

Suche nach  
Kontaktwechselwirkungen in der elastischen  
Elektron-Positron-Streuung  
bei Schwerpunktenenergien um die  
 $Z^0$ -Resonanz

Hartmut Trier

Fachbereich Physik  
Universität - Gesamthochschule - Siegen

Interner Bericht

Fachbereich Physik  
Universität - Gesamthochschule - Siegen

Oktober 1994



## Abstract

Contact interactions are searched for using the differential Bhabha cross section measured at 16 energies around the Z peak and corresponding to about  $70 \text{ pb}^{-1}$  of cumulated luminosity. The standard model predictions, extended by four-fermion contact terms assuming various chiralities of lepton currents, are fitted to the electron data and lower limits on the energy scale  $\Lambda$  of such terms are set at 95% c.l.

The limits vary in the range 1.9 to 4.3 TeV, depending on the model of chirality coupling. The results are compared with those reported at the same energies and are also compared and combined with investigations from lower energy experiments.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2. Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung</b>	<b>10</b>
<b>3. Prozesse in niedrigster Ordnung</b>	<b>20</b>
3.1 Die Bhabha-Streuung in niedrigster Ordnung	22
3.2 Die Compositeness-Beiträge in niedrigster Ordnung	34
3.2.1 Erweiterung der Bhabha-Streuung durch Elektron-Compositeness	36
3.2.2 Abweichung vom Standardmodell durch Kontaktwechselwirkung	38
<b>4. Prozesse in höherer Ordnung</b>	<b>46</b>
4.1 Allgemeine Struktur der Strahlungskorrekturen	48
4.2 Die nicht-photonischen Korrekturen	52
4.3 Die photonischen Korrekturen	58
4.3.1 Abstrahlung der ein- und auslaufenden Elektronen	58
4.3.2 Berechnung der photonischen Korrekturen mit ALISTAR	61
<b>5. Das Elektron-Positron-Speicherring-Experiment ALEPH</b>	<b>70</b>
5.1 Der ALEPH-Detektor	71
5.1.1 Mini-Vertex-Detektor	73

5.1.2 Innere Spurenkammer .....	74
5.1.3 Zeit-Projektionskammer .....	74
5.1.4 Elektromagnetisches Kalorimeter .....	76
5.1.5 Magnet .....	77
5.1.6 Hadron-Kalorimeter .....	77
5.1.7 Myonkammern .....	78
5.1.8 Luminositätsmonitor .....	78
5.2 Daten-Selektion .....	80
5.2.1 Selektionskriterien für Bhabha-Ereignisse .....	82
5.2.2 Effizienz der Selektion .....	85
5.2.3 Untergrund der Selektion .....	86
<b>6. Daten-Auswertung</b> .....	<b>88</b>
6.1 Anpassung .....	89
6.2 Ergebnisse .....	94
6.2.1 Ergebnisse aus den Daten 1990-1992 .....	106
6.2.2 Einfluß der Parameter $M_Z$ , $M_{\text{Higgs}}$ und $M_{\text{top}}$ auf das Endergebnis .....	109
6.2.3 Ergebnisse aus den Daten 1990-1993 .....	112
6.2.4 Vergleich mit anderen Analysen .....	114
<b>7. Zusammenfassung und Ausblick</b> .....	<b>118</b>
<b>Anhang</b> .....	<b>120</b>
A Zahl der Bhabha-Ereignisse .....	120
B MINUIT-Ergebnisse .....	125
B.1 MINUIT-Ergebnisse der Daten 90 bis 92 .....	125
B.2 MINUIT-Ergebnisse der Daten 90 bis 93 .....	130
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>135</b>
<b>Danksagung</b> .....	<b>139</b>



# 1 Einleitung

Die Elementarteilchenphysik oder Hochenergiephysik beschäftigt sich mit der Entdeckung und Untersuchung der elementaren Bestandteile der Materie und den Eigenschaften der Wechselwirkungen zwischen diesen.

Unter *Wechselwirkung* versteht man dabei ganz allgemein jede Kraft oder jeden Einfluß, welcher die Eigenschaften oder den Zustand von Materie verändert. Um experimentelle Forschung auf diesem Gebiet der Naturwissenschaften zu ermöglichen, benötigt man riesige Teilchenbeschleuniger und Nachweisgeräte (Detektoren). Wesentlicher Grund für die enorme Größe der Teilchenbeschleuniger ist die extrem hohe Energie, die erforderlich ist, um die winzigen zu erforschenden Dimensionen aufzulösen. Hierbei verhält es sich wie bei den Bindungsenergien. Je kleiner ein Objekt ist, desto größer ist die Energie die man benötigt um es in seine Bestandteile zu zerlegen oder lediglich zu erforschen. So beträgt die Bindungsenergie des einfachsten Moleküls, des Wasserstoffmoleküls  $H_2$  (zwei Wasserstoffatome) gerademal  $4.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^1$ , die Bindungsenergie des einfachsten Atoms, des Wasserstoffatoms H (Proton und Elektron) hingegen bereits 13.6 eV. Um den einfachsten Atomkern, das Deuteron (Proton und Neutron) in seine Bestandteile zu zerlegen, benötigt man dagegen eine Energie von ungefähr  $2.2 \cdot 10^6 \text{ eV}$ . Die Quarks innerhalb der Protonen und Neutronen sind offensichtlich so stark gebunden, daß man sie bisher nicht als freie Teilchen beobachtet hat. Aus all diesen Gründen sind die Bezeichnungen *Elementarteilchenphysik* und *Hochenergiephysik* praktisch Synonyme. Mit Teilchen einer Energie von 1 GeV lassen sich Strukturen einer Größe von etwa  $0.2 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$  erforschen, das ist ca. 1/4 der Ausdehnung des Protons. Setzt man noch größere Energien ein, so zeigt es sich, daß das Proton aus noch kleineren Teilchen, den bereits erwähnten Quarks, aufgebaut ist. Diese gelten jedoch nach der gegenwärtigen Theorie neben den Leptonen<sup>2</sup> als punktförmig d. h., unendlich klein und damit als fundamental. Da die experimentell erreichbare Energie aber nie unendlich groß sein kann, ist eine empirische

<sup>1</sup> 1 eV (Elektronenvolt) =  $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  (Joule)

<sup>2</sup> Zu den Leptonen gehören das Elektron, Myon und das Tau sowie die jeweils dazugehörigen Neutrinos.

Überprüfung dieser Aussage immer nur im Rahmen des räumlichen Auflösungsvermögens gegeben. Und dieses ist natürlich durch die jeweilige Meßapparatur begrenzt. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die von der Theorie angenommene Punktförmigkeit der Elektronen zu überprüfen. Falls keine Abweichung von dieser Annahme beobachtet wird, so wird ein Grenzwert in Form einer Energie angegeben, bis zu dem die Elektronen als punktförmig angesehen werden können. Aufgrund der Unbestimmtheitsrelation für Zeit und Energie (siehe z. B. [1]) und der Tatsache, daß sich Energie maximal mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzt, läßt sich dieser Grenzwert in eine räumliche Ausdehnung übersetzen. Aus dem og. Energiegrenzwert, den man auch als Abschneideparameter bezeichnet, folgt daher eine obere Grenze für die räumliche Ausdehnung des Elektrons. Strukturen, die kleiner sind als dieser Wert, sind unter den gegebenen experimentellen Bedingungen nicht mehr auflösbar und erscheinen daher punktförmig. Ein weiterer Grund für die in der Elementarteilchenphysik erforderlichen hohen Energien ist die Tatsache, daß einige der zu untersuchenden Grundbausteine sehr große Massen haben. Um sie erzeugen und untersuchen zu können, werden daher ebenfalls entsprechend große Energien benötigt. So besitzt zum Beispiel das  $Z^0$ -Boson, dessen Erzeugung und Untersuchung eines der Hauptziele des Elektron-Positron-Beschleunigers LEP war und ist, eine Masse von etwa 91 GeV. Um dieses Teilchen zu erzeugen, müssen die Elektronen und Positronen, die in entgegengesetzter Richtung aufeinander prallen, eine Energie von etwa 46 GeV erreichen. Ein großes Problem ist hierbei der Energieverlust, den die Strahlteilchen infolge der Synchrotronstrahlung erfahren. Dieser ist proportional zur 4. Potenz der Energie, jedoch umgekehrt proportional zum Krümmungsradius des Beschleunigers und umgekehrt proportional zur 4. Potenz der Teilchenmasse. Der Energieverlust für Elektronen ist somit etwa  $(M/m)^4 = 10^{13}$  mal größer als beispielsweise derjenige für Protonen gleicher Energie und gleicher Bahnkrümmung. Aus diesem Grund ist es auch beim derzeit größten Elektron-Positron-Beschleuniger LEP notwendig, diesen Verlust durch eine riesige Hochfrequenzleistung der Beschleunigungsstrecken zu kompensieren. Letztendlich ist dieser hohe Aufwand infolge des Energieverlustes bei kreisförmigen Elektronenmaschinen hoher Energie der bestimmende Kostenfaktor.

Das  $Z^0$ -Boson ist, neben den beiden ebenfalls sehr massiven geladenen Bosonen  $W^+$  und  $W^-$ , Träger der schwachen Wechselwirkung. Heute weiß man mit hoher Sicherheit, daß diese "Schwäche" im Vergleich zur elektromagnetischen Wechselwirkung, (deren Träger ist das wohlbekannte Photon), nur eine Folge der großen Massen der Bosonen  $W^\pm$  und  $Z^0$  gegenüber dem masselosen Photon ist [2]. Bei genügend hohen Energien und Impulsüberträgen weit oberhalb dieser Massenskala sollten deshalb die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung gleich stark sein. Im *Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung* sind daher beide Wechselwirkungen vereinheitlicht d. h., elektromagnetische und schwache Wechselwirkung sind zwei Aspekte einer einzigen *elektroschwachen Wechselwirkung*.

Neben der schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung spielt die starke Wechselwirkung im subatomaren Bereich eine sehr entscheidende Rolle. (Die vierte derzeit bekannte Wechselwirkung, die Gravitation, ist um einen Faktor  $10^{-34}$  schwächer als die schwache Wechselwirkung und hat daher in der Elementarteilchenphysik praktisch keine Bedeutung). Die starke Wechselwirkung ist bei geringen Energien um einen Faktor der Größenordnung

100 stärker als die elektromagnetische Wechselwirkung und etwa  $10^7$  mal stärker als die schwache Wechselwirkung. Sie hält nach unseren Vorstellungen die Quarks im Proton und Neutron zusammen, und die Restwechselwirkung der Quarks, aus denen das Proton und auch das Neutron besteht, erzeugt anscheinend die Kraft zwischen den Nukleonen<sup>1</sup>. Damit ist die starke Wechselwirkung auch für die Bindung der Kernbausteine im Atomkern verantwortlich. Ganz kurz zusammengefaßt, läßt sich das heutige Verständnis über den Aufbau der Materie folgendermaßen charakterisieren:

- Alle Materie besteht aus Quarks und Leptonen.
- Diese wechselwirken untereinander durch den Austausch verschiedener fundamentaler Bosonen, die man auch als Feldquanten bezeichnet. In unserem Alltag machen sich diese Feldquanten in Form von vier verschiedenen Wechselwirkungen oder Kräften bemerkbar: Starke Wechselwirkung, elektromagnetische Wechselwirkung, schwache Wechselwirkung und Gravitation. Alle Feldquanten koppeln an Quarks d. h., Quarks unterliegen allen vier Wechselwirkungen. Alle Feldquanten, bis auf die der starken Kraft, koppeln an geladene Leptonen d. h., geladene Leptonen erfahren elektromagnetische und schwache Wechselwirkung sowie Gravitation aber keine starke Wechselwirkung. Nicht-geladene Leptonen (Neutrinos) unterliegen nur der schwachen Wechselwirkung und der Gravitation.

Ein wichtiger Punkt ist, daß die Stärken der verschiedenen Wechselwirkungen nicht ein für alle Mal fixiert sind, sondern daß sie vielmehr von der Energieskala der beteiligten Prozesse abhängen. So scheint bei ausreichend hoher Energie die starke Wechselwirkung schwächer zu werden. Möglicherweise läßt sie sich bei der enorm großen Energie von  $10^{15}$  GeV mit der elektroschwachen Wechselwirkung vereinigen. Nach dieser als GUT-Theorie (Grand Unified Theory) bekannten Vorstellung sind die starke, die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung nur drei Aspekte einer einzigen universellen Kraft.

---

<sup>1</sup> Protonen und Neutronen bezeichnet man als Nukleonen, da sie zusammen den Atomkern bilden.

## 2 Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung

Für das Verständnis der nachfolgenden Kapitel soll hier ein kurzer Überblick über die wesentlichen Aspekte des Standardmodells gegeben werden. Insbesondere nehmen die Kapitel über Bhabha-Streuung und Compositeness des öfteren Bezug auf mathematische Beziehungen, die in diesem Kapitel erläutert werden. Für detailliertere Informationen zum Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung sei auf die einschlägige Literatur verwiesen [3, 4, 5].

Die gegenwärtige Theorie der elektroschwachen Kräfte, die man auch als *Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung* bezeichnet, setzt sich aus dem Glashow-Salam-Weinberg-Modell [3] der Leptonen und dem GIM-Mechanismus [4] (benannt nach den Wissenschaftlern Glashow, Iliopoulos und Maiani), welcher den hadronischen Sektor der elektroschwachen Wechselwirkung beschreibt, zusammen.

Danach besteht die Materie aus punktförmigen Fermionen, nämlich Quarks und Leptonen, die infolge der Eigenschaften *schwacher Isospin* und *schwacher Hyperladung* untereinander elektroschwach wechselwirken. Schwachen Isospin  $T$  tragen dabei nur die linkshändigen<sup>1</sup> Fermionen, während schwache Hyperladung  $Y$  von Fermionen beider Helizitätszustände getragen wird. Die Wechselwirkung infolge des schwachen Isospins  $T$  läßt sich durch eine SU(2)-Gruppe (spezielle unitäre Gruppe der Ordnung 2), also in der irreduziblen Darstellung durch  $2 \times 2$ -Matrizen beschreiben. Da diese Gruppe im Fall des schwachen Isospins nur Übergänge zwischen linkshändigen Teilchen beschreibt, bezeichnet man sie manchmal auch als SU(2)<sub>L</sub>-Gruppe. Analog zum räumlichen Spin, der ja ebenfalls durch eine SU(2)-Gruppe repräsentiert wird, ordnet man den linkshändigen Fermionen den Wert  $T = 1/2$  und den rechtshändigen Fermionen den Wert  $T = 0$  zu. Folglich existieren für die linkshändigen

---

<sup>1</sup> "linkshändig" = Der Spin ist entgegengesetzt zum Impuls ausgerichtet, "rechtshändig" = Der Spin zeigt in Impulsrichtung.

Fermionen zwei Zustände, die sich durch die dritte Komponente des schwachen Isospins  $T^3$  unterscheiden. Die Dubletts ( $T = 1/2$ ) und Singulets ( $T = 0$ ) bezüglich des schwachen Isospins, ergeben sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned}
 T = \frac{1}{2} \quad \begin{matrix} T^3 = +\frac{1}{2} \\ T^3 = -\frac{1}{2} \end{matrix} &= \underbrace{\begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau_L \end{pmatrix}}_{\text{Leptonen}}, \quad \underbrace{\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}}_{\text{Quarks}} \\
 T = 0 &= \underbrace{e_R, \mu_R, \tau_R}_{\text{Leptonen}}, \quad \underbrace{u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R}_{\text{Quarks}}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Wie bei einer räumlichen Drehung  $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ , die durch die drei Winkel  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  beschrieben wird, ist eine Drehung im Raum des schwachen Isospins durch das vektorielle Eichfeld  $\vec{W}_\mu$ <sup>1</sup> mit den drei Komponenten  $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$  definiert. Eine beliebige Drehung im Raum des schwachen Isospins läßt sich dann mit Hilfe der  $2 \times 2$  Pauli-Spinmatrizen<sup>2</sup>  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  wie folgt darstellen:

$$\mathfrak{R}_\mu = \vec{W}_\mu \cdot \vec{\sigma} = W_\mu^1 \sigma_1 + W_\mu^2 \sigma_2 + W_\mu^3 \sigma_3 \tag{2.2}$$

Physikalisch beobachtbar sind jedoch nur ganz bestimmte Rotationen, die dann ganz bestimmten Kombinationen von  $W_\mu^i$  nämlich den *physikalischen Eichfeldern* entsprechen. Zwei dieser physikalischen Eichfelder,  $W_\mu^+$  und  $W_\mu^-$  bewirken Übergänge zwischen den beiden Mitgliedern eines  $T = 1/2$  Dubletts. Sie sind gegeben durch

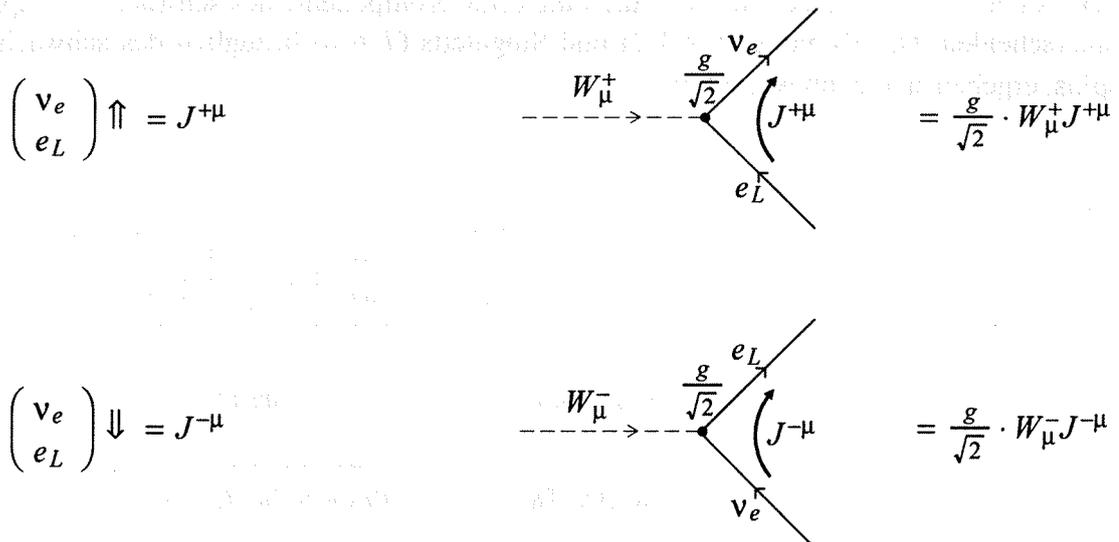
$$W_\mu^+ = \sqrt{\frac{1}{2}} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \quad \text{und} \quad W_\mu^- = \sqrt{\frac{1}{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2)$$

Da diese Übergänge elektrische Ladung transportieren und da sie sich nur zwischen Fermionen mit  $T \neq 0$  ereignen, bezeichnet man sie auch als *schwache geladene Ströme*. Je nachdem in welche Richtung der Übergang stattfindet, existiert ein positiver und ein negativer geladener Strom,  $J^{+\mu}$  und  $J^{-\mu}$ , der über die Kopplungsstärke  $g/\sqrt{2}$  an die beiden Felder  $W_\mu^+$  und  $W_\mu^-$  koppelt (Abb. 2.1). Die Lagrange-Energiedichte für die Wechselwirkung durch die beiden W-Bosonen ergibt sich dann durch [5]

$$\mathcal{L}_w = \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ J^{+\mu} + W_\mu^- J^{-\mu}) \tag{2.3}$$

<sup>1</sup>  $\mu = 0$  ist die Zeit-Komponente,  $\mu = 1, 2, 3$  sind die Raumkomponenten (siehe z. B. [5])

<sup>2</sup>  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$



**Abbildung 2.1:** Übergang zwischen Isospin-Dupletts durch geladene schwache Ströme

Während im leptonischen Sektor schwache geladene Ströme nur zwischen den beiden Partnern eines  $T = 1/2$  Dubletts auftreten, beobachtet man im hadronischen Sektor auch Übergänge zwischen den Quarks verschiedener  $T = 1/2$  Dubletts. So tritt beispielsweise beim Zerfall  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$  der Übergang  $u_L \rightarrow s_L$  in Erscheinung. Mit Hilfe des GIM-Modells lassen sich nun diese Vorgänge ohne Einführung neuer Kopplungen, aber auf Kosten modifizierter Quark-Dubletts erklären. Man nimmt an, daß die schwachen geladenen Ströme an gegenüber den physikalischen Quarkzuständen gedrehten Quarkzuständen koppeln. Diese gedrehten Quarkzustände lassen sich in der Basis der physikalischen Quarkzustände wie folgt beschreiben [5]:

$$\begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Anders ausgedrückt sind die Quarkzustände auf der linken Seite von (2.4) Eigenzustände des schwachen Isospins, während die Quarkzustände auf der rechten Seite von (2.4) die physikalischen Eigenzustände (engl. mass eigenstates) darstellen. Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang  $u_L \rightarrow s_L$  ist dann proportional zu  $|U_{us}|^2$ . Die Elemente  $U_{ij}$  der *Kobayashi-Maskawa Matrix* in (2.4) können durch drei Quark-Mischungswinkel und eine Phase  $\delta$  ausgedrückt werden. Dieses Modell ist eine Verallgemeinerung des Cabibbo-GIM Formalismus, welcher sich ergibt, wenn man nur die Quarks der ersten und zweiten Generation betrachtet. In diesem Fall lautet die Beziehung

$$\begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta_c & \sin \vartheta_c \\ -\sin \vartheta_c & \cos \vartheta_c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Gleichung (2.5) bringt zum Ausdruck, daß die an den schwachen geladenen Strömen teilhabenden d- und s-Zustände gegenüber den physikalischen d- und s-Zuständen um den sogenannten Cabibbo-Winkel  $\vartheta_c$  gedreht sind.

Im Gegensatz zum schwachen Isospin  $T$ , läßt sich die Wechselwirkung infolge der schwachen Hyperladung  $Y$  durch eine U(1)-Gruppe (Unitäre Gruppe der Ordnung 1) darstellen. Bekannterweise tragen mit Ausnahme der Neutrinos sämtliche Fermionen elektrische Ladung. Da die elektroschwache Wechselwirkung alleine eine Folge des schwachen Isospins  $T$  und der schwachen Hyperladung  $Y$  sein soll, muß sich die elektrische Ladung aus diesen zwei Größen darstellen lassen. Man definiert für die elektrische Ladung  $Q$  folgende Beziehung (siehe z. B. [5]):

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2} \quad (2.6)$$

Aus der beobachteten elektrischen Ladung ergeben sich dann die folgenden Werte für die schwache Hyperladung  $Y$ :

	Leptonen	Quarks
$T = \frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{3}$
$T = 0$	-2	$\frac{u_R, c_R, t_R = \frac{4}{3}}{d_R, s_R, b_R = -\frac{2}{3}}$

**Tabelle 2.1:** Werte für die schwache Hyperladung  $Y$  der Fermionen

Eine beliebige "Drehung" innerhalb der U(1)-Gruppe der schwachen Hyperladung läßt sich durch das Eichfeld-Singulett  $B_\mu$  beschreiben. Aus den beiden neutralen Feldern  $W_\mu^3$  und  $B_\mu$  ergeben sich dann das wohlbekannte masselose Photon  $A_\mu$  und das massive  $Z^0$ -Boson  $Z_\mu$  wie folgt:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta_w & \sin \vartheta_w \\ -\sin \vartheta_w & \cos \vartheta_w \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Dabei ist  $\vartheta_w$  der *Weinberg-Mischungswinkel*, der beschreibt, wie die fundamentalen Eichbosonen  $B_\mu$  und  $W_\mu^3$  zu mischen sind, um daraus die physikalischen Eichbosonen  $A_\mu$  und  $Z_\mu$  zu erhalten. Diese koppeln an die neutralen Ströme  $J^{em\mu}$  und  $J^{Z\mu}$ , welche ihrerseits Übergänge unter den Fermionen aus (2.1) mit der Eigenschaft  $\Delta Q = 0$  beschreiben. An die fundamentalen Eichbosonen  $B_\mu$  und  $W_\mu^3$  koppeln hingegen die neutralen Ströme  $J^{Y\mu}$  und  $J^{3\mu}$ . Die Kopplungsstärke  $g$  zwischen  $W_\mu^3$  und  $J^{3\mu}$  wurde bereits eingeführt (Abb. 2.1). Für die Kopplung zwischen  $B_\mu$  und  $J^{Y\mu}$  müssen wir die neue Größe  $g'$  einführen, da  $W_\mu^3$  und  $B_\mu$  zueinander orthogonal sind.

Damit lautet in der Basis der fundamentalen Größen die Lagrange-Energiedichte der elektroschwachen Wechselwirkung [5]

$$\mathcal{L} = g \cdot \vec{W}_\mu \vec{J}^\mu + \frac{g'}{2} \cdot B_\mu J^{Y\mu} \quad (2.8)$$

Die physikalischen neutralen Ströme ergeben sich aus den fundamentalen neutralen Ströme entsprechend (2.7) zu

$$\begin{pmatrix} J^{em\mu} \\ J^{z\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta_w & \sin \vartheta_w \\ -\sin \vartheta_w & \cos \vartheta_w \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} J^{Y\mu} \\ J^{3\mu} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Die Lagrange-Energiedichte für die elektromagnetische Wechselwirkung ist daher

$$\mathcal{L}_{em} = e \cdot Q \cdot A_\mu J^{em\mu} = Q \cdot A_\mu \left( \frac{g'}{2} \cos \vartheta_w J^{Y\mu} + g \sin \vartheta_w J^{3\mu} \right) \quad (2.10)$$

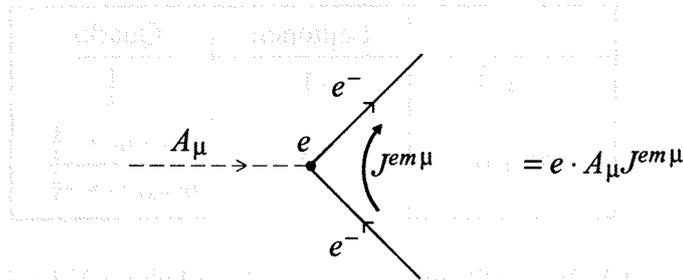


Abbildung 2.2: Elektromagnetischer Strom zwischen zwei Elektronen

Wenn  $\psi_i$  bzw.  $\psi_f$  die Dirac-Spinoren [5] der beteiligten Teilchen vor bzw. nach der Wechselwirkung sind, so ergibt sich  $\mathcal{L}_{em}$  zu

$$\mathcal{L}_{em} = Q \cdot A_\mu \left( \frac{g'}{2} \cos \vartheta_w \underbrace{Y \bar{\psi}_f \gamma^\mu \psi_i}_{J^{Y\mu}} + g \sin \vartheta_w \underbrace{T^3 \bar{\psi}_f \gamma^\mu \psi_i}_{J^{3\mu}} \right) \quad (2.11)$$

Die Beobachtung zeigt, daß die elektromagnetische Wechselwirkung paritätserhaltend ist. Vergleicht man  $\mathcal{L}_{em}$  für rechtshändige und linkshändige Teilchen indem man die entsprechenden Werte  $Y$  und  $T^3$  aus (2.1) bzw. aus Tab. 2.1 in (2.11) einsetzt, so ergibt sich nur dann Übereinstimmung (also  $\mathcal{L}_{em}$ -rechts =  $\mathcal{L}_{em}$ -links), wenn gilt

$$g' \cos \vartheta_w = g \sin \vartheta_w \quad (2.12)$$

was gleichzeitig bedeutet,

$$J^{em\mu} = J^{3\mu} + \frac{1}{2} J^Y\mu \quad (2.13)$$

Zusammen mit (2.10) lautet nun die Bedingung

$$g' \cos \vartheta_w = g \sin \vartheta_w = e \quad (2.14)$$

Aus (2.9), (2.13) und (2.14) läßt sich für die Lagrange-Energiedichte der Wechselwirkung durch das neutrale Z-Boson die folgende Beziehung herleiten:

$$\mathcal{L}_z = \text{Kopplung} \cdot Z_\mu J^{z\mu} = \frac{g}{\cos \vartheta_w} Z_\mu \left( J^{3\mu} - Q \cdot \sin^2 \vartheta_w J^{em\mu} \right) \quad (2.15)$$

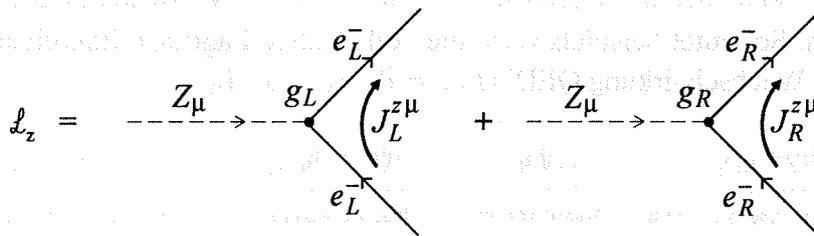
Da  $J^{3\mu}$  keine rechtshändigen Anteile besitzt, ist die Kopplung des  $Z^0$ -Bosons an die rechtshändigen Fermionen durch

$$g_R = -Q \cdot \frac{g \sin^2 \vartheta_w}{\cos \vartheta_w} \quad (2.16)$$

gegeben, während man für die Kopplung des  $Z^0$ -Bosons an die linkshändigen Fermionen den Wert

$$g_L = \frac{g}{\cos \vartheta_w} \left( T^3 - Q \cdot \sin^2 \vartheta_w \right) \quad (2.17)$$

erhält [14].



**Abbildung 2.3:** Schwacher neutraler Strom zwischen Elektronen

In der Literatur (z. B. in [5]) findet man häufig anders normierte Werte für die Größen  $g_L$  und  $g_R$ . Diese ergeben sich dadurch, daß die beiden Gleichungen (2.16) und (2.17) mit dem Faktor  $2 \sin \vartheta_w \cos \vartheta_w$  multipliziert werden. Um dies anschließend zu neutralisieren, muß der  $Z^0$ -Propagator (3.11) dann zusätzlich den Faktor  $1/(2 \sin \vartheta_w \cos \vartheta_w)$  enthalten. Zudem tauchen häufig die Vektor-Kopplung  $g_V$  und die Axialvektor-Kopplung  $g_A$  auf. Sie sind durch die beiden Beziehungen

$$g_V = \frac{1}{2}(g_L + g_R), \quad g_A = \frac{1}{2}(g_L - g_R) \quad (2.18)$$

mit  $g_L$  und  $g_R$  verknüpft.

Die fundamentale Lagrange-Energiedichte der elektroschwachen Wechselwirkung (2.8), ausgedrückt durch die physikalischen Eichbosonen, lautet nun wie folgt:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_w + \mathcal{L}_{em} + \mathcal{L}_z \quad (2.19)$$

$$= \frac{g}{\sqrt{2}} \left( W_\mu^+ J^{+\mu} + W_\mu^- J^{-\mu} \right) + e \cdot Q \cdot A_\mu J^{em\mu} + \frac{g}{\cos \vartheta_w} Z_\mu \left( J^{3\mu} - Q \cdot \sin^2 \vartheta_w J^{em\mu} \right)$$

An dieser Stelle sei erwähnt, daß es bei extrem relativistischen Fermionen, also bei Fermionen deren Ruhemasse gegen die Gesamtenergie vernachlässigt werden kann, keine Übergänge zwischen linkshändigen und rechtshändigen Teilchen gibt. Das liegt daran, daß bei solchen extrem relativistischen Strömen die Helizität eine Erhaltungsgröße ist und somit nur helizitätserhaltende Ströme existieren. Wir werden deshalb beim späteren Modell-Ansatz für nicht-punktförmige Elektronen nur diese helizitätserhaltenden Ströme in Betracht ziehen. Der Hamiltonoperator kommutiert bei Vernachlässigung der Ruhemasse mit dem Helizitätsoperator, wobei keine Entartung vorliegt (siehe z. B. [5]). Zu den beiden Eigenzuständen des Dirac-Hamiltonoperators, Teilchen und Antiteilchen, gehören die beiden Helizitätseigenzustände linkshändig und rechtshändig. Für ein nichtrelativistisches Teilchen (Antiteilchen) ist der Grad der Ausrichtung proportional zu  $-v/c$  ( $v/c$ ), wobei  $v$  die Geschwindigkeit des Teilchens (Antiteilchens) ist.

In (2.19) sind lediglich die Wechselwirkungsterme enthalten. Zur vollständigen Lagrange-Energiedichte gehören noch die kinetische Energie, sowie die Massenterme der einzelnen Felder und Teilchen. So lautet beispielsweise die vollständige Lagrange-Energiedichte der elektromagnetischen Wechselwirkung QED<sup>1</sup> ( $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ )

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \underbrace{\bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi}_{\text{Kinetische Energie von } \psi} - \underbrace{m \bar{\psi} \psi}_{\text{Masse von } \psi} - \underbrace{e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu}_{\text{Wechselwirkung}} - \underbrace{1/4 \cdot F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\text{Kinetische Energie von } A_\mu} \quad (2.20)$$

Es fällt auf, daß (2.20) keinen entsprechenden Masseterm für das Feld  $A_\mu$  enthält. Man identifiziert  $A_\mu$  daher mit dem masselosen Photon. Durch das Eichfeld  $A_\mu$ , erfüllt (2.20) die Bedingung der lokalen Eichinvarianz. Diese war wiederum für den Erfolg der QED von entscheidender Bedeutung. Die Einführung eines Masseterms für  $A_\mu$  würde jedoch die lokale Eichinvarianz von (2.20) zerstören. Eng verbunden mit der Eigenschaft der Invarianz einer Wechselwirkung unter lokalen Eichtransformationen ist die Renormierbarkeit. Unter Renormierung versteht man beim Standardmodell in erster Linie den Übergang zwischen zwei Parametersätzen, die man als "physikalische Parameter" und als "nackte Parameter" bezeichnet. Vom theoretischen Standpunkt aus betrachtet, setzt sich die Berechnung einer Streuamplitude  $M$  aus einer unendlichen Summe einzelner Prozesse zusammen, die alle zum gleichen Endzustand führen. Diese einzelnen Prozesse unterscheiden sich in der Zahl der Vertices, die in ihnen vorkommen. Für jeden Vertex in einem QED-Prozess steht die Kopplungskonstante  $e$ , so

<sup>1</sup> Im Gegensatz zur klassischen Elektrodynamik beschreibt die Quanten-Elektrodynamik QED die elektromagnetische Wechselwirkung durch den Austausch von virtuellen Photonen.



$$\frac{dM}{d\mu} = \frac{\partial M}{\partial \mu} + \frac{\partial e_p}{\partial \mu} \frac{\partial M}{\partial e_p} = 0 \quad (2.24)$$

zum Ausdruck gebracht [5]. Die Abhängigkeit  $M$  von  $\mu$  wird gewissermaßen durch die Abhängigkeit  $e_p$  von  $\mu$  absorbiert. Die Beziehung (2.23) trägt der Tatsache Rechnung, daß die Ladung, die der Experimentator beispielsweise in der Thomson-Streuung mißt, bereits höhere Ordnungen enthält, (diese lassen sich ja nicht einfach abschalten). Hierbei ist es unerheblich, ob (2.23) divergente Glieder enthält solange die Summe, und das ist ja die gemessene Ladung, insgesamt endlich bleibt. Da  $e_p$  in (2.23) eine vom Viererimpulsübertrag abhängige Größe darstellt, bezeichnet man  $\alpha = e_p^2/4\pi$  auch als "laufende Kopplungskonstante" (in [5] findet man Formeln für die Berechnung der laufenden Kopplungskonstante bei großen Impulsüberträgen). Die "nackte" Ladung  $e$  selbst ist eine unzugängliche Größe d. h., für theoretische Vorhersagen wird immer eine (beim Impulsübertrag  $\mu$ ) empirisch ermittelte Ladung  $e_p$  verwendet<sup>1</sup>. Die Parameter selbst, zusammen mit den Referenz-Impulsen  $\mu$ , bei denen sie gemessen wurden, bezeichnet man als Renormierungs-Schema (engl. renormalization scheme). Ein sehr geeigneter Parametersatz für die Z-Physik am LEP, den wir auch bei der vorliegenden Analyse verwenden, besteht aus der Feinstrukturkonstante  $\alpha$  ( $\alpha = e_p^2/4\pi$ , gemessen in der Thomson-Streuung), der Fermikonstante  $G_\mu$  (gemessen im Myon-Zerfall) und der Masse des  $Z^0$ -Bosons  $M_Z$  (gemessen bei LEP d. h.,  $\mu^2 \approx M_Z^2$ ). Diese drei Parameter legen den Eichsektor des Standardmodells in niedrigster Ordnung vollständig fest.

Die QED war lange Zeit das einzige Beispiel für eine Quantenfeldtheorie mit der Eigenschaft der Renormierbarkeit. Das Eichfeld der QED ist das masselose Photon-Feld. Im Gegensatz dazu sind beim Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung oder Weinberg-Salam-Modell die massiven physikalischen Eichfelder  $W_\mu^+$ ,  $W_\mu^-$  und  $Z_\mu$  ein großes Problem, da die Renormierbarkeit zerstört wird, wenn die Bosonen eine Masse haben. Die notwendige Erweiterung der U(1)-invarianten Lagrange-Energiedichte (2.20) in eine  $SU(2) \times U(1)$ -invariante Form zeigt, daß sogar die Massenterme der Fermionen die Eichinvarianz zerstören (siehe Kapitel 15.1 in [5]). Um nun Teilchenmassen in einer eichinvarianten Weise zu erzeugen, wurde ein Mechanismus eingeführt, den man als *Higgs-Mechanismus* bezeichnet. Ein wesentlicher Bestandteil des Higgs-Mechanismus ist der Prozeß der *spontanen Symmetriebrechung*. In der Natur existieren offensichtlich Systeme, deren Beschreibung (Hamilton-Operator, Lagrange-Energiedichte) eine bestimmte Symmetrie erfüllt, deren Zustand niedrigster Energie (Grundzustand) diese Symmetrie jedoch nicht besitzt. Eine um diesen Grundzustand entwickelte Lagrange-Funktion (störungstheoretische Beschreibung) führt infolge dessen zu einer scheinbaren Zerstörung dieser Symmetrie. Man spricht hier von verdeckter Symmetrie (*Hidden Symmetry*). Den Vorgang der Symmetriebrechung im Grundzustand bezeichnet man als spontane Symmetriebrechung. Ein Beispiel hierfür ist ein Körper aus ferromagnetischem Material (z.B. Eisen). Im Grundzustand sind die magnetischen Momente der einzelnen Atome innerhalb eines *Weißschen Bezirks* zueinander parallel ausgerichtet. Offensichtlich nimmt in diesem Zustand das System eine niedrigere Energie ein, als wenn die einzelnen

<sup>1</sup> Wenn in Gleichungen der nachfolgenden Kapitel die Ladung  $e$  benutzt wird, so ist immer der physikalische Wert  $e_p$  gemeint.

Atome zufällig ausgerichtet wären. Die Richtung dieser gemeinsamen Orientierung ist jedoch rein zufällig. Wenn man das Material über seine Curie-Temperatur erhitzen würde, so könnte man nach einer anschließenden Abkühlung nicht vorhersagen, (es darf natürlich kein äußeres Magnetfeld anliegen), welche Richtung die gemeinsame Orientierung innerhalb eines Weißschen Bezirks einnehmen wird. Das Problem ist also insgesamt isotrop. Im Grundzustand erscheint diese räumliche Symmetrie innerhalb eines Weißschen Bezirks jedoch gebrochen. Ein anderes Beispiel ist das kugelsymmetrische Gravitationspotential der Sonne. Wegen der speziellen Wahl der Anfangsbedingungen ist diese Kugelsymmetrie in der Umlaufbahn der Erde nicht vorhanden.

Man erklärt sich nun die symmetriebrechenden Masseterme innerhalb der Lagrange-Energiedichtefunktion des elektroschwachen Standardmodells als einen Effekt der spontanen Symmetriebrechung. Das heißt, die Symmetrie ist nach wie vor vorhanden, sie ist lediglich "verdeckt" (*hidden*) durch die spezielle Wahl des Grundzustandes, und damit bleibt die Theorie renormierbar. Der entscheidende Beweis der Renormierbarkeit wurde allerdings erst 1971 von 't Hooft [10] vorgelegt. Bis dahin war die elektromagnetische Wechselwirkung das einzige Beispiel einer Quantenfeldtheorie mit der Eigenschaft der Renormierbarkeit.

Bei dem Versuch, durch spontane Symmetriebrechung der lokalen Eichinvarianz den Teilchen Masse zu geben, taucht in der Lagrange-Energiedichtefunktion neben den dann erzeugten Massetermen ein zusätzlicher unerwünschter (weil unbeobachteter) Term auf, den man entsprechend dem Formalismus (2.20) als masselosen Skalar (Goldstone Boson) interpretiert. Glücklicherweise läßt sich aufgrund der Eichfreiheit der lokalen Eichtransformation dieses unerwünschte Teilchen auf Kosten eines, (minimales Standardmodell), oder mehrerer massiver Skalare, die man als Higgs-Teilchen bezeichnet, gewissermaßen "wegeichen". Dieses Higgs-Teilchen generiert dann nicht nur die Massen der Eichbosonen, sondern auch die Massen der Fermionen. Unbefriedigend an dieser Theorie ist allerdings die Tatsache, daß im Gegensatz zu den Eichbosonen die Massen der Fermionen, sowie die Masse des Higgs-Teilchens selbst, nicht vorhergesagt werden. Sie müssen daher empirisch ermittelt werden. Bis auf diejenige des sehr schweren Top-Quarks sind die Massen der Fermionen bisher relativ genau gemessen worden. Je leichter die Fermionen sind, desto einfacher können sie erzeugt und daher auch vermessen werden. Leider ist die Kopplung des Higgs-Teilchens an diese leichten Fermionen äußerst klein, (die Kopplung des Higgs an die Fermionen ist proportional zu deren Masse), womit eine direkte Erzeugung dieses Teilchens sehr schwierig ist. Die Tatsache, daß das Higgs-Boson bisher nicht beobachtet worden ist, erscheint somit in Übereinstimmung mit der theoretischen Erwartung. Für eine Higgs-Masse bis etwa 50 GeV stellt der Prozeß  $Z \rightarrow \text{Higgs}, \text{Fermion}, \text{Antifermion}$  noch die wahrscheinlichste Quelle für eine direkte Erzeugung des Higgsbosons dar. Bei einer Higgs-Masse oberhalb 60 GeV wird hingegen der Zerfall  $Z \rightarrow \text{Higgs}, \text{Photon}$  zur dominanten Quelle für die Produktion von Higgs-Teilchen [15]. Die empirischen Aussagen über die Größenordnung der Higgs-Masse resultieren derzeit aus den Strahlungskorrekturen, die infolge von Prozessen höherer Ordnung an verschiedene Beobachtungsgrößen (Partialbreiten, Asymmetrien, Wirkungsquerschnitte) der einzelnen  $Z^0$ -Zerfallskanäle angebracht werden müssen [17]. Diese Korrekturen besitzen teilweise eine logarithmische Abhängigkeit von der Higgs-Masse.

### 3 Prozesse in niedrigster Ordnung

In der vorliegenden Analyse soll die elastische Elektron-Positron-Streuung (Bhabha-Streuung) auf Abweichungen von der Standardmodell-Vorhersage überprüft werden. Zu diesem Zweck werden die mathematischen Ausdrücke für die Bhabha-Streuung nach dem Standardmodell um zusätzliche Terme (Compositeness-Terme) erweitert. Diese zusätzlichen Terme verkörpern Wechselwirkungen, die man aufgrund nicht-punktförmiger Elektronen (Elektron-Compositeness) erwartet. Es wird daher bis auf weiteres zwischen Standardmodell-Termen und Compositeness-Termen unterschieden. In diesem Kapitel soll die mathematische Gestalt dieser Ausdrücke in niedrigster Ordnung erläutert werden.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, den differentiellen Wirkungsquerschnitt eines Prozesses mathematisch darzustellen. Möchte man zum Beispiel Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien<sup>1</sup> in der Reaktion  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  aufgrund der schwachen Wechselwirkung untersuchen, dann ist die Darstellung in Form eines symmetrischen und eines nicht-symmetrischen Ausdrucks durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \underbrace{A_0(1 + \cos^2\vartheta)}_{\text{Symmetrischer Term}} + \underbrace{A_1 \cos \vartheta}_{\text{Nicht-Symmetrischer Term}} \quad (3.1)$$

sehr vorteilhaft [5]. In (3.1) ist  $\vartheta$  der Winkel zwischen den einlaufenden und auslaufenden Teilchen (siehe Abb. 3.1). So enthält  $A_1$  lediglich Beiträge der paritätsverletzenden schwachen Wechselwirkung, nicht aber der elektromagnetischen Wechselwirkung d. h., bei fehlender schwacher Wechselwirkung verschwindet  $A_1$ . In dieser Analyse werden wir allerdings eine Darstellung wählen, die nicht zwischen symmetrischen und nicht-symmetrischen Ausdrücken unterscheidet, sondern zwischen den Arten der ausgetauschten Bosonen. Auf diese Weise erreicht man eine additive Trennung von Standardmodell-Termen und Compositeness-

<sup>1</sup> Die Ebene senkrecht zur Strahlachse ( $\vartheta = 90^\circ$ ), die den Wechselwirkungspunkt enthält, teilt den Raum in die beiden Halbräume "Vorwärts" und "Rückwärts" auf.

Termen. Die Ausdrücke des Standardmodells setzen sich dabei aus denen der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung, jeweils repräsentiert durch das Photon und das  $Z^0$ -Boson, zusammen.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Bhabha-Streuung in niedrigster Ordnung läßt sich dann symbolisch wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} e^+e^- \rightarrow e^+e^- &= \left| \underbrace{\gamma}_{\text{Photon}} + \underbrace{Z}_{Z^0\text{-Boson}} + \underbrace{C}_{\text{Compositeness}} \right|^2 \\ &= \underbrace{|\gamma + Z|^2}_{\text{Standardmodell}} + \underbrace{2\Re\{(\gamma + Z)C\} + |C|^2}_{\text{Compositeness}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

*(Abw. vom Standardmodell)*

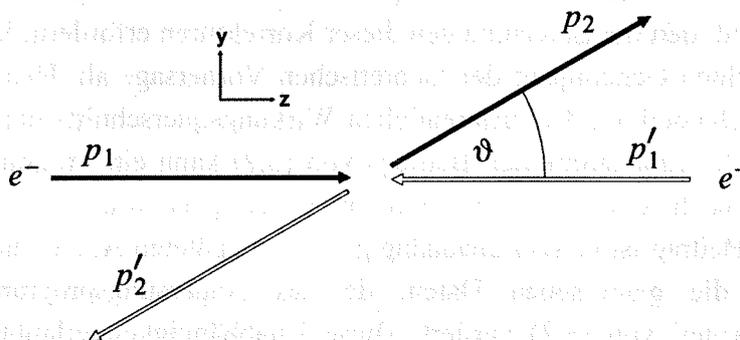
Die detaillierte Beschreibung des Standardmodell- bzw. Compositeness-Beitrags von (3.2) erfolgt im Abschnitt 3.1 bzw. 3.2. Für die Anpassung von (3.2) an die gemessenen Daten ist die Berücksichtigung von Prozessen in höherer Ordnung, die man allgemein als Strahlungskorrekturen bezeichnet, unbedingt erforderlich. In Kapitel 4 werden die Strahlungskorrekturen des Standardmodell-Anteils und des Compositeness-Anteils von (3.2) ausführlicher diskutiert. Der Aufwand, den die Berechnungen dieser Korrekturen erfordern, hängt in erster Linie von der gewünschten Genauigkeit der theoretischen Vorhersage ab. Hier zeigt sich nun der Vorteil, den die Darstellung des differentiiellen Wirkungsquerschnitts durch (3.2) bietet. Für die Berechnung des Standardmodell-Beitrags von (3.2) kann ein Programm [24] eingesetzt werden, welches nach Aussage der Autoren eine Genauigkeit von bis zu 0.5 % erreicht. Der Standardmodell-Beitrag ist hierbei unabhängig von der späteren Anpassung der theoretischen Vorhersage an die gemessenen Daten, da das Anpassungsprogramm lediglich den Compositeness-Anteil von (3.2) variiert. Diese Unabhängigkeit erlaubt es außerdem, die Standardmodellvorhersage vor der eigentlichen Anpassung für alle zu untersuchenden Streuwinkelintervalle und Schwerpunktennergien in einem einzigen Durchlauf zu berechnen. Wegen der hohen Genauigkeit und der damit verbundenen Rechenintensivität würde eine Berechnung innerhalb des Fitprogrammes, welches ja für die Ermittlung der optimalen Anpassungsparameter teilweise mehrere tausend Durchläufe benötigt, zu viel Zeit in Anspruch nehmen. Stattdessen findet im Anpassungsprozeß lediglich die Berechnung des Compositeness-Beitrags von (3.2) statt, wobei hier der Aufwand bezüglich der Strahlungskorrekturen erheblich geringer ist als für die Standardmodellvorhersage. Kommt es im Endergebnis zu keiner signifikanten Abweichung von der Vorhersage nach dem Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung, dann muß der vom Anpassungsprogramm ermittelte Compositeness-Beitrag im Rahmen der Meßfehler mit dem Wert Null übereinstimmen. Die einzelnen Details der Anpassung werden in Kapitel 6 ausführlich dargestellt.

### 3.1 Die Bhabha-Streuung in niedrigster Ordnung

Als Bhabha-Streuung bezeichnet man den nach dem indischen Physiker Homi Jehangir Bhabha benannten Prozeß

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$$

Dieser Prozeß läßt sich vollständig durch den neutralen Sektor des elektroschwachen Standardmodells, der durch die beiden physikalischen Eichbosonen  $A_\mu$  (Photon) und  $Z_\mu$  ( $Z^0$ -Boson) repräsentiert wird, erklären (siehe Kapitel 2). Um eine theoretische Berechnung zu ermöglichen, führen wir zunächst die Viererimpulse der beiden einlaufenden Teilchen  $p_1$  und  $p'_1$  sowie die Viererimpulse der beiden auslaufenden Teilchen  $p_2$  und  $p'_2$  ein. Außerdem benötigen wir den Streuwinkel  $\vartheta$ , dessen Bedeutung aus Abb. 3.1 hervorgeht. Wir verwenden ein rechtshändiges kartesisches Koordinatensystem, dessen z-Achse in Flugrichtung der Elektronen weist. Die x-Achse zeigt zur Mitte des LEP-Speicherrings, was in Abb. 3.1 der Richtung in die Blattebene hinein entspricht<sup>1</sup>.



**Abbildung 3.1** Schematische Darstellung des Streuprozesses

Die Strahlenergie am LEP-Speicherring ist mit ca. 45 GeV so groß, daß man dagegen die Ruhemasse der Strahlteilchen, (Elektronen bzw. Positronen besitzen eine Ruhemasse von ca. 0.5 MeV), vernachlässigen kann, d. h., die Strahlteilchen sind extrem relativistisch. In niedrigster Ordnung werden nur solche Prozesse berücksichtigt, bei denen keines der beiden eingehenden Teilchen einen Energieverlust durch Bremsstrahlung erfährt. Zum Zeitpunkt der Streuung sind daher Laborsystem und Schwerpunktsystem identisch. Es ist sinnvoll, die einzelnen Prozesse in den Lorentz-invarianten Mandelstam-Variablen

<sup>1</sup> Wir geben hier die genaue Beschreibung des Koordinatensystems an, das beim ALEPH-Detektor üblicherweise verwendet wird. Für die theoretische Beschreibung dieses Abschnitts ist natürlich nur die Wahl der z-Achse und damit des Winkels  $\vartheta$  von Bedeutung.

$$s = (p_1 + p'_1)^2, \quad t = (p_1 - p_2)^2, \quad u = (p_1 - p'_2)^2 \quad (3.3)$$

auszudrücken. Da wir die Ruhemasse  $m_e$  gegenüber der Strahlenergie  $E_{beam}$  vernachlässigen können, gelten im Schwerpunktsystem die folgenden Beziehungen:

$$E_{beam}^2 = m_e^2 + \vec{p}_{beam}^2 \cong \vec{p}_{beam}^2 = p_1^2 = p_1'^2 = p_2^2 = p_2'^2 \quad (3.4)$$

Die Mandelstam-Variablen ergeben sich damit wie folgt:

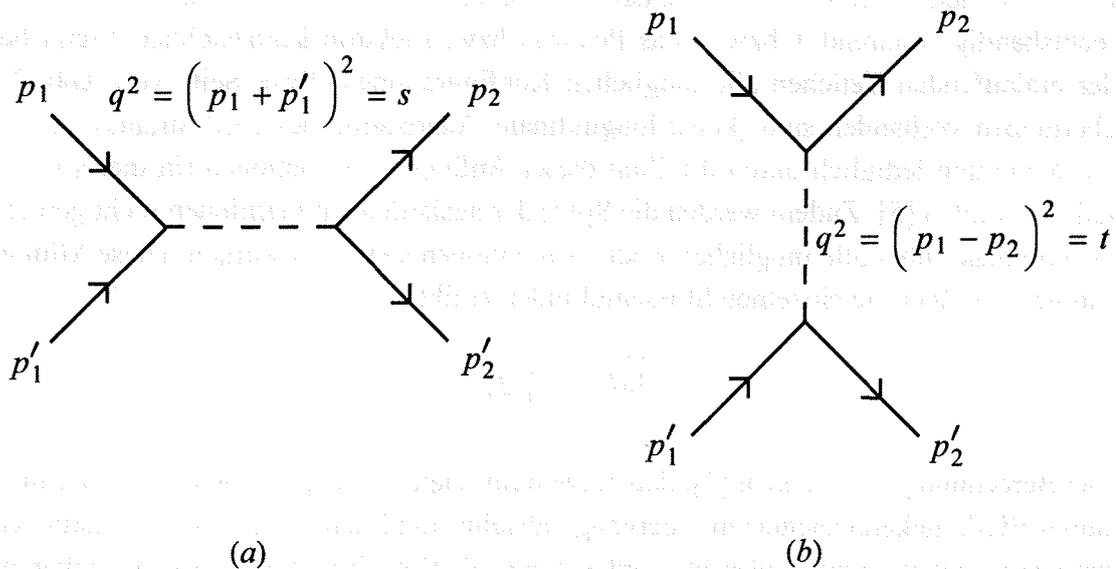
$$s = (p_1 + p'_1)^2 = (E_{beam} + E_{beam})^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_1')^2 = (2E_{beam})^2 \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} t &= (p_1 - p_2)^2 = (E_{beam} - E_{beam})^2 - (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 = -(\vec{p}_1^2 - 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 + \vec{p}_2^2) \\ &= -2E_{beam}^2(1 - \cos \vartheta) = -\frac{s}{2}(1 - \cos \vartheta) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Entsprechend ergibt sich für  $u$

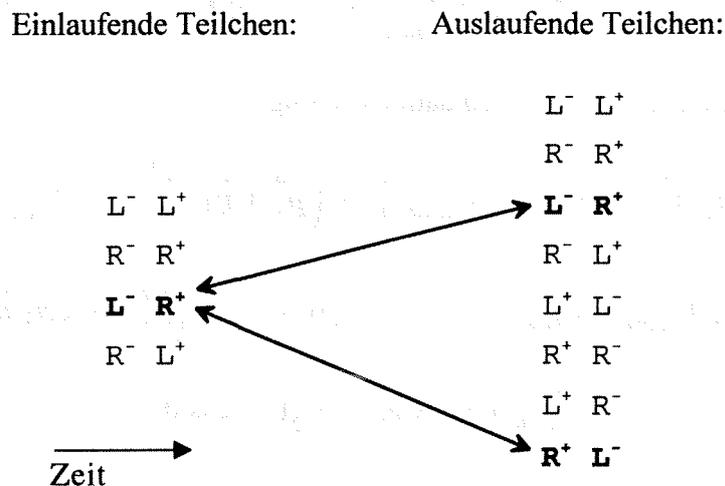
$$u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \vartheta) \quad (3.7)$$

Da es sich bei der Bhabha-Streuung um elastische Elektron-Positron-Streuung handelt, tritt neben dem *Vernichtungsprozess* (Abb. 3.2 (a)), bei dem nahezu die gesamte Energie für die Produktion neuer Teilchen zur Verfügung steht, noch der *Austauschprozess* (Abb. 3.2 (b)) auf.



**Abbildung 3.2:** s-Kanal (a) und t-Kanal (b) Feynman-Streudiagramm. Die gestrichelte Linie steht für die beiden Eichbosonen Photon oder  $Z^0$ -Boson.

Da das Quadrat des übertragenen Viererimpulses  $q^2$  beim Vernichtungs-Diagramm (Abb. 3.2 (a)) der Mandelstam-Variablen  $s$  entspricht, nennt man diesen Prozeß auch kurz s-Kanal-Prozeß. Entsprechendes gilt für das Austausch-Diagramm (Abb. 3.2 (b)), welches man als t-Kanal-Prozeß bezeichnet. Für die Helizität der einlaufenden und auslaufenden Teilchen gibt es prinzipiell die in Abb. 3.3 gezeigten Möglichkeiten:



**Abbildung 3.3:** Bei extrem relativistischen Strahlteilchen existieren nur die durch Pfeile gekennzeichneten Übergänge.

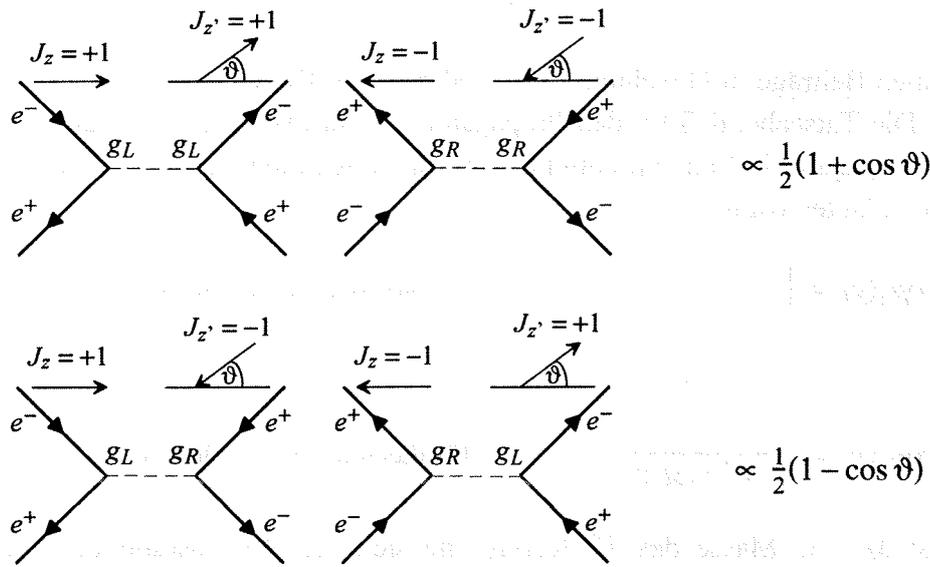
L und R steht jeweils für die beiden möglichen Helizitätseigenzustände linkshändig und rechtshändig, während + bzw. - das Positron bzw. Elektron kennzeichnet. Wenn bezüglich der einlaufenden Teilchen alle möglichen Konfigurationen (linke Seite von Abb. 3.3) gleichermaßen vorhanden sind (keine longitudinale Polarisation des LEP-Strahls), dann braucht zur Mittelung lediglich durch die Zahl dieser Anfangskonstellationen (in diesem Fall 4) geteilt zu werden [5]. Zudem werden die Spins der auslaufenden Fermionen nicht gemessen und es muß daher über alle möglichen Endkonstellationen summiert werden. Diese Mittelung und Summation über die einzelnen Streuamplituden ergibt

$$\overline{|M|^2} = \frac{1}{4} \sum_i |M_i|^2 \quad (3.8)$$

Die Berechnung zeigt jedoch [5], daß bei extrem relativistischen Teilchen die vier in Abb. 3.3 durch Pfeile gekennzeichneten Übergänge absolut dominieren während die restlichen Streuprozesse dagegen vernachlässigt werden können<sup>1</sup>. Die übrigbleibenden vier Übergänge bezeichnet man auch als *helizitätserhaltende Ströme*, da sie die Helizität der beteiligten Teilchen nicht ändern. Je nachdem, ob an den jeweiligen "Strom" das Photon oder das  $Z^0$ -Boson koppelt, bezeichnet man ihn als *neutralen schwachen Strom* oder *elektromagnetischen Strom*. Die Feynman-Diagramme dieser vier Übergänge sind zunächst für den s-Kanal in Abb. 3.4

<sup>1</sup> Diese Übergänge sind proportional zu den Massenquadraten der beteiligten Teilchen (siehe z.B. [5] S: 124).

dargestellt. Die gestrichelte Linie steht wieder stellvertretend für den Photon-Propagator und den  $Z^0$ -Boson-Propagator.



**Abbildung 3.4:** s-Kanal-Diagramme der Bhabha-Streuung. Die gestrichelte Linie steht für die beiden Eichboson-Propagatoren Photon und  $Z^0$ -Boson.

Die linken und rechten Diagramme in Abb. 3.4 unterscheiden sich durch Zeitspiegelung bzw. Teilchen-Antiteilchen-Vertauschung voneinander<sup>1</sup>. Oberhalb jedes der vier Diagramme ist die Einstellung der z-Komponente des Gesamtdrehimpulses bezüglich der z-Achse  $J_z$  und der um den Streuwinkel  $\vartheta$  geneigten z'-Achse  $J_{z'}$  dargestellt. Die beiden oberen Diagramme beschreiben eine gleichbleibende Drehimpulskomponente bezüglich der jeweiligen Achse, während die beiden unteren Diagramme das "Umklappen" dieser Größe repräsentieren. Die Wahrscheinlichkeiten für das "Gleichbleiben" und das "Umklappen" der Spins bezüglich einer z'-Achse, welche mit der z-Achse den Winkel  $\vartheta$  einschließt, sind aus der Quantentheorie hinreichend bekannt [11]. Sie lauten

$$\frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta) \text{ für das "Gleichbleiben" der Spinkomponente und}$$

$$\frac{1}{2}(1 - \cos \vartheta) \text{ für das "Umklappen" der Spinkomponente.}$$

Die beiden oberen Feynman-Diagramme in Abb. 3.4 sind daher proportional zu  $\frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta)$  während die beiden unteren Diagramme dagegen proportional zu  $\frac{1}{2}(1 - \cos \vartheta)$  sind. Der Anteil, den die vier in Abb. 3.4 gezeigten Feynman-Diagramme zum differentiellen Bhabha-Wirkungsquerschnitt beitragen, (abgesehen von den Interferenz-Termen), läßt sich dann wie folgt schreiben:

<sup>1</sup> Da  $g_L$  und  $g_R$  verschieden sind, wird im Fall des  $Z^0$ -Austausches die Teilchen-Antiteilchen-Symmetrie gebrochen.

$$|x_s|^2 = \frac{s}{16} \left| \frac{1}{4\pi} \text{prop}_x(s) \right|^2 \cdot \left[ (g_L^4 + g_R^4) (1 + \cos \vartheta)^2 + 2(g_L g_R)^2 (1 - \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.9)$$

Die einzelnen Beiträge in Gleichung (3.9) sind den vier Diagrammen aus Abb. 3.4 leicht zuzuordnen. Die Tatsache, daß für den Propagator sowohl der Photon-Propagator, als auch der  $Z^0$ -Boson-Propagator in Betracht kommt, wird durch den Index x gekennzeichnet. Die beiden Propagatoren lauten dann

$$\text{prop}_\gamma(y) = \frac{1}{y} \quad \text{für das masselose Photon} \quad (3.10)$$

und

$$\text{prop}_z(y) = \frac{1}{y - M_z^2 + i M_z \Gamma_z} \quad \text{für das massive } Z^0\text{-Boson} \quad (3.11)$$

Hierbei ist  $M_z$  die Masse des  $Z^0$ -Bosons, die sich aus der Position des Maximums der  $Z^0$ -Resonanzkurve ergibt.  $y$  gibt das Quadrat des übertragenen Viererimpulses an wobei es sich bei der Bhabha-Streuung, entsprechend Abb. 3.2, um die Mandelstam-Variablen  $s$  oder  $t$  handeln kann.  $\Gamma_z$  ist die Breite der  $Z^0$ -Resonanzkurve, gemessen auf halber Höhe des Maximums. Der Faktor  $1/16$  setzt sich aus dem  $(1/2)^2$  für die Spinfaktoren  $(1 \pm \cos \vartheta)$  und dem  $(1/\sqrt{4})^2$ -Faktor für jedes der vier Feynman-Diagramme zusammen. Die Mandelstam-Variable  $s$  in (3.9) bezeichnet man als den Phasenraumfaktor, d. h., die Zahl der möglichen Phasenraumzustände die das ausgehende Elektron bzw. Positron annehmen kann, ist proportional zu  $s$ . Der Faktor  $1/4\pi$  rührt von der Normierung auf den gesamten Raumwinkel  $4\pi$ . Die Größen  $g_L$  und  $g_R$  sind die Kopplungen des jeweiligen Eichbosons an das links- bzw. rechtshändige Elektron (siehe Abb. 3.4). Die Erfahrung lehrt, daß die elektromagnetische Wechselwirkung die Parität nicht verletzt, d. h., die Kopplung des Photons an links- und rechtshändige geladene Teilchen ist gleich. Für die Photon-Diagramme in Abb. 3.4 gilt daher:

$$g_L^2 = g_R^2 = e^2 \quad (3.12)$$

Setzt man nun die für das Photon relevanten Größen in (3.9) ein, so erhält man:

$$|\gamma_s|^2 = \frac{s}{16} \left| \frac{1}{4\pi s} \right|^2 2e^4 \cdot \left[ (1 + \cos \vartheta)^2 + (1 - \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.13)$$

Mit der dimensionslosen Feinstrukturkonstante  $\alpha$ , (sie wurde von Sommerfeld so genannt, weil sie die Größe der durch Spin-Bahn-Kopplung verursachten Feinstruktur in atomaren Spektren angibt), die die Kopplungsstärke zwischen geladenen Teilchen und Photon angibt,

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \quad (3.14)$$

läßt sich (3.13) wie folgt schreiben:

$$|\gamma_s|^2 = \frac{\alpha^2}{8s} \cdot [(1 + \cos \vartheta)^2 + (1 - \cos \vartheta)^2] \quad (3.15)$$

Der entsprechende Term, der die Wechselwirkung durch das  $Z^0$ -Boson beschreibt, ist durch

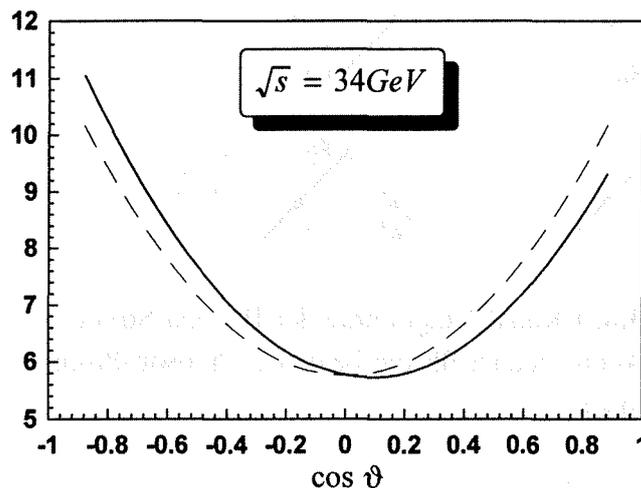
$$|Z_s|^2 = \frac{s}{16} \left| \frac{1}{4\pi} \text{prop}_z(s) \right|^2 \left[ (g_L^4 + g_R^4) (1 + \cos \vartheta)^2 + 2(g_L g_R)^2 (1 - \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.16)$$

gegeben. Mit (2.14), (2.16) und (2.17) sowie dem Wert für die dritte Komponente des schwachen Isospins  $T^3$  für Elektronen aus (2.1), lassen sich die Kopplungsstärken  $g_L$  und  $g_R$  des  $Z^0$ -Bosons an die links- bzw. rechtshändigen Elektronenströme, wie folgt schreiben [14]:

$$g_L = -e \cot(2\vartheta_w), \quad g_R = e \tan \vartheta_w \quad (3.17)$$

In (3.17) ist  $\vartheta_w$  der Weinberg-Mischungswinkel, der angibt, wie die beiden fundamentalen Eichbosonen  $B_\mu$  und  $W_\mu^3$  des elektroschwachen Standardmodells zu "mischen" sind, um daraus die beiden physikalischen Eichfelder Photon und  $Z^0$ -Boson zu bilden (siehe dazu auch Kapitel 2).

Wie (3.17) zu entnehmen ist, gilt  $g_L \neq g_R$ , und somit sind die Gewichte bezüglich der  $Z^0$ -Boson-Wechselwirkung für die beiden oberen Diagramme aus Abb. 3.4 verschieden von denen der beiden unteren Diagramme. Da die beiden oberen Diagramme in Vorwärtsrichtung, die beiden unteren aber in Rückwärtsrichtung dominieren, wirkt sich der  $Z^0$ -Boson-Beitrag als Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie des differentiellen Bhabha-Wirkungsquerschnitts aus (siehe Abb.3.5).



**Abbildung 3.5:** Diff. s-Kanal Bhabha-Wirkungsquerschnitt in pb/sr, mit (durchgezogene Kurve) und ohne (gestrichelte Kurve) schwache Wechselwirkung.

In Abb. 3.5 stellt die gestrichelte Kurve den reinen s-Kanal QED-Term (3.15) dar, während die durchgezogene Linie den differentiellen s-Kanal Bhabha-Wirkungsquerschnitt, der durch

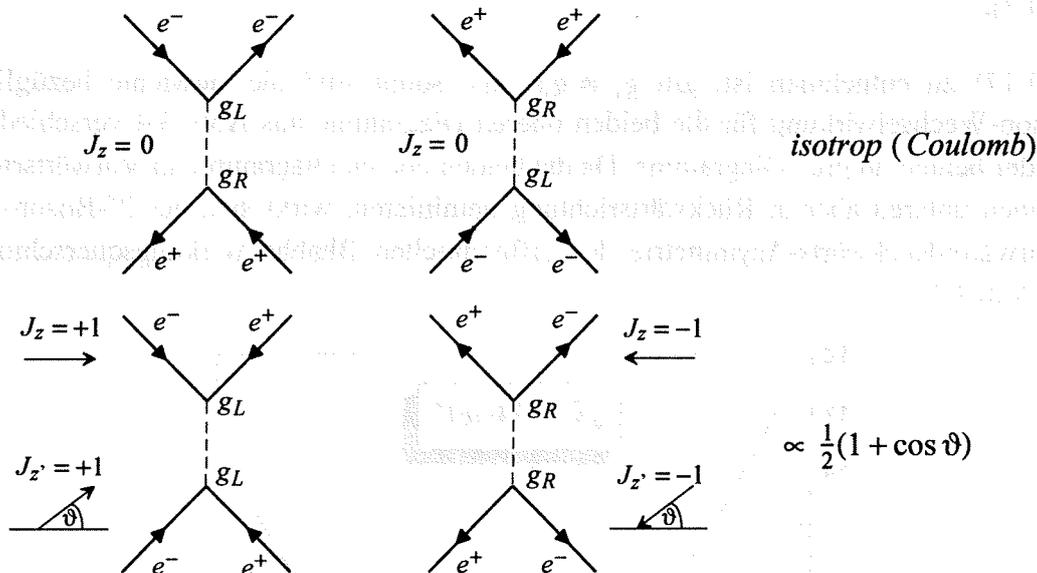
$$\frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_s} = |\gamma_s|^2 + |Z_s|^2 + 2\Re\{\gamma_s Z_s\} \quad (3.18)$$

gegeben ist, repräsentiert. Die vom  $Z^0$ -Boson verursachte Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie ist gegenüber dem symmetrischen reinen QED-Term deutlich zu erkennen. Die (0) in (3.18) gibt an, daß es sich hierbei um eine Beziehung der niedrigsten Ordnung (Born-Näherung) handelt. Der Interferenzterm zwischen s-Kanal-Photon und s-Kanal- $Z^0$ -Boson ist durch

$$2\Re\{\gamma_s Z_s\} = \frac{e^2}{8(4\pi)^2} \Re\{prop_z(s)\} \left[ (g_L^2 + g_R^2)(1 + \cos\vartheta)^2 + 2g_L g_R(1 - \cos\vartheta)^2 \right] \quad (3.19)$$

gegeben.

Neben den s-Kanal- oder Vernichtungs-Diagrammen existieren, wie bereits erwähnt, in der Bhabha-Streuung noch die sogenannten Austausch- oder t-Kanal-Diagramme (siehe Abb. 3.2 (b)). Die der Abb. 3.4 entsprechenden vier t-Kanal-Diagramme sind in Abb. 3.6 dargestellt. Auch hier steht die gestrichelte Linie für die beiden Eichbosonen Photon und  $Z^0$ -Boson.



**Abbildung 3.6:** t-Kanal-Diagramme der Bhabha-Streuung. Die gestrichelte Linie kennzeichnet für die beiden Eichboson-Propagatoren Photon und  $Z^0$ -Boson.

Die beiden oberen Diagramme in Abb. 3.6 sind, abgesehen vom t-Kanal-Propagator, wegen ihrer verschwindenden z-Komponente des Drehimpulses isotrop. Im Falle des Photon-Propagators handelt sich hierbei um die Coulomb-Wechselwirkung, die hier durch den Austausch eines longitudinalen ( $J_z = 0$ ) virtuellen Photons<sup>1</sup> repräsentiert wird [16]. Die Verbindung zur klassischen Elektrodynamik kann dadurch hergestellt werden, daß bei einem

<sup>1</sup> Während bei realen Photonen nur die beiden transversalen ( $J_z = \pm 1$ ) Polarisationszustände möglich sind, existiert bei virtuellen Photonen auch der longitudinale Zustand  $J_z = 0$ .

longitudinalen Photon der Feldvektor in Richtung der Verbindungslinie der beiden beteiligten Ladungen weist (Coulomb-WW).

Die beiden unteren Diagramme in Abb. 3.6 entsprechen bezüglich ihrer Drehimpulskonfiguration den beiden oberen Diagrammen aus Abb. 3.4 und sind daher proportional zu  $\frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta)$ . Der Beitrag zum differentiellen Bhabha-Wirkungsquerschnitt, den die vier t-Kanal-Diagramme (abgesehen von den Interferenztermen) liefern, ist dann

$$|x_t|^2 = \frac{s}{4} \left| \frac{1}{4\pi} \text{prop}_x(t) \right|^2 \cdot \left[ 2(g_L g_R)^2 + \frac{1}{4}(g_L^4 + g_R^4)(1 + \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.20)$$

Für den Photonanteil des t-Kanals ergibt sich aus (3.10), (3.12) und (3.20)

$$|\gamma_t|^2 = \frac{\alpha^2}{s(1 - \cos \vartheta)^2} \cdot \left[ 2 + \frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.21)$$

Analog dazu folgt aus (3.20) für den  $Z^0$ -Boson-Anteil des t-Kanals

$$|Z_t|^2 = \frac{s}{4} \left| \frac{1}{4\pi} \text{prop}_z(t) \right|^2 \cdot \left[ 2(g_L g_R)^2 + \frac{1}{4}(g_L^4 + g_R^4)(1 + \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.22)$$

Die beiden Kopplungskonstanten  $g_L$  und  $g_R$  ergeben sich aus (3.17). Durch Anwendung von (3.11), erhält man für den  $Z^0$ -Propagator den Wert

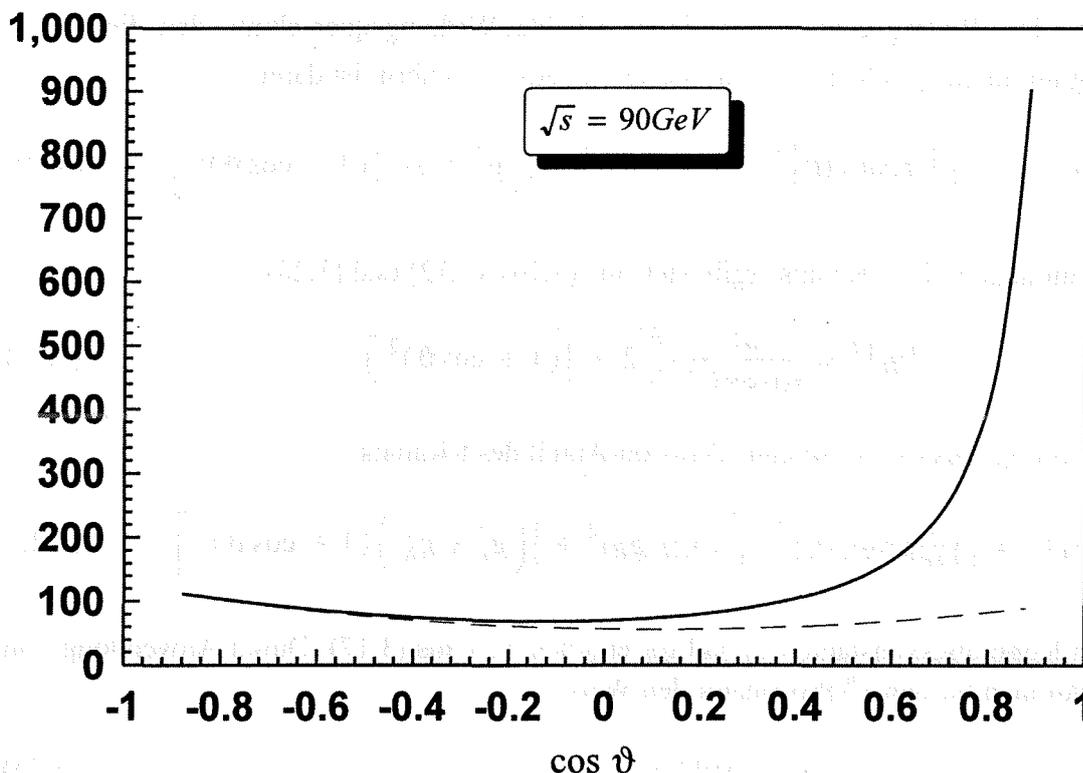
$$|\text{prop}_z(t)|^2 = \frac{1}{(t - M_z^2)^2 + (M_z \Gamma_z)^2} \quad (3.23)$$

Da  $t = -s/2 \cdot (1 - \cos \vartheta)$  immer negativ oder maximal 0 ist, kann der Term (3.22) gegenüber dem resonanten s-Kanal Term  $|Z_s|^2$  praktisch vernachlässigt werden.

Der für  $t \rightarrow 0$  divergente Photon-t-Kanal-Term (3.21) spielt hingegen bei kleinen Streuwinkeln die dominierende Rolle. Gerade diesem t-Kanal-Photon ist die Besonderheit der elastischen  $e^+e^-$ -Streuung bezüglich vom Standardmodell abweichender Effekte infolge von Elektron-Compositeness zu verdanken. Die Interferenz zwischen dem t-Kanal-Photon und den durch nicht-punktförmige Elektronen verursachten zusätzlichen Wechselwirkungen, ist für die hohe Empfindlichkeit der Bhabha-Streuung für Compositeness-Effekte verantwortlich. Faßt man die acht Diagramme für Photon und  $Z^0$ -Boson aus Abb. 3.4 und Abb. 3.6 zusammen, so läßt sich der differentielle Bhabha-Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}^{(0)} &= |\gamma_s + Z_s + \gamma_t + Z_t|^2 \quad (3.24) \\ &= |\gamma_s|^2 + |Z_s|^2 + |\gamma_t|^2 + |Z_t|^2 + 2\Re\{\gamma_s Z_s\} + 2\Re\{\gamma_s \gamma_t\} \\ &\quad + 2\Re\{\gamma_s Z_t\} + 2\Re\{Z_s \gamma_t\} + 2\Re\{Z_s Z_t\} + 2\Re\{\gamma_t Z_t\} \end{aligned}$$

In Abb. 3.7 ist der durch (3.24) gegebene differentielle Bhabha-Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung in Abhängigkeit vom Streuwinkel bei der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s} = 90 \text{ GeV}$  dargestellt.

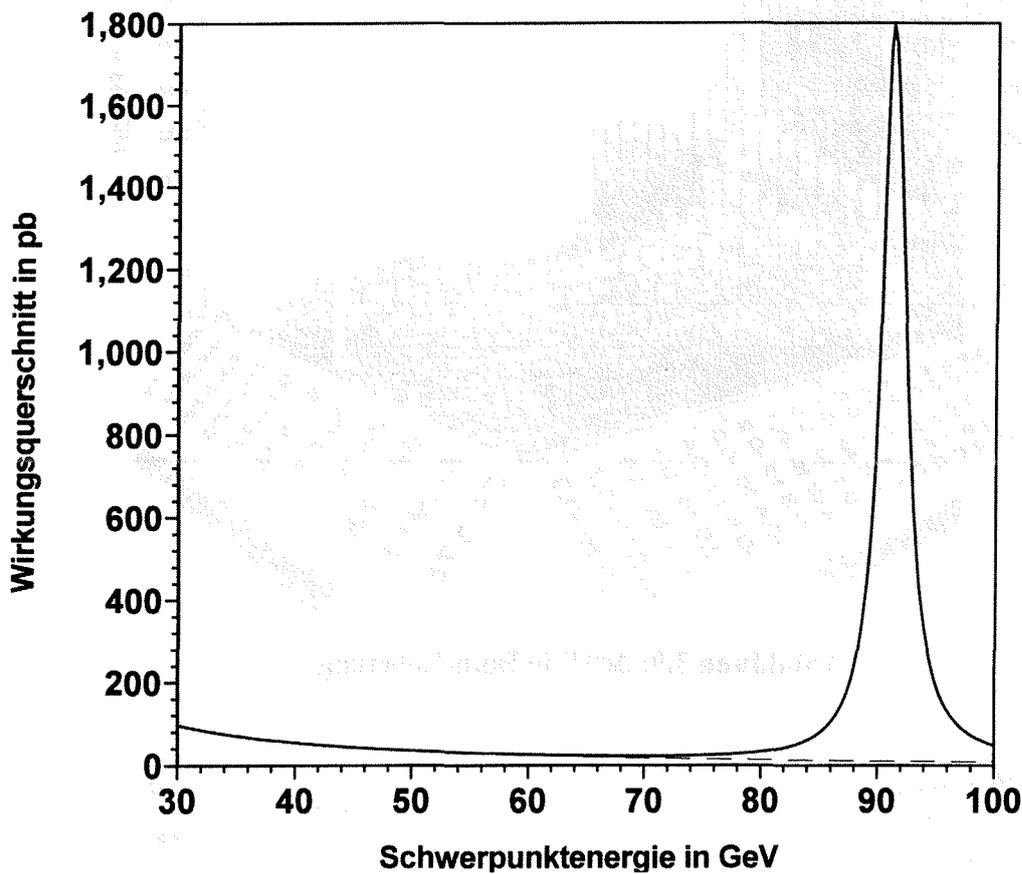


**Abbildung 3.7:** Diff. Bhabha-Wirkungsquerschnitt in pb/sr, ohne (gestrichelte Kurve) und mit (durchgezogene Kurve) t-Kanal-Beitrag.

Das starke Anwachsen bei kleinen Streuwinkeln gegenüber dem differentiellen s-Kanal-Wirkungsquerschnitt (in Abb. 3.7 gestrichelt gezeichnet), wird durch das reine t-Kanal Photon  $|\gamma_t|^2$  und die Interferenzterme, die  $\gamma_t$  enthalten, verursacht.

Die Bedeutung der  $Z^0$ -Resonanz beim s-Kanal und damit auch für die nicht-elastische Elektron-Positron-Streuung wird durch Abb. 3.8 deutlich. Sie zeigt den totalen s-Kanal-Bhabha-Wirkungsquerschnitt<sup>1</sup> in niedrigster Ordnung im Energiebereich zwischen 30 GeV und 100 GeV. Die  $Z^0$ -Resonanz, die bei etwa 91 GeV liegt, läßt den s-Kanal-Wirkungsquerschnitt gegenüber dem reinen QED-Term (gestrichelt gezeichnet) sehr stark ansteigen.

<sup>1</sup> Dieser ergibt sich durch Weglassen sämtlicher Ausdrücke in (3.24), die den Index t enthalten, und anschließender Integration über den gesamten Raumwinkel.



**Abbildung 3.8:** Totaler s-Kanal Bhabha-Wirkungsquerschnitt, ohne (gestrichelte Kurve) und mit (durchgezogene Kurve) schwacher Wechselwirkung.

Die in der vorliegenden Arbeit analysierten Bhabha-Ereignisse wurden einem Streuwinkelbereich  $-0.9 \leq \cos \vartheta \leq 0.9$  entnommen. Dieser Bereich wurde in 18 sogenannte Streuwinkel-Bins unterteilt, so daß die Breite eines Bins in  $\cos \vartheta$  den Wert 0.1 einnahm. Die erwartete Zahl von Bhabha-Ereignissen -innerhalb- eines solchen Bins ist dann proportional zum Bhabha-Wirkungsquerschnitt, integriert über das jeweilige Streuwinkel-Bin, der durch

$$\Delta\sigma^{(0)} = \int_{Bin} d\sigma = \int_{Bin} \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega} d\Omega \quad (3.25)$$

gegeben ist. Die Abbildungen 3.9 und 3.10 stellen  $\Delta\sigma^{(0)}$  für die 18 Streuwinkel-Bins bei verschiedenen Schwerpunktenenergien dar. Die in der Farbe Weiß gezeichnete Serie beider Diagramme zeigt  $\Delta\sigma^{(0)}$  exakt auf der Resonanz bei 91.175 GeV.

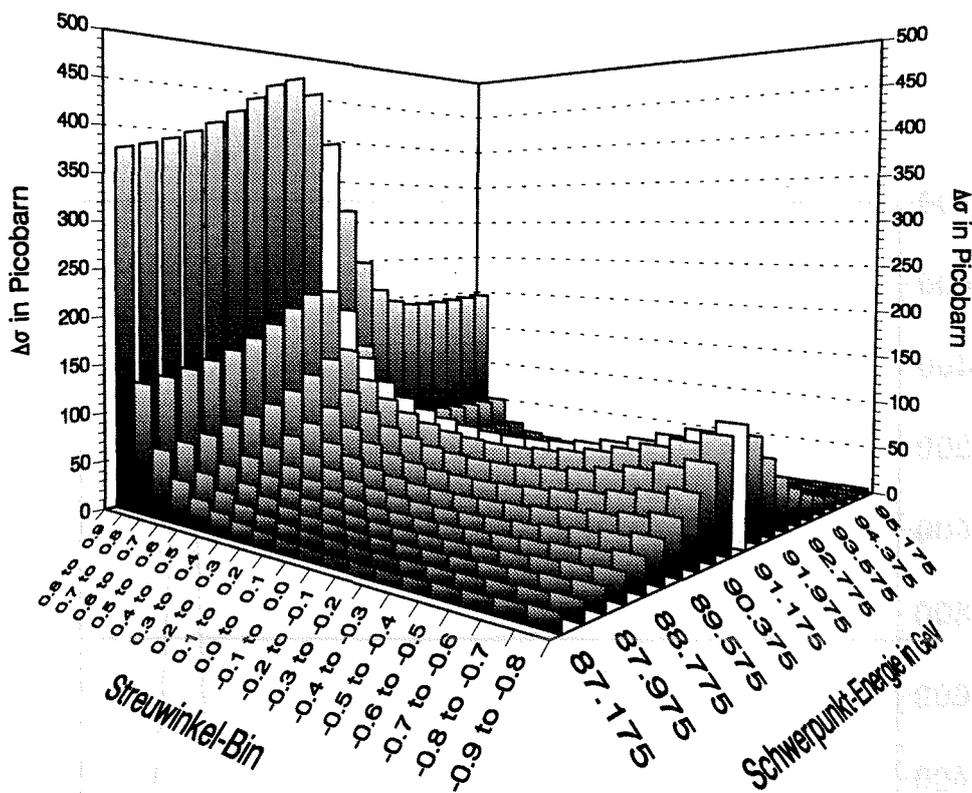


Abbildung 3.9:  $\Delta\sigma^{(0)}$  in Born-Näherung

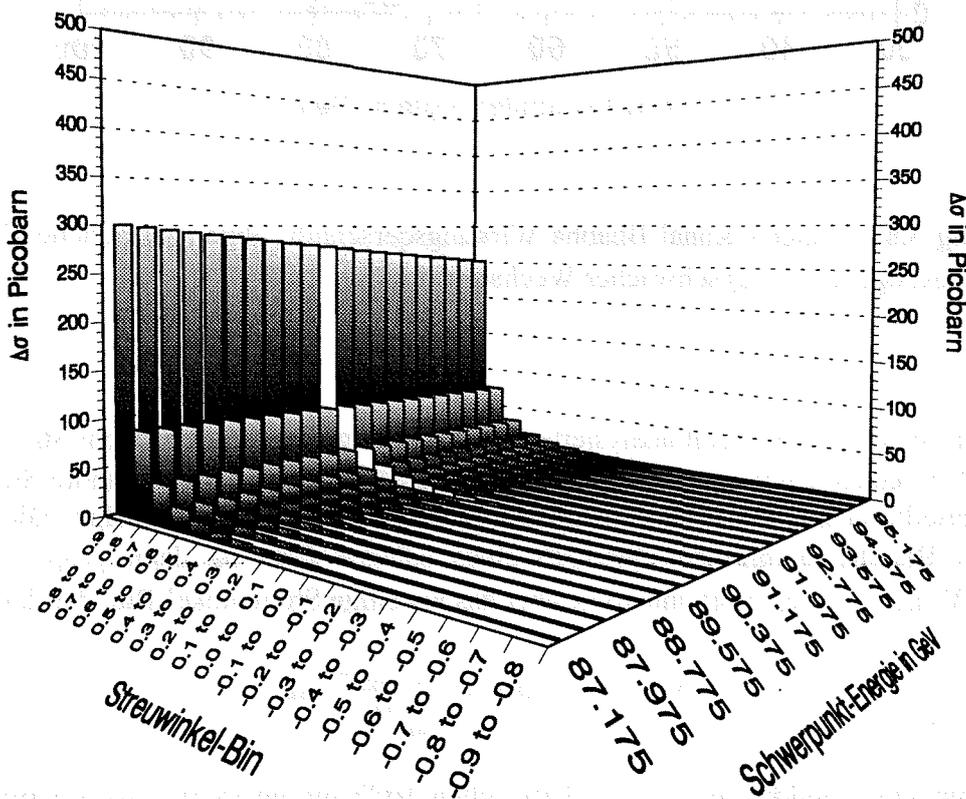


Abbildung 3.10: Reiner QED-Anteil von  $\Delta\sigma^{(0)}$  in Born-Näherung

Zur Vollständigkeit werden nachfolgend die restlichen Interferenzterme von (3.24) angegeben. Sie lauten:

$$2\Re\{\gamma_s \gamma_t\} = -\frac{\alpha^2}{2s(1-\cos\vartheta)} \cdot (1 + \cos\vartheta)^2 \quad (3.26)$$

$$2\Re\{\gamma_s Z_t\} = \frac{e^2}{8(4\pi)^2} \Re\{prop_z(t)\} (g_L^2 + g_R^2) (1 + \cos\vartheta)^2 \quad (3.27)$$

$$2\Re\{Z_s \gamma_t\} = -\frac{e^2}{4(4\pi)^2(1-\cos\vartheta)} \Re\{prop_z(s)\} (g_L^2 + g_R^2) (1 + \cos\vartheta)^2 \quad (3.28)$$

$$2\Re\{Z_s Z_t\} = \frac{s}{8(4\pi)^2} \Re\{prop_z(s) \cdot prop_z(t)\} (g_L^4 + g_R^4) (1 + \cos\vartheta)^2 \quad (3.29)$$

$$2\Re\{\gamma_t Z_t\} = -\frac{e^2}{4(4\pi)^2(1-\cos\vartheta)} \Re\{prop_z(t)\} \left[ 8g_L g_R + (g_L^2 + g_R^2) (1 + \cos\vartheta)^2 \right] \quad (3.30)$$

Wie vorher gelten dabei für die Propagatoren sowie die linkshändige und rechtshändige Kopplung des  $Z^0$ -Bosons an die Elektronen die Beziehungen (3.11) und (3.17). Mit Hilfe der Gleichungen (3.6) und (3.7) ist es einfach, sämtliche Ausdrücke, die zum differentiellen Bhabha-Wirkungsquerschnitt beitragen, in Lorentz-invarianter Form zu schreiben. Für die spätere Korrektur von (3.24) durch Prozesse in höherer Ordnung ist dies notwendig, da das hierfür verwendete Programm [24] die Matrixelemente der niedrigsten Ordnung in Abhängigkeit der Mandelstam-Variablen benötigt.

## 3.2 Compositeness-Beiträge in niedrigster Ordnung

Der allgemeine Begriff *Compositeness* unterscheidet zwischen Fermion-Compositeness und Boson-Compositeness. Die hier beschriebenen Modelle beziehen sich in erster Linie auf den Fermion-Sektor d. h., im konkreten Fall auf möglicherweise nicht-punktförmige Elektronen, sind aber durch die allgemein gehaltene Formulierung ebenso für möglicherweise nicht-fundamentale Eichbosonen ( $\gamma, Z^0, \dots$ ) geeignet. Nach dieser Vorstellung sind Quarks und Leptonen lediglich Bindungszustände noch fundamentalerer Konstituenten, die man in der Literatur häufig als *Preonen* [12] bezeichnet. Die Energie dieser preon-bindenden Wechselwirkung und damit auch die räumliche Ausdehnung dieser Strukturen wird durch den Compositeness-Parameter  $\Lambda$  charakterisiert. Effekte infolge nicht-punktförmiger Leptonen und Quarks, falls es sie denn gibt, machen sich erst bei Energien in der Größenordnung von  $\Lambda$  wesentlich bemerkbar. Weit unterhalb dieser Grenze beschränken sich die meßbaren Auswirkungen dagegen auf Resterscheinungen, die man wegen ihrer extrem kurzreichweitigen Natur als *Kontaktwechselwirkungen* bezeichnet. Da verschiedene Modell-Ansätze zu verschiedenen Interpretationen von  $\Lambda$  führen, existiert gegenwärtig unter den Wissenschaftlern kein Konsens über die wirkliche Bedeutung von  $\Lambda$ . Ein relativ modellunabhängiger Ansatz, wie er in [12] beschrieben wird, basiert auf den beiden folgenden Grundüberlegungen:

- In allen Modellen, in denen eine oder beide Chiral-Komponenten<sup>1</sup> des Fermions  $\psi_L = (1 - \gamma^5)\psi$ ,  $\psi_R = (1 + \gamma^5)\psi$  nicht-punktförmig (composite) sind, kommt es unter anderem zu Flavor-diagonalen<sup>2</sup>, helizitätserhaltenden Vier-Fermion-Kontakt-Wechselwirkungen der Form

$$\mathcal{L}_c = \frac{g^2}{2\Lambda^2} \left[ \underbrace{\eta_{LL} \bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L}_{j_{L\mu}^\mu} + \underbrace{\eta_{RR} \bar{\psi}_R \gamma_\mu \psi_R \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R}_{j_{R\mu}^\mu} + 2 \underbrace{\eta_{RL} \bar{\psi}_R \gamma_\mu \psi_R \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L}_{j_{R\mu}^\mu} \right] \quad (3.31)$$

Die Interpretation von  $\Lambda$  in (3.31) bezieht sich auf eine starke Kopplung der Kontaktwechselwirkung d. h., man setzt  $g^2/4\pi = 1$ . Durch  $|\eta_{if}| = [0, 1]$  wird berücksichtigt, daß die beiden Chiral-Komponenten voneinander völlig unabhängige Gebilde sein können d. h.,  $\mathcal{L}_c$  muß nicht paritätserhaltend sein.

- Eine bevorzugt anzutreffende Beschreibung auf dem Sektor der Eichboson-Compositeness (siehe z. B. [13]) ist die Multiplikation des Eich-Propagators mit einem Formfaktor  $F(q^2) \cong 1 + q^2/\Lambda^2$ . Die Bhabha-Streuung wird im Vorwärtsbereich durch die Eich-Kopplung  $\alpha = e^2/4\pi$  dominiert (Photon-t-Kanal). Die Interferenz von  $\mathcal{L}_c$  mit diesen Standardmodell-Termen hat relativ zum Standardmodell eine Größenordnung von  $(g^2/\Lambda^2)/(4\pi\alpha/q^2) = q^2/\alpha\Lambda^2$ . Da  $\alpha \ll 1$  ist, überdeckt dieser modellunabhängige Effekt bei weitem die zusätzlichen Terme die durch den Formfaktor-Ansatz entstehen.

<sup>1</sup> Als Chiral-Komponenten bezeichnet man die beiden Helizitäts-Eigenzustände "linkshändig" und "rechtshändig".

<sup>2</sup> Übergänge, bei denen sich die Teilchensorte (Flavor) nicht ändert.

Ganz allgemein läßt sich daher sagen, daß der Formalismus über Kontaktterme eine geeignete Parametrisierung für Abweichungen vom Standardmodell, relativ unabhängig von deren Natur ist.  $\mathcal{L}_c$  stellt so gewissermaßen den kleinsten gemeinsamen Nenner einer Vielzahl sehr spezieller Compositeness-Modelle dar, die sich erst bei Impulsüberträgen in der Größenordnung  $\Lambda$  voneinander unterscheiden. Man kann sich diesen Sachverhalt am Beispiel der schwachen Wechselwirkung bei Energien weit unterhalb der  $Z^0$ -Masse klar machen. Der Einfluß der schwachen Wechselwirkung, beispielsweise in der Bhabha-Streuung, läßt sich dann durch den  $Z^0$ -Propagator und die Kopplung  $g_x$  ( $x = L, R$  siehe Kapitel 2) wie folgt beschreiben:

$$|f(q)|^2 \propto \left| \frac{g_x^2}{q^2 - M_z^2 + iM_z\Gamma_z} \right|^2 \xrightarrow{q^2 \ll M_z^2} \left| \frac{g_x^2}{-M_z^2} \right|^2 = G_\mu^2$$

Bei kleinen Energien ist die schwache Wechselwirkung damit unabhängig vom übertragenen Viererimpuls  $q$  und erscheint punktförmig d. h., als Kontaktterm. Ihre Größe wird durch die Fermi-Konstante  $G_\mu$  charakterisiert. Aus dieser Sicht verkörpert  $\mathcal{L}_c$  die Lagrange-Energiedichte einer Wechselwirkung mit der Kopplung  $g$  und dem Propagator  $1/\Lambda^2$ , also einer Kontakt-Wechselwirkung.

In der vorliegenden Analyse untersuchen wir Fälle, in denen  $\mathcal{L}_c$  die Kopplung zweier linkshändiger- (LL), rechtshändiger- (RR), Vektor- (VV) und Axial-Vektor- (AA) Ströme beschreibt. Außerdem berücksichtigen wir die Möglichkeit (RL), daß nur zwischen linkshändigen und rechtshändigen Strömen Kontaktwechselwirkung existiert. Zusammen mit den beiden Vorzeichen ergeben sich so zehn verschiedene Compositeness-Modelle, die in Tabelle 3.1 zusammengefaßt sind.

Modell	$\eta_{LL}$	$\eta_{RR}$	$\eta_{RL}$
<b>+LL</b>	1	0	0
<b>-LL</b>	-1	0	0
<b>+RR</b>	0	1	0
<b>-RR</b>	0	-1	0
<b>+VV</b>	1	1	1
<b>-VV</b>	-1	-1	-1
<b>+AA</b>	1	1	-1
<b>-AA</b>	-1	-1	1
<b>+RL</b>	0	0	1
<b>-RL</b>	0	0	-1

**Tabelle 3.1:** Die untersuchten Kopplungen zwischen links- und rechtshändigen Elektronströmen.

### 3.2.1 Erweiterung der Bhabha-Streuung durch Elektron-Compositeness

Der differentielle Bhabha-Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung (3.24) muß nun durch den Kontaktterm C, der durch die Lagrange-Energiedichte  $\mathcal{L}_c$  verursacht wird, erweitert werden. Abb. 3.11 zeigt die Feynman-Diagramme des Standardmodell-Beitrags und des Kontaktterms in niedrigster Ordnung.

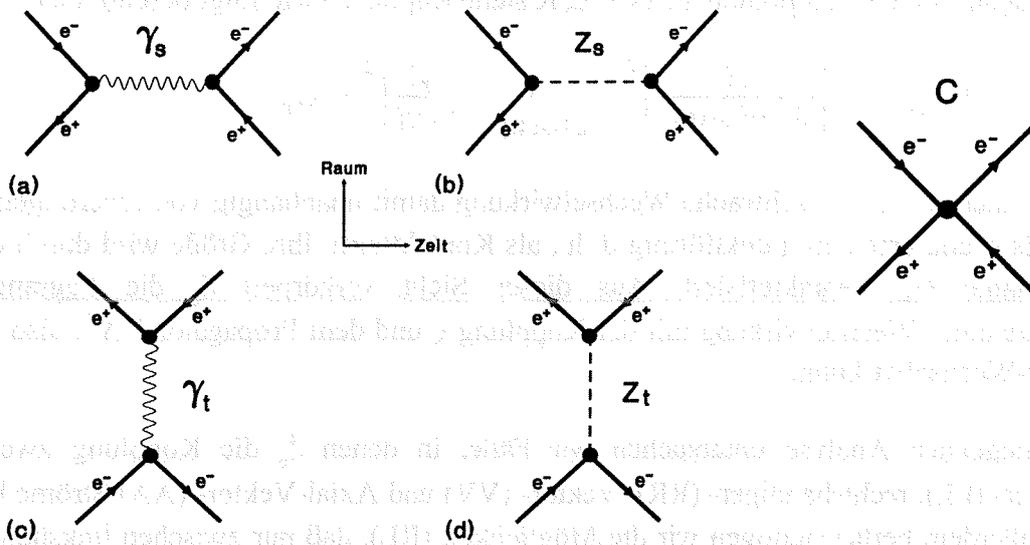


Abbildung 3.11: Standardmodell-Diagramme und Kontaktterm C in der Bhabha-Streuung

Die entsprechende Beziehung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt lautet dann

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega_c}^{(0)} &= \left| \underbrace{\gamma_s + Z_s + \gamma_t + Z_t}_{\text{Standardmodell}} + C \right|^2 \quad (3.32) \\
 &= \underbrace{|\gamma_s|^2 + |Z_s|^2 + |\gamma_t|^2 + |Z_t|^2 + 2\Re\{\gamma_s Z_s\} + 2\Re\{\gamma_s \gamma_t\}}_{\text{Standardmodell}} \\
 &\quad + \underbrace{2\Re\{\gamma_s Z_t\} + 2\Re\{Z_s \gamma_t\} + 2\Re\{Z_s Z_t\} + 2\Re\{\gamma_t Z_t\}}_{\text{Standardmodell}} \\
 &\quad + \underbrace{|C|^2 + 2\Re\{\gamma_s C\} + 2\Re\{Z_s C\} + 2\Re\{\gamma_t C\} + 2\Re\{Z_t C\}}_{\text{Compositeness}}
 \end{aligned}$$

Die Standardmodell-Beiträge von (3.32) sind in Abschnitt 3.1 ausführlich beschrieben. Den reinen Compositeness-Term  $|C|^2$  erhält man aus den Gleichungen (3.9) und (3.20), die den Diagrammen in Abb. 3.4 und Abb. 3.6 entsprechen. Für den Propagator der Kontaktwechselwirkung gilt hierbei:

$$prop_x(s) = prop_c(s) \cong prop_c(t) \cong \frac{1}{\Lambda^2} \quad (3.33)$$

Mit der Definition der Kopplung  $g^2 = 4\pi$  ergibt sich der reine Kontaktterm zu

$$|C|^2 = \frac{s}{8\Lambda^4} \left[ 4\eta_{RL}^2 + 2(\eta_{LL}^2 + \eta_{RR}^2)(1 + \cos \vartheta)^2 + \eta_{RL}^2(1 - \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.34)$$

Wegen des  $1/\Lambda^4$ -Verhaltens ist dieser reine Kontaktterm bei Energien um die  $Z^0$ -Resonanz und bei Werten von  $\Lambda > 1\text{ GeV}$  nur relativ klein. Seine Größe läßt sich abschätzen, wenn man Abb. 3.12 betrachtet. Die durchgezogenen Linien in den einzelnen Diagrammen zeigen jeweils die Abweichung vom Standardmodell durch die positiven Compositeness-Modelle aus Tab. 3.1, die gestrichelten Linien hingegen die Abweichung durch die entsprechenden negativen Modelle. In jedem Fall wurde der Parameter  $\Lambda$  zu  $2\text{ TeV}$  gesetzt. Wegen  $|C|^2$  sind beide nicht exakt spiegelsymmetrisch zur Null-Linie. Erst die Interferenzterme von  $C$  mit dem Standardmodell führen teilweise zu deutlichen Abweichungen von der Standardmodell-Vorhersage. Diese Interferenzterme aus Gleichung (3.32) lauten wie folgt:

$$2\Re\{\gamma_s C\} = \frac{\alpha}{4\Lambda^2} \left[ \eta_{RL}(1 - \cos \vartheta)^2 + (\eta_{LL} + \eta_{RR})(1 + \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.35)$$

$$2\Re\{Z_s C\} = \frac{s}{16\pi\Lambda^2} \Re\{prop_z(s)\} \times \quad (3.36)$$

$$\left[ \eta_{RL} g_R g_L (1 - \cos \vartheta)^2 + (\eta_{LL} g_L g_L + \eta_{RR} g_R g_R)(1 + \cos \vartheta)^2 \right]$$

$$2\Re\{\gamma_t C\} = -\frac{\alpha}{2\Lambda^2(1 - \cos \vartheta)} \left[ 4\eta_{RL} + (\eta_{LL} + \eta_{RR})(1 + \cos \vartheta)^2 \right] \quad (3.37)$$

$$2\Re\{Z_t C\} = \frac{s}{16\pi\Lambda^2} \Re\{prop_z(t)\} \times \quad (3.38)$$

$$\left[ 4\eta_{RL} g_R g_L + (\eta_{LL} g_L g_L + \eta_{RR} g_R g_R)(1 + \cos \vartheta)^2 \right]$$

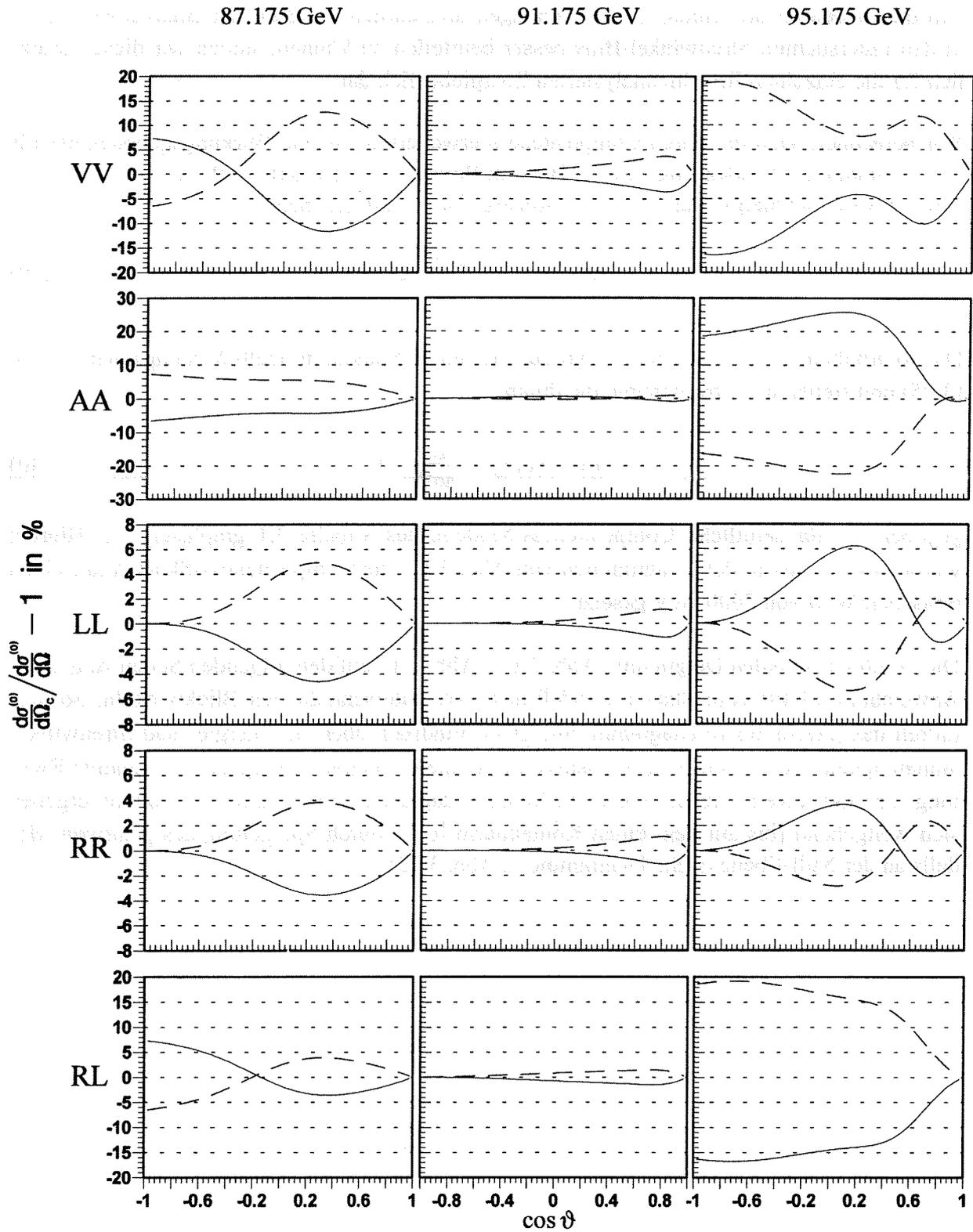
Für die Propagatoren und die Kopplungen gelten hierbei die Gleichungen (3.11) und (3.17) aus Abschnitt 3.1.

Von den beiden Interferenztermen mit dem  $Z^0$ -Boson ist nur der s-Kanal-Ausdruck (3.36) bedeutend, während der t-Kanal-Term (3.38) praktisch vernachlässigt werden kann. Die Energieabhängigkeit des s-Kanal-Terms (3.36) im Bereich der  $Z^0$ -Resonanz ist sehr stark ausgeprägt. Aus diesem Grund ist eine Korrektur dieses Terms auf Anfangsabstrahlung, die wir im Kapitel "Prozesse höherer Ordnung" durchführen werden, besonders wichtig. Exakt auf der Resonanz verschwindet (3.36) da der  $Z^0$ -Propagator dort rein imaginär ist, in (3.36) jedoch nur der Realteil eingeht. Dies führt dazu, daß die Empfindlichkeit für Kontaktwechselwirkung auf der Resonanz stark eingeschränkt ist, was wiederum den Vorteil der dort vorhandenen großen Statistik, infolge des  $Z^0$ -Austausches (siehe Abb. 3.8), weitgehend zunichte macht. Bereits eine  $Z^0$ -Breite abseits der Resonanz, nimmt (3.36) jedoch wieder um einen beträchtlichen Wert zu. Die beiden Photon-Interferenzterme (3.35) und (3.37) zeigen keine

Energieabhängigkeit. Der Grund hierfür ist, daß sich das  $1/s$ -Verhalten des Photon-Propagators mit dem Phasenraumfaktor  $s$  kompensiert. Der  $t$ -Kanal-Term (3.37) ist jedoch stark streuwinkelabhängig und spielt exakt auf der Resonanz, (wegen des Verschwindens von (3.36)), und im Vorwärtsbereich die absolut dominierende Rolle. Da solche  $t$ -Kanal-Prozesse nur in der elastischen Elektron-Positron-Streuung vorkommen, ist die Bhabha-Streuung für Compositeness-Untersuchungen, besonders auf der  $Z^0$ -Resonanz, sehr gut geeignet.

### 3.2.2 Abweichung vom Standardmodell durch Kontaktwechselwirkung

Um die charakteristischen Eigenschaften der verschiedenen Compositeness-Modelle aus Tabelle 3.1 zu beurteilen, untersuchen wir die Abweichung vom Standardmodell, die die Kontaktwechselwirkung (3.31) verursacht. In Abb. 3.12 sind diese Abweichungen bei drei verschiedenen Energien um die  $Z^0$ -Resonanz für alle Modelle aus Tabelle 3.1 dargestellt. Allen Diagrammen gemeinsam ist die verschwindende Abweichung in Vorwärtsrichtung, also bei  $\cos\vartheta = 1$ . Dies liegt an dem bei kleinen Streuwinkeln sehr starken Anstieg des differentiellen Bhabha-Wirkungsquerschnitts nach dem Standardmodell, infolge des Photon-Austauchterms (3.21) (siehe auch Abb. 3.7). Desweiteren ist, unabhängig vom Compositeness-Modell, die stark eingeschränkte Empfindlichkeit für Kontaktwechselwirkung auf der Resonanz (bei 91.175 GeV) zu erkennen. Lediglich die Interferenz mit dem  $t$ -Kanal-Photon sorgt hier in Vorwärtsrichtung für eine gewisse Abweichung. Sowohl die LL- als auch die RR-Kontaktwechselwirkung zeigen in Rückwärtsrichtung ein abnehmendes Verhalten. Beide Modelle beschreiben ein "Gleichbleiben" (siehe Abschnitt 3.1) der Drehimpulskomponente bezüglich der  $z$ -Achse und sind daher, bis auf den  $t$ -Kanal-Einfluß, im wesentlichen proportional zum Faktor  $(1 + \cos\vartheta)^2$ . Die RL-Kopplung hingegen beschreibt ein "Umklappen" dieser Drehimpulskomponente und ist deshalb, wiederum abgesehen vom  $t$ -Kanal, in erster Linie proportional zu  $(1 - \cos\vartheta)^2$ . In Abb. 3.12 ist dieses Verhalten an der großen Abweichung des RL-Modells im Rückwärtsbereich zu erkennen. Zwischen LL- und RR-Modell besteht der einzige Unterschied darin, daß das LL-Modell, infolge der stärkeren Kopplung des  $Z^0$ -Bosons an linkshändige Elektronen, etwas größere Abweichungen zeigt. Das Vektor-Modell (VV) ist die Summe aus LL-, RR- und RL-Kopplung und verhält sich daher im Rückwärtsbereich wie das RL-Modell. In der betragsmäßigen Summe zeigt das VV-Modell die größten Abweichungen. Da zudem die Streuwinkelabhängigkeit relativ stark ausgeprägt ist, erwarten wir bei der Untersuchung von Abweichungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts durch VV-Kontaktwechselwirkung das größte Auflösungsvermögen. Beim Axial-Modell (AA) ist hingegen die Streuwinkelabhängigkeit relativ schwach ausgeprägt (siehe Abb. 3.12). Bei Energien oberhalb der Resonanz wird die Abweichung jedoch sehr groß, so daß das AA-Modell am ehesten mit Hilfe der untersuchten Bhabha-Ereignisse bei Energien oberhalb der  $Z^0$ -Resonanz überprüft werden kann.



**Abbildung 3.12:** Abweichung durch Elektron-Compositeness vom Standardmodell für die verschiedenen Compositeness-Modelle, bei drei unterschiedlichen Energien um die  $Z^0$ -Resonanz ( $M_z = 91.175$  GeV). Die durchgezogenen Linien zeigen das jeweilige positive Modell, die gestrichelten Kurven das entsprechende negative Modell. Die Größe  $\Lambda$  wurde auf 2000 GeV gesetzt.

Um die meßbaren prozentualen Abweichungen hinsichtlich der Zahl der Bhabha-Ereignisse in den untersuchten Streuwinkel-Bins besser beurteilen zu können, stellen wir diese zusätzlich für die einzelnen Bins im analysierten Energiebereich dar.

Wir berechnen dazu die durch Compositeness erweiterten Bhabha-Wirkungsquerschnitte für die 18 zu untersuchenden Streuwinkel-Bins im Bereich  $-0.9 \leq \cos \vartheta \leq 0.9$ , bei 21 verschiedenen Schwerpunktenenergien um die  $Z^0$ -Resonanz. Diese sind gegeben durch

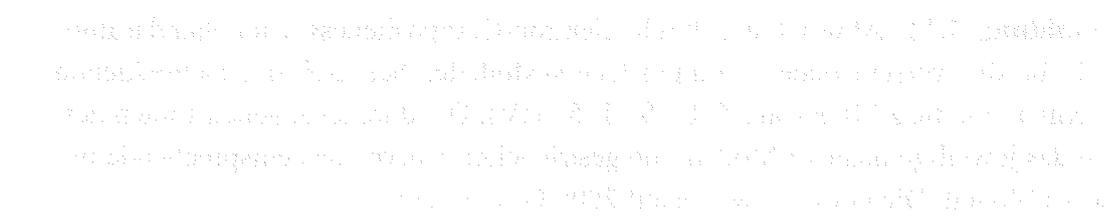
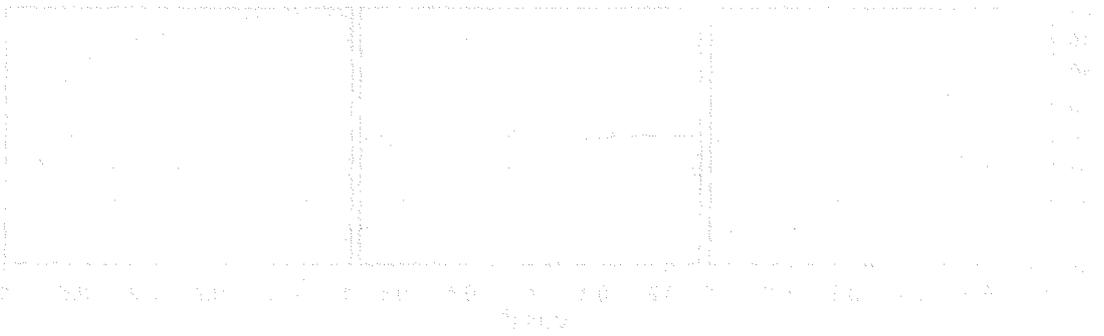
$$\Delta\sigma_c^{(0)} = \int_{Bin} \frac{d\sigma_c^{(0)}}{d\Omega_c} d\Omega. \quad (3.39)$$

Die so erhaltenen Werte normieren wir auf die reinen Standardmodell-Wirkungsquerschnitte (3.25) und stellen die Abweichung, die durch

$$Abweichung = \frac{\Delta\sigma_c^{(0)}}{\Delta\sigma^{(0)}} - 1 \quad (3.40)$$

gegeben ist, für sämtliche Compositeness-Modelle aus Tabelle 3.1 graphisch dar. Hierbei wurde, wie bereits in den Diagrammen von Abb. 3.12, die Compositeness-Skala  $\Lambda$  auf einen typischen Wert von 2000 GeV gesetzt.

Die dreidimensionalen Diagramme Abb. 3.13 - Abb. 3.17 auf den folgenden Seiten zeigen die Abweichung (3.40) vom Standardmodell aus zwei unterschiedlichen Blickwinkeln. So vermittelt das jeweils obere Diagramm einen guten Eindruck über die Energie- und Streuwinkelabhängigkeit der Abweichung in positive-, das untere Diagramm hingegen in negative Richtung. Es sind jeweils nur die positiven Modelle dargestellt. Die negativen Modelle ergeben sich weitgehend (bis auf den reinen Kontaktterm  $|C|^2$ ) durch Spiegelung des positiven Modells an der Null-Ebene (siehe Diagramme in Abb. 3.12).



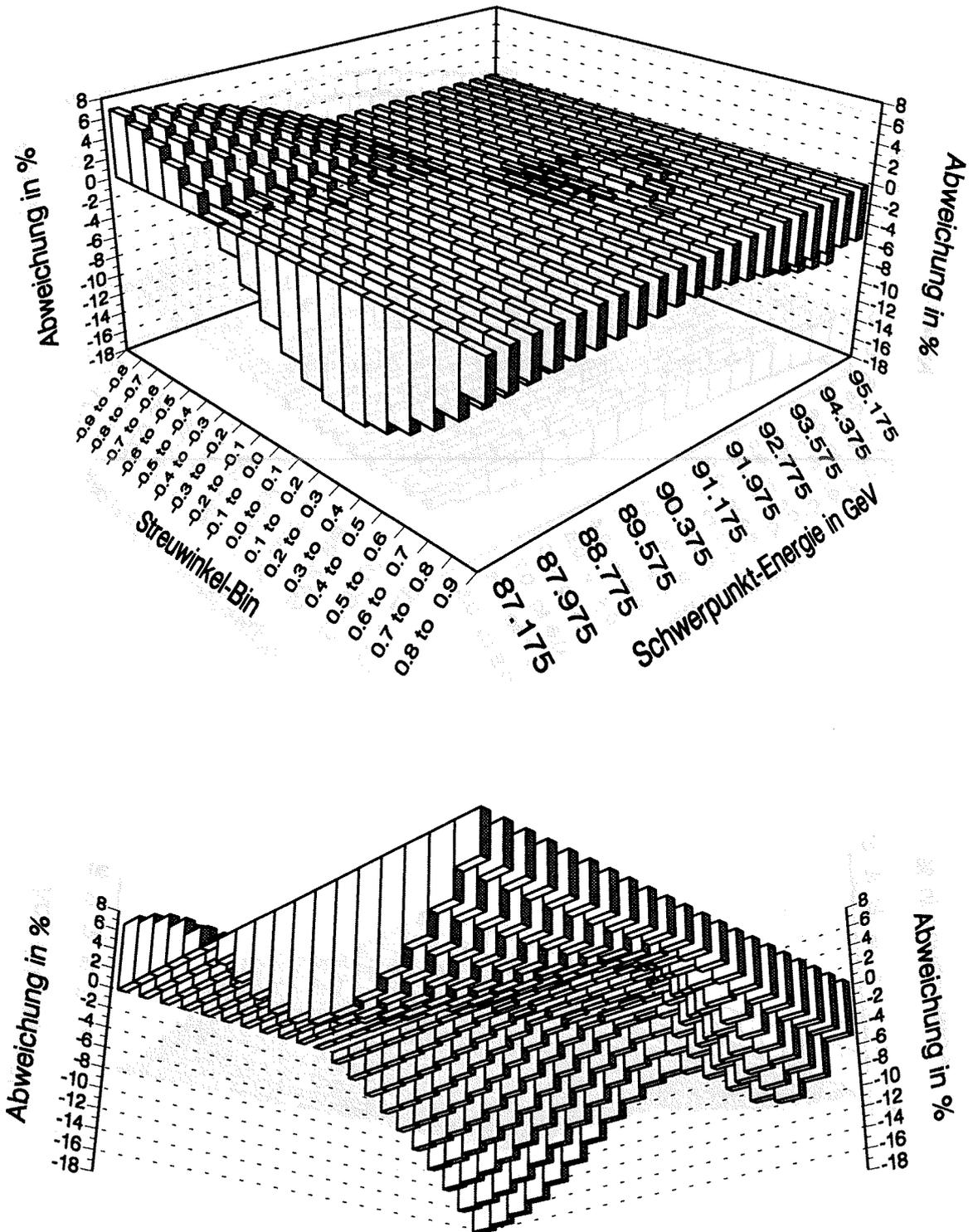
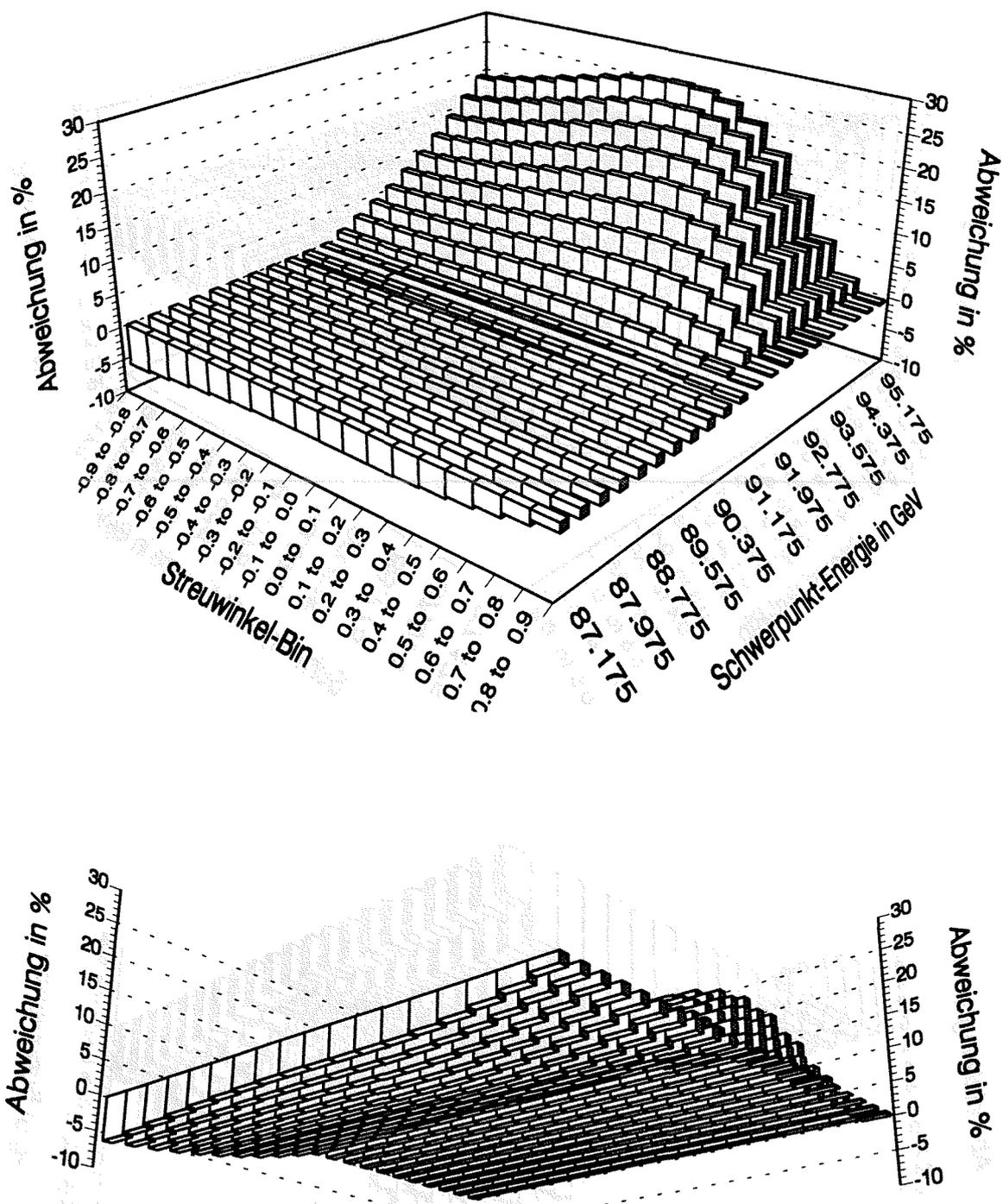


Abbildung 3.13: Abweichung vom Standardmodell durch VV-Kontaktwechselwirkung bei  $\Lambda = 2$  TeV.



**Abbildung 3.14:** Abweichung vom Standardmodell durch AA-Kontaktwechselwirkung bei  $\Lambda = 2$  TeV.

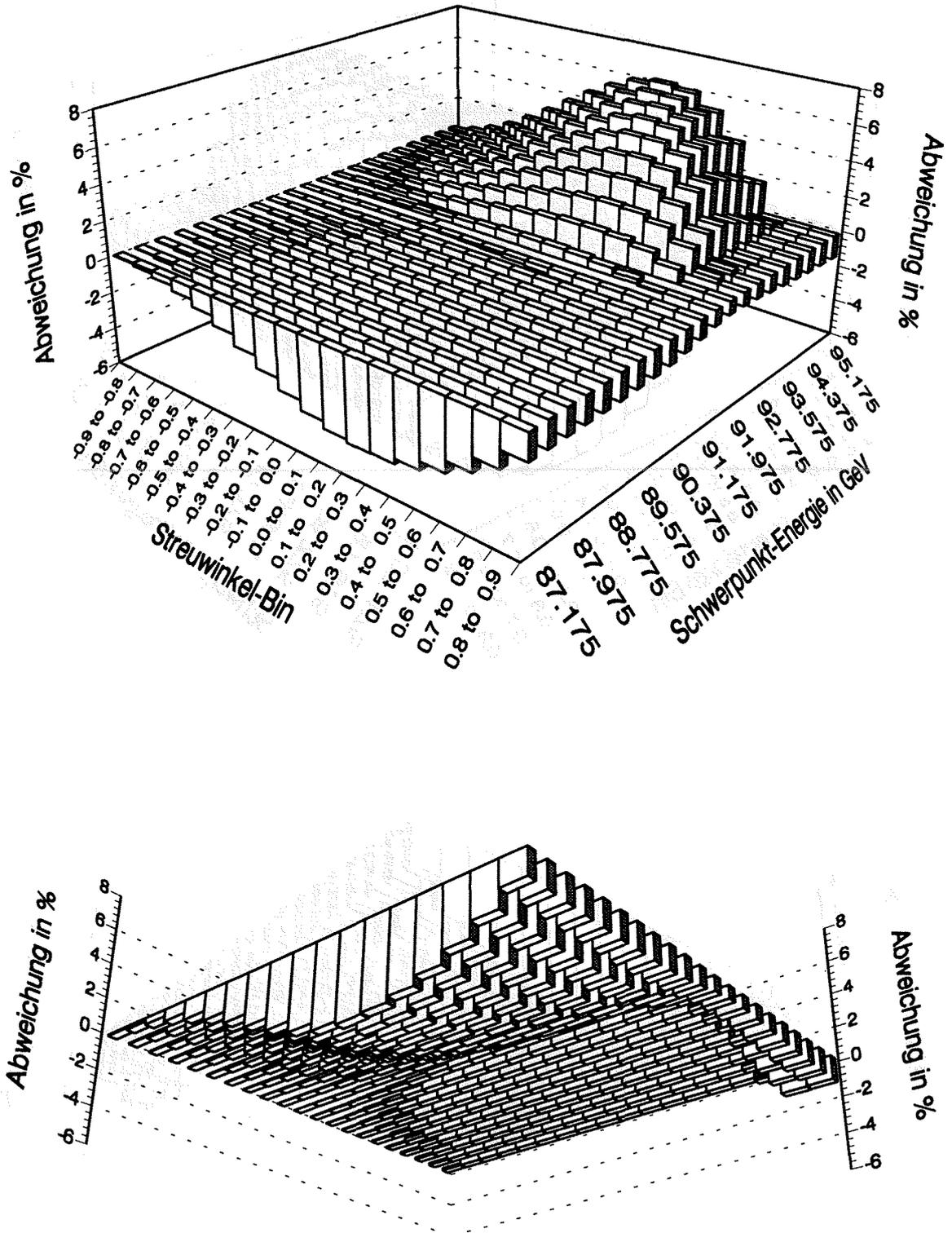


Abbildung 3.15: Abweichung vom Standardmodell durch LL-Kontaktwechselwirkung bei  $\Lambda = 2$  TeV.

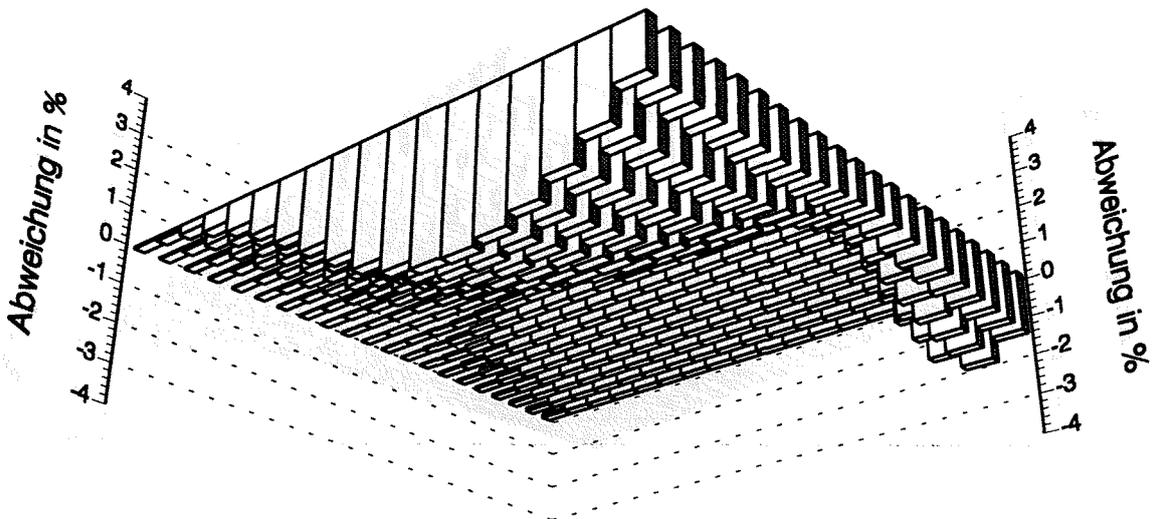
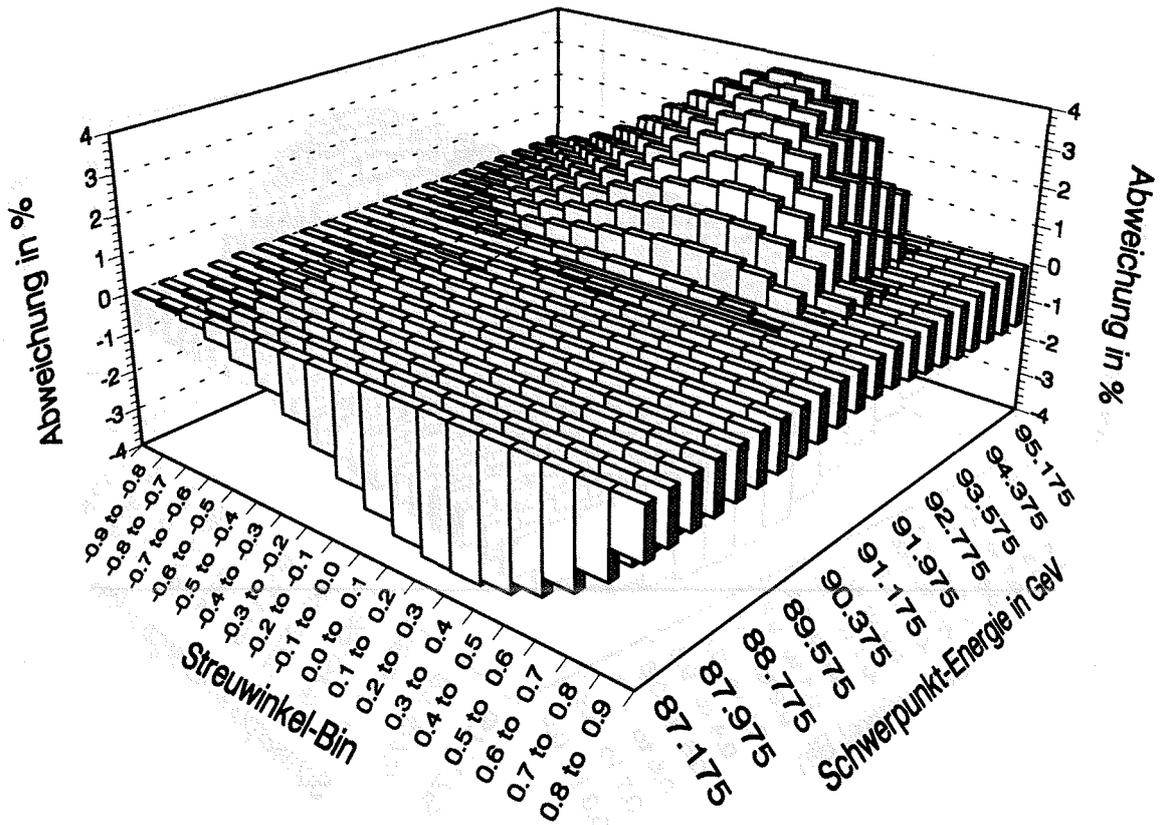
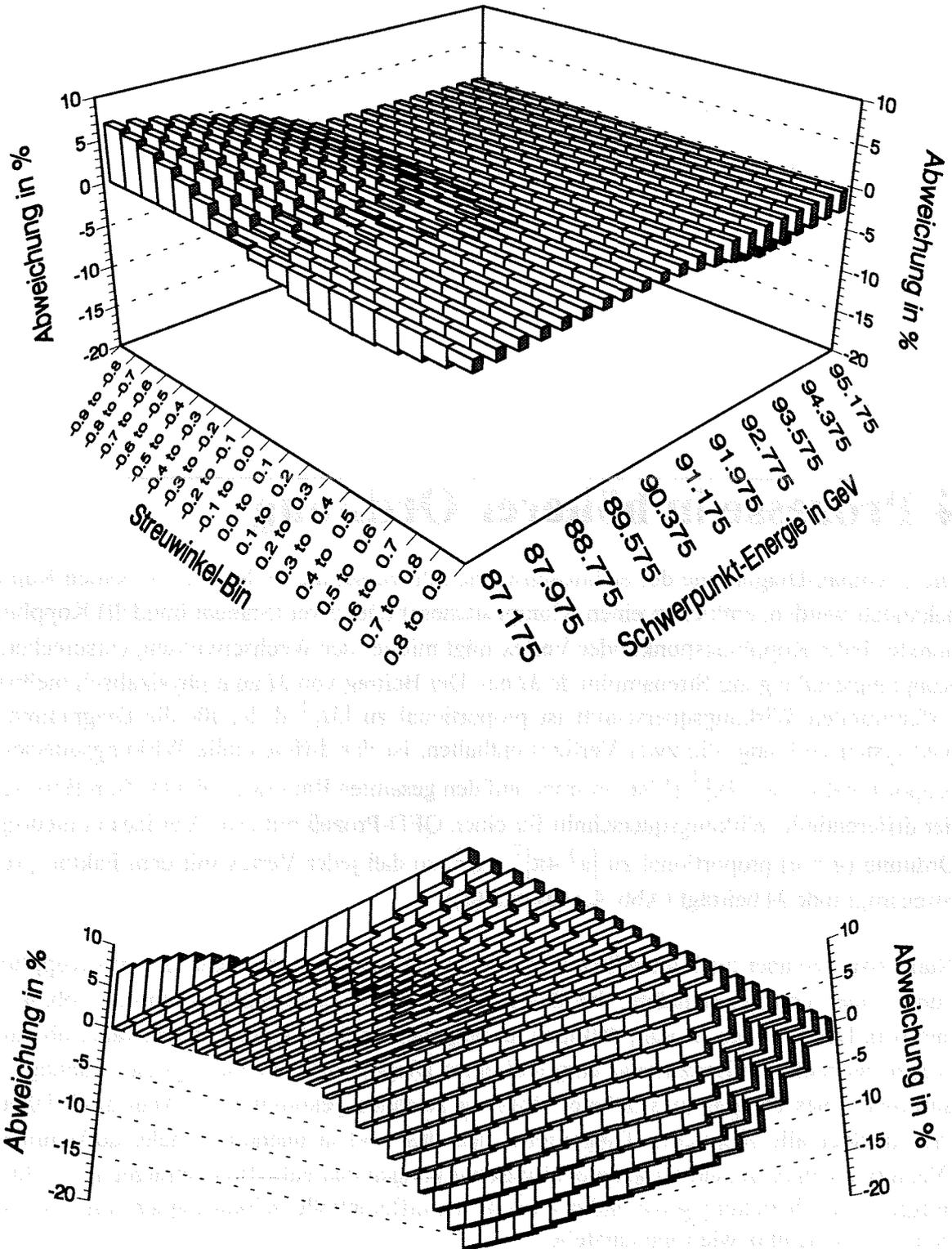


Abbildung 3.16: Abweichung vom Standardmodell durch RR-Kontaktwechselwirkung bei  $\Lambda = 2$  TeV.



**Abbildung 3.17:** Abweichung vom Standardmodell durch RL-Kontaktwechselwirkung bei  $\Lambda = 2$  TeV.

## 4 Prozesse in höherer Ordnung

Die Feynman-Diagramme der elektroschwachen Prozesse, die in den letzten beiden Kapiteln behandelt wurden, enthielten einen (Compositeness) oder zwei (Standardmodell) Kopplungspunkte. Jeder Kopplungspunkt oder Vertex trägt mit der der Wechselwirkung entsprechenden Kopplungsstärke  $g$  zur Streuamplitude  $M$  bei. Der Beitrag von  $M$  zum physikalisch meßbaren differentiellen Wirkungsquerschnitt ist proportional zu  $|M|^2$  d. h., für die Diagramme der niedrigsten Ordnung, die zwei Vertices enthalten, ist der differentielle Wirkungsquerschnitt proportional zu  $|g^2/4\pi|^2$ . (Man normiert auf den gesamten Raumwinkel  $4\pi$ ). Zum Beispiel ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für einen QED-Prozeß mit zwei Vertices in niedrigster Ordnung ( $g = e$ ) proportional zu  $|e^2/4\pi|^2 = \alpha^2$ , so daß jeder Vertex mit dem Faktor  $\sqrt{\alpha}$  zur Streuamplitude  $M$  beiträgt (Abb. 4.1 (a) und (d)).

Nun existieren aber noch unendlich viele weitere Diagramme, die mehr als zwei Kopplungspunkte oder Vertices enthalten, die aber zu den gleichen Endzuständen führen (Abb. 4.1 (b) und (c)). Das Problem ist nun, daß man im allgemeinen nicht unterscheiden kann, ob ein gewisser beobachteter Endzustand aufgrund eines Diagrammes der niedrigsten Ordnung, oder aufgrund eines Diagrammes höherer Ordnung zustande gekommen ist. Man muß daher im Prinzip über alle möglichen Diagramme, und das sind ja unendlich viele, aufsummieren. Wenn wir stellvertretend für andere Wechselwirkungen den Fall QED betrachten, so läßt sich aufgrund der Beziehung  $g = e$  und  $\alpha = e^2/4\pi$  der differentielle Wirkungsquerschnitt durch eine Potenzreihe in  $\alpha$  wie folgt darstellen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto |M|^2 = \alpha^2 [ O_0 + \alpha O_1 + \alpha^2 O_2 + \dots ] \quad (4.1)$$

Abb. 4.1 zeigt die symbolische Darstellung dieser Beziehung anhand von Feynman-Diagrammen.

$$\begin{aligned}
 |M|^2 &= \left| \begin{array}{c} \text{(a)} \\ + \\ \text{(b)} \\ + \dots \\ + \\ \text{(c)} \\ + \dots \end{array} \right|^2 && \text{(d)} \\
 &= \underbrace{\left| \text{(a)} \right|^2}_{O_0 \cdot \alpha^2} + \underbrace{\left| \text{(b)} \right|^2 + \left( \text{(a)} \right) \cdot \left( \text{(b)} \right) + \dots}_{O_1 \cdot \alpha^3} + \underbrace{\left| \text{(c)} \right|^2 + \dots}_{O_2 \cdot \alpha^4}
 \end{aligned}$$

**Abbildung 4.1:** Beispiele für Diagramme höherer ((b) und (c)) als der niedrigsten ((a)) Ordnung. Jeder Vertex trägt mit einem Faktor  $\alpha^{1/2}$  ((d)) zur Streuamplitude  $M$  bei. Terme proportional  $\alpha^{n/2}$   $n = 1,3,5\dots$  (z. B. die Interferenz zwischen Diagramm (a) und (b)) treten nicht auf, da die Spur des Produkts einer ungeraden Anzahl von Dirac-Gamma-Matrizen verschwindet (siehe z. B. [5]).

$O_0$  repräsentiert dabei die Diagramme der niedrigsten (nullten) Ordnung, die wir bereits in den Kapiteln 3.1 und 3.2 diskutiert haben. Das Weglassen aller Glieder in (4.1) außer  $O_0$  bezeichnet man auch als Bornsche Näherung. Die Legitimation für das Abbrechen von (4.1) an irgend einer Stelle ergibt sich aus der Schnelligkeit der Konvergenz von (4.1) und der geforderten Genauigkeit der theoretischen Vorhersage. Wesentlich ist hierbei die Tatsache, daß die Kopplungskonstante, in diesem Fall  $\alpha \cong 1/137$ , deutlich kleiner als 1 ist. Die Kopplungskonstante  $\alpha_s$  der starken Wechselwirkung QCD (Quantenchromodynamik) ist beispielweise erst bei hohen Energien kleiner als 1, womit erst bei hohen Energien eine störungstheoretische Behandlung der QCD entsprechend (4.1) möglich wird<sup>1</sup>.

Die für die Berechnung der theoretischen Vorhersage erforderliche Genauigkeit wird im Rahmen dieser Analyse im wesentlichen durch den statistischen Fehler der Daten bestimmt, mit denen die Vorhersage verglichen werden soll. Bei den Energien außerhalb der Resonanz reicht eine Berechnung bis zur 1. Ordnung in der harten Bremsstrahlung<sup>2</sup> völlig aus. Der theoretische Fehler ist hierbei noch wesentlich kleiner als der statistische Fehler. Anders sieht es bei der Energie direkt auf der Z-Resonanz aus. Hier ist die Menge der Bhabha-Ereignisse pro Streuwinkel-Bin so umfangreich, daß der statistische Fehler teilweise auf etwa 1% sinkt. Um diese Genauigkeit in der theoretischen Vorhersage auf der Resonanz zu erreichen, ist eine Berechnung des Standardmodells bis zur 2. Ordnung in der harten Bremsstrahlung notwendig [24].

<sup>1</sup> Die Quarks verhalten sich unter diesen Umständen als quasi freie Teilchen. Man nennt dies "asymptotische Freiheit".

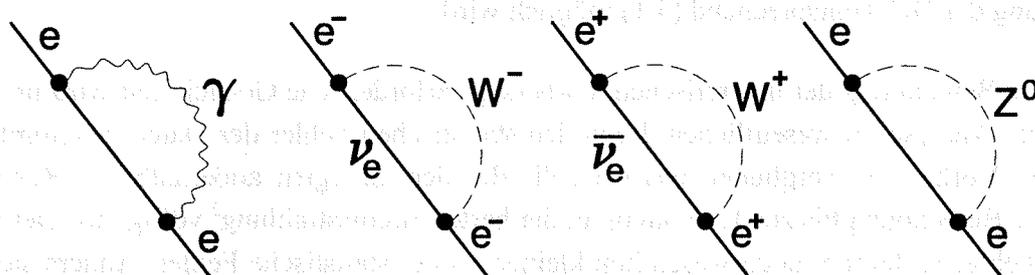
<sup>2</sup> Die wichtigsten Beiträge der weichen und virtuellen Photonen müssen in jedem Fall für alle Ordnungen berücksichtigt werden.

## 4.1 Allgemeine Struktur der Strahlungskorrekturen

Als *Strahlungskorrekturen* bezeichnet man allgemein die Korrekturen, die an die theoretischen Vorhersagen nach der niedrigsten Ordnung angebracht werden müssen, um die zusätzlichen Beiträge durch Prozesse höherer Ordnung zu berücksichtigen. Man unterscheidet dabei zwischen den *photonischen Korrekturen* (engl. QED corrections) und den *nicht-photonischen* oder *schwachen Korrekturen* (engl. weak corrections). Diese Unterscheidung ist sinnvoll, da die photonischen Korrekturen, im Gegensatz zu den schwachen Korrekturen, von den Details der experimentellen Bedingungen, wie zum Beispiel Schnitte auf die Energie und Akollinearität der auslaufenden Teilchen, abhängen. Außerdem handelt es sich bei den photonischen Korrekturen um eine eichinvariante Untermenge, so daß sie getrennt von den nicht-photonischen Korrekturen behandelt werden können ohne die Renormierbarkeit der theoretischen Vorhersage (siehe auch Kapitel 2) zu verletzen. Eine klare Definition der photonischen Korrekturen und der nicht-photonischen Korrekturen läßt sich wie folgt formulieren:

- Die Beiträge der Diagramme die man erhält, wenn man zu den Diagrammen der niedrigsten Ordnung ein oder mehrere reelle oder virtuelle Photonen hinzufügt, bezeichnet man als photonische Korrekturen. Konsequenterweise bestehen die nicht-photonischen Korrekturen aus den Beiträgen aller restlichen Diagramme höherer Ordnung, die nicht bereits in den photonischen Korrekturen enthalten sind.

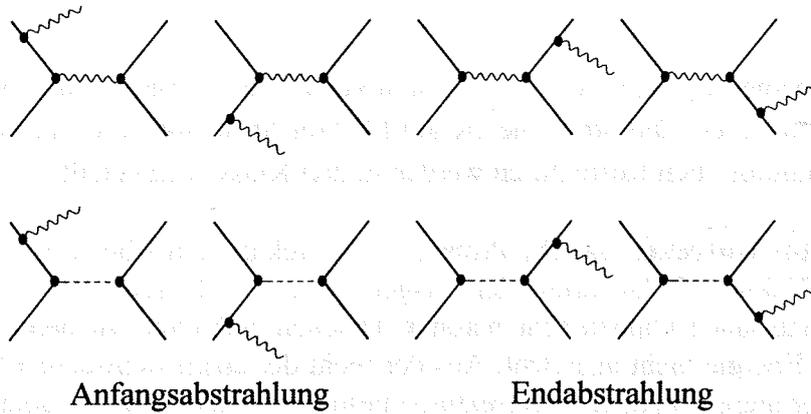
Welche der obengenannten Diagramme der höheren Ordnung dann tatsächlich berücksichtigt werden müssen, hängt sehr stark davon ab, ob diese Diagramme bereits im Renormier-Vorgang (siehe Kapitel 2) eingeschlossen sind oder nicht. So sind die Prozesse in Abb. 4.2 bereits durch Verwendung physikalischer Massen bei der *Renormierung auf der Massenschale* (engl. on-shell renormalization) berücksichtigt.



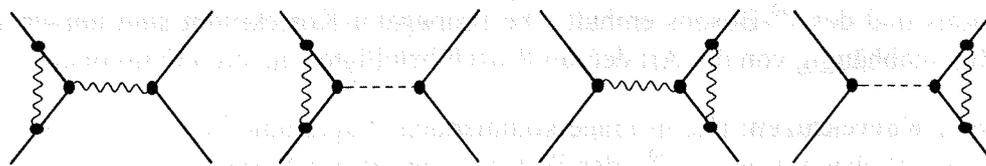
**Abbildung 4.2:** Diagramme zur Selbstenergie-Korrektur der äußeren Fermionen. Die entsprechenden Diagramme für das Higgs-Boson sind bei Elektronen vernachlässigbar, da die Kopplung an das Higgs-Teilchen proportional zu den Massen der beteiligten Fermionen ist.

Die Diagramme der photonischen Korrekturen, die nach der Renormierung übrigbleiben, sind in Abb. 4.3 für den s-Kanal-Prozeß<sup>1</sup> in der ersten über der niedrigsten Ordnung dargestellt.

Die Abbildung zeigt zwei Hauptgruppen von Feynman-Diagrammen, die photonische Korrekturen darstellen. Gruppe (a) zeigt Korrekturen mit reellen Photonen, unterteilt in Anfangs- und Endabstrahlung. Gruppe (b) zeigt Korrekturen mit virtuellen Photonen, unterteilt in virtuelle Photonen zwischen eingehenden und ausgehenden Fermionen sowie virtuelle Photonen zwischen eingehenden und ausgehenden Fermionen.

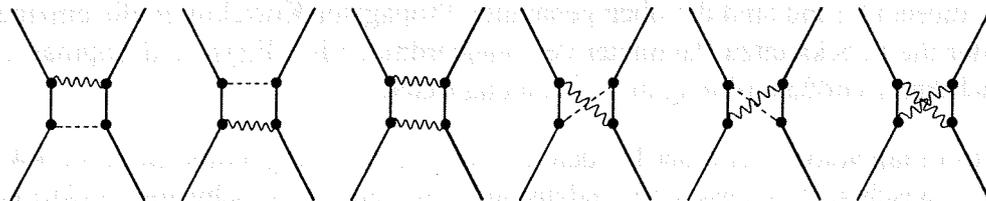


(a)



Virtuelles Photon zwischen eingehenden Fermionen.

Virtuelles Photon zwischen ausgehenden Fermionen.



Virtuelles Photon zwischen eingehenden und ausgehenden Fermionen.

(b)

**Abbildung 4.3:** Photonische Korrekturen, verursacht durch ein zusätzliches reelles (a) oder virtuelles (b) Photon.

Sehr wichtig ist auch die Tatsache, daß die QED-Korrekturen unabhängig von dem eigentlichen Streuprozess sind und daher gleichermaßen bei Standardmodell-Diagrammen als auch

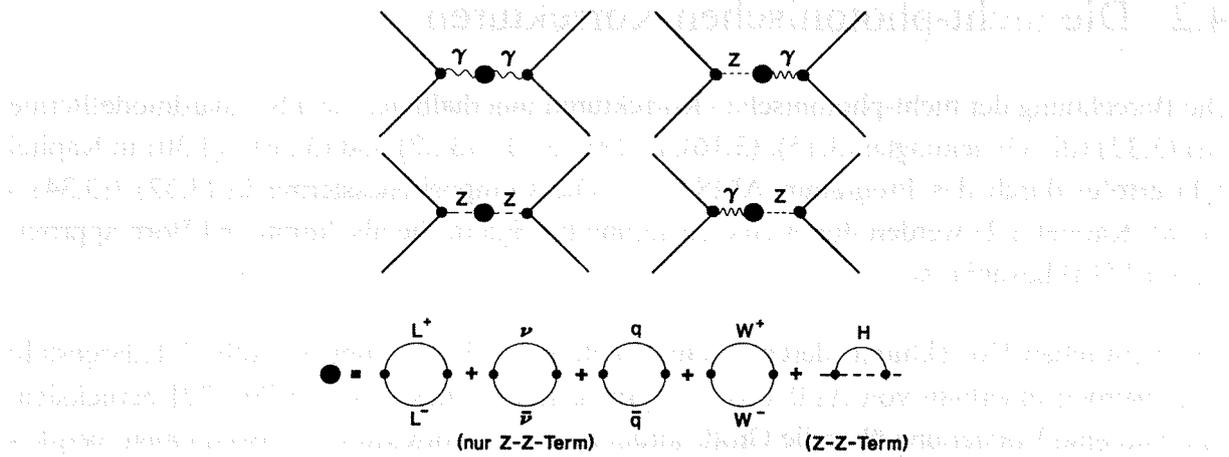
<sup>1</sup> In der Bhabha-Streuung müssen zusätzlich die entsprechenden Diagramme im t-Kanal berücksichtigt werden.

Compositeness-Diagrammen auftreten. Bei den nicht-photonischen oder schwachen Korrekturen ist dies größtenteils nicht der Fall, da sie sich weitgehend auf die Propagatoren und damit auf die Natur der jeweiligen Wechselwirkung konzentrieren. Abb. 4.4 zeigt die schwachen Korrekturen<sup>1</sup> für den s-Kanal-Prozeß, die zur ersten über der niedrigsten Ordnung beitragen.

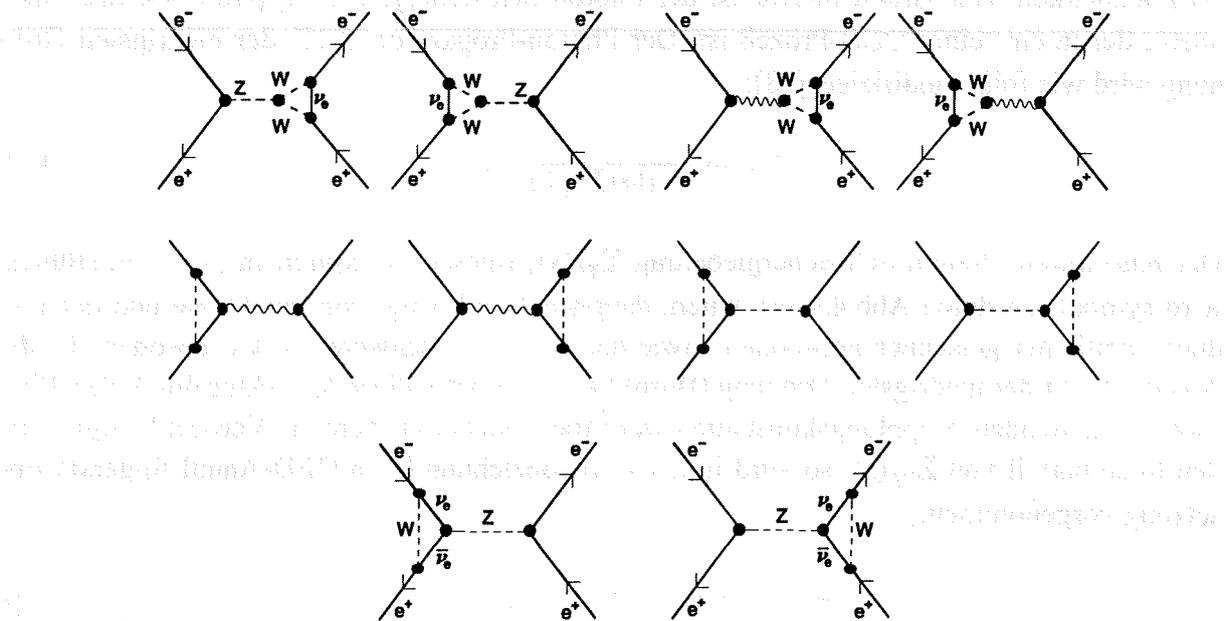
Zunächst ist zu bemerken, daß diese Korrekturen keine Bremsstrahlung durch reelle schwere Vektorbosonen enthalten. Die Strahlenergie am LEP reicht für solche Prozesse zur Zeit nicht aus. Die nicht-photonischen Korrekturen werden in drei Klassen eingeteilt:

- **Propagator-Korrekturen:** Die Propagator-Korrekturen in Abb. 4.4 (a) sind Diagramme mit Vakuum-Polarisation der ausgetauschten Vektorbosonen. Diese virtuellen Zwischenzustände können sehr massive Teilchen enthalten, für deren direkte Erzeugung die Energie nicht ausreicht. Aus der Sicht der elektroschwachen Physik bei LEP sind daher diese Propagator-Korrekturen besonders interessant. So geht auch die Masse des Higgs-Bosons und die Masse des Top-Quarks, die bisher noch nicht direkt gemessen werden konnten, in die Berechnung dieser Korrekturen ein. Bereits in der Einschleifen-Ordnung erhält man neben den Selbstenergiekorrekturen an den Photon- und den  $Z^0$ -Propagator einen Mischpropagator (Abb. 4.4 (a), rechts), der Anteile des Photons und des  $Z^0$ -Bosons enthält. Die Propagator-Korrekturen sind universal d. h., völlig unabhängig von der Art der am Prozeß beteiligten äußeren Fermionen.
- **Vertex-Korrekturen:** Die in Frage kommenden Diagramme in Abb. 4.4 (b) enthalten ein zusätzliches virtuelles  $Z^0$  oder W-Bosonenpaar am Vertex. Im Gegensatz zu den Propagator-Korrekturen, sind die Vertex-Korrekturen nicht universal und hängen damit von der Art der beteiligten Fermionen ab. Entsprechende Diagramme mit dem Higgs-Boson können bei leichten Fermionen wie dem Elektron vernachlässigt werden. Aus diesem Grund sind die oben genannten Propagator-Korrekturen die einzige Stelle, an der die unbekannt Parameter des Standardmodells (Higgs- und Topmasse) in beobachtbarer Größenordnung in Erscheinung treten.
- **Kastendiagramme:** Hierbei handelt es sich um die Diagramme in Abb. 4.4 (c) mit zwei zwischen Anfangs- und Endzustand ausgetauschten schweren Vektorbosonen. Bei den hier untersuchten Schwerpunktenenergien bleibt der Beitrag dieser nicht-resonanten Prozesse mit maximal etwa 0.1 % allerdings sehr gering.

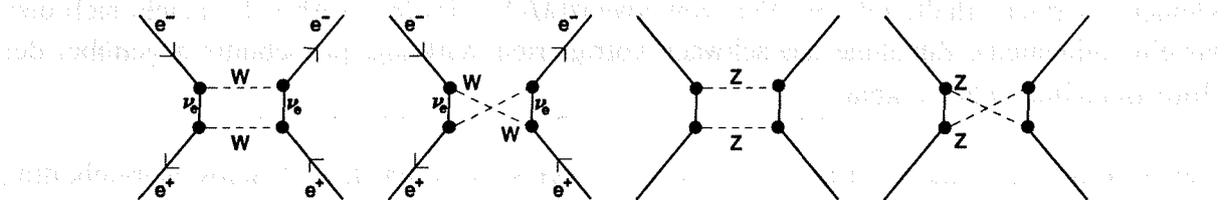
<sup>1</sup> Diese Bezeichnung ist nicht ganz korrekt, da auch die Selbstenergiekorrekturen des Photons zu den "schwachen Korrekturen" zählen, obwohl es sich hierbei um einen reinen QED-Effekt handelt.



(a)



(b)



(c)

**Abbildung 4.4:** Die schwachen Korrekturen in 1. Ordnung für den s-Kanal-Prozess. Die einzelnen Diagramme zeigen die Propagator-Korrekturen (a), die Vertex-Korrekturen (b) und die sog. Kastendiagramme (c).

## 4.2 Die nicht-photonischen Korrekturen

Die Berechnung der nicht-photonischen Korrekturen innerhalb der zehn Standardmodellterme aus (3.32) (die Gleichungen (3.15), (3.16), (3.19), (3.21), (3.22) und (3.26) - (3.30) in Kapitel 3.1) erfolgt durch das Programm ALISTAR<sup>1</sup>. Die Compositenessterme in (3.32) ((3.34) - (3.38), Kapitel 3.2) werden durch eine Näherung korrigiert, die als "Improved Born approximation" [18] bekannt ist.

Die schwachen Korrekturen, deren s-Kanal-Beiträge in 1. Ordnung in Abb. 4.4 dargestellt sind, werden innerhalb von ALISTAR entsprechend der Diskussion in [36, 37] berücksichtigt. Um eine Vorstellung über die Größenordnung dieser Korrekturen zu bekommen, vergleiche man die Kurven "Born" und "Weak" in Abb. 4.5. Hier ist zu erkennen, daß sich die schwachen Korrekturen auch im QED-dominierten Vorwärtsbereich (untere Grafik) relativ stark auswirken. Der Grund hierfür ist der Photon-Selbstenergiebeitrag (Abb. 4.4 (a), links oben), der ja ein reiner QED-Prozeß ist. Der Photon-Propagator (3.10) der niedrigsten Ordnung wird wie folgt modifiziert [18]:

$$1/s \rightarrow \frac{1}{1+(1/s)\Sigma_{\gamma\gamma}(s)} \cdot 1/s \quad (4.2)$$

Der renormierte Photon-Selbstenergiebeitrag  $\Sigma_{\gamma\gamma}(s)$ , (dieser ist explizit in [18] aufgeführt), wird symbolisch durch Abb.4.4 (a), unten, dargestellt und hängt von der Masse und der Ladung sämtlicher geladener Fermionen sowie der geladenen schweren Vektorbosonen  $W^\pm$  ab. Aus der Sicht der niedrigsten Ordnung (Born) kann alternativ diese Korrektur durch den Einsatz der laufenden Kopplungskonstanten  $\alpha(q^2)$  berücksichtigt werden. Vernachlässigt man den Imaginärteil von  $\Sigma_{\gamma\gamma}(s)$ , so wird in der Born-Beziehung beim QED-Anteil folgende Ersetzung vorgenommen.

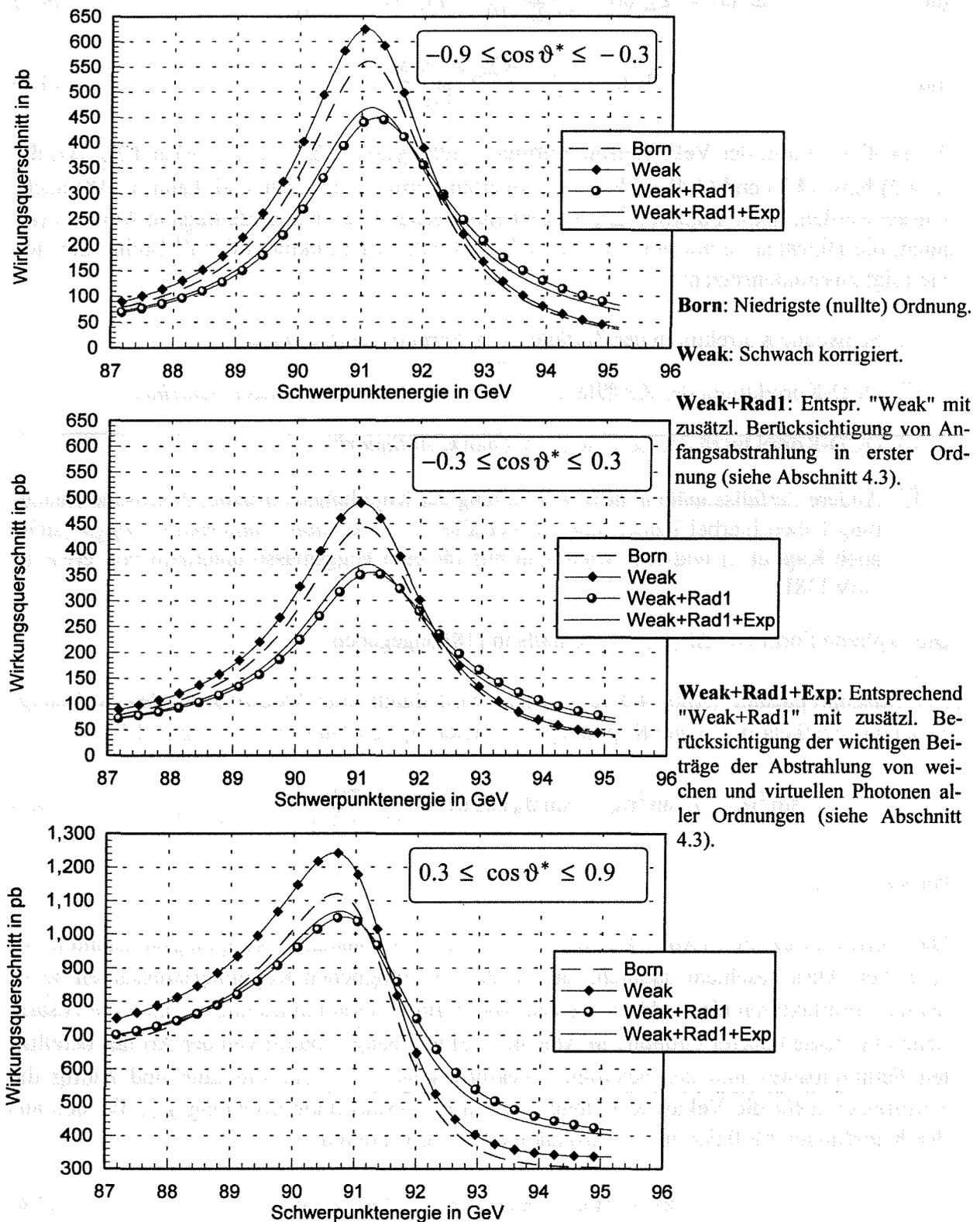
$$\alpha_0 \rightarrow \alpha(s) = \frac{\alpha_0}{1+(1/s)\Re \Sigma_{\gamma\gamma}(s)} \quad (4.3)$$

Das renormierte  $\alpha$  vergrößert sich bei LEP-Energien um einen Faktor von etwa 1.064 gegenüber dem Wert  $\alpha_0 \cong 1/137$ , den man beispielsweise aus der Thomson-Streuung, also bei kleinen Energien erhält, auf den Wert von etwa  $\alpha(M_Z^2) \cong 1/128$ . In Abb. 4.5 macht sich dies als eine allgemeine Zunahme des schwach korrigierten Wirkungsquerschnitts gegenüber der Born-Berechnung bemerkbar.

Der  $Z^0$ -Propagator der niedrigsten Ordnung ändert sich durch den  $Z^0$ -Selbstenergiebeitrag (Abb. 4.4 (a), links unten) in

$$\frac{1}{s-M_Z^2+iM_Z\Gamma_Z^0} \rightarrow \frac{1}{s-M_Z^2+\Sigma_Z(s)} \cong \frac{1}{1+\Pi_Z(M_Z^2)} \cdot \frac{1}{s-M_Z^2+i\left(\frac{s}{M_Z^2}\right)\Gamma_Z(M_Z^2)} \quad (4.4)$$

<sup>1</sup> ALISTAR ist eine Erweiterung des Programms ALIBABA [24].



**Abbildung 4.5:** Die Auswirkungen (ALISTAR-Berechnung) verschiedenen Aufwands bezüglich der Strahlungskorrekturen auf den Bhabha-Wirkungsquerschnitt im Rückwärts- (oberes Bild), Zentral- (mittleres Bild) und Vorwärtsbereich (unteres Bild). Die Schnitte in  $\cos \vartheta^*$  (Gleichung (4.21)) sind jeweils angegeben.

mit 
$$\Sigma_z(s) = \Sigma_{zz}(s) - \frac{(\Sigma_{\gamma z}(s))^2}{s + \Sigma_{\gamma\gamma}(s)}, \quad \Pi_z(s) = \frac{\Re \Sigma_z(s)}{s - M_z^2} \quad (4.5)$$

und 
$$\Gamma_z(s) = \frac{1}{M_z} \cdot \frac{\text{Im} \Sigma_z(s) + M_z \Delta\Gamma_z(s)}{1 + \Pi_z(s)} \quad (4.6)$$

Die explizite Form der Vektorboson-Selbstenergiefunktionen  $\Sigma_{zz}(s)$ ,  $\Sigma_{\gamma z}(s)$  und  $\Sigma_{\gamma\gamma}(s)$ , die in (4.2) bzw. (4.3) und (4.4) in ihrer renormierten Form einzusetzen sind, kann in [18] nachgelesen werden. In die Funktion  $\Sigma_{zz}(s)$  geht entsprechend des letzten Beitrags in Abb. 4.4 (a), unten, die Higgsmasse mit ein. Der Term  $\Delta\Gamma_z(s)$  enthält Korrekturen der  $Z^0$ -Breite, die sich wie folgt zusammensetzen:

- Schwache Korrekturen der Zerfälle  $Z \rightarrow \text{Fermion}, \text{Antifermion}$
- QED-Korrekturen der Zerfälle  $Z \rightarrow \text{Fermion}, \text{Antifermion}$  außer *Neutrinos*
- QCD-Korrekturen der Zerfälle  $Z \rightarrow \text{Quark}, \text{Antiquark}$
- Andere Zerfallskanäle in höherer Ordnung der Kopplungskonstante. Praktische Bedeutung haben hierbei jedoch nur die Zerfälle  $Z \rightarrow \text{Fermion}, \text{Antifermion}, \text{Higgs}$  (siehe auch Kapitel 2) und dies wiederum nur für eine Higgsmasse unterhalb von etwa 10 GeV [38].

Die explizite Form von  $\Delta\Gamma_z(s)$  ist ebenfalls in [18] angegeben.

Der Mischpropagator (Abb. 4.4 (a), rechts) wird durch eine Modifikation des Weinberg-Mischungswinkels  $\vartheta_w$  in den Kopplungskonstanten  $g_L, g_R$  (siehe Gleichung (3.17)) gemäß

$$\sin^2 \vartheta_w \rightarrow \sin^2 \vartheta_w - \sin \vartheta_w \cos \vartheta_w \Re \frac{(1/s) \Sigma_{\gamma z}(s)}{1 + (1/s) \Sigma_{\gamma\gamma}(s)} = \sin^2 \vartheta_w(s) \quad (4.7)$$

berücksichtigt.

Die Vertexkorrekturen (Abb. 4.4 (b)) werden durch s-abhängige Kopplungskonstanten beschrieben. Dies geschieht dadurch, daß zu den ursprünglichen Kopplungskonstanten sogenannte Formfaktoren hinzuaddiert werden. Die Formfaktoren repräsentieren dann die zusätzlichen Prozesse höherer Ordnung in Abb. 4.4 (b) und hängen damit von der Art des beteiligten Fermionpaares und des beteiligten Vektorbosons ab. In der Literatur sind häufig die Formfaktoren für die Vektor-Kopplung  $g_V$  und die Axialvektor-Kopplung  $g_A$ , die sich aus den Kopplungen für links- und rechtshändige Fermionen durch

$$g_V = \frac{1}{2}(g_L + g_R), \quad g_A = \frac{1}{2}(g_L - g_R) \quad (4.8)$$

berechnen lassen, angegeben. Wenn  $f$  die Art des beteiligten Fermionpaares bezeichnet, so ersetzt man beim  $Z^0$ -Austausch die Kopplungskonstanten der niedrigsten Ordnung durch

$$g_V^f \rightarrow g_V^f + e \cdot F_V^{Zf}(s), \quad g_A^f \rightarrow g_A^f + e \cdot F_A^{Zf}(s) \quad (4.9)$$

und beim Photon-Austausch durch

$$g_V^f = Q_f \cdot e \rightarrow Q_f \cdot e + e \cdot F_V^f(s), \quad g_A^f = 0 \rightarrow 0 + e \cdot F_A^f(s) \quad (4.10)$$

Die genaue Beschreibung dieser Formfaktoren kann wiederum in [18] nachgelesen werden. Insgesamt liegen die Größenordnungen dieser Vertexkorrekturen bei etwa einem Prozent und sind damit wesentlich kleiner als die Propagatorkorrekturen.

Die Kastendiagramme (Abb. 4.4 (c)) tragen aufgrund ihrer nichtresonanten Eigenschaften bei Energien in der Nähe der  $Z^0$ -Resonanz nur sehr wenig zum Wirkungsquerschnitt bei. Die explizite Gestalt dieser Korrekturen ist ebenfalls in [18] beschrieben. Die Größenordnung im betrachteten Energiebereich ist kleiner als 0.1 %.

Für den Eichsektor der Standardmodell-Vorhersage in niedrigster Ordnung werden drei unabhängige Parameter benötigt. Die Wahl dieser drei Parameter<sup>1</sup> ist im Prinzip unerheblich, man wird jedoch bevorzugt solche Größen benutzen, die physikalisch meßbar sind<sup>2</sup>. Die in Kapitel 3 verwendeten Parameter sind die Größen  $\alpha$ ,  $M_Z$  und  $\sin^2 \vartheta_w$ . Die  $Z^0$ -Breite ist keine unabhängige Größe der elektroschwachen Wechselwirkung sondern lediglich eine Folge der begrenzten Lebensdauer des  $Z^0$ -Bosons. Diese begrenzte Lebensdauer ist wiederum eine Folge der elektroschwachen Wechselwirkung. Die  $Z^0$ -Breite kann daher aus den oben genannten drei Parametern berechnet werden. Beispielsweise wird die Partialbreite für den Prozeß  $Z^0 \rightarrow \text{Lepton}, \text{Antilepton}$  in niedrigster Ordnung durch

$$\Gamma_{Z \rightarrow l\bar{l}} = \frac{1}{6} M_Z \left[ \left( g_L^l \right)^2 + \left( g_R^l \right)^2 \right] \quad (4.11)$$

beschrieben, wobei  $g_L^l$  und  $g_R^l$  durch (2.17) und (2.16) gegeben sind. In ALISTAR wird die korrigierte  $Z^0$ -Breite mit Hilfe der Beziehung (4.6) berechnet.

Während die Größen  $\alpha$  und  $M_Z$  empirisch ermittelt wurden, ist der Wert  $\sin^2 \vartheta_w$  nicht direkt meßbar. In niedrigster Ordnung kann die Beziehung

$$\sin^2 \vartheta_w = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4\pi\alpha}{M_Z^2 \sqrt{2} G_\mu}} \right) \quad (4.12)$$

verwendet werden, um aus der im Myon-Zerfall mit hoher Präzision gemessenen Fermikonstante  $G_\mu$  die Größe  $\sin^2 \vartheta_w$  zu erhalten. Der aus (4.12) ermittelte Wert für  $\sin^2 \vartheta_w$  soll bei Energien um die  $Z^0$ -Resonanz eingesetzt werden. Da die Fermikonstante jedoch bei sehr kleinen Energien gemessen wurde, muß eine Korrektur der Beziehung (4.12), verursacht durch Prozesse höherer Ordnung, angebracht werden. In ALISTAR wird daher die Beziehung

<sup>1</sup> Man bezeichnet diese drei Parameter oft als Renormierungs-Schema (engl. renormalization scheme).

<sup>2</sup> Die Verwendung physikalischer Größen wird "Renormierung auf der Massenschale" (engl. on-shell scheme) bezeichnet.

$$\sin^2 \vartheta_w = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4\pi\alpha}{M_Z^2 \sqrt{2} G_\mu (1-\Delta r)}} \right) \quad (4.13)$$

mit

$$\Delta r = \frac{\Sigma_{ww}(0)}{M_w^2} + \frac{\alpha}{4\pi \sin^2 \vartheta_w} \cdot \left( 6 + \frac{7-4 \sin^2 \vartheta_w}{2 \sin^2 \vartheta_w} \ln \left( 1 - \sin^2 \vartheta_w \right) \right) \quad (4.14)$$

verwendet. Über die renormierte W-Boson-Selbstenergiefunktion  $\Sigma_{ww}(s)$  (siehe z. B. [18] S: 20) gehen sämtliche Parameter des Standardmodells und damit auch die Masse des Higgs-Bosons sowie die Masse des Top-Quarks in den Ausdruck (4.13) ein. Die Masse des W-Bosons ergibt sich aus der Gleichung

$$M_w = \sqrt{M_Z^2 \left( 1 - \sin^2 \vartheta_w \right)} \quad (4.15)$$

die im On-Shell-Renormierungsschema auch in höherer Ordnung gültig bleibt. Das Vorgehen in ALISTAR ist nun wie folgt:

Es wird zunächst ein Startwert für  $\sin^2 \vartheta_w$ , z. B. 0.231, festgelegt. Nun erfolgt im ersten Schritt die Berechnung der W-Masse mit Hilfe von (4.15). Der zweite Schritt ermittelt die Größe  $\Delta r$  nach (4.14). Schließlich wird im letzten Schritt der Wert  $\sin^2 \vartheta_w$  nach Gleichung (4.13) berechnet. Jetzt erfolgt ein Sprung zurück zum 1. Schritt und die Masse des W-Bosons wird erneut mit dem aktuellen Wert für  $\sin^2 \vartheta_w$  berechnet. Die so erhaltene neue W-Masse wird mit dem alten Wert verglichen und auf die Bedingung

$$\text{abs} \left( \frac{M_w^{\text{alt}} - M_w^{\text{neu}}}{M_w^{\text{neu}}} \right) \leq \varepsilon \quad (4.16)$$

überprüft (im konkreten Fall ist  $\varepsilon = 10^{-6}$ ). Falls die Bedingung (4.16) erfüllt ist, gilt die Berechnung von  $\sin^2 \vartheta_w$  bzw.  $M_w$  als erfolgreich abgeschlossen. Ist (4.16) jedoch nicht erfüllt, so wird die Prozedur mit dem 2. Schritt unter Verwendung der neuen W-Masse fortgesetzt und am Ende erneut auf die Bedingung (4.16) geprüft. Es wird verlangt, daß innerhalb einer maximalen Zahl von Wiederholungen (im konkreten Fall sind dies maximal 20 Iterationsschritte) die Konvergenz von (4.16) erreicht wird, andernfalls wird mit einer Fehlermeldung abgebrochen. Da die Analyse für fünf verschiedene Konstellationen der Parameter  $M_Z$ ,  $M_{\text{Higgs}}$  und  $M_{\text{top}}$  wiederholt wurde (siehe Tab. 6.2 S: 109), ergaben sich aus der ALISTAR-Berechnung fünf verschiedene Werte für  $M_w$  und  $\sin^2 \vartheta_w$ . Sie betragen für  $\sin^2 \vartheta_w$  zwischen 0.222 und 0.231, woraus sich entsprechend (4.15) für  $M_w$ , Werte zwischen 79.94 GeV und 80.43 GeV ergaben.

Somit wird der Eichsektor der Standardmodell-Vorhersage in niedrigster Ordnung durch die folgenden unabhängigen Parameter festgelegt.

- Die Feinstrukturkonstante  $\alpha$  (gemessen in der Thomson-Streuung).
- Die Fermikonstante  $G_\mu$  (gemessen im Myon-Zerfall).

- Die Masse des  $Z^0$ -Bosons  $M_Z$  (gemessen bei den LEP-Experimenten ALEPH<sup>1</sup>, DELPHI, L3 und OPAL [17]).

In höherer Ordnung gehen zusätzlich

- sämtliche Fermionmassen und damit auch die Masse des Top-Quarks,
- die Masse des Higgs-Bosons und
- die Kopplungskonstante der QCD  $\alpha_s$  (QCD-Korrekturen der  $Z^0$ -Breite)

in die Berechnung ein.

Für die schwache Korrektur der Compositeness-Standardmodell-Interferenzterme (3.35) - (3.38) verwenden wir das Konzept der "verbesserten Born-Näherung" (Improved Born approximation) [18]. Um die Korrektur des Photon-Propagators durch Vakuum-Polarisation durchzuführen (Gleichung 4.2), ersetzen wir im Term (3.35) die Größe  $\alpha$  durch die laufende Kopplungskonstante  $\alpha(s)$  an der Stelle  $s = M_Z^2$ .

$$\alpha = \alpha(0) \rightarrow \alpha(M_Z^2) = \frac{\alpha}{1-\Delta\alpha} = 1.064\alpha \cong 1/128 \quad (4.17)$$

Wir tun dies ausdrücklich nicht für den t-Kanal-Term (3.37). Da dieser nur bei kleinen Beträgen des Impulsübertrags ( $t \rightarrow 0$ ) wesentlich zum Wirkungsquerschnitt beiträgt, verwenden wir hier den ursprünglichen Wert  $\alpha(0) \cong 1/137$ .

Die Korrektur des  $Z^0$ -Propagators (4.4) erfolgt durch die Näherung

$$\frac{1}{1 + \Pi_Z(M_Z^2)} = \rho = \frac{1}{1-\Delta\rho}, \quad \Delta\rho \cong 3 \frac{G_\mu m_t^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \quad (4.18)$$

In Gleichung (3.36) wird beim  $Z^0$ -Propagator somit folgende Ersetzung vorgenommen:

$$\frac{1}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z} \rightarrow \frac{\rho}{s - M_Z^2 + i (s/M_Z^2) M_Z \Gamma_Z} \quad (4.19)$$

Die Multiplikation der  $Z^0$ -Breite mit dem Faktor  $(s/M_Z^2)$  berücksichtigt hierbei deren starke s-Abhängigkeit in der Nähe der Resonanz.

Schließlich werden wegen des Photon- $Z^0$ -Mischpropagators die Kopplungskonstanten  $g_L, g_R$  im Term (3.36) modifiziert. Hierzu wird in (3.17) der Weinbergwinkel durch den Wert

$$\overline{\sin^2 \vartheta_w} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4\pi\alpha}{M_Z^2 \sqrt{2} G_\mu \rho (1-\Delta\alpha)}} \right) \quad (4.20)$$

ersetzt. Für den  $Z^0$ -Austauschprozeß (3.38) sind schwache Korrekturen nicht notwendig, da er ohnehin gegenüber den anderen Compositenesstermen vernachlässigbar klein ist.

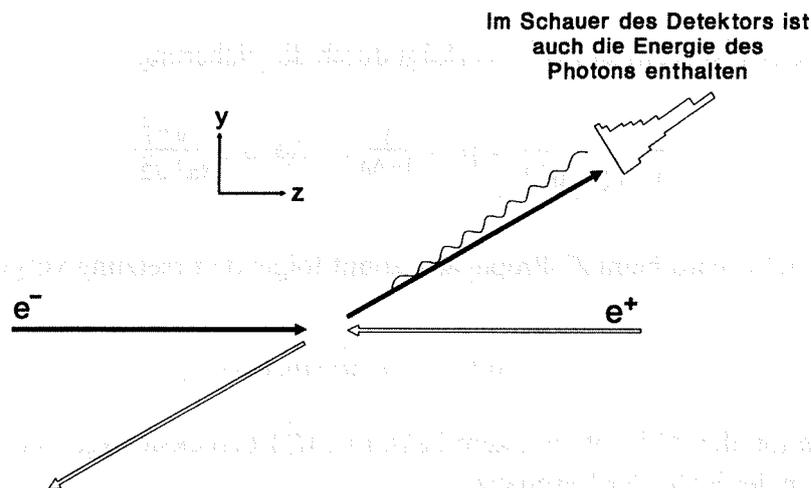
<sup>1</sup> Die Z-Masse wurde im wesentlichen aus hadronischen  $Z^0$ -Zerfällen ermittelt.

### 4.3 Die photonischen Korrekturen

Die photonischen- oder QED-Korrekturen sind zweifelsfrei der Bereich, der quantitativ am stärksten ins Gewicht fällt. Sie sind von ihrer Physik her nicht besonders interessant, da sie sich ja vollständig durch die sehr gut bekannte Quantenelektrodynamik (QED) beschreiben lassen. Wegen ihrer Größe ist es jedoch erforderlich, diesen Korrekturen eine hohe Aufmerksamkeit zu schenken. Andernfalls könnten neue physikalische Phänomene, die ja mit hoher Wahrscheinlichkeit nur sehr schwach in Erscheinung treten, von den QED-Prozessen höherer Ordnung verdeckt werden.

#### 4.3.1 Abstrahlung der ein- und auslaufenden Elektronen

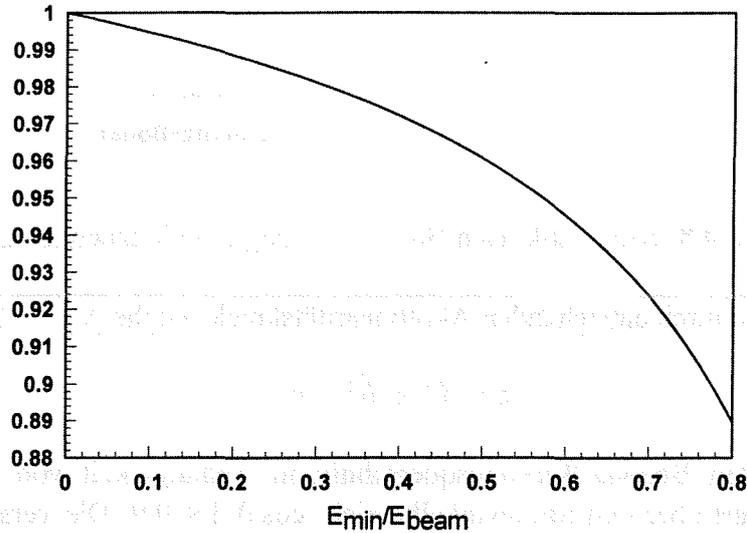
Wie bereits erwähnt, hängen die QED-Korrekturen sehr stark von den Bedingungen (Schnitten) ab, die man an die Kinematik der ausgehenden Teilchen stellt. So sind die Schnitte in unserer Selektion (siehe Kapitel 5.2) so gewählt, daß sich Bremsstrahlung der ausgehenden Teilchen (die vier rechten Diagramme von Abb. 4.3 (a)) kaum auf den erwarteten Wirkungsquerschnitt auswirkt. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Endabstrahlung auf die Kinematik der Teilchen zum Zeitpunkt der eigentlich interessierenden Wechselwirkung, die ja vor der Abstrahlung stattfindet, keinen Einfluß hat (Abb. 4.6).



**Abbildung 4.6:** Verhältnisse bei der Endzustandsabstrahlung. Die vom Elektron und vom abgestrahlten Photon verursachten Detektorsignaturen werden in den meisten Fällen nicht getrennt aufgelöst.

Setzt man jedoch scharfe Schnitte, beispielweise eine hohe Mindestenergie, an die auslaufenden Teilchen, so scheiden jene Ereignisse, bei denen diese Grenze unterschritten wird, aus den Betrachtungen aus, und der Wirkungsquerschnitt nimmt ab. In Abb. 4.7 ist der Bhabha-Wirkungsquerschnitt mit Endabstrahlung in der 1. Ordnung, normiert auf den Born-Anteil, in Abhängigkeit vom Schnitt auf die Mindestenergie der auslaufenden Leptonen dargestellt. Da

die Abstrahlung des Photons zumeist kollinear zur Richtung des abstrahlenden Teilchens stattfindet, wird jedoch die Energie des Photons im Detektor automatisch mit berücksichtigt (Abb. 4.6). In der hier vorgenommenen Selektion werden sogar Ereignisse, in denen die Signatur des Photons und des Leptons als zwei getrennte Schauer rekonstruiert werden, in den meisten Fällen als Bhabha-Ereignisse erkannt (siehe Kapitel 5.2). Insgesamt spielt damit die Endabstrahlung bei den hier vorgenommenen Schnitten praktisch keine Rolle.

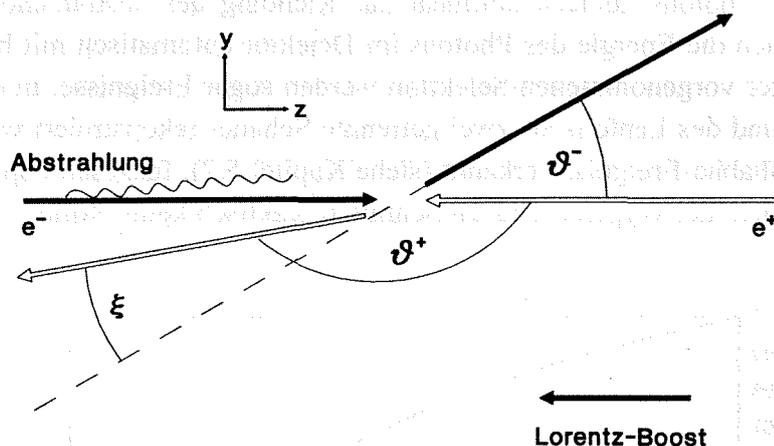


**Abbildung 4.7:** Bhabha-Wirkungsquerschnitt mit Endabstrahlung normiert auf den Born-Anteil (ALISTAR-Berechnung) in Abhängigkeit vom Schnitt auf die Mindestenergie der beiden auslaufenden Teilchen.

Bei den vier Diagrammen von Abb. 4.3 (a), die die Anfangsabstrahlung darstellen, sieht es jedoch völlig anders aus. Da dieser Prozeß *vor* der eigentlich interessierenden Wechselwirkung stattfindet, sind die Auswirkungen auf den Wirkungsquerschnitt sehr viel größer. Die Energie, die dem eigentlichen Streuprozeß zur Verfügung steht, ist um den durch Abstrahlung verlorengegangenen Betrag reduziert. Außerdem sind nach der Bremsstrahlung im Anfangszustand Laborsystem und Schwerpunktsystem nicht mehr identisch. Die Richtung des abgestrahlten Photons ist mit der Richtung des Fermions, welches die Abstrahlung erfahren hat, in den allermeisten Fällen nahezu identisch (kollineare Abstrahlung). Die relative Bewegung zwischen Laborsystem und Schwerpunktsystem (Lorentz-Boost) erfolgt so meist in Richtung der Strahlachse. In diesem Fall kann anhand der Streuwinkel der beiden auslaufenden Teilchen  $\vartheta^+$  und  $\vartheta^-$  (Abb. 4.8) auf den Streuwinkel im Schwerpunktsystem  $\vartheta^*$  zurückgerechnet werden. Es gilt

$$\cos \vartheta^* = \frac{\cos \frac{1}{2}(\vartheta^- + \pi - \vartheta^+)}{\cos \frac{1}{2}(\vartheta^- - \pi + \vartheta^+)} \quad (4.21)$$

Abb. 4.8 zeigt die kinematischen Verhältnisse, nachdem das einlaufende Elektron ein Bremsstrahlungsphoton emittiert hat.



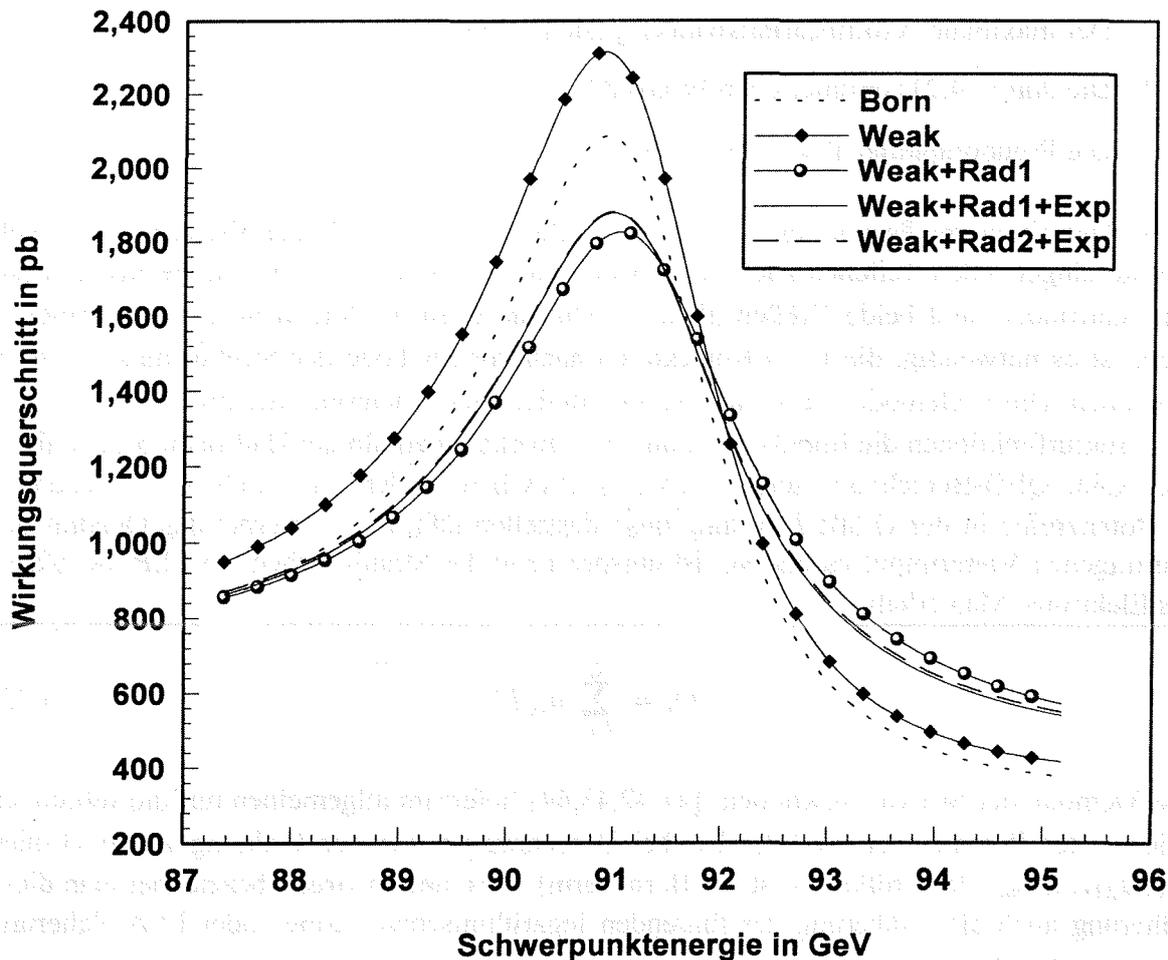
**Abbildung 4.8:** Kinematik nach Bremsstrahlung des eingehenden Elektrons

Der Winkel des dadurch entstehenden Akollinearitätsknicks (siehe Abb. 4.8) beträgt

$$\xi = \vartheta^- + \vartheta^+ - \pi \quad (4.22)$$

Abb. 4.9 zeigt den Bhabha-Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie, integriert über den Streuwinkelbereich  $|\cos \vartheta^*| \leq 0.9$ . Die verschiedenen Kurven wurden mit unterschiedlichem Aufwand bezüglich der Strahlungskorrekturen mit Hilfe des Programms ALISTAR berechnet. Die mit "Weak+Rad1" bezeichnete Kurve zeigt den Einfluß der Anfangsabstrahlung in der ersten Ordnung auf die Kurve des schwach korrigierten Wirkungsquerschnitts "Weak". In Folge des durch die Bremsstrahlung bedingten Energieverlustes, findet die eigentliche Wechselwirkung bei reduzierten Energien statt. Dies bewirkt, daß der Wirkungsquerschnitt bei Energien unterhalb der Resonanz abgesenkt wird, während bei Energien oberhalb der Resonanz die Anfangsabstrahlung den Wirkungsquerschnitt vergrößert. Der Einfluß der Korrekturen durch Anfangsabstrahlung hängt somit entscheidend davon ab, ob der Wirkungsquerschnitt im betrachteten Bereich stark mit der Energie variiert. Da dies bei Energien um die  $Z^0$ -Resonanz der Fall ist, beobachtet man den in Abb. 4.9 gezeigten starken Einfluß der Abstrahlung im Anfangszustand.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die photonischen Korrekturen im hier untersuchten Energiebereich eine sehr wichtige Rolle spielen. Insbesondere muß bei der geforderten Genauigkeit die für die eingehenden Teilchen mehrfache Abstrahlung sehr weicher Photonen berücksichtigt werden. Im folgenden Abschnitt wird erläutert, wie diese Korrekturen mit Hilfe des Programms ALISTAR verwirklicht werden.



**Abbildung 4.9:** Bhabha-Wirkungsquerschnitt integriert über den Bereich  $|\cos \vartheta^*| < 0.9$ . Die mit ALISTAR berechneten Kurven unterscheiden sich durch unterschiedliche Berücksichtigung von Prozessen höherer Ordnung (Strahlungskorrekturen).

### 4.3.2 Berechnung der photonischen Korrekturen mit ALISTAR

Das Programm ALISTAR erlaubt nach Aussage der Autoren die Berechnung der Standardmodellvorhersage für Bhabha-Streuung mit einer Genauigkeit von 0.5 %. Damit wird eine Präzision erreicht, die bisher nur für reine s-Kanal-Prozesse möglich war. Der ursprüngliche Name ALIBABA [24] wurde, nachdem es möglich war, zusätzlich auf den Winkel  $\vartheta^*$  (siehe (4.21)) zu schneiden, nach ALISTAR geändert. Die Schnitte auf einzelne Größen der ausgehenden Fermionen sind mittlerweile so umfangreich, daß die experimentellen Bedingungen weitgehend nachvollzogen werden können. Im einzelnen sind Bedingungen für die folgenden Größen möglich:

- a Die Polarwinkel der beiden auslaufenden Teilchen  $\vartheta^+$  und  $\vartheta^-$  (siehe Abb. 4.8).
- b Die Mindestenergie der auslaufenden Teilchen  $E_{\min}^+$  und  $E_{\min}^-$ .

- c Der maximale Akollinearitätswinkel  $\xi$  (siehe Abb. 4.8).
- d Die durch (4.21) definierte Größe  $\cos \vartheta^*$ .
- e Die Pseudorapidität  $Y = \frac{1}{2} \left| \ln \frac{x_1}{x_2} \right|$ .

In der Definition der Pseudorapidität sind  $x_1$  und  $x_2$  die Bruchteile der Viererimpulse, welche die eingehenden Teilchen nach der Abstrahlung besitzen, d. h., falls keine Bremsstrahlung stattfindet, sind beide Größen gleich 1. Um die oben genannten Schnitte zu ermöglichen, ist es notwendig, die QED-Korrekturen nach der Methode der Strukturfunktionen zu berechnen. Diese Methode hat ihren Ursprung in der Quantenchromodynamik (QCD), in der die Strukturfunktionen die Impulsverteilung der Quarks innerhalb der Hadronen beschreiben. Die exakte QED-Berechnung zeigt, daß sich jedes Glied  $O_i$  der Potenzreihe (4.1) wiederum als Potenzreihe in der Größe  $L = \ln(q^2/m_e^2)$  darstellen läßt.  $q^2$  ist hierbei das Quadrat des übertragenen Viererimpulses und  $m_e$  ist entsprechend der Strahlteilchen am LEP die Masse des Elektrons. Man erhält

$$O_i = \sum_{k=i}^{\infty} a_{ik} L^k \quad (4.23)$$

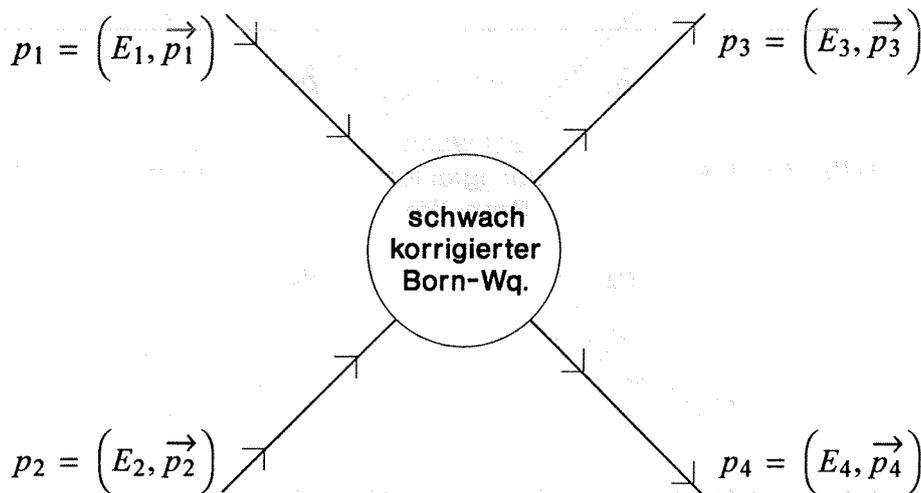
Die Methode der Strukturfunktionen [41,42,43,44] liefert im allgemeinen nur die führenden Glieder der Potenzreihen (4.23), also bei Berechnungen bis zur Ordnung  $n$  die Größen  $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$  (die Größe  $a_{00}$  ist der Born-Term). Aus diesem Grund bezeichnet man diese Näherung auch als "Näherung der führenden logarithmischen Terme" oder LLA-Näherung (engl. Leading Logarithm Approximation).

Bezüglich der harten Bremsstrahlung reicht es bei der geforderten Genauigkeit aus, bis maximal zur zweiten Ordnung zu rechnen, also bis einschließlich des Gliedes  $O_2$  in (4.1). ALISTAR ist in der Lage, daß Glied  $O_1$  vollständig zu berechnen d. h., auch den nicht-logarithmischen Term  $a_{10}$ . Sollen Berechnungen bis zur zweiten Ordnung erfolgen, so wird das Glied  $O_2$  in LLA-Näherung ermittelt, also nur das führende Glied  $a_{22}L^2$ . Bei LEP-Energien beträgt  $L \approx 24$ , der Unterschied im Bhabha-Wirkungsquerschnitt 1. Ordnung mit  $a_{10}$  und ohne  $a_{10}$  beläuft sich auf etwa 0.5 %. Daraus kann man schließen, daß der Fehler den man durch die LLA-Näherung des Gliedes  $O_2$  begeht, wesentlich kleiner als 0.5 % ist [24]. Den Unterschied zwischen der 1. und 2. Ordnung in LLA-Näherung kann man in etwa aus dem Vergleich der Kurven "Weak+Rad1+Exp" und "Weak+Rad2+Exp" in Abb. 4.9 ablesen. Die Bezeichnung "Exp" bedeutet hierbei, daß die wesentlichen Beiträge der sehr weichen und virtuellen Photonen aller Ordnungen mit Hilfe eines Exponentialansatzes berücksichtigt wurden (siehe unten). Der große Vorteil der LLA-Näherung liegt darin, daß man die bei der exakten QED-Berechnung erforderliche Aufsummierung einer im allgemeinen nicht mehr handhabbaren Zahl von Feynman-Diagrammen vermeidet. Dies zeigt sich bei den Korrekturen, die die Diagramme von Abb. 4.3 im Falle von sehr weichen Photonen verursachen. Hierbei wachsen die Beträge dieser Korrekturen so stark an, daß bei der gewünschten Genauigkeit das Abbrechen von (4.1) nach dem Glied der zweiten Ordnung nicht mehr zulässig ist. Die LLA-Näherung zeigt nun, daß die wichtigsten Teile dieser Korrekturen für weiche Photonen ein regelmäßiges Verhalten für jede zusätzliche Ordnung besitzen, so daß sie als

Glieder der Taylorentwicklung der natürlichen Exponentialfunktion interpretiert werden können. Somit ist ein Exponentialansatz und damit ein Aufsummieren dieser wichtigen Beiträge über alle Ordnungen möglich. Der Beitrag dieser Summe zum Bhabha-Wirkungsquerschnitt läßt sich durch den Vergleich der beiden Kurven "Weak+Rad1" und "Weak+Rad1+Exp" in Abb. 4.9 abschätzen.

Wenn  $p_1, p_2$  die Viererimpulse der einlaufenden Fermionen und  $p_3, p_4$  diejenigen der auslaufenden Teilchen sind (siehe Abb. 4.10), so ergibt sich das invariante Zwei-Teilchen-Phasenraum-Element der auslaufenden Teilchen zu

$$dPS_2 \equiv \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d^3 \vec{p}_3}{2E_3} \frac{d^3 \vec{p}_4}{2E_4} \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \quad (4.24)$$



**Abbildung 4.10:** Streuprozess ohne photonische Korrekturen

Die  $\delta$ -Funktion in (4.24) sorgt für Energie-Impulserhaltung, welche sich durch die Forderung

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4 \quad (4.25)$$

ausdrücken läßt. Um diesen Phasenraum durch Lorentz-invariante Größen darzustellen, führt man wieder die Mandelstam-Variablen

$$\begin{aligned} t_1 &= (p_1 - p_3)^2, & u_1 &= (p_2 - p_3)^2 \\ t_2 &= (p_2 - p_4)^2, & u_2 &= (p_1 - p_4)^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

ein. Der Zwei-Teilchen-Phasenraum (4.24) läßt sich, wenn man über die Azimutwinkel der beiden ausgehenden Teilchen  $\varphi_3$  und  $\varphi_4$  unter Berücksichtigung zylindersymmetrischer Aspekte integriert, durch die invarianten Größen (4.26) wie folgt ausdrücken:

$$dPS_2 = \frac{1}{8\pi s} dt_1 du_1 dt_2 du_2 \delta(s + t_1 + u_1) \delta(t_1 - t_2) \delta(u_1 - u_2) \quad (4.27)$$

Unter Beachtung des Fluß-Faktors<sup>1</sup>  $1/(2s)$  ergibt sich damit der multidifferentielle Born-Wirkungsquerschnitt des 2→2-Prozesses, welcher durch die Streuamplitude  $|M|^2$  repräsentiert wird, zu

$$\frac{d^4\sigma}{dt_1 du_1 dt_2 du_2} = \frac{1}{16\pi s^2} |M|^2 \delta(s + t_1 + u_1) \delta(t_1 - t_2) \delta(u_1 - u_2) \quad (4.28)$$

Die photonischen Korrekturen in LLA-Näherung werden nun berücksichtigt, indem die äußeren Impulse  $p_1, \dots, p_4$  durch Abstrahlung von Energie auf die Werte  $\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_4$  reduziert werden (siehe Abb. 4.11).

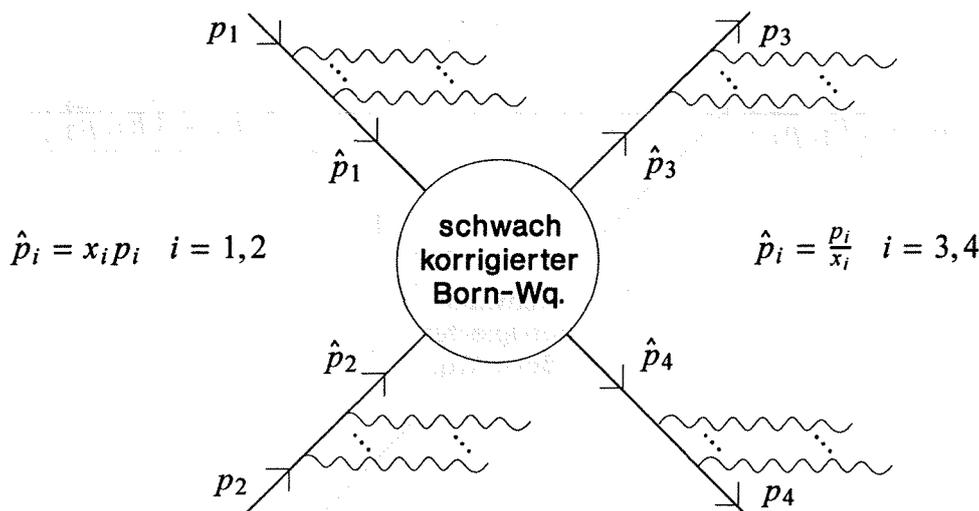


Abbildung 4.11: Streuprozess mit Abstrahlung der äußeren Fermionen

Man stellt sich hierzu das Elektron als eine Wolke, bestehend aus virtuellen und reellen Photonen und Elektronen vor. Die Wahrscheinlichkeitsdichte dafür, in dieser Wolke auf ein Elektron zu treffen, das den Bruchteil  $1 - x$  seiner Energie auf ein zuvor abgestrahltes Photon übertragen hat, ist dann in der Strukturfunktion  $\Gamma(x, q^2)$  enthalten. Diese Funktion enthält auch die Dirac'sche  $\delta(1 - x)$  um den Anteil ohne Abstrahlung (Born) zu beschreiben sowie weitere zu  $\delta(1 - x)$  proportionale Terme, die von der Emission und Absorption virtueller Photonen herrühren. Wie bereits erwähnt, wurde diese Methode der QCD entnommen, in der  $\Gamma(x, q^2)$  die Wahrscheinlichkeitsdichte beschreibt, innerhalb eines Hadrons auf ein Quark zu treffen, das den Impulsbruchteil  $x$  des Hadrons trägt. Die  $q^2$ -Abhängigkeit von  $\Gamma(x, q^2)$  wird durch die Gluonen (QCD) bzw. Photonen (QED) verursacht und ist daher proportional zu  $\alpha_s$  bzw.  $\alpha$ . Sie wird durch die Altarelli-Parisi-Entwicklungsgleichung [5] beschrieben, die auf den QED-Bereich übertragen lautet:

$$q^2 \frac{d\Gamma(x, q^2)}{dq^2} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^1 \Gamma(y, q^2) P_{ee} \left( \frac{x}{y} \right) \frac{dy}{y} = \frac{d\Gamma(x, q^2)}{d \ln q^2} \quad (4.29)$$

<sup>1</sup> Siehe z. B. [5], Kapitel 4.3

In Worten ausgedrückt, beschreibt Gleichung (4.29) folgenden Vorgang: Ein Elektron, das den Impulsanteil  $x$  trägt und das den Viererimpuls  $q$  absorbiert, kommt von einem Elektron mit dem Impulsanteil  $y > x$ , welches ein Photon mit dem Impulsbruchteil  $y-x$  abgestrahlt hat. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Vorgang ist proportional zu  $\alpha$  und proportional der Wahrscheinlichkeit, daß das Elektron nach der Emission des Photons noch den Bruchteil  $z = x/y$  des Impulses trägt, den es vor der Emission hatte. Diese wird durch die sogenannte Splitting-Funktion [29] angegeben, die in diesem Fall lautet:

$$P_{ee}(z) = \frac{1+z^2}{1-z} \quad (4.30)$$

Diese Form der  $z$ -Abhängigkeit wurde bereits 1934 von Weizsäcker und Williams für die Abstrahlung eines virtuellen Photons durch ein Elektron abgeleitet. Man erkennt hier die für sehr weiche Bremsstrahlung ( $z \approx 1$ ) vorhandene Singularität. Sie wird erst durch die Hinzunahme der virtuellen Diagramme aus Abb. 4.3 (b) kompensiert, die ein entgegengesetzt divergentes Verhalten zeigen. Aus diesem Grund bilden nur die vollständigen QED-Korrekturen aus Abb. 4.3 eine eichinvariante Untermenge. Gleichung (4.29) besagt außerdem, daß die Strukturfunktion logarithmisch von  $q^2$  abhängt. Damit kann sie als Potenzreihe der bereits aus der exakten QED-Rechnung bekannten Größe  $L = \ln(q^2/m_e^2)$  beschrieben werden. Setzt man in erster Ordnung

$$\Gamma(x, q^2) = \frac{\alpha}{2\pi} P_{ee}(x) \cdot \ln \frac{q^2}{m_e^2} \quad (4.31)$$

so erfüllt dies die Altarelli-Parisi-Entwicklungsgleichung (4.29) für den Fall

$$\Gamma(y, q^2) = \delta(1-y) \quad (4.32)$$

Dies ist aber genau der Sachverhalt des Prozesses der 1. Ordnung von Abb. 4.12, bei dem das Elektron vor der Abstrahlung den vollen Impuls besitzt.

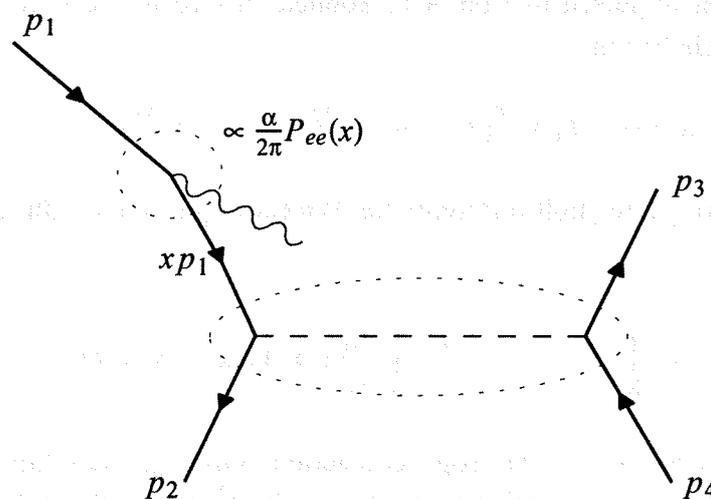


Abbildung 4.12: Bremsstrahlung eines einlaufenden Teilchens

Zusammen mit den virtuellen Diagrammen ergibt sich (4.30) zu

$$P_{ee}(x) = \underbrace{\delta(1-x) \left[ \frac{3}{2} + 2 \ln \varepsilon \right]}_{\text{weiche reelle und virtuelle Photonen}} + \underbrace{\theta(1-x-\varepsilon) \frac{1+x^2}{1-x}}_{\text{harte Bremsstrahlung}} \quad (4.33)$$

[29].  $\theta(x)$  ist hierbei die bekannte Stufenfunktion

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

Die Variable  $\varepsilon$ , die nur eingeführt wird um das divergente Verhalten zu korrigieren, fällt im Endergebnis heraus und kann dann wieder auf den korrekten Wert  $\varepsilon = 0$  gesetzt werden [24]. Zusammen mit der nullten Ordnung (Born) lautet die Strukturfunktion in der 2. Ordnung

$$\Gamma(x, q^2) = \delta(1-x) + \frac{\alpha}{2\pi} P_{ee}(x) \cdot \ln \frac{q^2}{m_e^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 (P_{ee} \otimes P_{ee})(x) \left( \ln \frac{q^2}{m_e^2} \right)^2 \quad (4.35)$$

wobei

$$(P_{ee} \otimes P_{ee})(x) = \int_0^1 dy \int_0^1 dz P_{ee}(y) \cdot P_{ee}(z) \delta(x-yz) \quad (4.36)$$

Man beachte, daß beim Glied der 2. Ordnung in (4.35) wegen der Ununterscheidbarkeit der beiden abgestrahlten Photonen ein sog. Bose-Einstein-Symmetriefaktor  $1/2$  eingeführt werden muß. Wie bereits erwähnt, stimmt (4.35) mit den entsprechenden Gliedern der exakten QED-Rechnung überein. Es ist sogar möglich, den Term  $a_{21}$  (engl. subleading term) mit Hilfe des Strukturfunktionsansatzes zu bestimmen. Für die Berechnung des nicht-logarithmischen Terms  $a_{20}$  bleibt allerdings nur die explizite QED-Berechnung.

Zu den reduzierten Impulsen in Abb. 4.11 können entsprechende Lorentzinvariante Größen gebildet werden. Sie lauten

$$\hat{s} = x_1 x_2 s, \quad \hat{t}_1 = \frac{x_1}{x_3} t_1, \quad \hat{u}_1 = \frac{x_2}{x_3} u_1, \quad \hat{t}_2 = \frac{x_2}{x_4} t_2, \quad \hat{u}_2 = \frac{x_1}{x_4} u_2 \quad (4.37)$$

Der strahlungskorrigierte multidifferentielle Wirkungsquerschnitt für den Prozeß in Abb. 4.11 lautet dann

$$\frac{s^4 d^4 \sigma}{dt_1 du_1 dt_2 du_2} = \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1^2} \int_0^1 \frac{dx_2}{x_2^2} \int_0^1 \frac{dx_3}{x_3^2} \int_0^1 \frac{dx_4}{x_4^2} \Gamma(x_1) \Gamma(x_2) D(x_3) D(x_4) \times \frac{\hat{s}^4 d^4 \hat{\sigma}}{\hat{d}t_1 \hat{d}u_1 \hat{d}t_2 \hat{d}u_2} \quad (4.38)$$

Die Größe  $\hat{\sigma}$  steht hierbei für den sog. reduzierten Wirkungsquerschnitt, der frei von kollinearen Divergenzen ist und somit den Term  $L = \ln(q^2/m_e^2)$  nicht mehr enthält. Beschränkt man sich auf Berechnungen in LLA-Näherung, die für unserer Zwecke völlig ausreichend ist, so ist  $\Gamma(x)$  bis zur zweiten Ordnung in  $\alpha$  durch (4.35) gegeben und  $\hat{\sigma}$  ist der schwach

korrigierte Born-Anteil, der keinerlei QED-Korrekturen enthält. In LLA-Näherung sind die Funktionen  $\Gamma(x)$  und  $D(x)$  identisch. Mit Hilfe von (4.37) lassen sich die reduzierten Mandelstam-Variablen eliminieren und man erhält durch Anwendung von (4.28)

$$\begin{aligned} \frac{\hat{s}^4 d^4 \hat{\sigma}}{d\hat{t}_1 d\hat{u}_1 d\hat{t}_2 d\hat{u}_2} &= \frac{s^2}{16\pi} |\hat{M}|^2 x_1^2 x_2^2 x_3^3 x_4^2 \delta(x_1 x_2 x_3 s + x_1 t_1 + x_2 u_1) \delta(x_1 x_4 t_1 - x_2 x_3 t_2) \\ &\times \delta(x_2 x_4 u_1 - x_1 x_3 u_2) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Setzt man dies in (4.38) ein, so erhält man

$$\begin{aligned} \frac{s^4 d^4 \sigma}{dt_1 du_1 dt_2 du_2} &= \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^1 dx_3 \int_0^1 dx_4 \Gamma(x_1) \Gamma(x_2) D(x_3) D(x_4) \frac{x_3 s^2}{16\pi} |\hat{M}|^2 \\ &\times \delta(x_1 x_2 x_3 s + x_1 t_1 + x_2 u_1) \delta(x_1 x_4 t_1 - x_2 x_3 t_2) \delta(x_2 x_4 u_1 - x_1 x_3 u_2) \end{aligned} \quad (4.40)$$

$\hat{M}$  beschreibt hierbei den innerhalb des Kreises von Abb. 4.11 dargestellten Prozeß

$$\hat{p}_1 \hat{p}_2 \rightarrow \hat{p}_3 \hat{p}_4 \quad (4.41)$$

Durch Anwendung von Energie- und Impulserhaltung, kann  $|\hat{M}|^2$  als Funktion geschrieben werden, die nur noch von  $\hat{s}$  und  $\hat{t}_1$  abhängt.

Die Schnitte werden nun prinzipiell dadurch implementiert, daß der Integrand in (4.40) an den Stellen, an denen die Mandelstam-Variablen außerhalb des durch die Schnitte zulässigen Bereichs liegen, auf Null gesetzt wird. Dies geschieht durch Multiplikation mit  $\theta$ -Funktionen, die teilweise sehr komplex sind, da das Integrationsvolumen aus nicht zusammenhängenden Bereichen besteht. Die Schnitte wirken sich außerdem auf den Integrationsbereich der Größen  $x_i$  in (4.40) aus. Die Diskussion dieses Verfahrens ist sehr technisch und würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Sie ist im Detail in [24] beschrieben.

Um zu überprüfen, ob die Standardmodellterme niedrigster Ordnung in Kapitel 3.1 korrekt angegeben sind, haben wir diese, ausgedrückt durch die Mandelstam-Variablen  $s$  und  $t$ , in (4.40) eingesetzt und die Berechnungen des so modifizierten ALISTAR-Programms mit dem Original verglichen. Hierbei wurden im Original-Programm die schwachen Korrekturen ausgeschaltet, da ja die Standardmodellterme aus Kapitel 3.1 ebenfalls nicht schwach korrigiert sind. Bis auf den nicht-logarithmischen Term sind sämtliche Optionen (1. Ordnung, 2. Ordnung, Einschluß der extrem weichen und virtuellen Photonen aller Ordnungen durch Exponentiation) der photonischen Korrekturen, bei verschiedenen Energien und Schnitten, auf exakte Übereinstimmung mit dem Original getestet worden.

Die Berechnung des Bhabha-Wirkungsquerschnitts für den Streuwinkelbereich  $i$  bei der LEP-Energie  $k$  setzt sich aus dem Standardmodell-Anteil und dem Compositeness-Anteil wie folgt zusammen:

$$\Delta\sigma_{ik}(\Lambda) = \Delta\sigma_{ik}^{SM} + \Delta\sigma_{ik}^C(\Lambda) \quad (4.42)$$

Die Bestimmung des Standardmodell-Anteils von (4.42) erfolgte, wegen der hohen Genauigkeit (2. Ordnung LLA + Exponentiation, siehe Kurve "Weak+Rad2+Exp" in Abb. 4.9) und des damit verbundenen Rechenaufwands, außerhalb des Fitprogramms. Die schwachen Korrekturen wurden hierbei von ALISTAR entsprechend Kapitel 4.4 berücksichtigt. Der Compositeness-Anteil von (4.42) wurde, da er ja vom Fitparameter  $\epsilon$  ( $\epsilon = 1/\Lambda^2$ , siehe Kapitel 6) abhängt, innerhalb des Fitprogramms berechnet. Hierzu sind für  $|\hat{M}|^2$  in (4.20) die Compositenessterme (3.34) - (3.38) eingesetzt worden. Vorher haben wir diese durch die Mandelstamvariablen  $s$  und  $t$  ausgedrückt (siehe Gleichung (3.6) und (3.7)) und anschließend durch das Näherungsverfahren "Improved Born Approximation" in Kapitel 4.4 schwach korrigiert. Für die photonischen Korrekturen des Compositeness-Anteils wurden die Optionen "1. Ordnung LLA + Exponentiation" (siehe Kurve "Weak+Rad1+Exp" in Abb. 4.9 und Abb. 4.5) gewählt. Sowohl für die Berechnung des Standardmodell-Anteils als auch für die Berechnung des Compositeness-Anteils in (4.42), wurden die Schnitte in ALISTAR wie folgt gesetzt:

- a Die Polarwinkel der beiden auslaufenden Teilchen müssen jeweils zwischen  $15^\circ$  und  $165^\circ$  betragen.
- b Die Energie der beiden auslaufenden Teilchen darf jeweils 1 GeV nicht unterschreiten.
- c Der Akollinearitätswinkel darf nicht größer als  $20^\circ$  werden.
- d Die Größe  $\cos\vartheta^*$  ist durch das jeweilige Streuwinkelbin begrenzt.
- e Es wurde kein Schnitt auf die Pseudorapazität durchgeführt.

Bis auf **b** sind sämtliche Schnitte in Übereinstimmung mit den Kriterien der Selektion von Bhabha-Ereignissen (siehe Kapitel 5.2). Im Unterschied zum Schnitt **b**, verlangen wir in der Bhabha-Selektion, daß die Summe der Energie der beiden auslaufenden Teilchen größer als  $0.6\sqrt{s}$  ist<sup>1</sup>. Dieser diagonale Schnitt in der  $E^+ E^-$ -Ebene kann durch den in ALISTAR möglichen rechteckigen Schnitt **b** bei einem tolerablen Fehler angenähert werden [50]. In Tabelle 4.1 sind die Korrekturfaktoren  $\delta_{ik}$  angegeben, mit denen 4.42 multipliziert werden muß, um die Bedingung  $E^+ + E^- > 0.6\sqrt{s}$  zu berücksichtigen. Diese Faktoren wurden mit ALISTAR nach einem Verfahren, das im Detail in [50] beschrieben ist, für die hier untersuchten Streuwinkelbins und Energien berechnet. So korrigiert, ergibt sich der Bhabha-Wirkungsquerschnitt für das Streuwinkelbin  $i$ , bei der LEP-Energie  $k$  zu

<sup>1</sup> Bei Mehrfachabstrahlung im Anfangszustand werden die Photonen in der Regel nicht nachgewiesen. Impuls und Energie der Elektronen sind daher gleich. Die Auswahlbedingung (5.6) lautet daher effektiv  $E^+ + E^- > 0.6\sqrt{s}$ .

$$\Delta\sigma_{ik}(\Lambda) = \left[ \Delta\sigma_{ik}^{SM} + \Delta\sigma_{ik}^C(\Lambda) \right] \cdot \delta_{ik} \quad (4.43)$$

88.22	88.46	89.22	89.43	89.46	90.21	91.17	91.22	91.27	91.95	92.21	92.96	93.02	93.21	93.7	94.2
.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999	.999
.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999	.999
.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999	.999
.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999	.999
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999	.999
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999	.999
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.997	.997	.997	.997
.997	.997	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.998	.997	.997	.997	.997
.996	.996	.996	.996	.996	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.996	.996	.996	.996
.996	.996	.996	.996	.996	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.997	.996	.996	.996	.996
.995	.995	.995	.995	.995	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.995	.995	.995	.995
.994	.994	.994	.994	.995	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.996	.995	.994	.994	.994
.993	.993	.993	.993	.994	.995	.995	.995	.995	.995	.995	.995	.994	.992	.992	.992
.992	.992	.992	.992	.992	.993	.993	.993	.993	.993	.993	.993	.992	.991	.991	.991

**Tabelle 4.1:** Korrekturfaktor  $\delta_{ik}$ , verursacht durch die unterschiedlichen Energieschnitte zwischen Ereignis-Selektion und theoretischer Vorhersage durch ALISTAR. Die Werte sind in den 18 aufeinanderfolgenden Streuwinkelbins zwischen  $-0.9 \leq \cos \vartheta^* \leq 0.9$  angegeben. Die oberste Zeile enthält die jeweilige LEP-Energie in GeV.

## 5 Das Elektron-Positron-Speicherring-Experiment ALEPH

Das ALEPH-Experiment ist eines der vier Experimente (ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL), die sich an den vier voll ausgebauten Wechselwirkungspunkten des zur Zeit größten Elektron-Positron-Speicherrings LEP (Large Electron Positron Collider) befinden. Die wichtigsten Daten des Elektron-Positron-Speicherrings LEP lauten wie folgt:

**Maximale Strahlenergie:** 60 GeV (Ausbaustufe 1), 90 GeV (Ausbaustufe 2).

**Teilcheninjektion:** 20 GeV-Teilchen vom Super-Proton-Synchrotron SPS.

**Gesamtumfang:** Etwa 27 km.

**Teilchenstrahlen:** Vier Pakete je Strahl mit etwa 1.8 cm Länge (in Strahlrichtung). In den Wechselwirkungszonen sind die Pakete etwa 250  $\mu\text{m}$  breit und etwa 15  $\mu\text{m}$  hoch. Die Stromstärke pro Strahl liegt in der Größenordnung von 2...3 mA.

**Kollisionsfrequenz:** Alle 23  $\mu\text{s}$  eine Elektron-Positron-Paket-Kollision.

Der ALEPH-Detektor, der einen dieser Wechselwirkungspunkte nahezu vollständig umschließt (99.8% des vollen Raumwinkels), ist eine Apparatur zum Nachweis von Ereignissen bei Elektron-Positron-Kollisionen. Vorrangiges Ziel während der ersten Meßphase war die genaue Bestimmung der Parameter des elektroschwachen Standardmodells sowie der Test der starken Wechselwirkung QCD (Quanten-Chromo-Dynamik) bei bis dahin in Elektron-Positron-Wechselwirkungen unerreichten Schwerpunktenenergien. Ferner sollte nach neuen

Phänomenen wie dem Higgs-Boson (siehe Kapitel 2), den supersymmetrischen Teilchen und anderen, zum Teil von der Theorie vorhergesagten Teilchen, gesucht werden.

## 5.1 Der ALEPH-Detektor

Abb. 5.1 zeigt eine Ansicht des Detektors, die die Größenordnung der gesamten Apparatur verdeutlicht. Elektronen und Positronen werden innerhalb des evakuierten Strahlrohres, das im Zentralbereich aus Beryllium besteht, im Mittelpunkt des Detektors zu Kollision gebracht. Bei Schwerpunktenenergien im Bereich der  $Z$ -Masse entstehen in Ereignissen mit hadronischen Endzuständen etwa 20 geladene und 20 neutrale Teilchen. Diese Teilchen, bzw. deren Zerfallsprodukte, durchdringen nun verschiedene Schichten des Detektors, die der Spurvermessung und Energiebestimmung und damit der Identifikation der Teilchen dienen. Dabei ist die Reihenfolge dieser Schichtenstruktur außerordentlich wichtig. So sind die Spurdetektoren, die die inneren Schichten des Detektors bilden, mit möglichst geringer Massenbelegung konstruiert, um störende Effekte durch Vielfachstreuung und damit eine Beeinträchtigung der Impulsmeßgenauigkeit zu vermeiden. Die nun folgenden Schichten dienen, abgesehen von den ganz außen liegenden Myonkammern, vorrangig der Energiemessung und sind daher mit hoher Massenbelegung konstruiert. Bis auf Myonen und Neutrinos, werden in diesen Schichten alle Teilchen nahezu vollständig absorbiert.

Das Auslösesystem (engl. Trigger) des ALEPH-Detektors entscheidet aufgrund von sehr schnell verfügbaren Informationen einzelner Detektorkomponenten, ob ein physikalisch interessanter Prozeß stattgefunden hat. Fällt diese Entscheidung positiv aus, so wird die Auslese der Daten in den einzelnen Subdetektoren fortgesetzt. Im Falle einer negativen Entscheidung werden die bis dahin vorhandenen Informationen gelöscht und der gesamte Detektor wird für die Beobachtung neuer Ereignisse in den Anfangszustand zurückgesetzt. Die erste Stufe des Auslösesystems filtert aufgrund von Daten von der inneren Spurenkammer (ITC), vom elektromagnetischen Kalorimeter (ECAL), vom Hadronkalorimeter (HCAL) sowie im Kleinwinkelbereich von den Komponenten des Luminositätsmonitors, innerhalb von etwa  $5 \mu\text{s}$  die weitaus meisten Untergrundereignisse heraus. Ereignisse, die diese Barriere überwinden, werden in der zweiten Stufe der gleichen Prüfung unterzogen. Allerdings werden hierbei die Informationen der inneren Spurenkammer durch die genaueren der Zeitprojektionskammer, die nach etwa  $50 \mu\text{s}$  vorliegen, ersetzt. Die dritte Stufe entscheidet aufgrund von sehr schnell rekonstruierten Spuren, ob das Ereignis gespeichert oder verworfen wird. Die typische Triggerrate bei Energien auf der  $Z^0$ -Resonanz beträgt für das ALEPH-Experiment etwa 1 interessantes Ereignis pro Sekunde.

Abb. 5.1: Perspektivische Darstellung des aufgeschnittenen ALEPH-Detektors

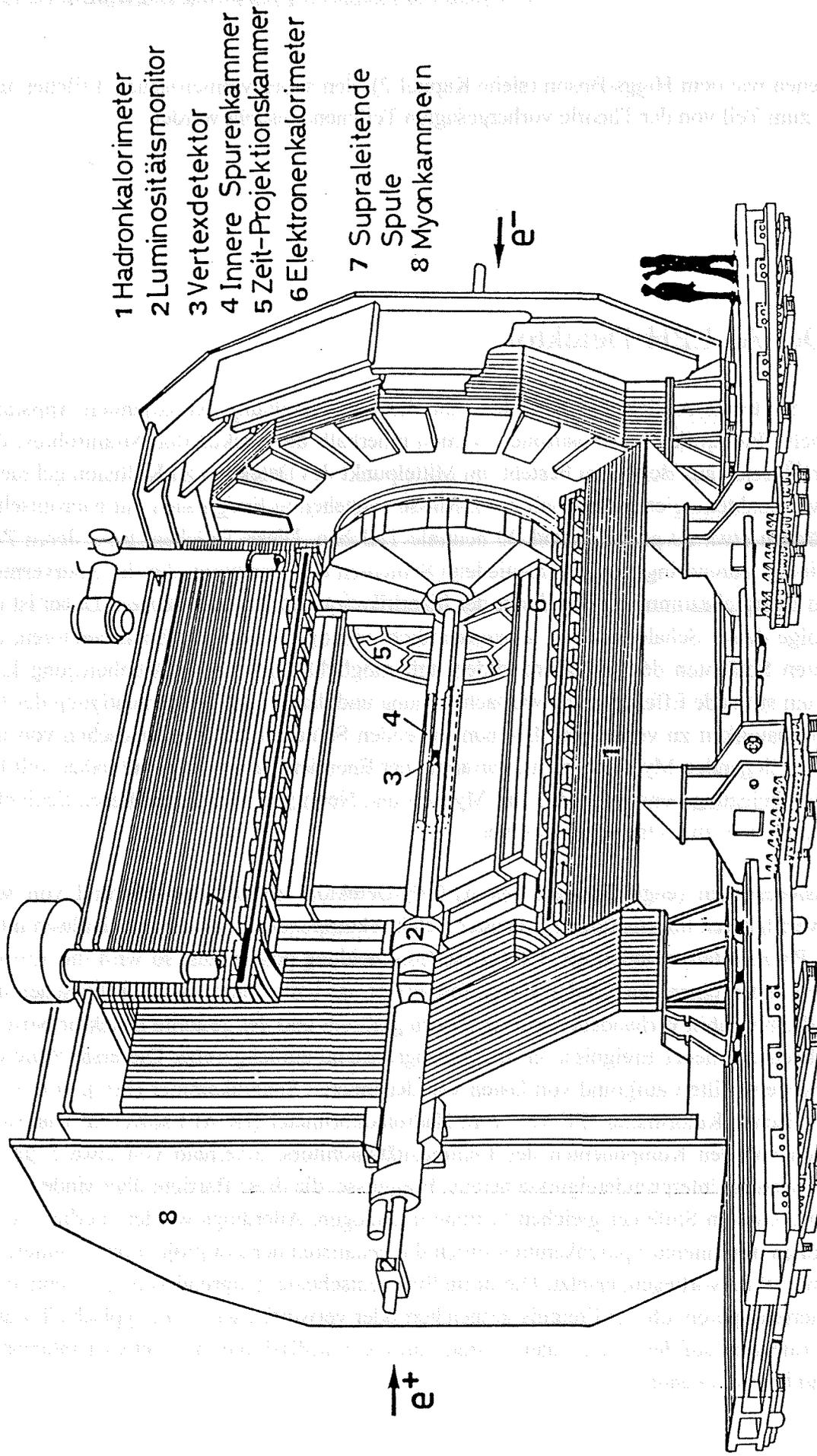


Abb. 5.2 zeigt die Anordnung der einzelnen Detektorkomponenten, ausgehend vom Wechselwirkungspunkt. Zur Beschreibung von Koordinaten wurde das ALEPH-Koordinatensystem definiert. Es handelt sich um ein rechtshändiges kartesisches Koordinatensystem, dessen Ursprung im Mittelpunkt des Detektors und damit im nominellen Wechselwirkungspunkt liegt und dessen z-Achse in Flugrichtung der Elektronen zeigt. Die x-Achse weist zum Mittelpunkt des LEP-Speicherrings. Entsprechend dem zylindersymmetrischen Aufbau des Detektors,

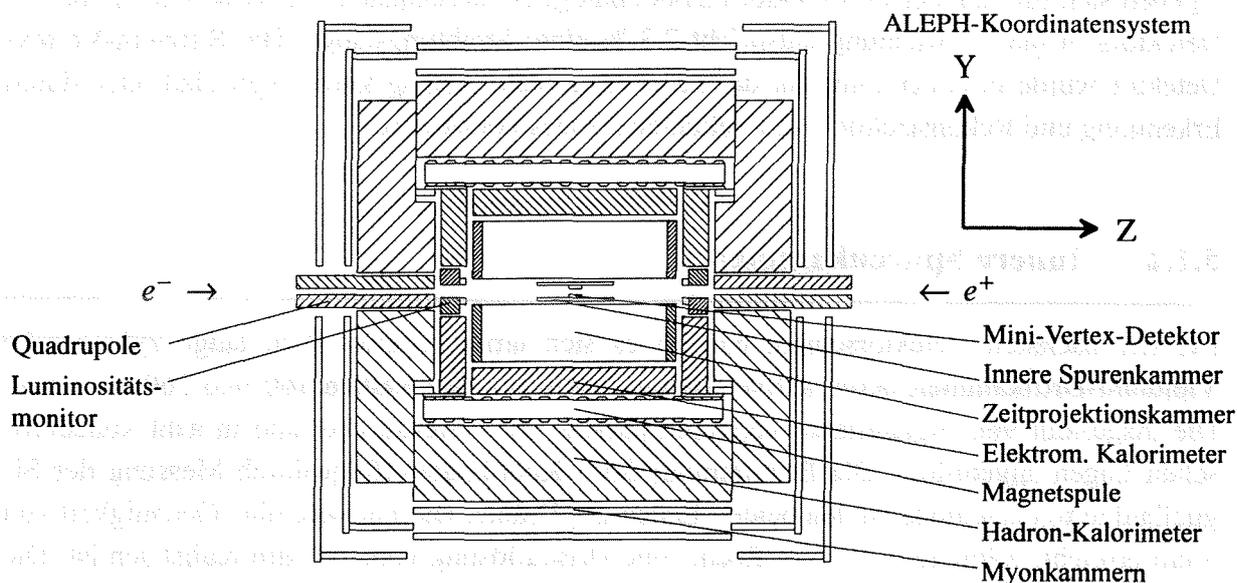


Abbildung 5.2: Längsschnitt des ALEPH-Detektors

werden zusätzlich Zylinderkoordinaten verwendet. Während Ursprung und z-Achse dieses Zylinderkoordinatensystems vom kartesischen Koordinatensystem übernommen werden, erfolgt die Beschreibung der x,y-Koordinaten durch ebene Polarkoordinaten  $r, \varphi$ . Der Azimutwinkel  $\varphi$  wird relativ zur x-Achse angegeben. Der Drehsinn ist hierbei ebenfalls rechtshändig definiert d.h., wenn der Daumen der rechten Hand in z-Richtung weist, so geben die gekrümmten Finger die  $\varphi$ -Richtung an.

Nachfolgend werden die einzelnen Subdetektoren in der Reihenfolge, wie sie ein vom Wechselwirkungspunkt kommendes Teilchen passiert, beschrieben. Für detaillierte Informationen zu Teilchendetektoren im allgemeinen und zum ALEPH-Detektor im speziellen sei auf [52] und [45] verwiesen.

### 5.1.1 Mini-Vertex-Detektor

Der Mini-Vertex-Detektor (VDET) ist die erste aktive Schicht, die die nach einer Elektron-Positron-Kollision produzierten Teilchen zu durchqueren haben. Es handelt sich um einen 40

cm langen Silizium-Streifen-Detektor. Die Silizium-Detektoren sind auf zwei konzentrischen Zylindern angeordnet, deren Radien 9.6 und 11.3 cm betragen. Jedes Detektorelement ist 51.2 mm  $\times$  51.2 mm groß und 280  $\mu$ m dick. Auf der einen Seite dieser Detektorelemente verlaufen die Ausleseelektroden in z-Richtung, auf der anderen Seite orthogonal zur z-Richtung. Auf diese Weise erreicht man in der Spurbestimmung eine Genauigkeit von 13  $\mu$ m in azimuthaler Richtung und 19  $\mu$ m in z-Richtung. Jeweils vier dieser Elemente in Reihe angeordnet bilden ein mechanisches Modul. Der innere Zylinder umfaßt 12, der äußere 15 Module. Insgesamt ergeben sich für den Vertex-Detektor 82944 analoge Auslesekanäle. Die Massenbelegung des Detektors in radiale Richtung entspricht 2.3 % einer Strahlungslänge. Der Silizium-Vertex-Detektor wurde in erster Linie für die Lebensdauerbestimmung kurzlebiger Hadronen durch Erkennung und Rekonstruktion von Sekundärvertices konstruiert.

### 5.1.2 Innere Spurenkammer

Bei der nächsten Detektorschicht handelt es sich um eine etwa 2 m lange zylindrische Vieldraht-Driftkammer, deren aktiver Bereich zwischen den Radien 160 und 260 mm liegt. Die insgesamt 960 Signaldrähte verlaufen parallel zur z-Achse und sind in acht konzentrischen Lagen angeordnet. Die Bestimmung der z-Koordinate erfolgt durch Messung der Signallaufzeitunterschiede an den beiden Enden der Drähte. Hierbei wird eine Genauigkeit von 3 cm erreicht, während in der r- $\phi$ -Ebene eine Ortsauflösung vom 100  $\mu$ m realistisch ist. Die innere Spurenkammer liefert einerseits exakte Koordinaten über Spuren in der Nähe des Wechselwirkungspunktes, andererseits stellen mit ihrer Hilfe Spezialprozessoren bereits nach 3  $\mu$ s Informationen über Spuren geladener Teilchen für das Auslösesystem zur Verfügung.

### 5.1.3 Zeit-Projektionskammer

Der wohl wichtigste Teil des ALEPH-Detektors ist die Zeit-Projektionskammer TPC (siehe Abb. 5.3). Dieser 4.7 m lange zentrale Orstdetektor besitzt einen Innenradius von 31 cm und einen Außenradius von 180 cm. Auf dem Innen- und Außenmantel der Kammer sind Potentialstreifen angebracht, die für die Formung des elektrischen Feldes im Driftraum der TPC sorgen. Eine in der Mitte angebrachte HV-Membran teilt den Driftraum in zwei Bereiche, deren elektrisches Feld parallel bzw. antiparallel zur Strahlachse verläuft. Auf diese Weise driften die Elektronen aus Ionisationsprozessen parallel zur z-Achse zur jeweiligen Endplatte hin. Durch die Parallelität des elektrischen Feldes zum Magnetfeld verschwinden Lorentzkräfte auf die exakt in z-Richtung driftenden Elektronen. Die durch Diffusionsprozesse auftretende Verbreiterung des Spurbildes transversal zur Driftrichtung wird durch das starke Magnetfeld reduziert, welches die Elektronen auf enge schraubenförmige Bahnen um die Magnetfeld-Richtung und damit um die z-Richtung zwingt. Die Endplatten bestehen aus Vieldrahtproportionalkammern, deren Drähte in azimuthaler Richtung verlaufen. Jeder Draht gehört zu einem von 18 Sektoren, die wiederum in zwei konzentrischen Ringen angeordnet sind. Der innere Ring umfaßt 6, der äußere enthält 12 Sektoren. Um ineffiziente Bereiche in azimuthaler

Richtung zu vermeiden, wurde der äußere Ring gegenüber dem inneren Ring um die Strahlachse gedreht. In radialer Richtung werden ineffiziente Bereiche durch einen Z-förmigen Verlauf der Grenzen zwischen den äußeren Sektoren weitgehend vermieden. Erreichen die driftenden Elektronen die Nähe der Anodendrähte, so setzt eine lawinenartige Verstärkung ein. Hinter jedem Draht sind mehrere Kathodenplättchen entlang des Drahtes angeordnet, auf denen die Lawine ihrerseits influenzierte Ladungen erzeugt. Diese influenzierte Ladung kann für jedes Plättchen

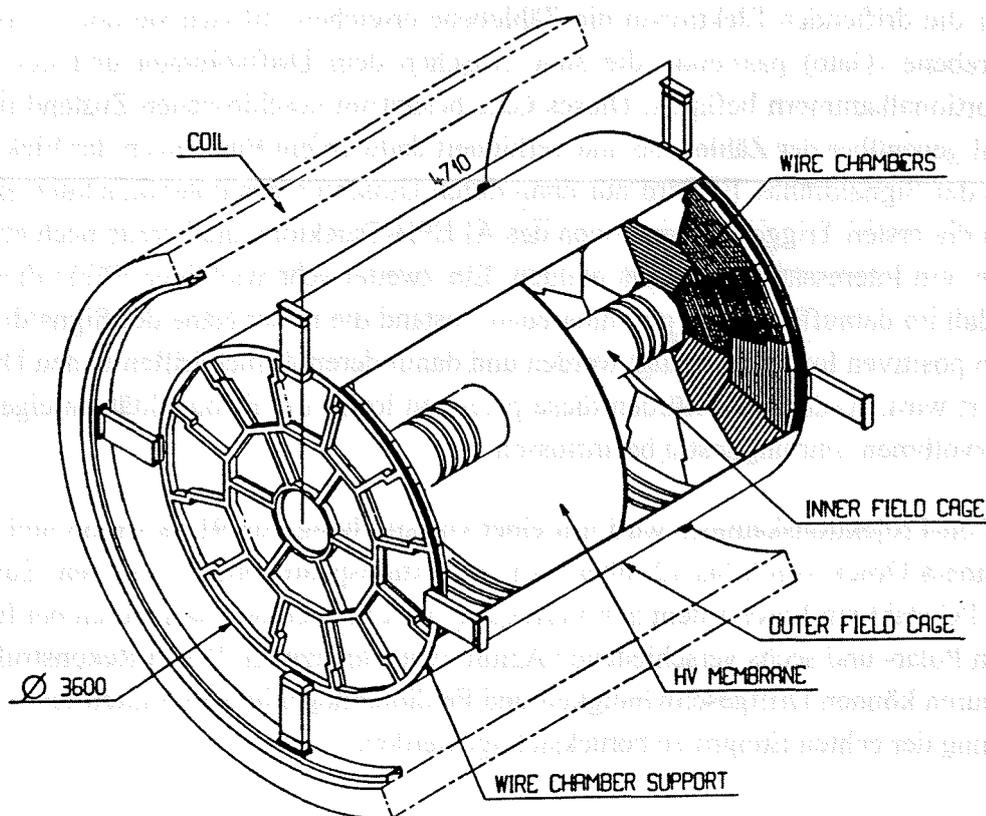


Fig. V.1 TPC overall view

**Abbildung 5.3:** Perspektivische Ansicht der Zeitprojektionskammer

einzel ausgelesen werden, wodurch sich die azimutale Koordinate entlang des Drahtes bestimmen läßt. Die radiale Koordinate ergibt sich aus der Nummer des angesprochenen Drahtes bzw. der angesprochenen Plättchen-Reihe. Insgesamt besteht die TPC aus 41004 Kathodenplättchen und 6336 Signaldrähten, die ebenfalls einzeln ausgelesen werden. Durch die analoge Signalinformation an den Drähten und Plättchen läßt sich eine Energieverlustmessung und damit eine Teilchenidentifikation durchführen. Da die Driftgeschwindigkeit der Elektronen bekannt ist, ergibt sich aus der Driftzeitmessung die z-Koordinate der

Primärionisation. Bei transversalen Spuren beträgt die Ortsauflösung 160  $\mu\text{m}$  in der  $r$ - $\phi$ -Ebene und 1 mm in  $z$ -Richtung. Bei der Bestimmung von Transversalimpulsen erreicht man eine Genauigkeit von

$$\sigma(p)/p = 1.2 \cdot 10^{-3} \cdot p; \quad p \text{ in GeV}/c. \quad (5.1)$$

Berücksichtigt man bei der Spurrekonstruktion zusätzlich die Informationen aus innerer Spurenkammer und Mini-Vertex-Detektor, so erreicht man sogar

$$\sigma(p)/p = 6 \cdot 10^{-4} \cdot p; \quad p \text{ in GeV}/c. \quad (5.2)$$

Bevor die driftenden Elektronen die Zähllebene erreichen, müssen sie noch eine zusätzliche Gitterebene (Gate) passieren, die sich zwischen dem Driftvolumen und den Endkappen-Proportionalkammern befindet. Dieses Gate besitzt im geschlossenen Zustand negatives Potential gegenüber der Zähllebene und verhindert dadurch ein Eindringen der Elektronen in die Nähe der Signaldrähte. Es wird nur dann durch Umsetzen des Potentials kurzzeitig geöffnet, wenn die ersten Triggerinformationen des ALEPH-Detektors, die bereits nach etwa 5  $\mu\text{s}$  vorliegen, ein interessantes Ereignis melden. Ein zweiter sehr wichtiger Effekt dieses Gates ist der, daß im darauffolgenden geschlossenen Zustand die in der Nähe der Signaldrähte entstandenen positiven Ionen abgesaugt werden und damit deren Zurückdriften in den Driftraum verhindert wird. Andernfalls würden diese positiven Ionen die Feldqualität im eigentlichen Detektorvolumen sehr ungünstig beeinflussen.

Die Zeit-Projektionskammer wird mit einer Gasmischung von 91 % Argon und 9 % Methan bei einem Druck von 8 bis 12 mbar über dem Atmosphärendruck betrieben. Zur Kalibration der TPC steht ein Lasersystem zur Verfügung, welches gerade Laserspuren bei fünf verschiedenen Polar- und sechs verschiedenen Azimutwinkeln erzeugt. Durch Rekonstruktion der Laserspuren können Driftgeschwindigkeit und Feldinhomogenitäten ermittelt und bei der Untersuchung der echten Ereignisse berücksichtigt werden.

#### 5.1.4 Elektromagnetisches Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter (ECAL) befindet sich noch innerhalb der supraleitenden Spule und ermöglicht so eine präzise Energiebestimmung an Elektronen, Photonen und Teilchen, die in Photonen zerfallen (z.B.  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ). Diese Teilchen schauen im ECAL, dessen Dicke etwa 22 Strahlungslängen beträgt, nahezu vollständig auf. Im Gegensatz dazu, deponieren die Hadronen nur einen Teil ihrer Energie im ECAL und werden erst im Hadron-Kalorimeter absorbiert. Das elektromagnetische Kalorimeter besteht aus aufeinanderfolgenden Schichten von Bleiplatten und Proportionaldrahtkammern. Sein aus zwölf großen Einheiten bestehender zylinderförmiger Mantel umschließt zusammen mit den Endkappen, die ihrerseits aus zwölf tortenstückförmigen Modulen bestehen, die Zeit-Projektionskammer vollständig. Hinter den Anodendrähten der Vieldrahtproportionalkammern befinden sich etwa  $30 \times 30$  mm große Kathodenplättchen, die auf den Anodendrähten durch Lawinenbildung

influenzierte Ladung erfassen. Die Anordnung dieser Plättchen wurde so vorgenommen, daß hintereinanderliegende Plättchen einen Turm bilden, der zum Wechselwirkungspunkt zeigt. Ein solcher Turm, der aus 45 Kathodenplättchen besteht, deckt einen Raumwinkel von  $1^0 \times 1^0$  ab. Jeweils 10, 23 und 12 hintereinanderliegende Plättchen sind elektrisch miteinander verbunden und bilden so drei Ausleseseinheiten pro Turm. Insgesamt besitzt das ECAL 73728 solcher Türme, bzw. 221184 analoge Auslesekanäle. Hinzu kommen noch einmal 1620 Kanäle für die Auslese der Anodendrähte. Diese feine Segmentierung ermöglicht neben der Energiemessung auch eine relativ genaue Ortsbestimmung.

Das Füllgas der Vieldrahtproportionalkammern setzt sich aus 80% Xenon und 20%  $\text{CO}_2$  zusammen. Die Energieauflösung beträgt

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{17\%}{\sqrt{E}} \oplus 1.6\%; \quad E \text{ in GeV}, \quad (5.3)$$

wobei  $\oplus$  bedeutet, daß die beiden Fehlerbeiträge quadratisch zu addieren sind.

In der Ortsmessung erreicht man eine Genauigkeit von

$$\sigma_{x,y}(E) = 6.8 \text{ mm}/\sqrt{E}; \quad E \text{ in GeV}. \quad (5.4)$$

Durch die drei hintereinanderliegenden Ausleseseinheiten pro Turm läßt sich die wesentlich zur Lepton/Hadron-Separation beitragende longitudinale Schauerentwicklung bestimmen. Durch Verwendung weiterer Separations-Kriterien erreicht man beim ECAL bei 10 GeV eine Pionunterdrückung von  $10^3$  bei einer Elektronenakzeptanz von 95%.

### 5.1.5 Magnet

Es handelt sich um ein supraleitendes Solenoid, das ein zur Strahlachse paralleles Magnetfeld von 1.5 Tesla bei einer Stromaufnahme von 5000 Ampère erzeugt. Alle bislang beschriebenen Detektorkomponenten befinden sich innerhalb dieses Magnetfeldes. Das Solenoid ist an beiden Enden am Mantel des Hadron-Kalorimeters befestigt und trägt seinerseits das elektromagnetische Kalorimeter und die Zeitprojektionskammer. Die Spule mit 1532 Windungen befindet sich in einem 7 m langen Kryostaten mit einem Innenradius von 248 cm und einem Außenradius von 292 cm. In radialer Richtung besitzen Kryostat und Spule zusammen 1.6 elektromagnetische Strahlungslängen und 0.4 inelastische Kernwechselwirkungslängen.

### 5.1.6 Hadron-Kalorimeter

Das Hadron-Kalorimeter (HCAL), welches sich außerhalb der supraleitenden Spule befindet, hat im wesentlichen vier Aufgaben. Es dient als Schauermedium für jene Teilchen, die nicht bereits vom elektromagnetischen Kalorimeter und der Spule absorbiert wurden. Da es keine anderen geladenen Teilchen als Myonen passieren läßt, wirkt es als Filter für die außerhalb

liegenden Myonkammern. Es formt das Magnetfeld der Spule und dient als dessen Rückflußjoch. Das HCAL stellt außerdem die mechanische Halterung für alle weiteren Detektorkomponenten dar.

Der 7.24 m lange zylindrische Mantel hat einen Außenradius von 4.68 m und ist aus 12 Segmenten aufgebaut. Jedes dieser Segmente besteht aus 22 Eisenplatten mit 5 cm Dicke, zwischen denen je 22 mm Platz für den Einbau von Drahtkammern ist. Zusammen mit der ganz außen liegenden 10 cm starken Eisenplatte hat das Eisen insgesamt eine Dicke von 1.2 m. Für senkrecht einfallende Hadronen entspricht dies 7.16 inelastischen Kernwechselwirkungslängen. Die Endkappen sind in jeweils sechs Segmente unterteilt, deren Aufbau weitgehend dem der Mantelsegmente entspricht. Die Drahtkammern werden im sogenannten Streamer-Modus betrieben. Ihre Drähte sind mit einem Durchmesser von 100 µm wesentlich dicker als jene, die man in Proportionalkammern verwendet. Unterschiedlich zu diesen ist auch der große Anteil an Löschgas sowie die höhere Betriebsspannung. All diese Maßnahmen bewirken, daß die Elektronenlawine am Draht unabhängig von der Stärke der Primärionisation ist. Es werden sowohl die Anodendrähte als auch die induzierten Signale auf segmentierten Kathodenplättchen ausgelesen. Ebenso wie beim elektromagnetischen Kalorimeter bilden die Kathodenplättchen Türme, die zum Wechselwirkungspunkt zeigen. Die Drahtkammern arbeiten mit einer Gasmischung aus 13% Argon, 57% Kohlendioxyd und 30% Isobutan. Das Hadron-Kalorimeter erreicht eine Energieauflösung von

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{84\%}{\sqrt{E}}; \quad E \text{ in GeV.} \quad (5.5)$$

Die Ortsauflösung in azimuthaler Richtung beträgt 3.5 mm.

### 5.1.7 Myonkammern

Die Myonkammern (MUON) sind nach dem gleichen Prinzip wie die Nachweisapparaturen des Hadron-Kalorimeters aufgebaut. Sie befinden sich in doppelagiger Ausführung außerhalb des Eisens des HCAL. Da bis auf Myonen alle geladenen Teilchen von den Kalorimetern absorbiert werden, kann es sich bei vom Wechselwirkungspunkt kommenden geladenen Teilchen, die zum Ansprechen der Myonkammern führen, praktisch nur um Myonen handeln. Das Myon hinterläßt aber auch Signale in den Kalorimetern, die zusammen mit der Information aus den Myonkammern für die Identifikation und die Spurvermessung herangezogen werden. Die Wahrscheinlichkeit, ein Pion fälschlicherweise als Myon zu identifizieren ist damit äußerst gering.

### 5.1.8 Luminositätsmonitor

Die Aufgabe des Luminositätsmonitors ist es, elastische Elektron-Positron-Streuung (Bhabha-Streuung) bei kleinen Polarwinkeln nachzuweisen. Aus diesem Grund besetzen die

beiden Halb-Detektoren des Luminositätsmonitors den Raum zwischen dem Strahlrohr und den Endkappen des elektromagnetischen Kalorimeters (Abb. 5.2). Die während eines bestimmten Zeitraumes  $T$  beobachtete Zahl von Bhabhaereignissen im Raumwinkel  $\Omega$  ergibt sich aus der Beziehung

$$N_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-} = \underbrace{\int_{t=0}^T l(t) dt}_{\text{Integrierte Luminosität } L} \times \underbrace{\int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-} d\Omega}_{\text{Wirkungsquerschnitt } \sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}}$$

Aus dem theoretisch gut bekannten Bhabha-Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}$  bei kleinen Winkeln und der tatsächlich beobachteten Zahl von Bhabha-Ereignissen  $N_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}$  in diesem Winkelbereich, läßt sich die für den Zeitraum  $T$  integrierte Luminosität  $L$  des LEP-Speicherrings durch

$$L = N_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-} / \sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}$$

berechnen. Die Luminosität  $l(t)$  gibt die Anzahl der Elektronen und Positronen, die pro  $cm^2$  und  $s$  im Wechselwirkungspunkt kollidieren können, an. Mit Hilfe der integrierten Luminosität  $L$  kann nun über den theoretisch erwarteten Wirkungsquerschnitt  $\sigma_i$  eines zu untersuchenden Ereignistyps die Zahl der während des Beobachtungszeitraumes  $T$  erwarteten Ereignisse  $N_i$  über die Beziehung

$$N_i = L \cdot \sigma_i$$

mit der Beobachtung verglichen werden. Die wesentlichen Gründe, weshalb man die Bhabhastreuung bei kleinen Winkeln als Referenzreaktion verwendet, lauten wie folgt:

- Da Bhabha-Ereignisse verhältnismäßig einfach nachzuweisen sind, ist der systematische Fehler für die beobachtete räumliche Verteilung sehr gering.
- Wegen des großen Bhabha-Wirkungsquerschnitts bei kleinen Streuwinkeln ist dort auch die beobachtete Zahl von Bhabha-Ereignissen sehr hoch und damit der statistische Fehler entsprechend klein.
- Bei kleinen Winkeln wird die elastische Elektron-Positron-Streuung durch den Anteil der elektromagnetischen Wechselwirkung dominiert. Damit wirken sich Unsicherheiten in den Parametern der schwachen Wechselwirkung wie z. B. die Masse des Z-Bosons kaum aus.

Der Luminositätsmonitor besteht aus einem neunlagigen Spurenkammersystem SATR (Small-Angle Tracking Device) und einem dahinter angebrachten Kalorimeter LCAL (Luminosity Calorimeter). Im Jahre 1992 wurde in ALEPH ein neues Vakuum-Strahlrohr mit geringerem Durchmesser eingebaut. Daraufhin wurde das neunlagige Spurenkammersystem SATR durch ein Silizium-Wolfram-Kalorimeter SICAL (Silizium Calorimeter) ersetzt, mit dem die Genauigkeit der Luminositätsbestimmung noch weiter verbessert werden konnte.

## 5.2 Daten-Selektion

In Abb. 5.4 ist das Flußdiagramm für die Daten-Selektion und die anschließende Analyse dargestellt. Der gesamte Prozeß kann in zwei Bereiche aufgeteilt werden:

- **Prozeßgekoppelte Datenerfassung (On-Line):** Die vom ALEPH-Detektor kommenden Signale sind zeitlich mit dem LEP-Maschinenzyklus synchronisiert. Aus diesem Grund müssen die meisten Prozesse auf dem On-Line-Rechnersystem in Echtzeit ablaufen d.h., die Prozesse müssen innerhalb einer maximalen Zeitspanne auf äußere Ereignisse reagieren. Die anschließende Verarbeitung wie graphisches Darstellen der Ereignisse, schnelle Voranalysen, Anzeigen von Histogrammen und nicht zuletzt die Abspeicherung der Daten müssen ebenfalls innerhalb eines vorgegebenen Zeitraums abgeschlossen sein. Für das gesamte On-Line-System (Abb. 5.4, links oben) werden daher hohe Ansprüche an die Verarbeitungsgeschwindigkeit gestellt.
- **Prozeßentkoppelte Datenverarbeitung (Off-Line):** Nachdem die Ereignisdaten, die man auch als Rohdaten bezeichnet, permanent auf Magnetband abgespeichert sind, ist für die weitere Verarbeitung die Synchronisation mit dem LEP-Speicherring unnötig. Für die weiteren Programme, die hauptsächlich auf dem Off-Line-Rechnersystem ablaufen, wird deshalb prinzipiell keine hohe Verarbeitungsgeschwindigkeit vorausgesetzt.

Neben der Erzeugung von echten Rohdaten durch den Teilchenbeschleuniger LEP und den ALEPH-Detektor besteht die Möglichkeit, mit Hilfe von Computerprogrammen simulierte Rohdaten zu erzeugen (Abb. 5.4, rechts). Sogenannte Ereignisgeneratoren erzeugen physikalische Reaktionen wie man sie nach  $e^+e^-$ -Kollisionen erwartet und stellen damit gewissermaßen den Teilchenbeschleuniger in Form eines Programms dar. Die physikalischen Gesetze, nach denen diese Ereignisse erzeugt werden, sind dabei im Programm implementiert. Wegen der vielen Freiheitsgrade, (für jedes zusätzlich erzeugte Teilchen steht ein Viererimpuls, dessen Komponenten nur teilweise durch physikalische Gesetzmäßigkeiten festgelegt sind), müssen hierbei immer hochdimensionale Integrale (Phasenraumintegrale) berechnet werden. Da die Berechnung solcher Integrale selbst auf schnellen Supercomputern zu viel Zeit in Anspruch nehmen würde (siehe z. B. [32]), werden hier fast ausschließlich Monte-Carlo-Verfahren [53] eingesetzt. Das "Monte Carlo" im Namen solcher Verfahren spielt dabei auf den zugrundeliegenden Zufallscharakter an und stammt von dem berühmten Kasino in Monaco. Die Grundidee dieser Methoden liegt darin, den Integranden nicht an jedem Integrationspunkt zu berechnen sondern nur an einer zufälligen repräsentativen Stichprobe. Der statistische Fehler dieses Verfahrens muß durch häufige Anwendung entsprechend minimiert werden. Der systematische Fehler hängt davon ab, ob die physikalischen Gesetze richtig verstanden sind. Als nächsten Schritt liest das Detektor-Simulationsprogramm GALEPH [46] die vom Ereignisgenerator erzeugten Viererimpulse ein. Anhand dieser Information kann GALEPH den Weg dieser Teilchen durch den Detektor ermitteln und Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial nach bekannten physikalischen Gesetzen simulieren.

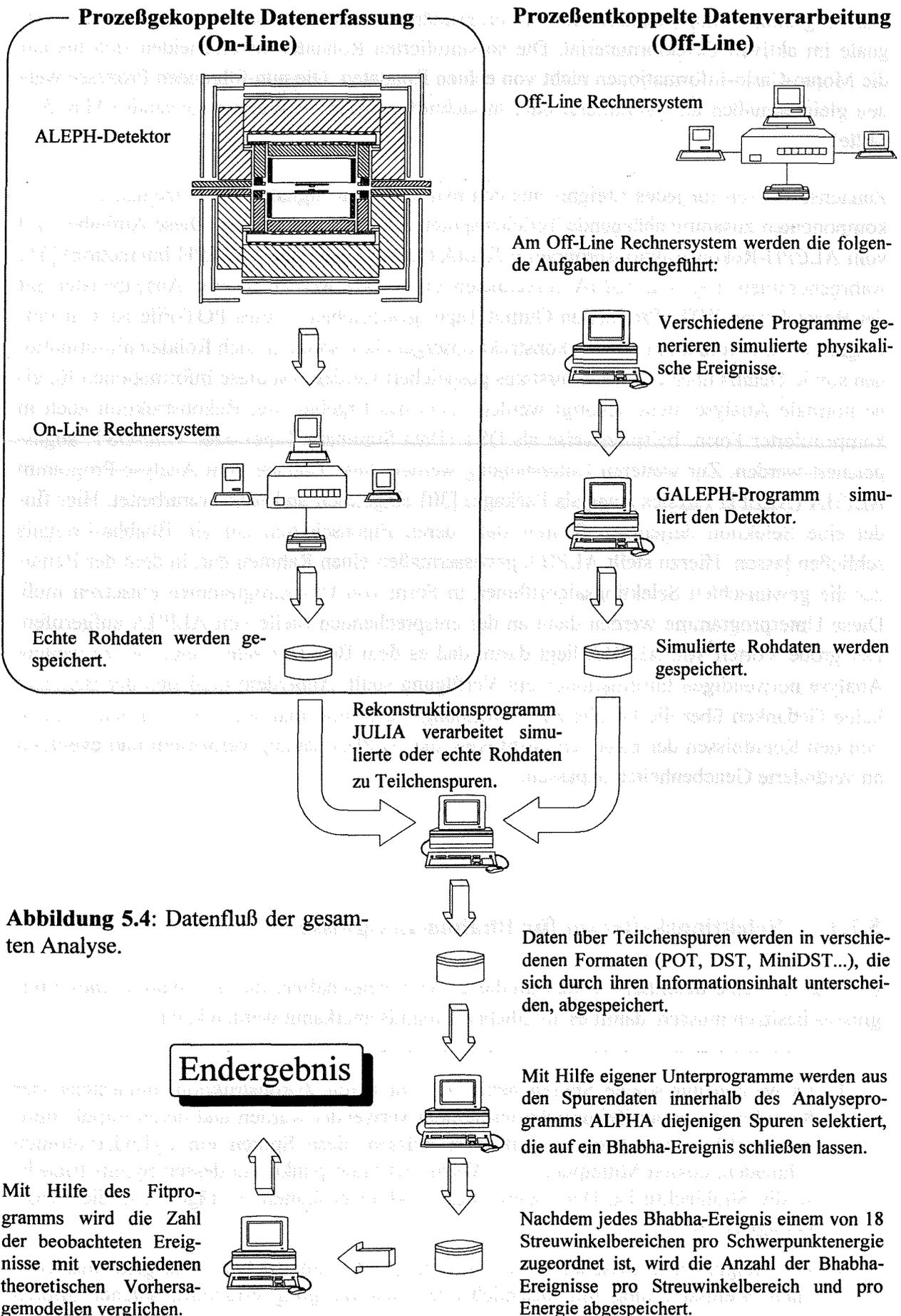


Abbildung 5.4: Datenfluß der gesamten Analyse.

Das Programm simuliert außerdem die von primären und sekundären Teilchen erzeugten Signale im aktiven Detektormaterial. Die so simulierten Rohdaten unterscheiden sich bis auf die Monte-Carlo-Informationen nicht von echten Rohdaten. Die nun folgenden Prozesse werden gleichermaßen auf simulierte oder tatsächlich gemessene Werte angewandt (Abb. 5.4, Mitte).

Zunächst müssen für jedes Ereignis aus den extrem vielen Signalen der einzelnen Detektor-komponenten zusammenhängende Teilchenspuren rekonstruiert werden. Diese Aufgabe wird vom ALEPH-Rekonstruktionsprogramm JULIA (Job to Understand ALEPH Interaction) [31] wahrgenommen. Die von JULIA berechneten Ergebnisse werden in eine Ausgabedatei mit der Bezeichnung POT (Production Output Tape) geschrieben. Dieses POT-File ist sehr umfangreich, da dort nicht nur die Rekonstruktionsergebnisse sondern auch Rohdateninformationen sowie Details über den Detektorstatus gespeichert werden. Da diese Informationen für eine normale Analyse nicht benötigt werden, kann das Ergebnis der Rekonstruktion auch in komprimierter Form, beispielsweise als DST (Data Summary Tape) oder Mini-DST, abgespeichert werden. Zur weiteren Untersuchung werden diese Dateien vom Analyse-Programm ALPHA (ALEPH Physics Analysis Package) [30] eingelesen und weiterverarbeitet. Hier findet eine Selektion derjenigen Spuren statt, deren Eigenschaften auf ein Bhabha-Ereignis schließen lassen. Hierzu stellt ALPHA gewissermaßen einen Rahmen dar, in dem der Benutzer die gewünschten Selektionsalgorithmen in Form von Unterprogrammen einsetzen muß. Diese Unterprogramme werden dann an der entsprechenden Stelle von ALPHA aufgerufen. Der große Vorteil von ALPHA liegt darin, daß es dem Benutzer sehr viele, für die weitere Analyse notwendigen Informationen zur Verfügung stellt. Außerdem muß sich der Benutzer keine Gedanken über die Details zur Gewinnung dieser Informationen machen und kann so von den Kenntnissen der Experten profitieren, die ALPHA ständig verbessern und eventuell an veränderte Gegebenheiten anpassen.

### 5.2.1 Selektionskriterien für Bhabha-Ereignisse

Es folgt nun eine detailliertere Beschreibung der Eigenschaften, die die Spuren eines Ereignisses besitzen müssen, damit es als Bhabha-Ereignis anerkannt werden kann.

- 1 Es werden nur solche Spuren betrachtet, für deren Rekonstruktion mindestens vier Koordinaten in der Zeitprojektionskammer verwendet wurden und deren Impuls mindestens  $0.1 \text{ GeV}/c$  beträgt. Außerdem müssen diese Spuren ein Zylindervolumen schneiden, dessen Mittelpunkt der Wechselwirkungspunkt und dessen Symmetrieachse die Strahlachse ist. Der Radius dieses Zylindervolumens beträgt  $5 \text{ cm}$ , die Länge beträgt  $10 \text{ cm}$ .
- 2 Ein Ereignis muß zwischen zwei und sechs, (z. B. wenn die beiden ausgehenden Teilchen Bremsstrahlung mit anschließender Paarerzeugung erfahren), solcher Spuren

enthalten. Der Polarwinkel jeder Spur muß zusätzlich das Kriterium  $|\cos \vartheta| < 0.95$  erfüllen. Falls es nicht genau zwei Spuren der Kriterien 1 und 2 gibt, müssen alle Spuren ein Zylindervolumen (siehe Bedingung 1) mit einem Radius von 2 cm schneiden.

- 3 Für jedes Ereignis wird eine sog. Thrust-Achse  $\vec{t}$  bestimmt, die durch die Bedingung  $\sum |\vec{t} \cdot \vec{p}_i| = \text{maximal}$  ( $\vec{p}_i$  ist Impuls der Spur  $i$ ) definiert ist. Die Ebene senkrecht zu dieser Achse, die den Wechselwirkungspunkt enthält, teilt das Ereignis in zwei Halbräume (Hemisphären) auf. Jeder Halbraum muß mindestens eine Spur enthalten.
- 4 Falls fünf oder sechs Spuren existieren, darf der Winkel  $\delta$ , den jede Spur mit der vektoriellen Summe aller Spurimpulse im entsprechenden Halbraum einschließt, den Wert  $31.8^\circ$  ( $\cos \delta = 0.85$ ) nicht überschreiten.
- 5 Es muß mindestens eine Spur existieren, die ein Zylindervolumen (siehe Bedingung 1) mit einem Radius von 2 cm schneidet und deren Impuls mindestens 3 GeV/c beträgt.

Mit der ersten Bedingung werden kosmische Strahlung sowie Kollisionsereignisse von Strahlteilchen mit dem Restgas im Strahlrohr unterdrückt, da die Spuren beider Ereignistypen mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht vom Wechselwirkungspunkt kommen. Bei hadronischen  $Z^0$ -Zerfällen kommt es meist zu sehr vielen geladenen Spuren, deren Impulse kleiner als 3 GeV/c sind und deren Transversalimpulse zu groß sind, um die vierte Bedingung zu erfüllen. Die Akzeptanz solcher Ereignisse wird daher durch die Schnitte 2, 4 und 5 weitgehend unterdrückt.  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ -Ereignisse, bei denen ein Photon in ein Elektron-Positron-Paar konvertiert, scheitern mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit an den Bedingungen 3 und 5.

Durch die Spurkriterien 1 bis 5 werden Zwei-Lepton-Endzustände selektiert, wobei Bhabha- und Myon-Ereignisse bevorzugt werden. Für die weitere Selektion wird die Energieinformation hauptsächlich vom elektromagnetischen Kalorimeter herangezogen. Wir betrachten nun die beiden Spuren mit dem höchsten Impuls und verlangen, daß der Akollinearitätswinkel (siehe Abb. 4.8) zwischen diesen beiden Spuren kleiner als  $20^\circ$  ist. Durch diesen Schnitt werden die oben beschriebenen Zwei-Photon-Ereignisse, bei denen ein Photon in ein Elektron-Positron-Paar konvertiert, noch einmal unterdrückt. Für die beiden Spuren wird nun eine Myon-Identifikation durchgeführt und das Ereignis abgelehnt, falls beide Spuren als Myonen identifiziert wurden. Das Myon-Identifikationsprogramm QMUIDO [33] macht dabei weitgehend von der Tatsache Gebrauch, daß Elektronen wegen ihrer geringen Masse nahezu vollständig im elektromagnetischen Kalorimeter ECAL aufschauern, während Myonen sowohl das ECAL, als auch das Hadronkalorimeter HCAL passieren können.

Nun müssen noch die Tau-Ereignisse identifiziert und so weit wie möglich aus den Daten entfernt werden. In einer früheren Methode [34] wurde im wesentlichen gefordert, daß sowohl die Summe der Impulse dieser beiden Spuren höchsten Impulses, multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , als auch die Summe der Energien der beiden entsprechenden ECAL-Schauer mindestens 45% der Schwerpunktenergie aufweisen mußten. Dieser Schnitt entfernte zwar den Großteil aller Taupaare, leider aber auch einen Teil der Bhabha-Ereignisse mit den folgenden Eigenschaften:

- 1 Die Summe der Impulse reicht aus, aber nicht die Summe der Energien: Dies sind Bhabha-Ereignisse, bei denen die ausgehenden Elektronen in einen Bereich des ECALs eintreten, wo zwei Module zusammenstoßen und somit ein Teil der Energie verlorenght.
- 2 Die Summe der Energien reicht aus, aber nicht die Summe der Impulse: Dies sind Bhabha-Ereignisse, bei denen ein Elektron ein Bremsstrahlungsphoton emittiert hat, dessen Schauer im ECAL zu nahe am Schauer des Elektrons liegt. Es wird also nur ein Schauer "gesehen", der die Energie des Elektrons und des Photons enthält und damit der Energie des Elektrons vor der Abstrahlung entspricht.
- 3 Weder die Summe der Impulse noch die Summe der Energien reicht aus: Dies sind Bhabha-Ereignisse der Kategorie 2, bei denen aber der vom Photon verursachte Schauer weit genug von dem des Elektrons entfernt liegt, so daß er als zusätzlicher Schauer rekonstruiert wird.

In der vorliegenden Analyse verwenden wir eine neuere Methode [35], die die Bhabha-Ereignisse der Kategorien 1 bis 3 zu einem großen Teil zurückgewinnt. Dazu wird in erster Linie auf die Summe der Impulse plus die Summe der Energien geschnitten, um Ereignisse der Kategorie 2 einzuschließen. Die entsprechende Bedingung lautet:

$$c \sum_{i=1}^2 p_i + \sum_{j=1}^3 \left( E_j^{ECAL} + E_j^{HCAL} \right) > k \cdot \sqrt{s} \quad (5.6)$$

Wie man (5.6) entnimmt, sind in dieser Summe bis zu drei ECAL-Schauer enthalten. Der dritte ECAL-Schauer ist der von Bhabha-Ereignissen der Kategorie 3 verursachte Photon-Schauer. Zusätzlich können bis zu drei HCAL-Schauer enthalten sein, die die verlorengegangene Energie von Ereignissen der Kategorie 1 enthalten. Jeder dieser HCAL-Schauer muß natürlich mit dem entsprechenden ECAL-Schauer räumlich assoziiert sein. Wie der dritte ECAL-Schauer bestimmt wird und wann es zu einer Korrektur der Energie durch den HCAL-Schauer kommt, wird im Detail in [35] beschrieben. Der Wert von  $k$  innerhalb (5.6) muß in einem Kompromiß zwischen hoher Effizienz und niedrigem Tau-Untergrund gewählt werden. Zu großen Werten hin werden Tau-Ereignisse stärker unterdrückt, es sinkt aber auch die Effizienz, da mehr und mehr Bhabha-Ereignisse diesen Schnitt nicht überleben. Bei kleinen Werten überlebt nahezu jedes Bhabha-Ereignis, aber auch immer mehr Tau-Ereignisse. Die Effizienz steigt auf nahezu 100 %, der Tau-Untergrund wird jedoch relativ groß. Der Einfluß von  $k$  auf die beiden Größen Effizienz und Untergrund wurde detailliert für die drei Werte  $k = 1.08, 1.20$  und  $1.32$  in [35] untersucht. Für die Ereignis Selektion dieser Analyse haben wir den Wert  $k = 1.20$  verwendet. Für die Summe der Impulse der beiden ausgewählten geladenen Spuren und die Summe der Energien der zu diesen Spuren gehörenden ECAL-Schauer wird weiterhin verlangt,

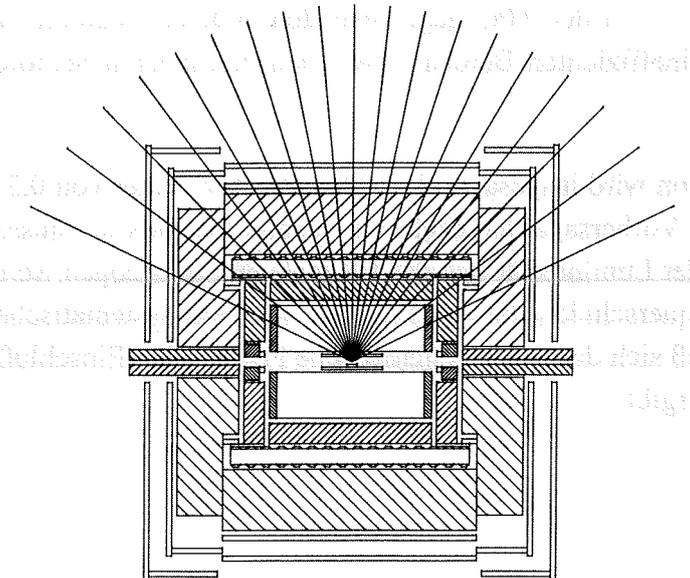
$$c(p_1 + p_2) > 0.05\sqrt{s} \quad (5.7)$$

$$E_1^{ECAL} + E_2^{ECAL} > 0.20\sqrt{s} \quad (5.8)$$

Erst wenn alle drei Bedingungen (5.6), (5.7) und (5.8) erfüllt sind, wird ein Ereignis als Bhabha-Ereignis anerkannt.

### 5.2.2 Effizienz der Selektion

18 Streuwinkelbins der Breite  $\cos \vartheta^* = 0.1$



**Abbildung 5.5:** Veranschaulichung des untersuchten Streuwinkelbereichs

Zunächst werden die Polarwinkel der beiden ausgewählten geladenen Spuren betrachtet. In den meisten Fällen weisen diese beiden Spuren verschiedene Ladungsvorzeichen auf, so daß wir die entsprechenden Polarwinkel mit  $\vartheta^-$  und  $\vartheta^+$  bezeichnen. In den seltenen Fällen, in denen eines der geladenen Teilchen ein hochenergetisches Photon emittiert, welches dann anschließend in ein Elektron-Positron-Paar übergeht, können beide Spuren auch das gleiche Ladungsvorzeichen besitzen. In diesem Fall wird der Spur mit dem kleineren Impuls das entgegengesetzte Ladungsvorzeichen der Spur mit dem größeren Impuls zugeordnet. Für jedes Ereignis berechnen wir den Cosinus des Streuwinkel  $\vartheta^*$ , der durch

$$\cos \vartheta^* = \frac{\cos \frac{1}{2}(\vartheta^- + \pi - \vartheta^+)}{\cos \frac{1}{2}(\vartheta^- - \pi + \vartheta^+)} \quad (5.9)$$

gegeben ist. Der Winkel  $\vartheta^*$  gibt den Streuwinkel im Schwerpunktsystem sowohl für den Fall kollinear abstrahlung im Anfangszustand als auch für den Fall, in dem keine Abstrahlung erfolgte, an. Durch den Wert  $\cos \vartheta^*$  wird jedes Ereignis einem von 18 Streuwinkelbereichen (Bins) im Bereich  $-0.9 \leq \cos \vartheta^* \leq 0.9$ , deren Breite  $\Delta \cos \vartheta^* = 0.1$  beträgt, zugeordnet. Aus Abb. 5.5 wird ersichtlich, welche Komponenten des Detektors hierbei in erster Linie betroffen sind. Für die Bestimmung der Selektionseffizienz werden simulierte Bhabha-Ereignisse verwendet. Für jedes Streuwinkelbin bestimmen wir die Selektionseffizienz, indem wir die

Zahl der akzeptierten Bhabha-Ereignisse auf die Zahl der tatsächlich erzeugten Ereignisse (Monte-Carlo-Wahrheit) normieren. Das Ergebnis ist in der zweiten Spalte von Tabelle 5.1 angegeben. Während im zentralen Bereich die Effizienz nahezu 100 % beträgt, nimmt sie in den beiden Randbins relativ stark ab. Die Projektion von Teilchenspuren innerhalb der beiden äußeren Streuwinkelbins (siehe Abb. 5.5) auf die Endkappen der TPC verläuft zum Großteil nicht über alle Drahtkammern. Dadurch kommt es häufiger zu Spuren, die weniger als vier Koordinaten in der Zeitprojektionskammer aufweisen und somit durch die Selektionskriterien verlorengehen. Ein weiterer Grund ist die Tatsache, daß für Spuren in den äußersten beiden Bins die inneren Sektoren der TPC gegenüber den äußeren Sektoren bevorzugt sind. Dies führt dazu, daß die ineffizienten Bereiche zwischen den inneren Sektoren wieder zum Vorschein kommen<sup>1</sup>.

Der Ereignis-Selektion wird insgesamt ein systematischer Fehler von 0.3 % [35] zugewiesen. Für die theoretische Vorhersage der Zahl von Bhabha-Ereignissen müssen außerdem der systematische Fehler der Luminosität und des t-Kanals mit einbezogen werden. Für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts durch ALISTAR wird ein systematischer Fehler von 0.2 % angesetzt [50], so daß sich der totale systematische Fehler ohne Einschluß des Fehlers der Luminosität zu 0.4 % ergibt.

### 5.2.3 Untergrund der Selektion

In der dritten Spalte von Tabelle 5.1 ist der Anteil an Tau-Ereignissen angegeben, die fälschlicherweise vom Selektionsprogramm als Bhabha-Ereignisse gesehen wurden. Zu diesem Zweck wurden Tau-Monte-Carlo-Ereignisse untersucht und für jeden Streuwinkelbereich die Zahl der vom Bhabha-Selektionsprogramm akzeptierten Ereignisse auf die Zahl der tatsächlich generierten normiert. Dieser Untergrund besteht aus Tau-Paaren, bei denen zu 9.5% beide Taus in ein Elektron und andere Teilchen zerfallen, während zu etwa 58% nur eines der beiden Taus in ein Elektron und andere Fermionen zerfällt. Die restlichen 32.5% sind hadronische Zerfälle, von denen 83% mindestens ein  $\pi^0$  enthalten [35]. Wie man Tabelle 5.1 entnehmen kann, zeigt der Untergrundanteil keine signifikante Streuwinkelabhängigkeit. Für die Vorhersage der Zahl von Ereignissen, die auf den Tau-Untergrund zurückzuführen sind, verwenden wir daher 1.2 % des Wirkungsquerschnitts für den Prozeß  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ . Andere Untergrundquellen, wie etwa  $\mu^+\mu^-$ -Ereignisse, tragen weniger als 0.15 % ihres Wirkungsquerschnittes bei und sind damit gegenüber dem Tau-Untergrund vernachlässigbar [35].

---

<sup>1</sup> Wenn innere und äußere Sektoren gleichermaßen betroffen sind, werden die ineffizienten Bereiche eines jeden Sektor-rings durch die um die Strahlachse gedrehte Anordnung des inneren Rings gegenüber dem äußeren weitgehend kompensiert (Abb. 5.3).

$\cos \vartheta^*$	Effizienz	Untergrund
[-0.9, -0.8]	$95.4 \pm 0.5$	$0.9 \pm 0.2$
[-0.8, -0.7]	$97.7 \pm 0.4$	$0.9 \pm 0.2$
[-0.7, -0.6]	$99.5 \pm 0.2$	$1.0 \pm 0.2$
[-0.6, -0.5]	$99.4 \pm 0.2$	$1.1 \pm 0.3$
[-0.5, -0.4]	$99.8 \pm 0.1$	$1.4 \pm 0.3$
[-0.4, -0.3]	$99.6 \pm 0.2$	$1.3 \pm 0.3$
[-0.3, -0.2]	$99.4 \pm 0.3$	$1.0 \pm 0.3$
[-0.2, -0.1]	$99.8 \pm 0.2$	$1.2 \pm 0.3$
[-0.1, 0.0]	$99.5 \pm 0.2$	$1.2 \pm 0.3$
[0.0, 0.1]	$98.9 \pm 0.3$	$1.0 \pm 0.3$
[0.1, 0.2]	$99.8 \pm 0.2$	$1.1 \pm 0.3$
[0.2, 0.3]	$98.7 \pm 0.3$	$1.0 \pm 0.3$
[0.3, 0.4]	$99.6 \pm 0.2$	$1.1 \pm 0.3$
[0.4, 0.5]	$99.5 \pm 0.2$	$1.4 \pm 0.3$
[0.5, 0.6]	$98.9 \pm 0.3$	$1.3 \pm 0.3$
[0.6, 0.7]	$99.3 \pm 0.2$	$1.6 \pm 0.3$
[0.7, 0.8]	$98.6 \pm 0.3$	$1.2 \pm 0.3$
[0.8, 0.9]	$95.4 \pm 0.4$	$0.9 \pm 0.2$

**Tabelle 5.1:** Effizienz und Untergrund in % mit Angabe des statistischen Fehlers

## 6 Daten-Auswertung

Das folgende Kapitel über Daten-Auswertung setzt sich aus den Abschnitten "Anpassung" und "Ergebnisse" zusammen. Der Abschnitt "Anpassung" beschreibt im Detail die Vorgehensweise, um aus dem gesammelten Datenmaterial die gewünschten Informationen zu erhalten. Die Präsentation dieser Informationen in Form klarer physikalischer Aussagen ist dann das Ziel des Abschnitts "Ergebnisse".

Wir analysieren zunächst die Daten, getrennt nach den verschiedenen Schwerpunktenenergien<sup>1</sup>. Die graphische Darstellung der vom Fitprogramm angepaßten Kurven, natürlich im Rahmen der vom jeweiligen Modell vorgegebenen Randbedingungen, an die einzelnen Meßpunkte liefert hierbei einen visuellen Eindruck über die korrekte Funktion des Anpassungsprozesses. Anschließend wird der volle Umfang des vorhandenen Datenmaterials in einer gemeinsamen Analyse untersucht. Allerdings werden wir die Hinzunahme der Daten aus dem Jahre 1993 in einer getrennten Untersuchung vornehmen, da zum jetzigen Zeitpunkt (Mai 94) die Luminositätswerte für diese Daten nur vorläufig sind.

Die Ergebnisse werden zeigen, daß selbst bei der großen Datenmenge des Zeitraums 1990 bis 1992 der statistische Fehler gegenüber den systematischen Ungenauigkeiten dominiert. Unter Einschluß der 93er Daten erreicht jedoch der durch die Ungenauigkeit in der  $Z^0$ -Masse verursachte Fehler bei einigen Modellen die Größe des statistischen Fehlers. Diese Ungenauigkeit in der  $Z^0$ -Masse von 21 MeV ist überwiegend durch den Fehler in der Bestimmung der LEP-Energie begründet [17].

<sup>1</sup> Der Stichprobenumfang entsprach hierbei der Zahl der untersuchten Streuwinkelbins.

## 6.1 Anpassung

Infolge der statistischen Natur der einzelnen Bhabha-Streuereignisse und der vorhandenen Meßfehler, können wir lediglich ein Intervall angeben, innerhalb dessen sich der wahre Wert der Compositenessskala  $\Lambda$  mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit befindet. Es ist daher sehr wichtig, den Prozeß, der dieses Intervall aus den gemessenen Daten ermittelt, im Detail zu verstehen. Insbesondere müssen die vom Fitprogramm berechneten Fehler richtig interpretiert werden, da sie letztendlich die Breite dieses Intervalls bestimmen. Das folgende Kapitel wird daher diesen Anpassungsprozeß etwas ausführlicher erläutern.

Die Zahl der erwarteten Bhabha-Ereignisse  $N_{ik}^{theo}$  innerhalb eines Streuwinkelbins hängt von mehreren Parametern ab. Einige dieser Parameter, in erster Linie die Compositenessskala  $\Lambda$ , sollen aus den gemessenen Werten  $N_{ik}^{data}$ , die man allgemein als *Stichprobe* bezeichnet, geschätzt werden. Zwei dieser zu schätzenden Parameter, nämlich die Luminosität und die Effizienz wurden jedoch gemessen, so daß bereits Informationen über diese Größen vorliegen. So wissen wir, daß die wahren Werte dieser beiden Größen in einem Bereich liegen müssen, der im Rahmen der Meßfehler mit den Messungen übereinstimmt. Um diesen Meßfehler zu berücksichtigen, multiplizieren wir den jeweiligen Meßwert mit einem sogenannten Normalisierungsfaktor  $n$ , der um den Wert 1 normalverteilt ist. Wenn  $\Delta n$  der relative Fehler der Messung ist, so ist die Wahrscheinlichkeitsdichte von  $n$  durch die Normalverteilung

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta n} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1-n}{\Delta n}\right)^2\right] \quad (6.1)$$

gegeben. Im Unterschied hierzu liegt über die Compositenessskala  $\Lambda$  keinerlei Information vor. Da wir Daten für mehrere Streuwinkelbereiche und Energien untersuchen, ordnen wir jedem der 18 Streuwinkelbereiche den Index  $i$  ( $i = 1 \dots 18$ ) und jedem der  $x$  LEP-Energiewerte den Index  $k$  ( $k = 1 \dots x$ ) zu. Die Anzahl der gemessenen Werte bezeichnen wir als *Stichprobenumfang*  $N$ . Für die Daten aus dem Jahre 1990, in dem LEP bei sieben verschiedenen Energien betrieben wurde, beträgt der Stichprobenumfang beispielsweise  $N = 18 \cdot 7 = 126$ . Die Zahl der erwarteten Bhabha-Ereignisse im Streuwinkelbereich  $i$  bei der LEP-Energie  $k$  beträgt

$$N_{ik}^{theo}(\Lambda, n_0, n_k, n_r) = \left[ \Delta\sigma_{ik}(\Lambda) + \underbrace{0.012 \Delta\sigma_{ik}^{e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-}}_{\tau\text{-Untergrund}} \right] \cdot Lum_k \cdot Eff_i \cdot n_0 \cdot n_k \cdot n_r \quad (6.2)$$

Der durch Kontaktwechselwirkung erweiterte Bhabha-Wirkungsquerschnitt  $\Delta\sigma_{ik}(\Lambda)$  ist durch Gleichung (4.43) gegeben. Für den Untergrundbeitrag in (6.2) wurde (4.42) ohne Compositeness-Anteil und ohne t-Kanalbeiträge, (im Programm ALISTAR wurde die Option "nur s-Kanal" gesetzt), verwendet. Die Luminosität und die Effizienz werden wegen ihrer Meßfehler mit den zu schätzenden Normalisierungsfaktoren  $n_0$ ,  $n_k$  und  $n_r$  multipliziert. Der Faktor  $n_0$  wirkt sich auf alle Luminositäts- und Effizienzwerte gleichermaßen aus, unabhängig von Streuwinkelbereich und Energie. Er berücksichtigt daher den korrelierten Teil der Fehler von Luminosität und Effizienz, nämlich die systematischen Fehler dieser beiden

Größen. Wir verwenden für  $\Delta n_0$  einen Wert von 0.7 %, der sich aus 0.4 % (Ereignis-Selektion) und 0.55 % (Luminosität) zusammensetzt. Die statistischen Fehler der Luminosität bei verschiedenen LEP-Energien werden als unabhängig voneinander angenommen. Daher werden bei  $x$  LEP-Energien,  $x$  Normalisierungsfaktoren  $n_k$  ( $k = 1..x$ ) eingeführt, die dem jeweiligen Fehler für jede LEP-Energie Rechnung tragen. Die statistischen Fehler  $\Delta n_k$  sind für die untersuchten Energien in Tabelle 6.1 angegeben. Für die beiden äußeren Streuwinkelbereiche ( $i = 1, 18$ ) berücksichtigen wir einen zusätzlichen systematischen Fehler (siehe Abschnitt 5.2) von  $\Delta n_r = 1$  % durch den Faktor  $n_r$ . Er ist durch

$$n_r = \begin{cases} 1 & ; \quad i = 2 \dots 17 \\ n_r & ; \quad i = 1, 18 \end{cases} \quad (6.3)$$

definiert.

Um nicht jedesmal sämtliche Schätzparameter einzeln aufführen zu müssen, betrachten wir den Vektor  $\lambda$ , dessen Komponenten  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$  die  $p = x + 3$  Schätzgrößen  $\Lambda, n_0, n_1, \dots, n_x$  und  $n_r$  sind. Für die erwartete Zahl von Bhabha-Ereignissen im Streuwinkelbereich  $i$  bei der LEP-Energie  $k$  gilt somit

$$N_{ik}^{theo} = N_{ik}^{theo}(\lambda) \quad (6.4)$$

Infolge der stochastischen Natur der Bhabha-Streuung ist die tatsächlich beobachtete Zahl von Bhabha-Ereignissen  $N_{ik}^{data}$  eine Zufallsgröße, die der Binomialverteilung folgt. Wegen der großen Zahl möglicher  $Z^0$ -Zerfallskanäle ist die Wahrscheinlichkeit für ein Bhabha-Ereignis, das die geforderten Schnitte übersteht, sehr gering, und man kann es daher als seltenes Ereignis betrachten. Aufgrund der hohen Luminosität am Elektron-Positron-Speicherring LEP ist gewährleistet, daß uns trotzdem eine ausreichend hohe Zahl von Bhabha-Ereignissen pro Streuwinkelbereich für die Analyse zur Verfügung steht. Diese beiden Eigenschaften sind die Voraussetzung dafür, die Binomialverteilung in guter Näherung durch eine Poissonverteilung zu ersetzen. Wenn

$$\left( N_{ik}^{theo} \right)_0 = N_{ik}^{theo}(\lambda = \lambda_0) \quad (6.5)$$

der wahre Wert für die erwartete Zahl von Ereignissen ist, so ist die Wahrscheinlichkeitsdichte dafür,  $N_{ik}^{data}$  Ereignisse zu beobachten durch die Poissonverteilung

$$p_{ik} \left( N_{ik}^{data}, \lambda = \lambda_0 \right) = \frac{1}{N_{ik}^{data}!} \cdot \left( N_{ik}^{theo} \right)_0^{N_{ik}^{data}} \exp \left[ - \left( N_{ik}^{theo} \right)_0 \right] \quad (6.6)$$

gegeben. Da wir  $\lambda_0$  jedoch nicht kennen, müssen wir  $p_{ik}$  als eine Funktion von  $\lambda$  verstehen. Die Wahrscheinlichkeitsdichte dafür, nach einem Versuch die Werte  $N_{1,1}^{data}, \dots, N_{18,x}^{data}$  erhalten zu haben, betrug bei unabhängigen Messungen (keine Korrelation) offensichtlich

$$L(\lambda) = \prod_{k=1}^x \prod_{i=1}^{18} p_{ik} \left( N_{ik}^{data}, \lambda \right)$$

Um die Ungenauigkeit der Normalisierungsfaktoren, die um den Wert 1 normalverteilt angenommen werden zu berücksichtigen, ergänzen wir  $L$  zu

$$L(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta n_0} \exp -\frac{1}{2} \left( \frac{1-n_0}{\Delta n_0} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta n_r} \exp -\frac{1}{2} \left( \frac{1-n_r}{\Delta n_r} \right)^2 \times \prod_{k=1}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta n_k} \exp -\frac{1}{2} \left( \frac{1-n_k}{\Delta n_k} \right)^2 \prod_{i=1}^{18} p_{ik} \left( N_{ik}^{data}, \lambda \right) \quad (6.7)$$

Ein Produkt der Form (6.7) bezeichnet man als *Likelihood-Funktion*. Wir schenken nun denjenigen Werten von  $\lambda$  das größte Vertrauen, für die  $L$  maximal wird d. h.,

$$L(\lambda = \hat{\lambda}) = \text{maximal} \quad (6.8)$$

Das Verfahren, nach der Bedingung (6.8) die besten Schätzwerte zu finden, ist allgemein als *Maximum-Likelihood-Methode* bekannt.

Da die Likelihood-Funktion  $L$  von der Stichprobe  $N_{1,1}^{data}, \dots, N_{18,x}^{data}$  abhängt, ist sie eine Stichprobenfunktion und damit eine Zufallsvariable. Damit sind die durch die Bedingung (6.8) geschätzten Parameter  $\hat{\lambda}$  ebenfalls Zufallsgrößen.

Da sich Summen leichter handhaben lassen als Produkte, betrachten wir jetzt die Funktion

$$l(\lambda) = \ln L(\lambda) \quad (6.9)$$

Wegen der Bedingung  $l(\lambda = \hat{\lambda}) = \text{maximal}$ , verschwinden die ersten Ableitungen an der Stelle  $\lambda = \hat{\lambda}$  d. h.,  $l(\lambda)$  läßt sich durch die Reihe

$$l(\lambda) = l(\hat{\lambda}) - \frac{1}{2} (\lambda - \hat{\lambda})^T A (\lambda - \hat{\lambda}) + \dots \quad (6.10)$$

mit

$$A = - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_1^2} & \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} & \dots & \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_p} \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_2 \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_2 \partial \lambda_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_p \partial \lambda_1} & \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_p \partial \lambda_2} & \dots & \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_p^2} \end{pmatrix}_{\lambda = \hat{\lambda}} \quad (6.11)$$

darstellen [25]. Die Likelihood-Funktion  $L$  ist dann

$$L(\lambda) = k \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} (\lambda - \hat{\lambda})^T A (\lambda - \hat{\lambda}) + \dots \right] \quad (6.12)$$

Dies ist eine  $p$ -dimensionale Normalverteilung mit den Mittelwerten  $\hat{\lambda}$ , deren Kovarianzmatrix

$$C = A^{-1} \quad (6.13)$$

die Inverse der Matrix  $A$  ist. Ein Abbruch der Reihe (6.10) nach dem parabolischen Glied ist in den folgenden beiden Fällen erlaubt [26].

- a  $l(\lambda)$  ist exakt parabolisch in den Variablen  $\lambda$ . In diesem Fall verschwinden alle Ableitungen, die höher sind als diejenigen in der Matrix  $A$ . Eine Voraussetzung hierfür ist, daß in unserem Fall die Funktion  $N_{ik}^{theo}(\lambda)$  linear in den Variablen  $\lambda$  ist.
- b Der Stichprobenumfang ist so groß, daß die Stichprobe nur einen sehr engen Bereich um  $\hat{\lambda}$  zuläßt. Innerhalb dieses schmalen Bereichs kann  $N_{ik}^{theo}(\lambda)$  immer als linear in  $\lambda$  angenähert werden. Damit ist die Likelihood-Funktion asymptotisch (bei unendlich großem Stichprobenumfang) immer eine Normalverteilung.

Die Bedingung **b** wird in den allermeisten Fällen nicht zutreffen. In den Variablen  $n_0$ ,  $n_k$  und  $n_r$  ist  $N_{ik}^{theo}(\lambda)$  linear (siehe Gleichung (6.2)), jedoch nicht in der Compositenessskala  $\Lambda$ . Wir führen daher den Parameter

$$\varepsilon = \frac{1}{\Lambda^2} \quad (6.14)$$

ein, so daß die Komponenten des Vektors  $\lambda$  nun durch  $\lambda = (\varepsilon, n_0, n_1, \dots, n_x, n_r)$  gegeben sind. Den Beziehungen (3.34) - (3.38) ist zu entnehmen, daß bis auf den reinen Compositenessterm der Wirkungsquerschnitt (3.32) proportional zu  $\varepsilon$  ist. Der reine Compositenessterm, der sich quadratisch in  $\varepsilon$  verhält, ist allerdings gegenüber den linearen Termen relativ klein. Aus diesem Grund erwarten wir, daß bei ausreichendem Stichprobenumfang  $l(\lambda)$  in den Variablen

$$\lambda = (\varepsilon, n_0, n_1, \dots, n_x, n_r) \quad (6.15)$$

parabolisch ist. Damit kann die Likelihood-Funktion in der Umgebung von  $\hat{\lambda}$  als eine  $p$ -dimensionale ( $p = x + 3$ ) Normalverteilung mit den Mittelwerten

$$\hat{\lambda} = (\hat{\varepsilon}, \hat{n}_0, \hat{n}_1, \dots, \hat{n}_x, \hat{n}_r) \quad (6.16)$$

betrachtet werden.

Wir stellen nun die folgende Frage:

- Wie lautet der Bereich, in dem sich die wahren Werte von  $\lambda$  mit der Wahrscheinlichkeit  $W$  befinden.

Dieser  $p$ -dimensionale Bereich, den man allgemein als *Konfidenzbereich* zur Wahrscheinlichkeit  $W$  bezeichnet, ist im Falle einer Normalverteilung von  $L$  ein  $p$ -dimensionales Ellipsoid, der *Konfidenzellipse*. Im Spezialfall zweier Parameter ( $p = 2$ ) wird dieser Bereich von einer Ellipse, der *Kovarianzellipse*, umschlossen. Der Konfidenzbereich ist dadurch gegeben, daß  $l(\lambda)$  um einen der Wahrscheinlichkeit  $W$  entsprechenden Wert  $g(W)$  gegenüber seinem Maximalwert abnimmt. Es gilt [25]

$$g(W) = -2[l(\lambda) - l(\hat{\lambda})] = \chi_{W}^2(p) \quad (6.17)$$

Dabei ist  $\chi_{W}^2(p)$  das Quantil zur Wahrscheinlichkeit  $W$  der  $\chi^2$ -Verteilung mit  $p$  Freiheitsgraden. So erhält man beispielsweise für den Fall  $W = 68.3\%$  und einem Freiheitsgrad ( $p = 1$ ) für  $g$  den Wert  $g = 1$ . Wenn die Bedingung (6.17) an den Stellen

$$l(\lambda) = l(\hat{\lambda} + \Delta\lambda^+) \quad \text{und} \quad l(\lambda) = l(\hat{\lambda} - \Delta\lambda^-) \quad (6.18)$$

erfüllt ist, so befinden sich die wahren Werte  $\lambda_0$  mit der Wahrscheinlichkeit  $W$  innerhalb des Konfidenzbereiches

$$(\hat{\lambda} - \Delta\lambda^-) < \lambda_0 < (\hat{\lambda} + \Delta\lambda^+) \quad (6.19)$$

Im Falle eines parabolischen Verhaltens von  $l(\lambda)$  gilt natürlich

$$\Delta\lambda^+ = \Delta\lambda^- \quad (6.20)$$

Interessiert nur der Konfidenzbereich eines Parameters, ohne daß Bedingungen an die Lage der restlichen Parameter gestellt werden, so gilt (6.17) entsprechend für  $\chi_{W}^2(p = 1)$ .

In den nun folgenden Abschnitten werden wir die Ergebnisse für den 68.3%- (eine Standardabweichung) und den 90%-Konfidenzbereich von  $\epsilon$  angeben. Hierbei wird sich zeigen, daß zumindest bei der gemeinsamen Analyse der Daten verschiedener LEP-Energien (ausreichender Stichprobenumfang) die Schätzgröße  $\hat{\epsilon}$  gaußverteilt ist. Aus den Grenzen des 90%-Konfidenzbereichs für  $\epsilon$  lassen sich dann die beiden Abschneideparameter  $\Lambda^+$  und  $\Lambda^-$  für die Gültigkeit des Standardmodells bezüglich nicht-punktförmiger Elektronen herleiten.

## 6.2 Ergebnisse

In Tabelle 6.1 ist die integrierte Luminosität der untersuchten Daten aus den Jahren 1990 bis 1993 für insgesamt 16 verschiedene LEP-Energien angegeben. Die Daten aus dem Jahr 1993 müssen hierbei mit einer gewissen Vorsicht betrachtet werden, da zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Analyse (Mai 1994) für diese Daten noch kein Einverständnis der Luminositätsexperten vorlag. Da im Gegensatz hierzu die Luminositätswerte der 90er-, 91er- und 92er-Daten exakt sind, führen wir die Analyse für zwei verschiedene Datensätze durch. Während der erste Datensatz lediglich die Messungen aus den Jahren 1990 bis 1992 enthält, umfaßt der zweite Datensatz zusätzlich die Messungen aus dem Jahre 1993. Die Ergebnisse dieser zweiten Analyse haben damit den Status "Vorläufig" und sollten, sobald die exakten Werte für die 93er Daten vorliegen, aktualisiert werden.

$\sqrt{s}$	1990	1991	1992	1993 <sup>1</sup>	Gesamt
88.22	482 ± 4.7				482 ± 4.7
88.46		667 ± 5			667 ± 5
89.22	517 ± 4.5				517 ± 4.5
89.43				6595 ± 17	6595 ± 17
89.46		796 ± 5.4			796 ± 5.4
90.21	447 ± 4.1	753 ± 5.3			1200 ± 7.4
91.17				1272 ± 7.6	1272 ± 7.6
91.22	3620 ± 12	7775 ± 17		7229 ± 18	18624 ± 29
91.27			22426 ± 32	5683 ± 16	28109 ± 36
91.95		693 ± 5.2			693 ± 5.2
92.21	555 ± 4.7				555 ± 4.7
92.96		676 ± 5.2			676 ± 5.2
93.02				7765 ± 19	7765 ± 19
93.21	590 ± 5				590 ± 5
93.70		767 ± 5.6			767 ± 5.6
94.20	641 ± 5				641 ± 5
	6852 ± 16	12127 ± 21	22426 ± 32	28544 ± 36	69949 ± 57

<sup>1</sup> Diese Werte sind vorläufig.

**Tabelle 6.1:** Die integrierte Luminosität der untersuchten Daten in  $\text{nb}^{-1}$  mit Angabe des statistischen Fehlers. Der systematische Fehler betrug 0.55 %. Die Werte für die 93er Daten besitzen zum jetzigen Zeitpunkt (Mai 94) den Status "Vorläufig".

Mit Hilfe der Programmsammlung MINUIT [27] minimieren wir die Funktion

$$F(\lambda) = -2l(\lambda) \quad (6.21)$$

Hierbei ist  $L(\lambda) = \exp[l(\lambda)]$  die durch Gleichung (6.7) definierte Likelihood-Funktion. Die Diagramme auf den Seiten 96 bis 105 geben zunächst die Anpassungs-Ergebnisse der verschiedenen Compositeness-Modelle, getrennt für die jeweilige LEP-Energie an. Die Meßpunkte mit den Fehlerbalken sind durch  $N_i^{data} / N_i^{SM} - 1$  gegeben.  $N_i^{data}$  ist die beobachtete Zahl von Bhabha-Ereignissen im entsprechenden Streuwinkelbin (siehe Anhang A, Tab. A.1 bis Tab. A.4).  $N_i^{SM}$  ist die nach dem Standardmodell erwartete Zahl von Bhabha-Ereignissen nach Gleichung (6.2) d. h., die in diesem Fall drei Anpassungsparameter wurden auf die Werte  $\varepsilon = 0$  ( $\Lambda = \infty$ ),  $n_0 = 1$ ,  $n_r = 1$  gesetzt.

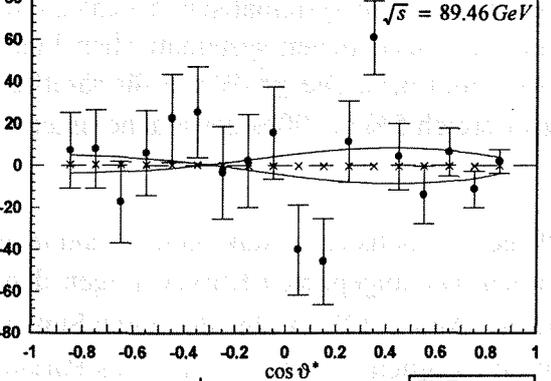
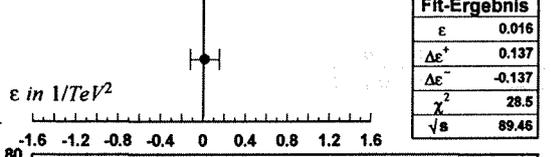
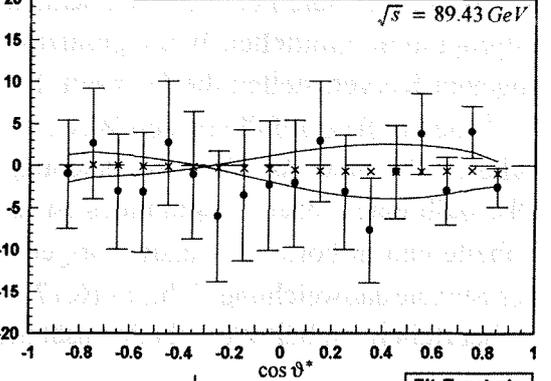
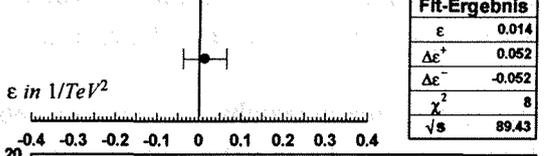
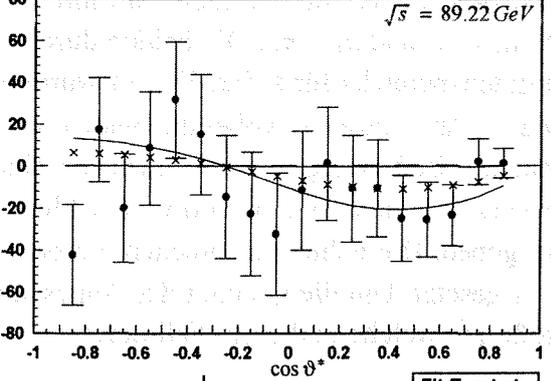
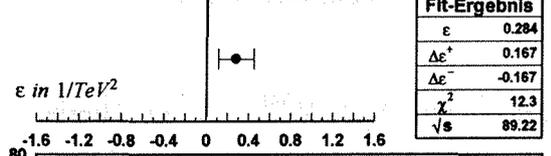
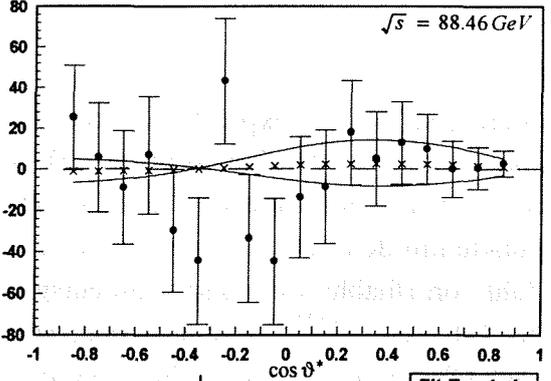
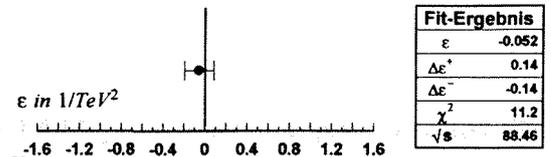
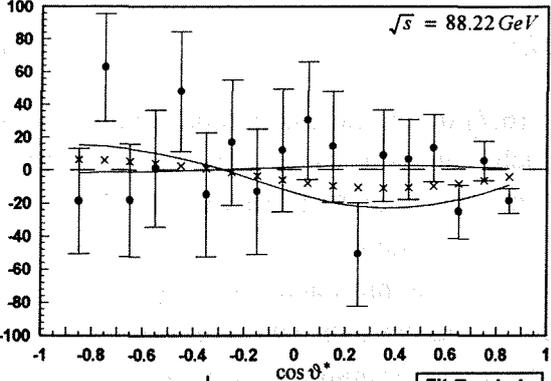
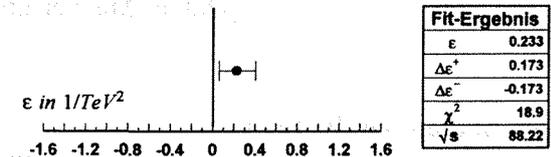
Die mit  $\times$  gekennzeichneten Punkte geben das Fitergebnis  $N_i^{Fit} / N_i^{SM} - 1$  an. Hierbei ist  $N_i^{Fit}$  wiederum durch 6.2 gegeben, jedoch wurden die drei Anpassungsparameter auf ihre vom Fitprogramm ermittelten Werte gesetzt d. h.,  $\varepsilon = \hat{\varepsilon}$ ,  $n_0 = \hat{n}_0$  und  $n_r = \hat{n}_r$ . Die beiden durchgezogenen Kurven stellen die Grenzen des 90%-Konfidenzbereichs für  $\varepsilon$  dar. Hierzu wurde in  $N_i^{Fit}$  die Größe  $\varepsilon$  auf die beiden Werte  $\hat{\varepsilon} + \Delta\varepsilon^{+95}$  und  $\hat{\varepsilon} - \Delta\varepsilon^{-95}$  gesetzt, wobei die beiden Intervalle  $\Delta\varepsilon^{+95}$  bzw.  $\Delta\varepsilon^{-95}$  durch Gleichung (6.17) mit der Bedingung  $g = 2.71$  gegeben sind. Oberhalb eines jeden Diagrammes ist das Anpassungs-Ergebnis für  $\varepsilon$  in Form einer kleinen Tabelle und in Form der dazugehörigen Grafik angegeben. Die Fehler entsprechen hierbei einer Standardabweichung d. h., in (6.17) wurde  $g = 1$  gesetzt. Um die Qualität der Anpassung zu beurteilen, enthält die Tabelle zusätzlich die Größe  $\chi^2$ , welche in diesem Fall durch

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{18} \frac{(N_i^{data} - N_i^{Fit})^2}{N_i^{Fit}} + \left( \frac{1 - \hat{n}_0}{\Delta n_0} \right)^2 + \left( \frac{1 - \hat{n}_r}{\Delta n_r} \right)^2 \quad (6.22)$$

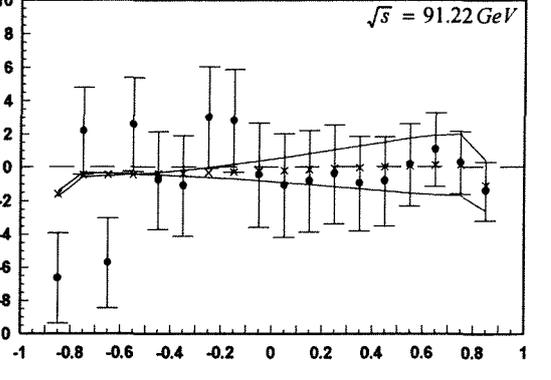
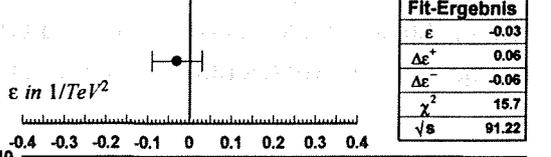
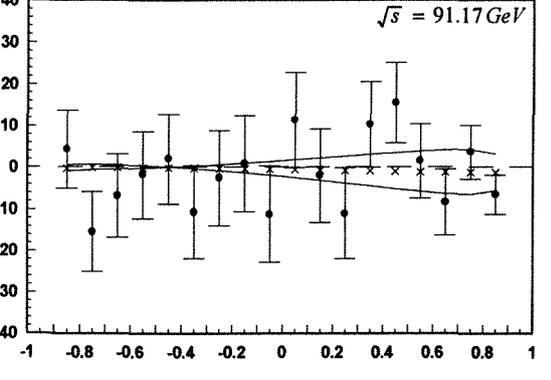
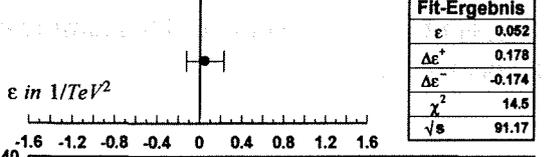
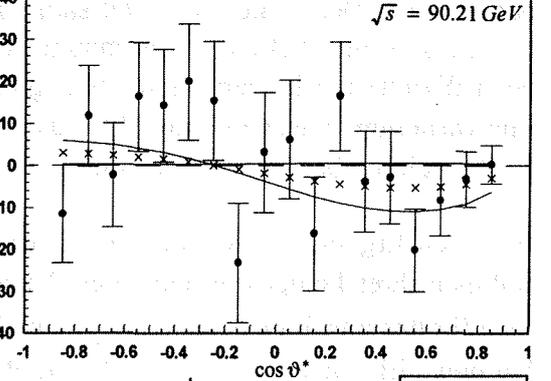
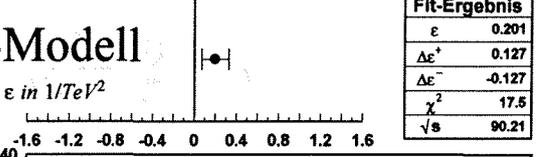
definiert ist. Der Fehler  $\Delta n_0$  setzt sich aus den statistischen und systematischen Fehlern von Luminosität und Effizienz zusammen, während  $\Delta n_r$  den zusätzlichen systematischen Fehler der Effizienz der beiden Randbins angibt (siehe Abschnitt 6.1). Die  $\chi^2$ -Werte für sämtliche Fits variierten zwischen 8 und 29, was in etwa dem Bereich 5% bis 90% der Fläche unter der  $\chi^2$ -Verteilung bei 15 Freiheitsgraden entspricht.

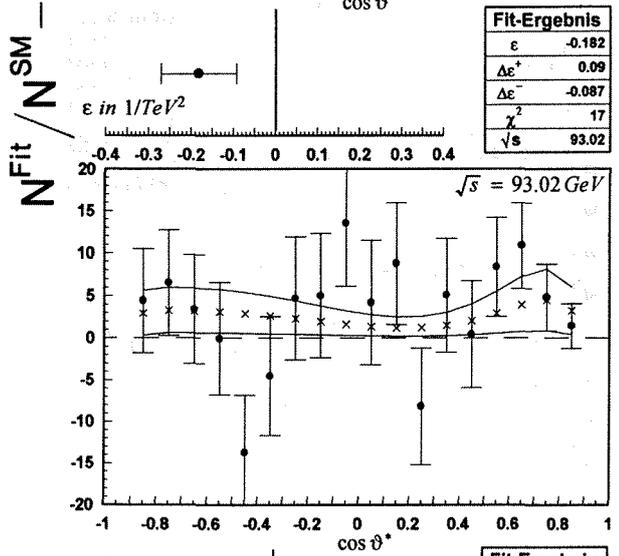
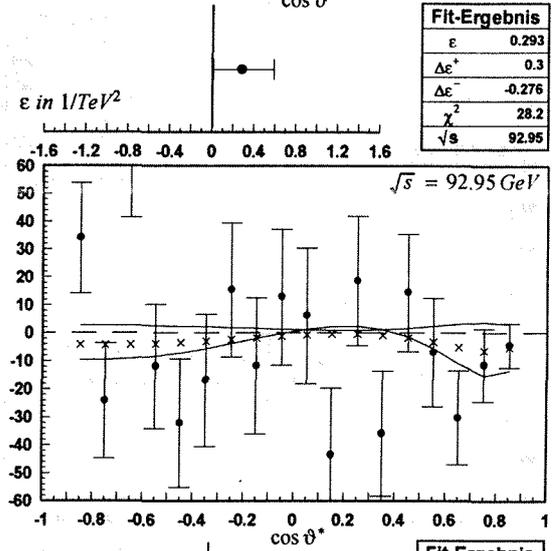
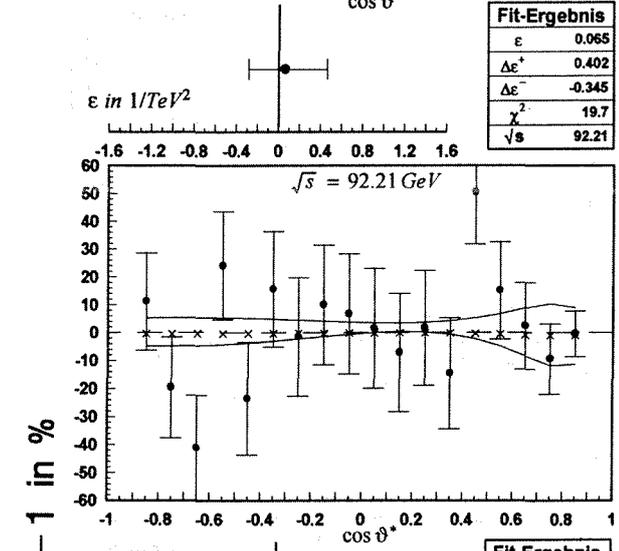
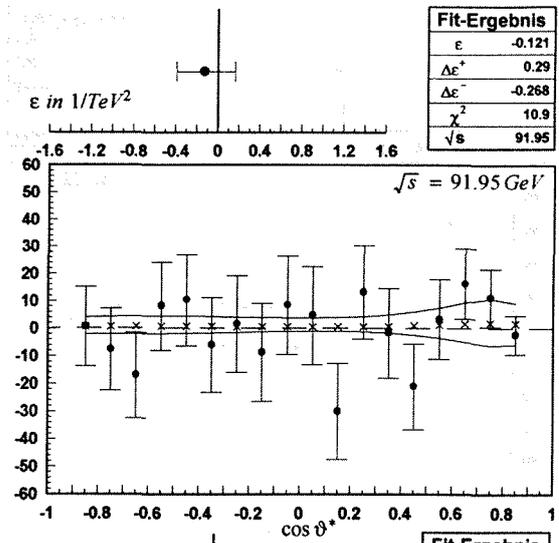
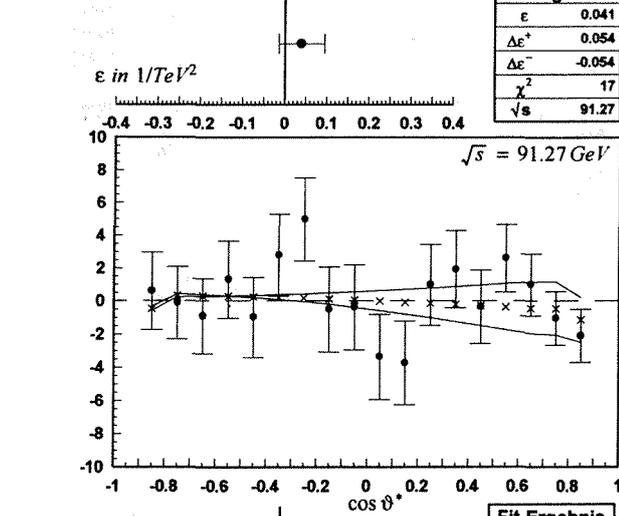
Bei allen Ergebnissen wurde darauf geachtet, daß die Normalisierungsfaktoren  $n_0$  und  $n_r$  im Rahmen ihrer Fehler mit dem Wert 1 übereinstimmen. Die angepaßten Kurven folgen daher dem für das jeweilige Modell erwarteten Verlauf (siehe Abb. 3.12). Infolge der guten Statistik bei den LEP-Energien 91.22 GeV und 91.27 GeV ist lediglich dort der Einfluß des Parameters  $n_r$  für die beiden äußeren Bins zu erkennen. Insgesamt ist bei keinem der Diagramme eine signifikante Abweichung vom Standardmodell zu beobachten.

N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %

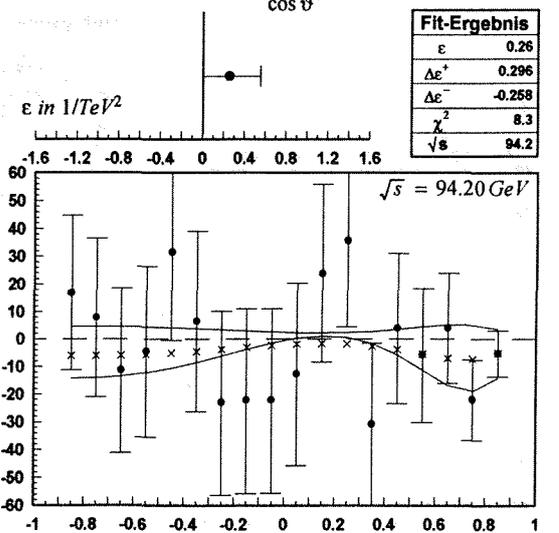
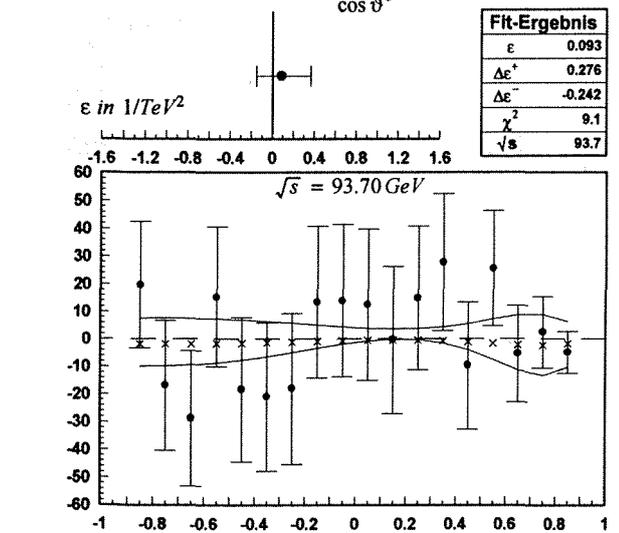
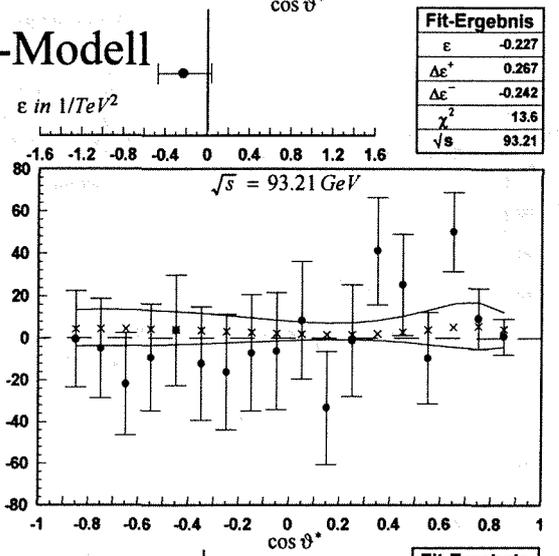


### VV-Modell

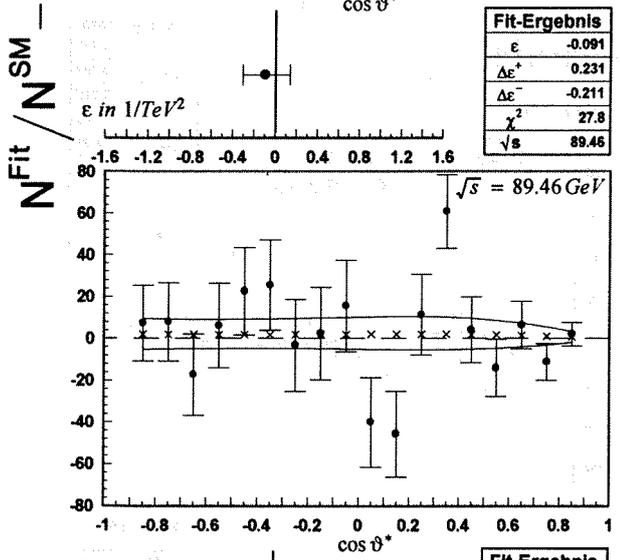
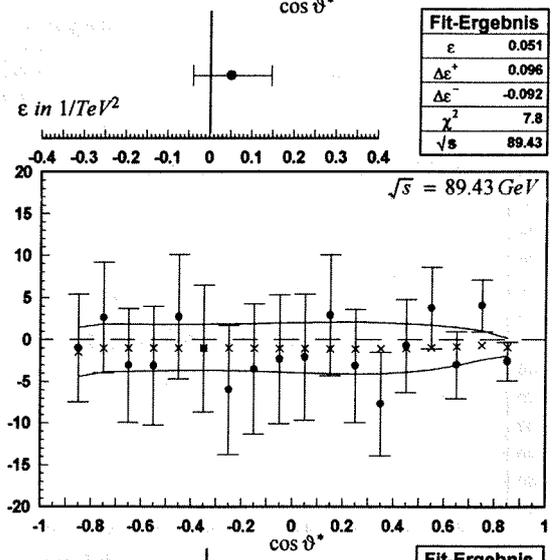
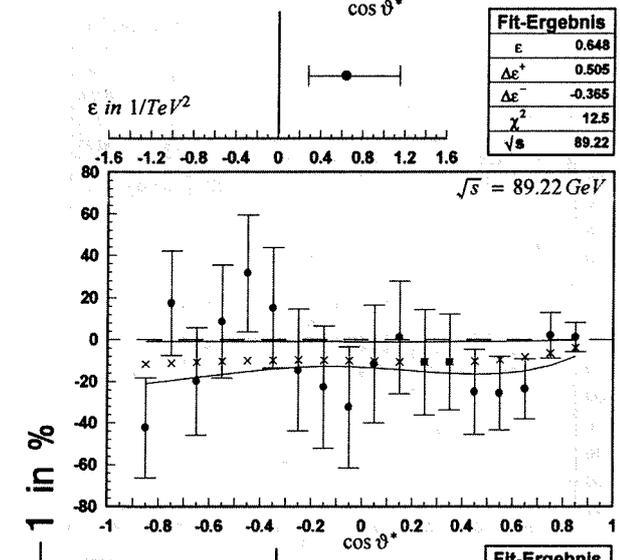
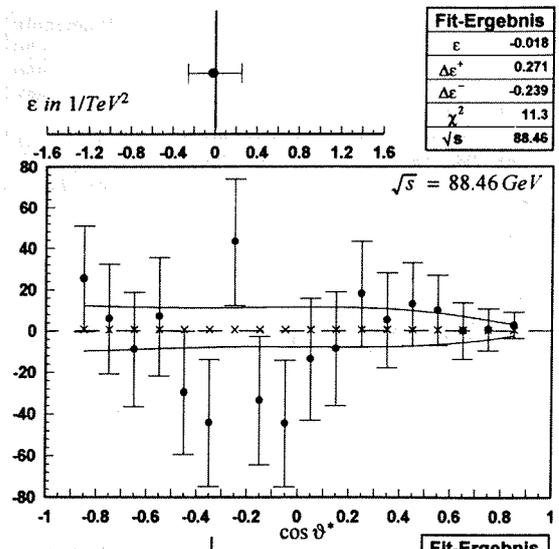
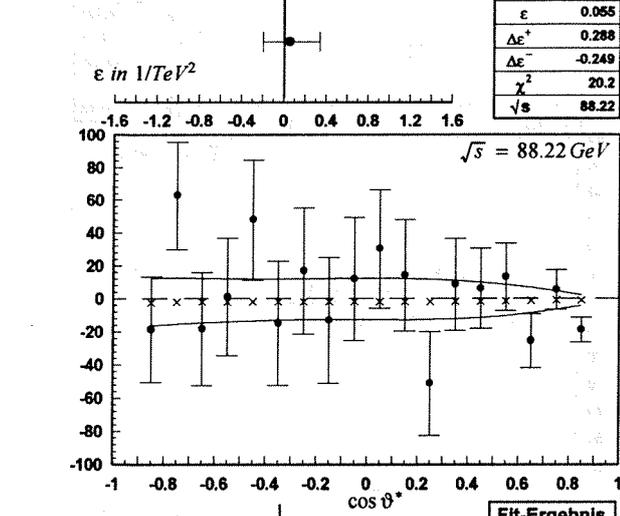




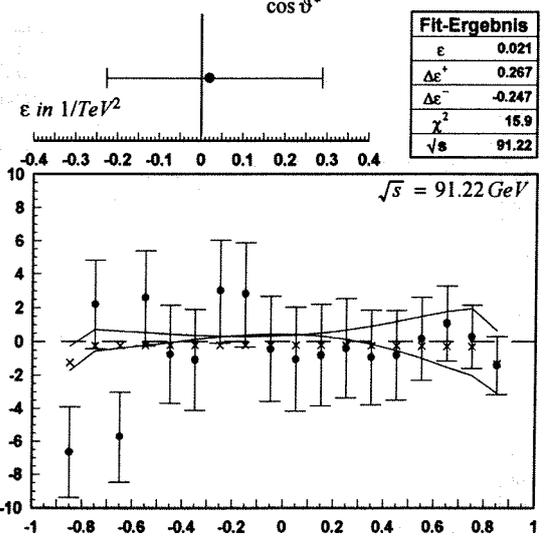
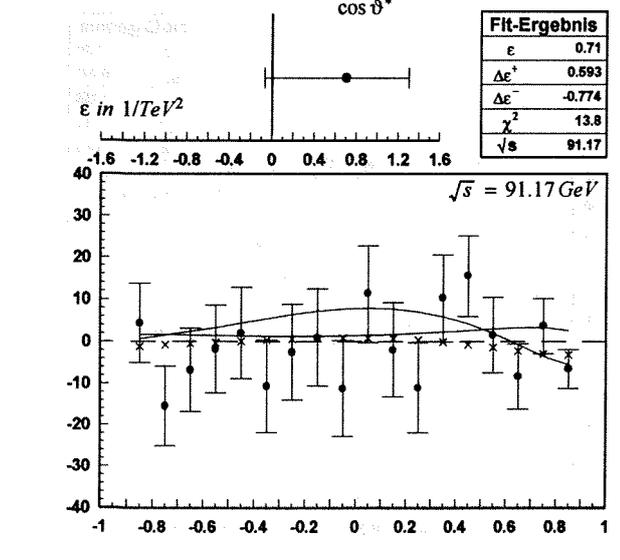
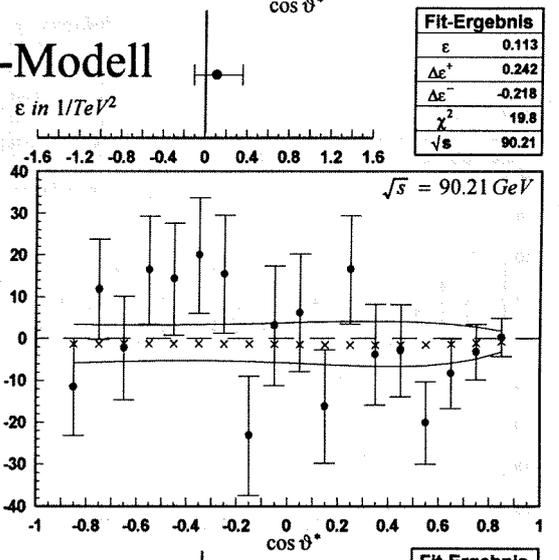
### VV-Modell



N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %

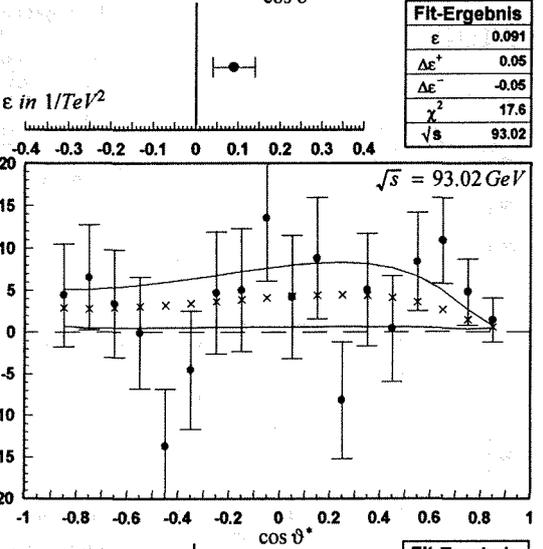
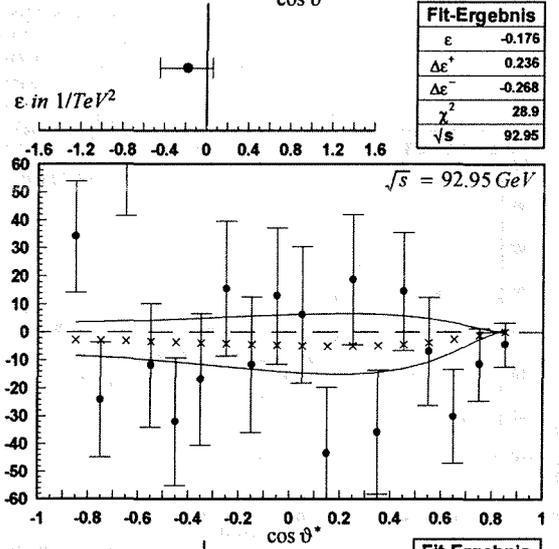
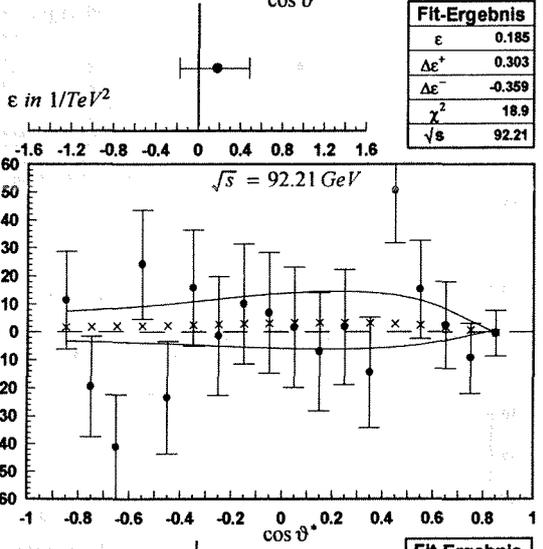
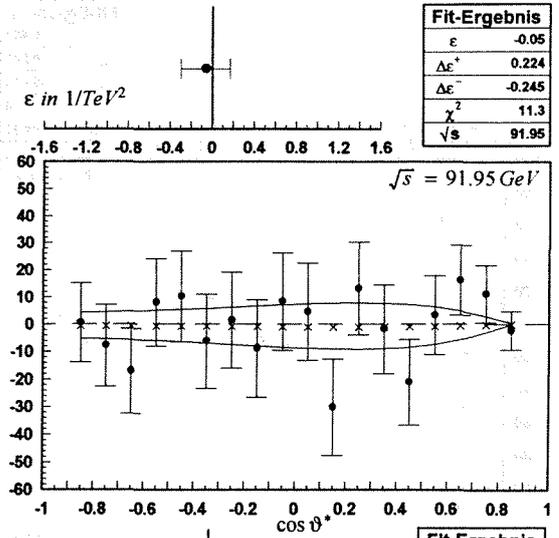
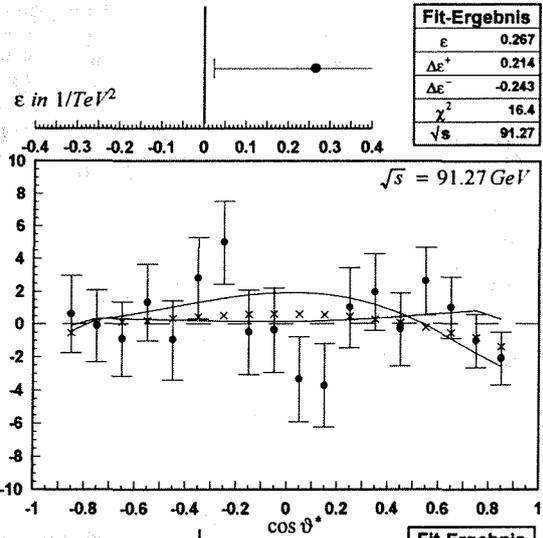


### AA-Modell

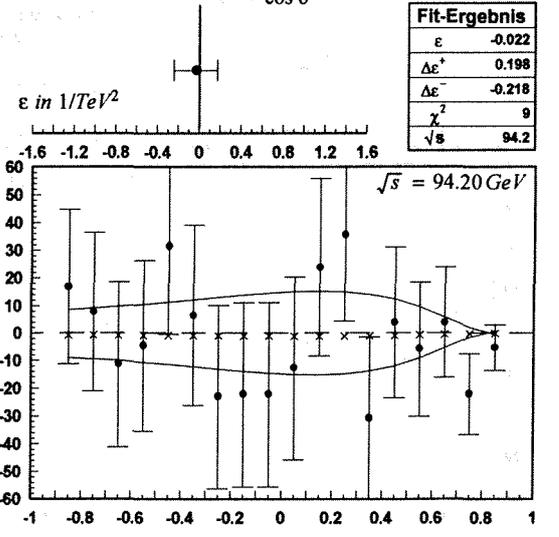
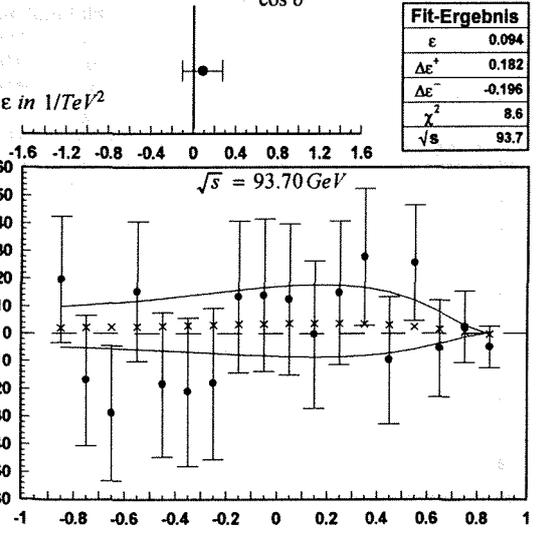
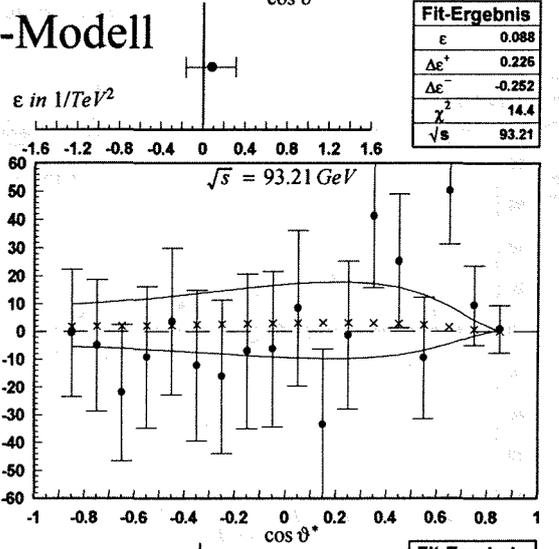


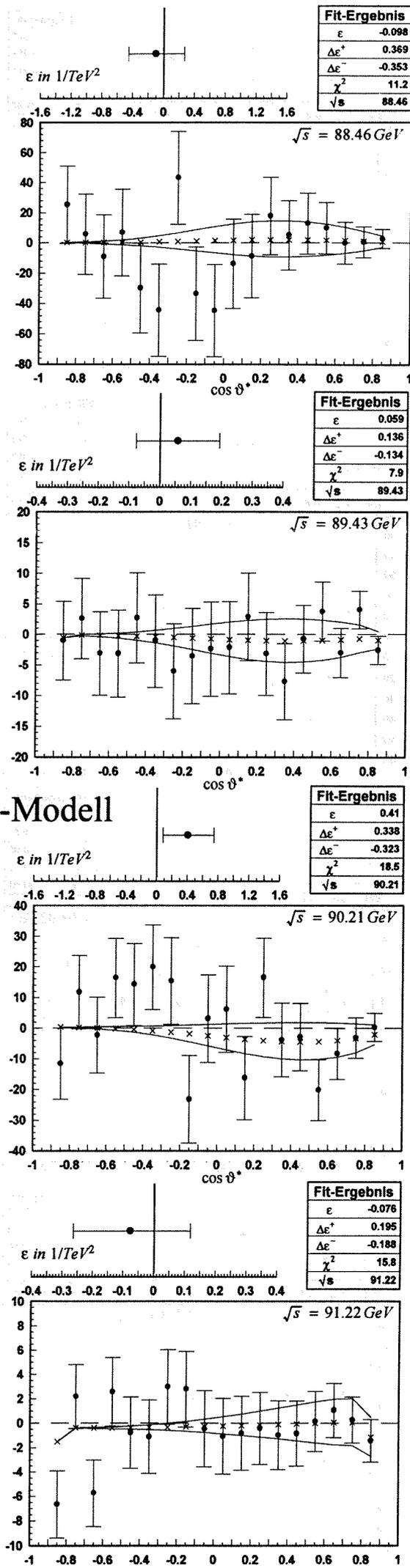
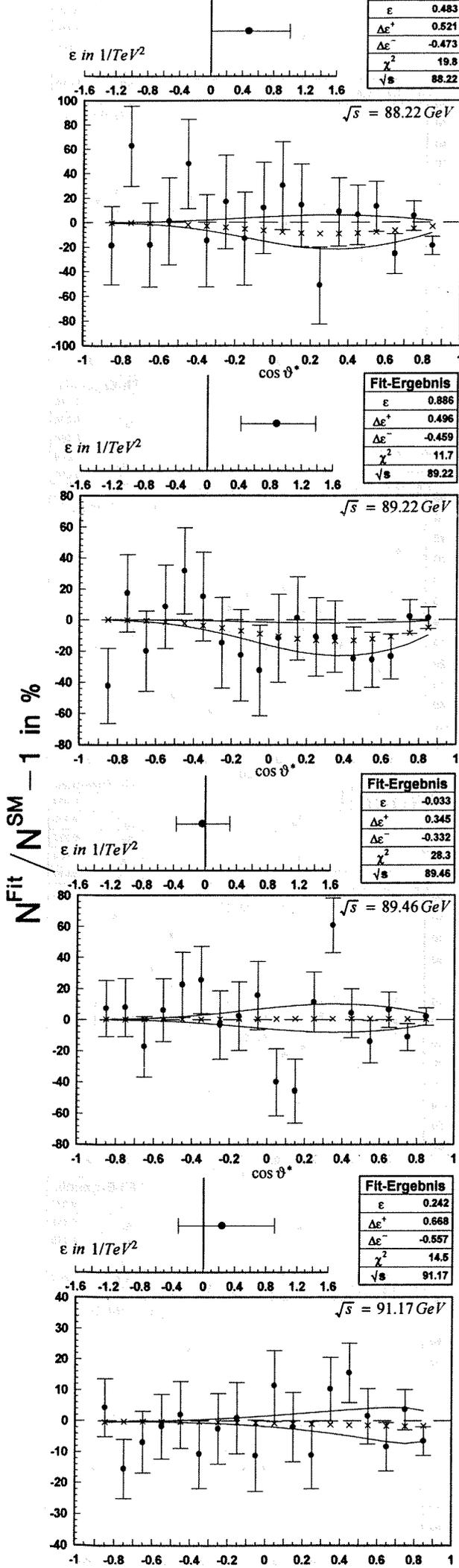
N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %

N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %



AA-Modell

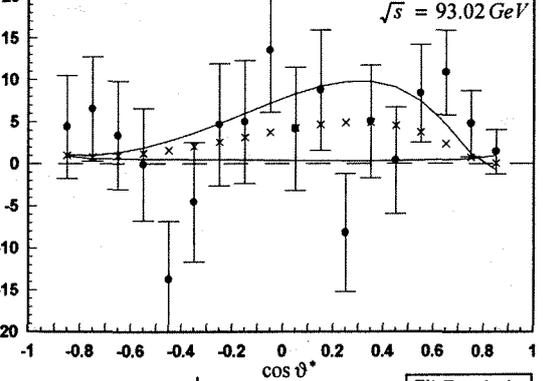
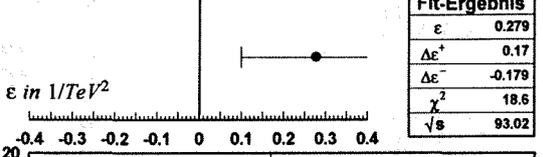
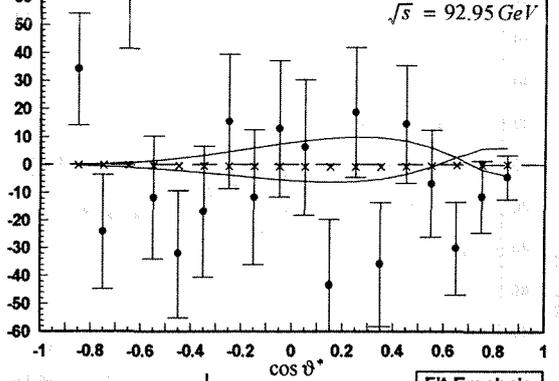
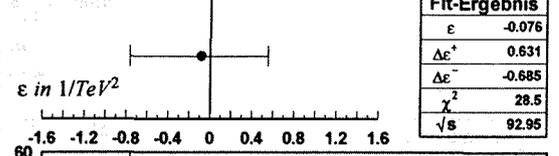
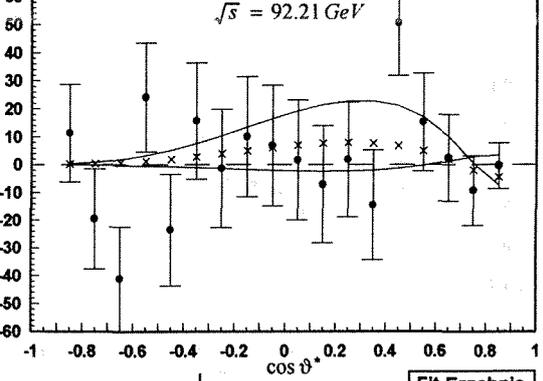
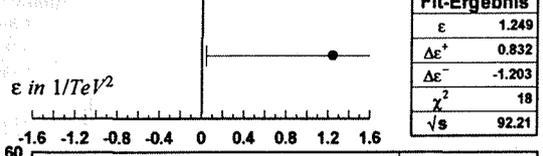
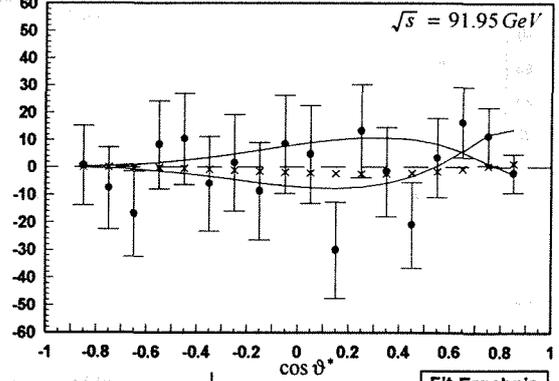
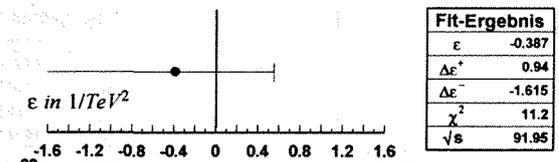
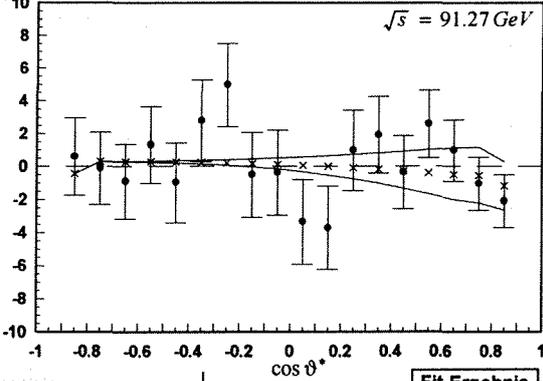
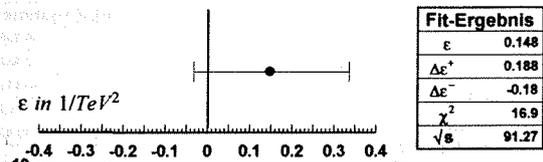




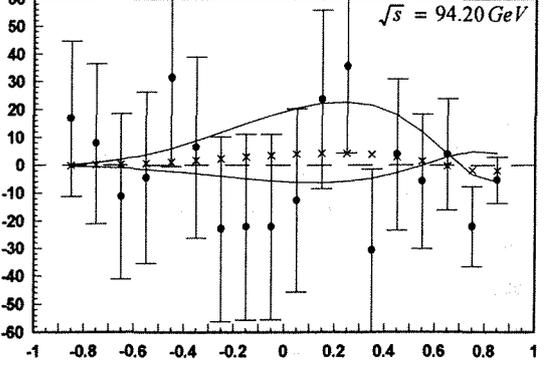
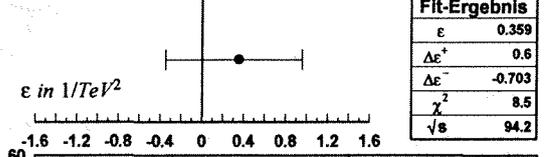
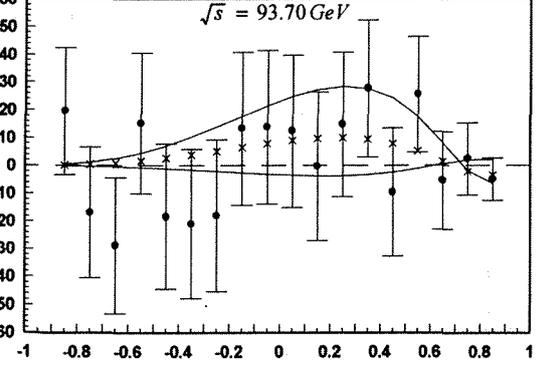
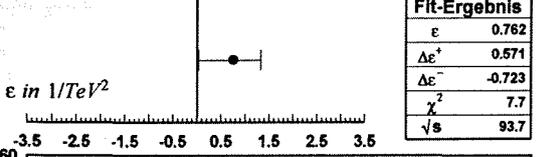
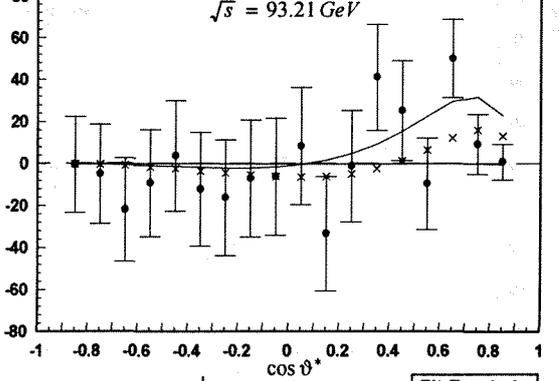
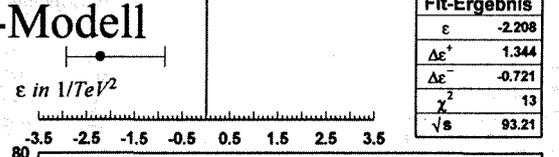
## LL-Modell

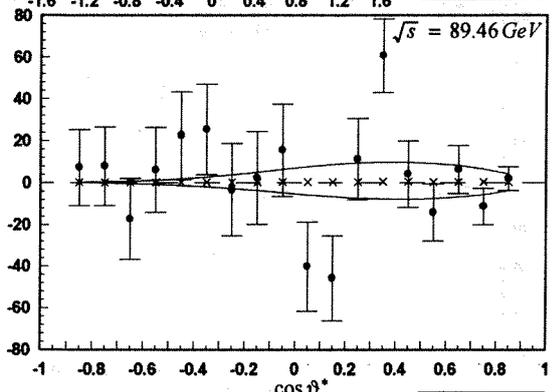
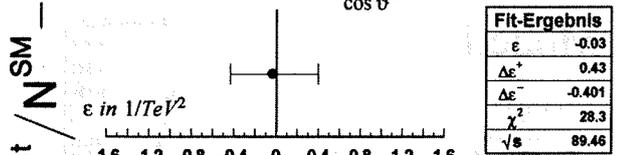
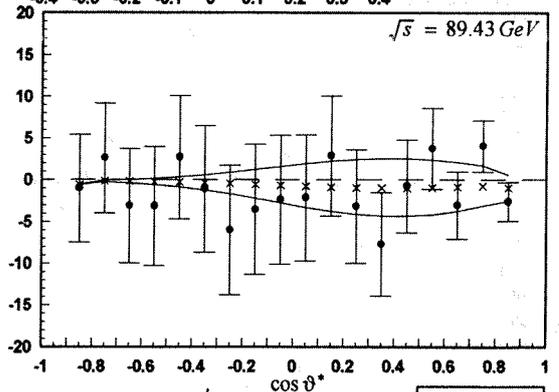
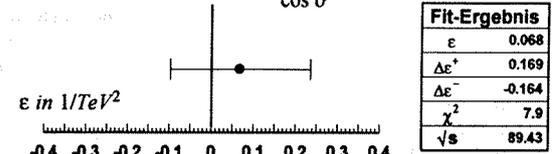
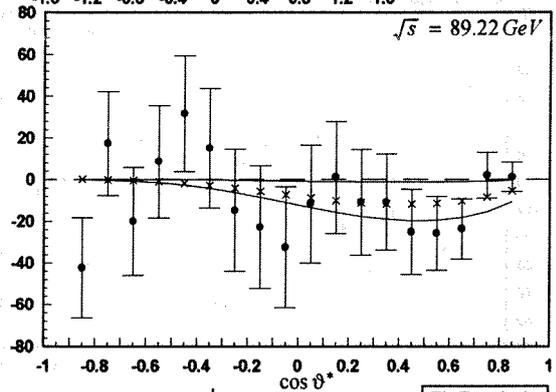
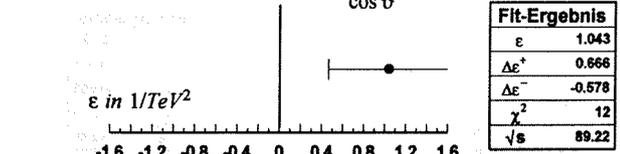
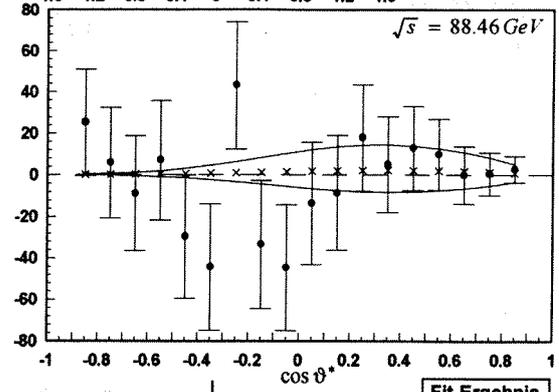
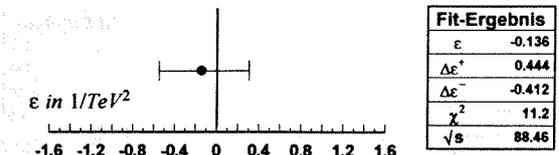
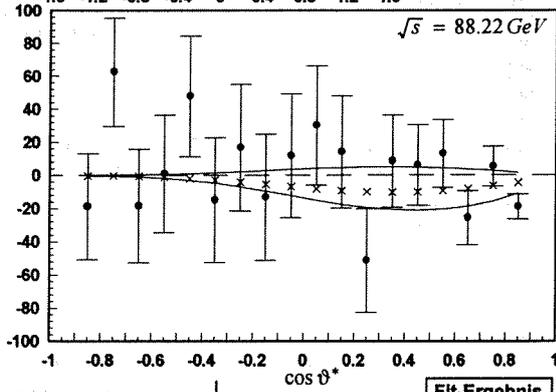
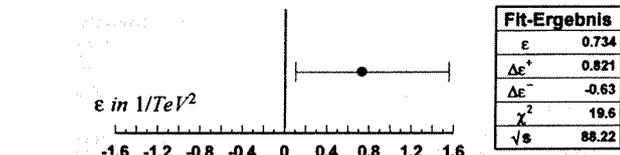
$N^{Fit} / N^{SM} - 1$  in %

N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %

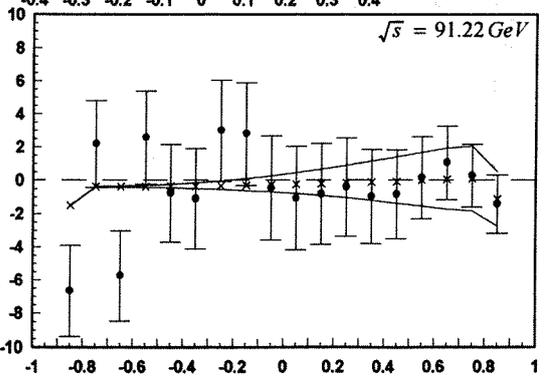
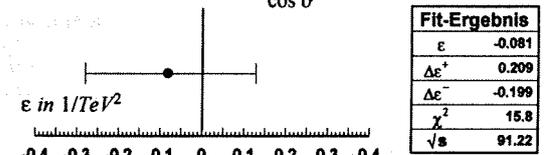
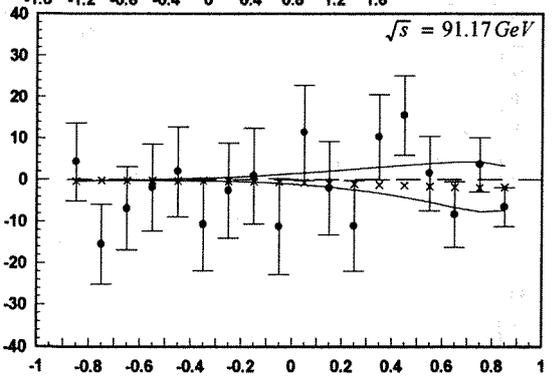
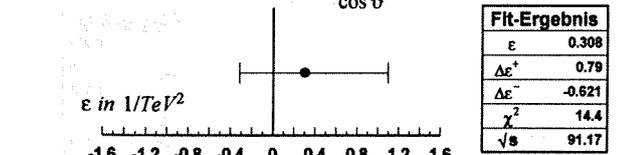
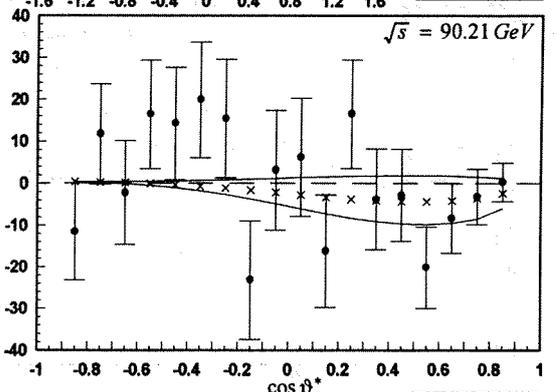
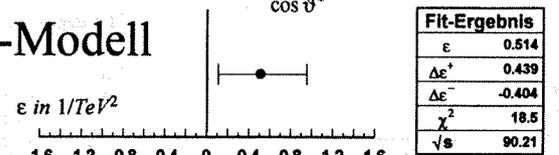


LL-Modell

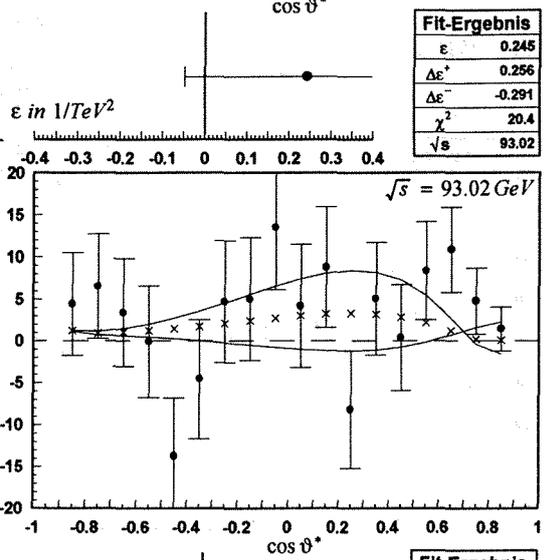
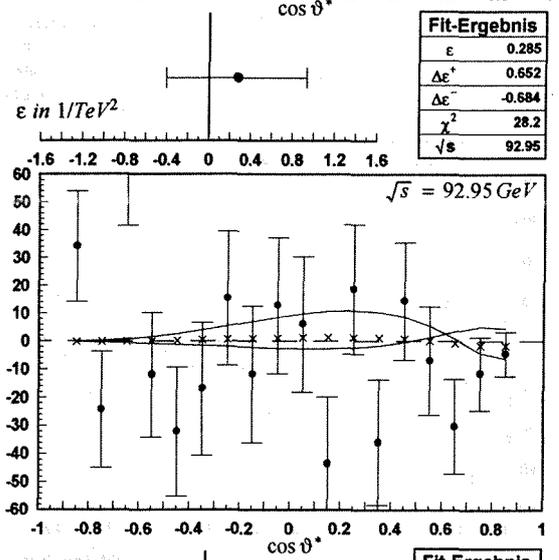
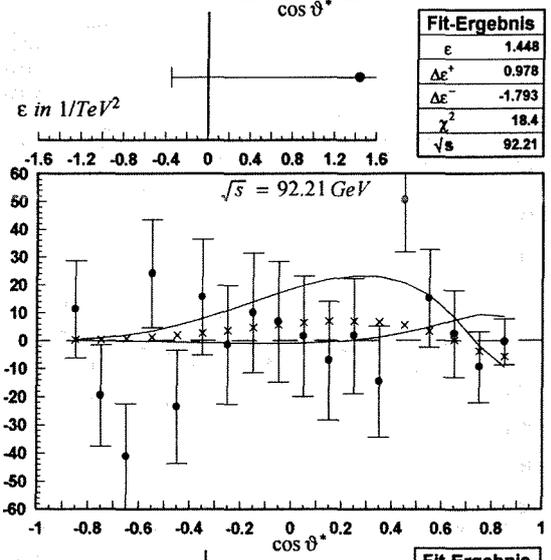
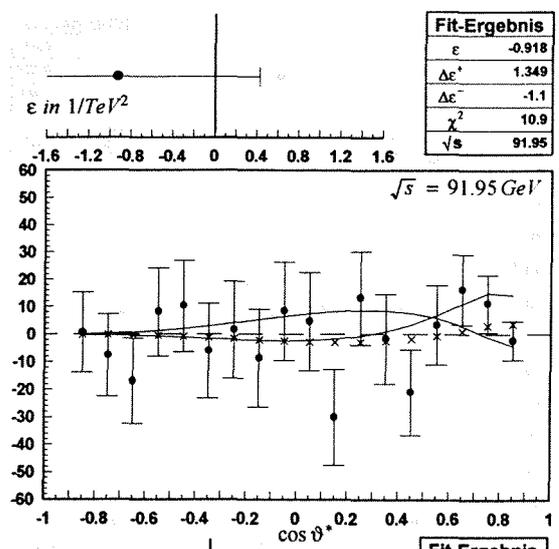
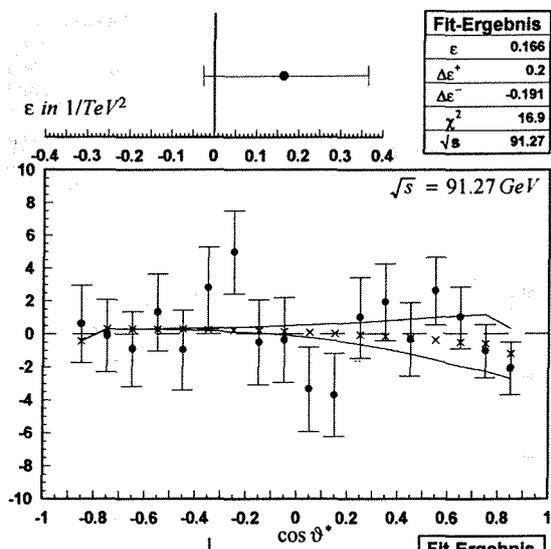




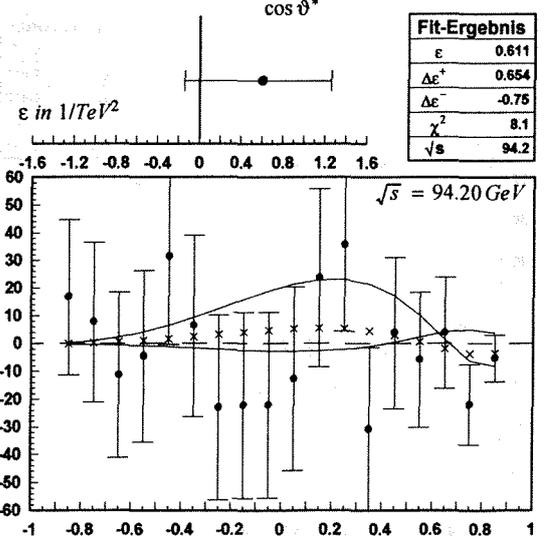
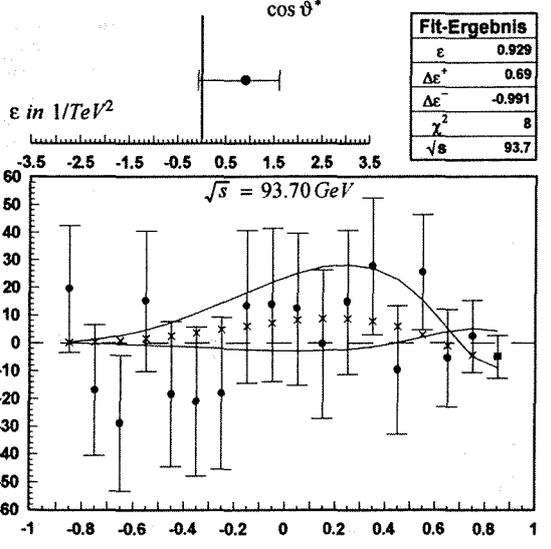
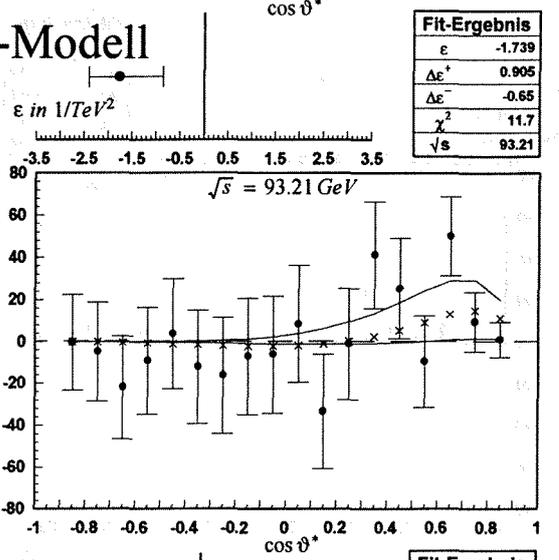
### RR-Modell



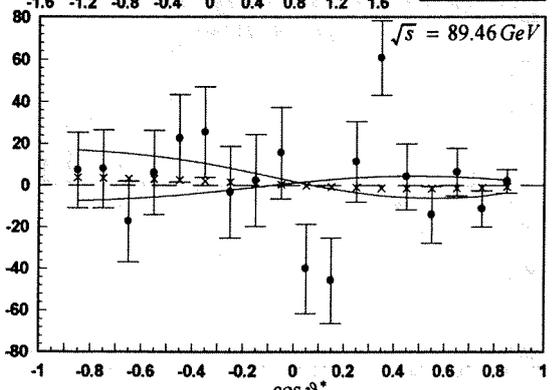
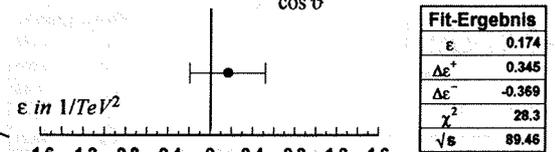
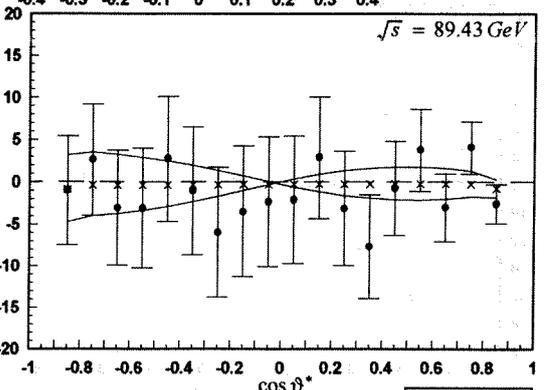
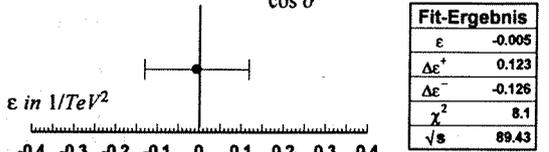
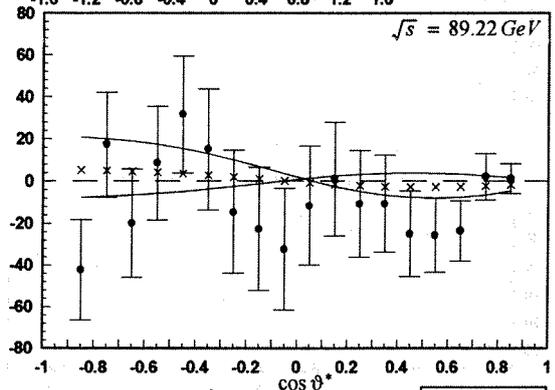
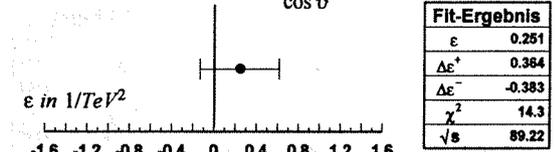
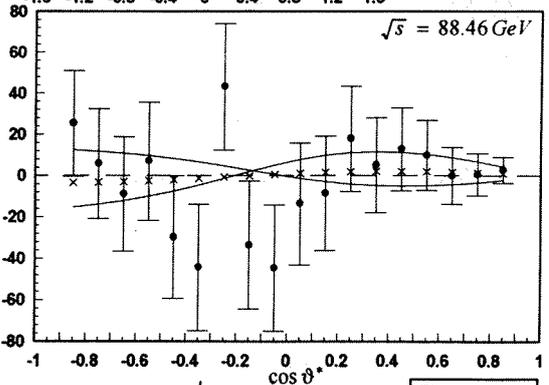
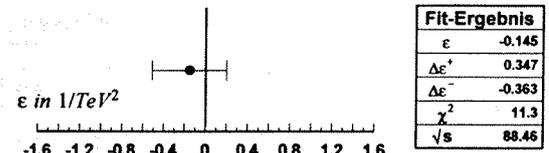
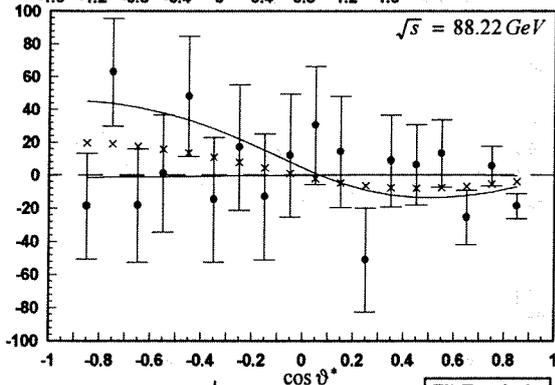
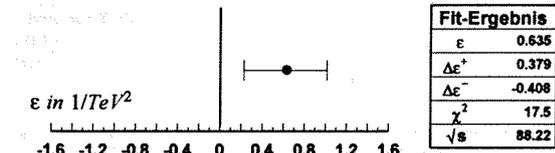
N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %



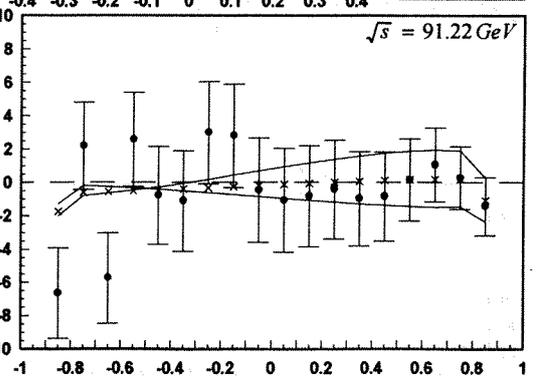
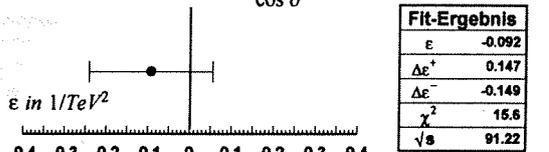
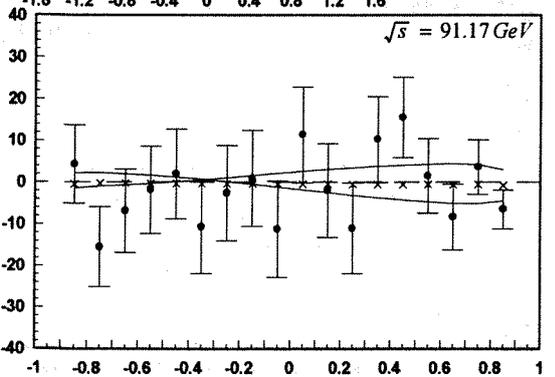
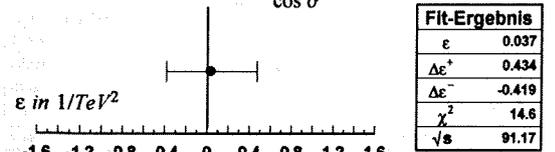
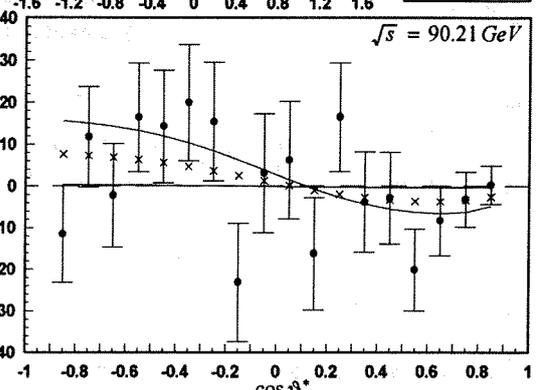
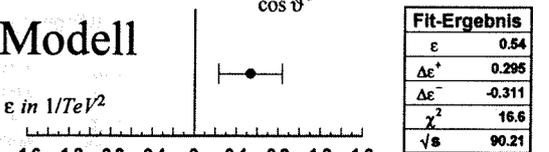
### RR-Modell

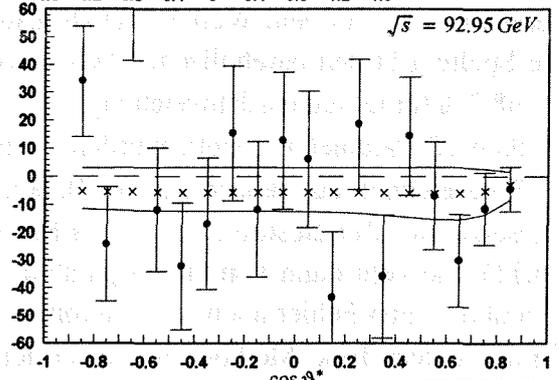
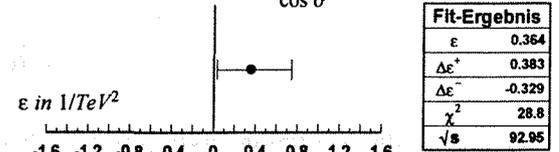
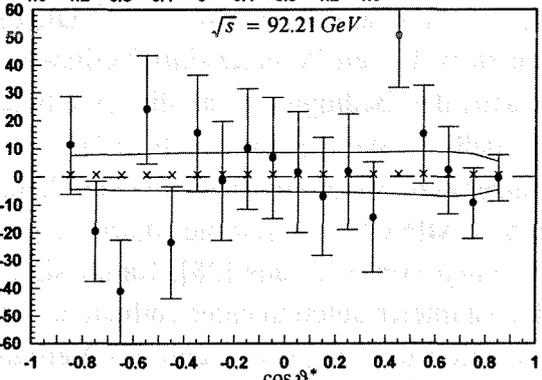
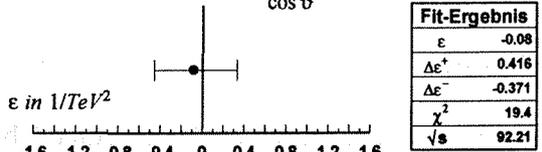
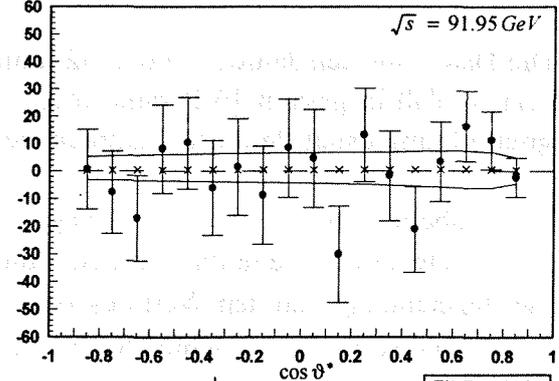
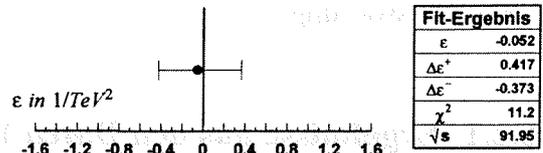
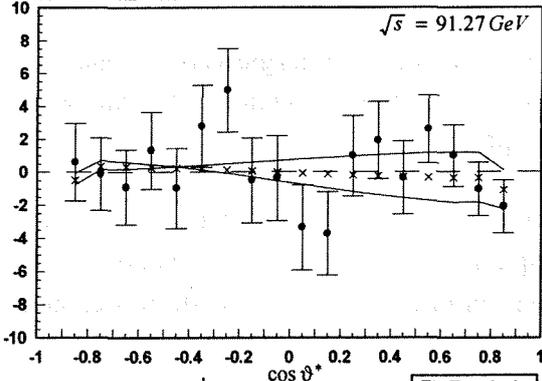
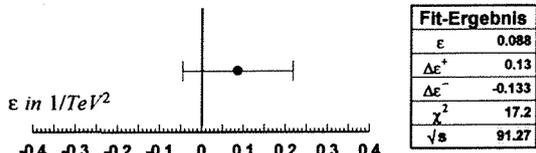


N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %

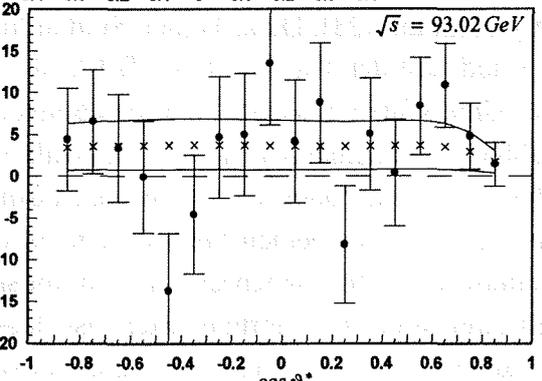
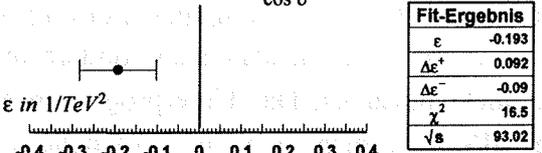


RL-Modell

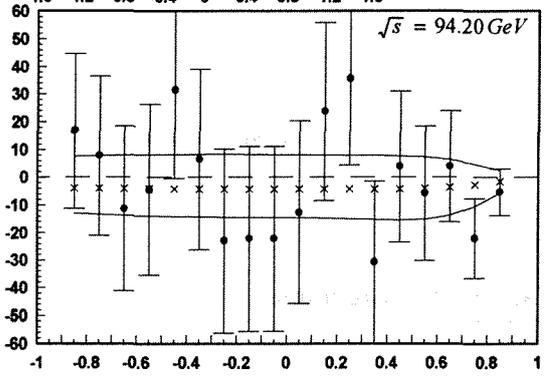
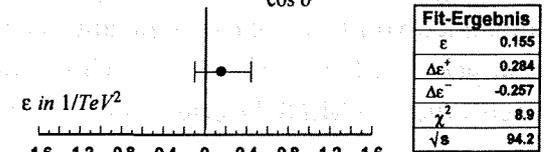
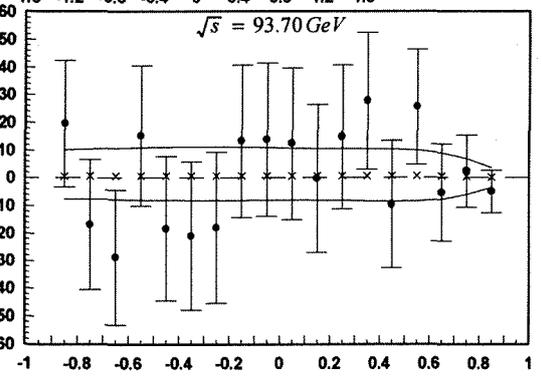
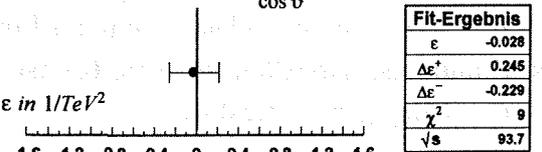
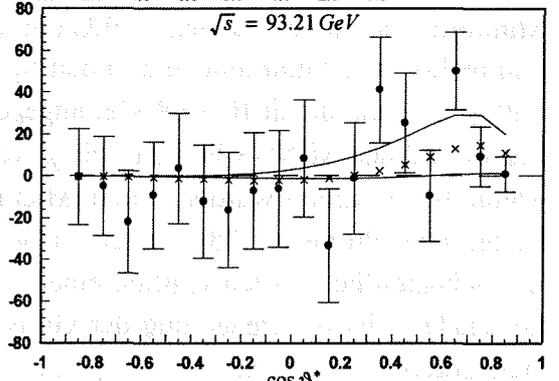
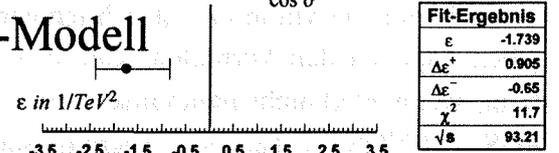




N<sup>Fit</sup> / N<sup>SM</sup> - 1 in %



RL-Modell



## 6.2.1 Ergebnisse aus den Daten 1990-1992

Die Daten aus den Jahren 1990-1992 umfassen 13 verschiedene Energiewerte (siehe Tabelle 6.1), so daß insgesamt 16 Parameter  $\lambda = (\epsilon, n_0, n_1, \dots, n_{13}, n_r)$  zu schätzen waren. Die integrierte Luminosität für diesen Zeitraum betrug  $41.4 \text{ pb}^{-1}$ .

Die Tabellen B.1 - B.5 im Anhang B enthalten das Minuit-Ergebnis der einzelnen Compositeness-Modelle für sämtliche Anpassungsparameter. Die erste und zweite Spalte gibt die Bezeichnung und den Wert des zu schätzenden Parameters an. Die Werte in der zweiten Spalte sind somit die gesuchten Schätzwerte

$$\hat{\lambda} = (\hat{\epsilon}, \hat{n}_0, \hat{n}_1, \dots, \hat{n}_{13}, \hat{n}_r) \quad (6.23)$$

Die Normalisierungsfaktoren (Parameter 2 bis 16) sind innerhalb ihrer Fehler in guter Übereinstimmung mit dem Wert 1. Die Dimension für den ersten Parameter  $\epsilon$  ist  $1/\text{TeV}^2$ . Die dritte Spalte gibt den parabolischen Fehler jedes Parameters für den Wahrscheinlichkeitswert  $W = 68.3\%$  (eine Standardabweichung) an, und zwar ohne daß Bedingungen an die jeweils restlichen 15 Parameter gestellt wurden. Daraus folgt, daß der Wert  $g$  (innerhalb MINUITs als UP bezeichnet) aus Beziehung (6.17), den der Benutzer dem Programm übergeben muß, auf 1 gesetzt war. Zur Bestimmung dieses Fehlers berechnet MINUIT explizit die Matrix  $A$  (siehe 6.11) und geht dann von einem parabolischen Verhalten von  $F(\lambda)$  aus [28]. Damit sind im parabolischen Fehler auch Korrelationen der Schätzparameter untereinander enthalten. Allerdings liefert diese Methode nur dann den korrekten Konfidenzbereich, wenn das Verhalten von  $F(\lambda)$  um das Minimum tatsächlich parabolisch ist. Die Werte in den Spalten vier und fünf geben dagegen den korrekten Konfidenzbereich in jedem Fall an, also insbesondere auch dann, wenn  $F(\lambda)$  nicht parabolisch bzw.  $N_{ik}^{theo}(\lambda)$  nicht linear ist. Das Unterprogramm MINOS, (MINOS ist Teil der Programmsammlung MINUIT), sucht explizit, ausgehend vom Minimum die Stellen, an denen  $F(\lambda)$  um den Wert  $g$  zunimmt [28]. Diese beiden Stellen links und rechts vom Minimum sind in den Spalten vier und fünf der Tabellen B.1 - B.10, für den Fall  $g = 1$  (und damit  $W = 68.3\%$ ) angegeben. Der Unterschied zwischen dem parabolischen Fehler und den MINOS-Fehlern, die ja völlig unabhängig voneinander mit unterschiedlichen Methoden bestimmt wurden, ist ein Maß für die Nichtlinearität (oder die nichtlineare Formulierung) des Problems [28]. Die gute Übereinstimmung zwischen beiden Methoden zeigt, daß die Schätzgröße  $\hat{\epsilon}$  offensichtlich einer Gaußverteilung folgt. Im Gegensatz zur Compositenessskala  $\Lambda$  ist die Bedeutung der Größe  $\epsilon$  damit eindeutig. Da  $\epsilon$  normalverteilt ist, lassen sich Ergebnisse verschiedener Experimente miteinander kombinieren [23]. Das parabolische Verhalten von  $F(\lambda)$  läßt sich gut am Beispiel des VV-Modells durch ein Diagramm der Funktion  $g(\lambda) = F(\lambda) - F(\hat{\lambda})$ , in der Umgebung ihres Minimums, darstellen. In Abb. 6.1 ist zunächst die von MINUIT errechnete Korrelationsmatrix  $D$  angegeben, die durch

$$d_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sqrt{c_{ii} \cdot c_{jj}}} \quad (6.24)$$

definiert ist. Hierbei ist  $C$  entsprechend (6.13) die Inverse der Matrix  $A$ .

PARAMETER NO.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1.000	0.552	-0.023	0.005	0.024	0.012	0.030	0.031	0.068	0.000	0.014	-0.001	0.015	0.009	0.022	0.264
2	0.552	1.000	-0.006	-0.017	0.006	-0.023	-0.002	-0.066	-0.063	-0.011	0.016	-0.006	0.007	-0.004	0.001	-0.137
3	-0.023	-0.006	1.000	-0.002	0.000	-0.002	0.000	0.006	0.001	0.000	-0.003	0.000	0.000	0.001	0.002	-0.001
4	0.005	-0.017	-0.002	1.000	0.000	0.011	0.001	0.020	0.001	0.012	-0.001	0.016	0.000	0.010	-0.004	-0.010
5	0.024	0.006	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	-0.002	-0.001	0.000	0.002	0.000	0.001	0.000	0.000	0.004
6	0.012	-0.023	-0.002	0.011	0.000	1.000	0.002	0.007	0.002	-0.003	0.024	-0.004	0.006	0.001	0.006	0.002
7	0.030	-0.002	0.000	0.001	0.000	0.002	1.000	-0.006	-0.002	0.001	0.004	0.001	0.001	-0.001	-0.002	0.003
8	0.031	-0.066	0.006	0.020	-0.002	0.007	-0.006	1.000	-0.012	-0.003	0.007	-0.007	-0.001	-0.013	0.000	-0.010
9	0.068	-0.063	0.001	0.001	-0.001	0.002	-0.002	-0.012	1.000	-0.002	0.009	-0.002	0.001	-0.003	0.000	0.021
10	0.000	-0.011	0.000	0.012	0.000	-0.003	0.001	-0.003	-0.002	1.000	0.007	-0.013	0.001	-0.002	-0.056	-0.002
11	0.014	0.016	-0.003	-0.001	0.002	0.024	0.004	0.007	0.009	0.007	1.000	0.006	0.006	0.006	0.002	0.016
12	-0.001	-0.006	0.000	0.016	0.000	-0.004	0.001	-0.007	-0.002	-0.013	0.006	1.000	0.001	-0.004	-0.017	-0.002
13	0.015	0.007	0.000	0.000	0.001	0.006	0.001	-0.001	0.001	0.001	0.006	0.001	1.000	0.000	0.000	0.005
14	0.009	-0.004	0.001	0.010	0.000	0.001	-0.001	-0.013	-0.003	-0.002	0.002	-0.004	0.000	1.000	0.002	-0.002
15	0.022	0.001	0.002	-0.004	0.000	0.006	-0.002	0.000	0.000	-0.056	0.002	-0.017	0.000	0.002	1.000	0.005
16	0.264	-0.137	-0.001	-0.010	0.004	0.002	0.003	-0.010	0.021	-0.002	0.016	-0.002	0.005	-0.002	0.005	1.000

Abbildung 6.1: Die von MINUIT errechnete Fehlermatrix beim VV-Modell

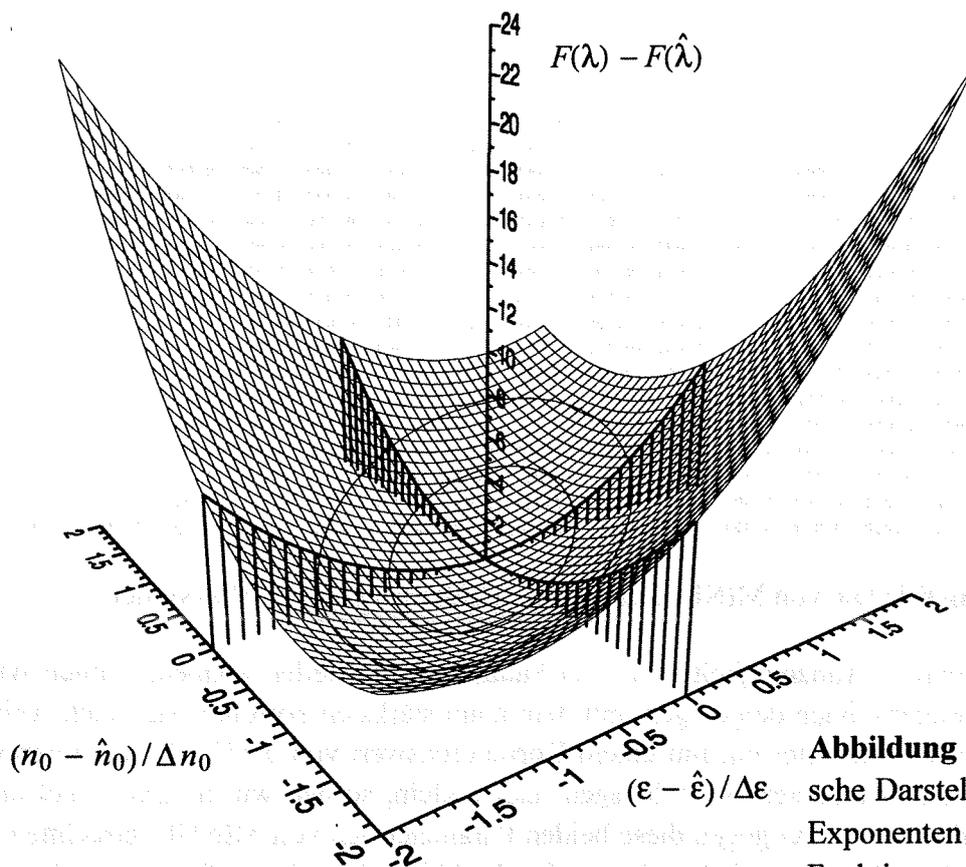
Da wir  $g(\lambda)$  maximal in Abhängigkeit von zwei Parametern darstellen können, wählen wir außer dem 1. Parameter  $\varepsilon$  noch denjenigen, mit dem  $\varepsilon$  am stärksten korreliert ist. Nach Abb. 6.1 ist dies der zweite Parameter  $n_0$ , mit einem Korrelationswert von 0.552. Die Korrelationen mit den restlichen Parametern sind dagegen relativ klein, so daß wir erwarten, daß die graphische Darstellung von  $g(\lambda)$  gegen diese beiden Parameter den von MINUIT errechneten Konfidenzbereich für  $\varepsilon$  recht gut wiedergeben sollte. In Abb. 6.2 ist dieses Diagramm dargestellt. Zusätzlich wurde für dieses Gitter eine Konturanalyse durchgeführt d.h., die Orte konstanter Höhe wurden durch eine Linie miteinander verbunden. Diese Höhenlinien wurden für die beiden Werte  $g(68.3\%) = 1$  (innere Höhenlinie) und  $g(90\%) = 2.71$  (äußere Höhenlinie) gezeichnet. Abb. 6.2 läßt erkennen, daß es sich bei den Höhenlinien um Ellipsen handelt. Die dick gezeichneten Kurven mit den senkrechten Linien zur  $\varepsilon, n_0$ -Ebene stellen die Funktion  $g(\varepsilon)$  und  $g(n_0)$  dar, wobei die restlichen Parameter auf ihre Schätzwerte fixiert sind. Ihr parabolisches Verhalten ist gut zu erkennen.

In Abb. 6.3 sind die beiden Ellipsen noch einmal in einer direkten Draufsicht dargestellt. Der graue Bereich, den man sich nach oben und unten unendlich fortgesetzt vorstellen muß<sup>1</sup>, ist dann der 90%-Konfidenzbereich für die Größe  $\varepsilon$ . Die Wahrscheinlichkeit, daß die wahren Werte für  $\varepsilon$  und  $n_0$  innerhalb der inneren Ellipse liegen, beträgt entsprechend (6.17)

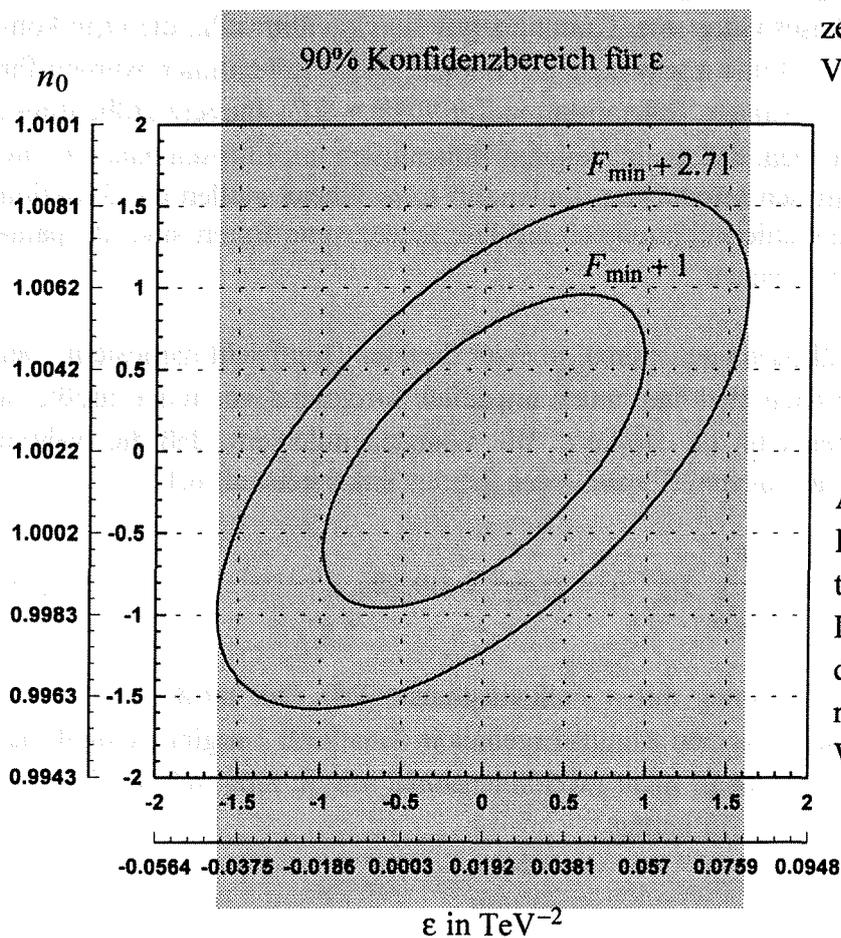
$$W = \int_{g=0}^{g=1} f(\chi^2, n=2) d\chi^2 = 39.3\% \quad (6.25)$$

$f(\chi^2, n)$  ist hierbei die  $\chi^2$ -Verteilung mit  $n$  Freiheitsgraden [25]. Der tatsächliche 90%-Konfidenzbereich für  $\varepsilon$ , der sich aus dem Minuit-Ergebnis in Tabelle B.1 ergibt, schließt natürlich alle Variablen ein und ist somit nicht zweidimensional wie in Abb. 6.2 sondern  $p$ -dimensional (in dem Fall ist  $p = 16$ ). Er beträgt

<sup>1</sup> Man stellt ja keine Bedingung an die Variable  $n_0$ .



**Abbildung 6.2:** Die graphische Darstellung des negativen Exponenten der Likelihood-Funktion um sein Minimum zeigt deutlich parabolisches Verhalten.



**Abbildung 6.3:** Die beiden Ellipsen geben Orte konstanter Wahrscheinlichkeit an. Die äußeren Skalen zeigen die Absolutwerte, die inneren Skalen entsprechen den Werten in Abb. 6.2.

$$\left( \hat{\epsilon} - \sqrt{2.71} \Delta\epsilon \right) < \epsilon_0 < \left( \hat{\epsilon} + \sqrt{2.71} \Delta\epsilon \right) \quad (6.26)$$

Die Schnittpunkte des zweidimensionalen Konfidenzbereichs in Abb. 6.3 (grauer Bereich) mit der  $\epsilon$ -Achse liegen bei etwa 1.61 Standardabweichungen. Dies stimmt mit dem tatsächlichen Wert des 16-dimensionalen Konfidenzbereichs von  $\sqrt{2.71} = 1.65$  Standardabweichungen gut überein. Die Abweichung zwischen beiden Zahlen kommt von der Korrelation von  $\epsilon$  mit den restlichen Parametern.

### 6.2.2 Einfluß der Parameter $M_Z$ , $M_{\text{Higgs}}$ und $M_{\text{top}}$ auf das Endergebnis

Um den Einfluß der oben genannten Parameter auf das Endergebnis beurteilen zu können, wurde die Berechnung der Standardmodellvorhersage und der Compositenesssterme für unterschiedliche Werte dieser drei Parameter wiederholt. Für die Z-Masse wurde der Durchschnittswert der vier LEP-Experimente ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL [17] verwendet und um jeweils eine Standardabweichung nach oben und nach unten variiert. Die Unabhängigkeit beider ALEPH-Datensätze ist weitgehend gewährleistet, da für die Bestimmung der Z-Masse in erster Linie hadronische  $Z^0$ -Zerfälle und keine Bhabha-Ereignisse verwendet wurden. Eine mögliche Verschiebung der Z-Masse infolge von Kontaktwechselwirkung zwischen Quarks und Elektronen [19] wird bei den erwarteten Werten von  $\Lambda$  als vernachlässigbar klein angenommen. Eine Schätzung der Masse des Top-Quarks erfolgte durch anpassen der elektroschwachen Parameter an die Z-Masse [20], wobei folgende empirische Größen verwendet wurden: Die W-Masse, gemessen in  $p\bar{p}$ -Kollisionen [21] und das Verhältnis  $M_w/M_Z$ , gemessen in  $\nu N$ -Experimenten [22]. Für die Higgs-Masse wurden hierbei drei verschiedene Werte gewählt: 50, 300 und 1000 GeV/c<sup>2</sup>. Die entsprechenden Werte für die Top-Masse betragen dann 93, 146 und 190 GeV/c<sup>2</sup>. Die Tabelle 6.2 enthält die Fit-Resultate für unterschiedliche Werte der Parameter  $M_Z$ ,  $M_{\text{Higgs}}$  und  $M_{\text{top}}$ .

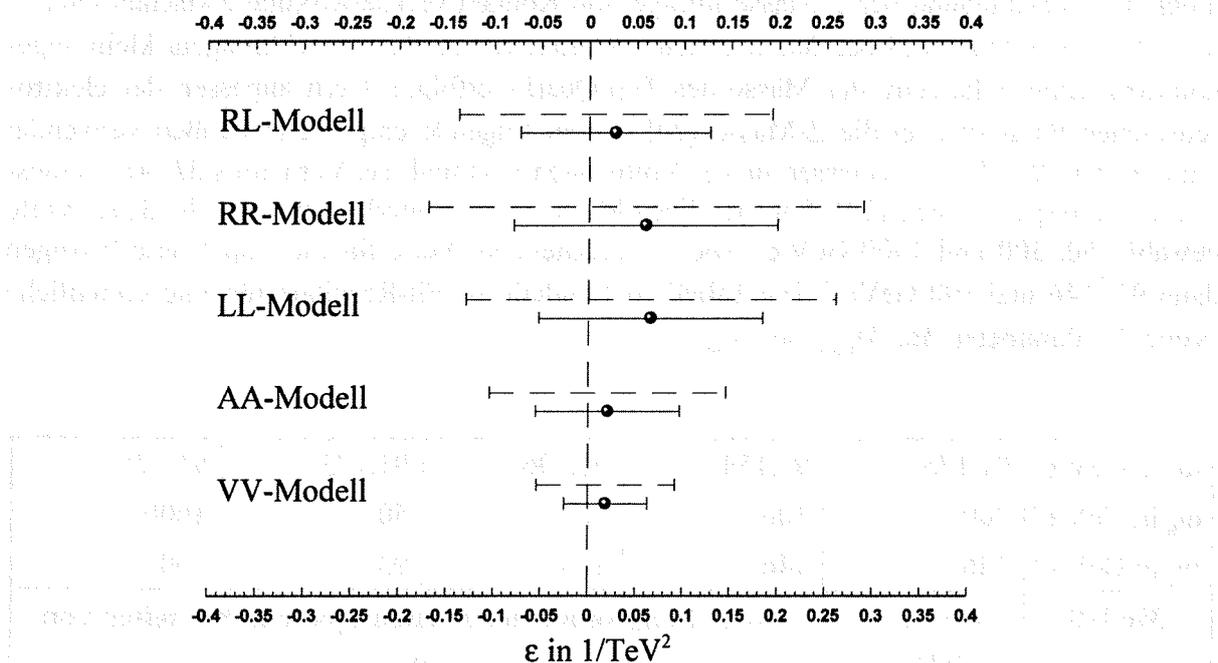
$m_z$ in GeV/c <sup>2</sup>	91.175	91.154	91.196	91.175	91.175
$m_h$ in GeV/c <sup>2</sup>	300	300	300	50	1000
$m_t$ in GeV/c <sup>2</sup>	146	146	146	93	190
<b>Modell</b>	$\epsilon \pm \Delta\epsilon$ in 1/TeV <sup>2</sup>	<b>Abweichung vom <math>\epsilon</math> der zweiten Spalte in Einheiten von <math>\Delta\epsilon</math></b>			
<b>VV</b>	$0.019 \pm 0.038$	-0.61	+0.61	-0.18	+0.21
<b>AA</b>	$0.021 \pm 0.071$	+0.38	-0.34	< 0.01	< 0.01
<b>LL</b>	$0.066 \pm 0.114$	-0.26	+0.26	-0.13	+0.16
<b>RR</b>	$0.060 \pm 0.130$	-0.39	+0.38	-0.15	+0.17
<b>RL</b>	$0.028 \pm 0.077$	-0.84	+0.81	-0.18	+0.21

**Tabelle 6.2:** Einfluß der Parameter  $M_Z$ ,  $M_{\text{Higgs}}$  und  $M_{\text{top}}$  auf das Fitergebnis der Daten 90 bis 92

Die Ungenauigkeiten von  $M_{\text{Higgs}}$  und  $M_{\text{top}}$  wirken sich nach den Werten in Tabelle 6.2 nur sehr gering auf das Endergebnis aus. Den Einfluß des Fehlers der Z-Masse sollte man jedoch besonders beim RL-Modell und VV-Modell berücksichtigen. Das Endergebnis für die Größe  $\epsilon$  ergibt sich danach wie folgt:

VV-Modell:  $\epsilon \text{ in } 1/\text{TeV}^2 = 0.019 \pm 0.038 \pm 0.023_{M_z} = 0.019 \pm 0.044$   
 AA-Modell:  $\epsilon \text{ in } 1/\text{TeV}^2 = 0.021 \pm 0.071 \pm 0.026_{M_z} = 0.021 \pm 0.076$   
 LL-Modell:  $\epsilon \text{ in } 1/\text{TeV}^2 = 0.066 \pm 0.114 \pm 0.030_{M_z} = 0.066 \pm 0.118$   
 RR-Modell:  $\epsilon \text{ in } 1/\text{TeV}^2 = 0.060 \pm 0.130 \pm 0.050_{M_z} = 0.060 \pm 0.139$   
 RL-Modell:  $\epsilon \text{ in } 1/\text{TeV}^2 = 0.028 \pm 0.077 \pm 0.064_{M_z} = 0.028 \pm 0.100$

Abb. 6.4 zeigt das Endresultat in graphischer Form. Die gestrichelt gezeichneten Balken geben den 90%-Konfidenzbereich  $[\hat{\epsilon} - 1.65\Delta\epsilon, \hat{\epsilon} + 1.65\Delta\epsilon]$  an.



**Abbildung 6.4:** Ergebnis der Anpassung für die Daten 1990 bis 1992. Die gestrichelten Balken zeigen den 90%-Konfidenzbereich für  $\epsilon$ .

Aus der oberen und unteren Grenze dieses Bereichs ergeben sich die Abschneideparameter für die Compositenessskala  $\Lambda$  wie folgt:

$$\Lambda^\pm = 1/\sqrt{\text{abs}(\hat{\epsilon} \pm 1.65\Delta\epsilon)} \quad (6.27)$$

Wegen des Zufallscharakters der Schätzgröße  $\hat{\epsilon}$  kann es vorkommen, daß für eine bestimmte Stichprobe einer der beiden Grenzwerte  $\hat{\epsilon} \pm 1.65\Delta\epsilon$  sehr nahe am Wert  $\epsilon = 0$  liegt (Abb. 6.4). Dies kann wegen (6.27) zu extrem großen  $\Lambda^\pm$ -Werten führen, die aus folgendem Grund physikalisch unsinnig sind. Die Größe  $\sqrt{\Delta\epsilon}$  hat die Dimension einer Länge und ist damit ein Maß für das räumliche Auflösungsvermögen des Experiments. Falls keine Kontaktwechselwirkung existiert ( $\epsilon = 0$ ), wären die beiden Abschneideparameter identisch durch

$$\Lambda^+ = \Lambda^- = 1/\sqrt{1.65\Delta\epsilon} = \lambda \quad (6.28)$$

gegeben. In Worten ausgedrückt bedeutet dies, daß das Standardmodell hinsichtlich positiver Abweichung durch Kontaktwechselwirkung mit 95% (einseitig betrachtet) Wahrscheinlichkeit bis zum Energiewert  $\Lambda^+$ , bzw. hinsichtlich negativer Abweichung bis zum Energiewert  $\Lambda^-$  gültig ist. Also auch für den Fall, daß die wahren Werte für  $\Lambda^\pm$  unendlich groß sind, kann das experimentelle Ergebnis, bedingt durch das Auflösungsvermögen, die Grenze  $\lambda$  nicht überschreiten. Man könnte auch sagen, daß die räumliche Ausdehnung der Elektronen mit 95% Wahrscheinlichkeit kleiner als  $1/\lambda$  ist. Ein Stichprobenwert  $\hat{\epsilon} \neq 0$  führt dazu, daß bei positivem  $\hat{\epsilon}$  der Abschneideparameter  $\Lambda^+$ - und bei negativem  $\hat{\epsilon}$  der Abschneideparameter  $\Lambda^-$  unter den Wert  $\lambda$  sinkt. Aus diesem Sachverhalt ergeben sich für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1992 die in Tabelle 6.3 angegebenen Grenzwerte.

Modell	$\epsilon \pm \Delta\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	$\lambda$ in TeV	$\Lambda^-$ in TeV	$\Lambda^+$ in TeV
VV	$0.019 \pm 0.044$	3.71	3.71	3.30
AA	$0.021 \pm 0.076$	2.82	2.82	2.61
LL	$0.066 \pm 0.118$	2.27	2.27	1.96
RR	$0.060 \pm 0.139$	2.09	2.09	1.86
RL	$0.028 \pm 0.100$	2.46	2.46	2.28

**Tabelle 6.3:** 95%-Gültigkeitsgrenzen des Standardmodells hinsichtlich Kontaktwechselwirkung durch nichtpunktförmige Elektronen. Diese Werte ergeben sich aus der Analyse der ALEPH-Daten von 1990 bis 1992.

### 6.2.3 Ergebnisse aus den Daten 1990-1993

An dieser Stelle sei noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Luminositätswerte (Tabelle 6.1) für die Daten aus dem Jahr 1993 zum jetzigen Zeitpunkt (Mai 1994) noch nicht endgültig sind. Aus diesem Grund geben wir die Ergebnisse der Analyse unter Einschluß dieser Daten separat in diesem Abschnitt an.

Die Tabelle 6.4 enthält die Ergebnisse der Anpassung der Daten 90 bis 93 sowie den Einfluß der Parameter  $M_Z$ ,  $M_{\text{Higgs}}$  und  $M_{\text{top}}$  auf dieses Ergebnis. Der Unterschied, den die Hinzunahme der 93er Daten verglichen zum Ergebnis in Tabelle 6.2 bewirkt, ist hauptsächlich auf die relativ starke Abweichung bei der LEP-Energie 93.02 GeV, bei der dort guten Statistik, zurückzuführen. Betrachtet man die Einzelergebnisse (Seite 96 bis 105) für diesen Energiewert, so läßt die Anpassungskurve darauf schließen, daß ein etwas größerer Wert für die Luminosität den Schätzwert  $\hat{\epsilon}$  näher an die Standardmodell-Vorhersage  $\epsilon = 0$  rücken würde. Möglicherweise ergibt die spätere exakte Bestimmung der Luminosität durch die Experten, daß der jetzige Wert aus Tabelle 6.1 für die Energie 93.02 GeV etwas zu niedrig ist.

Interessant ist, daß der Einfluß der Ungenauigkeit der Z-Masse beim VV-, LL- und RR-Modell abgenommen, beim RL- und ganz besonders beim AA-Modell jedoch stark zugenommen hat. Offensichtlich sind die 93er Daten, die jenseits der Resonanz (89.43 GeV, 93.02 GeV) genommen wurden, für das VV-, LL- und RR-Modell weit genug von der Z-Masse entfernt, so daß deren Einfluß abgenommen hat. Beim RL- und besonders beim AA-Modell bewirkt die starke Energieabhängigkeit in diesem Bereich (siehe Abb. 3.12 - 3.17), daß bei der hohen Statistik die genaue Position der  $Z^0$ -Resonanz eine wichtige Rolle spielt. Der Einfluß der Parameter  $M_{\text{Higgs}}$  und  $M_{\text{top}}$  kann, wie schon bei den Daten 90 bis 92, vernachlässigt werden.

$m_z$ in GeV/c <sup>2</sup>	91.175	91.154	91.196	91.175	91.175
$m_h$ in GeV/c <sup>2</sup>	300	300	300	50	1000
$m_t$ in GeV/c <sup>2</sup>	146	146	146	93	190
<b>Modell</b>	$\epsilon \pm \Delta\epsilon$ in 1/TeV <sup>2</sup>	<b>Abweichung vom <math>\epsilon</math> der zweiten Spalte in Einheiten von <math>\Delta\epsilon</math></b>			
<b>VV</b>	$0.008 \pm 0.029$	-0.55	+0.54	-0.18	+0.22
<b>AA</b>	$0.086 \pm 0.041$	+0.90	-0.88	+0.06	-0.06
<b>LL</b>	$0.121 \pm 0.081$	+0.19	-0.16	-0.10	+0.12
<b>RR</b>	$0.105 \pm 0.098$	+0.26	-0.24	-0.12	+0.13
<b>RL</b>	$-0.059 \pm 0.053$	-1.09	+1.09	-0.20	+0.24

**Tabelle 6.4:** Einfluß der Parameter  $M_Z$ ,  $M_{\text{Higgs}}$  und  $M_{\text{top}}$  auf das Fitergebnis der Daten 90 bis 93

Nachfolgend ist das Endergebnis für die Daten 90 bis 93 mit entsprechender Grafik und Tabelle angegeben.

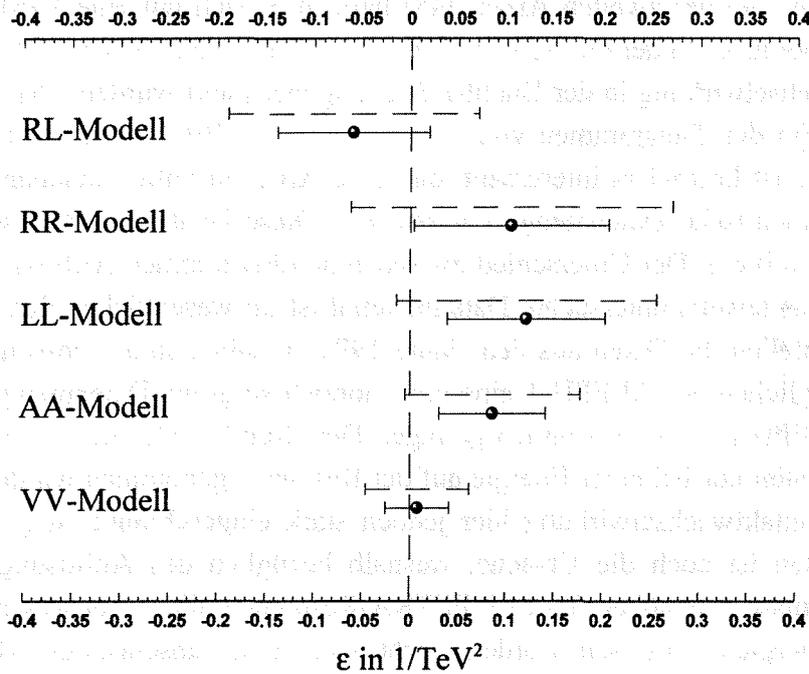
VV-Modell:  $\epsilon$  in  $1/TeV^2 = 0.008 \pm 0.029 \pm 0.016_{M_z} = 0.008 \pm 0.033$

AA-Modell:  $\epsilon$  in  $1/TeV^2 = 0.086 \pm 0.041 \pm 0.036_{M_z} = 0.086 \pm 0.055$

LL-Modell:  $\epsilon$  in  $1/TeV^2 = 0.121 \pm 0.081 \pm 0.015_{M_z} = 0.121 \pm 0.082$

RR-Modell:  $\epsilon$  in  $1/TeV^2 = 0.105 \pm 0.098 \pm 0.025_{M_z} = 0.105 \pm 0.101$

RL-Modell:  $\epsilon$  in  $1/TeV^2 = -0.059 \pm 0.053 \pm 0.058_{M_z} = -0.059 \pm 0.079$



**Abbildung 6.5:** Ergebnis der Anpassung für die Daten 1990 bis 1993. Die gestrichelten Balken zeigen den 90%-Konfidenzbereich für  $\epsilon$ .

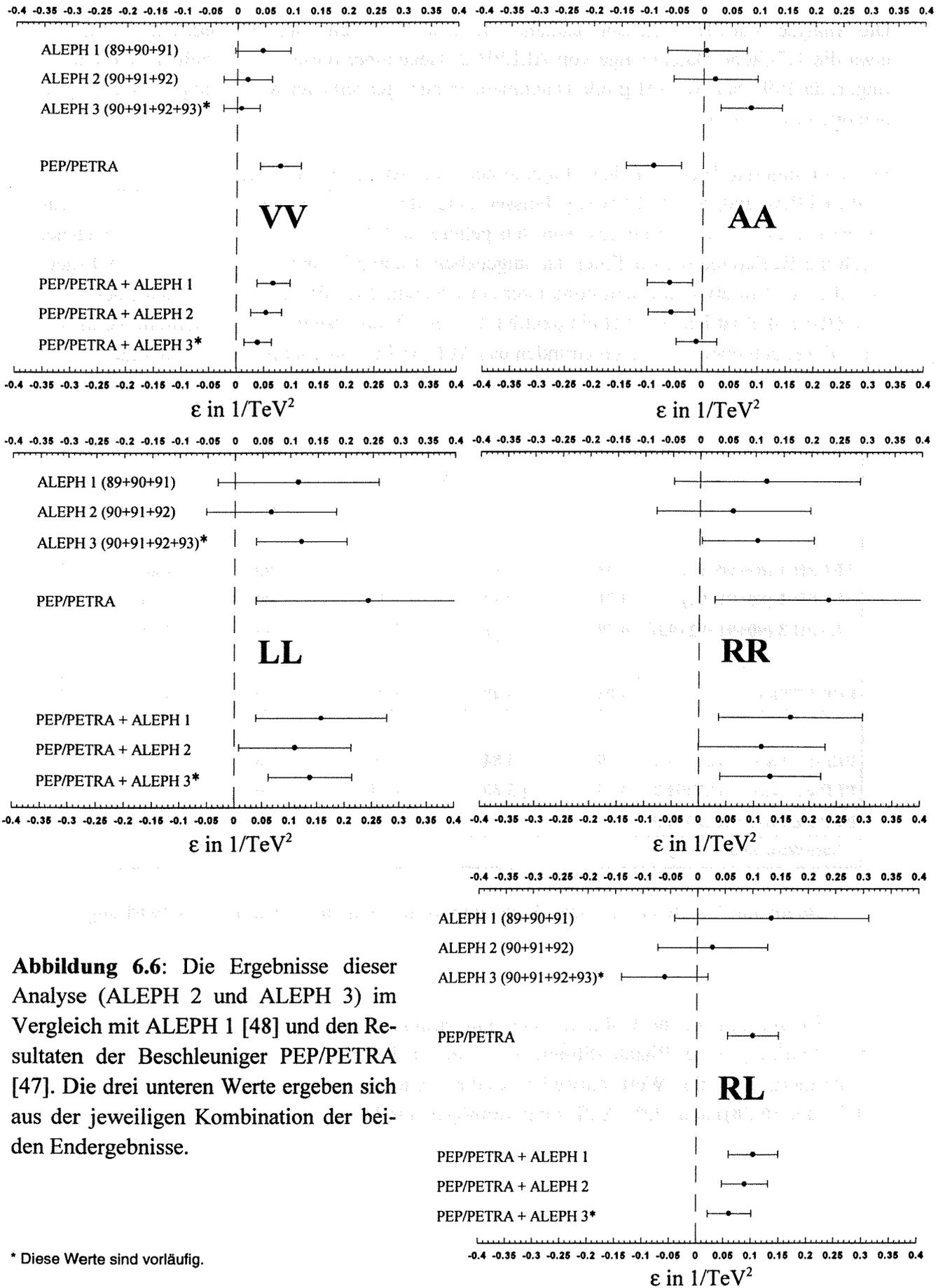
Modell	$\epsilon \pm \Delta\epsilon$ in $1/TeV^2$	$\lambda$ in TeV	$\Lambda^-$ in TeV	$\Lambda^+$ in TeV
VV	$0.008 \pm 0.033$	4.29	4.29	4.00
AA	$0.086 \pm 0.055$	3.32	3.32	2.38
LL	$0.121 \pm 0.082$	2.71	2.71	1.98
RR	$0.105 \pm 0.101$	2.45	2.45	1.92
RL	$-0.059 \pm 0.079$	2.77	2.30	2.77

**Tabelle 6.5:** 95%-Gültigkeitsgrenzen des Standardmodells hinsichtlich Kontaktwechselwirkung durch nichtpunktförmige Elektronen. Diese Werte ergeben sich aus der Analyse der ALEPH-Daten von 1990 bis 1993.

## 6.2.4 Vergleich mit anderen Analysen

Abschließend soll ein Vergleich der Ergebnisse dieser Analyse mit den Ergebnissen zweier Arbeiten durchgeführt werden, die ebenfalls Bhabha-Ereignisse auf Elektron-Compositeness hin untersuchten. In der ersten Arbeit [47] wurden die Daten verschiedener Experimente, die an den Elektron-Positron-Speicherringen PEP (Stanford) und PETRA (DESY, Hamburg) durchgeführt wurden, miteinander kombiniert und auf Kontaktwechselwirkung in den Reaktionen  $e^+e^- \rightarrow \text{Lepton}, \text{Antilepton}$  (außer Neutrinos) analysiert. Es handelt sich um die Experimente HRS, MAC, CELLO, JADE, PLUTO und TASSO. In den Diagrammen von Abb. 6.6 können die Ergebnisse dieser Arbeit (mit PEP/PETRA gekennzeichnet) direkt mit denen aus Abschnitt 6.2.1 (ALEPH 2) und aus Abschnitt 6.2.2 (ALEPH 3) verglichen werden. Die PEP/PETRA-Werte wurden aus der Kombination der Ergebnisse für Bhabha-Streuung der sechs oben genannten Experimente, bei Schwerpunktenenergien zwischen 29 GeV und 43.7 GeV, gewonnen. Bei der zweiten Arbeit [48] handelt es sich um eine Veröffentlichung der ALEPH-Collaboration, in der die ALEPH-Daten aus den Jahren 1989 bis 1991 unter anderem auf Kontaktwechselwirkung in der Bhabha-Streuung analysiert wurden. Der Vergleich dieser Untersuchung (in den Diagrammen von Abb. 6.6 mit ALEPH 1 bezeichnet) mit der vorliegenden Analyse ist besonders interessant, da beide Arbeiten völlig unabhängig voneinander eine teilweise identische Datenmenge untersuchen. Diese Unabhängigkeit schließt auch die Datenselektion mit ein. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen ALEPH 1 und ALEPH 2 in Bezug auf das jeweils untersuchte Datenmaterial ist im wesentlichen der, daß im Resultat ALEPH 2 zusätzlich die Daten aus dem Jahre 1992 enthalten sind<sup>1</sup>. Obwohl die Analyse in ALEPH 2, verglichen mit ALEPH 1 eine etwa doppelt so große Datenmenge enthält, ist der Fehler von ALEPH 2 nur unwesentlich geringer. Der Grund hierfür liegt in erster Linie darin, daß die 92er Daten nur bei einer Energie auf der Resonanz genommen wurden, die Empfindlichkeit für Kontaktwechselwirkung hier jedoch stark eingeschränkt ist (siehe Abb. 3.12). Dieses Verhalten ist auch die Ursache, weshalb bezüglich des Auflösungsvermögens die ALEPH-Ergebnisse gegenüber den PEP/PETRA-Resultaten, die ja bei wesentlich geringeren Schwerpunktenenergien gemessen wurden, nicht viel besser abschneiden. Die sehr geringe Empfindlichkeit für Kontaktwechselwirkung bei Energien um die  $Z^0$ -Resonanz, deren Gründe in Kapitel 3.2 ausführlich erläutert wurden, kompensiert den Vorteil der großen Statistik in diesem Energiebereich weitgehend. Dieses Verhalten wirkt sich auf das LL- und RR-Modell offensichtlich weniger stark aus als auf die Modelle VV, AA und RL, denn beim LL- und RR-Modell zeigen die ALEPH-Ergebnisse einen wesentlich geringeren Fehler als bei PEP/PETRA. Die wahrscheinliche Erklärung hierfür ist, daß die LL- und RR-Kopplung in Rückwärtsrichtung verschwindet (siehe Abb. 3.12) und damit der im Vorwärtsbereich dominierende nichtresonante t-Kanal-Beitrag der Bhabha-Streuung hier stärker ins Gewicht fällt.

<sup>1</sup> Bei einer gesamten Datenmenge (89-91) von etwa 20 pb<sup>-1</sup> spielen die 89er Daten mit 0.87 pb<sup>-1</sup> [49] kaum eine Rolle.



**Abbildung 6.6:** Die Ergebnisse dieser Analyse (ALEPH 2 und ALEPH 3) im Vergleich mit ALEPH 1 [48] und den Resultaten der Beschleuniger PEP/PETRA [47]. Die drei unteren Werte ergeben sich aus der jeweiligen Kombination der beiden Endergebnisse.

\* Diese Werte sind vorläufig.

Die Analyse ALEPH 3 schließt zusätzlich die Daten aus dem Jahr 1993 mit ein und umfaßt etwa die 1.7-fache Datenmenge von ALEPH 2. Gegenüber dieser ist der Fehler deutlich geringer, da 1993 bei ALEPH große Datenmengen auch jenseits der Resonanz genommen wurden (siehe Tab. 6.1).

Die drei unteren Werte in den Diagrammen von Abb. 6.6 sind Kombinationen aus den PEP/PETRA- und den ALEPH-Ergebnissen unter der Annahme gaußverteilter  $\varepsilon$ . In Tabelle 6.6 ist das zu den  $\varepsilon$ -Werten aus Abb. 6.6 gehörende 90%-Auflösungsvermögen  $\lambda$ , welches durch die Beziehung 6.28 definiert ist, angegeben. Beim VV- und AA-Modell ist das Ergebnis ALEPH 3 in etwa mit dem kombinierten Ergebnis PEP/PETRA vergleichbar, beim LL- und RR-Modell ist bei ALEPH ein deutlich besserer Wert erzielt worden, während beim RL-Modell aus den oben erwähnten Gründen das ALEPH-Ergebnis schlechter abschneidet.

$\lambda$ in TeV					
	VV	AA	LL	RR	RL
<b>ALEPH 1 (89+90+91)</b>	3.48	2.90	2.04	1.90	1.86
<b>ALEPH 2 (90+91+92)</b>	3.71	2.82	2.27	2.09	2.46
<b>ALEPH 3 (90+91+92+93)*</b>	4.29	3.32	2.71	2.45	2.77
<b>PEP/PETRA</b>	4.05	3.48	1.72	1.72	3.63
<b>PEP/PETRA + ALEPH 1</b>	4.49	3.84	2.26	2.16	3.67
<b>PEP/PETRA + ALEPH 2</b>	4.65	3.80	2.44	2.30	3.80
<b>PEP/PETRA + ALEPH 3*</b>	4.92	4.05	2.82	2.58	3.89

\* Diese Werte sind vorläufig

**Tabelle 6.6:** Vergleich des 90%-Auflösungsvermögens für Kontaktwechselwirkung.

Die 95%-Grenzen für die Gültigkeit des Standardmodells in Bezug auf mögliche Kontaktwechselwirkung in der Bhabha-Streuung sind in den Tabellen 6.7 und 6.8 enthalten. Sie sind so definiert, daß ihr Wert entweder kleiner (Gleichung (6.27)) oder maximal gleich (Gleichung (6.28)) dem 90%-Auflösungsvermögen aus Tabelle 6.6 ist.

$\Lambda^-$ in TeV					
	VV	AA	LL	RR	RL
<b>ALEPH 1 (89+90+91)</b>	3.48	2.90	2.04	1.90	1.86
<b>ALEPH 2 (90+91+92)</b>	3.71	2.82	2.27	2.09	2.46
<b>ALEPH 3 (90+91+92+93)*</b>	4.29	3.32	2.71	2.45	2.30
<b>PEP/PETRA</b>	4.05	2.41	1.72	1.72	3.63
<b>PEP/PETRA + ALEPH 1</b>	4.49	2.81	2.26	2.16	3.67
<b>PEP/PETRA + ALEPH 2</b>	4.65	2.83	2.44	2.30	3.80
<b>PEP/PETRA + ALEPH 3*</b>	4.92	3.75	2.82	2.58	3.89

\* Diese Werte sind vorläufig.

**Tabelle 6.7:** Die 95%-Grenzen für die Gültigkeit des Standardmodells bezüglich nichtpunkt-förmiger Elektronen.  $\Lambda^-$  definiert die Gültigkeitsgrenze für das Standardmodell in Bezug auf mögliche *negative* Abweichungen durch Kontaktwechselwirkung der verschiedenen Modelle VV, AA, LL, RR und RL.

$\Lambda^+$ in TeV					
	VV	AA	LL	RR	RL
<b>ALEPH 1 (89+90+91)</b>	2.79	2.84	1.68	1.59	1.54
<b>ALEPH 2 (90+91+92)</b>	3.30	2.61	1.96	1.86	2.28
<b>ALEPH 3 (90+91+92+93)*</b>	4.00	2.38	1.98	1.92	2.77
<b>PEP/PETRA</b>	2.67	3.48	1.31	1.32	2.37
<b>PEP/PETRA + ALEPH 1</b>	2.93	3.84	1.68	1.62	2.37
<b>PEP/PETRA + ALEPH 2</b>	3.16	3.80	1.90	1.81	2.51
<b>PEP/PETRA + ALEPH 3*</b>	3.53	4.05	1.95	1.89	2.81

\* Diese Werte sind vorläufig.

**Tabelle 6.8:** Die 95%-Grenzen für die Gültigkeit des Standardmodells bezüglich nichtpunkt-förmiger Elektronen.  $\Lambda^+$  definiert die Gültigkeitsgrenze für das Standardmodell in Bezug auf mögliche *positive* Abweichungen durch Kontaktwechselwirkung der verschiedenen Modelle VV, AA, LL, RR und RL.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Die Daten, die der ALEPH-Detektor in den Jahren 1990 bis 1993 bei Schwerpunktenergien um die  $Z^0$ -Resonanz geliefert hat, sind auf Abweichungen von der Standardmodell-Vorhersage, wegen möglicherweise nicht-punktförmiger Elektronen, untersucht worden. Hierzu wurden speziell in den Ereignissen der elastischen Elektron-Positron-Streuung (Bhabha-Streuung) nach zusätzlichen, über das Standardmodell hinausgehenden Wechselwirkungen, sog. Kontaktwechselwirkungen, gesucht. Diese extrem kurzreichweitigen Kräfte werden bei mehreren Modellansätzen stets dann vorhergesagt, wenn der für die Untersuchung zur Verfügung stehende Viererimpulsübertrag wesentlich kleiner ist als die Energie  $\Lambda$ . Daher kann man den hier vorgenommenen Ansatz als relativ unabhängig von der physikalischen Natur dieser im Energiebereich  $\Lambda$  stattfindenden Phänomene betrachten. Bezüglich der Interpretation des direkten Konstituentenaustausches sollte nicht unerwähnt bleiben, daß mit der Analyse der Bhabha-Streuung eine mögliche Substruktur der Elektronen aufgedeckt werden kann, während man bei der Untersuchung der Reaktionen  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ,  $\tau^+\tau^-$  implizit die Annahme gemeinsamer Konstituenten macht. Die Ergebnisse haben gezeigt, daß  $\Lambda$  je nach zugrundeliegender Kopplung, (es wurden die Kopplungen VV, AA, LL, RR und RL untersucht), mit 95-prozentiger Wahrscheinlichkeit größer als etwa 2 TeV bis etwa 4.3 TeV ist. Unterhalb dieser Grenzen gibt es keinen signifikanten Hinweis auf eine Abweichung von der Standardmodell-Vorhersage (siehe Abb. 6.6).

Das vom Zufallscharakter der Stichprobe relativ unabhängige 90%-Auflösungsvermögen für Kontaktwechselwirkung betrug zwischen 2.5 TeV und 4.3 TeV. Dieser Wert gibt die Empfindlichkeit an, bis zum dem eventuelle Abweichungen vom Standardmodell gemessen werden können. Der entsprechende Wert der Beschleuniger PEP und PETRA, bei dem die Daten der Experimente beider Speicherringe kombiniert wurden, beträgt zwischen 1.7 TeV und 4.1 TeV. Eine weitere Verbesserung der ALEPH-Ergebnisse bei LEP-Energien um die  $Z^0$ -Resonanz durch noch mehr Daten, erscheint zumindest beim AA- und RL-Modell fraglich, wenn nicht gleichzeitig die Ungenauigkeit von 20 MeV in der Bestimmung der LEP-Energie

verringert wird. Zudem ist die Empfindlichkeit für Kontaktwechselwirkung bei Energien auf und in unmittelbarer Nähe des  $Z^0$ -Peaks sehr stark reduziert (siehe Abb. 3.12 - 3.17). Dadurch wird der Vorteil der guten Statistik in diesem Bereich zu einem großen Teil wieder kompensiert. Bei einigen GeV oberhalb der Resonanz nimmt die Empfindlichkeit jedoch wieder beträchtlich zu. Mit Hilfe der zweiten Ausbaustufe des Elektron-Positron-Speicherrings LEP, mit dem dann eine Schwerpunktennergie von bis zu 180 GeV erreicht werden soll, ist daher, für den Fall, daß bei diesen Energien keine Abweichung von der Standardmodellvorhersage beobachtet wird, eine deutliche Steigerung der  $\Lambda$ -Grenzen zu erwarten [14].

*Zusammenfassung*

*Empfindlichkeit der Kontaktwechselwirkung*

*Die Empfindlichkeit der Kontaktwechselwirkung ist in Abhängigkeit von der Schwerpunktennergie  $\sqrt{s}$  und der Winkelverteilung der Streuung dargestellt. Die Empfindlichkeit ist in der Regel am besten bei  $\sqrt{s} \approx 100$  GeV und  $\cos^2\theta = 1$  (vorwärtsstreuung). Die Empfindlichkeit ist in der Regel am schlechtesten bei  $\sqrt{s} \approx 90$  GeV und  $\cos^2\theta = 0$  (hintere Streuung). Die Empfindlichkeit ist in der Regel am besten bei  $\sqrt{s} \approx 100$  GeV und  $\cos^2\theta = 1$  (vorwärtsstreuung). Die Empfindlichkeit ist in der Regel am schlechtesten bei  $\sqrt{s} \approx 90$  GeV und  $\cos^2\theta = 0$  (hintere Streuung).*

Die folgenden Tabellen geben die Zahl der vom Selektionsprogramm gefundenen Bhabha-Ereignisse, selektiert nach Streuwinkelbereich und LEP-Energie, an. Zusätzlich ist die Summe aller Ereignisse für die jeweilige Schwerpunktennergie sowie die Luminosität angegeben. Zu Analyse Zwecken muß für die einzelnen Werte die Selektions-Effizienz und die Zahl der möglichen Untergrundereignisse berücksichtigt werden (siehe Tab. 5.1).

## Anhang

### A Zahl der Bhabha-Ereignisse

Die folgenden Tabellen geben die Zahl der vom Selektionsprogramm gefundenen Bhabha-Ereignisse, selektiert nach Streuwinkelbereich und LEP-Energie, an. Zusätzlich ist die Summe aller Ereignisse für die jeweilige Schwerpunktennergie sowie die Luminosität angegeben. Zu Analyse Zwecken muß für die einzelnen Werte die Selektions-Effizienz und die Zahl der möglichen Untergrundereignisse berücksichtigt werden (siehe Tab. 5.1).

90'er Daten							
Energie (GeV)	88.22	89.22	90.21	91.22	92.21	93.21	94.20
Luminosität (nb <sup>-1</sup> )	482 ± 4.7	517 ± 4.5	447 ± 4.1	3620 ± 12	555 ± 4.7	590 ± 5	641 ± 5
cos θ*	Zahl der Bhabha-Ereignisse						
[-.9, -.8]	8	10	29	333	37	19	15
[-.8, -.7]	15	19	24	316	25	17	13
[-.7, -.6]	7	12	27	279	17	13	10
[-.6, -.5]	8	15	26	282	33	14	10
[-.5, -.4]	11	17	28	255	19	15	13
[-.4, -.3]	6	14	18	220	27	12	10
[-.3, -.2]	8	10	22	234	22	11	7
[-.2, -.1]	6	9	11	220	24	12	7
[-.1, .0]	8	8	27	227	23	12	7
[.0, .1]	10	11	19	214	22	14	8
[.1, .2]	10	14	13	198	21	9	12
[.2, .3]	5	14	32	214	24	14	14
[.3, .4]	14	17	23	281	22	22	8
[.4, .5]	18	18	28	308	43	22	14
[.5, .6]	27	24	29	361	38	19	16
[.6, .7]	28	37	55	460	43	43	26
[.7, .8]	74	87	90	661	58	54	37
[.8, .9]	154	219	212	1448	157	145	142
<b>Summe</b>	417	555	713	6511	655	467	369

**Tabelle A.1:** Zahl der Bhabha-Ereignisse, selektiert nach Streuwinkelbereich, die in den analysierten ALEPH-Daten aus dem Jahr 1990 gefunden wurden.

91'er Daten							
Energie (GeV)	88.46	89.46	90.21	91.22	91.95	92.96	93.70
Luminosität (nb <sup>-1</sup> )	667 ± 5	796 ± 5.4	753 ± 5.3	7775 ± 17	693 ± 5.2	676 ± 5.2	767 ± 5.6
cos $\vartheta^*$	Zahl der Bhabha-Ereignisse						
[-.9, -.8]	19	33	38	678	49	34	23
[-.8, -.7]	15	31	55	680	42	18	15
[-.7, -.6]	12	22	37	610	35	36	12
[-.6, -.5]	13	26	44	590	42	18	18
[-.5, -.4]	8	28	36	524	40	13	12
[-.4, -.3]	6	27	45	509	32	15	11
[-.3, -.2]	15	20	36	491	33	20	11
[-.2, -.1]	7	21	27	489	29	15	15
[-.1, .0]	6	24	24	445	34	19	15
[.0, .1]	10	13	35	451	33	18	15
[.1, .2]	12	13	33	507	23	10	14
[.2, .3]	18	30	38	529	39	22	17
[.3, .4]	20	52	44	569	37	13	21
[.4, .5]	28	42	53	660	33	26	17
[.5, .6]	38	46	55	780	50	25	29
[.6, .7]	54	84	79	995	71	25	31
[.7, .8]	100	121	138	1518	101	53	61
[.8, .9]	273	346	332	3135	208	161	173
<b>Summe</b>	654	979	1149	14160	931	541	510

**Tabelle A.2:** Zahl der Bhabha-Ereignisse, selektiert nach Streuwinkelbereich, die in den analysierten ALEPH-Daten aus dem Jahr 1991 gefunden wurden.

92'er Daten	
<b>Energie</b> (GeV)	91.27
<b>Lumino- sität</b> (nb <sup>-1</sup> )	22426 ± 32
<b>cos <math>\vartheta^*</math></b>	<b>Zahl der Bhabha-Ereignisse</b>
[-.9, -.8]	2086
[-.8, -.7]	1954
[-.7, -.6]	1785
[-.6, -.5]	1672
[-.5, -.4]	1479
[-.4, -.3]	1471
[-.3, -.2]	1410
[-.2, -.1]	1300
[-.1, .0]	1325
[.0, .1]	1292
[.1, .2]	1355
[.2, .3]	1534
[.3, .4]	1709
[.4, .5]	1859
[.5, .6]	2286
[.6, .7]	2871
[.7, .8]	4169
[.8, .9]	8741
<b>Summe</b>	40298

**Tabelle A.3:** Zahl der Bhabha-Ereignisse, selektiert nach Streuwinkelbereich, die in den analysierten ALEPH-Daten aus dem Jahr 1992 gefunden wurden.

93'er Daten					
Energie (GeV)	89.43	91.17	91.22	91.27	93.02
Luminosität (nb <sup>-1</sup> )*	6595 ± 17	1272 ± 7.6	7229 ± 18	5683 ± 16	7765 ± 19
cos $\vartheta^*$	Zahl der Bhabha-Ereignisse				
[-.9, -.8]	249	123	599	522	293
[-.8, -.7]	241	93	649	463	280
[-.7, -.6]	211	95	517	437	253
[-.6, -.5]	194	92	534	416	226
[-.5, -.4]	192	89	488	422	183
[-.4, -.3]	174	73	454	378	191
[-.3, -.2]	159	76	450	391	201
[-.2, -.1]	162	77	438	369	198
[-.1, .0]	166	67	427	328	212
[.0, .1]	174	85	439	328	196
[.1, .2]	202	79	462	345	214
[.2, .3]	214	76	498	352	189
[.3, .4]	245	105	522	404	237
[.4, .5]	329	125	590	479	254
[.5, .6]	457	130	717	549	325
[.6, .7]	631	151	949	697	446
[.7, .8]	1171	252	1334	969	710
[.8, .9]	2733	488	2836	2196	1952
Summe	7904	2276	12903	10045	6560

\* Diese Werte sind vorläufig

**Tabelle A.4:** Zahl der Bhabha-Ereignisse, selektiert nach Streuwinkelbereich, die in den analysierten ALEPH-Daten aus dem Jahr 1993 gefunden wurden.

## B MINUIT-Ergebnisse

In den folgenden Tabellen ist explizit das Ergebnis der Anpassung für die einzelnen Parameter angegeben. Um die Güte dieser Anpassung zu beurteilen, ist jeweils in der letzten Zeile der einzelnen Tabellen die Größe  $\chi^2$  und die Zahl der Freiheitsgrade angegeben. Wenn  $x$  die Zahl der untersuchten Energien ist, so ergibt sich  $\chi^2$  zu

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^x \sum_{i=1}^{18} \frac{(N_{ik}^{data} - N_{ik}^{Fit})^2}{N_{ik}^{Fit}} + \left( \frac{1 - \hat{n}_k}{\Delta n_k} \right)^2 + \left( \frac{1 - \hat{n}_0}{\Delta n_0} \right)^2 + \left( \frac{1 - \hat{n}_r}{\Delta n_r} \right)^2$$

### B.1 MINUIT-Ergebnisse der Daten 90 bis 92

VV-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in 1/TeV <sup>2</sup>	0.19231E-01	0.37807E-01	-0.37818E-01	0.37808E-01
$n_0$	1.0022	0.39402E-02	-0.39450E-02	0.39375E-02
$n_1$	0.99730	0.95194E-02	-0.95255E-02	0.95274E-02
$n_2$	1.0006	0.72243E-02	-0.72281E-02	0.72268E-02
$n_3$	0.99765	0.84983E-02	-0.85026E-02	0.85041E-02
$n_4$	1.0006	0.66400E-02	-0.66430E-02	0.66418E-02
$n_5$	0.99969	0.55601E-02	-0.55609E-02	0.55622E-02
$n_6$	1.0002	0.18086E-02	-0.18091E-02	0.18082E-02
$n_7$	1.0002	0.13697E-02	-0.13699E-02	0.13696E-02
$n_8$	1.0000	0.73110E-02	-0.73125E-02	0.73161E-02
$n_9$	1.0003	0.81950E-02	-0.81992E-02	0.82000E-02
$n_{10}$	0.99859	0.75694E-02	-0.75709E-02	0.75752E-02
$n_{11}$	1.0011	0.81458E-02	-0.81507E-02	0.81499E-02
$n_{12}$	0.99997	0.72068E-02	-0.72099E-02	0.72100E-02
$n_{13}$	0.99903	0.78761E-02	-0.78857E-02	0.78746E-02
$n_r$	0.99151	0.64169E-02	-0.64089E-02	0.64294E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 213 / 218				

**Tabelle B.1:** Minuit-Ergebnis des VV-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1992

AA-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.21244E-01	0.71038E-01	-0.71172E-01	0.70925E-01
$n_0$	1.0013	0.33438E-02	-0.33452E-02	0.33441E-02
$n_1$	0.99729	0.95226E-02	-0.95287E-02	0.95307E-02
$n_2$	1.0006	0.72276E-02	-0.72302E-02	0.72313E-02
$n_3$	0.99767	0.85040E-02	-0.85080E-02	0.85101E-02
$n_4$	1.0006	0.66474E-02	-0.66493E-02	0.66505E-02
$n_5$	0.99973	0.55721E-02	-0.55730E-02	0.55742E-02
$n_6$	1.0002	0.18076E-02	-0.18076E-02	0.18077E-02
$n_7$	1.0002	0.13677E-02	-0.13677E-02	0.13677E-02
$n_8$	0.99992	0.73159E-02	-0.73184E-02	0.73200E-02
$n_9$	1.0001	0.82011E-02	-0.82049E-02	0.82065E-02
$n_{10}$	0.99844	0.75776E-02	-0.75807E-02	0.75817E-02
$n_{11}$	1.0009	0.81531E-02	-0.81569E-02	0.81583E-02
$n_{12}$	0.99981	0.72140E-02	-0.72167E-02	0.72176E-02
$n_{13}$	0.99887	0.78814E-02	-0.78847E-02	0.78862E-02
$n_r$	0.99106	0.63421E-02	-0.63334E-02	0.63551E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 213 / 218				

**Tabelle B.2:** Minuit-Ergebnis des AA-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1992

LL-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.66426E-01	0.11382	-0.11297	0.11480
$n_0$	1.0023	0.38191E-02	-0.38254E-02	0.38152E-02
$n_1$	0.99738	0.95225E-02	-0.95289E-02	0.95304E-02
$n_2$	1.0006	0.72273E-02	-0.72303E-02	0.72305E-02
$n_3$	0.99775	0.85023E-02	-0.85075E-02	0.85071E-02
$n_4$	1.0007	0.66448E-02	-0.66470E-02	0.66475E-02
$n_5$	0.99979	0.55668E-02	-0.55679E-02	0.55685E-02
$n_6$	1.0002	0.18087E-02	-0.18089E-02	0.18087E-02
$n_7$	1.0002	0.13693E-02	-0.13693E-02	0.13693E-02
$n_8$	0.99995	0.73113E-02	-0.73138E-02	0.73154E-02
$n_9$	1.0002	0.81955E-02	-0.81990E-02	0.82012E-02
$n_{10}$	0.99849	0.75697E-02	-0.75734E-02	0.75731E-02
$n_{11}$	1.0010	0.81458E-02	-0.81497E-02	0.81510E-02
$n_{12}$	0.99986	0.72064E-02	-0.72089E-02	0.72101E-02
$n_{13}$	0.99893	0.78753E-02	-0.78789E-02	0.78798E-02
$n_t$	0.99170	0.64519E-02	-0.64409E-02	0.64677E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 213 / 218				

**Tabelle B.3:** Minuit-Ergebnis des LL-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1992

RR-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.59951E-01	0.12955	-0.12802	0.13124
$n_0$	1.0021	0.38710E-02	-0.38799E-02	0.38634E-02
$n_1$	0.99733	0.95217E-02	-0.95270E-02	0.95307E-02
$n_2$	1.0006	0.72265E-02	-0.72348E-02	0.72245E-02
$n_3$	0.99770	0.85012E-02	-0.85116E-02	0.85008E-02
$n_4$	1.0006	0.66433E-02	-0.66444E-02	0.66472E-02
$n_5$	0.99974	0.55647E-02	-0.55661E-02	0.55662E-02
$n_6$	1.0002	0.18088E-02	-0.18101E-02	0.18075E-02
$n_7$	1.0002	0.13695E-02	-0.13703E-02	0.13686E-02
$n_8$	0.99997	0.73109E-02	-0.73120E-02	0.73165E-02
$n_9$	1.0002	0.81949E-02	-0.81950E-02	0.82041E-02
$n_{10}$	0.99852	0.75690E-02	-0.75681E-02	0.75772E-02
$n_{11}$	1.0010	0.81453E-02	-0.81506E-02	0.81490E-02
$n_{12}$	0.99990	0.72059E-02	-0.72060E-02	0.72122E-02
$n_{13}$	0.99897	0.78751E-02	-0.78839E-02	0.78743E-02
$n_r$	0.99161	0.65319E-02	-0.65170E-02	0.65516E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 213 / 218				

Tabelle B.4: Minuit-Ergebnis des RR-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1992

RL-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.27730E-01	0.77427E-01	-0.77434E-01	0.77458E-01
$n_0$	1.0018	0.37649E-02	-0.37746E-02	0.37578E-02
$n_1$	0.99720	0.95168E-02	-0.95228E-02	0.95251E-02
$n_2$	1.0005	0.72222E-02	-0.72248E-02	0.72259E-02
$n_3$	0.99756	0.84962E-02	-0.85003E-02	0.85022E-02
$n_4$	1.0005	0.66377E-02	-0.66396E-02	0.66408E-02
$n_5$	0.99959	0.55582E-02	-0.55590E-02	0.55602E-02
$n_6$	1.0002	0.18078E-02	-0.18078E-02	0.18079E-02
$n_7$	1.0002	0.13691E-02	-0.13691E-02	0.13692E-02
$n_8$	1.0001	0.73137E-02	-0.73162E-02	0.73178E-02
$n_9$	1.0003	0.81983E-02	-0.82019E-02	0.82039E-02
$n_{10}$	0.99865	0.75744E-02	-0.75775E-02	0.75786E-02
$n_{11}$	1.0011	0.81506E-02	-0.81544E-02	0.81558E-02
$n_{12}$	1.0000	0.72122E-02	-0.72150E-02	0.72158E-02
$n_{13}$	0.99907	0.78807E-02	-0.78844E-02	0.78852E-02
$n_t$	0.99100	0.62690E-02	-0.62611E-02	0.62811E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 213 / 218				

**Tabelle B.5:** Minuit-Ergebnis des RL-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1992

## B.2 MINUIT-Ergebnisse der Daten 90 bis 93

Die hier angegebenen Ergebnisse sind vorläufig, da die Luminositäten der 93er Daten zum jetzigen Zeitpunkt (Mai 1994) noch nicht exakt bekannt sind.

VV-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.77336E-02	0.29129E-01	-0.29148E-01	0.29119E-01
$n_0$	1.0008	0.35717E-02	-0.35748E-02	0.35703E-02
$n_1$	0.99734	0.95177E-02	-0.95238E-02	0.95259E-02
$n_2$	1.0006	0.72229E-02	-0.72256E-02	0.72266E-02
$n_3$	0.99770	0.84968E-02	-0.85010E-02	0.85028E-02
$n_4$	0.99974	0.25203E-02	-0.25205E-02	0.25205E-02
$n_5$	1.0006	0.66383E-02	-0.66402E-02	0.66413E-02
$n_6$	0.99973	0.59595E-02	-0.59606E-02	0.59620E-02
$n_7$	0.99860	0.57488E-02	-0.57496E-02	0.57512E-02
$n_8$	0.99978	0.15114E-02	-0.15113E-02	0.15114E-02
$n_9$	1.0001	0.12482E-02	-0.12482E-02	0.12483E-02
$n_{10}$	1.0001	0.73104E-02	-0.73127E-02	0.73146E-02
$n_{11}$	1.0003	0.81945E-02	-0.81981E-02	0.82002E-02
$n_{12}$	0.99864	0.75689E-02	-0.75718E-02	0.75732E-02
$n_{13}$	1.0013	0.24032E-02	-0.24033E-02	0.24033E-02
$n_{14}$	1.0011	0.81453E-02	-0.81492E-02	0.81504E-02
$n_{15}$	0.99999	0.72062E-02	-0.72089E-02	0.72097E-02
$n_{16}$	0.99905	0.78754E-02	-0.78789E-02	0.78801E-02
$n_T$	0.98708	0.54758E-02	-0.54679E-02	0.54866E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 265 / 269				

**Tabelle B.6:** Minuit-Ergebnis des VV-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1993

AA-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.86156E-01	0.41267E-01	-0.41348E-01	0.41195E-01
$n_0$	1.0009	0.29015E-02	-0.29003E-02	0.29034E-02
$n_1$	0.99769	0.95183E-02	-0.95228E-02	0.95281E-02
$n_2$	1.0009	0.72236E-02	-0.72249E-02	0.72287E-02
$n_3$	0.99809	0.84985E-02	-0.85012E-02	0.85059E-02
$n_4$	1.0002	0.25280E-02	-0.25285E-02	0.25277E-02
$n_5$	1.0010	0.66404E-02	-0.66369E-02	0.66489E-02
$n_6$	1.0002	0.59643E-02	-0.59656E-02	0.59665E-02
$n_7$	0.99868	0.57489E-02	-0.57478E-02	0.57533E-02
$n_8$	0.99983	0.15112E-02	-0.15113E-02	0.15111E-02
$n_9$	1.0001	0.12478E-02	-0.12473E-02	0.12484E-02
$n_{10}$	0.99976	0.73121E-02	-0.73150E-02	0.73158E-02
$n_{11}$	0.99994	0.81967E-02	-0.82055E-02	0.81970E-02
$n_{12}$	0.99818	0.75718E-02	-0.75801E-02	0.75706E-02
$n_{13}$	1.0008	0.24154E-02	-0.24156E-02	0.24154E-02
$n_{14}$	1.0006	0.81478E-02	-0.81509E-02	0.81538E-02
$n_{15}$	0.99955	0.72087E-02	-0.72118E-02	0.72117E-02
$n_{16}$	0.99864	0.78773E-02	-0.78896E-02	0.78730E-02
$n_r$	0.98868	0.54174E-02	-0.54080E-02	0.54296E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 260 / 269				

Tabelle B.7: Minuit-Ergebnis des AA-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1993

LL-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.12123	0.81528E-01	-0.81342E-01	0.81765E-01
$n_0$	1.0027	0.33298E-02	-0.33347E-02	0.33268E-02
$n_1$	0.99763	0.95191E-02	-0.95251E-02	0.95273E-02
$n_2$	1.0009	0.72242E-02	-0.72268E-02	0.72279E-02
$n_3$	0.99798	0.84987E-02	-0.85028E-02	0.85047E-02
$n_4$	1.0001	0.25282E-02	-0.25283E-02	0.25285E-02
$n_5$	1.0009	0.66405E-02	-0.66423E-02	0.66436E-02
$n_6$	1.0000	0.59633E-02	-0.59643E-02	0.59658E-02
$n_7$	0.99867	0.57490E-02	-0.57498E-02	0.57514E-02
$n_8$	0.99983	0.15115E-02	-0.15115E-02	0.15116E-02
$n_9$	1.0001	0.12481E-02	-0.12481E-02	0.12481E-02
$n_{10}$	0.99998	0.73108E-02	-0.73132E-02	0.73149E-02
$n_{11}$	1.0002	0.81950E-02	-0.81986E-02	0.82005E-02
$n_{12}$	0.99849	0.75692E-02	-0.75722E-02	0.75733E-02
$n_{13}$	1.0011	0.24044E-02	-0.24045E-02	0.24046E-02
$n_{14}$	1.0010	0.81454E-02	-0.81493E-02	0.81506E-02
$n_{15}$	0.99987	0.72061E-02	-0.72088E-02	0.72096E-02
$n_{16}$	0.99895	0.78751E-02	-0.78787E-02	0.78796E-02
$n_r$	0.98873	0.55011E-02	-0.54927E-02	0.55126E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 263 / 269				

Tabelle B.8: Minuit-Ergebnis des LL-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1993

RR-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	0.10466	0.98034E-01	-0.97416E-01	0.98752E-01
$n_0$	1.0022	0.34293E-02	-0.34374E-02	0.34237E-02
$n_1$	0.99753	0.95189E-02	-0.95248E-02	0.95273E-02
$n_2$	1.0008	0.72240E-02	-0.72264E-02	0.72280E-02
$n_3$	0.99788	0.84983E-02	-0.85023E-02	0.85044E-02
$n_4$	0.99995	0.25267E-02	-0.25266E-02	0.25270E-02
$n_5$	1.0008	0.66400E-02	-0.66418E-02	0.66432E-02
$n_6$	0.99993	0.59623E-02	-0.59632E-02	0.59650E-02
$n_7$	0.99864	0.57490E-02	-0.57495E-02	0.57515E-02
$n_8$	0.99981	0.15115E-02	-0.15116E-02	0.15115E-02
$n_9$	1.0001	0.12481E-02	-0.12482E-02	0.12481E-02
$n_{10}$	1.0000	0.73105E-02	-0.73125E-02	0.73150E-02
$n_{11}$	1.0003	0.81947E-02	-0.81984E-02	0.82002E-02
$n_{12}$	0.99857	0.75689E-02	-0.75719E-02	0.75730E-02
$n_{13}$	1.0012	0.24029E-02	-0.24029E-02	0.24032E-02
$n_{14}$	1.0010	0.81451E-02	-0.81487E-02	0.81506E-02
$n_{15}$	0.99994	0.72058E-02	-0.72086E-02	0.72092E-02
$n_{16}$	0.99901	0.78750E-02	-0.78792E-02	0.78788E-02
$n_r$	0.98849	0.55839E-02	-0.55735E-02	0.55977E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 264 / 269				

Tabelle B.9: Minuit-Ergebnis des RR-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1993

RL-Modell				
Parameter- Bezeichnung	Schätzwert	Parabolischer Fehler	MINOS Fehler	
			Negativ	Positiv
$\epsilon$ in $1/\text{TeV}^2$	-0.58812E-01	0.53633E-01	-0.53653E-01	0.53636E-01
$n_0$	0.99835	0.33661E-02	-0.33719E-02	0.33623E-02
$n_1$	0.99727	0.95164E-02	-0.95223E-02	0.95247E-02
$n_2$	1.0006	0.72219E-02	-0.72243E-02	0.72257E-02
$n_3$	0.99768	0.84959E-02	-0.85000E-02	0.85019E-02
$n_4$	0.99974	0.25167E-02	-0.25168E-02	0.25169E-02
$n_5$	1.0006	0.66373E-02	-0.66392E-02	0.66404E-02
$n_6$	0.99977	0.59589E-02	-0.59598E-02	0.59614E-02
$n_7$	0.99858	0.57487E-02	-0.57494E-02	0.57512E-02
$n_8$	0.99976	0.15111E-02	-0.15110E-02	0.15111E-02
$n_9$	1.0000	0.12480E-02	-0.12480E-02	0.12481E-02
$n_{10}$	0.99996	0.73114E-02	-0.73138E-02	0.73156E-02
$n_{11}$	1.0002	0.81959E-02	-0.81996E-02	0.82013E-02
$n_{12}$	0.99841	0.75711E-02	-0.75741E-02	0.75753E-02
$n_{13}$	1.0010	0.24127E-02	-0.24128E-02	0.24129E-02
$n_{14}$	1.0009	0.81474E-02	-0.81513E-02	0.81526E-02
$n_{15}$	0.99975	0.72086E-02	-0.72113E-02	0.72122E-02
$n_{16}$	0.99880	0.78775E-02	-0.78811E-02	0.78821E-02
$n_T$	0.98613	0.53519E-02	-0.53445E-02	0.53620E-02
$\chi^2$ / Zahl der Freiheitsgrade = 263 / 269				

Tabelle B.10: Minuit-Ergebnis des RL-Modells für die Daten aus den Jahren 1990 bis 1993

---

## Literaturverzeichnis

- [1] A. Messiah, "Quantenmechanik", Band 1, Walter de Gruyter (1976)
- [2] D. H. Perkins, "Hochenergiephysik", Addison-Wesley (1990)
- [3] S. L. Glashow, Nucl. Phys. B22 (1961) 579  
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264  
A. Salam, in Proc. of the 8th Nobel Symp., p. 367, ed. N. Svartholm, Almqvist and Wiksell, Stockholm (1968)
- [4] S. L. Glashow, I. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. D2 (1970) 1285
- [5] F. Halzen, A. D. Martin, "Quarks & Leptons", Wiley (1984)
- [6] J. D. Bjorken and S. D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics", Mc-Graw-Hill (1964)
- [7] J. M. Jauch and F. Rohrlich, "Theory of Photons and Electrons", Springer-Verlag (1976)
- [8] M. D. Scadron, "Advanced Quantum Theory", Springer-Verlag (1979)
- [9] J. J. Sakurai, "Advanced Quantum Mechanics", Addison Wesley (1967)

- [10] G. 't Hooft and M. Veltman, "Diagrammar", CERN Report 73-9, CERN (1973)
- [11] D. Grau, "Übungsaufgaben zur Quantentheorie", Verlag Karl Thiemig, München (1975)
- [12] E. Eichten, K. Lane and M. Peskin, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 811
- [13] M. S. Chanowitz and S. D. Drell, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 807
- [14] B. and F. Schrempp, N. Wermes and D. Zeppenfeld, Nucl. Phys. B 296 (1988) 1
- [15] G. Altarelli, R. Kleiss and C. Verzegnassi: Z Physics at LEP I, Vol. 2: Higgs Search and New Physics, Gelber Bericht CERN 89-08 (1989)
- [16] J. D. Jackson, "Klassische Elektrodynamik", Walter de Gruyter, Berlin - New York 1983
- [17] The LEP Collaborations: ALEPH, DELPHI, L3, OPAL. "Electroweak parameters of the  $Z^0$  resonance and the standard model". Phys. Lett. B 276 (1992) 247 - 253
- [18] M. Consoli, W. Hollik et al. in G. Altarelli, R. Kleiss, C. Verzegnassi (Hrsg.): Z Physics at LEP I, Vol. 1: Standard Physics, Gelber Bericht CERN 89-08 (1989) 7
- [19] L. J. Hall, S. F. King: Nucl. Phys. B 287 (1987) 551
- [20] D. Bardin, W. Hollik, T. Riemann: Z. Phys. C 49 (1991) 485
- [21] UA2 Collab. J. Alitti et al.: Phys. Lett. B 241 (1990) 150; CDF; Collab., F. Abe et al.: Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 2243
- [22] CDHSW Collab., H. Abramowicz et al.: Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 298 and A. Blondel et al.: Z. Phys. C 45 (1990) 361
- [23] G. D' Agostini, "Limits on the Electron Compositeness from the Bhabha Scattering at PEP and PETRA", DESY 90-093 (1990)
- [24] W. Beenakker, F. B. Berends and S. C. van der Marek, Nucl. Pys. B 349 (1991) 323-368
- [25] S. Brandt, "Datenanalyse", BI-Wiss.-Verlag 1992
- [26] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos and B. Sadoulet, "Statistical Methods in Experimental Physics", North-Holland, Amsterdam 1971
- [27] F. James, M. Roos: Function Minimization and Error Analysis, CERN Computer Centre Program Library GENLIB D506, Long Writeup

- [28] F. James, Interpretation of the errors on parameters as given by MINUIT, Supplement to [27]
- [29] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) 438, 675;  
G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B126 (1977) 298;  
E. G. Floratos, D. A. Ross and C. T. Sachrajda, Nucl. Phys. B129 (1977) 66 (Erratum: B139 (1978) 545)  
A. Gonzales-Arroyo, C. Lopez and F. J. Yndurain, Nucl. Phys. B153 (1979) 161;  
A. Gonzales-Arroyo and C. Lopez, Nucl. Phys. B166 (1980) 429;  
E. G. Floratos, C. Kounnas and R. Lacaze, Phys. Lett. B98 (1981) 89, 285
- [30] H. Albrecht et al.: ALPHA User's Guide, Interner Bericht ALEPH 89-151 (1989)
- [31] J. Knobloch: JULIA Users and Programmers Guide, Interner Bericht ALEPH 90-115 (1990)  
J. Knobloch, P. Norton (Hrsg.): Status of Reconstruction Algorithms for ALEPH, Interner Bericht ALEPH 88-46 (1988)
- [32] S. E. Koonin, D. C. Meredith, "Physik auf dem Computer 2" Oldenburg (1990)
- [33] G. Capon, D. Cinabro: Programmpaket QMUIDO zur Identifikation von Myonen in ALPHA, unveröffentlicht (1990)
- [34] D. Decamp et al. (ALEPH Coll.): Z. Phys. C 48 (1990), 365-391
- [35] R. W. Clift, E. Locci: A New Selection for Large Angle Bhabhas, Interner Bericht ALEPH 90-180 (1990)
- [36] W. Hollik, DESY 88-188, Fortschr. Physik
- [37] W. Beenakker, Ph. D. thesis University of Leiden (1989)
- [38] F. A. Berends, R. Kleiss, Nucl. Phys. B260 (1985) 32
- [39] F. A. Berends, G. J. H. Burgers, W. L. van Neerven, Phys. Lett. B177 (1986) 191
- [40] F. A. Berends, W. L. van Neerven, G. J. H. Burgers, Nucl. Phys. B297 (1988) 429; E B304 (1988) 921
- [41] G. Altarelli, G. Martinelli in J. Ellis, R. Peccei (Hrsg.): Physics at LEP, Gelber Bericht CERN 86-02 Vol. 1 (1986) 47
- [42] V. S. Fadin, V. A. Khoze, Sovj. J. Nucl. Phys. 47 (1988) 1073
- [43] W. Beenakker, F. A. Berends and W. L. van Neerven, Workshop Electroweak Radiative Corrections, Ringberg Cusle (FRG) 1989, ed J. H. Kühn (Springer Verlag, 1989)

- [44] O. Nicosini, L. Trentadue, Phys. Lett. B196 (1987) 551
- [45] ALEPH -Kollaboration: The ALEPH Handbook 1989, W. Blum (Hrsg.), Interner Bericht ALEPH 89-77 (1989)
- [46] F. Ranjard et al.: GALEPH User Guide, Interner Bericht ALEPH 119, Version 8.00 (1988)
- [47] H. Kroha: Phys. Rev. D46 (1992) 58
- [48] ALEPH Collaborations: Search for contact interactions in the reactions  $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$  and  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ , Z. Phys. C59, 215 - 229 (1993)
- [49] F. Badaud, M. Bardadin-Otwinowska: Search for contact interactions in reactions  $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ , Draft (1992)
- [50] J. Lefrancois, H. C. J. Seywerd: Acceptance for Bhabhas and the t-Channel Problem, Interner Bericht ALEPH 90-173 (1990)
- [51] H. Meinhard: "Elastische Elektron-Positron-Streuung bei Schwerpunktenenergien um die  $Z^0$ -Resonanz", Dissertation, Interner Bericht, Universität - Gesamthochschule Siegen (1990)
- [52] C. Grupen: "Teilchendetektoren", BI-Wiss.-Verlag 1993
- [53] G. Altarelli, R. Kleiss and C. Verzegnassi: Z Physics at LEP I, Vol. 3: Event Generators and Software, Gelber Bericht CERN 89-08 (1989)

# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation innerhalb der ALEPH-Arbeitsgruppe des Fachbereichs Physik der Universität - Gesamthochschule - Siegen in den Jahren 1990 bis 1994. Ich danke Herrn Professor Dr. C. Grupen für die Themenstellung und die Betreuung dieser Arbeit; ihm und Herrn Professor Dr. S. Brandt danke ich für die aufmerksame Durchsicht des Manuskripts und die freundliche Unterstützung, die ich jederzeit in Anspruch nehmen konnte. Mein Dank geht ferner an die Herren Dr. H. Meinhard und Dr. H. Seywerd, die mir während der Arbeitsaufenthalte am CERN zahlreiche Anregungen und Ratschläge zukommen ließen. Für eine Vielzahl von gewinnbringenden Diskussionen sowie für die angenehme Atmosphäre während meiner Aufenthalte in Siegen und in Genf danke ich der gesamten Siegener ALEPH-Gruppe und den Herren Professor Dr. H. D. Dahmen, Professor Dr. F. W. Bopp, Dipl.-Phys. T. Stroh und Dipl.-Phys. C. Stupperich.

Ein besonderer Dank gilt meiner Frau Claudia und meinen Eltern. Sie haben durch ihr Verständnis und ihre Unterstützung diese Arbeit ermöglicht.

Siegen und Genf, im Oktober 1994



Hartmut Trier

