

THESE

présentée pour l' obtention du grade de
DOCTEUR DE L' ECOLE POLYTECHNIQUE
Spécialité: Physique des particules

par:

Pierre Bourdon

Sujet:

**ETUDE DES DESINTEGRATIONS DU LEPTON TAU
METTANT EN JEU LES MESONS ETA ET OMEGA**

Soutenue le 15 Septembre 1995 devant le jury composé de
Messieurs:

- J.C. Brient
- E. De Rafael
- L. Rolandi
- A. Rougé
- G. Smadja

Chapitre 1

Aspects Théoriques

1.1 Le “Modèle Standard”

1.1.1 Introduction

Le Modèle Standard est le nom donné au cadre théorique qui permet depuis environ 20 ans l'interprétation cohérente et relativement économique de l'ensemble des données accumulées en physique des particules. Il repose sur deux bases principales: la théorie des champs quantique relativiste et le principe de jauge. La première fournit le cadre mathématique: définitions, propriétés et méthodes de calcul; permettant la traduction en langage formel et systématique des idées des physiciens et notamment du concept de symétrie de jauge. Les champs quantiques relativistes créent et annihilent les particules. Les particules sont regroupées en représentations de certains groupes continus qui traduisent leurs propriétés c'est à dire leurs interactions. Plus précisément, chaque interaction est modélisée par l'échange entre particules de matière d'un médiateur, appelé champ de jauge, caractéristique du groupe associé à cette interaction, d'où le nom de symétrie (ou de théorie) de jauge. Les champs représentatifs des particules sont d'une part quantiques: ils généralisent le formalisme de mécanique quantique, notamment les opérateurs de création/annihilation des quanta de champ; d'autre part relativistes: ils décrivent dans un formalisme entièrement covariant des particules appartenant chacune à une représentation irréductible du groupe d'invariance de la relativité.

Le modèle standard, comme n'importe quelle théorie de physique des particules, consiste à choisir un certain nombre de champs de matière et à spécifier quelles interactions ils subissent, la

contrainte dans le cas du modèle standard consistant à réaliser ainsi une description adéquate, et si possible économique, des observations expérimentales. On entend par économie l'emploi aussi limité que possible de paramètres arbitraires qu'il faudra par la suite déterminer à partir de l'expérience. Ceci constitue une mesure du pouvoir de synthèse, ou si l'on voudra de prédiction (voire d'explication ...) de la théorie; mesure qui ne nous est pas aussi favorable que nous pourrions l'espérer puisque ces paramètres sont aujourd'hui au nombre de 18: masses des fermions et bosons faibles, constantes de couplage des diverses interactions, angles de mélange entre quarks et paramètres du secteur de brisure de la symétrie électro-faible . Nous rassemblons tous ces éléments dans un unique "lagrangien" auquel, tout comme en mécanique classique, on applique le principe de moindre action. Il faut tout de même remarquer que cette application soulève des difficultés insoupçonnées et diverses dues à la nature très complexe de distributions à valeurs opérateur des objets (les champs) manipulés.

P our terminer, nous faisons un tour d'horizon rapide des 4 interactions connues, partant de la plus problématique pour terminer par la mieux intégrée. La plus ancienne dans l'expérience sensible est bien sûr la gravitation. Il se trouve que c'est la seule que nous sommes encore incapables d'inclure dans notre modèle ! Cet état de fait, bien que déplaisant , est sans incidence pratique sur les phénomènes généralement étudiés en physique des particules. Vient ensuite l'interaction forte qui permet aux principaux constituants de l'univers: neutrons et protons, d'exister. Nous pouvons la résumer très élégamment par une formule attrayante et courte dont l'utilité pratique est hélas limitée à certaines situations énergétiques. Dans les autres situations, comme par exemple au sein des neutrons et des protons, sa constante de couplage est trop forte pour permettre l'emploi de la théorie des perturbations qui est notre principal outil de calcul; on aura alors recours à des théories moins élégantes et plus empiriques, dites théories effectives, dont l'une sera en raison de son utilité dans cette étude discutée très en détail plus tard. Enfin nous en arrivons aux interactions faible et électromagnétique , que nous appelons du même nom d'électro-faible , puisque leur unification en 1961 constitue le triomphe et en quelque sorte le fondement du modèle standard. Dans ce domaine, où il faut ajouter au concept de symétrie celui de sa brisure, ce qui ne se fait pas sans problèmes, des calculs très précis ont été réalisés et surtout invariablement confirmés, et ceci malgré la quantité et la sévérité des tests expérimentaux effectués. Venons en maintenant à une présentation plus formelle et plus technique du modèle standard.

1.1.2 Description

I l s'agit comme nous l'avons dit de choisir les champs de matière et leurs interactions. La matière se divise en quarks et en leptons, selon qu'elle subit ou non l'interaction forte. Chaque secteur comporte trois familles dont la première, c'est à dire la plus légère, est seule familière et à priori "utile": elle constitue (presque) toute la matière visible de l'univers. Notons que

chaque particule citée possèdera son antiparticule. De plus, ce sont toutes des fermions de spin $1/2$ représentées par des spineurs de Dirac. La 1^{ère} famille comprend donc côté lepton l'électron et son neutrino, côté quark le "up" et le "down". Notons aussi qu'en tant que spineurs à 4 dimensions, tous ces champs possèdent deux composantes de chiralités opposées (projecteurs: $\frac{1 \pm \gamma_5}{2}$). Cette structure est répétée à l'identique pour les deux familles suivantes. Seule la masse des constituants augmente: on aura ainsi correspondant à l'électron le muon puis le tau, avec leurs neutrinos respectifs, et correspondant aux quarks "up" et "down", les quarks "charm" et "strange" puis "top" et "bottom". Le muon est 207 fois plus lourd que l'électron, le tau 3478 fois: ces deux chiffres n'ayant pour l'instant aucune explication. Ce sont les désintégrations de ce dernier qui forment l'objet de cette thèse.

Il n'est pas possible de classer et d'énumérer toutes les particules sans parler avant de leurs interactions. Nous avons déjà dit que seuls les quarks sont sensibles à l'interaction forte. Cela nécessite qu'ils portent la "charge", appelée couleur, correspondant à cette interaction et donc chaque quark cité ci-dessus devra exister en trois versions de couleurs différentes. Toutes ces particules sont par contre sensibles à l'interaction faible. Or cette interaction n'affecte que les composantes de chiralité gauche des spineurs ce qui nous conduit à distinguer celles-ci et à parler d'"électron gauche" e_L , de "quark up droit" u_R etc ... Enfin les particules chargées, i.e. toutes exceptées les neutrinos, subissent l'interaction électromagnétique. De même que cette dernière est aveugle à la couleur et à la chiralité, et gouvernée uniquement par la charge électromagnétique, ainsi les deux autres ne dépendent que de leurs nombres quantiques associés respectifs: isospin faible et couleur. Les médiateurs sont en nombre et en qualité déterminés par les groupes de symétrie correspondants: le photon pour l'interaction électromagnétique, les bosons lourds W^+ , W^- et Z^0 pour l'interaction faible (il y a en fait mélange entre photon et Z^0 puisque ces deux interactions sont unifiées) et les gluons, au nombre de 8, pour l'interaction forte. Notons que tous ces médiateurs sont cette fois des bosons de spin 1. Une première conséquence de tout ceci est qu'un neutrino droit se retrouve libre de toute interaction ce qui équivaut exactement à dire qu'il n'existe pas. Une conséquence surprenante du lien intime que nous avons souligné entre particules et interactions !

Nous sommes prêts à écrire en abrégé cette partie du lagrangien du modèle standard qui concerne les trois interactions entre fermions décrites ci-dessus. Leur forme dérive du principe de jauge: il suffit de transformer les dérivées ordinaires en dérivées covariantes qui assurent l'invariance du lagrangien sous la version locale des symétries associées aux trois interactions, i.e. $\bar{\psi}\not{\partial}\psi$ devient $\bar{\psi}\not{D}\psi$ où le slash signifie la contraction à γ_μ . La dérivée covariante initiale est: $D_\mu = \partial_\mu + ig'YB_\mu + igI^3\vec{W}_\mu \cdot \vec{\tau} + ig_s G_\mu^a \lambda_a$. Si nous passons sous silence le mécanisme de brisure électro-faible qui fait passer de la forme $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ à la forme: $U(1)_{e.m.}$ d'une part, faible neutre et chargé d'autre part, on arrive alors aux termes d'interaction suivants:

- électromagnétique : $e \times q_f \times A_\mu \times \bar{f} \gamma^\mu f$ pour tout fermion de charge q_f . f est le spineur (gauche ou droit) du fermion, A_μ est le photon et la force est donnée par $\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi} \simeq 1/137$ à $q^2 = 0$.
- faible chargé: $\frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_W} \times I_f^3 \times \left(W_\mu^+ \times \bar{f} \gamma^\mu \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) f + h.c. \right)$ pour tout fermion d'isospin faible I_f^3 . I_f^3 est nul pour les fermions droits et vaut 1/2 pour les fermions gauches des doublets $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$, $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$, ... qui sont donc couplés entre eux, et entre eux seulement, par les bosons W^\pm (champs W_μ^\pm). La force est donnée par la même constante que ci-dessus (unification électro-faible), à l'angle de mélange θ_W près ($\sin^2 \theta_W \simeq .232$ à $q^2 = M_Z^2$).
- faible neutre: $\frac{e}{2 \cos \theta_W} \times Z_\mu \times \bar{f} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma_5) f$ avec pour un fermion f les couplages vecteur $v_f = I_f^3 - 2q_f \sin^2 \theta_W$ et axial $a_f = I_f^3$. Z_μ représente le boson Z^0 qui est le coeur de la physique étudiée au LEP.

- forte: $g_s \times G_\mu^a \times \bar{Q} \gamma^\mu \lambda_a Q$ pour chaque triplet de couleur $Q = \begin{pmatrix} q_r \\ q_g \\ q_b \end{pmatrix}$, $q \in \{u, c, t, d, s, b\}$.
 G_μ^a , $a \in \{1, \dots, 8\}$ sont les gluons et λ_a les générateurs du groupe associé $SU(3)_C$ (les matrices de Gell-Mann dans cette représentation). La force de ce couplage est donnée par $\alpha_s(q^2) \equiv \frac{g_s^2}{4\pi^2}$ qui possède la propriété dite de liberté asymptotique: $\lim_{q^2 \rightarrow \infty} \alpha_s(q^2) = 0$. Sa valeur est par contre élevée à petits moments de transfert (à grandes distances) ce qui entraîne le phénomène de confinement et l'existence d'un domaine dit non-perturbatif dans lequel on a recours à des théories effectives pour pouvoir calculer les processus.

I l y a plusieurs autres parties sur lesquelles beaucoup pourrait être dit mais il ne s'agit pas ici de décrire complètement le modèle standard. Nous nous contentons donc de les énumérer brièvement.

- $\mathcal{L}_{dyn.}^{fermions} = i \bar{f} \not{D} f$ qui traduit l'équation de Dirac (à masse nulle).
- $\mathcal{L}_{dyn.}^{jauge} = -F^2/4$ ($F^2 \equiv F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu}$) qui est le terme de Yang-Mills dont la forme, déterminée par l'invariance de jauge, est: $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu X_\nu^a - \partial_\nu X_\mu^a - g f_{bc}^a X_\mu^b X_\nu^c$. Pour un groupe de symétrie à N générateurs, on a N bosons vecteurs associés X^a se transformant selon sa représentation adjointe, f^{abc} sont les coefficients de structure de l'algèbre de Lie associée et g la constante de couplage du groupe (supposé simple). Notons que pour un groupe non abélien (ce qui dans le cas présent s'applique à $SU(2)_L$ et $SU(3)_C$), ce terme contient des interactions entre les médiateurs eux-mêmes de même force que celles qu'ils véhiculent entre les fermions de matière!

- $\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu(\phi))^*(D^\mu(\phi)) - V(\phi^\dagger\phi)$ (P. W. Higgs [5]) où ϕ désigne le doublet complexe $\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$. Nous avons pour l'instant occulté le rôle pourtant essentiel de ce terme dans le modèle standard. Il constitue une méthode économique et astucieuse permettant à la fois la brisure spontanée de la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ et la génération de masse des fermions (la brisure engendrant d'elle même la masse des bosons vecteurs associés à la (aux) symétrie(s) brisée(s)). Son inconvénient est l'introduction d'une nouvelle particule scalaire encore non observée ainsi que d'une foule de paramètres traduisant le fait qu'elle permet d'accomoder plutôt que d'incorporer les termes de masse au modèle standard. Le Higgs se présente sous la forme d'un (au moins) doublet puisqu'il doit se coupler aux W et porte une hypercharge puisqu'il doit mélanger $U(1)_Y$ à $SU(2)_L$. Il est par contre incolore sans quoi il briserait aussi la symétrie de couleur et par conséquent $D_\mu(\phi) = (\partial_\mu + i\frac{g}{2}\vec{W}_\mu \cdot \vec{\tau} + i\frac{g'}{2}B_\mu)(\phi)$. Enfin son potentiel doit occasionner une valeur moyenne non-nulle dans le vide afin d'assurer la brisure spontanée; le plus simple est: $V(\phi^\dagger\phi) = \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 - \mu^2(\phi^\dagger\phi)$ ($\lambda, \mu^2 > 0$).

- $\mathcal{L}_{Yukawa} = [\sum_{e,\mu,\tau} g_i \bar{l}_L \phi l_R + h.c.] + [\sum_{u,c,t} (G^{up})_{ij} \bar{q}^i \phi q^j] + [\sum_{d,s,b} (G^{down})^{ij} \bar{q}_i \phi^c q_j]$ est le nouveau terme invariant de jauge qui permet de donner des masses $m = g \times \frac{v}{\sqrt{2}}$ à chaque fermion. g est le couplage de Yukawa, $\frac{v}{\sqrt{2}} = \langle 0|\phi|0 \rangle$ et $\phi^c = i\tau_2 \phi^*$. Pour les quarks, les deux matrices de masse (types "up" et "down") ne sont pas simultanément diagonalisables. Par convention, on diagonalise la matrice G^{up} et on renomme quarks "down" "strange" et "beauty" les états propres de masse. Ceci entraîne que les états propres d'interaction faible pour les quarks de type "down" ne sont plus ces mêmes quarks mais trois autres qui s'obtiennent de ces derniers par la matrice dite de Cabibbo-

Kobayashi-Maskawa ([6] [7]), i.e. (u, c, t) se couple non plus à $\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$ mais à $\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \times \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$.

Venons en maintenant aux aspects théoriques précis qui concernent plus directement ce travail.

1.2 Le courant hadronique chargé

1.2.1 Spécificité du τ

Le lepton τ fournit une occasion unique d'étude détaillée du courant chargé hadronique. A son échelle, l'hadronisation consécutive à la production de la paire quark-antiquark révèle

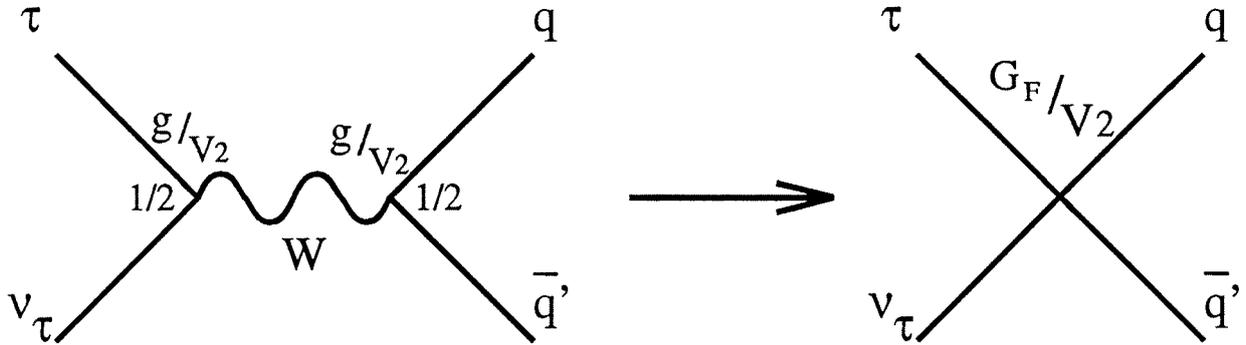


Figure 1.1: Interaction faible chargée et vertex effectif à 4 fermions.

une structure résonnante très riche. La masse du τ ne permet cependant l'accès qu'aux quarks u, d et s (au travers de $d' = \cos(\theta_C) \times d + \sin(\theta_C) \times s$). La production d'étrangeté est ainsi supprimée dans l'amplitude par le facteur de Cabibbo: $\tan(\theta_C) \simeq .23$. Le rapport m_τ/m_W étant en outre petit, nous pouvons traiter l'interaction faible dans l'approximation d'une interaction ponctuelle courant-courant puisque le couplage (universel) du W : $g^2/8 \times 1/(q^2 - M_W^2)$ se réduit à l'échelle du τ à: $\frac{G_F}{\sqrt{2}} \equiv g^2/(8M_W^2)$ (figure 1.1). Il est clair que dans cette approximation nous négligeons certaines corrections électromagnétiques et faibles. Nous n'y reviendrons pas. Dans le lagrangien effectif obtenu: $\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \times J_{lept}^{\mu\dagger} J_\mu^{had}$, nous nous intéressons à la partie hadronique: $J_\mu^{had} = \bar{d}'\gamma^\mu(1 - \gamma_5)u$. Les diverses amplitudes de désintégration hadroniques du τ : $\tau \rightarrow \nu_\tau h$, vont en effet se factoriser en $\mathcal{A}(\tau \rightarrow \nu_\tau h) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle h | J_\mu^{had} | 0 \rangle \times \langle 0 | J_{lept}^{\mu\dagger} | \tau \nu_\tau \rangle$. L'interaction de Fermi entre τ, ν_τ, u et (d') terminée, il reste à l'interaction forte à combiner les quarks résultants en hadrons ce qui est contenu dans le premier bracket. Nous entrons alors dans le domaine de la chromo-dynamique quantique non-perturbative. On dira de cela deux choses. Quels nombres quantiques sont accessibles compte-tenu des symétries de QCD? Quelles prédictions nous sont fournies par les théories effectives et notamment par les lagrangiens à base de symétrie chirale $SU(N_f)_L \otimes SU(N_f)_R$?

1.2.2 Règles de sélection

Spin-Parité de l'état final

Les nombres quantiques de spin (J) et parité (P) sont conservés par l'interaction forte. La spin-parité J^P de l'état final est donc entièrement déterminée par le vertex faible (Wud'). Le courant hadronique, étant quadri-vectorel, comporte une composante vectorielle notée V_μ

pouvant mener à des états finaux: $J^P = 1^-, 0^+$ et une composante axiale A_μ qui conduit à: $J^P = 1^+, 0^-$. Les états scalaires subissent tous deux la suppression d'hélicité. Dans la limite où les quarks sont sans masse, donc où l'hélicité se confond avec la chiralité, un courant purement V-A, comme nous le supposons du courant du W, ne peut en aucun cas aboutir à un système $q - \bar{q}'$ de spin 0. L'amplitude de production des états scalaires subit donc une suppression par un facteur $\propto m_u \simeq m_d$. Plus précisément, l'amplitude de production de l'état 0^- est supprimée par un facteur $\propto (m_u + m_d)/\sqrt{q^2}$ et celle de 0^+ par $(m_u - m_d)/\sqrt{q^2}$. La production d'un état scalaire est donc interdite même pour des quarks massifs dans la limite de la symétrie d'isospin $m_u = m_d$.

Isospin et G-parité de l'état final

L'état final hadronique étant chargé et provenant d'une paire $q - \bar{q}'$, son isospin est $I=1$ ($I = 1/2$ pour une paire étrange (u,s)). L'isospin n'est pas une symétrie parfaite des interactions fortes. Cela se manifeste au niveau des quarks u,d et surtout s par leur différence de masse qui, couplée à des effets électromagnétiques, explique les mêmes écarts de masse à l'intérieur des multiplets d'isospin des hadrons. Cependant, les effets de violation d'isospin dans les courants non-étranges, comme la production d'un état scalaire $J^P = 0^+$ par le W, sont petits car proportionnels à cette différence de masse ($m_u - m_d$) qui caractérise la brisure. On définit aussi la G-parité, qui nous sera fort utile, à partir de l'opération de conjugaison de charge C et d'une rotation d'isospin R par $G = C \circ R$. Celle-ci n'a de sens que pour des états sans étrangeté. La rotation d'isospin dans l'espace des quarks u et d est engendrée par le second générateur I_2 :

$$R = \exp(i\pi I_2) : \begin{cases} u \longmapsto d \\ d \longmapsto -u \end{cases} \quad (1.1)$$

On obtient ainsi un nouveau nombre quantique multiplicatif dont les états finaux hadroniques qui vont nous intéresser sont états propres. Les mésons pseudo-scalaires ayant tous $C=+$, tous ceux d'un même multiplet d'isospin entier I auront la même G-parité: $G = (-1)^I$. Les mésons vecteurs ayant $C = -$, ceux d'un même multiplet auront au contraire: $G = (-1)^{I+1}$. Ce nombre quantique est également conservé dans la limite où l'isospin l'est. Il nous permet aussi de caractériser ce que l'on appelle courants de première et de deuxième espèce.

1.2.3 Courants de 1^{ère} et 2^{ème} espèce

Les courants de 1^{ère} espèce sont ceux qui ont les nombres quantiques du courant faible écrit à partir des quarks. Nous allons voir qu'on peut résumer cela par la formule: $GP(-1)^J = +$. Les courants de 2^{ème} espèce sont définis par opposition comme ayant la G-parité opposée à ceux-ci.

Si nous considérons deux spineurs de Dirac ψ_1 et ψ_2 , l'action de C sur leur courants vecteurs et axiaux est donnée par:

$$C : \begin{cases} \bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2 & \mapsto -\bar{\psi}_2 \gamma_\mu \psi_1 \\ \bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2 & \mapsto \bar{\psi}_2 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_1 \end{cases} \quad (1.2)$$

Nous avons vu ci-dessus l'action de la rotation d'isospin sur les quarks de sorte que nous avons pour les courants vecteurs et axiaux:

$$\begin{array}{ccc} & \exp(i\pi I_2) & C \quad \downarrow \sigma \\ V_\mu = \bar{d} \gamma_\mu u & \mapsto & -\bar{u} \gamma_\mu d \mapsto (+) \bar{d} \gamma_\mu u \\ A_\mu = \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u & \mapsto & -\bar{u} \gamma_\mu \gamma_5 d \mapsto (-) \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u \end{array} \quad (1.3)$$

Le courant standard vecteur (axial) a donc $G=+$ ($G=-$) ce que l'on peut résumer par la relation $GP(-1)^J = +$ pour les nombres quantiques des états finaux. Les systèmes hadroniques ayant $J^{PG} = 1^{--}$ ou 1^{++} comme $(\eta\pi)$ en onde p ou $(\omega\pi)$ en onde s constitueraient donc une preuve directe de l'existence des courants de 2^{ème} espèce. Nous reviendrons sur les différents canaux d'intérêt plus tard. Disons auparavant quelques mots des théories effectives employées pour prédire les natures et compositions des états finaux dans la désintégration du τ .

1.3 Lagrangien effectif d'interaction forte

1.3.1 Brisure de la symétrie chirale en QCD

Le lagrangien de QCD sans masse possède la symétrie $U(N_f)_L \otimes U(N_f)_R$ pour N_f saveurs:

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \\ \vdots \\ q_{N_f} \end{pmatrix} \quad \mathcal{L}_{QCD} = i\bar{q} \not{D} q - 1/4 F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \quad (1.4)$$

Si l'on omet $U(1)_V$ qui correspond à compter les baryons et $U(1)_A$ qui n'est pas conservé (anomalie $U(1)$ axiale) nous arrivons à la symétrie $SU(N_f)_L \otimes SU(N_f)_R$. Le terme de masse des quarks viole explicitement cette symétrie et pour en faire abstraction on se restreint aux quarks légers i.e. $N_f = 3$. Nous voyons apparaître 16 courants conservés correspondants aux 8+8 générateurs des deux groupes $SU(3)$. Pour une transformation vectorielle: $q \mapsto \exp(i\alpha T^a)q$ de paramètre α correspondant au générateur T^a , $1 \leq a \leq 8$, on a $\delta^a(\mathcal{L}_{QCD}) = 0$ i.e. le courant correspondant $V_\mu^a = 1/\alpha \sum_{i=1}^3 \frac{\delta(\mathcal{L}_{QCD})}{\delta(\partial^\mu q_i)} \times \delta_V^a(q_i)$ est conservé. De même pour les transformations

axiales $q \mapsto \exp(i\beta T^a)\gamma_5 q$ avec $A_\mu^a = 1/\beta \sum_{i=1}^3 \frac{\delta(\mathcal{L}_{QCD})}{\delta(\partial^\mu q_i)} \times \delta_A^a(q_i)$. On trouve:

$$\frac{\delta(\mathcal{L}_{QCD})}{\delta(\partial^\mu q_i)} = i\bar{q}_i\gamma_\mu \quad , \quad \begin{cases} \delta_V^a(q_i) = i\alpha T_{ij}^a q^j \\ \delta_A^a(q_i) = i\beta T_{ij}^a \gamma_5 q^j \end{cases} \quad (1.5)$$

Ce qui conduit aux courants conservés:

$$\begin{cases} V_\mu^a = \bar{q}\gamma_\mu T^a q \\ A_\mu^a = \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 T^a q \end{cases} \quad , \quad (1 \leq a \leq 8) \quad (1.6)$$

Ces courants engendrent une algèbre dont les propriétés ont servi à obtenir les résultats que nous retrouverons à l'aide du lagrangien effectif.

Nous observons cependant dans la nature un octet de pseudo-scalaires de masses faibles (nulle pour des quarks u,d et s de masse nulle). Ceci correspond en théorie de Goldstone à la brisure d'une symétrie $SU(3)_A$. En effet on s'attend bien dans ce cas à un octet puisque $SU(3)$ possède 8 générateurs et à ce qu'ils soient de parité intrinsèque négative (la brisure de $SU(3)_V$ donnerait naissance à 8 bosons scalaires !). La symétrie initiale $SU(3)_L \otimes SU(3)_R = SU(3)_V \otimes SU(3)_A$ est donc brisée en $SU(3)_V$ et on identifie l'octet des mésons avec les bosons de Goldstone résultant de cette brisure de symétrie. Notons au passage que les quarks étant massifs, le lagrangien \mathcal{L}_{QCD} contient en fait un terme de masse qui lui brise $SU(3)_A$ explicitement, ce qui conduit à ce que nos bosons de Goldstone soient eux mêmes massifs et qu'on les appelle donc plutôt "pseudo-Goldstone". La matrice de masse des quarks $M = \text{diag}(m_u, m_d, m_s)$ étant non scalaire, on a même des pseudo-Goldstone de masses différentes et des échelles caractéristiques de la brisure différentes c'est à dire que dans la relation ci-dessous qui montre comment chaque (pseudo-)Goldstone se couple au courant axial de la symétrie spontanément brisée correspondante:

$$\langle 0 | A_\mu^a(x) | \pi^b(p) \rangle = if p_\mu \delta^{ab} \exp(-ipx) \quad (1.7)$$

le paramètre f est en fait différent pour chaque méson: $f_\pi \neq f_K \neq f_\eta$.

1.3.2 Lagrangien effectif chirale

Considérons à basse énergie un lagrangien effectif, \mathcal{L}_{eff} , d'interaction des mésons pseudo-scalaires basé sur cette symétrie. Nous écrivons donc les champs effectifs les représentant dans la représentation adjointe de $SU(3)$. Les couplages des bosons de Goldstone étant dérivatifs, l'expansion du \mathcal{L}_{eff} a pour premier terme celui à deux dérivées. Négligeant donc la brisure explicite, on trouve que ce terme s'écrit [23]:

$$\mathcal{L}_{eff} = \frac{f^2}{4} \text{Tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger) \quad (1.8)$$

$U = \exp(i\lambda_a \pi^a / f)$ où λ_a , $1 \leq a \leq 8$ sont les matrices de Gell-Mann (t.q. $\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab}$), π^a les mésons π , η et K . Le paramètre $f (= f_\pi = f_K = f_\eta)$ a la dimension d'une

énergie. Il est \propto à l'échelle d'énergie de la théorie effective. Ce lagrangien permet de retrouver tous les résultats qui furent initialement mis en évidence grâce à l'algèbre des courants. Il pose cependant deux problèmes qui nous intéressent particulièrement. Premièrement il ne nous décrit que des interactions de pseudo-scalaires. Or il est clair que nous devons tenir compte de résonances telles que le ρ , le ω ou le a_1 pour décrire les désintégrations du τ . Il faudra donc extrapoler les amplitudes à l'échelle de la masse du τ en y incorporant phénoménologiquement les résonances observées. Cette question sera discutée ultérieurement. Deuxièmement, \mathcal{L}_{eff} possède une symétrie supérieure à \mathcal{L}_{QCD} : parité naïve comme l'appelle Witten (i.e. parité d'espace) et $(-1)^{N_B}$ qui compte les bosons modulo 2 sont conservées indépendamment alors que QCD ne conserve que leur produit qui est en fait la parité ordinaire (puisque les mésons sont pseudo-scalaires). Expérimentalement ces 2 symétries ne sont pas conservées (voir la réaction $K^+K^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ par exemple). Cette observation a conduit Witten [18], à proposer un terme supplémentaire qui ne respecterait lui que la symétrie normale de parité de QCD. C'est ce terme qui par exemple va permettre la désintégration du τ en $\eta\pi\pi^0\nu_\tau$. Witten reformulait en fait alors un résultat déjà obtenu par Wess et Zumino [19] qui eux étaient plutôt préoccupés de réabsorber de manière effective les anomalies du courant axial par un contre-terme dans \mathcal{L}_{eff} . Voyons maintenant l'expression de ce terme "anomal".

1.3.3 Terme "anomal" de Wess-Zumino

Appelons les courants conservés de la symétrie chirale $SU(3)_V \otimes SU(3)_A$ de \mathcal{L}_{eff} respectivement \mathcal{V}_μ^a et \mathcal{A}_μ^a , ($1 \leq a \leq 8$). On s'intéresse au couplage faible chargé donc à la partie "gauche":

$$\mathcal{L}_\mu \equiv (\mathcal{V}_\mu - \mathcal{A}_\mu) = if^2 U \partial_\mu U^\dagger \quad (1.9)$$

Si l'on développe l'exponentielle $U = \exp(i\lambda_a \pi^a / f)$ on obtient l'expansion de ces courants en nombre de pseudo-scalaires

$$\mathcal{L}_\mu = \sqrt{2}f \partial_\mu \phi + i(\phi \vec{\partial}_\mu \phi) - \frac{\sqrt{2}}{3f} [\phi, (\phi \vec{\partial}_\mu \phi)] + O(\phi^4) \quad (1.10)$$

où $\phi = \lambda_a \pi^a / \sqrt{2}$. Il apparaît que la partie vecteur (resp. axiale) de ce développement ne se couple qu'à un nombre pair (resp. impair) de pseudo-scalaires. Comme nous avons déjà vu que les courants de 1^{ère} classe de type vecteur (axial) sont de G-parité positive (négative), il s'ensuit qu'il n'est pas possible de produire d'état de G-parité positive (négative) possédant un nombre impair (pair) de pseudo-scalaires! L'exemple qui concerne notre étude expérimentale est typique. On étudie en effet la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0 \nu_\tau$ où l'état final est de G-parité positive et possède 3 pseudo-scalaires. Il est donc interdit par la symétrie chirale. Cette règle de sélection est violée par la présence d'une anomalie "chirale". Cette anomalie conduit à introduire dans \mathcal{L}_{QCD} un contre-terme, dit de Wess-Zumino, qui en introduisant un scalaire supplémentaire (en l'occurrence un pseudo-scalaire) couplé au courant non-conservé absorbe la

variation $\delta\mathcal{L}_{QCD}$ due à l'anomalie. Ce terme reproduit de manière effective l'effet de l'anomalie $SU(3)_A$ sur les identités de Ward. Il rend compte notamment de la désintégration du π^0 en deux photons. Pour rester bref, disons que la conséquence sur le courant effectif est l'addition d'un terme dit "anomal" qui exactement au contraire du terme chirale possède une partie vectorielle (donc $G=+$) $\mathcal{V}_\mu^{(ano)}$ (resp. axiale de $G=-$: $\mathcal{A}_\mu^{(ano)}$) couplant à un nombre impair (resp. pair) de pseudo-scalaires.

$$\mathcal{L}_\mu^{(ano)} = -i \frac{N_c}{24\pi^2 f^6} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \mathcal{L}^\nu \mathcal{L}^\alpha \mathcal{L}^\beta \quad (1.11)$$

N_c est le nombre de couleurs i.e. $N_c = 3$ (voir [20]). Remarquons en passant que ce courant ne contribue qu'à partir de 3 pseudo-scalaires, faisant de $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$ un canal privilégié pour sa mise en évidence.

1.4 Extrapolation des théories effectives

Nous en revenons maintenant au problème d'extrapolation de ces théories effectives en présence de résonances. Nous avons en effet décrit la production d'un certain nombre de mésons pseudo-scalaires. Cependant, l'énergie disponible dans la désintégration du τ permet à des systèmes de 2 ou 3 pions d'atteindre des masses invariantes proches de celles des résonances vecteurs, principalement les mésons ρ et ω . Comment allons-nous rendre compte de leur production? On dit généralement que la théorie effective décrit la physique au seuil de production de l'état final et on extrapole phénoménologiquement ce comportement en incorporant à la main les résonances connues avec leurs facteurs de forme. Nous allons voir plus en détail 2 exemples concrets, l'un partant du lagrangien chirale, l'autre du lagrangien "anomal".

1.4.1 Extrapolation du lagrangien effectif chirale par le ρ

Nous allons revoir en détail tout le processus qui va du groupe de symétrie chirale concerné à l'obtention des vertex effectifs de la théorie. Cette démarche décrite dans [15] est actuellement employée dans le Monte-Carlo des désintégrations du τ TAUOLA [24].

Réalisation non-linéaire des transformations chirales

On se restreint aux états non-étranges donc $N_f = 2$. Le groupe de symétrie concerné est donc $SU(2) \otimes SU(2)$. La méthode consiste à rechercher une représentation non-linéaire des transformations chirales. Pour cela, décomposons tout élément $g = a \times b$ en produit $g =$

$(v \times v^{-1})(u \times u)$. $(v \times v^{-1})$ est dit appartenir au groupe "chiral" et $(u \times u)$ au groupe "d'isospin". L'action d'un élément diagonal $g^0 = u^0 \times u^0$ est donc:

$$g \mapsto g' = g^0 g \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} v' = u^0 v u^{-1} \\ u' = u^0 u \end{cases} \quad (1.12)$$

Celle d'un élément chiral $g^0 = v^0 \times v^{0-1}$ est:

$$g \mapsto g' = g^0 g \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} v'^2 = v^0 v^2 v^0 \\ u' = \tilde{u} u \end{cases} \quad (1.13)$$

où on note $\tilde{u} \equiv v' v^{0-1} v^{-1}$.

Obtention du Lagrangien effectif

Cherchons maintenant à construire un lagrangien qui ne contient que des dérivées d'ordre au plus 1 et qui soit invariant sous le groupe $SU(2) \otimes SU(2)$.

On tire de 1.13 que $v' \tilde{u} = v^0 v$ ce qui, dérivé, donne: $(\partial_\mu v') \tilde{u} + v' (\partial_\mu \tilde{u}) = v^0 \partial_\mu v$. Si l'on multiplie à gauche par v'^{-1} et à droite par \tilde{u}^{-1} on trouve:

$$v'^{-1} \partial_\mu v' = \tilde{u} v^{-1} \partial_\mu v \tilde{u}^{-1} + \tilde{u} \partial_\mu \tilde{u}^{-1}$$

On obtient également l'égalité symétrique $v \rightleftharpoons v^{-1}$ et $v' \rightleftharpoons v'^{-1}$ et par soustraction que la quantité

$$\vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu \equiv (-i)(v^{-1} \partial_\mu v - v \partial_\mu v^{-1}) \quad (1.14)$$

se transforme de manière toujours de manière homogène puisque:

$$\begin{cases} \vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu & \xrightarrow{\text{"isospin"}} & u^0 \vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu u^{0-1} \\ \vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu & \xrightarrow{\text{"chirale"}} & \tilde{u} \vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu \tilde{u}^{-1} \end{cases} \quad (1.15)$$

On voit donc que la quantité $(\vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu)^2 \equiv Tr((\vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu)(\vec{\tau} \cdot \vec{p}^\mu))$ est invariante à la fois sous les transformations chirales et sous celles d'isospin. Nous adoptons donc comme lagrangien effectif chiral:

$$\mathcal{L}_{chir} = \frac{1}{4a^2} (\vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu)^2 = \frac{1}{2a^2} \vec{p}_\mu \cdot \vec{p}^\mu$$

Pour faire le lien avec les champs effectifs de pions, revenons à ce que nous disions dans la section 1.3.2. Nous paramétrisons \mathcal{L}_{eff} par $U = \exp(i\lambda_a \pi^a / f)$. $SU(3)$ devient $SU(2)$ donc les matrices de Gell-Mann λ_a deviennent les matrices de Pauli τ_i , l'octet des mésons pseudoscalaires π^a se réduit au triplet des pions π^i (π^+, π^- et π^0) i.e. nous paramétrisons $g \in SU(2)$ par: $g = \exp \frac{i(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})}{2}$ ($\vec{\xi}$ sera donc identifié à $\vec{\pi}/f$).

Calcul des transformations d'isospin et chirales dans la paramétrisation exponentielle

Exprimons maintenant comment se transforme $\vec{\xi}$ sous les transformations d'isospin et chirales. Le calcul, détaillé dans l'appendice A.1, fournit:

$$\begin{cases} \delta_V \vec{\xi} &= -\vec{\alpha} \wedge \vec{\xi} \\ \delta_A \vec{\xi} &= \vec{\beta} + [\vec{\xi} \wedge (\vec{\xi} \wedge \vec{\beta})] \times \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\xi \tan \xi} \right) \end{cases}$$

pour des transformations de paramètres respectifs $\vec{\alpha}$ et $\vec{\beta}$. La première est bien connue, la seconde est plus complexe et non-linéaire comme on le voulait.

Calcul du lagrangien et des courants dans la paramétrisation exponentielle

Réécrivons maintenant \mathcal{L}_{chir} à l'aide de $\vec{\xi}$. On trouve (appendice A.2) que \vec{p}_μ donné dans 1.14 vaut:

$$\vec{p}_\mu = \partial_\mu \vec{\xi} + [\vec{\xi} \wedge (\vec{\xi} \wedge \partial_\mu \vec{\xi})] \cdot \left(\frac{1 - \cos \xi}{\xi^2} \right) \quad (1.16)$$

Le lagrangien \mathcal{L}_{chir} s'écrit donc:

$$\mathcal{L}_{chir} = \frac{1}{2a^2} [(\cos^2 \xi)(\partial \vec{\xi})^2 + \left(\frac{\sin^2 \xi}{\xi^2} \right) (\vec{\xi} \cdot \partial \vec{\xi})^2] \quad (1.17)$$

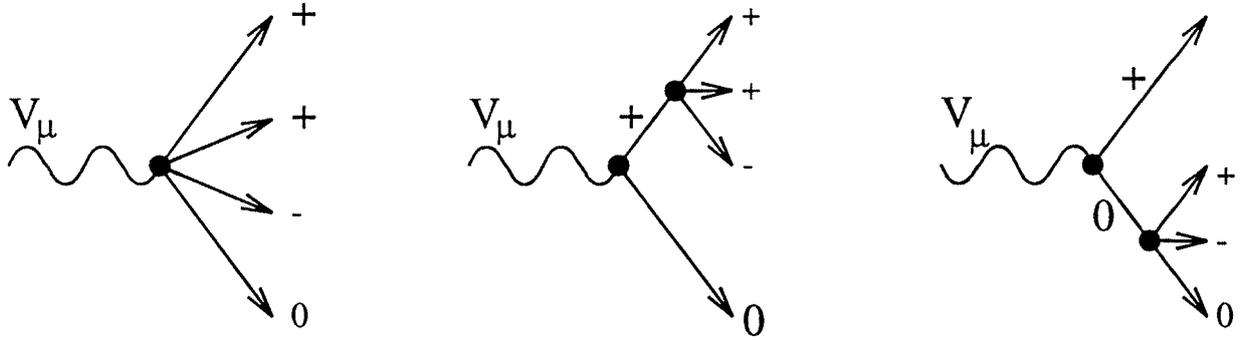
où la notation $(\vec{\alpha})^2$ signifie: $(\vec{\alpha}_\mu) \cdot (\vec{\alpha}^\mu)$. On en tire (appendice A.3) les courants de Noether suivants:

$$\begin{cases} \vec{V}_\mu &= \left(\frac{\cos^2 \xi}{a^2} \right) \partial_\mu \vec{\xi} \wedge \vec{\xi} \\ \vec{A}_\mu &= \left(\frac{1}{a^2} \right) [\partial_\mu \vec{\xi} + [\vec{\xi} \wedge (\vec{\xi} \wedge \partial_\mu \vec{\xi})] \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{\cos^3 \xi}{\xi \sin \xi} \right)] \end{cases} \quad (1.18)$$

Comme nous l'avons dit, $[\vec{\xi}]$ s'identifie à $\vec{\pi}/f_\pi$ et $[a]$ à $1/f_\pi$ puisque nous avons remplacé $\mathcal{L}_{eff} = \frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger)$ par $\mathcal{L}_{chir} = \frac{1}{4a^2} \text{Tr}((\vec{\tau} \cdot \vec{p}_\mu)(\vec{\tau} \cdot \vec{p}^\mu))$. Notons que dans ce modèle, les courants vecteurs et axiaux sont tous deux conservés! Cela provient de ce que nous avons négligé les masses des pions et entraîne donc des restrictions sur la précision des prédictions que nous pouvons en attendre.

Calcul des amplitudes de désintégration: exemple de $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0$

L'amplitude pertinente pour n pions s'écrit: $\langle n\pi | \mathcal{J}_\mu | 0 \rangle$ où le courant hadronique effectif s'obtient en développant: $\mathcal{J}_\mu = (V_\mu + A_\mu) \exp i \int \mathcal{L}_{chir} dx$. Nous avons alors deux sortes de termes.

Figure 1.2: . Termes de Born contribuant à $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0$

Les termes directs issus des courants V et A seuls couplent le vide aux n pions. Les termes d'interaction entre pions venant de \mathcal{L}_{chir} qui contribuent également à l'ordre des arbres. Nous obtenons l'amplitude correcte à l'ordre de Born en sommant tous les diagrammes résultants.

Revenant à notre exemple $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0$, nous avons un terme direct $-(\pi/f)^2(\partial_\mu \vec{\pi} \wedge \vec{\pi})$ venant de V_μ (appendice A.3) et 2 termes indirects: vide donne pions 1 et 2 venant de $(\partial_\mu \vec{\pi} \wedge \vec{\pi})$ puis pion 1 ou pion 2 donne 3 pions venant de tous les termes d'ordre 4 en π de \mathcal{L}_{chir} . Il n'y a pas de termes indirects $\pi \rightarrow 2\pi$ ou $\pi \rightarrow 4\pi$ car le développement de \mathcal{L}_{chir} n'a que des termes $\propto (\pi)^{2k}$. Ces termes sont représentés sur la figure 1.2 pour $\tau \rightarrow \nu_\tau 2\pi^+ \pi^- \pi^0$. Quelques vertex effectifs utiles sont explicitement calculés dans l'appendice A.3. Il suffit alors de sommer tous les diagrammes pertinents calculés à l'aide de ces vertex plus les propagateurs de pions $1/q^2$ (rappelons nous que les pions sont supposés non-massifs). Les cas $n=1$ et $n=2$ sont particuliers puisqu'ils ne découlent que du terme direct et les vertex G_μ^1 et G_μ^2 calculés dans A.3 fournissent directement les courants hadroniques recherchés $J_\mu(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^+) = G_\mu^1$ et $J_\mu(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^+ \pi^0) = G_\mu^2$. Pour le cas qui nous intéresse le calcul est plus délicat et nous admettrons le résultat de [15] (après correction!).

$$J_\mu(\tau \rightarrow \nu_\tau 2\pi^+ \pi^- \pi^0) = \frac{2\sqrt{2}}{3f^2} [2(q_- - q_0)^\nu A_{\mu\nu}^{-0} + (q_{+1} - q_-)^\nu A_{\mu\nu}^{1-} + (q_{+2} - q_-)^\nu A_{\mu\nu}^{2-}] \quad (1.19)$$

où la structure tensorielle est donnée par:

$$A_{\mu\nu}^{ik} = g_{\mu\nu} - \sum_{l \neq i, k} \frac{(Q - 2q_l)_\mu (Q - q_l)_\nu}{(Q - q_l)^2}$$

(Q est l'impulsion totale des 4 pions)

Extrapolation par la résonance ρ

Après cette longue digression, où nous avons voulu expliquer le chemin qui mène du groupe de symétrie au lagrangien effectif chirale, revenons à l'objet de cette section qui était de montrer de quelle manière on peut extrapoler le résultat de la dynamique chirale en présence de résonances vecteurs. Nous suivons ici la méthode appliquée dans la référence [15] qui fait appel à l'intuition et à des hypothèses supplémentaires. Nous voulons pour ces 4 pions rendre au moins compte des résonances en ρ . Pour des raisons que nous exposerons lorsque nous discuterons ce canal en détail on ne veut qu'un seul ρ i.e. $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$. On voit de plus que le courant 1.19 est une somme de 3 courants conservés indépendamment qui contient les structures antisymétriques adéquates $(q_i - q_j)$ pour décrire des mésons vecteurs neutres ou de charge négative. La manière naturelle et très simple de décrire phénoménologiquement ces résonances consiste à multiplier ces 3 termes du courant par les facteurs de forme décrivant la résonance correspondante (ici des Breit-Wigner). C'est à dire:

$$J'_\mu(\tau \rightarrow \nu_\tau 2\pi^+\pi^-\pi^0) = \frac{2\sqrt{2}}{3f^2} [2(q_- - q_0)^\nu A_{\mu\nu}^{-0} F(s_{-0}) + (q_{+1} - q_-)^\nu A_{\mu\nu}^{1-} F(s_{1-}) + (q_{+2} - q_-)^\nu A_{\mu\nu}^{2-} F(s_{2-})] \quad (1.20)$$

$$\text{où } s_{ij} = (q_i - q_j)^2 \text{ et } F(s) = \frac{m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho}{m_\rho^2 - s - im_\rho \Gamma_\rho}.$$

Grâce à leur conservation séparée, le courant extrapolé est lui aussi conservé. De plus, on a déphasé les facteurs de forme de telle façon que $F(s=0) = 1$ i.e. que le courant extrapolé redonne le courant initial au seuil de production des 4 pions.

1.4.2 Extrapolation du lagrangien "anomal": $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$

Dans cette partie nous revenons à $SU(3)$ puisque nous voulons étudier l'exemple du η . Nous nous affranchirons de tous les calculs détaillés dans le cas de $SU(2)$ et admettons que la partie vecteur du courant hadronique effectif s'écrit ([20]) (termes d'ordre ≤ 3 en nombre de pseudo-scalaires):

$$V_\mu^d = f^{dab} \pi_a \partial_\mu \pi_b - \frac{1}{\pi^2 f^3} f^{dae} f_{bce} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial^\nu \pi_a \partial^\alpha \pi^b \partial^\beta \pi^c$$

Il y a comme on l'a dit 8 de ces courants i.e. les indices latins vont de 1 à 8. Les π^a désignent les mésons de l'octet et f_{ijk} les constantes de structure de l'algèbre de Lie de $SU(3)$. Nous reconnaissons dans le premier terme la généralisation de $(\partial_\mu \vec{\pi} \wedge \vec{\pi})$ du paragraphe 1.4.1. C'est la contribution du courant chirale. Le second terme est "anomal" au sens expliqué en 1.3.3. C'est même le terme anomal de multiplicité minimale. Nous admettons encore que la partie de ce terme couplant à $\eta \pi \pi^0$ est ([20]):

$$V_\mu^\eta = \frac{2i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}}{\pi^2 f^3} [-(\sqrt{2/3})\eta^\nu \pi_+^\alpha \pi_0^\beta]$$

où π_μ^a signifie $\partial_\mu \pi^a$. Voyons maintenant comment précisément ce courant contribue à la section efficace différentielle de désintégration. Nous allons cette fois détailler plutôt cette partie du calcul puis nous verrons comment on peut incorporer dans l'expression obtenue les différentes résonances désirées.

Calcul de la largeur $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau h)$ à partir des amplitudes

Nous avons vu qu'à l'échelle du τ , on peut traiter l'interaction faible de manière effective ce qui conduit à factoriser l'amplitude de production en:

$$\mathcal{M}(\tau \rightarrow \nu_\tau h) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C) \langle h | J_\mu^{had}(q_1, \dots, q_n) | 0 \rangle \langle 0 | \bar{\psi}_{\nu_\tau} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\tau | \tau \nu_\tau \rangle \quad (1.21)$$

h figure ici un état final hadronique à n pseudo-scalaires d'impulsions q_i , $1 \leq i \leq n$. Le facteur $\cos(\theta_C)$ est dû au fait que l'on se restreint à des états non-étranges.

D'autre part la largeur recherchée s'écrit:

$$\Gamma_n = \frac{1}{2m_\tau} \int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3 2E'} \underbrace{\int \prod_{i=1}^n \frac{d\vec{q}_i}{(2\pi)^3 2E_i}}_I \frac{1}{2} \sum_{h_\tau = \pm 1} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(\sum q_i - p' - p) \quad (1.22)$$

Où p désigne l'impulsion du τ , p' celle du neutrino (E' l'énergie) et q_i et E_i de même pour les mésons. Dans $|\mathcal{M}|^2$ nous avons:

d'une part le carré de la partie leptonique qui est connu:

$$\begin{aligned} \sum_{h_\tau = \pm 1} (\langle 0 | \bar{\psi}_{\nu_\tau} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\tau | \tau \nu_\tau \rangle) (\langle 0 | \bar{\psi}_{\nu_\tau} \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \psi_\tau | \tau \nu_\tau \rangle)^* \\ = \text{Tr}(\not{p}' \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\not{p} + m_\tau) \gamma^\nu (1 - \gamma^5)) \\ = 8[p'^\mu p^\nu + p'^\nu p^\mu - g^{\mu\nu}(p \cdot p') - i\epsilon^{\mu\rho\sigma\nu} p'_\rho p_\sigma] \end{aligned}$$

D'autre part la partie hadronique:

A cause de la forme factorisée de \mathcal{M} on peut intégrer séparément cette partie sur les impulsions des mésons. Le résultat ne dépend plus que de $Q = p - p' (= \sum_{i=1}^n q_i)$ et donc s'écrit en général

$$\int \prod_{i=1}^n \frac{d\vec{q}_i}{(2\pi)^3 2E_i} (\langle h | J_\mu^{had} | 0 \rangle) (\langle h | J_\nu^{had} | 0 \rangle)^* = \alpha(Q^2) g_{\mu\nu} + \beta(Q^2) Q_\mu Q_\nu \quad (1.23)$$

Contractant ces 2 parties nous obtenons:

$$I = 4 \left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C) \right)^2 [\alpha(-2p \cdot p') + \beta(2(Q \cdot p)(Q \cdot p') - Q^2(p \cdot p'))]$$

Utilisant alors que:

$$\begin{cases} p' & = & p - Q \\ p'^2 & = & 0 \\ p^2 & = & m_\tau^2 \end{cases}$$

Nous pouvons réécrire:

$$I = 2\left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C)\right)^2 (m_\tau^2 - Q^2)(\beta m_\tau^2 - 2\alpha) \quad (1.24)$$

Cela se traduit pour Γ_n en:

$$\Gamma_n = \frac{1}{2m_\tau} 2\left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C)\right)^2 \int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3 2E'} (m_\tau^2 - Q^2)(\beta m_\tau^2 - 2\alpha)$$

On termine ce calcul en utilisant que $E' = \|\vec{p}'\| = \frac{1}{2}(m_\tau - \frac{Q^2}{m_\tau})$. On intègre sur l'orientation de p' et on passe à la variable $y \equiv \frac{Q^2}{m_\tau^2}$ soit:

$$\Gamma_n = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c m_\tau^5}{32\pi^2} \int_{y_{min}}^1 dy (1-y)^2 \left(\beta - \frac{2\alpha}{m_\tau^2}\right) \quad (1.25)$$

où:

$$y_{min} = \frac{(\sum_{i=1}^n m_i)^2}{m_\tau^2}$$

Si le courant hadronique est conservé: $\alpha + Q^2\beta = 0$ ce qui entraîne:

$$\Gamma_n = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c m_\tau^5}{32\pi^2} \int_{y_{min}}^1 dy (1-y)^2 (1+2y)\beta(y) \quad (1.26)$$

Normalisé à la largeur leptonique $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau l) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3}$ (pour $m_l \ll m_\tau$). Cela donne:

$$\Gamma_n/\Gamma_l = 6\pi \cos^2 \theta_c \int_{y_{min}}^1 dy (1-y)^2 (1+2y)\beta(y) \quad (1.27)$$

Incorporation des résonances dans la largeur différentielle

Si nous excluons les courants de 2^{me} espèce, l'état final $\eta\pi\pi^0$ étant de G-parité positive, le courant hadronique doit être vecteur. Toute notre ignorance de l'interaction forte est donc contenue dans $\beta(y)$. Le courant V_μ^η étant cependant connu grâce au lagrangien "anomal", il suffit d'intégrer sur les impulsions pour obtenir β . Notant donc k , p_1 et p_2 les impulsions du η et des 2 pions et q leur somme. On définit les variables usuelles s , t et u par:

$$\begin{cases} s &= (k + p_1)^2 \\ t &= (k + p_2)^2 \\ u &= (p_1 + p_2)^2 \end{cases}$$

θ est la fonction de Heavyside et Δ la fonction triangulaire (sans dimensions):

$$\Delta = \frac{stu}{q^{12}} [m_\pi^2 (q^2 - m_\eta^2)^2 + u(q^2 - m_\pi^2)(m_\pi^2 - m_\eta^2)]$$

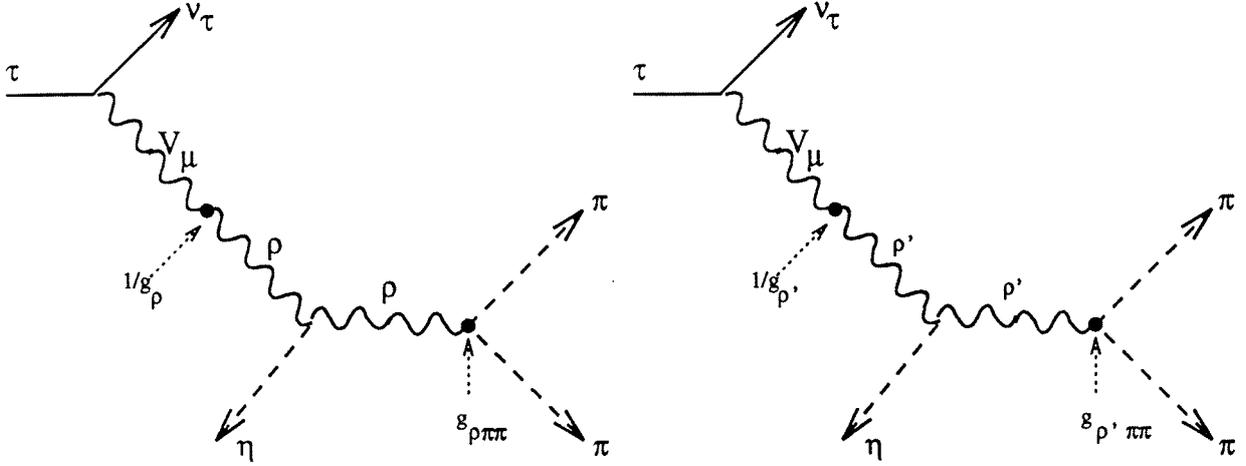


Figure 1.3: . Pôles ρ et ρ' dans le couplage de V_μ^η à l'état final $\eta\pi\pi^0$

Alors [21]:

$$\beta(y) = \left(\frac{y^3}{144\pi^6}\right) \left(\frac{m_\tau}{f}\right)^6 \left(\frac{1}{q^4}\right) \iint_{(m_\star+m_\eta)^2}^{(q-m_\star)^2} ds dt \theta(\Delta)$$

Nous avons obtenu une expression triplement différenciée pour la largeur Γ_π . Nous pouvons aisément y introduire des résonances à 2 ou 3 particules. Ainsi nous pensons que les 2 pions vont probablement former un ρ ce qui se traduit simplement en multipliant l'intégrande $\theta(\Delta)$

par le facteur de forme $|F(u)|^2 = \left| \frac{m_\rho^2 - im_\rho\Gamma_\rho}{m_\rho^2 - u - im_\rho\Gamma_\rho} \right|^2$. Comme en 1.4.1 nous faisons en sorte que $F(0) = 1$ pour retrouver au seuil le résultat du lagrangien effectif puisqu'alors il n'est plus de résonance. Nous avons bien sûr non plus $F(u)$ mais $|F(u)|^2$ puisque nous extrapolons non le courant effectif mais directement la largeur de désintégration.

Nous pouvons également tenir compte de possibles résonances des 3 particules finales en mésons ρ et ρ' . Comme celles-ci peuvent interférer, on revient au courant V_μ^η qu'on transforme en $V_\mu^{\eta'} = g_{\rho\pi\pi}\rho_\mu V_\mu^\eta + g_{\rho'\pi\pi}\rho'_\mu V_\mu^\eta$. Ces parties correspondent respectivement aux graphes gauche et droit de la figure 1.3. Leur effet est de multiplier $\beta(y)$ par le facteur $|E(q^2)|^2$ où:

$$E(q^2) = \frac{g_{\rho\pi\pi}}{g_\rho} \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - q^2 - im_\rho\Gamma_\rho} + \frac{g_{\rho'\pi\pi}}{g_{\rho'}} \frac{m_{\rho'}^2}{m_{\rho'}^2 - q^2 - im_{\rho'}\Gamma_{\rho'}}$$

- Les facteurs $g_{\rho\pi\pi}$ ($g_{\rho'\pi\pi}$) décrivent la force du couplage du ρ (ρ') à $\pi\pi^0$. On les tire justement des mesures de ces largeurs comme il est fait dans l'appendice B.1.

- Les facteurs m_ρ^2/g_ρ ($m_{\rho'}^2/g_{\rho'}$) viennent du couplage de V_μ^η au ρ (ρ') dont par convention la force est m_ρ^2/g_ρ . Par CVC ces facteurs sont identiques à ceux qui décrivent dans le modèle VDM la désintégration électronique des mésons vecteurs (nous reviendrons sur ce point dans le chapitre suivant). C'est de ces mesures qu'on les déduit ainsi qu'il est montré dans l'appendice B.2.
- Enfin les propagateurs des mésons ρ avec leur largeur $\frac{1}{m^2 - q^2 - im\Gamma}$ rendent compte des résonances désirées.

Remarquons que maintenant, nous ne retrouvons la prédiction effective au seuil que si $\frac{g_{\rho\pi\pi}}{g_\rho} + \frac{g_{\rho'\pi\pi}}{g_{\rho'}} = 1$. Les valeurs de ces constantes sont telles que le signe relatif des 2 termes doit être négatif pour que cette égalité soit réalisée i.e. que ces 2 résonances doivent interférer destructivement.

Il nous est enfin loisible de paramétrer à volonté ces facteurs de forme pour tenir compte d'autres termes. C'est ainsi que les auteurs de [21] proposent dans un article ultérieur ([22]) la forme généralisée pour $\beta(y)$:

$$\beta'(y) = \left(\frac{y^3}{144\pi^6}\right) \left(\frac{m_\tau}{f}\right)^6 \left(\frac{1}{q^4}\right) \int \int_{(m_\pi+m_\eta)^2}^{(q-m_\pi)^2} ds dt \theta(\Delta) |1-b-c+(1-3a)bE(q^2)+(c+3abE(q^2))F(u)|^2$$

- ($a = b = c = 0$) représente la prédiction effective sans résonances.
- ($a = 1/3, b = 1$ et $c = 0$) redonne $E(q^2) \times F(u)$ i.e. le résultat précédent ([21]).
- Toutes les variations sont ensuite possibles. Le terme $\propto b$ omet la résonance ρ en $\pi\pi$, le terme $\propto c$ décrit au contraire une désintégration en $\eta\rho$ sans résonance dans ce système. Les auteurs obtiennent ainsi divers spectres et diverses valeurs pour la largeur totale $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0 \nu_\tau)$. On peut également jouer sur les paramètres g_ρ et $g_{\rho\pi\pi}$.

Nous terminons là dessus notre discussion sur les manières d'extrapoler dans la zone du τ les résultats venant des lagrangiens effectifs construits à partir des champs de pseudo-scalaires.

1.5 Relation entre désintégration du τ et données e^+e^-

1.5.1 Courant vecteur conservé: CVC

L'“hypothèse CVC”

On a eu historiquement des mesures de section efficace e^+e^- dans la zone du GeV avant la découverte du τ . Grâce à ce qu'on appelait l'hypothèse CVC (courant vecteur conservé), il était possible de prédire en partant de ces résultats ce que serait la désintégration d'un lepton séquentiel plus lourd par des relations entre les éléments de matrice de son courant chargé et ceux du courant électromagnétique qui détermine les données e^+e^- (voir par exemple [8]). Si nous prenons l'exemple de $\sigma(e^+e^- \rightarrow (2n\pi)^0)$ par rapport à $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(2n\pi)^-)$. L'“hypothèse” CVC consiste à dire qu'il s'agit dans les 2 cas du même courant et que par conséquent:

$$(\sqrt{2}) | \langle (2n\pi)^0 | J_\mu^{e.m.} | 0 \rangle | = | \langle (2n\pi)^- | J_\mu^{ch.} | 0 \rangle |$$

à condition que les états $(2n\pi)^0$ et $(2n\pi)^-$ soient isovecteurs et se déduisent l'un de l'autre par une rotation d'isospin. On ne parle que d'états à 2n pions puisqu'un courant vecteur comme le courant électromagnétique (isovecteur) ne peut produire que des états de G-parité positive (voir 1.2.3).

CVC dans le modèle standard

Dans le modèle standard, la relation ci-dessus ne découle plus d'une hypothèse mais des propriétés du modèle lui-même. Pour le montrer, réécrivons les courants en terme de champs de quarks de la manière suivante. Notons $q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ ($\bar{q} = (\bar{u}\bar{d})$). Les générateurs des rotations d'isospin dans l'espace engendré par u et d sont les matrices de Pauli puisqu'il s'agit de la représentation $D^{1/2}$. Les courants qui se transforment comme des vecteurs sont donc les $\vec{J}_\mu = \bar{q}\gamma_\mu\vec{\tau}q$ tandis que le courant isoscalaire est $J_\mu^0 = \bar{q}\gamma_\mu q$. On se rend compte alors que dans la désintégration du τ entre le courant chargé qui s'écrit $J_\mu^\pm = (1/2)(J_\mu^1 \pm iJ_\mu^2)$ (aux facteurs $(1 - \gamma^5)$ près) tandis que dans la collision e^+e^- entre le courant électromagnétique $J_\mu^{e.m.} = (2/3)(\bar{u}\gamma_\mu u) + (-1/3)(\bar{d}\gamma_\mu d) = (1/2)J_\mu^3 + (1/6)J_\mu^0$. L'“hypothèse CVC” devient alors la constatation que J_μ^3 s'obtient à partir de $(\sqrt{2})J_\mu^-$ par la même rotation d'isospin R qui échange les 2 systèmes d'isospin 1: $|(2n\pi)^->$ et $|(2n\pi)^0>$. Par conséquent:

$$\begin{aligned} \langle (2n\pi)^- | (\sqrt{2})J_\mu^- | 0 \rangle &= \\ &= \langle (2n\pi)^- | (R^\dagger R) (\sqrt{2})J_\mu^- (R^\dagger R) | 0 \rangle \\ &= \langle (2n\pi)^- | R^\dagger (R (\sqrt{2})J_\mu^- R^\dagger) (R | 0 \rangle) \\ &= \langle (2n\pi)^0 | J_\mu^3 | 0 \rangle \end{aligned}$$

Cette équation permet manifestement de relier entre eux $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(2n\pi)^-)$ à $\sigma(e^+e^- \rightarrow (2n\pi)^0)$. Deux difficultés apparaissent à ce niveau. L'une est de passer des amplitudes aux sections efficaces dans des conditions différentes ce qui fait apparaître des facteurs cinématiques. Ce détail technique est traité ci-dessous. L'autre est que la relation ci-dessus porte en fait sur des états $|I, I_z\rangle$ qui ne suffisent pas à déterminer l'état final. Par exemple ($n = 2, I = 1, I_3 = +1$) peut correspondre à un état $\pi^+3\pi^0$ ou $2\pi^+\pi^-\pi^0$. Nous résoudrons cette ambiguïté grâce aux classes de symétrie d'isospin des nuages de pions dans le chapitre 1.6.

La relation "CVC" fondamentale

- Le lien amplitude-largeur de désintégration pour le τ a déjà été établi dans la section 1.4.2. La formule finale s'écrivait ainsi:

$$\Gamma_n/\Gamma_l = 6\pi \cos^2 \theta_c \int_{y_{\min}}^1 dy (1-y)^2 (\beta(y) - 2\frac{\alpha(y)}{m_\tau^2})$$

Si nous repassons à l'énergie dans le centre de masse: $s = ym_\tau^2$ et adoptons les notations plus habituelles:

$$\begin{cases} \alpha \longrightarrow & -s(a_1 + v_1) \\ \beta \longrightarrow & (a_0 + v_0) + (a_1 + v_1) \end{cases}$$

où les fonctions spectrales de spin 0 (1) ont été séparées en composantes courant axial $J^P = 1^+$: a_0 (a_1) et courant vectoriel $J^P = 1^-$: v_0 (v_1), cette équation se réécrit:

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau h^\pm)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e\nu_e)} = \frac{6\pi \cos^2 \theta_c}{m_\tau^2} \int_{s_{\min}}^{m_\tau^2} ds \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left[(a_0(s) + v_0(s)) + \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) (a_1(s) + v_1(s)) \right] \quad (1.28)$$

Les amplitudes de spin 0 sont en effet nécessairement $\propto q_\mu$ qui mis au carré et contracté avec le tenseur leptonique fournit le facteur $(1 - \frac{s}{m_\tau^2})$. Les amplitudes de spin 1 sont $\propto \epsilon_\mu$ (polarisation de h) qui lui, donne par la même opération le facteur $(1 - \frac{s}{m_\tau^2}) \times (1 + \frac{2s}{m_\tau^2})$.

- CVC ne concerne pas les parties axiales a_0 et a_1 . On veut en effet relier cette largeur au cas de l'annihilation e^+e^- dont le courant électromagnétique est uniquement vectoriel. Si l'on exclut les courants de 2^{me} espèce, cela revient à dire que CVC ne concerne que les nombres pairs de pions puisque: $P(-1)^J = -1 \longrightarrow G = - \longrightarrow$ (# impair de pions). Une technique permettant de passer d'un nombre impair de pions au nombre pair inférieur pour pouvoir ensuite utiliser CVC est exposée ci-dessous section 1.5.2. D'autre part, si le courant est conservé: $q^\mu < 0 | J_\mu | h(q) \rangle = 0$ ce qui entraîne: $v_0(s) = 0$. CVC ne se rapporte qu'à la seule fonction spectrale $v_1(s)$ et signifie simplement que celle qui entre dans $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau h^\pm)$ est identique à celle intervenant dans $\sigma(e^+e^- \rightarrow h^0)$.
- Il ne reste plus qu'à exprimer cette section efficace d'annihilation en fonction de v_1 . le résultat est:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow h^0}(s) = \frac{1}{2s} \frac{1}{8\pi} (4\pi\alpha)^2 (4\pi v_1(s)) = 4\pi^2 \alpha^2 v_1(s)/s$$

où l'on distingue facteur cinématique, espace de phase, constantes de couplages et finalement fonction spectrale. Combinant alors ce résultat à 1.28, nous obtenons:

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau h^\pm)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e \nu_e)} = \frac{3 \cos^2(\theta_C)}{2\pi\alpha^2 m_\tau^2} \int_0^{m_\tau^2} ds s(1-s/m_\tau^2)^2(1+2s/m_\tau^2) \sigma_{e^+e^- \rightarrow h^0}(s) \quad (1.29)$$

Cette relation est la base de toutes les prédictions CVC mentionnées dans ce travail. La spécification précise des états h^0 et h^\pm est développée dans la partie 1.6.1.

1.5.2 Courant axial partiellement conservé: PCAC

Position du problème

Considérons un état final impair en nombre de pions: $h^\pm = \pi^\pm(n\pi)^0$, n pair. Puisque $G_h = -$, le courant mis en jeu est axial: $J^P = 1^+$. Autrement dit, seules les fonctions a_0 et a_1 de l'équation 1.28 sont non-nulles. Ce courant est conservé dans la limite chirale ($a_0 = 0$). Une telle limite n'est cependant pas acceptable dans un contexte réaliste où le τ se désintègre en pion par exemple. Par contre, il est possible de se ramener au cas du courant vectoriel, et alors d'utiliser CVC, en éliminant le pion supplémentaire encombrant à l'aide de la technique dite de "pion mou" (voir appendice C). Cette technique est employée pour $n = 4$ dans l'article [14]. Nous l'évoquons brièvement ci-dessous à titre d'exemple, puisqu'on peut en principe exploiter ce travail pour prédire le processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0$ traité dans l'étude expérimentale.

Exemple de $\tau \rightarrow \nu_\tau (n\pi)^0 \pi^\pm$

- Tentons d'explicitier la démarche de l'article [14]. Le point fondamental est de relier l'élément de matrice du courant axial à un élément de matrice du courant vectoriel qui pourra lui être relié à $\sigma(e^+e^-)$. La relation obtenue est (ref. [14]):

$$\lim_{k \rightarrow 0} \langle 0 | A_\mu^+(0) | \pi^+(k), n\pi \rangle = \frac{2}{f_\pi} \langle 0 | V_\mu^3(0) | n\pi \rangle \quad (1.30)$$

Nous renvoyons à l'appendice C pour un condensé des arguments qui permettent d'établir une telle formule. Deux cas se présentent alors:

- Soit le pion isolé ne peut pas raisonnablement être considéré comme "mou" pour une désintégration de τ et il faut alors extrapoler le résultat ci-dessus à toute la zone cinématique disponible. Cela est fait dans l'article [14] pour $n=2$ et nous n'y revenons pas.

- Soit on a en bonne approximation $k \simeq 0$ et on applique l'équation précédente sans l'extrapoler. Revenons à 1.28 où nous négligeons la partie (pseudo-)scalaire (voir paragraphe 1.2.2):

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau n\pi, \pi)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e\nu_e)} = \frac{6\pi \cos^2 \theta_c}{m_\tau^2} \int_{((n+1)m_\pi)^2}^{m_\tau^2} ds \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left[1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right] a_1(s)$$

où $s = p^2 = (k + \sum_{i=1}^n q_i)^2 = (k + Q)^2$, $p(Q)$ est l'impulsion des $n+1$ (n) pions. La fonction spectrale axiale a_1 est définie par la relation:

$$s a_1(s) \left(\frac{P_\mu P_\nu}{s} - g_{\mu\nu}\right) = \int \prod_{i=1}^n \frac{d\vec{q}_i}{(2\pi)^3 2E_i} \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E^+} (\langle (n\pi)\pi^+ | A_\mu^+ | 0 \rangle) (\langle 0 | A_\nu^+ | (n\pi)\pi^+ \rangle)$$

Si nous substituons à l'aide de 1.30 on voit apparaître: $(4/f_\pi^2)$, une intégration sur k qui va

apporter un facteur cinématique $\propto \frac{\sqrt{(s - Q^2 - m_\pi^2)^2 - 4Q^2 m_\pi^2}}{s}$ et il reste l'intégration sur les n impulsions q_i qui est précisément celle que l'on effectue pour calculer $\sigma_{e^+e^- \rightarrow n\pi}(Q^2)$. On trouve donc ([14]):

$$s a_1(s) = \left(\frac{1}{16\pi^2}\right) \int_{(nm_\pi)^2}^{(\sqrt{s}-m_\pi)^2} dQ^2 \left(\frac{4}{f_\pi^2}\right) \frac{\sqrt{(s - Q^2 - m_\pi^2)^2 - 4Q^2 m_\pi^2}}{s} V(Q^2)$$

où $V(Q^2)$ est cette fois la fonction spectrale vectorielle v_1 (multipliée par Q^2) entrant dans $\sigma_{e^+e^- \rightarrow n\pi}(Q^2)$! Substituant alors $V(Q^2) = Q^2 v_1(Q^2) = \frac{Q^4 \sigma_{e^+e^- \rightarrow n\pi}(Q^2)}{4\pi^2 \alpha^2}$, nous obtenons:

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau n\pi, \pi)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e\nu_e)} = \left(\frac{\cos^2 \theta_c}{2\pi^2 f_\pi^2 m_\tau^2}\right) \int_{((n+1)m_\pi)^2}^{m_\tau^2} ds \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) \int_{(nm_\pi)^2}^{(\sqrt{s}-m_\pi)^2} dQ^2 \left(\frac{Q^2}{s}\right) \frac{\sqrt{(s - Q^2 - m_\pi^2)^2 - 4Q^2 m_\pi^2}}{s} \times \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow n\pi}(Q^2)}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(Q^2)} \quad (1.31)$$

Nous pouvons donc par cette méthode obtenir des relations plus approximatives mais comparables à ce que donne CVC pour des nombres pairs de pions.

1.6 Symétries d'isospin dans les systèmes de pions

L'intérêt des classes de symétrie d'isospin est de préciser et d'organiser les états à N pions en composantes orthogonales exclusives. En effet, si l'on se borne à des isospins totaux $I < 2$ ("nuages"), il y a une correspondance biunivoque entre I et la classe. De plus, les amplitudes

correspondantes n'interfèrent pas. En effet l'intégrale de recouvrement $\int dx_1 \dots dx_n \phi_1^* \phi_2$ est nulle si les fonctions d'onde d'espace ϕ_1 et ϕ_2 ont des propriétés de symétrie différentes dans l'échange des pions $\{1, 2, \dots, n\}$. Or c'est bien le cas si les deux états appartiennent à des classes de symétrie d'isospin différentes puisque l'état complet, étant bosonique, doit être symétrique et donc les fonctions d'onde d'espace ont les mêmes symétries que celles d'isospin.

1.6.1 Classes de symétrie et nuages de pions

Nous passons en revue les principaux résultats de [25] pour fixer le vocabulaire utile à notre discussion.

1. Une classe est une partition de N en un triplet d'entiers (N_1, N_2, N_3) : $N = N_1 + N_2 + N_3$. On la symbolise par:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \\ \hline \square & & \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \} N_1 \text{ cases} \\ \} N_2 \text{ cases} \\ \} N_3 \text{ cases} \end{array}$$

Un tel tableau, dit tableau d'Young, peut être vu comme un opérateur consistant à symétriser le contenu des lignes (qui reste à préciser) et à antisymétriser celui des colonnes. Il définit la "symétrie" globale sous échange des constituants (les pions) de la fonction d'onde du système formé de ces constituants. Chaque classe possède un nombre déterminé $\rho(N_1, N_2, N_3)$ de configurations qui correspondent à numérotter toutes les cases du tableau d'après certaines règles.

2. On s'intéresse au contenu en isospin des classes. Il est indépendant de la configuration et possède des propriétés qui permettent de se restreindre aux classes dites "principales":

$$\begin{cases} N_1 = 2p + q \\ N_2 = p \\ N_3 = 0 \end{cases}$$

On calcule $\psi(I, p, q)$ qui dit combien de fois l'isospin I figure dans la classe $(2p + q, p)$. Le résultat fondamental pour notre problème est que $I = 0$ ($I = 1$) figure exactement 1 (0) fois dans la classe $(2p+q, p)$ pour p et q pairs et inversement, $I = 1$ ($I = 0$) figure 1 (0) fois pour p et/ou q impair(s).

3. Un nuage de N pions est un système de N pions d'isospin total 0 ou 1. Ce sont bien sûr les seuls intéressants si l'on admet qu'ils proviennent de l'hadronisation d'une paire de quarks. Un tel nuage admet de(s) partition(s) de charge i.e. des triplets d'entiers (m_+, m_-, m_0) qui représentent les nombres respectifs de π^+ , π^- et π^0 du nuage.

$$\begin{cases} m_+ + m_- + m_0 = N \\ m_+ - m_- = Q \end{cases}$$

Tout nuage se décompose en classe(s). D'après la propriété ci-dessus il y a un isospin unique 0 ou 1 par classe, partagé par toutes les configurations de cette classe i.e. par tous les états du nuage dans cette classe. On définit alors les coefficients de corrélation de charge: $[N_1 N_2 N_3 | m_+ m_- m_0]$ qui dans une classe donnée, fournissent les probabilités relatives des différentes partitions de charge admissibles. Des propriétés permettent encore de se ramener aux classes principales.

4. Pour obtenir ces coefficients il faut construire les différents états de N particules ordonnés par classe. Il y a en tout 3^N états qui correspondent à assigner à chaque "label" une certaine charge. Le label avec lequel on remplit le tableau d'Young pour définir la configuration se rapporte en effet à toutes les caractéristiques d'un pion (position , impulsion) sauf la charge ou, ce qui revient au même, à la charge seule.

5. Exemple N=2:

On a 9 états. Il y a 2 classes, la classe symétrique (2) et l'antisymétrique (11). La 1^{ère} contient I=0 et I=2. Pour I=2 et $I_z = 2$ il est clair que le résultat est: $\psi_2^2 = |++\rangle$. En appliquant I^- dans cet espace produit tensoriel de 2 isospins 1 on trouve: $\psi_1^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0+\rangle + |+\ 0\rangle)$ puis: $\psi_0^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(|-\ +\rangle + |+\ -\rangle + 2|00\rangle)$ etc... L'état ψ_0^0 est orthogonal à ψ_0^2 , symétrique (classe (2)) et constitué des mêmes couples de pions: 2 π^0 ou 1 $\pi^+ + 1 \pi^-$. On trouve aisément: $\psi_0^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(|-\ +\rangle + |+\ -\rangle - |00\rangle)$. Pour la classe antisymétrique on voit aussi aisément que $\psi_0^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\ -\rangle - |-\ +\rangle)$ ou que $\psi_1^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\ 0\rangle - |0+\rangle) \dots$

6. Exemple ($\pi^+\pi^-\pi^0$):

On voit qu'il y a 3 classes: (3), (21) et (111).

• (3) est totalement symétrique donc:

$$\psi_{(3)} = \frac{1}{\sqrt{6}}(|+\ -0\rangle + 5 \text{ permut. }) (I = 1)$$

• (111) est totalement antisymétrique donc:

$$\psi_{(111)} = \frac{1}{\sqrt{6}} ((|+\ -0\rangle + 2 \text{ permut. circ.}) - (|-\ +0\rangle + 2 \text{ permut. circ.})) (I = 0)$$

• (21) possède 2 configurations:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \\ \hline \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \\ \hline \end{array}$$

On trouve donc 2 états d'isospin total I=1:

$$\begin{cases} \psi_{(21)}^1 = (\frac{1}{2}) (|+\ -0\rangle + |-\ +0\rangle - |0-\ +\rangle - |0+\ -\rangle) \\ \psi_{(21)}^2 = (\frac{1}{2}) (|+\ 0-\rangle + |0+\ -\rangle - |-\ 0+\rangle - |-\ +0\rangle) \end{cases}$$

Nous passons sur les méthodes pratiques d'obtention de ces états ainsi que sur la prescription que nous avons utilisée pour obtenir des états orthogonaux. Notons simplement que nous les avons tous normalisés à l'unité. Voyons maintenant l'application de ce formalisme aux cas qui nous intéressent.

1.6.2 Application à $\tau \rightarrow \nu_\tau(4\pi)$

- Dressons pour $N = 4$ le tableau des différents états de charge dans la désintégration du τ ainsi que dans l'annihilation e^+e^- . Nous allons voir dans ce paragraphe que les contraintes d'isospin nous apportent des informations sur le contenu en résonances.

classe	classe p^{2^e}	I	ρ	4π	$2\pi 2\pi^0$	$4\pi^0$	$3\pi\pi^0$	$\pi 3\pi^0$
(4)	(4)	0 (, 2, 4)	1	8/15	4/15	1/5	0	0
(31)	(31)	1 (, 2, 3)	3	4/5	1/5	0	3/5	2/5
(22)	(2)	0 (, 2)	2	1/3	2/3	0	0	0
(211)	(1)	1	3	0	1	0	1	0

(π signifie toujours pion chargé de sorte que 4π signifie $2\pi^+2\pi^-$ par exemple)

- Si nous notons x (y) les fractions $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(4\pi)_{(211)})}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(4\pi))}$ ($\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(4\pi)_{(31)})}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(4\pi))}$) et f_1 (f_3) les largeurs partielles en 1 (3) chargés ramenées à $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(4\pi))$, nous voyons:

$$\begin{cases} f_1 = 2/5 x \\ f_3 = 3/5 x + y \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} 0 \leq x, y \leq 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

- Considérons par ailleurs la résonance ω . L'interaction forte, conservant I , désintègre ce méson en un système ($\pi^+\pi^-\pi^0$) qui doit donc être d'isospin total $I = 0$. Ceci impose à ce sous-système de pions l'état (111) car les 2 autres possibles, (3) et (21), ne contiennent pas $I = 0$, et par conséquent l'état $\omega\pi$ procède de y uniquement. Notons r la fraction du processus $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0$ dûe à $\omega\pi$, $r \equiv \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi) Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)}$.
- On a donc $r f_3 \leq y$ soit: $r \leq 1 - 3/2 (f_1/f_3)$ La mesure de f_1/f_3 contraint donc indirectement r . Inversement, nous mesurons dans ce travail la fraction $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)}$ ce qui fournit la contrainte: $f_1/f_3 \leq (2/3)(1 - r)$. Pour les valeurs suivantes (Aleph) on trouve:

$$\begin{cases} \left(\frac{f_1}{f_3} \right) = 0.36 \longrightarrow r \leq 46\% \\ r = 38.3\% \longrightarrow \left(\frac{f_1}{f_3} \right) \leq 0.41 \end{cases}$$

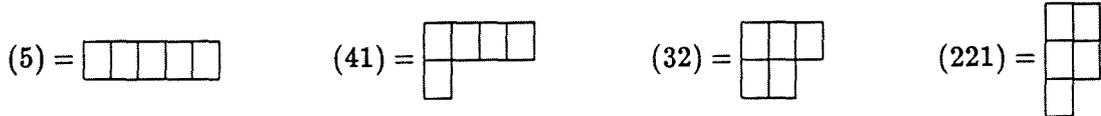
1.6.3 Application à $\tau \rightarrow \nu_\tau(5\pi)$

- Dressons ici le tableau similaire à 1.6.2 pour $N = 5$

classe	classe p^{2^e}	I	ρ	$5\pi^0$	$2\pi 3\pi^0$	$4\pi\pi^0$	$\pi 4\pi^0$	$3\pi 2\pi^0$	5π
(5)	(5)	1 (, 3, 5)	1	3/7	12/35	8/35	3/35	8/35	24/35
(41)	(41)	1 (, 2, 3, 4)	4	0	1/5	4/5	3/10	3/10	2/5
(32)	(31)	1 (, 2, 3)	5	0	4/5	1/5	0	3/5	2/5
(311)	(2)	0 (, 2)	6	0	1/3	2/3	0	0	0
(221)	(1)	1	5	0	0	1	0	1	0

Nous pouvons facilement comprendre les 0 de ce tableau. Ainsi la classe (311) ne contient pas $I = 1$ donc les systèmes chargés ne peuvent y figurer. Le système ($5\pi^0$) par exemple ne peut appartenir qu'à la classe (5) car sinon sa fonction d'onde doit être antisymétrisée sur 2 particules identiques au moins et donc s'annule. On pourrait aussi tirer de ce tableau certaines relations sur les différentes résonances susceptibles de contribuer à ce canal (ex: $\omega\pi\pi, \rho\pi\pi, \rho\rho\pi \dots$).

- Nous avons cette fois non plus 2 mais 4 classes contenant $I = 1$ i.e. entrant en jeu dans $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(5\pi))$. Ce sont:



Notons les fractions respectives: $x = \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(5\pi)_{(5)})}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau(5\pi))}$, y pour (41), z pour (3,2) et t pour (221). Nous avons toujours:

$$\begin{cases} 0 \leq x, y, z, t \leq 1 \\ x + y + z + t = 1 \end{cases}$$

- Nous avons aussi 3 possibilités pour le τ ce qui se traduit par f_1, f_3 et f_5 : largeurs partielles respectives en 1, 3 et 5 chargés ramenées à la largeur totale en 5π . Les coefficients ci-dessus délimitent (avec $0 \leq f_1, f_3, f_5 \leq 1$) une zone dans l'espace de ces 3 variables que nous pouvons visualiser en projetant sur le plan (f_5, f_3).

$$\begin{cases} f_1 = 3/35 x + 3/10 y \\ f_3 = 8/35 x + 3/10 y + 3/5 z + t \\ f_5 = 24/35 x + 2/5 y + 2/5 z \end{cases}$$

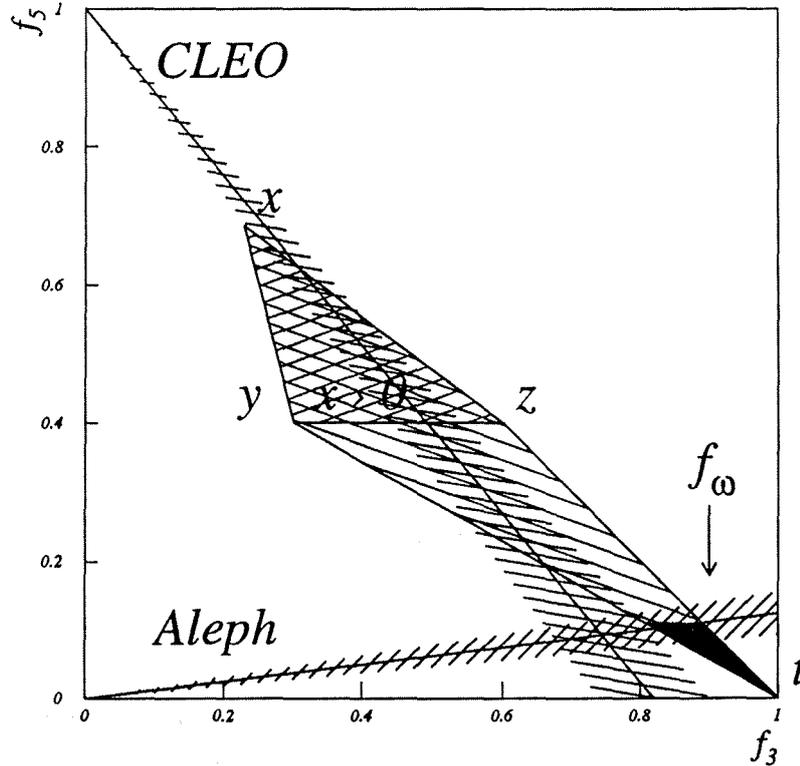


Figure 1.4: Contraintes d'isospin dans le plan (f_3, f_5)

La figure 1.4 montre dans ce plan la zone permise (hachures) par les relations ci-dessus. Les données dans le domaine $\tau \rightarrow \nu_\tau(5\pi)$ sont encore imprécises mais on a reporté sur la figure les mesures complémentaires d'Aleph pour f_5/f_3 et CLEO pour f_1/f_3 . Les hachures plus fines représentent approximativement les erreurs expérimentales sur ces rapports. On voit que ces données favorisent la région $x \ll y, z \ll t$. La région doublement hachurée qui correspond à $x > 0$ est supprimée car la classe (5), étant complètement symétrique, possède des zéros cinématiques et interdit toute résonance de spin 1. On voit d'autre part que t est favorisé ce qui indique une prédominance de $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi$ puisque comme nous l'avons dit au paragraphe précédent, ω nécessite un sous-système dans (111). La fraction de $\omega \pi \pi^0$ mesurée ici contraint ainsi à se trouver dans la région noircie proche de l'amplitude t .

• remarque 1:

Il faut prendre garde que les résultats expérimentaux incluent naturellement des processus tels que $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$ où le méson η se désintègre en $\pi^+ \pi^- \pi^0$. Il faudrait cependant les soustraire avant de calculer les fractions f_3, \dots puisque ce méson se désintègre de façon

électromagnétique et donc n'entre absolument pas dans la classe des nuages à 5 pions.

• remarque 2:

La connaissance des niveaux relatifs de x, y, z et t n'est autre que la connaissance de la dynamique elle-même de la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau (5\pi)$ qui est encore pour le moins très incomplète. Cependant sans la connaître du tout, on a pu tirer des contraintes d'isospin des relations intéressantes. Ainsi la mesure du rapport f_5/f_3 nous aiguille vers la recherche de la résonance ω dans $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0$.

1.6.4 Application à la relation CVC: $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau (4\pi)^\pm) \leftrightarrow \sigma(e^+e^- \rightarrow (4\pi)^0)$

Utilisons le tableau 1.6.2 pour préciser la relation CVC:

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e\nu_e)} = \frac{3 \cos^2(\theta_C)}{2\pi\alpha^2 m_\tau^2} \int_0^{m_\tau^2} ds \, s(1-s/m_\tau^2)^2(1+2s/m_\tau^2) \sigma(e^+e^- \rightarrow (4\pi)^0)$$

Cette relation relie en fait les systèmes neutres et chargés dans chacune des classes concernées: (31) et (211). Or le tableau 1.6.2 fournit les coefficients des partitions de charge de ces classes de sorte que:

$$\begin{cases} (3\pi\pi^0) = (1/2) (4\pi)_{I=1} \\ (\pi 3\pi^0) = (1/2) (4\pi)_{I=1} + (2\pi 2\pi^0)_{I=1} \end{cases}$$

Bien sûr ces relations ne concernent que la partie isovecteur du courant électromagnétique d'où l'indice $I = 1$. On a donc les relations plus précises [12]:

$$\begin{cases} \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e\nu_e)} = \frac{3 \cos^2(\theta_C)}{2\pi\alpha^2 m_\tau^2} \int_0^{m_\tau^2} ds \, s(1-s/m_\tau^2)^2(1+2s/m_\tau^2) \\ \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right) \sigma(e^+e^- \rightarrow (4\pi)) + (1)\sigma(e^+e^- \rightarrow (2\pi 2\pi^0)) \right] \\ \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 3\pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e\nu_e)} = \frac{3 \cos^2(\theta_C)}{2\pi\alpha^2 m_\tau^2} \int_0^{m_\tau^2} ds \, s(1-s/m_\tau^2)^2(1+2s/m_\tau^2) \\ \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right) \sigma(e^+e^- \rightarrow (4\pi)) \right] \end{cases} \quad (1.32)$$

Dans ces relations, nous avons cependant abandonné l'indice $I = 1$. La raison en est que la partie isoscalaire ne contribue pas à ces processus par conservation de la G-parité. En effet $G_{(4\pi)} = +$ et le courant électromagnétique se décompose en:

$$J_{e.m.}^\mu = \frac{2}{3} \bar{u}\gamma_\mu u - \frac{1}{3} \bar{d}\gamma_\mu d + \frac{1}{6} (\bar{u}\gamma_\mu u + \bar{d}\gamma_\mu d) + \frac{1}{2} (\bar{u}\gamma_\mu u - \bar{d}\gamma_\mu d)$$

Or, on a vu que $\exp i\pi T_2 \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ -u \end{pmatrix}$ entraîne:

$$\begin{array}{ccc} \exp(i\pi T_2) & & C \\ \bar{u}\gamma_\mu u & \longmapsto & \bar{d}\gamma_\mu d \longmapsto (-)\bar{d}\gamma_\mu d \\ \bar{d}\gamma_\mu d & \longmapsto & \bar{u}\gamma_\mu u \longmapsto (-)\bar{u}\gamma_\mu u \end{array}$$

et par conséquent, la partie gauche de $J_{e.m.}^\mu$ est $I^G = 0^-$, l'autre $I^G = 1^+$ donc seule mise en jeu.

1.7 Revue des canaux $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta X$

1.7.1 Canaux non-étranges

Procédons par multiplicité croissante.

- Le premier état est $\eta\pi$ avec $I^G = 1^-$ et $J^P \in \{1^-; 0^+\}$. Dans tous les cas $GP(-1)^J = -$ donc il ne peut provenir d'un courant de 1^{ère} espèce. Sa largeur est donc supprimée par le facteur $(m_u - m_d)^2$. On peut le produire par le courant vecteur du ρ à condition d'invoquer le mélange $\eta \leftrightarrow \pi^0$ qui viole I dans l'interaction forte et donc introduit ce facteur $(m_u - m_d)^2$. Nous avons alors en concurrence l'état scalaire qui subit la suppression d'hélicité mais est favorisé par la présence de la résonance $a_0(980)$ et l'état vecteur. On trouve pour la somme des 2 par la dynamique chirale ou en supposant la dominance de a_0 [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta\pi) \simeq 1.5 \cdot 10^{-5}$$

- Le second, qui est le plus intéressant, est $\eta\pi\pi^0$. Comme nous l'avons vu (1.3.3), il constitue une signature de l'anomalie chirale de QCD. Le calcul du rapport de branchement est compliqué par la présence de multiples résonances (voir 1.4.2). On obtient cependant [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta\pi\pi^0) \simeq 0.2 \sim 0.3\%$$

Ce canal est bien sûr lié par CVC à l'annihilation $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$. Utilisant ces données et une relation tout à fait semblable à 1.32 pour 2 pions (η ne compte pas puisqu'il est d'isospin 0 et se désintègre électro-magnétiquement) on obtient [37]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta\pi\pi^0) \simeq 0.13 \pm 0.02\%$$

- Avec plus de pions, la suppression par manque d'espace de phase commence à être très forte. Par le lagrangien effectif on trouve [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta 3\pi) \simeq 1.2 \cdot 10^{-6}$$

Le tableau d'isospin correspondant à 1.6.2 pour $N = 3$ (ici encore ce sont les 3 pions qui comptent puisque $I_\eta = 0$) montre aisément que $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi) \geq \Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 2\pi^0)$. On peut obtenir une autre limite sur ces canaux sans utiliser aucun modèle théorique puisque 29% de $\eta 3\pi$ consiste en états finaux à 5 traces. Or nous savons que $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau (5 \text{ traces})) \leq 1.2 \cdot 10^{-3}$ ce qui fournit:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi 2\pi^0) \leq Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta 3\pi) \leq 4.1 \cdot 10^{-3}$$

- Enfin des canaux contenant 2 mésons η sont possibles. Il se trouve que par symétrie, le courant axial venant du lagrangien effectif (chiral + "anomal") ne contient pas de termes $\propto (\eta)^2 \pi$ ce qui supprime beaucoup $\eta \eta \pi$ [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \eta \pi) \simeq 1.1 \cdot 10^{-9}$$

Pour $\eta \eta \pi \pi$ nous avons une très forte suppression par l'espace de phase. On peut également le limiter par la valeur de $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau (5 \text{ traces}))$. On s'attend encore à un rapport de branchement hors d'atteinte des machines actuelles (l'usine à τ peut-être ...).

1.7.2 Canaux étranges

- $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K$

Le pendant étrange de $\eta \pi$ n'est pas interdit par la conservation de G puisque G n'est même pas défini pour ces états. Nous avons cependant le facteur de Cabibbo et un espace de phase un peu restreint. L'estimation par le courant effectif chiral $V_\mu^{chir.} \sim i\sqrt{\frac{3}{2}} \left(\eta \vec{\partial}_\mu K \right)$ fournit [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K) \simeq 1.2 \cdot 10^{-4}$$

- $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K K^0$

On a ici aucune résonance pour favoriser ce canal qui est fortement limité en espace de phase même s'il n'est pas supprimé par $\sin(\theta_C)$. On trouve [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K K^0) \simeq 3 \cdot 10^{-7}$$

- $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K^*$

A l'inverse du mode précédent, ce canal subit la suppression d'étrangeté mais est favorisé par la résonance K^* . On trouve pour la somme des deux états finaux $\eta \pi K^0$ et $\eta K \pi^0$ [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K^*) \simeq 3 \cdot 10^{-5}$$

- $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \eta K$

C'est le correspondant de $\eta \eta \pi$ avec de surcroît suppression d'étrangeté et d'espace de phase. Le rapport de branchement est ridicule [10]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \eta K) \simeq 1.6 \cdot 10^{-9}$$

1.7.3 Situation Expérimentale

On peut distinguer dans ce domaine l'avant et l'après CLEO II. Cela est valable à la fois pour le canal $\eta\pi\pi^0$ qui est (pour l'instant) le seul mesurable et pour tous les autres: $\eta\pi$, ηK , $\eta\eta\pi$, $\eta 3\pi$, etc...

Dans le premier cas, on disposait de données venant de collisions e^+e^- qui, via CVC, prédisaient des rapports de branchements de l'ordre de [13]: $B(\tau \rightarrow \nu_\tau\eta\pi\pi^0) \simeq .15\%$. Ces données complétées (notamment par l'expérience DM2) et recompilées prédisent aujourd'hui [37]:

$$B(\tau \rightarrow \nu_\tau\eta\pi\pi^0) = .13 \pm .02\%$$

La première mesure directe a été obtenue par CLEO en 1992 [28]:

$$B(\tau \rightarrow \nu_\tau\eta\pi\pi^0) = .17 \pm .02_{stat.} \pm .02_{sys.}\%$$

Elle est en accord acceptable avec la prédiction CVC. Elle indique par ailleurs que dans le données Aleph jusqu'à 1993, nous pouvons attendre environ 290 évènements de signal ce qui compte-tenu des différents rapports de branchements du méson η et des efficacités expérimentales est encore relativement peu. Il sera donc particulièrement intéressant de remettre à jour cette étude notamment avec la très grosse statistique accumulée en 1994.

Dans les autres canaux, HRS [36] avait obtenu dès 1987 des limites supérieures de 3 et 5 per mille pour $\tau \rightarrow \nu_\tau\eta 3\pi$ et $\tau \rightarrow \nu_\tau\eta\eta X$ à un niveau de confiance de 90%. ARGUS [34] avait la meilleure limite pour la production inclusive de η : $B(\tau \rightarrow \nu_\tau\eta X) \leq 1.3\%$ (95%CL) tandis que la situation envers le canal $\eta\pi$ était un peu confuse depuis son observation à un fort taux par la collaboration HRS [38]. Grâce à sa haute statistique et à son excellente résolution calorimétrique, CLEO a largement amélioré ces limites. Nous reproduisons ici leurs résultats qui résument bien la situation actuelle [28]:

Canal	Rapport de branchement ($\times 10^4$) (U.L. à 95% C.L.)
$\eta\pi$	3.4
$\eta\pi 2\pi^0$	4.3
$\eta\eta\pi$	1.1
$\eta\eta\pi\pi^0$	2.0

Le canal ηK vient d'être mesuré par la collaboration CLEO avec le résultat [31]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau\eta K) = 2.6 \pm 0.7 \cdot 10^{-4}$$

1.7.4 Conclusion

Le seul canal que nous pouvons espérer détecter est par conséquent $\tau \rightarrow \nu_\tau\eta\pi\pi^0$. Il est également possible et intéressant de mettre une limite supérieure à $\tau \rightarrow \nu_\tau\eta h$, $h \in \{\pi, K\}$. Le

premier constitue une signature claire de l'anomalie chirale de QCD. Le second confirme l'absence de courants de 2^{ème} espèce dans la désintégration du τ . Nous avons cependant dans chaque cas une diversité d'états finaux. En effet le méson η se désintègre de manière électromagnétique avec les rapports de branchements (principaux) :

$$\left\{ \begin{array}{l} Br(\eta \rightarrow 2\gamma) = 38.8 \pm 5.5 \% \\ Br(\eta \rightarrow 2\pi\pi^0) = 23.6 \pm 6.6 \% \\ Br(\eta \rightarrow 3\pi^0) = 31.9 \pm 4.4 \% \\ Br(\eta \rightarrow 2\pi\gamma) = 4.9 \pm 2.2 \% \end{array} \right. \quad (1.33)$$

Les seuls que nous exploiterons sont les deux premiers. Le troisième est trop difficile à reconstruire et le dernier trop rare et encombré de bruits de fonds.

1.8 Revue du canal $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi^\pm \pi^0$

1.8.1 Résonances et nombres quantiques

L'état final $3\pi\pi^0$ possède les nombres quantiques $I^G = 1^+$ puisque nous supposons qu'il provient d'une paire (u, d) . Nous nous attendons donc à des états $J^P = 1^-$. C'est à dire que nous aurons préférentiellement 1 onde p, parfois 3, dans les 4 pions et donc on s'attend à des résonances vecteur comme le ρ . D'autres possibilités comme $J^P = 1^+$ ou $J^P = 0^-$ nécessitent des courants de 2^{ème} espèce. Quant à $J^P = 0^+$, il est toujours supprimé par le facteur $(m_u - m_d)^2$. Voyons quelles résonances nous pouvons attendre en procédant par nombre de pions décroissant.

- (4 π)

Un méson résonnant convenable aurait pour nombre quantiques: $I^G J = 1^+ 0$. Or pour un système $q\bar{q}'$: $J = 0 \implies C = +$ tandis que $I^G = 1^+ \implies C = -$ donc aucune résonance de spin 0 n'est possible. Il existe par contre des vecteurs du type du ρ (i.e. $J^{PG} = 1^-$) comme $\rho(1450)$ ou $\rho(1700)$. Ils sont cependant trop lourds et larges pour être, au moins pour l'instant, visibles sur les spectres de masse. On a vu par contre en détail comment ils peuvent être utilisés dans le cadre de $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$ (1.4.2). Un méson axial comme $b_1(1235)$ ($J^{PG} = 1^{++}$) qui va en $\omega\pi$ serait une trace de courant de 2^{ème} classe. Nous verrons dans le paragraphe 1.8.3 comment détecter cette contribution d'onde relative s ou d ($d/s = .26 \pm .04\%$ [51] dans $b_1 \rightarrow (\omega - \pi)^+$) dans l'état $\omega\pi$.

- (3 π)

Puisqu'avec le pion restant, on recherche surtout $J^{PG} = 1^-$; on veut donc une résonance des 3 pions de $J^{PG} = 1^-$ (resp. $J^{PG} = 1^{--}$) en état orbital relatif s (resp. p). Un état pseudo-scalaire du type pion ($J^{PG} = 0^{--}$) serait possible mais le seul candidat: $\pi(1300)$

est trop vague pour être observable. Dans le cas de mésons axiaux, les candidats sont le $a_1(1260)$ et le $h_1(1170)$, tous deux lourds et larges ce qui les rend encore inobservable pour nous. Dans le cas de vecteurs, on a le ω et le ϕ . Le second, outre le fait que la désintégration en 3 pions ne représente que $\sim 14\%$ de sa largeur, est essentiellement un état $|s\bar{s}\rangle$ ce qui le désavantage fortement par rapport à ω . L'état $\omega\pi$ d'onde relative p est le plus intéressant et nous nous y attarderons bientôt.

- (2π)
Il est clair qu'on doit tenir compte du $\rho(770)$. Le plus économique sera de n'avoir que des ondes s en dehors de ce ρ ce qui conduit à l'état $\rho\pi\pi$ que nous avons longuement discuté dans 1.4.1. La possibilité suivante est l'état $\rho\rho^0$ où l'onde relative est p. Elle est clairement très défavorisée par la barrière centrifuge.

1.8.2 Etude de $\rho\pi\pi$

Reparlons brièvement de ce canal déjà évoqué dans le cadre du modèle de [15]. Nous voulons déterminer, dans la mesure où cela a un sens, les proportions relatives des 3 charges possibles du ρ . Nous n'utilisons en fait le modèle de [15] que pour obtenir l'allure des spectres de masse $(\pi-\pi)$. En effet, celui-ci repose sur des hypothèses que l'on peut discuter et fait certaines approximations. Il prend notamment la limite chirale où $m_\pi = 0$, néglige toute interaction des pions en dehors du ρ , ... Cela conduit par exemple à exclure un ρ de la charge du τ ce qu'à priori nous ne voulons pas faire. Cependant, la difficulté principale réside dans l'importance considérable des interférences entre ces différentes charges qui rend le discours en terme de "proportions" incomplet voire inadéquat. Nous verrons dans l'étude expérimentale quelles conclusions on peut tirer d'une première approche cherchant à ajuster ces 3 proportions. On pourra trouver une approche différente dans la référence [44].

1.8.3 Etude de $\omega\pi$

L'état $\omega\pi$ est pour nous le plus intéressant car c'est de lui que l'on peut retirer le plus d'informations. Il a en effet l'avantage d'une part d'être relativement bien isolable et d'autre part d'être théoriquement déterminé.

Amplitude hadronique et polarisation

Considérons en effet l'amplitude suivante:

$$A_\mu(\epsilon_1, q_1, q_2) = \langle \omega(\epsilon_1, q_1)\pi(q_2) | \bar{d}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u | 0 \rangle$$

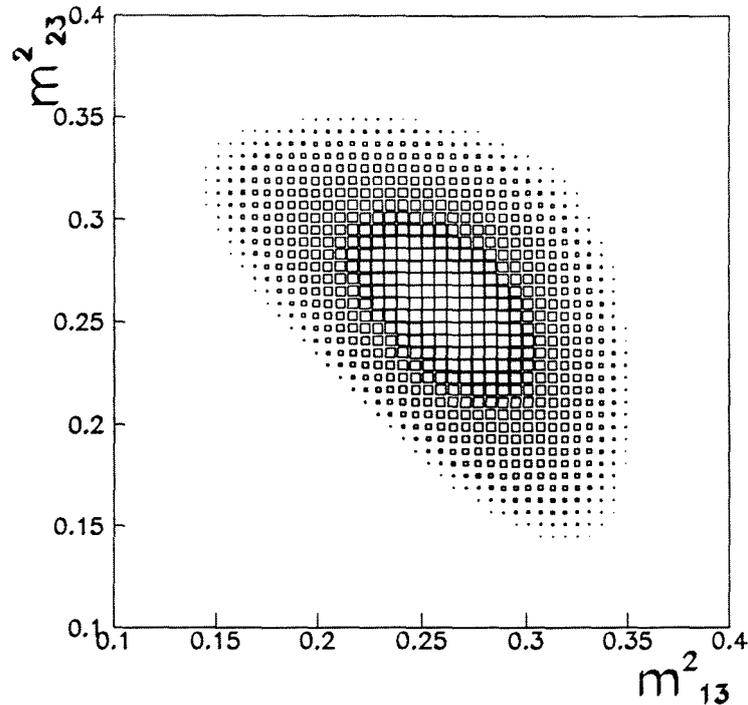


Figure 1.5: Densité dans le Dalitz de la désintégration de ω (facteurs de forme pris constants)

Éliminons la partie axiale (car $G = +$) et la partie scalaire (par conservation du courant). Il ne reste, disposant de ϵ_1 , q_1 et q_2 , que la possibilité [26]:

$$A_\mu = iF(Q^2)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon_1^\nu q_1^\rho q_2^\sigma$$

où $Q = q_1 + q_2$.

Tout est donc calculable dans ce processus. Faisons un aparté sur une de ces choses désormais accessibles: P_τ , la polarisation du τ . Comme ce canal ne bénéficie pas d'une statistique très élevée, voyons si par contre sa sensibilité l'est. On la définit par: $S = 1/(\Delta P_\tau \sqrt{N})$ où ΔP_τ désigne l'erreur obtenue sur la mesure de la polarisation dans ce canal avec une statistique de N événements. Cette sensibilité est grossièrement donnée par l'écart quadratique moyen de la distribution de ξ (appendice D), variable optimale pour la mesure de P_τ . On trouve $S_{\omega\pi} \simeq 0.2$ comparé à $S_\rho = .52$ ou $S_\pi = .6$ qui ont en plus une statistique supérieure. L'apport de ce canal est donc probablement inintéressant pour la mesure de la polarisation du τ .

Densité de Dalitz de $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Considérons la désintégration forte d'un méson isoscalaire ω en 3 pions dans son référentiel

au repos. Ecrivons l'amplitude:

$$\langle 3\pi | T_\mu | \omega \rangle = A_\mu(\vec{p}_i, E_i)$$

où $i \in \{1, 2, 3\}$ indexe les pions: $\sum \vec{p}_i = \vec{0}$ et $\sum E_i = m_\omega$. La parité est conservée par l'interaction donc $PTP^{-1} = T$, et, ω ayant la parité $P_\omega = -$, c'est aussi la parité des 3 pions. Par conséquent:

$$\begin{aligned} A_\mu(\vec{p}_i, E_i) &= (\langle 3\pi(\vec{p}_i) | P^{-1} \rangle) (PT_\mu P^{-1}) (P | \omega \rangle) \\ &= (- \langle 3\pi(-\vec{p}_i) |) (T_\mu) (- | \omega \rangle) \\ &= A_\mu(-\vec{p}_i, E_i) \end{aligned}$$

C'est à dire que A_μ est un pseudo-4V.

D'autre part I est conservé donc $I_{3\pi} = 0$ ce qui impose la classe de symétrie (111). Par conséquent la fonction d'onde est totalement antisymétrique dans les permutations des pions ce qui impose à A_μ de contenir $\epsilon^{ijk} p_i p_j p_k$.

On est alors conduit à:

$$A_\mu \propto \epsilon^{ijk} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_i^\nu p_j^\rho p_k^\sigma \propto \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\nu p_2^\rho p_3^\sigma$$

Tout facteur de forme dépendant des invariants du système hadronique est bien sûr susceptible de multiplier A_μ . Si nous le supposons \approx constant, nous obtenons une densité à l'intérieur du Dalitz plot $\propto ||\vec{k}_1 \wedge \vec{k}_2||^2$. Cette densité est représentée sur la figure 1.5 dans le plan $(m_{(\pi_2, \pi_3)}^2, m_{(\pi_1, \pi_3)}^2)$. Il est bien connu que cette densité décrit correctement la désintégration du méson ω . Seule la zone cinématiquement admissible est visible sur la figure. La densité en dehors de cette zone est plus basse et n'a pas été représentée. Il apparaît que les événements sont concentrés dans une petite région au coeur du diagramme. Cette caractéristique nous fournira une méthode pour les séparer des autres canaux, notamment de $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$.

Angle χ et courants de 2^{ème} espèce

Le système $\omega\pi$ fournit également un test pour les courants de 2^{ème} espèce. Il consiste à étudier l'état orbital entre le ω et le pion restant à l'aide de l'angle χ . χ est l'angle entre la normale au plan de désintégration du ω et la direction de vol du pion restant dans le référentiel au repos du ω (figure 1.6). Chaque état $J^P(l)$ du système $\omega\pi$ possède une distribution de $(\cos \chi)$ caractéristique ainsi que le montre la figure 1.7. Or $G_{(4\pi)} = +$, donc nous nous attendons à ce que $J^P = 1^-$ pour $(\omega\pi)$ ce qui impose une orbite $l = 1$ entre ω et π (on néglige les ondes $> d$). Une onde s ou d conduirait à $J^P = 1^+$ (favorisé par la résonance $b_1(1235)$) qui viole la G-parité. On observe donc la distribution de $\cos(\chi)$ dans laquelle toute déviation de la distribution standard révélerait la présence de courants de 2^{ème} classe. Montrons à titre d'exemple que la distribution standard, correspondant au courant de 1^{ère} classe, est:

$$d_{s,t}(\chi) = (3/4) \sin^2 \chi$$

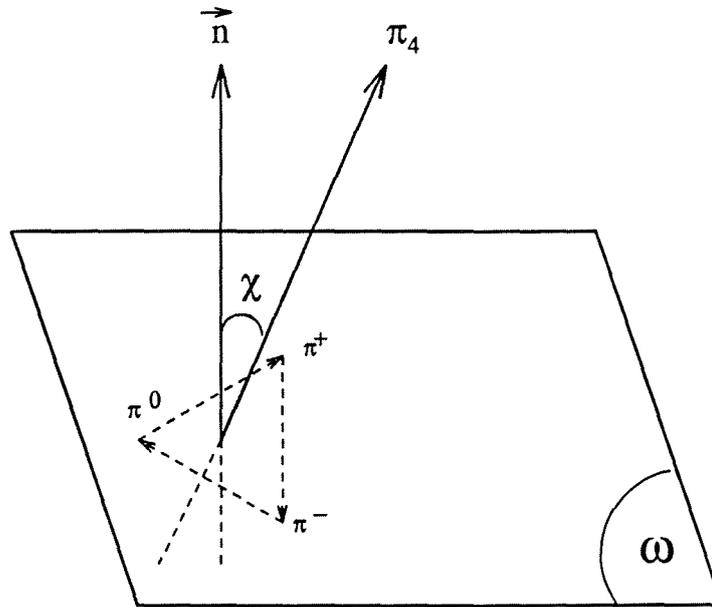


Figure 1.6: Définition de l'angle χ

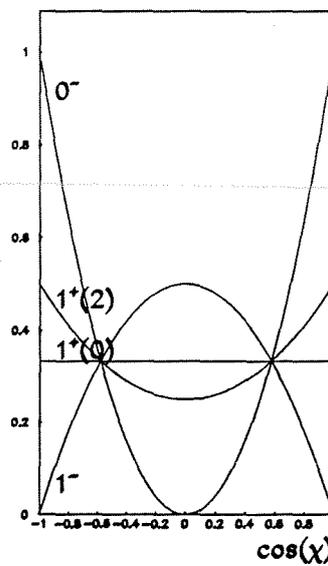


Figure 1.7: Distribution de $\cos(\chi)$ pour différents $J^P(l)$ du système $\omega\pi$

- Dans le référentiel au repos des 4 pions, appelons s_1 l'hélicité du ω . Puisque la projection du moment orbital sur cet axe est 0 et que le moment total est $J = 1$, $s_1 = \pm 1$. En effet si $s_1 = 0$ on a un état $|Jm\rangle = |1\ 0\rangle$ composé de 2 états $|1\ 0\rangle$ ce qui ne se peut pas.
- Dans le référentiel au repos du ω , appelons s_2 la projection du spin de ω sur l'axe \vec{n} , normal à son plan de désintégration. Considérons $R = \exp(i\pi J_n)$ le renversement autour de cet axe et S la symétrie orthogonale par rapport au plan des pions. En ce qui concerne les 3 pions, S laisse invariante leurs positions et impulsions. Mais S est un anti-déplacement et donc, comme la parité d'espace, change le signe de la fonction d'onde à cause de la parité intrinsèque négative de (3π) . D'autre part, $S = P \circ R$: P appliqué à $|\omega\rangle$ change le signe ($J_\omega^P = 1^-$), et R introduit le facteur $(-1)^{s_2}$ venant de $Y_1^{s_2}(\theta, \phi) = f(\theta) \exp i s_2 \phi$, ϕ étant l'angle de rotation autour de \vec{n} . Finalement $-1 = -(-1)^{s_2}$ donc $s_2 = 0$.
- L'amplitude d'obtenir l'angle χ est donc fournie par l'élément d'opérateur de rotation $d_{1, s_2}^1(\chi) = d_{1\ 0}^1(\chi)$ et par conséquent:

$$d_{1, s_2}(\chi) \propto |d_{1\ 0}^1(\chi, \phi)|^2 \propto |Y_1^1(\chi, \phi)|^2 \propto \sin^2 \chi$$

On peut par des arguments semblables établir les diverses distributions représentées sur la figure 1.7 (et normalisées à la même somme).

1.8.4 Situation Expérimentale

Ce canal a été étudié en détail par la collaboration ARGUS. En 1987, elle a publié ses résultats sur le rapport de branchement, la fraction de $\omega\pi$ à l'intérieur de $3\pi\pi^0$ et la distribution de l'angle χ (voir ci-dessus). On peut les résumer ainsi [35]:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0) & = 4.2 \pm .5_{stat.} \pm .9_{syst.}\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi) & = 1.5 \pm .3_{stat.} \pm .3_{syst.}\% \\ courants\ 2^{ème}\ classe & \leq 50\% (90\% C.L.) \end{cases}$$

Ces résultats sont en très bon accord avec les dernières prédictions CVC [37]:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)_{CVC} & = 4.20 \pm .29\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi)_{CVC} & = 1.79 \pm .14\% \end{cases}$$

La fraction de $\omega\pi$ a été remise à jour avec une statistique accrue (de 560 à 1350 candidats $3\pi\pi^0$) dans un nouvel article [17] qui s'attaquait également à l'étude de la résonance ρ dans ce canal. Elle est passée de $32 \pm 5\%$ à : $33 \pm 5\%$ tandis que les différentes charges de ρ mesurées sont (pour un τ négatif) :

sous - processus	fraction de $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)$ (%)
$\rho^0 \pi^- \pi^0$	30 ± 4
$\rho^- \pi^+ \pi^-$	26 ± 5
$\rho^+ \pi^- \pi^-$	10 ± 3

CLEO a également vérifié la distribution de l'angle χ et conclu à l'absence de signal non-standard. Tout récemment ([32] Bruxelles 95), cette collaboration a remis à jour les rapports de branchement pour $3\pi\pi^0$ et $\omega\pi$ à partir d'un échantillon de 2.8 millions de paires de τ . Le résultat est:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3h\pi^0) &= 4.23 \pm 0.06_{stat} \pm 0.22_{syst} \% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi) &= 1.95 \pm 0.07_{stat} \pm 0.11_{syst} \% \end{cases}$$

1.8.5 Complément expérimental sur $3\pi^\pm 2\pi^0$

Ce canal, difficile expérimentalement, a été récemment analysé par l'expérience CLEO. Avec 670 candidats, ils obtiennent [29]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) = 0.48 \pm 0.04_{stat.} \pm 0.04_{syst.}\%$$

Ce résultat est obtenu en normalisant l'échantillon au rapport de branchement topologique du τ en trois traces. Si le rapport en question est réactualisé, ce résultat devient:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)_{corr.} = 0.50 \pm 0.06\%$$

Un important pic autour de m_ω dans le spectre de masse ($\pi^+\pi^-\pi^0$) fournit aussi une proportion de $\omega\pi\pi^0$ dans $3\pi 2\pi^0$ de: $81 \pm 6 \pm 6\%$. Ce chiffre doit encore être corrigé d'acceptance.

La mesure du rapport de branchement a également été effectuée dans Aleph par une méthode globale très différente de celle que nous utiliserons ici. Le résultat est [39]:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3h 2\pi^0) &= 0.64 \pm 0.07_{stat} \pm 0.07_{syst}\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3h 2\pi^0) &= 0.63 \pm 0.09_{stat} \pm 0.07_{syst}\% \end{cases}$$

où le premier résultat est quasi-exclusif et le second exclusif pour 3 hadrons et 2 π^0 . La contribution kaonique étant soustraite du second résultat, on obtient:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi^\pm 2\pi^0) = 0.62 \pm 0.1\%$$

[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page]

Chapitre 2

Dispositif Expérimental

2.1 Bref aperçu du L.E.P.

Le LEP est à ce jour le plus grand collisionneur électron-positron du monde. Il est situé sur le site du Centre Européen de Recherche Nucléaire à proximité de Genève. Sa circonférence d'environ 27 km permet d'atteindre au maximum des énergies dans le centre de masse d'environ 200 GeV. Dans sa première phase de fonctionnement, le LEP opère autour de la masse du boson Z^0 soit 91.2 GeV. Les données ainsi récoltées entre l'été 1989 et l'automne 1993 sont analysées dans cette thèse. Une seconde phase qui devrait commencer en 1995 a pour but d'atteindre progressivement 175 GeV: énergie où la production de paires de bosons W devient possible.

Les positrons, créés à partir d'un faisceau d'électrons projetés sur une cible de tungstène, sont, comme les électrons, tout d'abord accélérés jusqu'à 600 MeV dans un accélérateur linéaire, puis successivement jusqu'à 3,5 GeV dans le synchrotron à protons, jusqu'à 20 GeV dans le supersynchrotron à protons et finalement jusqu'à l'énergie de collision dans le LEP. Ce dernier comprend quelques milliers d'aimants pour guider et focaliser les électrons, des cavités radio-fréquences qui accélèrent les particules et compensent leur perte d'énergie par rayonnement synchrotron et enfin quatre zones spécialement aménagées pour réaliser les collisions entre électrons et positrons et recevoir les détecteurs qui les analysent.

Les processus physiques qui nous intéressent se produisent avec la fréquence: $f = \mathcal{L}\sigma$, où \mathcal{L} est la luminosité au point d'interaction et σ la section efficace du ou des processus considérés. Puisqu'on ne peut rien faire pour améliorer cette dernière (excepté se placer à la bonne énergie), il faut s'efforcer de réaliser la luminosité la plus élevée possible. Celle-ci est caractéristique de l'accélérateur et vaut à chacun des 4 points d'interaction du LEP:

$$\mathcal{L} = \frac{N_e N_p f n}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$$

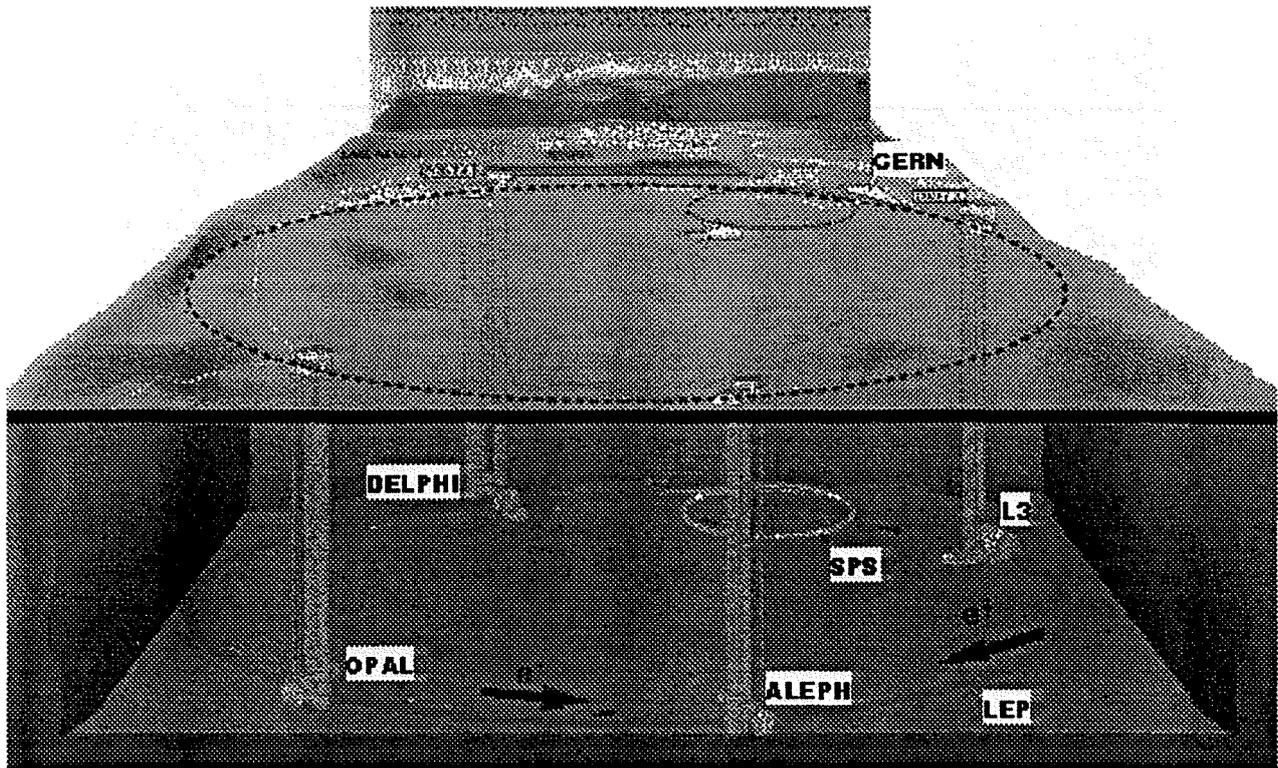


Figure 2.1: Vue de l'anneau du LEP avec ses 4 points d'interaction.

où N_e et N_p désignent respectivement les nombres d'électrons et de positrons dans les paquets en collision, n le nombre de ces paquets par faisceau, f leur fréquence de révolution et $\sigma_{x(y)}$ leurs dimensions transverses. La luminosité nominale du LEP est: $\mathcal{L}_0 = 1.1 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Les bonnes (par instants mieux que nominales !) performances de l'accélérateur ont ainsi permis d'enregistrer environ 87.000 paires de τ (utiles) provenant de la désintégration $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ entre 1990 et 1993.

2.2 Le détecteur Aleph

Après une courte introduction, nous présentons brièvement chacun des principaux sous-détecteurs d'Aleph en insistant largement sur le calorimètre électromagnétique (ECAL) dont l'importance est prépondérante dans cette étude. Une description plus détaillée du détecteur se trouve dans [42] et de ses performances dans [43]. Le mécanisme de déclenchement est ensuite évoqué en quelques mots.

2.2.1 Présentation Générale

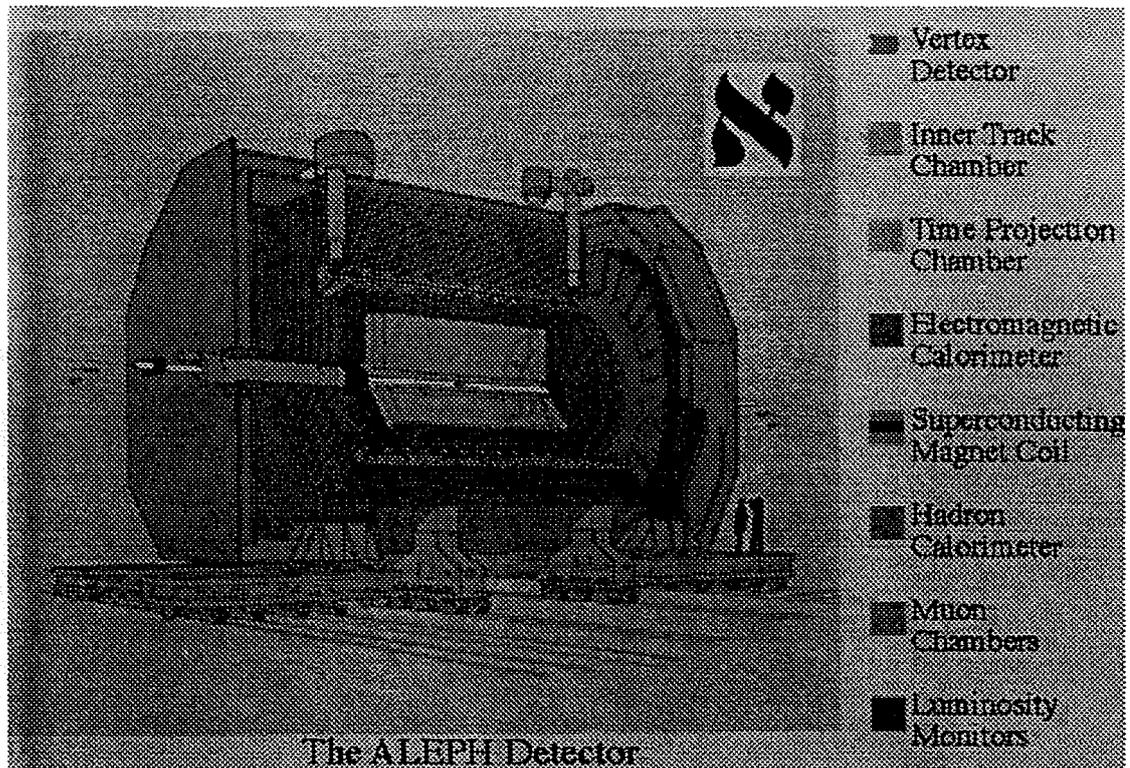


Figure 2.2: Vue générale du détecteur Aleph.

Le détecteur Aleph (figure 2.2) a été conçu pour l'étude précise des paramètres du modèle standard électro-faible, notamment les couplages du boson Z^0 , et la recherche de nouvelles particules: quark top, boson de Higgs, particules supersymétriques... L'accent a par conséquent été mis sur:

- une herméticité et une homogénéité aussi bonnes que possible,
- une bonne granularité (notamment ECAL),
- une grande précision de mesure des énergies et des impulsions,
- une certaine cohérence et robustesse de l'ensemble des parties.

2.2.2 Composition du détecteur

Parcourant le cylindre du détecteur du point d'interaction vers l'extérieur, nous rencontrons successivement:

- A 6 et 12 cm, le détecteur de vertex:
Il permet de reconstruire avec une très grande précision: $\sim 12 \mu m$ en azimuth et en distance longitudinale, des points de la trajectoire des traces chargées proches du point d'interaction. Il assure une meilleure mesure de leur impulsion ainsi que la possibilité de reconstruire les vertex secondaires de désintégrations proches du vertex primaire de production du Z^0 .
- De 13 à 29 cm, la chambre à traces interne:
C'est une chambre à dérive qui fournit une mesure précise: $150 \mu m$ en moyenne, de la position dans le plan transverse des traces chargées. La mesure longitudinale n'a qu'une résolution de 7 cm car elle provient du décalage des temps d'arrivée de l'impulsion née de l'ionisation de la trace aux deux extrémités du fil collecteur. C'est aussi le seul des trois détecteurs de traces chargées qui serve au déclenchement (voir 2.2.4).
- De 31 à 180 cm, la chambre à projection temporelle:
C'est une chambre à dérive tri-dimensionnelle remplie d'un mélange Argon-Méthane et munie aux deux extrémités de rangées de fils proportionnels organisés en secteurs et couplés à des cathodes formant un réseau en damiers. Les électrons ionisés au passage des traces chargées dérivent sous l'effet d'un champ électrique vers l'une des faces instrumentées de la chambre. Leur point d'arrivée fournit la position transverse, leur temps d'arrivée la coordonnée longitudinale du lieu d'ionisation. L'impulsion transverse est mesurée par la courbure des trajectoires sous l'effet d'un champ magnétique longitudinal uniforme de 1.5 T. La résolution obtenue avec cette chambre seule est: $\Delta p/p^2 \simeq 1.2 \cdot 10^{-3} (GeV/c)^{-1}$. L'impulsion complète est alors obtenue à l'aide de l'angle polaire donné par la trajectoire. La chambre à projection temporelle joue enfin un rôle important dans l'identification des particules. La mesure de la perte d'énergie due à l'ionisation par unité de longueur (par les secteurs de fils) permet de séparer électrons, pions, kaons et protons avec des performances dépendantes de l'impulsion comme indiqué sur la figure 2.3.
- De 1.85 à 2.25 m, le calorimètre électromagnétique (ECAL): Cette thèse exigeant une analyse très raffinée des photons, les multiples possibilités de ECAL ont été exploitées extensivement. La section suivante est donc consacrée à une description plus poussée de ce sous-détecteur.
- De 3 à 4.7 m, le calorimètre hadronique:
Comme ECAL, il est composé d'un baril fermé par deux bouchons dont la lecture est aussi organisée en tours projectives. Le matériau développant les interactions hadroniques est le fer. Il assure simultanément le retour du champ magnétique généré par la bobine supraconductrice située entre lui et ECAL. Les tours sont lues par des damiers environ 4 fois plus grossiers que ceux du ECAL et sans segmentation en profondeur. De plus chaque module (baril et bouchon) comporte 23 couches de tubes proportionnels qui apportent une information bi-dimensionnelle à la fois analogique (par les fils à l'intérieur des tubes) et digitale (par des bandes conductrices disposées le long de ces fils). L'information

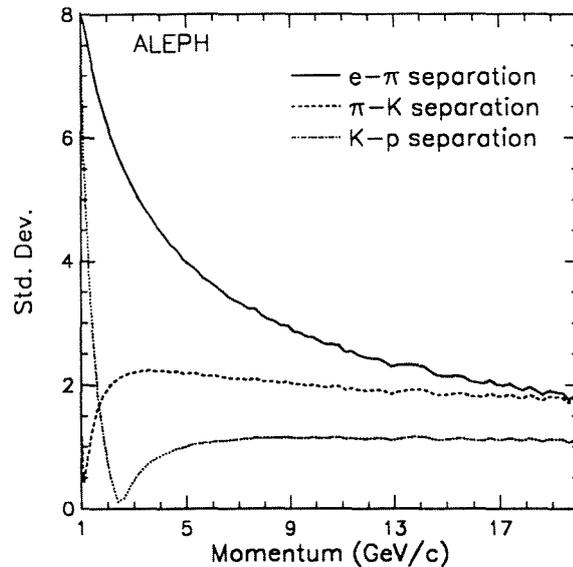


Figure 2.3: Séparation par le dE/dx dans la chambre à projection temporelle en sigmas en fonction de l'impulsion.

analogique est utilisée pour le déclenchement, l'information digitale pour reconstruire la forme des gerbes hadroniques ce qui permet de séparer les muons des hadrons.

- A l'extérieur enfin, les chambres à muons:

Elles comprennent deux couches de tubes qui entourent le détecteur Aleph. En fournissant la position bi-dimensionnelle des traces qui y parviennent, elles servent principalement à signaler les muons qui ont pu traverser le reste des quelques 3000 tonnes du détecteur.

2.2.3 Le calorimètre électromagnétique : ECAL

Le calorimètre électromagnétique est constitué d'une partie cylindrique centrale appelée baril et de deux bouchons, chacune de ces parties se composant de 12 modules azimuthaux (figure 2.4). Les pétales des bouchons sont décalés par rapport aux modules du baril de façon à éviter les zones (azimuthales) "mortes" i.e. non-instrumentées. Chaque module contient 45 couches d'un sandwich de plomb radiateur intercalé avec des chambres à fil longitudinales (anodes) et des cathodes de cuivre organisées en damiers rectangulaires. Un de ces sandwich est représenté sur la figure 2.5.

Les damiers sont arrangés de manière à former des tours projectives de sommet le point d'interaction. Ces tours sont elles dimensionnées afin de maintenir une section normale à la direction d'incidence des photons ou traces constante le long d'un module. Leur lecture

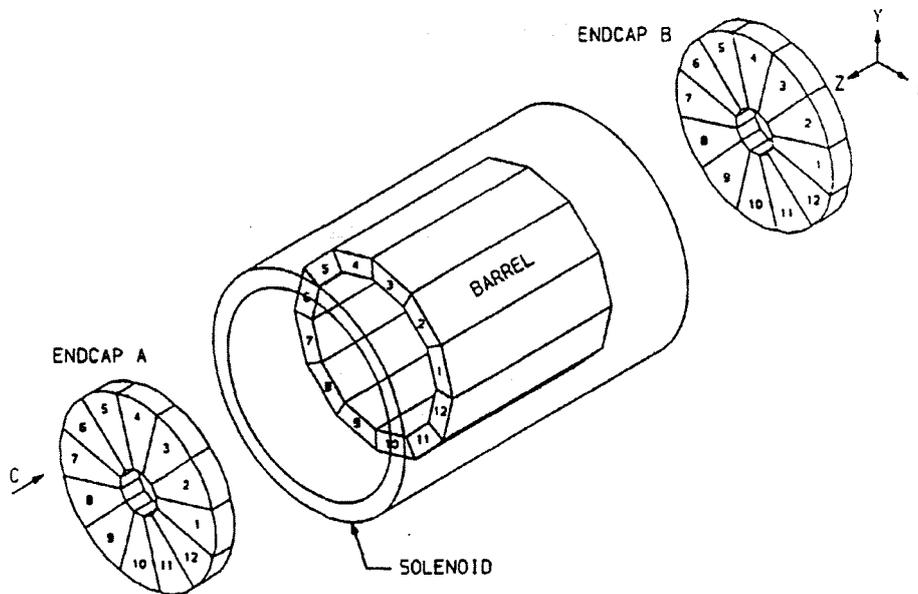


Figure 2.4: Forme générale de ECAL.

est segmentée en 3 étages qui forment les cellules de travail de base et fournissent une information longitudinale sur les gerbes électromagnétiques développées dans les couches de plomb. Le premier étage correspond à environ 4 longueurs de radiation, les second et troisième à 9. L'épaisseur de plomb totale est conçue pour contenir une gerbe électromagnétique de 45 GeV qui est le maximum attendu au LEP.

Les signaux des fils sont quant à eux regroupés par plan. Ils fournissent par conséquent une information précise mais mono-dimensionnelle sur le profil longitudinal de dépôt d'énergie dans un module. Ils contribuent également au mécanisme de déclenchement.

La résolution en énergie est: $\sigma(E)/E = \frac{18\%}{\sqrt{E \text{ (GeV)}}} + 0.9\%$ où le premier terme provient du

principe de ECAL, qui est un calorimètre à échantillonnage, et le second principalement de fuites de la gerbe hors de la zone sensible. Elle est plus mauvaise à bas angle où le rapport zone morte, zone sensible est plus grand ainsi que dans la région de recouvrement du baril avec les bouchons. Diverses corrections à l'énergie sont appliquées aussi bien au départ qu'ensuite après analyse, en fonction de la date, du module, de la position dans le module ... D'autres corrections sont liées à l'algorithme de regroupement de ces étages en agrégats, ce que nous évoquerons en 2.3.2.

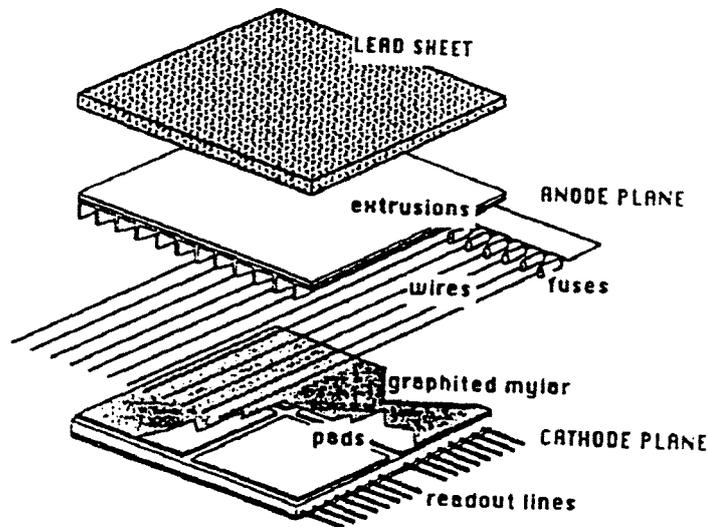


Figure 2.5: Un plan de ECAL. Plomb + Fils + Damiers

La résolution en angle est: $\sigma_{\theta,\phi} = \frac{2.5}{\sqrt{E(\text{GeV})}} + 0.25 \text{ (mrad)}$. On l'obtient en pondérant les angles des étages associés à la gerbe par leur énergie et en corrigeant le résultat de l'effet de la granularité finie de ces étages.

2.2.4 Mécanisme de déclenchement

Le détecteur ne peut enregistrer que quelques événements par seconde. Or les collisions de fréquence $\sim 10^5 \text{ Hz}$ produisent beaucoup plus d'événements parasites. Le mécanisme de déclenchement doit sélectionner rapidement les événements physiquement intéressants. Il se décompose en trois étapes. La première, basée sur des coïncidences de signal entre chambre à traces interne et ECAL ou calorimètre hadronique (ou calorimètres de luminosité pour les événements Bhabhas), dure environ $5 \mu\text{s}$ et déclenche la numérisation de l'événement . La seconde dure environ $50 \mu\text{s}$, temps mis par les électrons d'ionisation pour dériver vers les bords de la chambre à projection temporelle. Elle arrête le processus de déclenchement si aucune trace n'émerge de cette lecture. La dernière étape vérifie la cohérence des signaux entre les différents sous-détecteurs. Si l'événement est alors confirmé, il est transféré sur bande magnétique pour analyse ultérieure. L'essentiel en ce qui nous concerne est que l'efficacité obtenue soit proche de 100% pour tous les types d'événements . L'incertitude sur ce chiffre en ce qui concerne les événements $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ est dûe uniquement à la statistique et vaut 0.05%. Le taux de déclenchement

provenant de Z^0 est typiquement (à luminosité moyenne) de 0.5 Hz.

2.3 Méthodes de reconstruction

2.3.1 Traces chargées

La reconstruction des traces chargées commence dans la partie la plus externe de la chambre à projection temporelle. On tente d'associer au mieux les points obtenus en hélices d'axe parallèle aux faisceaux. Les segments d'hélice sont ensuite extrapolés à la chambre à traces interne puis au détecteur de vertex. L'ajustement final reprend les paramètres initiaux en tenant compte de toute l'information, y compris les diffusions multiples à la traversée des parois entre sous-détecteurs. Pour un événement $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$, 98.6% des traces traversant au moins 4 rangées de damiers de la chambre à projection temporelle sont bien reconstruites.

La résolution en impulsion et en position dépend beaucoup de la présence ou non de points associés à la trace dans la chambre à traces interne et dans le détecteur de vertex. La première passe de $\Delta p/p^2 \simeq 1.2 \cdot 10^{-3} (GeV/c)^{-1}$ mentionné ci-dessus à $0.6 \cdot 10^{-3} (GeV/c)^{-1}$ pour une trace ayant des points dans les 3 sous-détecteurs. La seconde, pour des traces de 45 GeV provenant de $Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$, passe de 310 (808) microns en transverse (longitudinal) à respectivement 23 et 28 microns. Ces résolutions sont celles du paramètre d'impact obtenues en observant la distance entre les traces du μ^+ et du μ^- .

2.3.2 Photons

La reconstruction des gerbes électromagnétiques est de loin plus cruciale pour l'étude expérimentale qui suit. L'algorithme GAMPEX ([47],[40]) se base sur la recherche parmi les étages de ECAL de maxima d'énergie locaux auxquels sont associés progressivement les étages voisins i.e. possédant avec eux une face commune. Le processus de démarrage et d'association à un amas est mené à bien successivement dans les première, deuxième puis troisième couches du calorimètre. On constitue ainsi des agrégats connexes qui forment un photon, ou une gerbe associée à une trace chargée, selon leur proximité à l'extrapolation de celles-ci. Diverses coupures sont appliquées d'emblée par cet algorithme. Des seuils en énergie pour le démarrage et la totalité d'un agrégat ainsi que son extension sur au moins deux couches consécutives sont notamment exigés.

L'algorithme fournit ensuite principalement deux types de renseignements: des indicateurs de la qualité de l'agrégat et des estimateurs de ses caractéristiques. Les premiers renseignent sur le profil de déposition d'énergie, la proximité aux zones problématiques du calorimètre ou aux traces chargées. Les seconds fournissent énergie et position après diverses corrections qui en général supposent que l'agrégat correspond bien à un et un seul véritable photon.

Mentionnons pour les premiers:

- Les fractions d'énergie par couche: on demande en général plus de deux tiers pour la somme des deux premières.
- La fraction d'énergie dans les quatre tours centrales: c'est un indicateur de la compacité de la gerbe.
- La proximité de la tour originelle du photon à une zone morte: on pourra par exemple exclure les photons dont l'origine se trouve dans une tour adjacente à un bord de région.
- La distance à la trace chargée la plus proche: c'est un ingrédient essentiel pour l'estimateur de faux photon hadronique.

D'autres estimateurs ont encore été utilisés dans la partie expérimentale:

- La "masse" de l'agrégat: quantité dérivée des moments de la distribution d'énergie transverse qui mesure plus ou moins la compacité de celui-ci. Cet estimateur permet en particulier de reconnaître parfois les π^0 dont les deux photons sont trop proches pour être d'emblée séparés par GAMPEX. Il faut en général comparer cette masse avec l'énergie de l'agrégat pour distinguer photon unique de deux photons agglutinés (voir section 4.2).
- La distance angulaire entre les barycentres d'énergie de deux couches successives de l'amas: Elle est beaucoup plus basse pour un véritable photon que pour un résidu d'interaction hadronique. Ces derniers tendent en effet à produire des gerbes plus diffuses.
- La fraction d'énergie partagée avec les amas voisins.
Lorsqu'une fluctuation du profil d'énergie transverse produit un maximum local à l'intérieur de la queue de ce profil, un amas factice peut être constitué. On comprend cependant qu'il aura tendance à avoir une large fraction de son énergie sur sa frontière avec le photon "mère".

Pour les estimateurs d'énergie et de position:

- L'énergie provient des valeurs relevées dans les quatre tours centrales uniquement afin de minimiser les effets de la procédure d'agrégation et ceux dus à la proximité d'interactions hadroniques. Un facteur correctif basé sur un paramétrage des gerbes électromagnétiques est ensuite appliqué. Ce facteur tient compte de la taille réelle variable des tours ainsi que de la distance du barycentre d'énergie au centre des 4 tours. D'autres corrections sont encore appliquées pour les pertes d'énergie par fuite ou absorption ainsi que pour la saturation de l'amplification de l'ionisation.

- Les angles polaires et azimuthaux du photon sont donnés à la fois par la position de son barycentre d'énergie et par celle de son lieu d'origine. La première est corrigée d'un effet dit de courbe en "S" provenant du fait que la granularité des étages de ECAL est comparable à la taille caractéristique d'une gerbe électromagnétique. La seconde est donnée: transversalement par une moyenne des positions des vertex primaires sur les évènements environnants, longitudinalement par la valeur moyenne sur cet évènement des positions le long de l'axe du faisceau de ses différentes traces.

Enfin, deux autres estimateurs plus complexes ont été utilisés dans le but d'identifier les faux photons provenant pour l'un de fluctuations de gerbes électromagnétiques et pour l'autre de résidus d'interaction hadronique. Il est en effet nécessaire pour une étude de précision concernant les photons calorimétriques de prendre en compte deux effets qui induisent l'algorithme de reconstruction des photons à se tromper dans son comptage:

Le premier réside dans le fait qu'une gerbe électromagnétique peut occasionnellement présenter dans son profil transverse de déposition d'énergie une fluctuation de nature à créer un maximum local. Ce maximum peut sous certaines conditions provoquer dans l'algorithme la germination d'un nouveau photon qui ne correspond pas à un photon "physique".

L'autre effet est lié à la difficulté de simuler adéquatement les interactions hadroniques dans ECAL. Les gerbes de cette nature sont plus diffuses que les gerbes électromagnétique et contiennent des π^0 qui vont provoquer par endroits des gerbes électromagnétique dont certaines peuvent être reconstruites par GAMPEX en tant que photons "primaires".

Les deux estimateurs utilisés sont basés sur des méthodes de vraisemblance comparant les formes respectives des spectres de quelques variables particulièrement discriminantes pour d'une part de "vrais" et d'autre part de "faux" photons. L'obtention sans biais et avec une bonne pureté d'échantillons de ces "vrais" et "faux" photons constitue en elle-même une part importante et spécialement délicate de la construction de ces estimateurs.

La plupart des variables utilisées ont déjà été mentionnées ci-dessus. Les plus importantes sont, dans le premier cas, dit des "faux photons électromagnétiques": la fraction d'énergie des quatre tours centrales avoisinant l'agrégat mitoyen et la position relative de ceux-ci: distance angulaire des barycentres comparée à leur disposition relative (selon la diagonale ou l'arête des damiers); dans le second ("faux photons hadroniques"): la distance à la trace chargée la plus proche et le profil longitudinal de la gerbe. Dans les deux cas, les "faux" photons sont presque tous de basse énergie i.e. en-deçà de 1.5 GeV.

On établit les distributions de référence en tenant compte à la fois de leurs corrélations et des particularités de ECAL: bords de régions, recouvrement bouchon-baril, ... L'utilisation de tels estimateurs se justifie par le recouvrement souvent important de ces distributions entre "bons"

et "mauvais" photons. La section 4.2.5 de l'étude expérimentale fournit un exemple de l'efficacité de ces estimateurs.

(1)

Chapitre 3

Méthodes générales de sélection

3.1 Nombre total de τ

Tous les rapports de branchement mesurés dans cette étude font usage du nombre total d'événements $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ produits dans Aleph. Il faut donc pouvoir l'estimer avec précision. On peut procéder de deux façons: soit mettre au point une sélection d'événements $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$, soit faire une sélection hadronique et en déduire le nombre de τ à l'aide du rapport $R_\tau(\sqrt{s}) = \frac{\Gamma(Z^0 \rightarrow q\bar{q})}{\Gamma(Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-)}$. Les deux approches donnent des résultats similaires. Cependant, la seconde, pour être plus indirecte, n'en est pas moins plus précise à condition d'admettre que la valeur de R_τ en fonction de l'énergie dans le centre de masse, notée \sqrt{s} , est très bien connue. En effet, le nombre d'événements hadroniques est plus précis que celui des τ à cause de leur quantité environ 20 fois supérieure. Nous utilisons la valeur théorique de R_τ que nous supposons mieux connue que les autres ingrédients entrant dans l'estimation de $N_{\tau\tau}$.

Pour les années 1990 à 1992, nous relevons les nombres de hadrons donnés par la "sélection TPC" ([48], [49]). Il s'agit d'une sélection standard dans la collaboration Aleph, basée sur le nombre et l'impulsion des traces chargées uniquement. On prend soin de ne compter que les hadrons correspondant à des périodes de fonctionnement satisfaisant du détecteur. Là encore nous utilisons des critères de qualité standards mis au point par le groupe de travail électrofaible d'Aleph. Ces chiffres sont ensuite corrigés de l'efficacité et de la contamination en τ et en événements " $\gamma\gamma$ " de cette sélection. Pour 1993, nous prenons directement les nombres finaux corrigés de hadrons obtenus par la sélection TPC corroborée par une sélection indépendante car basée sur les calorimètres électromagnétique et hadronique uniquement. En raison de cette combinaison de méthodes et des périodes hors pic du Z^0 , nous avons laissé à la responsabilité des auteurs les corrections d'efficacité et de contaminations ainsi que les estimations d'erreurs systématiques.

De 1990 à 1992, nous relevons pour les données jugées de qualité suffisante (bon fonctionnement des sous-détecteurs utiles) :

	1990	1991	1992
N_{had}	146900	286100	677700
$\mathcal{L} (nb^{-1})$	6900	12000	23580

N_{had} est le nombre d'évènements retenus par la sélection TPC, le nombre de hadrons corrigé est alors:

$$N_{q\bar{q}} = \frac{N_{had} - N_{\gamma\gamma}}{\epsilon_{TPC} + c_\tau}$$

La contamination en évènements à deux photons est proportionnelle à la luminosité intégrée: $N_{\gamma\gamma} = 0.078 \times \mathcal{L}$. Celle en évènements τ est prise en compte par une correction à l'efficacité par le terme: $c_\tau = 0.0032$. L'efficacité de la sélection TPC est: $\epsilon_{TPC} = 97.49 \pm 0.17\%$. Enfin, le rapport hadrons sur τ est de: $R_\tau(91.25 GeV) = 20.615 \pm 0.001$. On obtient alors:

	1990	1991	1992
N_τ	7256	14142	33510
ΔN_τ	23	36	70

L'erreur sur c_τ est de $3 \cdot 10^{-4}$, celle sur $N_{\gamma\gamma}$ du même ordre. Par conséquent:

$$\frac{\Delta N_\tau}{N_\tau} = (0.17\%) \oplus \frac{1}{\sqrt{N_{had}}}$$

i.e. seule l'erreur statistique et celle sur ϵ_{TPC} sont pertinentes ce qui explique les erreurs ci-dessus.

En 1993, il y a eu 4 périodes de prise de données: la première au pic, les 3 suivantes au cours d'une période alternant pic et ailes (à 2 GeV du pic). Regroupant les deux périodes correspondant au pic du Z^0 , nous calculons en chaque point une énergie moyenne à partir de celle de tous les cycles de remplissage du LEP. Celle-ci nous sert à définir un R_τ moyen précis. Le résultat est:

	$N_{q\bar{q}}$	$\langle E \rangle$	$R_\tau(E)$
<i>pic</i> - 2	80109	89.4	20.193
<i>pic</i>	451312	91.2	20.615
<i>pic</i> + 2	122209	93.0	20.406

L'erreur systématique, prise de [50], combinée à $\frac{1}{\sqrt{N_{q\bar{q}}}}$ fournit alors:

(1993)	<i>pic</i> - 2	<i>pic</i>	<i>pic</i> + 2
N_τ	3967	21892	5989
ΔN_τ	15	36	18

3.2 Présélection leptonique

Nous venons de voir que le nombre d'évènements hadroniques $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$ est environ 20 fois celui des évènements τ . Une présélection de di-leptons a donc été adoptée qui élimine les évènements à haute multiplicité ou à grand angle d'ouverture entre les traces chargées. Simultanément, cette présélection exige au moins une trace par hémisphère (dans une variante, une trace ou un photon par hémisphère) ce qui débarrasse de beaucoup d'évènements de type di-lepton de très bas angle ($\leq 16^\circ$). En effet, les traces dont nous parlons doivent compter au moins 4 points reconstruits dans la chambre à projection temporelle et provenir de la région du point d'interaction. L'efficacité de cette présélection pour des évènements τ à l'intérieur de l'acceptance géométrique est de l'ordre de 99.5%. De plus le risque de biais par rapport aux différents états finaux provenant de $\tau^+\tau^-$ est négligeable, sauf peut être si l'on étudie des canaux à 5 pions! Enfin, afin de réduire le bruit de fond d'évènements à deux photons, cette présélection demande au minimum une trace chargée d'impulsion supérieure à 3 GeV. Il reste cependant un certain nombre d'évènements indésirables de type hadronique ou deux photons ainsi qu'une profusion d'évènements de type $Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ ou Bhabha. Nous traitons dans la partie qui vient des outils qui permettent leur élimination efficace sans réduire ni biaiser les évènements τ recherchés.

3.3 Outils de rejet des bruits de fond non- τ

Les bruits de fond après la présélection de di-leptons sont du type:

- $Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$:

Ce sont des évènements facilement reconnaissables grâce à l'identification de particule et au fait qu'ils contiennent presque toujours deux particules parfaitement dos à dos d'énergies proches de celle du faisceau. De toute façon, ils ne ressemblent en aucun cas aux désintégrations étudiées dans cette thèse qui elles contiennent ou bien 3 pions chargés, ou bien plusieurs photons. Cette séparation se fait donc d'elle même et on n'appliquera pas de coupures supplémentaires particulières.

- $(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)\gamma\gamma \rightarrow f^+f^-$:

Les électrons et positrons du faisceau continuent leur chemin dans le tube à vide tandis que les photons de radiation interagissent pour créer une paire de fermions chargés quelconques qui eux sont détectés. Ces évènements sont caractérisés par:

L'absence de trace énergétique: d'où la coupure à 3 GeV de la présélection di-leptonique.

Une acolinéarité importante due au fait que l'essentiel de l'énergie est manquante, emportée par l'électron et le positron dans le tube à vide. C'est cette observable qui

sera utilisée en priorité pour rejeter le cas échéant les évènements à deux photons indésirables.

- $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$:

Ces évènements, dits "Bhabha", ont une grande section efficace, en particulier à bas angle où la "voie t" (échange d'un photon entre e^+ et e^-) est divergente. Nous nous plaçons à plus grand angle et utilisons un estimateur de principe similaire à ceux évoqués plus haut pour les photons. La différence essentielle est que cet estimateur repose uniquement sur un des hémisphères de l'évènement. Cela a deux conséquences bénéfiques fondamentales. Premièrement: aucun biais n'est porté à l'hémisphère analysé, deuxièmement: on peut tester l'efficacité et la force de rejet sur les données elles-mêmes en examinant les hémisphères opposés à ceux traités par cet estimateur. Ce dernier étant de plus (presque) continu, on peut vérifier son comportement comparé sur les données et le Monte-Carlo lorsque la valeur de la coupure est déplacée entre 0 (côté Bhabha) et 1 (côté τ). Les variables principales sont clairement l'identification de particule et l'impulsion.

- $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$:

Ces évènements hadroniques se caractérisent par de grandes multiplicités chargée et neutre ainsi que des angles d'ouverture élevés dûs au fait que les masses totales des hémisphères ne sont pas contraintes à être moindres que la masse du τ . Nous avons donc développé, sur le même principe que l'estimateur pour Bhabhas, un estimateur pour hadrons basé sur ces caractéristiques. L'accent a été mis sur la simplicité et la fiabilité c'est à dire que nous nous sommes restreints à très peu de variables dont la reproduction par le Monte-Carlo est sans problèmes, abandonnant par exemple la multiplicité neutre en dépit de son pouvoir de discrimination. Nous avons conservé, selon le nombre de traces chargées: le nombre de traces plus ou moins proches du point d'interaction, l'angle d'ouverture maximal entre traces ou entre traces et photons, la masse invariante des traces (dans l'hypothèse de pions), l'impulsion maximale ou totale chargée. Les éventuelles corrélations entre ces paramètres ont été prises en compte. Tous ont été comparés avec les données. La population de départ étant le résultat de la pré-sélection de di-leptons décrite ci-dessus, contient environ 8% de hadrons et le reste de τ . En coupant sur un hémisphère, nous isolons donc assez aisément des hémisphères de τ , plus difficilement des hémisphères hadroniques. Ceux-ci sont comparés aux simulations respectives pour vérifier l'accord entre les spectres des variables énumérées ci-dessus. On examine de même les formes respectives des spectres de l'estimateur lui-même entre la simulation et ces hémisphères. On constate que le comportement de celui-ci est correctement décrit par le Monte-Carlo même si l'accord est plus difficile à confirmer pour la population hadronique. Les performances ainsi évaluées pour une coupure moyenne sont: efficacité $\epsilon_\tau = 91.2\%$, facteur de rejet $r_{had} = 93.5\%$. Un exemple d'utilisation pour l'étude du canal $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$, $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ est représenté sur la figure 4.15.

3.4 Identification de particules

Disons un mot des identifications de particules que nous avons jusqu'à présent mentionnées sans détail. Il s'agit principalement de pouvoir distinguer entre électrons, muons et hadrons (en majorité des pions).

- L'identification des électrons repose d'une part sur la chambre à projection temporelle, d'autre part sur ECAL. La première fournit l'impulsion et une mesure de la perte d'énergie par ionisation par unité de longueur qui est particulièrement efficace pour séparer les électrons à basse impulsion: moins de 5 ou 10 GeV (figure 2.3). Le second fournit deux estimateurs de la compacité transverse et du profil longitudinal qui sont plutôt efficaces à plus haute énergie, au delà de 5 GeV. Le premier repose sur le fait que le dépôt d'énergie d'une gerbe électromagnétique, contrairement à une interaction hadronique, est compact et doit donc être largement contenu dans les 4 cellules de chaque couche les plus proches de l'extrapolation de la trace chargée en question. Le second compare la distribution longitudinale du dépôt d'énergie à la forme attendue pour une gerbe électromagnétique .
- L'identification des muons repose elle sur le calorimètre hadronique et bien sûr sur les chambres à muons. Les traces sont tout d'abord extrapolées dans ce calorimètre, en prenant soin de l'effet des absorptions et du champ magnétique, puis on examine le nombre et la disposition des signaux digitaux autour de cette extrapolation. La distinction entre pions et muons repose alors sur la profondeur de pénétration, le nombre, la disposition et la dispersion des signaux digitaux relativement à l'impulsion absolue et à la trajectoire extrapolée de la trace. Ces distinctions ne s'imposent pas si les chambres à muons contiennent des points qui peuvent être sans ambiguïté associés à la trace. Cette association est évidemment beaucoup plus aisée dans un environnement pauvre en traces, même si des diffusions multiples imprévisibles font dévier la trace de sa trajectoire extrapolée.
- Lorsqu'électrons et muons ont été identifiés, les hadrons restants le sont aussi par défaut. Les méthodes utilisées dans l'étude expérimentale appliquent ce principe. On emploie en effet deux estimateurs, toujours basés sur le désormais traditionnel principe de comparaison de distributions de référence, qui séparent l'un les électrons des pions, l'autre les muons des pions. Les variables utilisées ont été en grande partie décrites ci-dessus. Des performances impressionnantes sont obtenues dans l'environnement des événements τ plutôt pauvre en traces chargées:

Identifié	Vrai		
	<i>e</i>	μ	<i>hadron</i>
<i>e</i>	99.5	< 0.01	0.6
μ	< 0.01	99.7	1.1
<i>hadron</i>	0.5	0.3	98.3

3.5 Photons convertis

La quantité de matière rencontrée par un photon crée au point d'interaction est telle qu'il se matérialise dans environ 7% des cas. La figure 4.12 montre le lieu de ces matérialisations qui correspond à la présence des couches du détecteur de vertex (6 et 12 cm) et des parois entre la chambre à traces interne et la chambre à projection temporelle (29 et 31 cm). L'accumulation près de l'origine de la figure du haut est imputable ou bien à des désintégrations de Dalitz du π^0 ($\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$) ou bien à des erreurs d'identification de particules: un événement à 3 pions est pris pour ($\pi e^+ e^-$). Au vu des performances d'identification annoncées ci-dessus, cette seconde source est maîtrisée par l'exigence d'au moins un électron formellement identifié ou d'aucun pion formel selon les cas.

L'algorithme de reconstruction des paires $e^+ e^-$ recherche toutes les paires de traces de charges opposées proches puis fournit pour chacune l'impulsion extrapolée au point de plus grande approche dans le plan transverse. La somme de ces deux impulsions est attribuée à l'hypothétique photon converti. Outre les critères d'identification mentionnés ci-dessus, on demande que la distance minimale d'approche dans ce plan transverse et la masse invariante résultant des deux impulsions extrapolées (sous l'hypothèse d'électrons) soient assez proches des valeurs nulles attendues pour un véritable photon. On pourra aussi le cas échéant établir des bornes au rayon de matérialisation: inférieures pour éliminer entièrement les confusions avec des paires de pions, auquel cas 1% des π^0 (correspondant à $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$) seront systématiquement sacrifiés; supérieures pour éviter les traces proches de ECAL qui proviendraient de retours de celui-ci.

Il arrive que l'une des deux traces de la conversion soit perdue, par manque d'impulsion notamment. On supposera le plus souvent qu'un électron isolé provient d'une telle conversion asymétrique si:

- on ne peut le coupler à un autre électron
- il est formellement identifié comme tel
- sa trajectoire est compatible avec l'hypothèse d'une telle conversion asymétrique. Notamment, vu transversalement, le point d'interaction doit être à l'extérieur de l'extrapolation de la trace.

L'impulsion du supposé photon converti est alors obtenue en extrapolant la trace jusqu'à son premier point reconstruit (le plus proche du point d'interaction). Il est clair que l'erreur commise dans cette méthode est au moins celle de la trace de conversion perdue. En première approximation, on se contentera quand même, comme dans le cas précédent, de négliger l'erreur sur l'impulsion du photon converti devant celle d'un photon calorimétrique lorsque les deux entreront dans un ajustement de π^0 par exemple. La performance obtenue pour ce type de conversions figure sur le bas de la figure 4.12 tandis que le graphe du haut représente le cas de deux traces reconstruites. L'absence de pic à proximité de l'origine est due au critère géométrique ci-dessus (point d'interaction à l'extérieur de l'extrapolation).

Chapitre 4

Canaux contenant le méson η

4.1 Limite sur $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta h$

Nous avons vu (1.7) que la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi$ passe par un courant de 2^{ème} espèce ce qui l'amène autour de 10^{-5} [10]. Le processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K$ vient par contre d'être mis pour la 1^{ère} fois en évidence à la hauteur de $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta K) = 2.6 \pm 0.7 \cdot 10^{-4}$! [31]. L'analyse présente ne distingue pas kaons de pions. La borne supérieure produite concerne donc $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta h)$ où $h = \pi$ ou K .

4.1.1 Sélection

Nous cherchons une borne supérieure au processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta h$ qui proviendrait soit ($h = \pi$) d'un courant de 2^{ème} espèce (voir §1.7), soit ($h = K$) d'un mode supprimé par l'angle de Cabibbo. Ce travail a été réalisé en exploitant l'état final $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ mais peut aisément être complété par l'utilisation de $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. On recherche donc un état final $h \pm 2\gamma$ qui est très majoritairement peuplé par le processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^\pm$, $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$. La sélection employée est donc celle des ρ utilisée dans l'étude de la polarisation [16], moins les coupures sur les masses ($\gamma\gamma$) et ($\pi^\pm \pi^0$) naturellement. L'efficacité de 52% est estimée à l'aide d'un Monte-Carlo qui suppose la désintégration dominée par le canal scalaire résonnant $a_0(980)$. Ceci est suffisant à la précision où nous opérons. On se contente alors d'étudier la queue du pic ultra-dominant dû au π^0 pour y déceler une éventuelle résonance à la masse du méson η .

4.1.2 Méthode

On se place au delà du pic de masse du π^0 sur la région la plus grande possible. Le Monte-Carlo indique un spectre très linéaire entre 400 et 800 MeV: $\chi^2/d.o.f = 0.36$. Quant à un éventuel signal, la simulation du processus $\tau \rightarrow \nu_\tau a_0 \rightarrow \nu_\tau \eta \pi$, nous indique qu'il serait en bonne approximation gaussien centré à 540 MeV de largeur 40 MeV. On peut donc chercher à ajuster sur les données une combinaison droite+gaussienne pour déceler un signal éventuel. Masse et largeur étant extraites de la simulation, l'ajustement ne comporte que deux paramètres: la pente du fond: p et la normalisation relative gaussienne-droite: f . La normalisation globale est celle des données. La fonction utilisée est:

$$h_{(f,p)}(x) = f \exp\left(-\frac{(x - m_\eta)^2}{2 \sigma_\eta^2}\right) + 1 - px$$

Les données étant histogrammées, on prédit dans un intervalle i quelconque:

$$\frac{d_i}{\sum d_i} = \frac{\int_i h}{\int h} \simeq \frac{h_i}{\sum h_i}$$

où d_i désigne le nombre d'entrées dans les données pour l'intervalle i dont la somme s'étend à tous les intervalles, $\int_i h$ désigne l'intégrale sur l'intervalle i qui est approchée par h_i : valeur de la fonction $h_{(f,p)}$ au milieu de cet intervalle. On cherche donc à maximiser le produit sur

tous les intervalles de: $\mathcal{L}_i = \left(\frac{h_i}{\sum h_i}\right)^{d_i}$. La proportion de population due à un signal est alors

donnée par le rapport des intégrales des deux fonctions $\frac{N_\eta}{N_{tot} - N_\eta} = \frac{f \sigma_\eta \sqrt{2\pi}}{\int 1 - px}$. Le nombre d'

événements ainsi obtenu est relié au nombre initial par le Monte-Carlo de signal grâce à:

$$N_\eta = N_\tau Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta h) Br(\eta \rightarrow \gamma\gamma) \epsilon r$$

où $\epsilon = 52\%$ est l'efficacité de la sélection et $r = .95$ une correction de la fraction de signal dont la masse invariante ($\gamma\gamma$) est hors zone d'ajustement.

4.1.3 Résultat et interprétation

L'ajustement ci-dessus fournit:

$$p = 1.14_{-0.05}^{+0.04} \quad f = -.058_{-0.065}^{+0.079}$$

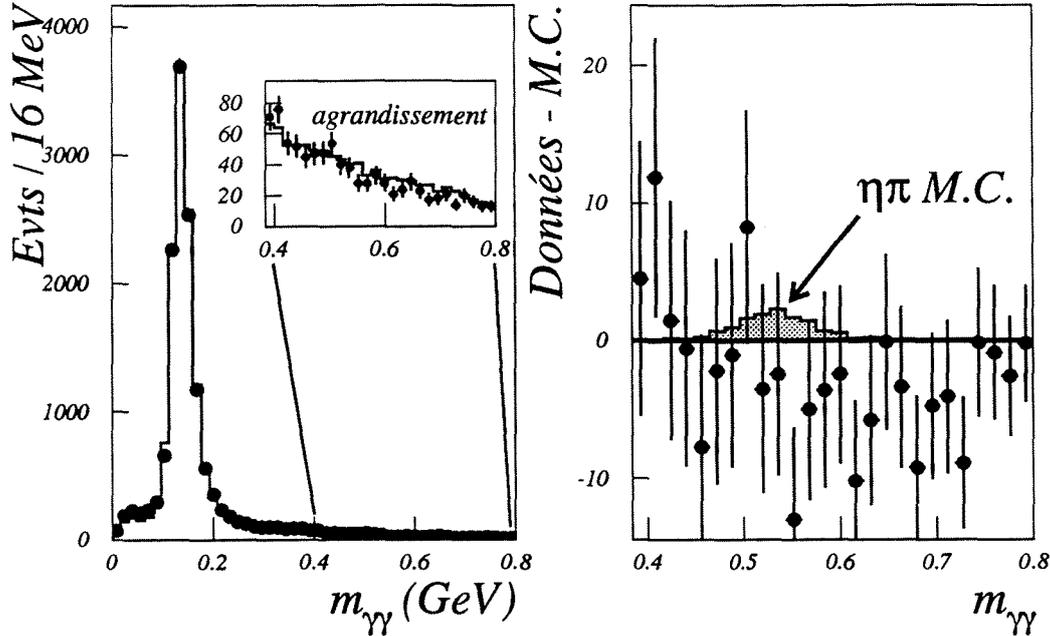


Figure 4.1: Spectre de masse ($\gamma\gamma$) dans π^\pm , $\gamma\gamma$ données et Monte-Carlo (normalisé à N_τ) avec agrandissement de la zone utile. A droite, le signal maximum à 95% C.L. est en grisé sur la différence des deux spectres: données - Monte-Carlo.

Les erreurs sont obtenues par variation de la fonction $-\log \mathcal{L}$ de 4.61 en la minimisant à nouveau par rapport au second paramètre pour chaque nouvelle valeur du premier. Cela est imposé par l'existence d'une anti-corrélation de 20% entre p et f . Une pente de $p_{MC} = 1.11 \pm 0.02$ est obtenue en ajustant le Monte-Carlo ce qui indique une bonne description de la queue du π^0 . La fraction f se traduit en nombre d'évènements par: $N_\eta = -41^{+55}_0$ i.e. l'intervalle à 90% de confiance pour N_η est $[-91; 14]$. Plus précisément, si l'on pouvait réitérer cette mesure un grand nombre de fois, son résultat, qui est la variable aléatoire N_η , tomberait dans cet intervalle dans 90% des cas. Par conséquent, on estime que la valeur de 14 constitue (approximativement) une limite supérieure à 95% de confiance pour le signal, les 5% supplémentaires venant de la partie $[-\infty; -91]$. D'après la formule précédente, cela correspond à:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta h) < 5.6 \cdot 10^{-4} \text{ (95\% C.L.)}$$

4.1.4 Erreurs Systématiques

- L'efficacité de 52% est susceptible de petites erreurs systématiques relatives: 1% dû à

l'identification de particule, 1 à 4% venant de la dynamique résonnante utilisée dans la simulation, 3 à 4% dûs aux "faux" photons, rejetés par des coupures dans le plan (distance - énergie).

- Les quelque 5% de signal sélectionné ayant une masse invariante ($\gamma\gamma$) hors de la zone d'ajustement ont été pris en compte par le facteur $r = .95$. Ils correspondent à la perte d'un des photons produits par la désintégration du méson η compensée par un photon additionnel provenant de l'interaction du pion chargé ou d'une radiation. Une hypothèse très pessimiste serait de se tromper de 20% sur ces effets mais n'entraînerait que $\delta r/r = 1\%$.
- $Br(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$ n'est connu qu'avec une précision relative de 1.3% qu'il faut ajouter à l'erreur systématique.
- Centre et largeur de la gaussienne utilisée dans l'ajustement sont obtenus avec une certaine erreur (1.5 et 1.4 MeV) par simulation. Etant donné l'absence de signal, on comprend que ces erreurs n'ont pas d'importance dans l'établissement de la limite.
- La contamination de l'échantillon par le processus $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$ étant de l'ordre de un pour mille, et la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$, $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ ayant dans $\simeq 10\%$ des cas seulement deux photons reconstruits, on peut s'attendre au plus à 1 ou 2 mésons η parasites dans le spectre étudié. Leur prise en compte ne ferait qu'améliorer la limite obtenue ce dont nous pouvons de toute façon nous passer.

La prise en compte de ces petites incertitudes systématiques conduit à la limite supérieure:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta h) < 5.9 \cdot 10^{-4} \text{ (95\% C.L.)}$$

4.2 Mesure de $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$ par $\eta \rightarrow \gamma\gamma$

4.2.1 Procédure de sélection

- Chaque évènement est séparé en deux hémisphères qui sont étudiés séparément. Dans chacun on demande une et une seule "bonne" trace, i.e. émanant du point de croisement des faisceaux et bien détectée, qui soit positivement identifiée comme pion (en fait comme hadron mais nous négligeons le mode $\eta K \pi^0$). Nous y perdons quelques traces mal reconstruites ou dont l'identification formelle n'est pas possible (parce qu'elles passent dans une fissure du ECAL et dépassent l'impulsion où la perte d'énergie par ionisation suffit à distinguer pion et électron). Nous nous occupons ensuite des photons, calorimétriques ou convertis.

- Tout type de photon devra être à moins de 26° de la trace reconstruite précédemment. Pour un photon reconstruit par GAMPEX, on applique d'emblée des coupures très lâches dont on sait qu'elles n'atteindront pratiquement jamais les véritables photons afin de ne pas dès le départ compter trop de photons. On choisit donc:
 - fraction d'énergie dans le 3^{ème} étage du ECAL inférieure à 35%.
 - distance angulaire entre les barycentres d'énergie de deux étages successifs inférieure à 12 mrad pour un photon de moins de 5 GeV.
 - si la probabilité de "faux" photon électromagnétique est supérieure à 50%, le photon "parent" doit être très vraisemblablement un véritable photon.

Pour un photon converti dont on reconstruit l'électron et le positron: au moins l'un des deux devra être positivement reconnu comme électron et on demande entre les deux traces une distance d'approche transverse et une masse invariante proches de celles d'un véritable photon: typiquement 2.5 cm et 150 MeV. Les traces en question doivent être bien sûr distinctes de celle retenue comme bonne trace et pion et on ne veut pas que plusieurs conversions puissent être admises pour éviter des événements trop confus.

Enfin, si l'on trouve en dehors du pion une et une seule trace dans l'hémisphère identifiée comme électron et d'impulsion au plus 4 GeV; on considèrera qu'il s'agit d'un photon converti dont l'une des traces a été perdue.

Nous retenons finalement les états finaux à 3,4 ou 5 photons.

- Pour éliminer les événements non- τ , on applique une coupure en acolinéarité et deux coupures sur l'hémisphère opposé à celui que l'on considère. De cette manière, l'hémisphère étudié ne peut être biaisé par ce procédé.

L'acolinéarité doit être d'au moins 154° afin d'éliminer les événements photon-photon. On s'aperçoit que moins de 1% des événements sont concernés et il n'y a aucune trace de contribution non-négligeable d'événements moins acolinéaires.

On utilise une probabilité d'être Bhabha par rapport à $Z \rightarrow \tau\tau$ basée principalement sur l'énergie des fils du ECAL et une identification de particule. Là encore, aucune population de ces événements n'apparaît et on perd un peu moins de 4% en exigeant une probabilité inférieure (sévère) de 10%.

Enfin, on emploie une probabilité d'être un événement hadronique ($Z^0 \rightarrow q\bar{q}$) de classe 24 qui se base surtout sur la multiplicité chargée et l'angle d'ouverture entre traces et photons. On exige qu'elle soit inférieure à 50%. On voit cette fois clairement une importante population de ces événements qui représente autour de 13% du total. La plupart sont à très bas angle par rapport au faisceau ce qui explique leur multiplicité inhabituellement basse. La coupure à 50% a une efficacité pour les événements τ de 91.2% et un taux de rejection des événements hadroniques de 93.5% ce qui nous ramène à moins de 1% de contamination. Nous avons vérifié sur les données que ce reste d'événements ne tend pas à ressembler plus au signal que le bruit de fond de τ et donc restera de cet ordre lorsque nous isolerons le signal.

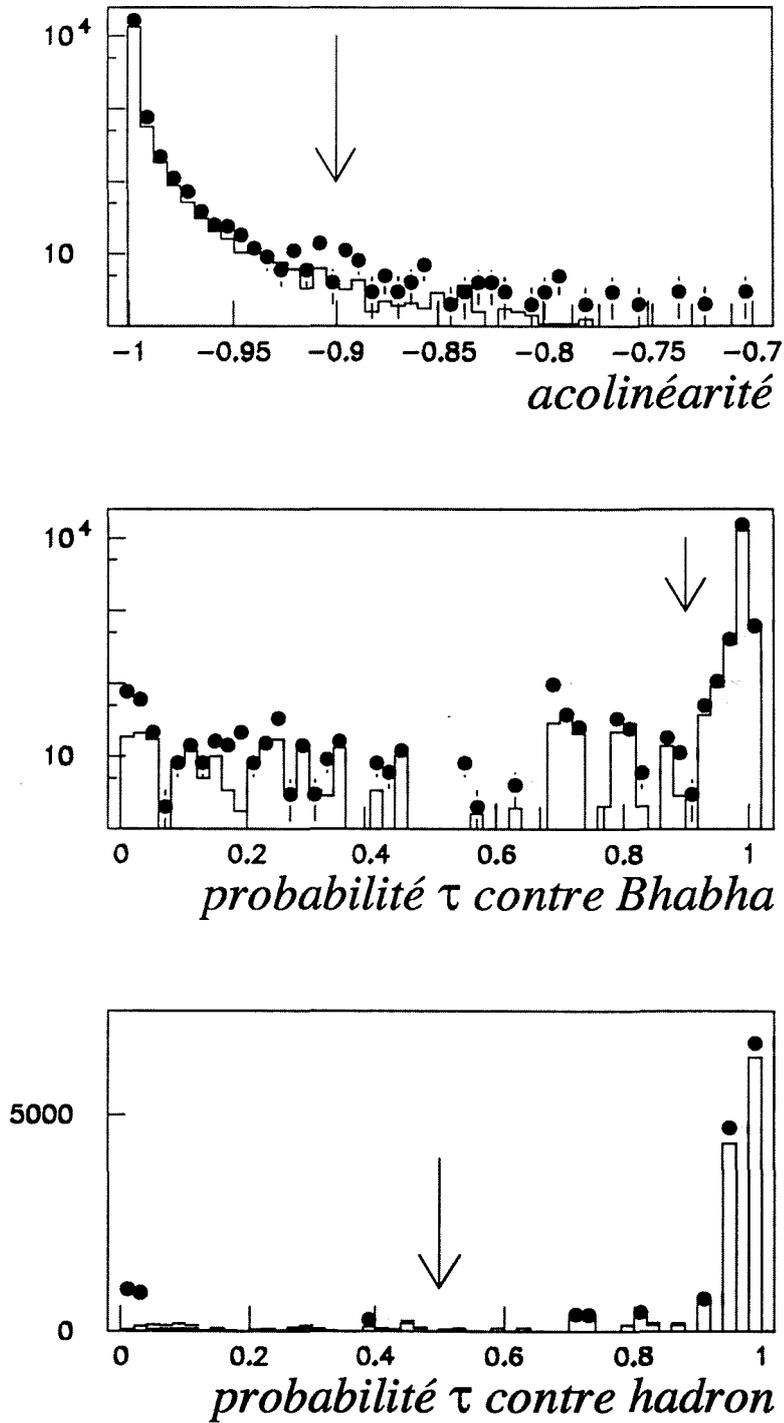


Figure 4.2: Acolinéarité, probabilités de "tau" contre Bhabha et contre $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$ dans la sélection. Points = données et ligne = Monte-Carlo normalisé au nombre de τ

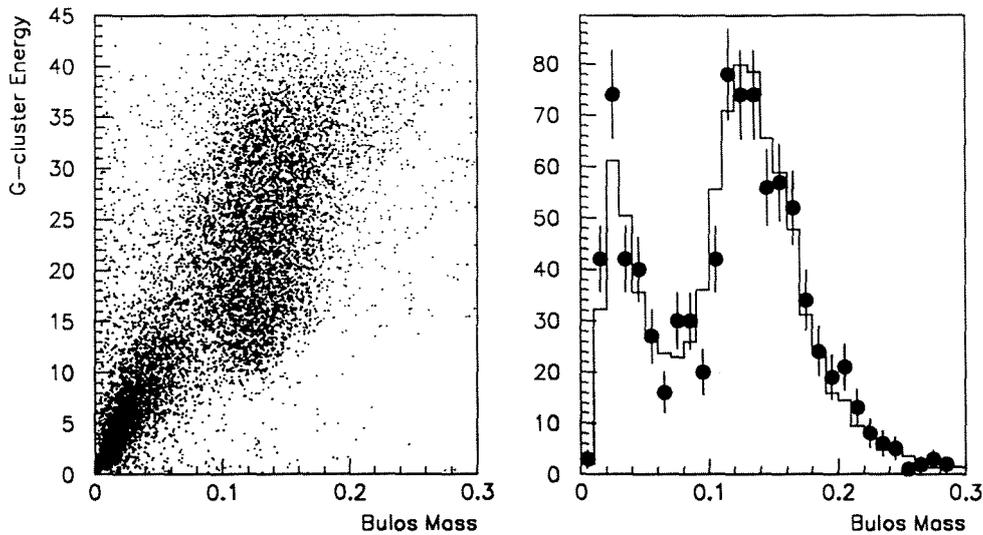


Figure 4.3: Populations dans le plan énergie-masse de photons et de π^0 s fusionnés et projection sur l'axe des masses pour un échantillon enrichi en ces derniers. L'unité des abscisses est le GeV. Le terme Bulos est expliqué dans le texte

Ces coupures sont figurées par des flèches sur la figure 4.2 où le Monte-Carlo, en trait plein, est superposé, après normalisation au nombre de $Z^0 \rightarrow \tau^+ \tau^-$, aux données. L'excès d'événements du côté des τ est surtout dû à une composition différente en canaux de désintégration entre données et Monte-Carlo liée au comptage du nombre de photons. Nous reviendrons en détail sur cette question un peu plus tard.

- Il nous reste alors à juger du nombre de bons photons présents en nous efforçant de minimiser l'effet induit par la quantité supérieure de "faux" photons présents dans les données:
 - Si on a 3 bons photons du point de vue des probabilités de faux photon hadronique et électromagnétique, on tolère donc, le cas échéant, un 4^{ème} photon jugé lui mauvais du point de vue de ces probabilités. On demande d'autre part une collimation supérieure à 11.5° entre ces photons et le candidat pion de façon à se débarrasser des photons de radiation séparés du pion.
 - De même en présence de 4 "bons" photons, on tolère éventuellement un 5^{ème} jugé mauvais par l'une au moins des probabilités de faux photon. On demande de surcroît au plus 18° de séparation entre le pion et le photon le plus lointain toujours pour éliminer les photons de radiation et une masse totale inférieure à 2 GeV pour avoir des événements bien reconstruits.

Pour avoir dans cette topologie un spectre à deux dimensions des masses photon-photon assez propre, nous devons appliquer deux coupures supplémentaires sans lesquelles il serait impossible de discerner un quelconque signal dans la zone (m_{π^0}, m_η) .

Les photons situés dans une région du plan énergie - "masse" compatible avec un π^0 fusionné sont dans un premier temps éliminés. Cette "masse" du photon provient d'une analyse des moments de la distribution transverse de la déposition d'énergie dans ECAL. Si elle est élevée pour l'énergie à laquelle elle correspond, il est probable que l'amas calorimétrique provienne non d'un seul mais de deux photons trop proches pour être séparés comme le montre la figure 4.3 extraite de [40]. Le terme de masse "Bulos" utilisé sur la figure correspond à cette analyse en moments. Cette coupure se révèle d'autant plus importante qu'elle libère plutôt du bruit de fond $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 3\pi^0$ qui devient majoritaire après rejet de $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 2\pi^0$. Dans le même ordre d'idées, les photons dont la fraction d'énergie jouxtant un autre photon est trop élevée ($\geq 75\%$) causent eux aussi le rejet de l'évènement. Les masses invariantes sont en effet très approximatives dans cette situation ce que nous voulons éviter.

4.2.2 Résultat de la sélection

Nous avons obtenu deux lots d'évènements, respectivement à 3 et 4 photons. Les efficacités respectives, obtenues par Monte-Carlo de $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$, sont: $\epsilon_3 = 26.8\%$ et $\epsilon_4 = 17.4\%$. On dispose de 79500 paires de τ dans les données d'Aleph prises entre 1991 et 1993 ce qui nous amène à attendre environ 28 (resp. 18) évènements de signal dans un bruit de fond de 4300 (resp. 2200). Ce fond est estimé par un échantillon Monte-Carlo de 5×10^5 paires de τ . Ce faible rapport signal sur bruit sera surmonté par le fait que le signal contient majoritairement un π^0 de moins que son bruit de fond. Les évènements à 3 "bons" photons, d'après la simulation, se composent de 77% de $\pi 2\pi^0$, 12% de ρ , de quelques états avec kaons tels $KK^0\pi^0$ ou $\pi K^0\pi^0$ et d'un peu de signal. Leur nombre absolu est en très bon accord entre Monte-Carlo et données mais cela n'exclut pas des différences de composition (voir section erreurs systématiques). Les évènements à 4 "bons" photons ont aussi une majorité de $\pi 2\pi^0$ et en second non plus $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho$ mais $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 3\pi^0$. On note leur nombre significativement plus bas dans les données (environ 4 écarts standards). De nouveau, cela sera expliqué dans la section erreurs systématiques. Voyons maintenant le traitement de ces deux lots de données.

4.2.3 Ajustement avec trois photons

Nous gagnons un facteur de l'ordre de 25 dans le rapport signal sur bruit en demandant qu'aucune des trois paires de photons ne soit compatible avec un π^0 puisque le bruit de fond comporte toujours un π^0 physique. Nous jugeons de cette présence ou absence de π^0 sur la base d'un produit de probabilités incluant la qualité des photons et un ajustement cinématique de leurs énergies sous la contrainte d'une masse invariante de π^0 (figure 4.4). Notons que

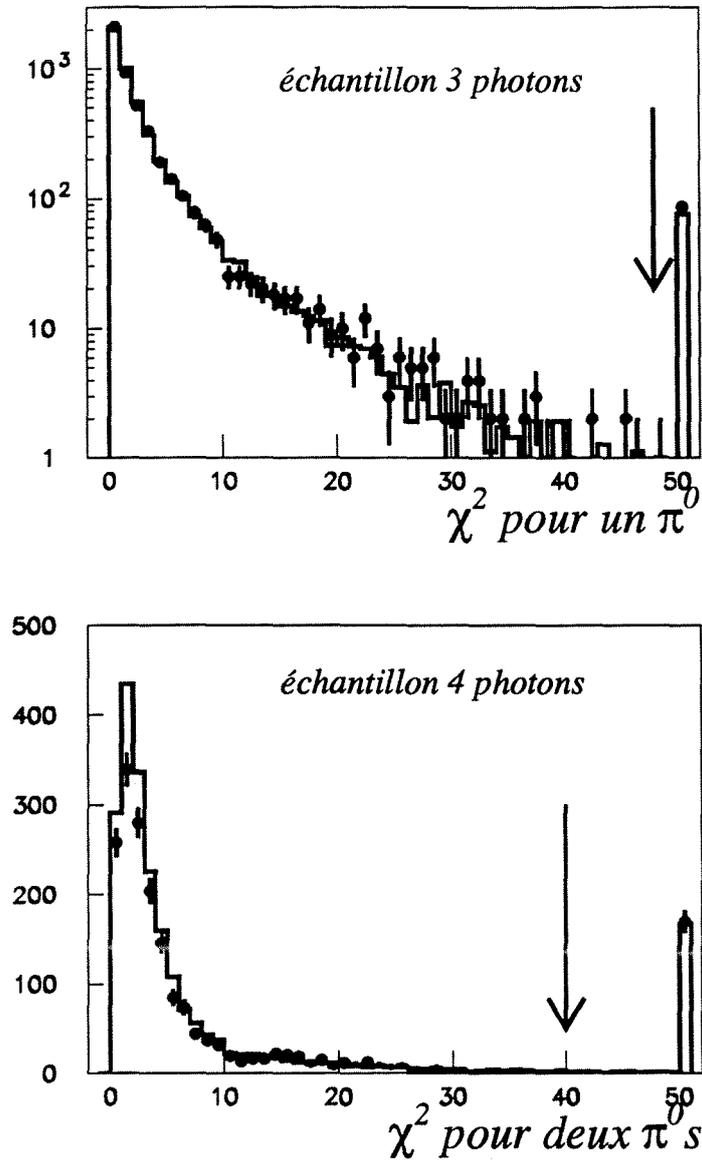


Figure 4.4: χ^2 utilisés pour éliminer le bruit de fond de $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi \pi \pi^0$. En haut pour l'échantillon à 3 photons, en bas pour 4 photons. On note le déficit d'évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 2\pi^0$ à 4 photons.

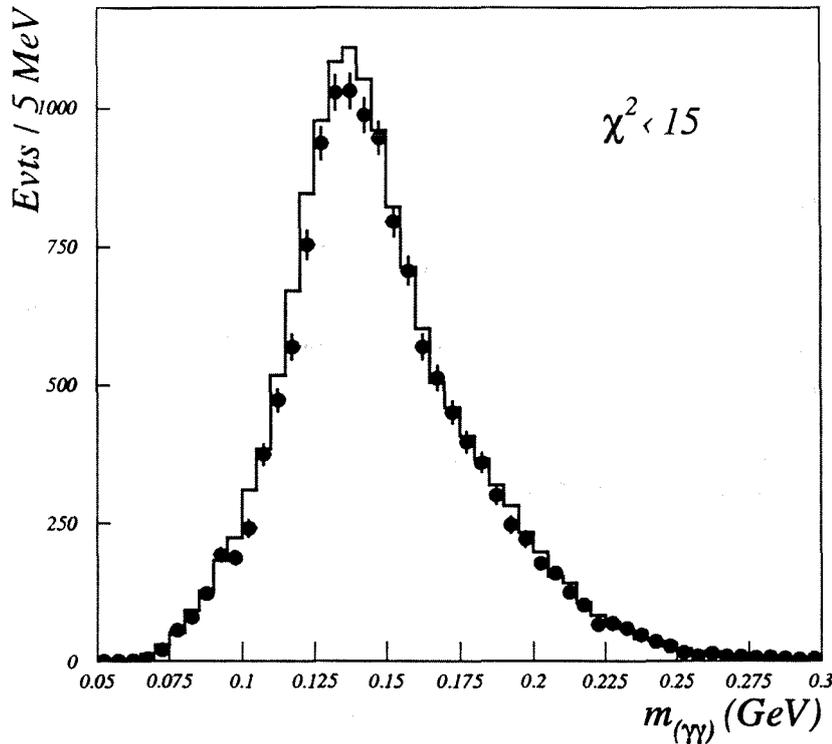


Figure 4.5: Masse invariante entre deux photons de χ^2 à l'hypothèse π^0 inférieur à 15. Le Monte-Carlo est normalisé au nombre de τ produits.

les énergies utilisées pour cet ajustement ont déjà été corrigées pour permettre l'accord entre simulation et données à toute énergie. La coupure effectuée est extrêmement lâche afin d'éliminer le maximum d'évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi \pi \pi^0$. Elle nous contraint cependant pour l'ajustement du spectre de masse photon-photon à nous restreindre à une région qui n'est pas affectée par elle.

Nous séparons ainsi le lot à 3 photons en deux composantes: l'une avec π^0 , l'autre sans. Dans la première on retrouve presque la totalité (98.3%) du bruit de fond. Dans la seconde on préserve 43% du signal. Celui-ci se compose en effet de 80% d'évènements contenant bien le méson η et de 20% où l'un des photons de $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ a été perdu. Cela est dû au fait que les photons provenant de la désintégration du η sont pour des raisons purement cinématiques à la fois plus énergétiques et mieux séparés que ceux du π^0 et par conséquent beaucoup plus faciles à détecter et à reconstruire. La perte de signal "utile", c'est à dire parmi les 80% d'évènements contenant le η , est imputable à la combinatoire et représente 50%. Ce chiffre est si élevé à cause de la grande lâcheté de la coupure. Dans les 20% restants, la perte est de 90% ce qui est normal puisque dans la plupart des cas, il y a vraiment un π^0 à reconstruire. Au total cela fait bien une

perte de 57%.

Pour les événements contenant un candidat π^0 , on examine la distribution de masse invariante de ce candidat (figure 4.5). On constate d'une part que le nombre total est correctement reproduit après normalisation du Monte-Carlo au nombre de τ des données ce qui semble indiquer une efficacité Monte-Carlo correcte pour la topologie ($\pi^\pm, 3$ photons). D'autre part, nous voyons que le spectre de masse π^0 est parfaitement reproduit par la simulation. Un ajustement nous fournit dans les deux cas une masse centrale de 138 MeV pour une largeur de 18 MeV. Cela a nécessité une calibration minutieuse du ECAL en plus de l'application d'une fonction de correction des énergies précisément faite pour réaliser l'accord entre Monte-Carlo et données sur la masse photon-photon indépendamment de cette énergie. On peut en déduire la résolution attendue pour un pic qui serait dû à $\eta \rightarrow \gamma \gamma$. En effet cette masse vaut: $m_{\text{inv}} = 2EE'(1 - \cos \theta)$ pour deux photons d'énergie E et E' faisant un angle relatif de θ et donc: $\Delta(m)/m \propto \Delta(E)/E$ si on néglige la résolution angulaire. De plus ECAL fournit une résolution $\Delta(E) \propto \sqrt{E}$ d'où: $\frac{\sigma_\eta}{\sigma_{\pi^0}} \simeq \frac{m_\eta}{m_{\pi^0}} \sqrt{\frac{E_{\pi^0}}{E_\eta}}$. On voit enfin que en moyenne $E_{\pi^0} \simeq 9 \text{ GeV}$ et $E_\eta \simeq 18 \text{ GeV}$ ce qui nous conduit à une largeur σ_η de l'ordre de 52 MeV.

Pour le reste des événements, on construit la distribution des 3 combinaisons de masse invariante ($(\gamma_1 \gamma_2)$, $(\gamma_1 \gamma_3)$ et $(\gamma_2 \gamma_3)$). Le pic du π^0 en est exclu par définition et on attend pour le signal un pic autour de la masse du méson η de largeur proche de 52 MeV. Nous n'avons pas assez de statistique pour observer ces paramètres à partir des données mais on observe effectivement sur le Monte-Carlo de $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$: $m \simeq 540 \text{ MeV}$ et $\sigma \simeq 55 \text{ MeV}$. On élimine les photons risquant d'être des π^0 collés, i.e. dont les deux photons sont indiscernables à cause du boost du π^0 , en coupant dans le plan énergie-"masse" (voir 2.3.2) ce qui nettoie considérablement le spectre du bruit de fond. On utilise une technique de maximum de vraisemblance pour déterminer le nombre d'entrées provenant de $\eta \pi \pi^0$ dans les données. On effectue l'ajustement dans la zone 260-780 MeV que l'on découpe en 16 segments. Le bruit de fond est représenté par une forme parabolique qui sert uniquement à atténuer sa fluctuation. On prédit dans chaque intervalle i une population $p_i = \alpha_3 e_i + \beta_3 b_i$ (l'indice 3 indique le lot à 3 photons) où b_i représente le bruit de fond d'événements τ normalisé à la luminosité des données et e_i le contenu de l'intervalle prédit par le Monte-Carlo de $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$ normalisé à 1. α_3 est donc le nombre d'entrées dues au signal et β_3 , qui devrait être de l'ordre de 1, le facteur d'échelle à appliquer au niveau de fond pour reproduire au mieux les données. La vraisemblance maximisée est:

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^{16} \exp(-p_i) \frac{p_i^{d_i}}{d_i!}$$

où d_i est le nombre d'entrées observé dans l'intervalle i. On obtient ainsi parmi un total de 126 entrées (dans la zone considérée):

$$\alpha_3 = 24 \pm 13$$

$$\beta_3 = 1.2 \pm .2$$

Si l'on se borne à un simple comptage, augmentant le fond de 20% comme l'indique β_3 , on obtient 25 entrées ce qui est en parfait accord avec l'ajustement (figure 4.6). On obtient par Monte-Carlo 1396 entrées pour 1638 événements de signal et donc: $1396/1638 = \frac{\alpha_3}{N_\tau B_\eta B_{\gamma\gamma} \epsilon_3}$ soit:

$$Br (\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_3 = 1.7 \pm 0.9_{stat.} 10^{-3}$$

4.2.4 Ajustement avec quatre photons

On sépare de même cet échantillon en deux sous-ensembles selon qu'il contient une paire (π^0, π^0) ou non. Celui du signal sera tel qu'aucune des 3 combinaisons possibles ne soit compatible avec l'hypothèse d'une paire de π^0 . Nous effectuons de nouveau une coupure très lâche sur une probabilité calculée de manière similaire à celle utilisée ci-dessus pour 3 photons (figure 4.4). On perd cette fois $\simeq 17\%$ du signal en éliminant 92% du bruit de fond. Notons que ce critère élimine 7 fois plus efficacement $\pi 2\pi^0$ que $\pi 3\pi^0$. Ceci se comprend puisque dans le second cas, supposant que les 4 photons reconstruits proviennent effectivement des 3 π^0 , on voit que dans un cas sur 5 seulement les deux photons perdus proviennent du même π^0 . Le gain de rapport signal sur bruit est donc cette fois d'un facteur 12 et le fond est enrichi en événements du type $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 3\pi^0$ ce qui explique qu'on rejette les cas où un des photons ressemble à un π^0 collé. De nouveau nous devons ajuster les spectres bi-dimensionnels sur une zone hors de l'effet de cette coupure. Sur la base du résultat de CLEO [28], nous attendons environ 15 événements de signal, ce qui fait 45 entrées, parmi un total observé de 465.

Nous construisons donc l'histogramme à deux dimensions de la masse de la plus lourde des paires vis à vis de la plus légère. On aura 3 entrées par événement dont aucune à proximité de (m_{π^0}, m_{π^0}) à cause de la coupure sur le χ^2 à l'hypothèse (π^0, π^0). On observe donc la forme de cet histogramme à proximité de la zone du signal en découpant la région en tranches d'environ deux écarts standards et en recentrant autour de (m_{π^0}, m_η) . Plus précisément, chaque pavé mesure 50 MeV le long de l'axe des basses masses (abscisses sur les figures) et 100 MeV pour la masse haute de sorte que la zone de signal corresponde aux quatre carreaux centrés autour de (0,0) (voir figure 4.7). Nous employons strictement la même technique d'ajustement que dans le cas de 3 photons i.e. $p_i = \alpha_4 e_i + \beta_4 b_i$ est la population prédite du bin "i" avec un bruit de fond b_i prédit par le Monte-Carlo normalisé au nombre de τ produits. On obtient:

$$\alpha_4 = 64 \pm 27 \quad , \quad \beta_4 = .94 \pm .08$$

C'est là encore ce qu'un simple comptage fournirait. Comparant de nouveau ce chiffre aux 2442 entrées obtenues avec 1033 événements de signal donc: $2442/1033 = \frac{\alpha_4}{N_\tau B_\eta B_{\gamma\gamma} \epsilon_4}$ soit:

$$Br (\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_4 = 2.5 \pm 1.0_{stat.} 10^{-3}$$

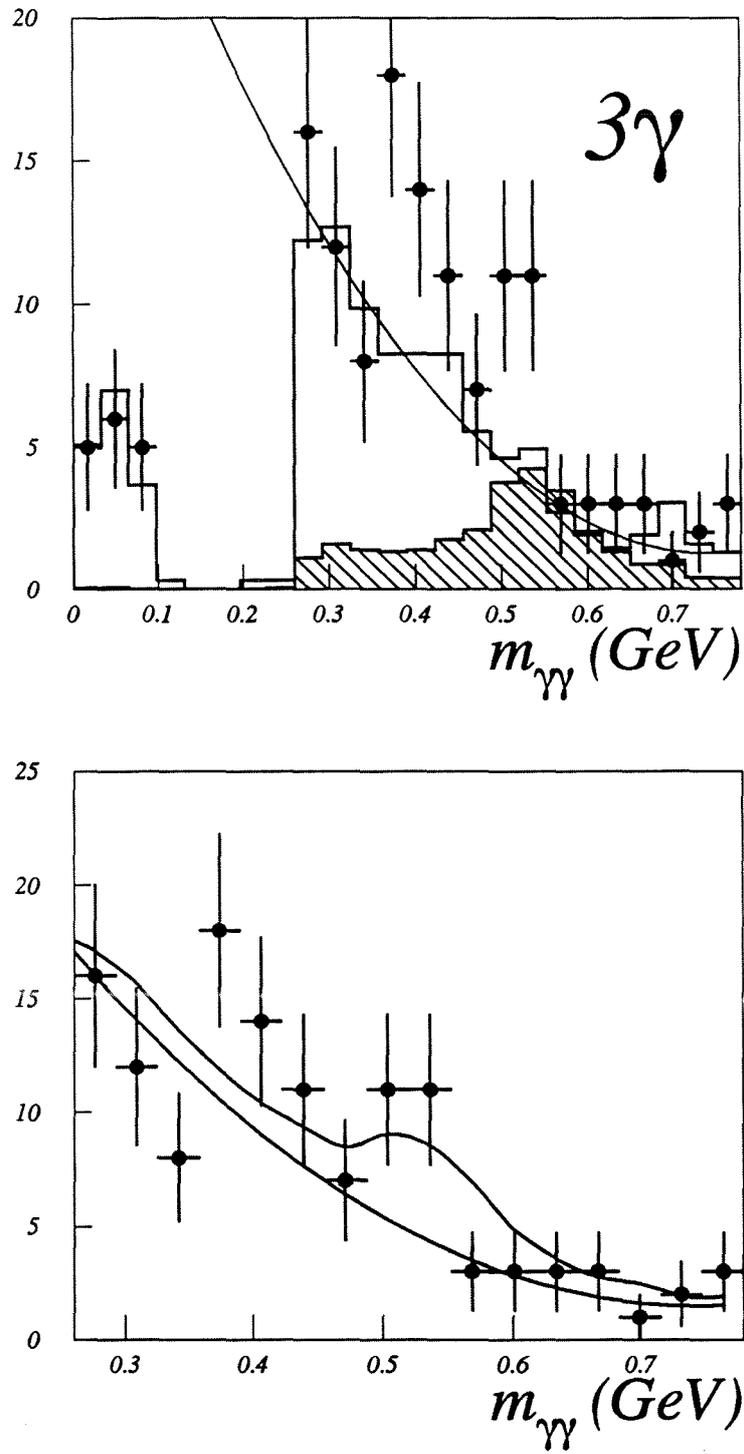


Figure 4.6: En haut: données avec fond estimé normalisé à N_τ et signal attendu en grisé. En bas: Résultat de notre ajustement (trait plein supérieur): le fond est remonté de 20% (ligne inférieure) et le signal correspond à 24 entrées.

La combinaison des deux résultats statistiquement indépendants ci-dessus fournit le rapport de branchement en $\eta\pi\pi^0$ à travers le canal $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ suivant:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0) = 2.1 \pm 0.7_{stat.} 10^{-3}$$

La figure 4.8 nous montre la distribution de masse invariante des hémisphères à 3 et 4 photons sélectionnés après coupure des π^0 (π^0, π^0). Cette distribution diffère sensiblement de celle du bruit de fond et est en accord avec la prédiction CVC ainsi qu'avec le résultat de la collaboration CLEO ([28]). La figure 4.8 montre en effet l'accord avec la simulation qui est, elle, ajustée à la prédiction CVC.

4.2.5 Comptage des bons photons

Nous détaillons cette question en prélude à l'étude des erreurs systématiques. On a en effet constaté qu'elle déterminait ces dernières et nous allons donc voir de quelle manière on pourra les estimer. On constate tout d'abord le bon accord entre données et simulation sur le nombre d'évènements à 4 et 5 photons tandis qu'un très important excès, de 9%, est visible dans les évènements réels à 3 photons. On sait cependant que beaucoup de désintégrations $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho$ ont dans l'état final non pas 2 mais 3 photons reconstruits et que ceci est sous-estimé dans le Monte-Carlo. Ces évènements ont une masse totale proche de celle du ρ et possèdent un faux photon hadronique ce qui nous indique bien une grande population de ρ . Cependant, dans environ un tiers des cas, ce faux photon forme un très bon π^0 séparé tel que le photon restant soit lui sans doute véritable: de tels évènements sont plutôt du type $\tau \rightarrow \nu_\tau a_1, a_1 \rightarrow \rho \pi^0$ où un des photons aura souvent (mais non systématiquement) été à tort jugé mauvais. Cette différence de valeur de la probabilité de faux photon hadronique pour ces (petits) photons entraîne que nous nous trompons dans notre comptage. On peut voir d'ailleurs sur la figure 4.9 les distributions de ces probabilités pour tous les photons de moins de 3 GeV. Examinons les transitions du nombre de photons induites par les coupures sur ces spectres de probabilité.

La coupure sur la probabilité électromagnétique est un effet d'ordre 10% et bien reproduit. Nous le voyons en comparant le nombre des différentes transitions $(n\gamma) \rightarrow ((n-1)\gamma)$ entre simulation et données. On voit aussi que le nombre d'évènements de bruit de fond restant varie

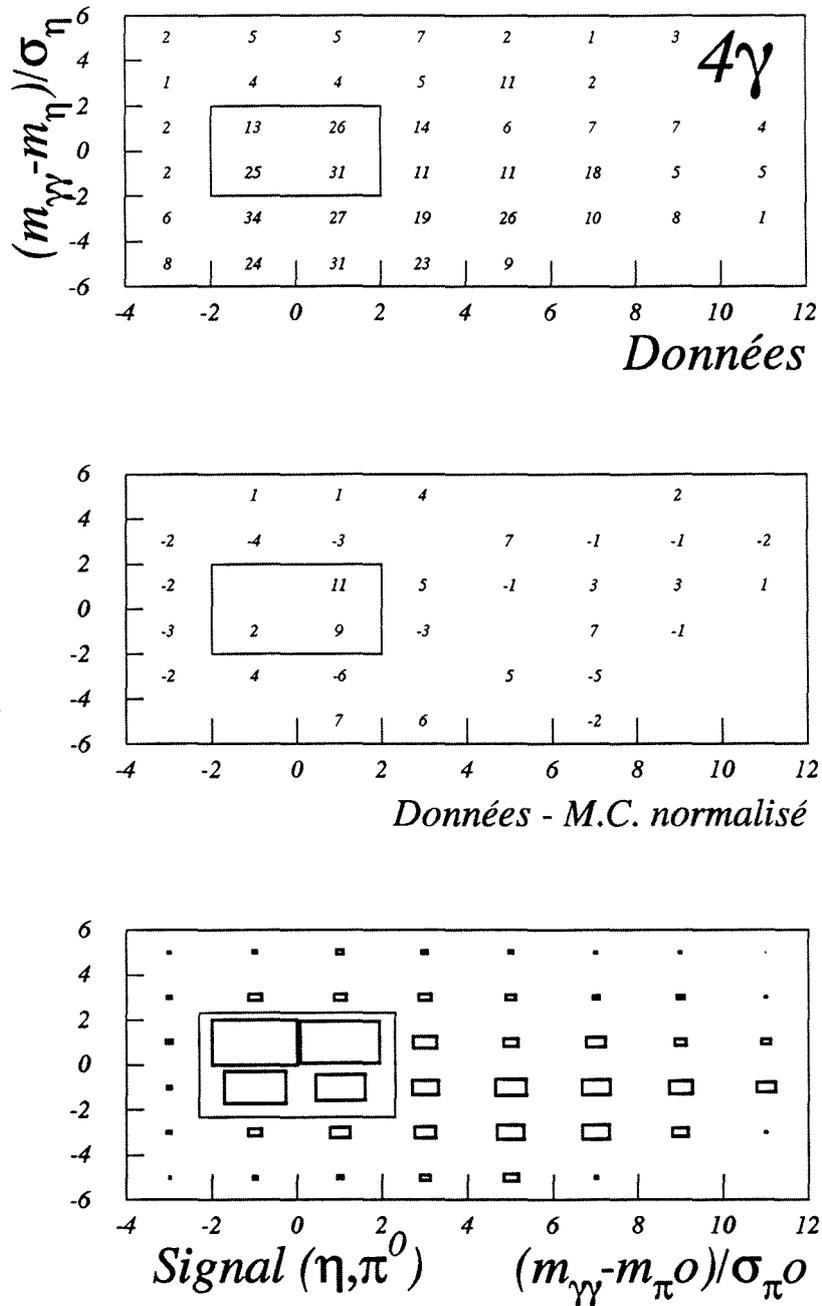


Figure 4.7: En haut les données, au milieu on a soustrait le fond attendu normalisé à N_τ et en bas on voit la forme attendue du signal. La boîte visualise la zone du signal (η, π^0) large de $\pm 2\sigma$ dans les 2 directions.

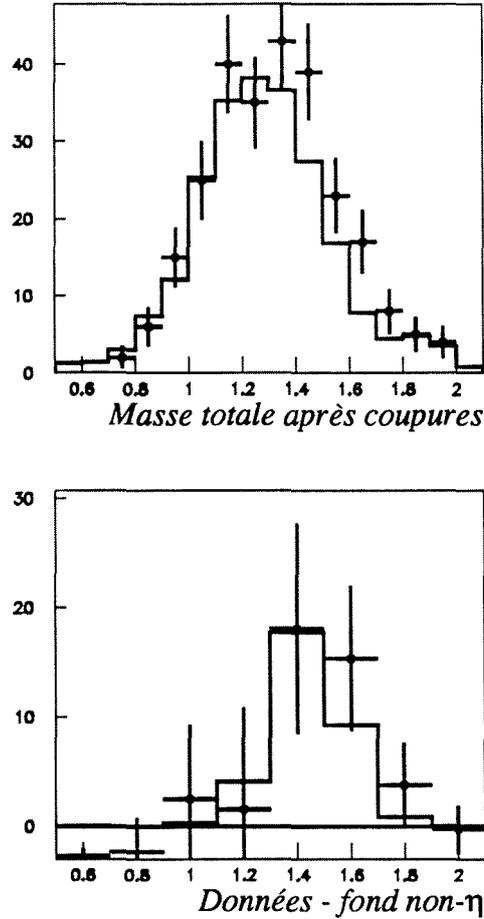


Figure 4.8: Masse totale des candidats signal dans les données superposée à celle du bruit de fond normalisé à la luminosité. Dessous, on a soustrait ce fond et on compare le résultat à la distribution du Monte-Carlo de $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$.

similairement lorsque l'on change la valeur de la coupure. Appelons c_3 (c_4) les contaminations et ϵ_3 (ϵ_4) les efficacités dans les lots à 3 (4) bons photons. On arrive à des incertitudes, limitées par la statistique, de l'ordre de: $\Delta(c_{3(4)})/c_{3(4)} (\geq \Delta(\epsilon_{3(4)})/\epsilon_{3(4)}) \sim 1$ à 2%.

Les transitions induites par la coupure sur la probabilité hadronique sont elles de l'ordre de 60% et mal simulées. D'une part parce que les nombres de faux photons sont différents mais aussi parce que son inefficacité aux petits (≤ 1.5 GeV) bons photons est sous-estimée dans la simulation. On voit sur la figure 4.10 les transitions globales majoritairement dûes à cette

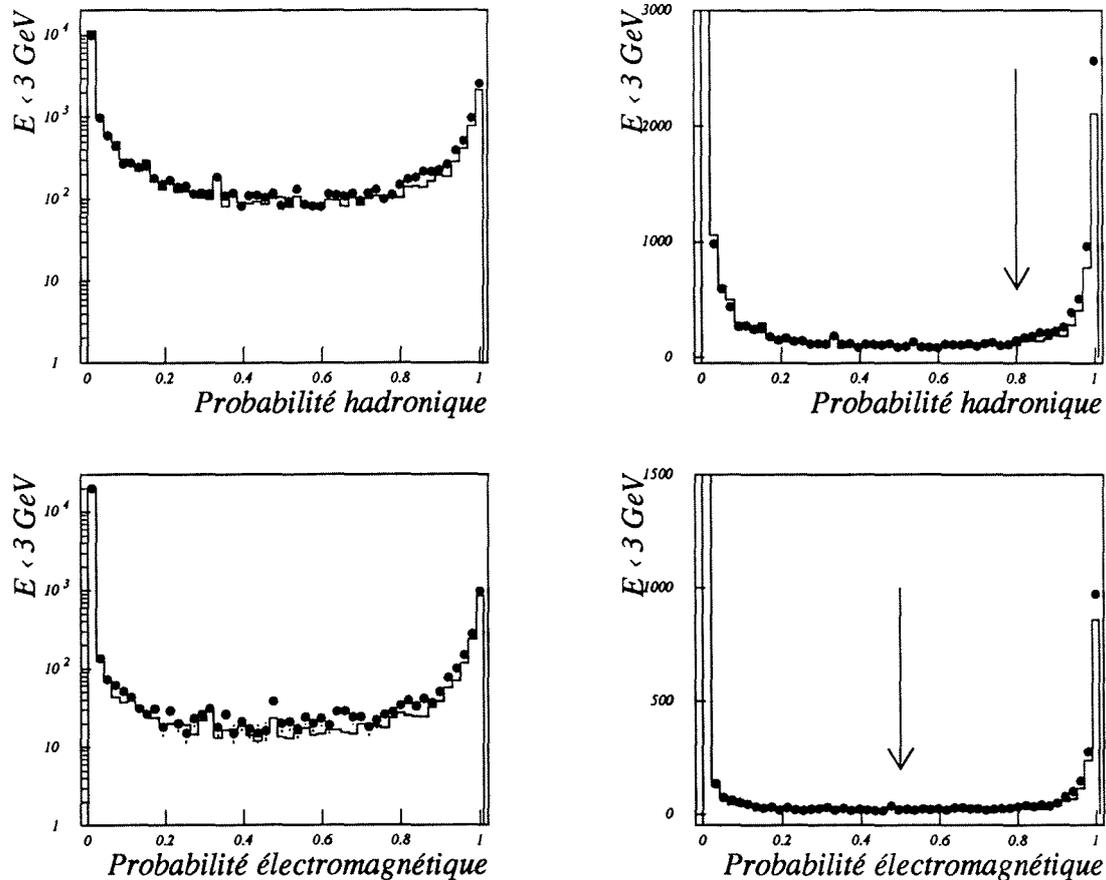


Figure 4.9: Spectres des probabilités de faux photon hadroniques et électromagnétiques de tous les photons de moins de 3 GeV après coupure des événements non- τ . A droite, zoom sur la zone des faux photons où les flèches marquent les coupures utilisées.

coupure. Pour chaque nombre initial de photons ($n \in \{3, 4, 5\}$), on a 3 positions: la centrale si tous sont jugés bons, la gauche si l'un est mauvais, la droite si plus d'un l'est. Examinons ces catégories:

- La transition $3 \rightarrow 2$ compte 450 événements de plus dans les données. On peut voir parmi ceux-ci environ 200 ayant pourtant un bon π^0 séparé accompagné d'un photon parfait. On estime parmi ces 200 de l'ordre de 100 événements où le photon a été jugé à tort mauvais. Ce nombre correspond au rapport du pic du π^0 à son bruit de fond dans la distribution de masse invariante (bon-photon, mauvais-photon) de cette topologie. Ces événements ne

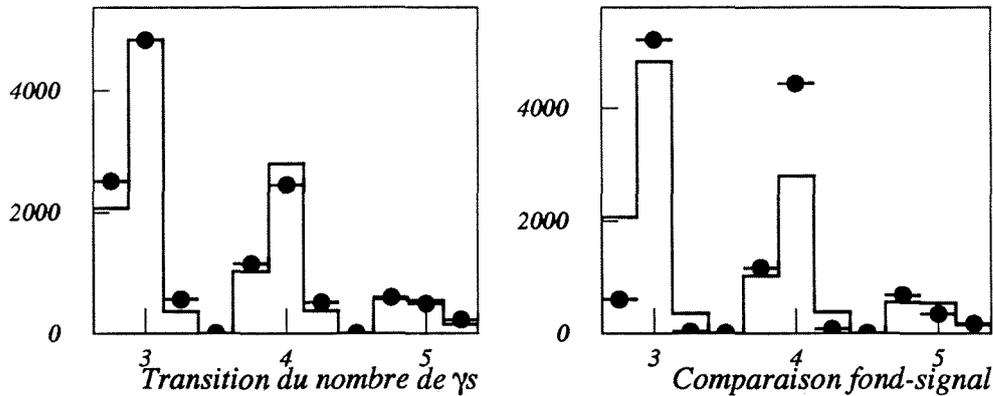


Figure 4.10: Gauche: Transitions dues aux coupures de “bon” photon: points = Données et trait plein = Monte-Carlo. Droite: Comparaison entre ce Monte-Carlo = trait plein et un Monte-Carlo de signal = points. En abscisse: les transitions dues aux coupures de qualité des photons

sont pas là parce qu’il y a plus de mauvais photons hadroniques dans les données mais parce qu’un bon (petit) photon a été à tort jugé mauvais. Ils entraînent une erreur de $\Delta(c_3)/c_3 \simeq +1.7\%$. Cependant on peut estimer d’après l’excès observé de $\rho + \text{faux photon}$ dans cette catégorie, comparé au rapport des populations des abscisses 2.75 et 3 pour le Monte-Carlo de $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho$, que c_3 est cette fois sous-estimé de $\Delta(c_3)/c_3 \simeq -4.5\%$.

- La transition $4 \rightarrow 3$ est plus faible, car non-alimentée par le canal ρ , mais présente aussi un excès dans les données ($\simeq 120$ événements). Ce sont là surtout ($\simeq 70\%$) des événements $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 2\pi^0$ où l’un des photons est vraiment mauvais ou bien jugé à tort mauvais. De nouveau, si on compare les spectres de probabilité de former une paire (π^0, π^0) de ces événements, on observe une bonne fraction de cet excès dans la zone de bonne probabilité. Cela laisse encore croire qu’une certaine partie de ces photons proviennent tout de même d’un π^0 . Ceux là sont donc à tort transférés dans le lot à 3 photons. Cet excès induit de toute façon une sous-(sur)-estimation de $c_3(c_4)$ de: $\Delta(c_3)/c_3 \simeq -2.0\% \Leftrightarrow \Delta(c_4)/c_4 \simeq +4.0\%$
- De plus on voit (abscisses 3.25 et 4.25) un nouvel excès d’événements confus où au moins deux des photons reconstruits sont jugés mauvais. Une majorité de ces événements sont contenus dans les bouchons du ECAL où les gerbes électromagnétique sont moins nettes car souvent commencées avant même l’arrivée dans la partie sensible. Cet excès tend aussi à confirmer que l’on juge mal de bons photons car ces événements sont trop nombreux pour représenter uniquement la double création de faux photons. Les excès

observés conduisent à: $\Delta(c_3)/c_3|_{-2} = +3.5\%$ et $\Delta(c_4)/c_4|_{-2} = +4.8\%$. On surestime les contaminations puisque on perd en réalité plus d'évènements que nous le croyons.

- Les désaccords au niveau des évènements à 5 photons sont importants mais cohérents avec l'interprétation développée ci-dessus.

La figure de droite dans 4.10 montre elle que la situation est beaucoup moins critique pour le signal que pour le fond, à cause de sa dynamique différente. En effet, l'impact des coupures est bien moindre et les évènements problématiques où deux photons ou plus sont coupés sont pratiquement absents. La population 2 bons + 1 mauvais est elle aussi très basse en proportion par rapport au fond puisque l'essentiel de ces évènements était tout de même des ρ s. Par conséquent, on estime que l'effet des transitions sur les efficacités est de 2 à 4 fois moindre suivant le cas 3 ou 4 photons. De plus, l'efficacité globale est correcte à environ 2% (relativement) près ce qui nous permettra de négliger les erreurs sur ϵ_3 et ϵ_4 . L'efficacité totale $\epsilon_3 + \epsilon_4$ est tout d'abord protégée par le fait qu'on garde tous les évènements entre 3 et 5 photons. Le signal comptant en effet théoriquement 4 photons, il faut donc une perte ou un excès de 2 photons i.e. un effet de 2^{ème} ordre pour le perdre. Or nous avons dans le lot à 3 photons moins de 10% de photons au-dessous de 1 GeV ce qui implique qu'une différence d'efficacité aussi élevée que 20% entre Monte-Carlo et données ne provoquerait que $\Delta(\epsilon_3) \simeq 2\%$. A l'opposé, la simulation indique 1% d'évènements de signal à plus de 5 photons et par conséquent une erreur de 50% n'entraînerait encore que $\Delta(\epsilon_4) \simeq .5\%$. Nous opérons ensuite les transitions mentionnées ci-dessus où nous pouvons espérer une compensation assez correcte de $(n\gamma) \rightarrow ((n-1)\gamma)$ par $((n+1)\gamma) \rightarrow (n\gamma)$. Enfin nous sélectionnons les évènements sans π^0 (π^0, π^0). Bien que nous ne puissions pas vérifier sur les données la bonne reproduction de cette coupure, nous pensons que l'incertitude due à la dynamique mal connue de cette désintégration ne peut pas être du même ordre de grandeur que celle venant de la reconstruction des photons calorimétriques.

En conclusion, nous ne compterons pas d'erreur sur les efficacités. L'essentiel des échantillons finaux est cependant constitué de bruit de fond et donc les "contaminations" fixent leur normalisation. Il semble d'après ce qui précède que le fond à 3 photons est sous-estimé tandis que celui à 4 photons est sur-estimé ce qui est non seulement pris en compte mais aussi confirmé par l'ajustement. De plus la composition en différents canaux de désintégrations du τ est incertaine de sorte que le spectre de masse(s) invariante(s) ($\gamma\gamma$) et l'effet de la séparation du fond par coupure sur un χ^2 à l'hypothèse π^0 (ou (π^0, π^0)) est peut être mal estimé. Pour ces raisons nous prendrons en compte les erreurs systématiques correspondantes dues à la méconnaissance de la composition, donc de la forme, et de la distribution de $\chi_{\pi^0}^2$ ($\chi_{(\pi^0, \pi^0)}^2$) du bruit de fond.

4.2.6 Erreurs systématiques

- Les erreurs statistiques étant très élevées, nous pourrions négliger les sources de petites erreurs systématiques. C est le cas des systématiques communes aux deux ajustements: $\Delta N_\tau|_{lumi.}$ et $\Delta B(\eta \rightarrow \gamma\gamma)|_{PDG}$ provenant de la formule d'extraction du rapport de branchement:

$$BR_{3\gamma(4\gamma)} = \frac{\alpha_{3(4)}}{N_\tau B(\eta \rightarrow \gamma\gamma) \left(\frac{N_\eta^{in}}{N_\eta^{MC}} \right)_{3(4)}}$$

Dans cette formule, N_η^{MC} est le nombre d'évènements de signal simulés pour analyser le signal et N_η^{in} représente le nombre d'entrées provenant du signal dans la zone d'ajustement. Il dépend donc à la fois de l'efficacité de sélection et de la capacité du Monte-Carlo à reproduire le spectre correct des photons du signal. Comme cependant on ne demande comme signature de signal que la présence d'une paire de photons compatible avec $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ sur laquelle on coupe grossièrement, ce second point ne pose pas problème. Il nous faut donc examiner $\Delta\alpha$ provenant des causes détaillées précédemment pour chacun des cas 3 et 4 photons.

- La partie de la sélection qui ne concerne pas les photons GAMPEX ne soulève pas non plus de problèmes particuliers:
 - La reconstruction et l'identification du pion chargé sont clairement sans danger, d'autant plus que nous n'avons à redouter aucun bruit de fond d'une mauvaise identification ce qui nous permet d'être très lâche sur cette coupure.
 - La reconstruction des photons convertis à un ou deux électrons semble fonctionner correctement. Nous appliquons en effet des coupures très peu serrées sur la qualité des paires électron-positron. D'autre part l'identification de particule nous affranchit complètement de toute contamination d'évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi$. On peut voir d'ailleurs que les fractions d'évènements à une ou deux traces de conversion dans les données sont parfaitement reproduites par la simulation et tout à fait conformes à ce que l'on peut déduire d'un taux de conversion moyen de 7% (figure 4.11). On a en effet sélectionné 21% d'évènements contenant une paire de conversion, les évènements ayant plus de traces (donc deux ou plus de conversions) sont rejetés et nous avons en plus 2% d'évènements à une trace supplémentaire correspondant à la perte d'un des électrons de conversion. On voit en outre sur la figure 4.12 que le Monte-Carlo reproduit bien les rayons de matérialisation de ces photons qui correspondent à des traversées de parois: détecteur de vertex, entrée et sortie de la chambre à traces interne et principale.
- Etudions maintenant l'influence des variations dans la forme du bruit de fond, ainsi que dans la valeur de la coupure des π^0 ou (π^0, π^0) (coupure qui sépare vraiment le signal de son fond de $\pi^0(s)$). A ces incertitudes identifiées dans la section précédente, nous ajoutons pour être complet des tests de la robustesse de l'ajustement vis à vis de l'intervalle utilisé.

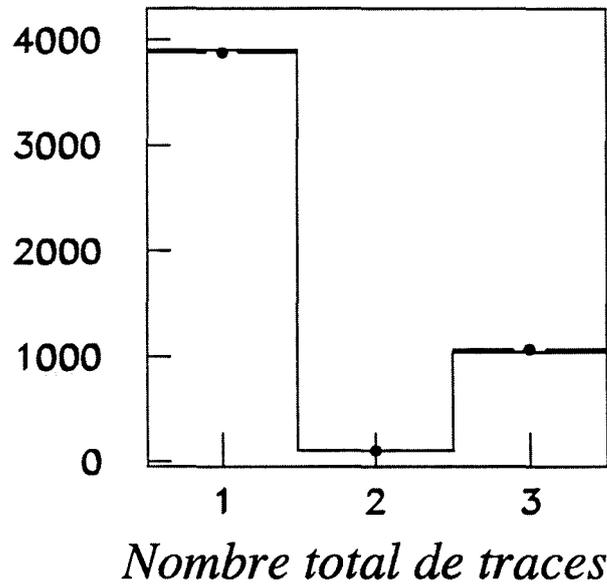


Figure 4.11: Nombre de traces en comptant les conversions: 1: pas de conversion, 2: conversion asymétrique et 3: paire reconstruite. On simule correctement cet effet qui est important (plus de 20% de la sélection).

- Dans le cas de 3 photons, la cause dominante d'erreur qui est manifestement le niveau de bruit de fond a été déjà prise en compte par l'ajustement. On peut même se rendre compte que dans le résultat $\alpha_3 = 24 \pm 13$, l'erreur $\delta\alpha_3 = 13$ se décompose en $13 = 9 \oplus 10$ où 9 est l'erreur du même ajustement où on fixerait la contamination à $\beta_3 = 1.2$ et 10 représente la variation du résultat α_3 lorsque l'on fixe la contamination à $\beta_3 \pm \delta\beta_3$. Une forme parabolique a été utilisée pour gommer les fluctuations du bruit de fond; si nous utilisions à la place un segment de droite qui s'ajuste beaucoup plus mal, nous verrions apparaître une variation $\Delta(\alpha_3) = 3$. L'ajustement est donc relativement insensible à la forme précise du bruit de fond, ce qui est bienvenu. La coupure qui élimine préalablement le pic du π^0 a été déplacée sans bien sûr entrer vraiment dans les événements avec π^0 qui sont trop nombreux. On réévalue le rapport de branchement en chaque point (puisque N_η^{in} varie aussi) ce qui nous donne une variation $\Delta BR(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0) = 3 \cdot 10^{-4}$. Enfin, le résultat reste stable si on restreint le domaine d'ajustement jusqu'à 320-720 MeV.

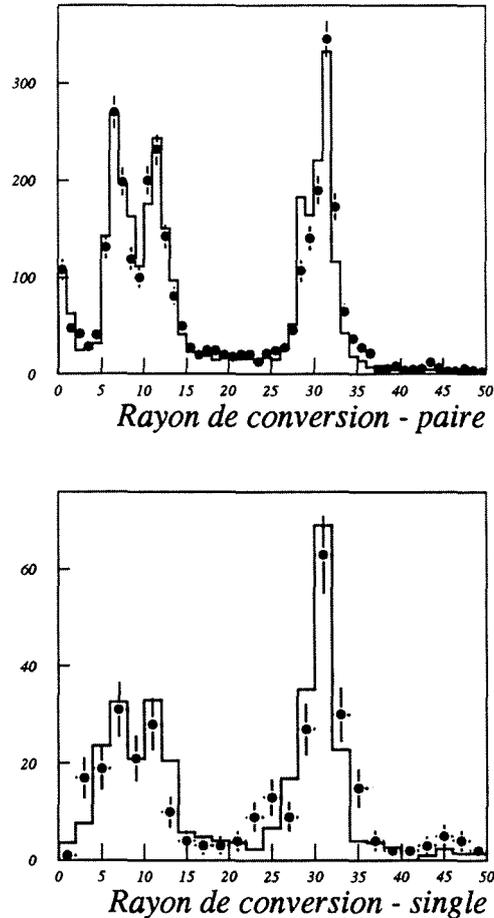


Figure 4.12: Rayon reconstruit de matérialisation du photon pour une paire (dessus) et une trace seule (dessous). On distingue les parois du détecteur et un pic à 0 pour les paires correspondant probablement à des désintégrations $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$

- Dans le cas de 4 photons, le niveau de fond reste la cause principale d'incertitude. Ainsi le résultat de l'ajustement: $\alpha_4 = 64 \pm 27$ peut lui aussi se décomposer en $27 = 18 \oplus 20$ où 18 est l'erreur à bruit de fond fixé et 20 la variation de α_4 si l'on augmente (diminue) ce fond de son erreur. La sensibilité à la composition de ce bruit de fond est très basse car les formes des spectres correspondant à $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 2\pi^0$ et $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 3\pi^0$ sont très similaires. Ceci est heureux puisque, outre le fait que $B.R.(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 3\pi^0)$ n'est connu qu'avec une erreur relative d'environ 10%, les proportions relatives sont incertaines à cause du problème de comptage des photons. Faisant varier relativement $BR(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 2\pi^0)$ de 10% et $BR(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 3\pi^0)$ de 15%, on observe seulement $\Delta(\alpha_4) = 2$! De même on fait varier la coupure qui nous débarrasse

des évènements $\pi^2 \pi^0$ et on réévalue le rapport de branchement en chaque point. Nous obtenons $\Delta BR(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0) = 3 \cdot 10^{-4}$. On évalue enfin la robustesse de l'ajustement: aux limites de sa zone d'application, ce qui fournit $\Delta(\alpha_4) = 4$.

Le tableau 4.2.6 résume les erreurs systématiques exprimées en %. étudiées sur α .

	<i>forme fond</i>	χ^2	<i>intervalle</i>	<i>TOTAL</i>
$\frac{\Delta B_3}{B_3}$ (%)	12	$\simeq 12$	≤ 5	18
$\frac{\Delta B_4}{B_4}$ (%)	3	$\simeq 13$	15	15

- En conclusion nous obtenons:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_{3\gamma} = 1.7 \pm 0.9_{stat.} \pm 0.3_{yst.} \cdot 10^{-3} \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_{4\gamma} = 2.5 \pm 1.0_{stat.} \pm 0.4_{yst.} \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Il ne nous reste plus qu'à combiner ces résultats provenant de deux lots distincts. Du fait que l'erreur systématique provient surtout du comptage des photons dont un des effets est de faire passer certains évènements d'un lot à l'autre (transition $4 \rightarrow 3$), il existe une certaine corrélation entre les deux erreurs systématiques. Cependant cet effet est de nature anti-corrélatrice. Cela est clair au niveau des efficacités comme on l'a d'ailleurs déjà fait remarquer. En ce qui concerne le bruit de fond, c'est encore le cas puisque tout biais aurait pour effet de simultanément sur-(sous-)estimer une des contaminations au profit de l'autre. Mais alors on sous-(sur-)estimerait un des signaux à l'encontre de l'autre ce qui serait encore un effet d'anti-corrélation. Comme il est délicat d'estimer précisément le degré de corrélation réel dans une situation où le Monte-Carlo est largement en défaut, on choisit d'ignorer celui-ci ce qui nous conduit à fournir une erreur systématique sur-estimée ou si l'on veut conservatrice. En effet, la combinaison de deux mesures corrélées d'un coefficient ρ et d'erreurs σ_1 et σ_2 conduit à une erreur $\sigma = \sigma_1 \sigma_2 \times \sqrt{\frac{1 - \rho^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}}$ qui est manifestement plus petite pour $\rho < 0$ que pour $\rho = 0$. La valeur centrale étant elle peu affectée, on obtient:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_{\gamma\gamma} = 2.0 \pm 0.7_{stat.} \pm 0.3_{yst.} \cdot 10^{-3}$$

4.3 Mesure de $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$ par $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

4.3.1 Sélection des évènements

La base est identique au canal précédent $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Une présélection standard d'évènements di-leptons, d'efficacité 99.6% à l'intérieur de l'acceptance géométrique, est utilisée puis chaque

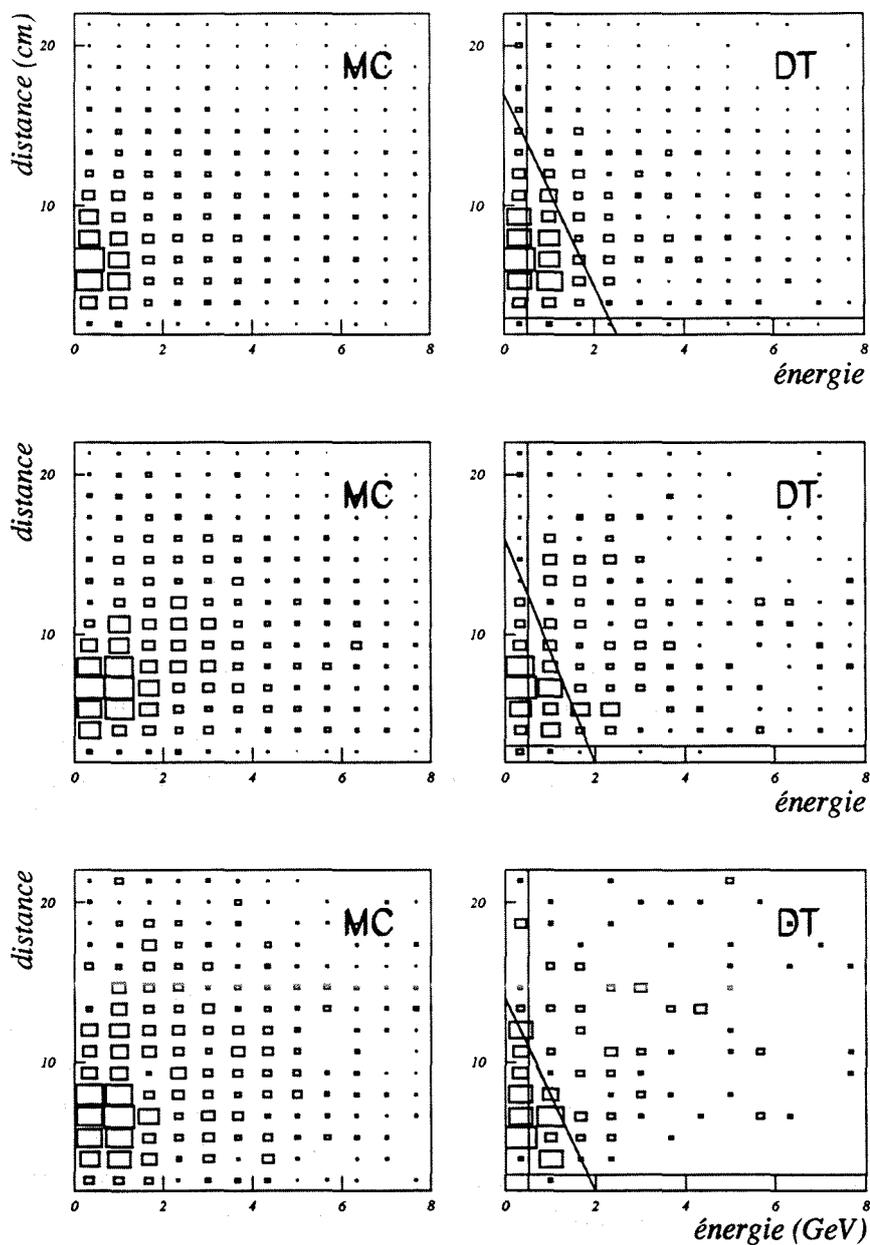


Figure 4.13: Population du plan (distance -énergie) pour données et Monte-Carlo. Les régions entre les lignes et les axes sont celles des photons considérés "faux". En haut pour 3, au milieu pour 4 et en bas pour 5 photons initiaux.

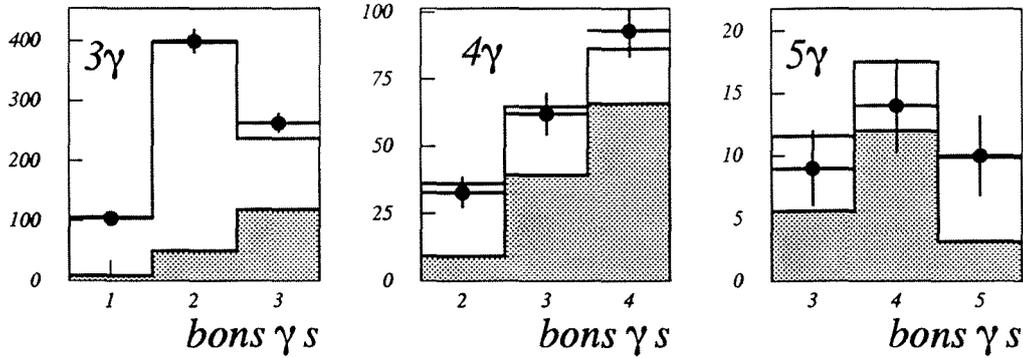


Figure 4.14: Nombre de photons jugés bons pour chacun des nombres initiaux. En grisé, la partie du Monte-Carlo correspondant au "signal" $3\pi 2\pi^0$

di-lepton est séparé en deux hémisphères opposés. On demande alors 3 pions en tolérant au plus l'un non-identifié comme pion ou moins bien reconstruit afin de maintenir une bonne efficacité. De nouveau on compte les photons dans un cône de 11.5° autour de l'impulsion totale des 3 pions. Les conversions $\gamma \rightarrow e(e)$ sont prises en compte de la même façon qu'auparavant et on applique les mêmes coupures aux photons calorimétriques. Tous les événements ayant entre 3 et 5 photons sont dans ce premier temps conservés. On applique ensuite des critères de qualité à ces photons et on tente de les apparier en $\pi^0(s)$ afin d'isoler les topologies exclusives $\pi^0\gamma$ et $\pi^0\pi^0$.

L'estimateur de faux photon électromagnétique est de nouveau mis à contribution. Les faux photons hadroniques cependant seront uniquement traités au moyen de coupures à l'intérieur du plan (distance minimale à une trace chargée - énergie). Ces deux variables sont les ingrédients essentiels de l'estimateur de faux photon hadronique qui est abandonné car plutôt adapté à l'environnement un pion chargé. On peut voir sur la figure 4.13 les distributions bi-dimensionnelles utilisées dans chacun des trois cas: 3, 4 et 5 photons initiaux. La figure 4.14 montre le résultat des coupures correspondantes: nombre de photons jugés bons en fonction du nombre initial. L'accord est très satisfaisant même si cette figure a été corrigée du point de vue du bruit de fond $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0$ (voir §6.1). Dans le cas de 3 bons photons, une paire compatible avec l'hypothèse d'un π^0 est exigée; cette compatibilité reposant sur un simple ajustement des énergies des photons sous la contrainte d'une masse invariante égale à m_{π^0} . Dans le cas de 4 bons photons, une coupure, plus stricte dans le cas de 5 photons initiaux, sur l'hypothèse d'une paire de π^0 est effectuée. Cette coupure se base sur la somme des χ^2 des deux ajustements à chacun des π^0 . On peut noter que la résolution en énergie d'un photon converti est négligée devant celle d'un photon calorimétrique et que l'énergie de ce dernier résulte d'une calibration réalisée

à posteriori pour accorder les spectres de masse invariante ($\gamma\gamma$) entre données et simulation. Il reste à éliminer les événements non- τ de l'échantillon obtenu. La coupure en acolinéarité est réitérée et suffisante pour le fond d'événements $\gamma\gamma$. On comprend que la contamination par $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ soit négligeable au contraire des événements hadroniques qui sont présents au niveau d'environ 30%! Leur réduction par l'utilisation de l'estimateur basé sur l'hémisphère de recul (voir plus haut) doit être assortie par des coupures sur l'hémisphère étudié: en l'occurrence l'angle maximal de 11.5° entre photons et traces mentionné ci-dessus et une masse totale inférieure à 2 GeV: la masse du τ à une tolérance sur sa reconstruction près. On arrive ainsi au niveau du pour mille en contamination hadronique ce que l'estimateur de recul permet de vérifier. La figure 4.15 montre ces deux coupures ainsi que le spectre de masse hadronique des hémisphères éliminés par la coupure sur l'autre côté de l'évènement .

En conclusion nous avons sélectionné les topologies $(3\pi)^\pm\pi^0\gamma$ et $(3\pi)^\pm 2\pi^0$ avec les efficacités respectives 16% et 17% et réduit le bruit de fond non- τ , en particulier hadronique, au niveau du pour mille. Cette sélection est presque exactement celle de la partie 6.1 de laquelle on déduit le rapport de branchement $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)$.

4.3.2 Ajustement

Comme dans le cas précédent, le signal est minoritaire vis à vis du fond, même pour une pureté parfaite. Cependant, la largeur du pic de masse correspondant au méson η est beaucoup plus favorable. La simulation nous fournit en effet la valeur de 10 MeV à condition d'utiliser le quadri-vecteur réajusté pour le π^0 . Cela suffit à l'émergence du signal dans une région où le bruit de fond est faible puisqu'il s'agit de l'extrémité basse du spectre de masse ($\pi^+\pi^-\pi^0$). Pour évaluer au mieux le bruit de fond, l'intervalle le plus étendu possible sera utilisé dans l'ajustement; en l'occurrence du début du spectre jusqu'à 745 MeV qui marque le début du pic dû au méson ω (c.f. 4.16). On utilise la bonne linéarité du bruit de fond pour ajuster une combinaison linéaire droite+gaussienne aux données. Le nombre d'entrées dûes à la gaussienne représente le nombre d'événements de signal. La fonction ajustée comporte 3 paramètres:

- La pente p de la droite donc du fond.
- La position m de la gaussienne i.e. la masse de la résonance ajustée.
- La proportion relative f de chaque fonction qui détermine le nombre d'entrées provenant de la résonance.

Dans la topologie $\pi^0\gamma$, il y a deux combinaisons $\pi^+\pi^-\pi^0$ possibles. Dans l'hypothèse raisonnable où le photon manquant appartient aussi souvent au π^0 provenant du τ qu'à celui provenant du η , une des deux combinaisons précédentes correspond bien à la désintégration d'un méson η dans la moitié des cas seulement. Dans la topologie $\pi^0\pi^0$ par contre, il y a 4 combinaisons

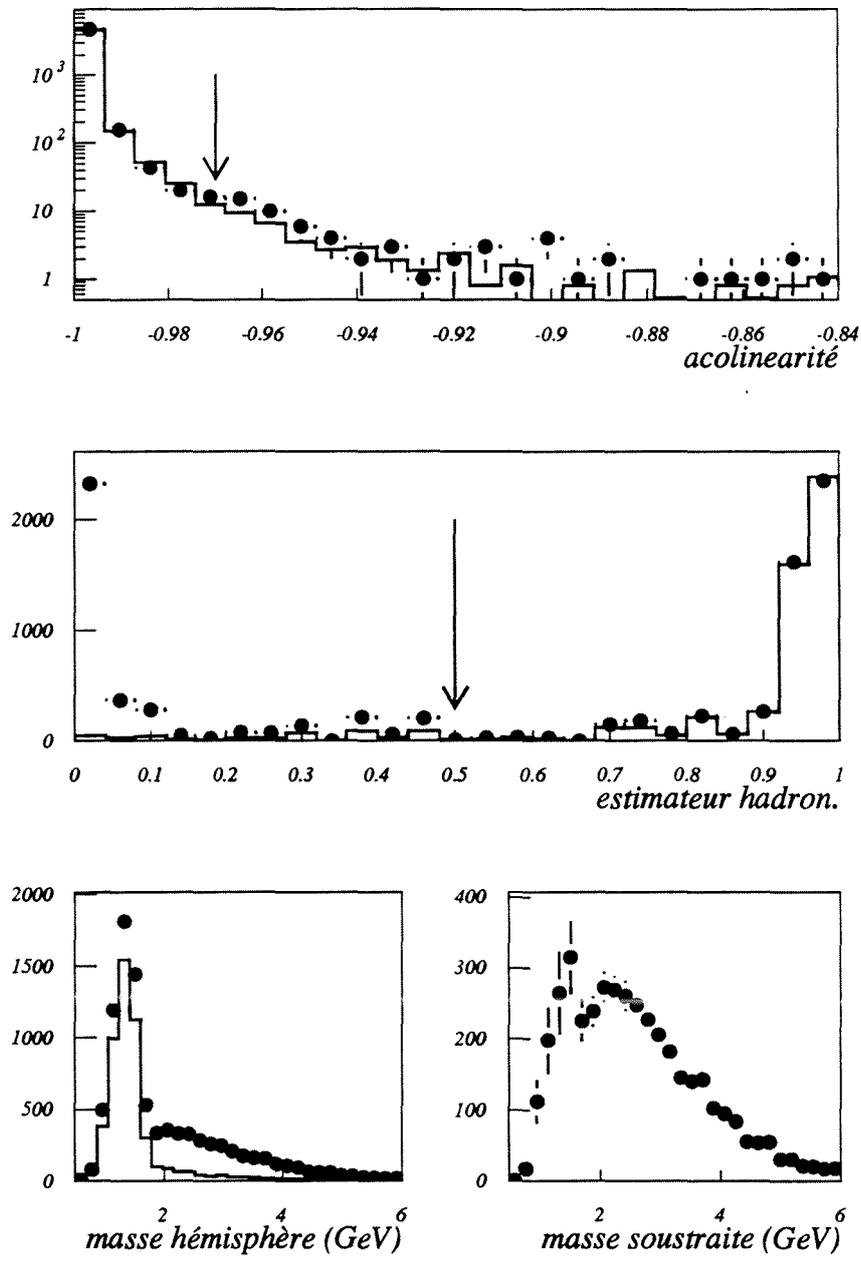


Figure 4.15: Haut: Spectre d'acolinéarité avec coupure. Milieu: Spectre de l'estimateur hadronique de recul. Bas: Spectres de masse totale des hémisphères avant et après la coupure ci-dessus; à droite leur différence i.e. spectre correspondant aux événements coupés

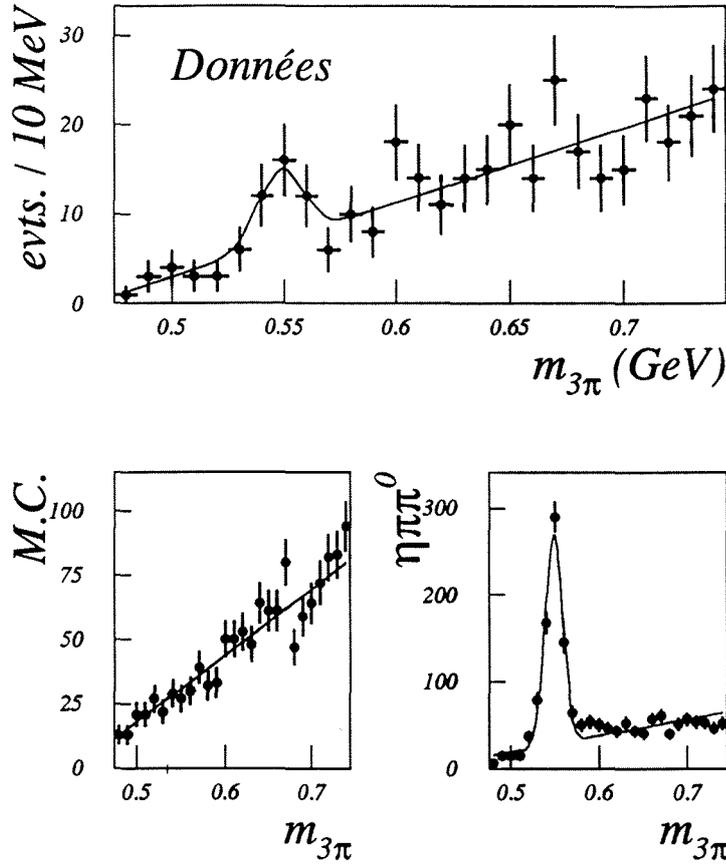


Figure 4.16: Haut: Masse invariante ($\pi^+\pi^-\pi^0$) avec ajustement superposé. Bas: Spectres attendus pour le Monte-Carlo sans signal et de signal pur.

dont l'une correspond toujours au η . On s'attend par conséquent à des spectres similaires qui devraient tous les deux indiquer un signal. C'est ce dont nous pouvons nous rendre compte sur la figure 4.17. Les deux ajustements qui y sont figurés fournissent respectivement $10.3 \pm 4.5_{stat}$ et $9.5 \pm 5.0_{stat}$ événements de signal avec des masses de $544 \pm 4 \text{ MeV}$ et $551 \pm 4 \text{ MeV}$. Par simplicité, ces deux ajustements seront mêlés en un seul que l'on effectue sur la somme de leurs histogrammes. La figure 4.16 présente le résultat de cet ajustement ainsi que les spectres pour le bruit de fond et pour le signal. Les valeurs correspondantes sont:

$$p = 2.18 \pm 0.05$$

$$m = 543 \pm 4 \text{ MeV}$$

$$f = 5.6 \pm 1.9 \%$$

La masse est bien compatible avec $m_\eta = 547 \text{ MeV}$. La pente p devient $p' = 2.24 \pm 0.07$ si

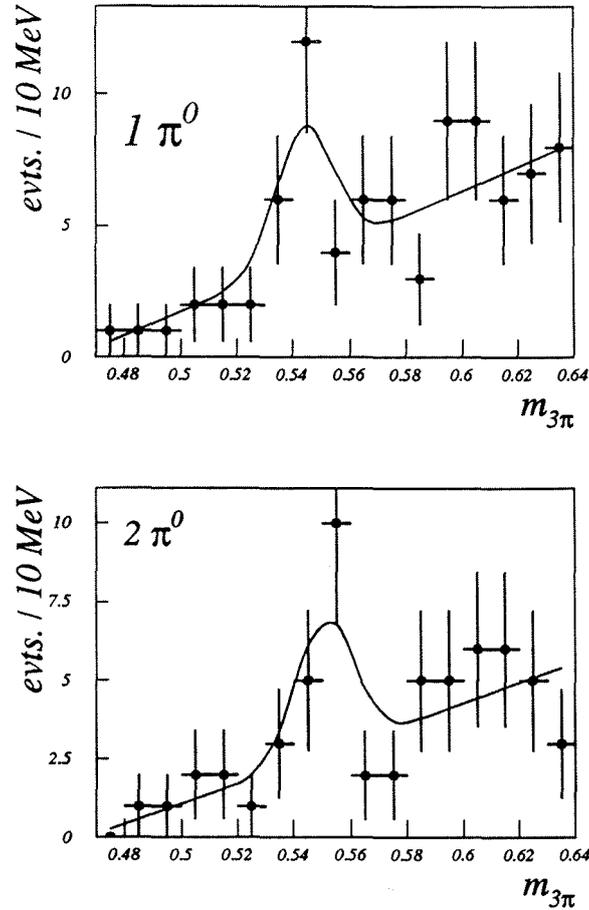


Figure 4.17: Spectres de masse ($\pi^+ \pi^- \pi^0$) pour 1 ou 2 $\pi^0(s)$. La ligne pleine indique le résultat de l'ajustement.

on supprime toute contribution gaussienne. Or ce même ajustement sans gaussienne fournit pour le Monte-Carlo: $p_{MC} = 2.32 \pm 0.05$ qui est bien compatible avec p' . Enfin, $f = 5.6\%$ des entrées de la figure proviennent de la gaussienne ce qui revient à $N_\eta = 19.4 \pm 6.6$ évènements. Un Monte-Carlo d'évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$ ajusté de façon comparable permet d'extrapoler ce chiffre au nombre d'évènements total analysé donc au rapport de branchement:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_{\pi^+ \pi^- \pi^0} = 3.0 \pm 1.0 \cdot 10^{-3}$$

4.3.3 Erreurs systématiques

- L'erreur statistique de $1/3$ permet de négliger les petits problèmes comme la normalisation absolue (voir 3.1) ou le bruit de fond d'évènements non- τ . Le fait de disposer d'une coupure sur l'hémisphère de recul pour les évènements hadroniques permet, en inversant cette dernière, de vérifier que le pour mille d'évènements restants n'est pas par malchance très concentré dans la zone du η .
- Pente et normalisation sont très peu corrélées: $\rho_{p,f} \simeq 4\%$. Si la pente est fixée à sa valeur ajustée \pm son erreur, on obtient pour le signal $N_\eta = 19.4^{+1.6}_{-1.3}$ d'où: $\left. \frac{\delta(BR)}{BR} \right|_{\delta_p} = 8\%$.
Notons que choisir une région plus petite pour réaliser l'ajustement revient simplement à obtenir des pentes différentes pour le bruit de fond. On a vérifié en restreignant progressivement cette région jusqu'à 645 MeV que les pentes obtenues sont toutes compatibles avec celle retenue, corrélation d'erreur statistique comprise. L'influence du choix de zone d'ajustement est par conséquent prise en compte dans l'erreur estimée ci-dessus.
- Il est clair que les coupures distance-énergie constituent le facteur déterminant de la sélection. Les erreurs venant de celle-ci sont donc obtenues par la variation de ces critères dans la limite de la résolution du détecteur:
 1. La coupure de 3 cm. en distance est déplacée entre 2 (défaut de l'algorithme de reconstruction des photons) et 4 cm.
 2. La coupure à 500 MeV (après calibration mentionnée ci-dessus) est déplacée de 300 (le défaut est de 250 MeV) à 700 MeV.
 3. Enfin la coupure oblique est déplacée autour de sa valeur centrale, indépendamment pour chaque topologie. Le déplacement correspond environ à des distances de 1 cm et à des variations d'énergie de 0.3 GeV (figure 4.13).

L'influence de la coupure sur l'estimateur de faux photon électromagnétique est également vérifiée. Toutes ces variations ne sont pas indépendantes. On choisit parmi tous ces chiffres d'éliminer la variation la plus grande de chaque côté et de conserver le plus grand écart par rapport à la valeur centrale restant soit: $\left. \frac{\delta(BR)}{BR} \right|_{sel.} = 9\%$

- L'extrapolation du nombre d'entrées de la gaussienne au nombre d'évènements analysés repose sur le Monte-Carlo de signal dont la statistique n'est pas infinie. Son ajustement fournit un pic gaussien de 588 ± 27 entrées qui est en facteur dans la formule donnant $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$ soit: $\left. \frac{\delta(BR)}{BR} \right|_{extrap} = 5\%$.
- $Br(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$ est bien sûr lui aussi en facteur dans $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$ ce qui produit: $\left. \frac{\delta(BR)}{BR} \right|_{Br(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)} = \frac{\delta(Br(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0))}{Br(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)} = 2.5\%$.

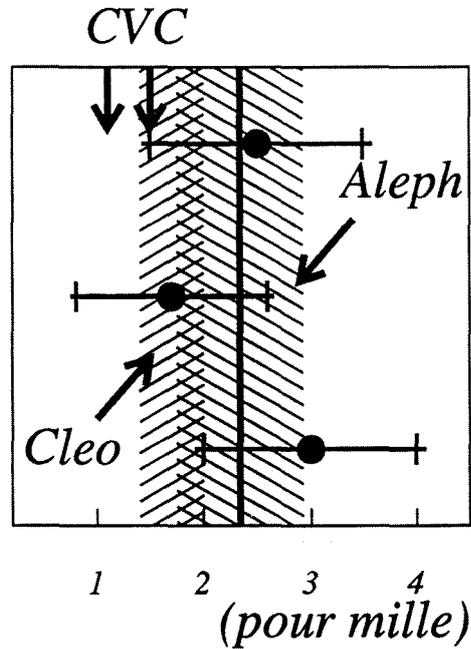


Figure 4.18: Les trois mesures avec leur barre d'erreur totale; la partie statistique s'arrête aux marques sur ces barres. La ligne verticale est la moyenne et les hachures délimitent un écart standard autour de celle-ci. La bande plus étroite correspond à [28]. La prédiction CVC figure en haut à gauche.

En résumé nous avons:

	<i>pen</i> t	<i>sé</i> lection	<i>extrapolation</i>	$Br(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$	<i>TOTAL</i>
$\frac{\Delta BR}{BR} (\%)$	8	9	5	2.5	13

C'est à dire:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_{\pi^+ \pi^- \pi^0} = 3.0 \pm 1.0_{stat.} \pm 0.4_{syst.} \cdot 10^{-8}$$

4.4 Conclusion sur $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$

Nous avons observé un signal pour la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$ dans 4 topologies distinctes: $\pi^\pm 3\gamma$, $\pi^\pm 4\gamma$, $(3\pi)^\pm \pi^0 \gamma$ et $(3\pi)^\pm 2\pi^0$. Regroupant les deux dernières, nous obtenons 3 mesures quasiment indépendantes du rapport de branchement dont le χ^2 par degré de liberté est 0.4. Nous pouvons donc les combiner pour trouver:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0) = 0.23 \pm 0.06_{stat.} \pm 0.02_{syst.} \%$$

L'erreur statistique est dominante. Le résultat est en accord avec [28]: environ un écart standard si on néglige les corrélations d'erreur systématique (figure 4.18). L'accord avec CVC est moins bon puisque [37] indique $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)_{CVC} = 0.13 \pm 0.02\%$. Les données d'annihilation e^+e^- qui fondent cette dernière prédiction ne sont cependant pas d'une précision excessive.

Il peut être intéressant d'examiner le spectre de masse $\eta \pi \pi^0$ des candidats. Celui du Monte-Carlo provient d'un ajustement aux données d'annihilation e^+e^- au moyen de résonances de type ρ dans le canal $\eta \pi \pi^0$ [41]. Il est en accord avec celui de CLEO [28]. Dans le cas de $\eta \rightarrow \gamma \gamma$, le signal représente $\sim 15\%$ du total après élimination des π^0 (π^0, π^0). On se contente de construire les spectres de masse totale données et Monte-Carlo et de soustraire ce dernier après normalisation au nombre total de τ (figure 4.8). Dans le cas de $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, le pic est assez franc pour procéder à une soustraction de bandes de contrôle qui se passe de simulation. On soustrait donc au spectre de masse totale de la bande [530;560] MeV celui des bandes gauche [490;520] et droite [570;600] après normalisation au nombre d'entrées de la bande centrale privée du pic résonnant. La figure 4.19 montre que les deux résultats sont similaires et que leur somme est bien compatible avec la prédiction CVC dérivée des données $e^+e^- \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$.

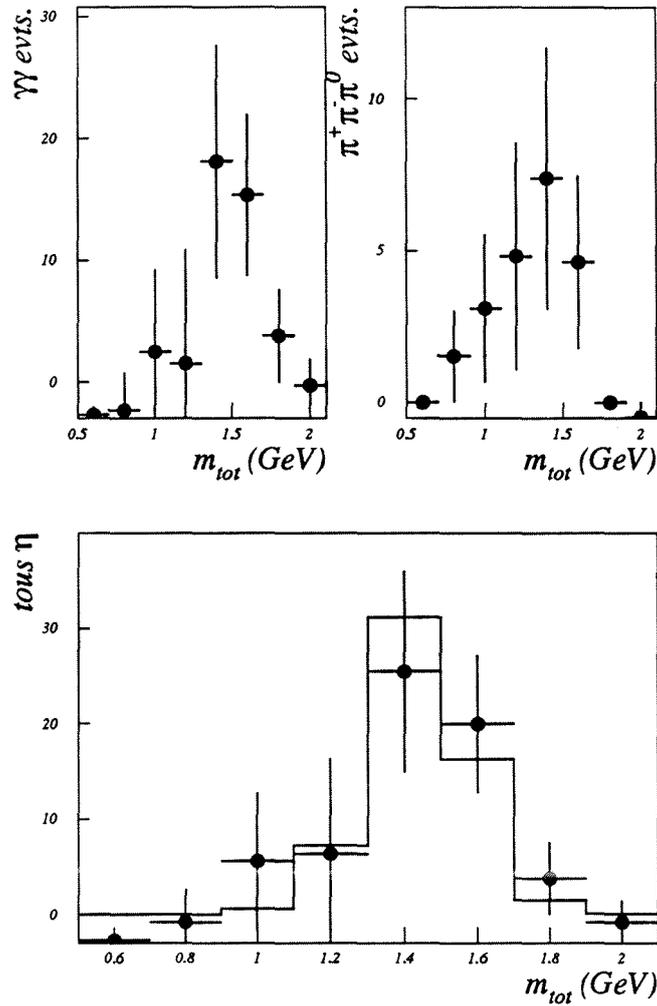


Figure 4.19: En haut à gauche, masse $\eta\pi\pi^0$ des candidats $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. A droite, celle des candidats $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. En bas, la somme des deux comparée au Monte-Carlo (i.e. à CVC).

Chapitre 5

Canal $3\pi\pi^0 / \omega\pi$

5.1 Rapport de branchement

5.1.1 Configuration des traces chargées

- Nous utilisons la présélection de “classe 15” pour obtenir un échantillon d'évènements dileptons non biaisé. Nous y ajoutons des critères de qualité pour ne garder que des évènements bien reconstruits. On demande ainsi que les traces soient bien contenues dans le détecteur: $\geq 18^\circ$ vis à vis du faisceau et au moins 4 points reconstruits dans la TPC, 2 au moins des 3 candidats “pions” passant très près du point d'interaction (distances transverse $\leq .2 \text{ cm}$ et longitudinale $\leq 3 \text{ cm}$). On veut aussi que l'angle d'ouverture des traces chargées reste inférieur à 30°
- Parmi les trois traces retenues pour être les 3 pions, aucune ne doit être positivement identifiée comme électron. Nous supprimons ainsi les multi-électrons sans perdre les évènements 3 pions où l'un des pions n'a pas été reconnu. L'identification des traces n'est pas la partie cruciale de la sélection. Nous avons utilisé une identification sommaire et constaté qu'un algorithme plus sophistiqué n'apportait rien de plus. L'identification sommaire repose sur trois estimateurs:
 1. Perte d'énergie par unité de longueur dans la TPC: “ dE/dX ”
 2. Profil transverse normalisé à celui de l'électron: “ $R_T = \frac{X-X_0}{\sigma_x}$ ”
où $X = E_4/p$, p impulsion et E_4 énergie dans les étages centraux de la trace, X_0 et σ_x , moyenne et écart-type de la gaussienne décrivant la distribution de X pour des électrons.

3. Profil longitudinal normalisé: " $R_L = \frac{a-a_0}{\sigma_a}$ "

où a_0 et σ_a sont encore la valeur centrale et l'écart de la gaussienne ajustée sur la distribution de a pour des électrons, et: $a = \frac{\sigma_S^2}{\langle S \rangle^2}$, $\langle S \rangle = \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{S_i E_i^4}{S_i}}{\sum_{i=1}^3 S_i}$ où E_i et S_i sont respectivement l'énergie déposée et le barycentre en profondeur de cette déposition dans l'étage i .

- Enfin on tolère une ou deux traces supplémentaires, non-identifiées en tant que pions, qui proviennent de la conversion d'un photon en une paire e^+e^- . Une trace supplémentaire sera regardée comme une conversion asymétrique, où l'une des traces de la paire est perdue car d'impulsion très basse. Une paire supplémentaire sera considérée comme une conversion ordinaire (environ 7% des photons), à condition de s'approcher des caractéristiques d'une telle configuration: distance d'approche transverse minimale et masse invariante nulles entre les deux traces. On peut se reporter à la figure 4.12 pour constater la bonne marche de ce processus.

5.1.2 Sélection du π^0

C'est ici que nous devons distinguer le signal des principaux bruits de fond attendus, à savoir les canaux $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi$ et $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0$. Nous allons d'une part appliquer des critères de qualité très sévères aux photons calorimétriques reconstruits, afin d'éliminer la pollution notamment de résidus d'interaction hadronique des pions chargés, et d'autre part exiger la reconstruction exclusive d'un seul π^0 afin de bien isoler le signal et de ne le garder que s'il est bien reconstruit.

- Tout photon du ECAL doit remplir les critères suivants:
 - fraction d'énergie dans les deux premiers étages $\geq 65\%$, pour avoir une gerbe de profil longitudinal raisonnablement électromagnétique .
 - barycentre dans une tour qui ne borde pas une fissure du calorimètre, pour qu'il soit correctement reconstruit.
 - angle $\leq 30^\circ$ avec les traces afin qu'il provienne vraisemblablement du τ .
 - $d + 2.5 \times E \geq 7$ où d et E désignent respectivement la distance du photon à la trace la plus proche et son énergie. Ce critère élimine une région du plan E - d particulièrement riche en faux photons produits par l'interaction hadronique d'un pion chargé.
 - Pour compléter la sélection obtenue par le critère précédent, on exige encore les conditions suivantes:

$$E > 3 \text{ GeV ou } r_1 > .12 \text{ ou } d > 7 \text{ cm}$$

$$E > 3 \text{ GeV ou } r_2 > r_1 \text{ ou photon isolé dans l'étage 2}$$

$$E > 3 \text{ GeV ou } r_2 > r_3 \text{ ou photon isolé dans l'étage 3}$$

où r_i désigne la fraction d'énergie déposée dans le $i^{\text{ème}}$ étage.

- Un photon converti doit uniquement être proche des traces chargées (moins de 30°), ce qui est aussi exigé des photons calorimétriques, puisqu'il ne peut évidemment être le genre de faux photon que nous voulons éliminer par les coupures ci-dessus. Précisons aussi la zone de recouvrement entre le corps principal et les bouchons du ECAL, appelée overlap, entraîne parfois l'algorithme de reconstruction de photons à voir 2 photons là où en fait un seul pénètre. Pour cette raison on demande que nos photons ne soient pas tous deux dans cette région. Enfin, on admet encore un éventuel photon calorimétrique supplémentaire si son énergie est inférieure à 1.1 GeV car il s'agit souvent dans ce cas d'un faux photon ayant échappé à nos coupures. Nous verrons plus tard l'intérêt de cette clause pour l'erreur systématique.
- On demande alors simplement aux deux candidats bons photons d'avoir une masse invariante entre 80 et 200 MeV pour être compatibles avec l'hypothèse d'une désintégration $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$.

5.1.3 Coupures anti non- τ

Il nous reste à considérer les bruits de fond ne provenant pas de la désintégration d'un τ .

$$\underline{Z^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-} :$$

Ce processus est si différent de notre canal qu'il ne risque pas de le contaminer.

$$\underline{\gamma\gamma \rightarrow f\bar{f}} :$$

Ces événements ont déjà été partiellement éliminés par la présélection de di-lepton. De plus, seul le processus $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ peut contaminer notre échantillon et sa section efficace est relativement faible. On confirme en utilisant un échantillon simulé que leur nombre peut être négligé.

$$\underline{e^+e^- \rightarrow e^+e^-} :$$

Bien que ce processus soit très différent du signal, sa section efficace, notamment à bas angle, est très élevée. C'est une raison supplémentaire pour demander aux traces d'être à plus de 20° du faisceau. Nous exigeons de plus n'avoir aucun électron parmi nos trois candidats pions ce qui est assez radical contre ces événements. On estime en analysant la simulation que leur contamination est ≤ 5 pour mille.

$$\underline{Z^0 \rightarrow q\bar{q}} :$$

La section efficace $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$ est plus de 20 fois supérieure à $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ et ces événements peuvent prendre des configurations proches de celle du signal. On en a déjà éliminé la plupart par la présélection de di-leptons mais cette majorité était la plus typique. On a en

effet rejeté ceux qui avaient une grande multiplicité chargée ou un grand angle d'ouverture entre les traces conduisant à une masse invariante incompatible avec la masse du τ . Pour traiter ceux de ces événements qui n'ont pas ce caractère marqué qui les différencie du signal tout en ne biaisant pas notre échantillon, nous appliquons des coupures supplémentaires sur l'hémisphère de recul. Cette technique a l'avantage de ne biaiser en rien notre échantillon et de n'être pas plus pénalisante pour $3\pi\pi^0$, qui nous intéresse, que pour n'importe quel autre canal, $\tau \rightarrow \nu_\tau e \nu_e \nu_\tau$ par exemple. Nous demandons donc de l'autre côté au plus 3 traces, au plus 5 photons et au plus 15° d'ouverture du jet de traces. Les données simulées révèlent alors que nous avons réduit ce bruit de fond à moins de 5 pour mille du total de candidats. On peut voir sur la figure 5.1 l'effet de ce critère sur le spectre de masse totale des hémisphères sélectionnés. Il y a un unique très léger biais à cette technique d'élimination dû à ce que l'on utilise le nombre de traces de l'autre côté après avoir dans la présélection restreint leur nombre total à moins de 8. Cependant la rareté de la topologie $\tau \rightarrow \nu_\tau 5 \text{ traces}$ rend ce défaut minime à notre échelle.

5.1.4 Résultat

Les données prises par ALEPH entre 1990 et 1993 correspondent à 86756 paires de τ produites ($N_{\tau\tau}$). Notre sélection fournit 2350 candidats (N_D). Utilisant 2.10^5 événements " τ " simulés (N_τ^{MC}), on estime que l'efficacité globale de celle-ci est 28.1% (ϵ) et que la contamination est de 12.6% (c). On obtient donc le rapport de branchement:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0) = \frac{N_D(1-c)}{2\epsilon N_{\tau\tau}} = 4.21 \pm .09_{stat.}\%$$

L'erreur statistique se rapporte uniquement à N_D . La figure 5.1 montre la distribution de masse totale de la sélection avant et après la coupure sur l'hémisphère de recul avec en grisé la contribution estimée de bruit de fond.

Notons que nous donnons ici un résultat entièrement exclusif jusqu'au niveau du pour mille. Les contributions kaoniques supérieures sont en effet prises en compte dans la simulation: principalement $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi K_s^0 \pi^0$ (et $\tau \rightarrow \nu_\tau K K_s^0 \pi^0$) où $K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Ce n'est pas le cas des résultats que l'on trouve généralement dans la littérature.

5.1.5 Erreurs Systématiques

Simulation

Contamination et efficacité sont estimés à partir de $N_\tau^{MC} = 2.10^5$ événements simulés seulement. L'erreur statistique correspondante est donc de: $\Delta(Br)/Br = 1.2\%$.

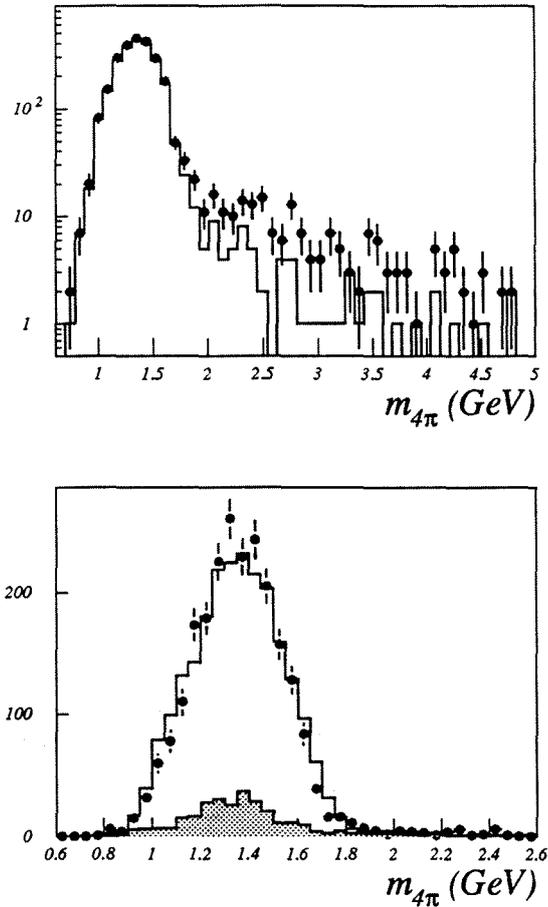


Figure 5.1: Masse totale de l'hémisphère pour la sélection $3\pi^0$ avant (points) et après (trait plein) coupure sur l'hémisphère de recul. En bas en échelle linéaire, comparaison avec la simulation après cette coupure. En grisé, estimation Monte-Carlo du bruit de fond de τ (contamination de 12.6%).

De plus, l'incertitude relative sur les principaux rapports de branchement du bruit de fond entraîne une possible variation de la contamination c conduisant à $\Delta(Br)/Br = .6\%$. $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi$ et $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0$, qui représentent respectivement 30 et 41 % du fond de τ , ne sont en effet mesurés qu'avec des précisions relatives d'environ 3 et 10 %.

Efficacité de reconstruction des photons

L'efficacité de l'algorithme GAMPEX a été étudiée en détail. Le seul problème concerne les petits photons (au-dessous de 1 GeV) qui peuvent être perdus par effet de seuil. Si le photon est isolé, il y a un seuil dit de "pre-clusterisation", i.e. dépôt minimal préalable à la constitution d'un agrégat, dans l'algorithme JULIA de 90 MeV pour un étage. De plus, dans tous les cas, il y a les seuils d'étages appliqués dès l'acquisition ainsi que les seuils de germination appliqués par GAMPEX. Ainsi, cet algorithme exige d'un photon qu'il possède de l'énergie dans le second étage et par conséquent, il faut que la simulation du calorimètre reproduise le profil longitudinal d'une gerbe électromagnétique de manière à ce que l'effet de ce critère soit identique entre simulation et données réelles. Nous estimons l'incertitude due à tous les seuils appliqués en faisant varier le seuil de reconstruction le plus important qui est celui de l'énergie minimale dans les 2 premiers étages. On le déplace de 250 MeV (défaut) jusqu'à 400 MeV et l'on observe comment varie comparativement le nombre d'événements sélectionnés. On constate que l'efficacité, obtenue par la simulation, varie de manière proche de l'efficacité réelle, i.e. du nombre d'événements des données passant toute la sélection. Cependant, les fluctuations entre ces deux évolutions laissent place à une incertitude relative de 1.4% sur l'efficacité et donc sur $\Delta(Br)/Br$.

Efficacité de sélection du π^0

Notre définition d'un π^0 est tout simplement une paire de photons de masse invariante entre 80 et 200 MeV. Il faut donc que le spectre de masse invariante des 2 photons provenant d'un π^0 (figure 5.2) soit raisonnablement semblable entre simulation et données, ce qui n'est pas évident a priori. Cela nécessite une calibration minutieuse du ECAL qui tienne compte non seulement de l'évolution physique et mécanique du calorimètre mais aussi de ses inhomogénéités, de la saturation, des effets de fuite et d'agrégation. Un tel ajustement, consistant à corriger de manière ad hoc les énergies estimées, a été obtenu entre simulation et données. Il permet également d'éviter que la masse invariante ne dépende de l'énergie du π^0 . Après cette opération, on constate que les spectres de masse $\gamma\gamma$ coïncident assez bien. Si l'on déplace la fenêtre de sélection autour de $[80; 200] MeV$, on voit que l'efficacité de la coupure est reproduite avec une précision relative inférieure à 2%.

Faux photons hadroniques

On sait que les pions qui interagissent dans ECAL produisent des gerbes hadroniques, plus éparpillées que les gerbes électromagnétiques, qui induisent GAMPEX à reconstruire des photons supplémentaires. Il est admis que la simulation de cet effet est imparfaite et c'est pourquoi nous avons appliqué des critères de qualité pour éliminer ces "faux photons". Il reste cependant un

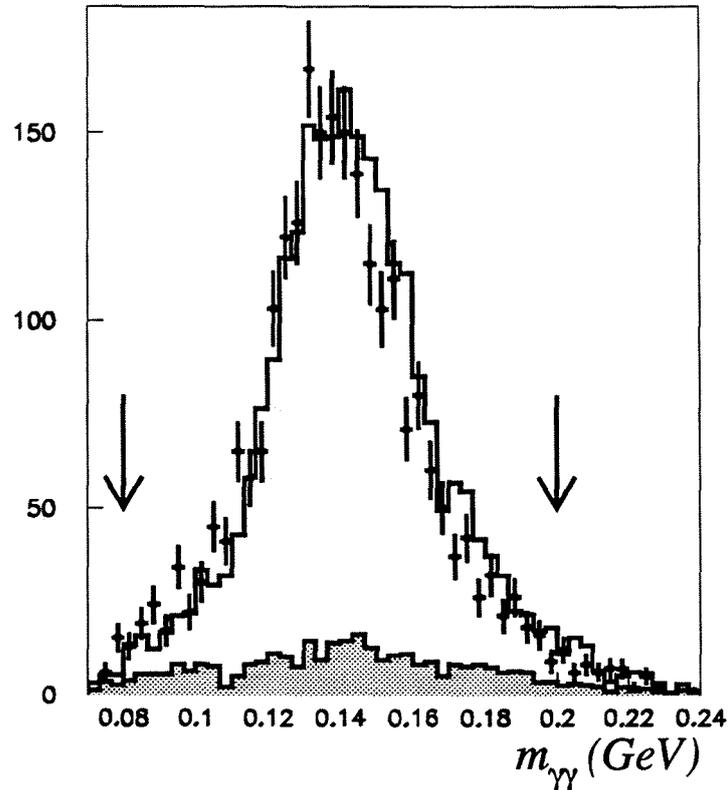


Figure 5.2: Masse invariante des paires de photons sélectionnées: comparaison Monte-Carlo données et zone de coupure.

peu de ces faux photons dont l'effet, en ce qui nous concerne, est d'induire des transitions de 1 à 2 et de 2 à 3 photons qui ne sont pas correctement reproduites par la simulation:

- Les transitions de 1 à 2 photons ne nous gênent guère. En effet, la paire faux photon-vrai photon a tendance à être de masse invariante plus basse que notre coupure inférieure de 80 MeV.
- Les secondes sont plus problématiques et c'est à cause d'elles que nous avons toléré un éventuel 3^{ème} photon de moins de 1 GeV dans notre échantillon. On constate que nous récupérons ainsi une très grande partie de ces faux photons qui ont échappé aux critères de qualité et donc que les possibilités d'erreur sur le nombre d'évènements gardés sont réduites à moins de 1%. On obtient ce chiffre en comparant simulation et données sur le rapport nombre sélectionné, nombre rejeté pour cause de "bon" 3^{ème} photon.

Bruit de fond non- τ

Nous négligeons les contributions des processus $Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ et $\gamma\gamma \rightarrow f\bar{f}$ comme expliqué ci-dessus. Nous avons aussi estimé que Bhabha et hadrons étaient tous deux inférieurs à 5 pour mille ce qui nous conduit à une contribution: $\Delta(Br)/Br = 1\%$.

Nombre total de τ

Nous avons enfin une incertitude relative d'environ .2% (voir section 3.1) sur le nombre total de τ s produits ce qui donne également $\Delta(Br)/Br = .2\%$.

Conclusion

Résumons les différentes contributions à l'erreur relative sur le rapport de branchement (en %):

N_τ	non - τ	MC stat	branch.	ϵ_γ	$m_{\gamma\gamma}$	int.hadr.	TOTAL
.2	1	1.2	.6	1.4	2	1	3.1

Nous en déduisons:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0) = 4.21 \pm 0.09_{stat.} \pm 0.13_{syst.}\%$$

Notons que ce résultat est en excellent accord avec, et de précision supérieure, à la plus récente prédiction par CVC [37]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)_{CVC} = 4.20 \pm 0.29\%$$

5.2 Sous-processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho\pi\pi$

5.2.1 Introduction

Cette partie et la suivante qui traite de $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi$ sont interdépendantes. L'un des processus est toujours soustrait dans l'étude de l'autre. Il nous faut donc mentionner à ce point de

l'analyse l'existence à hauteur d'environ 40% d'une composante $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$, $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ dans l'état final $3\pi\pi^0$.

Dans cette section, nous voulons mettre en évidence et si possible mesurer les proportions relatives des processus $\rho^{unl} \pi^{lik} \pi^{lik}$, $\rho^{lik} \pi^{unl} \pi^{lik}$ et $\rho^0 \pi^{lik} \pi^0$ dans $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^{unl} \pi_1^{lik} \pi_2^{lik} \pi^0$ ("unl" signifie de charge opposée au τ , "lik" de même charge et "zer" neutre). Pour cela nous construisons tous les spectres de masse invariante $\pi\pi$ disponibles: $(\pi\pi)^{unl}$, $(\pi\pi)^{lik}$, $(\pi\pi)^0$ et $(\pi\pi)^{dbl}$. On doit voir chacun des trois ρ dans une des trois premières distributions. La dernière ($(\pi\pi)^{dbl}$) est utilisée à la fois pour être complet et comme vérification de l'absence de création artificielle de pic dans la zone du ρ .

La difficulté est de quantifier ces observations et cela pour deux raisons essentielles. Premièrement, cela n'a de sens de mesurer des proportions que si on parle de processus discernables. Or les effets d'interférence vont se révéler tels que cela n'est pas du tout évident. Deuxièmement, la dynamique de cette désintégration étant inconnue, nous sommes contraints d'utiliser un modèle. Nous utiliserons celui adopté par TAUOLA [24]. Comme nous l'avons discuté en détail précédemment (1.4.1), le modèle utilisé fournit des prédictions très fortes: pas de ρ de charge du τ et deux fois plus de ρ chargé que neutre. Nous ne voulons bien évidemment pas de ces à priori. On ne générera par conséquent que des événements purement ρ^0 ou ρ^{lik} afin d'obtenir les distributions de référence utiles.

5.2.2 Méthode de mesure

Nous allons ajuster simultanément sur les 4 spectres ci-dessus, les proportions de 3 spectres de référence. Ceux-ci correspondent aux 3 situations possibles pour une paire de pions dans un système $\rho\pi\pi$ (figure 5.3):

[ins]: les 2 pions sont dans le rho, i.e. on a une distribution de type Breit-Wigner.

[mix]: un des pions est dans le rho, ressemble à un pur espace de phase

[ext]: les 2 pions sont hors du rho, ressemble à la précédente mais plus tassée vers les basses masses invariantes par la présence à côté du ρ résonnant.

Nous supposons donc que $\rho\pi\pi$ décrit tout ce qui ne procède pas de $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ dans $3\pi\pi^0$ ainsi que nous l'avons expliqué en 1.8.1. Si nous négligeons les interférences entre les 3 charges de ρ , nous avons donc par définition que la somme des 3 proportions ajustées est 1.

Pour obtenir ces distributions, nous générons d'une part des événements $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{unl} \pi^{lik} \pi^{lik}$ et d'autre part $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^0 \pi^{lik} \pi^0$. Le processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{lik} \pi^{unl} \pi^{lik}$ est identique à $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^0 \pi^{lik} \pi^0$ à l'échange entre π^{unl} et π^0 près. $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{unl} \pi^{lik} \pi^{lik}$ est différent de ces 2 par sa combinatoire, il n'y a qu'un seul choix des pions entrant dans le ρ au lieu de 2, et par le fait que si l'on observe

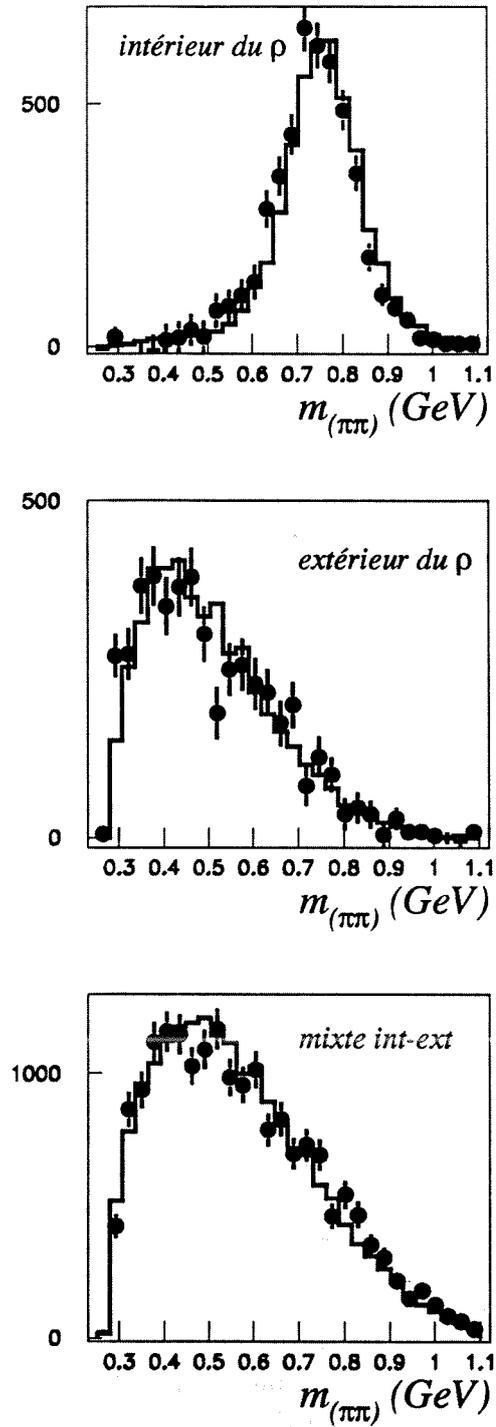


Figure 5.3: Spectres de référence obtenus par deux Monte-Carlo spéciaux différents. De haut en bas: les 2 pions dans un méson ρ , les 2 hors du ρ , un dedans un dehors.

ses masses invariantes $m_{\pi^+\pi^-\pi^0}$, pour chacun des 2 choix possibles π_1^{lik} ou π_2^{lik} , les 2 pions du ρ en font partie.

$$(\rho^{uni} \pi^{lik} \pi^{lik}) : \begin{cases} (\pi\pi)^{uni} = [ins] \\ (\pi\pi)^{dbl} = [ext] \\ (\pi\pi)^{lik} = 2 \times [mix] \\ (\pi\pi)^0 = 2 \times [mix] \end{cases} \quad (\rho^0 \pi^{lik} \pi^0) : \begin{cases} (\pi\pi)^{uni} = [mix] \\ (\pi\pi)^{dbl} = [mix] \\ (\pi\pi)^{lik} = [ext] + [mix] \\ (\pi\pi)^0 = [ext] + [mix] \end{cases}$$

Notons que les distributions de référence sont normalisées à une entrée par évènement, tandis que $(\pi\pi)^{lik}$ et $(\pi\pi)^0$ en ont 2. Ces relations montrent comment on obtient les distributions voulues à partir des deux échantillons de simulation purement $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{uni} \pi^{lik} \pi^{lik}$ et $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^0 \pi^{lik} \pi^0$. On en déduit également que si W_{uni} , W_{lik} et W_{zer} désignent les poids relatifs des processus ayant le ρ de charge correspondante, les distributions observées dans les données doivent s'obtenir par (rappelons qu'on fait l'hypothèse d'une superposition incohérente):

$$\begin{cases} (\pi\pi)_{uni} = W_{uni} \times [ins] + W_{lik} \times [mix] + W_{zer} \times [mix] \\ (\pi\pi)_{lik} = 2W_{uni} \times [mix] + W_{lik} \times ([ins] + [mix]) + W_{zer} \times ([ext] + [mix]) \\ (\pi\pi)_{zer} = 2W_{uni} \times [mix] + W_{lik} \times ([ext] + [mix]) + W_{zer} \times ([ins] + [mix]) \\ (\pi\pi)_{dbl} = W_{uni} \times [ext] + W_{lik} \times [mix] + W_{zer} \times [mix] \end{cases}$$

La normalisation $W_{uni} + W_{lik} + W_{zer} \equiv 1$ fait que nous avons en réalité deux et non pas trois paramètres libres. D'autre part, il est clair que l'on doit utiliser les distributions de masse $(\pi\pi)$ seulement après en avoir soustrait tout ce qui n'est pas $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$ faute de quoi ces contributions devraient apparaître dans notre système. Cela entraîne plusieurs inconvénients. Nous devenons sensibles non seulement à la normalisation du bruit de fond mais aussi à sa dynamique. En particulier nous devons soustraire les évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0$ pour lesquels très récemment seulement ([29] et 6.2) on a mesuré une forte composante $\omega \pi \pi^0$. De plus, si le bruit de fond de τ hors $3\pi \pi^0$ représente seulement $c = 12.6\%$, nous avons à côté de $\rho \pi \pi$ des évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ qui sont presque aussi nombreux. Nous devons donc tenter de les séparer ce qui bien sûr se fait en examinant la distribution de masse invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$ sur laquelle les seconds montrent un très important pic correspondant à la désintégration $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (figure 5.4). On supprime donc les évènements pour lesquels une au moins des combinaisons $\pi^{uni} \pi_1^{lik} \pi^0$ ou $\pi^{uni} \pi_2^{lik} \pi^0$ se situe dans la zone $m_\omega \pm 80 \text{ MeV}$. La proportion de $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ rejetée est d'environ 93%. Enfin, pour compléter notre exposé sur l'élaboration de l'ajustement, il faut préciser que les coefficients ainsi obtenus reflètent les proportions après sélection et séparation des évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$. Toute différence à ce point de vue entre les différentes charges de ρ doit donc être corrigée pour parvenir aux proportions initiales qui nous intéressent. Voyons maintenant comment les divers échantillons spécifiques de simulation nous ont permis de traiter ces problèmes.

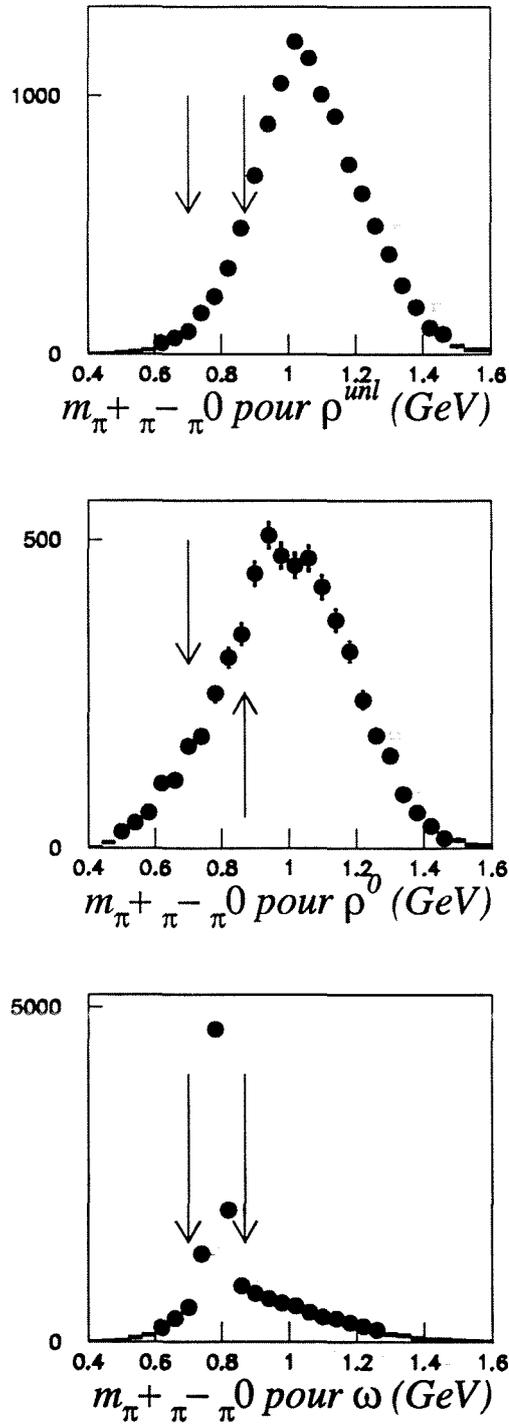


Figure 5.4: Spectres de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ pour les 2 Monte-Carlo spciaux de $\rho\pi\pi$ et pour celui de $\omega\pi$. On remarque que la coupure indiquue par les flches a une efficacit diffrente dans les 3 cas.

5.2.3 Echantillons simulés

Simulation de τ

Le niveau du bruit de fond après sélection et sa composition sont estimées par ces évènements . Leur importance dans notre ajustement est réduite puisqu'ils ne représentent que 12.6% de la statistique. Il faut aussi évaluer l'effet de la coupure de séparation des évènements $\omega\pi$. Si donc certains évènements procèdent par la résonance ω , la simulation doit en tenir compte. On voit que la dominance de $\omega\pi\pi^0$ dans $3\pi 2\pi^0$ récemment mise en évidence par CLEO [29] et ce travail (section 6.2) est la chose la plus importante sous ce rapport.

Simulation de $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$

Il est important d'estimer correctement l'efficacité de la sélection et surtout celle de la séparation par la fenêtre de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ sur ces évènements . Par chance, la dynamique de ce canal est connue. De plus, il interfère peu avec $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$ ce qui nous permet d'estimer assez bien sa contamination résiduelle et son spectre (après séparation). Nous avons cependant besoin d'évaluer sa quantité ou sa fraction relative dans $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0$. On montre dans la prochaine section que cette fraction est d'environ 38%.

Simulation de $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{uni} \pi^{lik} \pi^{lik}$ et $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^0 \pi^{lik} \pi^0$

Ces deux échantillons permettent de vérifier que l'on peut indifféremment extraire les distributions de référence de l'un ou de l'autre et donc qu'on a bien 3 distributions différentes et non pas 9 (3 par charge de ρ) comme l'illustre la figure 5.3. On voit donc qu'à condition de réajuster le quadri-vecteur du π^0 , les Breit-Wigner dûes aux résonances ρ sont identiques, que ce ρ soit composé de deux pions chargés ou d'un pion chargé et d'un π^0 . La figure 5.5 compare les différents spectres de masse ($\pi\pi$) entre le niveau du générateur d'évènements (KORALZ) et l'état final (après sélection et reconstruction). On a vérifié que la distorsion observée est surtout causée par la coupure anti- ω , excepté dans la zone de très basse masse ($\pi\pi$) ($m_{(\pi\pi)} \leq 400 MeV$). L'acceptance de notre sélection est donc assez plate vis à vis de $m_{(\pi\pi)}$ ce qui nous assure de bien ajuster des résonances ρ et non des artéfacts de reconstruction. Cela se traduit aussi par une efficacité de reconstruction identique pour les trois types de processus: $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{uni} \pi^{lik} \pi^{lik}$, $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{lik} \pi^{uni} \pi^{lik}$ et $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^0 \pi^{lik} \pi^0$. La coupure des combinaisons $\pi^+\pi^-\pi^0$ proches de m_ω par contre affecte le spectre de Breit-Wigner particulièrement. Le creusement observé dans la zone précédant $m_\omega - m_\pi$ s'explique aisément par le fait que ce spectre est obtenu à partir d'un Monte-Carlo d'évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{uni} \pi^{lik} \pi^{lik}$ qui se différencie de l'autre Monte-

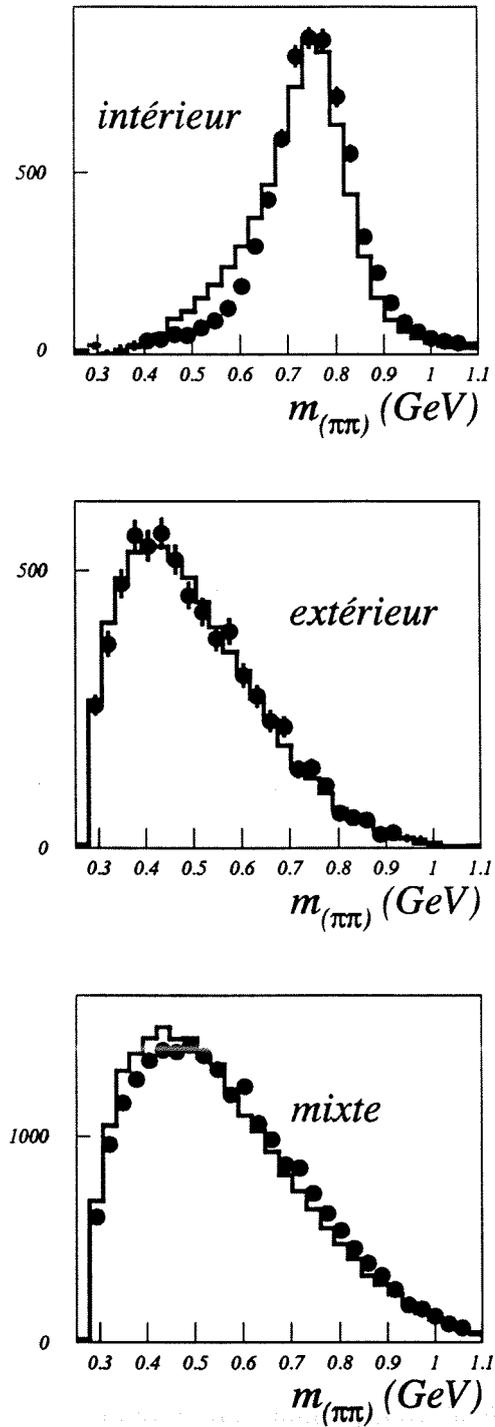


Figure 5.5: Comparaison entre le niveau du générateur Monte-Carlo d'évènements et le spectre utile final pour les distributions de référence.

Carlo ($\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^0 \pi^{lik} \pi^0$) par le fait que les deux combinaisons $\pi^+ \pi^- \pi^0$ contiennent les deux pions résonnants. Cette différence explique aussi que le spectre de masse $\pi^+ \pi^- \pi^0$ soit dans le premier cas à plus haute masse (voir figure 5.4) entraînant une perte d'efficacité moindre de 24% pour $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{uni} \pi^{lik} \pi^{lik}$.

5.2.4 Résultats

La contamination de taus est passée de 12.6% à $c' = 14.1\%$ à cause de la coupure sur $m_{\pi^+ \pi^- \pi^0}$ qui est plus dure pour le signal. D'autre part on estime un reste de 4.9% d'évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ ayant survécu à cette coupure. Notons que l'effet de cette coupure sur le fond (qui entre dans le calcul de c') a été réestimé en prenant soin de traiter le canal $3\pi 2\pi^0$ comme une superposition de $\omega \pi \pi^0$ à 80% (voir [29]) et de 20% d'espace de phase. On soustrait donc ces 2 contributions, non- $3\pi \pi^0$ et $\omega \pi$, des données (le bruit de fond de non- τ est négligeable à ce niveau). On corrige ensuite les formules de l'ajustement par le facteur de 24% mentionné ci-dessus et on effectue l'ajustement de deux des 3 paramètres (W_{uni} , W_{lik} et W_{zer}) sur les 4 distributions de masse ($\pi \pi$). Le résultat obtenu, correspondant à la figure 5.6, est:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{lik} = 33.8 \pm 2.6_{stat} \% \\ W_{zer} = 25.8 \pm 2.6_{stat} \% \\ W_{uni} = 40.4 \pm 2.3_{stat} \% \end{array} \right.$$

Remarquons encore que la contrainte $\sum_{i=1}^3 W_i = 1$ corrèle ces trois poids. Les erreurs ne sont donc pas indépendantes.

5.2.5 Erreurs Systématiques

Nous avons examiné les variations des résultats ci-dessus lorsque nous permettons aux différents paramètres déduits de la simulation de bouger dans la limite de l'incertitude que nous avons d'eux.

- Le niveau de bruit de fond, comme pour la mesure du rapport de branchement précédente, est soumis à une erreur statistique provenant de la taille finie de l'échantillon de données simulées et à une ignorance relative des rapports de branchement les plus importants. On trouve que cela entraîne des contributions de l'ordre de $\frac{\Delta(W)}{W} \Big|_{MC_{stat.}} \simeq 1\%$

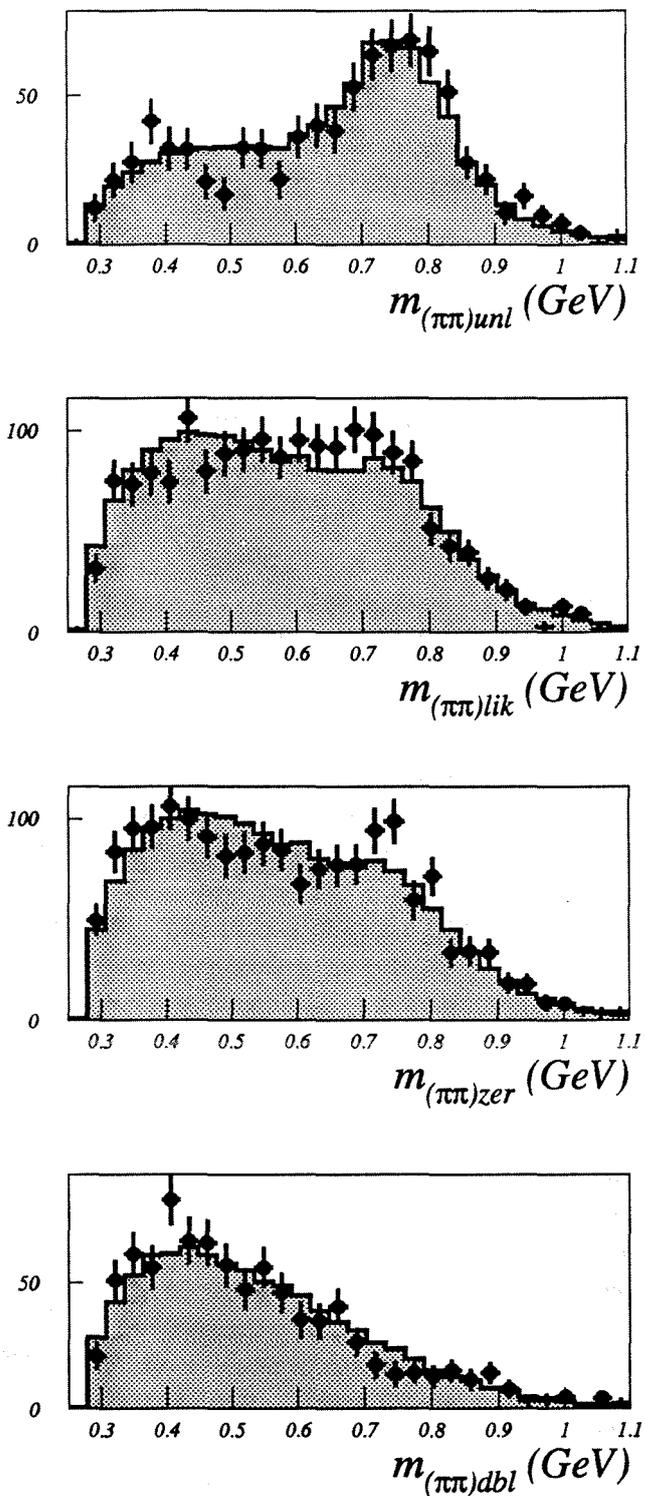


Figure 5.6: Résultat de l'ajustement des poids incohérents de $\rho^{uni}\pi^{lik}\pi^{lik}$, $\rho^{lik}\pi^{uni}\pi^{lik}$ et $\rho^0\pi^{lik}\pi^0$. On constate l'impuissance de cette méthode à reproduire correctement la dynamique de $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$

- La composition du bruit de fond, dont l'incertitude provenant des rapports de branchement est accrue par l'introduction d'une coupure anti-" ω " dont l'effet sur le canal $3\pi 2\pi^0$ nécessite une certaine connaissance de sa dynamique (contenu en $\omega\pi\pi^0$), entraîne néanmoins une erreur systématique faible puisque ce bruit de fond total n'est que de $c' = 14.1\%$ et a des spectres de masse ($\pi\pi$) relativement plats: $\frac{\Delta(W)}{W} \Big|_{MCdyn.} \leq 1\%$.
- La dynamique du processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ est connue mais le nombre de ces événements dépend de l'efficacité et surtout de la proportion de ce sous-processus, où si l'on veut de $B\tau$ ($\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$), dont la mesure fait l'objet de la prochaine section. Nous utilisons donc par anticipation ce résultat pour estimer: $\frac{\Delta(W)}{W} \Big|_{\omega\pi} \simeq .5\%$.
- Les résultats sont obtenus en corrigeant les formules 5.2.2 par le facteur $A = 1.24$ qui traduit la différence entre $\rho^{unl}\pi^{lik}\pi^{lik}$ et les autres charges de ρ face à la coupure sur $m_{\pi+\pi-\pi^0}$. On estime l'incertitude sur A à partir de la statistique des données simulées pour obtenir: $\frac{\Delta(W)}{W} \Big|_A \simeq 1\%$.
- La procédure d'ajustement induit en elle-même des incertitudes que nous apprécions en faisant varier le pas d'histogrammation et l'intervalle utile. On estime que: $\frac{\Delta(W)}{W} \Big|_{fit} \simeq 1.5\%$
- Nous n'avons pas donné beaucoup de détails pour toutes ces erreurs car elles sont peut être secondaires au vu du problème de l'erreur théorique due au modèle et de la déficience inhérente à une telle méthode d'ajustement basée sur l'idée d'une superposition incohérente. On voit sur les figures que l'ajustement est impuissant à reproduire convenablement tous les spectres observés.
On peut imaginer des raisons physiques pour certains désaccords observés. Ainsi, dans le spectre de $(\pi\pi)^{dbl}$, la corrélation de Bose-Einstein peut justifier l'accumulation d'événements à basse masse dans les données. Le fait dans le modèle de négliger toute interaction entre 2 pions hormis la résonance ρ peut également expliquer que le décalage apparent dans les données entre le ρ^{lik} et les deux autres charges ne soit pas reproduit. Le processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{lik}\pi^{unl}\pi^{lik}$ est en effet le seul des trois où les 2 pions en onde s (hors du ρ) peuvent être dans un état $I = 0$ et non pas seulement $I = 2$; état où on sait que le déphasage est plus grand que pour $I = 2$.
D'un autre côté, notre méthode, comme toute description en termes de proportions relatives, nécessite que l'on puisse négliger les termes d'interférence entre les différents processus. Il semble cependant que ce ne soit pas le cas ici. Il faut donc modifier le modèle lui-même pour tenter de reproduire les données en essayant de préserver ses bonnes propriétés comme la conservation de son courant ou bien, si l'on veut s'en tenir à cette approximation, générer des lots complets, avec interférences, pour chaque jeu de paramètres ajustables du modèle.
- On peut se donner une idée de l'erreur systématique théorique en prenant l'exemple du décalage du pic de ρ^{lik} . Si on le reproduit de manière ad-hoc dans le Monte-Carlo et qu'on

refait l'ajustement, on trouve des variations de 1 à 2%, suivant le paramètre. Il est encore plus délicat d'estimer l'incertitude due aux interférences, puisqu'on ne sait aucunement les reproduire. Faute de mieux, on utilise celles fournies par le Monte-Carlo en vérifiant les performances de notre ajustement sur ces données simulées elle-mêmes; i.e. on utilise les Monte-Carlo partiels superposés (sans interférence) pour reproduire le Monte-Carlo complet (avec interférences). On retrouve bien les paramètres de celui-ci à 1 ou 2% près, selon le paramètre.

En conclusion, nous obtenons:

$$\begin{cases} W_{ik} &= 33.8 \pm 2.6_{stat} \pm \simeq 3.5 \% \\ W_{zer} &= 25.8 \pm 2.6_{stat} \pm \simeq 3.5 \% \\ W_{uni} &= 40.4 \pm 2.3_{stat} \pm \simeq 4.0 \% \end{cases}$$

Nous insistons sur le caractère très partiel et délicat en particulier des erreurs systématiques dans ce résultat.

5.2.6 Double résonance

Une autre particularité du schéma théorique [15] est d'exclure la possibilité d'avoir 2 mésons ρ simultanés. Il est clair que cette configuration, correspondant à 3 ondes orbitales p, est très défavorisée. Nous n'avons de plus aucun modèle qui nous fournisse une base d'étude. En particulier, il est clair que la forme attendue pour un ρ doit être très affectée par la limite d'espace de phase. La seule possibilité d'approche nous semble être la plus simple. Elle consiste à construire l'histogramme à deux dimensions d'une masse invariante ($\pi\pi$) par rapport à celle des deux autres pions. Dans $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^{ik} \rho^0$, on aura donc deux entrées: $m_{\pi_1^{ik} \pi^0}$ vs $m_{\pi_2^{ik} \pi_{uni}}$ et $m_{\pi_2^{ik} \pi^0}$ vs $m_{\pi_1^{ik} \pi_{uni}}$. On effectuera ensuite les projections de cet histogramme sur chacun de ses axes en tentant d'amplifier un éventuel signal de $\rho\rho$ par la sélection sur l'autre axe d'une zone probable de masse pour un ρ ainsi contraint. On projette donc plutôt sur chaque axe une bande qui lui est parallèle et sélectionnant dans la combinaison adjacente une zone de masse probable pour un ρ . La figure 5.7 illustre ce procédé. On constate l'absence de toute indication en faveur d'un fort signal de $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho\rho$.

5.3 Sous-processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi$

Nous cherchons à déterminer à la fois l'abondance et la configuration de la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi$. La fraction s'obtient par l'étude du pic dû à la désintégration $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ dans le spectre de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$. La configuration orbitale du système ($\omega\pi$) est elle étudiée par le biais de l'angle χ décrit en 1.8.3.

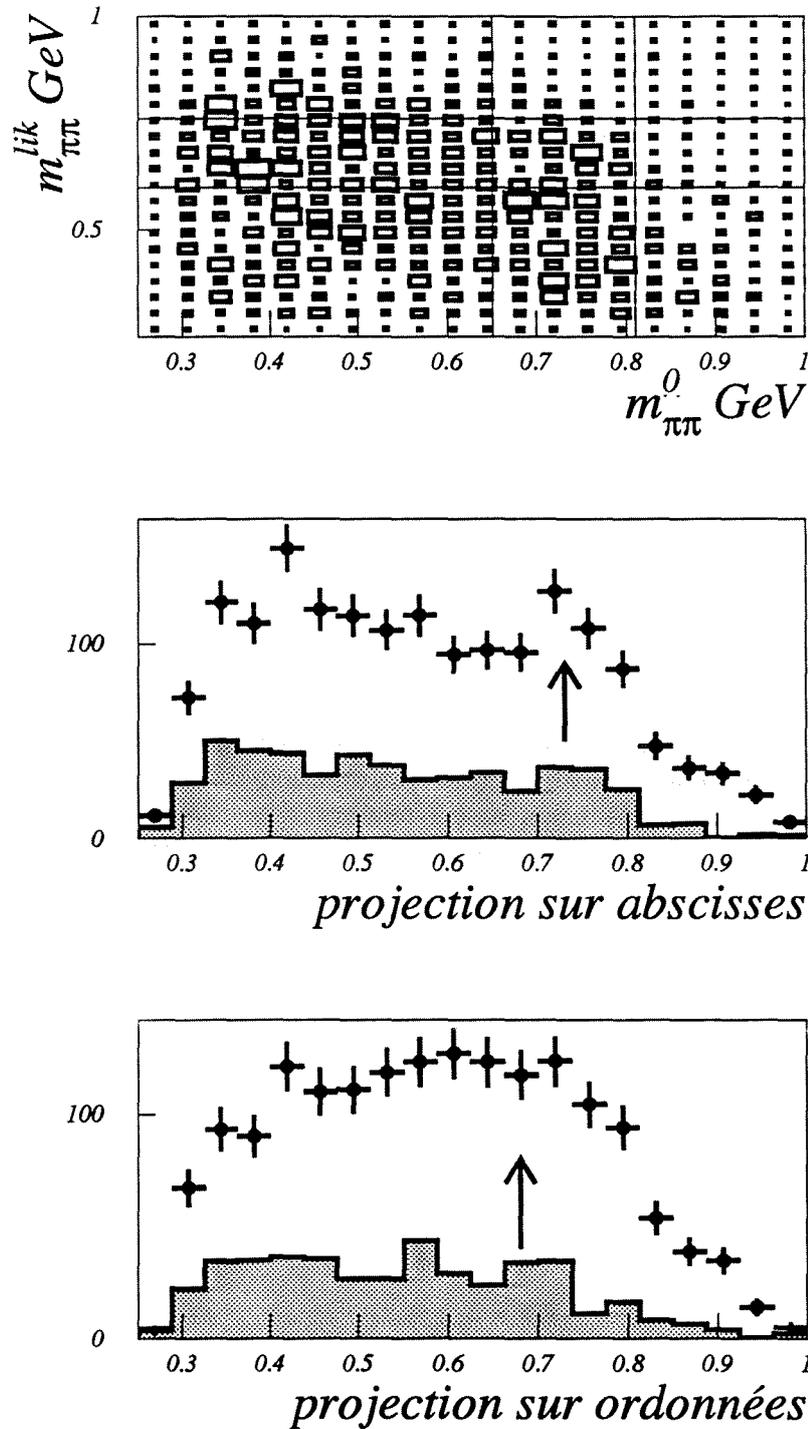


Figure 5.7: Spectre bi-dimensionnel d'une masse $\pi_i^{lik} \pi^0$ contre $\pi_j^{lik} \pi^{unl}$ et ses projections. En grisé, projections des bandes figurées sur le graphe du haut i.e. spectre d'une des masses lorsque l'autre est susceptible de résonner.

5.3.1 Mesure de $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)}$

Technique d'ajustement

Nous allons de nouveau recourir à la simulation afin de reproduire le spectre de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ des données. Si $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ ne pose pas de problèmes, on vient de voir que $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$ est lui plus mystérieux. Cependant, si l'on ne parvient pas à retrouver tous les spectres de masse ($\pi\pi$), on arrive par contre à un unique spectre de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ correct dans les événements $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$. L'intérêt de notre méthode, par rapport à un simple comptage de la population du pic du spectre autour de m_ω , consiste à fournir une description adéquate de ce spectre sur tout son intervalle. Si l'on essaie de faire ce comptage directement, on omet de compter le contenu des queues du pic résonnant. Si l'on ajuste localement une gaussienne, on impose sans nécessité cette forme arbitraire au spectre après reconstruction et sélection alors qu'il est déformé au moins par la présence d'un bruit de fond combinatoire correspondant au choix dans $\pi^+\pi^-\pi^0$ du pion de charge du τ qui jouxte ω . Moyennant cependant l'utilisation du résultat du paragraphe précédent, on parvient à reproduire correctement l'ensemble des données. Nous paierons bien sûr en erreur systématique le prix de notre relative ignorance du processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$.

Mesurons donc la proportion d'événements provenant de $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ par rapport au total de $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0$ dans les données, après soustraction du bruit de fond de " τ ", en ajustant la combinaison linéaire $\alpha \times (m_{\pi^+\pi^-\pi^0} \text{ dans } \omega\pi) + (1 - \alpha) \times (m_{\pi^+\pi^-\pi^0} \text{ dans } \rho\pi\pi)$. Cela est réalisé en maximisant la vraisemblance par rapport à l'observation de l'histogramme de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ ainsi obtenu en fonction de α . On corrige ensuite ce résultat brut par le rapport des efficacités de sélection pour des désintégrations $\omega\pi$ et $\rho\pi\pi$: $\epsilon_{\omega\pi}/\epsilon_{\rho\pi\pi} = 1.03 \pm .01\%$ où l'erreur est statistique seulement. Cette déviation de l'unité se comprend puisque ces deux processus sont dynamiquement très différents malgré leur produits finaux identiques.

Résultat

La largeur du pic dû au méson ω provient très largement de la résolution sur l'énergie des photons qu'il produit. On a bien sur tout intérêt à améliorer cette résolution ce que nous pouvons accomplir en contraignant leur masse invariante à être $m_{\gamma\gamma} = m_{\pi^0}$. On obtient finalement un pic de largeur 25 MeV pour une largeur naturelle de $\Gamma_\omega \simeq 8 \text{ MeV}$. On soustrait des données le spectre estimé du bruit de fond qui représente 12.6% de la statistique et après avoir choisi un intervalle et un pas raisonnables, on maximise la vraisemblance de la combinaison linéaire. Raisonnable signifie que l'intervalle d'ajustement englobe plus ou moins largement la zone accessible et que le pas soit adapté à la résolution en masse $\pi^+\pi^-\pi^0$. Le résultat "brut" est: $\alpha_R = .390 \pm .015$. On voit sur la figure 5.8 que l'accord est bon sur l'ensemble de l'intervalle avec un χ^2 par degré de liberté de 1.0 ce qui indique que l'interférence entre $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$ et

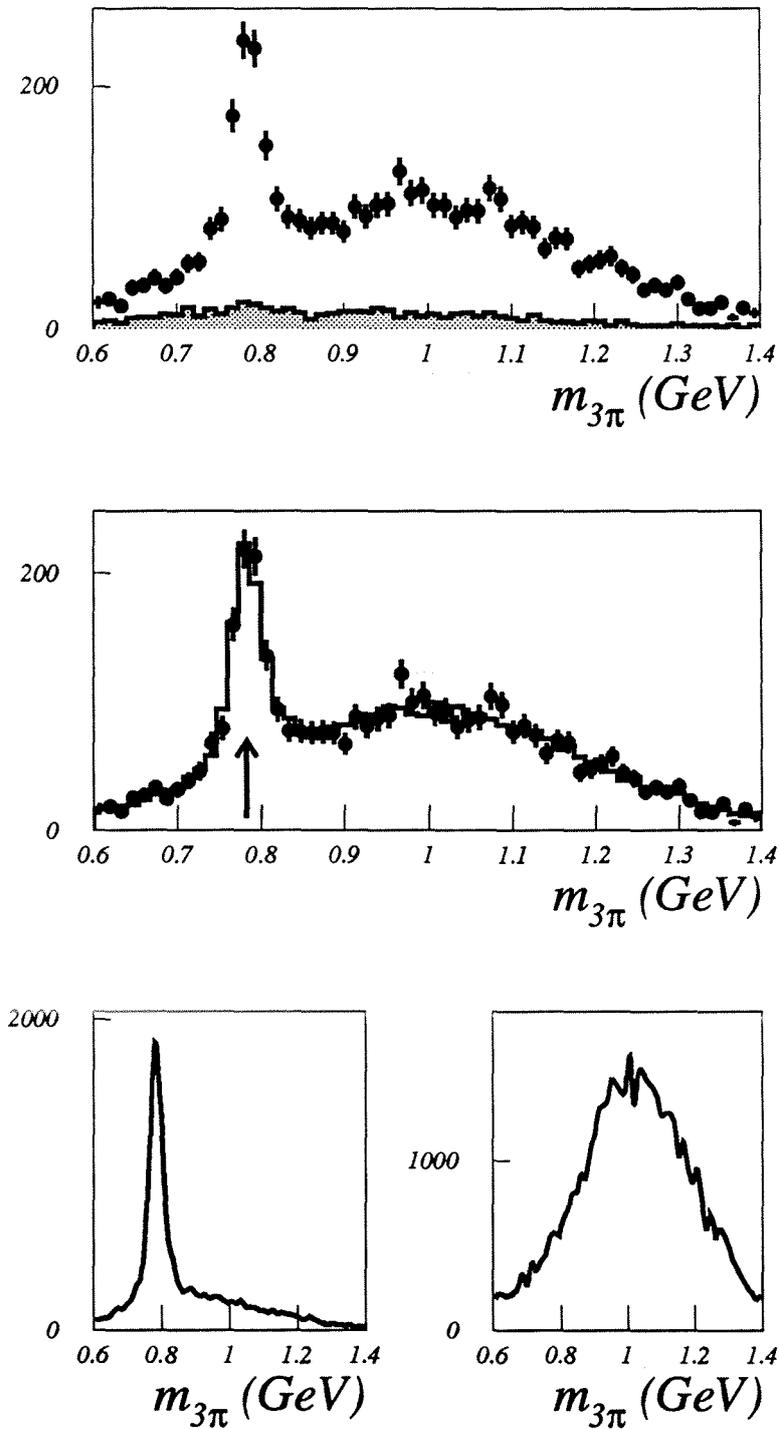


Figure 5.8: En haut: spectre de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ avec bruit de fond. Au milieu: accord entre ajustement et données soustraites. En bas: spectres attendus pour un processus purement $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ ($\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$).

$\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ est, elle, négligeable. Ceci est dû à l'étroitesse de la résonance ω . On corrige par le rapport d'efficacité $\epsilon_{\omega\pi} / \epsilon_{\rho\pi\pi}$ pour remonter à la proportion réelle:

$$\alpha = 38.3 \pm 1.5_{stat.}\%$$

Erreurs systématiques

- Notre procédure suppose que les distributions de référence de masse invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$ sont exactes comme des fonctions théoriques. Elles procèdent cependant d'une statistique finie de $15K$ d'évènements qui nous conduit à introduire une erreur systématique due à la statistique de la simulation des formes de spectre: $\Delta(\alpha)|_{stat.} = .7\%$
- De plus, la procédure d'ajustement en elle-même n'est pas absolument insensible au choix de l'intervalle et du pas d'histogramation. Elle se révèle cependant dans ce cas extrêmement stable de sorte que l'on a: $\Delta(\alpha)|_{fit} = .2\%$
- Nous sommes également très peu sensibles aux variations du bruit de fond:
 1. Le niveau global du bruit de fond peut varier du fait de la statistique limitée du Monte-Carlo ou des incertitudes sur les rapports de branchement. On obtient $\Delta(\alpha) = .1\%$
 2. Si on préserve ce niveau constant mais que l'on change la répartition entre les différents canaux dans les limites autorisées par les erreurs sur $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi)$ et $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)$, on obtient des variations de α de $\Delta(\alpha) = .3\%$.
 3. Le fond contient enfin un canal dominé par la résonance ω dont la soustraction peut donc affecter plus particulièrement le résultat. Faisant varier $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0)$ de $.34\%$ à $.44\%$ (voir [29]) on trouve: $\Delta(\alpha) = .2\%$
- Toutes les erreurs précédentes sont négligeables par rapport à celle que nous introduisons en voulant rendre compte de tout le spectre et donc en y faisant entrer la distribution de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ des évènements $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$. Nous préférons tout de même cela aux autres méthodes (comptage et ajustement local de gaussienne) car cela nous semble plus sûr et convaincant. Pour estimer $\Delta(\alpha)|_{\rho\pi\pi}$, on observe l'ampleur du désaccord entre les spectres de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ données et notre meilleur ajustement. On modifie celui-ci d'une amplitude qui dépasse celle du désaccord avec les données et on recommence l'ajustement de α . Les deux désaccords sont représentés sur la figure 5.9. On prend comme erreur le plus grand écart obtenu avec la valeur centrale (du meilleur ajustement): $\Delta(\alpha)|_{\rho\pi\pi} = 2\%$

En conclusion nous obtenons:

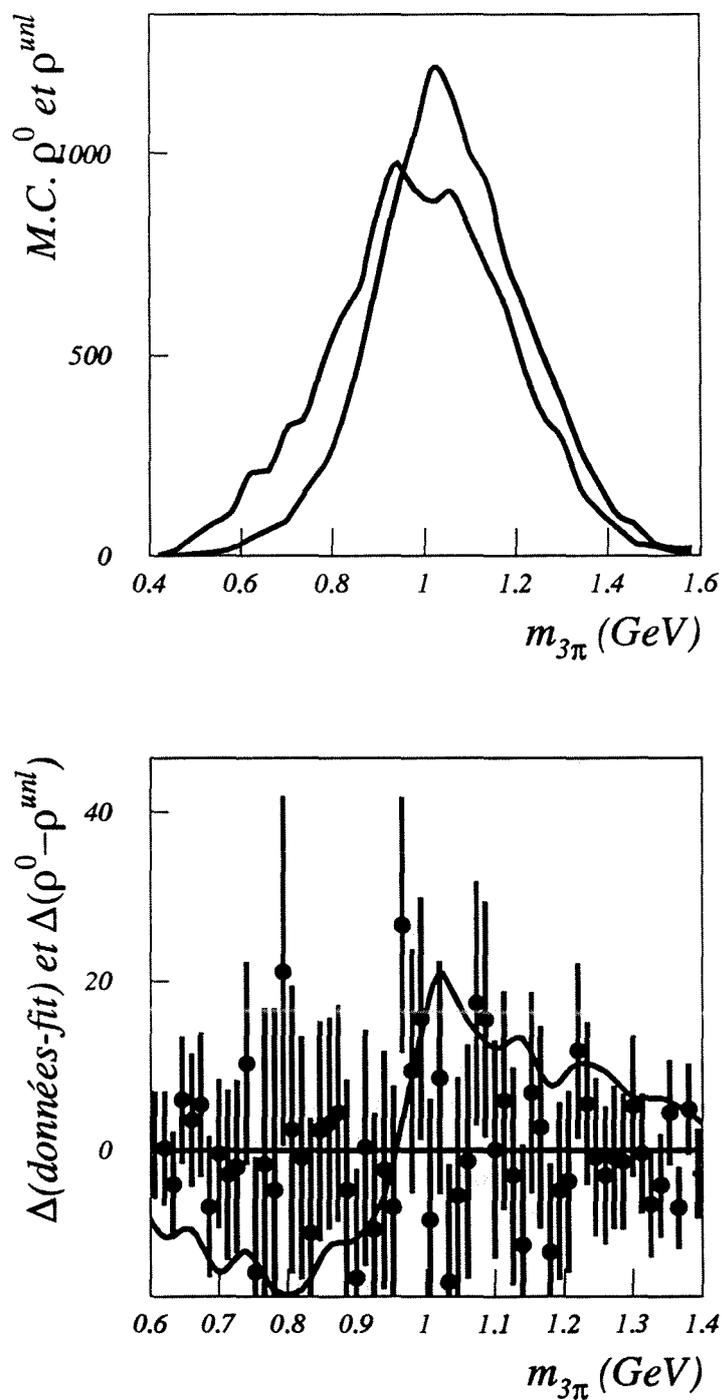


Figure 5.9: En haut: Spectres de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ pour les deux Monte-Carlo spéciaux: $\rho^{unl}\pi^{lik}\pi^{lik}$ et $\rho^0\pi^{lik}\pi^0$. En bas, le trait plein montre l'incertitude permise au spectre de référence Monte-Carlo (obtenue par variation de la proportion relative de $\rho^{unl}\pi^{lik}\pi^{lik}$) comparée au désaccord entre ajustement et données.

$$\alpha \equiv \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi) Br(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)} = 38.3 \pm 1.5_{stat.} \pm 2.2_{syst.}\%$$

Ce chiffre peut être traduit en rapport de branchement en $\omega\pi$ à l'aide de $Br(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$ et du rapport de branchement du τ en $3\pi\pi^0$ mesuré précédemment. On obtient:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi) = 1.82 \pm 0.15\%$$

L'erreur citée inclut statistique et systématiques pour α et $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)$ ainsi que l'erreur sur $Br(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$. Ce chiffre est en parfait accord avec les prédictions CVC les plus récentes [37]: $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi)_{CVC} = 1.79 \pm 0.14\%$. On constate même que la précision obtenue est tout à fait semblable à celle dérivée des données e^+e^- à basse énergie. On peut aussi comparer le spectre de masse de ces événements à la prédiction CVC. Le canal $\omega\pi$ est isolé par une coupure combinant masse invariante $\pi^+ \pi^- \pi^0$ et densité de Dalitz de la désintégration du méson ω (voir figure 1.5). On obtient alors le spectre de masse totale de la figure 5.10. La prédiction CVC dérivant des données de [45] et [46] s'accorde au résultat dans la limite des erreurs statistiques. La normalisation entre les deux sources a été opérée arbitrairement sur la figure 5.10.

5.3.2 Spin-parité de ($\omega\pi$)

Comme nous l'avons détaillé en 1.8.3, le système $\omega\pi$ doit être dans l'état $J^P(l) = 1^-(1)$. On cherche donc à borner supérieurement, grâce à la distribution de l'angle χ , toute contribution non-standard (se reporter à la figure 1.7).

Construction de la distribution

Nous utilisons une méthode de soustraction de bandes de contrôle qui permet de se passer entièrement de la simulation. Chaque événement possède deux combinaisons $\pi^+ \pi^- \pi^0$. Afin d'enrichir notre échantillon en $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$, nous sélectionnons les combinaisons situées dans la région centrale du diagramme de Dalitz (figure 1.5) où la densité est au moins la moitié de la densité maximale. Refaisant le spectre de masse $\pi^+ \pi^- \pi^0$ de ces combinaisons, on voit qu'un peu de signal a été perdu tandis que le fond est beaucoup plus bas et plus plat (figure 5.11). On découpe trois bandes dans ce spectre: une correspondant au pic de ω et deux de contrôle, de chaque côté de ce pic. Pour chacune, on construit le spectre de $\cos \chi$. Cette variable n'est définie qu'au signe près mais on ne la compare qu'à des distributions théoriques paires. On soustrait de la bande centrale les bandes de contrôle en normalisant leur somme à la statistique présente sous le pic de la bande centrale. Cette procédure vise à éliminer à la fois les contributions du bruit de fond non- $\omega\pi$ et le fond combinatoire de $\omega\pi$ (choix du mauvais pion de la charge du τ). Il

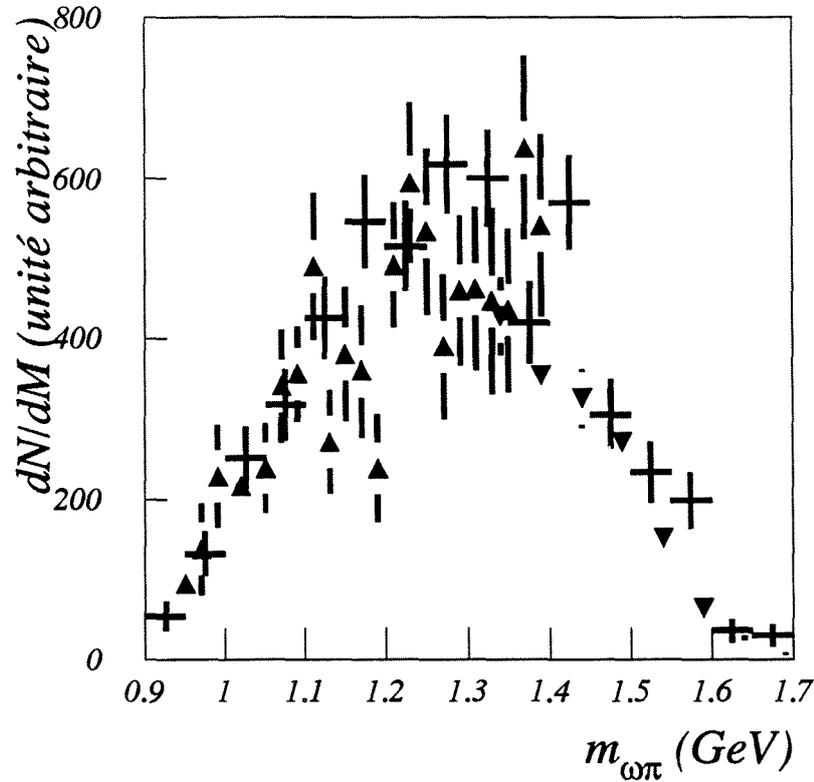


Figure 5.10: Spectres de masse totale prédits par CVC à partir des données $e^+ - e^-$ des expériences DM2 [45] (triangles pointés en bas) et Novosibirsk [46] (triangles pointés en haut) comparés à cette étude (croix).

faut donc choisir les bandes proches du pic afin de moins extrapoler entre les formes des spectres de $\cos \chi$ dans ces bandes et sous le pic. Il ne faut pas non plus entrer dans la zone du ω sous peine de détruire la forme que nous voyons déjà apparaître en $\sin^2 \chi$. C'est cette distribution que nous allons étudier maintenant.

Ajustement et interprétation

La figure 5.11 synthétise la démarche exposée ci-dessus et en présente le résultat. On vérifie

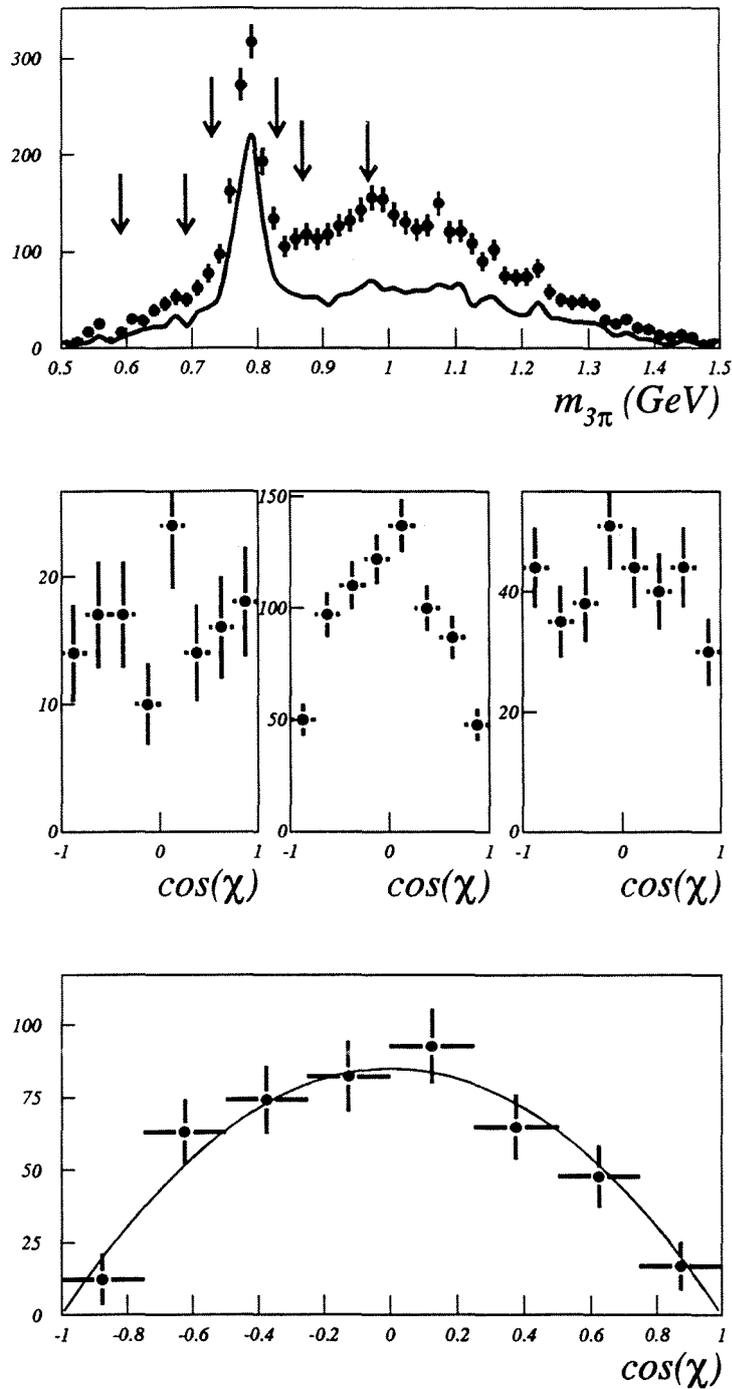


Figure 5.11: En haut: spectre de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ avant et après coupure sur le diagramme de Dalitz. Milieu: spectres de $\cos\chi$ respectifs des 3 bandes. Bas : ajustement par $\sin^2\chi$ du spectre central soustrait.

premièrement que le spectre obtenu est bien compatible avec la fonction $\sin^2 \chi$ attendue pour un courant hadronique de 1^{ère} espèce. On voit sur la figure que c'est le cas; l'accord étant caractérisé par un χ^2 par degré de liberté de .5.

On veut d'autre part quantifier l'exclusion des courants de 2^{ème} espèce. Pour cela on effectue un ajustement des proportions relatives du courant standard et du courant non-standard le plus semblable à celui-ci. Il s'agit en l'occurrence du courant axial avec onde relative s entre ω et le dernier pion ($J^P(l) = 1^+(0)$) qui donnerait un spectre plat pour $\cos \chi$. Normalisant donc les fonctions théoriques à la même intégrale pour $\cos \chi$ variant de -1 à 1, et leur somme à la statistique de la distribution ajustée, on ajuste le paramètre α mesurant la proportion de courant axial avec onde s. Le résultat, compatible avec 0, est:

$$\alpha = 1 \pm 6\%$$

On ne l'a pas représenté puisqu'il est indiscernable à l'oeil de la distribution standard visible sur la figure 5.11. On en déduit la limite suivante:

$\text{courants de } 2^{\text{ème}}\text{-espèce} \leq 13\% \text{ (95\% C.L.)}$
--



Chapitre 6

Canal $3\pi 2\pi^0$

6.1 Rapport de branchement

6.1.1 Introduction

Rappelons que les deux mesures disponibles sont d'une part CLEO [29]:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) = 0.48 \pm 0.04_{stat.} \pm 0.04_{sys.}\%$$

qu'il faut renormaliser à 0.50% 1.8.5 et d'autre part Aleph [39]:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3h 2\pi^0) = 0.64 \pm 0.07_{stat} \pm 0.07_{sys}\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3h 2\pi^0) = 0.63 \pm 0.09_{stat} \pm 0.07_{sys}\% \end{cases}$$

où le premier résultat est quasi-exclusif, le second exclusif i.e. exige exactement deux π^0 et rien d'autre. La contribution kaonique $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi 2K_s^0$, $K_s^{0(1)} \rightarrow \pi^+\pi^-$, $K_s^{0(2)} \rightarrow 2\pi^0$ étant soustraite du second résultat, on obtient:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi^\pm 2\pi^0) = 0.62 \pm 0.10\%$$

Dans la composition de ce canal entrent les processus:

- $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0$: Dominant d'après [29]. C'est l'objet de la section 6.2.
- $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi K_s^0 K_s^0$: où l'un des K_s^0 se désintègre en $\pi^+\pi^-$, l'autre en $\pi^0\pi^0$ ce qui amène autour de $2 \cdot 10^{-4}$ en rapport de branchement. Or les coupures sur la proximité des pions au

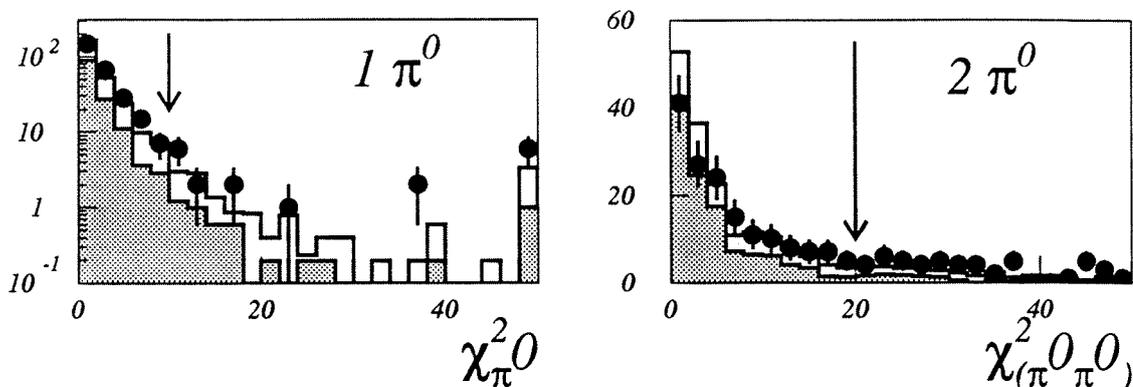


Figure 6.1: Distributions de χ^2 avec leur coupure. En gris, la partie signal de la simulation (trait plein).

vertex primaire de la réaction éliminent $\sim 95\%$ des pions issus de K^0 , puisqu'à une énergie (moyenne) de 10 GeV, ceux-ci parcourent environ 50 cm. Par conséquent ce processus est négligeable dans la présente sélection.

- $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$: Les deux états finaux $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ et $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ sont à considérer. Les efficacités totales (un et deux π^0) ont été déterminées à l'aide de la simulation: $\epsilon_{\pi^+ \pi^- \pi^0} = 28.7\%$ et $\epsilon_{\pi^+ \pi^- \gamma} = 14.5\%$. Utilisant le résultat de la section 4.3 pour $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$, on arrive à respectivement 24.8 et 2.6 événements attendus. Le premier est traité en détail dans la section 4.3, le second négligeable.
- $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi^2\pi^0$: c'est à dire la partie de la production qui n'est pas résonnante en $(\pi^+ \pi^- \pi^0)$. Notons qu'aucune distinction entre pions et kaons chargés n'est employée. Nous négligeons simplement d'éventuelles contributions comme $K\pi\pi^2\pi^0$ ou $KK\pi^2\pi^0$.

La sélection a été détaillée dans la partie 4.3. Dans un premier temps, elle retient tous les événements à 3 pions chargés ayant entre 3 et 5 photons. Ensuite, on conserve deux types de topologies: soit un bon π^0 accompagné d'un bon photon soit une paire (π^0, π^0) ou 3 au moins des photons sont jugés bons. Nous ne revenons pas sur les coupures appliquées aux photons calorimétriques qui ont été développées précédemment. La qualité des π^0 provient d'un ajustement des énergies (calibrées) des photons calorimétriques dont les spectres de χ^2 sont représentés sur la figure 6.1. Cette figure, à l'instar de la figure 4.14, montre un Monte-Carlo

où le bruit de fond $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0$ a été réduit d'un facteur 5. La section suivante explique les raisons de ce choix.

6.1.2 Bruit de fond $3\pi 3\pi^0$

Le seul résultat existant pour les τ vient d'Aleph [39]:

$$\left\{ \begin{array}{l} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3h \geq 3\pi^0) = 0.14 \pm 0.06\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3h 3\pi^0) = 0.25 \pm 0.09\% \end{array} \right.$$

Le premier résultat est quasi-exclusif i.e. concerne 3 hadrons et au moins 3 π^0 , un π^0 étant compris au sens inclusif de [39]. Le second est exclusif donc exige 3 π^0 et rien d'autre, chaque π^0 étant de plus compris en un sens plus restrictif que précédemment. L'écart entre les deux mesures est de 1.7σ [39].

On peut chercher à confirmer ce résultat en examinant d'autres expériences qui lui sont liées. Une possibilité consiste à partir de $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 5\pi\pi^0)$ qui est donné à la fois par CLEO [30] et par Aleph au même niveau de $2 \cdot 10^{-4}$. Les contraintes d'isospin (§1.6) impliquent alors: $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0) \leq 4 \times Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 5\pi\pi^0) \simeq 8 \cdot 10^{-4}$. Alternativement, les données d'annihilation $e^+ - e^-$ à basse énergie fournissent [37]: $B_6 = Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0) + Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 5\pi\pi^0) = 0.13 \pm 0.02\%$. Les mêmes contraintes impliquent alors: $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0) \leq \frac{4}{5} \times B_6 = 0.1\%$. Il faut noter que ces deux limites supérieures compatibles correspondent à une situation dynamique particulière où le canal $\tau \rightarrow \nu_\tau(6\pi)$ serait entièrement dominé par une seule des quatre classes de symétrie d'isospin possibles alors que le rapport mesuré $\frac{\Gamma(e^+e^- \rightarrow 6\pi^\pm)}{\Gamma(e^+e^- \rightarrow 4\pi^\pm 2\pi^0)}$ favorise plutôt une dynamique où $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0$ serait inférieur ou égal à $5\pi\pi^0$ proches.

Tous les tests effectués dans cette étude indiquent un rapport de branchement en $3\pi 3\pi^0$ considérablement plus bas que celui adopté par la simulation qui est de 0.13%. Les coupures de sélection du signal ont donc été renversées dans le but de retenir plutôt ces événements $3\pi 3\pi^0$. Ce sont désormais les événements à au moins 5 bons photons qui sont conservés, ceux à 6 photons initiaux ayant été récupérés, et les coupures sur les π^0 sont supprimées. Le résultat est une sélection de $3\pi 3\pi^0$ d'efficacité 16.6% et de contamination 35.7%. La simulation prévoit dans les données 19.3 ± 2.0 événements de fond ($3\pi\pi^0$, $3\pi 2\pi^0$, ...) et $(26.3 \pm 2.0) \times B_3$ de signal, où B_3 est le rapport de branchement en $3\pi 3\pi^0$ en pour milles. On observe dans les données 26 candidats ce qui revient à $B_3 = 0.25 \pm 0.21$ où l'erreur tient compte des statistiques limitées des données et du Monte-Carlo. Nous basant sur ce résultat, en accord avec les considérations précédentes, le canal $3\pi 3\pi^0$ sera baissé d'un facteur 5 par rapport à la simulation. L'incertitude systématique résultante sera obtenue par la variation d'un facteur deux autour de cette valeur. Afin de minimiser cette dernière, les événements ayant initialement 5 photons sont rejetés, ce qui n'a que très peu d'incidence sur l'efficacité totale.

6.1.3 Résultat

Conservant donc les seuls évènements à 3 ou 4 photons initiaux, les efficacités obtenues par simulation sont respectivement:

$$\epsilon_1 = 15.7 \pm 0.3\% \qquad \epsilon_2 = 13.3 \pm 0.2\%$$

Elles sont obtenues en mêlant des échantillons simulés à la fois selon une dynamique purement résonnante $\omega\pi\pi^0$ et selon un espace de phases non-résonnant. On obtient en effet:

$$\begin{cases} \left(\frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_{plat}} \right)_1 = 1.05 \pm 0.04 \\ \left(\frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_{plat}} \right)_2 = 1.04 \pm 0.04 \end{cases}$$

qui sont compatibles avec l'unité. Le bruit de fond est estimé en apportant la correction décrite ci-dessus à $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0$. Le reste, principalement $3\pi\pi^0$, étant supposé simulé de manière adéquate, nous obtenons pour les données 1991 à 1993 (159.000 τ) un bruit de fond de: 114.5 ± 4.7 évènements à un π^0 et 40.3 ± 2.7 à deux π^0 . Les erreurs mentionnées jusqu'à présent sont toutes purement dûes à la statistique du Monte-Carlo. Enfin les échantillons de données contiennent respectivement 263 et 155 évènements ce qui donne:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)_1 = 0.59 \pm 0.06\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)_2 = 0.54 \pm 0.06\% \end{cases}$$

Si l'on combine ces deux résultats compatibles et presque totalement indépendants, le résultat est:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) = 0.57 \pm 0.04\%$$

La figure 6.2 présente le spectre de masse hadronique des candidats avec le bruit de fond estimé. La coupure en masse totale à 2 GeV a bien entendu été supprimée et on n'a inclus dans cette masse que les photons jugés bons au cours de la sélection.

6.1.4 Correction du fond hadronique

La figure précédente peut laisser croire à un bruit de fond d'évènements hadroniques non négligeable. Les données contiennent en effet 30 évènements de plus que la simulation ne prévoit à une masse totale supérieure à 2 GeV. On dispose cependant d'un outil de séparation puissant entre τ et $q\bar{q}$ qui n'apporte aucun biais sur l'hémisphère étudié: l'estimateur hadronique utilisé pour rejeter ce bruit de fond. Celui-ci est employé de façon à rejeter 93.5% des hadrons tout en conservant 91.2% des τ . Il suffit donc d'inverser la coupure pour sélectionner un échantillon très enrichi en évènements $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$. Relâchant la coupure en masse totale de l'hémisphère étudié, ces deux populations sont comparées pour déconvoluer les contributions

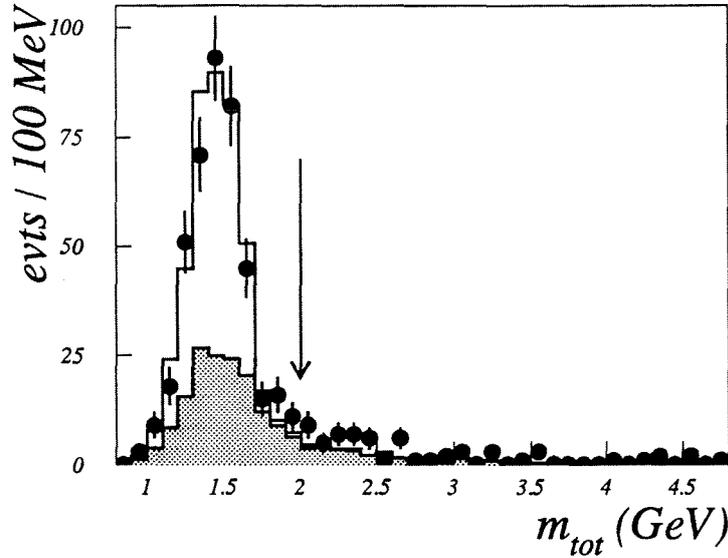


Figure 6.2: Masse hadronique données et Monte-Carlo corrigé et normalisé à la luminosité. Le bruit de fond est en grisé et la flèche marque la coupure appliquée.

respectives des τ et des $q\bar{q}$. Les nombres d'évènements hadroniques (tauoniques) dans le cas de un (deux) π^0 sont:

$$\begin{cases} N_{had}^1 = 186 \\ N_{had}^2 = 148 \end{cases} \quad \begin{cases} N_{\tau}^1 = 318 \\ N_{\tau}^2 = 180 \end{cases}$$

Cette déconvolution, appliquée aux spectres de masse totale, sépare de même les contributions hadronique et tauonique représentées sur la figure 6.3. On peut alors déterminer le bruit de fond hadronique restant après la coupure à 2 GeV qui est respectivement de 4.0 ± 0.3 et 3.2 ± 0.3 évènements pour un et deux π^0 . La précision de ces chiffres provient essentiellement de la statistique limitée et de la force de rejet de l'estimateur $r = 93.5\%$ qui est connue à mieux de 3% près. On corrige alors les résultats ci-dessus en otant ces évènements au signal à un ou deux π^0 : 5.9 devient 5.8 pour mille et 5.4 devient 5.3 pour mille.

6.1.5 Correction de la coupure en masse totale

Par la technique développée ci-dessus, on peut tout aussi bien extraire le bruit de fond hadronique au-delà de 2 GeV. Or le résultat est de 8.1 ± 0.6 (resp. 6.5 ± 0.6) alors que nous avons

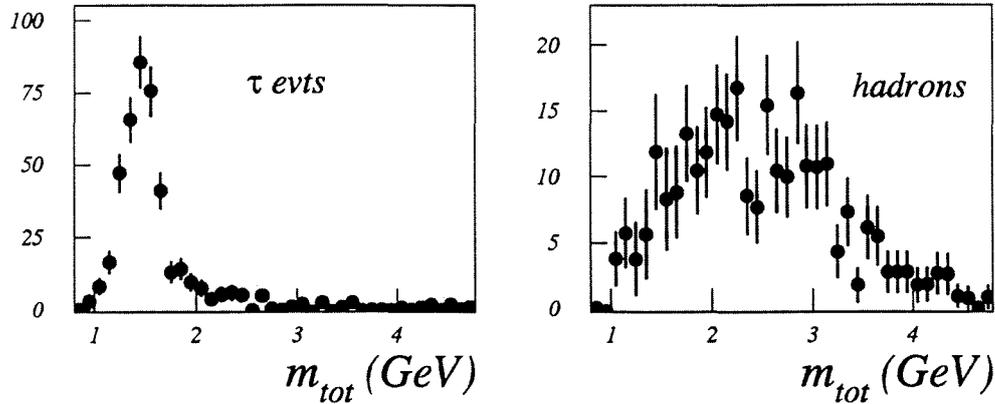


Figure 6.3: Masse des hémisphères sélectionnés avant coupure. Les deux spectres sont obtenus en déconvoluant les contributions des deux côtés de la coupure anti-hadronique.

remarqué au total 30 (17.5+12.2 en fait) évènements d'excès dans les données. Il semble donc que 9.4 (resp. 5.7) de ces évènements soient effectivement des désintégrations de τ où la masse est surévaluée en raison d'erreurs de reconstruction; faux photons hadroniques supplémentaires non-reconnus par les coupures de qualité par exemple. On vérifie sur la simulation (figure 6.4) que seul le bruit de fond comporte de tels évènements mal mesurés. Si le bruit de fond a été pris pour du signal, c'est en effet qu'il y a eu à un certain stade méprise dans la reconstruction. Il faut par conséquent corriger l'efficacité de la coupure en masse totale estimée par le Monte-Carlo. Elle est correcte pour le signal; par contre, cet excès d'évènements au-delà de 2 GeV doit être soustrait du bruit de fond de τ estimé en deçà de la coupure. La simulation surestime en effet la proportion de bruit de fond de masse correcte (inférieure à 2 GeV). Cette correction remonte les rapports de branchement à respectivement 6.2 et 5.5 pour mille.

6.1.6 Erreurs systématiques

- Comme annoncé, le bruit de fond provenant de la désintégration $\tau \rightarrow \nu, 3\pi 3\pi^0$ est multiplié ou divisé par un facteur 2. Cela correspond à ± 15 évènements dans le cas d'un π^0 , ± 23 dans l'autre cas soit: $\left(\frac{\delta B}{B}\right)_{3\pi 3\pi^0}^{(2)} = 9.7$ (19.6)%.

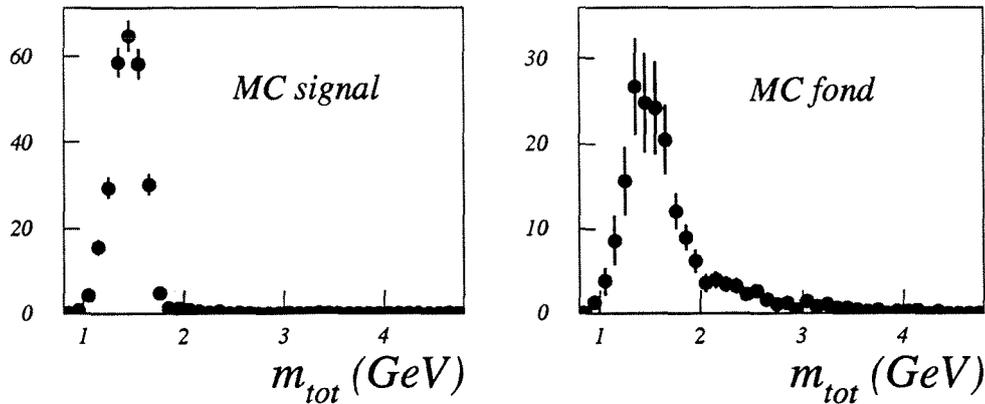


Figure 6.4: Masse des hémisphères Monte-Carlo. A gauche: signal, à droite: bruit de fond

- Les incertitudes provenant de la statistique finie de la simulation sont faibles. Venant du signal, nous avons $\epsilon_1 = 15.7 \pm 0.3_{stat}\%$ et $\epsilon_2 = 13.3 \pm 0.2_{stat}\%$. Venant du bruit de fond: $N_{fond}^1 = 114.5 \pm 4.7$ et $N_{fond}^2 = 40.2 \pm 2.7$ événements respectivement soit au total: $\left(\frac{\delta B}{B}\right)_{MC\ stat}^{1(2)} = 3.6 (2.7)\%$
Le rapport de branchement en $3\pi^0$ est lui connu à 4% près ce qui rejaille principalement sur B_1 : $\left(\frac{\delta B_1}{B_1}\right)_{Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi^0)} = 2.5\%$.
- La coupure indiquée sur la figure 6.1 est déplacée de 4 unités dans le premier cas, de 6 dans le second. Le rapport de branchement réévalué en chaque point enregistre des variations de respectivement 3% et 5.7%.
- La coupure en masse totale à 2 GeV est déplacée de 1.7 à 5 GeV. On prend soin à chaque étape de réévaluer le fond hadronique en suivant la distribution 6.3 et de corriger la contamination par les excès d'évènements observés appropriés. On observe des variations relatives inférieures à 3.4% dans le cas d'un π^0 et à 5.0% pour deux π^0 .
- Enfin la sensibilité à la sélection est testée par l'influence des coupures de qualité des photons (coupures dans le plan distance-énergie). Les variations permises par la qualité de reconstruction (voir la section 4.3) ont été effectuées et les rapports de branchement (un et deux π^0) recalculés en chaque point. Le résultat est: $\left(\frac{\delta B}{B}\right)_{(d,E)}^{1(2)} = 12 (5)\%$. L'influence de ces coupures est beaucoup plus critique pour un π^0 puisque le bruit de fond

y est plus élevé du fait de la présence des désintégrations $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0$.

Le tableau ci-dessous résume les diverses erreurs systématiques relatives:

	$3\pi 3\pi^0$	<i>M.C.</i>	$\chi^2_{\pi^0}$	m_{tot}	(<i>d, E</i>)	<i>TOTAL</i>
$\frac{\Delta B_1}{B_1}$ (%)	9.7	4.4	3.0	3.4	12	17
$\frac{\Delta B_2}{B_2}$ (%)	19.6	2.8	5.7	5.0	5	22

Donc:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)_1 = 0.62 \pm 0.06_{stat} \pm 0.10_{sys}\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)_2 = 0.55 \pm 0.06_{stat} \pm 0.12_{sys}\% \end{cases}$$

6.1.7 Combinaison des résultats corrélés

Si on combine les chiffres précédents sans tenir compte d'aucune corrélation, le résultat est:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)_{\rho=0} = 0.59 \pm 0.04_{stat} \pm 0.08_{sys}\%$$

L'erreur due au bruit de fond de $3\pi 3\pi^0$ corréle cependant fortement ces deux mesures. Nous exposons deux méthodes qui permettent de prendre cet effet en compte.

- La première consiste à réécrire:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)_i = a_i \pm \delta_i^u \pm k_i \delta^c, \quad i \in \{1, 2\}$$

δ_i^u désigne les erreurs non-corrélées i.e. la somme quadratique des erreurs statistiques avec toutes les systématiques exceptée celle due au bruit de fond $3\pi 3\pi^0$. Cette dernière est notée δ^c : erreur systématique commune. Les coefficients k_i traduisent l'impact respectif de cette source d'erreur sur chaque mesure. Par conséquent, $k_i = \delta(B.R._i) = \frac{\delta(N_i^{3\pi^0})}{\epsilon_i N_\tau}$ où $\delta(N_i^{3\pi^0})$ est la variation dans chaque topologie du nombre d'évènements de bruit de fond $3\pi 3\pi^0$ correspondant au facteur deux arrêté au paragraphe 6.1.2. La mesure combinée q et ses erreurs commune et non-commune sont alors obtenues par minimisation du chi carré suivant:

$$\chi^2(q, \delta^c) = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{a_i - k_i \delta^c - q}{\delta_i^u} \right)^2 + \left(\frac{\delta^c - \delta_0^c}{\Delta \delta^c} \right)^2$$

L'erreur $\Delta \delta^c$ est égale à 1 puisque les coefficients k_i correspondent à $\delta(Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0)) = Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0)$. La valeur attendue δ_0^c est nulle puisque le fond attendu (réduit d'un facteur 5) est déjà soustrait des mesures. Le résultat est:

$$\begin{cases} q = 0.59 \pm 0.10 \\ \delta^c = -0.16 \pm 0.93 \end{cases}$$

Si δ^c est fixé à -0.16 , l'ajustement fournit: $q = 0.59 \pm 0.06$. Cette erreur est bien celle obtenue dans la combinaison des deux mesures à condition de ne pas tenir compte de la systématique commune. Elle se décompose d'ailleurs en $0.06 = 0.04_{stat} \oplus 0.04_{syst}$. D'autre part, si δ^c est fixé à $-0.16 + 0.93$ (-0.93), le résultat devient: $q = 0.51$ (0.68) i.e. l'erreur systématique commune est de 0.08 .

On a bien $0.10 = 0.06 \oplus 0.08$ i.e. l'erreur de l'ajustement se compose des deux parties: commune et non-commune dégagées à l'instant. En conclusion:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) = 0.59 \pm 0.06_{indep.} \pm 0.08_{comm.}$$

- Cette technique est confirmée par la méthode plus conventionnelle consistant à minimiser:

$$\chi^2(\lambda) = Q^T Cov^{-1} Q$$

où $Q(\lambda) = \begin{pmatrix} q_\lambda - a_1 \\ q_\lambda - a_2 \end{pmatrix}$, $q_\lambda = \lambda a_1 + (1 - \lambda)a_2$ est l'interpolation recherchée et Cov la matrice de variance-covariance. On obtient:

$$\chi^2(\lambda) = \frac{1}{1 - \rho^2} \left[\left(\frac{q_\lambda - a_1}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{q_\lambda - a_2}{\sigma_2} \right)^2 - \frac{2\rho}{\sigma_1\sigma_2} (q_\lambda - a_1)(q_\lambda - a_2) \right]$$

La corrélation due au bruit de fond $3\pi 3\pi^0$ est maximale donc $\rho = \sigma_1^c / \sigma_2^c$ où σ^c est l'erreur systématique provenant de l'incertitude sur $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0)$ (et σ_1^c la plus petite des deux). On voit que $\rho = k_1/k_2 = 0.55$ où les coefficients k_i sont définis dans la méthode précédente. La minimisation de ce chi carré fournit:

$$\lambda = 0.63 \pm 1.76 \iff q_\lambda = 0.59 \pm 0.11$$

Si les σ utilisés incluent l'erreur systématique seule, et non l'erreur totale comme ci-dessus, le résultat devient: $q_\lambda = 0.60 \pm 0.09$ ce qui mesure la contribution systématique à l'erreur totale. Ce chiffre confirme l'erreur systématique commune de 0.08 de la méthode précédente puisque: $0.08 \oplus 0.04$, où 0.04 est la partie systématique de l'erreur non-commune, est bien égal à 0.09 , que nous venons d'obtenir. En conclusion:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) = 0.59 \pm 0.04_{stat} \pm 0.09_{syst}$$

Les deux méthodes fournissent le même résultat qui permet de conclure:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) = 0.59 \pm 0.04_{stat} \pm 0.04_{syst}^{indep.} \pm 0.08_{syst}^{comm.}$$

6.2 Résonance ω

6.2.1 Méthode d'ajustement

Deux résonances sont évidentes dans le sous-système $(\pi^+\pi^-\pi^0)$. Le méson η a été étudié précédemment. Il en résulte un rapport de branchement: $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0) \times Br(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = 0.054 \pm 0.014\%$. Cela ne représente donc qu'une minorité (9%) des évènements $3\pi 2\pi^0$. Le reste semble dominé par le méson ω [29]. L'étude du spectre de masse $(\pi^+\pi^-\pi^0)$ est donc reprise pour déterminer la contribution de cette résonance.

Le procédé sera similaire à celui employé pour le méson η en 4.3. La méthode utilisée pour le canal $\omega\pi$ poserait trop de problèmes. L'ignorance quasi-totale de la dynamique de la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0$ empêche par exemple de prétendre rendre compte de tout le spectre de masse $(\pi^+\pi^-\pi^0) \dots$ On se contente donc d'ajuster sur ce spectre une combinaison de fond polynomial et de gaussienne. Le fond polynomial est contraint à partir des limites de l'espace de phase à 3 pions avec une tangente horizontale. Il est modulé par un polynôme du second degré. La hauteur et le centre de la gaussienne sont ajustés. La largeur est elle obtenue du Monte-Carlo. Le pic résonnant se trouve en effet au sommet de l'espace de phase ce qui rend périlleux l'extraction de sa largeur à partir des données. L'ajustement est réalisé sur les données après soustraction du bruit de fond estimé (et corrigé de $3\pi 3\pi^0$). L'échantillon ajusté est exactement celui utilisé pour le rapport de branchement. Il est possible d'y réintroduire les évènements à 5 photons initiaux comme cela a été fait pour le η . Nous avons vérifié que cela ne change absolument pas le résultat ou son erreur.

L'échantillon se compose d'évènements à un ou deux π^0 . De même qu'en 4.3, cela signifie deux situations: l'une à 4 combinaisons $(\pi^+\pi^-\pi^0)$ dont l'une correspond au méson ω , les erreurs de reconstruction et de combinatoire des photons étant négligées, l'autre à 2 combinaisons dont l'une correspond à $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (approximativement) une fois sur deux seulement. La figure 6.5 montre que ces deux situations produisent finalement des spectres semblables. On y voit le spectre de masse $(\pi^+\pi^-\pi^0)$ attendu pour le processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0$ dans chacun des cas: 1 ou 2 π^0 . L'ajustement qui y est représenté fournit:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = 782 \pm 2 \text{ MeV} \\ \sigma_1 = 28.9 \pm 3.0 \text{ MeV} \\ E_1 = 442 \pm 41 \text{ entrées} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m_2 = 780 \pm 2 \text{ MeV} \\ \sigma_2 = 27.9 \pm 2.0 \text{ MeV} \\ E_2 = 818 \pm 54 \text{ entrées} \end{array} \right.$$

Cela permet de ne réaliser sur les données qu'un seul ajustement mélangeant les deux cas: un et deux π^0 reconstruits. Dans ce dernier, la largeur sera fixée à $\sigma_\omega = 28.1$ car l'ajustement de la somme des deux histogrammes précédents fournit $\sigma_{1+2} = 28.1 \pm 1.6 \text{ MeV}$. La figure 6.6 montre tout de même la présence de la résonance dans les deux situations. Le bruit de fond y figure également. On peut remarquer qu'il est lui même résonnant dans le cas de un π^0 . Cela est bien sur dû au canal $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$ qui est assez important dans cette configuration. Tout ce bruit de fond est soustrait et le spectre résultant est ajusté par la fonction mentionnée ci-dessus (5

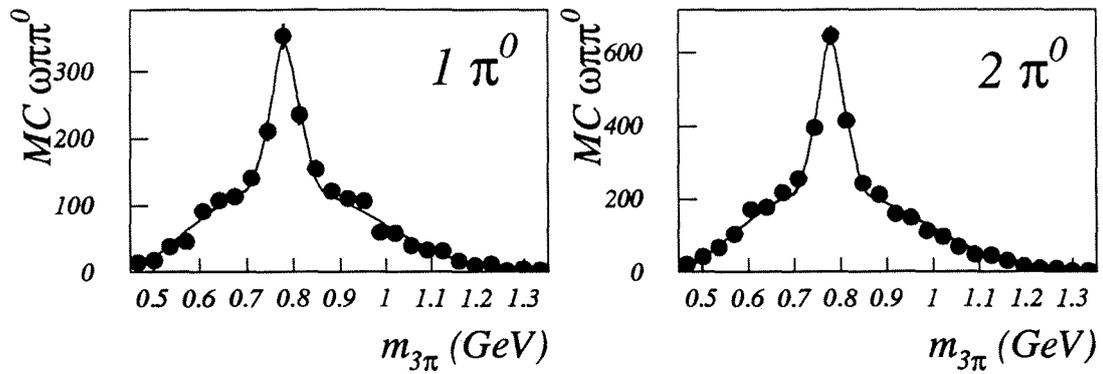


Figure 6.5: Spectres de masse $\pi^+\pi^-\pi^0$ pour le Monte-Carlo de $\omega\pi\pi^0$ dans le cas de un ou deux π^0 reconstruits. Le résultat des ajustements figure en trait plein.

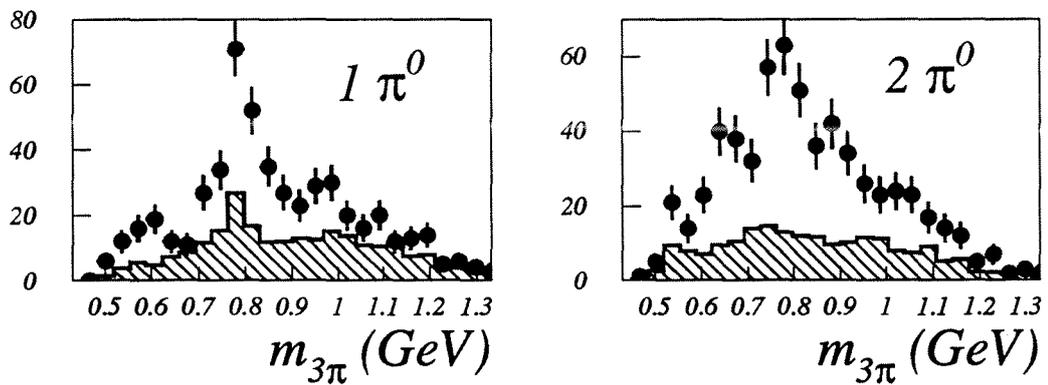


Figure 6.6: Spectres de masse ($\pi^+\pi^-\pi^0$) dans les données pour un et deux π^0 reconstruits. Le bruit de fond simulé est représenté en hachures.

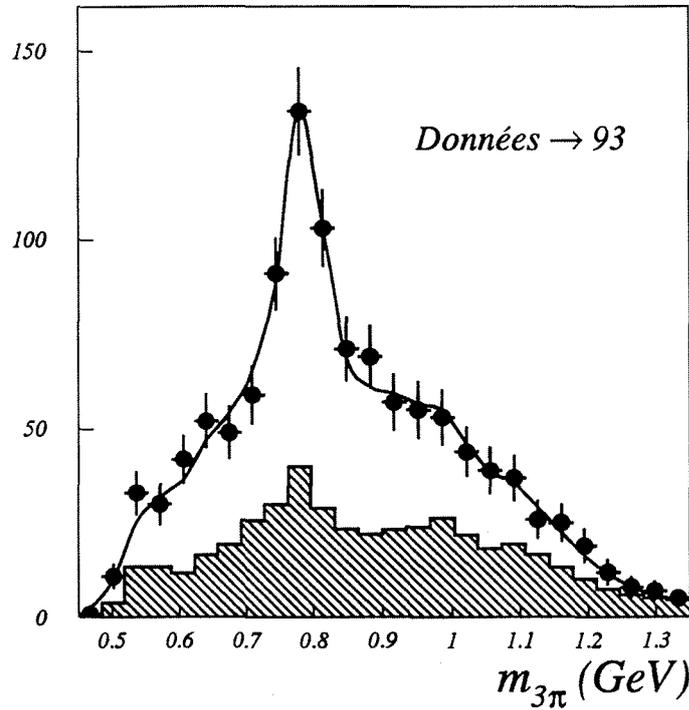


Figure 6.7: Spectre total des données avec le bruit de fond. Le trait représente le résultat de l'ajustement (+ le fond).

paramètres).

6.2.2 Résultat

Les données de 1991, 92 et 93 permettent d'obtenir:

$$E = 109 \pm 17 \text{ entrées} \quad , \quad m = 785 \pm 5 \text{ MeV}$$

Le χ^2 par degré de liberté est de 0.4 et donc cet ajustement est raisonnable. Il reste à transformer ce nombre d'entrées dans le pic résonnant en nombre d'événements du type $\omega\pi\pi^0$. Nous supposons ici que le Monte-Carlo du processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega\pi\pi^0$ est apte à reproduire les effets de reconstruction, de combinatoire des photons, etc... Ajusté de manière similaire, il indique que

le nombre d'évènements de signal correspondant à E est: $N^\omega = 174 \pm 27$. Or le nombre d'évènements correspondant à l'histogramme des données ajusté est de 242. La fraction d'évènements de type $\omega\pi\pi^0$ est donc:

$$f_\omega = 72 \pm 11\%$$

On peut apporter une légère correction à ce chiffre pour tenir compte de l'efficacité supérieure dans la dynamique résonnante. La présence du méson ω tend en effet à favoriser une situation cinématique plutôt symétrique où la séparation des pions est plus aisée. Le rapport $\frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_{plat}} = 1.05 \pm 0.03$ entraîne:

$$f_\omega \rightarrow \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_{plat}} \left(\frac{1}{f_\omega} - 1 \right)} = 71 \pm 11\%$$

6.2.3 Erreurs Systématiques

- Provenant du Monte-Carlo de signal:

La largeur obtenue par cette simulation pour le pic résonnant est $\sigma_\omega = 28.1 \pm 1.6 \text{ MeV}$. La fraction f_ω est donc recalculée en faisant varier σ_ω dans cette erreur; on obtient: $\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{\sigma_\omega} = 3\%$. Le rapport nombre d'évènements de signal / nombre d'entrées dans le pic est aussi obtenu par ajustement de ce Monte-Carlo. Cette fraction étant: $r = \frac{2003}{1255 \pm 65}$, on obtient:

$$\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{stat.pic} = 5.2\%. \text{ Enfin la correction apportée à } f_\omega \text{ par } \frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_{plat}} = 1.05 \pm 0.03 \text{ entraîne:}$$

$$\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{\frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_{plat}}} = 0.6\%$$

- Provenant du Monte-Carlo de fond de τ :

Le fond soustrait possède une certaine erreur statistique. L'échantillon simulé comportant $4 \cdot 10^5$ paires de τ , on obtient: $\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{MCstat} = 1.8\%$. D'autre part, sa composition dépend de rapports de branchement plus ou moins bien connus. Faisant varier $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0)$ d'un facteur 2 (section 6.1.2) et $Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)$ de 4% (chapitre 5.1), on obtient: $\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{MCBR} = 2.4\%$. Notons qu' un problème éventuel serait la présence importante de résonance en méson ω dans le fond $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 3\pi^0$ que la simulation ignore. Les contraintes d'isospin sont cependant telles que plus celui-ci est résonnant (en ω), plus il est petit par rapport à $5\pi\pi^0$. Par conséquent, étant donnée l'importance statistique de ces évènements, on se contente de négliger cette éventuelle résonance de $3\pi 3\pi^0$.

- Provenant de la reconstruction/sélection:

La quantité mesurée est un rapport, insensible à l'efficacité globale. Elle résulte cependant du mélange de deux échantillons dont les proportions respectives sont importantes. Le

rapport des efficacités pour un ou deux π^0 doit donc être correct dans la simulation du signal. Le premier point est d'avoir un rapport 3 photons sur 4 photons correct. L'efficacité de l'algorithme GAMPEX permet cette adéquation. Les transitions induites ensuite par la présence de faux photons hadroniques s'éliminent dans ce rapport. En effet, 4 vrais photons plus un faux non reconnu est rejeté tandis que 3 bons + 1 faux n'est gardé que si ce dernier permet de fabriquer une paire de π^0 ce qui est rare. Si nous permettons une variation pessimiste de 5% dans le rapport un π^0 sur deux π^0 , l'erreur correspondante est: $\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{\frac{1\pi^0}{2\pi^0}} = 2\%$. D'autre part, les coupures de sélection de ces π^0 sont déplacées de la même manière que dans la section 6.1.6. Le rapport f_ω , réévalué en chaque point, fluctue de: $\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{\chi^2_{\pi^0}} = 6\%$

- Provenant de l'ajustement:

On examine l'influence du rétrécissement de la région ajustée. Passant du spectre complet à la zone $[.6; 1] \text{ GeV}$ dans laquelle il est très difficile d'estimer le fond sous le pic, celui-ci s'étendant environ de $.7$ à $.86 \text{ GeV}$, nous obtenons: $\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{\text{zone}} = 1.7\%$. Enfin, on fait varier

le degré du polynome qui module le fond. La variation observée est: $\left. \frac{\delta f_\omega}{f_\omega} \right|_{d^\circ \text{ poly}} = 5\%$.

Le tableau ci-dessous résume les erreurs systématiques étudiées:

	σ_ω	$\frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_{\text{plat}}}$	stat $\omega\pi\pi^0$	stat fond	B.R.fond	ϵ_γ	$\chi^2_{\pi^0}$	zone	d° fond	TOTAL
$\frac{\delta f_\omega}{f_\omega} (\%)$	3.0	0.6	5.2	1.8	2.4	2	6	1.7	5	10.6

En conclusion, nous obtenons:

$$f_\omega = \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0) \times Br(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi^2\pi^0)} = 71 \pm 11_{\text{stat}} \pm 8_{\text{sys}}\%$$

Des contraintes d'isospin détaillées dans la section 1.6.3 relient ce pourcentage f_ω au rapport 3 sur 5 chargés dans $\tau \rightarrow \nu_\tau (5\pi)^\pm$. D'autre part, ce résultat peut être traduit en rapport de branchement pour le processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0$ en utilisant $Br(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 88.8 \pm 0.7\%$ et le rapport total en $3\pi^2\pi^0$ mesuré dans la section précédente. On obtient:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0) = 0.47 \pm 0.08_{\text{stat}} \pm 0.09_{\text{sys}}\%$$

CONCLUSION

Cette thèse a fait usage des données enregistrées par le détecteur Aleph jusqu'en 1993. Les quelques 87.000 paires $\tau^+\tau^-$ utilisées nous ont permis d'aborder les principaux modes de désintégration du lepton τ contenant les mésons η ou ω .

- Dans le cas du méson η , il s'agit de $\eta h \nu_\tau$ et $\eta \pi \pi^0 \nu_\tau$. Le premier état peut être $h = K$, supprimé par le facteur de Cabibbo, ou $h = \pi$, violant l'isospin. La somme de ces deux états a été bornée supérieurement à 95% de confiance à un rapport de branchement de $5.9 \cdot 10^{-4}$ par l'examen du spectre de masse $\gamma\gamma$ des états finaux (hadron, 2 photons). L'état final $\eta \pi \pi^0 \nu_\tau$ a quant à lui été mesuré par l'observation de la résonance η dans les spectres de masse invariante $\gamma\gamma$ et $\pi^+\pi^-\pi^0$. Les deux observations sont compatibles et fournissent après combinaison le rapport de branchement:

$$Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0) = (0.23 \pm 0.06_{stat} \pm 0.02_{syst})\%$$

- Dans le cas du méson ω , il s'agit de $\omega \pi$ et $\omega \pi \pi^0$. On s'est intéressé uniquement aux états finaux principaux résultant de $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Les modes correspondants: $3\pi\pi^0\nu_\tau$ et $3\pi 2\pi^0\nu_\tau$, ont tout d'abord été isolés, fournissant ainsi une mesure de leurs rapports de branchement respectifs. Les résultats obtenus confirment et précisent les valeurs expérimentales actuellement connues:

$$\begin{cases} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0) &= (4.21 \pm 0.09_{stat} \pm 0.13_{syst})\% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) &= (0.59 \pm 0.04_{stat} \pm 0.09_{syst})\% \end{cases}$$

- La structure résonnante de chacun de ces canaux a ensuite été étudiée. On a montré que le premier pouvait être décrit en terme de superposition incohérente des états $\rho\pi\pi$ et $\omega\pi$ avec la proportion:

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi) Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi\pi^0)} = (38.3 \pm 1.5_{stat} \pm 2.2_{syst})\%$$

Ces deux sous-processus ont eux mêmes été étudiés plus avant:

- Une tentative d'interprétation du premier en terme de somme incohérente de trois charges de la résonance: $\rho^{unl} \pi^{lik} \pi^{lik}$, $\rho^{lik} \pi^{unl} \pi^{lik}$ et $\rho^0 \pi^{lik} \pi^0$ est mise en échec par la présence de forts effets d'interférence dans les spectres de masse invariante $\pi\pi$.

- Par contre, une analyse angulaire de l'état orbital relatif ($\omega - \pi$) permet de borner une éventuelle contribution de courant dit de "seconde espèce" à moins de 13% à 95% de confiance.

Dans le cas de $3\pi 2\pi^0$, la dominance du processus $\omega\pi\pi^0$ observée par la collaboration Cleo a été confirmée par la mesure de la contribution résonnante relative dans le spectre de masse invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$:

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0) \times Br(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0)} = (71 \pm 11_{stat} \pm 8_{syst})\%$$

L'intérêt théorique de ce travail réside dans:

- La mise en évidence de l'anomalie chirale de QCD par l'existence du processus: $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0$ (voir 1.3.3).
- Les limites aux courants de deuxième espèce par la borne sur le mode ηh (voir 1.7) et l'étude de l'état orbital relatif dans le système ($\omega - \pi$) (5.3.2).
- Les tests de CVC par l'accord entre les rapports de branchement (sections 5.1 et 5.3.1) et spectres de masse (figure 5.10) obtenus pour $3\pi\pi^0$ et $\omega\pi$ avec la prédiction venant de $e^+e^- \rightarrow (4\pi)^0$ et $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$.
- Et enfin la confirmation et l'amélioration des contraintes d'isospin entre fraction résonnante en ω et fractions un, trois et cinq pions chargés dans la désintégration $\tau \rightarrow \nu_\tau (5\pi)^\pm$ (figure 1.4, section 1.6.3).

Ce travail a été en partie mis à jour avec les données prises en 1994. Les résultats revus ont été confirmés. Les erreurs systématiques n'ont pas pu être revisitées. Nous donnons donc en conclusion les nouveaux résultats avec l'erreur systématique (pessimiste) des précédents:

$\left\{ \begin{array}{l} Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0) = (0.17 \pm 0.04_{stat} \pm 0.02_{syst}) \% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi 2\pi^0) = (0.56 \pm 0.03_{stat} \pm 0.09_{syst}) \% \\ Br(\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi \pi^0) = (0.45 \pm 0.06_{stat} \pm 0.09_{syst}) \% \end{array} \right.$
--

(1)

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \left[\arcsin x \right]_{-1}^1 = \frac{1}{2} (\arcsin 1 - \arcsin(-1)) = \frac{1}{2} (\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})) = \frac{1}{2} (\pi) = \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \left[-\sqrt{1-x^2} \right]_{-1}^1 = \frac{1}{2} (-\sqrt{1-1} + \sqrt{1-1}) = \frac{1}{2} (0 + 0) = 0$

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} \right]_{-1}^1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1 \cdot 0}{2} + \frac{\arcsin 1}{2} - \left(\frac{-1 \cdot 0}{2} + \frac{\arcsin(-1)}{2} \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{4}$

(2)

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = 0$

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \left[-\frac{2}{3} \sqrt{1-x^2} \right]_{-1}^1 = \frac{1}{2} \left(-\frac{2}{3} \sqrt{1-1} + \frac{2}{3} \sqrt{1-1} \right) = \frac{1}{2} (0 + 0) = 0$

$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x^4}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}$

Appendice A

Symétrie $SU(2) \otimes SU(2)$

A.1 Expression des transformations dans la paramétrisation exponentielle

Les transformations d'isospin et chirales de $v = \exp \frac{i(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})}{2}$ s'écrivent respectivement $v' = u^0 v u^{0-1}$ (1.12) et $v'^2 = v^0 v^2 v^0$ (1.13)

Pour des transformations infinitésimales:

$$\begin{cases} u^0 = 1 + \frac{i(\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau})}{2} + O(\alpha^2) \\ v^0 = 1 + \frac{i(\vec{\beta} \cdot \vec{\tau})}{2} + O(\beta^2) \end{cases}$$

On obtient:

$$\begin{cases} \exp \frac{i(\vec{\xi}' \cdot \vec{\tau})}{2} = (1 + \frac{i(\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau})}{2} + O(\alpha^2)) (\exp \frac{i(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})}{2}) (1 - \frac{i(\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau})}{2} + O(\alpha^2)) \\ \exp i(\vec{\xi}' \cdot \vec{\tau}) = (1 + \frac{i(\vec{\beta} \cdot \vec{\tau})}{2} + O(\beta^2)) (\exp i(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})) (1 + \frac{i(\vec{\beta} \cdot \vec{\tau})}{2} + O(\beta^2)) \end{cases}$$

- transformation d'isospin

On reconnaît l'expression familière: $\delta_V \vec{\xi} \cdot \vec{\tau} = \frac{i}{2} [\vec{\xi} \cdot \vec{\tau}; \vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}]$

Puisque $(\vec{\tau} \wedge \vec{\tau}) = (2/i) \vec{\tau}$ on obtient aisément:

$$\delta_V \vec{\xi} = -\vec{\alpha} \wedge \vec{\xi}$$

- transformation chirale

Le calcul est beaucoup plus délicat. Nous nous contenterons donc de vérifier que la solution

$\delta_A \vec{\xi} = \vec{\beta} + [\vec{\xi} \wedge (\vec{\xi} \wedge \vec{\beta})] \times (\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\xi \tan \xi})$ donnée dans [15] est correcte.

Utilisant que $(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})^2 = 1/2 \xi_i \xi_j [\tau^i; \tau^j]_+ = \xi^2$ on trouve que: $\exp i(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) = \cos \xi + i \sin \xi \times \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})}{\xi}$ où $\xi = \sqrt{(\vec{\xi})^2}$.

On remplace alors les exponentielles puis on identifie les coefficients de $\tau_0 \equiv I_2$ et τ_i , $1 \leq i \leq 3$ en ne gardant que les termes d'ordre inférieur ou égal à 1 en β . Nous obtenons:

$$\begin{cases} \cos \xi' &= \cos \xi - \frac{\sin \xi}{\xi} (\vec{\xi} \cdot \vec{\beta}) \\ \frac{\sin \xi'}{\xi'} \vec{\xi}' &= \frac{\sin \xi}{\xi} \vec{\xi} + \vec{\beta} \cos \xi \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Remarquons maintenant que $\vec{\xi}' \cdot \delta_A \vec{\xi} = \vec{\xi}' \cdot \vec{\beta}$. Alors au premier ordre en β :

$$\xi' = \xi + \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi}$$

Par conséquent:

$$\cos \xi' = \cos \xi \cos \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi} - \sin \xi \sin \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi} = \cos \xi - \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi} \sin \xi$$

ce qui est bien la première partie de A.1. Pour la seconde équation nous trouvons:

$$\sin \xi' = \sin \xi + \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi} \cos \xi$$

soit :

$$\frac{\sin \xi'}{\xi'} = \frac{\sin \xi}{\xi} + \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi^2} (\cos \xi - \frac{\sin \xi}{\xi})$$

soit :

$$\frac{\sin \xi'}{\xi'} \vec{\xi}' = \frac{\sin \xi}{\xi} (\delta_A \vec{\xi}) + (\frac{\sin \xi}{\xi} + \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi^2} (\cos \xi - \frac{\sin \xi}{\xi})) \vec{\xi}$$

Nous pouvons d'autre part réécrire $\delta_A \vec{\xi}$ sous la forme $\frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi^2} \vec{\xi} - \frac{1}{\xi \tan \xi} ((\vec{\xi} \cdot \vec{\beta}) \vec{\xi} - \xi^2 \vec{\beta})$.

Alors:

$$\frac{\sin \xi'}{\xi'} \vec{\xi}' = \frac{\sin \xi}{\xi} \vec{\xi} + \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta})}{\xi^2} \cos \xi \vec{\xi} - (\frac{\sin \xi}{\xi}) (\frac{1}{\xi \tan \xi}) [(\vec{\xi} \cdot \vec{\beta}) \vec{\xi} - \xi^2 \vec{\beta}]$$

c' est à dire:

$$\frac{\sin \xi'}{\xi'} \vec{\xi}' = \frac{\sin \xi}{\xi} \vec{\xi} + \vec{\beta} \cos \xi$$

ce qui est bien la formule attendue dans A.1.

A.2 Calcul de \vec{p}_μ et \mathcal{L}_{chir} en fonction de $\vec{\xi}$

Reprenant les notations de la section 1.4.1 nous avons:

$$v^{-1}\partial_\mu v = (\cos \xi/2 - i \sin \xi/2 \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})}{\xi}) (i \frac{\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\tau}}{2}) (\cos \xi/2 + i \sin \xi/2 \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})}{\xi})$$

soit:

$$(2/i) \times v^{-1}\partial_\mu v = \cos^2 \xi/2 (\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) + i \sin \xi/2 \cos \xi/2 \frac{(\partial_\mu \vec{\xi} \wedge \vec{\xi}) \cdot \vec{\tau}}{\xi} + \frac{\sin^2 \xi/2}{\xi^2} (\vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) (\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) (\vec{\xi} \cdot \vec{\tau})$$

L' autre terme $v\partial_\mu v^{-1}$ s' obtient par l' échange $\vec{\xi} \rightleftharpoons -\vec{\xi}$. Dans la différence $\vec{p}_\mu \cdot \vec{\tau}$, le terme central disparaît par parité et les termes extérieurs sont doublés:

$$\vec{p}_\mu \cdot \vec{\tau} = (\cos^2 \xi/2) (\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) + (\frac{\sin^2 \xi/2}{\xi^2}) (\vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) (\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) (\vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) \quad (\text{A.2})$$

La difficulté consiste à calculer le second terme et plus précisément la quantité: $\xi_i \partial_\mu \xi_j \xi_k \tau^i \tau^j \tau^k$. Cela se résout à l' aide des formules:

$$\begin{cases} \tau_i \tau_j & = \delta_{ij} - i \epsilon_{ijk} \tau^k \\ \epsilon_{ijk} \epsilon^{klm} & = \delta_i^l \delta_j^m - \delta_i^m \delta_j^l \end{cases}$$

(la seconde équivalant à $(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot (\vec{c} \wedge \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})(\vec{b} \cdot \vec{c})$) On trouve alors:

$$\vec{p}_\mu \cdot \vec{\tau} = (\cos^2 \xi/2 - \sin^2 \xi/2) [\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\tau}] + (\sin^2 \xi/2) [2 \frac{(\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\xi})}{\xi^2} (\vec{\xi} \cdot \vec{\tau}) + i \vec{\xi} \cdot (\partial_\mu \vec{\xi} \wedge \vec{\xi})]$$

Le dernier terme est nul et avec un peu de trigonométrie et toujours en identifiant on parvient à:

$$\vec{p}_\mu = (\cos \xi) \partial_\mu \vec{\xi} + (\frac{1 - \cos \xi}{\xi^2}) (\partial_\mu \vec{\xi} \cdot \vec{\xi}) \vec{\xi} \quad (\text{A.3})$$

ou encore:

$$\vec{p}_\mu = \partial_\mu \vec{\xi} + [\vec{\xi} \wedge (\vec{\xi} \wedge \partial_\mu \vec{\xi})] \cdot (\frac{1 - \cos \xi}{\xi^2}) \quad (\text{A.4})$$

Le lagrangien \mathcal{L}_{chir} s' écrit donc:

$$\mathcal{L}_{chir} \equiv \frac{\vec{p}_\mu \vec{p}^\mu}{2a^2} = \frac{1}{2a^2} [(\cos^2 \xi) (\partial \vec{\xi})^2 + (\frac{\sin^2 \xi}{\xi^2}) (\vec{\xi} \cdot \partial \vec{\xi})^2] \quad (\text{A.5})$$

où la notation $(\vec{a})^2$ signifie $(\vec{a}_\mu) \cdot (\vec{a}^\mu)$.

Nous avons donc l' expression du lagrangien effectif chiral recherché en fonction de $\vec{\xi}$.

A.3 Extraction et développement des courants

Il reste à calculer les courants associés à ces 3+3 symétries puis à identifier la constante a et le vecteur $\vec{\xi}$.

Pour une transformation d'isospin infinitésimale de paramètre α nous avons le courant de Noether \vec{V}_μ t.q.:

$$\vec{V}_\mu \cdot \vec{\alpha} \equiv \frac{\delta \mathcal{L}_{chir}}{\delta(\partial^\mu \vec{\xi})} \cdot \delta_V \vec{\xi} \quad (\text{A.6})$$

et de même pour une transformation chirale de paramètre β :

$$\vec{A}_\mu \cdot \vec{\beta} \equiv \frac{\delta \mathcal{L}_{chir}}{\delta(\partial^\mu \vec{\xi})} \cdot \delta_A \vec{\xi} \quad (\text{A.7})$$

Or nous voyons facilement que:

$$\frac{\delta \mathcal{L}_{chir}}{\delta(\partial^\mu \vec{\xi})} = \frac{1}{a^2} [(\cos^2 \xi) \partial_\mu \vec{\xi} + (\frac{\sin^2 \xi}{\xi^2})(\vec{\xi} \cdot \partial_\mu \vec{\xi}) \vec{\xi}]$$

Il suffit donc d'utiliser les variations calculées dans A.1 pour obtenir:

$$\vec{V}_\mu = (\frac{\cos^2 \xi}{a^2}) \partial_\mu \vec{\xi} \wedge \vec{\xi} \quad (\text{A.8})$$

et moyennant quelques manipulations simples:

$$\vec{A}_\mu = (\frac{1}{a^2}) [\partial_\mu \vec{\xi} + [\vec{\xi} \wedge (\vec{\xi} \wedge \partial_\mu \vec{\xi})] (\frac{1}{\xi^2} - \frac{\cos^3 \xi}{\xi \sin \xi})] \quad (\text{A.9})$$

Si maintenant nous revenons au triplet des pions, nous avons vu dans 1.4.1 que $\vec{\xi} = \vec{\pi}/f$ et $a = 1/f$ donc:

$$\begin{cases} \vec{V}_\mu &= \cos^2(\pi/f) (\partial_\mu \vec{\pi} \wedge \vec{\pi}) \\ \vec{A}_\mu &= f \partial_\mu \vec{\pi} + (1/f) (\frac{f^2}{\pi^2} - \frac{f \cos^3(\pi/f)}{\pi \sin(\pi/f)}) [\vec{\pi} \wedge (\vec{\pi} \wedge \partial_\mu \vec{\pi})] \end{cases}$$

Nous faisons maintenant l'expansion de ces courants en puissances de $(1/f)$. Nous n'aurons besoin d'aller que jusqu'à $O(1/f^2)$ car nous n'appliquerons cela qu'aux désintégrations du τ en (au plus) 4 pions.

$$\begin{cases} \vec{V}_\mu &= (\partial_\mu \vec{\pi} \wedge \vec{\pi}) (1 - (\pi/f)^2) \\ \vec{A}_\mu &= f \partial_\mu \vec{\pi} + (1/f) [(\vec{\pi} \cdot \partial_\mu \vec{\pi}) \vec{\pi} - \pi^2 \partial_\mu \vec{\pi}] (4/3) \end{cases}$$

Il reste à tirer de là les différents vertex effectifs couplés à ces courants:

- Le terme principal du courant axial $f\partial_\mu\vec{\pi}$ couple bien sûr à un pion. On obtient pour le vertex $G_\mu^1 = -i\sqrt{2}fq_\mu^+$ où q^+ désigne l'impulsion du pion (tout ce que nous disons pour une charge +1 s'applique bien sûr identiquement à une charge opposée). Le facteur $\sqrt{2}$ vient de ce que $\pi^\pm = \frac{\pi_1 \pm i\pi_2}{\sqrt{2}}$.
- Le terme principal du courant vecteur $\partial_\mu\vec{\pi} \wedge \vec{\pi}$ couple au ρ (bien que nous n'ayons pas encore parlé de resonances...). On obtient le vertex $G_\mu^2 = \sqrt{2}(q^+ - q^0)_\mu$ avec les notations évidentes.
- Le vertex courant - 3-pions provient du terme $(4/3f)[(\vec{\pi} \cdot \partial_\mu\vec{\pi})\vec{\pi} - \pi^2\partial_\mu\vec{\pi}]$ de A_μ . Pour un π^+ et deux π^0 par exemple, nous avons $-4i\sqrt{2}/3f$ en facteur de $(q_1^0 + q_2^0)_\mu$ venant de $(\vec{\pi} \cdot \partial_\mu\vec{\pi})\vec{\pi}$ et $-2q_\mu^+$ de $-\pi^2\partial_\mu\vec{\pi}$. De même pour deux π^+ et un π^- nous aurions:

$$G_\mu^3 = \left(\frac{-4i\sqrt{2}}{3f}\right)(q_1^+ + q_2^+ - 2q^-)_\mu$$

- Le vertex courant - 4-pions venant de $-(\pi/f)^2(\partial_\mu\vec{\pi} \wedge \vec{\pi})$ donne (pour deux π^+ , 1 π^- et 1 π^0):

$$G_\mu^4 = \left(\frac{2\sqrt{2}}{f^2}\right)(q_1^+ + q_2^+ - 2q^0)_\mu$$

le facteur 2 venant de $\pi^+\pi^- = (\frac{1}{2})(\pi_1^2 + \pi_2^2)$ et le facteur $\sqrt{2}$ du pion chargé restant dans le produit vectoriel et pour chacun des π^+ , on récupère l'impulsion de l'autre moins celle du π^0 à cause de ce produit vectoriel.

- Enfin nous avons un vertex d'interaction entre 4 pions qui va contribuer à l'ordre des arbres à la désintégration du τ en 4 pions et il est nécessaire dans cette technique effective de n'omettre aucun terme à l'ordre de Born. Nous aurons ainsi les transitions $\pi^+ \rightarrow \pi_1^+\pi_2^+\pi^-$ et $\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, d'amplitudes données dans [15]. Notons que le développement de \mathcal{L}_{chir} ne fournit que des termes proportionnels à (π) à des exposants pairs et donc exclut des transitions $\pi \rightarrow 2\pi$ ou $\pi \rightarrow 4\pi$ qui auraient pu figurer dans $\tau \rightarrow \nu_\tau 4\pi$.

Appendice B

Extraction de $g_{\rho\pi\pi}$ et g_{ρ} de l'expérience

B.1 Relation entre $g_{\rho\pi\pi}$ et $\Gamma(\rho^+ \rightarrow \pi^+\pi^0)$

On convient simplement de désigner la force du couplage du ρ à la paire de pions par ce paramètre $g_{\rho\pi\pi}$. Ce que nous disons pour le ρ est bien sûr exactement ce que nous ferions pour le ρ' . Le diagramme de désintégration du ρ a alors l'amplitude (voir figure B.1 pour les notations):

$$\mathcal{M} = ig_{\rho\pi\pi} \epsilon^\mu(k, \lambda)(p - p')_\mu$$

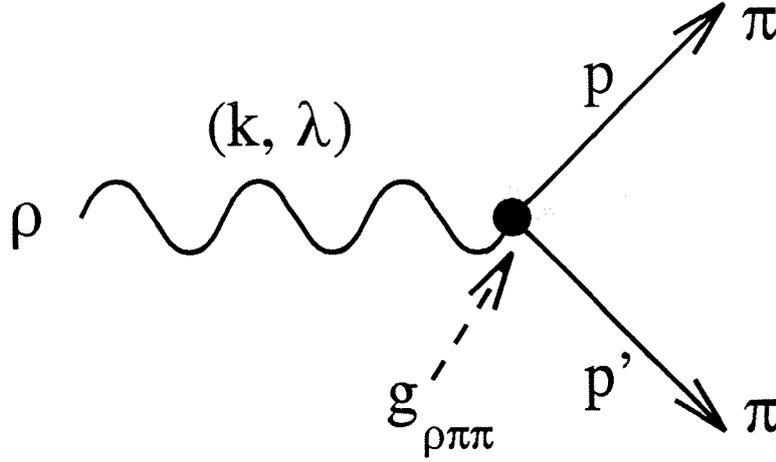
ϵ^μ , polarisation du ρ , est le seul 4-V transverse disponible pour le ρ ($k^\mu(p - p')_\mu = 0$). La largeur est donnée par: $\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi) = (\frac{1}{2m_\rho}) \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \phi$.

- $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{3} \sum_{\lambda \in \{+; -; 0\}} |\mathcal{M}|^2$ est la moyenne sur les états de spin du ρ .

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = (\frac{1}{3}) g_{\rho\pi\pi}^2 (p - p')_\mu (p - p')_\nu \left[\sum_{\lambda \in \{+; -; 0\}} \epsilon^\mu(k, \lambda) \epsilon^{*\nu}(k, \lambda) \right]$$

où la somme sur les spins vaut $-g^{\mu\nu} + (k^\mu k^\nu)/k^2$ car ϵ est transverse. Donc $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = -\frac{g_{\rho\pi\pi}^2}{3} (p - p')^2$

- L'espace de phases à 2 corps est: $\phi = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\pi p^*}{E^*}$. E^* est l'énergie disponible dans le référentiel au repos du ρ soit $E^* = m_\rho$. p^* est l'impulsion d'un des pions soit: $p^* = \sqrt{m_\rho^2/4 - m_\pi^2}$.

Figure B.1: . Définition de $g_{\rho\pi\pi}$

Un peu de cinématique nous montre que: $(p - p')^2 = -4(m_\rho^2/4 - m_\pi^2)$ (est négatif) ce qui nous donne après simplification:

$$\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi) = \left(\frac{g_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi}\right) \left(\frac{2m_\rho}{3} \left[\frac{1}{4} - \frac{m_\pi^2}{m_\rho^2}\right]^{3/2}\right) = \left(\frac{g_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi}\right) (127 \text{ MeV})$$

On tire de cela (et de la même relation pour ρ') $g_{\rho\pi\pi}$ en mesurant $\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi)$.

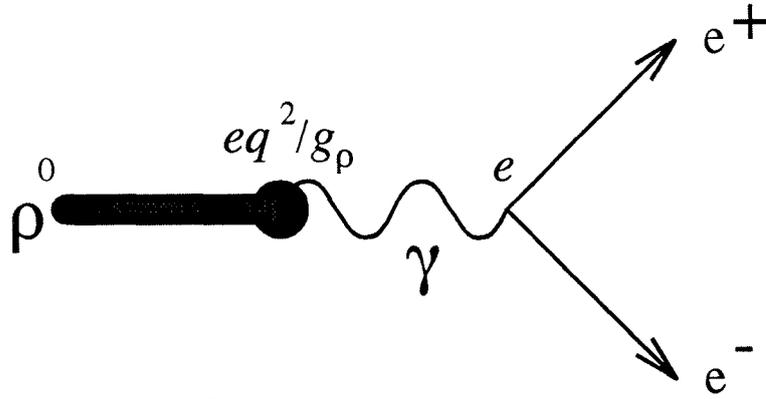
B.2 Relation entre g_ρ et $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-)$

On veut comme pour $g_{\rho\pi\pi}$ une constante sans dimensions ce qui nous conduit à la convention que le vertex VDM couplant photon et ρ^0 soit $\propto e \frac{q^2}{g_\rho}$. On calcule alors aisément l'amplitude de désintégration du ρ^0 qui correspond au graphe de la figure B.2.

$$\mathcal{M} = (\bar{u}_e - e\gamma^\mu u_e) \left(\frac{1}{q^2}\right) \left(e \frac{q^2}{g_\rho}\right) \psi_\mu$$

soit (on néglige m_e):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{3} \sum_{\lambda \in \{+; -; 0\}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{4\pi\alpha}{g_\rho}\right)^2 (-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}) [4(p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu - g_{\mu\nu} p p')]]$$


 Figure B.2: . Définition de g_ρ

Or $pp' = qp = qp' = q^2/2$ donc avec un peu de cinématique:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = (4q^2/3) \left(\frac{4\pi\alpha}{g_\rho} \right)^2$$

De plus $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+ e^-) = \frac{1}{2m_\rho} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \phi$. L'espace de phase est toujours $\phi = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\pi p^*}{E^*}$ où cette fois $p^* = E^*/2$ soit $\phi = 1/(8\pi)$ ce qui donne finalement:

$$\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+ e^-) = \left(\frac{4\pi\alpha^2}{3} \right) \left(\frac{m_\rho}{g_\rho^2} \right)$$

B.3 Calcul de $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^- \nu_\tau)$ à partir de g'_ρ

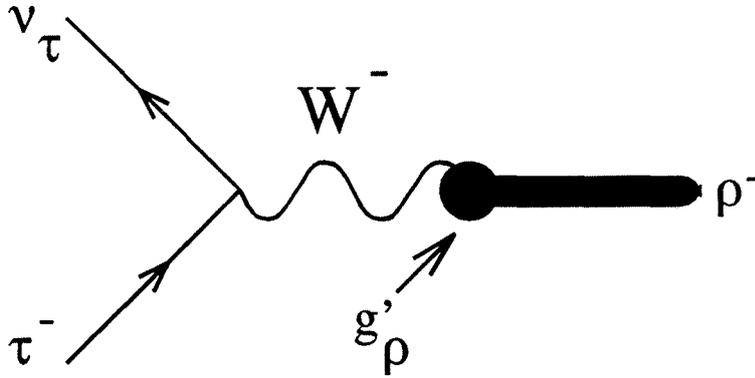
Dans le même esprit que ci-dessus, convenons de décrire la désintégration du τ en ρ par le processus de B.3. On note g'_ρ la force du couplage du W au ρ^- de sorte que l'amplitude est:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C) (\bar{u}_{\nu_\tau} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_\tau) g'_\rho \epsilon^\mu(q, \lambda_\rho)$$

La largeur recherchée est alors:

$$\Gamma = \frac{1}{2m_\tau} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \phi$$

- L'espace de phase est: $\phi = \frac{1}{8\pi} \left(1 - \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2} \right)$
- Dans $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ on fait la moyenne sur les polarisations du τ et la somme sur celles du ρ^- .

Figure B.3: . Définition de g'_ρ

– La partie leptonique donne:

$$1/2 \sum_{\lambda_\tau} (\bar{u}_{\nu_\tau} \gamma_\mu (1-\gamma_5) u_\tau) (\bar{u}_\tau \gamma_\nu (1-\gamma_5) u_{\nu_\tau}) = 4(p_\mu p'_\nu + p'_\mu p_\nu - g_{\mu\nu} p p') + (\text{antisym. } \mu \leftrightarrow \nu)$$

– La partie hadronique:

$$\sum_{\lambda_\rho} (\epsilon^\mu(q, \lambda_\rho) \epsilon^{*\nu}(q, \lambda_\rho)) = -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}$$

– Soit finalement:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C) \right)^2 (g'_\rho / m_\rho)^2 m_\tau^4 (1 - m_\rho^2 / m_\tau^2) (1 + 2m_\rho^2 / m_\tau^2) \quad (\text{B.1})$$

• Tous calculs faits on trouve:

$$\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^- \nu_\tau) = \frac{1}{16\pi} \left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C) \right)^2 (g'_\rho / m_\rho)^2 m_\tau^3 (1 - m_\rho^2 / m_\tau^2) (1 + 2m_\rho^2 / m_\tau^2)$$

Appendice C

Technique de “pion mou”

C.1 Rappels de théorie des champs

Considérons un lagrangien $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$, $\pi = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\partial_0 \phi)}$ le moment canonique associé, et une transformation laissant \mathcal{L} invariant de courant associé: $J_\mu = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\partial^\mu \phi)} \delta \phi$. On a alors les relations:

$$\begin{cases} J_0 & = \pi \delta \phi \\ [\pi(\mathbf{x}); \phi(\mathbf{y})]_{\mathbf{x}_0=\mathbf{y}_0} & = -i\delta^3(\vec{\mathbf{x}} - \vec{\mathbf{y}}) \end{cases}$$

Notant $\Delta = \partial_\mu J^\mu$ on en tire:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \langle 0|T(J_\mu(z)\phi(\mathbf{x}_1)\dots\phi(\mathbf{x}_n))|0\rangle = \langle 0|T(\Delta(z)\phi_1\dots\phi_n)|0\rangle - i\sum_{j=1}^n \delta^4(z - \mathbf{x}_j) \langle 0|T(\phi_1\dots\delta\phi_j\dots\phi_n)|0\rangle$$

Et prenant la transformée de Fourier:

$$\begin{aligned} \int d^4z \exp(-ikz) \frac{\partial}{\partial x_\mu} \langle 0|T(J_\mu(z)\phi(\mathbf{x}_1)\dots\phi(\mathbf{x}_n))|0\rangle &= \\ ik^\mu \int d^4z \exp(-ikz) \langle 0|T(J_\mu(z)\phi_1\dots\phi_n)|0\rangle &= \\ \left(\int d^4z [\exp(-ikz) \langle 0|T(\Delta(z)\phi_1\dots\phi_n)|0\rangle] \right) - i \left(\sum_{j=1}^n \exp(-ikx_j) \langle 0|T(\phi_1\dots\delta\phi_j\dots\phi_n)|0\rangle \right) \end{aligned}$$

Et la limite pour un pion “mou”: $k \rightarrow 0$

$$\int d^4z \langle 0|T(\Delta\phi_1\dots\phi_n)|0\rangle = i\delta[\langle 0|T(\phi_1\dots\phi_n)|0\rangle] \quad (\text{C.1})$$

D' autre part nous ferons aussi usage de la formule de réduction liant élément de matrice S et fonctions de Green tronquées:

$$\begin{aligned} \langle (q_1 \dots q_l)^{\text{out}} | (p_1 \dots p_m)^{\text{in}} \rangle &= \langle (q_1 \dots q_l)^{\text{in}} | S | (p_1 \dots p_m)^{\text{in}} \rangle \\ &= (i)^{l+m} \int d^4 y_1 \dots d^4 y_l d^4 x_1 \dots d^4 x_m \exp i(q^k y_k - p^k x_k) \\ &\quad (\square_{y_1} + m^2) \dots (\square_{x_m} + m^2) \langle 0 | T(\phi(y_1) \dots \phi(x_m)) | 0 \rangle \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Ici les ϕ_i désignent des champs scalaires tels que: $\langle 0 | \phi(x) | p \rangle = \exp(-ipx)$. Nous rappelons la formule 1.7 qui implique: $\langle 0 | \partial_\mu A^\mu(x) | \pi(p) \rangle = f_\pi m_\pi^2 \exp(-ipx)$ et donc nous choisirons comme champ ϕ pour le pion $\phi_\pi = \frac{\partial_\mu A^\mu}{f_\pi m_\pi^2}$ où A^μ est le courant axial associé au boson de Goldstone (pion) $\pi(p)$.

C.2 Application à $\langle 0 | A_\mu^-(0) | (n\pi)^0, \pi^-(k) \rangle$

La formule de réduction pour scalaires C.2 fournit:

$$\begin{aligned} \langle 0 | A_\mu^-(0) | (n\pi)^0, \pi^-(k) \rangle &= (i)^{n+1} \int (\prod_{i=1}^n d^4 x_i \exp(iq_i x_i) (\square_i + m_\pi^2)) \\ &\quad \int d^4 x \exp(ikx) (-k^2 + m_\pi^2) \langle 0 | T((\frac{\partial_\mu A^\mu(x)}{f_\pi m_\pi^2}) \phi_1 \dots \phi_n) | 0 \rangle \end{aligned}$$

où q_i sont les impulsions des n pions de $(n\pi)^0$. Supposant qu' on peut traiter le pion isolé comme "mou", ce qui est relativement correct pour $n=4$, beaucoup moins pour $n=2\dots$:

$$\begin{aligned} \langle 0 | A_\mu^-(0) | (n\pi)^0, \pi^-(k) \rangle &= \frac{(i)^{n+1}}{f_\pi} \int (\prod_{i=1}^n d^4 x_i \exp(iq_i x_i) (\square_i + m_\pi^2)) \\ &\quad \int d^4 x \langle 0 | T(\partial_\mu A^\mu(x) \phi_1 \dots \phi_n) | 0 \rangle \end{aligned}$$

Utilisant alors C.1:

$$\begin{aligned} \langle 0 | A_\mu^-(0) | (n\pi)^0, \pi^-(k) \rangle &= \frac{(i)^{n+1}}{f_\pi} \int (\prod_{i=1}^n d^4 x_i \exp(iq_i x_i) (\square_i + m_\pi^2)) \\ &\quad i\delta \langle 0 | T(\phi_1 \dots \phi_n) | 0 \rangle \end{aligned}$$

Il reste à évaluer la variation sous la transformation associée au pion de $\langle 0 | T(\phi_1 \dots \phi_n) | 0 \rangle$. Nous admettrons que le résultat est \propto à $\langle 0 | T(\phi_1 \dots \phi_n) | 0 \rangle$ lui même. On se retrouve alors avec la formule réduite correspondant non plus à $n\pi + \pi$ mais à $n\pi$. On en déduit alors ([14]):

$$\langle 0 | A_\mu^-(0) | (n\pi)^0, \pi^-(k) \rangle = \frac{2}{f_\pi} \langle 0 | V_\mu^3(0) | n\pi \rangle$$

Appendice D

Polarisation dans le canal $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$

Dans la largeur différentielle du τ en $\omega\pi$, la dépendance en P_τ est entièrement contenue dans la partie leptonique "contractée" suivante [26]:

$$L_A \propto [2/3 K_1 + K_2 + 1/3 \left(\frac{3 \cos^2 \beta - 1}{2} \right) K_3]$$

où chaque coefficient K se décompose selon: $K = K^0 + P_\tau K^P$ avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1^0 = 1 - \frac{m^2}{Q^2} \\ K_2^0 = \frac{m^2}{Q^2} \\ K_3^0 = \frac{3 \cos^2 \psi - 1}{2} K_1^0 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} K_1^P = -(1 + \frac{m^2}{Q^2}) \cos \theta \\ K_2^P = \frac{m^2}{Q^2} \cos \theta \\ K_3^P = \frac{3 \cos^2 \psi - 1}{2} K_1^P - (3/2) \sqrt{\frac{m^2}{Q^2}} \sin \theta \sin 2\psi \end{array} \right.$$

(Q désigne l'impulsion des hadrons)

Les trois angles cinématiques sont calculables à partir des impulsions et énergies finales des pions même si la direction du τ n'est pas reconstruite (à cause du ν_τ). Ce sont:

- β :

Angle entre les directions du laboratoire et de ω dans le référentiel au repos de $\omega\pi$. On trouve:

$$\cos \beta = \left(\frac{1}{P_\omega^* \beta_h} \right) \left[E_\omega^* - \frac{E_\omega}{\gamma_h} \right]$$

où h est le système hadronique $\omega\pi$ et $*$ se rapporte à son référentiel au repos. γ_h et β_h sont les facteurs relativistes par rapport au référentiel au repos du τ : $\gamma_h = \frac{E_{\nu\pi}}{\sqrt{Q^2}}$, et $0 \leq \beta \leq \pi$.

- θ :

Angle entre la polarisation du τ et la direction de vol de $\omega\pi$ vu dans le référentiel au repos

du τ :

$$\cos \theta = \frac{(2x - 1)m_\tau^2 - Q^2}{(m_\tau^2 - Q^2)\sqrt{1 - 4m_\tau^2/s}}$$

où $x = 2\frac{E_h}{\sqrt{s}}$, $s = 4E_{beam}^2$ ($m_\tau \ll E_{beam}$) et $0 \leq \theta \leq \pi$.

• ψ :

Angle entre le laboratoire et la direction de vol du tau vu depuis le référentiel au repos de $\omega \pi$:

$$\cos \psi = \frac{x(m_\tau^2 + Q^2) - 2Q^2}{(m_\tau^2 - Q^2)\sqrt{x^2 - 4Q^2/s}}$$

et toujours $0 \leq \psi \leq \pi$.

La variable ξ de polarisation est alors [27]:

$$\xi = \frac{2/3 K_1^P + K_2^P + 1/3 \left(\frac{3 \cos^2 \beta - 1}{2} \right) K_3^P}{2/3 K_1^0 + K_2^0 + 1/3 \left(\frac{3 \cos^2 \beta - 1}{2} \right) K_3^0} \quad (D.1)$$

Table des matières

1 Aspects Théoriques	1
1.1 Le "Modèle Standard"	1
1.2 Le courant hadronique chargé	5
1.3 Lagrangien effectif d'interaction forte	8
1.4 Extrapolation des théories effectives	11
1.5 Relation entre désintégration du τ et données e^+e^-	20
1.6 Symétries d'isospin dans les systèmes de pions	23
1.7 Revue des canaux $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta X$	30
1.8 Revue du canal $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi^\pm \pi^0$	33
2 Dispositif Expérimental	41
2.1 Bref aperçu du L.E.P.	41
2.2 Le détecteur Aleph	42
2.3 Méthodes de reconstruction	48
3 Méthodes générales de sélection	53

3.1	Nombre total de τ	53
3.2	Présélection leptonique	55
3.3	Outils de rejet des bruits de fond non- τ	55
3.4	Identification de particules	57
3.5	Photons convertis	58
4	Canaux contenant le méson η	61
4.1	Limite sur $\tau \rightarrow \nu_\tau \eta h$	61
4.2	Mesure de $Br (\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$ par $\eta \rightarrow \gamma \gamma$	64
4.3	Mesure de $Br (\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$ par $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	83
4.4	Conclusion sur $Br (\tau \rightarrow \nu_\tau \eta \pi \pi^0)$	91
5	Canal $3\pi\pi^0 / \omega\pi$	95
5.1	Rapport de branchement	95
5.2	Sous-processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \rho \pi \pi$	102
5.3	Sous-processus $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$	112
6	Canal $3\pi 2\pi^0$	123
6.1	Rapport de branchement	123
6.2	Résonance ω	132
	Appendices	140

A	Symétrie $SU(2) \otimes SU(2)$	141
A.1	Expression des transformations dans la paramétrisation exponentielle	141
A.2	Calcul de \vec{p}_μ et \mathcal{L}_{chir} en fonction de $\vec{\xi}$	143
A.3	Extraction et développement des courants	144
B	Extraction de $g_{\rho\pi\pi}$ et g_ρ de l'expérience	147
B.1	Relation entre $g_{\rho\pi\pi}$ et $\Gamma(\rho^+ \rightarrow \pi^+\pi^0)$	147
B.2	Relation entre g_ρ et $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-)$	148
B.3	Calcul de $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \rho^- \nu_\tau)$ à partir de g'_ρ	149
C	Technique de "pion mou"	151
C.1	Rappels de théorie des champs	151
C.2	Application à $\langle 0 A_\mu^-(0) (n\pi)^0, \pi^-(k) \rangle$	152
D	Polarisation dans le canal $\tau \rightarrow \nu_\tau \omega \pi$	153

Bibliographie

- [1] S. L. Glashow, NP 22 (1961)
- [2] S. Weinberg, PRL 19 (1967)
- [3] A. Salam, Nobel Symposium n° 8 (1968)
- [4] S. L. Glashow, J. Iliopoulos et L. Maiani, PR D2 (1970)
- [5] P. W. Higgs, PRL 13 (1964)
- [6] N. Cabibbo, PRL 10 (1963)
- [7] M. Kobayashi et T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49 (1973)
- [8] Y. S. Tsai, PR D4 (1971)
- [9] E. L. Berger et H. J. Lipkin, PL B189 226 (1987)
- [10] A. Pich, PL B196 561 (1987)
- [11] H. B. Thacker et J. J. Sakurai, PL B36 (1971)
- [12] F. J. Gilman et S. H. Rhie, PR D31 1066 (1985)
- [13] F. J. Gilman, PR D35 11 (1987)
- [14] T. N. Pham, C. Roiesnel et T. N. Truong, PL B78 623 (1978)
- [15] R. Fisher, J. Wess et R. Wagner, Z Phys C3 313 (1980)
- [16] J.C. Brient, A. Rougé et H. Videau, Aleph Note 94-27
- [17] ARGUS collaboration, PL B260 259 (1991)
- [18] E. Witten, NP B223 (1983)
- [19] J. Wess et B. Zumino PL B37 (1971)

- [20] G Kramer, W. F. Palmer et S. S. Pinsky, PR D30 89 (1984)
- [21] G Kramer et W. F. Palmer, Z Phys C25 (1984)
- [22] G Kramer et W. F. Palmer, Z Phys C39 (1988)
- [23] C. G. Callan, S. Coleman, J. Wess et B. Zumino, Phys. Rev. 177 (1969)
- [24] S. Jadach, Z. Was, R. Decker et J.H. Kühn, Comp. Phys. Comm. 76 (1993)
- [25] A. Pais, Annals of Physics 9 (1960)
- [26] R. Decker et E. Mirkes, Z Phys. C57 495 (1993)
- [27] A. Rougé, Preprint X-LPNHE 1992/20
- [28] CLEO Collaboration, PRL 69 (1992)
- [29] CLEO Collaboration, PRL 71 (1993)
- [30] CLEO Collaboration, PRL 73 (1994)
- [31] CLEO Collaboration, contribution à HEP 1995, Bruxelles
- [32] CLEO Collaboration, autre contribution à HEP 1995: CLNS 95/1347
- [33] CLEO Collaboration, PRL 59 (1987)
- [34] ARGUS Collaboration, Z. Phys C41 (1988)
- [35] ARGUS Collaboration, PL B185 (1987)
- [36] HRS Collaboration, PL B197 (1987)
- [37] S. Eidelman, NP B40 (Proc. Suppl.) (1995)
- [38] HRS Collaboration, PL B189 (1987)
- [39] R. Alemany et M. Davier, Aleph note 1994
- [40] J.C. Brient, S. Orteu, A. Rougé et M. Verderi, Aleph note 1993/107
- [41] R. Decker, E. Mirkes, R. Sauer and Z. Was, Z Phys C58 (1993)
- [42] ALEPH Collaboration, NIM A294 (1990)
- [43] ALEPH Collaboration, NIM A360 (1995)
- [44] R. Decker, M. Finkemeier, P. Heiliger et H. H. Jonsson, preprint HEP-PH-9410260
- [45] A. Antonelli et al., PL B212 (1988)

- [46] V. P. Druzhinin et al., PL B174 (1986)
- [47] J. Badier, le programme EBNEUT, Aleph note 1990-52
- [48] ALEPH Collaboration, Z Phys. C48 (1990)
- [49] ALEPH Collaboration, Z Phys. C53 (1992)
- [50] Note interne Aleph 95-xx, à paraître.
- [51] H. Atkinson et al., NP B243 (1984)

Remerciements

Je voudrais remercier la Délégation générale pour l'Armement de permettre à ses ingénieurs de poursuivre la thèse de leur choix et en particulier le responsable de l'option recherche du corps de l'armement, Mr. Quenzer, pour son soutien et sa compréhension.

Je remercie aussi Mr. Jacquet, directeur du laboratoire de Physique Nucléaire des Hautes Energies de l'Ecole Polytechnique, de m'avoir accueilli ces trois ans.

Merci aussi à Jean-Claude Brient d'avoir accepté de diriger cette thèse, à Henri Videau pour sa supervision éclairée, à André Rougé pour son aide constante et ses pertinentes "suggestions". Merci aussi à Marc Verderi pour sa bonne humeur et sa proximité, à nos visiteurs étrangers passé et présent: Salvador Orteu qui a guidé mes premiers pas dans Aleph et Luca Passalacqua dont les réflexions méritent toujours de l'attention, à mes camarades étudiants d'Aleph: Andréa Valassi et Frédéric Machefert.

J'exprime ma gratitude aux éminents physiciens membres du jury, Jean-Claude Brient et André Rougé que j'ai déjà cités, ainsi que Mrs.: Eduardo De Rafael, Luigi Rolandi et Gérard Smadja.

J'adresse aussi mes remerciements aux personnels de recherche et des groupes techniques, en particulier du groupe informatique pour lequel j'ai pu parfois représenter un certain surcroît de travail.

Enfin je voudrais saluer mes amis physiciens: rencontrés au DEA, au CERN, en école d'été, aux conférences... qui ont souvent tenté, et assez peu réussi, de m'intéresser à d'autres sujets que l'incontournable lepton tau.

