

Introduction à la dynamique des réactions

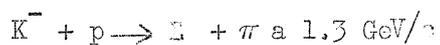
M.L. Stevenson, L.R.L. Berkeley

Table des Matières

- I. But de cette note
- II. Systèmes de référence en mouvement uniforme
  - A - Traitement non-relativiste (N.R.)
    - 1 Le diagramme de vecteurs,
    - 2 Transformation de vitesse NR
    - 3 Transformation de la quantité de mouvement NR
    - 4 Transformation de l'espace et du temps NR
    - 5 Le système du centre de masse (CM)
    - 6 Dynamique des réactions NR
    - 7 Diagramme de vecteurs NR
  - B - La dynamique relativiste (d'une seule particule)
    - 1 Variation de la masse avec la vitesse
    - 2 Equivalence de la masse et de l'énergie  $E = Mc^2$
    - 3 La quantité de mouvement
    - 4 a/ Relations entre la quantité de mouvement et l'énergie  
b/ Définition de l'énergie cinétique relativiste
    - 5 Transformation relativiste de la quantité de mouvement
    - 6 Diagrammes relativistes de vecteurs
- III. Dynamique relativiste des réactions
  - A - Mouvement du centre de masse
  - B - Calcul de  $P^*$  la quantité de mouvement CM
  - C - Désintégration des particules instables (dilatation du temps)
    - Exemples
    - 1/ Désintégration  $\pi \rightarrow \mu + \nu$  (à 1.3 GeV/c)
    - 2/  $K \rightarrow \mu + \nu$  à 1.3 GeV/c

- D - La règle de Crawford
- E - Diagrammes de vecteurs de la quantité de mouvement pour les réactions

Exemple



- F - Diagrammes de la longueur moyenne de désintégration pour les particules instables produites dans les réactions.

P R O B L E M E S

1. Vérifiez éq. 3
2. Vérifiez éq. 5
3. Essayez vous-même la dérivation de l'équation 18
4. Vérifiez éq. 24
5. Vérifiez en détail les calculs qui donnent l'éq. 25
6. Calculez  $p^*$  pour la désintégration  $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$  et  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$
7. Construisez le diagramme de vecteurs des quantités de mouvement pour la désintégration  $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$  à 1.5 GeV/c
8. Calculez  $\bar{\gamma}$ ,  $\bar{\beta}$ ,  $E^*$ ,  $\bar{\eta}$  etc. pour la réaction  $K^- + p \rightarrow \Sigma + \pi$  à 1.3 GeV/c et à 1.5 GeV/c.
9. Calculez les mêmes quantités pour  $\bar{p} + p \rightarrow \Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0$  et construisez le diagramme de vecteurs à 3 GeV/c, 3.6 GeV/c et 4 GeV/c.

-----

## LE BUT

### I. But

Le but de cette note est de fournir une explication aussi simple que possible, des conséquences de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Nous commençons avec les notions non-relativistes de l'addition des vecteurs des vitesses et nous généraliserons: ainsi nous passons aux effets relativistes.

### II. Systèmes de référence en mouvement relatif uniforme

Il y a trois systèmes de référence qui sont particulièrement intéressants pour la physique nucléaire.

1. Le système de laboratoire
2. Le système de centre de masse
3. Le système dans lequel une particule quelconque en mouvement est au repos.

#### A. Traitement non-relativiste

##### 1. Diagramme de vecteurs

Considérons deux systèmes de référence pour démontrer quelques principes généraux reliant les vitesses dans ces deux systèmes de référence. Nous décrirons, par le vecteur  $\vec{OO'}$ , la vitesse de l'observateur  $O'$  en rapport avec l'observateur  $O$ .

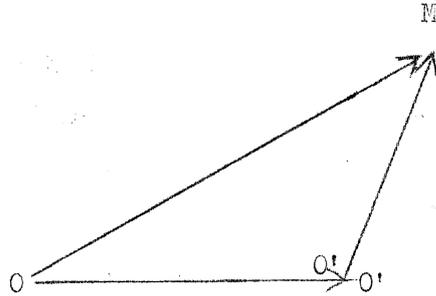
En d'autres mots,  $O$  dira que  $O'$  et le système des coordonnées de ce dernier se déplacent avec la vitesse  $\vec{OO'}$ .



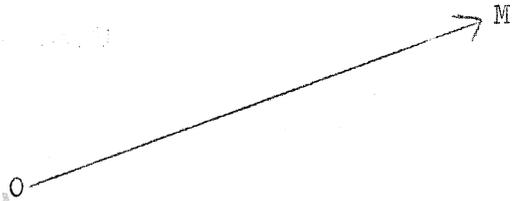
Faisons observer par  $O'$  une particule quelconque, p. ex.  $M$ , qui se déplace avec la vitesse  $\vec{O'M}$ .



Le sommet de la flèche est l'objet observé par la base de la flèche.  
 La vitesse de M mesurée par O s'obtient en plaçant la base de vecteur  $\vec{O'M}$  sur le sommet du vecteur  $\vec{OO'}$  c'est à dire à O'.



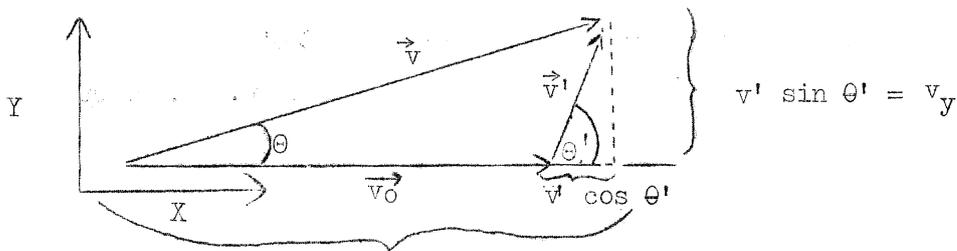
Par conséquent



représente la vitesse de M  
 vue depuis O.

Appelons la longueur du vecteur  $\vec{OO'}$   $v_0$  et la longueur du vecteur  $\vec{O'M}$   $v'$ .  
 Ces notions de l'addition des vecteurs  $\vec{v}_0$  et  $\vec{v}'$  pour former  $\vec{v}$  (la longueur du vecteur  $\vec{OM}$ ) ne sont valables que dans les limites non-relativistes (N.R.) des vitesses qui sont petites comparées à la vitesse de la lumière,  $c$ .

Ce diagramme de vecteurs peut être exprimé par deux expressions.

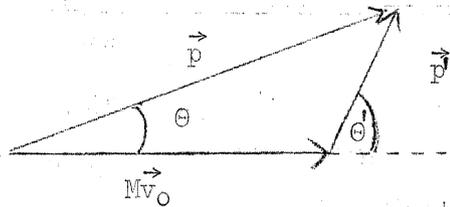


2. Transformation non-relativiste de vitesses

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_0 + v' \cos \theta' = v \cos \theta \\ v_y &= v' \sin \theta' = v \sin \theta \end{aligned} \right\} \text{éq. (I)}$$

On peut changer cela en un diagramme de vecteurs des quantités de mouvement simplement en multipliant chacun des vecteurs surnommés par M, la masse de la particule M.

$$\begin{aligned} Mv_x &= p_x & Mv_y &= p_y \\ Mv' &= p' \end{aligned}$$



3. Transformation non-relativiste de quantités de mouvement

$$\left. \begin{aligned} p_x &= Mv_0 + p' \cos \theta' = p \cos \theta \\ p_y &= p' \sin \theta' = p \sin \theta \end{aligned} \right\} \text{éq. (2)}$$

NR

On peut facilement démontrer la relation entre  $\theta'$  et  $\theta$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta'}{\frac{v_0}{v'} + \cos \theta'}$$

éq. (3)

NR

4. Transformation non-relativiste d'espace et du temps

C'est simplement:

$\begin{aligned}x &= x_0 + x' = v_0 t + x' \\y &= y' \\t &= t'\end{aligned}$	éq. (4)
--	---------

NR

5. Le système du centre de masse (CM)

Le lecteur pourra facilement se persuader que la transformation inverse des quantités de mouvement est la suivante:

$\begin{aligned}p'_x &= -Mv_0 + p \cos \theta \\p'_y &= p \sin \theta\end{aligned}$	éq. (5)
---	---------

NR

Le système du "centre de masse" (CM) est le système de référence où la somme des quantités de mouvement de toutes les particules est égale à zéro, c'est à dire:

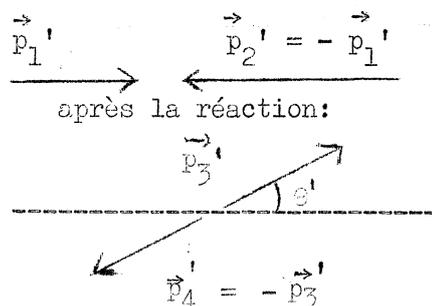
$$p_1 + p_2 + \dots = 0$$

6. Dynamique des réactions non-relativistes

Pour simplifier nous considérons seulement des réactions à deux corps comme



Voici le diagramme de vecteurs pour cette réaction vu dans le système de CM avant la réaction:



c'est à dire :

$$\begin{array}{l} P'_{1x} + P'_{2x} = 0 \quad P'_{3x} + P'_{4x} = 0 \\ P'_{1y} + P'_{2y} = 0 \quad P'_{3y} + P'_{4y} = 0 \end{array} \quad \text{éq. (6)}$$

NR + REL

Maintenant nous appliquerons l'équation 5 à la particule 1 qui a la quantité de mouvement  $p_1$  (au laboratoire) et à la particule 2 dont nous supposons qu'elle soit au repos ( $\vec{p}_2 = 0$ ) et nous mettons ces équations dans éq. 6. Ceci nous permettra de dériver une expression non-relativiste pour la vitesse du centre de masse. Nous appelons cette valeur de  $v_0, \bar{v}$ .

particule 1 au mouvement dans la direction de + x ,  $\theta = 0$ .

$$p'_{1x} = M_1 \bar{v} + P_1 (\cos\theta_1 = 1) + [p'_{2x} = -M_2 \bar{v} + (p_2 = 0) \cos\theta_2] = 0$$

$$+ (M_1 + M_2) \bar{v} = p_1$$

$$\bar{v} = \frac{p_1 = M_1 v_1}{M_1 + M_2} \quad \text{éq. (7)}$$

NR

Si l'on connaît la quantité de mouvement de la particule incidente  $p_1$  on connaît la vitesse du CM. Ceci n'est pas suffisant pour décrire complètement la réaction  $M_1 + M_2 \rightarrow M_3 + M_4$ . Nous devons par exemple calculer  $\vec{p}'_3 = -\vec{p}'_4$ . Appelons cette quantité de mouvement dans le CM  $\vec{p}^*$

C'est en utilisant la conservation de l'énergie (et de la quantité de mouvement) dans le système CM qu'on calcule cette quantité.

Conservation d'énergie (N.R.)

Einstein a démontré qu'il y a une équivalence entre masse et énergie donné par  $E = Mc^2$ .

Energie initiale = énergie initiale au repos

$$+ \quad " \quad " \quad \text{cinétique}$$

$$\text{Energie initiale} = M_1 c^2 + M_2 c^2 + \frac{(p_1')^2}{2 M_1} + \frac{(p_2' = - p_1')^2}{2 M_2}$$

$$\text{Energie finale} = M_3 c^2 + M_4 c^2 + \frac{(p^*)^2}{2 M_3} + \frac{(-p^*)^2}{2 M_4}$$

(Celle-ci est encore une expression non-relativiste bien que nous ayons utilisé l'équivalence entre la masse et l'énergie. L'expression utilisée pour l'énergie cinétique n'est valable que pour des vitesses petites comparées à la vitesse de la lumière).

En égalant les énergies initiales et finales nous trouvons pour  $p^*$ :

$$(p^*)^2 \frac{1}{2} \left( \frac{1}{M_3} + \frac{1}{M_4} \right) = \left[ (M_1 + M_2 - M_3 - M_4) c^2 \equiv Q \right] + \frac{1}{2} p_1'^2 \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right)$$

mais:

$$p_1' = - M_1 \left( \bar{v} = \frac{p_1}{M_1 + M_2} \right) + p_1$$

$$p_1' = p_1 \left( \frac{-M_1}{M_1 + M_2} + 1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \right)$$

éq. (8)

NR

L'énergie cinétique de la particule 3 en CM soit:

$$T_3' = \frac{p^{*2}}{2 M_3}$$

l'expression pour  $p^{*2}$  devient :

$$\begin{aligned} \frac{p^{*2}}{2 M_3} \cdot \frac{M_3 + M_4}{M_4} &= Q + \frac{1}{2} p_1^2 \left( \frac{M_2}{M_1 + M_2} \right)^2 \left( \frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2} \right) \\ &= Q + \left( \frac{p_1^2}{2 M_1} = T_1 \right) \frac{M_2}{M_1 + M_2} \end{aligned}$$

$$T_3' = \frac{M_4}{M_3 + M_4} \left[ Q + T_1 \frac{M_2}{M_1 + M_2} \right] \quad \text{éq. (9)}$$

$$(p^*)^2 = \frac{2 M_3 M_4}{M_3 + M_4} \left\{ Q + T_1 \frac{M_2}{M_1 + M_2} \right\} \quad \text{éq. (10)}$$

Supposons que  $T_f^*$  soit le total de l'énergie cinétique disponible après la réaction:

$$\begin{aligned} T_f^* &= T_3' + T_4' = \frac{M_4}{M_3 + M_4} \left[ Q + T_1 \frac{M_2}{M_1 + M_2} \right] \\ &+ \frac{M_3}{M_3 + M_4} \left[ Q + T_1 \frac{M_2}{M_1 + M_2} \right] \end{aligned}$$

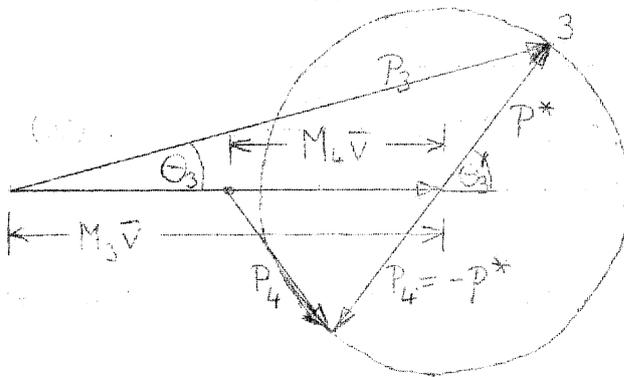
$$T_f^* = Q + T_1 \frac{M_2}{M_1 + M_2} \quad \text{éq. (10) a}$$

Par conséquence  $T^*$  est partagé entre les particules 3 et 4 dans le rapport suivant:

$$\begin{aligned} T_3' &= \frac{M_4}{M_3 + M_4} T_f^* \\ T_4' &= \frac{M_3}{M_3 + M_4} T_f^* \end{aligned}$$

éq. (10)b

Diagramme non-relativiste de vecteur pour la réaction  $M_1 + M_2 \rightarrow M_3 + M_4$



Le cercle représente le lieu de tous les points finaux possibles de la quantité de mouvement des particules 3 et 4 dans le système de laboratoire. Les origines des vecteurs  $\vec{p}_3$  et  $\vec{p}_4$  sont situés à la distance  $M_3 \bar{v}$  et  $M_4 \bar{v}$  respectivement du centre du cercle.

Ce diagramme de vecteurs résume la dynamique de la réaction  $M_1 + M_2 \rightarrow M_3 + M_4$ . Maintenant nous voulons étudier comment ce diagramme de vecteurs change quand on considère les effets relativistes.

B. Dynamique relativiste d'une seule particule.

Sans entrer dans une étude rigoureuse de la théorie de la relativité restreinte, nous voulons établir - sans preuve - quelques relations relativistes.

1) (a) La masse d'une particule quelconque en mouvement est plus grande que celle de la même particule au repos. Si la particule se meut avec la vitesse  $v'$  relatif à  $O'$ , on pourra mesurer sa masse comme étant:

$$M' = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \beta'^2}} \quad \text{éq. (11)}$$

$\beta' \equiv \frac{v'}{c}$ , et  $M_0$  est la masse au repos.

(b) Si cette même particule est regardée depuis  $O$ , cet observateur mesurera la masse:  $M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

$\beta$  est la vitesse de la particule dans le système de référence  $O$ ,  $\beta \equiv \frac{v}{c}$ .

2) Nous rappellerons ici la fameuse équivalence de la masse et de l'énergie d' Einstein

$$E = Mc^2 \quad \text{éq. (12)}$$

On peut l'exprimer aussi de la façon suivante:

$$E = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{éq. (13)}$$

3) Quantité de mouvement

La quantité de mouvement relativiste est toujours définie comme le produit de la masse par la vitesse, mais nous devons utiliser la masse relativiste.

$$p = Mv = \frac{M_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{éq. (14)}$$

4) Relations entre la quantité de mouvement et l'énergie

a) En élevant au carré l'éq. (13) et en soustrayant le carré de l'éq. (14) on obtient

$$E^2 - (cp)^2 = (M_0 c^2)^2$$

$$E^2 = (cp)^2 + (M_0 c^2)^2$$

$$E = \sqrt{(cp)^2 + M_0 c^2)^2} \quad \text{éq. (15)}$$

b) L'énergie cinétique relativiste, T, est définie par la relation suivante entre l'énergie relativiste, E, et l'énergie au repos  $M_0 c^2$ .

$$E = T + M_0 c^2 \quad \text{éq. (16)}$$

A partir des équations (13) et (16), on peut obtenir - pour une vitesse de particule, v, qui est petite par rapport à c, (c'est à dire  $\beta \ll 1$ ), - l'expression non-relativiste de l'énergie cinétique,  $T_{NR}$ .

Nous écrivons l'équation (13) en utilisant l'expansion Binome:

$$(1+e)^n = 1 + ne + \frac{n(n-1)}{2!} e^2 + \dots \quad (n! = n(n-1)(n-2)\dots 2.1)$$

Ici, nous retiendrons seulement les deux premiers termes,  $1+ne$ , e étant petit donc  $e^2$  négligeable.

$$E = M_0 c^2 \left\{ (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \left( \beta^2 = \frac{v^2}{c^2} \right) \right\}$$

$$E \approx \left( \frac{1}{2} M_0 v^2 = T_{NR} \right) + M_0 c^2 \quad \text{éq. (17)}$$

Nous avons utilisé cette dernière équation dans la section précédente sur la conservation non-relativiste d'énergie.

5) Transformation relativiste de quantités de mouvements

c'est à dire les analogues relativistes des équations (2) et (3).

Par exemple l'expression non-relativiste,

$$p_x = Mv_o + p' \cos \Theta' \quad \text{éq. (2)}$$

peut être rendue valable si nous multiplions le deuxième membre de l'équation par

$$\gamma_o \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_o}{c} \equiv \beta_o\right)^2}}$$

et si nous considérons que M est plus grand que la masse au repos  $M_o$

- par

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}} \equiv \beta'^2$$

$$p_x = \gamma_o \left[ \frac{M_o v_o}{\sqrt{1 - \beta_o^2}} + p' \cos \Theta' \right]$$

$$cp_x = \gamma_o \left[ \beta_o \left( \frac{M_o c^2}{\sqrt{1 - \beta_o^2}} = E' \right) + cp' \cos \Theta' \right] \quad \text{éq. (18)}$$

REL

Il résulte que la composante y de la quantité de mouvement  $p_y$  reste la même, comme au cas NR.

$$p_y = p'_y \quad \text{éq. (18)}$$

REL

Le résultat de la formation peut être résumé en forme d'un tableau puisque  $cp' \cos \theta' = cp'_x$

	$cp'_x$	$cp'_y$	$cp'_z$	$E'$
$cp_x$	$\gamma_0$	0	0	$\beta_0 \gamma_0$
$cp_y$	0	1	0	0
$cp_z$	0	0	1	0
$E$	$\beta_0 \gamma_0$	0	0	$\gamma_0$

ct

	$cp_x$	$cp_y$	$cp_z$	$E$
$cp'_x$	$\gamma_0$			$-\beta_0 \gamma_0$
$cp'_y$		1		
$cp'_z$			1	
$E'$	$-\beta_0 \gamma_0$			$\gamma_0$

$$\begin{aligned} \text{i.o. } cp_x &= \gamma_0 cp'_x + 0cp'_y + \\ & 0cp'_z + \beta_0 \gamma_0 E' \end{aligned} \quad \text{éq. (19)}$$

Transformation  
Lorentz

$$\text{éq. (20)}$$

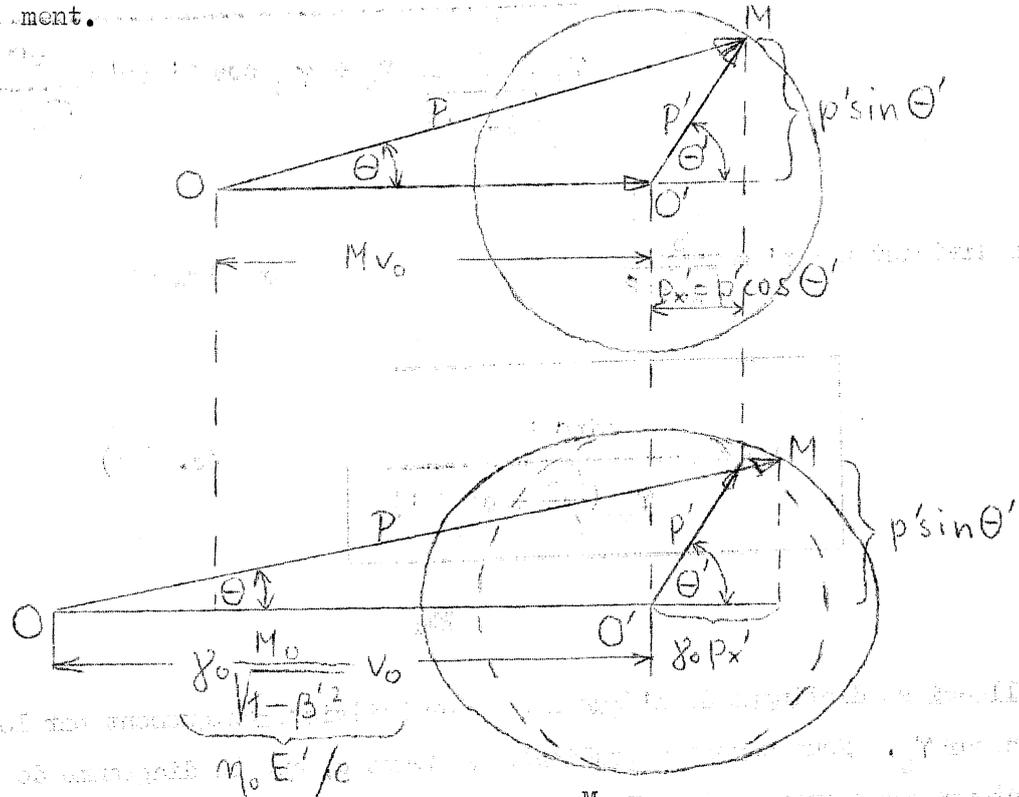
On peut utiliser le même tableau

Pour  $x, y, z, ct$

et  $x', y', z', ct'$ .

6) Diagramme relativiste de vecteurs

Les diagrammes de vecteurs donnent une représentation plus claire qu'un tableau comme (19) ou (20). Nous montrerons tout à l'heure comment le diagramme de vecteurs non-relativiste de quantités de mouvement devient généralement un diagramme de vecteurs relativiste de quantités de mouvement.



Eq. (18) nous dit que  $M v_0 \rightarrow \gamma_0 \frac{M_0 v_0}{\sqrt{1-\beta'^2}} = \eta_0 M c = \eta_0 E'/c$

et que  $cp' \cos \theta' \rightarrow \gamma_0 cp' \cos \theta'$

Le dessin inférieur (page 15) incorpore ces changements. La composante x de p' se multiplie par un facteur constant  $\gamma_0$ . C'est ce qui cause le changement du cercle pointillé de rayon p' en une ellipse de grand demi-axe  $\gamma_0 p'$  et de petit demi-axe p'. Il est facile d'obtenir de ce dessin de vecteurs l'analogue relativiste de

$$\tan \Theta = \frac{\sin \Theta'}{\frac{v_0}{v'} + \cos \Theta'} \quad \text{éq. (3)}$$

$$\tan \Theta = \frac{p' \sin \Theta'}{\gamma_0 \frac{M_0}{\sqrt{1-\beta'^2}} v_0 + \gamma_0 \cos \Theta' \left( p' = \frac{v' M_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}} \right)}$$

en divisant par  $p' = \frac{M_0 v'}{\sqrt{1-\beta'^2}}$  on obtient

$$\tan \Theta = \frac{\sin \Theta'}{\gamma_0 \left( \frac{\beta_0}{\beta'} + \cos \Theta' \right)}$$

éq. (21)

REL

Celle-ci se distingue de l'équation non-relativiste uniquement par le facteur  $\gamma_0$ . Nous tenons à souligner de nouveau, que le diagramme de vecteurs nous procure des informations d'une façon beaucoup plus concise que les équations. En outre, le dépouilleur étudie continuellement de tels diagrammes quand il observe des réactions dans la chambre à bulles. Il observe  $\Theta$ , l'angle entre une trace et la direction initiale. Il observe la quantité de mouvement de la trace  $p$  comme inversement proportionnel à la courbure ou la flèche.

### III Dynamique relativiste des réactions

Maintenant nous sommes à même de pouvoir considérer la dynamique relativiste de la réaction



A. Mouvement du centre de masse

On peut généraliser l'expression non-relativiste de la vitesse du CM l'éq. (1), en considérant simplement les masses  $M_1$  et  $M_2$  comme fonctions de leur vitesse de laboratoire.

$$M_1 = \frac{M_{10}}{\sqrt{1-\beta_1^2}} = \frac{E_1}{c^2}$$

$$M_2 = M_{20} \quad (v_2 = 0) \\ = \frac{E_{20}}{c^2}$$

$$\bar{\beta} \equiv \frac{\bar{v}}{c} = \frac{cp_1}{E_1 + E_2} \quad \text{éq. (22)}$$

$$\bar{\gamma} \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\bar{\beta}^2}} \quad \bar{\eta} \equiv \bar{\beta} \bar{\gamma} \quad \text{éq. (23)}$$

On peut facilement démontrer que la somme des énergies relativistes  $E'_1 + E'_2$  mesurée dans le CM se rapporte d'une façon simple à la somme correspondante  $E_1 + E_2$ , mesurée au système de laboratoire.

$$(E'_1 + E'_2 \equiv E^*) = \frac{E_1 + E_2}{\bar{\gamma}} \quad \text{éq. (24)}$$

B. Calcul de  $\vec{p}^* = \vec{p}_3' = -\vec{p}_4'$

Nous déterminons  $p^*$  en imposant la conservation d'énergie:

$$E_1' + E_2' = E^* = E_3' + E_4'$$

$$E^* = \sqrt{(p_3' = p^*)^2 + M_{30}^2} + \sqrt{(p_4' = -p^*)^2 + M_{40}^2}$$

A partir d'ici nous supprimerons l'écriture de c. En d'autres mots, nous mesurerons des énergies et des masses en MeV et des quantité de mouvement en MeV/c. Dans ces unités

$$E^* = M^*$$

$$E^{*2} = 2p^{*2} + M_{30}^2 + M_{40}^2 + 2\sqrt{(p^{*2} + M_{30}^2)(p^{*2} + M_{40}^2)}$$

$$\left[ E^{*2} - (M_{30}^2 + M_{40}^2) - 2p^{*2} \right]^2 = 4(p^{*2} + M_{30}^2)(p^{*2} + M_{40}^2)$$

Ceci réduit à l'expression suivante:

$$p^* = \frac{1}{2M^*} \left\{ (M^* + M_{30} + M_{40})(M^* + M_{30} - M_{40})(M^* - M_{30} + M_{40})(M^* - M_{30} - M_{40}) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

éq. (25)

Il est assez facile de se souvenir de cette formule si vous notez que les quatre produits à l'intérieur des parenthèses ( $\left\{ \right\}^{\frac{1}{2}}$ ) correspondent exactement à toutes les permutations ou combinaisons du signe possibles en gardant  $M^*$  positif.

C. Désintégration de particules instables

Nous devons souligner en outre qu'on peut utiliser cette expression pour décrire la quantité de mouvement dans le système au repos d'une particule instable quelconque de la masse  $M^*$  qui se désintègre en les produits  $M_3$  et  $M_4$

$$M^* \rightarrow M_3 + M_4$$

Exemple 1

$$\pi \rightarrow \frac{\mu + \nu}{M_3 M_4}$$

Supposons  $M_3 = \mu$   $M^* = \pi$

$$M_4 = 0$$

$$p^* = \frac{1}{2\pi} \left\{ (\pi + \mu) (\pi + \mu) (\pi - \mu) (\pi - \mu) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$p^* = \frac{(\pi + \mu) (\pi - \mu)}{2\pi}$	éq. (26)
--	----------

$$= \frac{(140 + 105 = 245) (140 - 105 = 35)}{2 \times 140}$$

$$p^* = \frac{245}{280} \times 35 = 31 \text{ MeV/c}$$

Comme vous le savez, la vitesse du CM de ces particules instables est exactement la vitesse de ces particules. Pour cette raison on peut faire des diagrammes de vecteurs de quantité de mouvement, qui représentent la dynamique de la désintégration de particules instables.

Considérons la désintégration d'un méson  $\pi$  de 1.3 GeV/c.

Pour pouvoir faire le diagramme, nous devons connaître  $p^*$ ,  $E'_3 = \mu$

$$\bar{\gamma}, \beta \bar{\gamma} = \bar{\eta}$$

$$\bar{\eta} = \frac{p = 1.3 \text{ GeV}/c}{M_\pi = M^* = 140 \text{ MeV}} = 9.29$$

$$\bar{\gamma}^2 = \bar{\eta}^2 + 1 = 86.3 + 1 = 87.3$$

$$\bar{\gamma} = 9.35$$

$$E'_\mu = \left\{ \left[ p^{*2} = \frac{(\pi + \mu)^2 (\pi - \mu)^2}{4\pi^2} \right] + \mu^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left\{ \frac{(\pi + \mu)^2 (\pi - \mu)^2 + 4\pi^2 \mu^2}{4\pi^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$E'_\mu = \frac{\pi^2 + \mu^2}{2\pi}$$

$$\text{éq. (27)} = \frac{(140)^2 + (105)^2}{280}$$

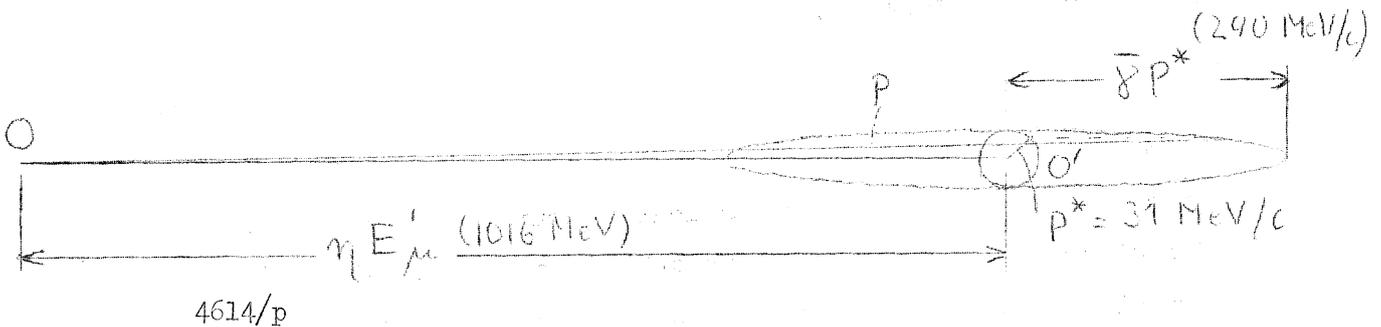
$$E'_\mu = 109.3 \text{ MeV}$$

$$\bar{\eta} E'_\mu = 1016 \text{ MeV}$$

$$\bar{\gamma} p^* = 290 \text{ MeV}/c$$

Diagramme de vecteurs de la quantité de mouvement de la désintégration

$\pi - \mu$  à 1.3 GeV/c



Il est assez évident que la désintégration  $\pi \rightarrow \mu$  à 1.3 GeV/c sera plutôt difficile à découvrir.

Exemple 2

La désintégration  $K \rightarrow \mu + \nu$  à 1.3 GeV/c peut servir comme exemple supplémentaire

$$M^* = 494 \text{ MeV}$$

éq. (26) et (27) donnent

$$p^* = \frac{(K + \mu = 599) (K - \mu = 389)}{(2K = 988)} = 236 \text{ MeV/c}$$

$$E_{\mu}^* = \frac{(494)^2 + (105)^2}{2K = 988} = 258 \text{ MeV}$$

$$\bar{\eta} = \frac{1.3 \text{ GeV/c}}{494} = 2.63$$

$$\bar{\eta} = \sqrt{(2.63)^2 + 1} = 2.82$$

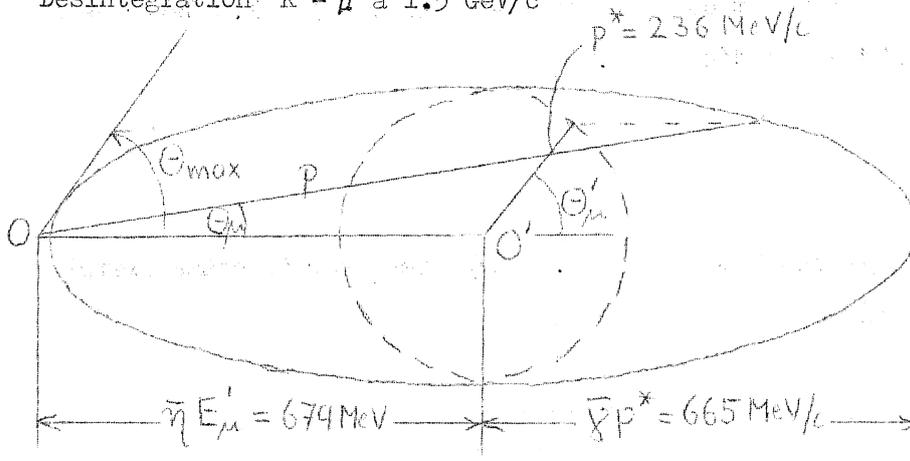
$$\bar{\gamma} p^* = 665 \text{ MeV/c}$$

$$\bar{\eta} E_{\mu} = 679 \text{ MeV}$$

Exemple 2

Diagramme de vecteurs de quantité de mouvement

Désintégration  $K - \mu$  à  $1.3 \text{ GeV}/c$



On peut voir d'après ce diagramme que

- a)  $p_\mu \text{ min.} = 14 \text{ MeV}/c$ ,  $p_\mu \text{ max.} = 1344 \text{ MeV}/c$
- b)  $\theta_\mu \text{ max.} = 55^\circ$

Autre méthode.

Frank Crawford\* a démontré comment les équations non-relativistes 10 (a) et 10 (b) peuvent être généralisées afin d'inclure les effets relativistes.

Il donne la recette suivante:

- a) Ecrivez la formule non-relativiste correcte.
- b) Additionnez la moitié de l'énergie cinétique totale dans le système CM à l'énergie au repos de chaque particule en mouvement.

L'énergie cinétique totale avant la réaction  $T_i^*$ , est donné par:

$$T_i^* = T_1 \frac{M_2}{M_1 + M_2} \quad \text{éq. (20)a}$$

NR

En utilisant la recette FSC ceci devient

$$T_i^* = T_1 \frac{M_2}{M_1 + \frac{T_i^*}{2} + M_2} \quad \text{éq. (20)b}$$

REL

\*) F.S. Crawford Jr., American Journal of Physics 26,376

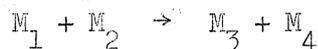
$$T'_1 = T_i^* \frac{M_2}{M_1 + M_2} \rightarrow T_i^* \frac{M_2 + \frac{T_i^*}{2}}{M_1 + \frac{T_i^*}{2} + M_2 + \frac{T_i^*}{2}} \quad \text{éq. (20)c}$$

(NR) etc.

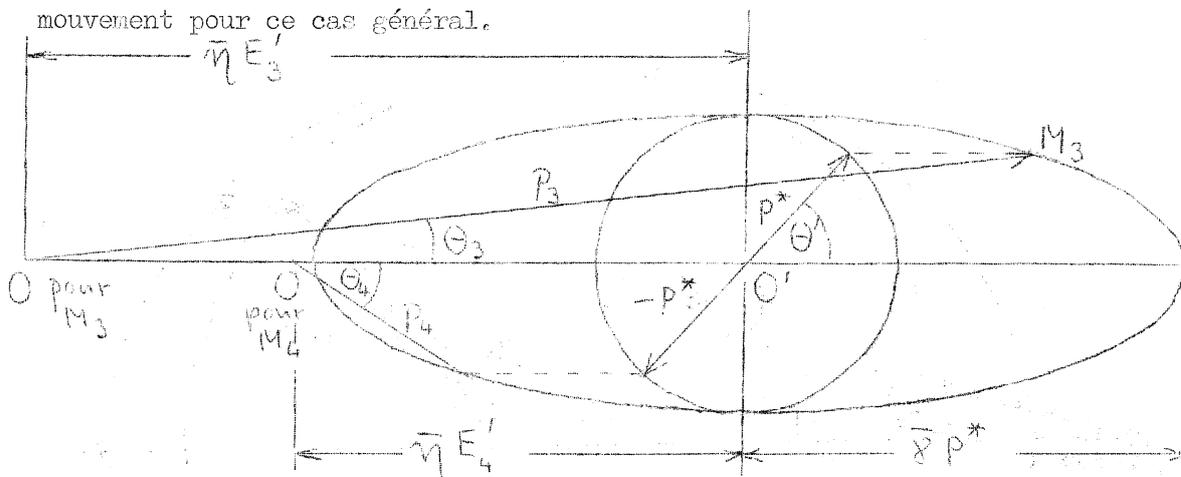
En cin. de  $M_1$  au CM ( $M_1$  et  $M_2$ , les deux en mouvement).

D. Diagramme de vecteurs de la quantité de mouvement pour les réactions.

Retourmons à la considération de la dynamique relativiste de la réaction



Il est facile de construire le diagramme de vecteurs de la quantité de mouvement pour ce cas général.



Nous considérons comme exemple la réaction  $\bar{K} + p \rightarrow \Sigma + \pi$  à 1.3 GeV/c.

$$\bar{\beta} = \frac{(1.3 \times 10^3)}{\left\{ E_1 = \sqrt{(1.3 \times 10^3)^2 + (494)^2} \right\} + (E_2 = 938)} = 0.5589$$

Les autres quantités  $E^*$ ,  $\bar{\gamma}$ ,  $p^*$  peuvent être calculées selon les éq. (23), (24) et (25).

Dynamique de  $K^- + p \rightarrow \Sigma + \pi$  à 1.303 GeV/c

$\bar{\gamma} = 1.2059$  ,  $\bar{\beta} = 0.5589$   $E^* = 1937$  MeV

$\bar{\eta} = 0.674$   $\bar{\gamma}_{p^*} = 711$  MeV/c

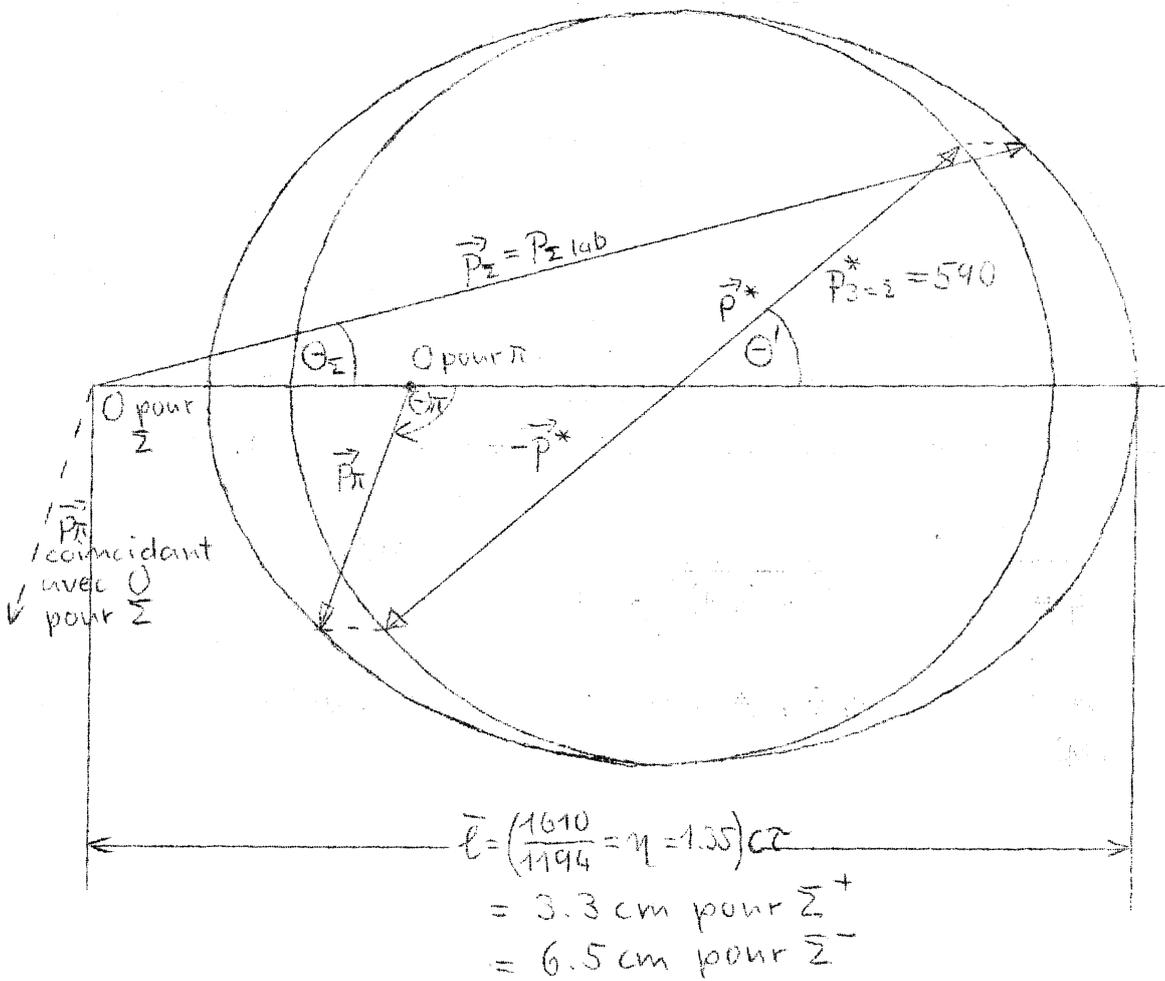
$P_{\text{sort}}^* = 589.8$  MeV/c

$\bar{\eta} E_{\Sigma}^{\prime} = 897$  MeV

$E_{\Sigma}^{\prime} = T_{\Sigma}^{\prime} + M_{\Sigma} = 138 + 1194 = 1332$  MeV

$E_{\pi}^{\prime} = T_{\pi}^{\prime} + 140 = 465 + 140 = 605$  MeV ;

$\bar{\eta} E_{\pi}^{\prime} = 408$  MeV



E. Diagramme de la longueur moyenne de désintégration de particules instables.

Il y a un autre aspect très utile du diagramme de vecteurs de la quantité de mouvement. La distance qu'une particule va parcourir pendant la durée d'une vie moyenne est le produit de la vie moyenne mesurée dans le laboratoire et de la vitesse de la particule par rapport au laboratoire. C'est une conséquence bien connue de la théorie restreinte de la relativité que les montres en mouvement semblent aller plus lentement par un observateur stationnaire. En d'autres mots, un interval de temps est plus long quand on l'observe dans le laboratoire que quand on l'observe dans le système de repos de la particule instable.

$$\bar{t}_{\text{lab}} = \gamma (t_{\text{syst.repos}} \equiv \tau_0) \quad \text{éq. (28)}$$

Par conséquent la longueur moyenne de désintégration dans le laboratoire est

$$\bar{\ell} = v (\bar{t}_{\text{lab}} = \gamma \tau_0)$$

$$\bar{\ell} = \left( \frac{v}{c} = \beta \right) \gamma c \tau_0$$

$$\bar{\ell} = \left( \eta = \frac{p}{M_0} \right) c \tau_0$$

éq. (29)

En d'autres termes la longueur moyenne de désintégration est proportionnelle à la quantité de mouvement.

Si l'on considère le diagramme de vecteurs comme un diagramme d'espace, (désintégration), alors l'ellipse représenterait le lieu de tous les points de désintégration de toutes les particules qui ont vécu exactement la durée d'une vie moyenne. Le sommet de l'évènement doit être placé au point 0.

Pour en comprendre le fonctionnement, regardez le dessin à la page 24. Les  $\Sigma^+$  qui vont vers l'avant dans le système CM parcourent une distance moyenne de 3,3 cm avant de se désintégrer, tandis que les  $\Sigma^-$  parcourent la double distance parce que la durée moyenne de la vie est double. Les  $\Sigma^+$  qui reculent feront un chemin d'environ 10 fois plus court. C'est à dire de 3,7 mm. Ceux-ci seront très difficiles à voir. Cependant, le diagramme montre lesquelles des configurations on ne pourra probablement pas trouver et ainsi pourrait rendre le dépouillement légèrement plus efficace, si la personne qui dépouille a une idée de ce qu'on peut attendre.