расчетных эмпирических методик, относящихся к этому случаю, которые различаются по оценке влияния отдельных параметров, а также по форме представления зависимостей.

Для анализа опытных данных по кризису при кольцевом режиме течения потока широкое распространение получило представление результатов в виде графиков

$$q_{cr} = f(x). \quad (2)$$

Так как на основе многочисленных опытных данных установлено, что критическая тепловая нагрузка зависит не только от паросодержания  $x$ , но также от массовой скорости потока  $G$ , давления  $p$  и внутреннего диаметра трубы  $d$ , то в общем случае

$$q_{cr} = f(x, G, p, d). \quad (3)$$

Применительно к условиям равномерного обогрева круглых труб эта последняя зависимость к настоящему времени изучена довольно подробно. По-видимому, наиболее полные данные по этому вопросу, охватывающие результаты почти всех опубликованных работ, изложены в [7].

Недавно возникла также методика, связанная с представлением опытных данных по кризису в форме зависимости общей тепловой мощности канала  $Q_{cr}$  от его геометрических размеров и режимных параметров:

$$Q_{cr} = \psi(G, p, d, l, h_1), \quad (4)$$

где  $l$  — длина трубы,  $h_1$  — энтальпия потока на входе. Насколько известно, такого типа обработка впервые производилась в работе [8].

Зависимость вида (3) отражает то очевидное обстоятельство, объяснимое механизмом процесса, что при прочих равных условиях именно паросодержание потока определяет критическое значение удельной тепловой нагрузки  $q_{cr}$ . В соотношении (4) эта сторона процесса завуалирована, но зато зависимость (4) выражает в явном виде связь величины суммарной тепловой мощности канала  $Q_{cr}$  с основными параметрами. Кроме того, эта формула, в согласии с опытными данными, отражает тот факт, что характер распределения тепловыделения по длине трубы (в случае плавного характера такого распределения) относительно мало влияет на общую критическую тепловую мощность канала. Что касается величины этого влияния, то, например, при тепловыделении по закону косинуса, имеющему место в канале ядерного реактора, общая критическая тепловая мощность, по опытным данным, снижается всего на 10—15 % по сравнению с равномерным по длине обогревом при прочих равных условиях.

Направление, связанное с использованием зависимости типа (4), еще не оформилось в виде явной корреляции экспериментальных данных. Поиски в этом направлении продолжают. Вместе с тем конкретный вид формулы (4) в некоторых случаях может быть определен прямым расчетом с использованием соотношения (3) и закона тепловыделения по длине канала. Такой подход был реализован, в частности, в работе [9].

Для дальнейших расчетов, применительно к условиям теплообмена в ядерном реакторе, примем схему тепловыделения, соответствующую рис. 3. Начало координатной оси  $z$  совмещено с началом канала; длина канала —  $H$ ; экстраполированная длина —  $H_1 = H + 2\delta$ , где  $\delta$  — эффективное удлинение от влияния отражателя. В этих обозначениях тепловыделение по оси  $z$  в канале реактора описывается зависимостью:

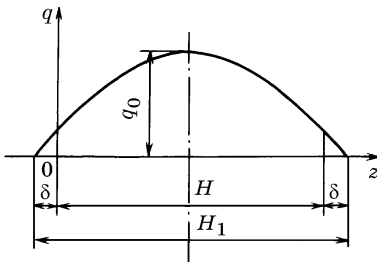


Рис. 3

$$q = q_0 \sin \frac{\pi(\delta + z)}{H_1}, \quad (5)$$

в которой  $q_0$  — удельный тепловой поток в центре канала.

Тогда тепловая мощность, подведенная к потоку на участке  $0—z$ , и паросодержание в сечении  $z$  составляют:

$$Q(z) = P \int_0^z q dz, \quad (6)$$

$$x = x_1 + Q(z)/(rGF). \quad (7)$$

Здесь  $P$  и  $F$  — обогреваемый периметр и площадь поперечного сечения канала,  $x_1$  — входное паросодержание,  $r$  — теплота парообразования.

Уравнение (3) в соответствии с экспериментальными данными можно приближенно представить в виде:

$$q_{cr} = A - Bx, \quad (8)$$

где величины  $A, B$  имеют размерность  $q$  и зависят от давления, расхода и диаметра.

Общая тепловая мощность всего канала достигает критического значения, когда кривая  $q(x)$ , соответствующая уравнениям (5)—(7), будет касаться прямой (8). Точка касания определяет место возникновения кризиса. В этой точке значения  $q$  по обеим зависимостям будут совпадать,

$$q = q_{cr}, \quad (9)$$

и обе зависимости будут иметь одинаковые производные по  $x$ :

$$\frac{dq}{dx} = \frac{dq_{cr}}{dx}. \quad (10)$$

Уравнения (5)—(10) полностью решают задачу, позволяя найти сечение появления кризиса  $z_{cr}$ , паросодержание в этом сечении  $x_{cr}$ , величину  $q_0$  и полную критическую тепловую мощность канала  $Q_{cr}$ .

Приведем эти вычисления. В уравнении (10)

$$\frac{dq}{dx} = \frac{dq}{dz} \frac{dz}{dx}, \quad \frac{dq_{cr}}{dx} = -B.$$

Из (5) и (7) имеем:

$$\frac{dq}{dz} = \frac{\pi q_0}{H_1} \cos \frac{\pi(\delta + z)}{H_1},$$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{q_0 P}{rGF} \sin \frac{\pi(\delta + z)}{H_1}.$$

Подставляя эти величины в (10), находим соотношение для  $z_{cr}$ :

$$\operatorname{tg} \frac{\pi(\delta + z_{cr})}{H_1} = -\alpha, \quad (11)$$

где  $\alpha = \pi \frac{rGF}{PH_1 B}$  — безразмерный параметр.

Из (11) следует:

$$\frac{\pi(\delta + z_{cr})}{H_1} > \frac{\pi}{2}, \quad \text{или } z_{cr} > \frac{1}{2}H,$$

то есть кризис будет возникать на второй половине обогреваемой длины канала — в области уменьшения удельной тепловой нагрузки в направлении движения потока.

После ряда преобразований можно вычислить значения:

$$q_0 = (A - Bx_1) \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2} + \cos(\pi\delta/H_1)}, \quad (12)$$

$$x_{cr} = x_1 + \left(\frac{A}{B} - x_1\right) \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2} + \cos(\pi\delta/H_1)}{1 + \sqrt{1 + \alpha^2} + \cos(\pi\delta/H_1) + \alpha^2}. \quad (13)$$

Суммарную критическую тепловую мощность канала найдем из соотношения (6):

$$Q(z) = \frac{PH_1q_0}{\pi} \left[ \cos\left(\frac{\pi\delta}{H_1} - \cos\frac{\pi(\delta+z)}{H_1}\right) \right]. \quad (14)$$

Подставляя в (14)  $q_0$  из (12) и полагая  $z = H$ , находим в итоге

$$Q_{cr} = rGF \left(\frac{A}{B} - x_1\right) \frac{2 \cos(\pi\delta/H_1)}{\cos(\pi\delta/H_1) + \sqrt{1 + \alpha^2}}. \quad (15)$$

Последнее уравнение определяет искомую зависимость общей критической мощности канала от режимных и геометрических параметров. Применительно к случаю канала в форме круглой трубы это уравнение впервые приведено в работе [9], в которой, однако, детали вывода отсутствуют.

Очевидно, исходным пунктом вывода является эмпирическое уравнение (8). Для конкретных условий переменного обогрева по длине канала значения коэффициентов этого уравнения получены в работе [9] при давлении 70 бар. Было использовано около 200 точек девяти серий опытов с изменением тепловыделения по длине канала по законам, близким к косинусу, а также по косинусу. Среднеквадратичное отклонение между опытными данными и полученной зависимостью составило 5,7 %. При расчете общей мощности канала по формуле (15) 93 % фактических опытных данных по мощности отклоняются от расчетных в пределах 10 % и все данные укладываются в полосу  $\pm 15$  %.

Значения коэффициентов в уравнении (8) при давлении 70 бар, характерном для кипящих ядерных реакторов, следующие:

$$A = 34,2 \cdot 10^3 d^{-0,544} G^{-0,129} \text{ кВт/м}^2, \quad (16)$$

$$B = 2,0 \cdot 10^3 d^{-0,228} G^{0,526} \text{ кВт/м}^2, \quad (17)$$

(здесь для удобства размерность  $d$  — мм).

Рассмотрим в порядке примера определение критических условий при кипении воды в цилиндрической трубе с распределением тепловыделения в соответствии с уравнением (5).

Параметры потока: давление 70 бар,  $G = 2500 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ,  $x_1 = 0$ ; параметры канала:  $d = 10 \text{ мм}$ ,  $H = 7 \text{ м}$ ,  $\delta = 0,5 \text{ м}$ .

Рассчитываем коэффициенты по (16) и (17):  $A = 3,6 \cdot 10^6 \text{ кВт}/\text{м}^2$ ;  $B = 7,2 \cdot 10^3 \text{ кВт}/\text{м}^2$ .

Находим по формуле (15):  $Q_{cr} = 140 \text{ кВт}$ .

Место кризиса определяется по уравнению (11):  $z_{cr} = 6,3 \text{ м}$ .

Определяются также: максимальная удельная тепловая нагрузка в центре трубы  $q_0 = 0,88 \cdot 10^3 \text{ кВт}/\text{м}^2$  в условиях кризиса; тепловой поток в сечении кризиса  $q_{cr} = 0,40 \cdot 10^3 \text{ кВт}/\text{м}^2$ ; паросодержание в сечении кризиса  $x_{cr} = 0,44$ ; линейная скорость пара в сечении кризиса  $w'' = 31 \text{ м}/\text{с}$ .

На основе формулы (15) можно сделать несколько интересных заключений. Можно отметить, что при прочих равных условиях критическая мощность примерно пропорциональна площади сечения канала  $F$ . Влияние массовой скорости потока  $G$  на критическую мощность канала проявляется непосредственно, а также через параметры  $A$ ,  $B$ . Из соотношений (16) и (17) следует, что

$$A/B \sim G^{-0,655}.$$

Поэтому мощность канала (при  $x_1 = 0$ )

$$Q_{cr} \sim G^{0,345}. \quad (18)$$

Этот результат означает, что с ростом массовой скорости потока критическая мощность растёт.

На самом деле зависимость  $Q_{cr}$  от  $G$  более слабая, чем по соотношению (18), особенно в случае каналов малой длины (в формуле (15) это влияние проявляется через параметр  $\alpha$ , который увеличивается с ростом  $G$ ).

Представляется на первый взгляд неожиданным влияние длины канала на критическую мощность канала. При прочих равных условиях это влияние связано с изменением лишь правого множителя в формуле (15), обозначаемого ниже  $\beta$ :

$$\beta = \frac{2 \cos(\pi\delta/H_1)}{\cos(\pi\delta/H_1) + \sqrt{1 + \alpha^2}}. \quad (19)$$

В приведенном примере при длине канала  $H = 7 \text{ м}$   $\beta = 0,935$ . С увеличением длины этот множитель увеличивается, но крайне слабо, и в пределе при  $H \rightarrow \infty$   $\beta \rightarrow 1$ . Таким образом, дальнейшее увеличение длины трубы в рассмотренном примере фактически не привело бы к заметному увеличению критической мощности. При увеличении длины происходило бы лишь уменьшение удельных тепловых нагрузок, в том числе в сечении кризиса.

Из формулы (15) также видно, что при увеличении длины канала «до бесконечности» паросодержание на выходе из канала становится равным

$$x_2 = x_1 + Q_{cr}/rGF = A/B. \quad (20)$$

Таким образом, величина  $A/B$  формально приобретет смысл «предельного» паросодержания. В рассмотренном примере  $x_2 = 0,5$ .

Влияние длины канала на критическую мощность более полно представлено в табл. 3, где приводятся значения множителя  $\beta$  при разных величинах длины  $H$ . Как видно из таблицы, с уменьшением  $H$  множитель  $\beta$ , а следовательно, и критичес-

Таблица 3

$H$ , м	$H_1$ , м	$\alpha$	$\beta$	$10\beta/H$ , м <sup>-1</sup>
$\infty$	$\infty$	0,0	1	0
7	8	0,515	0,935	1,34
6	7	0,590	0,915	1,52
5	6	0,685	0,880	1,76
4	5	0,825	0,860	2,15
3,5	4,5	0,915	0,820	2,34

кая мощность канала  $Q_{cr}$  уменьшаются незначительно. При изменении  $H$  в 2 раза, от 7 до 3,5 м, величина  $\beta$  и соответственно  $Q_{cr}$  уменьшаются всего на 12 %.

В последнем столбце табл. 3 даны значения отношения  $10\beta/H$ , пропорциональные средней удельной тепловой нагрузке в условиях кризиса при косинусоидальном распределении тепловыделения вдоль канала. Эти значения показывают, что при уменьшении длины канала средняя тепловая нагрузка увеличивается. Этот эффект довольно сильный — при уменьшении длины канала от 7 до 3,5 м средняя тепловая нагрузка возрастает в 1,75 раза.

Приведем также критические параметры для трубы длиной 3,5 м при прочих неизменных условиях: критическая мощность канала  $Q_{cr} = 125$  кВт, максимальная тепловая нагрузка в центре канала  $q_0 = 1,39 \cdot 10^3$  кВт/м<sup>2</sup>, место кризиса  $z_{cr} = 2,92$  м от входа, тепловая нагрузка и паросодержание в сечении кризиса  $q_{cr} = 0,94 \cdot 10^3$  кВт/м<sup>2</sup>,  $x_{cr} = 0,37$ .

### В ы в о д ы

1. Эффект «обратного» (или «отрицательного») влияния массовой скорости, который состоит в уменьшении критической нагрузки по мере увеличения кинетической энергии потока при неизменном влагосодержании, вызывается гидродинамическим разрушением жидкой пленки на стенках канала паровым потоком.

2. Применительно к ядерному реактору кипящего типа увеличение длины канала свыше 3,5 м по условиям теплообмена нецелесообразно.

### Л и т е р а т у р а

- Hewitt G.F., Kearsley H.A. // Proc. of Third Int. Heat Transfer Conf. Chicago, 1966. Vol. 3. P. 160—174.
- Аверин Е.К., Кружилин Г.Н. // Сб.: Теплопередача и тепловое моделирование. М.: АН СССР, 1959. С. 239—271.
- Vliet G.C., Leppert G. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1964. Т. 86. № 1. С. 71—77.
- Silvestri M. // Int. Heat Transfer Conf. Colorado, 1961. Part 2. Paper 39. P. 341—353.
- Becker K.M., Person P. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1964. Т. 86. № 4. С. 57—73.
- Hsu Y.Y., Simon F.F., Lad J.F. // Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 1965. Vol. 61. N 57. P. 139—152.
- Thompson B., Macbeth R.V. Boiling water heat transfer burnout in uniformly heated bound tubes. // AEE Winfrith. 1964. R. 356. 127 p.
- Bertoletti S. et al. // Energia nucleare. 1965. Vol. 12. N 3. P. 121—172.
- Kirby G.Y. A new correlation of nonuniformly heated round tube burnout date. // AEE Winfrith. 1966. R. 500. 46 c.

## IV. КОНДЕНСАЦИЯ

20

### ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ПЛЕНОЧНОЙ КОНДЕНСАЦИИ ЧИСТЫХ ПАРОВ НА ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ТРУБАХ

Теплоотдача при ламинарном течении конденсатной пленки

Течение конденсата вдоль твердой стенки (поверхности конденсации) сопровождается непрерывным увеличением расхода, а следовательно, и числа Рейнольдса конденсатной пленки  $Re = \bar{w}d_{eq}/\nu$  (здесь  $d_{eq} = 4\delta$ , где  $\delta$  — толщина пленки конденсата в данном сечении,  $\bar{w}$  — средняя скорость конденсата).

Если поверхность конденсации имеет значительную протяженность, то на нижнем по ходу движения конденсата участке поверхности течение в пленке может принять турбулентный характер. Переход от ламинарного к турбулентному режиму течения пленки происходит при критическом числе Рейнольдса  $Re_{cr}$ . Величина  $Re_{cr}$  при свободном стекании пленки по вертикальной стенке, согласно многочисленным опытным данным (например, [1—3]), лежит в пределах 1400—2000. Наиболее вероятное значение критического числа Рейнольдса равно  $Re_{cr} = 1600$ . Это значение в настоящей работе принято в качестве границы между областями ламинарного и турбулентного режима движения конденсатной пленки.

В ламинарной области Нуссельтом [4] теоретически были получены формулы для расчета теплоотдачи при конденсации неподвижного в целом пара на вертикальных поверхностях и горизонтальных трубах. С учетом влияния конвективного переноса тепла через конденсатную пленку и сил инерции [5], влияния изменения физических параметров конденсата с температурой [6] и влияния волнового характера течения пленки конденсата в ламинарной области (см. приложение 1 к настоящей статье) расчетные формулы следует записать в виде:

$$\alpha = \alpha_s \psi \varepsilon_t \varepsilon_{\nu} \quad (1)$$

где  $\alpha_s$  — коэффициент теплоотдачи, вычисляемый по формулам Нуссельта при отнесении всех физических параметров конденсата к температуре насыщения;  $\psi$  — поправка, учитывающая влияние конвективного переноса тепла и сил инерции:  $\psi = 1$  в области  $K > 5$ ,  $Pr > 1$  [5];  $\varepsilon_t$  — поправка, учитывающая зависимость физических параметров конденсата от температуры [6], равная

$$\varepsilon_t = [(\lambda_W/\lambda_s)^3 (\mu_s/\mu_W)]^{1/8};$$



$\varepsilon_v$  — поправка на волновой характер течения конденсатной пленки (см. приложение 1), равная

$$\varepsilon_v = 0,95 \operatorname{Re}^{0,04},$$

где  $\operatorname{Re}$  относится к нижнему по ходу движения конденсата сечению пленки.

Здесь  $K = r / (c_p \overline{\Delta T})$  — число фазового перехода;  $r$  — теплота конденсации;  $c_p$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  — теплоемкость, теплопроводность, вязкость конденсата;  $\overline{\Delta T} = T_s - T_w$  — средний температурный напор; индексы « $s$ » и « $w$ » относят параметр к условиям насыщения или к условиям на стенке.

Поправка  $\varepsilon_v$  вводится для вертикальных поверхностей. Для горизонтальных труб ее следует вводить лишь тогда, когда диаметр трубы удовлетворяет следующему приближенному соотношению:

$$d > 20(\sigma / (\rho g))^{0,5},$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение на границе пар—конденсат,  $\rho$  — плотность конденсата.

Уравнение (1) получено теоретическим путем. Ниже приведено его сравнение с известными опытными данными по конденсации паров разных жидкостей в области ламинарного течения пленки конденсата.

Такое сравнение удобно проводить в безразмерных координатах — критериях подобия, при выборе которых учитывались следующие положения.

1) Все опубликованные к настоящему времени опытные данные относятся к области  $K > 5$ ,  $\operatorname{Pr} > 1$ , т. е.  $\psi = 1$ .

2) Если  $K > 5$ , или  $\Delta T < r / (5c_p)$ , существует практически однозначная связь между количеством тепла, воспринятого поверхностью конденсации, и количеством образовавшегося конденсата. В безразмерном виде эта связь приводит к соотношению (см. приложение 2)

$$4 \frac{\bar{\alpha} \Delta T L_0}{r \rho v} = \operatorname{Re},$$

где  $L_0 = H$  для вертикальных поверхностей высотой  $H$  и  $L_0 = \pi R$  для горизонтальных труб радиусом  $R$ ; здесь  $\bar{\alpha}$  — средний коэффициент теплоотдачи,  $v$  — кинематическая вязкость конденсата.

3) Критерий  $\operatorname{Re}$  характеризует границу между ламинарной и турбулентной областями течения конденсата.

4) Критерий  $\operatorname{Re}$  также определяет величину поправки на волновое течение конденсатной пленки.

Выбрав в качестве определяемого критерий  $\operatorname{Re}$ , запишем уравнение (1) в безразмерном виде <sup>1)</sup>:

$$\operatorname{Re}_s = c Z_s^n \varepsilon_r. \quad (2)$$

Определяющий критерий  $Z = L_0 \left( \frac{g}{v^2} \right)^{1/3} \frac{\lambda \Delta T}{r \rho v}$  характеризует относительную протяженность поверхности стекания конденсата. Впервые для вертикальных по-

<sup>2)</sup> Для случая, когда имеет место волновое течение пленки конденсата, принято, что  $\varepsilon_r^{1,04} \approx \varepsilon_r$ .

верхностей критерий  $Z$  был введен Григуллем [28], который записал теоретическую формулу Нуссельта в виде:  $Re = 4(Z/1,082)^{3/4}$ .

Критическому значению  $Re_{cr}$  соответствует критическое число  $Z_{cr}$ . В табл. 1 приведены значения коэффициента  $c$  и показателя степени  $n$ , а также величины  $Z_{cr}$  для вертикальных поверхностей и горизонтальных труб, определенные из условия  $Re_{cr} = 1600$ .

Сравнение формулы (2) проводилось с экспериментальными данными работ, перечень которых и основные условия проведения опытов даны в табл. 2 и 3. При обобщении опытных данных подсчитывались значения поправки  $\varepsilon_i$  и критериев

$$Re_s = 4 \frac{\alpha \Delta T L_0}{r \rho_s v_s}, \quad Z_s = L_0 \left( \frac{g}{v_s^2} \right)^{1/3} \frac{\lambda_s \Delta T}{r \rho_s v_s}.$$

Результаты обобщения опытных данных, приведенные в координатах

$$Re_s \varepsilon_i^{-1} = f(Z_s)$$

на рис. 1 и 2, показывают, что опытные данные удовлетворительно согласуются с теоретической зависимостью (2)<sup>1)</sup>. На рис. 1 нанесены также опытные данные, от-

Таблица 1

Поверхность конденсации	$c$	$n$	$Z_{cr}$
Вертикальная поверхность	3,8	0,78	2300
Горизонтальная труба, $d < 20 (\sigma/\rho g)^{0,5}$	3,25	0,75	3900
Горизонтальная труба, $d > 20 (\sigma/\rho g)^{0,5}$	3,25	0,78	2800

Таблица 2

Автор	Исследованная жидкость	Высота опытной трубы, м	Пределы изменения $\Delta T$ , °C	Пределы изменения $\alpha$ , кВт/(м <sup>2</sup> ·°C)
Hebbard [7]	Вода	3,66	2,5—22	5,0—10,7
Городинская [8]	Аммиак	0,5—1,95	0,14—6,6	4,3—13,9
Baker [9]	Этиловый спирт	1,118	8—45	1,0—1,7
Головинский [10]	Жидкий воздух	0,94	2—5,3	2,3—3,0
Саликов [11]	Вода	2,9	33—42	7,9—11,5
Baker [9]	Ацетон	1,118	2,5—24	1,4—2,9
Stroebe [12]	Вода	6,1	0,6—18,7	3,9—25,5
Бузов [13]	Вода	0,275—0,55 1,0	5—19	6,1—12,1
Baker [9]	Бензол	1,118	15—48	0,8—1,3
Meisenburg [14]	Вода	3,66	3—25	4,6—9,9
Кутателадзе [25]	Вода	0,3—1,0	4,5—28	7,2—11,6
Badger [15]	Дифенил	3,66	13—84	0,66—3,3

<sup>1)</sup> В настоящее время отсутствуют надежные опытные данные при конденсации паров на горизонтальных трубах большого диаметра,  $d > 20 (\sigma/\rho g)^{0,5}$ , поэтому вопрос о правомочности уравнения (2) для этого частного случая требует экспериментальной проверки.

Таблица 3

Автор	Исследованная жидкость	Диаметр горизонтальной трубы, мм	Пределы изменения $T$ , °C	Пределы изменения $\alpha$ , кВт/(м <sup>2</sup> ·°C)
Baker [16]	Бензол	33,4	17—35	1,4—1,5
Wollace [17]	Бензол	21,4	36,5—49	1,5—1,6
Городинская [8]	Аммиак	22,0	0,2—3,6	8,9—17
Кау [18]	Фреон-12	15,9	1,4—38	1,5—2,7
McAdams [19]	Бензол	17,2	12—15	1,7—2,1
McAdams [19]	Вода	17,2	12—24	12—14
Othmer [20]	Ацетон	49,3	2,5—16	2,1—4,1
Othmer [20]	Этиловый спирт	49,3	6—22	1,7—2,9
Слепян [21]	Фреон-12	20,0	3,2—20	1,2—2,1
White [22]	Фреон-12	15,85	1,4—12,3	1,4—2,8

носящиеся к  $Re > Re_{cr}$ ,  $Z > Z_{cr}$ , которые подтверждают принятую в работе границу между ламинарным и турбулентным режимами течения конденсатной пленки.

#### Теплоотдача при турбулентном течении конденсатной пленки

Для расчета теплоотдачи при конденсации пара на вертикальных поверхностях в случае турбулентного течения конденсатной пленки были предложены некоторые теоретические [23—25] и экспериментальные [26, 27] зависимости, которые приведены в приложении 3. Кроме того, известны теоретические исследования теплоотдачи при турбулентном течении конденсата [28, 29], результаты которых не могут быть представлены в виде простых расчетных уравнений.

Расчет теплоотдачи в турбулентной области по существующим рекомендациям приводит к результатам, существенно различающимся между собой. При этом анализ теоретических решений показывает, что в их основу положены отдельные допущения, мало оправданные физически.

Так например, в [23, 24] предполагается, что эмпирические соотношения между теплоотдачей и сопротивлением трения, полученные для условий движения жидкости в трубах и каналах, можно перенести на случай течения конденсатной пленки. Однако известно, что в случае теплообмена однофазной жидкости в условиях внутренней задачи тепловой поток изменяется от  $q_w$  (значения на стенке) до нуля на оси потока, тогда как при конденсации пара тепловой поток остается практически постоянным в любом продольном сечении пленки конденсата. Поэтому приведенное выше допущение является весьма приближенным. Хороших результатов расчета по уравнениям [23, 24] можно ожидать лишь при  $Pr \gg 1$ , когда практически все термическое сопротивление турбулентного потока сосредоточено около твердой поверхности в ламинарном подслое.

В [28] принято, что касательное напряжение трения остается постоянным по сечению конденсатной пленки, тогда как в действительности оно меняется от  $\tau_w$  (значения на стенке) до нуля (или очень малой величины) на свободной поверхности.

В [25, 29] используются известные представления Прандтля—Кармана о структуре турбулентного потока. Эти закономерности, перенесенные на случай пленоч-

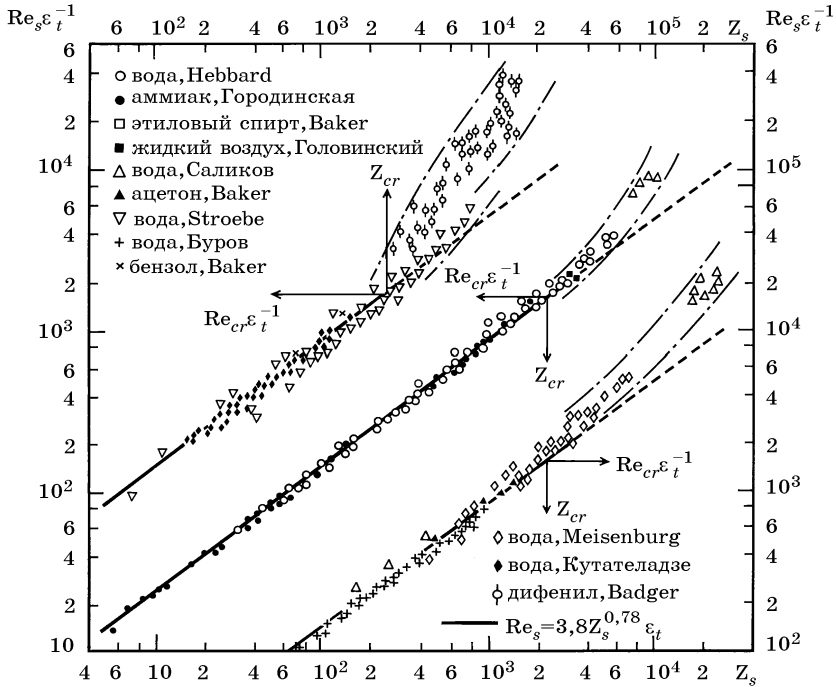


Рис. 1. Обобщение опытных данных при конденсации паров различных жидкостей на вертикальных трубах

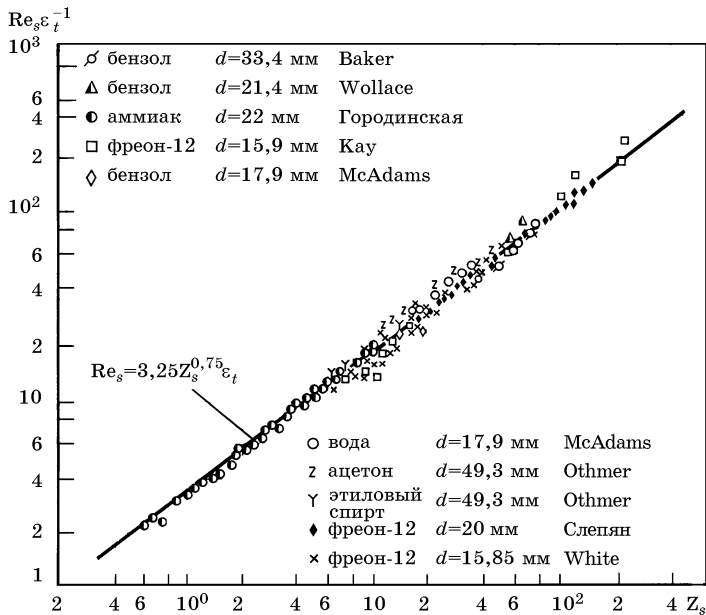


Рис. 2. Обобщение опытных данных при конденсации паров различных жидкостей на горизонтальных трубах

ной конденсации, приводят к выводу, что на свободной поверхности пленки передача тепла посредством молярной и молекулярной теплопроводности равна нулю. Если для теплообмена однофазной жидкости в условиях внутренней задачи допущение о нулевой тепловой проводимости на оси потока не вносит существенных ошибок, так как на оси и значение теплового потока равно нулю, то в случае теплообмена через конденсатную пленку это приводит к значительному занижению истинной теплоотдачи. Согласно последним исследованиям [31], на оси вынужденного потока коэффициент турбулентного обмена вовсе не равен нулю, следовательно, и проводимость тепла на оси не равна нулю.

Новые данные о закономерностях турбулентного обмена на фоне неоправданных допущений в существующих теориях пленочной конденсации побудили автора провести теоретическое исследование теплоотдачи при турбулентном течении конденсатной пленки с учетом этих фактов.

Исследование проводилось на основе двух альтернативных допущений. В первом варианте использована непрерывная кривая распределения коэффициента турбулентного обмена ( $\varepsilon_\tau$ ) по сечению потока, предложенная в [32]:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \eta \leq 5; & \quad \varepsilon_\tau/v = (\eta/14,5)^3; \\ 5 \leq \eta \leq 30; & \quad \varepsilon_\tau/v = 0,2\eta - 0,959; \\ 30 \leq \eta \leq 0,7\Lambda; & \quad \varepsilon_\tau/v = 0,4\eta(1 - \eta/\Lambda) - 1; \\ 0,7\Lambda \leq \eta \leq \Lambda; & \quad \varepsilon_\tau/v = 0,084\Lambda - 1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Во втором варианте принят непрерывный закон распределения коэффициента турбулентного обмена, рекомендуемый в [31]:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \eta \leq 26,7; & \quad \varepsilon_\tau/v = (1 - \eta/\Lambda) \operatorname{ch}^2(0,0695\eta) - 1; \\ 26,7 \leq \eta \leq 0,7\Lambda; & \quad \varepsilon_\tau/v = 0,4\eta(1 - \eta/\Lambda) - 1; \\ 0,7\Lambda \leq \eta \leq \Lambda; & \quad \varepsilon_\tau/v = 0,084\Lambda - 1. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В обоих вариантах, согласно данным [31], принято, что в области  $0,7\Lambda \leq \eta \leq \Lambda$  справедливо соотношение  $\varepsilon_\tau/v = (\varepsilon_\tau/v)_{\eta=0,7\Lambda} = \text{const}$ .

Здесь  $\eta = v_*y/v$  — безразмерное расстояние;  $\Lambda = v_*\delta/v$  — безразмерная толщина пленки;  $v_* = (\tau_0/\rho)^{0,5}$  — динамическая скорость на стенке.

В обоих вариантах были приняты также следующие исходные соотношения:

$$\frac{q}{c_p\rho} = (a + \varepsilon_q) \frac{d\vartheta}{dy}; \quad (5)$$

$$\frac{\tau_0}{\rho} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) = (v + \varepsilon_\tau) \frac{dw}{dy}; \quad (6)$$

$$\int_0^x q dx = r\rho \int_0^{\delta} w dy, \quad (7)$$

причем  $\tau_0 = \rho\delta$ ,  $\varepsilon_q = \varepsilon_\tau$ .

Решение выполнялось по следующей схеме.

1. Интегрирование (5) при подстановке  $\varepsilon_q = \varepsilon_\tau$  из (3) или (4) дает:

$$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = f_1(\Lambda, \text{Pr}). \quad (8)$$

2. Связь между приведенной толщиной пленки  $\Lambda$  и числом  $\text{Re} = 4\bar{w}\delta/v$  определяется из (6) и (7):

$$\Lambda = f_2(\text{Re}). \quad (9)$$

3. Подстановка (9) в (8) приводит к соотношению

$$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = f_2(\text{Re}, \text{Pr}). \quad (10)$$

Анализ показывает, что для обоих вариантов с хорошей точностью выполняется соотношение

$$f_3(\text{Re}, \text{Pr}) = 0,023 \text{Re}^{0,25} \text{Pr}^{0,5}.$$

Это уравнение описывает результаты теоретического решения как для первого, так и для второго варианта в диапазоне  $1 \leq \text{Pr} \leq 25$ ;  $6 \cdot 10^3 \leq \text{Re} \leq 2,76 \cdot 10^5$ , причем наибольшие отклонения от точных значений  $f_3$  составляют менее 10—12 %.

4. Окончательное решение получается, если учесть, что

$$4 \frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{d\text{Re}}{dZ},$$

и провести интегрирование (10) в пределах от  $\text{Re}_{cr}$  до  $\text{Re}$  и от  $Z_{cr}$  до  $Z$ .

Тогда

$$\text{Re} = [253 + 0,069 \text{Pr}^{0,5} (Z - 2\,300)]^{4/3}. \quad (11)$$

Уравнение (11) определяет среднюю теплоотдачу на вертикальной поверхности, на которой имеются ламинарный и турбулентный участки течения конденсата.

При выводе (11) было принято, что конвективные члены в уравнении энергии и инерционные в уравнении движения равны нулю. Приближенная оценка влияния этих членов показала [30], что в области  $\text{K} > 5$ ,  $\text{Pr} > 1$  это предположение хорошо согласуется с опытом.

Исследование возможности появления волнового течения под действием сил поверхностного натяжения при турбулентном движении пленки, выполненное по методу, предложенному в [33], показывает [30], что в условиях гравитационного стекания пленки турбулентные пульсации должны приводить к разрушению (вырождению) волнового течения, так как масштабы этих пульсаций оказываются такого же порядка, как и возможные длины волн. Поэтому в турбулентной области течения пленки поправка на волновое течение не должна вводиться.

Наконец, решение (11) получено в предположении постоянства физических параметров конденсата. Согласно данным [34, 35], учет зависимости физических параметров от температуры в турбулентной области течения жидкости может производиться путем введения дополнительного множителя  $(Pr_L/Pr_W)^{0,25}$ , где индексы  $L$  и  $W$  означают, что критерий Прандтля выбирается соответственно по температуре жидкости и стенки. Так как в турбулентной области течения пленки температуры  $T_L$  и  $T_s$  близки между собой, замена  $Pr_L$  на  $Pr_s$  не может внести существенной ошибки, но при этом  $Pr_s$  удобнее для практических расчетов. Поэтому, если в уравнение (10) ввести дополнительный множитель  $(Pr_s/Pr_W)^{0,25}$ , то окончательно формула для расчета средней теплоотдачи при ламинарном и турбулентном течении конденсата на вертикальных поверхностях примет следующий вид [30]:

$$Re_s = \left[ 253 + 0,069 \left( \frac{Pr_s}{Pr_W} \right)^{0,25} Pr_s^{0,5} (Z_s - 2300) \right]^{4/3} \quad (12)$$

Сравнение этой формулы с опытными данными приведено на рис. 3. Приведенные данные показывают, что, несмотря на разброс опытных точек (объясняемый, по-видимому, трудностью эксперимента в этой области), зависимость (12) в среднем хорошо описывает существующие результаты.

Сравнение полученных в настоящей работе формул (2) и (12) с формулами других авторов после их пересчета приведено на рис. 4 в координатах  $Re = f(Z)$  ( $Pr$  — параметр).

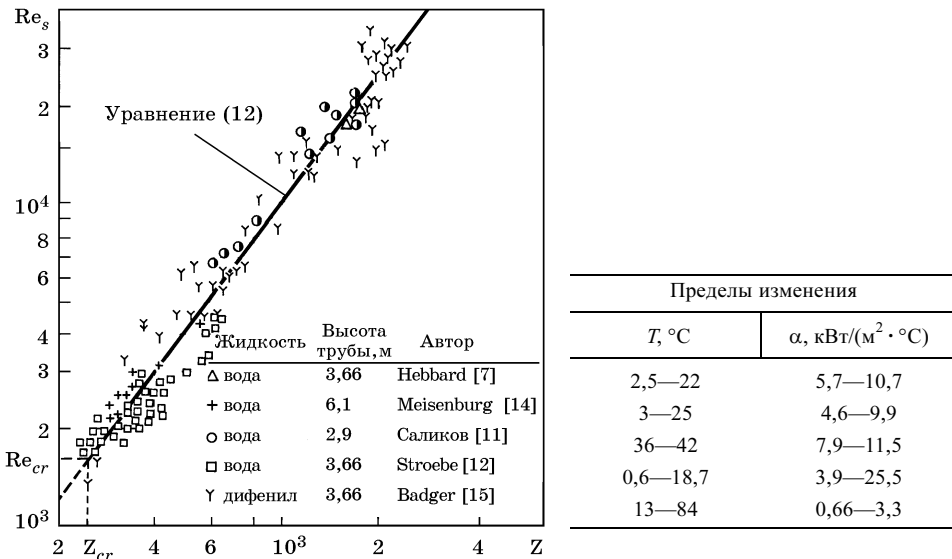


Рис. 3. Обобщение опытных данных при конденсации паров на поверхности вертикальных труб при  $Z > Z_{cr}$  ( $Re > Re_{cr}$ )

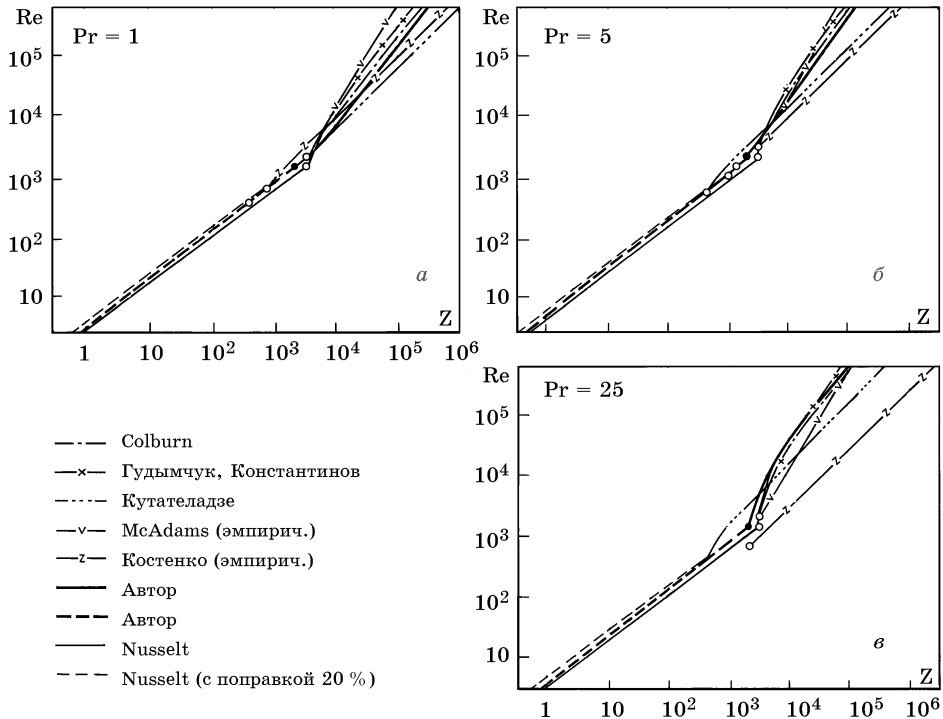


Рис. 4. Сравнение формул разных авторов для расчета теплоотдачи при пленочной конденсации

Вследствие различия в определяющих температурах сравнение справедливо в случае малых температурных напоров.

Приведенные в настоящей работе формулы (2) и (12), полученные на основе развития представлений о физических механизмах процесса и подтверждаемые существующими опытными данными, рекомендуются для расчета теплоотдачи при пленочной конденсации чистых паров.

### Приложение 1

В результате теоретического и экспериментального исследования закономерностей движения жидких пленок на вертикальных поверхностях П.Л. Капица установил [33], что под действием сил поверхностного натяжения на свободной поверхности жидкости течение уже при небольших числах  $Re$  приобретает волновой характер. В обычных условиях волновое течение носит трехмерный беспорядочный характер. Лишь при соблюдении особых мер предосторожности оно приобретает периодический характер, предсказанный теорией. Используя результаты первого приближения теоретического решения, П.Л. Капица показал, что периодический волновой характер течения жидких пленок приводит к увеличению их термической проводимости  $\lambda/\delta$  в среднем на 21 %.



Если использовать результаты второго приближения решения П.Л. Капицы, то можно показать, что повышение термической проводимости жидкой пленки вследствие волнового периодического течения уже не остается постоянным, а зависит от  $Re Ka^{-1/11}$ , где  $Re = 4w\delta/\nu$  — критерий Рейнольдса для пленки жидкости;  $Ka = \sigma^3/(g\rho^3\nu^4)$  — критерий, учитывающий соотношение сил поверхностного натяжения, объемных сил и сил вязкости, впервые полученный П.Л. Капицей.

Исходя из того, что увеличение термической проводимости вследствие трехмерного волнового течения зависит от того же аргумента (во всяком случае в первом приближении), можно сделать вывод, что учет волнового характера течения конденсатной пленки должен привести к появлению в формулах для коэффициентов теплоотдачи дополнительного множителя (поправки), зависящего от  $Re Ka^{-1/11}$ .

Приближенное аналитическое выражение для этой поправки можно получить, исходя из следующих соображений.

а) Существующие опытные данные по конденсации водяного пара показывают, что изменение теплоотдачи, связанное с развитием волнового течения конденсатной пленки, происходит довольно медленно. Поэтому можно приближенно представить выражение для этой поправки в виде степенной зависимости

$$\varepsilon_v = c_1 (Re Ka^{1/11})^m, \quad \text{где } m \ll 1.$$

б) Для многих веществ (вода, аммиак, фреон-12, ацетон, этиловый спирт и др.) величины  $Ka^{1/11}$  различаются между собой не больше чем в 2—3 раза, тогда как критерий  $Re$  конденсатной пленки, в зависимости от условий конденсации, может различаться в десятки, сотни, а иногда и тысячи раз. Это позволяет в первом приближении не учитывать переменность величины  $Ka^{1/11}$ , т.е. полагать

$$\varepsilon_v = c_1 Re^m.$$

в) Значения постоянных  $c_1$  и  $m$  можно приближенно оценить по некоторым усредненным данным, относящимся к конденсации водяного пара:  $c_1 = 0,95$ ,  $m = 0,04$ .

Полученное соотношение должно быть справедливо для случаев конденсации не только водяного пара, но и паров других жидкостей.

Волновое течение жидкой пленки, стекающей по стенке горизонтальной трубы, может возникать лишь тогда, когда диаметр трубы достаточно велик, так как лишь в этом случае протяженность поверхности пленки достаточна для развития волнового течения, а сам характер движения вследствие малой кривизны поверхности будет приближаться к течению на вертикальной поверхности.

Согласно опытным наблюдениям П.Л. Капицы, волновое течение развивается на протяжении участка в несколько длин волн. Для того чтобы большая часть периметра трубы была покрыта пленкой, движущейся в области волнового течения, необходимо, чтобы отношение  $d/b$  было достаточно велико, например порядка 50. Здесь  $b$  — длина волны в момент возникновения волнового течения, которая согласно [33] может быть записана как

$$b \approx 0,4(\sigma/(\rho g))^{0,5}.$$

Следовательно, волновое течение конденсатной пленки на горизонтальных трубах должно иметь место при  $d > 20(\sigma/(\rho g))^{0,5}$ . Например, при конденсации водяного пара ( $T_s = 100^\circ\text{C}$ ) волновое течение возникнет, если  $d > 50$  мм.

## Приложение 2

Связь между количеством тепла  $Q$ , переданного к стенке при конденсации, и расходом конденсата можно получить из уравнения баланса тепла элемента конденсатной пленки длиной  $dx$ :

$$(r + c_p \Delta T_0) \rho d \int_0^{\delta} w dy = q dx + c_p \rho d \int_0^{\delta} \Delta T w dy,$$

которое после преобразований может быть записано в виде

$$4Q/(r\rho v) = \text{Re}(1 + \xi),$$

где

$$\xi = \frac{1}{K} \left( 1 - \int_0^1 \theta W dY / \int_0^1 W dY \right), \quad \theta = \Delta T / \Delta T_0, \quad W = w / w_{\delta}, \quad Y = y / \delta.$$

Если принять, что распределение температур и скоростей в пленке подчиняется закономерностям

$$\theta = Y, \quad W = 2Y - Y^2,$$

то окончательно получим:

$$4 \frac{Q}{r\rho v} = \text{Re} \left( 1 + \frac{3}{8} \frac{1}{K} \right).$$

Отсюда следует, что при  $K > 5$  ошибка в замене  $4Q/(r\rho v)$  на  $\text{Re}$  будет меньше 7,5 %.

## Приложение 3. Сводка расчетных формул

Автор	Расчетная формула	Значение $\text{Re}_{cr}$
Colburn [23]	$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{\text{Re}}{22 \text{Pr}^{1/3} (\text{Re}^{0,8} - 364) + 12\,800}$	1600
Гудымчук и Константинов [24]	$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{\text{Re}}{21,6 \text{Pr}^{-0,3} (\text{Re}^{0,78} - 323) + 12\,740}$	1600
Кутателадзе [25]	$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{av}{g} \right)^{1/3} = 0,16 + (100 - 62 \text{Pr}^{1/3}) \text{Pr} \theta^*$	400
McAdams [26]	$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = 0,0077 \text{Re}^{0,4}$	2100
Костенко [27]	$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{-1/3} = 0,23 \text{Re}^{-1/6}$	720

$$*) \theta = \frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} \frac{4}{\text{RePr}^{4/3}} = \left( \frac{va}{g} \right)^{1/3} \frac{r}{c_p \Delta TH}$$

## Литература

1. Cooper C.M., Drew T.W., McAdams W.H. // *Ind. Eng. Chem.* 1934. Vol. 26. P. 428—431.
2. Friedman S.J., Miller C.O. // *Ind. Eng. Chem.* 1941. Vol. 33. N 7. P. 885—891.
3. Каретников Ю.П. // *ЖТФ.* 1954. № 2. С. 193—199.
4. Nusselt W. // *Z. Ver. Deut. Ing.* 1916. Bd. 60. N 27. S. 541—546.
5. Лабунцов Д.А. // *Теплоэнергетика.* 1956. № 12. С. 47—50.
6. Лабунцов Д.А. // *Теплоэнергетика.* 1957. № 2. С. 49—51.
7. Hebbard G.M. // *Ind. Eng. Chem.* 1934. Vol. 26. N 4. P. 420—424.
8. Чернобыльский И.И., Городинская С.А. // *Труды ин-та теплоэнергетики. АН УССР.* 1951. Вып. 4. С. 44—53.
9. Baker E.M., Hipkin H. // *Trans. AIChE.* 1944. Vol. 40. N 3. P. 291—307.
10. Головинский Г.П. Теплоотдача при конденсации воздуха на вертикальной трубке: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1948.
11. Саликов А.П. Интенсификация теплообмена в бойлерах: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1942.
12. Stroebe G.W., Baker E.M., Badger W.L. // *Trans. AIChE.* 1939. Vol. 35. N 1. P. 17—43.
13. Буров Ю.Г. Исследование теплообмена при конденсации водяного пара на вертикальных трубах: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1955.
14. Meisenburg S.J., Boarts R.M., Badger W.L. // *Trans. AIChE.* 1935. Vol. 31. N 4. P. 622—638.
15. Badger W.L., Monrad C.C., Diamond H.W. // *Ind. Eng. Chem.* 1930. Vol. 22. N 7. P. 700—707.
16. Baker E.M., Mueller A.C. *Trans. AIChE.* 1937. Vol. 33. P. 531—561.
17. Wallace J.L., Davison A.W. // *Ind. Eng. Chem.* 1938. Vol. 30. N 8. P. 948—953.
18. Katz D.L. et al. // *Refrigerating Eng.* 1947. Vol. 53. N 3. P. 211—217.
19. McAdams W.H., Frost T.H. // *Ind. Eng. Chem.* 1922. Vol. 14. N 12. P. 1101—1105.
20. Othmer D.F., Bermen S. // *Ind. Eng. Chem.* 1943. Vol. 35. N 10. P. 1068.
21. Слепян Е.Е. Исследование теплоотдачи при конденсации пара на горизонтальных гладких и ребристых трубах: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1951.
22. White R.E. // *Refrigerating Eng.* 1948. Vol. 55. N 4. P. 375—379.
23. Colburn A.P. // *Ind. Eng. Chem.* 1934. Vol. 26. N 4. P. 423—434.
24. Гудымчук З.А., Константинов В.А. // *ЖТФ.* 1936. № 9. С. 1582—1587.
25. Кутателадзе С.С. // *Теплопередача при конденсации и кипении.* М.—Л.: Машгиз, 1952. 231 с.
26. McAdams W.H. *Heat transmission.* N-Y.: McGraw Hill. 495 p.
27. Костенко Г.И. // *Изв. Киев. политех. ин-та.* 1947. Т. 6.
28. Griggall V. // *Fors. Geb. Ing.* 1942. Vol. 13. P. 49—57; 1952. Vol. 18. N 1. P. 10—12.
29. Seban R.A. // *Trans. ASME. Ser. C.* 1954. Vol. 76. N 2. P. 299—302.
30. Лабунцов Д.А. Теплоотдача при пленочной конденсации чистых паров: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1956.
31. Schlinger W.G., Sage B.N. // *Ind. Eng. Chem.* 1952. Vol. 44. N 10. P. 2454—2456; 1953. Vol. 45. N 3. P. 657—661.
32. Lin C.S., Moulton R.W., Putnam G.L. // *Ind. Eng. Chem.* 1953. Vol. 45. N 3. P. 636—646.
33. Капица П.Л. // *ЖЭТФ.* 1948. Т. 18. Вып. 1. С. 1—28; Капица П.Л., Капица С.Л. // *ЖЭТФ.* 1949. Т. 19. Вып. 2. С. 105—120.
34. Михеев М.А. *Основы теплопередачи.* М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956. 231 с.
35. Петухов Б.С. Исследование теплообмена и гидравлического сопротивления при неизотермическом движении жидкости в трубах: Дисс. ... докт. техн. наук. М., 1955.

## ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В УСЛОВИЯХ ТУРБУЛЕНТНОГО СТЕКАНИЯ ПЛЕНКИ КОНДЕНСАТА

Во многих теплообменных аппаратах течение конденсатной пленки на вертикальных поверхностях имеет смешанный характер: в верхней части ламинарный, в нижней — турбулентный. Теплообмен в зоне турбулентного течения пленки изучен еще недостаточно, что объясняется сложностью механизма переноса тепла и недостаточной изученностью структуры турбулентности.

В работе [1] была дана постановка задачи о теплообмене в турбулентной части течения пленки конденсата и приведен результат решения в виде итогового уравнения, однако без изложения самого решения. В последние годы это новое уравнение получило значительное распространение в расчетной практике.

В настоящей статье приведено полное решение задачи, итоговое уравнение сопоставляется с большим числом экспериментальных данных, дана также номограмма для расчета теплообмена при конденсации водяного пара на вертикальной поверхности.

Решение выполнено в двух вариантах на основе идей полуэмпирической теории турбулентности, с учетом двух альтернативных моделей турбулентного обмена [2, 3].

1. Главное различие между течением конденсатной пленки и движением жидкости в трубах и каналах состоит в том, что стекание пленки происходит в условиях непрерывного и плавного увеличения расхода, числа Рейнольдса и толщины пленки в направлении движения. При этом касательное напряжение трения на стенке  $\tau_0$  целиком определяется толщиной пленки  $\delta$  и удельным весом жидкости  $\rho g$ , поскольку сила тяжести является единственным источником движения.

Касательное напряжение трения на поверхности пленки принимается равным нулю,  $\tau_{y=\delta} = 0$ , ( $y$  — расстояние по нормали к поверхности конденсата,  $\delta$  — толщина пленки), то есть отсутствует силовое взаимодействие между конденсирующимся паром и свободной поверхностью пленки. Это допущение справедливо при конденсации неподвижного или медленно движущегося пара. Предполагается также, что физические параметры конденсата в интервале от температуры стенки до температуры насыщения изменяются слабо и могут рассматриваться как постоянные.

Если теплообмен однофазной жидкости в трубах характеризуется изменением  $q$  от наибольшего значения на твердой стенке до нуля на оси симметрии потока, то перенос тепла через конденсатную пленку происходит в условиях практически постоянной плотности теплового потока  $q$  в любом продольном сечении пленки; без учета диссипации механической энергии и теплоты переохлаждения конденсата имеем:

$$\partial q / \partial y = 0, \quad q = \text{const.} \quad (1)$$

Общее количество тепла  $Q$ , передаваемого к поверхности конденсации в единицу времени на единице ширины поверхности, без учета теплоты переохлаждения конденсата, которая пренебрежимо мала по сравнению с теплотой фазового перехода, однозначно связано с массовым расходом  $G$  конденсата на единице ширины:

$$Q = rG, \quad (2)$$

( $r$  — теплота парообразования).

Критерий Рейнольдса для стекающей пленки на расстоянии  $H$  от верхней кромки вертикальной стенки,

$$\text{Re} = \frac{\bar{w}d_{eq}}{\nu} = 4 \frac{\bar{w}\delta}{\nu} = 4 \frac{G}{\rho\nu}, \quad (3)$$

выраженный через массовый расход конденсата на единице ширины в этом сечении, является не только критерием гидродинамического режима течения, но и величиной, определяющей эффективность теплообмена на участке  $H$ :

$$\text{Re} = 4 \frac{G}{\rho\nu} = 4 \frac{\bar{q}H}{r\pi\nu}. \quad (4)$$

В уравнениях (3) и (4)  $\bar{w} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} w dy$ ;  $\bar{q} = \frac{1}{H} \int_0^H q dx$ ;  $\rho$  и  $\nu$  — плотность и кинематическая вязкость конденсата.

2. В турбулентном потоке плотность теплового потока  $q$  и касательное напряжение  $\tau$  в некотором сечении, параллельном твердой стенке, могут быть представлены следующим образом:

$$q = \lambda \left( 1 + \text{Pr} \frac{\varepsilon_q}{\nu} \right) \frac{dT}{dy}, \quad (5)$$

$$\tau = \mu \left( 1 + \frac{\varepsilon_\tau}{\nu} \right) \frac{dw}{dy}, \quad (6)$$

где  $\text{Pr} = \nu/a$  — критерий Прандтля,  $\lambda$  и  $\mu$  — теплопроводность и динамическая вязкость конденсата.

Величины  $\varepsilon_q$  и  $\varepsilon_\tau$  представляют коэффициенты турбулентного обмена тепла и количества движения, причем для всех жидкостей (кроме жидких металлов), согласно существующим данным, с хорошим приближением  $\varepsilon_q = \varepsilon_\tau$ . Принимая это положение, будем во всех последующих соотношениях коэффициент турбулентного обмена обозначать просто  $\square\varepsilon$ .

Согласно полуэмпирической теории турбулентности, величина  $\varepsilon/\nu$  зависит от  $v_*y/\nu$  и  $v_*\delta/\nu$ , где  $v_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$  — так называемая динамическая скорость на стенке.

Введя обозначения для безразмерного расстояния и безразмерной толщины пленки,  $\eta = v_*y/\nu$  и  $\Lambda = v_*\delta/\nu$ , можно записать:

$$\varepsilon/\nu = f(\eta, \Lambda). \quad (7)$$

Из физической непрерывности всех осредненных по времени характеристик установившегося турбулентного потока следует, что и величина коэффициента турбулентного обмена должна быть непрерывной функцией координат.

В первом варианте решения использованы уравнения для коэффициента турбулентного обмена, предложенные в [3]:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \eta \leq 5; & \quad \varepsilon_{\tau}/\nu = (\eta/14,5)^3; \\ 5 \leq \eta \leq 30; & \quad \varepsilon_{\tau}/\nu = \eta/5 - 0,959; \\ 30 \leq \eta \leq 0,7\Lambda; & \quad \varepsilon_{\tau}/\nu = 0,4\eta(1 - \eta/\Lambda) - 1; \\ 0,7\Lambda \leq \eta \leq \Lambda; & \quad \varepsilon_{\tau}/\nu = 0,084\Lambda - 1. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Во втором варианте приняты данные [2]:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \eta \leq 26,7; & \quad \varepsilon_{\tau}/\nu = (1 - \eta/\Lambda)ch^2(0,0695\eta) - 1; \\ 26,7 \leq \eta \leq 0,7\Lambda; & \quad \varepsilon_{\tau}/\nu = 0,4\eta(1 - \eta/\Lambda) - 1; \\ 0,7\Lambda \leq \eta \leq \Lambda; & \quad \varepsilon_{\tau}/\nu = 0,084\Lambda - 1. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Соотношения (8) и (9) дают непрерывные законы изменения величины  $\varepsilon/\nu$  по сечению потока, причем, согласно [2], в области  $0,7 \leq y/\delta \leq 1$  значение  $\varepsilon/\nu \cong \text{const}$ .

Распределение скоростей в поперечном сечении конденсатной пленки вычислось после интегрирования (6) с учетом  $\tau = \tau_0(1 - y/\delta)$ :

$$w(\eta) = v_* \int_0^{\eta} (1 - \eta/\Lambda)(1 - \varepsilon/\nu)^{-1} d\eta, \quad (10)$$

а средняя в данном сечении скорость течения конденсата определялась как

$$\bar{w} = \frac{v}{\delta} \int_0^{\Lambda} d\eta \int_0^{\eta} \frac{1 - \eta/\Lambda}{1 + \varepsilon/\nu} d\eta. \quad (11)$$

Можно отметить, что если в (10) и (11) положить  $\varepsilon/\nu = 0$ , т.е. принять, что поток ламинарный, то из этих соотношений получаются формулы Нуссельта для скорости и средней скорости.

Из уравнения (11) следует, что между числом  $Re = 4\bar{w}\delta/\nu$  и безразмерной толщиной пленки  $\Lambda = v_*\delta/\nu$  существует однозначная зависимость

$$Re = 4 \int_0^{\Lambda} d\eta \int_0^{\eta} \frac{1 - \eta/\Lambda}{1 + \varepsilon/\nu} d\eta. \quad (12)$$

Результаты численного интегрирования (12) приведены в табл. 1.

Таблица 1  
Результаты численного расчета числа Рейнольдса по формуле (12)

$\Lambda$	100	300	500	1000	3000
	Первый вариант				
Re	5520	20400	36700	80700	376000
	Второй вариант				
Re	5700	20600	36900	80900	376000

3. Локальный коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации  $\alpha = q/(T_s - T_w)$  может быть найден на основе соотношений (1) и (5) после интегрирования (5):

$$\alpha = \lambda \int_0^{\delta} (1 + \text{Pr}\varepsilon/\nu)^{-1} dy. \quad (13)$$

При турбулентном течении этот коэффициент больше термической проводимости пленки  $\lambda/\delta$ , так как в соотношении (13) величина  $\text{Pr}\varepsilon/\nu > 0$ :

$$\alpha > \lambda/\delta. \quad (14)$$

Физически это объясняется дополнительным переносом тепла за счет турбулентного перемешивания, причем с ростом критерия  $\text{Pr}$  роль молярного переноса тепла растет и неравенство (14) усиливается.

Безразмерная форма записи уравнения (13) имеет вид

$$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = \Lambda^{1/3} \int_0^{\Lambda} (1 + \text{Pr}\varepsilon/\nu)^{-1} d\eta. \quad (15)$$

Вычисление интеграла в (15) было выполнено численным методом, результаты приведены в табл. 2.

Поскольку безразмерная толщина пленки  $\Lambda$  является однозначной функцией критерия  $\text{Re}$ , интенсивность теплообмена в данной точке поверхности целиком определяется критериями  $\text{Re}$  и  $\text{Pr}$ :

$$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = \varphi(\text{Re}, \text{Pr}). \quad (16)$$

Таблица 2

Численное значение интеграла в формуле (15) при различных  $\Lambda$  и  $\text{Pr}$

$\Lambda$	$\text{Pr}$				
	1	2,5	5	10	25
Первый вариант					
100	21,6	13,3	9,59	7,25	5,23
300	25,0	14,5	10,20	7,54	5,44
500	26,4	15,0	10,45	7,68	5,50
1000	28,2	15,7	10,80	7,84	5,56
3000	31,0	16,9	11,35	8,12	5,67
Второй вариант					
100	23,3	15,0	11,00	8,13	5,43
300	25,6	15,2	10,60	7,35	4,59
500	26,8	15,6	10,65	7,21	4,48
1000	28,5	16,2	10,90	7,39	4,48
3000	31,2	17,2	11,40	7,61	4,54

Конкретный вид функциональной зависимости (16) по результатам численного интегрирования для обоих вариантов с достаточной точностью аппроксимируется простой зависимостью

$$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = 0,023 \sqrt[4]{\text{RePr}^2}. \quad (17)$$

Таким образом, формула (17), являющаяся результатом теоретического решения, определяет локальный коэффициент теплоотдачи в зоне турбулентного течения конденсатной пленки в диапазоне  $1 \leq \text{Pr} \leq 25$ ;  $6 \cdot 10^3 \leq \text{Re} \leq 2,8 \cdot 10^5$ .

4. Зная локальную теплоотдачу, можно определить среднюю по всей поверхности интенсивность теплообмена  $\bar{\alpha} = \bar{q} / (T_s - T_w)$  при смешанном режиме стекания конденсатной пленки (ламинарном на верхней части поверхности и турбулентном на нижней).

Соотношение (2), связывающее расход конденсата и количество переданного тепла на поверхности высотой  $H$ ,

$$\int_0^H q dH = r\rho \int_0^{\delta} w dy,$$

после дифференцирования по  $H$  дает:

$$q = r\rho \frac{d}{dH} \int_0^{\delta} w dy. \quad (18)$$

В безразмерном виде соотношение (18) имеет вид

$$\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{1}{4} \frac{d\text{Re}}{dZ}. \quad (19)$$

Здесь через  $Z$  обозначен критерий, характеризующий относительную протяженность поверхности конденсации:

$$Z = H \left( \frac{g}{v^2} \right)^{1/3} \frac{\lambda(T_s - T_w)}{r\rho v}. \quad (20)$$

В области ламинарного течения пленки конденсата средняя интенсивность теплоотдачи определяется выражением [1]

$$\text{Re} = 3,8 Z^{0,78}. \quad (21)$$

Это соотношение отражает поправку на волновой характер течения пленки к формуле Нуссельта [4]<sup>1)</sup>. Согласно многочисленным измерениям [5—7], критическое значение числа Рейнольдса, характеризующее переход от ламинарного

<sup>1)</sup> В формуле (21) физические параметры в критериях подобия  $\text{Re}$  и  $Z$  выбираются по температуре насыщения  $T_s$ . Для точных расчетов по уравнению (21) его правая часть должна быть умножена на величину  $\epsilon_f = [(\lambda_w/\lambda_s)^3 (\mu_s/\mu_w)]^{1/8}$ , представляющую собой поправку, учитывающую зависимость физических параметров конденсата (теплопроводности и вязкости) от температуры [1]. Обычно величина  $\epsilon_f$  незначительно отличается от единицы.



к турбулентному режиму течения пленки на вертикальной поверхности, лежит в пределах 1400—2000. Наиболее вероятное значение составляет

$$\text{Re}_{cr} = 1\,600; \quad (22)$$

этому значению, согласно (21), соответствует

$$Z_{cr} = 2300, \quad (23)$$

определяющее наибольшую относительную высоту вертикальной поверхности, при которой в данных условиях течение конденсатной пленки на всей поверхности еще остается ламинарным.

Подставляя в (19) величину  $\frac{\alpha}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{1/3}$  из (17), получаем:

$$\frac{1}{4} \frac{d\text{Re}}{dZ} = 0,023 \sqrt[4]{\text{RePr}^2}; \quad (24)$$

интегрируя это уравнение по относительной длине участка турбулентного течения пленки, т.е. в пределах от  $Z_{cr}$  до  $Z$  и соответственно от  $\text{Re}_{cr}$  до  $\text{Re}$  с учетом (22) и (23), получаем:

$$\text{Re} = [253 + 0,069\text{Pr}^{1/2}(Z - 2300)]^{4/3}. \quad (25)$$

Соотношение (25) позволяет вычислить среднюю интенсивность теплообмена при смешанном характере течения конденсатной пленки<sup>1)</sup>. Действительно, критерий  $\text{Re}$ , вычисленный из (25), характеризует общее количество конденсата, стекающего со всей поверхности конденсации при наличии смешанного режима течения пленки, а следовательно, определяет одновременно и общее количество тепла, переданного к поверхности конденсации:

$$\text{Re} = 4 \frac{G}{\rho v} = 4 \frac{\bar{\alpha}(T_s - T_w)H}{r\rho v}.$$

Результаты проведенных расчетов сопоставлены на рис. 1—3 с опытными данными для теплообмена при смешанном режиме течения конденсатной пленки.

Из рис. 1 видно, что результаты тех опытов, в которых относительная протяженность поверхности конденсации была меньше критической ( $Z < 2300$ ), с хорошим приближением следуют зависимости (21) для ламинарного течения пленки конденсата. При смешанном режиме стекания пленки ( $Z > 2300$ ) опытные данные отклоняются от зависимости (21) вверх, что объясняется повышением интенсивности теплообмена на участке турбулентного течения пленки.

Хорошее совпадение экспериментальных и вычисленных значений чисел  $\text{Re}$  или, что то же самое, средних значений коэффициентов теплоотдачи (рис. 2) является экспериментальным подтверждением полученной теоретической формулы

<sup>1)</sup> В формулах (17) и (25) физические параметры в критериях подобия следует выбирать по температуре насыщения  $T_s$ . Учет влияния на теплообмен зависимости физических параметров конденсата от температуры при точных расчетах достигается введением в формулы множителя  $(\text{Pr}_s/\text{Pr}_w)^{1/4}$  [8, 9], т.е. заменой коэффициента 0,023 в (17) и коэффициента 0,069 в (25) соответственно на величины  $0,023(\text{Pr}_s/\text{Pr}_w)^{1/4}$  и  $0,069(\text{Pr}_s/\text{Pr}_w)^{1/4}$ .

[10]	вода
[11]	-//-
[12]	-//-
[13]	-//-
[14]	даутерм
[15]	воздух
[16]	дифенил

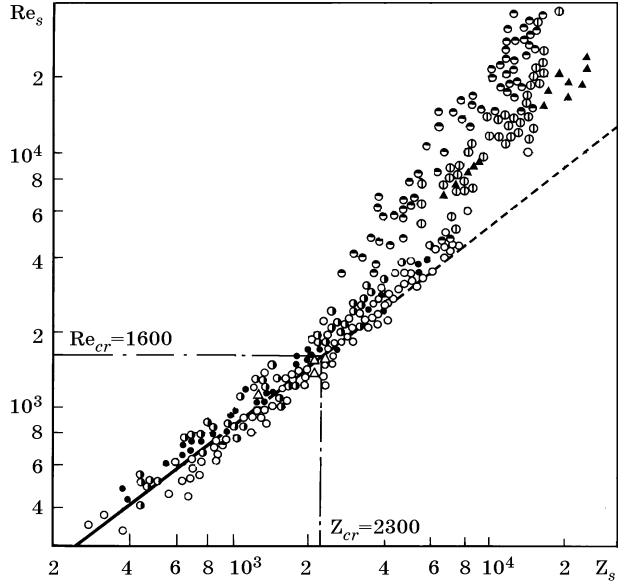


Рис. 1. Сравнение опытных данных различных авторов с теоретической зависимостью (21)

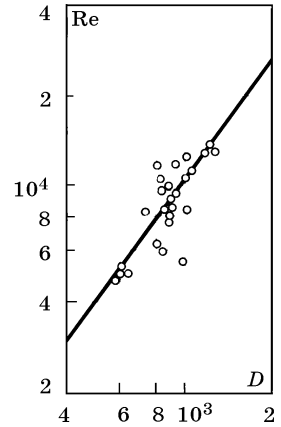
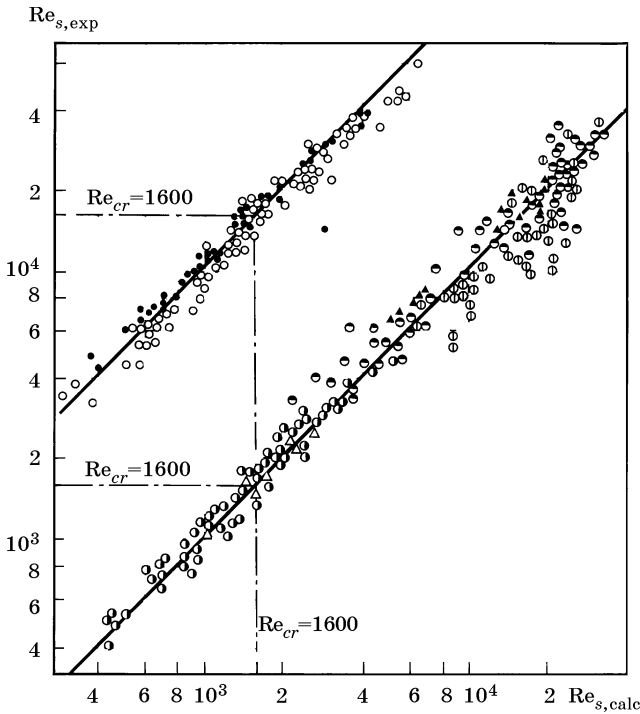


Рис. 3. Сравнение расчетных результатов с опытными данными [17]

← Рис. 2. Сравнение величин  $Re_s$ , вычисленных на основании опытных данных [10—16] (см. рис. 1) и рассчитанных по формуле (25)

(25) для средней теплоотдачи при смешанном режиме течения конденсатной пленки (для удобства обзора на рис. 2 опытные данные разбиты на две группы, причем ординаты для точек второй группы увеличены на порядок).

На рис. 3 представлены результаты очень интересных по замыслу опытов [17], в которых измерялся теплообмен при конденсации водяного пара на вертикальной трубке высотой 0,95 м при наличии циркуляции конденсата. Такие условия проведения опытов позволили по всей высоте опытной трубки, начиная с верхней кромки, поддерживать турбулентное течение конденсатной пленки. Сравнение с теоретической зависимостью проведено в координатах  $Re-D$ , где

$$D = 0,069 \text{ Pr}^{1/2} \Delta Z \left[ 1 - (\text{Re}_0/\text{Re})^{3/4} \right]^{-1},$$

( $\Delta Z$  — безразмерная высота трубки).

После интегрирования соотношения (24) в пределах от  $\text{Re}_0$  до  $\text{Re}$  и от  $Z_0$  до  $Z = Z_0 + \Delta Z$  получено уравнение

$$\text{Re} = D^{4/3}, \quad (26)$$

представленное на рис. 3 сплошной линией. Как видно из рис. 3, опытные данные [17] хорошо согласуются с теоретической формулой. Таким образом, теоретические выводы подтверждаются всеми имеющимися экспериментальными данными.

5. На основе уравнений (25) и (21) для смешанного и ламинарного режимов стекания конденсатной пленки была составлена номограмма для определения среднего коэффициента теплоотдачи  $\bar{\alpha}$  при конденсации водяного пара на вертикальных поверхностях (рис. 4). Эта номограмма позволяет найти  $\bar{\alpha}$ , если известны: высота  $H$  поверхности конденсации, температурный напор  $\Delta T = T_s - T_w$  и температура насыщения  $T_s$ .

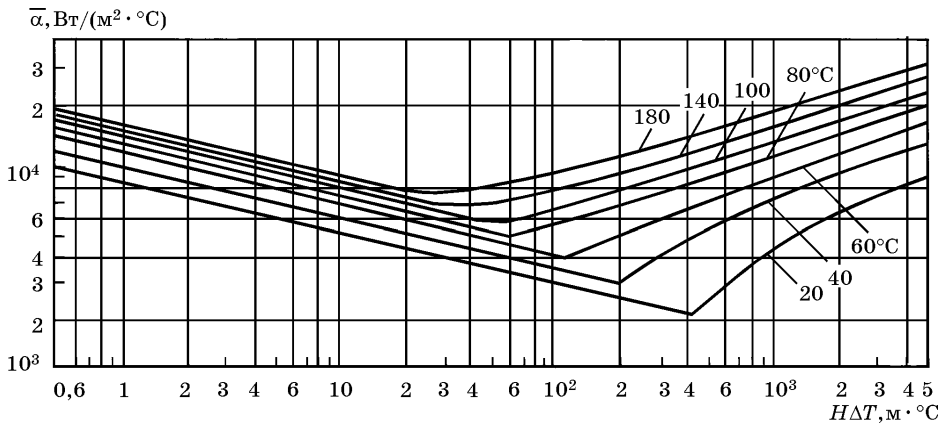


Рис. 4. Номограмма для определения среднего коэффициента теплоотдачи при конденсации водяного пара на вертикальных поверхностях

## Литература

1. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1957. № 7. С. 72—80.
2. Schlinger W.G., Sage B.N. // Ind. Eng. Chem. 1952. Vol. 44. N 10. P. 2454—2456; 1953. Vol. 45. N 3. P. 657—661..
3. Lin C.S., Moulton R.W., Putnam G.L. // Ind. Eng. Chem. 1953. Vol. 45. N 3. P. 636—646.
4. Cooper C.M., Drew T.W., McAdams W.H. // Ind. Eng. Chem. 1934. Vol. 26. N 4. P. 428—431.
5. Nusselt W. // Z. Ver. Deut. Ing. 1916. Bd. 60. H. 27. S. 541—546.
6. Friedman S.J., Miller C.O. // Ind. Eng. Chem. 1941. Vol. 33. N 7. P. 885—891.
7. Каретников Ю.П. // ЖТФ. 1954. № 2. С. 193—199.
8. Михеев М.А. Основы теплопередачи. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956. 231 с.
9. Петухов Б.С. Исследование теплообмена и гидравлического сопротивления при неизотермическом движении жидкости в трубах: Дисс. ... докт. техн. наук. М., 1955.
10. Саликов А.П. Интенсификация теплообмена в бойлерах: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1942.
11. Meisenburg S.J., Boarts R.M., Badger W.L. // Trans. AIChE. 1935. Vol. 31. N 4. P. 622—638.
12. Hebbard G.M. // Ind. Eng. Chem. 1934. Vol. 26. N 4. P. 420—424.
13. Stroebe G.W., Baker E.M., Badger W.L. // Trans. AIChE. 1939. Vol. 35. N 1. P. 17—43.
14. Ullock D.S., Badger W.L. // Trans. AIChE. 1937. Vol. 33. P. 417—440.
15. Головинский Г.П. Теплоотдача при конденсации воздуха на вертикальной трубке: Дисс.... канд. техн. наук. М., 1948.
16. Badger W.L., Monrad C.C., Diamond H.W. // Ind. Eng. Chem. 1930. Vol. 22. N 7. P. 700—707.
17. Гудымчук В.А. // Изв. ВТИ. 1946. № 6. С. 29—32.
18. Гудымчук В.А. Теплообмен при конденсации пара и смеси пара с неконденсирующимся газом на холодной поверхности: Дисс. ... канд. физ-мат. наук. М., 1938.

ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ КОНДЕНСАЦИИ НУССЕЛЬТА НА УСЛОВИЯ  
ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕРАВНОМЕРНОГО ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР  
ТЕПЛООБМЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В известной теории пленочной конденсации Нуссельта [1] температура поверхности теплообмена принималась постоянной. В настоящей работе дано обобщение этой теории на условия пространственно-неравномерных полей температур поверхности, или иначе — неизотермические поверхностные условия.

Рассматривается поверхность, сечение которой ортогональной к ней плоскостью представляет собой некоторый криволинейный контур. Предполагается, что толщина пленки конденсата существенно меньше радиуса кривизны контура. Используются криволинейные координаты:  $x$  — вдоль поверхности конденсации,  $y$  — по нормали к поверхности в данной точке. Общая протяженность поверхности вдоль  $x$  равна  $L$ . Форма поверхности и ее ориентация относительно вектора гравитационного ускорения задаются функцией

$$\cos(gx) = f(\xi), \quad (1)$$

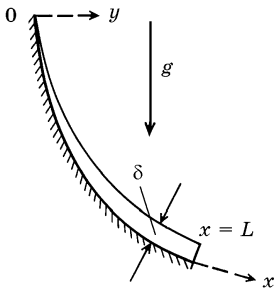
где  $\xi = x/L$  и функция  $f(\xi)$  предполагается известной.

Рассматривается произвольное распределение температуры  $T_w$  вдоль поверхности конденсации. Предполагается, что во всех точках температура  $T_w$  ниже температуры насыщения  $T_s$ , так что температурный напор  $\Delta T(\xi) = T_s - T_w(\xi)$  хотя и изменяется произвольно вдоль  $\xi$ , но всюду имеет положительное значение. Произвольное распределение температуры поверхности может быть представлено в виде

$$\Delta T(\xi) = \Delta \bar{T} \psi(\xi), \quad (2)$$

где  $\Delta \bar{T}$  — средний температурный напор, причем функция  $\psi$ , очевидно, нормирована следующим образом:

$$\int_0^1 \psi(\xi) d\xi \equiv 1. \quad (3)$$



Далее для краткости безразмерные функции  $f(\xi)$  и  $\psi(\xi)$  будут называться соответственно функциями «кривизны» и «неизотермичности».

Исходные уравнения энергии и движения жидкости при сохранении предпосылок теории Нуссельта имеют вид:

$$r\rho \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} u dy \right) = \frac{\lambda}{\delta} \Delta T(\xi), \quad (4)$$

$$g' f(\xi) + \nu \frac{d^2 u}{dy^2} = 0. \quad (5)$$

Здесь  $r$  — теплота конденсации;  $\rho, \lambda, \nu$  — плотность, теплопроводность, кинематическая вязкость жидкости;  $u$  — скорость жидкости в направлении  $x$ ;  $g' = g(\rho - \rho'')/\rho$  — «эффективное» ускорение поля тяжести, действующее на жидкость;  $\rho''$  — плотность пара.

Из уравнения движения после двукратного интегрирования следует, что поле скоростей поперек толщины пленки подчиняется обычному параболическому закону. После подстановки этого профиля в уравнение энергии и интегрирования по толщине пленки имеем:

$$\frac{r\rho g'}{3\nu} \frac{d}{dx}(\delta^3 f(\xi)) = \frac{\lambda}{\delta} \Delta \bar{T} \psi(\xi). \quad (6)$$

Для последующих выкладок удобно ввести безразмерную толщину пленки  $h = \delta/\delta_0$ , где масштабная величина  $\delta_0$  равна

$$\delta_0 = \left[ 3 \frac{\lambda \Delta \bar{T} L \nu}{r \rho g'} \right]^{1/4}. \quad (7)$$

Тогда соотношение (6) можно переписать в виде

$$h \frac{d}{d\xi}(h^3 f) = \psi, \quad (8)$$

где  $h, f$  и  $\psi$  являются функциями независимой переменной  $\xi$ .

Умножая обе части этого уравнения на  $f^{1/3}$  и интегрируя, имеем:

$$h^4 f^{4/3} - h^4(0) f^{4/3}(0) = \frac{4}{3} \int_0^\xi \psi f^{1/3} d\xi.$$

Второе слагаемое левой части этого соотношения должно быть опущено. Для контура с «острой» верхней кромкой, когда  $f(0) \neq 0$ , величина  $h(0) \equiv 0$ . Для контура с плавным очертанием при верхней образующей (типа горизонтального цилиндра)  $f(0) \equiv 0$ . Учитывая это, находим выражение для толщины пленки:

$$h(\xi) = 4 \sqrt[4]{\frac{4}{3}} f^{-1/3}(\xi) \left( \int_0^\xi \psi f^{1/3} d\xi \right)^{1/4}. \quad (9)$$

Будем рассматривать далее локальный  $\alpha(\xi)$  и средний  $\alpha$  коэффициенты теплоотдачи<sup>1)</sup>, определенные как

$$\alpha(\xi) = q(\xi)/\Delta T(\xi), \quad (10)$$

$$\alpha = \bar{q}/\Delta \bar{T}. \quad (11)$$

<sup>1)</sup> Для неизотермических условий средневзвешенный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_m = \int_0^1 \alpha(\xi) d\xi$  не представляет практического интереса. По величине  $\alpha_m$  нельзя определить количество переданного тепла, ибо неизвестной оказывается величина температурного напора.

С помощью (9) и (4) нетрудно найти безразмерные коэффициенты теплоотдачи:

$$\frac{\alpha(\xi)\delta_0}{\lambda} = \sqrt[4]{\frac{4}{3}} f^{1/3}(\xi) \left( \int_0^\xi \psi(\xi) f^{1/3}(\xi) d\xi \right)^{-1/4}, \quad (12)$$

$$\frac{\alpha\delta_0}{\lambda} = \left(\frac{4}{3}\right)^{3/4} \left( \int_0^\xi \psi(\xi) f^{1/3}(\xi) d\xi \right)^{3/4}. \quad (13)$$

Соотношения (12) и (13) представляют основной результат анализа. Для любых криволинейных поверхностей (функция  $f(\xi)$ ) и любых видов неізотермичности (функция  $\psi(\xi)$ ) на основе уравнений (12) и (13) можно определить локальную и среднюю интенсивность теплообмена.

Из соотношения (13) можно получить следующие общие заключения о влиянии неізотермичности на среднюю интенсивность теплообмена. Оказывается, что одна и та же неізотермичность проявляется по-разному в зависимости от кривизны поверхности конденсации. На плоских поверхностях (пластинах) средняя интенсивность теплообмена инвариантна относительно пространственной неравномерности поля температур поверхности. Действительно, на пластине  $f(\xi) \equiv \text{const}$ . Поэтому в выражении (13) правая часть, согласно условию нормирования функции  $\psi(\xi)$ , не зависит от вида этой функции.

Для поверхностей, у которых функция  $f(\xi) \neq \text{const}$ , т.е. для криволинейных контуров, пространственная неравномерность температуры поверхности влияет на среднюю теплоотдачу. В этом случае правая часть соотношения (13), которая характеризует уровень среднего теплообмена, является по существу функционалом от функций неізотермичности  $\psi$  и кривизны  $f$ . Этот анализ показывает своеобразные черты влияния неізотермичности поверхности теплообмена на уровень теплоотдачи в процессах пленочной конденсации.

В качестве одного из приложений общего решения найдем интенсивность теплоотдачи на криволинейной поверхности для частного случая поверхностной неізотермичности, отвечающей краевым условиям  $q = \text{const}$ . Этот случай приближенно выполняется на практике, когда термическое сопротивление конденсации существенно меньше общего сопротивления теплопередаче.

При фиксированной тепловой нагрузке  $q$  из (9) нетрудно найти соответствующую функцию неізотермичности:

$$\psi_q(\xi) = \left( \frac{q\delta_0}{\lambda\Delta T} \right)^{4/3} \sqrt[3]{\xi/f(\xi)}. \quad (14)$$

Используя условие нормировки (3), можно получить:

$$\frac{\alpha_q\delta_0}{\lambda} = \left( \int_0^1 \sqrt[3]{\xi/f(\xi)} d\xi \right)^{-3/4}. \quad (15)$$

Это выражение определяет среднюю интенсивность теплоотдачи на любых криволинейных контурах для частного случая неізотермичности вида  $q = \text{const}$ .

Используя полученные соотношения, сравним интенсивность теплоотдачи на горизонтальной трубе при  $T_w = \text{const}$  и  $q = \text{const}$ .

Для горизонтальной трубы

$$f(\xi) \equiv \sin(\pi\xi),$$

$$L \equiv \pi d/2.$$

Здесь  $\pi\xi$  — центральный угол, отсчитываемый от верхней образующей,  $d$  — диаметр трубы. Подставляя эти величины в (1), (13) и (15), можно получить:

при  $T_W = \text{const}$

$$\alpha_T = c_T \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 r g'}{\mu \Delta T d}}, \quad (16)$$

где

$$c_T = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt[4]{\frac{2}{\pi}} \left( \int_0^1 \sin^{1/3}(\pi\xi) d\xi \right)^{3/4} = 0,7280 \dots;^1)$$

при  $q = \text{const}$

$$\alpha_q = c_q \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 r g'}{\mu \Delta \bar{T} d}}, \quad (17)$$

где

$$c_q = \sqrt[4]{\frac{2}{3}} \left( \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sqrt[3]{\frac{z}{\sin z}} dz \right)^{-3/4} = 0,6928 \dots$$

Эти результаты показывают, что средняя теплоотдача при  $q = \text{const}$  ниже, чем при  $T_W = \text{const}$ . Различие составляет примерно 5 % при  $\Delta \bar{T} = \text{idem}$  или примерно 7 % при  $\bar{q} = \text{idem}$ . Хотя это различие количественно невелико, результат примечателен тем, что в отличие от других процессов теплообмена при пленочной конденсации условию  $q = \text{const}$  отвечает более низкая интенсивность теплообмена.

Приведенные в настоящей работе общие решения позволяют провести аналогичные сопоставления для поверхностей конденсации любой иной формы и при других видах неизотермичности.

В заключение отметим, что в настоящем анализе не учитывались инерционные эффекты и конвективный перенос тепла в пленке. Эти факторы не рассматриваются и в классическом решении Нуссельта. Их роль для изотермических условий подробно исследована в работах [2, 3], где было показано, что в таких условиях названные факторы незначительны. Вопрос об их влиянии на теплообмен на неизотермических поверхностях требует уточнения.

#### Литература

1. Nusselt W. // Z. Ver. Deut. Ing. 1916. В. 60. N 27. S. 541—546; N 28. S. 569—575.
2. Кружилин Г.Н. // ЖТФ. 1937. Т. 7. Вып. 20—21. С. 2011—2017.
3. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1956. № 12. С. 47—50.

<sup>1)</sup> Нуссельт в своем исследовании этот коэффициент определял численным интегрированием и получил 0,72(5). Приведенное значение 0,7280... является более точным.



## КОНДЕНСАЦИЯ ПАРА В ПОТОКЕ НЕДОГРЕТОЙ ЖИДКОСТИ

Несмотря на актуальность проблемы, до сих пор почти нет аналитических решений и полностью отсутствуют экспериментальные данные по скорости конденсации пара в турбулентном потоке недогретой до кипения (холодной) жидкости. Известные расчетные и экспериментальные исследования (см., например, [1—4]) относятся к условиям разрушения неподвижного или всплывающего в неподвижной жидкости парового пузыря. В этих задачах процесс отвода тепла от границы фаз полностью определяется молекулярной теплопроводностью жидкости. Однако при конденсации пара в турбулентном потоке интенсивность теплоотвода должна в основном определяться молярным перемешиванием жидкости.

В данной работе экспериментально исследовался процесс конденсации паровых пузырей в потоке недогретой до кипения жидкости, движущийся в трубе диаметром  $d = 14$  мм со скоростью  $w = 0,25—1,5$  м/с при давлении  $p = 10—100$  бар и недогреве  $|\Delta T_s| \leq 13$  °С. Методика исследования заключалась в том, что в поток через калиброванное сопло подавался пар в режиме одиночных пузырей (цепочка пузырей), и в трех сечениях по длине канала через смотровые окна велась кинофотосъемка процесса.

Скорость конденсации парового пузыря определялась по изменению радиуса  $\Delta R$  эквивалентного по объему сферического пузыря за время  $\Delta t$ . (Наблюдения показали, что во всем исследованном диапазоне режимных параметров конденсирующиеся пузыри имели неправильную форму.) Как и следовало ожидать, экспериментально найденная скорость конденсации пара в турбулентной потоке значительно превосходит скорость, рассчитанную по известным формулам.

Для описания полученных экспериментальных данных была использована так называемая гидродинамическая аналогия тепло- и массопереноса. Согласно этой теории, при  $P_r \approx 1$  поток тепла на межфазной поверхности определяется аналогично межфазному касательному напряжению, или трению,  $\tau = (1/8)\xi\rho'w^2$ :

$$q = A\rho'wc_p\Delta T_s, \quad (1)$$

где  $w$  — средняя скорость потока;  $\rho'$  и  $c_p$  — плотность и теплоемкость жидкости;  $A$  — числовой коэффициент порядка  $(1/8)\xi$ ;  $\xi$  — коэффициент гидравлического сопротивления,  $\Delta T_s = T_w - T_s$ .

Используя (1) и уравнение энергетического баланса для сферического пузыря

$$q = r\rho''\frac{dR}{dt}, \quad (2)$$

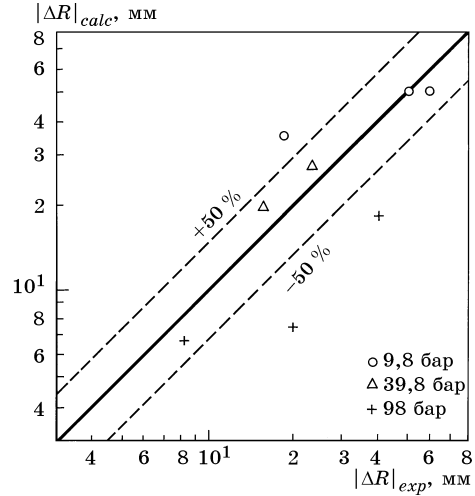
получаем:

$$|\Delta R| = \frac{A \rho' w c_p \Delta T_s}{r \rho''} \Delta t, \quad (3)$$

где  $\rho''$  — плотность пара,  $r$  — теплота конденсации,  $t$  — время. Для удобства интерпретации результата используется абсолютная величина изменения радиуса — прим. ред.)

На рисунке дано сравнение расчетных значений  $|\Delta R|_{calc}$ , соответствующих некоторому приращению времени  $\Delta t$ , с экспериментальными значениями  $|\Delta R|_{exp}$ , полученными при том же  $\Delta t$ . Для коэффициента  $A$  принято значение 0,01, несколько большее, чем  $(1/8)\xi$  при гидродинамически стабилизированном течении однофазной жидкости. В данном случае расхождение обусловлено как эффектами начального участка трубы, так и возможным влиянием самих пузырей на уровень турбулентности потока. Суммарная возможная погрешность определения  $\Delta R$  оценивается в среднем величиной (30—50) %.

Предложенная модель процесса и зависимость (3) находят подтверждение в некоторых косвенных данных, например, в данных по скорости изменения паросодержания на необогреваемом участке [5]. На основе соотношения (3) можно объяснить и такие наблюдаемые в опытах факты, как сильное влияние давления на скорость конденсации и независимость длины пути конденсации пузыря заданного размера от скорости потока.



Сравнение расчетного и опытного уменьшения радиуса пузыря при конденсации

#### Литература

1. Florschuetz L.W., Chao B.T. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1965. Т. 87. № 2. С. 58—72.
2. Wittke D.D., Chao B.T. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1967. Т. 89. № 1. С. 21—30.
3. Волошко А.А., Вургафт А.В. // ИФЖ. 1970. Т. 19. № 2. С. 206—210.
4. Завойский В.К. // Атомная энергия. 1961. Т. 10. Вып. 3. С. 272—274.
5. Бартоломей Г.Г., Горбуров В.И. // Теплоэнергетика. 1969. № 12. С. 58—62.

## V. МЕХАНИКА ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

24

### ПАРСОДЕРЖАНИЕ ДВУХФАЗНОГО АДИАБАТНОГО ПОТОКА В ВЕРТИКАЛЬНЫХ КАНАЛАХ

Известен ряд экспериментальных работ, посвященных измерению истинных паросодержаний в адиабатных восходящих потоках. Часть этих исследований проводилась при барботаже пара (расход жидкой фазы равен нулю), часть — при конечных расходах жидкой фазы. Были предложены соответствующие эмпирические корреляции и номограммы. В последнее время появились также расчетно-аналитические исследования, основанные на различных гипотезах о структуре и механике движения смесей.

В настоящей работе исследуется адиабатный поток с дискретными замкнутыми паровыми включениями. На основе кинематической модели течения проведен анализ условий, определяющих паросодержание потока.

#### Кинематическая модель потока

Существующая классификация режимов двухфазных течений весьма многообразна [1, 2]. Данный анализ относится к режимам с замкнутыми паровыми включениями внутри объема жидкой фазы и охватывает область паросодержаний до  $\varphi = 0,7$ . (Оценка величин  $\varphi$  здесь основана на данных работы [3] по кинематике движения паровых снарядов.)

Схематизированная картина течения показана на рис. 1. Предполагается, что вся совокупность паровых включений может быть подразделена на две группы. К первой относятся крупные несферические пузыри, обладающие способностью «скользить» относительно окружающей жидкости с заметной скоростью. Вторая группа объединяет сферические пузырьки. Принято, что они движутся без «скольжения».

В потоке выделим «элементарную» ячейку (рис. 1). Обозначим через  $\gamma''$  объемную концентрацию мелкодиспергированной паровой фазы (сферические пузырьки, движущиеся без скольжения) в объеме смеси ( $FL - F_1L_1$ ). Тогда истинное объемное паросодержание в ячейке равно:

$$\varphi = \frac{F_1L_1}{FL} + \left(1 - \frac{F_1L_1}{FL}\right)\gamma'' . \quad (1)$$

---

Работа написана в 1968 г. совместно с Э.А. Захаровой и И.П. Корнюхиным. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1968. № 4. С. 62—67. (Прим. ред.)

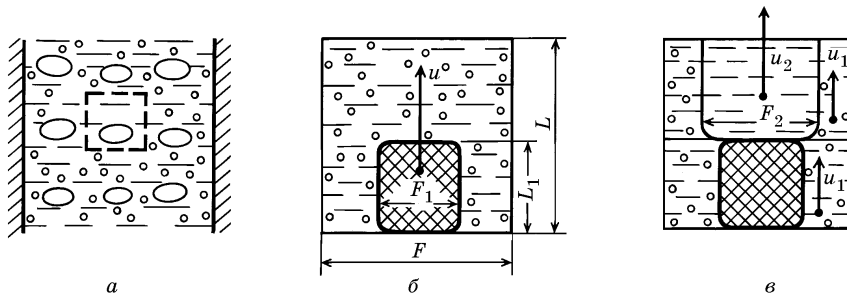


Рис. 1. Кинематическая модель двухфазного потока

*a* — элементарная ячейка в парожидкостном потоке; *б* — схема элементарной ячейки; *в* — скорости отдельных объемов жидкости в ячейке

При коллективном движении крупных пузырей должен проявляться эффект «следа», так как поле скоростей в жидкости за крупным пузырем оказывается неравномерным. Кинематическая картина движения жидкости в следе схематизированно изображена на рис. 2 на основе результатов работы [4] в двух разных системах координат — неподвижной относительно пузыря и неподвижной относительно стенок канала.

Для учета влияния следа при коллективном движении крупных пузырей будем полагать, что над каждым пузырем имеется кольцевая зона площадью  $(F - F_2)$ , в которой жидкость движется с той же скоростью, что и в боковом зазоре (рис. 1, *в*). На рис. 1, *б*, *в* показаны скорости выделенных объемов элементарной ячейки относительно стенок канала.

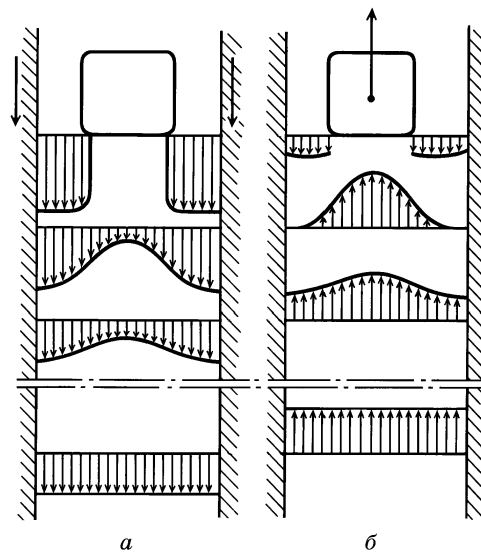


Рис. 2. Схема движения жидкости в следе за пузырем в двух системах координат

*a* — неподвижной относительно пузыря; *б* — неподвижной относительно стенок канала

По мере увеличения относительного расстояния между пузырями по вертикали величина  $(F - F_2)$  будет уменьшаться и в пределе стремиться к нулю.

Скорость крупного пузыря относительно объемов жидкости над ним в зоне сечением  $F_2$  равна

$$u_0 = u - u_2. \quad (2)$$

Через неподвижную контрольную поверхность в течение времени  $t$  проходит объем пара

$$w_0'' Ft = [u_2 F_2 (t - t_1) + u (F - F_2) (t - t_1) + u_1 (F - F_1) t_1] \gamma'' + u F_1 t_1 \quad (3)$$

и объем жидкости

$$w'_0 Ft = [u_2 F_2 (t - t_1) + u_1 (F - F_2) (t - t_1) + u_1 (F - F_1) t_1] (1 - \gamma''). \quad (4)$$

Здесь  $t = L/u$ ,  $t_1 = L_1/u$ , размеры  $L$  и  $L_1$  показаны на рис. 1, б.

Внутри ячейки должно выполняться также условие неразрывности для смеси из жидкости и мелкодиспергированной паровой фазы. Это уравнение удобно записать, используя систему координат, совмещенную с крупным пузырем:

$$(u_1 - u)(F - F_1) = (u_1 - u)(F - F_2) + (u_2 - u)F_2. \quad (5)$$

На основе этих уравнений выражение для паросодержания ячейки может быть приведено к следующему виду:

$$\varphi = \beta [1 + u^*/w_{\text{mix}}]^{-1}, \quad (6)$$

где  $w_{\text{mix}} = w''_0 + w'_0$  — скорость смеси;  $w''_0$  — приведенная скорость легкой фазы;  $w'_0$  — приведенная скорость тяжелой фазы;  $\beta$  — объемное расходное паросодержание;  $u^* = u_0 \psi$  — групповая скорость всплытия пузырей;  $u_0$  — скорость всплытия одиночного пузыря в неподвижной жидкости;  $\psi = (1 - \varepsilon)(1 + \kappa)$  — фактор «взаимодействия»;  $\varepsilon = \gamma''/\varphi$  — относительная доля мелкодиспергированной паровой фазы, или коэффициент «дробления»;  $\kappa = (F_1/F)(F - F_2)/(F_2 - F_1)$  — коэффициент взаимного «увлечения» крупных пузырей при их коллективном движении.

Поскольку какие-либо ограничения относительно величины  $w'_0$  не вводились, соотношение (6) должно быть одинаково правомерным как в условиях барботажа ( $w'_0 = 0$ ), так и при напорном движении смеси ( $w'_0 \neq 0$ ). При известных величинах относительной скорости  $u_0$  и фактора «взаимодействия»  $\psi$  формула (6) позволяет рассчитывать паросодержание потока.

### Групповая скорость движения крупных пузырей

Согласно определению, относительная скорость  $u_0$  должна быть близка к соответствующей скорости всплытия одиночного пузыря в неподвижной жидкости. Поэтому, если размеры канала существенно больше диаметра крупных пузырей, для  $u_0$  может быть использована формула Франк-Каменецкого [5]:

$$u_{0\infty} \approx 1,5 \sqrt[4]{\sigma g (\rho' - \rho'') / (\rho')^2},$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\rho'$  — плотность тяжелой фазы,  $\rho''$  — плотность легкой фазы.

Для скорости всплытия пузыря в каналах малого диаметра  $D$  следует применять соотношение Тейлора [6]:

$$u_{0D} \approx 0,35 \sqrt{g (\rho' - \rho'') D / \rho'}.$$

Таким образом, в общем случае

$$u_{0D} \leq u_0 \leq u_{0\infty}.$$

Границу между каналами «малого» и «большого» диаметра можно охарактеризовать отношением скоростей всплытия одиночных пузырей в этих каналах  $u_{0D}/u_{0\infty}$  или, что то же самое, критерием Бонда  $Bo = gD^2(\rho' - \rho'')/\sigma$ .

Величина фактора «взаимодействия»  $\psi$  не поддается прямому расчету из-за отсутствия детальных представлений о механизме дробления и взаимного увлечения пузырей в потоке. На основании теории размерности можно показать, что

$$\psi = \psi(\rho'/\rho''). \quad (7)$$

При этом учитываются результаты работ, например [7], в которых показано, что вязкость фаз фактически не влияет на паросодержание потока, и результаты работ [8—10 и др.], из которых следует, что величина  $\psi$  в области  $\varphi = 0,05—0,7$  практически не зависит от расходов фаз.

Соотношение (7) правомерно для чистых парожидкостных систем в условиях гидродинамической стабилизации потока.

При наличии в потоке поверхностно-активных добавок, понижающих величину поверхностного натяжения, увеличивается степень дисперсности легкой фазы [11]. Наличие в потоке сильных электролитов при концентрациях выше критической также изменяет коэффициент взаимодействия (происходящее при этом увеличение расклинивающего давления препятствует коалесценции пузырьков [12, 13]).

К сожалению, в ряде работ не уделялось достаточного внимания чистоте жидкости, что затрудняет анализ опытных данных. Как показали специальные опыты [11], обычно примесям сопутствуют более или менее ярко выраженные «кризисные» переходы. По этому признаку работы, в которых наблюдались подобные явления, а также эксперименты, в которых надлежащая чистота жидкости не гарантирована, в дальнейшем не рассматриваются. Сказанное в первую очередь относится к воздухожидкостным системам.

Из анализа экспериментальных данных следует, что зависимость (7) может быть представлена в виде

$$\psi = 1,4 (\rho'/\rho'')^{1/5} (1 - \rho''/\rho')^5, \quad (8)$$

то есть фактор взаимодействия растет по мере увеличения различия плотностей фаз. Зависимость (8) основывается на данных, полученных при барботаже в каналах относительно большого диаметра, для которых существует гарантия стабильности потока. (Согласно опытам [10, 24], длина участка стабилизации при равномерной раздаче пара по сечению барботажной колонки не превышает 0,1—0,2 м).

Таким образом определяется групповая скорость  $u^* = u_0\psi$ . Представленную модель можно распространить и на напорное движение, по крайней мере, на область не очень больших величин  $w'_0$ .

#### Сопоставление с экспериментальными данными

На рис. 3—7 зависимость (6) сопоставляется с рядом опытных данных, полученных при барботаже [8, 10, 14—18]<sup>1)</sup> и при напорном движении [9, 14, 19—23].

В этих работах величины паросодержания определялись методами  $\gamma$ -просвечивания и гидростатическим (на основании измерения перепада давления по длине канала). Последний метод требует учета потерь на трение в двухфазном потоке, которые могут быть рассчитаны лишь приближенно, и при больших скоростях по-

<sup>1)</sup> Данные работ [25] и [26] к сравнению не привлекались, так как в адрес этих работ в печати не сказывался ряд обоснованных критических замечаний [8, 27].

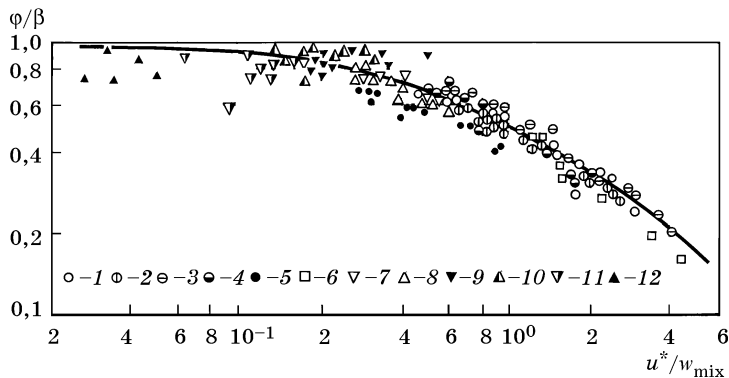


Рис. 3. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными

1—5 — данные ВТИ [8, 14], полученные гидростатическим методом при барботаже в трубе диаметром 63 мм при давлениях 35, 70, 109, 138 и 176 бар, соответственно; 6 — данные [15], полученные гидростатическим методом при барботаже в колонке диаметром 300 мм при давлении 1,3 бар; 7—12 — данные [9], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 56 мм при давлениях 34, 64, 110, 140, 178 и 197 бар соответственно

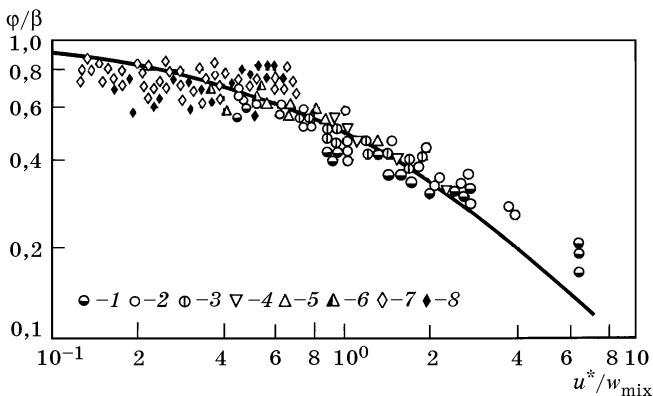


Рис. 4. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными

1—3 — данные [10], полученные гидростатическим методом при барботаже в колонке диаметром 238 мм при давлениях 17, 59 и 90 бар соответственно; 4—6 — данные настоящей работы, полученные методом  $\gamma$ -просвечивания при напорном движении в канале высотой 3 м, диаметром 748 мм при давлениях 31, 59, 88 бар соответственно; 7—8 — данные [20], полученные методом  $\gamma$ -просвечивания при напорном движении в трубе диаметром 51 мм при давлениях 11 и 42 бар соответственно

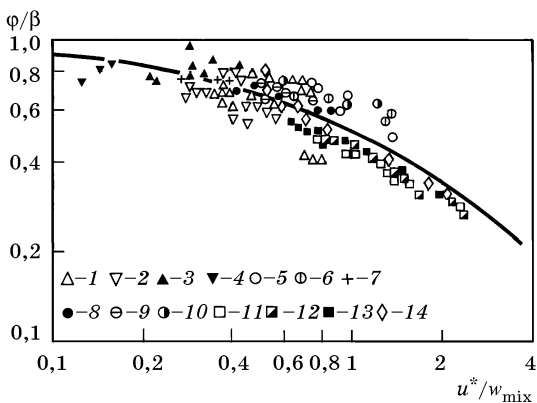


Рис. 5. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными

1—4 — данные ЦКТИ [14], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 60 мм при давлениях 61, 112, 142 и 182 бар соответственно; 5—10 — данные ЦКТИ [22], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 76 мм при давлениях 5, 10, 15, 20, 24, 29 бар соответственно; 11—14 — данные [16], полученные гидростатическим методом при барботаже в колонке диаметром 457 мм при давлениях 20, 27, 33 и 40 бар соответственно

Рис. 6. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными

1—6 — данные [10], полученные методом  $\gamma$ -просвечивания при барботаже в колонке диаметром 238 мм при давлениях 6, 17, 32, 59, 75 и 90 бар соответственно; 7—10 — данные [19], полученные методом  $\gamma$ -просвечивания при напорном движении в трубе диаметром 60 мм при давлениях 20, 40, 60 и 79 бар соответственно; 11 — данные [17], полученные гидростатическим методом при барботаже в колонке диаметром 238 мм при давлении 17 бар; 12 — данные [18], полученные гидростатическим методом при барботаже в трубе диаметром 57 мм при давлении 20 бар

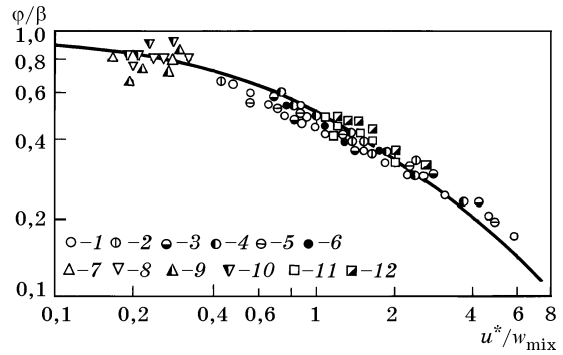
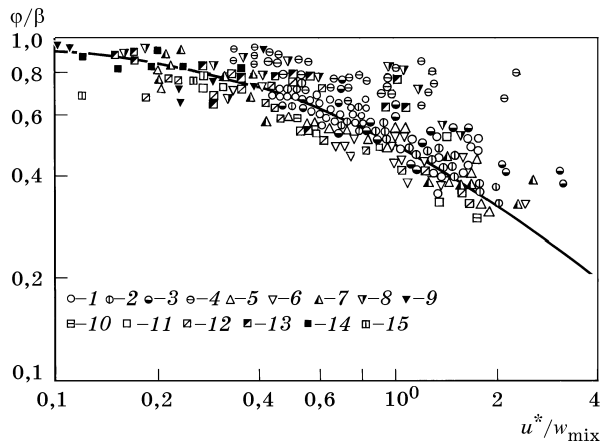


Рис. 7. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными

1—4 — данные ЦКТИ [21], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 56 мм при давлениях 11, 29, 61 и 110 бар соответственно; 5—9 — данные ЦКТИ [21], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 54 мм при давлениях 11, 31, 61 и 110 бар соответственно; 10—15 — данные ЦКТИ [21], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 56 мм при давлениях 11, 31, 60, 110, 139 и 178 бар, соответственно



тока это может привести к существенным ошибкам в величине  $\phi$ . Поэтому из всей совокупности полученных этим методом опытных данных к сравнению привлекались лишь те, для которых скорость циркуляции не превышала 0,5 м/с.

Как видно из приведенных графиков, опытные данные удовлетворительно согласуются с рассчитанными по уравнению (6). Исключение составляют лишь опытные данные в области высоких давлений ( $p \geq 110$  бар), полученные в ЦКТИ до 1952 г. [21—23] (рис. 7). (При давлениях 11—61 бар соответствие между расчетом и экспериментом в этих опытах удовлетворительное.) Следует отметить, что при давлении 110 бар нарушается плавный характер изменения средней величины групповой скорости, рассчитанной на основании этих опытных данных. Подобной аномалии не наблюдается в более поздних работах ЦКТИ ( $p = 61—180$  бар) [14] и ВТИ ( $p = 17—177$  бар) [9], и причины ее не ясны.

Представленные на рис. 3—7 экспериментальные данные охватывают диапазон изменения диаметра каналов от 47 до 748 мм, причем нижняя по диаметру граница соответствует критерию  $Bo \approx 500$ .

На рис. 8, 9 дается сравнение расчетной зависимости с опытными данными для каналов диаметром от 17 до 32 мм [14, 21—23, 28, 29]. Наблюдаемое соответствие



позволяет рекомендовать более низкое граничное значение критерия Бонда,  $Bo \approx 100$ , хотя и с меньшей надежностью, чем указанное выше.

Для парортутных потоков [30] (рис. 10) наблюдается больший разброс точек, чем для пароводяных смесей, что можно объяснить более сильными пульсациями при движении смеси ртути с ее паром. В разбросе точек на рис. 10 не удалось обнаружить какой-либо системы, но средний уровень опытных данных соответствует расчетным рекомендациям.

Рассмотрение всей совокупности данных рис. 3—10 позволяет заметить наличие несколько большего разброса опытных точек при напорном движении, чем при барботаже. Это объясняется меньшей точностью определения характеристик потока при напорном движении.

В заключение следует отметить, что, поскольку при выводе уравнения (6) на величину и направление скоростей фаз никаких ограничений не накладыва-

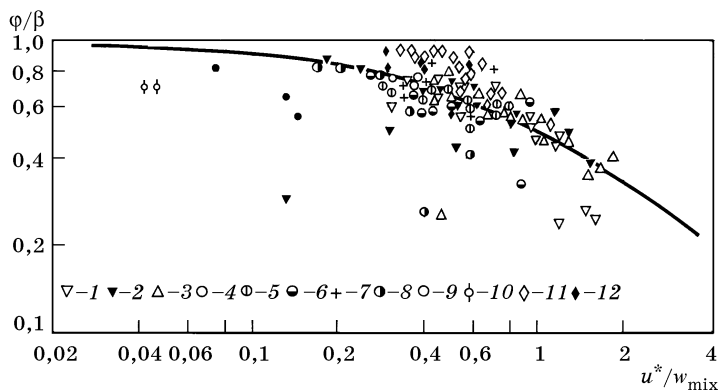


Рис. 8. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными

1—3 — данные [29], полученные методом  $\gamma$ -просвечивания при напорном движении в трубе диаметром 25 мм при давлениях 16, 26, 36 бар соответственно; 4—10 — данные ЦКТИ [21], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 30 мм при давлениях 11, 29, 59, 110, 138, 177 и 196 бар, соответственно; 11, 12 — данные ЦКТИ [14], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 31 мм при давлениях 105 и 139 бар, соответственно

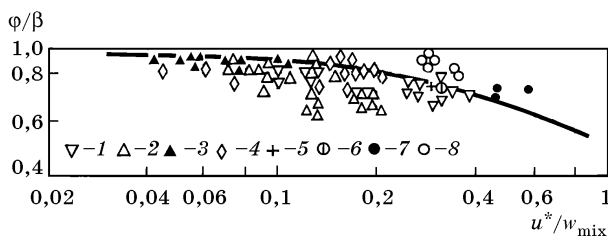


Рис. 9. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными

1—3 — данные [10], полученные методом  $\gamma$ -просвечивания при напорном движении в трубе диаметром 30 мм при давлениях 39, 68, 118 бар соответственно; 4 — данные [28], полученные методом  $\gamma$ -просвечивания при напорном движении в трубе диаметром 17 мм при давлении 20 бар; 5—6 — данные ЦКТИ [21], полученные гидростатическим методом в трубе диаметром 32 мм при давлении 10 бар и в трубе диаметром 23 мм при давлении 4,9 бар; 7—8 — данные ЦКТИ [23], полученные гидростатическим методом при напорном движении в трубе диаметром 25 мм при давлении 61 и 110 бар, соответственно

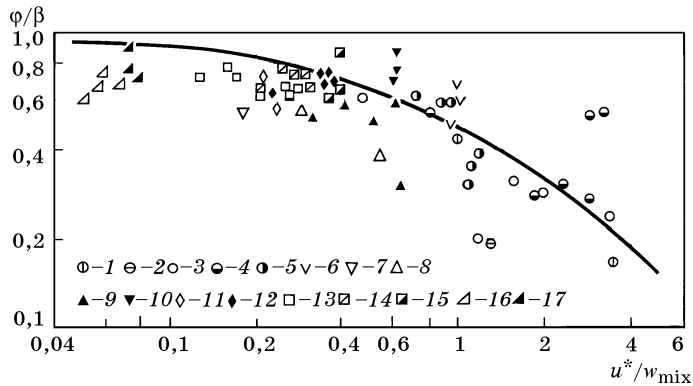


Рис. 10. Сопоставление зависимости (6) с опытными данными [30], полученными гидростатическим методом при напорном движении парогрунтных смесей

1—5 — данные для трубы диаметром 50 мм при давлениях 3, 6, 8, 10 и 13 бар соответственно; 6 — данные для трубы диаметром 48 мм при давлении 3 бар; 7—10 — данные для трубы диаметром 24 мм при давлениях 5, 7, 9 и 10—13 бар соответственно; 11—12 — данные для трубы диаметром 28 мм при давлениях 6, 10—16 бар соответственно; 12—15 — данные для трубы диаметром 16 мм при давлениях 6, 9 и 11 бар соответственно; 16, 17 — данные для трубы диаметром 23 мм при давлениях 9 и 11 бар соответственно

лось, это уравнение будет справедливым и для опускного движения парожидкостных смесей. При этом из-за существенной неравномерности поля скоростей в потоке изменится величина фактора взаимодействия  $\psi$ ; кроме того, единицу в уравнении (6) надо заменить константой в соответствии с рекомендациями [31].

#### Литература

1. Козлов Б.К. // Сб.: Гидродинамика и теплообмен при кипении в котлах высокого давления. М.: АН СССР, 1955. С. 11—21.
2. Шваб В.А. // Труды Томского эл.-мех. ин-та инж. ж.-д. транспорта. 1949. Т. 15. С. 122—224.
3. Griffith P., Wallis G.B. // Trans. ASME. Ser. C. 1961. Vol. 83. N 3. P. 307—320.
4. Moissis R., Griffith P. // Trans. ASME. Ser. C. 1962. Vol. 84. N 1. P. 38—51.
5. Франк-Каменецкий Д.А. О движении пузырей и капель // Труды НИИ-1 № 7. М.: Наркомавиапром, 1946. 17 с.
6. Davies R.M., Taylor G.I. // Proc. Roy. Soc. 1950. Vol. 200-A. P. 377—390.
7. Москвичева В.Н., Маленков И.Г. // Сб.: Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. С. 334—338.
8. Филимонов А.И., Пржиялковский М.М., Дик Э.П., Петрова И.Н. // Теплоэнергетика. 1957. № 10. С. 22—26.
9. Холодовский Г.Е. // Сб.: Генерация пара сверхвысоких параметров. М.: ЭНИН—МЭИ, 1950. С. 25—68.
10. Стырикович М.А., Сурнов А.В., Винокур Я.Г. // Теплоэнергетика. 1961. № 9. С. 56—60.
11. Wallis G.B. // Int. Heat Transfer Conf., Boulder, Colorado. 1961. Paper 38. P. 319—340.
12. Дерягин Б.В. // Acta physicochimica URSS. 1936. Vol. 5. N 1. P. 1—22.
13. Френкель Я.И. Собрание избранных трудов. Т. III. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1959. 460 с.
14. Мочан С.И., Пржиялковский М.М., Бачило Л.Л., Петрова И.Н. // Сб.: Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. С. 253—270.
15. Маргулова Т.Х. Методы получения чистого пара. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1955. 180 с.
16. Wilson J.F., Grenda R.G., Patterson J.F. // Trans. ANS. 1961. Vol. 4. N 2. P. 356—357.
17. Стерман Л.С., Сурнов А.В. // Теплоэнергетика. 1955. № 8. С. 39—43.

18. Schurig W. Forschungsheft 365 — Ausgabe B. 1934. B. 5. S. 13—23.
19. Schwarz K. // VDI Forschungsheft. 1954. N 445. 44 s.
20. Marchaterre J.F., Petrick M. // Nuc. Sc. and Eng. 1960. Vol. 7. N 6. P. 525—532.
21. Балдина О.М., Петерсон Д.Ф. // Сб.: Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазовых сред. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. С. 195—253.
22. Петерсон Д.Ф. // Советское котлотурбостроение. 1936. № 4. С. 7—21.
23. Бродерзон З.М., Балдина О.М., Сорин А.Р. // Советское котлотурбостроение. 1941. № 1—2. С. 2—15.
24. Дементьев Б.А., Лепилин Р.С., Логинов Л.А. // Научные доклады высшей школы. Энергетика. 1959. № 2. С. 251—273.
25. Маргулова Т.Х. // Труды МЭИ. 1953. Вып. 11. С. 70—81.
26. Behringer P. // Forschungsheft 365 — Ausgabe B. 1934. B. 5. S. 4—12.
27. Панасенко М.Д., Козлов Ю.В. // Теплоэнергетика. 1963. № 1. С. 46—51.
28. Семенов Н.И., Точигин А.А. // ИФЖ. 1961. Т. 4. № 7. С. 30—34.
29. Бартоломей Г.Г., Джеорджеску Р. // Труды Inst. Atom. Phys. Acad. of Soc. Rep. Romania. Бухарест, 1966. TR—52.
30. Гремилов Д.И. // Труды ЦКТИ. 1952. Кн. 23. С. 86—103.
31. Zuber N., Findley J.A. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1965. Т. 87. № 1. С. 29—47.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ ПАРОВОГО ПОТОКА В СУБЛИМАЦИОННОМ ТЕПЛОБМЕННИКЕ

Движение потока пара в сублимационных аппаратах характеризуется рядом особенностей [1, 2]. Для обоснования технологических режимов и конструкций этих аппаратов необходимо знать характер и величину изменения давления пара в каналах, имеющих проницаемые стенки, через которые вследствие сублимации осуществляется подвод пара.

В данной работе эта задача решается применительно к схеме процесса, показанной на рис. 1. Движение пара в плоском зазоре между двумя круглыми дисками происходит вследствие непрерывного подвода пара через поверхности дисков за счет сублимации. Интенсивность сублимации характеризуется поверхностной плотностью потока пара  $j_0$ , которая предполагается одинаковой во всех точках поверхности дисков. Несмотря на значительное разрежение в системе, числа Кнудсена ( $Kn$ ) еще достаточно малы (менее  $10^{-3}$ ). Поэтому для описания движения пара справедливо приближение сплошной среды [3].

Целью анализа является определение поля давлений в зазоре при различной интенсивности сублимации и различных отношениях  $r_0/h$ . Очевидно, что когда скорости радиального движения пара на выходе из зазора существенно меньше звуковых (числа Маха менее 0,2—0,3), правомерно предположение о несжимаемости пара. При больших скоростях парового потока необходимо учитывать эффекты сжимаемости. Оба этих случая рассматриваются ниже.

### 1. Гидродинамика несжимаемого потока

При постоянной плотности пара скорость подвода (вдува) через поверхности дисков также постоянна:  $v_0 = \text{const}$ . Скорость пара в зазоре будем измерять в долях

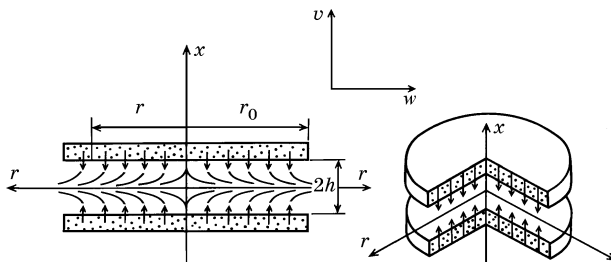


Рис. 1

от  $v_0$ , координаты  $x$  и  $r$  — в долях от  $h$ . Уравнения Навье—Стокса для данной системы в безразмерных величинах имеют вид:

$$w \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rw) \right] \right), \quad (1)$$

$$v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial v}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rw) + \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\text{Re} = \rho v_0 h / \mu$  — число Рейнольдса, построенное по скорости сублимации (вдува),  $\rho$  и  $\mu$  — плотность и динамическая вязкость пара. Давление в (1) и (2) измеряется в долях от  $\rho v_0^2$ .

Рассматриваемая задача симметрична относительно плоскости  $x = 0$ . Поэтому граничные условия достаточно записать для верхней половины зазора:

$$x = 1, \quad v = -1, \quad w = 0; \quad (4)$$

$$x = 0, \quad v = 0, \quad \partial w / \partial x = 0. \quad (5)$$

Будем искать автомодельное решение, аналогичное построенному в работах [4, 5]. Полагая, что  $v = v(x)$ , из уравнения (3) найдем:

$$w = -(1/2)rv'. \quad (6)$$

Подставляя теперь  $v$  и  $w$  в уравнения (1) и (2), имеем

$$\frac{1}{2}(v')^2 - vv'' + \frac{1}{\text{Re}}v''' = - \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (7)$$

$$vv' - \frac{1}{\text{Re}}v'' = - \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (8)$$

Дифференцируя (8) по  $r$ , находим  $\partial^2 p / \partial x \partial r = 0$ . Поэтому после дифференцирования (7) по  $x$  имеем

$$-vv''' + \frac{1}{\text{Re}}v^{(IV)} = 0. \quad (9)$$

Граничные условия (4) и (5) принимают вид

$$v(1) = -1, \quad v'(1) = 0, \quad v(0) = 0, \quad v''(0) = 0. \quad (10)$$

Нелинейное дифференциальное уравнение (9) четвертого порядка и четыре граничных условия (10) определяют течение несжимаемой среды в плоском зазоре между цилиндрами, через поверхности которых осуществляется подвод (вдув) вещества с постоянной скоростью. Из (9) и (10) видно, что характер течения определяется полностью числом  $\text{Re}$ . Поскольку решение уравнения (9) в общем случае не может быть выражено в элементарных функциях, рассмотрим вначале предельные по параметру  $\text{Re}$  случаи.

а) Течение идеальной (невязкой) среды,  $Re = \infty$ .

В этом случае порядок уравнения (9) понижается до третьего. Соответственно, последнее граничное условие в (10) следует опустить. Тогда решение уравнения

$$v v''' = 0, \quad (11)$$

удовлетворяющее остающимся граничным условиям, имеет вид:

$$v = x(x - 2), \quad (12)$$

$$w = r(1 - x). \quad (13)$$

Из уравнений (7) и (8) после интегрирования находим распределение давлений:

$$p_0 - p = \frac{1}{2} r^2 + 2 \left( x^2 - x^3 + \frac{1}{4} x^4 \right), \quad (14)$$

где  $p_0 = p(0, 0)$  — давление в точке  $r = 0, x = 0$ .

Соотношения (12)—(14) являются точными решениями уравнений Эйлера для рассматриваемой задачи.

б) Течение вязкой среды при  $Re \rightarrow 0$

В этом случае основное уравнение (9) принимает вид

$$v^{(IV)} = 0. \quad (15)$$

Решение (15), удовлетворяющее граничным условиям (10), имеет вид

$$v = (1/2)x^2(x - 3). \quad (16)$$

С учетом (6) находим

$$w = (3/4)r(1 - x^2). \quad (17)$$

Определяем давление из (7) и (8) при  $Re \rightarrow 0$ :

$$p_0 - p = \frac{3}{2Re} \left( \frac{r^2}{2} - x^2 \right). \quad (18)$$

Видно, что характер распределения радиальной скорости по ширине зазора соответствует параболе Пуазейля, как это и должно быть в этом предельном случае.

в) Решение при  $Re < 1$

При  $Re < 1$  решение основного уравнения (9) может быть найдено методом разложения по степеням  $Re$ :

$$v = v_0 + Re v_1 + Re^2 v_2 + \dots \quad (19)$$

Подставляя (19) в (9) и собирая величины при одинаковых степенях  $Re$ , получаем систему линейных уравнений для нахождения  $v_k$ :

$$v_0^{(IV)} = 0,$$

$$v_1^{(IV)} = v_0 v_0''',$$

$$v_2^{(IV)} = v_0 v_1''' + v_0''' v_1, \dots$$

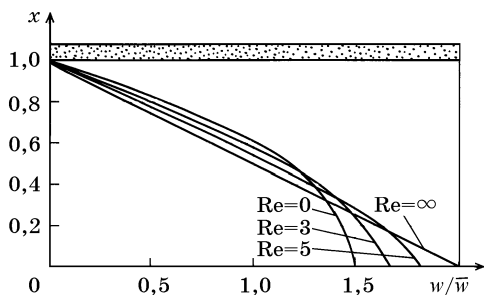


Рис. 2

К граничным условиям (10), которые справедливы для  $v_0$ , необходимо добавить следующие:

$$v_m(0) = v_m''(0) = v_m(1) = v_m'(1) = 0, \quad \text{где } m = 1, 2, 3.$$

Решение для  $v_0$  совпадает с (16):

$$v_0 = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x.$$

Вычисление  $v_1$  и  $v_2$  дает

$$v_1 = \frac{1}{560}(x^7 - 21x^5 + 39x^3 - 19x),$$

$$v_2 = \frac{1}{560} \left( \frac{3}{220}x^{11} - \frac{1}{3}x^9 + \frac{39}{140}x^7 - \frac{17}{5}x^5 + \frac{1655}{231}x^3 - \frac{2767}{770}x \right).$$

Используя эти результаты, можно найти распределение давлений. Запишем результат для оси  $x = 0$ :

$$p_0 - p = \frac{1}{2}r^2 \left( \frac{3}{2\text{Re}} + 0,77 + 0,064\text{Re} + \dots \right). \quad (20)$$

Средняя радиальная скорость равна

$$\bar{w} = r/2.$$

С учетом (6) и (19) найдем отношение текущей радиальной скорости потока к средней радиальной скорости:

$$\frac{w}{\bar{w}} = -(v_0' + \text{Re}v_1' + \text{Re}^2v_2' + \dots).$$

На рис. 2 с учетом полученных значений  $v_0$ ,  $v_1$  и  $v_2$  построена зависимость  $w/\bar{w}$  от  $x$  при различных  $\text{Re}$ . Как видно из рис. 2, эпюра радиальной скорости при увеличении  $\text{Re}$  трансформируется в направлении к «треугольной», соответствующей уравнению (13) при  $\text{Re} = \infty$ .

г) Интерполяционная оценка распределения давлений при произвольном  $\text{Re}$

Уравнение (14) определяет изменение давлений вследствие инерционных сил. Необратимых потерь давления в этом случае нет. Уравнение (18) дает изменение давлений под действием только сил вязкого трения. Эта величина является необратимой потерей давления. В реальных условиях перепад давления определяется обоими эффектами одновременно. Решение (20) дает частный вид такой зависимости, справедливой при  $\text{Re} < 1$ .

Для интерполяционной оценки перепада давлений при произвольном  $\text{Re}$  применимо следующее соотношение

$$p_0 - p = \frac{1}{2}r^2 \left( 1 + \frac{3}{2\text{Re}} \right) + 2x^2 \left( 1 - \frac{3}{4\text{Re}} - x + \frac{1}{4}x^2 \right). \quad (21)$$

Это соотношение удовлетворяет предельным случаям  $\text{Re} \rightarrow 0$  и  $\text{Re} \rightarrow \infty$ ; в области  $\text{Re} < 1$  оно согласуется с решением (20) с погрешностью менее 7 %.

## 2. Течение сжимаемого газа

При анализе введем следующие допущения: изменение  $p$  и  $\rho$  по оси  $r$  существенно больше, чем поперек зазора; пар подчиняется уравнению состояния  $p = \rho RT$ ; в процессе движения газа его температура заметно не изменяется. По-прежнему предполагаем, что  $j_0 = \rho v_0 = \text{const}$ .

Уравнение сохранения импульса в проекции на ось  $r$ , вводя напряжение трения  $\tau$ , можно представить в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho w^2) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v w) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x}(\tau). \quad (22)$$

Уравнение сплошности:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho w) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0. \quad (23)$$

Соотношения (22) и (23) содержат размерные величины  $\rho$ ,  $w$ ,  $v$ ,  $p$  и  $\tau$ . Координаты измеряются в долях от  $h$ .

Полагаем далее, что

$$w = \bar{w}(r)f(x). \quad (24)$$

где  $\bar{w}(r)$  — средняя скорость по сечению зазора.

Величина  $f(x)$  удовлетворяет условию

$$\int_0^1 f(x) dx = 1. \quad (25)$$

Для чисто вязкостного несжимаемого течения  $f(x) = (3/2)(1 - x^2)$ , как это следует из (17); для инерционного течения из (13) имеем  $f(x) = 2(1 - x)$ .

С учетом (24) из уравнения сплошности следует соотношение материального баланса:

$$\rho \bar{w} = j_0 r / 2. \quad (26)$$

Интегрируя уравнение движения (22) по  $x$  и учитывая, что  $\tau(0) = 0$ ;  $\rho v w|_0^1 = 0$ , имеем

$$K \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho \bar{w}^2) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \tau(1, r), \quad (27)$$

где  $K = \int_0^1 f^2(x) dx$ .

Для вязкостного и инерционного профилей величина  $K$  равна 1,20 и 1,33 соответственно. Вязкое напряжение трения на стенке равно

$$\tau(1, r) = \mu \frac{w}{h} f'(1). \quad (28)$$

Величина  $f'(1)$  изменяется от  $-3$  до  $-2$  при переходе от вязкостного к инерционному профилю.



Введем безразмерные переменные:

$$\tilde{w} = \frac{\bar{w}}{\sqrt{RT}}; \quad \tilde{\rho} = \rho \frac{\sqrt{RT}}{j_0} = \frac{p}{j_0 \sqrt{RT}} = \tilde{p}. \quad (29)$$

Тогда уравнение сохранения импульса (27), с учетом значения  $Re = j_0 h / \mu$ , можно представить в виде

$$\frac{1}{2} K \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \tilde{w}^2) = -\frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left( \frac{r}{\tilde{w}} \right) - \frac{1}{Re} \tilde{w}, \quad (30)$$

а уравнение материального баланса (25) в виде

$$\tilde{\rho} \tilde{w} = r/2. \quad (31)$$

После преобразований получим:

$$\frac{d\tilde{w}}{d \ln r} = \tilde{w} \frac{1 + C\tilde{w}^2}{1 - K\tilde{w}^2}, \quad (32)$$

где  $C = 2(K + 1/Re)$  — коэффициент, не зависящий от  $r$ .

Интегрируя (32), получим:

$$\frac{\tilde{w}^2}{(1 + C\tilde{w}^2)^{1+K/C}} = Br^2, \quad (33)$$

где постоянная интегрирования  $B$  определяется из условия:

$$r \rightarrow 0, \quad \tilde{w} \rightarrow 0, \quad \tilde{w}/r = 1/(2\tilde{\rho}_0)$$

и равна  $B = 1/(4\tilde{\rho}_0^2)$ .

Левая часть уравнения (33) ( $< \tilde{w}^2$ ) при увеличении скорости проходит через максимум. Из условия максимума определяем  $\tilde{w}_*$  — критическую скорость истечения пара из зазора:

$$\tilde{w}_* = 1/\sqrt{K}, \quad (34)$$

Радиус  $r_*$ , на котором достигается  $w_*$ , определяется из (33):

$$r_*^2 = \frac{4\tilde{\rho}_0^2/K}{(1 + C/K)^{1+K/C}}. \quad (35)$$

При этом перепад давлений  $p_0/p_*$  определяется из соотношения

$$(p_0/p_*)^2 = (1 + C/K)^{1+K/C}. \quad (36)$$

В инерционном режиме течения, при котором  $C = 2K$ ,  $p_0/p_* = 2,28$ . При учете вязкости эта величина несколько возрастает.

Общая формула, связывающая  $\tilde{p}$  и  $r$ , следует из уравнения (33). После подстановки  $\tilde{w} = r/(2p)$  находим

$$(\tilde{p}_0/\tilde{p})^2 = \left[ 1 + Cr^2/(4\tilde{p}^2) \right]^{1+K/C}. \quad (37)$$

Решение (37) распространяет приведенный выше анализ на условия течения сжимаемого газа.

### 3. Экспериментальные исследования

#### а) Методика проведения опытов

Для проверки полученных зависимостей, описывающих изменение давления в каналах с проницаемыми стенками, был проведен эксперимент. Две пористые металлокерамические пластины диаметром 65 мм устанавливались параллельно друг другу. С внешней стороны пластин непрерывно подавалась вода и с помощью электрических нагревателей подводилось тепло. Так как давление в вакуумной камере было значительно ниже давления тройной точки воды, то вода замерзала в порах металлокерамической пластины и сублимировала в вакуум. На каждой пластине с помощью мерной бюретки измерялся расход сублимируемой воды. Измерялись также мощность электрического нагревателя и давление в щели и в вакуумной камере.

#### б) Опытные данные при умеренных скоростях

При умеренных скоростях (число Маха меньше 0,2—0,3) пар можно считать несжимаемым. На рис. 3 представлено изменение давления на оси модели ( $x = 0$ ) по радиусу щели ( $p_c$  — давление в вакуумной камере) в сравнении с теоретическими результатами. Кривая III построена по уравнению (18), она характеризует потери давления на преодоление сил вязкого трения. Изменение давления, вызванное действием инерционных сил, описывается кривой II (уравнение (14)). Кривая I характеризует изменение давления под действием инерционных сил и сил вязкого трения, она получена на основании уравнения (21).

В расчетах плотность пара принималась постоянной и рассчитывалась по уравнению Клапейрона—Менделеева при давлении  $p_0$  и температуре  $T = 270 \text{ К} = \text{const}$ .

На рис. 4 представлено изменение безразмерного параметра давления  $2(p_0 - p)/(rv_0^2) (h/r)^2$  в зависимости от числа Рейнольдса  $\text{Re} = v_0 h/\nu = j_0 h/\mu$ . Как видно из рис. 4, экспериментальные результаты удовлетворительно согласуются с аналитической зависимостью, построенной по уравнению (21) (кривая I). Следует отметить неболь-

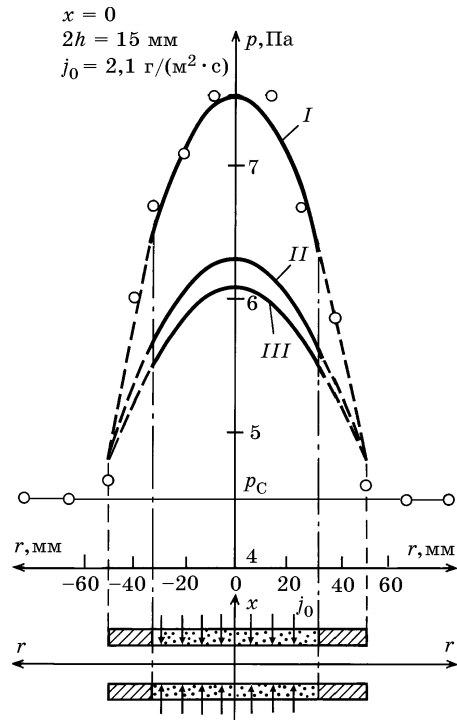


Рис. 3. Распределение давления в сублимационном аппарате при умеренных скоростях сублимации

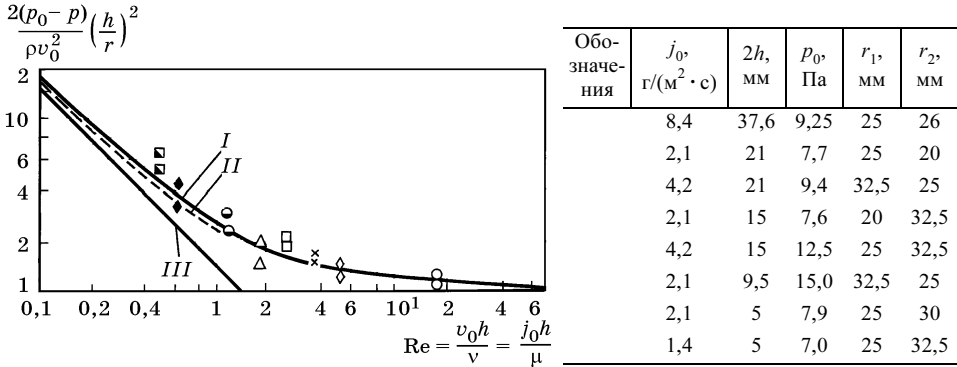


Рис. 4. Изменение безразмерного давления в щели в зависимости от режимного параметра Re

шее различие в результатах для  $Re < 1$ , полученных по уравнению (20) (кривая II) и по уравнению (21). Линия III отвечает чисто вязкостному течению,  $Re \rightarrow 0$  (уравнение 18).

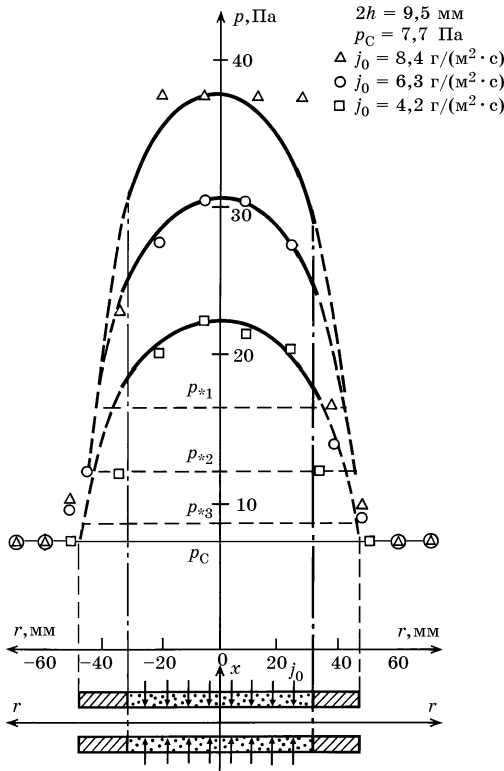


Рис. 5. Изменение давления в щели при различных интенсивностях сублимации

в) Опытные данные при больших скоростях

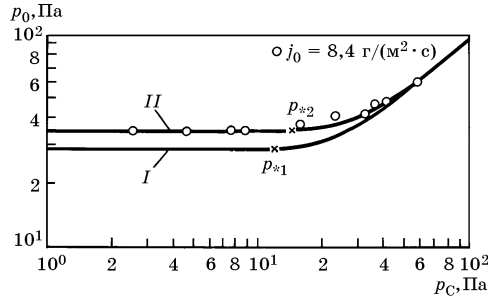
На рис. 5 представлено изменение давления на оси щели ( $x = 0$ ) по радиусу при различных интенсивностях сублимации. При этом радиальная средняя скорость пара в щели меняется от дозвуковой при  $j_0 = 4,9$  г/(м<sup>2</sup>·с) до звуковой при  $j_0 = 8,4$  г/(м<sup>2</sup>·с). В последнем случае происходит «запирание» потока пара, и на концах пористой пластины появляется скачок уплотнения. (В реальной модели трудно ожидать появления прямых скачков уплотнения, и давление, возможно, будет меняться в системе косых скачков.)

Расчетные кривые построены по уравнению (37); критические давления  $p_*$  найдены по уравнению (35) при известном  $p_0$ . Совпадение результатов расчета и эксперимента свидетельствует в пользу теории.

На рис. 6 показано изменение давления  $p_0$  в центре модели (при  $x = 0, r = 0$ ) при уменьшении вакуума  $p_c$  в камере от 58 до 2,5 Па. Кривая I по-

Рис. 6. Влияние давления в вакуумной камере на давление в центре сублимационной модели

строена по уравнениям (35)—(37) при условии, что критический радиус равен  $r_* = 32,5$  мм. Кривая II построена в предположении, что скачок уплотнения возникает в зоне непроницаемого кольца при критическом радиусе  $r_* = 40$  мм. Кривая II демонстрирует хорошее совпадение с экспериментом.



### Литература

1. Алексеев С.М., Уманский С.П. Высотные и космические скафандры. М.: Машиностроение, 1973. 279 с.
2. Massey W.M., Sunderland J.E. // J. Heat Mass Transfer. 1972. Vol. 15. P. 495—502.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 847 с.
4. Berman A.S. // J. Appl. Phys. 1953. Vol. 24. P. 1232—1235.
5. Terril R.M. // Aeronautical Quartely. 1964. Vol. 15. P. 299—310.

## ОБОБЩЕНИЕ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ ПО КРИТИЧЕСКОМУ ИСТЕЧЕНИЮ ВСКИПАЮЩИХ ЖИДКОСТЕЙ

К настоящему времени предложено несколько приближенных полуэмпирических методов расчета критического истечения вскипающих жидкостей, обзор которых приведен, в частности, в работах [1, 2]. Однако, как показывает сравнение с опытными данными, существующие методы имеют ограниченную область приложения и точность. В настоящей работе приведены результаты обобщения опытных данных, проведенного на основе анализа размерности и теории соответственных состояний.

### Теоретический анализ

Как известно, уравнения подобия (критериальные уравнения) могут быть получены на основе замкнутого математического описания процесса. Примером такого подхода в рассматриваемой области может служить работа [3]. В ней на основе конкретной физической модели процесса истечения жидкости через относительно длинные каналы была построена замкнутая система интегрально-дифференциальных уравнений, учитывающая термодинамическую неравновесность фазового перехода и изменение спектра паровых пузырей по длине канала. Было принято, что зарождение пузырьков происходит на стенках канала, режим течения пузырьков, поток одномерный, скорости фаз равны между собой, параметры паровой фазы соответствуют состоянию насыщения при локальном статическом давлении потока.

На основе математического описания процесса было построено уравнение подобия, и затем в результате обработки экспериментальных и расчетных данных для воды была предложена обобщенная эмпирическая зависимость. Оказалось, что полученная таким путем обобщенная зависимость имеет индивидуальный характер: она применима лишь для воды и не может быть распространена на случай истечения других жидкостей. Это оправдывает поиск более широкого метода обобщения данных. При этом центральным является вопрос об обобщенном методе описания теплофизических свойств обеих фаз.

В молекулярно-кинетической теории строения вещества разработано несколько способов приближенно-универсального описания зависимостей теплофизических характеристик от приведенных параметров состояния [4]. Наиболее простой способ заключается в том, что для составления масштабов соответствующих свойств привлекаются критическая температура  $T_{cr}$ , критическое давление  $p_{cr}$ , масса килограмм-моля  $m$  и индивидуальная газовая постоянная  $R$ , имеющие неза-

---

Работа написана в 1978 г. совместно с А.А. Авдеевым. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1978. № 9. С. 71—75. (Прим. ред.)

Таблица 1  
Масштабы основных величин

Наименование величины	Масштаб	Размерность
Масса	$m$	кг
Длина	$(mRT_{cr}/p_{cr})^{1/3}$	м
Время	$(m/p_{cr})^{1/3}(RT_{cr})^{-1/6}$	с
Температура	$T_{cr}$	К

висимые размерности. Из этих величин можно легко скомбинировать масштабы длины, массы, температуры и времени (табл. 1).

При таком выборе масштабов зависимости каждого из свойств от приведенных параметров состояния описываются универсальными уравнениями вида

$$s_i/s_i^0 = f_i(\pi_0, \theta_0), \quad (1)$$

где  $s_i, s_i^0$  — значения некоторого параметра и его масштаб;  $\pi_0 = p/p_{cr}$  — приведенное давление;  $\theta_0 = T/T_{cr}$  — приведенная температура.

Тогда из списка размерных определяющих параметров можно исключить любое свойство паровой и жидкой фазы, подставив вместо него  $p, p_{cr}, T, T_{cr}, m, R$ .

Строго говоря, подобный метод описания применим лишь внутри групп термодинамически подобных веществ ( $H_2O, D_2O; Ar, Kr, Xe; N_2, O_2$  и др.). Однако на практике теплофизические свойства фаз вблизи кривой насыщения с достаточной для инженерных расчетов точностью описываются универсальными зависимостями.

Если температура и давление являются режимными параметрами, а число определяющих теплофизических характеристик больше четырех, использование такого подхода позволяет не только распространить результаты исследования на другие вещества, но и уменьшить число независимых переменных.

Этот метод был успешно применен в работе [5] для обобщения результатов измерений коэффициента теплоотдачи при кипении различных жидкостей.

#### Уравнение подобия

Имеющиеся опытные данные показывают, что как при гидравлическом, так и при критическом режимах истечения жидкости [6, 7] давление вблизи входа в канал может быть определено по формуле

$$p_{in} = p_0 - \frac{\rho u_0^2}{2\varepsilon_{in}}, \quad (2)$$

где  $p_0$  — давление в большом объеме,  $\rho$  — плотность жидкости при начальных параметрах,  $u_0$  — скорость жидкости, рассчитанная по полному сечению канала,  $\varepsilon_{in}$  — гидравлический коэффициент расхода на входе в канал.

Для того чтобы однозначно определить расход (скорость истечения) вскипающей жидкости (при неизменной структуре потока на входе в канал), необходимо задать входное давление  $p_{in}$ , перегрев жидкости на входе  $\Delta T_{in}$ , длину  $l$  и диаметр  $d$  канала, а также теплофизические свойства фаз. С учетом вышеприведенных

соображений можно представить скорость как функцию размерных величин, определяющих рассматриваемый процесс:

$$u_0 = f(p_{in}, \Delta T_{in}, l, d, p_{cr}, T_{cr}, R, m), \quad (3)$$

где 
$$\Delta T_{in} = T_0 - T_s(p_{in}); \quad (4)$$

$T_0$  — температура жидкости в большом объеме;  $T_s(p_{in})$  — температура насыщения, соответствующая давлению на входе.

Приводя соотношение (3) к безразмерной форме, получим уравнение подобия рассматриваемого процесса в общем виде:

$$U = F(\pi, \theta, L, D), \quad (5)$$

где  $U = u_0 / \sqrt{RT_{cr}}$  — приведенная скорость;  $\pi = p_{in} / p_{cr}$ ,  $\theta = \Delta T_{in} / T_{cr}$  — приведенные давление и перегрев жидкости на входе;  $L = l / \sqrt[3]{mRT_{cr} / p_{cr}}$ ,  $D = d / \sqrt[3]{mRT_{cr} / p_{cr}}$  — приведенные длина и диаметр канала.

Для поиска конкретного вида зависимости (5) при малых диаметрах канала были использованы опытные данные [8—10], а при больших диаметрах — данные [11]. В диапазоне изменения исходных параметров, выходящем за пределы имеющихся экспериментальных данных, были проведены численные эксперименты по методике, описанной в [12].

Обработка составленного таким образом массива точек позволила получить обобщенную формулу

$$U = 0,09\pi^{0,65}\theta^{-0,2}\Phi^{0,34(\pi-1)}, \quad (6)$$

где  $\Phi = 0,8L/D^{0,6}$ .

Диапазон изменения использованных при обработке исходных опытных данных приведен в табл. 2, откуда можно видеть, что приведенное давление изменялось в диапазоне  $\pi = 0,025—0,52$  (при этом  $\pi_0 = p_0 / p_{cr}$  может превышать 0,6), а приведенная температура  $\theta = 0,0002—0,03$ . Область изменения геометрических размеров канала, в пределах которой применима расчетная формула:  $l$  — от  $10^{-2}$  до  $\sim 10^2$  м,  $d$  — от  $10^{-3}$  до 1,0—1,2 м.

Таблица 2

Диапазон изменения использованных при обработке опытных данных

Параметр	Литературный источник			
	[11]	[8]	[9]	[10]
Диаметр, мм	14—37,8	6,35	5,5	6
Длина, м	0,14—1,2	0,0508—0,254	0,0495—0,101	0,600
Давление, МПа	0,281—8,86	1,0—7,0	2,45—14,7	1,27; 2,01
Недогрев, К	0—143,3	0	0—100	0
$\pi$	0,025—0,340	0,0316—0,235	0,025—0,522	0,055; 0,086
$\theta \cdot 10^3$	0,154—25,0	2,31—30,0	0,154—30,9	2,86; 5,90
$L$	0,218—1,87	0,0791—0,396	0,0771—0,157	0,935
$D \cdot 10^3$	21,8—58,9	9,89	8,57	9,35

Сравнение результатов расчета по формуле (6) с использованными при обработке данными [8—11] (всего 242 точки) показало, что 95 % экспериментальных точек попадает и доверительный интервал  $\pm 10\%$ , а среднеквадратичное отклонение не превышает 4 %.

Максимальное расхождение результатов численных экспериментов и расчета по формуле (6) во всем диапазоне изменения геометрических размеров канала, за исключением области  $d > 0,5$  м, не превышало 10 %; в области  $d > 0,5$  м максимальная ошибка достигала 15 %.

При длинах канала, больших рекомендованных, расчет по формуле (6) дает систематическое завышение расхода, поэтому результаты расчета в этом случае могут использоваться для максимальной оценки расхода.

Для иллюстрации возможностей метода на рис. 1 приведено сравнение результатов расчета расходов вскипающей жидкости  $j$  с опытными данными [11] по истечению насыщенной воды через цилиндрическую трубу с острой входной кромкой ( $\epsilon_{in} = 0,61$ ) и со скругленной радиусом 8 мм кромкой ( $\epsilon_{in} = 0,9$ ), а на рис. 2 — с данными тех же авторов по истечению недогретой воды. Сравнение с опытными данными [9], охватывающими широкий диапазон начальных недогревов, дано на рис. 3.

На рис. 4 представлено сопоставление результатов расчета с опытными данными по истечению насыщенной воды через цилиндрические каналы с острой входной кромкой [8].

Сводка бывших доступными авторам опытных данных по истечению сжиженных газов через относительно длинные каналы представлена в табл. 3.

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными по истечению насыщенного фреона-12 через каналы с плавным и острым входом [13], а также с данными Фоске по истечению недогретого фреона-11 через канал с острой входной кромкой, приведенными в [14], показано на рис. 5. Несмотря на то, что теплофизические свойства фреонов существенно отличаются от свойств воды

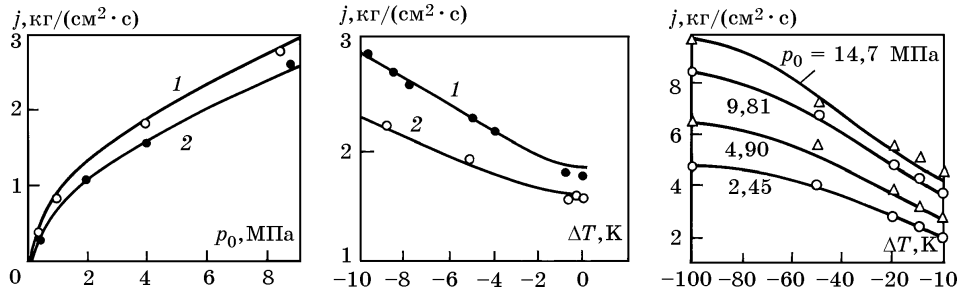


Рис. 1. Сравнение результатов расчета с опытными данными [11] по истечению насыщенной воды (каналы 25×758,5 мм)  
 1 — канал с плавным входом ( $\epsilon_{in} = 0,9$ ); 2 — канал с острой входной кромкой ( $\epsilon_{in} = 0,61$ )

Рис. 2. Сравнение результатов расчета с опытными данными [11] по истечению недогретой воды  
 1 — канал с плавным входом ( $\epsilon_{in} = 0,9$ ); 2 — канал с острой входной кромкой ( $\epsilon_{in} = 0,61$ )

Рис. 3. Сравнение результатов расчета с опытными данными [9] по истечению насыщенной и недогретой воды через канал 5,5×49,5 мм ( $\epsilon_{in} = 0,74$ )



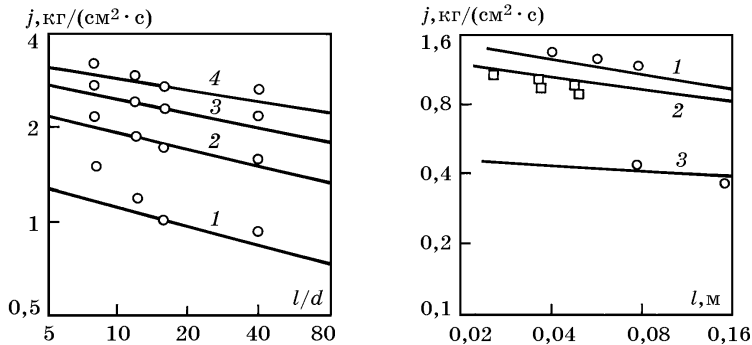


Рис. 4. Сравнение результатов расчета с опытными данными [8] по истечению насыщенной воды через каналы с острой входной кромкой ( $\varepsilon_{in} = 0,61$ ,  $d = 6,35$  мм)

1 —  $p_0 = 1$  МПа; 2 —  $p_0 = 3$  МПа; 3 —  $p_0 = 5$  МПа; 4 —  $p_0 = 7$  МПа

Рис. 5. Сравнение результатов расчета с опытными данными по истечению фреонов

1 — насыщенный фреон-12, канал диаметром 2,41 мм, плавный вход ( $\varepsilon_{in} = 0,95$ ),  $p_0 = 0,585$  МПа; 2 — насыщенный фреон-12,  $d = 2,3$  мм,  $\varepsilon_{in} = 0,61$ ,  $p_0 = 0,641$  МПа; 3 — недогретый фреон-11,  $d = 2,95$  мм,  $\varepsilon_{in} = 0,61$ ,  $p_0 = 0,0103$  МПа,  $T_0 = 294,26$  К (недогрев 3,04 К)

Таблица 3

Сводка основных опытных данных по истечению сжиженных газов через относительно длинные каналы

Рабочая жидкость	Размеры канала		Геометрия входа	Литературный источник
	диаметр, мм	длина, мм		
Фреон-12	2,413	29,9—56,7	Скругление радиусом 3,2 мм	[13]
	2,4; 2,2	25,4—50,8	Острая кромка	[14]
Фреон-11	2,95	76,2; 152,4	То же	[14]
Технический пропан	1,044	9,61—30,2	То же	[15]
Н-гексан	0,5	3,95	То же	[16]

(например, удельная теплота испарения меньше в 10—15 раз), расчет дает хорошее совпадение с экспериментом.

Есть основания предполагать, что формула (6) обладает некоторой экстраполяционной способностью и с увеличенной допустимой погрешностью может быть использована за пределами рекомендованного диапазона. В частности, сравнение с опытными данными по истечению насыщенного пропана через цилиндрический канал с острой входной кромкой диаметром 1,044 мм ( $D = 1,16 \cdot 10^{-3}$ ) [15], а также с данными по истечению н-гексана из стеклянных капилляров диаметром 0,5 мм ( $D = 4,5 \cdot 10^{-4}$ ) [16] дает удовлетворительные результаты (рис. 6, 7).

### Последовательность расчета

1. Задаваясь значением скорости  $u_0$ , по формуле (2) определяем давление на входе в канал  $p_{in}$ . При этом величину  $\varepsilon_{in}$  для канала с острой входной кромкой можно приблизительно принимать равной 0,61. В случае иной геометрии входного уча-

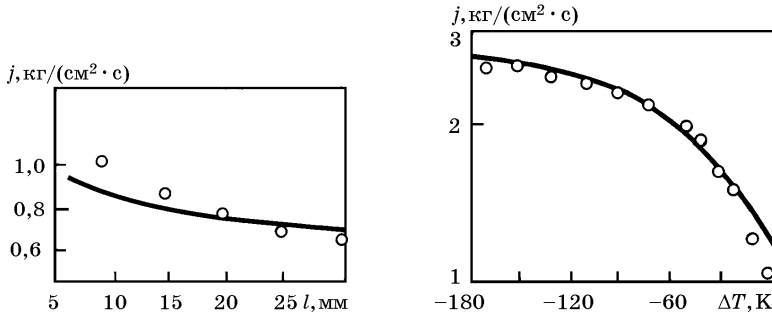


Рис. 6. Сравнение результатов расчета с опытными данными [15] по истечению насыщенного пропана ( $d = 1,044$  мм,  $p_0 = 0,785$  МПа,  $\varepsilon_{in} = 0,61$ )

Рис. 7. Сравнение результатов расчета с опытными данными [16] по истечению недогретого н-гексана из стеклянного капилляра ( $d = 0,54$  мм,  $l = 3,95$  мм,  $p_0 = 1,6$  МПа,  $\varepsilon_{in} = 0,59$ )

стка  $\varepsilon_{in}$  можно определить либо по известному коэффициенту гидравлического сопротивления входа  $\xi_{in}$  по формуле

$$\varepsilon_{in} = 1 / \sqrt{1 + \xi_{in}}, \quad (7)$$

либо путем гидравлических испытаний каналов нужной геометрии. Следует иметь в виду, что хотя неточность определения  $\varepsilon_{in}$  слабо влияет на расчетное значение расхода насыщенной жидкости (см. рис. 8), при больших недогревах критический расход вскипающей жидкости почти прямо пропорционален  $\varepsilon_{in}$ .

2. По формуле (4) рассчитываем входной перегрев жидкости  $\Delta T_{in}$ . Если величина  $\Delta T_{in}$  отрицательна, следует задаться большим значением  $u_0$ .

3. Рассчитываем левую и правую части (6).

4. Изменяем скорость  $u_0$  до тех пор, пока равенство (6) не будет выполняться с заданной точностью.

5. Проверяем, лежат ли значения  $\pi$  и  $\theta$  в диапазоне применимости формулы (6).

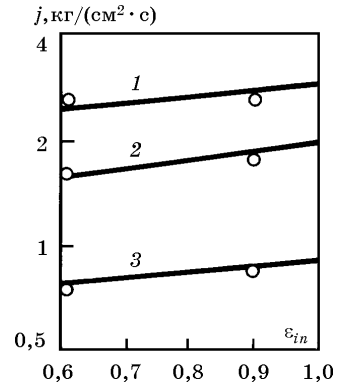


Рис. 8. Влияние гидравлического коэффициента входа на расход насыщенной воды через цилиндрический канал  $25 \times 758,5$  мм

Точки — опытные данные [11]: 1 —  $p_0 = 9$  МПа; 2 —  $p_0 = 4$  МПа; 3 —  $p_0 = 1$  МПа. Сплошные линии — расчет по формуле (6)

### Литература

1. Smith R.V., Randall K.K., Epp K. // US NBS Techn. Note. 1973. N 633.
2. Henry R.E., Grolmes M.A., Fauske H.K. // In: Heat transfer at low temp. New-York—London. 1975. P. 229—259.
3. Авдеев А.А., Майданик В.Н., Шанин В.К. // Теплоэнергетика. 1978. № 2. С. 44—47.
4. Гришфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. // Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИИЛ, 1961. 929 с.
5. Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1972. № 9. С. 14—19.
6. Сиов Б.Н. Истечение жидкости через насадки в среды с противодавлением. М.: Машиностроение, 1968. 140 с.

7. Тихоненко Л.К., Кеворков Л.Р., Лутовинов С.З. // Теплоэнергетика. 1978. № 2. С. 41—44.
8. Fauske Н.К. // Chem Eng. Progr. Symp. Ser. 1965. Vol. 61. N 59. P. 210—216.
9. Алешин В.С., Калайда Ю.А., Фисенко В.В. // Тезисы докл. 3-й Всесоюзной конф. по теплообмену и гидродинамике в элементах энергооборудования. Л.: ЦКТИ, 1967.
10. Поляков К.С. Экспериментальное исследование адиабатического течения испаряющейся жидкости: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. Л., 1962.
11. Кевороков Л.Р., Лутовинов С.З., Тихоненко Л.К. // Теплоэнергетика. 1977. № 7. С. 72—76.
12. Авдеев А.А., Майданик В.Н., Шанин В.К. // Теплоэнергетика. 1977. № 8. С. 67—69.
13. Pasqua P.F. // Refrigerating Eng. 1953. Vol. 61. N 10. P. 1084A—1088, 1131.
14. Henry R.E. // Nucl. Sc. and Eng. 1970. Vol. 41. N 3. P. 336—342.
15. Рубинштейн С.В., Погорелов Ю.С. // Труды ин-та Гипронефтегаз. Использование газа в народном хозяйстве. Саратов, 1971. Вып. 9. С. 246—254.
16. Шуравленко Н.А., Скрипов В.П., Каверин Л.М. // Сб.: Гидродинамика и теплообмен. Свердловск. Уральский научный центр АН СССР, 1974. С. 92—98.

## АНАЛИЗ ГРАНИЦ УСТОЙЧИВОГО ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА ГЕЛИЯ СВЕРХКРИТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ОБОГРЕВАЕМЫХ КАНАЛАХ

Гелий при сверхкритическом давлении (с.к.д.) применяется для термостатирования сверхпроводников в различных энергетических и исследовательских системах, в которых используется эффект сверхпроводимости. При проектировании и расчетах систем обычно стремятся обеспечить необходимый расход гелия для снятия неизбежных внешних теплопритоков и различного рода «паразитных» энерговыделений в материалах. При этом анализ проводится для стационарных условий. Возможность потери устойчивости течения и перехода к осциллирующим режимам обычно не учитывается. Однако в недавно опубликованной экспериментальной работе [1] была убедительно показана реальная опасность возникновения низкочастотной неустойчивости потока гелия с.к.д., сопровождающейся значительными по амплитудам колебаниями температур потока и пульсациями расхода. Очевидно, такие режимы крайне нежелательны для сверхпроводящей энергетической системы, а в отдельных случаях они могут приводить к аварийным, критическим ситуациям. Это определяет актуальность целенаправленных теоретических и экспериментальных исследований проблемы устойчивости потоков гелия с.к.д.

Подход к расчетному анализу устойчивости, основанный на методе малых колебаний (линейная теория) и получивший распространение для пароводяных потоков и воды с.к.д. [2, 3], очевидно, в целом применим и в данном случае. Как показано в работах [1, 4], в случае потока гелия с.к.д. возможны даже существенные упрощения в формулировке задачи: отпадает необходимость учета теплоемкости стенок канала ввиду ее малости при низких температурах.

Однако, применяемые часто для расчетного исследования устойчивости течения методы теории регулирования не обладают физической наглядностью, они позволяют рассчитывать на ЭВМ лишь режимы с конкретными значениями параметров. Применение этих методов обычно не дает общей картины и не определяет тенденций, важных для проектировщика. Расчетное исследование [4], в котором используется такой подход, может служить тому подтверждением.

В настоящей работе приведены результаты прямого аналитического исследования границ устойчивости потока гелия с.к.д. в обогреваемом канале, которое строится в духе классического анализа гидродинамической устойчивости (линейная теория). В результате исследования получена универсальная диаграмма устойчивости, рассмотрены ее специфические особенности, связанные с существованием высших гармоник, проведено сопоставление теоретической границы устойчивости с экспериментальными данными для гелия с.к.д.

---

Работа написана в 1982 г. совместно с П.А. Мирзояном. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1983. № 3. С. 2—4. (Прим. ред.)

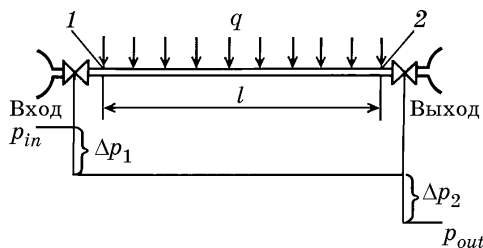


Рис. 1

Рассматривается схема термостатирования «продувкой» (рис. 1). Предполагается, что удельный объем  $v$  среды линейно растет с увеличением энтальпии  $h$ :

$$v = a + bh, \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные.

Тепловая нагрузка неизменна по длине канала ( $q = \text{const}$ ); зависимость перепадов давлений на входном и выходном дросселях от расхода — квадратичная; перепад давления вдоль обогреваемого канала незначителен, поэтому не учитывается.

### Основные этапы анализа

Одномерные уравнения неразрывности и энергии:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho u \frac{\partial h}{\partial x} = q_v, \quad (3)$$

( $q_v = qS/F$ ;  $S$  и  $F$  — периметр и площадь сечения канала) с учетом уравнения состояния (1) можно привести к виду

$$\partial u / \partial x = \omega'_0, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} = \omega'_0 v. \quad (3a)$$

Величина  $\omega'_0 = q_v b$  характеризует темп расширения теплоносителя, одновременно она определяет масштаб частот колебаний.

С учетом того, что  $b = dv/dh = (v_2 - v_1)/(h_2 - h_1)$ , можно записать:

$$\omega'_0 = \frac{qS(v_2 - v_1)}{F(h_2 - h_1)}. \quad (4)$$

Полагаем, как обычно, что на основное стационарное течение потока наложены малые по амплитуде возмущения вида

$$\left. \begin{aligned} \hat{v} &= \varphi_v(x) e^{\omega' t}, \\ \hat{u} &= \varphi_u(x) e^{\omega' t}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\omega' = \alpha' + i\beta'$  — комплексная «частота», причем  $\beta'$  определяет собственно частоту колебаний, а  $\alpha'$  характеризует изменение (рост или убывание) амплитуды колебаний во времени.

Как будет показано ниже, для каждого режима имеется дискретный спектр собственных частот  $\omega'_n = \alpha'_n + i\beta'_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), поэтому критерий устойчивости

потока сводится к требованию, чтобы все значения  $\alpha'_n$  были отрицательными. При появлении хотя бы одного положительного значения  $\alpha'_n$  амплитуда колебаний этой частоты начинает неограниченно расти во времени, то есть течение становится неустойчивым. Значение  $\alpha'_n = 0$  определяет границу устойчивости для соответствующей частоты  $\beta'_n$ . Таким образом, исследование устойчивости течения сводится к решению задачи на собственные значения с параметром  $\omega'$ .

Подставляя выражения (5) в линеаризованные относительно возмущений уравнения (2а) и (3а), находим изменение «амплитуд»  $\varphi_u(x)$  и  $\varphi_v(x)$  по длине канала:  $\varphi_u(x) = A = \text{const}$ ; значение  $\varphi_v(x)$  изменяется от нуля на входе,  $\varphi_v(0) = 0$  до значения на выходе

$$\varphi_v(l) = \frac{A}{(1 - \omega)j} \left[ 1 - e^{(1 - \omega) \ln \varepsilon} \right]. \quad (6)$$

Здесь  $j = \rho u$  — массовая скорость стационарного (основного) течения;  $\omega = \omega'/\omega'_0$  — безразмерная «частота»;  $\varepsilon = v_2/v_1 = \rho_1/\rho_2$  — степень расширения потока, т.е. относительное объемное термическое расширение среды в основном (невозмущенном) течении.

Далее, после линеаризации квадратичных законов сопротивления входного и выходного дросселей относительно возмущений скорости и удельного объема и выполнения условия неизменности полного перепада давлений, можно исключить «амплитуду»  $A$  и получить основное уравнение анализа устойчивости:

$$2(1 - \omega)(\varepsilon K_p + 1) = 1 - e^{(1 - \omega) \ln \varepsilon}, \quad (7)$$

где  $K_p = \Delta p_1 / \Delta p_2$  — безразмерный параметр, характеризующий отношение перепадов давлений на входном и выходном дросселях.

Подставляя выражение  $\omega = \alpha + i\beta$  в (7) и разделяя действительную и мнимую части равенства, получаем систему из двух уравнений, которую удобно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \cos(\beta \ln \varepsilon) - \frac{1 - \alpha}{\beta} \sin(\beta \ln \varepsilon) &= \varepsilon^{\alpha - 1}, \\ K_p &= -\frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\varepsilon^{1 - \alpha} \sin(\beta \ln \varepsilon)}{2\beta} + 1 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Параметры  $K_p$  и  $\varepsilon$  — режимные характеристики, которые можно установить в эксперименте подбором дросселей и тепловой нагрузки. Тем самым итоговая система (8) позволяет определить соответствующие значения  $\beta = \beta'/\omega'_0$  и  $\alpha = \alpha'/\omega'_0$ .

#### Анализ системы

Анализ системы (8) показывает, что каждому конкретному сочетанию параметров  $K_p$  и  $\varepsilon$ , характеризующих реальный режим течения, соответствует дискретный спектр частот  $\beta_n$  и значений  $\alpha_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Рассмотрим первую, основную частоту  $\beta_1$ . Зафиксируем значение  $\alpha_1$ , тогда с помощью системы уравнений (8) можно определить в трехмерном пространстве с координатами  $\varepsilon, K_p, \beta$  положение кривой, вдоль которой  $\alpha_1 = \text{const}$ . Если непрерывно менять значения  $\alpha_1$ , то бесконечное множество кривых, каждой из которых

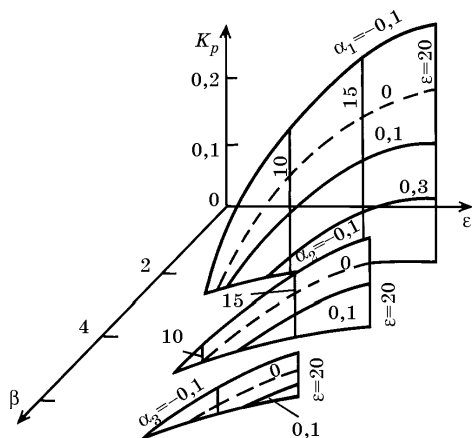
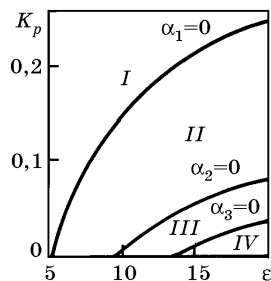


Рис. 2. Пространственная диаграмма устойчивости

Рис. 3. Границы устойчивости и областей различных режимов в координатах  $K_p = f(\epsilon)$ 

соответствует свое значение  $\alpha_1$ , образует некоторую поверхность. Очевидно, аналогичные поверхности можно построить и для последующих собственных значений  $\beta_n$ ,  $\alpha_n$  ( $n = 2, 3 \dots$ ). Таким образом, система уравнений (8) определяет набор поверхностей, на каждой из которых можно выделить кривую  $\alpha_n = 0$ , определяющую «свою» границу устойчивости.

На рис. 2 изображены поверхности для трех первых гармоник. Для удобства изображения каждая поверхность ограничена: сверху кривой  $\alpha = -0,1$ , справа кривой  $\epsilon = 20$ , снизу плоскостью  $K_p = 0$ . На поверхности нанесена сетка кривых, соответствующих значениям  $\alpha = \text{const}$  и  $\epsilon = \text{const}$ . Пунктиром выделены кривые  $\alpha = 0$ .

Для практических целей более удобно пользоваться проекциями кривых  $\alpha_n = 0$  на плоскость  $\epsilon K_p$ . На рис. 3 изображены такие проекции для первых трех гармоник. Здесь область I параметров  $K_p$ ,  $\epsilon$ , где  $\alpha_n < 0$ , соответствует устойчивым режимам течения. Значения параметров  $K_p$  и  $\epsilon$  на границе  $\alpha_1 = 0$  приведены ниже:

$\epsilon$ .....	5,5	6	7	8	9	10	12
$K_p$ .....	0,00327	0,02795	0,06807	0,09945	0,12480	0,14579	0,1787
$\epsilon$ .....	14	16	18	20	22	24	
$K_p$ .....	0,2035	0,22312	0,23900	0,25222	0,26343	0,27309	

Области II, III, IV соответствуют неустойчивым режимам течения, причем, если в области II нарастают во времени только возмущения с основной частотой  $\beta_1$  ( $\alpha_1 > 0$ ,  $\alpha_2, 3 \dots < 0$ ), то в области III нарастают со временем как возмущения с основной частотой  $\beta_1$ , так и возмущения со второй, более высокой частотой  $\beta_2$ . Для этой области  $\alpha_1 > 0$ ,  $\alpha_2 > 0$ ,  $\alpha_3, 4 \dots < 0$ . В области IV можно обнаружить нарастающие колебания уже на трех частотах  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  и  $\beta_3$ , и так далее.

Таким образом, при незначительном дросселировании на входе, небольших расходах и высоких тепловых нагрузках в обогреваемых каналах, наряду с колебаниями основной частоты, приблизительно отвечающей удвоенному времени прохождения частиц теплоносителя по каналу, возможно появление более высоких частот колебаний.

## Сравнение с экспериментами

Полученная в данной работе диаграмма устойчивости была сопоставлена с экспериментальными данными [1]. Следует отметить, что опытный участок в работе [1] имел большую относительную длину  $l/d = 4,6 \cdot 10^4$ , поэтому перепады давлений на обогреваемом участке были сравнимы с перепадами давлений на входном дросселе. Авторы [1] использовали «двухзонное» уравнение состояния, и поэтому для обработки экспериментальных данных ввели безразмерный критерий  $\psi = (\Delta p_1 + \Delta p_{1f}) / (\Delta p_2 + \Delta p_{2f})$ , где  $\Delta p_{1f}$  — гидравлическое сопротивление первой, «псевдожидкой» зоны, в которой удельный объем принимается постоянным, а  $\Delta p_{2f}$  — гидравлическое сопротивление второй, «псевдогазовой» зоны, для которой характерна зависимость вида (1).

На рис. 4 дана теоретическая граница устойчивости и нанесены экспериментальные данные в координатах  $\epsilon, \psi$ . Здесь же пунктиром показана эмпирическая граница устойчивости, определенная в работе [1].

При анализе данных можно перейти к параметру  $K_p = \Delta p_1 / \Delta p_2$ , вычитая из числителя и знаменателя выражения для критерия  $\psi$  перепады давлений  $\Delta p_{1f}$  и  $\Delta p_{2f}$ , соответственно. На рис. 5 на диаграмму устойчивости нанесены те же экспериментальные данные, но в координатах  $\epsilon, K_p$ . Как и следовало ожидать, экспериментальные точки, для которых характерны небольшие значения  $\Delta p_1$  и  $\epsilon$ , сместились вниз, а точки, которые характеризуются большими значениями  $\Delta p_1$  и  $\epsilon$ , сместились вверх, что привело к более полному соответствию теоретической границы устойчивости с экспериментальными данными.

В целом рис. 4 и 5 указывают на хорошее качественное и количественное согласование опытных и теоретических результатов.

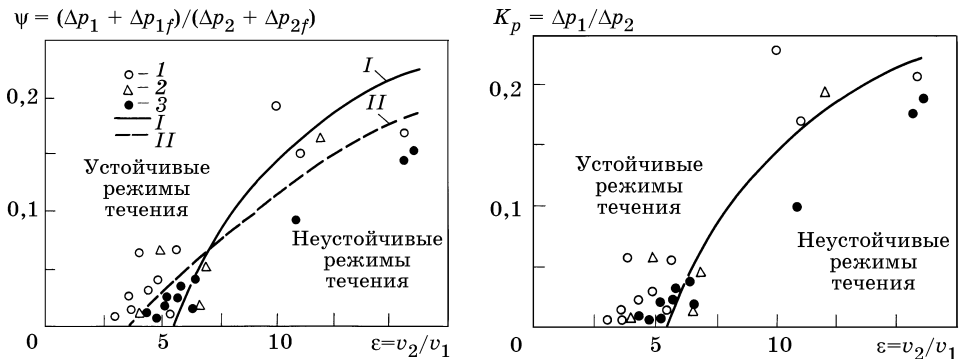


Рис. 4. Сравнение экспериментальных данных [1] с теорией

Течение: 1 — устойчивое; 2 — критическое; 3 — неустойчивое; I — теоретическая граница устойчивости; II — экспериментальная граница устойчивости, определенная в работе [1]

Рис. 5. Модифицированная форма сравнения экспериментальных данных [1] с теорией



## Литература

1. Дейни Д., Ладке П., Джоунс М. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1979. № 1. С. 7—15.
2. Серов Е.П., Корольков Б.П. Динамика парогенераторов. М.: Энергоиздат, 1981. 408 с.
3. Серов Е.П., Корольков В.П. Динамика процессов в тепло- и массообменных аппаратах. М.: Энергия, 1967. 168 с.
4. Джоунс М., Петерсон Р. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1975. № 4. С. 26—34.

## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРСОДЕРЖАНИЯ РАВНОВЕСНЫХ И НЕРАВНОВЕСНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Исследование истинных объемных паросодержаний термически равновесных и неравновесных двухфазных потоков проведено на трубах внутренним диаметром 34,3; 12,1 и 10,8 мм и кольцевом канале  $d_{eq} = 10,2$  мм (ширина кольцевого зазора 5,1 мм). Граница между каналами большого и малого диаметров характеризуется числом  $Bo = d^2(\rho' - \rho'')g/\sigma$ , где  $\rho'$  и  $\rho''$  — плотности воды и пара на линии насыщения;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $g$  — ускорение свободного падения. Значения чисел  $Bo$  в опытах изменялись от 7 до 560. В качестве граничного значения числа  $Bo$  между каналами большого и малого диаметров принято  $Bo = 100$  [1]. Режимные параметры изменялись в следующих пределах: давление  $p = 0,5$ —10 МПа, массовая скорость смеси  $(w\rho)_{mix} = 200$ —3500 кг/(м<sup>2</sup>·с), плотность теплового потока  $q = 0$ —2,5 МВт/м<sup>2</sup>, балансовое паросодержание  $x_b = \Delta h/r = -0,3$ —+0,4 ( $\Delta h$  — энтальпия потока, отсчитанная от энтальпии на линии насыщения,  $r$  — теплота парообразования).

Среднее по сечению паросодержание в опытах определялось методом просвечивания канала широким пучком  $\gamma$ -лучей. Анализ полученных опытных данных выявил ряд существенных особенностей влияния режимных параметров, а также направления движения на паросодержание в каналах исследованной геометрии.

При подъемном адиабатном движении в трубе диаметром 12,1 мм в значительной меньшей степени, чем в трубе большего диаметра 34,3 мм, проявлялось влияние скорости на паросодержание. В кольцевом канале ( $d_{eq} = 10,2$  мм) влияния скорости на паросодержание практически не наблюдалось. Эти результаты показывают, что уменьшение диаметра канала в трубах и кольцевых каналах приводит к вырождению влияния скорости на паросодержание. Вместе с тем известно, что для стержневых сборок влияние скорости выявлено во всем исследованном диапазоне изменения режимных параметров [2]. В кольцевых каналах в меньшей степени, чем в трубах, проявлялось влияние давления.

Увеличение теплового потока  $q$  приводит к заметному росту паросодержания в канале в области кипения недогретой до насыщения жидкости ( $x_b \leq 0$ ). При  $x_b > 0$  влияние плотности теплового потока на  $\phi$  уменьшается, и кривые  $\phi(x_b)$  сближаются с соответствующими кривыми, полученными в адиабатных условиях. Анализ показал, что уменьшение влияния тепловой нагрузки на  $\phi$  происходит в зоне исчезновения холодного ядра жидкости в потоке и начала объемного кипения. Важно отметить, что недогретая до температуры насыщения жидкость сохраняется в потоке при достаточно больших положительных значениях  $x_b$ . Повышение тепловой нагрузки расширяет область существования недогретой жидкости. Так, для кольцево-

---

Работа написана в 1984 г. совместно с А.Г. Лобачевым, Б.А. Кольчугиным, Э.А. Захаровой. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1984. № 9. С. 45—47. (Прим. ред.)

го канала при наружном обогреве, при давлении  $p = 7$  МПа и скорости циркуляции  $w_0 = 1$  м/с увеличение тепловой нагрузки с 1,1 до 2,3 МВт/м<sup>2</sup> привело к смещению границы существования холодного ядра от  $x_b = 0,05$  до  $x_b \approx 0,13$ .

Влияние на  $\phi$  недогрева жидкости на входе в канал может быть существенным в режимах, когда энтальпия на входе больше энтальпии потока в сечении начала кипения с недогревом (рис. 1). Однако для всех типов исследованных авторами каналов это влияние проявляется при небольших значениях длины предвключенного обогреваемого участка (по оценкам,  $l/d \leq 20$ ), что свидетельствует о существовании некоторого начального участка, на котором происходит стабилизация двухфазного потока.

В кольцевом канале в области кипения недогретой жидкости обнаружено также, что  $\phi$  при прочих равных условиях зависит от способа обогрева канала. Наименьшие значения  $\phi$  зафиксированы при внутреннем обогреве, а наибольшие — при наружном. В области объемного кипения влияние вариантов обогрева кольцевого канала на  $\phi$  постепенно исчезает.

Влияние на  $\phi$  интенсификаторов теплообмена может быть прослежено на примере исследований в трубе диаметром 10,8 мм с интенсификаторами теплообмена типа «поперечный гофр». Глубина гофра составляла 1 мм, шаг между гофрами 100 мм. Полученные опытные данные показали, что характер влияния на  $\phi$  основных режимных параметров  $p$ ,  $w$  и  $q$  для канала с внутренними поперечными гофрами такой же, как для гладких труб.

Как при адиабатном течении теплоносителя, так и при течении с обогревом при малых скоростях циркуляции на  $\phi$  существенное влияние оказывает направление движения потока. При скорости  $w_0 = 1$  м/с опытные значения при опускном движении заметно выше, чем при подъемном ( $p$  и  $q$  при этом одинаковы) (рис. 2).

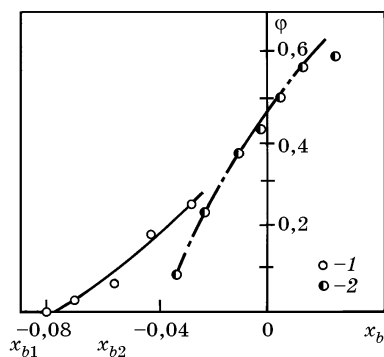


Рис. 1. Зависимость  $\phi(x_b)$  при различных условиях на входе

Труба диаметром 34,3 мм;  $p = 0,5$  МПа;  $w_0 = 2,0$  м/с;  $q = 1,7 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>; балансовое паро-содержание на входе: 1 —  $x_{b1} = -0,092$ ; 2 —  $x_{b2} = -0,052$

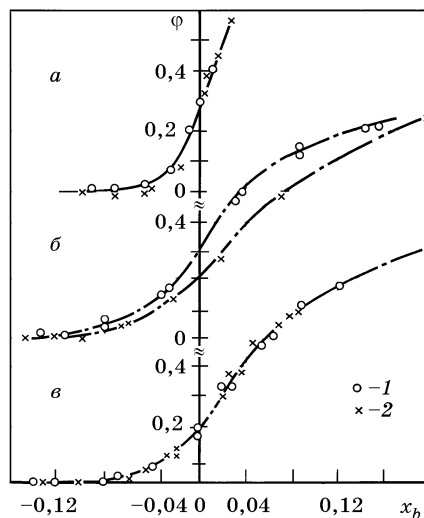


Рис. 2. Зависимость  $\phi(x_b)$  при различных режимных параметрах

Труба диаметром 12,1 мм; а —  $p = 2,0$  МПа;  $w_0 = 4,0$  м/с;  $q = 1,16 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>; б —  $p = 7,0$  МПа;  $w_0 = 1,0$  м/с;  $q = 0,58 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>; в —  $p = 7,0$  МПа;  $w_0 = 4,0$  м/с;  $q = 1,16 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>; 1 — опускное движение; 2 — подъемное движение

С увеличением скорости циркуляции влияние направления движения становится менее существенным, опытные данные для подъемного и опускного движений при скорости циркуляции  $w_0 = 4,0$  м/с практически совпадают. Отмеченные особенности гидродинамики двухфазных потоков были учтены при разработке методов расчета истинных объемных паросодержаний [3, 4].

Основные закономерности, определяющие паросодержание адиабатных потоков, могут быть выявлены с помощью упрощенной кинематической модели двухфазного потока [3]. Рассматривается элемент двухфазного потока, в котором одна фаза диспергирована в непрерывной второй фазе. В сечении потока выделяются две зоны — центральная и периферийная, в которых паросодержание потока и истинные скорости движения фаз различны. Из баланса расходов фаз по центральной и периферийной зонам получено структурное выражение для расчета истинного объемного паросодержания для подъемного (+) и опускного (–) движений:

$$\beta/\varphi = C \pm \Delta u / w_{\text{mix}}, \quad (1)$$

где  $\beta$  — объемное расходное паросодержание,  $w_{\text{mix}}$  — скорость смеси,  $\Delta u$  — относительная скорость фаз.

Коэффициент  $C$  характеризует неоднородность двухфазного потока, численное значение этого коэффициента определено на основании анализа опытных данных по  $\varphi$ . Относительная скорость  $\Delta u$  определяется из выражения

$$\Delta u = u_0 \varepsilon, \quad (2)$$

где  $u_0$  — скорость всплытия одиночного пузыря,  $\varepsilon$  — коэффициент, учитывающий взаимодействие пузырей.

Для определения  $\varepsilon$  в работе [1] предложено выражение

$$\varepsilon = 1,4(\rho'/\rho'')^{1/5}(1 - \rho''/\rho')^5. \quad (3)$$

Скорость всплытия  $u_{0D}$  в каналах малого диаметра  $D$  рассчитывается по формуле Думитреску—Тейлора:

$$u_{0D} = 0,35 \sqrt{g(\rho' - \rho'')D/\rho'}. \quad (4)$$

На основе рассмотренной модели для расчета  $\varphi$  в каналах малого диаметра при подъемном и опускном движении рекомендуется соотношение

$$\varphi = \frac{\beta}{1,1 \pm u_{0D}\varepsilon/w_{\text{mix}}}. \quad (5)$$

Для каналов большого диаметра расчетная зависимость для определения  $\varphi$  приведена в работе [1].

На рис. 3 дано сопоставление результатов расчета с опытными данными, полученными для подъемного и опускного движений в трубе диаметром 12,1 мм. Форму-

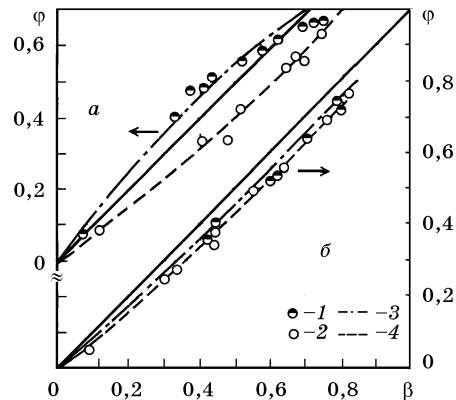


Рис. 3. Сопоставление расчетной зависимости (5) с опытными данными, полученными в трубе диаметром 12,1 мм,  $p = 7,0$  МПа

$a$  —  $w_0 = 1,0$  м/с;  $b$  —  $w_0 = 4,0$  м/с; 1 — опускное движение; 2 — подъемное движение; 3, 4 — расчет по формуле (5)

ла (5) обобщает опытные данные с точностью  $\pm 0,05$ . Для кольцевого канала в качестве определяющего размера целесообразно использовать зазор между трубами.

Соотношение (5) справедливо для пузырькового и снарядного режимов кипения, существование которых ограничено сверху паросодержанием  $\varphi \leq 0,7$  [5].

В основу методики расчета истинных объемных паросодержаний при кипении с недогревом [4] положена гипотеза о том, что установившееся в однофазном турбулентном потоке поле энтальпий сохраняется в области кипения с недогревом. В этом случае под энтальпией подразумевается энтальпия неравновесной двухфазной смеси. Гипотеза дает возможность рассчитать при данном недогреве потока размер пристенной кипящей зоны с паросодержанием  $\varphi_s$ , внутри которой энтальпия смеси превышает энтальпию насыщения:

$$h_s - \bar{h} = \left(1 - \frac{f(\varphi)}{\langle f \rangle}\right) \frac{q}{St(\rho w)_{\text{mix}}}, \quad (6)$$

где  $h_s$  — энтальпия насыщения;  $\bar{h}$  — средняя энтальпия потока;  $f(\varphi)$  — функция, определяющая распределение энтальпии по сечению;  $\langle f \rangle = \int_0^1 f(\varphi) d\varphi$ ;  $St$  — число Стантона.

Например, для кольцевого канала с односторонним обогревом

$$f(\varphi) = \left(1 - \frac{1 - \varphi}{\sqrt{1 - (1 - a^2)\varphi}}\right)^n, \quad (7)$$

где  $n = \xi^{0,5} Pr^{-0,6}$ ;  $\xi$  — коэффициент сопротивления трения однофазного потока;  $Pr$  — число Прандтля;  $a = R_0/R_W$ ;  $R_0$  — радиус канала, соответствующий адиабатной стенке;  $R_W$  — радиус канала с обогреваемой стороны.

Истинное объемное паросодержание определяется из соотношения

$$\varphi = \varphi_s \kappa. \quad (8)$$

Коэффициент  $\kappa$  характеризует степень насыщения двухфазной области пузырьками пара. Величина  $\kappa$  удовлетворительно описывается эмпирической зависимостью

$$\kappa = 30(\lambda \Delta T / r \mu)^{1,15}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  и  $\mu$  — теплопроводность и динамическая вязкость жидкости;  $\Delta T = T_W - T_s$  — температурный напор, характерный для развитого пузырькового кипения;  $r$  — теплота парообразования.

Соотношения (6)—(9) применимы для расчета паросодержания при  $x_b \leq 0$ . В области объемного кипения  $\varphi$  может быть рассчитано по зависимостям для адиабатных условий.

Для переходной зоны, т.е. области положительных значений  $x_b$ , в которой в ядре потока еще сохраняется недогретая жидкость, предлагается линейная интерполяция между расчетными зависимостями в области  $x_b \leq 0$  и в области объем-

ного кипения. По данной методике обработаны известные опытные данные для труб и кольцевых каналов.

Методика правильно отражает влияние основных режимных и геометрических параметров на паросодержание, что подтверждается опытными данными, полученными авторами в кольцевом канале (рис. 4).

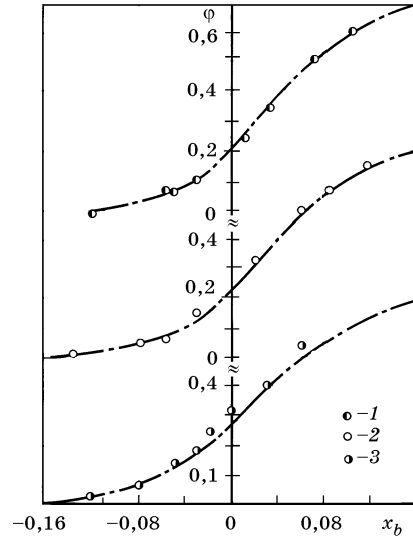


Рис. 4. Сопоставление опытных и расчетных данных для кольцевого канала

$p = 7,0$  МПа;  $w_0 = 0,5$  м/с; 1 — внутренний обогрев; 2 — совместный обогрев; 3 — наружный обогрев

#### Литература

1. Лабунцов Д.А., Корнюхин И.П., Захарова Э.А. // Теплоэнергетика. 1968. № 4. С. 62—67.
2. Дубровский И.С., Корольков Б.М. Семинар ТФ—78. Будапешт: Изд. СЭВ, 1978. С. 601—609.
3. Лобачев А.Г., Захарова Э.А., Кольчугин Б.А. и др. // Сб.: Тепло-и массоперенос. Минск, 1972. Т. 2. С. 299—308.
4. Захарова Э.А., Кольчугин Б.А., Лабунцов Д.А. // Теплоэнергетика. 1970. № 6. С. 58—60.
5. Griffith P., Wallis C. // Trans. ASME. Ser. C. 1961. Vol. 83. N 3. P. 307—320.

## ГИДРОДИНАМИКА ГИДРОЗАТВОРА АЭС С ВВЭР В АВАРИЙНЫХ И ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

Гидродинамика гидрозатвора при авариях с малой течью на АЭС с ВВЭР определяется взаимодействием ряда сложных процессов, происходящих одновременно и последовательно в горизонтальных и вертикальных участках гидрозатвора как в аварийной, так и в неаварийной петлях. От развития этих процессов во времени зависит очистка гидрозатвора и в конечном счете динамика восстановления уровня в активной зоне.

При изучении переходных процессов в гидрозатворе центральное место отводится переходу от расслоенного режима течения к снаряжному в горизонтальном канале. Переход характеризуется нарастанием уровня жидкости по длине канала, развитием волнообразования на поверхности, инициацией единичных, или первичных, снарядов, а затем нарастанием пульсаций, изменением во времени режима выброса снарядов, возможным освобождением горизонтального участка, повторным частичным его заполнением и возвратом к расслоенному течению. Процесс очень сложен, предварительная локализация начала снарядообразования по длине и во времени затруднена из-за дефицита апробированных представлений о механизме процесса. Имеющиеся оценки условий перехода, вопреки опытным наблюдениям, инвариантны относительно длины, что не позволяет признать их надежными. При этом, если для изучения второго периода процесса с преобладающими явлениями осцилляций решающими должны быть эксперименты — при условии их корректной постановки и интерпретации, — то начало перехода поддается достаточно строгому теоретическому описанию с минимальным использованием эмпирических данных.

Эксперименты по изучению перехода от расслоенного режима к снаряжному в горизонтальном канале — ранняя работа Бейкера 1954 г. [1], работы 70-х годов Кордибана и Рэнова [2], Уоллиса и Добсона [3] — выявили ряд важных признаков переходного процесса и одновременно встретились с принципиальными трудностями методологического характера, связанными с обеспечением «чистоты опытов», их соответствия теоретическим конструкциям. К тому же, эти эксперименты не воспроизводят реальные явления снарядообразования в условиях, типичных для гидрозатвора.

Теоретические модели перехода к снаряжному течению развивались в большинстве известных работ на основе анализа возмущений волновой структуры стратифицированного двухфазного потока [2—6]. Для построения замкнутого приближенного описания оказывалось при этом необходимым привлекать недостающие параметры эмпирического происхождения и упрощенные описания физи-

---

Работа написана в 1992 г. Ранее не была опубликована. Подготовлена к печати Т.М. Муратовой. (Прим. ред.)

ческих эффектов; результирующие соотношения не отражают влияния длины канала, которое обязательно проявляется в случае гидрозатвора.

Полномасштабные эксперименты на модели гидрозатвора ВВЭР-1000 были выполнены финскими исследователями фирмы Иматран Войма (ИВО) [7—8]. Параллельно с полномасштабным моделированием ими же проводились эксперименты на уменьшенных прозрачных моделях гидрозатворов для ВВЭР-1000 в масштабе 1:10,6 и ВВЭР-440 АЭС Ловисса в масштабе 1:6,25. Значение этих экспериментов нельзя преувеличивать, поскольку вопросы моделирования, в частности, применимости данных, полученных на маломасштабных установках, равно как и при компьютерном моделировании, для предсказания хода реальных процессов имеют фундаментальное значение. Эксперименты с гидрозатвором проводились также в рамках французской программы ECTHOR [9] в масштабе 1:3.

Теоретическое описание перехода к снарядному течению  
в горизонтальном канале

Рассмотрим расслоенное течение парожидкостного потока в горизонтальном канале применительно к условиям гидрозатвора (рис. 1). Канал произвольного сечения площадью  $S_0$  частично заполнен жидкостью, над которой движется пар (газ). Расход жидкости вдоль канала отсутствует, что соответствует условиям гидрозатвора, расход пара постоянен, проходное сечение пара переменное. Давление в каждой из фаз — жидкой  $p_L$  и газовой  $p_V$  — меняется вдоль оси  $x$  канала вследствие трения и возможного ускорения течения, а также по высоте вследствие гравитации. Давление на межфазной границе  $p_i$  одинаково со стороны обеих фаз. Это значит, что

$$p_V(x, h_L) = p_L(x, h_L) = p_i. \tag{1}$$

Соответственно этому, приращение давления на межфазной границе определяется соотношениями

$$dp_i = \left( \frac{\partial p_V}{\partial x} \right)_h dx + \left( \frac{\partial p_V}{\partial h_L} \right)_x dh_L, \tag{2}$$

$$dp_i = \left( \frac{\partial p_L}{\partial x} \right)_h dx + \left( \frac{\partial p_L}{\partial h_L} \right)_x dh_L.$$

Согласно условиям гидростатики справедливы уравнения

$$\frac{\partial p_V}{\partial h_L} = -g\rho_V, \tag{3}$$

$$\frac{\partial p_L}{\partial h_L} = -g\rho_L.$$

( $\rho_V$  — плотность пара,  $\rho_L$  — плотность жидкости).

Продольный градиент давления в жидкости определяется лишь трением  $\tau_i$  на межфазной поверхности:

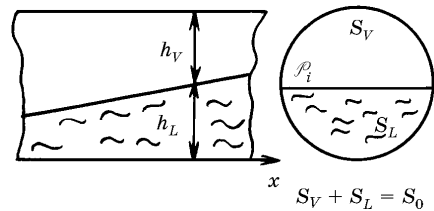


Рис. 1



$$\frac{\partial p_L}{\partial x} = \frac{\tau_i \rho_i}{S_L}. \quad (4)$$

Аналогичное соотношение для пара включает в себя, кроме того, инерционное ускорение:

$$\frac{\partial p_V}{\partial x} = - \frac{\tau_i \rho_i}{S_V} - \rho_V u \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (5)$$

где  $S_V$  и  $S_L$  — площади сечения, занятые паром и жидкостью;  $\rho_i$  — поперечный размер границы.

В двух последних соотношениях трение пара и жидкости на твердых границах канала не учитывается ввиду его незначительности по сравнению с трением на межфазной поверхности.

Подставляя (3)—(5) в уравнения (2), получаем основное уравнение для последующего анализа:

$$g(\rho_L - \rho_V) \frac{dh_L}{dx} = \tau_i \rho_i \left( \frac{1}{S_L} + \frac{1}{S_V} \right) + \rho_V u \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (6)$$

Гидродинамическая картина течения, для которой строится анализ, выглядит, как на рис. 2. Скорость пара примерно постоянна по сечению, на межфазной границе скорость падает, но не до нуля. Поверхностный слой жидкости межфазным трением увлекается вперед, вслед за паром, в то время как основной объем жидкости с малой скоростью движется назад; в среднем расход жидкости равен нулю. Именно такая картина скоростей характерна для стратифицированного течения в гидрозатворе.

Введем безразмерные переменные:

паросодержание  $\varphi = S_V/S_0$ , безразмерная длина  $\tilde{x} = x/D$ , безразмерная поперечная протяженность границы фаз  $\tilde{\rho}_i = \rho_i/D$ , безразмерная высота уровня жидкости  $\tilde{h}_L = h_L/D$  (здесь  $D$  — характерный поперечный размер, например диаметр или высота канала).

Запишем условие неразрывности в виде

$$u = u_0/\varphi, \quad (7)$$

где  $u_0$  — приведенная (отнесенная к полному сечению) скорость пара.

По определению, межфазное трение равно

$$\tau_i = \frac{c_i}{2} \rho_V u^2 = \frac{c_i}{2} \frac{\rho_V u_0^2}{\varphi^2}, \quad (8)$$

( $c_i$  — коэффициент трения).

Из геометрической картины видно, что приращение площади сечения, занятой жидкостью, можно выразить как

$$dS_L = \rho_i dh_L, \quad (9)$$

или, в безразмерном виде,

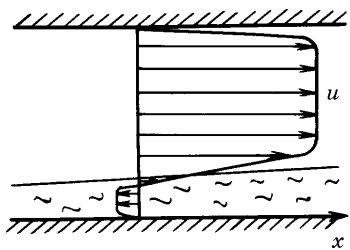


Рис. 2

$$d(1 - \varphi) = \frac{\tilde{\rho}_i}{\pi} 4 d\tilde{h}_L, \quad (10)$$

откуда приращение высоты уровня по длине запишется как

$$d\tilde{h}_L = - \frac{\pi}{4 \tilde{\rho}_i} d\varphi. \quad (11)$$

С учетом (7)—(11) уравнение (6) приобретает безразмерный вид

$$\left(1 - \frac{\rho_V u_0^2}{g\Delta\rho D} \frac{4 \tilde{\rho}_i/\pi}{\varphi^3}\right) \frac{d\varphi}{d\tilde{x}} = \frac{c_i/2}{1 - \varphi} \frac{\pi}{4} \frac{\tilde{\rho}_i}{\tilde{\rho}_i} \left(\frac{\rho_V u_0^2}{g\Delta\rho D} \frac{4 \tilde{\rho}_i/\pi}{\varphi^3}\right). \quad (12)$$

Рассмотрим условия возникновения кризиса расслоенного течения.

### Плоский канал

Для плоского канала

$$D = h_0; \quad h_0 = h_V + h_L; \quad \varphi = h_V/h_0; \quad d\varphi = dh_V; \quad 4 \tilde{\rho}_i/\pi = 1, \quad \tilde{x} = x/h_0.$$

Обозначим

$$\frac{\rho_V u_0^2}{g\Delta\rho h_0} = \varphi_*^3. \quad (13)$$

Отметим, что величина  $\varphi_*$  связана с безразмерной скоростью  $u_*$ , введенной Уоллисом [3], или, что то же, с числом Фруда, соотношением

$$\varphi_*^{3/2} \equiv \left(\frac{\rho_V}{\rho_L - \rho_V}\right)^{1/2} \frac{u_0}{(gD)^{1/2}} \equiv u_*. \quad (14)$$

С учетом безразмерной константы  $\varphi_*$  уравнение (12) приводится к виду

$$-\left(1 - \left(\frac{\varphi_*}{\varphi}\right)^3\right) \frac{d\varphi}{d\tilde{x}} = \frac{c_i/2}{1 - \varphi} \left(\frac{\varphi_*}{\varphi}\right)^3. \quad (15)$$

Уравнение (15) описывает изменение паросодержания (или высоты слоя жидкости) по длине канала при расслоенном течении. В докризисной ситуации в гидрозатворе  $\varphi_* < \varphi$ . По мере уменьшения  $\varphi$  по длине величина  $1 - (\varphi_*/\varphi)^3$  уменьшается и при  $\varphi \rightarrow \varphi_*$  стремится к нулю, что соответствует приближению к сечению, где абсолютная величина производной  $|d\varphi/d\tilde{x}|$  должна неограниченно возрастать:  $|d\varphi/d\tilde{x}| \rightarrow \infty$ . Этот принципиальный момент трактуется здесь как гидродинамический кризис расслоенного течения.

Уравнение (15) интегрируется по длине от некоторого входного паросодержания  $\varphi_1$  до текущего значения  $\varphi$ . Тем самым определяется профиль паросодержания по длине. Полагая  $\varphi = \varphi_*$ , можно определить длину  $l$ , или безразмерную длину  $L = c_i l / (2D)$ , на которой наступает кризис:

$$L = \frac{1}{3} \left( \frac{\varphi_1^4}{4} - \frac{\varphi_1^5}{5} \right) - \varphi_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \varphi_1 \right) + \frac{3}{4} \varphi_* - \frac{3}{10} \varphi_*^2. \quad (16)$$

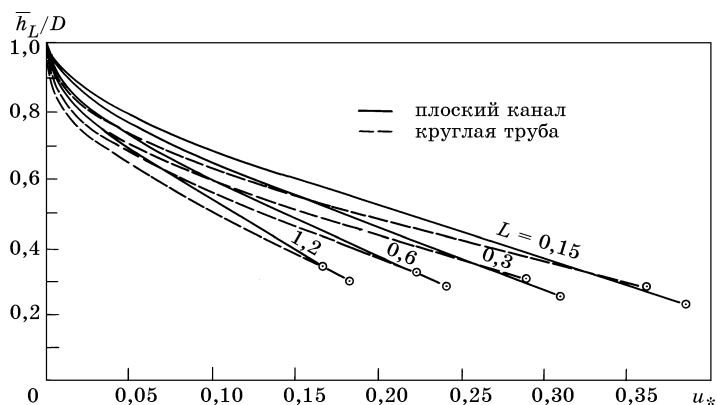


Рис. 3. Переход к снарядному течению (результаты расчета)

Если такая ситуация возникает в выходном сечении гидрозатвора, то расслоенный режим впервые «срывается». Этот срыв трактуется здесь как начало перехода к снарядному течению.

Зная изменение  $\varphi$  по длине, можно найти среднее по длине значение  $\bar{\varphi}$  (или  $\bar{h}_L/h_0 = 1 - \bar{\varphi}$ ) как функцию  $\varphi_*$  и  $L$ :

$$L\bar{\varphi} = \frac{1}{\varphi_*^3} \left( \frac{\varphi_1^5}{5} - \frac{\varphi_1^6}{6} \right) - \left( \frac{\varphi_1^2}{2} - \frac{\varphi_1^3}{3} \right) + \frac{3}{10} \varphi_*^2 - \frac{1}{6} \varphi_*^3. \quad (17)$$

На рис. 3 приведены результаты расчета по уравнениям (16) и (17) в виде графической зависимости  $(\bar{h}_L/h_0)(u_*, L)$ . Результаты явно показывают, что режим перехода зависит не только от параметра  $u_*$ , но также в значительной мере от длины канала: чем канал длиннее, тем срыв происходит раньше, при меньших скоростях.

Надо отметить, что межфазное трение (величина  $c_i$ ) влияет только на длину участка расслоенного течения до срыва; наступление кризиса определяется только соотношением между инерционными силами и силой тяжести. Порядок величины  $c_i$  составляет  $\sim 0,1$ , что подтверждается опытными данными [3] и [8]. Известны также независимые оценки  $c_p$ , связывающие основное сопротивление при обтекании волновой поверхности с зонами срыва позади гребней волн. Можно ожидать, что дополнительные эффекты, от которых должна зависеть величина  $c_p$ , не очень значительны.

### Круглая труба

Из сравнения геометрий цилиндрического и плоского каналов (полагая при этом, что  $\mathcal{P}_i$  приблизительно определяется не локальным, а средним паросодержанием) можно установить соответствие между их характеристиками:

При использовании приведенных формул соответствия основное уравнение (12), преобразованное для цилиндрической геометрии, оказывается тождествен-

Плоский канал	Круглая труба
$\bar{h}_V/h_0 = 1 - \bar{h}_L/h_0 = \bar{\varphi}$	$\bar{h}/D = f(\bar{\varphi})$ ,
	 <p data-bbox="618 318 1115 373">где вид функции <math>f(\bar{\varphi})</math> определяется геометрией канала круглого сечения:</p> <p data-bbox="669 373 1115 409"><math>h_V/2 = (1/2)(1 - \cos \beta/2)</math>, <math>2\pi\varphi = \beta - \sin \beta</math>.</p>
$\varphi^{3/2} = \left(\frac{\rho_V}{\rho_L - \rho_V}\right)^{1/2} \frac{u_0}{(gh_0)^{1/2}} = u^*$	$\varphi^{3/2} = \left(\frac{\rho_V}{\rho_L - \rho_V}\right)^{1/2} \frac{u_0}{(gD)^{1/2}} \sqrt{\frac{4}{\pi} \tilde{\rho}_i} = u^* \sqrt{\frac{4}{\pi} \tilde{\rho}_i}$
$L = \frac{c_i}{2} \frac{l}{h_0}$	$L = \frac{c_i}{2} \frac{l}{D} \frac{4}{\pi} \tilde{\rho}_i$

ным уравнению для плоского канала. Это позволяет представить решение для круглой трубы в виде

$$\frac{\bar{h}_L}{D} = f\left[\left(\frac{\rho_V}{\rho_L - \rho_V}\right)^{1/2} \frac{u_0}{(gD)^{1/2}}, \frac{c_i}{2} \frac{l}{D} \frac{4}{\pi} \tilde{\rho}_i\right] = f(u_*, L). \tag{18}$$

Результаты расчета проиллюстрированы соответствующим графиком на рис. 3.

Следует обратить внимание на то, что конечные точки всех кривых, отмеченные кружками, характеризуют особое положение уровня жидкости, а именно, им соответствует нулевая толщина слоя жидкости в начале канала, которая постепенно нарастает по длине. При бóльших скоростях  $u_*$  граница нулевого уровня жидкости «сдувается» внутрь канала, следствием чего является образование сухого участка. Как видно из графика, чем длиннее труба, тем раньше наступает такая ситуация.

При характерных для гидрозатворов ВВЭР-1000 геометриях ( $L \sim 0,3$ ) предельная безразмерная скорость, вызывающая такой режим, равна  $u_* = 0,29$ . В полномасштабной модели ВВЭР-1000 фирмы ИВО предельный режим такого типа будет возникать при скоростях воздуха (пара)  $u_0 \cong 24$  м/с.

В заключение этого параграфа полезно отметить, что влияние скорости и длины на момент перехода к снарядному течению в круглой трубе можно отразить с помощью одного обобщенного критерия  $u_*L^{1/3}$ . Используя универсальные координаты  $(h_L/D, u_*L^{1/3})$ , можно все кривые цилиндрического варианта свести в одну.

Сравнение теоретического расчета с опытными данными

Для сравнения были использованы данные эксперимента по программе ECTHOR [9] в масштабе 1:3, которые характеризуются приведенной длиной горизонтальной части  $l/D \sim 5$  и соответственно  $L \sim 0,25$ , а также данные финских экспериментов [8] на полномасштабной модели и модели 1:10,6, где  $l/D \sim 7$  и  $L \sim 0,35$ . Данные, относящиеся к модели гидрозатвора АЭС Ловисса, в анализ не включались из-за отсутствия информации о длине горизонтального участка и существенных отличий в геометрии входа.

Из финской работы приведены данные (рис. 4) как по срыву расслоенного течения и переходу к снарядному режиму, так и по так называемому остаточному уровню, характеризующему обратный переход к расслоению после частичного

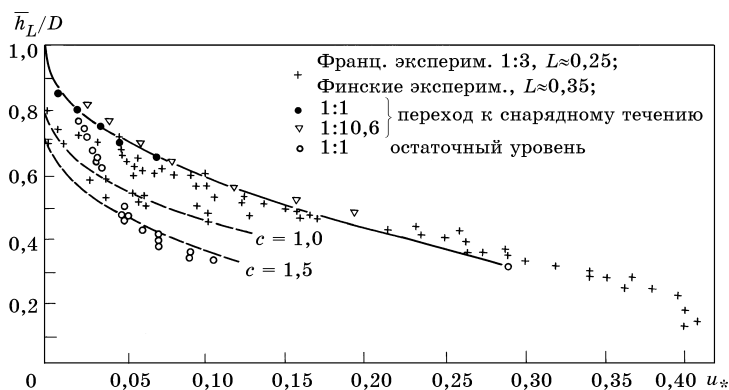


Рис. 4. Сравнение эксперимента и теории

————— переход к снарядному течению; - - - - - остаточный уровень; расчет при  $L = 0,3$

выброса жидкости. Результаты экспериментов на стенде ECTHOR в области малых значений  $u_*$  содержат две разделяющиеся группы точек, нижние из которых, по-видимому, относятся к остаточному уровню (к сожалению, более подробной информации об этом в источнике нет). Сплошная линия на рис. 4 представляет результаты расчета функции  $h_L/D = f(u_*, L)$  при  $L = 0,3$  по описанной выше методике (идентична соответствующей кривой на рис. 3). Как видно, расчетная кривая вполне удовлетворительно описывает опытные данные по переходу от расслоенного течения к снарядному.

Кривая оканчивается точкой, в которой уровень жидкости на входе в канал становится равным нулю. Более высокие значения  $u_*$  во французской работе говорят о том, что, по-видимому, в таких режимах происходило частичное осушение входной части трубы. В рамках развитой здесь теории эта область может быть описана путем суперпозиции сухого участка и участка с нарастающим уровнем.

Обнаруженное в обсуждаемых опытах явление «гистерезиса» с характерным для него различием предкризисного и остаточного уровней весьма важно для понимания работы гидрозатвора. Конечно, формальное описание в сколько-нибудь полном объеме переходного режима, сопровождающегося пульсационными движениями, выбросами жидких снарядов и другими нестационарными процессами, представляется задачей вряд ли выполнимой. Можно однако предложить приближенную схему оценки снижения остаточного уровня, основанную на следующей простой модели перехода от расслоенного режима к снарядному и обратно.

В режиме снарядного течения из горизонтальной части канала в выходной поворот периодически выталкивается некий объем жидкости. После прохождения жидкостного снаряда и прорыва пара в отводящий участок основная масса выброшенной жидкости стекает обратно в горизонтальный канал, вызывая стоячие колебания в основной гармонике с длиной волны порядка длины горизонтального участка. Поэтому периодически то во входной, то в выходной половине уровень жидкости оказывается повышенным, и критические условия перехода возникают на каждом из двух участков половинной длины: вследствие того, что заполнение

жидкостью соответствующей части канала больше, скорость пара в ней выше. Когда средний уровень жидкости в результате ее частичного выброса опустится настолько, что колебательные подъемы уровня окажутся не в состоянии поддерживать снарядный режим, произойдет возвратный переход к расслоенному течению. Описанной модели соответствует следующая расчетная схема.

Пусть  $V_L$  есть объем жидкости в горизонтальной части канала до выброса жидкого снаряда, а  $V_0$  — объем всей горизонтальной части. Этому сочетанию отвечает некоторая средняя доля жидкости в сечении  $\bar{\varphi}_L$  или соответствующая безразмерная средняя высота слоя  $\bar{h}_L$ . После удаления со снарядом части объема  $\Delta V_L$  в канале остается объем  $V_L - \Delta V_L$ . Ему отвечает уменьшенное влагосодержание  $\varphi_L^-$ . После возвращения жидкости на одной половине канала по-прежнему остается влагосодержание  $\varphi_L^-$ , в то время как на другой формируется повышенное содержание влаги  $\varphi_L^+$ . Очевидно, что

$$\varphi_L^- = \bar{\varphi}_L - \Delta V_L / V_0,$$

$$\varphi_L^+ = \bar{\varphi}_L + \Delta V_L / V_0.$$

Таким образом, критическая ситуация перехода от снарядного к расслоенному течению возникает на половине длины канала  $l/2$ , где актуальная высота жидкого слоя  $h_L^+$  больше средней, в то время как безразмерная скорость пара сохраняется, то есть  $u_* = \text{idem}$ .

На графике рис. 4 этой ситуации отвечает линия с уменьшенной вдвое длиной  $L/2$  при том же  $u_*$ . Поскольку кривая для  $L/2$  определяет повышенный уровень, соответствующий гребню гармоники,  $h_L^+$ , а задача состоит в отыскании среднего остаточного уровня  $\bar{h}_L/D$ , надо понизить этот уровень в соответствии с величиной выноса  $\Delta V_L/V_0$ . По-видимому, выталкиваемый снаряд занимает полное сечение, а его длина имеет порядок величины диаметра канала с некоторым коэффициентом  $c$ . Задав два значения  $c = 1$  и  $c = 1,5$ , построим две кривые на рис. 4, которые в среднем определяют тенденцию поведения нижнего уровня и разумным образом коррелируют с экспериментальными точками. Таким образом, приведенные приближенные оценки позволяют отразить важные черты волновых процессов при очистке гидрозатвора.

### Вопросы моделирования гидрозатвора

Поскольку в гидрозатворе происходят самые разные гидродинамические процессы, охватывающие основные двухфазные режимы (снарядное, пузырьковое, расслоенное течения, колебательные процессы в горизонтальном и вертикальном каналах и т.д.), то, как следует из общей теории моделирования, все эти процессы не могут быть одновременно смоделированы с помощью какого-либо одного масштабного преобразования, то есть моделирование в полном объеме невозможно.

Известно, например, что пузырьковый режим характеризуется размером пузырьков порядка капиллярной постоянной, и при любом изменении геометрических размеров каналов подобие нарушается. Также, при уменьшении размеров канала возрастает роль вязких сил, что должно учитываться при строгом моделиро-

вании. При малых диаметрах каналов возрастает роль поверхностного натяжения, которая обычно в инженерных объектах пренебрежимо мала.

Отметим, что признаки неподобия в двухфазных моделях явно отмечались в цитированных работах [7, 8], при переходе к масштабу 1:10,6.

Поэтому при обсуждении вопросов моделирования правильная постановка задачи должна включать в себя описание только наиболее существенных для конкретного приложения процессов. В данном случае к ним следует отнести:

1) Начальную стадию выталкивания паром жидкости при заполнении всего гидрозатвора, в том числе, его вертикального участка, включающую в себя вытеснение жидкости и возникновение сильных колебаний уровня.

2) Переход от расслоенного течения к снарядному, определяющий режимы значительного выброса (эти режимы рассматриваются в референтных работах).

3) Режимы восстановления остаточного уровня, которые вызывают «зависание» некоторого объема жидкости в гидрозатворе и являются нежелательными для работы устройства.

4) «Захлебывание» кольцевого течения на вертикальном участке и возможное обратное затопление гидрозатвора.

Начальная стадия, связанная с первым периодом выброса жидкости, наименее изучена. Но вне зависимости от ее детального описания, представляется очевидным, что основным фактором, определяющим характеристики колебательных процессов, — спектральные параметры колебаний, длительность начальной стадии, частоты и амплитуды изменения давлений — является соотношение мгновенных масс жидкости, находящихся в горизонтальном и вертикальном восходящем участках. Поэтому основным условием, требующим соблюдения при уменьшении диаметра модели, является сохранение соотношения масс, для чего необходимо, чтобы

$$l_{vert} = l_{horiz} = \text{idem.}$$

Нарушение этого условия может привести к значительному искажению картины начального периода. Следует отметить, что известный опыт моделирования гидрозатвора осуществлялся в рамках этого правила.

Что касается второй и третьей групп процессов, то условия их моделирования могут вытекать из разработанной и представленной выше теории, в соответствии с которой в качестве обобщенных определяющих критериев выступают  $u_*$  (число Фруда) и безразмерная длина  $L$ .

Наконец, режим захлебывания для больших каналов, а значит, для реальных гидрозатворов, по существующим представлениям определяется условием

$$\frac{u\rho_V^{1/2}}{(g\sigma\Delta\rho)^{1/4}} \geq 3,2$$

(скорость, обезразмеренную таким образом, часто именуют числом Кутателадзе). Это условие означает, что в трубах больших диаметров режим захлебывания не зависит от размера канала. В каналах малых диаметров, соответствующих числу Бонда  $Bo < 40$ , режим захлебывания определяется, как известно, приведенной скоростью пара  $u_*$  в соответствии с эмпирической обобщающей рекомендацией

Уоллиса  $u_* = \text{const}$ , где константа зависит от конструктивного оформления канала, в частности, от организации входа в горизонтальный участок, поворота к вертикальному участку и т.п.

В целом, можно сформулировать следующие правила приближенного моделирования для гидрозатворов:

1.  $l_{\text{horiz}}/D = \text{idem}$ ;
2.  $l_{\text{vert}}/D = \text{idem}$ ;
3.  $u_* = \text{idem}$ .

Согласовывать моделирование двух процессов — перехода к снарядному режиму, который определяется числом Фруда (безразмерной скоростью), и режима захлебывания, определяемого абсолютной скоростью, затруднительно. При построении уменьшенной модели надо иметь в виду, что переход к режиму с захлебыванием на модели будет всегда происходить при больших числах Фруда, чем на объекте.

Отклонение от первого из трех приведенных условий в сторону больших длин горизонтального участка приведет к более раннему (при меньшей скорости) переходу к снарядному режиму, что резко изменит всю картину удаления жидкости в моделируемой ситуации.

Нарушение второго условия в любую сторону может существенно изменить протяженность во времени и детальные характеристики процесса выброса жидкости на первом этапе, равно как и всего колебательного процесса.

Наконец, последнее условие означает недопустимость сохранения той же величины абсолютной скорости, что и в объекте.

Следует указать, что широко распространенная популярная методика моделирования с сохранением численных значений скоростей и реальных вертикальных размеров обосновывается нестрогим одномерным моделированием, оправданным, как отмечалось в [10], для однофазных потоков и некорректным в случае реальных двухфазных течений.

Рекомендация для моделирования двухфазных переходных процессов в горизонтальных участках трубопроводов, предложенная Зубером [11],  $l/\sqrt{D} = \text{idem}$ , вытекающая из условия  $Fr = \text{idem}$  и дополнительного условия сохранения «времени пробега» пара, не выдерживает критики в применении к гидрозатвору. Действительно, условие постоянства времени пробега пара не существенно в данном случае; с другой стороны, для правильного моделирования необходимо выполнить требование  $l/D = \text{idem}$ .

Отдельно необходимо коснуться вопроса об имитации рабочего тела. Все опыты на воздуховодяных моделях при атмосферном давлении несовершенны в том отношении, что в них неизбежно и сильно проявляется сжимаемость воздуха — эффект, который отсутствует в реальных объектах. Речь идет о том, что колебания давления в условиях снарядного режима, составляющие по опытным данным ~ 10—15 кПа, оказываются соизмеримыми с абсолютным давлением газа (воздуха) 100 кПа, что неизбежно вызывает сжатие воздуха, и, значит, проявление его упругих свойств, способствующих усилению раскочки. В этом отношении эксперименты предпочтительно проводить при значениях давлений в десятки атмосфер, близких к реальным давлениям, когда эффекты сжимаемости нивелируются.



## Литература

1. Baker O. // Oil and gas Journal. 1954. Vol. 53. P. 185—195.
2. Kordyban E.S., Ranov T. // Trans. ASME. Ser. D. 1970. Vol. 92. P. 857—864.
3. Wallis G.B., Dobson J.S. // Int. J. Multiphase Flow. 1973. Vol. 1. P. 173—193.
4. Benjamin T.B. // J. Fluid Mech. 1968. Vol. 31. P. 209—248.
5. Taitel Y., Ducler A.E. // AIChE J. 1976. Vol. 22. P. 47—55.
6. Taitel Y. // Proc. of Ninth Int. Heat Transfer Conf. Jerusalem. 1990. Vol. 1. Plenary and Keynote Papers. P. 237—254.
7. Tuomisto H. // Nuclear Eng. and Design. 1987. Vol. 102. P. 171—176.
8. Tuomisto H., Kajanto P. // Nuclear Eng. and Design. 1988. Vol. 107. P. 295—305.
9. Barre F., Bernard M. // Nuclear Eng. and Design. 1990. Vol. 124. P. 257—284.
10. Лабунцов Д.А., Муратова Т.М. // Теплоэнергетика. 1992. № 10. С. 16—21.
11. Zuber N. Heat Transfer Nucl. React. Seminar, Dubrovnik. Sept. 1—5. 1980, Washington e.a., 1982. P. 3—48.

## VI. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

30

### АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ИСПАРЕНИЯ И КОНДЕНСАЦИИ

При кинетическом расчете процессов испарения и конденсации принято считать спектр молекул, испущенных поверхностью, максвелловским с температурой поверхности и плотностью, пропорциональной равновесной плотности на линии насыщения при этой температуре; коэффициентом пропорциональности является так называемый коэффициент испарения (или конденсации)  $\beta$ .

Эта схема может быть обоснована исходя из условий термодинамического равновесия, если полагать процесс испускания молекул поверхностью независимым от условий движения молекул в паровой фазе.

При малой степени неравновесности,  $\Delta T/T \ll 1$  ( $\Delta T$  — разность между температурой поверхности и температурой вдали от нее), результирующему потоку вещества  $j = \rho u$  соответствует макроскопическая скорость движения пара  $u$  в направлении нормали к межфазной поверхности, которая оказывается также малой по сравнению со средней тепловой скоростью молекул. Такие процессы испарения и конденсации часто называют «медленными».

Для многих практических приложений именно такие процессы представляют наибольший интерес. Для расчета потока вещества при этих условиях в литературе приводится известная формула Герца—Кнудсена [1]

$$j = \beta \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}}, \quad (1)$$

где  $\Delta p$  — разность между давлением пара над поверхностью и давлением насыщения при температуре поверхности. Соотношение (1) устанавливает, что результирующий поток пропорционален разности двух односторонних максвелловских потоков. Тем самым вводятся два допущения: 1) пар у поверхности макроскопически неподвижен, 2) состояние пара может быть описано локальной максвелловской функцией.

Недавно Р.Я. Кучеров и Л.Э. Рикенглаз [2, 3] внесли принципиальное исправление, касающееся первого из названных допущений. Они учли действительное движение пара в направлении нормали к поверхности со скоростью  $u$  и получили соотношение

$$j = \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{p}{T} \frac{\Delta T}{\Delta p} \right), \quad (2)$$

---

Работа написана в 1966 г. Опубликовано в журнале «Теплофизика высоких температур». 1967. Т. 5. № 4. С. 647—654. (Прим. ред.)

которое при  $\beta = 1$  дает примерно удвоенную величину потока по сравнению с уравнением Герца—Кнудсена.

Второе из отмеченных выше допущений также требует корректировки. На малых расстояниях от межфазной поверхности функция распределения не является равновесной и должна, в частности, испытывать разрыв в плоскости  $v_1 = 0$  ( $v_1$  — компонента скорости молекул в направлении нормали к поверхности). Это уточнение может быть выполнено в процессе детального кинетического расчета.

В работе [4] было использовано кинетическое уравнение Больцмана в релаксационном приближении для исследования испарения—конденсации в системе из двух плоскопараллельных межфазных поверхностей в предположении  $\beta = 1$ . Было показано, что в предельном случае исчезающе малых чисел Кнудсена (когда пар между поверхностями обладает свойствами сплошной среды) поток вещества при испарении или конденсации равен

$$j = 1,79 \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}}. \quad (3)$$

(Здесь  $\Delta p$  по-прежнему разность между давлением насыщения при температуре поверхности и давлением пара вдали от поверхности.)

Цель настоящей работы — более детальное исследование процесса испарения—конденсации с помощью метода «двухпоточной» функции распределения [5, 6] при произвольных величинах коэффициентов испарения или конденсации  $\beta$ .

#### Метод исследования

Пусть  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — система координат, жестко связанная с межфазной поверхностью, и ось  $x_1$  нормальна к поверхности. Скорость молекул в этой системе отсчета обозначим  $v_i$ , причем

$$\vec{v} = \vec{c} + \vec{u}, \quad (4)$$

где  $c_i$  — «собственная» скорость молекул,  $u_i$  — макроскопическая локальная скорость пара.

Примем далее, что движение пара вдоль поверхности отсутствует, т.е.  $u_1 = u_2 = u_3 = 0$ . Вблизи поверхности функция распределения  $F(\vec{v})$  терпит разрыв в плоскости  $v_1 = 0$ . Поэтому она представляется двумя функциями [5, 6]

$$F(\vec{v}) \equiv F_a(\vec{v}) = \frac{n_a}{(\sqrt{\pi} c_a)^3} \exp\left[-\frac{(v_1 - u_a)^2 + v_2^2 + v_3^2}{c_a^2}\right] \text{ при } v_1 > 0, \quad (5)$$

$$F(\vec{v}) \equiv F_b(\vec{v}) = \frac{n_b}{(\sqrt{\pi} c_b)^3} \exp\left[-\frac{(v_1 - u_b)^2 + v_2^2 + v_3^2}{c_b^2}\right] \text{ при } v_1 < 0.$$

Шесть зависящих от  $x_1$  величин ( $n_a, n_b, c_a, c_b, u_a, u_b$ ) являются подлежащими определению параметрами функции  $F(\vec{v})$ . Для этого составляется система уравнений переноса (являющихся следствием кинетического уравнения)

$$\frac{d}{dx_1} \left[ \int v_1 \varphi_k(\vec{v}) F(\vec{v}) d\vec{v} \right] = \Delta_c [\varphi_k(\vec{v})]. \quad (6)$$

Правые части уравнений означают интегралы столкновений.

В качестве шести величин  $\varphi_k(\vec{v})$  выберем, помимо трех инвариантов столкновений  $\varphi_1 = 1$ ,  $\varphi_2 = v_1$ ,  $\varphi_3 = \vec{v}^2/2$ , для которых  $\Delta_c \equiv 0$ , также более высокие моменты

$$\varphi_4 = v_1^2, \quad \varphi_5 = v_1 v^2/2, \quad \varphi_6 = v_1^3.$$

Здесь и далее все интегралы с учетом разрывности  $F(\vec{v})$  имеют вид

$$\begin{aligned} I[g(\vec{v})] = \int g(\vec{v}) F(\vec{v}) d\vec{v} \equiv & \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty g(\vec{v}) F_a(\vec{v}) dv_1 dv_2 dv_3 + \\ & + \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty g(\vec{v}) F_b(\vec{v}) dv_1 dv_2 dv_3. \end{aligned} \quad (7)$$

Для вычисления  $\Delta_c[\varphi_k]$  при  $k = 4, 5, 6$  используется максвелловская модель энергии взаимодействия молекул. Это позволяет найти [7]:

$$\Delta_c[v_1^2] = \frac{1}{9} \frac{m}{\mu} I(c^2) [I(c^2) - 3I(c_1^2)],$$

$$\Delta_c\left[\frac{1}{2}v_1 v^2\right] = -\frac{1}{9} \frac{m}{\mu} I(c^2) I(c_1 c^2) + u \Delta_c[v_1^2],$$

$$\Delta_c[v_1^3] = \frac{1}{6} \frac{m}{\mu} I(c^2) [I(c_1 c^2) - 3I(c_1^3)] + 3u \Delta_c[v_1^2],$$

где  $m$  — масса молекулы,  $\mu$  — динамическая вязкость пара.

Система из шести уравнений (6) представляет основу исследования. После присоединения граничных условий, соответствующих виду исследуемой задачи, и решения системы можно определить все макроскопические характеристики процесса: плотность частиц  $n = I(1)$ , поток частиц  $ni = I(v_1)$ , поток нормальной компоненты импульса  $p_{11} = mI(v_1^2)$ , статистическую температуру  $kT = (m/3)I(c^2)/I(1)$ , поток энергии  $\varepsilon = (m/2)I(v_1 v^2)$  и т.д.

Испарение—конденсация при малой степени неравновесности

Применим общие уравнения предыдущего раздела для расчета «медленного» процесса испарения—конденсации в системе, состоящей из двух плоскопараллельных поверхностей  $A$  и  $B$ , расположенных на расстоянии  $2\delta$  (рис. 1). Примем для определенности, что  $T_A > T_B$ , причем  $(T_A - T_B)/T \ll 1$ . Соответствующие этим температурам равновесные плотности на линии насыщения обозначим  $n_A$  и  $n_B$ . Очевидно, что  $(n_A - n_B)/n \ll 1$ .

В системе происходит результирующее испарение вещества с поверхности  $A$ , движение пара в направлении

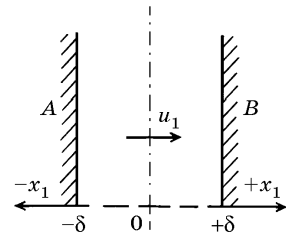


Рис. 1

от  $A$  к  $B$  и его конденсация на поверхности  $B$ . Обозначим среднюю температуру в системе  $T_0 = (1/2)(T_A + T_B)$  и соответствующую равновесную плотность частиц  $n_0 = (1/2)(n_A + n_B)$ . Положим также

$$\begin{aligned} n_a &= n_0(1 + \hat{n}_a), & n_b &= n_0(1 + \hat{n}_b), \\ c_a &= c_0(1 + \hat{T}_a/2), & c_b &= c_0(1 + \hat{T}_b/2), \\ u_a &= \xi w_a c_0, & u_b &= \xi w_b c_0, \end{aligned}$$

где  $c_0 = (2kT_0/m)^{1/2}$  — наиболее вероятная тепловая скорость молекул пара;  $\xi = u/c_0$  — относительная макроскопическая скорость пара;  $w_a, w_b$  — безразмерные «макроскопические скорости» односторонних потоков. Вследствие «медленности» процесса  $\xi \ll 1, \hat{n}_a \ll 1, \hat{T}_a \ll 1$  и т.д.

После вычисления интегралов в уравнениях (6) и линеаризации получим систему

$$\begin{aligned} (\hat{n}_a - \hat{n}_b) + \frac{1}{2}(\hat{T}_a - \hat{T}_b) + \sqrt{\pi} \xi (w_a + w_b) &= 2\sqrt{\pi} \xi, \\ (\hat{n}_a + \hat{n}_b) + (\hat{T}_a + \hat{T}_b) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \xi (w_a - w_b) &= \xi P, \\ (\hat{n}_a - \hat{n}_b) + \frac{3}{2}(\hat{T}_a - \hat{T}_b) + \frac{5}{4}\sqrt{\pi} \xi (w_a + w_b) &= \frac{5}{2}\sqrt{\pi} \xi E, \\ \frac{d}{dz}(w_a + w_b) &= -\frac{4}{3\sqrt{\pi}}(w_a - w_b), \\ \frac{d}{dz}(w_a - w_b) &= \frac{15}{16}\sqrt{\pi} \left(E - \frac{1}{2}(w_a + w_b)\right), \\ \frac{d}{dz} &= \left[(\hat{T}_a + \hat{T}_b) + \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \xi (w_a - w_b)\right] = -\frac{4}{3}\xi(E - 1), \end{aligned}$$

где 
$$P = \frac{2}{\xi} \left( \frac{2p_{11}}{n_0 m c_0^2} - 1 \right); \quad E = \frac{4}{5} \frac{\varepsilon}{\xi n_0 m c_0^3}; \quad z = \frac{n_0 m c_0}{\mu} x_1.$$

Непосредственно из определения величины  $\xi$  можно показать, что для «медленных» процессов относительная скорость пара постоянна и не зависит от  $z$ .

Решение трех последних дифференциальных уравнений системы дает:

$$\begin{aligned} w_a - w_b &= A e^{\omega z} + B e^{-\omega z}, \\ w_a + w_b &= 2E - \frac{4}{3\sqrt{\pi} \omega} (A e^{\omega z} - B e^{-\omega z}), \\ \hat{T}_a + \hat{T}_b &= C - \frac{4}{3} \xi [E - 1] z - \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \xi (A e^{\omega z} + B e^{-\omega z}), \end{aligned}$$

где  $A, B, C$  — постоянные интегрирования;  $\omega = \sqrt{5/8}$ .

Отсюда находим искомые параметры

$$w_k = E \pm \frac{1}{2}A(1 \mp g_1)e^{\omega z} \pm \frac{1}{2}B(1 \pm g_1)e^{-\omega z},$$

$$\hat{T}_k = \frac{1}{2}C \pm \sqrt{\pi} \xi(E-1) \left(1 \mp \frac{1}{2}g_1\omega z\right) \pm \frac{\xi A}{6\omega}(1 \mp g_2)e^{\omega z} \mp \frac{\xi B}{6\omega}(1 \pm g_2)e^{-\omega z}, \quad (8)$$

$$\hat{n}_k = \frac{1}{2}(\xi P - C) \mp \frac{3}{2}\sqrt{\pi} \xi(E-1) \left(1 \mp \frac{1}{3}g_1\omega z\right) \pm \frac{7\xi A}{12\omega}(1 \mp g_3)e^{\omega z} \mp \frac{7\xi B}{12\omega}(1 \pm g_3)e^{-\omega z}.$$

Здесь  $k = a, b$ ; верхние знаки в комбинации относятся к индексу  $a$ ; нижние — к индексу  $b$ ;

$$g_1 = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}; \quad g_2 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}; \quad g_3 = \frac{12}{7} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}.$$

Для шести величин, определяемых уравнениями (8), должны быть заданы шесть краевых условий. Это позволит определить постоянные  $A, B, C$  и далее потоки молекул  $\xi$ , импульса  $P$  и энергии  $E$ .

#### Граничные условия.

Примем, как это обычно предполагается, что из всего падающего на поверхность  $A$  (или  $B$ ) потока молекул часть, равная  $\beta_A$  (или  $\beta_B$ ), захватывается поверхностью («конденсируется»), а оставшаяся часть  $(1 - \beta_A)$  или  $(1 - \beta_B)$  отражается. При этом для однозначного решения задачи необходимо указать еще характер отражения (Это обстоятельство в предыдущих исследованиях не учитывалось из-за приближенности анализа.) Предельные условия здесь: 1) диффузное и 2) зеркальное отражение.

В первом случае молекулы отражаются с максвелловской функцией, как если бы они были испущены самой поверхностью. Во втором — каждая молекула при отражении меняет лишь направление движения на обратное, тогда как весь спектр в остальном остается тождественным падающему. Рассмотрим оба эти случая.

Диффузное отражение. Поток, отходящий от поверхности, состоит из собственно испарившихся молекул с функцией  $\beta F_{eq}(\vec{v})$  и потока диффузно отраженных молекул с функцией  $\zeta F_{eq}(\vec{v})$ . Здесь  $F_{eq}(\vec{v})$  — максвелловская функция при параметрах поверхности. Коэффициент  $\zeta$  определяется из условия тождественности потока отраженных молекул. Например, для поверхности  $A$

$$\zeta_A \frac{n_A c_A}{2\sqrt{\pi}} = (1 - \beta_A) \left( \frac{n_b c_b}{2\sqrt{\pi}} - \frac{1}{2} n_b u_b \right).$$

Итак, функция распределения молекул, движущихся от поверхности, имеет вид

$$(\zeta + \beta) F_{eq}(\vec{v}),$$

причем с учетом линеаризации нетрудно показать, что

$$\zeta_A + \beta_A = 1 - 2\sqrt{\pi} \xi \frac{1 - \beta_A}{\beta_A}, \quad \zeta_B + \beta_B = 1 + 2\sqrt{\pi} \xi \frac{1 - \beta_B}{\beta_B}.$$

Таким образом, граничные условия при диффузном отражении принимают вид: на поверхности  $A$  ( $z = -h$ )

$$w_a = 0, \quad \hat{T}_a = \hat{T}_A, \quad \hat{n}_a = (\zeta_A + \beta_A - 1) + \hat{n}_A; \quad (9a)$$

на поверхности  $B$  ( $z = +h$ )

$$w_b = 0, \quad \hat{T}_b = \hat{T}_B, \quad \hat{n}_b = (\zeta_B + \beta_B - 1) + \hat{n}_B. \quad (9б)$$

Здесь  $h = (n_0 m c_0 / \mu) \delta$  — величина, обратно пропорциональная числу Кнудсена системы,

$$\hat{T}_A = -\hat{T}_B = \frac{1}{T_0} (T_A - T_0) = \hat{T}_*,$$

$$\hat{n}_A = -\hat{n}_B = \frac{1}{n_0} (n_A - n_0) = \hat{n}_*.$$

Зеркальное отражение. Молекулы, испарившиеся с поверхности, имеют ту же функцию распределения, что и ранее. Зеркально отраженные молекулы характеризуются спектром, тождественным падающему, но с измененным знаком величины  $u_a$  (или  $u_b$ ). Их сумма и определяет функцию  $F_a(\vec{v})$  при  $z = -h$  и  $F_b(\vec{v})$  при  $z = +h$ .

Из условий тождественности потоков молекул, нормальной компоненты количества движения и энергии, отводимых от поверхности, находим граничные условия при зеркальном отражении:

на поверхности  $A$  ( $z = -h$ )

$$w_a = -(1 - \beta_A)w_b, \quad \hat{T}_a = \beta_A \hat{T}_A + (1 - \beta_A)\hat{T}_b, \quad \hat{n}_a = \beta_A \hat{n}_A + (1 - \beta_A)\hat{n}_b; \quad (10a)$$

на поверхности  $B$  ( $z = +h$ )

$$w_b = -(1 - \beta_B)w_a, \quad \hat{T}_b = \beta_B \hat{T}_B + (1 - \beta_B)\hat{T}_a, \quad \hat{n}_b = \beta_B \hat{n}_B + (1 - \beta_B)\hat{n}_a. \quad (10б)$$

#### Решение при симметричных краевых условиях

Положим, что  $\beta_A = \beta_B = \beta$ . При этом краевые условия (9) и (10) становятся симметричными. Найдем потоки вещества, нормальной компоненты импульса и энергии.

Диффузное отражение. Вычисляя с помощью условий (9) постоянные  $A$ ,  $B$  и  $C$  в системе (8) находим

$$A = -B = \frac{E}{\text{sh}(\omega h) + g_1 \text{ch}(\omega h)}, \quad C = 0.$$

Далее, определяя потоки, находим

$$P = 0, \quad p_{11} = \rho_0 R T_0. \quad (11)$$

Для вычисления потоков вещества и энергии получаем систему из двух уравнений

$$\hat{T}_* = \sqrt{\pi} \xi (E - 1) \left( 1 + \frac{1}{2} g_1 \omega h \right) + \frac{\xi E}{3\omega} \frac{1 + g_2 \text{th}(\omega h)}{g_1 + \text{th}(\omega h)},$$

$$\hat{n}_* = -\frac{3}{2} \sqrt{\pi} \xi (E - 1) \left( 1 + \frac{1}{3} g_1 \omega h \right) + \frac{7\xi E}{6\omega} \frac{1 + g_3 \text{th}(\omega h)}{g_1 + \text{th}(\omega h)} + \frac{1 - \beta}{\beta} 2\sqrt{\pi} \xi,$$

из которой можно найти  $j$  и  $\varepsilon$  при любых числах Кнудсена системы (любых значениях  $h$ ). Рассмотрим предельные по числу Кнудсена соотношения.

Малые числа Кнудсена ( $h \rightarrow \infty$ , сплошная среда):

$$j = k_1(\beta) \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}}, \quad (12)$$

где

$$k_1(\beta) = \left[ \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8}{5\pi}} \frac{1 + \frac{5}{3} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}}{1 + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}} + \frac{1 - \beta}{\beta} \right]^{-1} \approx \frac{\beta}{1 - (0,4\beta)};$$

$$\varepsilon = c_p j T_0 \quad (c_p = 5R/2). \quad (13)$$

Большие числа Кнудсена ( $h \rightarrow 0$ , свободномолекулярный режим):

$$j = \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T} \frac{p}{T} \right); \quad (14)$$

$$\varepsilon = \frac{2\beta}{2 - \beta} \Delta p \sqrt{\frac{2RT}{\pi}} \left( 1 + \frac{4 - 3\beta}{2\beta} \frac{\Delta T}{T} \frac{p}{T} \right). \quad (15)$$

Зеркальное отражение. Проводя вычисления, аналогичные предыдущим, на основе уравнений (10) находим, что по-прежнему

$$p_{11} = \rho_0 RT_0. \quad (11a)$$

Уравнения для потоков вещества и энергии имеют вид:

$$\hat{T}_* = \sqrt{\pi} \xi(E - 1) \left( \frac{2 - \beta}{\beta} + \frac{1}{2} g_1 \omega h \right) + \frac{\xi E}{3\omega} \frac{\frac{2 - \beta}{\beta} + g_2 \text{th}(\omega h)}{g_1 + \frac{\beta}{2 - \beta} \text{th}(\omega h)},$$

$$\hat{n}_* = -\frac{3}{3} \sqrt{\pi} \xi(E - 1) \left( \frac{2 - \beta}{\beta} + \frac{1}{3} g_1 \omega h \right) + \frac{7\xi E}{6\omega} \frac{\frac{2 - \beta}{\beta} + g_3 \text{th}(\omega h)}{g_1 + \frac{\beta}{2 - \beta} \text{th}(\omega h)}.$$

Отсюда находим следующие выражения.

Малые числа Кнудсена ( $h \rightarrow \infty$ ):

$$j = k_2(\beta) \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}}, \quad (12a)$$

где

$$k_2(\beta) = \left[ \frac{2 - \beta}{\beta} \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8}{5\pi}} \frac{1 + \frac{5}{3} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}}{\frac{\beta}{2 - \beta} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}} \right]^{-1},$$



или приближенно

$$k_2(\beta) \approx \frac{8}{9} \frac{\beta}{(1 - 0,5\beta)(1 + 0,07\beta)}; \quad \varepsilon = c_p j T_0. \quad (13a)$$

Большие числа Кнудсена ( $h \rightarrow 0$ ):

$$j = \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{\Delta p} \frac{p}{T}\right); \quad (14a)$$

$$\varepsilon = \frac{2\beta}{2 - \beta} \Delta p \sqrt{\frac{2RT}{\pi}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{\Delta p} \frac{p}{T}\right). \quad (15a)$$

В исследованном случае симметричных краевых условий макроскопические параметры пара в сечении  $z = 0$  равны  $n(0) = n_0$ ,  $T(0) = T_0$ ,  $p(0) = p_0$ , то есть пар является насыщенным. Соответствующие значения  $\Delta p$  и  $\Delta T$  в уравнениях (12)—(15):

$$\Delta p = (p_A - p_0) = -(p_B - p_0) = (p_A - p_B)/2,$$

$$\Delta T = (T_A - T_0) = -(T_B - T_0) = (T_A - T_B)/2.$$

#### Некоторые общие замечания

Выше было показано, что при  $\beta < 1$  необходимо располагать сведениями о характере отражения молекул межфазной поверхностью. Однако какие-либо непосредственные экспериментальные данные об этом неизвестны. Имеющиеся сведения о характере молекулярных отражений от твердых поверхностей при отсутствии фазовых переходов дают некоторые аргументы в пользу диффузной схемы.

При полном «захвате» падающих молекул ( $\beta = 1$ ) выражения (12) и (12а), естественно, становятся тождественными:

$$j_{\beta=1} \approx \frac{5}{3} \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}}. \quad (126)$$

Отметим, что это уравнение приводит к меньшей скорости переноса вещества по сравнению с результатами предыдущих исследований, что объясняется, по-видимому, более полным учетом встречных столкновений молекул вблизи поверхности в настоящем методе исследования.

Несимметричные краевые условия ( $\beta_A \neq \beta_B$ ), кроме изменения потоков, приводят к тому, что состояние пара в объеме сдвигается от линии насыщения. Так, в случае сплошной среды и диффузного отражения макроскопические параметры пара в объеме (сечение  $z = 0$ ) равны

$$T(0) = T_0, \quad n(0) = n_0 + \sqrt{\pi} \xi n_0 \left[ \frac{1 - \beta_B}{\beta_B} - \frac{1 - \beta_A}{\beta_A} \right],$$

$$p(0) = p_0 + \sqrt{\pi} \xi p_0 \left[ \frac{1 - \beta_B}{\beta_B} - \frac{1 - \beta_A}{\beta_A} \right].$$

Таким образом, давление пара не равно давлению насыщения при температуре пара  $p_s(T_0) \equiv p_0$ . Например, если  $\beta_A < \beta_B$ , то  $p(0) < p_s(T_0)$ , т.е. пар перегрет. Эти отклонения, вообще говоря, невелики по абсолютной величине, ибо  $\xi \ll 1$ . Но для анализа результирующего переноса в системе они имеют существенное значение. Для принятых условий поток вещества равен

$$j \approx k(\beta_A, \beta_B) \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi RT}},$$

где

$$k(\beta_A, \beta_B) = \left[ \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8}{5\pi}} \frac{1 + \frac{5}{3} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}}{1 + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{5\pi}}} + \left( \frac{1 - \beta_A}{2\beta_A} \right) + \left( \frac{1 - \beta_B}{2\beta_B} \right) \right]^{-1}$$

$$\Delta p = (p_A - p_B)/2.$$

Рассмотренная в настоящей работе схема испарения—конденсации в ряде случаев может служить моделью реальных систем, в которых протекают процессы парообразования и конденсации.

#### Литература

1. Кнаке О., Странский И.Н. // УФН. 1959. Т. 68. № 2. С. 261—305.
2. Кучеров Р.Я., Рикенглаз Л.Э. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 1 (7). С. 125—126.
3. Кучеров Р.Я., Рикенглаз Л.Э. // Докл. АН СССР. 1960. Т. 133. № 5. С. 1130—1131.
4. Кучеров Р.Я., Рикенглаз Л.Э., Цулая Т.С. // ЖТФ. 1962. Т. 32. № 11. С. 1392—1398.
5. Шидловский В.П. Введение в динамику разреженного газа. М.: Наука, 1965. 218 с.
6. Liu C.Y., Lees L. // In: Rarefied gas dynamics. N-Y.—L.: Acad. Press, 1961. Suppl. 1. P. 391—428.
7. Больцман Л. Лекции по теории газов. М.: Гостехтеориздат. 1956. 554 с.

## КИНЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ИСПАРЕНИЯ И КОНДЕНСАЦИИ

Необходимость исследования процессов конденсации и испарения с позиций газокINETической теории представляется достаточно очевидной, особенно когда рассматриваются жидкие металлы или условия вакуума. В обоих случаях гидродинамические построения несостоятельны, по крайней мере вблизи границы фазового перехода. По существу речь идет об определенном классе краевых задач со специфическими микроскопическими граничными условиями. Последовательное решение такого рода задач возможно только на основе их описания с помощью кинетического уравнения Больцмана. Примером такого подхода являются недавние исследования процесса переконденсации в плоском слое [1, 2]. Попытки построения теоретических схем на основе заранее и произвольно заданной функции распределения вблизи межфазовой поверхности [3—5] вряд ли можно признать удовлетворительными.

Цель настоящей работы — развитие линейной кинетической теории конденсации и испарения при малых числах Кнудсена. В этом случае вдали от границы справедливы уравнения Навье—Стокса и Фурье. Кинетическое описание пограничной зоны определяет, таким образом, условия физического сопряжения навье-стоксовской области с границей фазового перехода.

## Постановка задачи

В системе координат  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) рассматривается установившаяся конденсация (испарение) на поверхности  $x_1 = 0$ . Движение пара к поверхности конденсации (или от нее) осуществляется с макроскопической скоростью  $u_1$ , движение пара вдоль поверхности отсутствует. Исследуется пограничный кнудсеновский слой, примыкающий к основной области, описываемой уравнениями Навье—Стокса. В пределах этого тонкого слоя в большинстве случаев допустима линеаризация гидродинамических параметров:  $T = T_w [1 + \theta(x_1)]$ ,  $n = n_w [1 + v(x_1)]$ , где  $T_w$  и  $n_w$  — температура поверхности и соответствующая ей равновесная плотность пара,  $\theta \ll 1$ ,  $v \ll 1$ . Ввиду малой степени неравновесности процесс конденсации—испарения будет «медленным»:  $u_1/\bar{c} = \iota \ll 1$ , где  $\bar{c} = \sqrt{2kT/m}$  — наиболее вероятная собственная скорость молекул. В линейном приближении  $\iota = u_1/\bar{c} = u_1/\bar{c}_w = \text{const}$ .

## Метод

Для решения задачи используется метод моментов. Уравнения переноса в рассматриваемом одномерном стационарном случае при отсутствии внешних сил запишутся как

---

Работа написана в 1969 г. совместно с Т.М. Мураговой. Опубликовано в журнале «Теплофизика высоких температур». 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967. (Прим. ред.)

$$(d/dx_1) \int \varphi_k(\vec{v}) v_1 f d\vec{v} = I_c[\varphi_k(\vec{v})], \quad (1)$$

где  $\varphi_k(\vec{v})$  — некоторая функция скорости молекул,  $\vec{v} = \vec{c} + \vec{u}$ .

Задача сводится к вычислению моментов  $I[\psi(v_i, c_i)] \equiv \int \psi(v_i, c_i) f d\vec{v}$  от заданной функции распределения и моментов  $I_c[\varphi_k(\vec{v})]$  от интеграла столкновений при заданном законе взаимодействия молекул и решению системы уравнений (1) с заданными граничными условиями.

В работе использованы аппроксимирующие функции распределения в приближении 6 и 8 моментов.

В 6-моментном приближении применен двухпоточный максвеллиан [6]:

$$f_{v_1 > 0} \equiv f_{\pm} = \frac{n_{\pm}}{(\sqrt{\pi} c_{\pm})^3} \exp \left[ -\frac{(v_1 - u_{\pm})^2 + v_2^2 + v_3^2}{c_{\pm}^2} \right], \quad (2)$$

где  $n_{\pm}, c_{\pm}, u_{\pm}$  — шесть пространственных функций, изменение которых, определяемое моментными уравнениями, есть мера эффекта столкновений; один из двух индексов используется соответственно в описании однопоточной функции распределения с «положительным» ( $v_1 > 0$ ) или «отрицательным» ( $v_1 < 0$ ) направлением скоростей  $v_1$ . Функция (2) позволяет удовлетворить микроскопическим условиям на границе фаз и гидродинамическим условиям на внутренней асимптотической границе с навье-стоксовской областью. Можно положить [2]:

$$n_{\pm} = n_W [1 + v_{\pm}(x_1)], \quad c_{\pm} = \bar{c}_W [1 + \theta_{\pm}(x_1)/2], \quad u_{\pm} = \omega_{\pm} u_1,$$

причем  $v_{\pm} \ll 1, \theta_{\pm} \ll 1, \omega_{\pm} = 0(1)$ .

Для дальнейшего уточнения решения необходимо рассмотреть более сложные аппроксимации. Один из возможных алгоритмов их построения состоит в умножении функции (2) на полином, образованный несколькими первыми членами степенного ряда от компонент скорости [6, 7]. В работе для сравнения применены три варианта такой обобщенной функции распределения в приближении 8 моментов:

$$f = f_{\pm} (1 + a_{\pm}^{(2)} v_1^2), \quad (3)$$

$$f = f_{\pm} (1 + a_{\pm}^{(3)} v_1^3), \quad (4)$$

$$f = f_{\pm} (1 + a_{\pm}^{(3)} v_1 v^2). \quad (5)$$

Здесь  $a_{\pm}^{(i)}(x_1) \ll 1$  — дополнительные, подлежащие определению пространственные функции.

При использовании метода моментов существенно иметь оценку точности принятых аппроксимаций. В известной мере точность характеризуется степенью согласования результатов, получаемых при варьировании системы моментных уравнений для заданной функции распределения. В соответствии с этим принципом в работе использованы две «конкурирующие» 6-моментные системы:

$$\varphi_k(\vec{v}) = 1, v_1, v^2/2, v_1^2/2, v_1^3, \quad (6)$$

$$\varphi_k(\vec{v}) = 1, v_1, v^2/2, v_1 v^2/2, v_1^3, v_1^4. \quad (7)$$

Решения для 8-моментных аппроксимаций (3)—(5) получены на основе одной системы моментов, отвечающей следующим функциям  $\varphi_k(\vec{v})$ :

$$\varphi_k(\vec{v}) = 1, v_1, v^2/2, v_1^2, v_1 v^2/2, v_1^3, v_1^4, v_1^5. \quad (8)$$

Решение любой другой «конкурирующей» системы для восьми моментов оказалось бы связанным с трудно преодолемыми проблемами вычисления моментов от интеграла столкновений<sup>1)</sup>. Необходимые моменты от интеграла столкновений уравнения Больцмана заимствованы из работ [8, 9]; они отвечают максвелловским молекулам. При решении системы уравнений (1) выдерживалась точность расчета числовых коэффициентов не менее 6 знаков. В результате решения искомые параметры  $v_{\pm}$ ,  $\theta_{\pm}$ ,  $\omega_{\pm}$ ,  $\alpha_{\pm}$  определяются с точностью до констант интегрирования. Для нахождения последних используются граничные условия на поверхности конденсированной фазы, отражающие механизм молекулярного взаимодействия. В работе использована общепринятая схема [4, 10, 11], основанная на понятии коэффициента конденсации (испарения)  $\beta$ , представляющего собой долю захваченных поверхностью молекул из всего числа содержащихся в падающем потоке. Принято также, что при  $\beta < 1$  отражение молекул носит диффузный характер. Эта схема после ряда простых преобразований приводит к следующим граничным условиям:

$$v_+(0) = -2\sqrt{\pi} \iota(1 - \beta)/\beta; \quad \theta_+(0) = 0; \quad \omega_+(0) = 0; \quad \alpha_+^{(i)}(0) = 0.$$

Изложенная программа исследования выполнена для пяти вариантов приближенного решения задачи на основе уравнения Больцмана.

Эта же программа выполнена на основе кинетического уравнения Крука. Как известно, однорелаксационная аппроксимация Крука [12] является простейшей математической моделью точного уравнения Больцмана, сохраняющей, однако, многие его важные свойства [13]. Вследствие простоты оператора столкновений уравнение Крука находит широкое применение при изучении различных кинетических задач. Для исследуемого процесса испарения—конденсации интерес представляет, в частности, вопрос о точности получаемых на основе уравнения Крука решений. Кроме того, уравнение Крука позволяет относительно просто провести оценки точности 8-моментных аппроксимаций путем вариации системы моментных уравнений. Точность приближенных решений модельного уравнения может рассматриваться как свидетельство точности соответственных решений уравнений Больцмана [7, 14].

Всего на основе уравнения Крука выполнено семь вариантов решения с четырьмя аппроксимирующими функциями (2)—(5) и двумя «конкурирующими» системами моментных уравнений для каждой (за исключением (5)); системе (8) в этом случае противопоставлялась система

$$\varphi_k(\vec{v}) = 1, v_1, v^2/2, v_1^2, v_1 v^2/2, v_1^3, v_1^5, v_1^6. \quad (9)$$

<sup>1)</sup> Расчеты выполнялись на электромеханической счетной машине. (Прим. ред.)

## Основные результаты

Согласно уравнениям сохранения и условиям линейности, потоки вещества, нормальной компоненты импульса и теплоты

$$j \equiv mI(v_1), \quad P_{11} \equiv mI(v_1^2) = mI(c_1^2), \quad Q_1 \equiv mI(c_1 c^2/2) \quad (10)$$

или соответствующие им безразмерные потоки

$$\iota = j/mn_W \bar{c}_W = u_1/\bar{c}_W, \quad P_{11} = (P_{11} - p_W)/p_W, \quad q = Q_1/[(5/2)p_W \bar{c}_W] \quad (11)$$

постоянны поперек слоя Кнудсена. Из очевидных соотношений поток  $P_{11}$  равен давлению пара в навье-стоксовской области  $p_\infty$ .

В результате решения поток вещества определяется как функция двух других потоков и коэффициента конденсации  $\beta$ :

$$\iota = -\Phi(\beta)(p_{11} + k_q q)/2\sqrt{\pi}, \quad \text{где } \Phi(\beta) = \beta/(1 - k_\beta \beta), \quad (12)$$

$$j = -\Phi(\beta) \frac{(P_{11} - p_W)}{\sqrt{2\pi RT_W}} + k_Q \frac{Q_1}{2\pi RT_W}. \quad (12')$$

По найденным функциям распределения строятся поля температуры, плотности и давления в кнудсеновском слое

$$T = I(c^2)/3Rn, \quad n = I(1), \quad p = nkT:$$

$$\theta(\xi) = \frac{T(\xi) - T_W}{T_W} = (-A_1 \iota - B_1 q) - \text{Pr} q \xi + (A_{2i} \iota + B_{2i} q) e^{-\kappa_i \xi},$$

$$v(\xi) = \frac{n(\xi) - n_W}{n_W} = (p_{11} + A_1 \iota + B_1 q) + \text{Pr} q \xi + (A_{3i} \iota + B_{3i} q) e^{-\kappa_i \xi}, \quad (13)$$

$$\frac{p(\xi) - p_W}{p_W} = p_{11} + [(A_{2i} + A_{3i}) \iota + (B_{2i} + B_{3i}) q] e^{-\kappa_i \xi}.$$

В соотношениях (12), (13) все коэффициенты — безразмерные числа;  $k_Q = (2/5)\sqrt{\pi} k_q$ ;  $i = 1$  — для 6-моментной аппроксимации;  $i = 1, 2$  — для 8-моментных аппроксимаций (предполагается суммирование по повторяющимся индексам);  $\xi = x_1/L$  — координата в масштабе среднего свободного пробега  $L = \mu/(mn_W \bar{c}_W)$ ;  $\mu$  — вязкость,  $m$  — масса молекулы;  $R$  — индивидуальная газовая постоянная; число Прандтля для максвелловского газа равно  $\text{Pr} = 2/3$ , для газа модельного уравнения  $\text{Pr} = 1$ .

Учитывая (12), те же поля (13) можно представить в зависимости от любых двух потоков (11). Во всех случаях по мере удаления от границы величины  $n$ ,  $T$ ,  $p$  асимптотически (в масштабе длины пробега) переходят в соответствующие величины навье-стоксовской области.

Вариант	$k_\beta$	$k_q$	$\iota$		$v(0)$		$v_e(0)$		$\theta(0)$		$\theta_e(0)$	
			$p_{11}$	$q$	$p_{11}$	$q$	$p_{11}$	$q$	$p_{11}$	$q$	$p_{11}$	$q$
Б6 <sub>(2,6)</sub>	0,400	1,242	-0,470	-0,584	0,627	2,103	0,790	1,959	0,192	-1,943	0,210	-1,959
Б6 <sub>(2,7)</sub>	0,396	1,254	-0,467	-0,586	0,614	2,114	0,791	1,958	0,190	-1,940	0,209	-1,958
Б8 <sub>(3,8)</sub>	0,396	1,152	-0,467	-0,538	0,603	1,501	0,798	2,211	0,198	-1,724	0,202	-2,211
Б8 <sub>(4,8)</sub>	0,397	1,160	-0,468	-0,542	0,609	1,632	0,797	2,198	0,196	-1,772	0,203	-2,198
Б8 <sub>(5,8)</sub>	0,399	1,107	-0,470	-0,519	0,676	1,472	0,787	2,451	0,181	-1,493	0,213	-2,451
К6 <sub>(2,6)</sub>	0,403	1,229	-0,473	-0,581	0,641	2,091	0,789	1,960	0,195	-1,945	0,211	-1,960
К6 <sub>(2,7)</sub>	0,401	1,236	-0,471	-0,582	0,632	2,099	0,790	1,958	0,192	-1,943	0,210	-1,958
К8 <sub>(3,8)</sub>	0,403	1,131	-0,473	-0,535	0,641	1,424	0,787	2,242	0,193	-1,695	0,213	-2,242
К8 <sub>(3,9)</sub>	0,401	1,120	-0,471	-0,528	0,632	1,369	0,789	2,263	0,193	-1,680	0,211	-2,263
К8 <sub>(4,8)</sub>	0,403	1,135	-0,472	-0,536	0,641	1,566	0,787	2,229	0,192	-1,750	0,213	-2,229
К8 <sub>(4,9)</sub>	0,402	1,104	-0,472	-0,521	0,639	1,556	0,788	2,250	0,194	-1,744	0,212	-2,250
К8 <sub>(5,8)</sub>	0,401	1,048	-0,471	-0,494	0,628	1,307	0,797	2,450	0,204	-1,458	0,203	-2,450

Обозначение вариантов: Б6<sub>(2,7)</sub> — 6-моментное приближение, аппроксимирующая функция (2), система моментов (7) на основе уравнений Больцмана; К8<sub>(3,9)</sub> — 8-моментное приближение, аппроксимирующая функция (3), система моментов (9) на основе уравнения Крука, и аналогично.

В результате расчетов по (12)—(13) находятся безразмерный поток вещества  $\iota$ , поля плотности  $v(\xi)$  и температуры  $\theta(\xi)$ <sup>1)</sup>.

Из (13) находятся также действительные скачки плотности  $v(0)$  и температуры  $\theta(0)$  и их фиктивные значения  $v_e(0)$  и  $\theta_e(0)$ , получаемые экстраполяцией линейной части соответствующих профилей и используемые совместно с гидродинамическими уравнениями Навье—Стокса—Фурье (условия «скольжения»).

В таблице приведены значения потока вещества  $\iota$  и скачков плотности и температуры в долях от  $p_{11}$  и  $q$  для случая  $\beta = 1$ .

### Обсуждение

1. Сравнение решений уравнения Больцмана, а также, независимо от этого, соответственных решений уравнения Крука при одной и той же функции распределения (2), но различном выборе моментных уравнений обнаружило, на первый взгляд, вполне удовлетворительное согласие этих решений и, значит, казалось бы, приемлемую точность аппроксимации (2). С другой стороны, решения на основе модельного уравнения показали, что при переходе к улучшенным аппроксимациям (3) и (4) наблюдается аналогичная, вполне удовлетворительная воспроизводимость решений (выше отмечено, что это обстоятельство, вообще говоря, можно рассматривать как свидетельство точности соответственных решений уравнения Больцмана), хотя одновременно заметно изменяется влияние теплового потока

<sup>1)</sup> Таблица численных коэффициентов уравнений (13) для всех вариантов решения, приведенная в журнальной публикации, здесь опущена. (Прим. ред.)

на все макроскопические характеристики системы. Это может означать только то, что принципиально бесспорный метод оценки точности, основанный на вариации систем моментных уравнений, не чувствителен к использованной здесь вариации, которая достигается заменой только одной функции из ряда  $\varphi_k$ . По-видимому, применение этого метода обязывает к более полной перестройке системы моментных уравнений. На этом пути возможно либо использование моментных уравнений высокого порядка, нежелательное из-за вычислительных трудностей, либо переход к полупространственным моментным уравнениям.

Известно, что метод полупространственных моментов рассматривается рядом исследователей [15—20] как наиболее рациональная основа для решения линейных задач кинетической теории газов. В частности, в [19] на основе бальцмановских полупространственных моментных уравнений и с аппроксимирующей функцией (5) была исследована задача о переносе тепла в плоском слое и получено численное значение температурного скачка, экстраполированного из навье-стоксовской области:  $\theta_e(0) = -2,707q$ <sup>1)</sup>. Из Б8<sub>(5,8)</sub><sup>2)</sup>, положив  $\iota = 0$ , легко получить величину того же скачка:  $\theta_e(0) = 2,686q$ . Таким образом, налицо очень хорошее согласие независимо полученных результатов при полной перестройке системы моментных уравнений, которое доказывает высокую точность аппроксимации (5).

Для оценки точности принятых аппроксимаций можно воспользоваться также сравнением значения температурного скачка, полученного в [21] в результате точного решения уравнения Крука:  $\theta_e(0) = -2,599q$ , и соответствующих приближенных значений, полученных в настоящей работе. Из анализа табулированных данных можно сделать вывод, что наиболее точным является решение, построенное на основе аппроксимации (5), и этот же вывод можно применить к уравнению Больцмана.

Интересно отметить следующее. Аппроксимирующая функция (5) путем ее линеаризации может быть приведена к виду

$$f = f_{eq}(1 + a_0^\pm + a_1^\pm c_1 + a_2^\pm c^2 + a_3^\pm c_1 c^2), \quad (5')$$

где  $f_{eq}$  — локальное максвелловское распределение в некоторой точке кнудсеновской области. В таком представлении функции (5) явно проявляется физический принцип ее конструирования: присутствие членов  $a_0^\pm$  и  $a_2^\pm c^2$  диктуется формой решения в свободномолекулярном пределе, члены  $a_1^\pm c_1$  и  $a_3^\pm c_1 c^2$  ответственны за распределение при высоком предельном давлении. Структуры функции (3) и (4) при очевидной формальной строгости лишены подобной физической наглядности.

Таким образом, из сравнения результатов Б6 и Б8 можно заключить, что аппроксимации типа (3), (4), (5) приводят к существенному по сравнению с (2) уточнению структуры полей в кнудсеновском слое, главным образом во влиянии на них теплового потока. Это уточнение, по-видимому, может быть призвано достаточным уже на уровне 8 моментов.

<sup>1)</sup> В [19] вместо скачка приводится величина  $\delta_T$  так называемой «зоны температурного скольжения» (the temperature slip distance) в долях среднего свободного пробега  $l = (3/2)L$ , равная  $\delta_T = 2,707l$ .

<sup>2)</sup> Обозначения вариантов даны в примечании к таблице.



Наилучшей точностью обладает аппроксимация (5), поэтому для практического применения рекомендуется результат  $B8_{(5,8)}$ . Значения численных коэффициентов для этого варианта равны:

$$A_1 = 0,454; \quad B_1 = 2,686; \quad A_{21} = -0,0505; \quad B_{21} = -0,0221; \quad A_{22} = 0,118; \quad B_{22} = 1,08; \\ A_{31} = 0,346; \quad B_{31} = 0,152; \quad A_{32} = -0,110; \quad B_{32} = -1,01; \quad \kappa_1 = 0,847; \quad \kappa_2 = 0,274.$$

2. Анализ решений, полученных на основе однорелаксационной модели, свидетельствует о плодотворности этой модели в применении к рассмотренной задаче. Появление числа Прандтля при описании полей (13) в линейном по координате члене отражает свойства модельного уравнения, которому соответствует  $Pr = 1$ . Следует иметь в виду, что эта особенность однорелаксационного уравнения с неизбежностью будет проявляться при любых преобразованиях полученных результатов, связанных с введением коэффициента теплопроводности, например, при замене теплового потока пропорциональным ему температурным градиентом.

3. Полученными решениями установлены условия физического сопряжения гидродинамической области с границей фазового перехода в медленных процессах конденсации и испарения. Естественно ожидать, что в зоне сопряжения должны обнаружиться определенные эффекты, характеризующие термодинамическое состояние пара и зависящие, с одной стороны, от особенностей молекулярного обмена на поверхности конденсата и, с другой стороны, от макроскопических условий «на бесконечности» и интенсивности процесса переноса.

Из анализа условий «скольжения» можно установить, что на границе ( $x = 0$ ) пар может быть не только насыщенным, но и перегретым и пересыщенным — в зависимости от коэффициента конденсации, но независимо от состояния пара вдали от границы. В частности, при  $\beta = 1$  пар на границе с конденсированной фазой в обычных условиях должен быть перегрет при конденсации и пересыщен при испарении.

Таким образом, в исследовании выявлен новый физический эффект, присущий процессам испарения и конденсации.

Пространственная протяженность, характер и интенсивность эффекта зависят, помимо микроскопической обстановки на поверхности, от состояния пара вдали от границы, степени неравновесности процесса и, в меньшей мере, от индивидуальных особенностей вещества. Все эти характеристики могут быть выявлены путем решения гидродинамического уравнения энергии совместно с условиями скольжения. Пример построения такого решения для частного случая конденсации насыщенного пара приведен в приложении.

Надо оговориться, что оценка вероятности метастабильных состояний пара вблизи границы, предсказываемых развитой здесь теорией, не может быть выполнена в рамках этой теории. В любом случае важная роль будет принадлежать эксперименту<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Предсказанные в работе «парадоксальные» эффекты, допускающие возможность перегрева пара в непосредственной близости от холодной поверхности при конденсации и симметричное явление — переохлаждение ниже температуры насыщения при испарении, можно интерпретировать как «маскировку» поверхности, своеобразные «стэлс»-эффекты. В последовавшие после публикации годы эти эффекты получили опытные подтверждения. (Прим. ред.)

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Расчет поля температур при конденсации насыщенного пара

Поле температур определяется уравнением энергии

$$c_p \rho u_1 \partial T / \partial x_1 = \lambda \partial^2 T / \partial x_1^2 \quad (14)$$

с граничным условием при  $x_1 = 0$  (на основе Б8<sub>(5,8)</sub>)

$$\theta_e(0) \equiv (T_e(0) - T_W) / T_W = -0,454\iota - 2,686q,$$

где, по (12),

$$\iota = [-\beta / (1 - 0,399\beta)] [(p_{11} + 1,107q) / 2\sqrt{\pi}].$$

Решение уравнения (14), удовлетворяющее условию  $T \rightarrow T_\infty$  при  $x_1 \rightarrow \infty$  имеет вид

$$T(x_1) - T_\infty = [T_e(0) - T_\infty] \exp(c_p \rho u_1 x_1 / \lambda) \quad (15)$$

(при конденсации  $u_1 < 0$ ).

В рассматриваемой задаче величина  $q$  имеет порядок не более  $0(\iota^2)$ , и, следовательно, ею можно пренебречь. Действительно,

$$Q_1 = -\lambda \partial T / \partial x_1 = -c_p \rho u_1 [T_e(0) - T_\infty] \exp(c_p \rho u_1 x_1 / \lambda),$$

так что при  $x_1 = 0$

$$q = -\iota [T_e(0) - T_\infty] / T_W = 0(\iota^2).$$

Тогда

$$\iota = -\frac{\beta}{1 - 0,399\beta} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{p_\infty - p_W}{p_W} = -0,470 \frac{0,601\beta}{1 - 0,399\beta} \frac{p_\infty - p_W}{p_W},$$

$$\theta_e(0) = -0,454\iota.$$

Для насыщенного пара  $p_\infty = p_s(T_\infty)$ .

Имея в виду, что  $p_W = p_s(T_W)$ , находим

$$p_\infty - p_W = (dp_s / dT) (T_\infty - T_W)$$

или

$$\frac{p_\infty - p_W}{p_W} = \frac{r}{RT_W} \frac{T_\infty - T_W}{T_W}.$$

Тогда

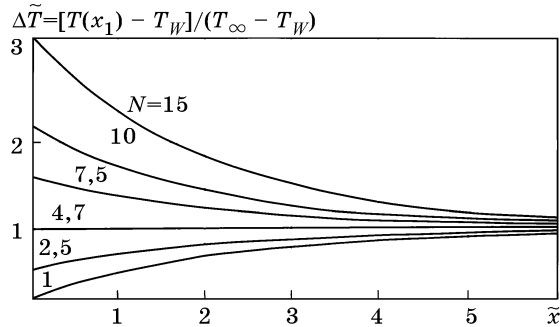
$$\frac{T_e(0) - T_W}{T_W} = 0,213 \frac{0,601\beta}{1 - 0,399\beta} \frac{r}{RT_W} \frac{T_\infty - T_W}{T_W},$$

$$\frac{c_p \rho u_1 x_1}{\lambda} = \frac{x_1 \sqrt{2RT_W}}{a} \iota = -\frac{x_1 \sqrt{2RT_W}}{a} 0,470 \frac{0,601\beta}{1 - 0,399\beta} \frac{r}{RT_W} \frac{T_\infty - T_W}{T_W}$$

( $a$  — температуропроводность).

Введем обозначения:

$$N = \frac{0,601\beta}{1 - 0,399\beta} \frac{r}{RT_W}, \quad \tilde{x} = \frac{x_1 \sqrt{2RT_W}}{a} \frac{T_\infty - T_W}{T_W} N.$$



Будем иметь

$$[T(x_1) - T_W] / (T_\infty - T_W) = 1 + (0,213N - 1) \exp(-0,470\tilde{x}).$$

Это уравнение позволяет построить зависимость

$$[T(x_1) - T_W] / (T_\infty - T_W) = \Delta\tilde{T}(N, \tilde{x}),$$

которая показана на рисунке. Значения параметра  $N$  при  $\beta = 1$  для разных веществ примерно одинаковы и равны, согласно правилу Трутона, при нормальном давлении  $r/RT_W = N_{\beta=1} \cong 10$ .

#### Литература

1. Кучеров Р.Я., Рикенглас Л.Э., Цулая Т.С. // ЖТФ. 1962. Т. 32. № 11. С. 1392—1398.
2. Лабунцов Д.А. // ТВТ 1967. Т. 5. № 4. С. 647—654.
3. Risch R. // Helv. Phys. Acta. 1933. Vol. 6. N 2. P. 128.
4. Schrage R.W. Interphase mass transfer. N-Y.: Columb. Univ. Press. 1953. Chap. 2.
5. Кучеров Р.Я., Рикенглас Л.Э. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 1. 1959. С. 125—126.
6. Liu C.Y., Lees L. // In: Rarefied gas dynamics. N-Y.—L.: Acad. Press. 1961. Suppl. 1. P. 391—428.
7. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
8. Grad H. // Сб.: Механика. 1952. № 4. С. 71—97; № 5. С. 61—96.
9. Перминов В.Д., Фридлиндер О.Г. // ЖМПТФ. 1965. № 6. С. 114—116.
10. Кнаке О., Странский И.Н. // УФН. 1959. Т. 68. № 2. С. 261—305.
11. Paul B. // ARS J. 1962. Vol. 32. N 9. P. 1321—1328.
12. Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M. // Phys. Rev. 1954. Vol. 94. P. 511—525. (Русск. пер. — сб.: Проблемы современной физики. 1956. № 2. С. 83—107).
13. Коган М.Н. // ПММ. 1958. Т. 22. № 4. С. 425—432.
14. Willis D.R. // In: Rarefied gas dynamics. Acad. Press. N-Y.—L.: 1963. Vol. 1. P. 209—225.
15. Gross E.P., Jackson E.A., Ziering S. // Сб.: Механика. 1958. № 5. С. 33—55.
16. Gross E.P., Ziering S. // Phys. Fluids. 1958. Vol. 1. N 3. P. 215—224.
17. Gross E.P., Jackson E.A. // Phys. Fluids. 1959. Vol. 2. N 4. P. 432—441.
18. Gross E.P., Ziering S. // Phys. Fluids. 1959. Vol. 2. N 6. P. 701—712.
19. Ziering S. // Phys. Fluids. 1960. Vol. 3. N 4. P. 503—509.
20. Willis D.R. // Phys. Fluids. 1962. Vol. 5. N 2. P. 127—135.
21. Веландер П. // В кн.: Девиен М. Течения и теплообмен разреженных газов. М.: ИИЛ, 1962. С. 164—186.

## ФИЗИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМУЛИРОВКИ ЗАДАЧ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПРИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЯХ

В условиях правомерности концепции сплошной среды общий принцип описания процессов тепло- и массообмена в системе пар—конденсированная фаза должен быть очевидным: в пределах каждой из фаз справедливы обычные дифференциальные уравнения движения и энергии, на границе фаз выполняются некоторые условия сопряжения. Корректное решение задач фазового превращения зависит от полноты и строгости формулировки этих условий, их физическому и методическому базису посвящена главная часть настоящей работы. Анализ ограничен рассмотрением однокомпонентных систем.

Согласно классическим представлениям, граничный межфазный микрослой следует рассматривать как поверхность раздела нулевой толщины. В этом смысле межфазная граница представляет собой частный вид поверхности сильного разрыва, на которой обязаны выполняться универсальные соотношения между характеристиками обеих сторон, вытекающие из законов сохранения. Вместе с тем специфика фазового перехода должна отражаться в специальных связях между характеристиками фаз на границе.

### Универсальные условия совместности на поверхности разрыва

Универсальные условия на границе фазового перехода представляют собой известные динамические условия совместности, или условия непрерывности потоков массы, импульса и энергии, пересекающих границу [1, 2].

Поскольку граница фаз в общем случае движется в пространстве, условия совместности удобно записать в собственной системе координат, связанной с поверхностью разрыва в каждой ее точке (рис. 1).

Нормальные к поверхности удельные потоки в собственной системе отсчета определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \text{поток массы} & \quad j_1 = \rho u_1, \\ \text{поток импульса} & \quad p_{1к} = p\delta_{1к} + j_1 u_k - \tau_{1к}, (1) \\ \text{поток энергии} & \quad e_1 = j_1(h + (1/2)u^2) + q_1 - u_k \tau_{1к}. \end{aligned}$$

Используя для обозначения разрыва принятый в газодинамике символ [ ] (например,  $[j_1] = j_1' - j_1''$ ), запишем условия непрерывности в виде

$$[j_1] = 0, \quad [p_{1к}] = 0, \quad [e_1] = 0. \quad (2)$$

При этом все отдельные параметры и компоненты потоков  $\rho$ ,  $p$ ,  $\tau_{1к}$  и т.д. в общем случае претерпевают разрыв на границе.

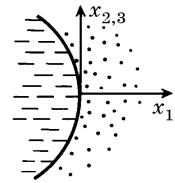


Рис. 1

В (1), (2) использованы следующие обозначения:  $u_k$  — компоненты вектора скорости;  $\tau_{kl}$  — компоненты тензора вязких напряжений;  $e_k$  — компоненты вектора удельного потока энергии;  $q_k$  — компоненты вектора удельного потока тепла;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $h$  — энтальпия;  $\delta_{kl}$  — символ Кронекера.

Условия (2) получены без учета поверхностного натяжения. В физическом плане они отражают тот факт, что на самой поверхности, не имеющей макроскопической толщины, ни масса, ни импульс, ни энергия не могут возникать или исчезать. Влияние поверхностного натяжения приводит к появлению разрывов в потоках импульса и энергии:

$$[j_1] = 0, \quad [p_{1k}] = 2\sigma H \delta_{1k}^{1)}, \quad [e_1] = \frac{\sigma}{\delta S} \frac{d\delta S}{dt}. \quad (3)$$

Здесь  $2\sigma H$  есть известная лапласова сила ( $\sigma$  — поверхностное натяжение,  $H$  — средняя кривизна поверхности в данной точке); скачок энергии  $[e_1]$  обусловлен изменением со временем ( $t$ ) площади граничной поверхности ( $\delta S$ ).

Соотношения (3) представляют универсальные условия динамической совместности наиболее общего вида. К ним всегда следует присоединять очевидное для сплошных сред кинематическое условие отсутствия продольного скольжения фаз:  $[u_k]_{k=2,3} = 0$ .

При переходе от собственной системы координат к любой иной (лабораторной) системе скорости фаз  $u_k$  следует изменить аддитивно на величину скорости движения данной точки поверхности относительно новой системы координат.

Соотношения (3) можно несколько упростить применительно к практически реализующимся процессам. В большинстве прикладных задач скорость массообмена существенно меньше тепловой скорости молекул, т.е. параметр неравновесности фазового перехода мал:

$$v_1 \equiv u_1 / \sqrt{2\tilde{R}T} \ll 1,$$

где  $\tilde{R}$  — индивидуальная газовая постоянная,  $T$  — температура.

При выполнении этого условия в системе (3) могут быть опущены величины динамического импульса  $u_1 j_1$  и потока кинетической энергии  $j_1 u^2/2$  как малые порядка  $v_1^2$  по сравнению с основными частями соответствующих потоков. Кроме того, в балансе энергии практически всегда можно не учитывать влияние поверхностного натяжения и работу против вязких напряжений  $[u_1 \tau_{1k}]$  из-за малости этих величин по сравнению с расходом энергии на фазовый переход  $j_1 [h]$ . В итоге система (3) принимает вид

$$[j_1] = 0, \quad [p] - [\tau_{11}] = 2\sigma H, \quad [\tau_{1k}]_{k=2,3} = 0, \quad j_1 [h] + [q_1] = 0. \quad (4)$$

Для однозначной формулировки задач приведенных универсальных условий недостаточно; необходимы дополнительно специальные условия.

<sup>1)</sup> Для простоты мы опустили касательное усилие  $\partial\sigma/\partial x_k$ , которое может возникать из-за переменности  $\sigma$  вдоль границы, но, как правило, несущественно. Его учет сводится к замене  $2\sigma H \delta_{1k}$  на  $2\sigma H \delta_{1k} + (\partial\sigma/\partial x_k)(1 - \delta_{1k})$ .

### Специальные условия совместности на границе фаз

Специальные условия при фазовом превращении в принципе зависят от степени неравновесности процесса. Наибольшее распространение имеет простейшая квазиравновесная схема. В ее основе лежит допущение о том, что несмотря на неравновесность фазового перехода, характеристики фаз у самой границы взаимосвязаны условием термодинамического равновесия, т.е.

$$[T] = 0, \quad \text{причем } T' = T'' = T_s, \quad (5)$$

где  $T_s$  — равновесная температура на поверхности. В приложениях, независимо от кривизны поверхности, можно, как правило, принимать  $T_s$  равной температуре насыщения на плоской границе при давлении в паровой фазе:  $T_s = T_s(p'')$ ; поправка на кривизну (поправка Томсона) обычно несущественна.

Соотношение (5) представляет специальное условие, которое вместе с системой (4) обеспечивает однозначность условий сопряжения на границе.

Квазиравновесное приближение во многих случаях оказывается достаточным с практической точки зрения. Однако существуют проблемы (например, конденсация, испарение или кипение жидких металлов), которые требуют учета неравновесного характера фазового перехода. При относительно низкой скорости фазового перехода ( $u_1 \ll 1$ ) естественно искать отклонения от квазиравновесного приближения (5) в рамках линейной по параметру неравновесности теории. Соответствующая неравновесная схема описания и строгие в линейном приближении специальные граничные условия были получены авторами в [3, 4] на основе кинетического анализа пограничного кнудсеновского слоя пара у поверхности фазового превращения. Для практических приложений и последующего анализа эти условия удобно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{T' - T_s}{T_s} &= \frac{1 - 0,4\beta}{0,4\beta} \frac{\sqrt{\tilde{R}T_s}}{r} u''_1, \\ \frac{T''' - T_s}{T_s} &= \left( \frac{1 - 0,4\beta}{0,4\beta} - 0,32 \frac{r}{\tilde{R}T_s} \right) \frac{\sqrt{\tilde{R}T_s}}{r} u''_1, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $T_s = T_s(p'')$  есть равновесная температура, отвечающая квазиравновесному приближению,  $\beta$  — коэффициент конденсации,  $r$  — теплота парообразования. Условия (6) представляют частный случай полученных в [3, 4] решений, в котором не отражен вклад потока тепла в паре  $q''_1$  в процесс переноса; при отсутствии в паре очень сильных перегревов такое упрощение оправданно.

Соотношения (6) показывают, что при учете неравновесного характера перехода температура каждой из фаз на границе не равна равновесной температуре  $T_s$ , а суммарный разрыв (скачок) температуры составляет величину

$$[T] = 0,45T_s u_1.$$

Соотношения (6) представляют специальные условия, которые вместе с системой (4) обеспечивают однозначность описания при учете неравновесности фазового перехода.

Квазиравновесным и линейным приближениями исчерпываются все возможные на сегодня формулировки специальных граничных условий при фазовом превращении. Специальные условия общего вида в принципе должны формулироваться на базе нелинейной кинетической теории и пока не получены. Их построение откроет возможность описания интенсивных процессов с  $\tau_1 \sim 1$  и является одной из актуальных задач будущих исследований.

Ниже рассматриваются примеры постановки и решения конкретных задач на основе изложенных общих принципов.

#### А. Формулировка граничных условий в сферически-симметричных задачах

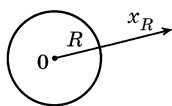


Рис. 2

Сферически-симметричные одномерные задачи (рис. 2) часто встречаются в приложениях. Граничные условия (4) для этого класса задач естественно переформулировать от собственной к лабораторной системе отсчета с началом в центре симметрии. Обозначая скорость движения фазы относительно центра через  $v_R$ , а скорость перемещения границы  $dR/dt$  — через  $c$ , будем иметь:  $u_1 = v_R - c$ .

Тогда условия (4) принимают вид

$$\begin{aligned} j_R &= \rho'(v_R' - c) = \rho''(v_R'' - c), \\ p' - \tau_{RR}' &= p'' - \tau_{RR}'' \pm 2\sigma/R, \\ r'j_R &= q' - q'' \end{aligned} \quad (7)$$

( $'$  и  $''$  — конденсированная и паровая фазы,  $R$  — радиус сферы).

Система (7) определяет граничные условия непрерывности потоков в сферических одномерных конфигурациях.

Используя первое из соотношений (7), легко выразить скорости фаз и поток массы на границе через скорость перемещения границы. В предположении несжимаемости и в силу неразрывности среда внутри сферической полости покоится, так что

$$\text{для пузырька пара} \quad v_R'' = 0 \quad \text{и} \quad v_R' = c \frac{\rho' - \rho''}{\rho'}, \quad j_R = -\rho'' \frac{dR}{dt};$$

$$\text{для капли жидкости} \quad v_R' = 0 \quad \text{и} \quad v_R'' = -c \frac{\rho' - \rho''}{\rho'}, \quad j_R = -\rho' \frac{dR}{dt}.$$

На основе (7) нетрудно оценить роль нормальных вязких напряжений в балансе импульса на границе. В сферических координатах  $\tau_{RR} = 2\mu dv_R/dx_R$  ( $\mu$  — динамическая вязкость); согласно уравнению неразрывности  $dv_R/dx_R = -2v_R/x_R$ . Следовательно, на границе  $\tau_{RR} = -4\mu(v_R/R)$ .

Тогда для случая пузырька пара  $\tau_{RR}'' = 0$ ,  $\tau_{RR}' \neq 0$ , и вязкое напряжение со стороны жидкости может иметь определенное значение в балансе нормального импульса на границе; для капли жидкости  $\tau_{RR}' = 0$ ,  $\tau_{RR}'' \neq 0$ , но по порядку величины  $\tau_{RR}''/p'' \sim \text{Kn}_1 \rightarrow 0$ , так как число Кнудсена  $\text{Kn} \rightarrow 0$ , следовательно, для капли уравнение баланса импульса сводится к формуле Лапласа:  $p' = p'' - 2\sigma/R$ .

### Б. Интегральная форма уравнений материального и энергетического баланса

При анализе фазового перехода на границе произвольной деформирующейся паровой полости (рис. 3) приходится записывать полные потоки вещества и энергии через границу. Чтобы получить необходимые соотношения, достаточно проинтегрировать по поверхности  $S$  выражение для плотности поперечного потока вещества, записанное в лабораторной системе координат:  $j_n = \rho''(\vec{v}'' - \vec{c})\vec{n}$ .

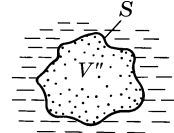


Рис. 3

Считая плотность пара неизменной и учитывая, что

$$\oint_S \vec{v}'' d\vec{S} = \int_{V''} \operatorname{div} \vec{v}'' dV = 0, \quad \oint_S \vec{c} d\vec{S} = \frac{dV''}{dt},$$

получим

$$\oint_S j_n dS = -\rho'' \frac{dV''}{dt}. \quad (8)$$

Согласно условию (4) имеем также

$$rj_n = q'_n \quad (q'' \ll q').$$

Следовательно,

$$\oint_S q'_n dS = -r\rho'' \frac{dV''}{dt}. \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) образуют искомые балансовые соотношения.

Неправильно отождествлять, как это иногда делается, величину (9) с изменением энергии пузыря за счет изменения его массы. Ошибка ложной интерпретации сводится к тому, что в балансе энергии пузыря одновременно с  $r\rho'' dV''/dt$  («изменение энергии за счет массообмена») учитывается теплоотвод из жидкости  $\oint_S q'_n dS$  (изменение энергии за счет теплообмена), т.е. фактически тождественная величина. Легко видеть из

$$\oint_S j_n h'' dS = \oint_S (j_n h' + q'_n) dS,$$

что в дополнение к тепловому потоку (9), обеспечивающему перенос теплоты испарения «вместе с массой» подводится только поток энтальпии испаряющейся жидкости  $\oint_S j_n h' dS$ .

### В. Тангенциальные гидродинамические эффекты в зоне фазового превращения

При переменной вдоль поверхности интенсивности фазового перехода, т.е. если  $j_1 = f(x_k)_{k=2,3}$ , условие непрерывности потока тангенциального импульса  $[\tau_{1k}] = 0$  приводит к интересному эффекту — возникновению тангенциального движения фаз вблизи границы.



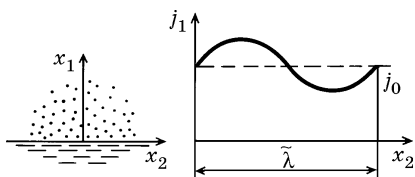


Рис. 4

Не ограничивая общности этого результата, представим основные характеристики данного эффекта для частного случая стационарного одномерного волнового возмущения, наложенного на однородное поле массового потока на плоской границе (рис. 4):

$$j_1 = j_0 + j_* \sin \alpha x_2, \quad j_* < j_0,$$

где  $\alpha$  — волновое число, определяющее длину волны  $\tilde{\lambda} = 2\pi/\alpha$ .

Решение уравнений Навье—Стокса для каждой из фаз совместно с условиями непрерывности (4) приводит (в линейном по  $j_*$  приближении) к следующим выражениям для касательной компоненты скорости и касательного напряжения на границе:

$$u_2 = u_{2*} \cos \alpha x_2, \quad \tau_{12} = \tau_* \cos \alpha x_2.$$

Первое из полученных соотношений доказывает появление в системе тангенциального движения. Амплитуда скорости для длинных волн ( $\tilde{\lambda} \gg \mu'/j_0$ ) равна  $u_{2*} \cong j_*/\rho'$ , касательное напряжение при этом составляет  $\tau_* \cong \alpha \nu'' j_* (1 - \rho''/\rho')$  ( $\nu$  — кинематическая вязкость).

При последовательном применении условий динамической совместности отпадает необходимость в интуитивных гипотезах о происхождении гидродинамических граничных эффектов при фазовом превращении. В частности очевидно, что касательные напряжения и тангенциальное движение на границе фаз не могут быть связаны с «реактивным давлением»  $j_1 u_1''$ , обусловленным испарением, уже потому, что эта компонента потока импульса пренебрежимо мала в линейном приближении.

Более детальный анализ данного эффекта представляет определенный интерес для исследования механизмов фазового превращения. Можно предполагать, в частности, что в некоторых условиях возможно появление специфической самопроизвольной «термогидродинамической» неустойчивости.

#### Г. Поле температур в зоне фазового превращения при учете неравновесности

Использование граничных условий (6) позволяет выполнить корректное построение температурного поля в паре с учетом неравновесности фазового превращения. При этом обнаруживаются имеющие принципиальное значение термодинамические эффекты, которые являются специфической особенностью процесса фазового превращения. А именно: при конденсации веществ с коэффициентом конденсации, равным или близким к  $\beta = 1$ , пар вблизи границы перегрет, при испарении — пересыщен; с уменьшением  $\beta$ , т.е. по мере снижения проницаемости границы, картина полей приближается к обычной для системы газ—твердая стенка. Отклонения температур и измеримая протяженность зоны отклонения могут быть весьма малы, однако в ряде случаев, например, в условиях разрежения или при фазовых превращениях жидких металлов, эти эффекты кинетического происхождения приобретают решающее значение для развития процессов.

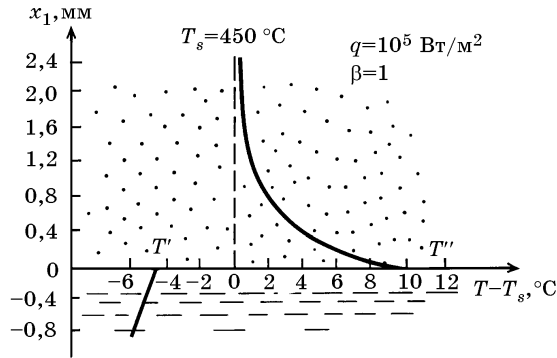


Рис. 5

На рис. 5 изображено характерное поле температур, которое должно наблюдаться при конденсации насыщенного пара; учитывая особое значение данного явления для жидких металлов, для расчета был выбран натрий. Масштаб расстояния по оси  $x_1$  соответствует шагу перемещения термопары в обычном эксперименте.

Иллюстрируемая графиком рис. 5 закономерность имеет общий характер. Она опровергает распространенное мнение об обязательной изотермичности пара вплоть до поверхности конденсации, равно как и гипотезу о переохлаждении пара вблизи границы.

Поскольку рассмотренная закономерность есть следствие строгой и тонкой теории, для подтверждения она нуждается в адекватно строгом эксперименте. Нетрудно видеть из приведенной иллюстрации, что опыты с парами металлов должны отличаться прецизионной точностью.

Можно полагать, что в целом приведенные примеры объективно доказывают необходимость и результативность последовательного применения сформулированных выше общих принципов решения задач фазового превращения.

#### Литература

1. Кочин Н.Е. К теории разрывов в жидкости: Собр. соч. М.: АН СССР, 1949. Т. 2. С. 5—42.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Ч. 1. М.: Наука, 1970. 492 с.
3. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
4. Лабунцов Д.А., Муратова Т.М. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 6. С. 1146—1150.

## ПРОЦЕССЫ ИНТЕНСИВНОГО ИСПАРЕНИЯ

В процессах испарения и конденсации любой конечной интенсивности состояние пара вблизи поверхности фазового перехода является неравновесным. Поверхностный слой пара формируется из двух встречных потоков молекул с различными функциями распределения (спектрами скоростей). Поток молекул, направленный от поверхности, определяется поверхностной эмиссией молекул. В простейшем случае при коэффициенте испарения (конденсации)  $\beta = 1$  этот поток имеет максвелловский спектр с температурой поверхности  $T_s$ , соответствующей ей равновесной числовой плотности пара  $n_s$  и нулевой скоростью конвективного движения. Встречный поток молекул формируется в более удаленных от стенки слоях пара, и его спектр иной. Вблизи границы раздела фаз возникает характерная область протяженностью в несколько длин свободного пробега молекул, в пределах которой оказываются неправомерными обычные макроскопические характеристики и построенные на их основе уравнения переноса градиентного вида (закон Фурье, закон вязкого трения Ньютона).

Единственной основой корректного описания этой области является аппарат кинетической теории газов. Поверхностный слой газа (пара) с описанным характером неравновесности принято называть в кинетической теории слоем Кнудсена. Убедительно показано [1], что описание многих неравновесных обменных процессов на границе конденсированной фазы не может быть осуществлено последовательно и непротиворечиво, если при анализе игнорируются явления в слое Кнудсена.

Характерная постановка задачи испарения может формулироваться следующим образом (рис. 1). При известной температуре поверхности испарения  $T_s$  и соответствующей ей равновесной числовой плотности пара  $n_s$ , каком-либо известном параметре пара вдали от границы, например, давлении  $p_\infty$ , требуется найти плотность потока испаряющегося вещества  $j = n_\infty u_\infty$  и остальные параметры пара вдали от границы — температуру  $T_\infty$ , плотность  $n_\infty$  (вместо давления  $p_\infty = nkT_\infty$  можно задать любую из величин  $n_\infty$  или  $T_\infty$ , а две оставшиеся будут подлежать определению).

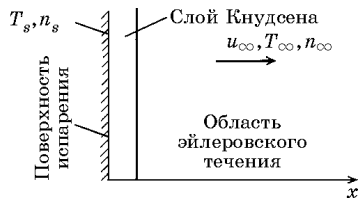


Рис. 1

Следующий пример имеет практический характер. Пусть, например, твердое тело или жидкость, находящиеся в среде собственного пара заданного давления, подвергаются воздействию мощного теплового излучения. Требуется определить интенсивность испарения вещества. Плотность теплового потока предполагается известной.

В результате повышения температуры поверхности  $T_s$  часть подведенного тепла расходуется на нагревание тела и вследствие теплопроводности отводится от поверхности. Расчет этой составляющей не вызывает принципиальных затруднений. Оставшаяся часть полного потока тепла вызывает испарение вещества. Каждая из составляющих зависит от температуры поверхности  $T_s$ , поэтому однозначное решение возможно лишь в том случае, когда известна взаимосвязь между температурой поверхности  $T_s$  и потоком  $j$  испаряемого вещества.

Количественной характеристикой интенсивности процессов испарения (так же, как и конденсации) является отношение конвективной скорости пара  $u_\infty$  (за пределами слоя Кнудсена) к наиболее вероятной тепловой скорости движения молекул в этой области

$$c_\infty = \sqrt{2RT_\infty}.$$

В настоящее время достаточно подробно исследованы малоинтенсивные (медленные) процессы испарения и конденсации, когда  $u_\infty/c_\infty \ll 1$ . В этом случае существенное упрощение анализа достигается путем линеаризации исходных зависимостей и данных. В работе [2] приведены результаты решений для этих условий, полученные с помощью моментного метода. Использовалось кинетическое уравнение Больцмана и упрощенное так называемое модельное кинетическое уравнение. Результаты решений обоих уравнений оказались близкими.

Для процесса испарения, схема которого приведена на рис. 1, рекомендуемые соотношения (при  $\beta = 1$ ) можно представить в виде:

$$\Delta T/T_s = 0,454u/c_s; \quad (1)$$

$$\Delta T/T_s = 0,270\Delta n/n_s; \quad (2)$$

$$j_p = 0,595(\rho_s - \rho_\infty)c_s. \quad (3)$$

В этих уравнениях  $\Delta T = T_s - T_\infty$ ,  $\Delta n = n_s - n_\infty$ ,  $\rho_s = mn_s$ ,  $\rho_\infty = mn_\infty$ ,  $c_s = \sqrt{2RT_s}$ ,  $j_p$  — поток массы,  $m$  — масса молекулы,  $R$  — индивидуальная газовая постоянная.

Результаты прямого численного решения модельного уравнения в линейном приближении [3] хорошо согласуются с результатами, полученными в [2].

В области фазовых переходов конечной и значительной интенсивности ( $u_\infty/c_\infty \approx 1$ ) лишь недавно были выполнены важные расчетные исследования [4, 5]. Особенно следует отметить работу [4], в которой путем численного решения модельного кинетического уравнения были получены основные качественные закономерности интенсивных (нелинейных) процессов испарения и конденсации, причем анализ относился к условиям, схематически показанным на рис. 1. В этой работе, в частности, было выявлено существование режима с максимальной интенсивностью испарения  $j_{\max}$ , при котором поток образующегося пара движется от поверхности с околосвуковой скоростью. К сожалению, из-за больших трудностей при вычислении (ухудшение сходимости итераций в зоне наибольших скоростей испарения) авторам [4] не удалось получить количественных характеристик для этих режимов.

В настоящее время остается открытым вопрос о том, насколько достоверно модельное кинетическое уравнение в области интенсивных процессов испарения (конденсации) описывает действительные закономерности. Численное решение полного кинетического уравнения Больцмана для этих условий весьма сложно,

поэтому определенный интерес представляют приближенные методы количественного описания закономерностей интенсивных процессов испарения и конденсации. Ниже кратко излагаются результаты одного из возможных вариантов приближенного анализа процессов испарения произвольной интенсивности.

В основу метода положены следующие соображения. Как известно, уравнения сохранения потока массы, нормальной компоненты импульса и энергии являются первыми тремя моментными уравнениями, следующими из кинетического уравнения. Эти уравнения справедливы как в области эйлеровского течения вдали от поверхности, так и внутри слоя Кнудсена вплоть до границы испарения. Следовательно, можно построить приближенное замкнутое описание процесса испарения, если для потока падающих на поверхность молекул предложить аппроксимацию функции распределения с одним свободным параметром. При подборе такой функции, кроме очевидных качественных соображений о физической правдоподобности, надо сформулировать дополнительное количественное условие аккуратного перехода итоговых соотношений в линейном приближении к уже известным решениям (1)—(3).

Оказалось, что таким требованиям хорошо удовлетворяет функция распределения

$$f_{v_x \leq 0} = \frac{An}{(2\pi RT_\infty)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\vec{v} - \vec{u}_\infty)^2}{2RT_\infty}\right], \quad (4)$$

где  $A$  — свободный параметр, определяемый в процессе решения;  $\vec{v}$  — скорость молекул,  $T_\infty$  и  $u_\infty$  — температура и макроскопическая скорость пара в эйлеровской области.

Принятое допущение означает, что поток летящих к поверхности молекул имеет спектр скоростей, подобный тому, который имеют молекулы пара в эйлеровской области, движущиеся в направлении к границе ( $v_x < 0$ ). Это отмечалось и в работе [3].

Поведение молекул, испаряющихся с поверхности, соответствует максвелловскому распределению с параметрами  $n = n_s$ ,  $T = T_s$  и  $u = 0$  [6, 7].

Кроме соотношения (4), для анализа и сравнения была применена также эллипсоидальная форма представления функции распределения [8], которая в рассмотренном случае описывала состояние пара на границе раздела фаз. Три из четырех ее свободных параметров определялись из условий совпадения односторонних потоков массы, импульса и энергии, движущихся от поверхности, с величинами, вычисляемыми по максвелловской функции распределения с параметрами  $T_s$ ,  $n_s$  и  $u = 0$ .

В расчетах предполагалось, что  $\beta = 1$ . Пересчет итоговых соотношений на условия  $\beta < 1$  проводился по методике, предложенной в [4].

В результате анализа было получено алгебраическое уравнение, численное решение которого давало возможность определить все искомые параметры. Результаты расчетов представлены в таблице, где используются следующие безразмерные величины:

$$n' = n_\infty/n_s; \quad T' = T_\infty/T_s; \quad j' = 2\sqrt{\pi} \frac{j}{n_s c_s}; \quad M_\infty = u_\infty/\sqrt{5RT_\infty/3}.$$

$j'$	$T'$		$n'$		$M_\infty$	
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>I</i>	<i>II</i>
0,05	0,994	0,992	0,977	0,976	0,015	0,016
0,10	0,986	0,983	0,948	0,948	0,035	0,033
0,15	0,980	0,975	0,927	0,925	0,050	0,050
0,20	0,972	0,966	0,899	0,898	0,070	0,070
0,25	0,964	0,956	0,873	0,871	0,091	0,090
0,30	0,956	0,947	0,847	0,845	0,111	0,112
0,35	0,946	0,935	0,816	0,815	0,137	0,137
0,40	0,936	0,924	0,786	0,785	0,164	0,163
0,45	0,926	0,913	0,758	0,757	0,186	0,191
0,50	0,914	0,900	0,725	0,724	0,222	0,224
0,55	0,899	0,885	0,686	0,690	0,263	0,261
0,60	0,884	0,868	0,650	0,652	0,305	0,304
0,65	0,869	0,853	0,615	0,612	0,347	0,352
0,70	0,844	0,826	0,562	0,568	0,420	0,416
0,75	0,814	0,796	0,506	0,512	0,510	0,505
0,80	0,765	0,751	0,426	0,449	0,664	0,638
0,82	0,703	0,721	0,345	0,411	0,883	0,724
0,84	—	0,652	—	0,341	—	0,942

*I* — расчет на основе аппроксимации данной работы, *II* — расчет на основе аппроксимации [8].

Графическая интерпретация результатов дана на рис. 2. Можно отметить хорошее взаимное согласование обоих вариантов в области интенсивного испарения. На этом же рисунке приведены данные [4] для области потоков  $j' < 0,7$ , где, по-видимому, расчет был достаточно точным, которые хорошо согласуются с результатами настоящего исследования.

На основе полученных результатов были построены интерполяционные соотношения, позволяющие легко производить необходимые расчетные оценки.

При  $\beta = 1$

$$\frac{u}{c_s} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{\Delta T}{T_s}; \quad (5)$$

$$\frac{\Delta T}{T_s} = 0,265 \frac{\Delta n}{\sqrt{n_s n_\infty}}; \quad (6)$$

$$j_p = 0,6(\rho_s - \rho_\infty)c_s(\rho_\infty/\rho_s)^{1/2}. \quad (7)$$

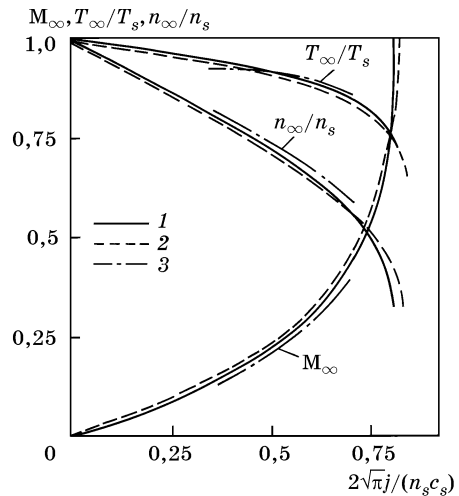


Рис. 2. Зависимость параметров процесса от интенсивности испарения

*1* — аппроксимация *I*; *2* — аппроксимация *II*; *3* — данные [4]

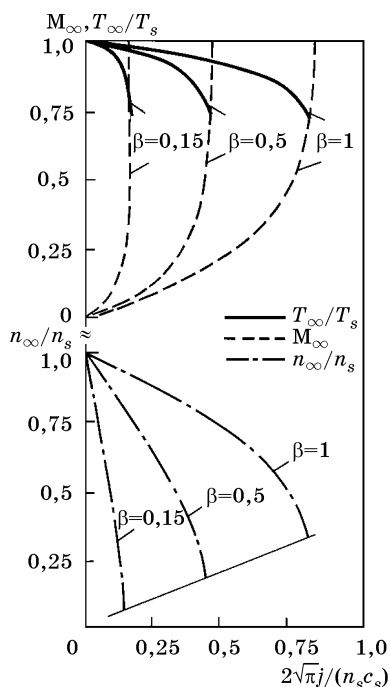


Рис. 3. Влияние изменения  $\beta$  на характеристики процесса

Изменения в характеристиках процесса, к которым приводит уменьшение коэффициента испарения (конденсации)  $\beta$ , показаны на рис. 3.

При произвольном  $\beta$  в соотношении (6)  $n_s$  заменяется на  $n_0$  по формуле

$$n_0 = n_s \left[ 1 - \frac{2\sqrt{\pi} j_p}{\rho_s c_s} \frac{1 - \beta}{\beta} \right], \quad (8)$$

а выражения (5) и (7) остаются без изменений.

Интересно отметить, что изменение параметров пара по мере увеличения интенсивности испарения происходит таким образом, что образующийся пар оказывается все более пересыщенным<sup>1)</sup>. Степень пересыщения  $p_\infty/p_s(T_\infty)$  можно определить, если использовать уравнение Клапейрона—Клаузиуса и приближенное правило Трутона  $RT_s/r = 0,10$  ( $r$  — теплота испарения). На рис. 4 показано изменение степени пересыщения (при  $\beta = 1$ ) в зависимости от интенсивности потока массы. Можно видеть, что еще до наступления режима с максимальной интенсивностью испарения  $j_{\max}$  степень пересыщения пара оказывается столь большой, что в действительности вблизи поверхности должен самопроизвольно возникать скачок гомогенной конденсации, сопровождающийся выпадением капель (кристаллов). Для описания этого процесса требуется привлечение теории гомогенной нуклеации.

Дополнительную информацию о некоторых предельных признаках процессов интенсивного испарения можно получить на основе принятого приближенного метода с использованием  $N$ -функции Больцмана как показателя неравновесности. Из кинетического уравнения Больцмана строго следует, что для стационарной одномерной задачи рассматриваемого типа пространственная производная потока  $N$ -функции всегда отрицательна:  $\partial \dot{N}_x / \partial x \leq 0$  (здесь  $\dot{N}_x$  — поток  $N$ -функции в направлении  $x$ ). При переходе от поверхности испарения (зона существенной неравновесности в паре) к области эйлеровского течения (локально равновесная зона) поток  $\dot{N}_x$  изменится на величину  $\Delta \dot{N}_x = \dot{N}_{0x} - \dot{N}_{\infty x}$ , которую можно легко вычислить с учетом постулированной функции распределения (4). Расчетные значения этой величины, приведенной к безразмерному виду,

$$\tilde{\Delta \dot{N}_x} = \frac{2\sqrt{\pi}}{n_s c_s} \Delta \dot{N}_x,$$

представлены графически на рис. 5 (кривая I) в виде функции от относительной конвективной скорости пара (интенсивности испарения). Там же приведена анало-

<sup>1)</sup> Наличие пересыщения пара в процессе испарения в линейном приближении отмечалось в работе [2].

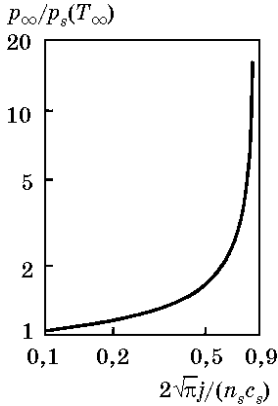


Рис. 4. Зависимость степени пересыщения пара от интенсивности потока массы

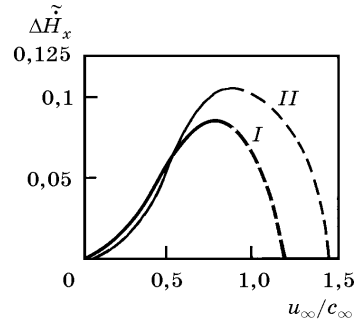


Рис. 5. Изменение степени неравновесности состояния при интенсивном испарении

Аппроксимации I и II

гичная зависимость (кривая II), полученная путем расчета на основе эллипсоидальной функции распределения. Изменение  $\Delta\tilde{H}_x(u_\infty/c_\infty)$  соответствует физическим представлениям о росте степени неравновесности по мере увеличения числа Маха потока пара. Максимум на кривых должен соответствовать предельной интенсивности испарения для реально осуществимых процессов при  $M \rightarrow 1$ <sup>1)</sup>.

Как видно из графика, полученные на основе заданных аппроксимаций расчетные значения предельной скорости испарения хорошо отражают эту теоретически предсказываемую тенденцию<sup>2)</sup>. Результаты анализа позволяют также признать, что привлечение  $H$ -функции Больцмана к рассмотрению существенно неравновесных задач (ранее, насколько известно никем не апробированное) может привести к интересным выводам, по крайней мере, качественного характера.

#### Литература

1. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
2. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
3. Макашев Н.К. // Ученые записки ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 3. С. 49—62.
4. Коган М.Н., Макашев Н.К. // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1971. № 6. С. 3—11.
5. Макашев Н.К. // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1972. № 5. С. 130—135.
6. Кнаке О., Странский И.Н. // УФН. 1959. Т. 68. № 2. С. 261—305.
7. Кучеров Р.Я., Рикенглас Л.Э. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 1 (7). С. 125—126.
8. Crout P.D. // J. Math. and Phys. 1936. Vol. 15. С. 1—54.

<sup>1)</sup> Нисходящие «нереалистичные» участки кривых формально могут свидетельствовать о неприменимости одномерной модели при приближении к скачку и в сверхзвуковой области. (Прим. ред.)

<sup>2)</sup> Для перехода к числу Маха  $M = u_\infty/a_\infty$  скорость  $u_\infty$ , отнесенную к наиболее вероятной скорости молекул  $c_\infty = \sqrt{2RT_\infty}$ , надо отнести к скорости звука  $a_\infty = \sqrt{\gamma RT_\infty}$ , где  $\gamma$  — отношение изобарной и изохорной теплоемкостей; для газа уравнения Больцмана без внутренних степеней свободы  $\gamma = 5/3$ , и  $u_\infty/c_\infty \cong 1,1u_\infty/a_\infty$ . (Прим. ред.)



## НЕРАВНОВЕСНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ИСПАРЕНИИ И КОНДЕНСАЦИИ

### Введение

Проблема описания механизма процессов испарения и конденсации на основе молекулярно-кинетических представлений уже давно привлекала к себе внимание ученых. Эти исследования приобрели систематический характер в последние 15—20 лет. К этому времени было осознано, что последовательное описание неравновесных эффектов, возникающих в паре вблизи границы фазового перехода, должно базироваться на общих методах молекулярно-кинетической теории неравновесных процессов с привлечением кинетического уравнения Больцмана. Рассматриваемая проблема представляет не только теоретический интерес. Она важна для широкого круга практических приложений, особенно в новых областях техники.

Ниже представлен обзор исследований процессов испарения и конденсации, как правило, в одномерной постановке для плоской границы раздела фаз. Обсуждаются основные закономерности и эффекты, а также методы анализа и расчетные рекомендации.

### Молекулярный механизм процессов

Поверхностная эмиссия молекул. Температура поверхности конденсированной фазы  $T_s$  определяет интенсивность поверхностной эмиссии молекул. Механика этого явления в общих чертах следующая: некоторая (вообще говоря, малая) часть молекул, находящихся на поверхности конденсированной фазы, вследствие хаотического теплового движения временно приобретает кинетическую энергию, превышающую энергию связи молекул, и отрывается от поверхности. Спектр эмитируемых молекул описывается максвелловской функцией распределения

$$f_{\xi \geq 0} = \frac{n}{(2\pi RT_s)^{3/2}} \exp(-\xi^2 / (2RT_s)). \quad (1)$$

Плотность молекул  $n$  в соотношении (1) равен или меньше плотности насыщенного пара  $n_s$  при температуре поверхности:

$$n = \beta n_s. \quad (2)$$

Коэффициент  $\beta \leq 1$ , называемый коэффициентом испарения (конденсации, «прилипания», захвата), является осредненной характеристикой состояния поверхности и физической природы конденсированной фазы. (Полный список обозначений приведен в конце статьи. — *Прим. ред.*)

Соотношения (1) и (2) находят обоснование при условиях термодинамического (фазового) равновесия и естественном предположении, что механизм испускания

---

Работа написана в 1976 г. Опубликовано в сб. Тепло- и массоперенос при интенсивном лучистом и конвективном нагреве. Минск: ИТМО им. Лыкова. 1977. С. 6—33. (*Прим. ред.*)

молекул поверхностью не зависит от состояния пара у поверхности. В условиях фазового равновесия к поверхности из парового объема движется поток молекул, имеющий максвелловский спектр с температурой  $T_s$  и плотностью  $n_s$ . В общем случае часть этого потока, в количестве, соответствующем  $\beta \leq 1$ , будет захвачена поверхностью, оставшаяся часть, пропорциональная  $(1 - \beta)$ , отразится без захвата. На основе принципа детального равновесия восполнение потока захваченных молекул должно компенсироваться таким же потоком испаряемых молекул с равновесным спектром, что и приводит к обоснованию (1) и (2).

Процессы испарения и конденсации. В неравновесных условиях между эмиссией и захватом падающих на поверхность молекул возникает дисбаланс, который и определяет результирующий поток массы  $j_1$ . Поскольку отраженные молекулы не изменяют степени проницаемости границы раздела фаз, поток массы  $j_1$  может быть вычислен как разность односторонних потоков массы в паре у поверхности ( $x_1 + 0$ ), направленных от границы и к ней:

$$j_1 = m \langle \xi_1 \rangle_+ - m \langle \xi_1 \rangle_- \quad (3)$$

Здесь символы  $\langle \rangle_+$  и  $\langle \rangle_-$  означают статистическое осреднение величины в скобках по спектрам скоростей молекул, летящих от границы и к границе соответственно. Поток летящих к границе молекул формируется вследствие столкновений в более далеких слоях пара. Его спектр отражает в среднем состояние пара в пристенной области. В противоположность этому, спектр скоростей испускаемых молекул вообще не зависит от состояния пара в объеме; он целиком определяется поверхностной эмиссией. В итоге функция распределения при  $x_1 \rightarrow 0$  в плоскости  $\xi_1$  приобретает характерное «разрывное» очертание, схематически показанное на рис. 1. При удалении от границы фазового перехода разрывный характер функции распределения вследствие молекулярных столкновений постепенно утрачивается. Перестроение носит асимптотический характер, однако основной вклад приходится на слой толщиной в несколько длин свободного пробега молекул. Этот слой принято называть слоем Кнудсена.

Вследствие разрывного характера функции распределения состояние пара в слое Кнудсена имеет специфический неравновесный характер. Здесь гидродинамическое (феноменологическое) описание неправомерно, а такие параметры пара, как температура, давление, скорость (определяемые по обычным правилам статистического осреднения) теряют привычный макроскопический смысл. Если, например, измерять давление, скорость и т.д. в пределах слоя Кнудсена с помощью каких-то измерителей, то показания будут зависеть от конструкции измерителя и не будут, вообще говоря, совпадать со статистическим вычислением той же величины. Все эти особенности исчезают за пределами слоя Кнудсена; здесь правомерны обычные гидродинамические построения. Внешняя область сплошной среды (рис. 2) часто именуется навье-стоксовской областью.

Неравновесность состояния пара в кнудсеновском слое нарастает по мере увеличения интенсивности фазового перехода. Количественной мерой интенсивности может служить отношение абсолютной величины скорости движения пара

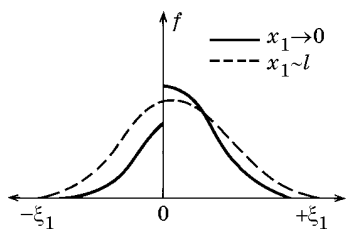


Рис. 1

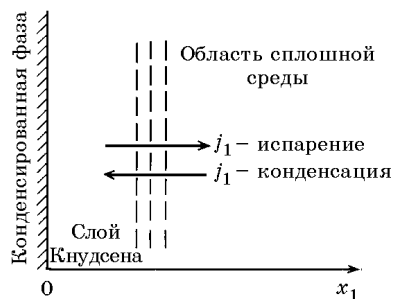


Рис. 2

по нормали к поверхности за пределами слоя Кнудсена  $|u_1|$  к наиболее вероятной тепловой скорости молекул  $c = \sqrt{2RT}$  :

$$|\tilde{u}| = |u_1| / \sqrt{2RT} . \quad (4)$$

Эта величина близка к числу Маха  $M_1 = |u_1| / \sqrt{5RT/3}$  .

Область малоинтенсивных процессов испарения и конденсации отвечает условию  $M_1 \ll 1$ . Такие процессы иногда называют «медленными», а теоретический анализ, в котором удерживаются лишь величины первой степени по отклонению от равновесия, — линейной теорией. Во многих приложениях реальные процессы относятся к области малоинтенсивных. Однако в последнее время резко возрос интерес и к весьма интенсивным процессам, для которых  $M \sim O(1)$ .

Изложенная картина качественно соответствует современной кинетической интерпретации. Специфическими для этого класса задач являются микроскопические граничные условия на поверхности фазового перехода: условия проницаемости поверхности, законы эмиссии, отражения и захвата молекул.

### Обзор ранних исследований

Анализу современных результатов целесообразно предпослать краткий обзор первых приближенных схем и методов расчета, характерных для раннего периода исследований. Введением в эту область может служить расчет интенсивности испарения вещества в вакуум. Поток массы  $j_1$  в таком процессе целиком определяется поверхностной эмиссией, если предположить, что все молекулы отводятся от границы. Расчет на основе функции распределения (1) дает известную величину одностороннего максвелловского потока массы

$$j_1 = m \langle \xi_1 \rangle = \beta m n_s \sqrt{\frac{RT_s}{2\pi}} . \quad (5)$$

Это выражение, учитывая уравнение состояния  $p = mnRT$ , можно записать как

$$j_1 = \beta \frac{P_s}{\sqrt{2\pi RT_s}} . \quad (5')$$

В таком виде соотношения (5) и (5') содержались уже в ранних работах Герца, Кнудсена, Лэнгмюра (см. обзор [1]) и интерпретировались как максимальная ин-

тенсивность испарения в вакуум. Отметим, что в строгой постановке стационарный процесс испарения в вакуум с плоской поверхности в действительности невозможен; поток массы  $j_1$ , определяемой формулой (5), на самом деле недостижим (выражения (5) правомерны при испарении сферы в вакуум при числах Кнудсена  $Kn \rightarrow \infty$ ). При наличии «у поверхности облака молекул» (характерное выражение этого периода) с плотностью  $n_\infty$  или давлением  $p_\infty$  скорость испарения будет ниже. Учет этого феномена может быть произведен, если в соотношения (5) или (5') ввести разности величин:

$$j_1 = \beta m(n_s - n_\infty) \sqrt{\frac{RT}{2\pi}}, \quad (6)$$

$$j_1 = \beta \frac{p_s - p_\infty}{\sqrt{2\pi RT}}; \quad (6')$$

в условиях термодинамического равновесия оба соотношения дадут правильный результат  $j_1 = 0$ . Формула (6), но чаще (6'), именуется формулой Герца—Кнудсена. Эти соотношения чрезвычайно широко использовались в расчетах процессов испарения и конденсации для экспериментального определения коэффициента  $\beta$ . Они и сейчас достаточно часто встречаются в прикладных руководствах и учебных пособиях. Более «строгое» обоснование формулы Герца—Кнудсена состоит в предположении, что поток летящих к поверхности молекул — такой же, как если бы пар у поверхности находился в равновесном состоянии с параметрами  $n_\infty$  (или  $p_\infty$ ) и  $T_\infty$  и был неподвижен ( $u_\infty = 0$ ). Тогда разность двух односторонних максвелловских потоков массы вида (1) должна определять результирующий расход

$$j = \beta \left( \frac{p_s}{\sqrt{2\pi RT_s}} - \frac{p_\infty}{\sqrt{2\pi RT_\infty}} \right). \quad (7)$$

Соотношение (7) также часто приводится в литературе. Если считать различие между  $T_s$  и  $T_\infty$  несущественным, то из соотношения (7) следует формула (6').

Использованная для получения формулы (7) интуитивная схема может быть уточнена за счет учета движения пара со скоростью  $u_\infty = j_1/mn_\infty$ . При этом выражение для обратного потока молекул, как известно, будет зависеть от скорости «конвективного движения пара у поверхности»:

$$m \langle \xi_1 \rangle = \frac{p_\infty}{\sqrt{2\pi RT_\infty}} \Gamma(\tilde{u}), \quad (8)$$

где

$$\Gamma(\tilde{u}) = \left\{ e^{-\tilde{u}^2} - \sqrt{\pi} \tilde{u} [1 - \operatorname{erf}(\tilde{u})] \right\}, \quad \tilde{u} = u_\infty / \sqrt{2RT_\infty}.$$

При  $\tilde{u} = 0$  соотношение тождественно предыдущему ( $\Gamma = 1$ ); при  $\tilde{u} > 0$  (испарение) учет движения пара снижает поток обратных молекул ( $\Gamma < 1$ ).

Уточненная таким образом формула Герца—Кнудсена

$$j_1 = \beta \left[ \frac{P_s}{\sqrt{2\pi RT_s}} - \Gamma(\tilde{u}) \frac{P_\infty}{\sqrt{2\pi RT_\infty}} \right] \quad (9)$$

содержится в работе [2], а ее упрощенный вариант — в давней работе [3].

Следует подчеркнуть противоречивость схемы, которая служит основанием для этих «выводов»: описание не учитывает действительной картины процесса и состояния пара у поверхности.

Попытки дальнейших уточнений на этой же основе привели, в целом, к неудовлетворительным результатам. Дело в том, что в рассматриваемых процессах, кроме условия сохранения массы, на основе которого получены приведенные формулы, должны выполняться также условия сохранения нормальной компоненты импульса и энергии. Попытка удовлетворить им в рамках той же схемы приводит к переопределенности описания и к абсурду. С другой стороны, в соотношениях (7), (9) температура  $T_\infty$  остается неопределенной, что свидетельствует о неполноте описания. Искусственные построения типа [4] не способствовали пониманию существа дела.

Эти трудности объективно доказали необходимость перехода к строгой кинетической формулировке задач. Улучшение приближенных методов представляется перспективным лишь при учете действительной картины неравновесного состояния пара у поверхности.

### Процессы испарения и конденсации малой интенсивности

Последовательное кинетическое описание малоинтенсивных процессов испарения—конденсации осуществляется в рамках линейной теории. При

$$M_1 \ll 1 \quad \left( \frac{|u_1|}{\sqrt{2RT}} \ll 1 \right) \quad (10)$$

отклонения функции распределения от локально равновесной малы во всей области, включая пристенный слой Кнудсена. Это оправдывает применение известных методов линеаризации на уровне кинетического описания [5]. Решение определяет поведение неравновесной функции распределения, ее перестройку от «разрывной» структуры при  $x = 0$  к непрерывной при  $x > 1$  ( $x = x_1 mnc / \mu$  — расстояние в масштабе длины пробега). На основе функции распределения определяются поля статистически осредненных параметров пара в пристенном слое Кнудсена.

На рис. 3 показан качественный характер изменения температуры и давления пара вблизи границы в процессе его конденсации для условий, когда пар в объеме заметно перегрет. Сплошные кривые отражают изменение «действительных» (статистически осредненных) параметров пара. Пунктирные линии характеризуют построение «экстраполированных» параметров. Они получены путем экстраполяции соответствующих профилей из внешней навье-стоксовской области к по-

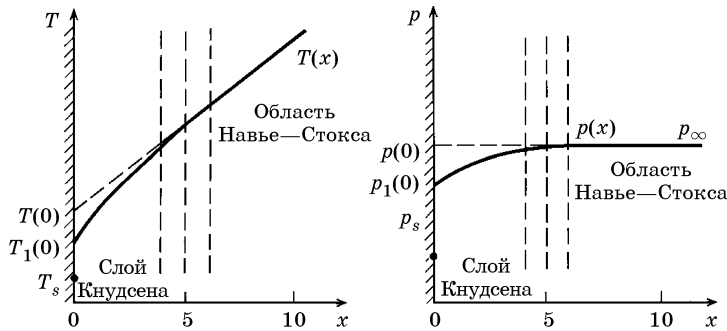


Рис. 3. Поле температур и давлений при «медленной» конденсации перегретого пара  
 $p_s$  — давление насыщения, соответствующее температуре  $T_s$  поверхности конденсированной фазы

верхности. Различия между линиями, равно как и наличие скачков на границе, обусловлены неравновесными эффектами в слое Кнудсена<sup>1)</sup>.

Детали поведения действительных характеристик пара в слое Кнудсена представляют теоретический интерес, но обычно несущественны для практических приложений из-за весьма малой толщины слоя Кнудсена. Для практики обычно достаточно знать лишь значения экстраполированных параметров (скачков) на границе  $T(0)$ ,  $p(0)$  или  $T(0) - T_s$ ,  $p(0) - p_s$ , которые позволяют построить с помощью обычных уравнений гидродинамики правильную картину процесса во всей области (кроме несущественного в приложениях тонкого слоя Кнудсена).

В работе [6] кинетический анализ процессов испарения—конденсации малой интенсивности был выполнен методом моментов. Описание строилось на основе кинетического уравнения Больцмана (максвелловские молекулы), а также на основе модельного кинетического уравнения Крука<sup>2)</sup>. Основные результаты, полученные в нескольких вариантах на уровне 8-моментного и 6-моментного описаний путем численного решения уравнений, определяют поля действительных и экстраполированных параметров в пристенной зоне. Различие между решениями на основе уравнений Больцмана и Крука оказалось несущественным. Здесь ограничимся рассмотрением рекомендованных в [6] соотношений для экстраполированных скачков (на основе уравнения Больцмана)<sup>3)</sup>:

$$\frac{p_s - p(0)}{p_s} = \frac{1 - 0,399\beta}{\beta} 2\sqrt{\pi} \tilde{j} + 1,107\tilde{q}, \quad (11)$$

$$\frac{T_s - T(0)}{T_s} = 0,454 \tilde{j} + 2,686\tilde{q}, \quad (12)$$

<sup>1)</sup> Осредненные характеристики в слое Кнудсена могут не иметь привычного макроскопического смысла. Например, «действительное» давление  $p_1(0)$  не может быть интерпретировано как давление, которое пар оказывает на поверхность конденсированной фазы.

<sup>2)</sup> Как известно, уравнение Крука проще уравнения Больцмана, но сохраняет его основные свойства; оно широко распространено в теоретических исследованиях.

<sup>3)</sup> Числовые коэффициенты приведены с точностью, необходимой для сравнения с другими источниками. (Прим. ред.)

где  $\tilde{j} = j_1 / (mn_s c_s) \cong u_1 / c_s$  — безразмерный поток вещества, в линейном приближении  $|\tilde{j}| \ll 1$ ;  $\tilde{q} = (2/5) q_1 / (p_s c_s)$  — безразмерный поток тепла теплопроводностью.

Когда потоки массы  $j_1$  и тепла  $q_1$  направлены от границы фаз к пару, они считаются положительными.

Соотношения (11) и (12) представляют гидродинамические граничные условия для процессов испарения и конденсации в линейном приближении, учитывающие неравновесные эффекты на границе фазового перехода. Можно видеть, что описание малоинтенсивных процессов испарения и конденсации полностью симметрично.

В работе [7] сообщаются результаты численного решения той же задачи на основе модельного кинетического уравнения Крука. Приведенные в таблице значения числовых коэффициентов в уравнениях (11) и (12) на основе работ [6, 7] показывают, что результаты этих исследований практически совпадают.

Относительная роль потоков массы  $\tilde{j}$  и тепла  $\tilde{q}$  в граничных условиях (11) и (12) может быть различной, в зависимости от вида изучаемой задачи. Так, при наличии продольного движения пара вдоль поверхности фазового перехода за пределами слоя Кнудсена располагается пограничный слой Прандтля. В этих условиях, в зависимости от сочетания значений температуры и давления пара в основном потоке,  $T_\infty$  и  $p_{\infty 2}$  и температуры поверхности конденсированной фазы  $T_s$ , знаки потоков массы  $j$  и тепла  $\tilde{q}$  и их относительная значимость в соотношениях (11) и (12) могут быть любыми. Анализ одной из характерных задач такого рода приведен в [6]. Дополнительно отметим, что возможно такое сочетание условий, когда поток массы отсутствует,  $\tilde{j} = 0$ . Тогда соотношение (11) определяет характерную для этого режима разность  $p_s - p(0)$ , соотношение (12) — скачок температур на границе, обусловленный только процессом теплопроводности. Можно видеть, что соотношение (12) переходит в известное решение для температурного скачка на непроницаемой границе.

Более простые условия, когда продольное движение пара отсутствует и остается лишь движение пара от (к) границе вследствие фазового перехода. В процессе испарения (как это нетрудно показать из уравнения энергии для внешней области течения) поток тепла отсутствует:  $\tilde{q} = 0$ . В процессах конденсации пара, когда  $(T_\infty - T_s) / T_s \ll 1$  (пар вдали не слишком перегрет или пересыщен), величина потока тепла  $\tilde{q}$ , как это показано в [6], оказывается малой более высокого порядка по сравнению с  $\tilde{j}$  и также может быть опущена.

Соотношение	Работа [6]; уравнение Больцмана	Работа [6]; уравнение Крука	Работа [7]; уравнение Крука
(11)	0,399	0,401	0,411
	1,107	0,048	0,135
(12)	0,454	0,430	0,44
	2,686	2,663	2,5

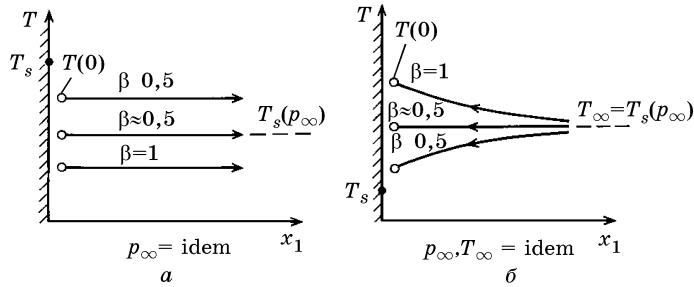


Рис. 4. Влияние коэффициента конденсации  $\beta$  на состояние пара вблизи границы  
 а — испарение, б — конденсация

Для этих условий соотношения (11) и (12) принимают более простой вид:

$$\frac{p_s - p(0)}{p_s} = \frac{1 - 0,399\beta}{\beta} 2\sqrt{\pi} \tilde{j}; \quad (13)$$

$$\frac{T_s - T(0)}{T_s} = 0,454 \tilde{j}. \quad (14)$$

На их основе можно провести анализ термодинамического состояния пара у поверхности, дополнив их уравнением линии насыщения (уравнением Клапейрона—Клаузиуса) в линейном приближении:

$$\frac{\Delta p}{p_s} = \frac{r}{RT_s} \frac{\Delta T}{T}, \quad (15)$$

где  $\Delta p$  и  $\Delta T$  — разности давлений и температур вдоль линии насыщения; безразмерная величина  $r/(RT_s)$  может быть при оценке принята равной примерно 10 для любых веществ при нормальных условиях (правило Трутона).

Итоги совместного рассмотрения этих соотношений следующие. При  $\beta = 1$  в процессе испарения от поверхности отводится пересыщенный пар; в процессе конденсации пар у границы становится перегретым, вне зависимости от его состояния вдали от границы. Если  $\beta \approx 0,5$ , при испарении образуется насыщенный пар, и он также становится насыщенным у границы при конденсации. При  $\beta < 0,5$  при испарении генерируется перегретый пар; в случае конденсации у границы пар оказывается пересыщенным. Эти специфические эффекты, отмечавшиеся впервые в работе [6], иллюстрируются качественными графиками на рис. 4 (слой Кнудсена скрыт, графики построены в квазимакроскопическом масштабе длин).

Сам факт наличия скачка температур на границе раздела фаз убедительно подтвержден прямыми измерениями [8]. Более тонкие эффекты термодинамического состояния пара у границы пока, насколько известно, экспериментально не проверялись.

#### Закономерности интенсивного испарения

По мере увеличения интенсивности фазового перехода неравновесность в слое Кнудсена нарастает. Это должно отразиться на общих закономерностях



протекания процессов испарения и конденсации. Недавно были выполнены первые исследования расчетного характера для таких условий. Они выявили основные особенности интенсивных процессов. В частности, в протекании интенсивных процессов испарения и конденсации установлена значительная несимметрия. По этой причине анализ таких процессов целесообразно проводить отдельно. В этом разделе далее речь будет идти о процессе испарения.

В работе [9] с помощью интегрального метода было проведено численное решение задачи интенсивного испарения на основе модельного кинетического уравнения Крука. Результаты расчета показывают, что при значительной интенсивности испарения скачки температуры и плотности становятся соизмеримыми с самими величинами температуры и плотности пара. Специально отмечается, что в исследуемом процессе «не может быть стационарного испарения в вакуум», и предельный расход массы, вычисленный на основе потока эмитируемых молекул, не достигается. Часть эмитируемых молекул после столкновений снова возвращается к поверхности; должен существовать максимальный расход, меньший, чем величина  $p_s / \sqrt{2\pi RT_s}$ . К сожалению, из-за уменьшения точности расчетов в области больших потоков массы, величина максимального расхода в этой работе не была найдена. В работе отмечалось, что при продольном обтекании паром поверхности испарения в режиме  $M_1 = O(1)$  должно происходить отеснение пограничного слоя, аналогичное сильному вдуву. Указан весьма простой универсальный прием пересчета результатов решения при  $\beta = 1$  на область значений коэффициента  $\beta < 1$ .

По-видимому, впервые значение максимального расхода при испарении было приближенно вычислено в [10]. В этой работе на основе модельного уравнения Крука численно решалась нестационарная задача расширения пара при его испарении в вакуум. Показано, что примерно через 20 «времен свободного пробега» происходит стабилизация обратного потока молекул, и расход испарения снижается от величины  $p_s / \sqrt{2\pi RT_s}$  в начальный момент примерно на 20 %. Таким образом, в режиме стационарного испарения с максимальным расходом примерно 1/5 из числа эмитируемых молекул вновь возвращается на поверхность и конденсируется. В режиме максимальной интенсивности испарения, по данным этого расчета, температура отходящего от поверхности пара равна  $T_\infty \approx 0,69T_s$ . Найденные в этом исследовании параметры режима максимальной интенсивности испарения хорошо согласуются с приближенными оценками, опубликованными ранее [11]. В работе [11] отмечалось также, что состояние пара в этом режиме отвечает значительному пересыщению. Отметим, что все приведенные выше результаты получены на основе модельного кинетического уравнения Крука. Решение той же задачи на основе полного уравнения Больцмана до сих пор не известно.

Описание интенсивного испарения может строиться также на основе приближенного анализа процессов в слое Кнудсена с привлечением интерполяционных аппроксимаций функции распределения. Примером такого исследования является весьма интересная работа [12], выполненная еще в 1936 г. и незаслуженно оставшаяся долгое время в тени. Это исследование посвящено описанию процесса

испарения. Автор исходил из того, что состояние пара у поверхности ( $x_1 \rightarrow 0$ ) должно быть существенно неравновесным, и это необходимо учитывать в расчете. Была выбрана аппроксимация в форме эллипсоидальной функции распределения, которая, как известно, отличается от максвелловской наличием разных мер средней скорости движения молекул в продольном и поперечном направлениях («продольная» и «поперечная» температуры). Эта функция содержит четыре свободных параметра: плотность, скорость, две «температуры». Три из них определялись на основе требования, чтобы потоки массы, импульса и энергии, определенные с помощью заданной функции, были равны потокам, которые переносятся эмитируемыми молекулами. Четвертый параметр и искомые характеристики процесса испарения определялись из законов сохранения потоков массы, импульса и энергии по всему спектру, записанных для сечения у поверхности (эллипсоидальная функция распределения) и области вдали от границы, где осуществляется эйлерово течение (локально равновесная функция с конвективной скоростью  $u_\infty$  и параметрами  $n_\infty$  и  $T_\infty$ ). Это дает полное и качественно верное решение задачи об испарении произвольной интенсивности. Количественные результаты исследования [12] находятся в хорошем соответствии с результатами численного решения работы [9]. Такое сравнение приведено ниже на рис. 5. К недостаткам работы [12] следует отнести то, что принятая аппроксимация функции распределения на поверхности приспособлена к граничным условиям на поверхности испарения «только в среднем» (по терминологии монографии М.Н. Когана [5]). Кроме того, в области малой интенсивности процесса это решение оказывается неточным; оно количественно плохо согласуется с соотношениями (13) и (14) линейной теории.

Недавно автор настоящего обзора совместно с А.П. Крюковым [13, 14] предложил иной метод приближенного расчета процессов испарения (и конденсации) произвольной интенсивности. Применительно к процессу одномерного испарения с плоской поверхности содержание метода сводится к следующему.

В слое Кнудсена строится аппроксимация функции распределения разрывного вида, состоящая из двух частей. Спектр молекул, летящих от поверхности, описывается максвелловской функцией с произвольными параметрами  $n$ ,  $T$ ,  $u$ . Встречный поток молекул описывается функцией распределения, пропорциональной функции распределения молекул на внешней границе кнудсеновского слоя:  $f_{\xi \leq 0} = A f_\infty$ , где  $A$  — четвертый свободный параметр задачи. Как известно (это можно строго обосновать), за пределами слоя Кнудсена в рассматриваемой одномерной задаче находится область эйлерова течения, так что функция распределения  $f_\infty$  представляет собой локальную максвелловскую функцию с неизменными параметрами  $n_\infty$ ,  $T_\infty$ ,  $u_\infty$ . Приведенная схема описания может интерпретироваться как четырехмоментная аппроксимация (свободные параметры  $n$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $A$ ). Она приспособлена к граничным условиям точно: при  $x \rightarrow 0$   $n = n_s$ ,  $T = T_s$ ,  $u = 0$ ; на внешней границе кнудсеновского слоя спектр летящих от поверхности молекул приспособлен к описанию внешнего течения: при  $x \rightarrow \infty$   $T = T_\infty$ ,  $u = u_\infty$ ,  $n = n_\infty$ . Интересной особенностью метода является то, что полное решение задачи об испарении (если не интересоваться поведением «действительных» параметров в слое Кнудсена, что для приложений не представляет интереса) получается на основе законов сохранения массы, нор-

мальной компоненты импульса и энергии, являющихся, как известно, первыми тремя уравнениями моментов общей системы моментных уравнений. Лишь для описания изменения характеристик в слое Кнудсена возникает необходимость привлечения четвертого уравнения для одного из моментов более высокого порядка.

Система уравнений сохранения при введении безразмерных параметров

$$\tilde{n}_\infty = n_\infty/n_s, \quad \tilde{T}_\infty = T_\infty/T_s, \quad \tilde{u}_\infty = u_\infty/\sqrt{2RT_\infty}$$

принимает вид:

$$\begin{aligned} 1 - A\tilde{n}_\infty\tilde{T}_\infty^{1/2}(\varphi - \sqrt{\pi}\tilde{u}_\infty\Psi_\infty) &= 2\sqrt{\pi}\tilde{n}_\infty\tilde{u}_\infty, \\ 1 + A\tilde{n}_\infty\tilde{T}_\infty\left[1 + 2\tilde{u}_\infty^2\right]\Psi - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\tilde{u}_\infty\varphi &= 2\tilde{n}_\infty\tilde{T}_\infty(1 + 2\tilde{u}_\infty^2), \\ 1 - A\tilde{n}_\infty\tilde{T}_\infty^{3/2}\left[1 + \frac{\tilde{u}_\infty^2}{2}\right]\varphi - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\tilde{u}_\infty\left(\frac{5}{2} + \tilde{u}_\infty^2\right)\Psi &= \sqrt{\pi}\tilde{n}_\infty\tilde{u}_\infty\tilde{T}_\infty\left(\frac{5}{2} + \tilde{u}_\infty^2\right), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\varphi = \exp(-\tilde{u}_\infty^2), \quad \Psi = 1 - \operatorname{erf}(\tilde{u}_\infty).$$

При одном заданном параметре (например,  $p_\infty = n_\infty T_\infty$ ), система становится замкнутой и может быть решена. Численные результаты решения табулированы<sup>1)</sup> и сопоставлены с решением [9] на графике рис. 5 (данные [9] ограничены значениями потоков  $2\sqrt{\pi}\tilde{j} \leq 0,7$ ).

На рис. 5 вдоль горизонтальной оси использован масштаб потока вещества

$$2\sqrt{\pi}\tilde{j} = 2\sqrt{\pi}j_1/(mn_s c_s) = 2\sqrt{\pi}n_\infty u_\infty/(n_s \sqrt{2RT_s})$$

; число Маха равно  $M_\infty = u_\infty/\sqrt{5RT_\infty/3}$ .

Все приведенные здесь результаты относятся к процессу испарения при  $\beta = 1$ .

Можно отметить хорошее взаимное согласование результатов исследований разными методами. В линейном приближении метод [13] дает соотношения (записанные при произвольном  $\beta$  в форме, удобной для сравнения с (13) и (14)):

$$\frac{p_s - p(0)}{p_s} = \frac{1 - 0,4\beta}{\beta} 2\sqrt{\pi}\tilde{j}, \quad (17)$$

$$\frac{T_s - T(0)}{T_s} = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\tilde{j}, \quad (18)$$

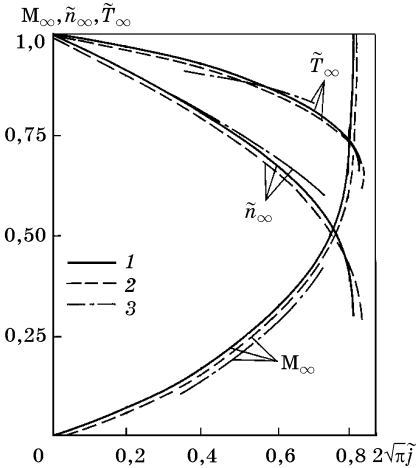


Рис. 5. Сравнение решений задачи об интенсивном испарении

1 — [13], 2 — [12], 3 — [9]

<sup>1)</sup> См. таблицу в работе [13], помещенной в этой книге под номером 33. (Прим. ред.)

где  $p(0) = p_\infty$ ,  $T(0) = T_\infty$ . Эти формулы практически совпадают с независимыми выводами линейной теории [6].

В поддержку достоверности предложенного приближенного метода может быть привлечена закономерность, связанная с поведением  $H$ -функции Больцмана. Изменение потока  $H$ -функции позволяет оценить изменение степени неравновесности состояния среды и вероятность процесса. Были вычислены изменения потока  $H$ -функции Больцмана при переходе от границы ( $x \rightarrow 0$ , неравновесное состояние пара, разрывный характер функции распределения) к внешней области эйлера течения ( $x \rightarrow \infty$ , локально равновесная функция распределения). На рис. 6 приращение потока  $H$ -функции Больцмана, представленного в безразмерном виде

$$\Delta \tilde{H} = \frac{(\dot{H}_0 - \dot{H}_\infty)}{n_s \sqrt{2RT_s}} 2\sqrt{\pi},$$

построено в зависимости от безразмерной скорости испарения  $u_\infty / \sqrt{2RT_\infty}$ , пропорциональной числу Маха  $M_\infty = u_\infty / \sqrt{5RT_\infty/3}$ .

Приращение  $\Delta \tilde{H}$  соответствует росту степени неравновесности состояния пара у границы по мере увеличения числа  $M_\infty$  потока пара. Здесь же для сравнения построена аналогичная зависимость для аппроксимации [12]. Максимум на кривых должен соответствовать достижению режима предельной интенсивности испарения, ограничивающего область реально осуществимых течений<sup>1)</sup>.

Этот режим, как видно из рис. 6, соответствует числу  $M_\infty \approx 1$ , что дает для предельного потока массы величину  $2\sqrt{\pi} j \approx 0,82$  (примерно 18 % испаряемых молекул вновь захватываются поверхностью). Эта величина, равно как и значение  $T_\infty \approx 0,70T_s$  в режиме предельного испарения, хорошо согласуется с результатами численного решения [10].

Пересыщение пара при  $\beta = 1$  иллюстрирует рис. 7, построенный по результатам решения [13] с привлечением уравнения Клапейрона—Клаузиуса и правила

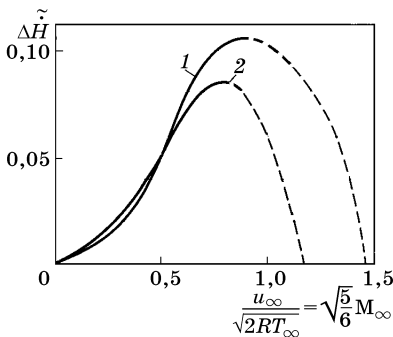


Рис. 6. Применении  $H$ -теоремы Больцмана для оценки степени достоверности аппроксимаций

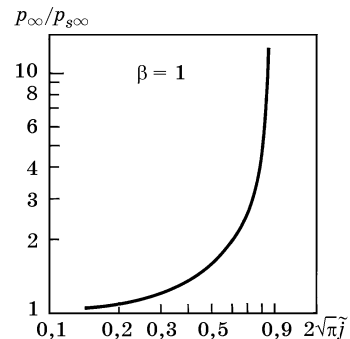


Рис. 7. Пересыщение пара при испарении

<sup>1)</sup> Примененный метод приближенного качественного анализа с привлечением  $H$ -функции Больцмана представляет интерес для анализа и других кинетических задач.

Трутона. Можно видеть, что еще до достижения предельного режима испарения пар, отходящий от границы, оказывается столь пересыщенным, что в действительности около границы испарения должна возникать объемная конденсация пара (скачок конденсации). Это заключение хорошо соответствует качественным оценкам [11]. Однако по мере уменьшения коэффициента  $\beta$  пересыщение пара снижается; при некоторых значениях  $\beta < 1$  пар становится насыщенным; при еще более низких коэффициентах  $\beta$  он может оказаться перегретым. Таким образом, выводы, содержащиеся в линейной теории, подтверждаются и в области интенсивного испарения; в количественном отношении здесь все эффекты сильнее.

Для практических приложений на основе приведенных выше результатов нами были составлены интерполяционные соотношения для описания процесса испарения произвольной интенсивности:

$$\frac{T_s - T_\infty}{T_s} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{u_\infty}{c_s}, \quad (19)$$

$$\frac{T_s - T_\infty}{T_s} = 0,265 \frac{\rho_s - \rho_\infty}{\sqrt{\rho_s \rho_\infty}}, \quad (20)$$

$$j_1 = 0,6 c_s \sqrt{\frac{\rho_\infty}{\rho_s}} (\rho_s - \rho_\infty) \quad (21)$$

( $c_s = \sqrt{2RT_s}$ ;  $\rho = mn$  — плотность пара). Соотношения записаны для  $\beta = 1$ . При произвольном  $\beta$  пересчет осуществляется по методу [9] путем замены величины  $\rho_s$  в соотношениях (20), (21) на величину  $\rho_0$ :

$$\rho_0 = \rho_s \left[ 1 - 2\sqrt{\pi} \frac{j_1}{\rho_s c_s} \frac{1 - \beta}{\beta} \right]. \quad (22)$$

В целом можно отметить, что закономерности интенсивного испарения к настоящему времени изучены достаточно подробно. Соотношения (19), (20), (21) могут быть использованы в практических приложениях. Они ограничены предельным режимом испарения, который наступает в случае  $\beta = 1$  при расходе:

$$j_{1 \text{ lim}} \approx (0,80 - 0,82) \frac{\rho_s c_s}{2\sqrt{\pi}}. \quad (23)$$

Для  $\beta < 1$  правомерен пересчет (23) по соотношению (22).

#### Интенсивная конденсация

Закономерности процессов конденсации пара значительной интенсивности к настоящему времени изучены недостаточно. В упоминавшейся выше расчетной работе [9] приведены результаты нескольких серий расчетов процесса конденсации для примерно одинаковых исходных параметров. Там же представлены два

<sup>1)</sup> Дополнительная информация о величине предельного потока массы содержится в работах [15, 16], в которых изучалась переко́нденсация в плоском слое. Предельный режим в этой системе будет существовать при  $\text{Kn} \rightarrow 0$ , если одна из поверхностей имеет температуру  $T \rightarrow 0$ . В [15] при  $\text{Kn} \approx 0,1$  получено  $2\sqrt{\pi} j_{\text{lim}} \approx 0,82$ ; в [16]  $2\sqrt{\pi} j_{\text{lim}} \approx 0,85$ .

графика изменения «действительных» параметров в слое Кнудсена. Очевидно, эти результаты представляют интерес с точки зрения качественного анализа явления. Качественные оценки перестройки картины внешнего течения пара в пограничном слое при наличии интенсивной конденсации содержатся в работе [7]. Конденсация может трактоваться как отсос вещества из пограничного слоя. Поэтому режим «сильной» конденсации,  $M_1 \approx 1$ , характеризуется практически полным «отсосом» пограничного слоя Прандтля, так что на внешней границе кнудсеновского слоя при этом находится уже зона эйлера течения.

Основные количественные результаты в широкой области режимных параметров для интенсивной конденсации получены к настоящему времени лишь на основе приближенного описания [14]. В этом исследовании рассматривается одномерная конденсация на плоской поверхности. Вся область течения разбивается на две подобласти: внешняя навье-стоксовская зона и слой Кнудсена. Описание течения во внешней зоне получено путем решения задачи одномерного движения вязкого теплопроводного пара, имеющего заданные параметры на бесконечности ( $n_\infty, T_\infty, -u_\infty$ ) и движущегося к проницаемой границе, на которой осуществляется отвод тепла теплопроводностью и имеется отличный от нуля поток вязкой составляющей нормального импульса. Состояние пара на этой границе (являющейся, согласно развиваемым представлениям, внешней границей слоя Кнудсена) неравновесно и описывается функцией распределения в форме 13-моментного приближения Грэда. Описание в слое Кнудсена строится, как и для процесса испарения, в виде разрывной аппроксимации. Поток эмитированных молекул, как и при испарении, описывается функцией распределения (1). Летящим на стенку молекулам ставится в соответствие функция, пропорциональная функции распределения на внешней границе слоя Кнудсена:

$$f_{\xi \leq 0} = A f_k,$$

где  $A$  — параметр задачи.

Замкнутое описание процесса конденсации получается после составления законов сохранения массы, нормальной компоненты импульса и энергии для трех сечений: поверхности конденсации, внешней границы слоя Кнудсена, сечения на большом удалении ( $x \rightarrow \infty$ ). Естественно, что такое построение позволяет описать достаточно интенсивные процессы конденсации, когда линейная теория уже неправомерна. Однако построение ограничивается числами  $M_\infty < 1$ , то есть областью дозвуковой конденсации. Это ограничение связано не только с формальными причинами; при  $M_\infty > 1$  зона проявления вязкости и теплопроводности при описании внешней области оказывается локализованной на расстояниях порядка длины пробега молекул от условной границы слоя Кнудсена, так что разделение течения на отмеченные выше области перестает быть оправданным.

Более существенно то, что сама постановка задач одномерной конденсации в сверхзвуковой области остается в физическом плане сейчас вообще недостаточно ясной. Поэтому дальнейшие результаты будут предполагать область течений при  $M_\infty < 1$ . Интересно отметить, что при фиксированной температуре поверхности  $T_s$  (и соответственно известной величине  $n_s$ ) для однозначного описания процесса одномерного испарения, рассмотренного выше, достаточно фиксировать

лишь один внешний параметр (например, давление  $p_\infty$ ). При тех же условиях однозначное описание процесса одномерной конденсации требует фиксации двух внешних параметров (например, давления  $p_\infty$  и температуры  $T_\infty$  пара вдали от поверхности). В этом отношении описание процессов испарения и конденсации несимметрично.

С помощью рассмотренного метода были рассчитаны различные режимы конденсации, охватывающие широкий диапазон изменения внешних параметров пара. На основе расчетных данных с учетом асимптотических особенностей в областях малой и значительной интенсивностей процесса была построена интерполяционная формула (погрешность  $< 5\%$ ) для потока массы при произвольной интенсивности процесса:

$$j_1 = 1,67 \frac{p_s - p_\infty}{\sqrt{2\pi RT_\infty}} \left[ 1 + 0,515 \ln \left( \frac{p_\infty}{p_s} \sqrt{\frac{T_s}{T_\infty}} \right) \right]. \quad (24)$$

Уравнение (24) описывает случай  $\beta = 1$  (заметим, что при принятом выборе знаков поток массы при конденсации  $j_1 < 0$ ). При  $\beta \neq 1$  осуществляется пересчет по той же методике [9]: величина  $\rho_s = p_s / RT_s$  в формуле (24) заменяется на величину  $\rho_0$  по соотношению (22). Пересчеты показывают, что даже при незначительном уменьшении  $\beta$  интенсивность конденсации резко снижается, что объясняется «экранированием» поверхности потоком отраженных молекул.

Соотношение (24) может применяться для практических расчетов и оценок интенсивной конденсации. Однако, ввиду его приближенного характера, желатель-

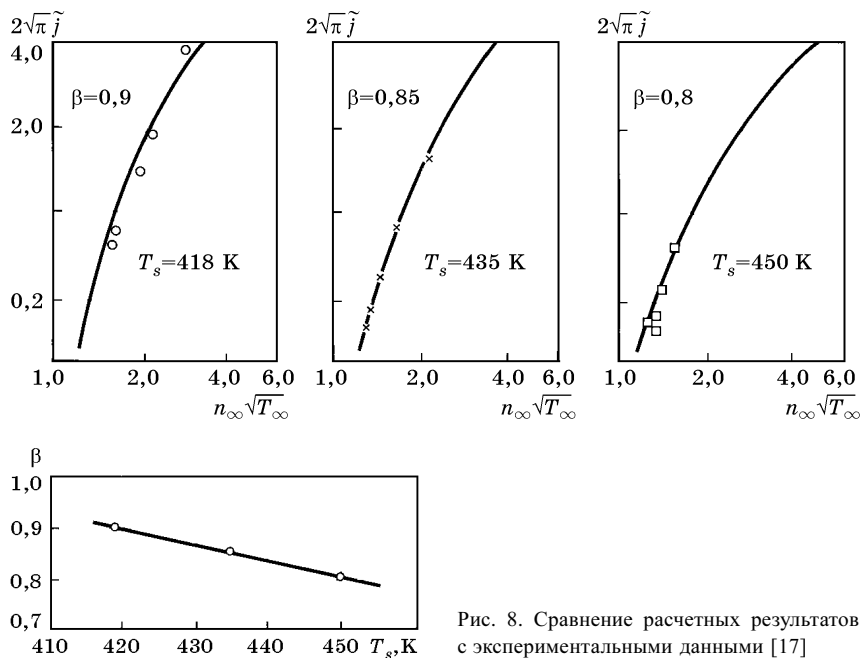


Рис. 8. Сравнение расчетных результатов с экспериментальными данными [17]

ны дальнейшие систематические теоретические исследования процессов интенсивной конденсации на строгой кинематической основе.

На основании соотношения (24) была проведена обработка и анализ экспериментальных данных работы [17]. В опытах происходила пленочная конденсация паров ртути на плоской вертикальной поверхности в условиях, когда числа  $M_\infty$  достигали значений 0,36. (По-видимому, это пока единственное подробное исследование процесса интенсивной конденсации. Большая масса данных по конденсации паров жидких металлов, систематизированная в [8], относится к малоинтенсивной «линейной» конденсации). Авторы работы [17] попытались на основе соотношений линейной теории определить коэффициент конденсации  $\beta$  по данным своих измерений и получили «парадоксальный» результат о зависимости  $\beta$  от интенсивности процесса (от потока массы). На рис. 8 представлены результаты обработки тех же опытных данных на основе соотношений (24) и (22). Можно видеть, что учет нелинейности конденсации исправляет результат: коэффициент конденсации не зависит от потока массы и несколько понижается по мере роста температуры поверхности. Последняя тенденция достаточно естественна. Эти результаты служат косвенной проверкой результатов проведенного исследования.

#### Обозначения

$f$  — функция распределения молекул по скоростям;  $K_n$  — число Кнудсена;  $M$  — число Маха;  $x_1$  — координата по нормали к поверхности;  $\vec{\xi}$  — скорость молекулы в лабораторной системе координат;  $u$  — макроскопическая скорость потока пара;  $m$  — масса молекулы;  $j_1$  — поток массы;  $T$  — температура;  $n$  — числовая плотность;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $q_1$  — удельный тепловой поток;  $\beta$  — коэффициент испарения (конденсации);  $r$  — удельная теплота испарения;  $R$  — индивидуальная газовая постоянная;  $\mu$  — вязкость пара; индексы:  $s$  — равновесный параметр при температуре межфазной поверхности  $T_s$ ;  $\infty$  — параметр при  $x_1 \rightarrow \infty$ .

#### Литература

1. Кнаке О., Странский И.Н. // УФН. 1959. Т. 68. № 2. С. 261—305.
2. Schrage R.W. Interphase mass transfer. N-Y.: Columb. Univ. Press. 1953. Chap. 2.
3. Rich R. // Helv. Phys. Acta. 1933. Vol. 6. N 2. P. 128—138.
4. Zwick S.A. // J. Appl. Phys. 1960. Vol. 31. N 10. P. 1735—1741.
5. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
6. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
7. Макашев Н.К. // Ученые записки ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 3. С. 49—62.
8. Ивановский М.Н., Сорокин В.П., Субботин В.И. Испарение и конденсация металлов. М.: Атомиздат, 1976. 216 с.
9. Коган М.Н., Макашев Н.К. // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1971. № 6. С. 3—11.
10. Анисимов С.И., Рахматулина А.Х. // ЖЭТФ. 1973. Т. 64. Вып. 3. С. 869—876.
11. Анисимов С.И. и др. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: Наука, 1970. 272 с.
12. Crout P.D. // J. Math. and Phys. 1936. Vol. 15. P. 1—54.
13. Лабунцов Д.А., Крюков А.П. // Теплоэнергетика. 1977. № 4. С. 8—11.
14. Крюков А.П. Изучение интенсивности процессов испарения и конденсации. Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. М., 1977.
15. Черемисин Ф.Г. // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1972. № 2. С. 176—178.
16. Fischer J. // Phys. Fluids. 1976. Vol. 19. N 9. P. 1305—1311.
17. Necmi S., Rose J.W. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1976. Vol. 19. N 11. P. 1245—1256.



## ОТРАЖЕНИЕ ЗВУКА ОТ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

При отражении звука от поверхности раздела жидкость—насыщенный пар большое значение при определенных условиях могут играть неравновесные эффекты, характерные для задач испарения и конденсации. В существующих теоретических работах эта сторона проблемы недостаточно исследована. Так, в [1] принято допущение об отсутствии неравновесных эффектов в паре. Состояние фаз на границе определяется из условия равенства их химических потенциалов. В [2—4] в описание вводились элементы неравновесности путем привлечения формул типа Герца—Кнудсена или формальных соотношений аппарата термодинамики неравновесных процессов. В этих случаях полного описания явления отражения звука достичь не удастся из-за неполноты или неопределенности замыкающих соотношений. Требуются дополнительные постулаты. Кроме того, работы [2, 4] относятся к специальным условиям, когда жидкой фазой является сверхтекучий гелий.

Цель данного анализа — разработка теории и метода расчета явления отражения звука от межфазной границы при учете эффектов неравновесности в паре в возможно более полной форме. Эта часть исследования базируется на результатах [5, 6]. Рассматриваются обычные некантовые жидкости.

## Постановка задачи

Плоская звуковая волна движется в пространстве, занятом насыщенным паром, и достигает свободной поверхности жидкости (рис. 1). Пусть в некоторый момент времени давление в падающей волне на границе с жидкостью оказывается повышенным и имеет значение  $p_0 + p_i$ , где  $p_0$  — невозмущенное давление насыщенного пара, соответствующее невозмущенной температуре  $T_0$  поверхности жидкости,  $p_i$  — величина амплитуды пульсаций давления в падающей волне. Вследствие повышения давления возникает конденсация пара на поверхности жидкости, и температура этой поверхности начинает увеличиваться.

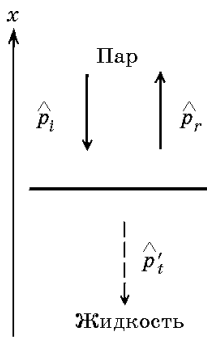


Рис. 1

Через интервал времени, равный полупериоду колебаний звуковой волны, картина меняется на обратную. Давление пара оказывается пониженным до  $p_0 - p_i$ , начинается испарение поверхностного слоя жидкости, температура границы раздела фаз понижается.

В результате в паре возникает отраженная волна звука с амплитудой  $p_r$ , в жидкости — проходящая волна звука с амплитудой  $p_i'$  (характеристики жидкой фазы будем пометать «штрихом»). Далее, из-за колебаний температуры фаз на гра-

нице, от этой поверхности в глубь паровой и жидкой фаз будут распространяться затухающие с глубиной температурные волны, определяемые механизмом нестационарной теплопроводности. Наконец, неравновесность, сопровождающая процессы испарения—конденсации, определяет ряд специфических эффектов, в том числе температурный скачок на границе.

Известно [7], что  $(\hat{p}_r)^2/(\hat{p}_i)^2$  представляет собой отношение интенсивностей потоков энергии отраженной ( $r$ ) и падающей ( $i$ ) звуковых волн. Величину  $R = |\hat{p}_r/\hat{p}_i|$  будем называть коэффициентом отражения звука.

### Математическое описание

На межфазной поверхности должны выполняться условия сохранения полных потоков массы, импульса и энергии, составляющие в совокупности так называемые универсальные условия совместности.

Условия сохранения потока массы:

$$\rho(u - \xi) = \rho'(u' - \xi) = j, \quad (1)$$

где  $\rho$ ,  $u$ ,  $\rho'$ ,  $u'$  — плотность и скорость движения пара и жидкости;  $\xi$  — скорость движения границы раздела фаз;  $j$  — плотность потока вещества.

Условия сохранения потока импульса:

$$\hat{p} = \hat{p}', \quad (2)$$

где  $\hat{p}$ ,  $\hat{p}'$  — пульсации давления соответственно в паре и жидкости; невозмущенные давления в фазах, очевидно, равны.

В соотношении (2) опущены квадратичные по  $u$  члены, как малые более высокого порядка, и слагаемые вида  $\mu du/dx$  ( $\mu$  — вязкость среды), которые также несущественны. Оценка, например, для пара дает  $\mu du/dx \sim \rho l p$  ( $l$  — длина свободного пробега молекул пара,  $L$  — длина звуковой волны,  $p$  — возмущение давления в паре). В континуальном режиме, для которого обосновано гидродинамическое описание звука,  $l/L \ll 1$ .

Условие сохранения потока энергии:

$$q + rj = q', \quad (3)$$

где  $q$ ,  $q'$  — плотности потока тепла в паре и жидкости на границе фаз,  $r$  — теплота парообразования.

Соотношения (1)—(3) дополняются двумя специальными условиями совместности, которые отражают эффекты неравновесности фазового перехода в паре на межфазной поверхности. Они получены в [5, 6] на основе решения кинетического уравнения Больцмана моментным методом в линейном приближении. Эти соотношения имеют вид:

$$T'|_{x=0} - T|_{x=0} = A_1 j + B_1 q, \quad (4)$$

$$p_s - p_V = A_2 j + B_2 q. \quad (5)$$

Здесь  $T'|_{x=0}$ ,  $T|_{x=0}$  — температуры жидкости и пара на границе раздела фаз;  $p_s$  — давление насыщения, соответствующее температуре  $T'|_{x=0}$ ;  $p_V$  — давление пара (полное, с учетом падающей и отраженной волн звука).

Коэффициенты в (4) и (5) имеют вид [5, 6]:

$$A_1 = 0,454 \frac{T_0}{\rho_0 \sqrt{2\tilde{R}T_0}}, \quad B_1 = 1,074 \frac{T_0}{\rho_0 \sqrt{2\tilde{R}T_0}},$$

$$A_2 = 2\sqrt{\pi} \frac{1 - 0,399\beta}{\beta} \frac{p_0}{\rho_0 \sqrt{2\tilde{R}T_0}}, \quad B_2 = 0,443 \frac{1}{\sqrt{2\tilde{R}T_0}},$$

где  $\tilde{R}$  — индивидуальная газовая постоянная;  $\beta$  — коэффициент испарения—конденсации.

Следует отметить два момента, связанных с включением в анализ условий (4) и (5).

1. Эти соотношения получены для стационарных режимов испарения и конденсации. При отражении звуковой волны процессы испарения и конденсации реализуются в условиях нестационарных. Однако временной масштаб нестационарности (период звуковой волны), равный  $L/a$ , существенно больше времени кинетической релаксации, имеющего порядок времени между столкновениями молекул ( $a$  — скорость звука в паре). Поэтому соотношения (4) и (5) правомерны также для условий данного анализа.

2. Привлечение двух неравновесных граничных условий (4), (5) позволяет получить замкнутое описание явления с необходимой детализацией.

Будем рассматривать монохроматические волны, движущиеся по нормали к межфазной границе. В них все характеристики являются простыми периодическими (гармоническими) функциями времени. Учитывая линейность анализа, «такие функции обычно бывает удобным писать в виде действительной части комплексного выражения» [7] вида

$$\hat{\phi} e^{i\omega(t \pm x/a)}, \quad (6)$$

где  $\hat{\phi}$  — амплитуда колебания соответствующей характеристики, например, давления, скорости, плотности и т.д. (величина  $\phi$ , вообще говоря, комплексная);  $t$  — время;  $x$  — координата по нормали к межфазной поверхности;  $a$  — скорость распространения волны звука.

Например, колебания давления в падающей ( $i$ ) и отраженной ( $r$ ) волнах описываются соотношениями  $\hat{p}_i e^{i\omega(t+x/a)}$ ,  $\hat{p}_r e^{i\omega(t-x/a)}$ , колебания давления в проходящей ( $t$ ) волне в жидкости  $\hat{p}'_t e^{i\omega(t+x/a')}$ , где  $a'$  — скорость звука в жидкости (амплитуды  $\hat{p}_i$ ,  $\hat{p}_r$ ,  $\hat{p}'_t$  в общем случае — комплексные числа). Возмущение давления в паре определяется суперпозицией колебаний давления в падающей и отраженной волнах.

Введем комплексное число  $R_r = \hat{p}_r / \hat{p}'_t$ , тогда искомым коэффициентом отражения звука  $R$  есть модуль  $R_r$ , т.е.

$$R = (R_r R_r^*)^{1/2}.$$

Скорость пара определяется как суперпозиция скоростей в падающей и отраженной волнах:

$$u = \hat{u}_i e^{i\omega(t+x/a)} + \hat{u}_r e^{i\omega(t-x/a)}.$$

Скорость жидкости, вызываемая проходящей волной звука, равна  $u' = \hat{u}'_i e^{i\omega(t+x/a')}$ . Между амплитудами  $p$  и  $u$  имеется взаимосвязь, определяемая уравнениями движения Эйлера (см., например, [7]):

$$\hat{p}_i = -\rho a \hat{u}_i, \quad \hat{p}_r = \rho a' \hat{u}_r, \quad \hat{p}'_t = -\rho' a' \hat{u}'_t. \quad (7)$$

Как известно, пульсации давления в звуковой волне порождают пульсации температуры вследствие изоэнтропийного сжатия вещества:

$$\hat{T}_s = (\partial T / \partial p)_s \hat{p}.$$

Наряду с таким изменением температуры, около границы раздела существуют температурные волны, вызванные пульсациями температур фаз на границе. Эти волны представляют собой решения уравнения теплопроводности

$$\partial \hat{T}_\lambda / \partial t = \kappa \partial^2 \hat{T}_\lambda / \partial x^2, \quad (8)$$

где  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности среды. Решения (8) имеют вид:

$$\hat{T}_\lambda = \hat{T} \exp \left[ i\omega t - \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} x \right], \quad x > 0, \quad (9)$$

$$\hat{T}'_\lambda = \hat{T}' \exp \left[ i\omega t + \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{\kappa'}} x \right], \quad x < 0.$$

В итоге температуры фаз будут

$$T = T_0 + \hat{T}_s + \hat{T}_\lambda, \quad T' = T_0 + \hat{T}'_s + \hat{T}'_\lambda. \quad (10)$$

Существенно, что пространственным масштабom температурных возмущений  $\hat{T}_\lambda$  являются величины порядка  $\sqrt{\kappa/\omega}$  (глубина проникновения волны). Для пара справедлива оценка  $\sqrt{\kappa/\omega} \sim \sqrt{1L}$  и ясно, что  $\sqrt{\kappa/\omega} \ll L$ .

На рис. 2 схематически показана картина изменения температуры пара вблизи границы, иллюстрирующая величину пространственных масштабов. При вычислении потоков тепла на поверхности ( $q = -\lambda \partial T / \partial x|_{x=0}$ ,  $\lambda$  — теплопроводность) должна учитываться лишь составляющая температурного поля  $\hat{T}_\lambda$ .

Потоки тепла в соответствии с (9) определяются соотношениями

$$q = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \lambda \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} \hat{T} e^{i\omega t}, \quad (11)$$

$$q' = -\frac{1+i}{\sqrt{2}} \lambda' \sqrt{\frac{\omega}{\kappa'}} \hat{T}' e^{i\omega t}.$$

С учетом (11) условие энергетического баланса (3) получает вид

$$\frac{1+i}{\sqrt{2}} \lambda \hat{T} \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} + rj = -\frac{1+i}{\sqrt{2}} \lambda' \hat{T}' \sqrt{\frac{\omega}{\kappa'}}, \quad (12)$$

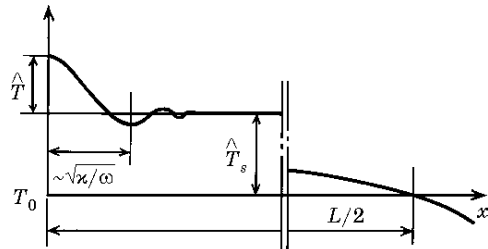


Рис. 2. Характерное распределение температуры в паре вблизи границы с жидкостью при отражении звуковой волны

где  $\hat{j}$  — амплитуда плотности потока массы  $j = \hat{j}e^{i\omega t}$ .

Из условия (2) следует

$$\hat{p}_i + \hat{p}_r = p'_t. \quad (13)$$

Условие материального баланса (1), после исключения  $\xi$  и использования (7), дает

$$\hat{j} = \frac{\rho\rho'}{\rho' - \rho} \left( \frac{\hat{p}_i - \hat{p}_r}{\rho a} - \frac{\hat{p}'_t}{\rho' a'} \right). \quad (14)$$

С учетом (9)—(14) кинетические условия (4), (5) принимают вид

$$\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s \hat{p}'_t + \hat{T}' - \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s (\hat{p}_i + \hat{p}_r) - \hat{T} = A_1 \hat{j} + B_1 \frac{1+i}{\sqrt{2}} \lambda T \sqrt{\frac{\omega}{\chi}}, \quad (15)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{eq} \left[ \hat{T}' + \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)'_s \hat{p}'_t \right] - (\hat{p}_i + \hat{p}_r) = A_2 \hat{j} + B_2 \frac{1+i}{\sqrt{2}} \lambda T \sqrt{\frac{\omega}{\chi}}. \quad (16)$$

Здесь  $(\partial p / \partial T)_{eq}$  — производная вдоль линии насыщения вещества.

Полученная система уравнений (12)—(16), линейных относительно амплитуд, содержит шесть неизвестных амплитуд:  $p_i, p_r, p'_t, T, T', j$ . Система уравнений (12)—(16) позволяет найти коэффициент отражения звука  $[p_r/p_i]$  и остальные коэффициенты преобразования звука. В результате решения можно получить полные поля скоростей, давлений, температур в обеих фазах.

### Результаты решения и анализ

Для определения коэффициента отражения звука  $R$  уравнения (12)—(16) записываются относительно безразмерного (в общем случае комплексного) коэффициента  $R_r = p_r/p_i$ . Опуская детали алгебраических преобразований (ввиду их некоторой громоздкости), приведем результат решения:

$$R_r = (1 - Z) / (1 + Z). \quad (17)$$

Здесь параметр  $Z$  равен

$$Z = \rho a / (\rho' a') + Y. \quad (18)$$

При  $Y = 0$  решение (17) соответствует «классическому» результату для непроницаемой границы газ-жидкость (см., например, [7]).

Величина  $Y$  отражает физические эффекты, связанные с фазовыми переходами. Она определяется выражением

$$Y = \frac{1 - E' - EN}{(1 - N)D - NA_1^0 + A_2^0}. \quad (19)$$

Все величины в (19) безразмерны и равны:

$$E' = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)'_s \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{eq}; \quad E = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{eq}; \quad A_1^0 = A_1 \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{eq} \frac{\rho'}{a(\rho' - \rho)};$$

$$A_2^0 = \frac{\rho'}{a(\rho' - \rho)} A_2 = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \frac{1 - 0,399\beta}{\beta} \frac{\rho'}{\rho' - \rho};$$

$$D = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{\rho'}{\rho' - \rho} \frac{r(\partial p / \partial T)_{eq}}{\lambda' \sqrt{\omega / \kappa'} a};$$

$$N = \frac{\sqrt{\lambda c_p \rho / (\lambda' c'_p \rho')} + ((1+i) / \sqrt{2}) \lambda \sqrt{\omega / \kappa} B_2 (\partial T / \partial p)_{eq}}{1 + \sqrt{\lambda c_p \rho / (\lambda' c'_p \rho')} + ((1+i) / \sqrt{2}) \lambda \sqrt{\omega / \kappa} B_1},$$

где  $c_p, c'_p$  — изобарные теплоемкости соответственно пара и жидкости,  $k$  — показатель адиабаты газа.

Влияние свойств двухфазной системы на явление отражения звука можно проанализировать путем оценки параметров, входящих в формулу (19).

В приведенном ниже исследовании используются следующие соотношения термодинамики и молекулярно-кинетической теории газов:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \frac{T}{c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \frac{1}{c_p \rho}; \quad \kappa \approx \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8}{\pi} \tilde{R} T_0 l}; \quad a = \sqrt{k \tilde{R} T_0};$$

$$\omega = 2\pi \frac{a}{L} = 2\pi \frac{a'}{L}; \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{eq} = \frac{r \rho' \rho}{T(\rho' - \rho)}; \quad c_p = \frac{k}{k-1} \tilde{R}$$

( $v$  — удельный объем,  $\tilde{R}$  — индивидуальная газовая постоянная).

С помощью этих соотношений и учитывая, что  $\rho/\rho' \ll 1$ ,  $[(T_0/v')(\partial v'/\partial T_0)_p] \ll 1$ ,  $[r/(\tilde{R} T_0)] \sim 10$ ,  $(k-1)/k = 2/5$  для атомарного газа и меньше для многоатомных, оценим параметры в (19):

$$E' = \frac{\rho c}{\rho' c'_p} \frac{k-1}{k} \frac{r}{\tilde{R} T_0} \left[ \frac{T_0}{v'} \left(\frac{\partial v'}{\partial T}\right)_p \right] \ll 1;$$

$$E = \frac{k-1}{k} \frac{r}{\tilde{R} T_0} \approx 4; \quad D \approx \frac{1-i}{\sqrt{2}} 0,15 \sqrt{\frac{\lambda c_p \rho}{\lambda' c'_p \rho'}} \left(\frac{r}{\tilde{R} T_0}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{l}};$$

$$A_1^0 = 0,25 \frac{r}{\tilde{R} T_0} \approx 2,5; \quad A_2^0 = 1,941 \frac{1-0,399\beta}{\beta} \text{ при } k = 5/3.$$

Для оценки параметра  $N$  рассмотрим порядок двух величин:

$$\frac{1+i}{2} \lambda \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} B_2 \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{eq} \approx (1+i) 1,2 \sqrt{\frac{l}{L}} \frac{\tilde{R} T_0}{r} \ll 1,$$

$$\frac{1+i}{2} \lambda \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} B_1 \approx \frac{1+i}{\sqrt{2}} \frac{k^2}{k-1} \sqrt{\frac{l}{L}} \frac{\tilde{R} T_0}{r} \approx (1+i) 3 \sqrt{\frac{l}{L}} \ll 1.$$

Тогда с хорошей точностью

$$N = \left[ \sqrt{\frac{\lambda c_p \rho}{\lambda' c'_p \rho'}} + (1+i) 1,2 \sqrt{\frac{l}{L}} \frac{\tilde{R} T_0}{r} \right] \ll 1.$$

Имея в виду приведенные оценки, соотношение (19) можно упростить и записать в виде

$$Y \approx 1 / (D - N A_1^0 + A_2^0). \quad (20)$$

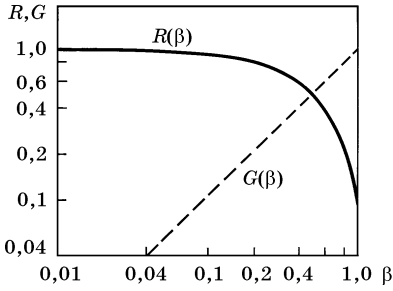


Рис. 3. Зависимость коэффициентов отражения звука и проницаемости от величины коэффициента  $\beta$

При анализе данного выражения заметим, что при любых  $\beta \leq 1$  величина  $A_2^0$  будет  $A_2^0 \geq 1,163$  ( $k = 5/3$ ), а при  $\beta \rightarrow 0$  возрастает неограниченно:  $A_2^0 = (1,941/\beta) \rightarrow \infty$ . Поэтому в области параметров, где  $D$  и  $NA_1^0$  оказываются существенно меньше единицы, коэффициент отражения может значительно отличаться от «классического» значения  $R \approx 1$  и зависеть от коэффициента конденсации  $\beta$ :

$$R \approx \frac{A_2^0 - 1}{A_2^0 + 1} \quad \text{при } |D| \ll 1, \quad |NA_1^0| \ll 1. \quad (21)$$

График этой зависимости  $R(\beta)$  приведен на рис. 3 и, как можно видеть, в диапазоне  $\beta = 0,01—1$  величина  $R$  изменяется в  $\sim 13$  раз. Таким образом, в данном исследовании показано, что неравновесные процессы испарения—конденсации на межфазной поверхности могут радикально изменять интенсивность отраженной волны, существенно снижая коэффициент отражения по сравнению со случаем непроницаемой границы газ-жидкость.

Этот эффект интересен в практическом отношении тем, что позволяет по измененному коэффициенту отражения  $R$  найти коэффициенты конденсации  $\beta$ . Как известно, другие методы измерения  $\beta$  достаточно сложны и трудоемки. Предлагаемый здесь новый способ измерения коэффициента конденсации  $\beta$  применим для двухфазных систем с жидкими щелочными металлами.

В приведенной ниже таблице представлены параметры  $\sqrt{\lambda c_p \rho / (\lambda c_p \rho)'} / lL$  (при частоте звука  $10^3$  Гц),  $r/\tilde{RT}_0$ ,  $D$ ,  $NA_1^0$  для натрия, калия, лития, на основе которых легко рассчитать коэффициент отражения звука от поверхности конденсированной фазы. Результат показывает, что область существенного влияния неравновесности процессов испарения—конденсации на отражение звука для таких веществ достаточно широка.

Для анализа эффекта целесообразно ввести так называемый «коэффициент проницаемости границы»

$$G = \left| \hat{j}a/\hat{p}_i \right|, \quad (22)$$

который характеризует относительную интенсивность поперечного потока массы  $|\hat{j}|$ , пересекающего границу при испарении—конденсации в процессе отражения (прохождения) падающей звуковой волны. Коэффициент  $G$  не имеет аналога в «классическом» случае; он выражается комплексным числом и равен

$$G = |G_j| = (G_j G_j^*)^{1/2}. \quad (23)$$

Как следует из (13), (14) и (17),

$$G_j \equiv \frac{\hat{j}a}{\hat{p}_i} = -\frac{\rho'}{\rho' - \rho} \left[ (1 - R_r) - \frac{\rho a}{\rho' a'} (1 + R_r) \right]. \quad (24)$$

Параметр	Вещество		
	Na		
$T_0$ , К	600	700	800
$p_0$ , Н/М <sup>2</sup>	4,8	96,4	888
$\sqrt{\lambda c_p \rho / (\lambda c_p \rho)'}'$	$2,65 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$4,7 \cdot 10^{-5}$
$l/L$ , при $f = 10^3$ Гц	$8,9 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$2,55 \cdot 10^{-5}$
$r/(\tilde{R}T_0)$	20,5	17,4	15,0
$D/[(1-i)/\sqrt{2}]$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	0,32
$NA_1^0/[(1+i)/\sqrt{2}]$	$4 \cdot 10^{-2}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$
	K		
$T_0$ , К	500	600	700
$p_0$ , Н/М <sup>2</sup>	3,2	86,2	970
$\sqrt{\lambda c_p \rho / (\lambda c_p \rho)'}'$	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$1,33 \cdot 10^{-5}$	$4,95 \cdot 10^{-5}$
$l/L$ , при $f = 10^3$ Гц	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-5}$
$r/(\tilde{R}T_0)$	20,6	16,9	14,2
$D/[(1-i)/\sqrt{2}]$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$	0,23
$NA_1^0/[(1+i)/\sqrt{2}]$	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$8,3 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$
	Li		
$T_0$ , К	900	1100	1300
$p_0$ , Н/М <sup>2</sup>	12,7	519,3	6,67
$\sqrt{\lambda c_p \rho / (\lambda c_p \rho)'}'$	$5 \cdot 10^{-6}$	$3,7 \cdot 10^{-5}$	$1,45 \cdot 10^{-4}$
$l/L$ , при $f = 10^3$ Гц	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$
$r/(\tilde{R}T_0)$	20	16	13
$D/[(1-i)/\sqrt{2}]$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-1}$	1,02
$NA_1^0/[(1+i)/\sqrt{2}]$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$

Величина  $G_j$  выражается через  $Y$  и  $Z$  с помощью простой зависимости

$$G_j = -\frac{2Y}{1+Z} \left( \frac{\rho'}{\rho' - \rho} \approx 1 \right). \quad (25)$$

В условиях существенного влияния неравновесности процессов испарения—конденсации, то есть при  $|D| \ll 1$ ,  $|NA_1^0| \ll 1$ , коэффициент проницаемости  $G$  зависит лишь от коэффициента конденсации:

$$G = 2/(1 + A_2^0) \quad (26)$$

(здесь предполагается также, что  $\rho a \ll \rho' a'$ ) и изменяется от 0,923 при  $\beta = 1$  до весьма малых значений при  $\beta \ll 1$  по асимптотике  $G = 1,03\beta$ . Вид этой зависимости приведен на рис. 3.



Результат анализа в целом состоит в том, что обнаружена область параметров, в которой коэффициент отражения может принимать аномально малые значения и существенно зависеть от коэффициента конденсации.

#### Литература

1. Черникова Д.М. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. Вып. 8. С. 537—542.
2. Osborn D.V. // Proc. Phys. Soc. 1962. Vol. 80. P. 103—109.
3. Meinhold-Heerlain L. // Phys. Rev. 1973. Vol. A8. P. 2574—2585.
4. Wiechert H., Bucholz F.I. // J. Low. Temp. Phys. 1980. Vol. 39. P. 623—647.
5. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
6. Лабунцов Д.А., Муратова Т.М. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 6. С. 1146—1150.
7. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

## К РАСЧЕТУ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ПЛЕНОЧНОМ КИПЕНИИ He-II

Практическое использование сверхтекучего гелия требует знания закономерностей теплоотдачи к жидкому гелию в области температур ниже  $\lambda$ -точки. Несмотря на значительно возросший в последние годы интерес к этому вопросу, теоретическое изучение процесса теплообмена с He-II заметно отстает от экспериментального.

Ниже приводятся некоторые соображения, открывающие, с точки зрения авторов, перспективы создания методик для расчета интенсивности теплоотдачи при пленочном кипении He-II на поверхности тел различной формы и размеров.

В настоящее время известно лишь одно аналитическое исследование теплообмена при пленочном кипении He-II, выполненное Риверсом и Мак-Фадденом [1], где получено численное решение системы дифференциальных уравнений первого порядка для ламинарного пограничного слоя. В [1] уравнение энергетического баланса на поверхности раздела фаз содержало тепловой поток  $q_b$ , отводимый от границы паровой пленки в He-II. Параметр  $q_b$  отражает, по мнению авторов [1], специфические свойства сверхтекучего He-II. Этот поток обладает необычными свойствами, поскольку является как бы внутренней характеристикой процесса и зависит лишь от термодинамических параметров системы, таких, как температура насыщения  $T_s$ , и от глубины погружения  $H$  нагревателя в жидкость. Такое предположение было впервые высказано Фредеркингом [2], обработавшим опытные данные [3] и показавшим, что величина  $q_b$  не зависит от плотности теплового потока  $q_w$  на поверхности нагрева и ее температуры  $T_w$ .

Экспериментальное подтверждение этой гипотезы было в дальнейшем получено в работах [4—6]. Кипение в этих исследованиях происходило на поверхности горизонтальных проволочек малого диаметра. Межфазный тепловой поток рассчитывался по формуле

$$q_b = q_w d_w / D_b, \quad (1)$$

где  $d_w$  — диаметр горизонтально расположенного цилиндрического нагревателя;  $D_b$  — средний диаметр паровой пленки, определяемый по результатам кино съемки.

Риверс и Мак-Фадден [1] проанализировали случай достаточно больших диаметров нагревателя, когда средняя толщина паровой пленки оказывается значительно меньше радиуса кривизны нагревательного элемента. Несколько раньше Риверс [7] предложил упрощенную модель теплообмена для малых диаметров нагревателя и толстых паровых пленок, основанную на механизме чистой теплопроводности, когда конвективный перенос в пленке пара можно считать пренебрежимо малым.

---

Работа написана в 1978 г. совместно с Е.В. Аметистовым. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1979. № 5. С. 24—26. (Прим. ред.)

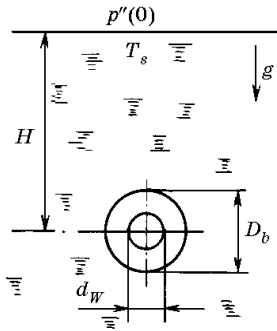


Рис. 1. Схема пленочного кипения He-II на поверхности тонкой горизонтальной проволоочки

Достоинства этой модели, также требующей знания  $q_b$ , достаточно подробно обсуждались в работе [5].

Не проводя анализа теоретических построений [1, 7], заметим, что практическое использование этих решений ограничено отсутствием аналитического выражения для расчета межфазного теплового потока  $q_b$  на поверхности раздела пленки пара и He-II.

Информация о межфазном тепловом потоке  $q_b$  крайне ограничена, не раскрыта и физическая природа этого уникального параметра. Некоторые сведения о плотности теплового потока на границе раздела фаз можно найти в работах [8, 9]. Однако ни в одной из известных в настоящее время работ не найдено функциональной зависимости  $q_b$  от различных параметров, нет ответа на вопрос, почему  $q_b$  не зависит от геометрии нагревателя

и определяется лишь термодинамическими параметрами системы на границе раздела фаз.

Можно показать, что наблюдаемые свойства теплового потока  $q_b$  в своей основе могут быть физически объяснены неравновесными молекулярно-кинетическими эффектами на границе испарения—конденсации.

На рис. 1 схематически изображен процесс пленочного кипения He-II, когда поверхность нагрева (горизонтальная проволоочка) находится в жидкости на глубине  $H$ . Рассматривается случай, когда давление насыщения  $p_s$  ниже давления в  $\lambda$ -точке. При давлениях, превышающих давление в  $\lambda$ -точке, над поверхностью нагрева, очевидно, могут одновременно существовать две пленки He-I (паровая и жидкостная), и анализ механизма теплообмена значительно усложнится.

Температура жидкости у свободной поверхности He-II равна температуре насыщения  $T_s$  при давлении паров  $p''(0)$  над поверхностью. Давление в жидкости около поверхности нагрева  $p'(H)$  превышает давление паров над свободной поверхностью  $p''(0)$  на вес гидростатического столба жидкости высотой  $H$ , то есть

$$p'(H) = p''(0) + g\rho'H \quad (2)$$

(' — жидкость, '' — пар).

Пренебрегая скачком давления по Лапласу, который обычно мал из-за малого поверхностного натяжения гелия, можно принять, что давление пара в пленке равно давлению в жидкости на глубине  $H$ :

$$p''(H) \approx p'(H) = p''(0) + g\rho'H. \quad (3)$$

Вследствие высокой эффективной теплопроводности He-II, градиент температуры по высоте  $H$  столба жидкости практически отсутствует, и температура в любой точке He-II равна температуре насыщения  $T_s$  при давлении паров  $p''(0)$ . Наличие на межфазной границе потока тепла  $q_b$ , очевидно, обусловлено некоторым превышением температуры жидкости на поверхности пленки пара  $T'(H)$  над  $T_s$ , однако действительные значения этой температуры неизвестны.

Рассмотрим предварительно упрощенную схему, приняв, что температура жидкости на поверхности пленки пара равна  $T_s$ :

$$T'(H) = T_s. \quad (4)$$

Соответствующее этой температуре равновесное давление насыщения  $p_s(T'(H))$  может быть представлено тогда как

$$p_s(T'(H)) = p_s(T_s) \equiv p_s.$$

Для анализа физической ситуации на поверхности паровой пленки воспользуемся соотношениями теории неравновесных процессов испарения и конденсации [10, 11], где установлена взаимосвязь между безразмерными потоками массы  $\tilde{j}$ , импульса  $\Delta\tilde{p}$  и тепла  $\tilde{q}$  в процессе неравновесного испарения—конденсации:

$$\Delta\tilde{p} + 2\sqrt{\pi} \frac{1 - 0,4\beta\tilde{j}}{\beta} + 0,44\tilde{q} = 0, \quad (5)$$

где

$$\tilde{j} = j/\rho''\sqrt{2RT_s}, \quad \Delta\tilde{p} = (p'' - p_s)/p''$$

( $R$  — индивидуальная газовая постоянная,  $\beta$  — коэффициент конденсации).

Значения потоков массы  $\tilde{j}$  и тепла  $\tilde{q}$  в соотношении (5) положительны, если они направлены в глубь паровой фазы. Величина  $\Delta\tilde{p}$  определяется как обезразмеренная разность фактического давления пара в пленке и расчетного давления насыщения при температуре поверхности жидкой (конденсированной) фазы. В случае справедливости гипотезы (4) разность давлений равна  $p''(H) - p_s(T'(H)) = p''(H) - p_s$ .

В условиях пленочного кипения He-II на горизонтальной проволочке размеры паровой пленки, как показывают опыты, не изменяются во времени, поэтому на поверхности паровой пленки поток массы должен быть равен нулю:  $j = 0$ .

При  $j = 0$  из соотношения (5) имеем:

$$(q'')_{j=0} = -2,27(p''(H) - p_s)\sqrt{2RT_s}. \quad (6)$$

Вводя вместо разности давлений вес столба жидкости и обозначив  $|q''|_{j=0} = q_b$ , получим:

$$q_b = 2,27g\rho'H\sqrt{2RT_s}. \quad (7)$$

Соотношение (7) определяет поток тепла  $q_b$  на основе неравновесных эффектов на поверхности раздела фаз жидкость—пар.

Сопоставление выражения (7) с единственной известной в настоящее время экспериментальной зависимостью  $q_b(H)$  [4] показывает, что формула (7) в целом правильно отражает зависимость  $q_b(H)$ , хотя и дает численные значения  $q_b$  примерно в 2 раза большие, чем эксперимент. Это превышение может быть связано с принятым авторами упрощающим предположением  $T'(H) = T_s$ .

Чтобы учесть превышение температуры жидкости  $T'(H)$  над температурой  $T_s$ , примем, что тепловой поток  $q_b$  вызывается пропорциональным ему температурным перепадом  $T'(H) - T_s$ :

$$q_b = \alpha_* (T'(H) - T_s). \quad (8)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha_*$  можно интерпретировать как некоторый эффективный коэффициент теплоотдачи или как аналог проводимости Капицы, зависящий лишь от термодинамического состояния системы.

Используя производную от давления по температуре вдоль линии насыщения

$$\dot{p}_s = (\partial P / \partial T)_s, \quad (9)$$

можно исключить величины  $T'(H)$  и  $p_s(T'(H))$  из соотношений (8) и (5) и получить

$$q_b = 2,27 \varepsilon g \rho' H \sqrt{2RT_s}, \quad (10)$$

где поправка  $\varepsilon$  имеет следующий вид:

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + 2,27 \dot{p}_s \sqrt{2RT_s} / \alpha_*},$$

причем всегда  $\varepsilon \leq 1$ .

Таким образом, учет повышения температуры жидкости у поверхности приводит к снижению  $q_b$ .

Величина  $\varepsilon$  определялась на основе опытных данных. Рассматривались данные по теплоотдаче на поверхности горизонтальных проволочек малого диаметра. Тепловой поток на поверхности нагрева, определенный как поток теплопроводности через цилиндрический слой пара (без учета движения пара в пленке), равен

$$q_W = 2 \frac{\bar{\lambda}''}{d_W} \frac{T_W - T_s}{\ln(D_b/d_W)}, \quad (11)$$

где  $D_b/d_W = q_W/q_b$  и  $\bar{\lambda}'' = \frac{1}{T_W - T_s} \int_{T_s}^{T_W} \lambda'' dT$  — средняя теплопроводность пара в слое.

Коэффициент теплоотдачи равен

$$\alpha_W = q_W / (T_W - T_s). \quad (12)$$

Было установлено, что если в качестве характеристики термодинамического состояния выбрать отношение нормального компонента плотности He-II  $\rho'_n$  к общей плотности  $\rho'$ , то значение поправки может быть найдено с помощью следующей эмпирической формулы:

$$\varepsilon = 1,2 \rho'_n / \rho'. \quad (13)$$

Эта формула справедлива при  $T_s \leq 1,95$  К. Тогда окончательно

$$q_b = 2,7 (\rho'_n / \rho') g \rho' H \sqrt{2RT_s}. \quad (14)$$

Данные расчета по соотношениям (11), (12), (14) сопоставлялись с экспериментальными данными [12—14] для пленочного кипения на горизонтальных проволочках малого диаметра. Зависимость  $\rho'_n / \rho'$  от температуры была заимствована из работы [15]. Сопоставление показало хорошее соответствие расчетных и экспериментальных значений коэффициента теплоотдачи (рис. 2).

Заметно завышенными оказались расчетные коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_W$  по сравнению с экспериментальными данными [3] на поверхности сверхтонкой проволочки диаметром 9 мкм, что трудно объяснить с позиций принятой модели. Данные работ [16, 17] не привлекались к сравнению из-за отсутствия в них необходимой информации для расчета. Как и следовало ожидать, опытные данные по теплоотдаче  $\alpha_W$ , полученные на более толстых (диаметром свыше 0,1 мм) образцах [4, 5, 7, 8, 13, 18], а также на образцах любых диаметров при температур-

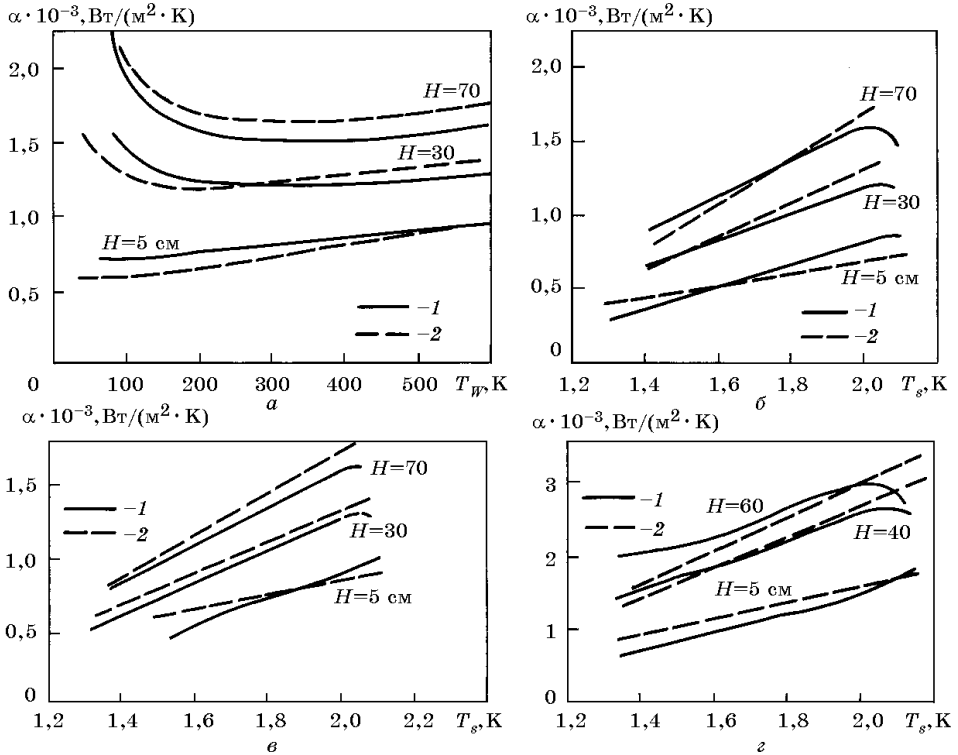


Рис. 2. Сопоставление опытных и расчетных данных по теплоотдаче при пленочном кипении He-II  
 а —  $T_w = 1,94$  K,  $d = 76,2$   $\mu$ m; б —  $T_w = 250$  K,  $d = 76,2$   $\mu$ m; в —  $T_w = 400$  K,  $d = 76,2$   $\mu$ m; з —  $T_w = 150$  K,  $d = 25$   $\mu$ m;  
 1 — сглаженные экспериментальные кривые [12, 13]; 2 — расчет по соотношениям (11), (12), (14)

ных напорах более 400 K, оказываются завышенными по сравнению с расчетными. Подобное обстоятельство, по-видимому, связано с тем, что при этих условиях применение модели чистой теплопроводности уже неправомерно и необходим учет свободной конвекции и движения пара в пленке.

Введение в аналитически полученное выражение (7) коэффициента  $\rho'_n/\rho'$ , естественно, нуждается в дополнительной экспериментальной проверке. Тем не менее изложенный в статье материал, по мнению авторов, показывает перспективность привлечения соотношения (5) теории неравновесных процессов испарения—конденсации к анализу пленочного кипения He-II. Предлагаемый подход к расчету плотности теплового потока на межфазной границе He-II с паром открывает путь к получению уточненных теоретических решений для теплоотдачи при пленочном кипении He-II на поверхности нагрева любых размеров и формы.

#### Литература

1. Риверс В., Мак-Фадден П. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1966. № 4. С. 1—10.
2. Frederking T.H.K. // Report N 62-5. Univ. of California, Los Angeles, Departm. of eng. 1962, Febr. P. 22—26.
3. Rinderer L., Haensler F. // Helvetica Phys. Acta. 1959. Vol. 32. N 4. P. 322—325.

4. Steed R.S., Irely R.K. // *Adv. in Cryogenic Eng.* 1970. Vol. 15. P. 299—307.
5. Ebright F.L., Irely R.K. // *Adv. in Cryogenic Eng.* 1971. Vol. 16. P. 286—292.
6. Coodling J.S., Irely R.K. // *Adv. in Cryogenic Eng.* 1969. Vol. 14. P. 159—169.
7. Rivers W.J. An analytical investigation of film free convection heat transfer to liquid helium-II: Ph. D. Diss. Purdue Univ. 1964.
8. Holdredge R.M. // *Adv. in Cryogenic Eng.* 1966. Vol. 11. P. 507—515.
9. Holdredge R.M., McFadden P.W. // *J. Heat Transfer* (paper ASME). 1970. RT-3. P. 1—8.
10. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // *ТВТ.* 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
11. Лабунцов Д.А. Сб.: Тепло- и массоперенос при интенсивном лучистом и конвективном нагреве. Минск: ИТМО им. Лыкова, 1977. С. 6—33.
12. Lemieux G.P., Leonard A.C. // *Adv. in Cryogenic Eng.* 1968. Vol. 13. P. 624—631.
13. Leonard A.C. // *Proc. of 3-d Int. Cryogenic Eng. Conf. West Berlin.* May 1970. P. 109—114.
14. Bussieres P., Leonard A.C. // *Liquid Helium technology, Bull. Int. Inst. of Refrigeration, annexe.* 1966. Vol. 5. P. 61—84.
15. Putterman S.J. // *Superfluid hydrodynamics.* N-Y. Elsevier Publ. Co. 1974. Vol. XXI. 443 p.
16. Date M., Hori H., Ichikawa O. // *J. Phys. Soc. of Japan.* 1973. Vol. 35. N 4. P. 1190—1195.
17. Frederking T.H.K. // *Forsch. Geb. Ing.* 1961. Bd. 27. H. 1. S. 17—30.
18. Irely R.W., McFadden P.W., Madsen R.A. // *Adv. in Cryogenic Eng.* 1965. Vol. 10. P. 361—371.

## ТЕОРИЯ ЛАМИНАРНОГО ПЛЕНОЧНОГО КИПЕНИЯ He-II

Процесс пленочного кипения He-II обладает специфическими особенностями. В единственной до недавнего времени аналитической модели процесса [1] принято допущение о существовании при пленочном кипении He-II теплового потока  $q_b$ , отводимого от границы раздела пар—жидкость в глубь объема He-II. Величина  $q_b$  трактуется в [1] как своеобразная физическая характеристика He-II, так как зависит лишь от термодинамических параметров системы, таких, как температура насыщения  $T_s$ , и от глубины погружения нагревателя в жидкость  $H$ . От формы и размера нагревателя, плотности теплового потока на его поверхности  $q_w$  и температуры поверхности  $T_w$  значение  $q_b$  не зависит.

Согласно этой модели, если тепловой поток  $q''$ , подводимый от пара к границе фаз, превышает по абсолютной величине  $q_b$ , то «избыток» теплоты  $|q''| - |q_b|$  расходуется на образование на поверхности раздела фаз потока пара  $j$ :

$$|q''| - |q_b| = rj. \quad (1)$$

При  $|q''| - |q_b| < 0$  соотношение (1) определяет скорость конденсации.

Как показали экспериментальные исследования, в отличие от пленочного кипения любых других жидкостей, паровая пленка при пленочном кипении He-II остается неизменной по размерам, пар в пленке не накапливается, отрыва паровых пузырьков не происходит. Физическая причина наблюдаемых эффектов до последнего времени оставалась неясной.

Авторами [2] на основе анализа неравновесных эффектов на поверхности раздела жидкость—пар была предложена иная, чем в работе [1], физическая интерпретация теплового потока  $q_b$ . В основу анализа были положены соотношения теории неравновесных процессов испарения и конденсации [3, 4], позволяющие установить связь между потоками массы  $j$ , импульса  $\Delta\tilde{p}$  и тепла  $\tilde{q}$  на границе фаз; в безразмерном виде эти соотношения можно представить как

$$\Delta\tilde{p} + 2\sqrt{\pi} \frac{1 - 0,4\beta\tilde{j}}{\beta} + 0,44\tilde{q} = 0, \quad (2)$$

где

$$\tilde{j} = j/\rho''\sqrt{2RT_s}; \quad \Delta\tilde{p} = (p'' - p_s)/p''.$$

Значения потоков массы  $\tilde{j}$  и тепла  $\tilde{q}$  в соотношении (2) положительны, если они направлены вглубь паровой фазы. Значение  $\Delta\tilde{p}$  равно безразмерной разности фактического давления пара в пленке и расчетного давления насыщения, соответствующего температуре жидкой (конденсированной) фазы.



Из уравнения (2), приравнявая разность давлений весу столба жидкости высотой  $H$ , находим, что  $j = 0$  при тепловом потоке на границе, равном по абсолютной величине

$$q_* = 2,27 \rho' g H \sqrt{2RT_s} \quad (3)$$

(верхние индексы ' и '' соответствуют жидкости и пару).

Если тепловой поток, подводимый от пара к границе, превышает по модулю  $q_*$ , то согласно (2), происходит испарение ( $j > 0$ ). При  $|q''| < q_*$  происходит конденсация пара ( $j < 0$ ). Таким образом, толщина пленки автоматически устанавливается такой, чтобы тепловой поток  $q''$  был равен  $q_*$ .

Концепции, развитые авторами в работе [2], были положены в основу приведенной ниже количественной теории процесса пленочного кипения He-II.

Рассмотрим случай ламинарного пленочного кипения на поверхностях нагрева двух типов: цилиндра достаточно большого диаметра и вертикальной пластины (рис. 1). Толщина паровой пленки принимается постоянной во времени и переменной по окружности цилиндра и высоте пластины. В районе нижней образующей цилиндра толщина парового слоя минимальна; максимальная толщина парового слоя много меньше радиуса цилиндра.

Температура пара в пленке меняется от  $T_W$  — температуры поверхности нагрева до  $T'_s$  на границе раздела фаз, близкой к температуре  $T_s$  (рис. 2). Температурный перепад  $\Delta T' = T'_s - T_s$ , пропорциональный плотности теплового потока  $q_*$  на границе раздела фаз [2], пренебрежимо мал по сравнению с температурным напором  $\Delta T = T_W - T_s$ . Поэтому с хорошим приближением можно принять, что температура в пленке изменяется непрерывно от  $T_W$  до  $T_s$ <sup>1)</sup>.

Запишем уравнения сохранения энергии, массы и импульса для элемента пограничного слоя пара (рис. 1) в виде

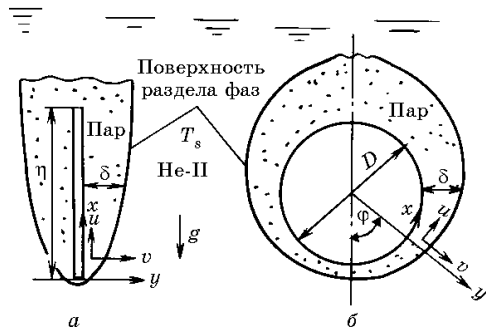


Рис. 1. Картина пленочного кипения He-II.

$a$  — вертикальная пластина;  $b$  — горизонтально расположенный цилиндр большого диаметра

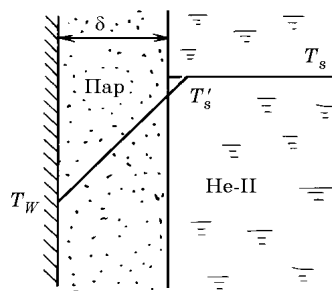


Рис. 2. Схема распределения температур в пограничном слое при пленочном кипении He-II

<sup>1)</sup> Учет влияния на  $q_*$  термического сопротивления передаче теплоты на межфазной границе со стороны жидкости, то есть неравенства  $T'_s \neq T_s$  достигается путем введения в выражение (3) эмпирического безразмерного множителя  $\varepsilon \leq 1$  [2]:  $q_* = 2,27 \varepsilon \rho g H \sqrt{2RT_s}$ .

Значения  $\varepsilon = f(T_s)$  были получены авторами при участии А.Г. Спиридонова экспериментально [5].

$$q_W - q''_s = c_p \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} \rho'' u (T - T_s) dy \right), \quad (4)$$

$$(\rho'' v)_s = - \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} \rho'' u dy \right), \quad (5)$$

$$g_x \rho' + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (6)$$

где  $u$  и  $v$  — составляющие скорости в направлении  $x$  и  $y$ ;  $y$  — координата в направлении перпендикулярном поверхности нагрева;  $g_x$  — проекция гравитационного ускорения на ось  $x$ ;  $\mu$  — вязкость пара;  $c_p$  — изобарная теплоемкость пара; индекс  $W$  относится к поверхности нагрева, индекс  $s$  — к поверхности раздела фаз.

Граничное условие на поверхности раздела фаз He-II—пар можно получить из уравнения (2), учитывая, что при  $j = 0$   $\Delta \tilde{p} = -0,44 \tilde{q}_*$ :

$$q''_s = q_* - \frac{2\sqrt{\pi} (1 - 0,4\beta)}{\beta} 2,27 p'' \frac{j_s}{\rho''_s}, \quad (7)$$

или

$$q''_s = q_* - \text{const } p'' v_s. \quad (8)$$

Из уравнения (5)

$$v_s = - \frac{1}{\rho''_s} \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} \rho'' u dy \right), \quad (9)$$

где  $\rho''_s = \rho''(T_s, p'')$ .

Подставляя (8) и (9) в выражение (4), получаем:

$$q_W - q_* = \frac{d}{dx} \left\{ \int_0^{\delta} \left[ \text{const } \frac{p'' \rho''}{\rho''_s} u + c_p \rho'' u (T - T_s) \right] dy \right\}. \quad (10)$$

Полагая  $T_W \gg T_s$ , можно принять  $T - T_s \approx T$ , тогда получаем:

$$c_p \rho'' u (T - T_s) \approx \frac{5}{2} p'' u; \quad \text{const } p'' \frac{\rho''}{\rho''_s} u \ll \frac{5}{2} p'' u.$$

С учетом этих преобразований выражение (10) может быть записано в виде

$$q_W - q_* = \frac{5}{2} p'' \frac{d}{dx} \langle u \delta \rangle, \quad (11)$$

где  $\langle u \delta \rangle \equiv \int_0^{\delta} u dy$  — средний объемный расход пара в пленке.

Интегрирование соотношения (11) приводит к уравнению

$$\langle u \delta \rangle = \frac{2}{5} \frac{q_W - q_*}{p''} x. \quad (12)$$

Чтобы найти величину  $\langle u\delta \rangle$ , воспользуемся уравнением движения пара в пленке (6). (В этом уравнении не учитываются силы инерции, так как для процессов пленочного кипения это не вносит заметной ошибки.)

Теплопроводность и вязкость пара в пленке изменяются с температурой по степенному закону:

$$\lambda = aT^n, \quad \mu = bT^n, \quad (13)$$

где показатель степени  $n$  не является постоянной величиной в широком диапазоне температур и изменяется приблизительно от 1 (при очень низких температурах, соответствующих температурам He-II) до 0,8—0,6 (при температурах стенки). Как будет показано ниже, изменение  $n$  в этих пределах не оказывает заметного влияния на конечный результат. При таком приближении  $\lambda/\mu = \text{const}$ .

В уравнении (6), используя закон Фурье

$$q = -\lambda dt/dy, \quad (14)$$

перейдем от независимой переменной  $y$  к переменной  $T$ . Примем также, для режимов пленочного кипения, при которых  $q_w$  не очень сильно отличается от  $q_*$ , значение  $q$  в соотношении (14) примерно постоянно и равно среднему значению

$$q \approx q_m = (1/2)(q_w + q_*). \quad (15)$$

Преобразуя уравнение (6) с учетом сделанных допущений, получаем соотношение, связывающее  $u$  и  $T$ :

$$g_x \rho' + \frac{q_m^2}{\lambda} \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\mu}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial T} \right) = 0. \quad (16)$$

Граничные условия для уравнения (16):

$$\text{при } y = 0, \quad T = T_w, \quad u = 0;$$

$$\text{при } y = \delta, \quad T = T_s, \quad u = 0.$$

Интегрирование (16) дает профиль скоростей  $u$  в функции от температуры пара в пленке:

$$u = \frac{g_x \rho' \lambda}{q_m \mu} \left( \frac{T_w - T}{T_w - T_s} \int_{T_s}^{T_w} dT \int_T^{T_w} \lambda dT - \int_T^{T_w} dT \int_T^{T_w} \lambda dT \right). \quad (17)$$

С учетом (14) и (13), вводя обозначение  $(T/T_w) = \theta$ , получаем:

$$\langle u\delta \rangle \equiv \int_0^\delta u dy = \frac{1}{q_m} \int_T^{T_w} \lambda u dT; \quad (18)$$

$$\lambda = \lambda_w (T/T_w)^n = \lambda_w \theta^n. \quad (19)$$

Подставляя (17) и (19) в выражение (18), после несложных преобразований получаем:

$$\langle u\delta \rangle = \frac{g_x \rho' T_w^3}{q_m^3} \frac{\lambda_w}{\mu} \lambda_w^2 I, \quad (20)$$

где

$$I = \int_{\theta_s}^1 \theta^n \left( \frac{1-\theta}{1-\theta_s} \int_{\theta_s}^1 d\theta \int_{\theta}^1 \theta^n d\theta - \int_{\theta}^1 d\theta \int_{\theta}^1 \theta^n d\theta \right) d\theta. \quad (21)$$

Можно показать, что при  $\theta_s \ll 1$

$$I \approx \frac{1}{(n+2)^2(2n+3)}. \quad (22)$$

Тогда

$$\langle u\delta \rangle = \frac{g_x \rho' \lambda_W^2}{q_m^3} \frac{\lambda_W}{\mu_W} \frac{T_W^3}{(n+2)^2(2n+3)}. \quad (23)$$

Используя (19) и учитывая, что  $q \approx q_m$ , преобразуем уравнение (14) к виду

$$q_m = \frac{\lambda_W T_W}{n+1} \frac{1}{\delta} (1 - \theta_s^{n+1}) \approx \frac{\lambda_W T_W}{n+1} \frac{1}{\delta}. \quad (24)$$

Тогда

$$\langle u\delta \rangle = \frac{g_x \rho' \delta^3}{\mu_W} \frac{(n+1)^3}{(n+2)^2(2n+3)}. \quad (25)$$

Из уравнения (24) находим:

$$\frac{T_W}{T_s} = \left[ \frac{(n+1)q_m \delta}{\lambda_s T_s} \right]^{1/(n+1)}. \quad (26)$$

Переходя в (25) от  $\mu_W$  к  $\mu_s$  по формуле

$$\mu_W = \mu_s (T_W/T_s)^n, \quad (27)$$

с учетом (26), получаем окончательно:

$$\langle u\delta \rangle = \frac{g_x \rho' \delta^{3-n/(n+1)}}{\mu_s \left[ \frac{(n+1)q_m}{\lambda_s T_s} \right]^{n/(n+1)}} \frac{(n+1)^3}{(n+2)^2(2n+3)}. \quad (28)$$

Соотношение (28) для среднего объемного расхода пара в пленке в обозначениях рис. 1 является общим для цилиндра и для пластины; оно позволяет найти соотношения для расчета теплоотдачи, которые для этих геометрий будут различными.

Цилиндр. Обозначим  $\varphi$  угол между направлением силы тяжести и радиусом цилиндра (рис. 1, б); тогда

$$x = (D/2) \varphi, \quad dx = (D/2) d\varphi, \quad g_x = g \sin \varphi.$$

Из (11) и (28) находим выражение для определения толщины паровой пленки:

$$\delta = N^{\frac{n+1}{2n+3}} \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{\frac{n+1}{2n+3}}, \quad (29)$$

где

$$N = D \frac{(q_W - q_*) \mu_s}{p'' g \rho'} \left[ \frac{(n+1) q_m}{\lambda_s T_s} \right]^{n/(n+1)} \frac{(n+2)^2 (2n+3)}{5(n+1)^3}. \quad (30)$$

Средняя (по окружности) температура цилиндра равна

$$\langle T_W \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi T_W d\varphi. \quad (31)$$

Используя соотношения (26) и (29), после преобразований получаем:

$$\langle T_W \rangle = k_1 T_s \left( 3 \sqrt[3]{\frac{D(q_W - q_*)}{p'' g \rho'} \mu_s \frac{q_W + q_*}{\lambda_s T_s}} \right)^{3/(2n+3)}, \quad (32)$$

где

$$k_1 = k_0 \left[ \frac{(n+2)^2 (2n+3)}{2^3 \cdot 5} \right]^{1/(2n+3)},$$

$$k_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/(2n+3)} d\varphi.$$

Поскольку  $T_W \gg T_s$ , то средний температурный напор можно определить как  $\Delta T = \langle T_W \rangle - T_s \approx \langle T_W \rangle$ . Окончательное выражение для среднего температурного напора при пленочном кипении Не-II на горизонтальных цилиндрах будет иметь следующий вид:

$$\Delta T = k_1 T_s \left( 3 \sqrt[3]{\frac{D(q_W - q_*)}{p'' g \rho'} \mu_s \frac{q_W + q_*}{\lambda_s T_s}} \right)^{3/(2n+3)}. \quad (33)$$

Пластина. Так как для пластины  $g_x = g$ , из (11) и (28) после интегрирования легко находится толщина паровой пленки:

$$\delta = N_1^{\frac{n+1}{2n+3}} \eta^{\frac{n+1}{2n+3}}, \quad (34)$$

где  $\eta$  — высота пластины;  $N_1$  определяется с помощью выражения

$$N_1 = \frac{(q_W - q_*) \mu_s}{p'' g \rho'} \left[ \frac{(n+1) q_m}{\lambda_s T_s} \right]^{n/(n+1)} \frac{2}{5} \frac{(n+2)^2 (2n+3)}{(n+1)^3}. \quad (35)$$

Средняя (по высоте) температура пластины равна

$$\langle T_W \rangle = \frac{1}{\eta} \int_0^\eta T_W dx. \quad (36)$$

Используя соотношения (26) и (29) и принимая, как и в случае цилиндра, что  $\Delta T_s = \langle T_W \rangle$ , после преобразований можно найти искомое выражение для среднего

температурного напора при пленочном кипении He-II на поверхности вертикально расположенной плоской пластины:

$$\Delta T = k_2 T_s \left( \sqrt[3]{\frac{\eta(q_W - q_*)}{p'' g \rho'} \mu_s \frac{q_W + q_*}{\lambda_s T_s}} \right)^{3/(2n+3)}, \quad (37)$$

где

$$k_2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{(2n+3)^{2n+4}}{2^2 \cdot 5(n+2)^{2n+1}} \right]^{1/(2n+3)}.$$

В соотношениях (33) и (37) параметры пара  $\mu$  и  $\lambda$  определяются при температуре насыщения жидкости. С учетом (19) и (27) можно получить выражения для  $\Delta T$ , в которых значения  $\mu$  и  $\lambda$  определяются при температуре стенки:

для цилиндра

$$\Delta T = k_3 \sqrt[3]{\frac{D(q_W - q_*)}{p'' g \rho'} \mu_W \frac{q_W + q_*}{\lambda_W}}, \quad (38)$$

для пластины

$$\Delta T = k_4 \sqrt[3]{\frac{\eta(q_W - q_*)}{p'' g \rho'} \mu_W \frac{q_W + q_*}{\lambda_W}}, \quad (39)$$

где

$$k_3 = k_1^{\frac{2n+3}{3}}, \quad k_4 = k_2^{\frac{2n+3}{3}}.$$

Как и предполагалось, изменение показателя степени в температурных зависимостях для  $\lambda$  и  $\mu$  в пределах 0,6—1 не может оказать решающего влияния на результаты расчетов:

$n$ .....	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$3/(2n+3)$ .....	0,714	0,681	0,651	0,624	0,600
$k_0$ .....	1,236	1,220	1,206	1,193	1,179
$k_1$ .....	1,139	1,167	1,179	1,195	1,207
$k_2$ .....	0,951	0,960	0,968	0,975	0,980

Следует отметить, что полученные расчетные формулы (33), (37)—(39) имеют достаточно простой вид и не содержат каких-либо эмпирических коэффициентов, подбираемых по опытным данным. В связи с различной исходной физической информацией о процессе сравнение полученного решения с результатами [1] затруднительно.

С точки зрения практического использования более предпочтительными являются соотношения (33) и (37), так как входящие в них величины определяются при температуре насыщения  $T_s$  и зависимость  $\Delta T(q)$  представляется в явном виде. Эти соотношения получены для случая, когда передача тепла в пленке определяется режимом свободной конвекции пара, то есть применимы, в частности, для цилин-

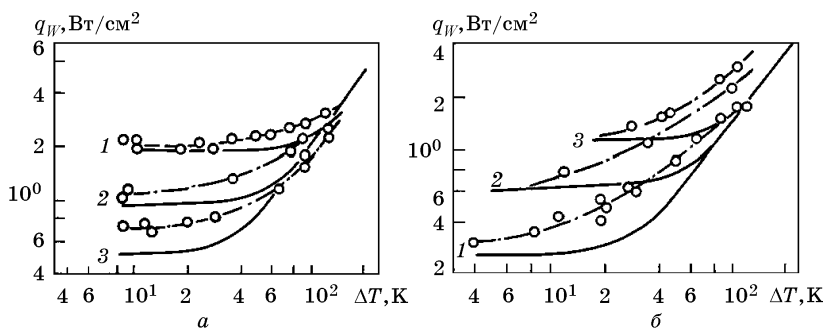


Рис. 3. Сопоставление результатов расчета теплоотдачи при пленочном кипении He-II на горизонтальных цилиндрах с экспериментальными данными [6]

*a* —  $D = 0,576$  см,  $T_s = 2,065$  К: 1 —  $H = 8$  см, 2 —  $H = 4$  см, 3 —  $H = 2$  см; *b* —  $D = 0,526$  см,  $T_s = 1,802$  К: 1 —  $H = 0,7$  см, 2 —  $H = 2$  см, 3 —  $H = 4$  см; сплошные линии — по формуле (33)

дров достаточно больших диаметров, когда толщина паровой пленки мала по сравнению с диаметром нагревателя.

К сожалению, опытные данные по пленочному кипению сверхтекучего гелия на поверхности горизонтально расположенных цилиндров больших диаметров крайне ограничены; экспериментальные работы по изучению пленочного кипения He-II на плоских вертикальных нагревателях авторам вообще неизвестны.

На рис. 3 приведено сравнение результатов расчета по формуле (33) (при  $n = 1$ ) с экспериментальными данными [6] для нагревателей с максимальными диаметрами. Наблюдается удовлетворительное качественное и количественное согласование экспериментальных и расчетных значений.

При расчетах по формуле (33) под давлением  $p''$  понималось давление пара в пленке, равное сумме давления насыщения паров He-II над свободной поверхностью и давления, обусловленного весом гидростатического столба  $H$ . Плотность теплового потока  $q_*$  рассчитывалась по формуле (3), которая подтверждена экспериментально в работе [5].

Таким образом, предложенная авторами количественная теория процесса пленочного кипения He-II учитывает переменность теплофизических свойств по толщине паровой пленки He-II и позволяет получить искомый результат в явном виде.

#### Литература

1. Риверс В., Мак-Фадден П. // Теплопередача — Русск. пер. Trans. ASME. Ser. C. 1966. № 4. С. 1—10.
2. Лабунцов Д.А., Аметистов Е.В. // Теплоэнергетика. 1979. № 5. С. 24—26.
3. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
4. Лабунцов Д.А. // Сб.: Тепло- и массоперенос при интенсивном лучистом и конвективном нагреве. Минск: ИТМО им. Лыкова, 1977. С. 6—33.
5. Лабунцов Д.А., Аметистов Е.В., Спиридонов А.Г. // Теплоэнергетика. 1981. № 4. С. 18—20.
6. Goodling M.S., Irely R.K. // Adv. in Cryogenic Eng. 1969. Vol. 14. P. 159—169.

## ОСОБЕННОСТИ ПЛЕНОЧНОГО КИПЕНИЯ СВЕРХТЕКУЧЕГО ГЕЛИЯ В СВОБОДНОМ ОБЪЕМЕ

Существование двух форм пленочного кипения, бесшумового и шумового, является одной из интереснейших особенностей пленочного кипения сверхтекучего гелия (He-II), принципиально отличающей его от пленочного кипения любых других жидкостей.

Как показывают эксперименты, бесшумовой режим кипения характеризуется четко различимой гладкой либо несколько волнистой границей раздела фаз и довольно стабильной по размерам и во времени паровой пленкой. При этом пар в пленке не накапливается, отрыва паровых пузырей не происходит. Форма и размер пленки в общем случае зависят от плотности теплового потока на нагревателе  $q_w$ , глубины его погружения  $H$  под уровень гелия и температуры гелия  $T'$ .

Шумовая разновидность пленочного кипения He-II сопровождается хорошо слышимым шумом высокой частоты. Визуальные наблюдения с использованием микрофотосъемки с малым (менее 0,001 с) временем выдержки показывают, что при шумовом пленочном кипении, например на проволочном нагревателе, паровая пленка представляет собой систему пузырей, которые располагаются на нагревателе подобно бусинкам, нанизанным на нитку. Паровые пузыри непрерывно меняют свой объем, растут, а затем схлопываются, что и порождает характерный шум. Между паровыми пузырями существуют участки паровой пленки с гладкой цилиндрической межфазной поверхностью, похожей на паровую пленку в бесшумовом режиме пленочного кипения. Время от времени от паровых пузырей отрываются небольшие паровые полости, которые, оторвавшись, схлопываются. Интенсивность теплоотдачи при этом режиме пленочного кипения, по данным всех исследователей, ниже, чем при бесшумовом.

Возможность отрыва мелких паровых пузырьков с довольно продолжительным временем их существования в жидкости вблизи от нагревателя логично объяснить наличием около межфазной поверхности некоторого слоя несверхтеплопроводной жидкости с температурой, близкой к температуре насыщения, соответствующей давлению в паровой пленке.

Именно благодаря существованию такого слоя кипение He-II в шумовом режиме так напоминает кипение обычных жидкостей, недогретых до температуры насыщения. Тогда становится понятным уменьшение интенсивности теплоотдачи при переходе от бесшумового режима кипения к шумовому, которое связано со срывом сверхтеплопроводности гелия вблизи нагревателя.

---

Работа написана в 1986 г. совместно с Е.В. Аметистовым и В.У. Сидыгановым. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1987. № 2. С. 4—7. (Прим. ред.)



По мнению авторов, ряд особенностей пленочного кипения сверхтекучего гелия связан с проявлением неравновесных молекулярно-кинетических эффектов в паре на границе раздела между паром в пленке и жидкостью.

В отличие от классических жидкостей, для которых при пленочном кипении на границе раздела фаз с хорошим приближением выполняется условие квазиравновесия,

$$T'' = T' = T_s(p'') = \text{const},$$

в сверхтекучем гелии из-за крайне высокой тепловой проводимости жидкости и низких давлений пара эффекты неравновесности приобретают первостепенное значение. Общая картина бесшумового режима пленочного кипения и роль в нем неравновесных эффектов анализировалась в работе [1].

Рассмотрим соотношение для определения взаимосвязи потоков тепла, массы и импульса на границе раздела жидкой и газообразной фаз [1]:

$$q'' + 2\sqrt{\pi} \frac{1 - 0,399\beta}{0,443\beta} RT'' j'' = \frac{p'' - p_s(T')}{0,443} \sqrt{2RT''}, \quad (1)$$

где  $q''$  и  $j''$  — потоки тепла и массы, подводимые к межфазной границе со стороны пара <sup>1)</sup>,  $R$  — индивидуальная газовая постоянная,  $\beta$  — коэффициент испарения—конденсации,  $p''$  и  $p_s(T')$  — давление пара и равновесное давление насыщения, соответствующее температуре  $T'$  жидкости на границе.

Соотношение (1) впервые получено как итог теоретического расчета закономерностей неравновесных процессов испарения—конденсации на основе кинетического уравнения Больцмана (моментный метод, линейная теория) в работе [2]. Его правомерность была подтверждена позже на основе иных методов теоретического анализа (см., например, [3]).

Из уравнения (1) следует, что при тепловом потоке

$$q'' = \frac{p'' - p_s(T')}{0,443} \sqrt{2RT''} = q_* \quad (2)$$

поток массы через границу отсутствует:  $j'' = 0$ . Этот специфический неравновесный режим, как было впервые отмечено в [1], реализуется при бесшумовом режиме кипения гелия-II и определяет его удивительные проявления: отсутствие накопления пара в пленке, ее стационарность и неподвижность.

Тепловой поток  $q_*$ , рассчитанный по соотношению (2), был назван «межфазным». В названии отражено то обстоятельство, что в данном режиме потоки тепла на границе непрерывны. Иначе говоря, все тепло, которое подводится к межфазной поверхности паром, отводится от нее сверхтеплопроводной жидкостью:

$$q'' = q' = q_*, \quad (3)$$

где  $q''$  и  $q'$  — удельные тепловые потоки на межфазной границе со стороны пара и жидкости.

<sup>1)</sup> Потоки  $q''$  и  $j''$  заданы как направленные со стороны пара в интересах удобства анализа. Соответственно знак перед правой частью уравнения (1) изменен на противоположный по сравнению со знаком в первоисточнике [1] и в других цитирующих его работах. (Прим. ред.)

С нашей точки зрения, границу перехода от бесшумового режима кипения к шумовому можно оценить на основе сравнения двух характерных тепловых потоков  $q_*$  и  $q_{\max}$  — теплового потока на поверхности тепловыделяющего элемента, при превышении которого появляется паровая пленка. Согласно современным представлениям, переход к пленочному режиму кипения He-II можно рассматривать как процесс, происходящий в два этапа. На первом этапе в жидкости вблизи от поверхности нагрева возникает градиент температур, обусловленный проявлением «силы Гортера—Меллинка». На втором этапе с ростом тепловой нагрузки температура жидкости около тепловыделяющей поверхности достигает температуры насыщения, и происходит переход к пленочному режиму кипения.

Зависимость  $q_{\max}$  от режимных параметров для цилиндрических поверхностей нагрева в большом объеме исследована достаточно хорошо. Экспериментальные исследования  $q_*$  также проведены в достаточно широком диапазоне температур ванны и глубины погружения. Однако в экспериментах, как правило, приходилось ограничиваться небольшими диаметрами паровых пленок, поскольку, как будет показано ниже, начиная с некоторого значения диаметра паровой пленки происходит переход к волновому подрежиму бесшумового пленочного кипения либо к шумовому режиму.

В области изменения  $T'$  и  $H$ , когда существовала гладкая поверхность паровой пленки, коаксиальной поверхности цилиндрического нагревателя, зависимость  $q_*$  от диаметра паровой пленки отсутствовала; значение  $q_*$  в этих экспериментах всегда было меньше  $q_{\max}$ .

Экспериментальные исследования, проведенные в настоящей работе, позволяют высказать гипотезу, согласно которой шумовой режим пленочного кипения наступает тогда, когда некоторое расчетное значение  $q_{*calc}$  превысит  $q_{\max}$ . Другими словами, расчет границы перехода к шумовому режиму кипения может быть основан на равенстве

$$q_{calc} = q_{\max},$$

где  $q_{*calc}$  — значение  $q_*$ , найденное в предположении, что зависимость  $q_*$  от режимных параметров, экспериментально полученная на паровых пленках малых диаметров, будет справедлива и при больших диаметрах пленок. Иначе говоря, предполагается, что при больших диаметрах пленок справедливо соотношение (2) при условии  $p_s(T') = p_s(T'_\infty) = \text{const}$ .

По нашей гипотезе, выполнение неравенства

$$q_{*calc} < q_{\max} \quad (4)$$

является необходимым условием существования бесшумового режима кипения He-II, а достаточным условием шумового режима является выполнение соотношения

$$q_{*calc} > q_{\max}. \quad (5)$$

На рис. 1 изображен полученный экспериментально массив точек перехода от бесшумового

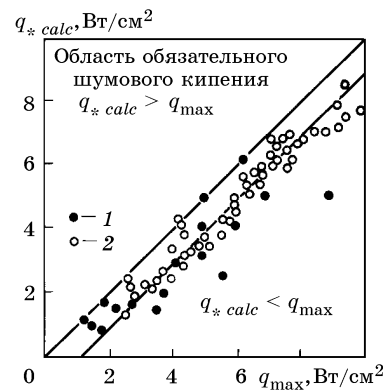


Рис. 1. Переход от бесшумового режима пленочного кипения к шумовому

1 — экспериментальные результаты [4], диаметр опытных образцов от 25 до 254 мкм; 2 — опытные данные авторов, диаметр образцов от 86 до 171 мкм

режима кипения к шумовому, подтверждающий неравенство (4). Однако переход к шумовому режиму происходит не на самой границе  $q_{*calc} = q_{max}$ , а ниже нее на  $\sim 1 \text{ Вт/см}^2$ , вдоль прямой, описывающей условия наиболее вероятного перехода. Последнее обстоятельство обусловлено, по-видимому, не учтенными в модели факторами. В частности, помимо неточности выбранной аппроксимации  $q_*$ , возможно влияние на переход к шумовому режиму различных возмущающих воздействий (сотрясаний криостата, колебаний давления, вызванных работой форвакуумного насоса, и т.п.), которые, как известно, могут инициировать такой переход. Значение константы  $\sim 1 \text{ Вт/см}^2$  сильно зависит от уровня этих возмущающих воздействий, характеризующих данную экспериментальную установку и методику исследования, и будет меньше для более «чистых» условий проведения эксперимента.

Неравенство (5) позволяет обосновать возможность перехода к шумовому режиму пленочного кипения He-II, обусловленному ростом выделяемой на горизонтальном нагревателе тепловой нагрузки. Действительно, если при постоянной температуре гелиевой ванны  $T'$  и постоянной глубине погружения  $H$  экспериментального образца увеличивать тепловыделение  $q_w$  на этом образце, то поскольку межфазный тепловой поток  $q_{*calc}$  на границе пар—He-II практически не изменится, будет расти диаметр  $D$  паровой пленки, окружающей цилиндрическую тепловыделяющую поверхность,  $D = d_w q_w / q_*$  ( $d_w$  — диаметр цилиндра). Плотность максимального теплового потока  $q_{max}$  зависит от диаметра цилиндрической поверхности теплоотдачи, и ее значение с ростом диаметра паровой пленки будет уменьшаться. Когда  $q_{max}$  уменьшится до значения  $q_{*calc}$ , бесшумовое пленочное кипение станет невозможным — произойдет переход к шумовому режиму кипения.

Проводя аналогичные рассуждения для других глубин погружения, можно представить схематически границу смены бесшумового и шумового режимов кипения, обусловленную ростом плотности тепловой нагрузки на поверхности нагрева, в виде кривой 2 рис. 2. Опытные данные авторов количественно и качественно подтвердили представленное на рис. 2 схематическое изображение границ шумового и бесшумового режимов пленочного кипения He-II.

Экспериментальное исследование бесшумового пленочного кипения He-II показало, что в этом режиме можно выделить четыре подрежима, характеризующихся качественно различными состояниями паровой пленки:

подрезим гладкой цилиндрической паровой пленки, коаксиальной поверхности нагревателя;

«волновой» подрезим — на пленке кольцевые симметричные волны; длина волн в этом подрезиме больше или равна диаметру паровой пленки;

подрезим «ряби» — межфазная граница покрыта мелкими кольцевыми волнами; длина волны в этом подрезиме меньше диаметра паровой пленки;

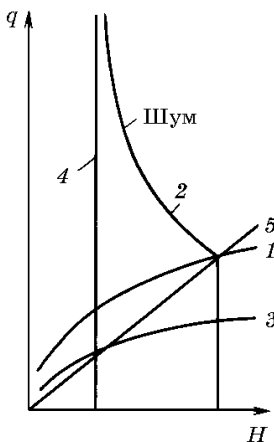


Рис. 2. Схематическое изображение границ шумового и бесшумового режимов пленочного кипения ( $T' = \text{const}$ ;  $d_w = \text{idem}$ )

1 —  $q_{max} = f(H)$  для цилиндра; 2 — границы смены режимов для цилиндра; 3 —  $q_{max} = f(H)$  для плоскости; 4 — границы смены режимов для плоскости; 5 —  $q_* = f(H)$

Рис. 3. Карта подрежимов бесшумового пленочного кипения,  $d_W = \text{idem}$ ,  $H = \text{idem}$  (при изменении  $d_W$  и  $H$  границы областей смещаются)

1 — подрежим гладкой, коаксиальной нагревателю паровой пленки; 2 — подрежим «всплывания»; 3 — волновой подрежим «ряби»; 4a — коаксиальная нагревателю паровая пленка, покрытая рябью мелких волн; 4б — всплывшая паровая пленка покрытая рябью мелких волн

подрежим «всплывания» — ось цилиндрической паровой пленки смещена вверх от оси горизонтального нагревателя; при этом на верхней образующей паровой пленки могут присутствовать гравитационные волны.

Карта подрежимов бесшумового режима кипения схематически изображена на рис. 3.

Первый из названных подрежимов характеризуется абсолютно гладкой цилиндрической межфазной поверхностью пар—жидкость, при этом ось паровой пленки совпадает с осью цилиндрического нагревателя. Это один из наиболее изученных в настоящее время подрежимов пленочного кипения He-II. Его особенности, обусловленные неравновесными эффектами в паре у межфазной границы He-II—пар, достаточно подробно описаны в работах [1, 5].

Однако, как показали проведенные в настоящей работе экспериментальные исследования, паровая пленка этого вида, вопреки существующим представлениям, реализуется в довольно ограниченной области режимных параметров процесса. С повышением тепловыделения на экспериментальном образце (при постоянстве всех прочих параметров) при больших глубинах погружения и малых температурах гелиевой ванны происходит переход в волновой подрежим кипения, паровая пленка при этом переходе превращается в пленку с симметричными кольцевыми волнами. При малых глубинах погружения и температурах ванны, близких к  $T_\lambda$ , паровая пленка постепенно «всплывает». При дальнейшем увеличении тепловыделения на образце на верхней образующей цилиндрической «всплывшей» пленки пара появляются волны. При температурах гелиевой ванны  $T'$ , очень близких к  $T_\lambda$  ( $T_\lambda - T' < 0,04$  К), наблюдается скачкообразный переход в подрежим «ряби»; при этом гладкая, имеющая большой диаметр паровая пленка покрывается сетью мелких кольцевых волн. При достижении температуры ванны, соответствующей точке  $\lambda$ -перехода, сетка мелких волн внезапно исчезает.

Условия перехода в волновой подрежим описываются уравнением

$$q_W d_W = 6,79 \cdot 10^{-2} \exp(2,75T') \quad (6)$$

и иллюстрируется рис. 4.

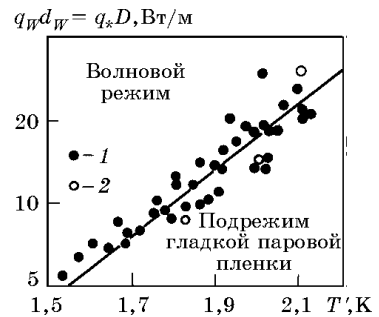
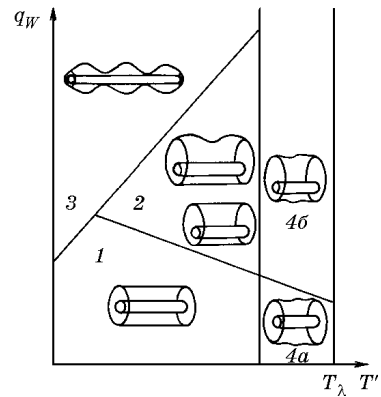


Рис. 4. Граница волнового подрежима 1 —  $d_W = 86—191$  мкм; 2 — расчет по опытным данным работы [4]. Сплошная линия — аппроксимация (6)

Область режимных параметров, в которой может наблюдаться режим «ряби», удовлетворительно описывается неравенством

$$\rho' g H > (\partial p / \partial T)_s (T_\lambda - T'). \quad (7)$$

Это дает основание предполагать, что переход в подрежим «ряби» связан с появлением на межфазной поверхности пар—жидкость прослойки He-I.

С увеличением тепловой нагрузки  $q_w$  при малых  $T'$  улучшение теплоотдачи при переходе в волновой подрежим происходит скачком — вместе с внезапным появлением волн. При больших  $T'$  увеличение  $q_w$  ведет к «всплыванию» паровой пленки (при этом кольцевые волны не образуются). При переходе в подрежим с «всплывшей» паровой пленкой теплоотдача улучшается непрерывно без скачков и сопровождается постепенным, все более сильным смещением оси пленки пара вверх от оси цилиндрического нагревателя.

Представленная выше картина смены подрежимов пленочного кипения характерна для горизонтально ориентированного образца. При изменении ориентации на вертикальную границы подрежимов бесшумового пленочного кипения заметно смещаются. Так, область «волнового» подрежима при вертикальной ориентации цилиндрического образца значительно шире той же области при его горизонтальной ориентации. Интенсивность теплоотдачи не зависит от ориентации достаточно протяженного образца, если подрежим пленочного кипения не изменяется. Если же при вертикальной ориентации нагревателя осуществляется «волновой» подрежим, а при горизонтальной, например, подрежим гладкой паровой пленки, то в первом случае интенсивность теплоотдачи выше, чем во втором (рис. 5).

Экспериментально обнаруженный факт, свидетельствующий об отсутствии влияния ориентации длинного цилиндрического образца на интенсивность теплоотдачи, вообще противоречит сложившимся представлениям о пленочном кипении, поскольку ориентация поверхности теплоотдачи — это один из основных факторов, определяющих конвекцию пара в паровой пленке, ее толщину, а следовательно, и интенсивность теплосъема.

Покажем, что граничное условие (1) на поверхности пар—жидкость позволяет объяснить это необычное для пленочного кипения явление.

Рассмотрим бесшумовое пленочное кипение He-II в подрежиме гладкой паровой пленки, коаксиальной поверхности вертикального цилиндрического нагревателя.

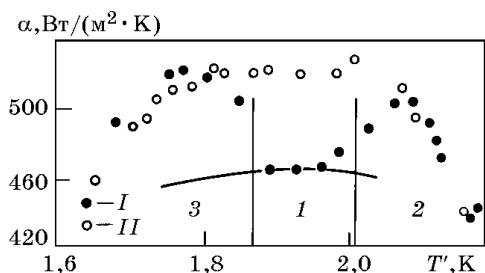


Рис. 5. Сравнение коэффициента теплоотдачи при бесшумовом пленочном кипении He-II при горизонтальной (I) и вертикальной (II) ориентациях цилиндрического образца

$d_w = 191$  мкм,  $H = 81$  мм,  $q_w = 6,6$  Вт/см<sup>2</sup>. Зоны 1—3 соответствуют обозначениям рис. 3 для горизонтальной ориентации образца (для вертикальной ориентации образца всегда наблюдается волновой подрежим)

Уравнения движения и энергии в цилиндрических координатах  $(x, r)$  могут быть записаны в виде

$$r\rho'g + \frac{\partial}{\partial r}\left(\mu''r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = 0, \quad (8)$$

$$q_W r_W - q_* r_s = \frac{5}{2} p'' \frac{d}{dx} \int_{r_W}^{r_s} u r dr. \quad (9)$$

Подробный анализ и метод вывода интегрального соотношения вида (9) для обсуждаемых условий содержатся в [6]. Полагаем, что  $q_W = \text{const}$  и  $q_* = \text{const}$ .

Интегрируя (8) и используя граничные условия на поверхности нагревателя (индекс  $W$ ) и на межфазной поверхности (индекс  $s$ ),

$$r = r_W, \quad u = 0, \quad r = r_s, \quad u = 0,$$

получим закон изменения скорости пара по толщине паровой пленки:

$$u = \frac{\rho'g}{4\mu''} \left[ -(r^2 - r_W^2) + (r_s^2 - r_W^2) \frac{\ln r - \ln r_W}{\ln r_s - \ln r_W} \right]. \quad (10)$$

Подставив (10) в (9) и приняв для простоты приближение

$$\frac{\ln r - \ln r_W}{\ln r_s - \ln r_W} \approx \frac{r - r_W}{r_s - r_W},$$

получим после интегрирования

$$\frac{[(r_s/r_W)^2 - 1](r_s/r_W - 1)^2}{1 - q_* r_s / (q_W r_W)} = x \frac{q_W}{\frac{5}{2} p'' \frac{\rho'g}{48\mu''} r_W^3}. \quad (11)$$

Последнее выражение представляет собой закон изменения радиуса паровой пленки по высоте цилиндра.

Анализ полученной зависимости позволяет выделить относительно небольшой начальный участок  $x_0$ , на котором происходит рост радиуса пленки пара до значения  $r_W q_W / q_*$  и осуществляется увеличение объемного расхода пара. На участке, где  $x > x_0$ , конвекция пара в пленке хотя и существует, но на теплообмен в пределах ламинарного течения пара она практически никакого влияния не оказывает. Поскольку пар течет с постоянной скоростью, толщина паровой пленки не меняется, и тепло передается преимущественно теплопроводностью в направлении, перпендикулярном движению пара. Поэтому механизм передачи тепла в любом из подрежимов бесшумового пленочного кипения сверхтекучего гелия при любой ориентации достаточно протяженной цилиндрической теплоотдающей поверхности практически одинаков, и интенсивность теплоотдачи при изменении ориентации нагревателя (в пределах погрешности, вносимой начальным участком) не меняется. Это заключение имеет общий характер и не зависит от принятого для простоты приближения.

## Литература

1. Лабунцов Д.А., Аметистов Е.В. // Теплоэнергетика. 1979. № 5. С. 24—26.
2. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 959—967.
3. Макашев Н.К. // Ученые записки ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 3. С. 49—62.
4. Leonard A.C. // Proc. of 3-d Int. Cryogenic Eng. Conf. West Berlin. May 1970. P. 109—114.
5. Лабунцов Д.А., Аметистов Е.В., Спиридонов А.Г. // Теплоэнергетика. 1981. № 4. С. 18—20.
6. Лабунцов Д.А., Аметистов Е.В. // Теплоэнергетика. 1982. № 3. С. 10—14.

## VII. ОТДЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕПЛООБМЕНА, ГИДРОДИНАМИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

39

### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ

Аналитическое исследование отдельных сторон процесса теплоотдачи при ламинарном, гидродинамически стабилизированном течении жидкости в круглой трубе, проведенное в предположении, что физические параметры текущей среды не зависят от температуры, позволило получить некоторые новые результаты, касающиеся двух разных по своему содержанию вопросов.

Первый из них относится к установлению длины участка тепловой стабилизации потока и выяснению некоторых особенностей теплоотдачи на этом начальном участке при условии постоянного по длине трубы теплопровода ( $q_W = \text{const}$ ). Эта часть работы выполнена при тех же исходных допущениях, что и известное аналитическое решение Нуссельта. В частности, предполагается, что аксиальная теплопроводность в потоке отсутствует.

Содержание второго из рассматриваемых вопросов состоит в изучении влияния на теплоотдачу переноса тепла в ламинарном потоке жидкости путем теплопроводности в аксиальном направлении. Аналитическое исследование этого вопроса проведено как для случая  $T_W = \text{const}$ , так и для условия  $q_W = \text{const}$ .

Физически понятно, что перетекание тепла путем теплопроводности по потоку (вдоль или навстречу направлению течения жидкости), происходящее вследствие аксиальных тепловых градиентов и стремящееся к уменьшению их, приводит в итоге к качественно новому положению, которое кратко можно сформулировать так. Температурное поле в некотором сечении потока жидкости зависит не только от условий протекания теплообмена до этого сечения, но и от условий теплообмена, происходящих за этим сечением.

Иначе, если без учета аксиальной теплопроводности «тепловое возмущение», возникшее в некотором месте потока, лишь сносится вниз по потоку со скоростью движения жидкости, то при учете аксиальной теплопроводности часть этого «возмущения» распространяется также в виде температурных волн не только вниз по потоку, но и навстречу движению жидкости. Все это приводит не только к усложнению механизма процесса и, следовательно, методов теоретического и экспериментального исследований, но, говоря об аналитическом изучении, и к ограничению, сужению возможных приемов анализа.

---

Работа написана в 1957 г. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1958. № 3. С. 55—60.  
(Прим. ред.)



Взаимозависимость условий протекания процессов на отдельных участках, необходимость учета особенностей течения и переноса тепла в потоке до входа в обогреваемую трубу, т.е. необходимость учета предыстории потока, заставляют отказаться от приближенных методов анализа и искать точное решение задачи. Очевидно при этом, что решение будет зависеть от конструктивного оформления предвключенного участка и поэтому не может быть получено в общем виде. Само исследование влияния аксиальной теплопроводности в потоке на теплообмен включает в себя несколько вопросов.

Существует ли постоянное по длине, т.е. стабилизированное, значение коэффициента теплоотдачи вдали от входа? Если существует, то каковы количественные закономерности теплоотдачи в области стабилизированного теплообмена и на участке тепловой стабилизации? Какова длина участка тепловой стабилизации?

С аналитической точки зрения, рассматриваемые вопросы можно систематизировать следующим образом. Для ламинарного гидродинамически стабилизированного течения в цилиндрическом канале с параболическим распределением скоростей уравнение энергии имеет вид:

без учета аксиальной теплопроводности

$$(1 - r^2) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (1)$$

с учетом аксиальной теплопроводности

$$(1 - r^2) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\text{Pe}^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (2)$$

с граничными условиями

$$r = 1, \quad T = T_W = \text{const} \quad (3)$$

или

$$r = 1, \quad q_W = \text{const}. \quad (4)$$

Здесь  $r = R/(R_0)$  — безразмерный текущий радиус;  $R_0$  — радиус цилиндрического канала;  $x = (X/R_0) (1/\text{Pe})$  — приведенная продольная координата;  $X$  — продольная координата;  $\text{Pe} = 2\bar{w}R_0/a$  — критерий Пекле;  $\bar{w}$  — средняя скорость потока;  $a$  — температуропроводность.

Таким образом, в зависимости от исходных уравнений (1) или (2) и граничных условий (3) или (4) можно говорить о четырех отдельных задачах.

Первая задача, математическое описание которой состоит из уравнения (1) и граничных условий (3), есть задача о теплообмене без учета аксиальной теплопроводности при постоянной температуре стенки трубы. Решение этой задачи выполнено Нуссельтом и в настоящей работе не рассматривается.

Вторая задача, математическое описание которой состоит из уравнения (1) и граничных условий (4), определяет теплообмен без учета аксиальной теплопроводности при неизменном по длине трубы подводе тепла к жидкости. Известно, что вдали от входа в трубу при этих условиях устанавливается стабилизированный закон теплообмена, характеризуемый числом Нуссельта  $\text{Nu} = 4,36$ .

Однако неизвестны расстояние, начиная с которого справедливо это соотношение, и закономерности теплообмена на начальном участке. Исследование этих вопросов составляет первую часть настоящей работы.

Третья и четвертая задачи, математическое описание которых состоит из уравнения (2) и граничных условий (3) или (4), составляют по существу распространение двух первых задач на случай учета аксиальной теплопроводности в потоке. Уже из исходного уравнения (2) видно, что область, где аксиальная теплопроводность, характеризующаяся вторым слагаемым левой части уравнения (2), может иметь значительное влияние на теплообмен, определяется малыми значениями чисел  $Pe$ . Это может быть как в случае очень малых чисел Прандтля ( $Pr$ ), например, в жидких металлах, так и при очень малых числах Рейнольдса ( $Re$ ), то есть при малых скоростях и диаметрах каналов. Исследование третьей и четвертой задач составляют содержание второй части настоящей работы.

Теплоотдача на начальном участке трубы при  $q_w = \text{const}$

Перейдем в (1) от  $T$  к температурному напору  $\vartheta = T - T_{st}$ , где

$$T_{st} = \bar{T}_{in} + A[4x + r^2 - (1/4)r^4 - (7/24)]$$

есть известное частное решение уравнения (1) для области стабилизированного теплообмена. Здесь  $\bar{T}_{in}$  — средняя температура жидкости на входе,  $A = q_w R_0 / \lambda$ .

Тогда уравнение (1) можно представить как

$$(1 - r^2) \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right), \quad (5)$$

причем  $(\partial \vartheta / \partial r)_{r=1} = 0$ .

Будем искать частное решение в виде

$$\vartheta = C f(r) \exp(-\beta x),$$

где  $C$  и  $\beta$  — некоторые постоянные, а  $f(r)$  — неизвестная функция.

Подстановка в дифференциальное уравнение (5) выражения для  $\vartheta$  дает

$$\beta(1 - r^2)f(r) + (1/r) [rf'(r)]' = 0,$$

где штрих означает полную производную по  $r$ .

Представляя  $f(r)$  в виде бесконечного ряда по степеням  $r$ ,

$$f(r) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m r^m,$$

находим для коэффициентов  $a_m$  следующие рекуррентные соотношения:

$$a_0 = 1,$$

$$a_2 = -a_0 \beta / 2^2,$$

$$a_4 = (-a_2 + a_0) \beta / 4^2,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_m = (-a_{m-2} + a_{m-4}) \beta / m^2,$$

где  $m$  — четное.

Из условия  $(\partial \vartheta / \partial r)_{r=1} = 0$  или, что то же самое,  $f'(r) = 0$ , получаем соотношение для  $\beta$ :

$$\sum_{m=0}^{\infty} m a_m(\beta) = 0.$$

Этому уравнению соответствует бесконечное число решений, т.е. имеет место бесконечная возрастающая последовательность чисел  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) и соответствующий им ряд собственных функций  $f_i(r)$ .

Общее решение задачи имеет вид

$$\vartheta = \sum_{i=1}^{\infty} C_i f_i(r) \exp(-\beta_i x), \quad (6)$$

причем коэффициенты  $C_i$  определяются по известному температурному полю на входе в трубу с использованием ортогональности собственных функций.

Были вычислены первые два корня  $\beta_i$ :

$$\beta_1 = 0, \quad \beta_2 = 25,9$$

и найдены соответствующие собственные функции

$$f_1(r) = 1; \quad f_2(r) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m(\beta_2) r^m.$$

График функции  $f_2(r)$  приведен на рис. 1.

Соответствующие коэффициенты  $C_i$  были найдены для условия постоянной по сечению температуры жидкости на входе:

$$C_1 = 0, \quad C_2 = 0,40A.$$

На основе полученного распределения температур

$$T = T_{st} + 0,40A f_2(r) \exp(-25,9x) + \dots \quad (7)$$

найден закон теплообмена на начальном участке:

$$\text{Nu} = 4,36\varepsilon(x),$$

где

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{1 - 0,43 \exp(-25,9x) - \dots},$$

а число Нуссельта определено как

$$\text{Nu} = - \frac{2}{T_w - \bar{T}} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=1}$$

( $T_w$  и  $\bar{T}$  — температура стенки и средняя температура смешения жидкости в данном сечении трубы).

Изменение числа Nu вдоль канала графически представлено на рис. 2. Отметим, что при

$$\frac{X}{d} \frac{1}{\text{Pe}} = 0,07 \quad (8)$$

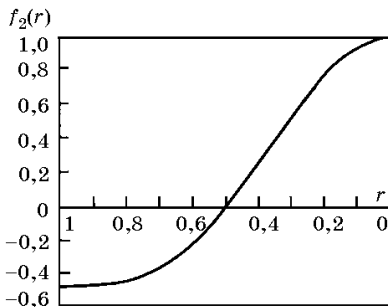


Рис. 1. Собственная функция  $f_2(r)$  общего решения (6)

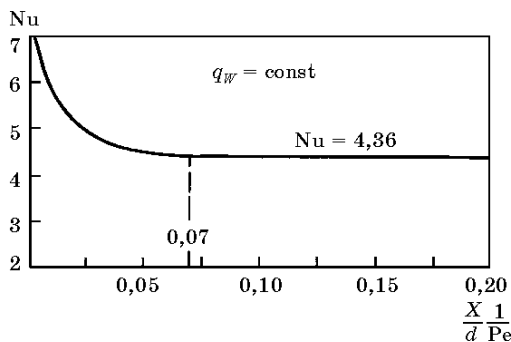
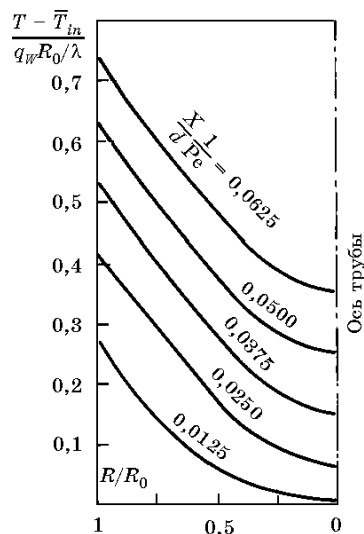


Рис. 2. Изменение числа Nu вдоль канала при  $q_w = \text{const}$

Рис. 3. Поля температур на участке тепловой стабилизации при  $q_w = \text{const}$



величина Nu превышает предельное значение 4,36 всего на 1 % (здесь  $d = 2R_0$ ). Поэтому соотношение (8) определяет длину участка тепловой стабилизации.

На рис. 3 построены поля температур на начальном участке в виде зависимости

$$T - \bar{T}_{in} = A\Phi\left(\frac{R}{R_0}, \frac{X}{d} \frac{1}{\text{Pe}}\right).$$

Общее решение (6), описывающее температурное поле при ламинарном гидродинамическом стабилизированном течении жидкости в круглой трубе при  $q_w = \text{const}$ , позволяет вычислить закон теплообмена в любом сечении трубы (кроме расстояний, очень близких от входа в трубу, где необходимо принимать в рассмотрение следующие слагаемые бесконечного ряда (6)).

Влияние аксиальной теплопроводности на теплоотдачу  
при  $T_w = \text{const}$

Введем в рассмотрение температуру  $\theta$ , отсчитанную от  $T_w$ , то есть  $\theta = T - T_w$ . Тогда уравнение (2) примет вид:

$$(1 - r^2) \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{1}{\text{Pe}^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right), \quad (9)$$

причем  $\theta_{r=1} = 0$ .

Как и раньше, будем искать решение в виде

$$\theta = C\psi(r) \exp(-\gamma x),$$

где  $C$  и  $\gamma$  — неизвестные постоянные,  $\psi(r)$  — неизвестная функция.

После подстановки этого выражения в (9) получим:

$$\left[ \gamma(1 - r^2) + \left( \frac{\gamma}{\text{Pe}} \right)^2 \right] \psi(r) + \frac{1}{r} [r\psi'(r)]' = 0.$$

Представляя  $\psi(r)$  в виде бесконечного ряда по степеням  $r$ ,

$$\psi(r) = \sum_{m=0}^{\infty} b_m r^m,$$

и определив коэффициенты ряда  $b_m$  из предыдущего уравнения, получим следующие рекуррентные соотношения:

$$b_0 = 1,$$

$$b_2 = -b_0 \frac{\gamma + (\gamma/\text{Pe})^2}{2^2},$$

$$b_4 = -b_2 \frac{\gamma + (\gamma/\text{Pe})^2}{4^2} + b_0 \frac{\gamma}{4^2},$$

.....

$$b_m = -b_{m-2} \frac{\gamma + (\gamma/\text{Pe})^2}{4^2} + b_{m-4} \frac{\gamma}{4^2},$$

где  $m$  — четное.

Из условия  $\theta_{r=1} = 0$  или, что то же самое,  $\psi(1) = 0$  получим соотношение для вычисления  $\gamma$ :

$$\sum_{m=0}^{\infty} b_m(\gamma, \text{Pe}) = 0.$$

Этому уравнению соответствует бесконечная возрастающая последовательность чисел

$$\gamma_i(\text{Pe}) \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

и соответствующая им последовательность функций  $\psi_i(r, \text{Pe})$ .

Общее решение задачи имеет вид

$$\theta = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \psi_i(r, \text{Pe}) \exp[-\gamma_i(\text{Pe})x]. \quad (10)$$

Из анализа выражения (10) видно, что для задачи  $T_W = \text{const}$  в случае учета аксиальной теплопроводности также имеется определенное сечение, начиная с которого наступает тепловая стабилизация потока, и поле температур принимает вид:

$$\theta = C_1 \psi_1(r, \text{Pe}) \exp[-\gamma_1(\text{Pe})x].$$

Теплоотдача перестает зависеть от длины трубы.

Предельное число  $\text{Nu}_{\text{lim}}$  при учете аксиальной теплопроводности может быть вычислено следующим образом:

$$\text{Nu}_{\text{lim}} = -2 \left( \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r=1} = 2 \frac{\psi_1'(\text{Pe})}{\psi_1(\text{Pe})}. \quad (11)$$

Здесь  $\bar{\theta} = 4 \int_0^1 \theta(1-r^2)r dr$  — средняя по теплосодержанию температура жидкости в данном сечении;  $\bar{\psi}_1(\text{Pe})$  — осредненное значение функции  $\psi_1(r, \text{Pe})$ .

Из выражения (11) следует принципиально новый вывод: при учете аксиальной теплопроводности предельное значение числа Нуссельта для рассматриваемой задачи зависит от критерия Пекле.

Для получения количественных зависимостей были вычислены значения  $\gamma_1(\text{Pe})$ , что позволило найти  $\text{Nu}_{\text{lim}}(\text{Pe})$ :

Pe	$10^0$	$10^{0,5}$	$10^{1,0}$	$10^{1,5}$	$10^{2,0}$ и более
$\gamma_1(\text{Pe})$	2,045	4,625	6,75	7,28	7,315
$\text{Nu}_{\text{lim}}$	4,04	3,86	3,74	3,68	3,66

На рис. 4 нанесены график зависимости  $\text{Nu}_{\text{lim}}(\text{Pe})$  (сплошная линия *a*) и значение  $\text{Nu}_{\text{lim}} = 3,66$ , вычисленное Нуссельтом (пунктирная линия *б*).

Анализ показал, что увеличение  $\text{Nu}_{\text{lim}}$  при уменьшении Pe объясняется тем, что вследствие аксиальной теплопроводности изменение температурного профиля происходит так, что градиент температур у стенки нарастает относительно быстрее, чем средняя (по теплосодержанию) температура жидкости в данном сечении. Это видно из рассмотрения приведенных на том же рис. 4 графиков (1 и 2) зависимости от Pe величин  $\psi'_1(\text{Pe})/\psi'_1(\infty)$  и  $\bar{\psi}_1(\text{Pe})/\bar{\psi}_1(\infty)$ , где первая дробь представляет относительное повышение температурного градиента на стенке, а вторая — относительное повышение средней (по теплосодержанию) температуры жидкости по сравнению с решением Нуссельта. ( $\psi'_1(\infty)$  и  $\bar{\psi}_1(\infty)$  соответствуют

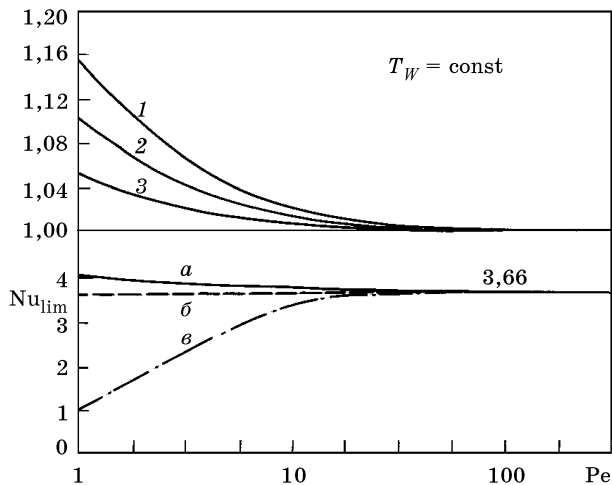


Рис. 4. Зависимость числа  $\text{Nu}_{\text{lim}}$  в области стабилизированного теплообмена от числа Pe при  $T_W = \text{const}$   
*a* — решение с учетом аксиальной теплопроводности в потоке; *б* — решение Нуссельта; *в* — расчет по формуле (12);  
 1 —  $\psi'_1(\text{Pe})/\psi'_1(\infty)$ ; 2 —  $\bar{\psi}_1(\text{Pe})/\bar{\psi}_1(\infty)$ ; 3 —  $\text{Nu}_{\text{lim}}/(\text{Nu}_{\text{lim}})_{\text{Nus}}$

решению Нуссельта, так как при  $Re \rightarrow \infty$  полученное общее решение переходит в решение Нуссельта). Относительное повышение теплоотдачи по сравнению с решением Нуссельта,  $Nu_{lim}/(Nu_{lim})_{Nus}$ , которое может быть получено как частное от деления соответствующих значений ординат линий 1 и 2, показано на рис. 4 в виде кривой 3.

Здесь уместно подчеркнуть, что при наличии аксиальной теплопроводности количество тепла, переданного через стенку на некотором участке трубы, неправильно подсчитывать по изменению энтальпии жидкости, так как при этом не учитываются тепловые потоки за счет аксиальной теплопроводности через торцевые сечения рассматриваемого участка.

Чтобы показать, какая при этом может быть допущена ошибка, определим  $Nu_{lim}$  по заведомо неверной в этом случае формуле

$$Nu_{lim} = - \frac{1}{2\bar{\theta}} \frac{d\bar{\theta}}{dx}. \quad (12)$$

Результаты расчета по этой формуле представлены на рис. 4 в виде штрихпунктирной линии *b* с резким падением числа  $Nu_{lim}$  при уменьшении числа  $Re$ . Однако этот график не отражает изменения действительной теплоотдачи, а лишь показывает, что при уменьшении  $Re$  все меньшая доля общего тепла переносится в аксиальном направлении путем конвекции. В этих условиях все сильнее возрастает роль аксиальной теплопроводности, которая формулой (12) не учитывается.

Влияние аксиальной теплопроводности на теплоотдачу при  $q_w = \text{const}$

Как и раньше, введем в рассмотрение температурный напор  $\vartheta = T - T_{st}$ , где

$$T_{st} = \bar{T}_{-\infty} + A[4x + r^2 - (1/4)r^4 - (7/24)],$$

по-прежнему, — известное частное решение уравнения (1) для области стабилизированного теплообмена.

Здесь  $\bar{T}_{-\infty}$  — средняя температура жидкости вдали от входа в обогреваемую часть трубы, то есть в той области, на которую не может распространяться аксиальный тепловой поток и которая теоретически находится при  $x = -\infty$ .

Выражение для  $T_{st}$  является также частным решением уравнения (2), и это позволяет представить математическое описание рассматриваемой задачи в следующем виде:

$$(1 - r^2) \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right), \quad (13)$$

причем  $(\partial \vartheta / \partial r)_{r=1} = 0$ .

Полагая по-прежнему

$$\vartheta = C\varphi(r) \exp(-\zeta x)$$

и приводя при помощи этого выражения уравнение (13) к виду

$$\left[ \zeta(1 - r^2) + \left( \frac{\zeta}{Pe} \right)^2 \right] \varphi(r) + \frac{1}{r} [r\varphi'(r)]' = 0,$$

можно, представив функцию  $\varphi(r)$  как

$$\varphi(r) = \sum_{m=0}^{\infty} k_m r^m,$$

найти соотношения для членов ряда  $k_m$ , которые оказываются тождественными с рекуррентными соотношениями для  $b_m$  в предыдущей задаче.

Используя условие  $\varphi'(1) = 0$ , получаем уравнение для определения постоянной  $\zeta$ :

$$\sum_{m=0}^{\infty} m k_m(\zeta, \text{Pe}) = 0,$$

которое также имеет множество решений. Можно показать также, что при  $\text{Pe} \rightarrow \infty$  это уравнение переходит в аналогичное уравнение первой задачи.

Бесконечной возрастающей последовательности чисел

$$\zeta_i(\text{Pe}) \quad (i = 1, 2, 3 \dots)$$

соответствует своя последовательность функций  $\varphi_i(r, \text{Pe})$ , причем

$$\zeta_1(\text{Pe}) \equiv 0, \quad \varphi_1(r, \text{Pe}) \equiv 1.$$

Поэтому общее решение можно представить в виде:

$$\vartheta = C + \sum_{i=2}^{\infty} C_i \varphi_i(r, \text{Pe}) \exp[-\zeta_i(\text{Pe})x]. \quad (14)$$

Анализ этого выражения показывает, что по мере удаления от входа ( $x > 0$ ) влияние входных начальных условий, характеризующих вторым, сумматорным членом, убывает и начиная с некоторого сечения наступает стабилизация теплоотдачи, т.е. температура становится равной

$$T = T_{st} + C,$$

и при этом

$$\text{Nu}_{\text{lim}} = \frac{q_w}{T_w - \bar{T}} \frac{2R_0}{\lambda}$$

оказывается равным по-прежнему  $\text{Nu}_{\text{lim}} = 4,36$ .

Постоянная  $C$ , характеризующая величину дополнительного повышения температуры жидкости и стенки в некотором сечении вследствие дополнительного подвода тепла путем аксиальной теплопроводности через это сечение может быть определена из следующего балансового соотношения:

$$\lambda \frac{d\bar{T}}{dX} = c_p \rho \bar{w} C$$

( $c_p$  — изобарная теплоемкость,  $\rho$  — плотность жидкости), которое после преобразований дает:

$$C = \frac{4}{\text{Pe}^2} \frac{2R_0 q_w}{\lambda}.$$



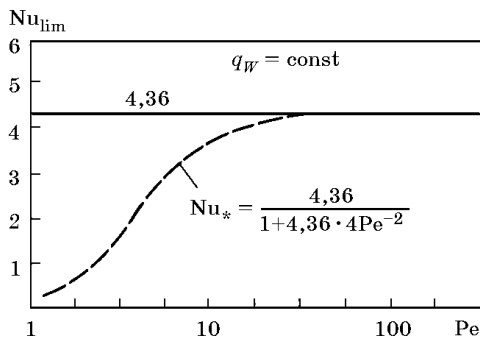


Рис. 5. Число  $Nu_{lim}$  в области стабилизированного теплообмена при  $q_w = \text{const}$

перепад оказывается завышенным на величину  $C$ , а теплоотдача соответственно заниженной. Можно легко показать, что рассчитанное по такому методу число

$$Nu_* = \frac{4,36}{1 + 4 \frac{4,36}{Pe^2}}$$

резко убывает с уменьшением  $Pe$ , что видно на рис. 5. Полученная формула позволяет рассчитать возможные ошибки в расчете стабилизированного теплообмена, связанные с пренебрежением аксиальной теплопроводностью, при малых числах  $Re$  и  $Pr$ .

Таким образом, в области стабилизированного теплообмена при учете аксиальной теплопроводности теплоотдача остается такой же ( $Nu_{lim} = 4,36$ ), тогда как абсолютные значения температур потока и стенки оказываются выше на величину  $C$ .

Отсюда следует, что если в опыте измерить лишь температуру стенки трубы, а среднюю температуру жидкости находить расчетным путем без учета аксиальной теплопроводности, то получаемый при этом температурный

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

В связи с внедрением пара сверхкритических параметров на электростанциях детальное изучение закономерностей теплообмена в сверхкритической области состояния вещества является весьма актуальной проблемой современной теплофизики. В значительной мере острота проблемы объясняется тем, что в опытах были обнаружены так называемые «ухудшенные» режимы теплоотдачи, представляющие в определенных условиях опасность для работы экранных котельных труб.

Подробный обзор современного состояния экспериментальных и расчетно-аналитических исследований теплообмена в этих условиях приведен в работе Б.С. Петухова [1]. Итоги ряда более поздних исследований содержатся в работах [2—7].

До сих пор, однако, нет достаточной ясности в вопросе о причинах «ухудшения» теплообмена и, в частности, о той роли, которая принадлежит гравитационным эффектам в возникновении «ухудшенных» режимов теплоотдачи. Ниже приведен один из возможных путей оценки области заметного проявления гравитационных эффектов в вертикальных трубах.

Рассмотрим элемент трубы длиной  $\Delta l$  (рис. 1) и диаметром  $D$ , по которой движется турбулентный поток среды сверхкритического давления в условиях теплообмена, и выделим пристенный слой толщиной  $\delta$ , в пределах которого происходит основное изменение энтальпии  $h$  и плотности  $\rho$  среды.

При отсутствии сил тяжести (в невесомости) на выделенный элемент объемом  $\Delta V = \pi D \delta \Delta l$  действует результирующая сила давления  $F_p$ , равная  $F_p = \pi D \delta |dp/dl| \Delta l$ , которая уравнивается касательными напряжениями трения, приложенными к боковым граням элемента:

$$\left| \frac{dp}{dl} \right| = \frac{\xi}{2} \frac{G^2}{\rho_b D},$$

где  $G = \bar{w} \rho_b$  — массовая скорость потока,  $\bar{w}$  — средняя скорость,  $\rho_b$  — плотность в ядре потока,  $\xi$  — коэффициент гидравлического сопротивления.

Поэтому

$$F_p = \frac{\xi}{2} \frac{G^2}{\rho_b D} \Delta V. \quad (1)$$

При наличии поля тяжести на этот элемент среды вследствие переменной плотности действует также подъемная сила, равная

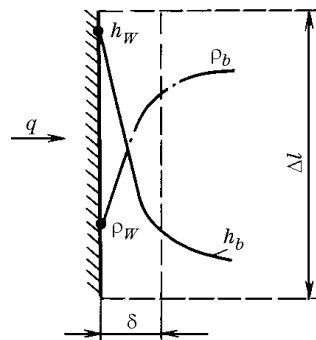


Рис. 1. Схема расчетного элемента

$$F_g = g(\rho_b - \bar{\rho})\Delta V, \quad (2)$$

где  $\bar{\rho}$  — средняя плотность среды внутри объема  $\Delta V$ .

Естественно ожидать, что влияние гравитационных эффектов на гидродинамику и теплообмен будет тем сильнее, чем значительней окажется сила  $F_g$  в сравнении с  $F_p$ . Условие соизмеримости этих сил имеет вид:

$$G^2 \approx (2/\xi) g(\rho_b - \bar{\rho})\rho_b D. \quad (3)$$

Соотношение (3) может быть интерпретировано как условие, определяющее порядок граничных значений массовых скоростей  $G$ , ниже которых влияние сил тяжести на теплообмен и гидродинамику должно быть значительным. Для оценки  $\bar{\rho}$  можно учесть, что в области наиболее резкого изменения плотности и других физических свойств зависимость плотности от энтальпии имеет характер, близкий к линейному. Принимая для приближенной оценки величины  $(\rho_b - \bar{\rho})$  закон «1/7 степени», как для энтальпийных напоров, можно показать, что

$$\rho_b - \bar{\rho} = (1/8)(\delta/R)^{1/7}(\rho_b - \rho_w) \approx 0,1(\rho_b - \rho_w),$$

полагая дополнительно  $\delta \approx 0,1R$  ( $R$  — радиус трубы).

С учетом этого соотношения, условие (3) запишется как

$$G^2 \approx 1/(5\xi) g(\rho_b - \rho_w)\rho_b D. \quad (3a)$$

Рассмотрев в качестве примера канал с типичными параметрами  $D = 10$  мм,  $\xi = 0,02$ ,  $\rho_b = 600$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_w = 300$  кг/м<sup>3</sup>, из условия (3) найдем, что граничные значения  $G$  имеют порядок величины 400 кг/(м<sup>2</sup> · с).

Экспериментальные данные различных исследователей соответствуют этой примерной оценке. При таких небольших значениях массовых скоростей в опытах обнаруживается влияние сил тяжести: данные при подъемном и опускном движении оказываются различными. При скоростях  $G$ , значительно превышающих граничные значения, определяемые условием (3), влияние силы тяжести должно вырождаться. Это заключение также хорошо согласуется с условием

$$G^2 > 25g(\rho_b - \rho_w)\rho_b D, \quad (4)$$

найденным эмпирическим путем на основе анализа всех известных исследований теплоотдачи для углекислоты при сверхкритических давлениях [6]. При массовых скоростях, больших  $G$ , влияние силы тяжести уже практически не проявляется.

Для котельной техники типичны, однако, более высокие значения массовых скоростей, при которых интенсивность теплообмена должна определяться закономерностями, присущими турбулентному вынужденному потоку при резко переменных по сечению трубы физических свойствах среды. К сожалению (но в полном соответствии с чрезвычайно сложной внутренней природой явления), в настоящее время обоснованные методы детального расчета таких процессов отсутствуют. Предлагаемый ниже приближенный практический метод расчета теплообмена при переменных свойствах связан с идеей использования осредненных или «гомогенизированных» свойств потока.

Схемы расчета, использующие методы «гомогенизации» свойств потока, как известно, довольно успешно применяются для приближенного описания ряда закономерностей двухфазных течений. Применяя эту идею к однофазному турбулентному потоку с переменными свойствами, предположим, что в основу расчета теплоотдачи в этих условиях может быть положено общеизвестное критериальное уравнение, относящееся к потоку с постоянными свойствами,

$$\text{Nu} = c\text{Re}^{0,8}\text{Pr}^{0,4}, \quad \text{где } c \approx 0,023, \quad (5)$$

в котором, однако, все физические свойства потока являются некоторыми «эффективными» величинами.

Предлагаются следующие простейшие пробные правила осреднения:

$$\left. \begin{aligned} \langle \lambda \rangle &= \int_0^1 \lambda d\theta; & \langle c_p \rangle &= \int_0^1 c_p d\theta \equiv \frac{h_W - h_b}{T_W - T_b}; \\ \langle \mu \rangle &= \int_0^1 \mu d\eta; & \langle \rho \rangle &= 2 \int_0^1 \rho \eta d\eta \equiv \int_0^1 \rho d\eta^2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь

$$\theta = \frac{T - T_W}{T_b - T_W}; \quad \eta = \frac{h - h_W}{h_b - h_W}.$$

Согласно (6), эффективные значения теплопроводности, теплоемкости и вязкости представляют собой средние значения величин в пределах граничных значений температур и энтальпий.

Правило осреднения плотности отражает то обстоятельство, что влияние переменности плотности несущественно у самой стенки трубы, но возрастает по мере выхода в ядро потока; величина  $\eta$  под интегралом в выражении для  $\langle \rho \rangle$  играет роль «массовой» функции, изменяющейся от нуля на стенке до единицы в ядре потока.

С учетом (6) критерии в уравнении (5) надлежит определять как

$$\text{Nu} = \frac{\alpha D}{\langle \lambda \rangle}, \quad \text{Re} = \frac{\langle \rho \rangle \bar{w} D}{\langle \mu \rangle}, \quad \text{Pr} = \frac{\langle \mu \rangle \langle c_p \rangle}{\langle \lambda \rangle}, \quad (7)$$

где  $\bar{w} = G/\rho_b$ .

Возможности обсуждаемого метода при принятых пробных правилах осреднения (6) рассмотрены ниже. На рис. 2 приведены расчетные распределения температуры стенки трубы  $T_W$  для воды при давлении 270 бар. Параметром здесь служит размерная величина (в единицах системы СИ)

$$\tilde{q} = \frac{qD^{0,2}}{cG^{0,8}}, \quad (8)$$

где  $q$  — тепловой поток на стенке,  $c$  — числовой коэффициент уравнения (5).

Положительным значениям величины  $\tilde{q}$  соответствует подвод тепла к потоку, отрицательным — отвод тепла, или охлаждение теплоносителя. Видно, что по мере нарастания тепловой нагрузки (при  $\tilde{q} > 0$ ) изменение температуры стен-

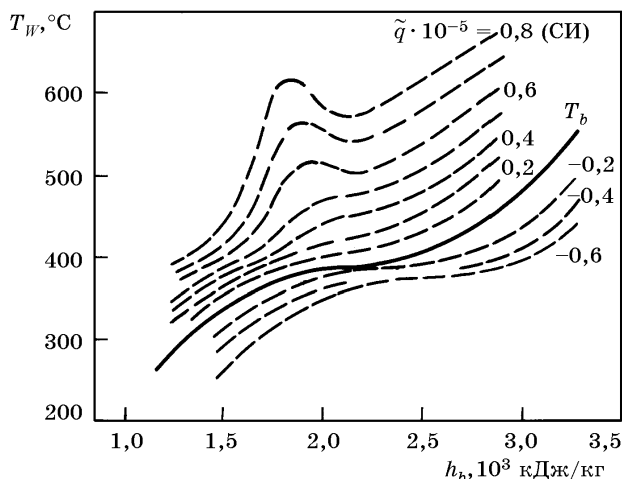


Рис. 2. Расчетные значения температуры стенки для воды при  $p = 270$  бар при нагреве ( $\tilde{q} > 0$ ) и охлаждении ( $\tilde{q} < 0$ )

ки трубы  $T_w$  постепенно перерождается и принимает немонотонный характер, связанный с появлением характерного пика температур. Область его возникновения и само очертание соответствуют опытным наблюдениям, которые принято интерпретировать как «ухудшение» теплоотдачи.

При обратном направлении теплового потока ( $\tilde{q} < 0$ ) расчет предсказывает высокую интенсивность теплообмена во всей зоне резкого изменения физических свойств. Этот вывод также хорошо качественно согласуется с пока немногочисленными опытными данными [2, 8] для условий охлажденной среды. Приведенная на рис. 2 картина температурного режима труб определяется совместным влиянием изменения всех «эффективных» свойств потока, осредненных в соответствии с (6).

Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными ряда исследователей, полученными в опытах с водой и углекислотой, показано на рис. 3—5.

В целом приведенные здесь данные показывают, что предлагаемый практический метод расчета оказывается довольно эффективным для области сверхкритических давлений. Даже при использовании пробных и весьма упрощенных правил осреднения (6) метод приводит к удовлетворительному согласованию с экспериментальными данными и естественно предсказывает возникновение так называемых ухудшенных режимов теплоотдачи.

Если применить данный подход также для оценки сопротивления трения  $\tau$  в сверхкритической области, то для величины  $\tau$  можно записать:

$$\tau = (\xi/8) \langle \rho \rangle \bar{w}^2, \quad \text{где } \xi = \text{const} / \text{Re}^n. \quad (9)$$

При  $n = 0,2$  отношение

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \left( \frac{\langle \rho \rangle}{\rho} \right)^{0,8} \left( \frac{\langle \mu \rangle}{\mu} \right)^{0,2} \quad (10)$$

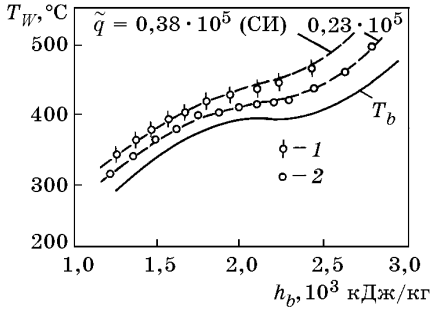


Рис. 3. Сравнение расчетных значений и опытных значений [9] температур стенки при течении воды в трубах

$D = 8$  и  $3,4$  мм,  $G = 2000$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $p = 270$  бар; трубы гидравлически гладкие,  $c = 0,023$ ; 1 — подъемное движение; 2 — опускное движение

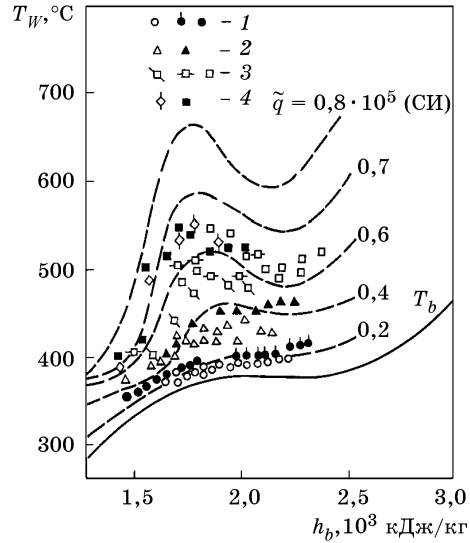


Рис. 4. Сравнение расчетных и экспериментальных [10] значений температур стенки трубы

$D = 8$  мм, подъемное течение воды,  $p = 230$  бар,  $G = 700-1400$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $c = 0,027$ ; 1 —  $\tilde{q} \cdot 10^{-5} = 0,17-0,23$ ; 2 —  $\tilde{q} \cdot 10^{-5} = 0,4-0,45$ ; 3 —  $\tilde{q} \cdot 10^{-5} = 0,55-0,6$ ; 4 —  $\tilde{q} \cdot 10^{-5} = 0,62-0,66$

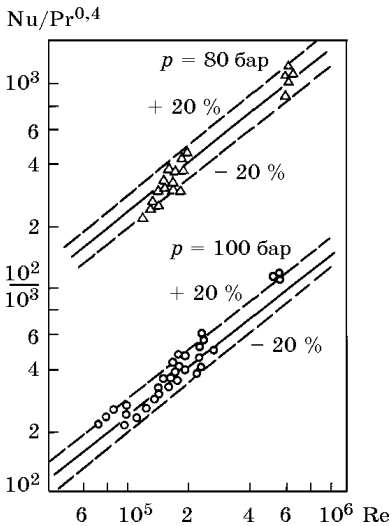


Рис. 5. Сравнение расчетной зависимости (5) с опытными данными [11] по теплоотдаче при течении углекислоты в горизонтальной трубе

$D = 4$  мм,  $q$  до  $2 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>

характеризует изменение сопротивления трения при переходе от расчета  $\tau_0$  по свойствам при средней температуре потока  $T$  к расчету по «гомогенизированным» свойствам. Сопоставление расчета по соотношению (10) с опытными данными [9] показано на рис. 6. Качественный характер изменения сопротивления трения этот расчет подтверждает, хотя и предсказывает несколько более заметное снижение сопротивления по сравнению с опытными данными. (Следует иметь в виду, что перепад давлений вследствие ускорения потока в [9] определяют расчетным путем на основе одномерной модели.)

В целом приведенные результаты показывают, что предложенная схема, основанная на использовании осредненных значений физических параметров среды, перспективна в качестве практической приближенной методики расчета теплооб-

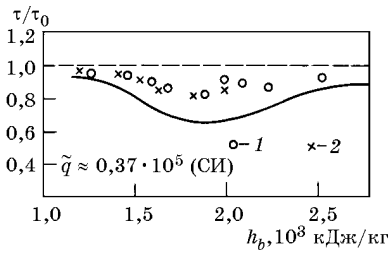


Рис. 6. Сравнение расчетной зависимости (10) с опытными данными по гидравлическому сопротивлению при течении воды [9]

$p = 270$  бар; 1 —  $G = 2000 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}$ ,  $q = 1,2 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$ ;  
2 —  $G = 5000 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}$ ,  $q = 2,4 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$

мена и сопротивления применительно к области сверхкритических давлений. Вопрос о рациональном выборе правил осреднения типа (6) нуждается в дальнейшем уточнении и обсуждении.

#### Литература

1. Петухов Б.С. // ТВТ. 1968. Т. 6. № 4. С. 732—745.
2. Краснощеков Е.А., Кураева И.В., Протопопов В.С. // ТВТ. 1969. Т. 7. № 5. С. 922—930.
3. Leontiev A.I. // ASME publication. 1969. 69-HT-60.
4. Hall W.B. // Research Report. Univ. of Manchester, 1968. N.E. 1.
5. Shiralkar B., Griffith P. // Trans. ASME. Ser. C. 1969. Vol. 91. N 1. P. 27—36.
6. Shiralkar B., Griffith P. // Trans. ASME. Ser. C. 1970. Vol. 92. N 3. P. 465—471.
7. Ackerman J.W. // Trans. ASME. Ser. C. 1970. Vol. 92. N 3. P. 490—498.
8. Шицман М.Е. // Теплоэнергетика. 1962. № 1. С. 83—86.
9. Тарасова Н.В., Леонтьев А.И. // ТВТ. 1968. Т. 6. № 4. С. 755—756.
10. Шицман М.Е. // ТВТ. 1963. Т. 1. № 2. С. 267—275.
11. Краснощеков Е.А., Протопопов В.С. // ТВТ. 1966. Т. 4. № 3. С. 389—398.

## ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА ТЕПЛА ОТ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНЫ К ПОТОКУ С ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ИЗМЕНЕНИЕМ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛООТДАЧИ

### ЧАСТЬ I. ОБЩИЙ АНАЛИЗ

В реальных процессах конвективного теплообмена (при турбулентных течениях жидкостей и газов, пульсационных течениях теплоносителей, течениях двухфазных потоков, кипении жидкостей, конденсации пара в условиях капельного режима или волнового течения пленки и т.д.) имеют место периодические пульсации гидродинамических параметров и, следовательно, интенсивность теплообмена также носит периодический пульсационный характер. В одних случаях коэффициент теплоотдачи изменяется преимущественно во времени, в других существенно пространственная периодичность вдоль поверхности. В общем случае происходит изменение коэффициента теплоотдачи по закону прогрессивной волны, характеризующейся определенными масштабами временного изменения (период  $\tau_*$ ) и пространственного изменения (периодичность  $l_*$ ) и соответствующей фазовой скоростью ( $l_*/\tau_*$ ). В стенке возникают пульсационные поля температур, которые зависят от геометрии и теплофизических свойств материала, а также от условий теплоподвода или теплоотвода. Отдельные вопросы теплообмена с периодической интенсивностью исследовались недавно в работах [1—3].

В данной работе проблема исследуется аналитически в общем виде. Анализ относится к случаю передачи тепла через плоскую стенку, на внешней поверхности которой поддерживаются термические граничные условия  $T_0 = \text{const}$  или  $q_0 = \text{const}$ , либо в объеме стенки происходит тепловыделение с объемной плотностью  $q_V = \text{const}$  при  $q_0 = 0$ .

Показано, что «измеряемые» коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_m$ , определяемые как частное от деления средней плотности теплового потока  $\langle q \rangle$ , действительно передаваемого теплоносителю, на среднюю разность температур на теплообменной поверхности и в объеме  $\langle T_\delta - T_L \rangle$ , не равны действительным средним коэффициентам теплоотдачи  $\langle \alpha \rangle$ . Отношение  $\varepsilon = \alpha_m / \langle \alpha \rangle$  всегда меньше (или равно) единицы и зависит от теплофизических свойств и толщины стенки, вида возмущений и характера термических условий.

---

Работа написана в 1976 г. совместно с Ю.Б. Зудиным. Опубликовано в Трудах МЭИ. 1977. Вып. 347. С. 84—100. Более подробное описание метода анализа и способов решения конкретных задач дано в книге авторов: Процессы теплообмена с периодической интенсивностью. М.: Энергоатомиздат, 1984. 72 с. (Прим. ред.)



## Постановка задачи. Общее решение

На рис. 1 показаны схемы реализации различных граничных условий для анализируемых процессов:  $T_0 = \text{const}$ ,  $q_0 = \text{const}$ ,  $q_V = \text{const}$  (при  $q_0 = 0$ ).

На поверхности теплообмена  $Y = \Delta$  задан переменный коэффициент теплоотдачи  $\alpha = \text{var}$ , являющийся периодической функцией:

$$\alpha = \alpha(\xi), \quad (1)$$

где  $\xi = \tau/\tau_* \pm X/l_* = t \pm x$  — обобщенная безразмерная координата,  $\tau$  — время,  $X$  — координата вдоль пластины в направлении движения потока.

Задание изменения коэффициента теплоотдачи в форме прогрессивной волны (1) позволяет при надлежащем выборе масштабов  $\tau_*$  и  $l_*$  легко перейти к частным случаям чисто временных и чисто пространственных пульсаций.

Температурное поле в стенке описывается уравнением теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2} \right) + q_V, \quad (2)$$

где  $\vartheta = T - T_L$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  — теплоемкость, плотность, теплопроводность материала стенки.

Ввиду линейности уравнения (2) поле температур всегда может быть представлено, как суперпозиция стационарной части  $\vartheta_1(Y)$ , удовлетворяющей уравнению

$$\lambda \frac{d^2 \langle \vartheta \rangle}{dY^2} + q_V = 0 \quad (3)$$

с краевыми условиями при  $Y = 0$ , и пульсационной добавки  $\hat{\vartheta}$ , описываемой уравнением

$$c\rho \frac{\partial \hat{\vartheta}}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \hat{\vartheta}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \hat{\vartheta}}{\partial Y^2} \right), \quad (4)$$

то есть как сумма

$$\vartheta = \langle \vartheta \rangle + \hat{\vartheta}. \quad (5)$$

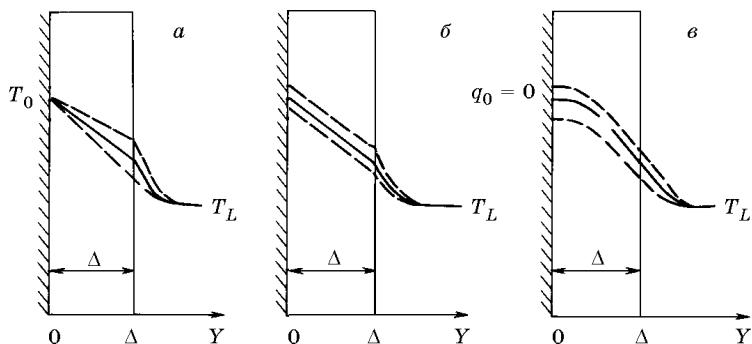


Рис. 1. Варианты граничных условий.

$a - T_0 = \text{const}$ ;  $b - q_0 = \text{const}$ ;  $c - q_V = \text{const}$

Стационарные решения уравнения (3) для рассматриваемых задач, удовлетворяющие различным граничным условиям при  $Y = 0$ , имеют вид:

$$\begin{aligned} \langle \vartheta \rangle &= (T_0 - T_L) - A_0 Y && \text{при } T_0 = \text{const}, \\ \langle \vartheta \rangle &= B_0 - (q_0/\lambda)Y && \text{при } q_0 = \text{const}, \\ \langle \vartheta \rangle &= C_0 - (q_V/2\lambda)Y^2 && \text{при } q_V = \text{const}, (q_0 = 0). \end{aligned} \quad (6)$$

где  $A_0, B_0, C_0$  — постоянные.

Пульсационные части поля температур зависят от  $\xi$  и  $y = Y/l_*$ :  $\hat{\vartheta} = \hat{\vartheta}(\xi, y)$ , так что уравнение (4) принимает вид

$$m \frac{\partial \hat{\vartheta}}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 \hat{\vartheta}}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \hat{\vartheta}}{\partial y^2}, \quad (7)$$

где  $m = l_*^2 / \alpha \tau_*$ ,  $a$  — теплопроводность материала стенки.

Граничные условия для пульсаций температуры при  $y = 0$  задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{при } T_0 = \text{const} & \quad \hat{\vartheta}_0 = 0; \\ \text{при } q_0 = \text{const} & \quad (\partial \hat{\vartheta} / \partial y)_0 = 0; \\ \text{при } q_V = \text{const}, (q_0 = 0) & \quad (\partial \hat{\vartheta} / \partial y)_0 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Так как два последних граничных условия тождественны, в нижеследующем оба случая  $q_0 = \text{const}$  и  $q_V = \text{const}$  ( $q_0 = 0$ ) объединены в один, рассматриваемый как случай  $q_0 = \text{const}$ .

Решения уравнения (7), удовлетворяющие (8), удобно представить в комплексной форме [4]:

при  $T_0 = \text{const}$

$$\hat{\vartheta} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_k e^{ik\xi} \frac{\text{sh}(r_k + is_k)y}{\text{sh}(r_k + is_k)\delta} + A_k^* e^{-ik\xi} \frac{\text{sh}(r_k - is_k)y}{\text{sh}(r_k - is_k)\delta} \right], \quad (9)$$

при  $q_0 = \text{const}$

$$\hat{\vartheta} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_k e^{ik\xi} \frac{\text{ch}(r_k + is_k)y}{\text{ch}(r_k + is_k)\delta} + A_k^* e^{-ik\xi} \frac{\text{ch}(r_k - is_k)y}{\text{ch}(r_k - is_k)\delta} \right]. \quad (10)$$

Здесь

$$r_k = (k/\sqrt{2})(\sqrt{1 + m^2/k^2} + 1)^{1/2}, \quad s_k = (k/\sqrt{2})(\sqrt{1 + m^2/k^2} - 1)^{1/2}, \quad \delta = \Delta/l_*,$$

$A_k, A_k^*$  — постоянные комплексно-сопряженные коэффициенты.

Для определения коэффициентов  $A_k, A_k^*$  используется граничное условие при  $y = \delta$ :

$$\alpha(\xi)(T_\delta - T_L) = -\lambda(\partial T / \partial Y)_\delta$$

или

$$\alpha(\xi)\vartheta_\delta = -\lambda(\partial \vartheta / \partial y)_\delta. \quad (11)$$

Разлагая заданную функцию  $\alpha(\xi)$  в ряд Фурье,

$$\alpha(\xi) = \langle \alpha \rangle \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( D_k e^{ik\xi} + D_k^* e^{-ik\xi} \right) \right]$$

с известными коэффициентами  $D_k, D_k^*$ , и подставляя выражения для  $\vartheta_\delta, \vartheta'_\delta$  и  $\alpha(\xi)$  в (11), получаем уравнение, позволяющее определить значение  $A_k, A_k^*$  через  $D_k, D_k^*$  путем приравнивания коэффициентов при одинаковых  $e^{\pm ik\xi}$ . В итоге поле температур в стенке оказывается известным. Зная его, можно рассчитать средний тепловой поток на поверхности теплообмена  $\langle q \rangle_\delta$ , средний температурный напор  $\langle T_\delta - T_L \rangle$  и найти средний коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_m = \frac{\langle q \rangle_\delta}{\langle T_\delta - T_L \rangle}, \quad (12)$$

который и определяется обычно в экспериментальных исследованиях.

### Предельные случаи

1)  $\tau_* \rightarrow \infty$ . В этом случае  $m \rightarrow 0, r_k \rightarrow k, s_k \rightarrow 0, \xi \rightarrow x$ .

Решения имеют вид:

$$\hat{\vartheta} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ (A_k e^{ikx} + A_k^* e^{-ikx}) \frac{\text{sh}ky}{\text{sh}k\delta} \right] \quad \text{при } T_0 = \text{const},$$

$$\hat{\vartheta} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ (A_k e^{ikx} + A_k^* e^{-ikx}) \frac{\text{ch}ky}{\text{ch}k\delta} \right] \quad \text{при } q_0 = \text{const}.$$

Это случай чисто пространственной периодичности теплообмена. Вдоль поверхности (ось  $X$ ) теплоотдача изменяется по периодическому закону  $\alpha(X)$ .

2)  $l_* \rightarrow \infty$ . В этом случае  $m \rightarrow \infty, r_k \rightarrow \sqrt{mk/2}, s_k \rightarrow \sqrt{mk/2}, \xi \rightarrow t$ ,

$$(r_k + is_k)y = \sqrt{k/2}(1+i)(Y/\sqrt{a\tau_*}),$$

$$(r_k - is_k)y = \sqrt{k/2}(1-i)(Y/\sqrt{a\tau_*}).$$

Видно, что теперь естественным масштабом длины вдоль  $Y$  является  $\sqrt{a\tau_*}$  — «глубина проникновения тепловой волны». Решения имеют вид:

при  $T_0 = \text{const}$

$$\hat{\vartheta} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_k e^{ikt} \frac{\text{sh} \sqrt{k/2}(1+i)(Y/\sqrt{a\tau_*})}{\text{sh} \sqrt{k/2}(1+i)(\Delta/\sqrt{a\tau_*})} + A_k^* e^{-ikt} \frac{\text{sh} \sqrt{k/2}(1-i)(Y/\sqrt{a\tau_*})}{\text{sh} \sqrt{k/2}(1-i)(\Delta/\sqrt{a\tau_*})} \right],$$

при  $q_0 = \text{const}$

$$\hat{\vartheta} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_k e^{ikt} \frac{\text{ch} \sqrt{k/2}(1+i)(Y/\sqrt{a\tau_*})}{\text{ch} \sqrt{k/2}(1+i)(\Delta/\sqrt{a\tau_*})} + A_k^* e^{-ikt} \frac{\text{ch} \sqrt{k/2}(1-i)(Y/\sqrt{a\tau_*})}{\text{ch} \sqrt{k/2}(1-i)(\Delta/\sqrt{a\tau_*})} \right].$$

Это случай чисто временной периодичности теплообмена. По всей поверхности теплоотдача изменяется по периодическому временному закону  $\alpha = \alpha(\tau)$ .

Взаимосвязь истинного осредненного  $\langle \alpha \rangle$  и экспериментального  $\alpha_m$  коэффициентов теплоотдачи

Запишем соотношение (11) в виде

$$\alpha(\xi) \langle \vartheta \rangle_\delta + \hat{\vartheta}_\delta = -\lambda \left( \frac{d\langle \vartheta \rangle}{dY} \right)_{Y=\Delta} - \lambda \left( \frac{d\langle \hat{\vartheta} \rangle}{dY} \right)_{Y=\Delta}. \quad (13)$$

Экспериментальный коэффициент теплоотдачи определяется как

$$\alpha_m = \frac{\langle q \rangle_\delta}{\langle \vartheta \rangle_\delta} = -\frac{\lambda}{\langle \vartheta \rangle_\delta} \left( \frac{d\langle \vartheta \rangle}{dY} \right)_{Y=\Delta}.$$

Введем безразмерные коэффициенты теплоотдачи

$$\tilde{\alpha} = \alpha l_* / \lambda, \quad \langle \tilde{\alpha} \rangle = \langle \alpha \rangle l_* / \lambda,$$

где  $l_*$  — геометрический масштаб периодичности; в асимптотическом случае число временных изменений  $l_* = \sqrt{a\tau_*}$ .

Представим также изменение коэффициента теплоотдачи как

$$\alpha(\xi) = \langle \alpha \rangle [1 + \psi(\xi)],$$

где  $\psi(\xi)$  — периодическая функция, причем в силу определения среднего,  $\langle \psi \rangle = 0$ .

Если обозначить  $\theta = \vartheta_\delta / \langle \vartheta \rangle_\delta$ , то граничное условие при  $y = \delta$  преобразуется к виду

$$\langle \tilde{\alpha} \rangle (1 + \psi)(1 + \hat{\theta}) = \tilde{\alpha}_m - \hat{\theta}'. \quad (14)$$

Это соотношение позволяет получить ряд общих заключений о взаимосвязи  $\langle \alpha \rangle$  и  $\alpha_m$  — истинного осредненного и экспериментального коэффициентов теплоотдачи.

Осредняя (14) по периоду изменения  $\xi$ , получаем

$$\langle \alpha \rangle [1 + \langle \psi \hat{\theta} \rangle] = \alpha_m$$

или

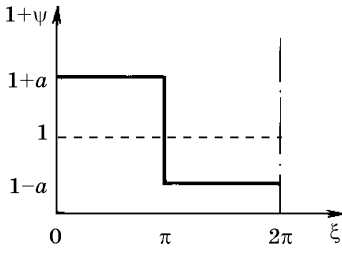
$$\varepsilon \equiv \alpha_m / \langle \alpha \rangle = 1 + \langle \psi \hat{\theta} \rangle. \quad (15)$$

Величина  $\varepsilon = \alpha_m / \langle \alpha \rangle$ , равная отношению экспериментального коэффициента теплоотдачи  $\alpha_m$  к истинному осредненному  $\langle \alpha \rangle$ , является искомой характеристикой процесса теплообмена с периодической интенсивностью.

Из (15) следует, что соотношение между  $\langle \alpha \rangle$  и  $\alpha_m$  определяется величиной  $\langle \psi \hat{\theta} \rangle$ , представляющей корреляцию между пульсационной частью коэффициента теплоотдачи и пульсационной частью температурного напора на поверхности. Нами получено строгое доказательство (здесь оно не приводится из-за ограниченного объема статьи) того, что при любом виде периодической функции  $\psi(\xi)$

$$\langle \psi \hat{\theta} \rangle \leq 0. \quad (16)$$

Это неравенство, имеющее фундаментальный смысл, означает, что в тех областях значений  $\xi$ , где интенсивность теплоотдачи выше средней,  $\psi > 0$ , температурный напор на поверхности в среднем оказывается ниже среднего,  $\theta < 0$ ; напротив, при  $\psi < 0$  в среднем  $\theta > 0$ .

Рис. 2. Ступенчатое изменение  $\alpha(\xi)$ 

Из (15) и (16) следует, что

$$\varepsilon \equiv \alpha_m / \langle \alpha \rangle \leq 1, \quad (17)$$

то есть экспериментальный коэффициент теплоотдачи всегда меньше действительного среднего или в пределе равен ему.

Из соотношения (14) можно получить оценку для предельного случая  $\langle \alpha \rangle \rightarrow 0$ , что эквивалентно  $\lambda \rightarrow \infty$ , то есть для случая очень высокой теплопроводности стенки. При этом

$$\alpha_m / \langle \alpha \rangle \rightarrow 1, \text{ или } \alpha_m \approx \langle \alpha \rangle.$$

Это следует из того, что при  $\langle \alpha \rangle \rightarrow 0$  и  $\alpha_m \rightarrow 0$ ; тогда согласно (14)  $\hat{\theta}' \rightarrow 0$  и  $\hat{\theta} \rightarrow 0$ .

Физический смысл данной оценки прост: стенка с бесконечно высокой теплопроводностью не испытывает температурных флуктуаций.

Более интересен другой предельный случай, когда  $\langle \alpha \rangle \rightarrow \infty$ , что эквивалентно  $\lambda \rightarrow 0$ , то есть низкой теплопроводности стенки. Деля обе части (14) на  $\langle \alpha \rangle (1 + \psi)$  и осредняя, имеем:

$$1 = \frac{\alpha_m}{\langle \alpha \rangle} \left\langle \frac{1}{1 + \psi} \right\rangle - \frac{1}{\langle \alpha \rangle} \left\langle \frac{\hat{\theta}'}{1 + \psi} \right\rangle.$$

Последнее слагаемое при  $\langle \alpha \rangle \rightarrow \infty$  может быть опущено. Величина  $\langle 1/(1 + \psi) \rangle$ , как следует из  $\langle \psi \rangle \equiv 0$  в силу определения  $\psi$ , всегда больше единицы.

Отсюда имеем:

$$\frac{\alpha_m}{\langle \alpha \rangle} \left\langle \frac{1}{1 + \psi} \right\rangle = 1,$$

или  $\alpha_m / \langle \alpha \rangle < 1$ , при том, что величина отношения определяется лишь видом функции, задающей изменение коэффициента теплоотдачи.

Рассмотрим для примера простой случай, когда  $\psi(\xi)$  есть ступенчатая функция, изображенная на рис. 2.

Для этих условий  $\langle 1/(1 + \psi) \rangle = 1/(1 - a^2)$  и  $\alpha_m = \langle \alpha \rangle (1 - a^2)$ .

Например, при  $a = 0,9$   $\alpha_m = \langle \alpha \rangle / 5$ , т.е. экспериментальный коэффициент теплоотдачи меньше среднего в 5 раз.

Для косинусоидального изменения  $\alpha(\xi) = \langle \alpha \rangle (1 + \psi) = \langle \alpha \rangle (1 + a \cos \xi)$  аналогичная оценка дает  $\alpha_m = \langle \alpha \rangle (1 - a^2)^{1/2}$ .

#### Общее заключение

При периодическом изменении интенсивности теплоотдачи вдоль поверхности и во времени экспериментально определенные коэффициенты теплоотдачи всегда меньше (или в пределе равны) действительным средним.

Отношение  $\varepsilon \equiv \alpha_m / \langle \alpha \rangle$  зависит от следующих параметров:

1)  $\langle \tilde{\alpha} \rangle = \langle \alpha \rangle l_* / \lambda$  — безразмерного среднего коэффициента теплоотдачи;

- 2)  $m = l_*^2 / (a\tau_*)$  — соотношения временного и пространственного масштабов периодичности и физических свойств стенки;
- 3)  $\delta = \Delta / l_*$  — относительной толщины стенки;
- 4)  $\psi(\xi)$  — вида функции изменения и амплитуды пульсаций действительного коэффициента теплоотдачи;
- 5) вида термического граничного условия на внешней поверхности стенки при  $Y = 0$ .

ЧАСТЬ II. РЕШЕНИЕ ХАРАКТЕРНЫХ ЗАДАЧ

Рассмотрим способы построения точных решений характерных задач для конкретного вида функций  $\alpha(\xi)$ .

1. Одним из типичных является косинусоидальный закон изменения коэффициента теплоотдачи  $\alpha = \langle \alpha \rangle (1 + a \cos \xi)$ .

Общее выражение для пульсаций поля температуры пластины  $\hat{\theta}$  при термическом условии  $T_0 = \text{const}$  имеет вид (9). Вычислив из (9)  $\hat{\theta}'$ , найдем выражения для безразмерных пульсаций температуры и пульсаций ее градиента при  $y = \delta$ :

$$\hat{\theta} = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k e^{ikx} + A_k^* e^{-ikx}), \tag{18}$$

$$\hat{\theta}' = \sum_{k=1}^{\infty} (B_k A_k e^{ikx} + B_k^* A_k^* e^{-ikx}), \tag{19}$$

где

$$B_k = (r_k + is_k) \text{cth}(r_k + is_k)\delta, \quad B_k^* = (r_k - is_k) \text{cth}(r_k - is_k)\delta.$$

Подставляя значения  $\hat{\theta}$ ,  $\hat{\theta}'$  и  $\alpha(\xi) = \langle \alpha \rangle (1 + a \cos \xi)$  в граничное условие (14) при  $y = \delta$  и собирая члены с одинаковыми степенями  $e^{ik\xi}$ ,  $e^{-ik\xi}$ , получим бесконечную цепочку линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $A_k$ ,  $A_k^*$ ,  $\varepsilon = \alpha_m / \langle \alpha \rangle$ :

$$\begin{aligned} 1 + (a/2)(A_1 + A_1^*) &= \varepsilon, \\ A_1 + (a/2)(1 + A_2) &= -B_1 A_1 / \langle \tilde{\alpha} \rangle, \\ A_1^* + (a/2)(1 + A_2^*) &= -B_1^* A_1^* / \langle \tilde{\alpha} \rangle, \\ &\dots\dots\dots \\ A_k + a/2(A_{k-1} + A_{k+1}) &= -B_k A_k / \langle \tilde{\alpha} \rangle, \\ A_k^* + (a/2)(A_{k-1}^* + A_{k+1}^*) &= -B_k^* A_k^* / \langle \tilde{\alpha} \rangle. \end{aligned}$$

Точное решение этой системы получается методом индукции и записывается в следующем виде, включающем сумму двух комплексно-сопряженных цепных дробей:

$$\varepsilon = 1 - (a/2) \left[ \frac{1}{(2/a)(1 + B_1/\langle \tilde{\alpha} \rangle) - \frac{1}{(2/a)(1 + B_2/\langle \tilde{\alpha} \rangle) - \dots}} + \frac{1}{(2/a)(1 + B_1^*/\langle \tilde{\alpha} \rangle) - \frac{1}{(2/a)(1 + B_2^*/\langle \tilde{\alpha} \rangle) - \dots}} \right]. \quad (20)$$

Соотношение (20) есть аналитическое решение пространственно-временной задачи с термическим граничным условием  $T_0 = \text{const}$  при  $y = 0$ .

Аналогично получается решение при граничном условии  $q_0 = \text{const}$ . В этом случае в соотношении (20) комплексно-сопряженные функции  $B_k, B_k^*$  равны

$$B_k = (r_k + is_k) \text{th}(r_k + is_k) \delta, \quad B_k^* = (r_k - is_k) \text{th}(r_k - is_k) \delta.$$

Переход от общего рассмотрения к асимптотикам (пространственная и временная задачи) осуществляется соответствующим предельным переходом:  $\tau_* \rightarrow \infty$  и  $l_* \rightarrow \infty$ .

1а. Рассмотрим случай чисто пространственного изменения истинного коэффициента теплоотдачи  $\alpha = \langle \alpha \rangle (1 + a \cos x)$ . Выражения для параметров  $B_k$  и  $B_k^*$  существенно упрощаются:

$$B_k = B_k^* = \text{cth } k\delta \quad \text{при } T_0 = \text{const},$$

$$B_k = B_k^* = \text{th } k\delta \quad \text{при } q_0 = \text{const}.$$

Итоговое выражение для отношения экспериментального коэффициента теплоотдачи к истинному среднему имеет вид

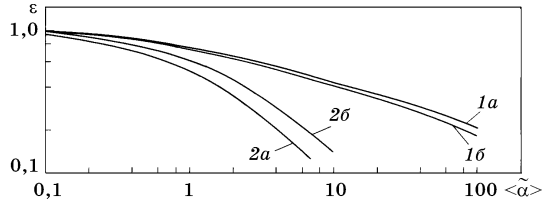
$$\varepsilon = 1 - \frac{2(a/2)^2}{1 + B_1/\langle \tilde{\alpha} \rangle - \frac{(a/2)^2}{1 + B_2/\langle \tilde{\alpha} \rangle - \frac{(a/2)^2}{1 + B_3/\langle \tilde{\alpha} \rangle - \dots}}}.$$

В важном частном случае  $\delta \rightarrow \infty$  (полуограниченный массив) отношение коэффициентов теплоотдачи, независимо от вида граничных условий, описывается выражением

$$\varepsilon = 1 - \frac{2(a/2)^2}{1 + 1/\langle \tilde{\alpha} \rangle - \frac{(a/2)^2}{1 + 2/\langle \tilde{\alpha} \rangle - \frac{(a/2)^2}{1 + 3/\langle \tilde{\alpha} \rangle - \dots}}}.$$

1б. В другом предельном случае чисто временного изменения истинного коэффициента теплоотдачи  $\alpha = \langle \alpha \rangle (1 + a \cos t)$  аналогичная последовательность преобразований позволяет получить выражения для  $\varepsilon = \alpha_m / \langle \alpha \rangle$ .

Рис. 3. Зависимости  $\varepsilon(\langle \tilde{\alpha} \rangle)$  при различных видах периодического изменения коэффициента теплоотдачи на поверхности полугограниченного массива ( $\delta \rightarrow \infty$ ).  $1a$  —  $\alpha = \langle \alpha \rangle (1 + a \cos x)$ , пространственная задача;  $1b$  —  $\alpha = \langle \alpha \rangle (1 + a \cos t)$ , временная задача;  $2a$  —  $\alpha$  — «ступенчатая» функция, пространственная задача;  $2b$  —  $\alpha$  — «ступенчатая» функция, временная задача



При  $\delta \rightarrow \infty$  в обеих асимптотических задачах исчезает влияния рода обогрева ( $T_0 = \text{const}, q_0 = \text{const}, q_V = \text{const}$ ) на экспериментальный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_m$ , что физически очевидно. Графическая интерпретация обоих решений приведена на рис. 3.

2. Рассмотрим теперь другой вид функции  $\alpha(\xi) = \langle \alpha \rangle (1 + \psi)$ :

$$\begin{aligned} \psi &= +a && \text{при } \xi = 0 - \pi, \\ \psi &= -a && \text{при } \xi = \pi - 2\pi. \end{aligned}$$

Такое «ступенчатое» изменение теплового режима приближенно может соответствовать процессам пузырькового кипения и капельной конденсации.

Общее решение можно построить, представляя «ступенчатую» функцию в виде ряда Фурье, но выкладки в этом случае слишком громоздки. Поэтому поступим следующим образом. Используя представления

$$e^{\pm im\xi} = (\cos m\xi \pm i \sin m\xi); \quad \hat{A}_m = R_m + iJ_m; \quad \hat{A}_m^* = R_m - iJ_m,$$

перепишем общие выражения для  $\theta$  и  $\theta'$  в виде

$$\hat{\theta} = \sum_{k=1}^{\infty} (R_m \cos m\xi - J_m \sin m\xi), \tag{21}$$

$$\hat{\theta}' = \sum_{k=1}^{\infty} [(F_m R_m - \Phi_m J_m) \cos m\xi - (F_m J_m + \Phi_m R_m) \sin m\xi], \tag{22}$$

где при  $T_0 = \text{const}$ ,

$$F_m = m \left[ \frac{r_m \text{sh}(2mr_m \delta) + s_m \sin(2ms_m \delta)}{\text{ch}(2mr_m \delta) - \cos(2ms_m \delta)} \right],$$

$$\Phi_m = m \left[ \frac{s_m \text{sh}(2mr_m \delta) - r_m \sin(2ms_m \delta)}{\text{ch}(2mr_m \delta) - \cos(2ms_m \delta)} \right];$$

при  $q_0 = \text{const}$

$$F_m = m \left[ \frac{r_m \text{sh}(2mr_m \delta) - s_m \sin(2ms_m \delta)}{\text{ch}(2mr_m \delta) + \cos(2ms_m \delta)} \right],$$

$$\Phi_m = m \left[ \frac{s_m \text{sh}(2mr_m \delta) + r_m \sin(2ms_m \delta)}{\text{ch}(2mr_m \delta) + \cos(2ms_m \delta)} \right].$$



Здесь  $m = 2k - 1$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots$  (четные члены выпадают вследствие нечетности функции  $\psi(\xi)$ ).

Применим для решения известный метод Галеркина [5]. Подставляя (21), (22) в граничное условие (14) и производя осреднение по периоду, получим

$$\varepsilon = 1 - \frac{2}{\pi} a \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_m}{m}. \quad (23)$$

Следующие два уравнения получим умножением уравнения (21) на  $\sin \xi$  и на  $\cos \xi$  с последующим осреднением по периоду. Эта процедура приводит к рекуррентным выражениям для  $R_m, J_m$ :

$$R_m = (\Phi_m J_m - F_m R_m) / \langle \tilde{\alpha} \rangle, \quad -J_m + \frac{4}{\pi} \frac{a}{m} = (F_m J_m + \Phi_m R_m) / \langle \tilde{\alpha} \rangle,$$

используя которые, получим итоговое соотношение:

$$\varepsilon = 1 - \frac{8}{\pi^2} a^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1}{m^2} \right) \frac{1 + F_m / \langle \tilde{\alpha} \rangle}{[(F_m^2 + \Phi_m^2) / \langle \tilde{\alpha} \rangle^2 + 2F_m / \langle \tilde{\alpha} \rangle + 1]}. \quad (24)$$

Расчет зависимостей  $\varepsilon(\langle \alpha \rangle)$  при  $\delta \rightarrow \infty$ ,  $a = 1$  (полуограниченный массив, максимальная амплитуда изменения  $\alpha$ ) был проведен отдельно для пространственной (2а) и временной (2б) задач. Результаты расчета представлены графически на рис. 3.

При неограниченном увеличении числа базовых функций ( $k \rightarrow \infty$ ) метод Галеркина дает точное решение.

Представляет интерес исследование его асимптотики; на основе (24) находим:

- а) при  $\langle \alpha \rangle \rightarrow 0$  ( $\lambda \rightarrow \infty$ )  $\varepsilon = 1$ ,
- б) при  $\langle \alpha \rangle \rightarrow \infty$  ( $\lambda \rightarrow 0$ )  $\varepsilon = (1 - a^2)$ ,
- в) при  $\delta \rightarrow 0$  ( $T_0 = \text{const}$ )  $\varepsilon = 1$ ,
- г) при  $\delta \rightarrow 0$  ( $q_0 = \text{const}$ ;  $q_V = \text{const}$ )  $\varepsilon = (1 - a^2)$ .

Последние две асимптотики физически очевидны, так как устремление толщины пластины к нулю при  $T_0 = \text{const}$  соответствует в пределе изотермической поверхности, а при  $q_0 = \text{const}$  — исчезающей теплоаккумуляционной способности пластины. Отметим, что в предыдущем случае,  $\psi = a \cos \xi$ , асимптотики (а) и (б) — точно такие же как для «ступенчатой» функции, тогда как (в) и (г) дают  $\varepsilon = (1 - a^2)^{1/2}$ .

Таким образом, на основе общего анализа построены и исследованы точные аналитические решения некоторых характерных задач конвективного теплообмена на пластине в условиях периодического пространственно-временного изменения истинного коэффициента теплоотдачи. Результаты анализа показывают, что влияние материала стенки на экспериментально измеренную интенсивность теплоотдачи в ряде случаев может быть весьма значительным.

#### Литература

1. Гиндоян А.Г., Пак М.А. // ИФЖ. 1976. Т. 30. № 6. С. 1135—1136.
2. Kern J. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1976. Vol. 19. P. 869—878.
3. Kern J. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1976. Vol. 19. P. 879—892.
4. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
5. Канторович Л.Г., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. М.—Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.

## ВОПРОСЫ ТЕРМОГИДРОМЕХАНИКИ ГЕОТЕРМАЛЬНОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

Как известно, основные высокопотенциальные запасы геотермальной энергии, использование которых уже сейчас экономически целесообразно и осуществляется в ряде регионов мира в промышленных масштабах, связаны с месторождениями парогидротерм, в основном, в зонах современного или позднего вулканизма с их высокими уровнями тепловых потоков и температурных градиентов. В России естественные высокоэнтальпийные парогидротермы расположены на Камчатке и на Курильских островах, в малообжитых вулканических районах с суровыми климатическими и сложными геологическими условиями, вдали от крупных потребителей электроэнергии. Оценки показывают, что речь здесь может идти об освоении ряда крупных геотермальных месторождений путем строительства нескольких ГеоТЭС суммарной мощностью около 1 млн кВт [1, 2]. Несмотря на то, что это требует высоких капиталовложений, включая средства на освоение территорий, проведение широкой программы разведки, бурения, научных исследований и т.д., решение этой задачи очень актуально, так как открывает возможность отказаться от значительной части завоза дорогостоящего топлива на Камчатский полуостров.

Электростанции на базе естественных парогидротерм имеют структуру обычной тепловой электростанции низкого давления, с тем отличием, что «парогенератор» расположен под землей. Это определяет целый ряд его особенностей, связанных с геологическими и геохимическими особенностями месторождений.

В отличие от традиционных станций, где подробная информация о парогенераторе, построенном руками человека, всегда доступна, положение в геотермальном случае более неопределенно. Подземный парогенератор создается самой природой, и его природная «конструкция», отличаясь сложностью и многообразием форм, остается в значительной мере скрытой от исследователей и проектировщиков. Данные, которые поставляют разведочное бурение, позволяют составить лишь общую картину месторождения. Степень ее детализации, как правило, недостаточна для однозначных количественных прогнозов и расчетных оценок. Так, например в [3] отмечается, что до настоящего времени остаются противоречивыми мнения о природе гидротермального резервуара и механизма образования пара в долине Большие Гейзеры.

Мало изучены сложные условия движения воды и пароводяной смеси в подземных горизонтах и проницаемых породах, при том что закономерности движения по промысловым скважинам являются определяющими для установления расходных характеристик месторождений. Чтобы предсказать теплообменные

---

Работа написана в 1990 г. Ранее не была опубликована. Подготовлена к печати Т.М. Муратовой.  
(Прим.ред.)

и гидромеханические процессы, которые возникнут после начала выведения теплоносителя по скважинам и позднее, при длительной эксплуатации месторождения, необходима, во-первых, как можно более полная информация о месторождении. Необходимо создать расчетную теплогидромеханическую модель, которая позволит обосновать схемы извлечения тепла, определить максимальный и оптимальный уровни производства мощности, предсказать динамику термогидродинамических процессов и эволюции месторождения вследствие его эксплуатации с той или иной интенсивностью, рассчитать и сопоставить различные варианты размещения скважин и т.д.

Наконец, следует иметь в виду, что вся реальная «конструкция» подземного котла находится обычно в сейсмически активном районе, зачастую по соседству с действующими вулканами. Непредсказуемые проявления сейсмоактивности — землетрясения, вулканическая деятельность и т.д., — вызывая перемещения породы, усадки, трещинообразование, могут заметно изменить «конструкцию» котла, распределение потоков теплоносителя, температурный режим, тепловые нагрузки. Этот фактор неопределенности обуславливает объективную вероятность больших или меньших вариаций характеристик месторождения во времени. Таким образом, тепломассообмен в парогидротермальном котле происходит в очень специфических условиях. Тем не менее фаза вывода теплоносителя по скважинам к поверхности является более определенной и более доступной детальному количественному анализу.

Проанализируем подробнее устойчивое движение теплоносителя по вертикальной скважине и оценим количественно вклад отдельных эффектов в энергетический баланс потока.

Следует вначале отметить, что при движении двухфазного теплоносителя по вертикальной скважине протяженностью 1—2 км существенны гравитационные эффекты. Достаточно напомнить, что гидростатическое давление столба воды высотой 1—2 км составляет 100—200 бар, а столба пара на линии насыщения (при давлении в среднем 20 бар) — лишь 1—2 бар. Работа поднятия единицы массы теплоносителя на такую высоту составляет 10—20 кДж/кг, что энергетически эквивалентно снижению энтальпии потока в разгонном устройстве при ускорении теплоносителя до скорости порядка 150—200 м/с.

По мере движения по скважине двухфазного потока происходят фазовые превращения, меняется фазовый состав и соответственно режимы течения двухфазной смеси. Возникают явления неустойчивости течения в области малых расходов, обусловленной в конечном счете гравитацией. Как известно, при определенных условиях может начаться самопроизвольная перестройка течения, приводящая к полному прекращению дебита скважины. После этого для нового «запуска» скважины требуются весьма радикальные специальные меры — «возбуждение» скважины. Механизмы этих сложных явлений пока еще изучены недостаточно.

При умеренных скоростях течения двухфазного геотермального теплоносителя существенное значение имеет так называемое скольжение фаз. Из-за различия плотностей паровая фаза под действием подъемных сил в среднем движется с большей скоростью, чем жидкая фаза. Как известно, это приводит к тому, что

истинное паросодержание потока  $\phi$  (доля сечения или объема канала, занятая паровой фазой) не равно объемному расходному паросодержанию (по определению, это отношение объемного расхода пара к объемному расходу смеси). Описание эффектов, связанных со скольжением фаз, может производиться на основе различных подходов. Наиболее приемлемой представляется модель, предложенная в [4], которая при относительной простоте имеет четкий физический смысл и хорошо обоснована экспериментально для широкого диапазона параметров. При увеличении скоростей значимость эффектов скольжения снижается и все более правомерным становится приближение гомогенной модели течения.

Итак, рассмотрим стационарное течение двухфазного потока в вертикальном канале. Используется одномерное приближение, поток считается гомогенизированным, в нем отсутствует скольжение фаз. При этих условиях уравнение энергетического баланса можно представить в виде

$$\rho u \frac{dh}{dx} - u \frac{dp}{dx} = q_F + q_D. \quad (1)$$

Здесь  $\rho$ ,  $h$ ,  $p$  — плотность, энтальпия и давление смеси;  $u$  — скорость движения теплоносителя по скважине;  $x$  — координата, ориентированная в направлении движения потока, то есть снизу вверх (см. рисунок);  $q_F$  — поток тепла, переданного через стенки скважины за счет теплопередачи между окружающими породами и теплоносителем, отнесенный к единице объема пространства (размерность Вт/м<sup>3</sup>); при отводе тепла от потока  $q_F < 0$ ;  $q_D$  — тепловыделение в единице объема пространства вследствие вязкой диссипации механической энергии движения теплоносителя (Вт/м<sup>3</sup>);  $q_D > 0$ .

Соотношение (1) адекватно уравнению первого начала термодинамики, если вязкую диссипацию интерпретировать как объемный источник тепловыделения. Действительно, для единицы массы среды уравнение первого закона термодинамики имеет вид

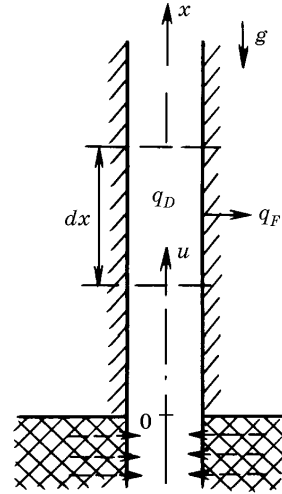
$$Q = \frac{Dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{dt}. \quad (2)$$

Здесь  $D/dt$  — субстанциональная производная, равная частной производной по времени в системе отсчета, движущейся с данной порцией (субстанцией) среды;  $Q$  — количество тепла, подведенного в единицу времени к единице массы среды.

При наличии внутренних источников тепла интенсивностью  $q_D$  и внешнего теплоситока на единицу объема  $q_F$  имеем:

$$Q = \frac{1}{\rho} (q_F + q_D). \quad (3)$$

Отсюда ясно, что соотношение (1) тождественно уравнению (2) при условии стационарности течения ( $D/dt = u \, d/dx$ ) и правомерности (3).



Для последующего рассмотрения существенно, что величина  $q_D$  всегда положительна согласно определению, тогда как поток тепла  $q_F$  на большей протяженности скважины в обычных условиях отрицателен: он направлен от геотермального теплоносителя к окружающим породам.

Уравнение движения стационарного потока в одномерном приближении запишем в форме

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx} + g_x \rho + f_{fr}, \quad (4)$$

где проекция силы трения потока о стенки  $f_{fr}$ , отнесенная к единице объема пространства (размерность Н/м<sup>3</sup>), всегда отрицательна, и для подъемных течений  $g_x = -g$ .

После умножения (4) на скорость  $u$  получаем уравнение баланса энергии в виде

$$\rho u \frac{d}{dx} \left( \frac{u^2}{2} \right) = -u \frac{dp}{dx} + g_x \rho u + u f_{fr}. \quad (5)$$

Отрицательное слагаемое  $u f_{fr}$  определяет сток энергии потока; взятая с обратным знаком, эта величина, очевидно, равна введенной выше величине  $q_D$  — тепловыделению вследствие вязкой диссипации:

$$q_D = -f_{fr} u. \quad (6)$$

С учетом (6) из (1) и (5) получаем

$$\frac{d}{dx} \left( h + \frac{1}{2} u^2 \right) = \frac{q_F}{\rho u} + g_x. \quad (7)$$

Анализ уравнения энергетического баланса в форме (7) позволяет сделать следующие оценки.

1) Полная энтальпия потока  $h + (1/2)u^2$  падает при движении теплоносителя вдоль скважины, так как оба слагаемых справа в уравнении (7) обычно отрицательны.

2) При длительной эксплуатации скважины в стационарном режиме роль теплотеплопередачи в энергетическом балансе потока, видимо, незначительна по сравнению с гравитационным эффектом — затратой энергии на поднятие теплоносителя. Иначе говоря, обычно

$$\left| \frac{q_F}{\rho u} \right| \ll |g_x|. \quad (8)$$

Так, например, при  $q_F \approx 1 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>3</sup> и  $\rho u \approx 1 \cdot 10^3$  кг/(м<sup>2</sup>·с) эти величины различаются на порядок:  $|q_F/(\rho u)| \approx 1$  м/с<sup>2</sup>,  $|g_x| = 10$  м/с<sup>2</sup>.

В этих условиях приближенно сохраняющейся является сумма:

$$h + (1/2)u^2 - g_x x = \text{const}. \quad (9)$$

3) При глубинах  $x \sim 1 \cdot 10^3$  м величина  $|g_x x|$  равна  $\sim 1 \cdot 10^4$  Дж/кг и линейно растет с глубиной. Слагаемое  $(1/2)u^2$  в уравнении (9) изменяется по длине скважины неравномерно. Наибольшие скорости наблюдаются в зоне выхода. При разгоне потока до скоростей на выходе из скважины  $\sim 30$ — $50$  м/с (именно такой порядок величины имеют реальные скорости при эксплуатации скважин в условиях Гео-

ТЭС) величина  $(1/2)u^2$  равна  $\sim (0,5—1,0) \cdot 10^3$  Дж/кг, то есть оказывается на порядок меньше, чем затрата энергии на поднятие теплоносителя  $|g_x x|$ . Лишь в режимах максимального расхода (в условиях опытно-эксплуатационного выпуска пара или в аварийных ситуациях), когда достигаются уровни критического истечения на выходе из скважины, величина  $u^2/2$  оказывается соизмеримой с гравитационным членом в энергетическом балансе потока.

4) Вышеприведенные оценки показывают, что если на «входе» (в нижних горизонтах скважины) пар насыщен и имеет давление 25—50 бар, то последующий процесс изменения его состояния по мере подъема на поверхность развивается вблизи линии насыщения и заканчивается в области перегретого пара, при этом возникающий перегрев пара невелик.

5) Для простой приближенной оценки плотности потока (пара или пароводяной смеси) допустимо использовать приближение

$$h \approx \text{const.} \quad (10)$$

Ниже показано, что оно обосновано для не слишком глубоких скважин и таких режимов эксплуатации, при которых не достигаются критические расходы среды. При этих ограничениях течение теплоносителя по скважине представляет собой типичный процесс дросселирования, оценку изоэнтальпийности которого можно получить на следующем примере. При изоэнтальпийном течении со вскипанием первоначально насыщенной воды, при входном давлении  $p_0 = 30$  бар и выходном  $p_1 = 5$  бар, паросодержание на выходе из скважины равно 0,174. Если учесть, что из-за гравитационного эффекта и разгона потока его энтальпия на выходе снижается на величину  $\Delta h = 1 \cdot 10^4$  Дж/кг, то изменение выходного паросодержания составит лишь 3%, то есть паросодержание практически не изменяется. Естественно, что не изменяется (на том же уровне приближения) и плотность двухфазной смеси.

Правомерность изоэнтальпийного приближения для оценки плотности пара можно обосновать и в другом предельном случае, когда по скважине движется первоначально насыщенный пар. При тех же давлениях на входе и выходе,  $p_0 = 30$  бар и  $p_1 = 5$  бар, сравним два процесса: изоэнтальпийный,  $h = h_0 = \text{const}$ , и со снижением энтальпии на выходе на  $\Delta h = 5 \cdot 10^4$  Дж/кг. В первом случае пар на выходе незначительно, на  $\sim 25^\circ\text{C}$ , перегрет, во втором — насыщен. Плотность пара на выходе равна:  $2,46 \text{ кг/м}^3$  для перегретого пара и  $2,63 \text{ кг/м}^3$  для насыщенного пара. Различие составляет всего 7 %, несмотря на значительное, сознательно завышенное, снижение энтальпии, заданное с целью охватить возможные критические режимы истечения и крайне глубокие скважины.

Таким образом, условие изоэнтальпийности течения является допустимым приближением для оценки изменения плотности и паросодержания потока, и оно подтверждается соответствующими опытными наблюдениями.

Вместе с тем, далеко не очевидно, что приближение (10) гарантирует аккуратный расчет важных для ряда приложений характеристик скважин и является удовлетворительным, например, при гидродинамическом описании продольных полей давлений, скоростей и расходов. Его принятие, по существу, означает, что из рассмотрения исключено уравнение энергетического баланса. Кроме того, принятие условия (10) означает переход от трехпараметрического уравнения состояния ве-

шества  $F(p, \rho, h) = 0$  к двухпараметрическому  $F(p, \rho) = 0$ . Эти упрощения могут служить источником скрытых расчетных ошибок. Хотя изоэнтальпийное описание применяется в тех или иных вариациях при изучении движения теплоносителя по геотермальной скважине, степень его обоснованности, возможные погрешности, вытекающие из его применения, раньше не исследовались. Вопрос о применимости изоэнтальпийного приближения более подробно анализируется ниже.

Рассмотрим течение сжимаемой среды с трением в вертикальном канале большой протяженности на основе уравнения баланса энергии.

Давление в уравнении (4) при строгом анализе следует считать функцией любых двух независимых параметров состояния вещества. Здесь такими параметрами удобно назначить плотность  $\rho$  и энтропию  $s$ . Тогда приращение давления равно

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s d\rho + \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds, \quad (11)$$

причем  $(\partial p / \partial \rho)_s = c_s^2$ , по определению, — квадрат изоэнтропийной («классической») скорости звука.

Приращение энтропии  $ds$  в соотношении (11) можно определить на основе второго закона термодинамики (выражение (3)):

$$T \frac{Ds}{dt} = \frac{1}{\rho} (q_F + q_D). \quad (12)$$

Для стационарного движения, когда  $Ds/dt = u ds/dx$ , с учетом внешней адиабатности ( $q_F \rightarrow 0$ ), используя  $q_D$  в форме (6), получим:

$$\rho u T \frac{ds}{dx} = -f_{fr} u,$$

или

$$ds = - \frac{f_{fr}}{\rho T} dx. \quad (13)$$

После простых преобразований находим:

$$(c_s^2 - u^2) \frac{\partial \rho}{\partial x} = g_x \rho + f_{fr} \left[ 1 + \frac{1}{\rho T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho \right]. \quad (14)$$

Уравнение движения в виде (14) совместно с уравнением неразрывности

$$\rho u = \text{const} \quad (15)$$

и квадратичным законом трения

$$f_{fr} = - \xi \frac{\rho u^2}{2D} \quad (16)$$

( $\xi$  — коэффициент сопротивления) позволяют в принципе найти закономерности изменения плотности и других параметров потока по длине канала, в предположении, что функция

$$c_s = c_s(\rho, s) \quad (17)$$

известна на основе термодинамических данных.

Уравнение (14) показывает, что критические условия течения возникают в сечении, где скорость потока равна местной скорости звука:

$$u = c_s, \quad \partial \rho / \partial x \rightarrow \infty. \quad (18)$$

Этот вывод имеет общий характер, он не зависит от вида уравнения состояния.

При использовании условия изоэнтальпийности  $h = \text{const}$  описание течения строится примерно следующим образом. Полагают, что давление есть функция термодинамических переменных  $\rho$  и  $h$ , т.е. по существу только одной плотности  $\rho$  (условие баротропности):

$$p = p(h, \rho) = p(\rho). \quad (19)$$

Поэтому

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_h d\rho = c_h^2 d\rho, \quad (20)$$

где  $c_h^2 = (\partial p / \partial \rho)_h$ , по определению, — квадрат изоэнтальпийной «скорости звука».

Отметим, что для воды при изоэнтальпийном расширении ее насыщенного пара от давлений 20—40 бар величина  $c_h$  остается практически постоянной и равной  $c_h \cong 447$  м/с. Поэтому с практической точки зрения, ввиду постоянства  $c_h$ , такой путь анализа представляется весьма привлекательным.

Уравнение движения при изоэнтальпийном течении имеет вид

$$(c_h^2 - u^2) \frac{\partial \rho}{\partial x} = g_x \rho + f_{fr}. \quad (21)$$

Это уравнение, с неизменным  $c_h$ , кажется удобным для описания течения геотермального пара в скважинах. Однако, поскольку  $c_h \neq c_s$ , из (21) следует результат, вступающий в противоречие с условием (18), так как он означает существование «другого» критического режима истечения:  $u = c_h$ ,  $\partial \rho / \partial x \rightarrow \infty$ . Это противоречие необходимо разрешить.

К процедуре анализа удобно привлечь ряд термодинамических соотношений. Если заданное приращение  $dp$  рассматривать сначала как функцию  $\rho$  и  $s$ :

$$dp = c_s^2 d\rho + \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds, \quad (a)$$

а затем как функцию  $\rho$  и  $h$ :

$$dp = c_h^2 d\rho + \left( \frac{\partial p}{\partial h} \right)_\rho dh, \quad (b)$$

и далее, с помощью уравнения второго начала термодинамики

$$T ds = dh - \frac{1}{\rho} dp \quad (22)$$

исключить  $ds$  из первого уравнения для  $dp$ , то получим соотношение

$$dp = \frac{c_s^2}{1 + Y} d\rho + \rho \frac{Y}{1 + Y} dh, \quad (c)$$

в котором через  $Y$  обозначена величина  $Y = \frac{1}{\rho T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho$ .



Сравнение коэффициентов при  $dp$  и  $dh$  в (b) и (c) позволяет получить искомые термодинамические соотношения:

$$1 + \frac{1}{\rho T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho = \frac{c_s^2}{c_h^2},$$

$$1 + \frac{1}{\rho T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho / \left( \frac{\partial p}{\partial h} \right)_\rho = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial h}{\partial s} \right)_\rho,$$

которые можно записать также в виде компактного двойного равенства

$$1 + \frac{1}{\rho T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho = \frac{c_s^2}{c_h^2} = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial h}{\partial s} \right)_\rho. \quad (23)$$

Соотношения (23) являются необходимым инструментом анализа степени ответственности приближенного уравнения движения (21) уравнению общего вида (14). Выпишем рядом оба уравнения в удобной для сопоставления форме:

$$(c_s^2 - u^2) \frac{\partial p}{\partial x} = g_x \rho + f_{fr} \frac{c_s^2}{c_h^2},$$

$$(c_h^2 - u^2) \frac{\partial p}{\partial x} = g_x \rho + f_{fr}.$$

Вначале установим условия тождественности этих уравнений. Видно, что они могли бы быть возможны в гипотетическом случае рабочего тела, для которого

$$\frac{c_s^2}{c_h^2} = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial h}{\partial s} \right)_\rho = 1 \quad \text{или} \quad \frac{1}{\rho T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho \rightarrow 0. \quad (24)$$

Реальные вещества, строго говоря, этим условиям не удовлетворяют. Так, для водяного пара вблизи линии насыщения в характерном диапазоне давлений  $c_s^2/c_h^2 \approx 1,03—1,15$ . Цифры дают представление о возможных неточностях при расчетах течения на основе уравнения (21). (Более благоприятным в отношении возможных погрешностей является случай двухфазного ненасыщенного потока; он будет рассмотрен ниже.)

Различие между уравнениями (14) и (21) будет отсутствовать также при одновременном формальном выполнении двух других условий:

- 1) умеренные (по сравнению со звуковыми) скорости потока:  $u \ll c_s$ ,
- 2) течение в условиях невесомости:  $g_x = 0$ .

Если  $g_x \neq 0$  и выполняется только первое из условий,  $u \ll c_s$ , уравнение (21) оказывается уже неточным. Таким образом, приближение  $h = \text{const}$  в общем случае может приводить к погрешностям в описании динамических характеристик течения, и это необходимо иметь в виду при расчетах и анализе течения геотермального рабочего тела в скважинах.

Рассмотрим в заключение возможные погрешности при описании двухфазного течения пароводяной смеси на основе приближения (10) и соответствующего уравнения движения (21). Для этого подсчитаем величину

$$c_s^2/c_h^2 = 1 + \frac{1}{\rho T} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_p.$$

В двухфазной области энтропия равна

$$s = s' + \frac{r}{T} \frac{v - v'}{v'' - v'} = s' + (v - v') \frac{dp}{dT},$$

где  $s'$  — энтропия жидкой фазы,  $r$  — теплота парообразования,  $v = 1/\rho$  — удельный объем смеси,  $dp/dT$  — производная вдоль линии насыщения; при преобразовании использовано уравнение Клапейрона—Клаузиуса.

Тогда

$$c_s^2/c_h^2 = 1 + (v/T) \left[ \frac{dp}{dT} / \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right) \right],$$

или окончательно

$$c_s^2/c_h^2 = 1 + v \frac{dp}{dT} \left[ T \frac{ds'}{dT} + (v - v') T \frac{d^2 p}{dT^2} - T \frac{dp}{dT} \frac{dv'}{dT} \right]. \quad (25)$$

Последнее слагаемое в знаменателе (25) неизмеримо меньше первого (малы коэффициенты термического расширения жидкости), поэтому при оценках оно может быть опущено. Кроме этого, прямая проверка показывает, что в диапазоне давлений 5—40 бар сохраняется примерное отношение

$$\frac{dp}{dT} / \left( T \frac{d^2 p}{dT^2} \right) = 0,11 - 0,15.$$

При поступлении к нижним горизонтам скважины насыщенной жидкости ( $v = v'$ ) отклонение  $c_s^2/c_h^2$  от единицы определяется числом  $(v'/T)(dp/ds')_{sat}$ , которое при  $p = 40$  бар равно 0,018, при  $p = 20$  бар равно 0,010, то есть не превышает 2%. В конце расширения, когда паросодержание примерно равно 0,2, отличие  $c_s^2/c_h^2$  от единицы составляет: 8% при  $p = 5$  бар и 7% при  $p = 2$  бар. Во всей промежуточной области отклонения давлений не выходят за эти пределы.

Не слишком отличается от единицы  $c_s^2/c_h^2$  и в случае истечения двухфазной смеси с значительным начальным паросодержанием в нижних сечениях ствола скважины. Так, при начальном расходном паросодержании, равном 0,5, и  $p = 40$  бар  $c_s^2/c_h^2$  на входе равно 1,10 и практически не изменяется при поднятии потока.

Таким образом, применение изоэнтальпийного приближения для расчетов процесса истечения из скважины вскипающей жидкости можно считать приемлемым для инженерных расчетов, тем более, что теоретическое описание движения двухфазной смеси всегда требует привлечения и других, даже более радикальных упрощений.

#### Литература

1. Маврицкий Б.Ф., Шпак А.А. // Сб.: Геотермические исследования в Средней Азии и Казахстане. М.: Наука, 1985. С. 47—56.
2. Дворов И.М. Геотермальная энергетика. М.: Наука, 1976. 192 с.
3. Дроздин В.А. Физическая модель вулканического процесса. М.: Наука, 1980. 92 с.
4. Лабунцов Д.А., Корнюхин И.П., Захарова Э.А. // Теплоэнергетика. 1968. № 4. С. 62—67.

## О МОДЕЛИРОВАНИИ АВАРИЙ В СИСТЕМАХ ЯЭУ

Для обеспечения безопасности атомных станций требуется надежное прогнозирование возможных аварийных ситуаций. Развитие гипотетической аварии во времени прогнозируется с помощью расчетных программ с необходимой для их верификации экспериментальной поддержкой. На опытных стендах реальные стационарные объекты моделируются в разных масштабах и с разной степенью интегральности — от моделей отдельных элементов до полноразмерных копий целых частей прототипа.

Проблема использования крупномасштабных моделей вызвала появление за рубежом серии работ, посвященных методам моделирования атомных энергетических объектов [1—5]. В отечественной периодике этому вопросу посвящена статья [6]. Предложенные в этих работах специфические законы масштабного моделирования привлекались в обоснование создания крупных экспериментальных стендов безопасности в некоторых странах (США, Японии, Франции, Италии) и широко используются в настоящее время при анализе экспериментальных данных, полученных на этих стендах.

Нельзя не отметить, однако, что применение предложенных принципов моделирования, например, общепризнанного закона моделирования в масштабе реального времени и с геометрическим объемным масштабом преобразования, приводит к затруднениям на практике.

В сложившейся ситуации представляется полезным анализ основополагающих методологических принципов моделирования, обсуждение его теоретической базы. Эти вопросы рассматриваются в настоящей работе; аналогичных исследований, насколько известно, ранее не проводилось. Анализируются физико-математические основы нового направления моделирования, методы преобразования подобия и сами правила моделирования. Базой данного исследования служат фундаментальные положения классической теории подобия и моделирования.

Цель статьи — привлечь внимание заинтересованных разработчиков и исследователей к проблеме обоснования крупномасштабных стендовых моделей атомных электростанций.

### Физико-математические основы

Все обсуждаемые работы можно подразделить на три группы. В основу методологии моделирования в первой группе положена система дифференциальных уравнений сохранения в частных производных, во второй — система одномерных уравнений сохранения, в третьей группе исходные уравнения имеют смешанный характер.

---

Работа написана в 1992 г. совместно с Т.М. Муратовой. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1992. № 10. С. 16—21. (Прим. ред.)

При моделировании на основе уравнений в частных производных исходная система записывается, например в [1], в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} &= 0; \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho u'_i u'_j}); \\ \rho \left( \frac{\partial h}{\partial t} + u_j \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) &= - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho c_p \overline{u'_j T'}) + \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + q_v; \\ \rho &= \rho(h, p). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Видно, что в принятой интерпретации уравнения импульсов и энергии не содержат слагаемых с молекулярными потоками. Тем самым исключаются из рассмотрения поперечный перенос тепла теплопроводностью и вязкое трение, а следовательно, остаются вне моделирования процессы теплообмена и трения на поверхностях каналов, в том числе на поверхностях твэлов. Граничные условия на поверхностях делаются неопределенными, так как без учета теплопроводности и вязкости нельзя задать температуру и торможение потока на стенке. По-видимому, неслучайно какие-либо сведения о граничных условиях при таком подходе отсутствуют.

Турбулентные члены в (1) выписаны формально, как двойные корреляции пульсационных скоростей и температуры. Не приводится никаких соображений о конкретных моделях турбулентности. В ходе последующих преобразований корреляция  $\overline{u'_i u'_j}$  преобразуется как  $u_i u_j$ , т.е. масштаб турбулентных пульсаций отождествляется с масштабом осредненного течения. Аналогичная подмена производится с потоком энергии:  $\overline{\rho c_p u'_j T'}$  преобразуется как  $\rho u_j h$ . Но это означает, что ответственные за турбулентный перенос слагаемые выпадают из преобразований подобия, так как их структуры повторяются в конвективном потоке импульса  $\rho u_j (\partial u_i / \partial x_j)$  и конвективном потоке энтальпии  $\rho u_j (\partial h / \partial x_j)$ . Вследствие этого при моделировании утрачивается информация о турбулентном переносе, т.е. в исходных уравнениях фактически нет ни молекулярных, ни турбулентных потоков.

Предлагаемая интерпретация (1) уравнений сохранения обязывает рассматривать  $q_v$  как источник тепла в единице объема теплоносителя, хотя очевидно, что в [1] понимается под  $q_v$  средняя по объему реактора тепловая мощность. Однако тепловая нагрузка при использовании уравнений в частных производных может входить лишь в граничное условие на поверхности, но не в сами дифференциальные уравнения. Таким образом, теплопровод на границе моделируется тепловыделением в объеме, что приводит далее к необоснованным связям.

Без молекулярного и турбулентного переноса импульса уравнение импульсов есть уравнение движения Эйлера для идеальной жидкости. Без теплопроводности и турбулентного переноса тепла и после исключения ошибочного  $q_v$  уравнение

энергии представляет собой условие изоэнтропийности течения  $Ds/dt = 0$ , которое физически согласуется с описанием движения идеальной жидкости [7]. Очевидно, что модель невязкой нетеплопроводной жидкости мало пригодна для описания сложных переходных процессов, характерных для случаев аварий.

В работах второй группы [2, 6] в основу анализа подобия и в основу моделирования положены одномерные уравнения сохранения массы, импульса и энергии в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial x} &= 0; \\ \rho \frac{Dw}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \tau \frac{P}{F} + g_x \rho; \\ \rho \frac{Dh}{dt} - \frac{Dp}{dt} &= q \frac{P}{F}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $P$  и  $F$  — периметр и площадь поперечного сечения канала;  $\tau$  и  $q$  — средние по периметру вязкое напряжение трения и тепловой поток на стенке; ось  $x$  вертикальна.

Следует отметить, что в классической теории подобия система одномерных уравнений никогда не использовалась. В этом вопросе новый подход действительно обладает приоритетом. Однако насколько это нововведение содержательно и корректно, показывает следующий анализ.

Поскольку одномерные уравнения выводятся из уравнений в частных производных путем осреднения последних, одномерное описание является несовершенным для реальных трехмерных течений с теплоподводом и в пределе может приводить к потере принципиальной информации об особенностях полей скоростей и энтальпий. Рассмотрим, например, три типа неадиабатных канальных течений: течение в круглой трубе, продольное обтекание пучка труб и течение в большом канале с поперечным трубным пучком. При надлежащем подборе размеров и тепловой нагрузки на стенках эти каналы с точки зрения одномерного моделирования будут тождественны. Измеренные в них средние скорости, энтальпии и давления будут одинаковы при том, что в остальном это совершенно различные процессы. Другой пример: при опрокидывании циркуляции в канале при исчезающем среднем расходе сосуществуют восходящее и нисходящее течения, что в принципе не поддается описанию в одномерном приближении и требует полной системы уравнений.

Система одномерных уравнений не замкнута, поскольку информацию о напряжении трения  $\tau$  и потоке тепла  $q$  приходится задавать независимо от уравнений сохранения; вообще говоря, это не всегда возможно. Например, при описании нестационарных течений заранее неизвестно изменение напряжения трения  $\tau$  на стенке, так как квазистационарные приближения для  $\tau$  не пригодны. Аналогично, при описании нестационарных процессов с изменениями температуры стенки канала нельзя получить и ввести в задачу информацию об изменениях теплового потока на стенке.

Таким образом, если строить экспериментальную модель исходя из возможности одномерного описания происходящих процессов, то с ее помощью можно най-

ти изменение только осредненных параметров, при том еще, что исключается большое число случаев, аналогичных описанным выше, для которых одномерное описание неполно, незамкнуто и невозможно. Иначе говоря, моделирование на основе одномерных уравнений предельно ограничено. Вся информация, извлекаемая из опытов по такой методике, может быть получена численным решением исходных уравнений. Вся другая экспериментальная информация, интерпретируемая на основе одномерной математической модели, не обоснована и не защищена условиями моделирования.

В работах [3, 4] математическое описание носит смешанный характер: уравнение движения записано в виде, полученном после интегрирования по замкнутому контуру, включающему аналогу активной зоны и парогенератора; поток тепла представлен в эмпирическом виде; введено трехмерное дифференциальное уравнение теплопроводности с объемным источником тепла для стенки; напротив, теплообмен в парогенераторе вообще исключен из описания. Сочетание столь разных уровней описания представляет собой попытку охватить критериями подобия как можно большее число связей, что действительно приводит авторов [3, 4] ко множеству чисел подобия, но без серьезной их классификации и даже без разграничения между определяющими и определяемыми. Неполнота и противоречивость исходных положений делают эти построения мало полезными для теории и практики моделирования.

### Методы преобразования

Рассматривая методы преобразований подобия, применяемые в обсуждаемых работах для вывода законов масштабного моделирования, необходимо отметить следующее. Известно, что все числа (инварианты) подобия, выводимые из условия тождественности описаний подобных объектов, подразделяются на определяющие и определяемые. По теореме Кирпичева—Гухмана (третья теорема подобия) достаточным условием подобия является равенство лишь определяющих чисел — критериев подобия, которые строятся из параметров, входящих в условия однозначности и выделяющих детерминированный тип процесса. Правила моделирования формулируются именно для выделенного типа процесса. Правил моделирования «вообще» не бывает. Это обстоятельство не учитывается в обсуждаемых работах. Пренебрежение в них условиями однозначности означает введение излишних связей в виде априорного равенства определяемых критериев, что в общем случае должно приводить к неверным результатам.

Кроме отмеченной особенности, во всех работах данного направления выдвигается обязательное условие численного равенства ряда физических переменных в модели (1) и образце (2):

$$p_1/p_2 = 1, \quad h_1/h_2 = 1, \quad T_1/T_2 = 1, \quad \rho_1/\rho_2 = 1 \quad \text{и т.п.}$$

Тем самым произвольно ряд констант подобия обращается в единицу, что существенно ограничивает возможности моделирования. В пределе этот путь приводит к тривиальному результату: при равенстве всех физических переменных моделирование вырождается, превращаясь в идентификацию.

## Законы моделирования

В обсуждаемых работах рассматриваются три основных закона масштабного моделирования: моделирование с сокращением времени — time reducing scaling law (*TR*); моделирование с сохранением времени и объемным масштабом преобразования — time preserving volumetric scaling law (*TPV*); моделирование с сохранением времени и схематизацией прототипа — time preserving idealized model/prototype scaling law (*TPI*).

Два первых закона являются прямыми следствиями описанных выше приемов математического обоснования и преобразований подобия.

Третий закон основывается на достаточно произвольном разделении взаимосвязанных процессов переноса в прототипе между различными частями модели, т.е. с разрушением функционального единства объекта; здесь этот случай не рассматривается.

Формирование модели *TR* по [1] проинспектируем на примере неадиабатного течения, нестационарного вследствие некоторого начального однократного возмущения. Применяя классические правила преобразования подобия к уравнениям (1), можно получить уравнения подобия в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_0 - p}{\rho w_0^2} &= f\left(\frac{tw_0}{l_0}, \frac{x_i}{l_0}, \frac{gl_0}{w_0^2}\right); \\ \frac{h - h_0}{w_0^2} &= \varphi\left(\frac{tw_0}{l_0}, \frac{x_i}{l_0}, \frac{q_v l_0}{\rho w_0^3}, \frac{gl_0}{w_0^2}\right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Предполагается, что  $w_0$ ,  $p_0$  и  $h_0$  — известные скорость, давление и энтальпия в контрольном сечении, например на входе в объект; плотность для простоты принята постоянной;  $l_0$  — характерный размер объекта. Масштаб нестационарности в краевых условиях не содержится, поэтому число гомохронности  $tw_0/l_0$  в уравнениях подобия (3) является в данном случае безразмерным временем.

В модели *TR* допускается, что влияние поля тяжести несущественно, поэтому из соотношений подобия (3) исчезает число Фруда  $gl_0/w_0^2$ . Выдвигается также требование, чтобы давления, энтальпии и скорости были не только подобны, но численно равны в сходственных точках и в сходственные моменты времени; физические свойства жидкости также должны быть одинаковы:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_2 = \text{idem}; \\ h_1 &= h_2 = \text{idem}; \\ w_1 &= w_2 = \text{idem}; \\ \rho_1 &= \rho_2 = \text{idem}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

С учетом равенства скоростей и идентичности безразмерных моментов времени в модели и прототипе,

$$\frac{t_1 w_{01}}{l_{01}} = \frac{t_2 w_{02}}{l_{02}} = \text{idem}, \quad (5)$$

имеем

$$\frac{t_1}{l_{01}} = \frac{t_2}{l_{02}} = \text{idem}. \quad (6)$$

Это соотношение дало название модели  $TR$  — при моделировании с сокращением времени сходственные моменты реального времени надо выбирать пропорционально линейному масштабу; если размеры модели меньше, чем размеры образца, то пропорционально их отношению сокращается время в модели.

Численное равенство значений энтальпий в сходственных точках пространства-времени обеспечивается (это видно из уравнений подобия (3)), когда

$$\frac{q_v l_0}{\rho w_0^3} = \text{idem}. \quad (7)$$

С учетом (4) отсюда следует второе условие закона  $TR$ :

$$q_v l_0 = \text{idem}. \quad (8)$$

Соотношения (6) и (8) не равноценны. Условие (8) имеет право на существование в той мере, в какой можно согласиться «размазать» теплоподвод на границах потока по всему объему в виде точечных объемных источников тепла. Последствия такого соглашения могут поставить под сомнение самую возможность построения модели.

Действительно, если  $q_v$  понимать как  $q_v = N/V$  (мощность/объем), то при создании уменьшенной копии образца мы вынуждены будем подчинять независимо формирующийся тепловой поток на стенке требованию, навязываемому масштабным условием (8). Как будет показано ниже, аналогичные плохо преодолимые трудности возникают в законе  $TRV$ .

Соотношение (6) корректно для описания течений идеальных — вязких, нетеплопроводных — жидкостей и является прямым следствием уравнений Эйлера; последние не содержат вторых производных, ответственных за диссипативные процессы в жидкости, поэтому решения уравнений Эйлера инвариантны к одновременному одинаковому масштабному преобразованию длины и времени. При учете реальных обменных процессов — вязкости, теплопроводности, поперечных турбулентных переносов тепла и импульса — закон  $TR$  теряет смысл.

Закон  $TRV$  выводится на основе как описания (1), так и одномерного приближения (2). В обоих случаях учитывается поле тяжести — в отличие от предыдущего случая. Проведем анализ обоснованности закона  $TRV$ , используя правила классической теории моделирования.

Уравнения подобия, выводимые на основе уравнений (1), имеют вид (3). Как и в предыдущем случае, требования численного равенства давления, энтальпии



и скорости в модели и образце реализуются в виде (4). Из условия равенства критериев Фруда

$$\frac{gl_0}{w_0^2} = \text{idem}$$

следует

$$l_0 = \text{idem}, \quad (9)$$

т.е. размеры должны сохраняться в модели такими же, как в прототипе. Существенно при этом, что в работе [1]  $l_0$  — это вертикальный размер или высота объекта.

Поскольку условия строгого моделирования требуют геометрического подобия модели и прототипа, постольку из (9) следует их геометрическая тождественность. Этому обстоятельству в работах данного цикла не уделяется должного внимания.

Из  $tw_0/l_0 = \text{idem}$  при постоянстве скорости  $w_0$  и размера  $l_0$  следует, что сходственные моменты времени одинаковы:

$$t = \text{idem}, \quad (10)$$

откуда «сохранение времени» в названии модели.

Для заранее заданного равенства энтальпий необходимо обеспечить равенство чисел подобия, содержащих объемный источник тепла:

$$\frac{q_v l_0}{\rho w_0^3} = \text{idem}.$$

С учетом одинаковости  $l_0$ ,  $\rho$ ,  $w_0$  имеем

$$q_v = \text{idem}. \quad (11)$$

Условие (11) — второе принципиальное соотношение модели  $TPV$ . Поскольку  $q_v = N/V = \text{idem}$ , причем  $V = l_0 F$ , то из условий (9) и (11) следует, что в модели и образце должны быть равными значения отнесенных к поперечному сечению тепловых мощностей:

$$N/F = \text{idem}. \quad (12)$$

Соотношение (12) — главное в модели  $TPV$ ; оно определяет объемно-мощностной принцип масштабного моделирования для существующих крупномасштабных моделей атомных станций. Однако, как должно быть ясно из проведенного анализа, закон  $TPV$  получен при следующих ошибочных предпосылках.

Введение  $q_v$  в дифференциальное уравнение энергии в частных производных незаконно, если  $q_v$  не является физическим объемным выделением энергии (джоулев нагрев, экзотермическое тепло реакции). Условие  $l_0 = \text{idem}$  фактически означает равенство всех размеров модели и образца, т.е. отсутствие возможности моделирования. Центральное соотношение (12) можно получить, только нарушая геометрическое подобие. Действительно, постоянство длин  $l_0$  и различие сечений  $F$  означает аффинное преобразование пространства, тогда как в дифференциальных уравнениях по всем координатам пространства вводится единый масштаб.

Следует констатировать, таким образом, что отсутствует конкретное обоснование закона  $TPV$  с использованием в качестве его основы полных дифференциальных уравнений (1).

Иной путь доказательства закона *TPV* связан с системой одномерных уравнений [2, 6]. Уравнения подобия, вытекающие из системы (2), в такой же постановке, как и принятая выше, отличаются от уравнений (3) и имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_0 - p}{\rho w_0^2} &= f\left(\frac{tw_0}{l_0}, \frac{x}{l_0}, \frac{\tau P/F}{\rho w_0^2} l_0, \frac{gl_0}{w_0^2}\right); \\ \frac{h - h_0}{w_0^2} &= \varphi\left(\frac{tw_0}{l_0}, \frac{x}{l_0}, \frac{\tau P/F}{\rho w_0^2} l_0, \frac{qP/F}{\rho w_0^3} l_0, \frac{gl_0}{w_0^2}\right). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Видно, что критерии, содержащие трение  $\tau$  и поток тепла  $q$  на стенке, здесь оказываются определяющими, что является следствием отмеченного выше несовершенства одномерных уравнений. Зададим, как это делается в цитируемых работах, условия численного равенства параметров (4) в сходственных точках модели и образца в сходственные моменты времени. При этом равенство критериев Фруда в модели и прототипе  $gl_0/w_0^2 = \text{idem}$  приводит, как и в предыдущем случае, к

$$l_0 = \text{idem}.$$

Теперь, при одномерном описании, это условие означает равенство высот модели и прототипа.

Из идентичности безразмерных моментов времени с учетом равенства высот следует условие сохранения реального времени:

$$t = \text{idem}.$$

Как видно из (13), для подобия гидродинамической обстановки необходимо еще, чтобы выполнялось требование

$$\frac{\tau P/F}{\rho w_0^2} l_0 = \text{idem}.$$

Поскольку трение на стенке можно представить как  $\tau = \frac{c_F}{2} \rho w_0^2$ , где  $c_F$  — коэффициент трения, то должно выполняться условие

$$c_F P/F = \text{idem}. \quad (14)$$

И наконец, подобие распределения энтальпий достигается, если

$$\frac{qP/F}{\rho w_0^3} l_0 = \text{idem},$$

что при равных  $l_0$ ,  $\rho$ ,  $w_0$  эквивалентно условию

$$qP/F = \text{idem}. \quad (15)$$

Условия тождественности высот и сохранения времени вместе с условиями (14), (15) определяют главные особенности закона *TPV* при одномерном подходе.

Анализ условий (14) и (15) показывает, что следует различать два вида систем: первые — это системы, которые состоят из множества  $n$  однотипных элементов, повторяющихся в поперечном сечении, например, продольно обтекаемые пучки труб, системы, подобные сборкам твэлов в активной зоне ВВЭР, и вторые — простые одноканальные течения.

В первом случае условия (14), (15) выполняются при любом числе ячеек — от полного их числа, соответствующего объекту-прототипу, до любого меньшего в модели. При этом тепловые нагрузки  $q$  и трение  $c_F$  остаются неизменными и равными их значениям в прототипе, а отношение мощностей равно

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{F_2}{F_1}. \quad (16)$$

Таким образом, для каналов первого вида с однотипными элементами в поперечном сечении объемное моделирование следует признать допустимым, однако сущность его сводится всего лишь к выделению некоторой представительной, сохраняющей существенные черты прототипа, части объекта и к натурным экспериментам на этой части. Центр проблемы переносится в область корректного выбора такой части объекта и ее сопряжения с остальной частью модели. В этом смысле объемное масштабное моделирование тривиально: по существу это не моделирование, а частичное копирование, а модель правильнее назвать не объемной (volumetric), а частичной (partial).

Для систем другого вида — обычных канальных течений без повторяющихся элементов в поперечном сечении — условия (14) и (15) в принципе не могут привести к объемному моделированию. Действительно, при переходе к модели с уменьшенным поперечным сечением условие (14) не может быть выполнено, поскольку  $c_F = \text{const}$  и практически не зависит от поперечного размера. Это основное препятствие для объемного моделирования наблюдается и для каналов без обогрева, например трубопроводов АЭС, где  $q = 0$ .

Аналогичное препятствие возникает при моделировании краевой задачи о теплообмене в одиночном канале с заданной температурой на границе. В одномерном приближении формируется критерий подобия

$$\text{St } P / F = \text{idem},$$

где число Стантона (St) — тепловой аналог гидродинамического коэффициента трения  $c_F$  — также практически постоянно. В более общем смысле при моделировании краевых задач теплообмена проблема состоит в том, что из условия (15) следует требование  $q \sim F^{1/2}$ , накладываемое на изменение  $q$  независимо от тепловых граничных условий, формирующихся в ходе переходного процесса. Причина этого жесткого противоречия состоит в том, что несмотря на одномерность описания, т.е. предельную схематизацию объемной структуры течения, присвоение потоку свойства внутреннего тепловыделения, независимого от краевой ситуации, разрушает физический тип задачи, что недопустимо при моделировании.

Проблемы, возникающие при попытках объемного моделирования схематизированных двухфазных канальных течений, были выявлена Н. Зубером [2]. Им были рассмотрены ситуации, характерные для малых течений в горизонтальных паросодержащих трубах при различных режимах течения. Убедительно показано, что погрешности, которые вносятся в результаты при применении объемного метода моделирования на стендах LOFT и Semiscale, лежат далеко за пределами допустимых с точки зрения достоверного эксперимента.

Таким образом, закон объемного моделирования нельзя применять ко всему первому контуру ВВЭР, по крайней мере из-за наличия в нем необогреваемых тру-

бопроводов. В обсуждаемых работах, вопреки этому, закон  $TPV$  обычно трактуется как основа построения моделей первого контура ВВЭР.

В целом очевидно, что проблема моделирования аварийных ситуаций в системах ЯЭУ требует дальнейших серьезных изысканий. Острота проблемы, по мнению авторов данной статьи, оправдывает ее намеренно критическую форму.

#### Литература

1. Nahavandi A.N., Castellana F.S., Moradkhanian E.N. // Nucl. Sc. Eng. 1979. Vol. 72. P. 75—83.
2. Zuber N. // Heat Transfer Nucl. React. Semin., Dubrovnik. 1—5 Sept. 1980. Washington e.a. 1982. P. 3—48.
3. Ishii M., Kataoka I. Rep. ANL-83-32 NUREG/CR-3267. 1983. 39 p.
4. Kocamustafaogullari G., Ishii M. Rep. ANL-86-19 NUGER/CR-4584. 1986. 39 p.
5. Karwat H. // Specialists Meeting on small break LOCA analyses in LWRs. Pisa. Italy. 23—27 June 1985. P. 399—433.
6. Нигматулин Б.И. // Теплоэнергетика. 1990. № 8. С. 21—27.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.

## VIII. ОТДЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

44

### ВОПРОСЫ ТЕРМОДИНАМИКИ СВЕРХТЕКУЧЕГО ГЕЛИЯ

Для области состояний, в которой отсутствуют внутренние относительные движения нормальной  $n$  и сверхтекучей  $s$  «частей» жидкости, т.е. при  $\vec{w} = \vec{v}_n - \vec{v}_s = 0$ , сверхтекучий гелий (гелий-II) является простой термодинамической системой. Однако на практике в экспериментах с гелием-II обычно ситуация более сложная. В жидкости «возбуждаются» внутренние  $n$ — $s$  течения,  $\vec{w} \neq 0$ , выделение  $n$  и  $s$  «частей» имеет смысл, внутренний «противоток» может быть обнаружен экспериментально. Опыты показывают, что если скорости внутреннего  $n$ — $s$  противотока меньше определенных критических значений, то в жидкости отсутствует вызванная этим особая диссипация. В этих условиях времена релаксации  $n$ — $s$  течений, по-видимому, крайне велики. Последнее дает право трактовать состояния с  $n$ — $s$  движениями как квазиравновесные или рассматривать гелий-II в этой области как более сложную термодинамическую систему, дополнительными параметрами которой являются характеристики внутреннего  $n$ — $s$  противотока. Специфическая термодинамика таких состояний гелия-II (нетривиальная ввиду необычного характера самой термодинамической системы) необходима для замкнутой формулировки (вывода) уравнений двухскоростной гидродинамики сверхтекучей жидкости [1], анализа явлений переноса энергии (теплоты) в гелии-II и т.д.

В своем фундаментальном исследовании двухскоростной гидродинамики сверхтекучей жидкости Л.Д. Ландау [1] использовал следующее термодинамическое уравнение для определения приращения энергии единицы объема жидкости:

$$dE_0 = \mu dp + Td(\rho s) + \vec{w} d(\rho_n \vec{w}), \quad (1)$$

где  $\mu$  — химический потенциал,  $\rho_n$  — плотность нормальной компоненты.

Весьма существенно, что соотношение (1) правомерно лишь в специальной системе координат  $K_0$ , движущейся вместе со сверхтекучей частью жидкости. В этой системе всегда  $\vec{v}_s = 0$ ,  $\vec{w} = \vec{v}_n$ . В работе [1] получено также выражение для связи давления  $P$  жидкости с химическим потенциалом:

$$P = \rho\mu - E_0 + T\rho s + \rho_n w^2. \quad (2)$$

---

Работа написана в 1983 г. Опубликовано в журнале «Теплоэнергетика». 1984. № 3. С. 17—19. (Прим. ред.)

Уравнения (1) и (2) положены в основу построения специфической термодинамики гелия-II. Такой же подход принят в работах [2, 3]. Из соотношений (1) и (2) следует термодинамическое тождество для химического потенциала:

$$\rho d\mu = -\rho s dT + dP - \rho_n \vec{w} d\vec{w}. \quad (3)$$

Можно видеть, что сопряженными параметрами системы, отражающими внутренние  $n$ — $s$  движения, в этом варианте термодинамики гелия-II являются скорость  $\vec{w}$  и импульс нормального движения  $\rho_n \vec{w}$ , то есть векторные величины.

Иной вариант термодинамики гелия-II описан в работе Робертса и Донелли [4]. Эти авторы, исходя из дифференциальных уравнений сохранения массы, полного импульса жидкости, энтропии и из уравнения  $s$  течения составили уравнения баланса для суммарной кинетической энергии  $n$  и  $s$  движений, то есть для величины  $\rho_n v_n^2/2 + \rho_s v_s^2/2$  (произвольная система координат). После преобразований и группировки членов уравнения они показали, что величина  $\rho_n v_n^2/2 + \rho_s v_s^2/2 + \rho e$  приобретает смысл полной энергии единицы объема жидкости (будет удовлетворять закону сохранения полной энергии в корректной форме) в том случае, если для введенной таким путем удельной энергии  $e$  и химического потенциала  $\mu$  (входящего в уравнение  $s$  течения) принять два постулата:

термодинамическое тождество для энергии  $e$

$$de = Tds - Pd(1/\rho) + (1/2)w^2 dc_n; \quad (4)$$

термодинамическое тождество для потенциала  $\mu$

$$d\mu = -sdT + dP/\rho - c_n d(w^2/2), \quad (5)$$

где  $c_n = \rho_n/\rho$  — массовая доля нормальной компоненты.

Постулаты совместны и, следовательно,

$$\mu = e + P/\rho - sT - c_n w^2/2. \quad (6)$$

Соотношения (4) и (5) образуют внешне отличный от первого вариант термодинамики гелия-II. Здесь сопряженные параметры, отвечающие внутреннему  $n$ — $s$  противотоку, суть скалярные величины:  $c_n$  и  $w^2/2$ .

Следует также отметить, что если соотношения (4) и (5) вводятся как явные постулаты, то для соотношения (1) ситуация иная. Уравнение (1) поясняется в [1] следующим образом: «...последний член выражает тот факт, что производная от энергии по импульсу есть скорость движения». Эта формулировка создает впечатление, что уравнение (1) не является постулатом; в его основе лежит общий макроскопический принцип (определение скорости). Однако такое объяснение встречает ряд затруднений:

1) отмеченный здесь принцип должен быть правомерен в любой инерциальной системе отсчета (инвариантность по Галилею); в данном случае уравнение (1) имеет «правильный» вид лишь в выделенной системе координат  $K_0$  ( $\vec{v}_s = 0$ );

2) анализируемая система необычна в том отношении, что только часть массы жидкости «вовлечена» в  $n$  движение; для такой системы приложение механического принципа само носит характер постулата;

3) энергия  $E_0$  в системе координат  $K_0$  должна включать в себя (как часть) кинетическую энергию  $n$  движения; оправданность термодинамического тождества при такой «сложной энергии» заранее не очевидна.

По-видимому, более корректно интерпретировать уравнение (1) все же как постулат. Вообще говоря, из-за нетрадиционного характера сложной термодинамической системы (гелий-II с внутренними  $n$ — $s$  течениями) трудно рассчитывать на успех макроскопического обоснования соответствующей термодинамики. Для этой цели, по-видимому, следует проводить анализ на «микроскопическом» уровне, используя концепцию газа квазичастиц — элементарных возбуждений<sup>1)</sup>. Робертс и Донелли [4] предложили вариант обоснования своих постулатов (4) и (5), который потребовал введения понятия квазичастичного давления и по существу постулирования выражения для свободной энергии Гельмгольца на основе модели квазичастиц.

Ниже предлагается более прямой путь обоснования термодинамики гелия-II, не требующий каких-либо новых допущений.

Будем рассматривать гелий-II в системе координат  $K_0$ , которая совпадает с системой отсчета, принятой Л.Д. Ландау. В ней сверхтекучая «часть» жидкости неподвижна:  $\vec{v}_s = 0$ . Движущийся со скоростью  $\vec{v}_n = \vec{w}$  газ квазичастиц имеет функцию распределения по энергиям вида [5]

$$f_0 = h^{-3} [e^{(\varepsilon - \vec{p} \cdot \vec{w})/kT} - 1]^{-1}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon(\vec{p})$  — энергия квазичастицы как функция ее импульса  $\vec{p}$ ;  $h$  и  $k$  — постоянные Планка и Больцмана

Энергия единицы объема жидкости, которая рассматривается в работе [1], определяется по соотношению

$$E_0 = \int \varepsilon f_0 d^3 \vec{p}. \quad (8)$$

Рассмотрим условия, когда скорости  $w$  внутреннего противотока малы (по сравнению, например, со скоростью первого звука в жидкости). Разложим  $f_0$  в ряд Тейлора, ограничившись квадратичными по  $w$  членами:

$$f_0 = f - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \vec{p} \cdot \vec{w} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varepsilon^2} (\vec{p} \cdot \vec{w})^2, \quad (9)$$

где  $f$  — равновесная функция распределения; она определена соотношением (7) при  $w = 0$ .

Подставляя (9) в (8) и учитывая, что второе слагаемое получающегося выражения равно нулю (результат осреднения по углам), получаем:

$$E_0 = \int \varepsilon f d^3 \vec{p} + \frac{1}{2} \int \varepsilon \frac{\partial^2 f}{\partial \varepsilon^2} (\vec{p} \cdot \vec{w})^2 d^3 \vec{p}. \quad (10)$$

<sup>1)</sup> Эта концепция, как известно, была предложена и широко использовалась в работах Л.Д. Ландау как наглядный путь описания квантовомеханических закономерностей коллективного движения атомов гелия в жидкости при низких температурах. Сейчас эта концепция общепризнана.

<sup>2)</sup> Энергия, устанавливаемая этим соотношением, определена с точностью до энергии основного состояния при  $T = 0$ ; последняя для дальнейшего анализа несущественна.

Успех последующего расчета определяется доказательством справедливости соотношения

$$\varepsilon \frac{\partial^2 f}{\partial \varepsilon^2} = - \left[ T \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right], \quad (11)$$

которое несложно получить, если учесть, что  $f$  является функцией только одной безразмерной переменной  $\varepsilon/kT$ .

Действительно,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \varepsilon^2} = \ddot{f}/(kT)^2 \quad (12)$$

(точка — полная производная).

Кроме того,

$$\frac{\partial}{\partial(kT)} \left( \frac{\dot{f}}{kT} \right) = -\varepsilon \frac{\ddot{f}}{(kT)^3} - \frac{\dot{f}}{(kT)^2} \quad (13)$$

и

$$\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = \dot{f}/kT. \quad (14)$$

Подставляя (12) в (13) и учитывая (14), получаем (11). Теперь ясно, что энергия  $E_0$  может быть определена полностью, если учесть, что интеграл

$$-\frac{1}{2} \int (\vec{p} \vec{w})^2 \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} d^3 \vec{p}$$

после интегрирования по углам пространства импульсов принимает вид:

$$\frac{w^2}{2} \left[ \frac{4\pi}{3} \int_p \left( -\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) p^4 dp \right],$$

а выражение в квадратных скобках по определению есть плотность нормального движения  $\rho_n$  [5]. Окончательно получаем

$$E_0 = E_{eq} + \rho_n \frac{w^2}{2} + \frac{w^2}{2} T \frac{\partial \rho_n}{\partial T}. \quad (15)$$

Первое слагаемое в правой части — внутренняя энергия (на единицу объема) полностью равновесной неподвижной жидкости (без внутренних движений), второе — кинетическая энергия поступательного движения  $n$  компоненты; третье — специфическая часть энергии гелия-II, связанная с  $n$ — $s$  движениями и определяющая, в частности, структуру основного термодинамического тождества. Производная  $\partial \rho_n / \partial T$  берется при неизменных  $w^2$  и  $\rho$  (от последней как от параметра зависит энергетический спектр газа квазичастиц).

Следует отметить, что «внутренняя» энергия  $e$ , введенная в рассмотрение Робертсом и Донелли [4] как полная энергия за вычетом кинетических энергий  $n$  и  $s$  движений, связана с  $E_0$  соотношением

$$\rho e = E_0 - \rho_n w^2 / 2 \quad (16)$$



и имеет следующий вид:

$$e = e_{eq} + \frac{w^2}{2} T \left( \frac{\partial c_n}{\partial T} \right)_{\rho, w^2}, \quad (17)$$

где  $e_{eq}$  — внутренняя энергия единицы массы равновесной жидкости при отсутствии внутренних движений ( $w = 0$ ).

Из уравнения (17) видно, что так определенная внутренняя энергия гелия-II с  $n$ — $s$  движениями галилеево инвариантна.

Рассмотрим, какой структуре основного термодинамического тождества отвечает выражение (17). Для этого запишем:

$$de^* = Tds - Pd(1/\rho) + Adb, \quad (18)$$

где  $e^*$  — искомая внутренняя энергия;  $A$  и  $b$  — сопряженные параметры, характеризующие внутренний  $n$ — $s$  противоток и подлежащие определению.

Разделив обе части соотношения (18) на  $T$  и перегруппировав члены, получаем:

$$d\left(\frac{e^* - Ts - Ab}{T}\right) = (e^* - Ab)d\frac{1}{T} - \frac{P}{T}d\frac{1}{\rho} - \frac{b}{T}dA. \quad (19)$$

Следовательно, одно из так называемых соотношений Максвелла имеет вид:

$$\left. \frac{\partial(e^* - Ab)}{\partial A} \right|_{T, \rho} = - \left. \frac{\partial(b/T)}{\partial(1/T)} \right|_{\rho, A}, \quad (20)$$

или

$$\left( \frac{\partial e^*}{\partial A} \right)_{T, \rho} - A \left( \frac{\partial b}{\partial A} \right)_{T, \rho} = T \left( \frac{\partial b}{\partial T} \right)_{\rho, A}. \quad (21)$$

Рассмотрим приращение  $e^*$  в результате начального приращения параметра  $A$  (не учитывая квадратичные по  $A$  члены). Из (21) следует:

$$\Delta e^* \Big|_{T, \rho} = T \left( \frac{\partial b}{\partial T} \right)_{\rho, A} A. \quad (22)$$

Сравнение с (17) показывает, что если основное термодинамическое тождество для гелия-II имеет структуру (18), то в нем обязательно

$$e^* = e; \quad A = w^2/2; \quad b = c_n = \rho_n/\rho. \quad (23)$$

Тогда достигается согласование с «микроскопическим» уровнем описания внутренней энергии (17).

Условия (23) устанавливают корректность тождества (4), его обоснование на «квазичастичном» уровне анализа.

В заключение отметим, что из соотношения (16) между  $E_0$  и  $e$  видно, что выражения (2) и (6) для  $\mu$  оказываются тождественными; это и определяет количественное согласование соотношений (3) и (5). Можно убедиться, что выражения (1) и (4) также преобразуются одно в другое. Таким образом, несмотря на внешнее расхождение, существующие варианты специфической термодинамики гелия-II непротиворечивы.

---

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Техтеориздат. 1954. 795 с.
2. Халатников И.М. Теория сверхтекучести. М.: Наука, 1971. 318 с.
3. Паттерман С. Гидродинамика сверхтекучей жидкости. М.: Мир, 1978. 520 с.
4. Робертс П., Донелли Р. // Сб.: Механика (новое в зарубежной науке). Вихревые движения жидкости. М.: Мир, 1979. Вып. 21. С. 197—263.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 567 с.

## АНАЛИЗ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ РАСПОЛАГАЕМОЙ РАБОТЫ

Понятие располагаемой работы хорошо известно в термодинамике [1]. Оно применяется для характеристики энергетической ценности жидкости или газа. Если рабочее тело находится при давлении  $p$  и температуре  $T$ , которые отличны от параметров окружающей среды  $p_0, T_0$ , то оно располагает потенциальным запасом полезной работы. Эта работа всегда может быть реально получена при обратимом, сначала изоэнтروпийном, затем изотермическом переходе вещества к параметрам окружающей среды. Доказано, что такой путь перехода обеспечивает наибольшую работу по сравнению с любыми иными вариантами перехода, в которых окружающая среда является единственным стоком (источником тепла). Поэтому располагаемая работа именуется иногда «максимальной работоспособностью». В эксергетическом анализе [2] та же величина известна как «эксергия вещества в объеме».

Аналитическое выражение располагаемой работы имеет вид:

$$\varepsilon = -\Delta e + T_0 \Delta s - p_0 v, \quad (1)$$

где  $\Delta e = e_0 - e$ ,  $\Delta s = s_0 - s$ ,  $\Delta v = v_0 - v$ , причем  $e_0 = e(p_0, T_0)$  — удельная внутренняя энергия в конце перехода, тогда как  $e = e(p, T)$  — энергия в начале, то есть в исходном состоянии; то же относится к энтропии  $s$  и удельному объему  $v$  вещества.

Принципиально важным для последующего исследования является утверждение, что располагаемая работа при фиксированных параметрах среды является индивидуальной физической характеристикой вещества.

Известна иная, распространенная трактовка, при которой величина  $\varepsilon$  является характеристикой составной замкнутой термодинамической системы, состоящей из тела и «элемента» окружающей среды. Однако введение  $\varepsilon$  может быть построено по иной схеме, без использования представления о составной термодинамической системе. Отметим в этой связи, что выражение (1) содержит лишь физические свойства (параметры) вещества.

При трактовке  $\varepsilon$  как физической характеристики вещества возникает вопрос о построении дифференциального уравнения баланса величины  $\varepsilon$  для единичного эйлера объема пространства (объема, пронизываемого потоком вещества). Такое уравнение должно играть основополагающую роль при анализе самых разнообразных процессов в энергетических аппаратах и установках, так как на его основе для любых условий может быть построено интегральное уравнение баланса располагаемой работы  $\varepsilon$ . В литературе искомое уравнение не обнаружено (по-видимому, оно неизвестно). Последующее изложение посвящено построению такого соотношения и его анализу.

Прежде всего отметим, что при вариации исходного состояния вещества изменение  $\varepsilon$  равно:

$$d\varepsilon = de - T_0 ds + p_0 dv. \quad (2)$$

Согласно термодинамическому закону

$$T ds = de + p dv, \quad (3)$$

соотношение (2) после исключения  $de$  преобразуется к виду

$$d\varepsilon = (T - T_0) ds - (p - p_0) dv. \quad (4)$$

Это известное соотношение относится к единичной массе вещества. Если имеется поток вещества, то можно всегда выделить в нем «индивидуальную» единичную массу вещества и наблюдать за ней. При таком подходе (описание по Лагранжу) соотношение (4) остается правомерным, при том, что следует представить его в терминах субстанциональных производных:

$$\frac{D\varepsilon}{dt} = (T - T_0) \frac{ds}{dt} - (p - p_0) \frac{dv}{dt}. \quad (5)$$

Следующий этап состоит в преобразовании этого соотношения в уравнение баланса  $\varepsilon$  для единичного эйлерова объема пространства (описание по Эйлеру). При этом к анализу привлекаются дифференциальные уравнения сохранения массы и импульса, а также уравнение баланса тепла.

Уравнение сохранения массы в удобной для анализа форме имеет вид:

$$\rho \frac{Dv}{dt} = \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \quad (6)$$

(по повторяющемуся индексу здесь и далее, как обычно, подразумевается суммирование).

Уравнение баланса тепла имеет вид:

$$\rho T \frac{Ds}{dt} = - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_j}, \quad (7)$$

где  $q_i$  — компонента вектора потока тепла;  $\tau_{ij}$  — компонента тензора напряжения вязкого трения.

Уравнение движения после умножения его на вектор скорости приводит к известному уравнению баланса механической энергии:

$$\rho \frac{Dw^2/2}{dt} = - w_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial (w_i \tau_{ij})}{\partial x_i} - \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_j}. \quad (8)$$

Соотношения (6)—(8) достаточны для того, чтобы уравнение (5) привести к стандартному виду уравнения баланса  $\varepsilon$  внутри единичного эйлерова объема. Основные этапы преобразований следующие.

Последнее слагаемое в (5) с помощью (6) преобразуется к виду

$$- (p - p_0) \frac{Dv}{dt} = - \frac{1}{\rho} (p - p_0) \frac{\partial w_i}{\partial x_i} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} [(p - p_0) w_i] + \frac{1}{\rho} w_i \frac{\partial p}{\partial x_i}.$$

Величина  $w_i (\partial p / \partial x_i)$  в последнем соотношении выражается из уравнения (8). После подстановки найденного выражения в (5), замены  $Ds/dt$  выражением из (6) и группировки членов имеем:

$$\rho \frac{D}{dt} (\varepsilon + w^2/2) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right) q_i + (p - p_0) w_i - w_j \tau_{ij} \right] = \frac{T_0}{T} \left( \frac{1}{T} q_i \frac{\partial T}{\partial x_i} - \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right). \quad (9)$$

Наконец, учитывая тождество

$$\rho \frac{DY}{dt} = \frac{\partial(\rho Y)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho w_i Y)$$

(где  $Y$  — любая скалярная величина) и закон Фурье  $q_i = -\lambda(\partial T / \partial x_i)$ , из уравнения (9) выводим окончательно искомое уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho (\varepsilon + w^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho w_i (\varepsilon + w^2/2) + \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right) q_i + (p - p_0) w_i - w_j \tau_{ij} \right] = \\ = - \frac{T_0}{T} \left[ \frac{\lambda}{T} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 + \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Это уравнение имеет стандартную форму соотношения, выражающего баланс субстанции — величины  $\varepsilon^*$ :

$$\frac{\partial \rho \varepsilon^*}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = -\sigma_\varepsilon, \quad (11)$$

где  $\varepsilon^* = \varepsilon + w^2/2$  — «полная» располагаемая работа;  $\vec{J}$  — вектор потока «полной» располагаемой работы через единичную эйлерову площадку, причем выражение компоненты  $J_i$  дается суммой в прямых скобках в левой части уравнения (10);  $\sigma_\varepsilon$  — «сток» (исчезновение) «полной» располагаемой работы в единицу объема, величина которой дается выражением в правой части уравнения (10).

Ниже приведен анализ соотношения (10).

Составляющие потока располагаемой работы в квадратных скобках уравнения (10) имеют следующий смысл: первая — конвективный поток  $\varepsilon^*$ , вторая — поток  $\varepsilon^*$ , переносимый с потоком тепла; третья — поток, обусловленный работой сил избыточного давления  $(p - p_0)$  в единицу времени; четвертая — поток, обусловленный работой сил вязкого трения в единицу времени.

Следует обратить внимание на то, что первое и третье слагаемые потока  $\varepsilon^*$  допускают следующее объединение:

$$\rho w_i (\varepsilon + w^2/2) + (p - p_0) w_i = \rho w_i [\varepsilon + v(p - p_0) + w^2/2].$$

Сумма  $\varepsilon + v(p - p_0)$  после подстановки значения  $\varepsilon$  из уравнения (1) дает выражение

$$-\Delta h + T_0 \Delta s = \varepsilon_h, \quad (12)$$

где  $h = e + pv$  — энтальпия вещества.

В эксергетическом анализе  $\varepsilon_h$  называется «эксергией вещества в потоке» и является основной величиной такого анализа. Здесь показано, что величина  $\varepsilon_h$  вклю-

чена в поток  $\varepsilon^*$  в силу соотношения  $\rho w_i (\varepsilon_h + w^2/2) = \rho w_i \varepsilon_h^*$ . Именно такой должна быть исходная физическая трактовка  $\varepsilon_h$ .

Весьма примечательно следующее. Из уравнения баланса тепла (7) нетрудно получить уравнение баланса энтропии в единице эйлерова объема:

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho w_i s + \frac{q_i}{T} \right) = \frac{\lambda}{T^2} \left( \frac{\partial T}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{1}{T} \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_j}. \quad (13)$$

Правая его часть есть скорость «производства» энтропии в единице объема вследствие необратимых процессов теплопроводности и вязкости. Обозначим правую часть (13) как  $\sigma_s$ . Сравнение (13) с соотношениями (10) и (11) показывает, что «производство» энтропии и «убыль» располагаемой работы пропорциональны друг другу:

$$\sigma_\varepsilon = -T_0 \sigma_s. \quad (14)$$

Это соотношение представляет локальный вариант известного уравнения Гюи—Стодолы [1]. Здесь оно характеризует связь диссипации и убыли располагаемой работы в единице объема.

Составляющая потока  $\varepsilon^*$ , переносимого с потоком тепла, описываемая в уравнении (10) выражением  $(1 - T_0/T)q_i$ , в эксергетическом анализе называется «эксергией тепла». Такое название нельзя признать удачным, так как оно не соответствует физическому смыслу величины. Нетрудно отметить аналогию величин  $(1 - T_0/T)q_i$  в соотношении (10) и  $q_i/T$  в соотношении (13) и аналогично тому, как  $q_i/T$  представляет поток энтропии, переносимый путем теплопроводности, величину  $(1 - T_0/T)q_i$  надо рассматривать как поток  $\varepsilon^*$ , переносимый также путем теплопроводности. В этом смысле понятие потока величины  $\varepsilon^*$ , связанное с переносом физической характеристики субстанции, в принципе отлично от независимого от субстанции понятия эксергии тепла.

Искомое уравнение (10) получено без учета поля тяжести. При учете силы тяжести в уравнениях баланса механической энергии (8) и итоговом уравнении (10) в правых частях появляется дополнительное слагаемое

$$\rho w_i g_i, \quad (15)$$

где  $g_i$  — проекция вектора ускорения гравитационного поля на  $i$ -ю координату. Поскольку гравитационное поле обладает потенциалом  $\Phi$ , имеем:

$$g_i = - \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}. \quad (16)$$

С учетом (16) и уравнения баланса массы (6) величина (15) приводится к виду

$$\rho w_i g_i = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho w_i \Phi) - \frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (17)$$

Поскольку потенциал гравитационного поля для реальных «земных» задач стационарен, последнее слагаемое далее опускается. Следовательно, обобщение уравнения (10) достигается представлением «полной» располагаемой работы в виде

$$\varepsilon^* = \varepsilon + w^2/2 + \Phi, \quad (18)$$

то есть дополнительно учитывается не только кинетическая энергия, но и потенциальная энергия в поле тяжести. Никаких иных корректив при учете гравитации итоговое соотношение (10) не требует.

Если внутри вещества действуют объемные источники тепла интенсивностью  $q_v$  — (джоулев нагрев, поглощение радиации и т.д.), то в уравнении теплового баланса (7) в правой части надо прибавить  $q_v$ . Тогда в итоговом соотношении (10) в правой части появится дополнительное слагаемое  $(1 - T_0/T)q_v$ , которое характеризует интенсивность объемной генерации располагаемой работы из-за действия теплового источника.

Путем интегрирования (10) по объему, соответствующему макроскопическому энергетическому объекту, можно для каждого конкретного случая получить балансовое уравнение для располагаемой работы. Таким путем можно решать самые разнообразные задачи, в том числе многочисленные нестационарные задачи, когда имеют значение и первое, и второе слагаемые в левой части уравнений (10) или (11). Отметим, что такие задачи в принципе не решаются в эксергетическом анализе, который, как известно, построен только для стационарных процессов.

Полученное уравнение баланса располагаемой работы может являться основой современных физических исследований эволюции располагаемой работы в тепловых процессах.

#### Литература

1. Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика. М.: Энергия, 1968. 472 с.
2. Бродянский В.М., Фраштер В., Михалец К. Эксергетический метод и его приложения. М.: Энергоатомиздат, 1998. 288 с.