

# TABLE DES MATIÈRES

## Chapitre 1. Compléments de théorie des modules. 1

### § 1. Catégories et foncteurs 1

1. Foncteurs représentables. 1
2. Foncteurs adjoints. Catégories équivalentes. 6

### § 2. Modules projectifs. Théorème de Morita. 10

1. Modules projectifs 10
2. Modules générateurs. 15
3. Le théorème de Morita. 18

### § 3. Modules injectifs. 21

1. Caractérisations. 21
2. Enveloppe injective d'un module. 24
3. Modules quasi-injectifs. 27

### § 4. Théorème de Kaplansky et d'Azumaya. 28

1. Théorème de Kaplansky. 28
2. Théorème d'Azumaya. 30
3. Anneaux d'endomorphismes. 33
4. Théorème de König. 34

### § 5. Anneaux et modules filtrés 34

1. Graduations et filtrations. 34
  2. Le lemme de platitude générique. 37
- Bibliographie. 40

## Chapitre 2. Radical premier. Radical de Jacobson. 41

### § 1. Nilidéaux. 41

### § 2. Radical premier. 44

1. Ideaux premiers. 44
2. Anneaux réduits. 49

### § 3. Radical de Jacobson. 50

1. Caractérisations. 50
2. Radical des modules projectifs. 53
3. Radical des  $k$ -algèbres. 56
4. Exemples. 60

## Chapitre 3. Anneaux noethériens. 62

- § 1. Modules noethériens et modules artiniens. 62
  - 1. Propriétés générales. 62
  - 2. Modules de longueur finie. 63
  - 3. Généralisation de la condition artinienne. 64
- § 2. Anneaux noethériens et anneaux artiniens. 65
  - 1. Exemples. 65
  - 2. Radicaux. 68
  - 3. Décomposition tertiaire. 69
- § 3. Modules et anneaux semi-simples. 72
  - 1. Commutant d'un module simple. 72
  - 2. Le théorème de densité. 73
  - 3. Modules semi-simples. 74
  - 4. Anneaux semi-simples. 76
- § 4. Anneaux de Jacobson. 79

## Chapitre 4. Modules injectifs sur les anneaux noethériens. 82

- § 1. Anneaux des endomorphismes d'un module injectif. 82
  - 1. Sous-module singulier. 82
  - 2. Anneaux de quotients. 85
- § 2. Le théorème de Goldie. 86
- § 3. Modules injectifs indécomposables. 90
  - 1. Caractérisations des anneaux noethériens à droite. 90
  - 2. Idéaux premiers et modules injectifs indécomposables. 95
- § 4. Modules injectifs sur les anneaux noethériens commutatifs. 97
- § 5. Anneaux quasi-frobeniusiens. 100
  - Bibliographie. 105

## Chapitre 5. Algèbres simples et centrales. 106

- § 1. Définition du groupe de Brauer. 106
- § 2. Théorème de Skolem -Noether. 110
- § 3. Corps neutralisants. 114
- § 4. Produits croisés. 115
- § 5. Algèbres d'Azumaya. 120
  - Bibliographie. 125

## Chapitre 6. Anneaux introduits par la notion de module projectif. 126

§ 1. Anneaux semi-héréditaires. 126

§ 2. Anneaux parfaits. 129

§ 3. Anneaux semi-parfaits. 133

§ 4. Anneaux réguliers. 137

Bibliographie. 142

## Chapitre 7. Dimension de Krull. 143

§ 1. Déviation d'un ensemble ordonné. 143

§ 2. Dimension de Krull d'un module. 145

§ 3. Dimension de Krull des anneaux noethériens à droite. 147

§ 4. Théorie de la dimension en algèbre commutative. 150

Bibliographie. 152

## Chapitre 8. Identités polynomiales. 153

§ 1. Généralités. 153

§ 2. Identités standards. Théorème de Kaplansky. 155

§ 3. Polynômes centraux. Théorème de Posner. 158

Bibliographie. 164

## Chapitre 9. Représentations linéaires des groupes. 165

§ 1. Représentations et  $G$ -modules. 165

§ 2. Caractère d'une représentation. 167

1. Relations d'orthogonalité. 169

2. Représentations de degré 1. 171

3. Propriétés d'intégralité des caractères. 171

§ 3. Les théorèmes de Burnside. 172

Bibliographie. 174

## Appendice. Sur les idempotents. 175

Bibliographie. 177

Index terminologique. 179