

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

CERN LIBRARIES, GENEVA



P2-99-69

SCAN-9911037

В.В.Любошиц, В.Л.Любошиц

**T-ИНВАРИАНТНОСТЬ
И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ
В РЕАКЦИЯХ $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ И $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$**

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1999

В работе [1] на основе T -симметрии дифференциального сечения упругого рассеяния обсуждались поляризационные эффекты при рассеянии частиц со спином $1/2$ на неполяризованной мишени. В настоящей работе аналогичный подход применяется к анализу следствий T -инвариантности для эффективных сечений прямых и обратных бинарных реакций с участием двух частиц со спином $1/2$ в начальном или конечном состояниях. При этом подробно исследуются поляризационные эффекты в реакциях $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ и $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$.

1. Рассмотрим бинарную реакцию $a + b \rightarrow c + d$. Пусть начальные частицы a и b имеют спин $1/2$, а конечные частицы c и d — произвольные спины. Обозначим как $\vec{k}_a = -\vec{k}_b$ начальный импульс в с. ц. и. реакции, $\vec{k}_c = -\vec{k}_d$ — конечный импульс в с.ц.и., θ — угол между импульсами \vec{k}_a и \vec{k}_c , E — полную энергию в с.ц. и. Введем три взаимно перпендикулярных единичных вектора (два из них направлены в плоскости реакции, а третий — вдоль нормали к плоскости реакции):

$$\vec{l} = \frac{\vec{k}_a}{k_a}, \quad \vec{m} = \frac{\vec{l}' - \vec{l}(\vec{l}'\vec{l})}{\sin \theta}, \quad \vec{n} = \frac{[\vec{l} \vec{l}']}{\sin \theta}, \quad (1)$$

где

$$\vec{l}' = \frac{\vec{k}_c}{k_c}, \quad k_a = |\vec{k}_a|, \quad k_c = |\vec{k}_c|, \quad \theta = \arccos(\vec{l}\vec{l}').$$

При сохранении пространственной четности, с учетом инвариантности относительно поворотов в трехмерном пространстве и линейности квантовой теории, эффективное сечение процесса $a + b \rightarrow c + d$, просуммированное по проекциям спина конечных частиц, должно быть скаляром, линейным по векторам поляризации начальных частиц $\vec{P}^{(a)}$ и $\vec{P}^{(b)}$. В соответствии с этим структурная формула для дифференциального сечения в с. ц. и. принимает вид (см. также [2])

$$\begin{aligned} \sigma_{a+b \rightarrow c+d}(\vec{k}_a, \vec{P}^{(a)}, \vec{P}^{(b)}; \vec{k}_c) = \sigma_0(E, \theta) \{ & 1 + A(E, \theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{n}) + B(E, \theta)(\vec{P}^{(b)}\vec{n}) + \\ & + C(E, \theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{P}^{(b)}) + D(E, \theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{l})(\vec{P}^{(b)}\vec{l}) + F(E, \theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{m})(\vec{P}^{(b)}\vec{m}) + \\ & + G(E, \theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{l})(\vec{P}^{(b)}\vec{m}) + H(E, \theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{m})(\vec{P}^{(b)}\vec{l}) \}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\sigma_0(E, \theta)$ — эффективное сечение реакции $a + b \rightarrow c + d$ для неполяризованных начальных частиц; A, B, C, D, F, G и H — безразмерные функции энергии

и угла вылета θ ; при этом векторы $A(E, \theta) \vec{n}$ и $B(E, \theta) \vec{n}$ имеют смысл анализирующих способностей для частиц a и b соответственно.

Ясно, что при $\theta = 0$ в силу аксиальной симметрии функции A, B, F, G и H обращаются в нуль, и выражение для дифференциального сечения реакции упрощается:

$$\sigma_{a+b \rightarrow c+d}(k_a \vec{l}, \vec{P}^{(a)}, \vec{P}^{(b)}; k_c \vec{l}) = \sigma_0(E, 0) \{1 + C(E, 0)(\vec{P}^{(a)} \vec{P}^{(b)}) + D(E, 0)(\vec{P}^{(a)} \vec{l})(\vec{P}^{(b)} \vec{l})\}. \quad (3)$$

Такую же структуру имеет эффективное сечение реакции при $\theta = \pi$. При очень малых углах θ с учетом (1)

$$A(E, \theta) = a(E)\theta, \quad B(E, \theta) = b(E)\theta, \quad G(E, \theta) = g(E)\theta, \quad H(E, \theta) = h(E)\theta, \\ F(E, \theta) = f(E)\theta^2, \quad (4)$$

где функции $a(E), b(E), f(E), g(E)$ и $h(E)$, вообще говоря, отличны от нуля. При малых отклонениях от угла π справедливы предельные соотношения (4) с заменой θ на $\Delta\theta = \pi - \theta$ и другими функциями энергии E .

Проинтегрируем теперь эффективное сечение реакции $a + b \rightarrow c + d$ по азимутальному углу. Легко видеть, что

$$\int_0^{2\pi} (\vec{P}^{(a)} \vec{n}) d\varphi = \int_0^{2\pi} (\vec{P}^{(b)} \vec{n}) d\varphi = 0, \quad \int_0^{2\pi} (\vec{P}^{(a)} \vec{m}) d\varphi = \int_0^{2\pi} (\vec{P}^{(b)} \vec{m}) d\varphi = 0, \\ \int_0^{2\pi} (\vec{P}^{(a)} \vec{m})(\vec{P}^{(b)} \vec{m}) d\varphi = \pi [(\vec{P}^{(a)} \vec{P}^{(b)}) - (\vec{P}^{(a)} \vec{l})(\vec{P}^{(b)} \vec{l})]. \quad (5)$$

В результате находим

$$\sigma_{a+b \rightarrow c+d}(E, \theta, \vec{P}^{(a)}, \vec{P}^{(b)}) = \\ = 2\pi \sigma_0(E, \theta) \left\{ 1 + (C(E, \theta) + \frac{1}{2} F(E, \theta))(\vec{P}^{(a)} \vec{P}^{(b)}) + \right. \\ \left. + (D(E, \theta) - \frac{1}{2} F(E, \theta))(\vec{P}^{(a)} \vec{l})(\vec{P}^{(b)} \vec{l}) \right\}. \quad (6)$$

2. На основе инвариантности относительно обращения времени мы можем, пользуясь формулой (2), получить общее выражение для эффективного сечения обратной реакции $c + d \rightarrow a + b$ с неполяризованными частицами c и d и фиксированными поляризациями $\vec{\xi}^{(a)}$ и $\vec{\xi}^{(b)}$ конечных частиц.* Учитывая, что при обра-

*Под $\vec{\xi}^{(a)}$ и $\vec{\xi}^{(b)}$ следует понимать анализирующие способности детекторов; при этом $|\vec{\xi}^{(a)}| \leq 1, |\vec{\xi}^{(b)}| \leq 1$.

щении времени меняются направления импульсов и векторов поляризации, находим в соответствии с принципом детального равновесия [3]

$$\begin{aligned} & \sigma_{c+d \rightarrow a+b}(\bar{k}_c; \bar{k}_a, \bar{\xi}^{(a)}, \bar{\xi}^{(b)}) = \\ & = \frac{k_a^2}{k_c^2 (2j_c + 1)(2j_d + 1)} \sigma_{a+b \rightarrow c+d}(-\bar{k}_a, -\bar{\xi}^{(a)}, -\bar{\xi}^{(b)}; -\bar{k}_c). \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, в с.ц.и. частиц c и d

$$\begin{aligned} \sigma_{c+d \rightarrow a+b}(\bar{k}_c; \bar{k}_a, \bar{\xi}^{(a)}, \bar{\xi}^{(b)}) = & \frac{1}{4} \tilde{\sigma}_0(E, \theta) \{ 1 - A(E, \theta)(\bar{\xi}^{(a)} \bar{n}) - \\ & - B(E, \theta)(\bar{\xi}^{(b)} \bar{n}) + C(E, \theta)(\bar{\xi}^{(a)} \bar{\xi}^{(b)}) + D(E, \theta)(\bar{\xi}^{(a)} \bar{l})(\bar{\xi}^{(b)} \bar{l}) + \\ & + F(E, \theta)(\bar{\xi}^{(a)} \bar{m})(\bar{\xi}^{(b)} \bar{m}) + G(E, \theta)(\bar{\xi}^{(a)} \bar{l})(\bar{\xi}^{(b)} \bar{m}) + H(E, \theta)(\bar{\xi}^{(a)} \bar{m})(\bar{\xi}^{(b)} \bar{l}) \}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\tilde{\sigma}_0(E, \theta) = \frac{4k_a^2}{k_c^2 (2j_c + 1)(2j_d + 1)} \sigma_0(E, \theta) \quad (9)$$

— эффективное сечение реакции для неполяризованных начальных частиц c и d , просуммированное по проекциям спина конечных частиц a и b .

Подчеркнем, что в формулах (8) и (9) $A(E, \theta), B(E, \theta), C(E, \theta), D(E, \theta), F(E, \theta), G(E, \theta), H(E, \theta)$ и $\sigma_0(E, \theta)$ — те же функции энергии E и угла вылета конечных частиц в с. ц. и., что и в выражении (2), а единичные векторы по-прежнему выражаются через импульсы \bar{k}_a и \bar{k}_c согласно (1).

Так как соотношение (8) справедливо при любых фиксированных конечных поляризациях $\bar{\xi}^{(a)}$ и $\bar{\xi}^{(b)}$, отбираемых двумя анализаторами, ясно, что спиновая матрица плотности системы двух конечных частиц a и b со спином $1/2$, образующихся в реакции $c + d \rightarrow a + b$ с неполяризованными начальными частицами c и d , может быть получена из (8) путем замены векторов $\bar{\xi}^{(a)}$ и $\bar{\xi}^{(b)}$ операторами Паули $\hat{\sigma}^{(a)}$ и $\hat{\sigma}^{(b)}$ соответственно. В результате двухчастичная спиновая матрица плотности, удовлетворяющая условию нормировки

$$\text{Sp}_{(1,2)} \hat{\rho}^{(1,2)} = 1,$$

принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{\rho}^{(a,b)} = & \frac{1}{4} \left[\hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + (\bar{P}^{(a)}(E, \theta) \hat{\sigma}^{(a)}) \otimes \hat{I}^{(b)} + \hat{I}^{(a)} \otimes (\bar{P}^{(b)}(E, \theta) \hat{\sigma}^{(b)}) + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 T_{ik}(E, \theta) \hat{\sigma}_i^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_k^{(b)} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\hat{I}^{(a)}$ и $\hat{I}^{(b)}$ — двухрядные единичные матрицы, \otimes — знак прямого произведения матриц,

$$\vec{P}^{(a)}(E, \theta) = -A(E, \theta)\vec{n}, \quad \vec{P}^{(b)}(E, \theta) = -B(E, \theta)\vec{n} \quad (11)$$

— векторы поляризации частиц a и b , рождающихся в реакции $c + d \rightarrow a + b$,

$$T_{ik}(E, \theta) = C(E, \theta)\delta_{ik} + D(E, \theta)l_i l_k + F(E, \theta)m_i m_k + G(E, \theta)l_i m_k + \\ + H(E, \theta)m_i l_k \quad (12)$$

— корреляционный тензор, описывающий спиновые корреляции в двухчастичной системе (a, b) .

В соответствии с (10) — (12), если при измерении детектор отбирает спиновое состояние частицы a с вектором поляризации $\vec{\xi}^{(a)}$ (например, в результате вторичного рассеяния), то вектор поляризации частицы b , рождающейся вместе с частицей a в одном и том же акте столкновения частиц c и d , имеет компоненты (см. также [2,4])

$$\tilde{P}_k^{(b)}(\vec{\xi}^{(a)}) = \frac{P_k^{(b)} + \sum_{i=1}^3 T_{ik}(E, \theta)\xi_i^{(a)}}{1 + \vec{P}^{(a)}(E, \theta)\vec{\xi}^{(a)}} \quad (13)$$

Здесь $\vec{P}^{(a)}$ и $\vec{P}^{(b)}$ — векторы поляризации конечных частиц a и b при условии, что спиновые состояния не фиксируются детекторами (см. (11)). Очевидно,

$$\vec{P}^{(b)} = \frac{1}{2}(1 + \vec{P}^{(a)}\vec{\xi}^{(a)})\tilde{\vec{P}}^{(b)}(\vec{\xi}^{(a)}) + \frac{1}{2}(1 - \vec{P}^{(a)}\vec{\xi}^{(a)})\tilde{\vec{P}}^{(b)}(-\vec{\xi}^{(a)}).$$

Легко видеть, что при отсутствии корреляций, когда $T_{ik} = P_i^{(a)}P_k^{(b)}$, $\tilde{\vec{P}}^{(b)}(\vec{\xi}^{(a)}) = \vec{P}^{(b)}$ независимо от вектора $\vec{\xi}^{(a)}$.

Заметим, что при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ векторы поляризации в силу соотношений (4) и (11) равны нулю и спиновые эффекты полностью определяются корреляционным тензором T_{ik} :

$$\tilde{P}_k^{(b)} = \sum_{i=1}^3 T_{ik}\xi_i^{(a)}, \quad (14)$$

где

$$T_{ik} = C\delta_{ik} + D l_i l_k. \quad (15)$$

Описываемая формулами (13) и (14) зависимость спинового состояния одной из частиц от характера измерений, проводимых над другой частицей, является проявлением общего корреляционного эффекта при регистрации многочастичных квантовых состояний одночастичными детекторами, предсказанного в знаменитой работе Эйнштейна, Подольского и Розена [5].

Мы видим, что ввиду T -инвариантности зависимость эффективного сечения прямой реакции $a + b \rightarrow c + d$ от поляризаций начальных частиц жестко определяет спиновые корреляции тех же частиц в обратной реакции $c + d \rightarrow a + b$ с неполя-

ризованными начальными частицами.* Инвариантность относительно обращения времени приводит также к простой связи (11) между коэффициентами лево-правой азимутальной асимметрии $A(E, \theta)$ и $B(E, \theta)$ при столкновении поляризованных частиц a и b в прямой реакции $a + b \rightarrow c + d$ и векторами поляризации тех же частиц, образующихся в обратной реакции $c + d \rightarrow a + b$ с неполяризованными частицами c и d .

3. Исследуем теперь поляризационные эффекты в реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ и обратном процессе $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$. Ранее было показано, что эффективное сечение реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ в сильной степени зависит от поляризаций протона и ядра ${}^3\text{He}$, и в связи с этим процесс $p({}^3\text{He}, {}^4\text{He})\pi^+$ на поляризованной водородной мишени можно, в принципе, использовать для измерения поляризации пучка ядер ${}^3\text{He}$ [6].** С учетом T -инвариантности поляризации протона и ядра ${}^3\text{He}$ в обратной реакции $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$ должны быть жестко скоррелированы.

Действительно, из сохранения углового момента и пространственной четности следует, что в реакциях типа $1/2 + 1/2 \rightarrow 0 + 0$ (два фермиона со спином $1/2$ превращаются в два бесспиновых бозона) при условии, что произведения внутренних четностей начальных и конечных частиц противоположны по знаку, переходы из синглетного состояния фермионов (полный спин $S = 0$) запрещены [11—13]. Поскольку π^+ — псевдоскалярный мезон, ${}^4\text{He}$ — бесспиновое ядро, спины протона и ядра ${}^3\text{He}$ равны $1/2$, ясно, что реакция $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ возможна только при полном спине системы $(p, {}^3\text{He})$, равном 1.

*В статье [2] при анализе следствий T -симметрии для прямых и обратных бинарных реакций допущены неточности. Формула (46) должна иметь вид

$$\bar{k}_a \rightarrow -\bar{k}_a, \bar{k}_c \rightarrow -\bar{k}_c, \bar{P}^{(a)} \rightarrow -\bar{\xi}^{(a)}, \bar{P}^{(b)} \rightarrow -\bar{\xi}^{(b)}.$$

Далее должно следовать: «при этом $\bar{n} \rightarrow \bar{n}$ ». В соответствии с этим, в формулах (47), (49) и (50) тензор \tilde{M}_{ik} следует заменить на тензор M_{ik} , входящий в выражение (44), а функции A и B взять со знаком «минус». Выражение (47) следует умножить на коэффициент $1/4$. Определение тензора \tilde{M}_{ik} на стр. 51 следует опустить.

**Реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ и $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$ без анализа поляризационных эффектов изучались экспериментально в ряде работ (см., например, [7—10]). Согласно экспериментальным данным, в случае, когда пучок и мишень не поляризованы, дифференциальное сечение процесса ${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^+$ в с.ц.и. при кинетических энергиях протона 300—600 МэВ в л.с. и малых углах вылета системы $(\pi^+, {}^4\text{He})$ составляет $10 \div 15$ мкбар/стер.

Выберем ось квантования z полного спина вдоль направления $\vec{l} = \vec{k}_p / k_p$, где \vec{k}_p — импульс протона в с.ц.и. реакции, ось x — вдоль направления \vec{m} , а ось y — вдоль направления \vec{n} ; единичные векторы \vec{m} и \vec{n} определяются по формулам (1) с $\vec{l}' = \vec{k}_\pi / k_\pi$, где \vec{k}_π — импульс π^+ -мезона в с.ц.и. Триpletные состояния системы ($p, {}^3\text{He}$) с проекциями спина на ось квантования, равными $+1, -1$ и 0 , имеют вид

$$\begin{aligned} | +1, \vec{l} \rangle &= | +1/2, \vec{l} \rangle^{(p)} | +1/2, \vec{l} \rangle^{(\text{He})}; \\ | -1, \vec{l} \rangle &= | -1/2, \vec{l} \rangle^{(p)} | -1/2, \vec{l} \rangle^{(\text{He})}; \\ | 0, \vec{l} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (| +1/2, \vec{l} \rangle^{(p)} | -1/2, \vec{l} \rangle^{(\text{He})} + | -1/2, \vec{l} \rangle^{(p)} | +1/2, \vec{l} \rangle^{(\text{He})}). \end{aligned} \quad (16)$$

Пусть $\vec{P}^{(p)}$ и $\vec{P}^{(\text{He})}$ — независимые векторы поляризации протона и ядра ${}^3\text{He}$. Тогда двухчастичная спиновая матрица плотности начального состояния описывается формулой.

$$\hat{\rho}^{(p, \text{He})} = \frac{1}{4} (\hat{l}^{(p)} + \vec{P}^{(p)} \hat{\sigma}^{(p)}) \otimes (\hat{l}^{(\text{He})} + \vec{P}^{(\text{He})} \hat{\sigma}^{(\text{He})}). \quad (17)$$

Обозначим $R_\lambda(E, \theta)$ амплитуду прямой реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ в с.ц.и. из состояния $|\lambda, \vec{l}\rangle$. Здесь E — полная энергия протона и ядра ${}^3\text{He}$ в с.ц.и., θ — угол между векторами \vec{k}_p и \vec{k}_π , λ может принимать значения $+1, -1$ и 0 . Для дифференциального сечения реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ получаем выражение

$$\begin{aligned} \sigma_{p+{}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}}(\vec{k}_p, \vec{P}^{(p)}, \vec{P}^{(\text{He})}; \vec{k}_\pi) = \\ = \sum_\lambda \sum_{\lambda'} R_\lambda(E, \theta) \langle \lambda, \vec{l} | \hat{\rho}^{(p, \text{He})} | \lambda', \vec{l} \rangle R_{\lambda'}^*(E, \theta) = \langle \psi | \hat{\rho}^{(p, \text{He})} | \psi \rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$|\psi\rangle = \sum_{\lambda=\pm 1, 0} R_\lambda^*(E, \theta) |\lambda, \vec{l}\rangle$$

имеет смысл ненормированного начального двухчастичного спинового состояния, которое «отбирается» рассматриваемой реакцией.

С учетом того, что произведение внутренних четностей частиц, участвующих в процессе $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$, $\eta = -1$, а полные спины в начальном и конечном состояниях равны соответственно 1 и 0 , сохранение пространственной четности приводит к равенству

$$R_\lambda(E, \theta) = (-1)^{|\lambda|} R_{-\lambda}(E, \theta), \quad (20)$$

которое легко можно получить с помощью аппарата спиральных амплитуд [14,15]. Таким образом,

$$R_{+1}(E, \theta) = -R_{-1}(E, \theta) \equiv R_1(E, \theta). \quad (21)$$

Из соотношений (19) и (21) следует, что реакция $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ возможна только в триплетных состояниях начальной системы $|+1, \vec{n}\rangle$ и $|-1, \vec{n}\rangle$, соответствующих проекциям полного спина на нормаль к плоскости реакции, равным $+1$ и -1 ; при этом

$$\begin{aligned} |\psi\rangle = & (R_1^*(E, \theta) - \frac{i}{\sqrt{2}} R_0^*(E, \theta)) | +1, \vec{n} \rangle + \\ & + (R_1^*(E, \theta) + \frac{i}{\sqrt{2}} R_0^*(E, \theta)) | -1, \vec{n} \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Состояния $|\lambda, \vec{n}\rangle$ с проекциями полного спина на нормаль $\lambda = \pm 1, 0$ представляют собой ортогональные друг другу суперпозиции триплетных состояний (16):

$$\begin{aligned} | +1, \vec{n} \rangle &= \frac{1}{2} | +1, \vec{l} \rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} | 0, \vec{l} \rangle - \frac{1}{2} | -1, \vec{l} \rangle, \\ | -1, \vec{n} \rangle &= \frac{1}{2} | +1, \vec{l} \rangle - \frac{i}{\sqrt{2}} | 0, \vec{l} \rangle - \frac{1}{2} | -1, \vec{l} \rangle, \\ | 0, \vec{n} \rangle &= \frac{i}{\sqrt{2}} (| +1, \vec{l} \rangle + | -1, \vec{l} \rangle). \end{aligned} \quad (23)$$

Результат (22) согласуется с известным правилом О. Бора [15]:

$$\eta = (-1)^{M-M'}.$$

Здесь η — произведение внутренних четностей четырех частиц, участвующих в бинарной реакции, M и M' — проекции полного спина в начальном и конечном состояниях на нормаль к плоскости реакции.

Заметим, что разложение амплитуды $R_\lambda(E, \theta)$ по полным угловым моментам имеет структуру

$$R_\lambda(E, \theta) = \sum_J (2J+1) \gamma^{(J)}(E) d_{0\lambda}^{(J)}(\theta),$$

где $d_{0\lambda}^{(J)}(\theta)$ — функции Вигнера (см., например, [15]). При очень малых углах $|d_{0\lambda}^{(J)}(\theta)| \sim \theta^{|\lambda|}$, а при $\Delta\theta = (\pi - \theta) \ll 1$ имеем $|d_{0\lambda}^{(J)}(\theta)| \sim \Delta\theta^{|\lambda|}$. В соответствии с этим при $\theta \rightarrow 0$ и $\theta \rightarrow \pi$ амплитуда $R_1(E, \theta)$ стремится к нулю, что соответствует сохранению проекции углового момента на ось реакции.

Для вычисления дифференциального сечения реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ с помощью формулы (18) найдем средние значения матриц Паули и их прямых про-

изведений в двухчастичном спиновом состоянии $|\psi\rangle$. С учетом (16) и (21) выражение (19) для $|\psi\rangle$ можно переписать в виде

$$|\psi\rangle = R_1^*(E, \theta) (|+1/2, z\rangle^{(p)} | +1/2, z\rangle^{(\text{He})} - |-1/2, z\rangle^{(p)} |-1/2, z\rangle^{(\text{He})}) + \frac{1}{\sqrt{2}} R_0^*(E, \theta) (|+1/2, z\rangle^{(p)} |-1/2, z\rangle^{(\text{He})} + |-1/2, z\rangle^{(p)} |+1/2, z\rangle^{(\text{He})}), \quad (24)$$

где ось z , как уже говорилось, направлена вдоль оси реакции \vec{l} . Легко показать, используя явный вид матриц Паули, что

$$\begin{aligned} \langle \psi | \hat{\sigma}_z^{(p)} \otimes \hat{I}^{(\text{He})} | \psi \rangle &= \langle \psi | \hat{I}^{(p)} \otimes \sigma_z^{(\text{He})} | \psi \rangle = \\ &= \langle \psi | \hat{\sigma}_x^{(p)} \otimes \hat{I}^{(\text{He})} | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{I}^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_x^{(\text{He})} | \psi \rangle = 0, \\ \langle \psi | \hat{\sigma}_y^{(p)} \otimes \hat{I}^{(\text{He})} | \psi \rangle &= \langle \psi | \hat{I}^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_y^{(\text{He})} | \psi \rangle = \\ &= 2\sqrt{2} \text{Im}(R_1(E, \theta) R_0^*(E, \theta)); \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi | \hat{\sigma}_z^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_z^{(\text{He})} | \psi \rangle &= 2|R_1(E, \theta)|^2 - |R_0(E, \theta)|^2, \\ \langle \psi | \hat{\sigma}_x^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_x^{(\text{He})} | \psi \rangle &= -2|R_1(E, \theta)|^2 + |R_0(E, \theta)|^2, \\ \langle \psi | \hat{\sigma}_y^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_y^{(\text{He})} | \psi \rangle &= 2|R_1(E, \theta)|^2 + |R_0(E, \theta)|^2; \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi | \hat{\sigma}_x^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_y^{(\text{He})} | \psi \rangle &= \langle \psi | \hat{\sigma}_y^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_x^{(\text{He})} | \psi \rangle = \\ &= \langle \psi | \hat{\sigma}_z^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_y^{(\text{He})} | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{\sigma}_y^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_z^{(\text{He})} | \psi \rangle = 0, \\ \langle \psi | \hat{\sigma}_z^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_x^{(\text{He})} | \psi \rangle &= \langle \psi | \hat{\sigma}_x^{(p)} \otimes \hat{\sigma}_z^{(\text{He})} | \psi \rangle = \\ &= 2\sqrt{2} \text{Re}(R_1(E, \theta) R_0^*(E, \theta)). \end{aligned} \quad (27)$$

Подставляя выражения (17) и (24) — (27) в соотношение (18) для эффективного сечения реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ и принимая во внимание, что по определению $\hat{\sigma}_z = \hat{\sigma} \vec{l}$, $\hat{\sigma}_x = \hat{\sigma} \vec{m}$ и $\hat{\sigma}_y = \hat{\sigma} \vec{n}$, мы приходим к структурной формуле (2), в которой роль частицы a играет протон, роль частицы b — ядро ${}^3\text{He}$, роль частицы c — π^+ -мезон, роль частицы d — ядро ${}^4\text{He}$, а функции σ_0, A, B, C и т.д. являются билинейными комбинациями амплитуд $R_1(E, \theta)$ и $R_0(E, \theta)$:

$$\begin{aligned} \sigma_0(E, \theta) &= \frac{1}{4} \langle \psi | \psi \rangle = \frac{1}{4} (|R_0(E, \theta)|^2 + 2|R_1(E, \theta)|^2); \\ A(E, \theta) = B(E, \theta) &= \frac{1}{\sqrt{2} \sigma_0(E, \theta)} \text{Im}(R_1(E, \theta) R_0^*(E, \theta)); \end{aligned}$$

$$C(E, \theta) = 1; \quad D(E, \theta) = -\frac{|R_0(E, \theta)|^2}{2\sigma_0(E, \theta)}; \quad F(E, \theta) = -\frac{|R_1(E, \theta)|^2}{\sigma_0(E, \theta)};$$

$$G(E, \theta) = H(E, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_0(E, \theta)} \operatorname{Re}(R_1(E, \theta)R_0^*(E, \theta)). \quad (28)$$

При $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ амплитуда $R_1(E, \theta) = 0$, и зависимость эффективного сечения реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ от векторов поляризации протона и ядра ${}^3\text{He}$ существенно упрощается [6,2]:

$$\sigma_{p+{}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}} = \frac{1}{4} |R_0|^2 (1 + (\bar{P}^{(p)} \bar{P}^{(\text{He})}) - 2(\bar{P}^{(p)} \bar{l})(\bar{P}^{(\text{He})} \bar{l})). \quad (29)$$

Проинтегрируем эффективное сечение реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ по азимутальному углу. С учетом соотношений (6) и (28) получаем (см. также [6])

$$\sigma_{p+{}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}}(E, \theta, \bar{P}^{(p)}, \bar{P}^{(\text{He})}) = \frac{\pi}{2} |R_0(E, \theta)|^2 (1 + (\bar{P}^{(p)} \bar{P}^{(\text{He})}) - 2(\bar{P}^{(p)} \bar{l})(\bar{P}^{(\text{He})} \bar{l})) + \pi |R_1(E, \theta)|^2 (1 + (\bar{P}^{(p)} \bar{l})(\bar{P}^{(\text{He})} \bar{l})). \quad (30)$$

Мы видим, что при интегрировании по азимутальному углу члены в эффективном сечении реакции, пропорциональные $A(E, \theta)$, $B(E, \theta)$, $G(E, \theta)$ и $H(E, \theta)$ и соответствующие интерференции состояний с разными проекциями полного спина на направление импульса, исчезают. Ясно, что структура (30) сохраняется и для полного сечения реакции.

4. Перейдем теперь к обратной реакции $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$. В этой реакции переход в синглетное конечное состояние запрещен и полный спин системы $(p, {}^3\text{He})$ равен 1. Мы сохраним обозначения \vec{k}_p и \vec{k}_π для импульсов протона и π^+ -мезона в с.ц.и. реакции и будем считать, что ось квантования z полного спина системы $(p, {}^3\text{He})$ направлена вдоль конечного импульса \vec{k}_p . Введем ту же систему взаимно перпендикулярных единичных векторов, что и в случае прямой реакции $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$: $\vec{l} = \vec{k}_p / k_p$, \vec{m} и \vec{n} определяются по формулам (1) с $\vec{l}' = \vec{k}_\pi / k_\pi$.

С учетом общих соотношений (8) — (12), следующих из инвариантности относительно обращения времени, и выражений (28) для функций, определяющих спиновую зависимость эффективного сечения процесса $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$, находим эффективное сечение реакции $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$ в с.ц.и., просуммированное по проекциям спина в конечном состоянии, и поляризационные параметры системы $(p, {}^3\text{He})$, образующейся в этой реакции:

$$\sigma_{\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}} = (k_p^2 / k_\pi^2) (|R_0(E, \theta)|^2 + 2|R_1(E, \theta)|^2); \quad (31)$$

$$\bar{P}^{(p)}(E, \theta) = \bar{P}^{(\text{He})}(E, \theta) = -2\sqrt{2} \frac{\text{Im}(R_1(E, \theta)R_0^*(E, \theta))}{|R_0(E, \theta)|^2 + 2|R_1(E, \theta)|^2} \bar{n}; \quad (32)$$

$$T_{ik}(E, \theta) = \delta_{ik} - \frac{2}{|R_0(E, \theta)|^2 + 2|R_1(E, \theta)|^2} \left[|R_0(E, \theta)|^2 l_i l_k + 2|R_1(E, \theta)|^2 m_i m_k - \sqrt{2} \text{Re}(R_1(E, \theta)R_0^*(E, \theta))(l_i m_k + m_i l_k) \right]. \quad (33)$$

Здесь $R_0(E, \theta)$ и $R_1(E, \theta)$ — те же амплитуды, что и для процесса $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$, причем по-прежнему E — полная энергия, а θ — угол между направлениями импульсов π^+ -мезона и протона в с.ц.и. реакции. Подчеркнем, что согласно (32) и (33) поляризации ядра ${}^3\text{He}$ и протона вдоль нормали к плоскости реакции одинаковы, а тензор $T_{ik}(E, \theta)$, описывающий спиновые корреляции в системе $(p, {}^3\text{He})$, симметричен. Это связано с тем, что система $(p, {}^3\text{He})$ рождается в определенном триплетном состоянии, симметричном относительно перестановки спиновых квантовых чисел протона и ядра ${}^3\text{He}$. При энергии E и угле вылета протона θ в с.ц.и. данное спиновое состояние, нормированное на единицу, с учетом (21) имеет вид

$$|\tilde{\psi}\rangle = \frac{1}{(|R_0(E, \theta)|^2 + 2|R_1(E, \theta)|^2)^{1/2}} \left[R_1(E, \theta) (|+1/2, \bar{l}\rangle^{(p)} | +1/2, \bar{l}\rangle^{(\text{He})} - | -1/2, \bar{l}\rangle^{(p)} | -1/2, \bar{l}\rangle^{(\text{He})}) + \frac{1}{\sqrt{2}} R_0(E, \theta) (|+1/2, \bar{l}\rangle^{(p)} | -1/2, \bar{l}\rangle^{(\text{He})} + | -1/2, \bar{l}\rangle^{(p)} | +1/2, \bar{l}\rangle^{(\text{He})}) \right] \quad (34)$$

и соответствует суперпозиции состояний (23) с проекциями полного спина на нормаль к плоскости реакции, равными $+1$ и -1 :

$$|\tilde{\psi}\rangle = \frac{1}{(|R_0(E, \theta)|^2 + 2|R_1(E, \theta)|^2)^{1/2}} \times \left[(R_1(E, \theta) - \frac{i}{\sqrt{2}} R_0(E, \theta)) | +1, \bar{n}\rangle + (R_1(E, \theta) + \frac{i}{\sqrt{2}} R_0(E, \theta)) | -1, \bar{n}\rangle \right]. \quad (35)$$

Подчеркнем, что в отличие от формул (22) и (24), содержащих комплексно-сопряженные амплитуды $R_0^*(E, \theta)$ и $R_1^*(E, \theta)$ и описывающих начальное спиновое состояние $|\psi\rangle$, которое отбирается реакцией $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$, выраже-

ния (34) и (35) относятся к конечному состоянию в обращенном во времени процессе $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$.

Как ясно из соотношений (34) — (35), в реакции $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$ спины протона и ядра ${}^3\text{He}$ сильно скоррелированы, и в связи с этим возникает принципиальная возможность приготовления пучка ядер ${}^3\text{He}$ с регулируемой спиновой поляризацией без непосредственного силового воздействия на эти ядра [2]. Пусть протон, рожденный в реакции $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$, рассеивается затем на бесспиновой или неполяризованной мишени (например, на ядре ${}^{12}\text{C}$), и соответствующая анализирующая способность характеризуется вектором

$$\bar{\zeta}^{(p)} = \alpha_p(\vec{k}_p, \theta_p) \vec{i}^{(p)}, \quad (36)$$

где $\alpha_p(\vec{k}_p, \theta_p)$ — коэффициент лево-правой азимутальной асимметрии, зависящий от угла вторичного рассеяния θ_p , $\vec{i}^{(p)}$ — единичный вектор вдоль нормали к плоскости рассеяния [16]. Тогда спиновое состояние нерассеянного ядра ${}^3\text{He}$, образовавшегося вместе с рассеянным протоном в том же акте столкновения π^+ -мезона и ядра ${}^4\text{He}$, зависит от анализирующей способности протона.

Компоненты вектора поляризации ядра ${}^3\text{He}$ даются формулой (13), в которой под $\bar{\zeta}^{(a)}$ понимается анализирующая способность протона (36), под $\vec{P}^{(b)}$ и $\vec{P}^{(a)}$ — векторы поляризации ядра ${}^3\text{He}$ и протона при отсутствии вторичного рассеяния (см. выражение (32)), а под $T_{ik}(E, \theta)$ — корреляционный тензор (33).

Случай вылета протона или ядра ${}^3\text{He}$ под нулевым углом к оси реакции анализировался ранее в работах [2,4]. При $\theta = 0$ протон и ядро ${}^3\text{He}$ рождаются неполяризованными, а корреляционный тензор (33) принимает вид

$$T_{ik}(E, \theta) = \delta_{ik} - 2l_i l_k. \quad (37)$$

Если протон рассеивается на мишени из ядер ${}^{12}\text{C}$, то образовавшееся вместе с ним ядро ${}^3\text{He}$ становится ввиду спиновой корреляции поляризованным:

$$\vec{P}^{(He)} = \alpha_p(E_p, \theta_p) (\vec{i}^{(p)} - 2\vec{l}(\vec{l} \vec{i}^{(p)})). \quad (38)$$

При этом $\left| \vec{P}^{(He)} \right| = \left| \alpha_p(E_p, \theta_p) \right|$, что соответствует максимальной спиновой корреляции.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 97-02-16699).

ЛИТЕРАТУРА

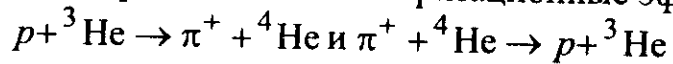
1. Любошиц В.В., Любошиц В.Л. — Препринт ОИЯИ Р4-98-88, Дубна, 1998; Ядерная физика, 1999, т.62 (в печати).
2. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. — Ядерная физика, 1997, т.60, с.45 / Phys. At. Nucl. 1997, v.60, с.39 /.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1989, §144.
4. Lyuboshitz V.L. — JINR Preprint E2-98-274, Dubna, 1998.
5. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. — Phys.Rev., 1935, v.47, p.477.
Эйнштейн А. — Собрание научных трудов. М.: Наука, 1966, т.3, с.604.
6. Lyuboshitz V.L. JINR Preprint E2-93-397, Dubna, 1993; Proc. Int. Symp. «Dubna, Deuteron-93»: JINR Preprint E2-94-95, Dubna, 1994, p.292.
7. Cabathuler K. et al. — Nucl. Phys., 1972, v.40B, p.32.
8. Tatischeff V. et al. — Phys. Lett, 1976, v.63B, p.158.
9. Hoistad B. et al. — Phys. Rev., 1984, v. 29C, p.553.
10. Kaline J. — Phys. Rev., 1983, v. 28C, p.304.
11. Bylenky S.M., Ryndin R.M. — Phys. Lett., 1963, v.6, p.217.
12. Биленький С.М., Рындин Р.М. — ЖЭТФ, 1963, т.45, с.1192.
13. Любошиц В.Л. — Ядерная физика, 1970, т.12, с.199.
14. Yacob M., Wick G.C.— Ann. Phys., 1959, v.7, p.404.
15. Балдин А.М., Гольданский В.И., Максименко В.М, Розенталь И.Л. Кинематика ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1968, ч. II, §§ 49,53.
16. Wolfenstein L., Ashkin J. — Phys. Rev., 1952, v.85, p.947.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 марта 1999 года.

Любошиц В.В., Любошиц В.Л.

P2-99-69

T-инвариантность и поляризационные эффекты в реакциях



На основе инвариантности относительно обращения времени установлено, что зависимость эффективного сечения бинарной реакции $a + b \rightarrow c + d$ от векторов поляризации начальных частиц a и b полностью определяет векторы поляризации и спиновые корреляции тех же частиц в обратной реакции $c + d \rightarrow a + b$ с неполяризованными начальными частицами c и d . С использованием аппарата спиральных амплитуд исследуются поляризационные эффекты в процессе $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ и обратном процессе $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$. Показано, что в реакции $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$ спины конечных частиц (протона и ядра ${}^3\text{He}$) сильно скоррелированы. Получено выражение для корреляционного тензора при произвольных углах вылета системы $(p, {}^3\text{He})$.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

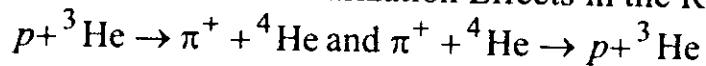
Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1999

Перевод авторов

Lyuboshitz V.V., Lyuboshitz V.L.

P2-99-69

T-Invariance and Polarization Effects in the Reactions



On the base of the invariance with respect to the time reversal, it is ascertained that the dependence of the effective cross-section of the binary reaction $a + b \rightarrow c + d$ on the polarization vectors of the initial particles a and b completely determines the polarization vectors and the spin correlations of the same particles in the inverse reaction $c + d \rightarrow a + b$ with the unpolarized initial particles c and d . Using the technique of spiral amplitudes, the polarization effects in the process $p + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^4\text{He}$ and the reverse process $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$ are investigated. It is shown that in the reaction $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$ the spins of the final particles (the proton and the ${}^3\text{He}$ nucleus) are strongly correlated. The expression for the correlation tensor at arbitrary flight angles of the $(p, {}^3\text{He})$ system is obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1999

Редактор Е.Ю.Шаталова. Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 9.06.99.

Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 1,13

Тираж 460. Заказ 51431. Цена 1 р. 36 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области