

Inhalt

1. Einleitung	1
1.1 Raum, Zeit, Invarianz	1
1.2 Indizierte Größen	1
1.3 Summationskonvention	8
1.4 Indiziertes Summenzeichen, Kroneckersymbol	9
2. Skalare und Vektoren im euklidischen Raum	11
2.1 Linearer und metrischer Vektorraum, Skalarprodukt	11
2.2 Raumdimension, Basis, Koordinaten	17
2.3 Affine Basistransformation, Orientierung, Volumen	25
2.4 Metrische Grundgrößen	31
2.5 Permutationssymbole	35
2.6 Übungen	38
3. Tensoren	40
3.1 Definition und Beispiele	40
3.2 Tensorkoordinaten; Transformations- und Ziehregel	41
3.3 Rechenregeln und Ergänzungen	45
3.3.1 Horizontale Isomeren	45
3.3.2 Direktes Produkt	45
3.3.3 Summen und Differenzen	46
3.3.4 Verjüngung und Überschiebung, lineare Tensorabbildung	46
3.3.5 Vektorprodukt und Spatprodukt	48
3.3.6 Affine Punktkoordinaten, Ortsableitungen	53
3.3.7 Zeitableitungen	55
3.3.8 Physikalische Maßeinheiten	57
3.4 Übungen	58
4. Dyaden (Tensoren 2. Stufe)	59
4.1 Beispiele	59
4.1.1 Nulldyade, Einsdyade, Permutationsdyade	59
4.1.2 Einige Stoffdyaden	59
4.1.3 Trägheitsdyade	60
4.1.4 Stoffunabhängige Dyaden der Kontinuumsmechanik	62
4.1.4.1 Einführung	62

4.1.4.2	Geschwindigkeitsgradient, Gauss-Greenscher Integralsatz	63
4.1.4.3	Punktverschiebung und Verschiebungsgradient.	66
4.1.4.4	Cauchysche Spannungsdyaide und technische Spannungen.	70
4.2	Allgemeine Eigenschaften.	75
4.2.1	Symmetrische Dyaden.	75
4.2.1.1	Dyadenquadrik	75
4.2.1.2	Hauptachsen	76
4.2.1.3	Mohrscher Kreis	79
4.2.1.4	Skalarinvarianten	81
4.2.1.5	Tensorfunktionen	84
4.2.2	Antimetrische Dyaden.	86
4.2.3	Unitäre Dyaden	87
4.2.4	Reguläre, singuläre, inverse, definite und semidefinite Dyaden	88
4.2.5	Dyadenzerlegungen.	90
4.3	Anwendungen auf die Kontinuumsmechanik.	93
4.3.1	Spannungen, Dreh- und Formänderungsgeschwindigkeiten	93
4.3.2	Formänderungsleistung, Formänderungsarbeit, Gleichgewicht	98
4.3.3	Formänderungen.	101
4.4	Übungen	106
5.	Krummlinige Koordinaten	109
5.1	Mannigfaltigkeiten	109
5.1.1	Parametermannigfaltigkeit	109
5.1.2	Grundmannigfaltigkeit (Körper, Fläche, Kurve) und Tangentialraum.	110
5.1.3	Metrik.	114
5.1.4	Ergänzungen.	117
5.2	Beispiele.	119
5.2.1	Affine Koordinaten	119
5.2.2	Polarkoordinaten und Kreiszyylinder.	120
5.2.3	Kugelkoordinaten und Kugeln	124
5.2.4	Tordierte (mitgeschleppte) Koordinaten, tordierter Kreiszyylinder.	125
5.2.5	Schalenkoordinaten, Schalen.	128
5.3	Stokesscher Integralsatz und Anwendungen; Einbettbarkeit	131
5.4	Übungen	138
6.	Christoffelsymbole	141
6.1	Abrollen und Abwickeln	141
6.2	Beispiele.	145

6.2.1 Affine Koordinaten	145
6.2.2 Polarkoordinaten und Kugelkoordinaten	146
6.2.3 Tordierter, elastisch-plastischer Kreiszyylinder unter Eigenspannungen; Inkompatibilität.	147
6.3 Weitere Betrachtungen	151
6.3.1 Christoffelsymbole 1. und 2. Art	151
6.3.2 Transformationsregeln; Cartanscher Tensor, Versetzungsdichte und Burgersvektor	152
6.3.3 Zusammenhang mit dem metrischen Grundtensor	155
6.4 Übungen	156
7. Tensorableitungen	158
7.1 Kovariante Ortsableitung, affiner Zusammenhang.	158
7.2 Krümmungsmaße.	163
7.2.1 Äußere Krümmungen	163
7.2.2 Innere Krümmungen.	166
7.3 Zeitableitungen.	169
7.3.1 Punktgeschwindigkeit und Punktbeschleunigung in einer starrten Mannigfaltigkeit	169
7.3.2 Partielle und totale Zeitableitungen in starren Mannigfaltigkeiten	171
7.3.3 Anfangs- und Momentankonfiguration einer zeitlich veränderlichen Mannigfaltigkeit	172
7.3.4 Punktgeschwindigkeit und Punktbeschleunigung in einer zeitlich veränderlichen Mannigfaltigkeit	178
7.3.5 Zeitableitungen von Tensoren in veränderlichen Mannigfaltigkeiten	180
7.4 Übungen	186
8. Weitere Anwendungen	188
8.1 Vorbemerkungen	188
8.1.1 Allgemeines	188
8.1.2 Differentialoperatoren	189
8.1.3 Über die Formulierung von Gleichungen für veränderliche Kontinua.	191
8.2 Ruhende Kontinua; bewegte Kontinua in Eulerscher Betrachtungsweise.	192
8.2.1 Elektromagnetische Felder in ruhenden Körpern	192
8.2.2 Temperatur, Wärme, Entropie	196
8.2.3 Mechanisches Spannungsgleichgewicht, Formänderungs- geschwindigkeiten und Kompatibilitätsbedingungen.	197
8.2.4 Flüssigkeiten und Gase	199
8.2.5 Starrplastisches Material.	203

8.3 Kontinua in der aktuellen (updated)	
Lagrangeschen Betrachtungsweise	207
8.3.1 Elektromagnetische Felder in veränderlichen Körpern . . .	207
8.3.2 Formänderungen, Formänderungs- und Spannungsgeschwindigkeiten.	210
8.3.3 Elastisches und reversibles Materialverhalten	214
8.3.4 Elastisch-plastisches Materialverhalten	217
8.4 Kontinua in der bezogenen (total) Lagrangeschen	
Betrachtungsweise	219
8.4.1 Übertragungshypothesen.	219
8.4.2 Parallelverschiebungshypothese und Piolaspannungen . . .	222
8.4.3 Mitschlepphypothese und Kirchhoffspannungen.	224
8.4.4 Gegenschlepphypothese.	227
8.4.5 Abschließende Bemerkungen.	228
8.5 Übungen	229
9. Lösungen der Übungsaufgaben	232
Literatur	259
Sachverzeichnis	261