

P4-2004-42

Б. Ф. Костенко, Я. Прибиш

ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ОХЛАЖДЕНИЯ ЯДЕР
ЭЛЕКТРОНАМИ В СВЕРХПЛОТНОЙ СИЛЬНО
НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ

Костенко Б. Ф., Прибиш Я.

P4-2004-42

Оценка времени охлаждения ядер электронами
в сверхплотной сильно неравновесной плазме

Выполнены оценки времени охлаждения ядер электронами в сверхплотной сильно неравновесной плазме, образующейся при схлопывании кавитационного пузырька в дейтерированном ацетоне. Необходимость таких вычислений связана с тем, что в последних теоретических расчетах скорости термоядерных реакций в этих процессах использовалось одно плохо обоснованное предположение о том, что температуры электронов в течение времени термоядерного синтеза t_s остаются существенно ниже температур ядер. Оценки показали, что начальные температуры электронов в момент образования сверхплотной плазмы с $\rho = 100 \text{ г/см}^3$ действительно оказываются существенно ниже ядерных температур, а время охлаждения ядерной компоненты того же порядка, что и t_s .

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2004

Перевод авторов

Kostenko B. F., Pribiš J.

P4-2004-42

Estimation of Nuclei Cooling Time by Electrons
in Superdense Nonequilibrium Plasma

Estimations of nuclei cooling time by electrons in superdense nonequilibrium plasma formed at cavitation bubble collapse in deuterated acetone have been carried out. The necessity of these computations was stipulated by using in the latest theoretical calculations of nuclear reaction rate in these processes one poorly grounded assumption that electron temperatures remain essentially lower than nuclei ones during thermonuclear synthesis time t_s . The estimations have shown that the initial electron temperatures at the moment of superdense plasma formation with $\rho = 100 \text{ g/cm}^3$ turn out to be appreciably lower than the nuclear temperatures, while the nuclei cooling time is of the same order as t_s .

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2004

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] для объяснения возможности осуществления реакций термоядерного синтеза в процессе схлопывания кавитационного пузырька в дейтерированном ацетоне (C_3D_6O) было предположено, что электроны в момент достижения ядрами температуры $T_N = (1 \div 2) \cdot 10^8$ К остаются «холодными», $T_e \ll T_N$, так что основная часть тепловой энергии оказывается сосредоточенной в ядерной подсистеме*. Подобное поведение неравновесной плазмы, образующейся в ударных волнах при существенно менее экстремальных условиях, хорошо известно [3]. Цель настоящей работы — проверка справедливости предположения о том, что $T_e \ll T_N$, при гораздо более жестких физических условиях, когда плотность вещества в течение времени удержания термоядерной плазмы $\Delta t \simeq 10^{-13} \div 10^{-12}$ с достигает значений $\rho \approx 100$ г/см³, что соответствует концентрации электронов $n_e \approx 3 \cdot 10^{25}$ см⁻³.

1. ОЦЕНКА НАЧАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ

При оценке начальной температуры электронов необходимо принять во внимание тот факт, что их энергия Ферми при вышеуказанной концентрации n_e равна $\varepsilon_F \simeq 350$ эВ. Таким образом, при $T_e(0) < 4 \cdot 10^6$ К электронный газ должен находиться в вырожденном состоянии. Это представляется маловероятным, учитывая то обстоятельство, что плазма в данном случае создается атомными, электронными и ионными ударами. Можно ожидать, что благодаря большому статистическому весу свободных состояний электронов при умеренной степени сжатия вещества очень сильная ионизация атомов происходит уже при достаточно «низких» температурах $T_e \simeq (1 \div 2) \cdot 10^6$ К [4]. Последующее сжатие плазмы может произойти и без существенного разогрева электронной компоненты, если диссипация тепловой энергии атомных ядер в электронную подсистему и в самом деле мала. Предполагая, что при ударном сжатии до плотностей $\rho \simeq 3\rho_0$, когда электронные оболочки атомов начинают заметно перекрываться, степень ионизации последних уже весьма

* Данное предположение было впервые высказано Р. И. Нигматулиным. Последние экспериментальные данные по наблюдению продуктов ядерных реакций при схлопывании кавитационного пузырька в D-ацетоне приведены в [2].

существенна, получаем следующую оценку температуры электронов* в этот момент времени: $T_e \simeq 10^6$ К. Описывая дальнейшее сжатие электронов уравнением адиабаты для электронного газа (см., например, [5])

$$T^{3/2}V = \text{const},$$

получим $T_e \simeq 10^7$ К при $\rho \simeq 100\rho_0$. В действительности полученную оценку различия электронной и ядерной температур следует считать наиболее осторожной, поскольку расчеты, выполненные Р. И. Нигматулиным с соавторами, показывают, что при плотностях $\rho \simeq 3\rho_0$ именно температура ядерной компоненты достигает значений 10^6 К [1], а в ударной волне, согласно [3], в общем случае имеет место неравенство $T_e \leq T_N$.

В дальнейшем температуру электронов в момент образования сильно сжатой плазмы $T_e(0)$ (примем этот момент в качестве начала отсчета времени) будем считать принадлежащей интервалу $4 \cdot 10^6 \div 10^7$ К.

2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ

Согласно работе [6] в том случае, когда выполнено, или слабо нарушено, условие

$$T_e^{3/2}/n_e^{1/2} > 10 \text{ (К} \cdot \text{см)}^{3/2} \quad (1)$$

транспортировка частиц в плазме с 10%-й точностью описывается уравнением Фоккера–Планка. Использование данного приближения здесь вполне законно, поскольку даже в самом начале релаксационного процесса значение этого параметра равно 57,3. Соответствующее уравнение Фоккера–Планка имеет вид

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(v_i P) + \frac{1}{m_i} \frac{\partial}{\partial v_i}(\beta_i v_i P) + \frac{\beta_i k T_e}{m_i^2} \frac{\partial^2 P}{\partial v_i^2}, \quad (2)$$

где параметр β_i , описывающий скорость диссипации кинетической энергии ядра, пропорционален произведению вязкости электронного газа и эффективного линейного размера ядра (сорта i). Ввиду того что скорости электронов уже при $t = 0$ существенно больше скоростей атомных ядер, а приведенная масса электрона и ядра практически совпадает с массой электрона m_e , вязкость электронного газа, а также эффективные сечения электрон-ядерного рассеяния, входящие неявным образом в уравнение (2), можно считать зависящими только от T_e и не зависящими от T_N . Уравнению Фоккера–Планка (2)

*Сама возможность приписать электронам некоторую температуру практически сразу же после того, как они покидают атомы, следует из малости времени релаксации в электронной подсистеме, которое меньше или порядка 10^{-15} с.

отвечает стохастическое дифференциальное уравнение Ито (см., например, [7, с. 204]):

$$m_i dv_i = -\beta_i v_i dt + \sqrt{2\beta_i k T_e} dW_i(t), \quad (3)$$

где $W_i(t)$ — стандартный винеровский процесс. Из (3) очевидно, что скорость замедления движения ядер пропорциональна величине β_i/m_i , а характерное время диссипации кинетической энергии $E_i = m_i v_i^2/2$ равно

$$\tau = \frac{m_i}{2\beta_i}.$$

Уравнение (3) содержит в себе явным образом флуктуационно-диссипационную теорему, согласно которой величина $\sqrt{2\beta_i k T_e}$, характеризующая интенсивность флуктуаций энергии ядер, может быть связана с параметром τ , определяющим интенсивность процессов диссипации.

3. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Для выполнения простых оценок скорости охлаждения ядер удобно прибегнуть к конечно-разностной аппроксимации уравнения Ито, введя понятие средней длины λ_f свободного пробега частицы (см., например, [8, § 4.2]). По определению, λ_f — это расстояние, на котором импульс частицы изменяется на величину порядка самого импульса:

$$\langle (\Delta p)^2 \rangle \approx p^2.$$

Среднее время свободного пробега τ_f , соответственно, равно

$$\tau_f = \frac{\lambda_f}{\bar{v}_i},$$

где \bar{v}_i для максвелловского распределения определяется соотношением

$$\bar{v}_i = \sqrt{\frac{8kT_i}{\pi m_i}} \simeq \sqrt{\frac{3kT_i}{m_i}}.$$

Аналогом флуктуационно-диссипационной теоремы в конечно-разностном подходе является приравнение среднего времени свободного пробега τ_f времени диссипации τ . Время диссипации тепловой энергии ядер в электронном газе τ , отвечающее ситуации, когда $T_N > T_e$, можно оценить по хорошо известному выражению для времени релаксации электронов в ионном газе τ' , отвечающему случаю $T_e > T_N$. Действительно, поскольку передача энергии от электрона к ядру в каждом эффективном столкновении в m_i/m_e раз меньше, чем передача энергии от ядра к электрону, то

$$\tau \sim \frac{m_i n_e}{m_e n_i} \tau'.$$

Здесь n_i/n_e — отношение концентрации ядер и электронов, введенное в формулу для учета того факта, что скорость торможения пропорциональна плотности газа, в котором происходит диссипация. Более точная оценка величины τ (с поправочным множителем порядка единицы) получена в [9]:

$$\tau = \frac{250 A_i T_e^{3/2}}{n_i Z_i^2 \ln \Lambda_i}, \quad (4)$$

где A_i — относительная атомная масса ядра, Z_i — его атомный номер, $\ln \Lambda_i$ — кулоновский логарифм, который может быть вычислен лишь приближенно (разные авторы приводят разные значения). Если в качестве радиуса экранирования электрического поля в плазме взять радиус Дебая, то придем к следующей часто используемой оценке (в СГСЭ):

$$\Lambda_i = \frac{3}{2} \frac{(kT_e)^{3/2}}{e^3 (4\pi n_i)^{1/2} Z_i^2}. \quad (5)$$

Для самого начального этапа процесса эволюции, когда температура ядер существенно выше температуры электронов, представляется разумным заменить полученное таким образом значение величиной в $\sqrt{2}$ раз большей:

$$\Lambda_i \rightarrow \sqrt{2} \Lambda_i. \quad (6)$$

В самом деле, повторяя практически без изменений известное рассуждение о выводе формулы радиуса экранирования для равновесной плазмы (см., например, [8, с. 39–40]), замечаем, что в случае, когда $T_N \gg T_e$, в соответствующем месте следует сделать подстановку:

$$\exp(e\varphi/kT_N) \simeq 1,$$

что приводит к тому, что радиус экранирования оказывается в $\sqrt{2}$ раз больше радиуса Дебая, и, в конечном счете, — к необходимости замены (6).

4. ВРЕМЯ ОХЛАЖДЕНИЯ ЯДЕРНОЙ ПОДСИСТЕМЫ

В своих оценках величин Λ_i (где $i = D^+, C^{+6}, O^{+8}$) воспользуемся вычисленным в [9] несколько более точно, чем на основе (5), значением кулоновского логарифма

$$\ln \Lambda = 5,97 \quad \text{при} \quad Z = 1, \quad T = 10^6 \text{ К}, \quad n = 10^{21} \text{ см}^{-3} \quad (7)$$

и перенормируем его в соответствии с (5), учитывая рассматриваемые физические условия:

$$\begin{aligned} T_e = 10^7 \text{ К}, \quad n_D = \frac{3}{16} \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}, \\ n_C = \frac{3}{32} \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}, \quad n_O = \frac{1}{32} \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}. \end{aligned} \quad (8)$$

Кроме того, для начального этапа эволюции учтем (6). В результате получим

$$\ln \Lambda_D = 5,47, \quad \ln \Lambda_C = 2,21, \quad \ln \Lambda_O = 2,19$$

и, соответственно, времена релаксации различных ядер, рассчитанные по формуле (4):

$$\tau_D = 5,0 \cdot 10^{-13} \text{ с}, \quad \tau_C = 4,2 \cdot 10^{-13} \text{ с}, \quad \tau_O = 9,6 \cdot 10^{-13} \text{ с}.$$

Принимая во внимание тот факт, что время релаксации внутри ядерной подсистемы существенно меньше времени ядерно-электронной диссипации [3], получаем для характерного времени τ_{Ne} охлаждения ядер электронами соотношение

$$\frac{1}{\tau_{Ne}} = \frac{1}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_C} + \frac{1}{\tau_O}.$$

Откуда

$$\tau_{Ne} \simeq 2 \cdot 10^{-13} \text{ с}.$$

Более точное описание процесса ядерно-электронной релаксации, учитывающее зависимость τ_{Ne} от T_e , может быть получено с помощью уравнения Ландау [12]:

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{T_{eq} - T_e}{\tau_{Ne}}. \quad (9)$$

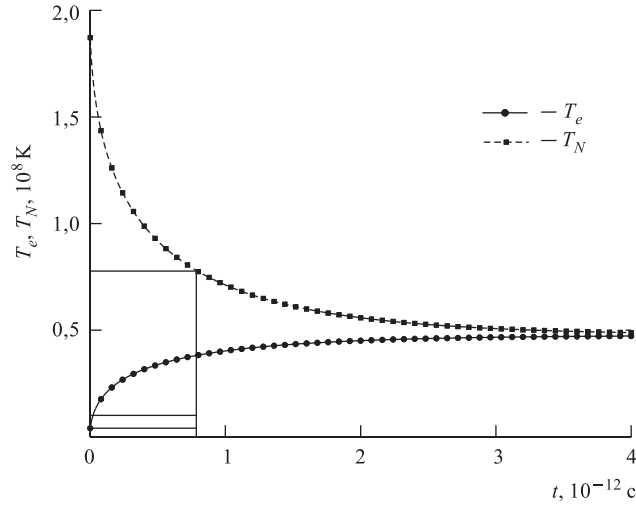
Предполагая, что температура ядерной подсистемы в начале процесса релаксации равна $2 \cdot 10^8$ К, получим для плазмы, образовавшейся в результате ионизации молекул C_3D_6O , соотношение между температурами электронной и ядерной компонент:

$$T_N = 2 \cdot 10^8 - 3,2T_e.$$

Условие равновесия $T_N = T_e = T_{eq}$ дает

$$T_{eq} = \frac{10^8}{2,1} \text{ К}.$$

На рисунке показаны зависимости $T_N(t)$ и $T_e(t)$ К, отвечающие уравнению (9) при начальной температуре электронов $T_e(0) = 4 \cdot 10^6$. (Можно убедиться в том, что условие (1), позволяющее заменить столкновительный член в уравнении Больцмана членом фоккер-планковского типа, выполняется и для $T_e = 4 \cdot 10^6$ К.) На оси t отмечен момент времени, когда начальная температура ядер уменьшается приблизительно в $e \simeq 2,72$ раз. Видно, что неопределенность в начальной температуре электронов $T_e = 4 \cdot 10^6 \div 10^7$ К почти не сказывается на оценке длительности ядерно-электронной релаксации, которая оказывается приблизительно равной $8 \cdot 10^{-13}$ с.



Временная эволюция температуры ядер $T_N(t)$ и электронов $T_e(t)$ с учетом зависимости времени релаксации τ_{Ne} от $T_e(t)$, рассчитанная с помощью уравнения Ландау $dT_e/dt = (T_{eq} - T_e)/\tau_{Ne}$. На оси температур отмечена точка, отвечающая уменьшению начальной температуры ядер в $e \simeq 2,72$ раз, а также две точки, соответствующие двум возможным начальным температурам электронов: $T_e(0) = 4 \cdot 10^6$ К и $T_e(0) = 10^7$ К. Видно, что характерное время ядерно-электронной релаксации оказывается порядка $8 \cdot 10^{-13}$ с и почти не зависящим от $T_e(0)$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оценки времени охлаждения ядер электронами с использованием аналитической формулы (4), полученной Спитцером [9], показывают, что электронная компонента плазмы действительно может оставаться относительно холодной на протяжении заметной части времени существования сверхплотного состояния вещества в схлопывающемся кавитационном пузырьке в C_3D_6O . Расчеты, выполненные на основе такого модельного допущения, предсказывают в этом случае возможность осуществления термоядерных реакций D-D-слияния со скоростью порядка одного события на одно схлопывание пузырька при температуре D-ацетона около 273 К [1, 10]. Оптимизма относительно данной новой возможности реализации термоядерного синтеза прибавляют также два дополнительных обстоятельства. Во-первых, согласно [11] более тщательное численное моделирование показывает, что оценки, выполненные с помощью аналитических формул типа (4), использовавшихся в данной работе, дают некоторое занижение величины времени релаксации. Во-вторых, расчеты в рамках гидродинамической модели [1, 10] говорят о том,

что дальнейшее понижение температуры D-ацетона приводит к уменьшению времени существования термоядерной плазмы почти до значения 10^{-13} с (в то время как выход нейтронов при этом увеличивается).

Работа поддержана Международным научно-техническим центром (проект № 1471) и грантом РФФИ (проект № 02-01-00606 и 02-02-16397).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Taleyarkhan R. P., West C. D., Cho J. S., Lahey Jr. R. T., Nigmatulin R. I., Block R. C.* // Science. 2002. V. 295. P. 1868.
2. *Taleyarkhan R. P., Cho J. S., West C. D., Lahey Jr. R. T., Nigmatulin R. I., Block R. C.* // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 036109.
3. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., 1966. § VI.20, VII.12.
4. *Айрян Э. А., Костенко Б. Ф., Федоров А. В.* Расчет химических потенциалов и теплоемкости электронов в области сильной ионизации. Сообщение ОИЯИ Р14-98-235. Дубна, 1998.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая механика. М., 1976. С. 186.
6. *Robinson V. B., Bernstein L. B.* // Ann. Phys. N.Y., 1962. V. 18. P. 110.
7. *Гардинер К. В.* Стохастические методы в естественных науках. М.: Мир, 1986.
8. *Синельников К. Д., Руткевич Б. Н.* Лекции по физике плазмы. Харьков: Изд-во ХГУ, 1964.
9. *Спитцер Л.* Физика полностью ионизированного газа. М.: Изд-во иностр. лит., 1957.
10. *Беляев В. Б., Костенко Б. Ф., Миллер М. Б., Сермягин А. В., Топольников А. С.* Сверхвысокие температуры и акустическая кавитация. Сообщение ОИЯИ Р3-2003-214. Дубна, 2003.
11. *Клеммоу Ф., Доуэрти Дж.* Электродинамика частиц и плазмы. М., 1996. С. 434.
12. *Ландау Л. Д.* // ЖЭТФ. 1937. Т. 7. С. 203.

Получено 1 апреля 2004 г.

Редактор *О. Г. Андреева*
Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 15.06.04
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,43. Уч.-изд. л. 0,78. Тираж 350 экз. Заказ № 54479.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/