

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1. Compléments de théorie des modules. 1

§ 1. Catégories et foncteurs 1

1. Foncteurs représentables. 1
2. Foncteurs adjoints. Catégories équivalentes. 6

§ 2. Modules projectifs. Théorème de Morita. 10

1. Modules projectifs 10
2. Modules générateurs. 15
3. Le théorème de Morita. 18

§ 3. Modules injectifs. 21

1. Caractérisations. 21
2. Enveloppe injective d'un module. 24
3. Modules quasi-injectifs. 27

§ 4. Théorème de Kaplansky et d'Azumaya. 28

1. Théorème de Kaplansky. 28
2. Théorème d'Azumaya. 30
3. Anneaux d'endomorphismes. 33
4. Théorème de König. 34

§ 5. Anneaux et modules filtrés 34

1. Graduations et filtrations. 34
 2. Le lemme de platitude générique. 37
- Bibliographie. 40

Chapitre 2. Radical premier. Radical de Jacobson. 41

§ 1. Nilideaux. 41

§ 2. Radical premier. 44

1. Ideaux premiers. 44
2. Anneaux réduits. 49

§ 3. Radical de Jacobson. 50

1. Caractérisations. 50
2. Radical des modules projectifs. 53
3. Radical des k -algèbres. 56
4. Exemples. 60

Chapitre 3. Anneaux noethériens. 62

- § 1. Modules noethériens et modules artiniens. 62
 - 1. Propriétés générales. 62
 - 2. Modules de longueur finie. 63
 - 3. Généralisation de la condition artinienne. 64
- § 2. Anneaux noethériens et anneaux artiniens. 65
 - 1. Exemples. 65
 - 2. Radicaux. 68
 - 3. Décomposition tertiaire. 69
- § 3. Modules et anneaux semi-simples. 72
 - 1. Commutant d'un module simple. 72
 - 2. Le théorème de densité. 73
 - 3. Modules semi-simples. 74
 - 4. Anneaux semi-simples. 76
- § 4. Anneaux de Jacobson. 79

Chapitre 4. Modules injectifs sur les anneaux noethériens. 82

- § 1. Anneaux des endomorphismes d'un module injectif. 82
 - 1. Sous-module singulier. 82
 - 2. Anneaux de quotients. 85
- § 2. Le théorème de Goldie. 86
- § 3. Modules injectifs indécomposables. 90
 - 1. Caractérisations des anneaux noethériens à droite. 90
 - 2. Idéaux premiers et modules injectifs indécomposables. 95
- § 4. Modules injectifs sur les anneaux noethériens commutatifs. 97
- § 5. Anneaux quasi-frobeniusiens. 100
 - Bibliographie. 105

Chapitre 5. Algèbres simples et centrales. 106

- § 1. Définition du groupe de Brauer. 106
- § 2. Théorème de Skolem-Noether. 110
- § 3. Corps neutralisants. 114
- § 4. Produits croisés. 115
- § 5. Algèbres d'Azumaya. 120
 - Bibliographie. 125

Chapitre 6. Anneaux introduits par la notion de module projectif. 126

§ 1. Anneaux semi-héréditaires. 126

§ 2. Anneaux parfaits. 129

§ 3. Anneaux semi-parfaits. 133

§ 4. Anneaux réguliers. 137

Bibliographie. 142

Chapitre 7. Dimension de Krull. 143

§ 1. Déviation d'un ensemble ordonné. 143

§ 2. Dimension de Krull d'un module. 145

§ 3. Dimension de Krull des anneaux noethériens à droite. 147

§ 4. Théorie de la dimension en algèbre commutative. 150

Bibliographie. 152

Chapitre 8. Identités polynomiales. 153

§ 1. Généralités. 153

§ 2. Identités standards. Théorème de Kaplansky. 155

§ 3. Polynômes centraux. Théorème de Posner. 158

Bibliographie. 164

Chapitre 9. Représentations linéaires des groupes. 165

§ 1. Représentations et G -modules. 165

§ 2. Caractère d'une représentation. 167

1. Relations d'orthogonalité. 169

2. Représentations de degré 1. 171

3. Propriétés d'intégralité des caractères. 171

§ 3. Les théorèmes de Burnside. 172

Bibliographie. 174

Appendice. Sur les idempotents. 175

Bibliographie. 177

Index terminologique. 179