

3 6 SEP 1989

Université Pierre et Marie Curie

Paris VI

THESE

présentée pour obtenir

le titre de : Docteur de l'Université Paris VI

spécialité : Physique des Particules

par

Jean-Eric CAMPAGNE

Sujet : Etude du canal $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$ dans le cadre de l'expérience DELPHI: corrections radiatives et performances du système de déclenchement et de reconstruction.

Soutenue le 25 Mai 1989 devant la Commission d'Examen

MM.	B.	Grossetête	<i>Président</i>
	M.	Baubillier	
	F.A	Berends	
	J.	Lefrançois	
	G.	Sauvage	
	R.	Zitoun	

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00101103

dy.3

LPNHEP-89-02

Université Pierre et Marie Curie
Paris VI

THESE

présentée pour obtenir

le titre de : Docteur de l'Université Paris VI
spécialité : Physique des Particules

par

Jean-Eric CAMPAGNE

Sujet : Etude du canal $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$ dans le cadre de l'expérience DELPHI: corrections radiatives et performances du système de déclenchement et de reconstruction.

Soutenue le 25 Mai 1989 devant la Commission d'Examen

MM.	B.	Grossetête	<i>Président</i>
	M.	Baubillier	
	F.A	Berends	
	J.	Lefrançois	
	G.	Sauvage	
	R.	Zitoun	

Résumé

Le choix du canal muonique de désintégration du boson Z^0 est guidé par sa simplicité plus que par son taux de production. Celui-ci permet de réduire les erreurs théoriques des ordres supérieurs à l'approximation de Born, mais en contre partie des problèmes spécifiques des événements à faible multiplicité se posent pour les systèmes de déclenchement et de reconstruction de DELPHI.

J'ai d'une part montré l'existence de formules compactes pouvant servir à l'ajustement des paramètres du boson Z^0 sur les données corrigées de la section efficace et de l'asymétrie avant-arrière. D'autre part j'ai mis en œuvre un générateur d'événements (DYMU2) afin de pouvoir déterminer les efficacités de déclenchement et de reconstruction de DELPHI.

L'étude de la corrélation des détecteurs externe (OD) et interne (ID) m'a permis d'estimer à 99,4% le taux de trigger de premier niveau du filtre de traces chargées dans la région centrale de DELPHI, et à 98,4% au second niveau. En prenant en compte le trigger de muons nous attendons une efficacité supérieure à 99% . Le passage de 8000 événements à travers toute la chaîne d'analyse indique que l'efficacité de reconstruction est de 80% relativement insensible à l'énergie totale.

Abstract

The muonic decay channel of the boson Z^0 is chosen for its simplicity rather than its rate. The advantage of this channel is to reduce theoretical uncertainties of higher orders beyond the Born approximation. However it has the drawback of raising specific problems from low multiplicity events for the DELPHI trigger and reconstruction systems.

The first aspect of my work consisted in showing that compact formulae exist, and are good tools for extracting Z^0 parameters from corrected cross-section and forward-backward asymmetry data. The second aspect was to design an event generator called DYMU2 with the aim of determining the DELPHI trigger and reconstruction efficiencies.

The study of the outer (OD) and inner (ID) detectors correlation yield an estimated rate of 99,4% for the first level barrel track trigger and of 98,4% for the second level. Taking into account the results of the muon trigger, we expect a trigger efficiency larger than 99% . The processing of 8000 events through the complete DELPHI analysis chain yields a reconstruction efficiency around 80%, rather insensitive to the total energy.

Table des matières

1	Introduction générale et vue d'ensemble	1
1.1	Introduction	1
1.2	Analyse expérimentale	4
1.3	Corrections radiatives	5
2	Corrections électromagnétiques	7
2.1	Introduction	7
2.2	Approximation de Born	7
2.3	Corrections au 1 ^{er} ordre	9
2.3.1	Spectre des photons	9
2.3.2	Section efficace totale	11
2.3.3	Asymétrie avant-arrière	18
2.3.4	MUSTRAAL: un générateur d'événements à l'ordre $O(\alpha)$	20
2.3.5	Distributions de variables angulaires des muons	21
2.3.6	Conclusion sur les corrections $O(\alpha)$ et MUSTRAAL	26
2.4	Corrections d'ordre supérieur	28
2.4.1	Contribution de l'état initial	28
2.4.2	Contribution de l'état final	32
2.4.3	Asymétrie avant-arrière	34
2.5	Fonctions de structure	35
2.5.1	Approximation des logarithmes dominants	35
2.5.2	Au delà des logarithmes dominants	39
2.6	DYMU2	41
2.6.1	Algorithme	41
2.6.2	Résultats et discussions	42
2.7	Discussion	49
3	Corrections faibles	50
3.1	Introduction	50
3.2	Corrections de vertex et de boîte	51
3.3	Corrections obliques	52
3.3.1	Première version: W.Hollik et al	52
3.3.2	Deuxième version: B.Lynn et al	55
3.4	Choix pragmatique d'une paramétrisation	56

4	Le "Track trigger"	57
4.1	Introduction	57
4.2	Région avant-arrière	59
4.2.1	Le premier niveau (T1) par détecteur	59
4.2.2	Corrélation des détecteurs au premier niveau	64
4.2.3	Aux niveaux supérieurs (T2-T3)	68
4.3	Région centrale	68
4.3.1	Les détecteurs ID et OD	68
4.3.2	Introduction de la TPC	78
4.3.3	Conclusion	79
5	Reconstruction des événements $\mu^+\mu^-(\gamma)$	82
5.1	Introduction	82
5.2	Vue d'ensemble de DELANA	82
5.3	Les traces μ^+ dans les événements $\mu^+\mu^-\gamma$	84
5.3.1	Topologie des traces	84
5.3.2	Qualité des traces sélectionnées	86
5.3.3	Efficacité de reconstruction	89
5.4	Evénements $\mu^+\mu^-(\gamma)$	89
5.4.1	Etude de quelque variables	89
5.4.2	Efficacités de reconstruction, et A_{FB}	93
6	Conclusion et discussion	95
6.1	Corrections radiatives	95
6.2	Analyse	96
A	Expressions des différentes corrections de l'ordre $O(\alpha)$	98
A.1	Emission de photons durs ($k > k_0$)	98
A.2	Corrections Virtuelles	99
A.3	Emission de photons mous ($k < k_0$)	100
B	Expressions utiles à l'ordre $O(\alpha^2)$	103
B.1	Contribution de l'état initial	103
B.2	Contribution de l'état final	104
B.3	Coupures angulaires	104
B.4	Diverses comparaisons	106
	Bibliographie	108

Chapitre 1

Introduction générale et vue d'ensemble

1.1 Introduction

Après la découverte des courants neutres faibles (en 1974 par la réaction " $\nu_\mu + A \rightarrow$ absence de μ " auprès de la grande chambre à bulles Gargamelle du CERN), le Modèle Standard de Glashow-Weinberg-Salam reçut une éclatante confirmation lors de la découverte au collisionneur du SPS du CERN des bosons W^\pm (1982) et Z^0 (1983) aux environs des valeurs de masses prévues.

Les quatre expériences (dont DELPHI (figures 1.1, 1.2) à laquelle je participe) inscrites dans le cadre du projet LEP (le plus grand collisionneur e^+e^- jamais construit: 27 km de circonférence, $50\text{GeV} \times 50\text{GeV}$, $\mathcal{L} = 10^{31}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) seront les premières à étudier le Modèle Standard en détail afin de tenter de vérifier les relations entre diverses grandeurs et de guetter la moindre faille dans la théorie. Outre la production abondante de Z^0 ($> 10^6$ par an) permettant de mieux cerner ses caractéristiques et ses relations avec les autres particules qui fondent notre monde, le LEP sera chargé de faire de la prospective de nouvelle physique: recherche et détermination de la masse du quark top et du boson de Higgs, résolution de bien des problèmes restés en suspens par le Modèle Standard.

La physique des premiers mois (à partir de juillet 89) consistera essentiellement en la détermination précise de la masse M_Z ($\delta M_Z \simeq 50\text{MeV}$) et de la largeur Γ_Z ($\delta \Gamma_Z \simeq 50\text{MeV}$) du boson Z^0 et en une première mesure de $\sin^2 \theta_W$. Bien entendu, des surprises peuvent se présenter (présence proche du toponium par exemple). Dans ce travail, nous avons choisi d'étudier la détermination expérimentale des paramètres précédents dans le canal $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ en raison de sa facilité d'analyse (déclenchement, reconstruction, identification) avec une relative abondance (3% de la section efficace totale, correspondant à environ 5000 Z^0 durant la phase de balayage en énergie de la résonance). Ce canal tire profit du rôle joué par le détecteur externe (OD) lors du déclenchement de l'acquisition et de la mesure du moment des traces chargées énergétiques; ce détecteur est réalisé, en collaboration avec l'université de Liverpool, par le laboratoire de physique nucléaire et de hautes énergies (LPNHE Paris VI-VII), laboratoire dans lequel ce travail a été effectué.

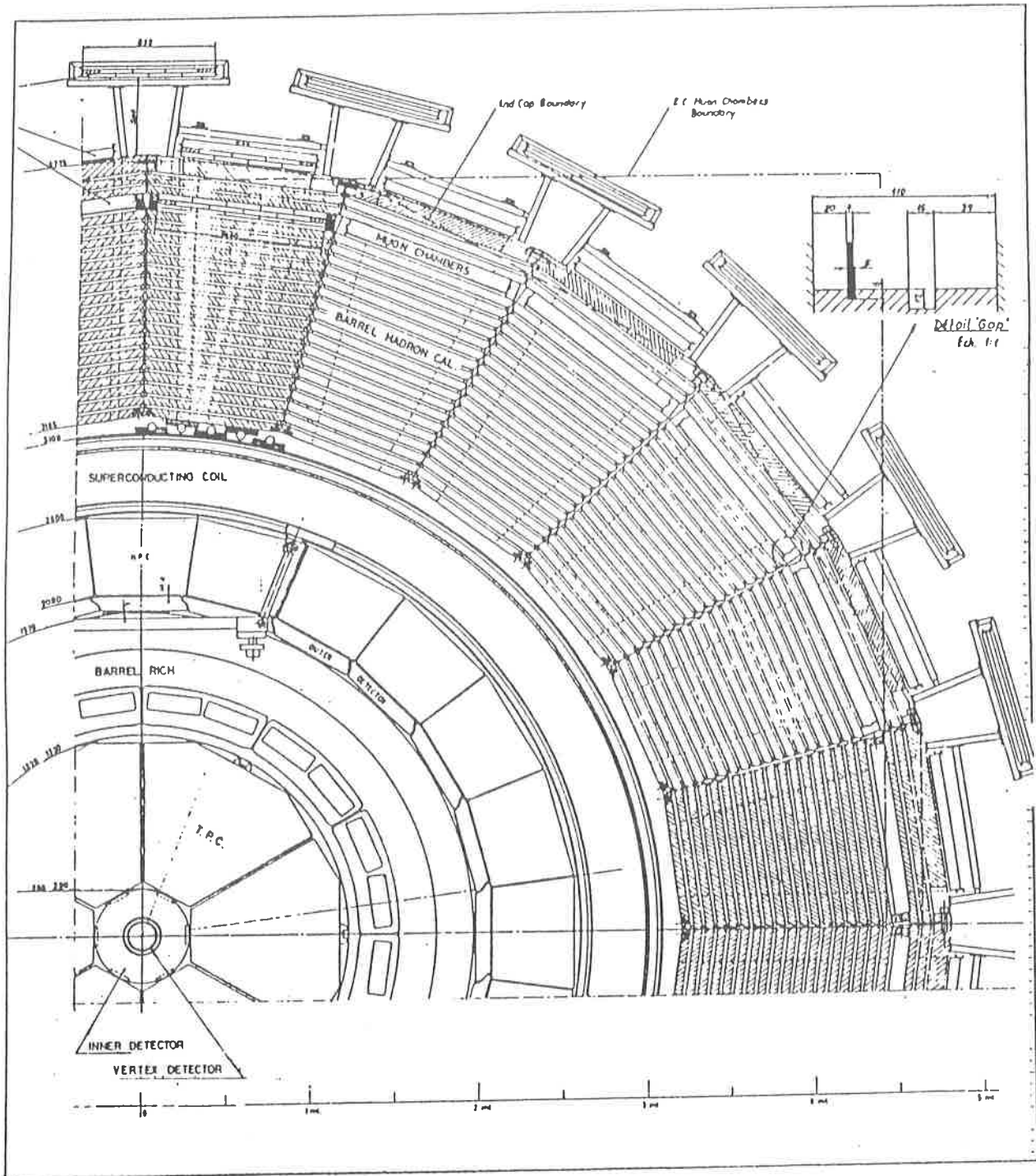


Figure 1.1: Coupe transversale de DELPHI

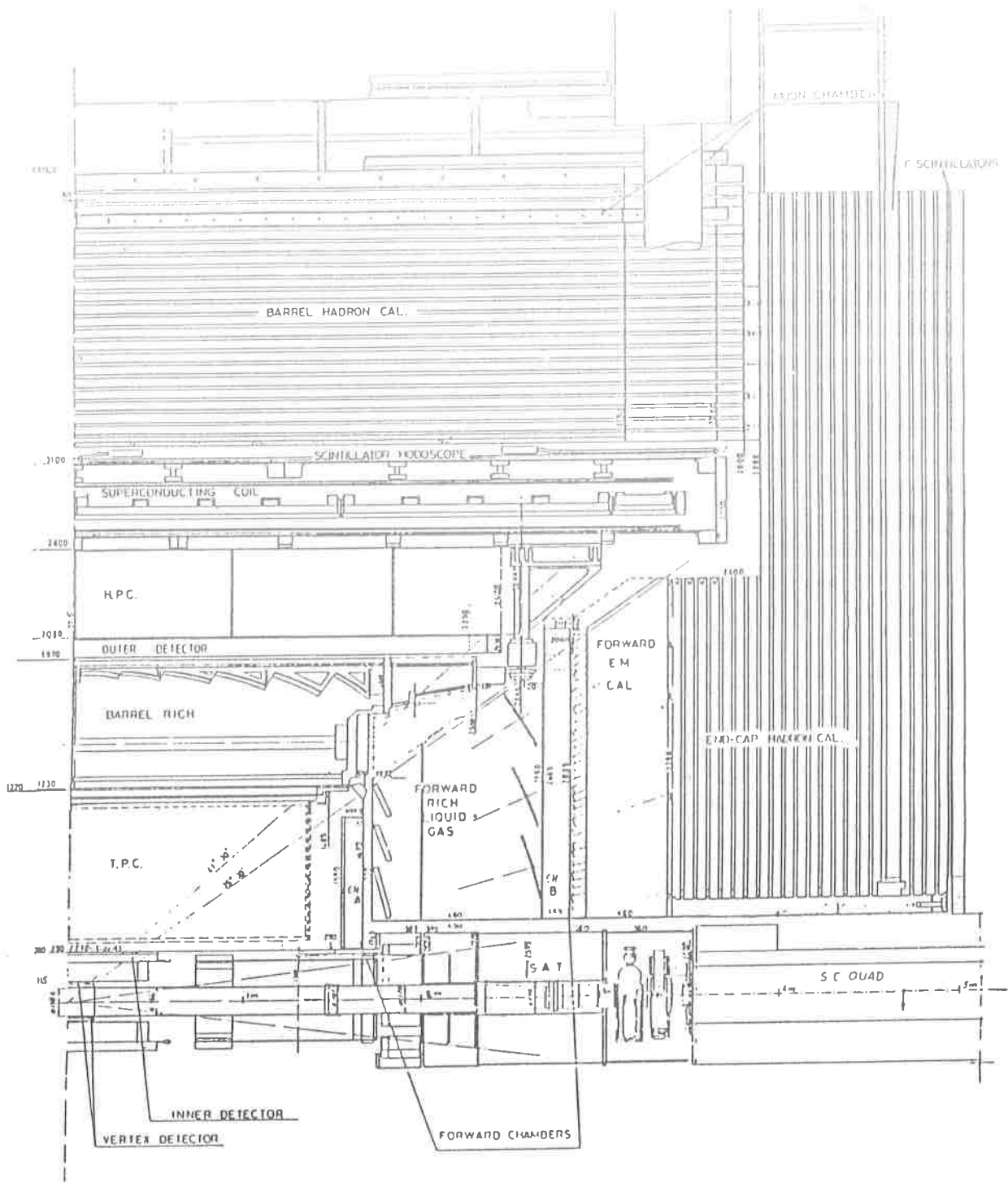


Figure 1.2: Coupe longitudinale de DELPHI

1.2 Analyse expérimentale

D'un point de vue instrumental, les événements $\mu^+\mu^-$ sont très "propres" en comparaison aux $q\bar{q}$, car à part les détecteurs de traces chargées (VD, ID, TPC, OD, FCA, FCB) qui sont activés, il y a peu de conversion dans les calorimètres électromagnétiques (HPC, EMF: environ 100MeV d'énergie déposée au minimum d'ionisation), et les muons sont pratiquement les seules particules susceptibles de traverser toute la ferraille des calorimètres hadroniques (HC) pour atteindre les chambres à muons (MUB, MUF) formant l'extérieur de DELPHI. L'identification des événements $\mu^+\mu^-$ sera donc relativement aisée. Par contre le déclenchement de l'acquisition peut être critique en raison de la faible valeur de la multiplicité; de même la recherche d'un vertex et ainsi la reconstruction en général de ces événements est un problème à cause de leur faible acolinéarité. D'autre part la statistique étant relativement faible (une centaine d'événements en dehors du pic et environ 2000 dessus durant la phase d'exploration de la résonance) il faut être capable de produire des événements simulant au mieux la physique attendue, donc avoir à sa disposition un générateur incluant le maximum de corrections radiatives. Notre générateur DYMU2 décrit dans le chapitre II s'en acquitte, il inclut tous les effets QED pertinents.

Le détecteur DELPHI possède plusieurs niveaux de filtres de sélection (triggers) essentiellement prévus pour réduire le bruit de fond, dont deux indépendants concernent le canal $\mu^+\mu^-$: d'une part celui de traces chargées pour lequel l'OD joue un rôle crucial (réponse oui/non en moins de $3\mu s$ après chaque croisement de faisceaux); d'autre part celui spécialement conçu pour les muons qui, par l'utilisation de l'information des calorimètres et des chambres à muons, est redondant avec le premier. Comme ces deux systèmes de déclenchement ont des trous différents d'efficacité (le premier se situe dans la région à 40 degrés séparant les détecteurs de traces de la partie centrale, de ceux à l'avant (arrière); le second dans la région à 50 degrés séparant les chambres à muons centrales et celles à l'avant (arrière)), le taux total fait par un OU logique entre les deux triggers est très élevé: supérieur à 95% dans la région $15^\circ < \theta < 165^\circ$ (chap. IV).

L'étude de la reconstruction des événements $\mu^+\mu^-$ (chap. V) est menée à l'aide du programme d'analyse de DELPHI: DELANA. Celui-ci reconstruit la trajectoire des particules chargées à l'aide des éléments de traces produits par chaque détecteur. Nous trouvons une efficacité de reconstruction des événements $\mu^+\mu^-$ de 80% (variant peu avec l'énergie) due en égale proportion aux pertes à l'avant $\theta < 15^\circ$ (arrière $\theta > 165^\circ$) et aux trous entre les secteurs de la TPC. La reconstruction est de bonne qualité, permettant d'atteindre une erreur de 5GeV sur chaque composante du moment manquant ($\Delta p/p^2 \simeq 2 \times 10^{-3}$) et d'apprécier l'effet du rayonnement (queue radiative) sur l'énergie manquante. La reconstruction de l'angle d'acolinéarité permet de prévoir une résolution de 0,5mrad sur la mesure de cet angle, largement suffisant pour effectuer une coupure "canonique" éventuelle à 10° . D'autre part la détermination de la charge étant très bonne (la confusion est de l'ordre de 0,5%) une détermination de l'asymétrie avant-arrière (A_{FB}) est possible. Les valeurs trouvées sont compatibles avec nos prédictions des chapitres II et III.

Le résultat sur la section efficace $\sigma^{exp}(s_i)$ est une erreur incompressible de 2% venant principalement de la méconnaissance de la luminosité. L'ajustement à $\sigma^{exp}(s_i)$ de la section efficace théorique permettra alors de donner la valeur de M_Z et Γ_Z avec une précision de 50MeV (elle est de 2GeV actuellement avec les résultats de UA1-UA2); le même travail effectué avec A_{FB} permettra une première détermination de $\sin^2 \theta_W$ mais

atteindre une précision de 0,002, puis une amélioration possible avec l'asymétrie de polarisation qui permettrait d'atteindre une précision de 0,0004 (actuellement les expériences neutrinos fournissent une précision de 0,0052). Tous ces résultats seront conditionnés par la connaissance des incertitudes théoriques dues aux corrections radiatives.

1.3 Corrections radiatives

L'expression $\sigma^{th}(s)$ utilisable lors de la procédure d'ajustement relève d'un problème ardu. Si l'on connaît les graphes de l'approximation de Born (figure 1.3), pour les besoins des expériences LEP il est impératif d'ajouter les ordres supérieurs de la théorie, que l'on nomme aussi corrections radiatives. Celles-ci correspondent par exemple (figure 1.4) à l'émission de photons par les fermions (e^\pm, μ^\pm) ou aux boucles fermioniques dans les propagateurs des bosons (Z^0, γ). La discussion détaillée de ces corrections fait l'objet des chapitres II et III. Elles sont de deux catégories [1] (table 1.1 pour les corrections de l'ordre $O(\alpha)$): celles notées "QED" constituées exclusivement de corrections électromagnétiques, c'est-à-dire obtenues en ajoutant un nombre arbitraire de lignes photoniques; toutes les autres correspondant aux échanges supplémentaires de bosons Z^0, W^\pm , de corrections de propagateurs (ou obliques) etc, rentrent sous la dénomination "non-QED". Même si cette classification n'est pas universelle [2] nous l'adopterons dans ce travail.

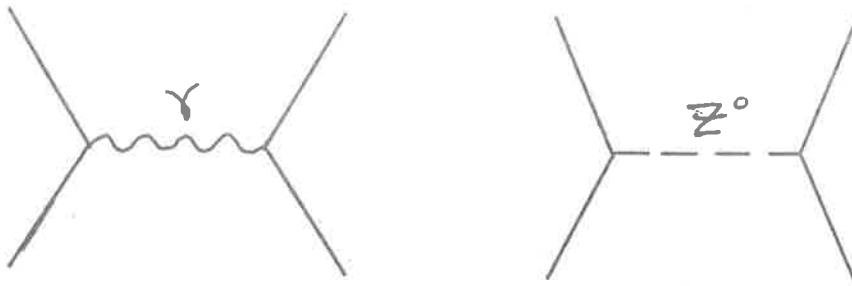


Figure 1.3: Graphes à l'approximation de Born

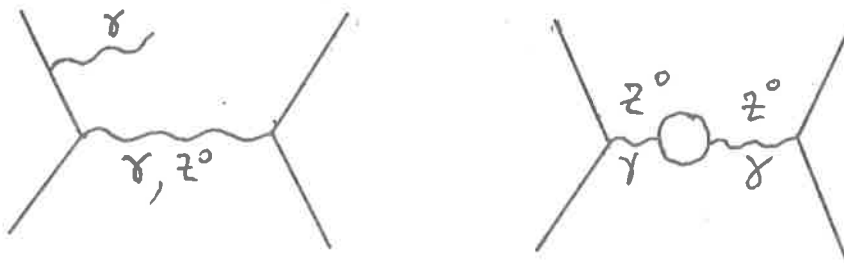


Figure 1.4: Exemple de graphes des ordres supérieurs

Les corrections QED sont les plus importantes numériquement c'est pourquoi il faut les maîtriser parfaitement, même si elles ne sont pas susceptibles de révéler de nouvelle physique. A l'ordre $O(\alpha)$, premier ordre des perturbations, la section efficace est réduite à 68% (et la valeur du maximum est déplacé de +200MeV) de la prédiction de Born,

Corrections Radiatives ElectroFaibles $O(\alpha)$			
QED [diagrammes avec un γ virtuel ou réel en plus]		Non-QED [les autres diagrammes]	
γ réel (hard/soft bremsstrahlung)	γ virtuel (self-énergie fermionique, corrections de vertex, diagrammes en boîte)	polarisation du vide, Z, W self-énergie, mélange γ -Z [corrections obliques]	Z, W virtuel etc.

Tableau 1.1: Classification des corrections électrofaibles

alors que l'ordre $O(\alpha^2)$ n'est réduit qu'à 75% (et +130MeV) et que l'ordre $O(\alpha^3)$ semble ne pas modifier les derniers chiffres. Pour l'asymétrie A_{FB} , même si les corrections sont de l'ordre de 0,02, la précision attendue de 0,003 impose également de tenir compte de ces corrections. Dans le chapitre II, nous montrons que les courbes $\sigma(s)$ et $A_{FB}(s)$ corrigées prennent les formes compactes (2.21) et (2.22) facilement utilisables dans l'ajustement des grandeurs M_Z , Γ_Z et $\sin^2 \theta_W$.

Les corrections non-QED, abordées au chapitre III, sont beaucoup plus fines et plus sujettes à discussion car il y a plusieurs façons de les introduire: renormalisation sur couche (OS) [3], "starred-functions" de B.W.Lynn et al [4] etc. Elles sont d'une extrême importance théorique car elles ouvrent à "basse énergie" le monde des hautes énergies (TeV), sujet des spéculations des partisans des diverses extensions du Modèle Standard : supercordes, technicouleurs ... D'un point de vue pragmatique la prise en compte de ces corrections quelle qu'elles soient revient à ajuster avec les formules décrites plus haut, des paramètres effectifs $\tilde{\Gamma}_Z$ et $\tilde{\sin}^2 \theta_W$ fonctions de M_Z , Γ_Z et $\sin^2 \theta_W$, avec comme inconnues la masse du quark top et du boson de Higgs; la définition de M_Z reste inchangée. La détermination précise de Γ_Z et $\sin^2 \theta_W$ à partir de M_Z , $\tilde{\Gamma}_Z$ et $\tilde{\sin}^2 \theta_W$ est fonction du modèle choisi en toute rigueur, mais d'un point de vue numérique, à la précision de 20MeV il n'y a aucune différence entre $\tilde{\Gamma}_Z$ et Γ_Z , tandis que $\sin^2 \theta_W$ est déterminé à mieux que 5×10^{-3} . Néanmoins la relative indépendance de la section efficace vis à vis de $\sin^2 \theta_W$ la rend pratiquement inutilisable pour sa détermination, seules les asymétries conviennent.

Chapitre 2

Corrections électromagnétiques

2.1 Introduction

Constituant environ 80% de toutes les corrections radiatives, les corrections électromagnétiques doivent être maîtrisées ($\sim 0,003$) absolument afin de réaliser le niveau de précision requis de 50MeV pour la détermination de la masse et de la largeur du boson Z^0 .

Les travaux de Berends-Kleiss-Jadach [5] furent les premiers à donner l'ordre $O(\alpha)$ QED complet constituant les premières corrections au terme de l'approximation de Born. Mais nous verrons rapidement que ce niveau d'approximation n'est pas quantitativement suffisant et qu'il corrige "trop" (abaissant de 75% la section efficace et déplaçant la position de son maximum de 200MeV alors que ces changements ne sont que de 68% et 130MeV aux ordres supérieurs QED), bien que les effets qualitatifs pertinents apparaissent clairement.

Se servant des résultats récents de Berends-Burgers-van Neerven [14] sur l'ordre $O(\alpha^2)$ QED de l'état initial (e^+e^-), nous avons mis sur pied d'une part des formules compactes [16] permettant un ajustement des paramètres (M_Z, Γ_Z) du boson Z^0 (généralisable au chapitre III en incluant les corrections faibles), et d'autre part un générateur d'événements DYMU2 [25] basé sur une méthode à la Drell-Yan et les fonctions de structures QED de l'électron (positron) permettant, par sa prise en compte des effets pertinents des ordres supérieurs, la correction des données brutes par comparaison avec des résultats de simulation.

J'insiste sur le fait que, semble-t-il, la recherche des erreurs systématiques et la présentation des résultats seront facilitées par la séparation des deux problèmes suivants: la correction des données et la procédure d'ajustement.

2.2 Approximation de Born

Rappelons l'expression de la section efficace différentielle à l'approximation de Born:

$$\frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} = \frac{\alpha^2}{4s} [W_1(s)(1 + c^2) + W_2(s)c] \quad (2.1)$$

$c = \cos \theta_\mu$ ¹ étant le cosinus de l'angle du μ^+ par rapport au e^+ . Elle permet d'introduire des notations utiles. Les fonctions W_1 et W_2 sont données par:

$$W_1(s) = 1 + \frac{2\zeta}{B(0)} C_v^2 + \frac{(C_v^2 + C_a^2)^2}{B(0)}, \quad W_2(s) = \frac{4\zeta}{B(0)} C_a^2 + \frac{8C_v^2 C_a^2}{B(0)}$$

où l'on a défini

$$\zeta = 1 - \frac{M_Z^2}{s}, \quad \gamma = \frac{M_Z \Gamma_Z}{s}, \quad B(k) = (\zeta - k)^2 + \gamma^2.$$

D'autre part les constantes de couplage sont reliées à l'angle de Weinberg θ_W par:

$$C_a = -\frac{1}{2 \sin 2\theta_W} \quad C_v = -C_a(4 \sin^2 \theta_W - 1).$$

L'équation (2.1) peut être réécrite comme la somme de trois contributions (électromagnétique (Q), faible (Z) et électrofaible (QZ)) :

$$\frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} = \frac{d\sigma^Q}{d\Omega_\mu} + \frac{d\sigma^Z}{d\Omega_\mu} + \frac{d\sigma^{QZ}}{d\Omega_\mu},$$

avec

$$\frac{d\sigma^Q}{d\Omega_\mu} = \frac{\alpha^2}{4s}(1 + c^2)$$

$$\frac{d\sigma^Z}{d\Omega_\mu} = \frac{\alpha^2}{4s} \frac{1}{B(0)} [(C_v^2 + C_a^2)^2(1 + c^2) + 8C_v^2 C_a^2 c]$$

$$\frac{d\sigma^{QZ}}{d\Omega_\mu} = \frac{\alpha^2}{4s} \frac{2\zeta}{B(0)} (C_v^2(1 + c^2) + 2cC_a^2).$$

La section efficace totale s'obtient en intégrant sur l'angle du muon et donne:

$$\sigma^{(0)}(s) = \int d\Omega_\mu \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} W_1(s). \quad (2.2)$$

De même l'asymétrie avant-arrière a pour valeur:

$$A_{FB}^{(0)}(s) = \frac{1}{\sigma^{(0)}(s)} \left\{ \int_{c>0} \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} d\Omega_\mu - \int_{c<0} \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} d\Omega_\mu \right\} = \frac{3W_2(s)}{8W_1(s)}.$$

A la masse du Z^0 ces observables sont égales à:

$$\sigma^{(0)}(M_Z^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{3\Gamma_Z^2} (C_v^2 + C_a^2)^2, \quad A_{FB}(M_Z^2) = 3 \frac{C_v^2 C_a^2}{(C_v^2 + C_a^2)^2}. \quad (2.3)$$

Il est à noter que dans les expressions ci-dessus nous avons supposé l'égalité des couplages $Z^0\mu^+\mu^-$ et $Z^0e^+e^-$ [5]. Sinon dans les expressions 2.3 il faut effectuer le remplacement de $(C_v^2 + C_a^2)^2$ par $(C_v^2 + C_a^2)_e(C_v^2 + C_a^2)_\mu$ et de $C_v^2 C_a^2$ par $(C_v C_a)_e(C_v C_a)_\mu$. D'autre part nous avons laissé de côté le facteur d'espace de phase

$$S_p = (1 - 4m_\mu^2/s)^{1/2}(1 + 2m_\mu^2/s) = 1 + O(10^{-6})$$

inessentiel pour les discussions à venir (sauf mention du contraire).

¹Nous considérerons toujours cette définition de $\cos \theta_\mu$ comme implicite.

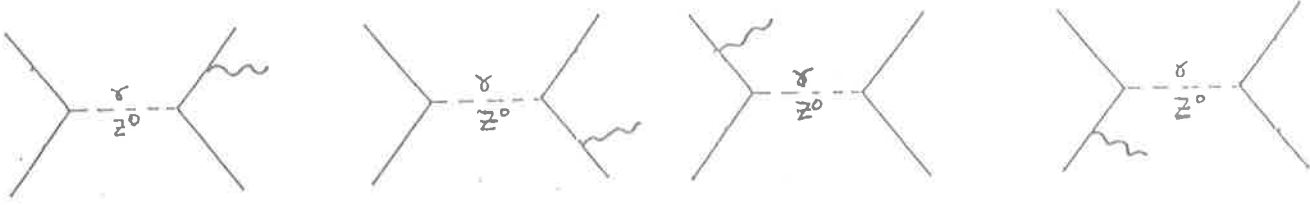


Figure 2.1: Corrections Réelles

2.3 Corrections au 1^{er} ordre

2.3.1 Spectre des photons

Considérons à présent l'émission d'un photon réel unique. L'état final étant à présent $\mu^+\mu^-\gamma$ (fig 2.1), la section efficace peut s'écrire comme suit:

$$\begin{aligned} d\sigma^{(1)} &= |M_e + M_\mu|^2 d\tau \\ &= (\chi_e + \chi_\mu + \chi_{int}) d\tau \end{aligned}$$

avec l'élément d'espace de phases

$$d\tau = \frac{dq_+}{q_+^0} \frac{dq_-}{q_-^0} \frac{dk}{k^0} \delta^{(4)}(p_+ + p_- - q_+ - q_- - k) ,$$

et χ_e , χ_μ , χ_{int} étant respectivement les contributions des graphes d'émission dans l'état initial (e), final (μ) et leur interférence mutuelle (int).

En intégrant sur toutes les variables sauf celles du photon et du muon, nous obtenons une première section efficace différentielle intéressante:

$$\frac{d\sigma^{(1)}}{dkd\Omega_\mu} = \frac{d\sigma_e^{(1)}}{dkd\Omega_\mu} + \frac{d\sigma_\mu^{(1)}}{dkd\Omega_\mu} + \frac{d\sigma_{int}^{(1)}}{dkd\Omega_\mu} . \quad (2.4)$$

Le terme d'émission initiale s'écrit:

$$\frac{d\sigma_e^{(1)}}{dkd\Omega_\mu} = f_+(k) \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu}(\mathbf{R}_+, s') + f_-(k) \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu}(\mathbf{R}_-, s') , \quad (2.5)$$

où

$$f_\pm(k) = \frac{\alpha}{2\pi^2 k} \left(1 - k \frac{\delta_\pm}{2}\right)^2 \left[\frac{1}{\delta_+ \delta_-} - \frac{2m_e^2}{s} \frac{1-k}{1+(1-k)^2} \left(\frac{1}{\delta_+^2} + \frac{1}{\delta_-^2} \right) \right]$$

avec $\delta_\pm = 2k \cdot p_\pm / (p_+ + p_-)$. $k = 1 \mp (|\mathbf{p}_+|/E) \cos \theta_\gamma = 1 \mp v \cos \theta_\gamma$. La fonction f_+ (resp. f_-) s'interprète comme la probabilité d'émettre par un positron (resp. électron) de vitesse v , un photon d'énergie k et d'angle θ_γ . La quantité $d\sigma^{(0)}/d\Omega_\mu(\mathbf{R}_\pm, s')$ est la section efficace différentielle de Born dans le référentiel du centre de masse de la paire $\mu^+\mu^-$ qui a pour axe des z la direction du positron (\mathbf{R}_+) ou de l'électron (\mathbf{R}_-). Sur la figure 2.2 est représentée la fonction f_+ pour deux valeurs de k en fonction de $\cos \theta_\gamma$. Nous constatons qu'à faible énergie ($k \approx 0$) la courbe est symétrique par rapport à $\cos \theta_\gamma = 0$, ce que

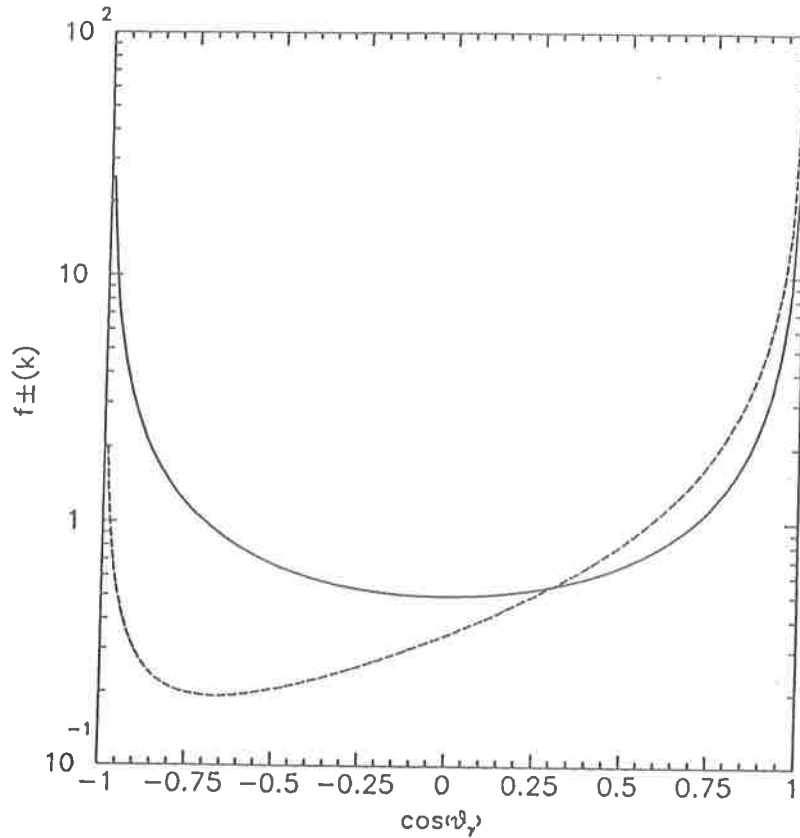


Figure 2.2: Fonction f_{\pm} : $k = 0,1$ (-), $k = 0,8$ (- - -).

l'on désigne abusivement par "isotropie" de l'émission molle; dans ce cas (lorsque tous les termes en m_e^2/s sont inclus ²) nous avons:

$$\lim_{k \rightarrow 0} f_{\pm}(k) = \frac{\alpha}{2\pi^2 k} \frac{\sin^2 \theta_{\gamma}}{(\sin^2 \theta_{\gamma} + \cos^2 \theta_{\gamma} / \gamma^2)^2},$$

avec $\gamma^{-2} = 1 - v^2$. Nous reconnaissons la distribution angulaire classique des photons mous [6], qui lorsque $\theta_{\gamma} \approx 0$ est équivalente à une distribution en dp_T/p_T . Plus l'énergie augmente, plus f_{\pm} a tendance à piquer vers l'avant (direction de vol de la particule émettrice) tout en gardant un pic d'émission vers l'arrière. Ceci brouille un peu notre intuition du processus de rayonnement. En effet supposant qu'un photon se trouve avoir la même direction que celle du positron, rien n'empêche qu'il ne soit émis par l'électron, puisque $f_{+}(\cos \theta_{\gamma}) = f_{-}(\cos(\pi - \theta_{\gamma}))$. Ainsi il est impossible d'attacher coup par coup un photon à une quelconque ligne de fermion, bien que statistiquement le raisonnement intuitif soit correct.

Le terme d'émission finale $d\sigma_{\mu}^{(1)}/dkd\Omega_{\mu}$ a une expression se déduisant de celle de $d\sigma_e^{(1)}/dkd\Omega_{\mu}$ en faisant les changements:

$$\begin{aligned} \delta_{\pm} &\longrightarrow \delta'_{\pm} = 2k \cdot q_{\pm} / k \cdot (q_{+} + q_{-}) \\ s' = s(1 - k) &\longrightarrow s \\ m_e &\longrightarrow m_{\mu}. \end{aligned}$$

L'expression du terme d'interférence est donnée dans l'annexe A.1.

²Si on prend strictement l'expression de f_{+} (2.2), il faut multiplier le résultat par un développement en γ^{-2} qui fait apparaître les divergences parallèles, mais nettement moins sévères que si l'on négligeait la première correction en m_e^2/s .

En intégrant (2.4) sur $d\Omega_\gamma$ et $d\Omega_\mu$ nous trouvons le spectre en énergie des photons, qui se met sous la forme d'une somme:

$$\frac{d\sigma^{(1)}}{dk} = \frac{d\sigma_e^{(1)}}{dk} + \frac{d\sigma_\mu^{(1)}}{dk} + \frac{d\sigma_{int}^{(1)}}{dk}$$

avec ³

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_e^{(1)}}{dk} &= \frac{\beta_e(s)}{2} \left(\frac{1 + (1-k)^2}{k} \right) \sigma^{(0)}(s') , \\ \frac{d\sigma_\mu^{(1)}}{dk} &= \frac{\beta_\mu(s')}{2} \left(\frac{1 + (1-k)^2}{k} \right) \sigma^{(0)}(s) , \\ \frac{d\sigma_{int}^{(1)}}{dk} &= -\frac{2\alpha^3}{s} \bar{g}(s, s') \frac{2-k}{k} , \end{aligned} \quad (2.6)$$

où nous avons

$$\beta_f(s) = \frac{2\alpha}{\pi} (\ln(s/m_f^2) - 1) \quad \text{où } f = e, \mu .$$

L'expression de $\bar{g}(s, s')$ est donnée dans l'annexe A.1. Nous remarquons la similitude formelle citée ci-dessus entre les spectres initiaux et finals, mais il est clair que les effets de la dépendance en k de l'argument de $\sigma^{(0)}$ dans le spectre initial a des conséquences essentielles (fig. 2.3). Nous pouvons très bien expliquer les différents pics de ces distributions. Le pic en $k = 0$ provient du facteur en $1/k$, déjà présent au niveau classique (divergence infrarouge). Celui en $k = 1$ ⁴ provient de l'émission d'un photon tel que s' ait la valeur cinématique minimum ($k_{max} = 1 - 4m_\mu^2/s$); le fait que $\sigma^{(0)}(s') \propto 1/s' \propto 1/(1-k)$ explique le pic. Le troisième, contrairement aux deux précédents apparaît pour $s > M_Z^2$. Ceci vient du fait que le propagateur du Z^0 prend sa valeur maximum pour $B(k, s) = 0$ soit $k = \zeta = 1 - M_Z^2/s$ (par exemple $\sqrt{s} = 104\text{GeV} \Rightarrow k_{pic} \approx 0,2$). Par contre seul le pic en $1/k$ persiste pour le spectre final. Nous pouvons comparer (fig. 2.3) l'importance relative entre l'émission initiale et finale. Remarquons la différence flagrante entre les régimes en dehors du pic et sur ce dernier (sauf pour $k = 1$). Nous avons mis le doigt sur un point délicat des corrections radiatives, que nous éclaircirons plus tard, mais il ne faut pas conclure hâtivement que les corrections de l'état final sont les plus importantes sur le pic, bien au contraire ⁵. Enfin les termes d'interférence n'ont aucune influence apparente sur les distributions, nous confirmerons ce résultat.

2.3.2 Section efficace totale

Envisageons maintenant de calculer la section efficace totale $\sigma^{(1)}$ via l'intégration sur k :

$$\sigma^{(1)}(s) = \int_0^{k_{max}} \frac{d\sigma^{(1)}}{dk} dk .$$

³Pour le terme d'interférence une expression approchée est calculable si on omet la partie en $\varepsilon(p, q)$ (A.1).

⁴Le facteur d'espace de phase S_p annule la section efficace en $k = k_{max}$.

⁵Les corrections virtuelles sont très importantes.

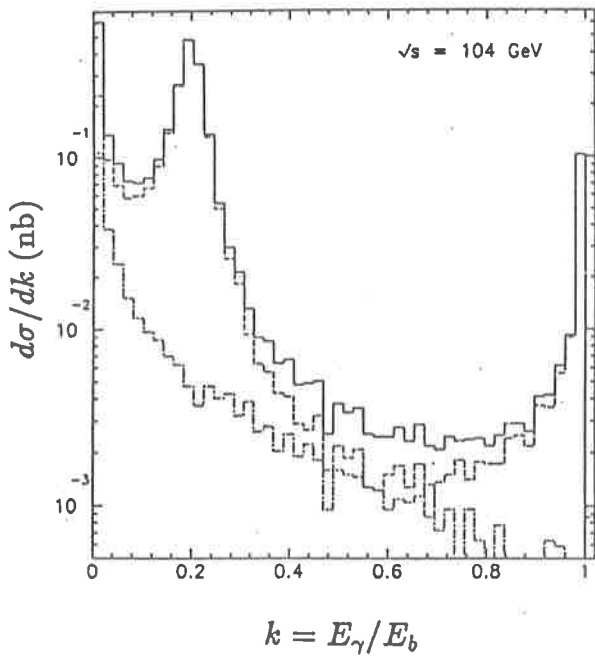
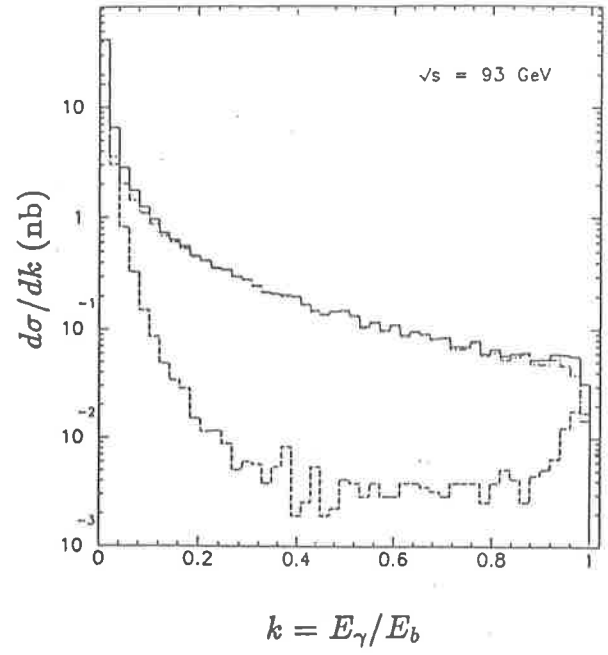
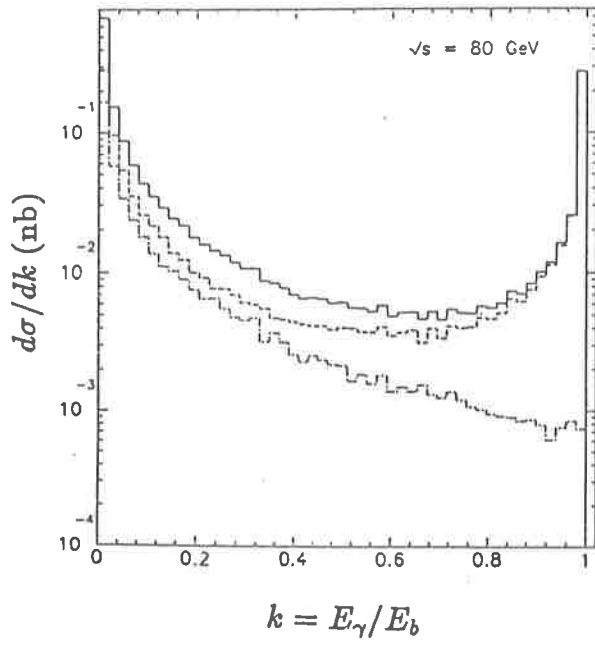


Figure 2.3: $d\sigma^{(1)}/dk$: contribution initiale (- - -), finale (-.-.), et le calcul complet (—)

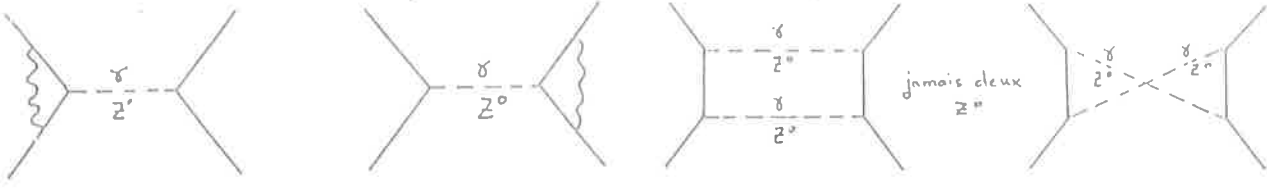


Figure 2.4: Corrections virtuelles

L'intégrale diverge en $k = 0$ (catastrophe infrarouge). Si nous fixons la borne inférieure de l'intégrale à une valeur arbitraire k_0 , la divergence se manifeste par un terme logarithmique:

$$\frac{\sigma^{(1)}(k > k_0)}{\sigma^{(0)}} = - \left\{ \beta_e + \beta_\mu - \frac{8\alpha}{\pi} A_{FB}^{(0)} \right\} \ln k_0 + f(k_0) \quad (2.7)$$

où $f(k_0, s)$ est une fonction régulière de k_0 . On peut empêcher la catastrophe en donnant une masse λ arbitrairement petite au photon, mais cette fois il apparaît un $\ln(\lambda/E)$ à la place de $\ln k_0$. En fait il n'est pas légitime de calculer la section efficace du processus $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$ avec les formules données ci-dessus, car il existe pour $k = 0$ des graphes supplémentaires correspondant aux corrections virtuelles (fig. 2.4). Ces corrections divergent aussi. La solution provisoire de l'introduction de λ permet en fait de résoudre ce dilemme en écrivant la section efficace totale comme suit:

$$\sigma = \sigma(\text{virtuelle}, \lambda) + \sigma(\text{réelle}, \lambda; k < k_0) + \sigma(\text{réelle}, \lambda; k > k_0).$$

La séparation arbitraire du spectre du photon en deux régions ($k < k_0$ et $k > k_0$) permet dans chacune d'elle de faciliter les calculs en faisant quelques approximations. Pour $k > k_0$, les formules données au paragraphe précédent sont valables intrinsèquement et il n'est pas nécessaire d'introduire λ qui alourdirait inutilement les expressions. Pour $k < k_0$ on utilise un résultat connu de factorisation [7] (valable pour $k \rightarrow 0$) qui consiste à multiplier par un facteur $\sum_\epsilon (S(k, \epsilon; p_i, p_f))^2$ l'élément de matrice au carré du processus sans photon pour obtenir celui avec émission d'un photon mou; on a

$$S(k, \epsilon; p_i, p_f) = \frac{p_i \cdot \epsilon}{p_i \cdot k} - \frac{p_f \cdot \epsilon}{p_f \cdot k}$$

où ϵ est la polarisation du photon supposé massif ici. Notons que des divergences "parallèles" apparaissent lors de l'intégration sur l'angle θ_γ à cause des termes en $1/p \cdot k \sim 1/m^2$ et il faut tenir compte de la masse du fermion en calculant des termes d'ordre $m^2/(p \cdot k)^2$ [8].

Nous allons voir synthétiquement maintenant la disparition de λ . Les formules complètes sont données dans les appendices A.2 pour les corrections virtuelles et A.3 pour les photons mous. Tout d'abord la correction des vertex contient un terme $\ln \lambda$:

$$\frac{d\sigma_{vc}^{(1)}}{d\Omega_\mu} = \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} [1 + \delta_{vc}(m_e^2, \lambda) + \delta_{vc}(m_\mu^2, \lambda)] \text{ avec } \delta_{vc}(m_f^2, \lambda) = \beta_f \ln \lambda/m_f + \bar{\delta}_{vc}(m_f^2),$$

tandis que l'émission réelle initiale et finale pour $k < k_0$ contient un terme ⁶ $\ln \lambda$:

$$\frac{d\sigma_{e+\mu}^{(1)}(k < k_0)}{d\Omega_\mu} = \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} [\delta(m_e^2, \lambda, k_0) + \delta(m_\mu^2, \lambda, k_0)] + \dots ,$$

avec

$$\delta(m_f^2, \lambda, k_0) = -\beta_f \ln \lambda / m_f + \beta_f \ln k_0 + \tilde{\delta}(m_f^2) .$$

Faisant la somme, nous voyons que

$$\frac{d\sigma_{vc}^{(1)}}{d\Omega_\mu} + \frac{d\sigma_{e+\mu}^{(1)}(k < k_0)}{d\Omega_\mu} = \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu} [1 + v_e(m_e^2, k_0) + v_\mu(m_\mu^2, k_0)] + \dots , \quad (2.8)$$

où

$$v_f(m_f^2, k_0) = \frac{\alpha}{\pi} A_0 + (3/4 + \ln k_0) \beta_f$$

ne dépend plus de λ et ceci pour l'état initial et final indépendamment; cette remarque est particulièrement importante lorsque l'état final est $\nu\bar{\nu}$, où cette fois il ne peut y avoir que du rayonnement dans l'état initial.

Envisageons à présent les diagrammes en boîte, ils contiennent plusieurs termes $\ln \lambda$:

$$\frac{d\sigma_{boite}^{(1)}}{d\Omega_\mu} = \frac{d\sigma^Q}{d\Omega_\mu} [1 + \delta_{\gamma\gamma}^Q(\lambda)] + \frac{d\sigma^{QZ}}{d\Omega_\mu} [1 + \delta_{\gamma\gamma}^{QZ}(\lambda) + \delta_{\gamma Z}^{QZ}(\lambda)] + \frac{d\sigma^Z}{d\Omega_\mu} [1 + \delta_{\gamma Z}^Z(\lambda)] ,$$

avec pour les différentes fonctions δ

$$\begin{aligned} \delta_{\gamma\gamma}^Q(\lambda) &= 2 \beta_{int} \ln \lambda / m_e + \tilde{\delta}_{\gamma\gamma}^Q \\ \delta_{\gamma\gamma}^{QZ}(\lambda) &= \beta_{int} \ln \lambda / m_e + \tilde{\delta}_{\gamma\gamma}^{QZ} \\ \delta_{\gamma Z}^{QZ}(\lambda) &= \beta_{int} \ln \lambda / m_e + \tilde{\delta}_{\gamma Z}^{QZ} \\ \delta_{\gamma Z}^Z(\lambda) &= 2 \beta_{int} \ln \lambda / m_e + \tilde{\delta}_{\gamma Z}^Z , \end{aligned}$$

où nous avons défini $\beta_{int} = 4\alpha/\pi \ln \tan \theta/2$. D'un autre côté l'interférence entre l'émission molle ($k < k_0$) dans l'état initial et celle dans l'état final peut se mettre sous la forme:

$$\frac{d\sigma_{int}^{(1)}(k < k_0)}{d\Omega_\mu} = \left(\frac{d\sigma^Q}{d\Omega_\mu} + \frac{d\sigma^{QZ}}{d\Omega_\mu} + \frac{d\sigma^Z}{d\Omega_\mu} \right) [1 + \delta_{int}(\lambda, k_0)]$$

où

$$\delta_{int}(\lambda, k_0) = -2\beta_{int} \ln \lambda / m_e + 2\beta_{int} \ln k_0 + \tilde{\delta}_{int} .$$

Il est clair qu'en ajoutant ces deux contributions une fois encore les $\ln \lambda$ disparaissent. En fait l'élimination de $\ln \lambda$ est générale en électrodynamique quantique ⁷ et doit se répéter à tous les ordres des perturbations en vertu des travaux de Jauch et Rohrlich [10]; ceci est vrai pour d'autres procédures de régularisation (dimensionnelle, ...). D'autre part nous voyons qu'il aurait été superflu de garder λ pour calculer σ (réelle; $k > k_0$).

Il nous reste encore un problème à résoudre car la section efficace totale ne doit pas dépendre sensiblement de k_0 , paramètre arbitraire inclus pour faciliter les calculs.

⁶Nous n'écrivons pas les termes s'annulant avec k_0 notés ...

⁷En chromodynamique quantique il n'en va pas de même à cause de la couleur des gluons [9].

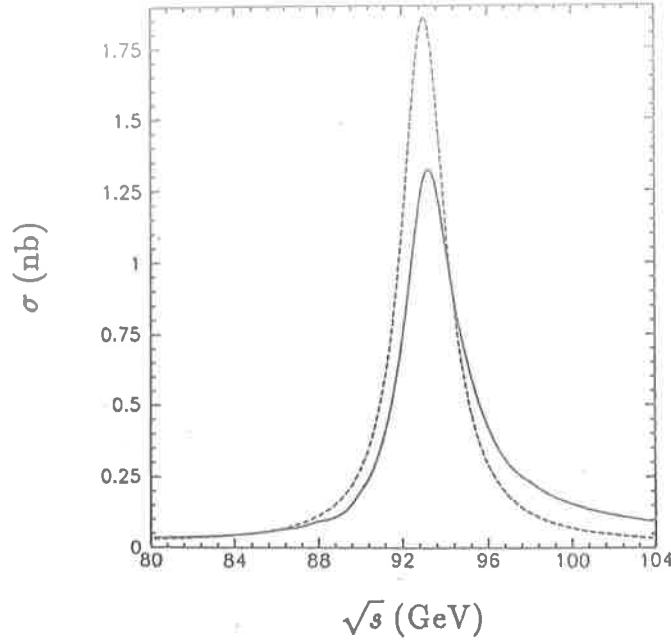


Figure 2.5: Section efficace en fonction de s : (...) $\sigma^{(0)}$, (-) $\sigma^{(1)}$.

En recherchant toutes les dépendances en k_0 des contributions virtuelles et réelles pour $k < k_0$, nous trouvons:

$$\frac{\sigma^{(1)}(k < k_0)}{\sigma^{(0)}} = \left\{ \beta_e + \beta_\mu - \frac{8\alpha}{\pi} A_{FB}^{(0)} \right\} \ln k_0 + g(k_0),$$

ce qui permet, en ajoutant la section efficace $\sigma^{(1)}(k > k_0)$ des photons durs (2.7) de faire disparaître la dépendance en $\ln k_0$. Nous obtenons:

$$\sigma^{(1)} = \sigma^{(1)}(k < k_0) + \sigma^{(1)}(k > k_0) = \sigma^{(0)} h(k_0)$$

où l'on peut faire $k_0 = 0$ sans crainte ici.

Ainsi donc nous sommes arrivés à donner une expression satisfaisante analytiquement de la section efficace totale corrigée à l'ordre $O(\alpha)$ QED des corrections radiatives. La figure 2.5 montre cette dernière comparée à la prédiction du terme de Born. Nous constatons tout de suite un changement radical dans l'allure de la courbe: réduction du pic ($\simeq 68\%$), apparition d'une queue radiative au delà de ce dernier, et un déplacement du maximum d'environ 200 MeV. Nous pouvons expliquer qualitativement toutes les différences énoncées ci-dessus d'une manière relativement simple et qui montre l'influence des corrections radiatives dans l'état initial. En effet notons tout d'abord que la section efficace de Born varie rapidement autour de la résonance $s = M_Z^2$, sur une échelle de l'ordre de Γ_Z , passant de 1,86 nb sur le pic, à 1,00 nb à plus ou moins une demi-largeur. La section efficace corrigée est la convolution du processus sans photon avec la distribution en énergie $F_e^{(1)}(1 - k, s)$ (2.10), c'est à dire une somme pondérée de $\sigma^{(0)}(s')$ avec $s' \in [s_{min} \approx 0, s]$ très piquée en $s' = s$. Ainsi avant le pic, $\sigma^{(1)}(s) < \sigma^{(0)}(s)$ car $\sigma^{(0)}(s') < \sigma^{(0)}(s)$, alors que la tendance est inversée au delà du pic du fait que $\sigma^{(0)}$ est décroissante dans cette région. Ainsi nous expliquons d'une part l'apparition de la queue radiative, mais aussi le déplacement du pic ainsi que sa réduction. D'un point de vue

semi-quantitatif, en se plaçant sur la résonance ($\zeta = 0$, $\gamma \ll 1$), il vient en ne gardant que les termes significatifs:

$$\begin{aligned}\sigma^{(1)} &\approx \sigma^{(0)}(M_Z^2)\left(1 + \frac{3}{4}\beta_e + \beta_e \ln \frac{\Gamma_Z}{M_Z}\right) \\ &\approx \sigma^{(0)}(M_Z^2)(1 + 8\% - 40\%) = \sigma^{(0)}(M_Z^2) 68\%\end{aligned}\quad (2.9)$$

et

$$\sqrt{s}_{max} - M_Z \simeq \frac{1}{8}\pi\beta_e\Gamma_Z[1 - \beta_e \ln(M_Z/\Gamma_Z)]^{-1} \approx 180\text{MeV}.$$

Les expressions ci-dessus font apparaître le terme $\beta_e \ln M_Z/\Gamma_Z \approx 0,4$ comme le paramètre effectif d'un développement au premier ordre sur la résonance.

Sur la figure 2.6 sont représentées les différentes contributions des corrections de l'ordre $O(\alpha)$. Nous voyons clairement la prépondérance de l'ensemble des corrections de l'état initial par rapport à toutes les autres (entre autre la contribution des termes d'interférence et de boîte) qui restent de l'ordre du picobarn. Plus précisément la réduction du pic provient de la correction du vertex initial et de $\sigma_e^{(1)}(k < k_0)$. La contribution de l'état final dans son entier ⁸ est très faible car il n'y a plus de divergences de masse alors qu'elles persistent dans l'état initial ($\ln(s/m_e^2)$) en vertu du théorème de T.D.Lee et M.Nauenberg [11]. Par contre nous justifions la prépondérance de $\sigma_\mu^{(1)}(k > k_0)$ sur le pic de la résonance, rencontrée lors de l'analyse du spectre en énergie rayonnée, puisque celle-ci est environ 1,25 fois plus grande que $\sigma_e^{(1)}(k > k_0)$.

Il est intéressant pour des applications futures de compléter l'expression (2.7) de $d\sigma_e^{(1)}/dk$, en y ajoutant la formule (2.8) intégrée sur $d\Omega_\mu$ et réécrite:

$$\frac{d\sigma_{vc}^{(1)}}{dk} + \frac{d\sigma_e^{(1)}(k < k_0)}{dk} = [1 + v_e(m_e^2, k_0)]\delta(k)\sigma^{(0)}(s');$$

on a:

$$\frac{d\sigma_e^{(1)}}{dk} = \left[\vartheta(k - k_0) \frac{\beta_e(s)}{2} \left(\frac{1 + (1 - k)^2}{k} \right) + [1 + v_e(m_e^2, k_0)]\delta(k) \right] \sigma^{(0)}(s').$$

Introduisons maintenant $z = M_{\mu\mu}^2/s$ qui dans le cas d'un seul photon est égal à $1 - k$ en unité d'énergie. Nous avons:

$$\frac{d\sigma_e^{(1)}}{dz} = \left[\vartheta(1 - z - k_0) \frac{\beta_e(s)}{2} \left(\frac{1 + z^2}{1 - z} \right) + \delta(1 - z) \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} A_0 + \beta_e \left(\frac{3}{4} + \ln k_0 \right) \right) \right] \sigma^{(0)}(sz).$$

En notant ⁹:

$$P_{ee}(z) = \left(\frac{1 + z^2}{1 - z} \right)_+ \equiv \vartheta(1 - z - k_0) \left(\frac{1 + z^2}{1 - z} \right) + \delta(1 - z) \left(\frac{3}{2} + 2 \ln k_0 \right),$$

nous obtenons finalement l'expression:

$$\frac{d\sigma_e^{(1)}}{dz} = \left[\frac{\beta_e(s)}{2} P_{ee} + \delta(1 - z) \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} A_0 \right) \right] \sigma^{(0)}(sz) = F_e^{(1)}(z, s) \sigma^{(0)}(sz) \quad (2.10)$$

qui conduit à

$$\sigma_e^{(1)} = \int_{z_{min}}^1 F_e^{(1)}(z, s) \sigma^{(0)}(sz) dz$$

avec $z_{min} = 4m_\mu^2/s$.

⁸Elle est égale à $[1 + 3/4 * (\alpha/\pi)]\sigma^{(0)}(s)$.

⁹La fonction F_+ associée à F est définie par: $\int_0^1 [F]_+ \varphi dz \equiv \int_0^1 (\varphi(z) - \varphi(1))F(z) dz$

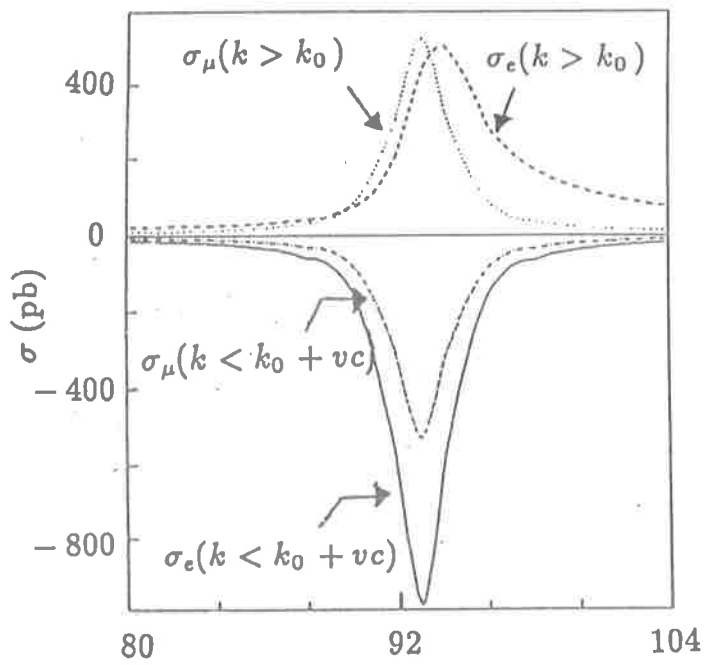
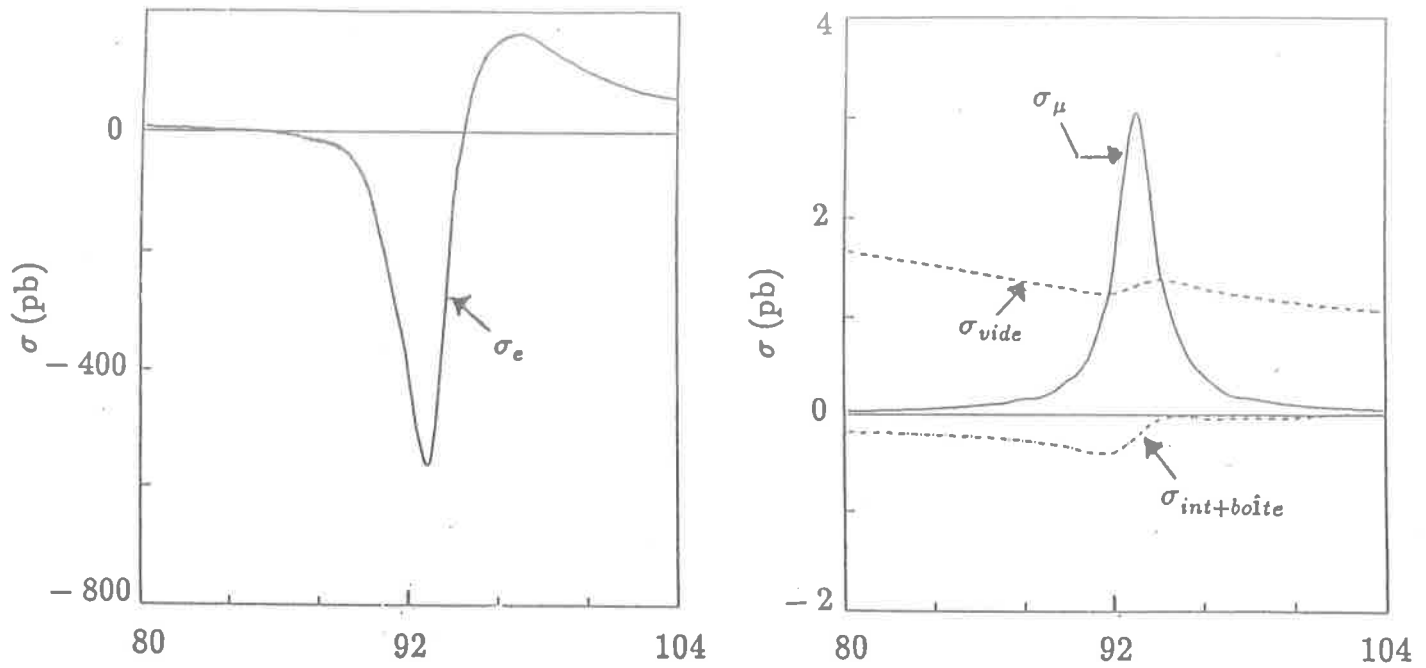


Figure 2.6: Différentes corrections pour $\sigma^{(1)}(s)$

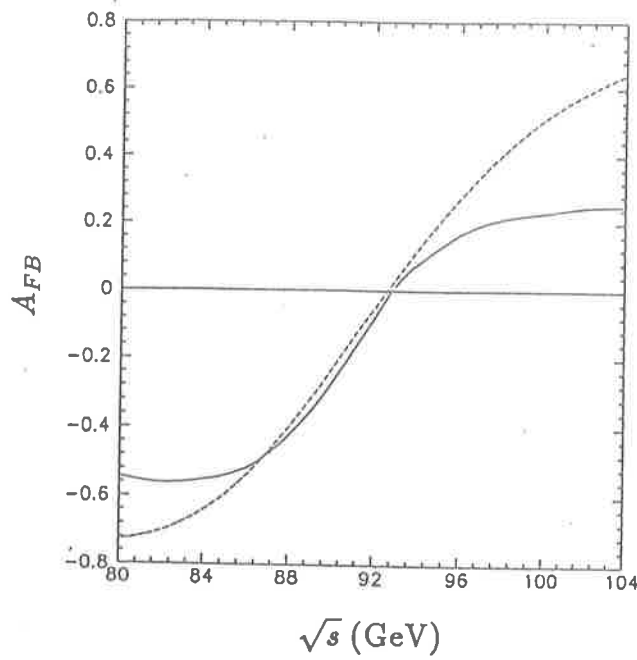


Figure 2.7: Asymétrie en fonction de s

2.3.3 Asymétrie avant-arrière

Sur la figure 2.7 est représentée l'évolution de l'asymétrie en fonction de \sqrt{s} . Nous remarquons des différences avec la prédiction de l'approximation de Born (réduction au delà du pic et déplacement vers les hautes énergies au niveau de celui-ci) dont l'explication est de même nature que pour la section efficace.

Considérons le cas où l'émission de photons n'a lieu que dans l'état initial. Il est raisonnable de supposer que les photons sont émis parallèlement à la ligne e^+e^- de sorte que \mathbf{R}_\pm coïncident avec la direction des faisceaux incidents¹⁰. La formule (2.5) intégrée sur Ω_γ s'écrit alors:

$$\frac{d\sigma_e^{(1)}}{dkd\Omega_\mu} = \frac{1}{2}F_e^{(1)}(1-k, s) \left[\frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu}(c_+, s') + \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega_\mu}(c_-, s') \right]$$

où c_+ (c_-) est le cosinus de la direction du μ^+ dans le centre de masse des $\mu^+\mu^-$ correspondant à c dans le laboratoire pour un photon émis par le positron (électron). On a alors

$$\begin{aligned} \sigma_e^{(1)}(c > 0) &= \int_{z_{min}}^1 dz \int_{-1}^1 dc^* \left[\frac{1}{2}F_e^{(1)}(z, s) \frac{d\sigma^{(0)}}{dc}(c^*, zs) \vartheta(c^* - c(z)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}F_e^{(1)}(z, s) \frac{d\sigma^{(0)}}{dc}(c^*, zs) \vartheta(c(z) + c^*) \right], \end{aligned}$$

où $c(z) = (1-z)/(1+z)$ est le cosinus de l'angle au dessous duquel le μ^+ reste dans le demi espace $z > 0$ par suite d'une émission d'un photon de fraction d'énergie $k = 1-z$ dans la direction $z > 0$. Cette expression peut se réécrire:

$$\sigma_e^{(1)}(c > 0) = \int_{z_{min}}^1 dz F_e^{(1)}(z, s) \sigma^{(0)}(zs, c^* > 0) + \frac{1}{2}I_{asym},$$

¹⁰Hypothèse permettant de découpler la fonction $f_\pm(k)$ de la distribution angulaire de Born.

avec

$$I_{asym} = \int_{z_{min}}^1 dz \int_{-1}^{+1} dc^* F_e^{(1)}(z, s) \left[\frac{d\sigma^{(0)}}{dc}(zs, c^*) \vartheta(c(z) + c^*) \vartheta(-c^*) - \frac{d\sigma^{(0)}}{dc}(zs, c^*) \vartheta(c(z) - c^*) \vartheta(c^*) \right].$$

Cette quantité est nulle pour une distribution symétrique de c^* . Nous trouvons par le même raisonnement:

$$\sigma_e^{(1)}(c < 0) = \int_{z_{min}}^1 dz F_e^{(1)}(z, s) \sigma^{(0)}(c^* < 0, zs) - \frac{1}{2} I_{asym}.$$

Ainsi en faisant la différence entre les deux sections efficaces calculées il vient:

$$(\sigma A_{FB})_e^{(1)}(s) = \int_{z_{min}}^1 F_e^{(1)}(z, s) (\sigma A_{FB})^{(0)}(zs) dz + I_{asym}.$$

En utilisant l'expression (2.1) sous la forme

$$\frac{d\sigma^{(0)}(zs)}{dc} = \frac{3}{8} \sigma^{(0)}(zs) (1 + c^2) + (\sigma A_{FB})^{(0)}(zs) c,$$

nous obtenons alors:

$$I_{asym} = - \int_{z_{min}}^1 dz F_e^{(1)}(z, s) (\sigma A_{FB})^{(0)}(zs) c^2(z).$$

Finalement il vient

$$(\sigma A_{FB})_e^{(1)}(s) = \int_{z_{min}}^1 F_e^{(1)}(z, s) (\sigma A_{FB})^{(0)}(zs) \left(\frac{4z}{(1+z)^2} \right) dz. \quad (2.11)$$

D'un point de vue qualitatif l'expression ci-dessus permet de comprendre l'évolution général de la section efficace, car $(\sigma A_{FB})^{(0)}(s) \propto W_2(s)/s$ dont la forme est celle d'une fonction de dispersion (cf diélectrique). Ainsi par exemple nous avons pour $\sqrt{s} \sim 100\text{GeV}$:

$$\begin{cases} (\sigma A_{FB})^{(1)}(s) < (\sigma A_{FB})^{(0)}(s) \\ \text{or } \sigma^{(1)}(s) > \sigma^{(0)}(s) \end{cases} \Rightarrow A_{FB}^{(1)}(s) < A_{FB}^{(0)}(s),$$

d'autre part pour $\sqrt{s} \sim 84\text{GeV}$ nous obtenons de la même manière:

$$\begin{cases} (\sigma A_{FB})^{(1)}(s) > (\sigma A_{FB})^{(0)}(s) \\ \text{or } \sigma^{(1)}(s) \sim \sigma^{(0)}(s) \end{cases} \Rightarrow A_{FB}^{(1)}(s) > A_{FB}^{(0)}(s).$$

Les corrections de l'état final peuvent être introduites en supposant que les photons ne perturbent pas les angles des muons. L'équation (2.11) devient:

$$(\sigma A_{FB})^{(1)}(s) = \int_{z_{min}}^1 dz F_e^{(1)}(z, s) (\sigma A_{FB})^{(0)}(zs) \left(\frac{4z}{(1+z)^2} \right) \int_{\frac{z}{z}}^1 F_\mu^{(1)}(y, yzs) dy. \quad (2.12)$$

Cette formule sera justifiée quand nous étudierons le second ordre.

La comparaison des résultats de l'équation (2.12) avec ceux du Monte Carlo MUSTRAAL, que nous détaillerons au prochain paragraphe, où les termes d'interférence ont été supprimés, fait apparaître un excellent accord (à 0,003 près). Les termes d'interférence ne jouent aucun rôle tant que $z_{min} \leq 94\%$, ce qui correspond à $E_{max}^\gamma > 3\text{GeV}$. Ceci est en accord avec un calcul analytique de S.Jadach et Z.Wąs [12] sur une observable proche de A_{FB} .

2.3.4 MUSTRAAL: un générateur d'événements à l'ordre $O(\alpha)$

Un générateur d'événements est indispensable pour l'étude expérimentale du processus considéré, ici $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$. Il permet en effet de tester le détecteur (DELPHI dans le cas présent) avec des événements "réalistes", mais aussi de préparer l'analyse des futures vraies données, en permettant de calculer les facteurs correctifs: l'efficacité de déclenchement, l'acceptance géométrique, l'efficacité de reconstruction etc. A cet effet un générateur a été construit par l'équipe de Leiden [5], il se nomme MUSTRAAL, et son installation sur la simulation de DELPHI a été menée par K.Mönig de Wuppertal. Malgré des faiblesses que nous verrons, ce générateur sert de référence, tant théorique qu'expérimentale, car il est fondé sur des expressions précises de l'ordre $O(\alpha)\text{QED}$. Il est donc bon de s'y attarder avant toute tentative d'amélioration.

Algorithme

En laissant de côté quelques détails inessentiels pour la compréhension générale de l'algorithme, la génération d'un événement se fait de la façon suivante:

1. Le programme génère en premier, l'énergie du photon qui sera éventuellement émis. Celle-ci est tirée suivant un spectre approché constitué par la somme:

$$\frac{d\sigma_{app}}{dk} = \sigma^{(1)}(k < k_0) \frac{1}{k_0} \vartheta(k_0 - k) + \frac{d\sigma_{e+\mu}^{(1)}(k > k_0)}{dk} \vartheta(k - k_0).$$

Dans le premier terme le spectre est uniforme entre 0 et k_0 . Par rapport au spectre complet, seuls manquent les termes $d\sigma_{boite}^{(1)}$, $d\sigma_{ini}^{(1)}(k < k_0)$ et $d\sigma_{ini}^{(1)}(k > k_0)$ (cf point 4).

2. Si $k < k_0$ alors le photon n'est pas effectivement généré; si $k > k_0$ on attribue l'émission du photon à la paire e^+e^- avec la probabilité:

$$P_{app}^{e^+e^-} = \frac{1}{d\sigma_{e+\mu}^{(1)}(k > k_0)/dk} \frac{d\sigma_e^{(1)}(k > k_0)}{dk}(s, k),$$

et à la paire $\mu^+\mu^-$ avec la probabilité $1 - P_{app}^{e^+e^-}$. Les variables angulaires du photon sont alors générées en utilisant les fonctions f_\pm ou leurs équivalentes pour une émission finale.

3. Vient ensuite la génération des variables angulaires des muons. Dans le cas où l'événement est sans photon ($k < k_0$), la génération se fait comme dans le cas de la distribution de Born, en remplaçant $W_1(s)$ et $W_2(s)$ par les fonctions $F(s)$ et $G(s)$ (annexe A.1). Par contre, lorsqu'un photon est généré ($k > k_0$) on procède à un tirage suivant la distribution de Born $d\sigma^{(0)}/d\Omega_\mu(\mathbf{R}_+, s')$ dans le centre de masse de l'état final

(celui de la paire $\mu^+\mu^-$ si bremsstrahlung initial, celui du laboratoire sinon). Enfin tous les quadrivecteurs sont calculés dans le référentiel du laboratoire.

4. Pour finir, les termes $d\sigma_{boite}^{(1)}$, $d\sigma_{int}^{(1)}(k < k_0)$ et $d\sigma_{int}^{(1)}(k > k_0)$ sont pris en compte par une procédure de réjection en écrivant simplement¹¹:

$$\sigma^{(1)}(s) = \int d\tau \left(\frac{d\sigma_e^{(1)}}{d\tau} + \frac{d\sigma_\mu^{(1)}}{d\tau} \right) \times W ,$$

où

$$W = 1 + \frac{d\sigma_{int}^{(1)}/d\tau}{d\sigma_e^{(1)}/d\tau + d\sigma_\mu^{(1)}/d\tau}$$

est une variable¹² piquée en 1 et comprise entre 0 et 2.

Problème du k_0

L'algorithme ci-dessus montre bien les deux régimes distincts de la génération d'un événement: $k > k_0$ ou $k < k_0$. Nous avons vu qu'analytiquement k_0 disparaît de l'expression de la section efficace totale. Voyons ce qu'il en est effectivement numériquement. Sur la figure 2.8 nous retrouvons les dépendances logarithmiques des sections efficaces $\sigma^{(1)}(k > k_0)$ et $\sigma^{(1)}(k < k_0)$. Pour $k_0 < 0,002$ un problème apparaît car cette dernière devient négative, ce qui est inacceptable. Nous remarquons que des problèmes surviennent aussi lorsque $s = M_Z^2$ pour $k_0 > 1,3\%$. Ceci s'explique relativement facilement en invoquant le fait que la section efficace de Born $\sigma^{(0)}(s')$ ayant une largeur Γ_Z , l'énergie perdue lors de l'émission dans l'état initial lui fera faire un saut brutal¹³, si l'énergie effective de la réaction $s' = (1-k)s$ satisfait $s' \approx M_Z^2(1 - \Gamma_Z/2M_Z)$. Traduit en terme de k_0 , nous attendons des problèmes pour $k_0 \geq \Gamma_Z/2M_Z = 1,34\%$. Ainsi le programme est utilisable dans la zone $0,002 - 0,010$.

L'évolution de l'asymétrie avant-arrière en fonction de k_0 est présentée sur la figure 2.9. Nous remarquons encore de graves problèmes pour $k_0 = 0,001$ et une relative stabilité dans le même domaine que celui de la section efficace totale.

Nous avons pris pour les études qui suivent $k_0 = 0,003$, ce qui correspond à la non génération de photons dont l'énergie est inférieure à 150MeV.

2.3.5 Distributions de variables angulaires des muons

La figure 2.10 montre la distribution angulaire $d\sigma^{(1)}/d\cos\theta_\mu$ pour différentes valeurs de \sqrt{s} . Les courbes ne présentent pas de particularité par rapport à celles de l'approximation de Born.

Envisageons maintenant un autre effet extrêmement visible des photons: l'apparition d'un angle d'acolinéarité de la paire $\mu^+\mu^-$: $\zeta_{\mu\mu} = \angle(\mu^+, -\mu^-)$. A l'approximation de Born il est bien entendu que les deux muons partent dos-à-dos. Sur la figure 2.11 est représenté $d\sigma/d\zeta_{\mu\mu}$ à différentes énergies et comme pour le spectre des photons nous avons

¹¹Sauf mention du contraire "interférence" englobe tous les graphes reliant l'état initial et l'état final.

¹²Strictement comprise entre 0 et 2 d'après le théorème de Schwarz pour la partie du spectre où $k > k_0$.

¹³Il est possible de se donner des niveaux de tolérance plus contraignant sur l'énergie visible perdue faisant apparaître des limites supérieures de k_0 avant la valeur de 1%.

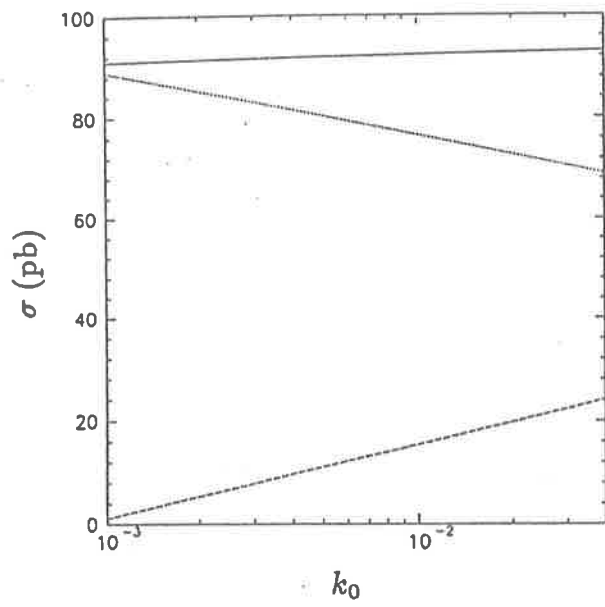
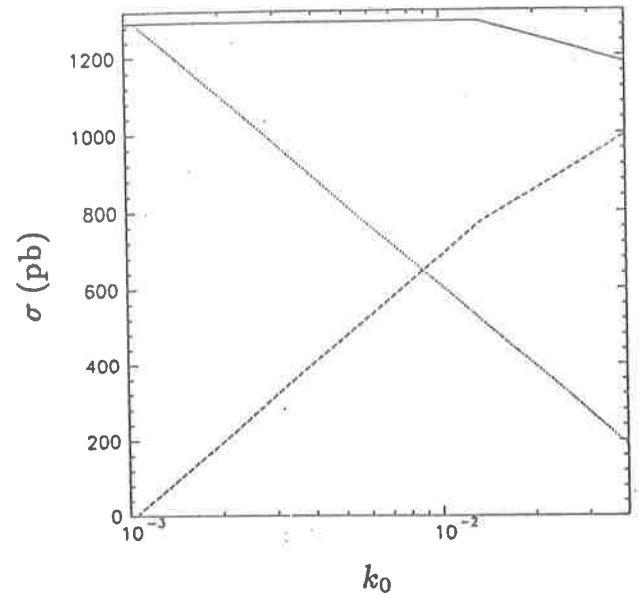
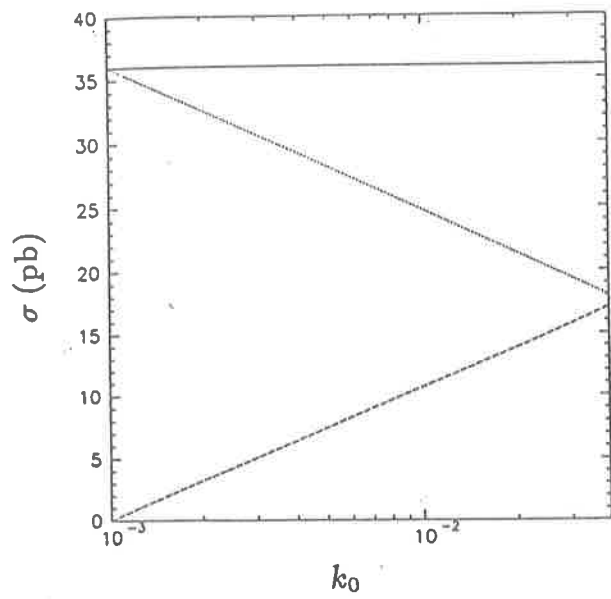


Figure 2.8: Effet de k_0 sur la section efficace: (—) totale, (- -) $k < k_0$, (...) $k > k_0$

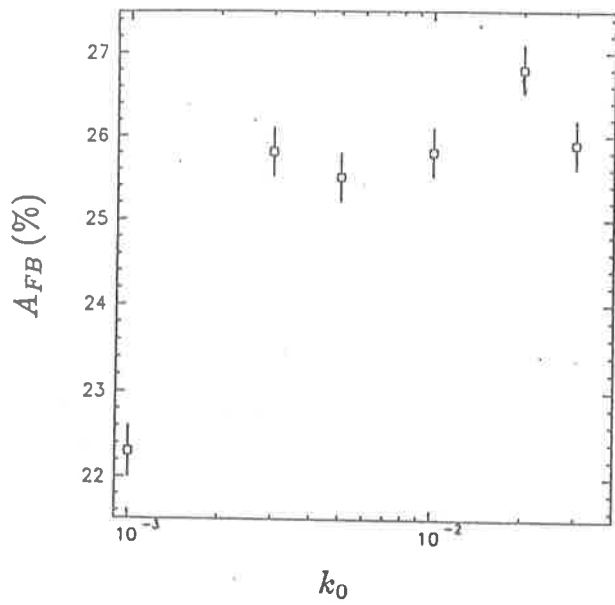
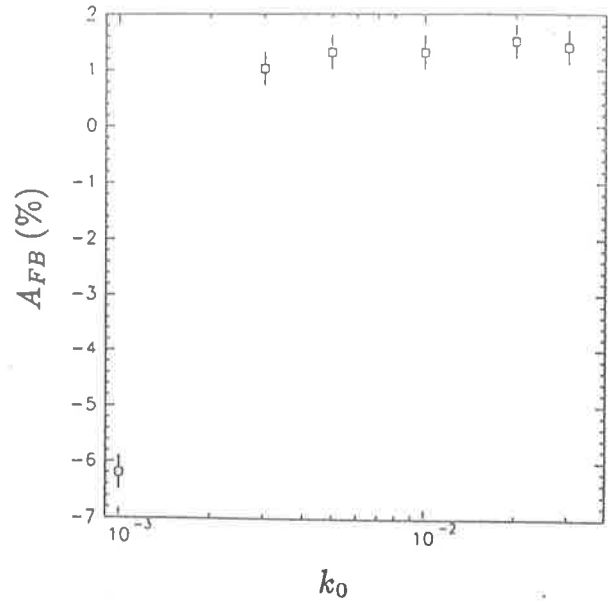
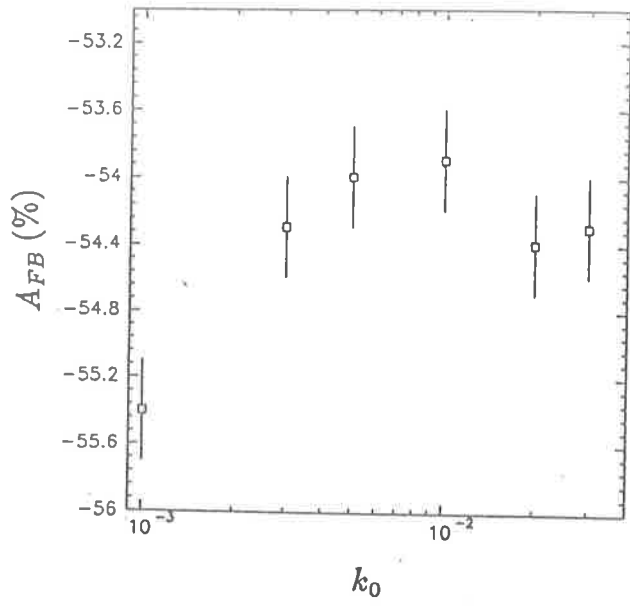


Figure 2.9: Effet de k_0 sur l'asymétrie

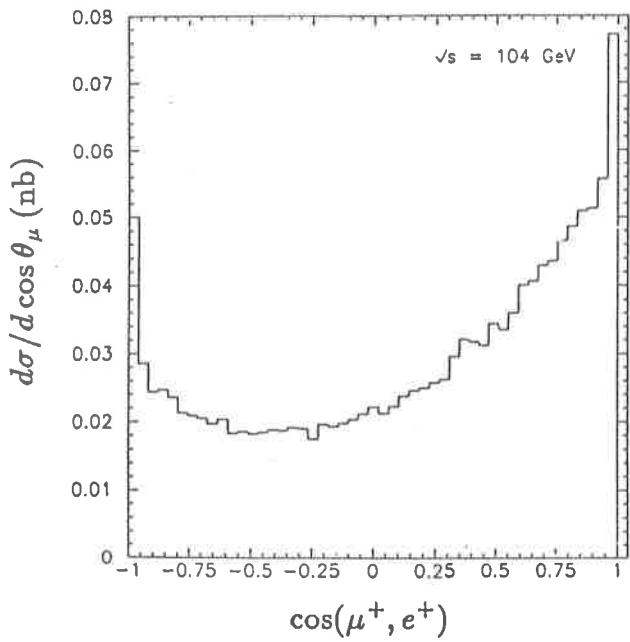
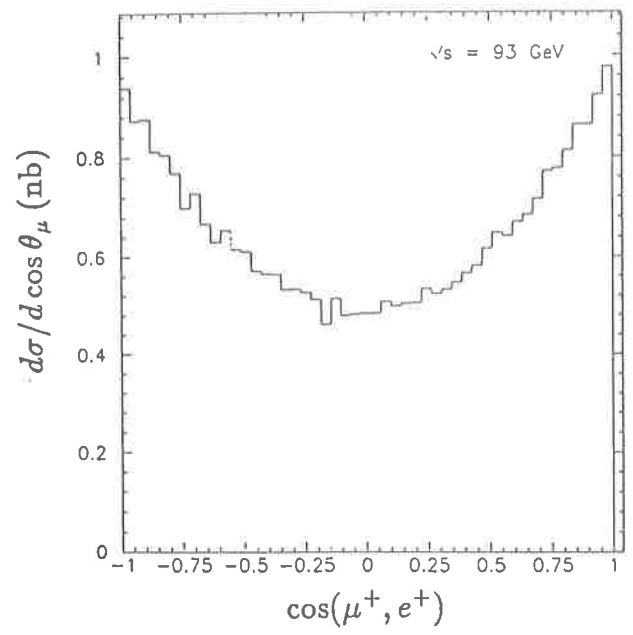
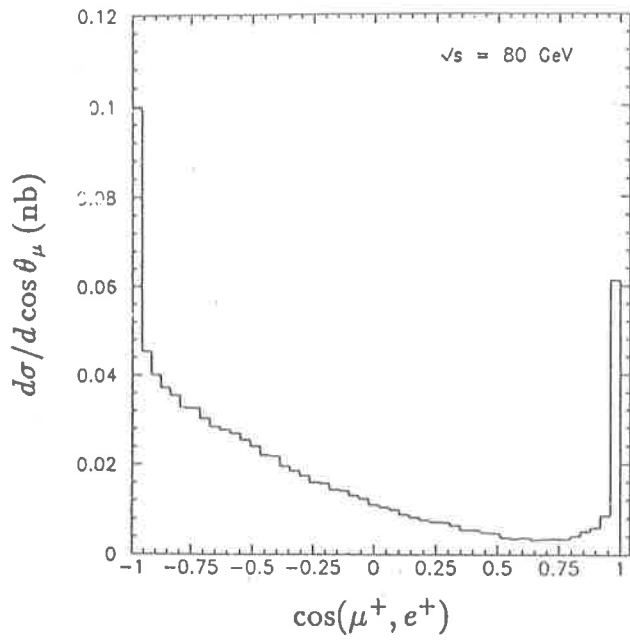


Figure 2.10: Distribution $d\sigma^{(1)}/d \cos \theta_\mu$

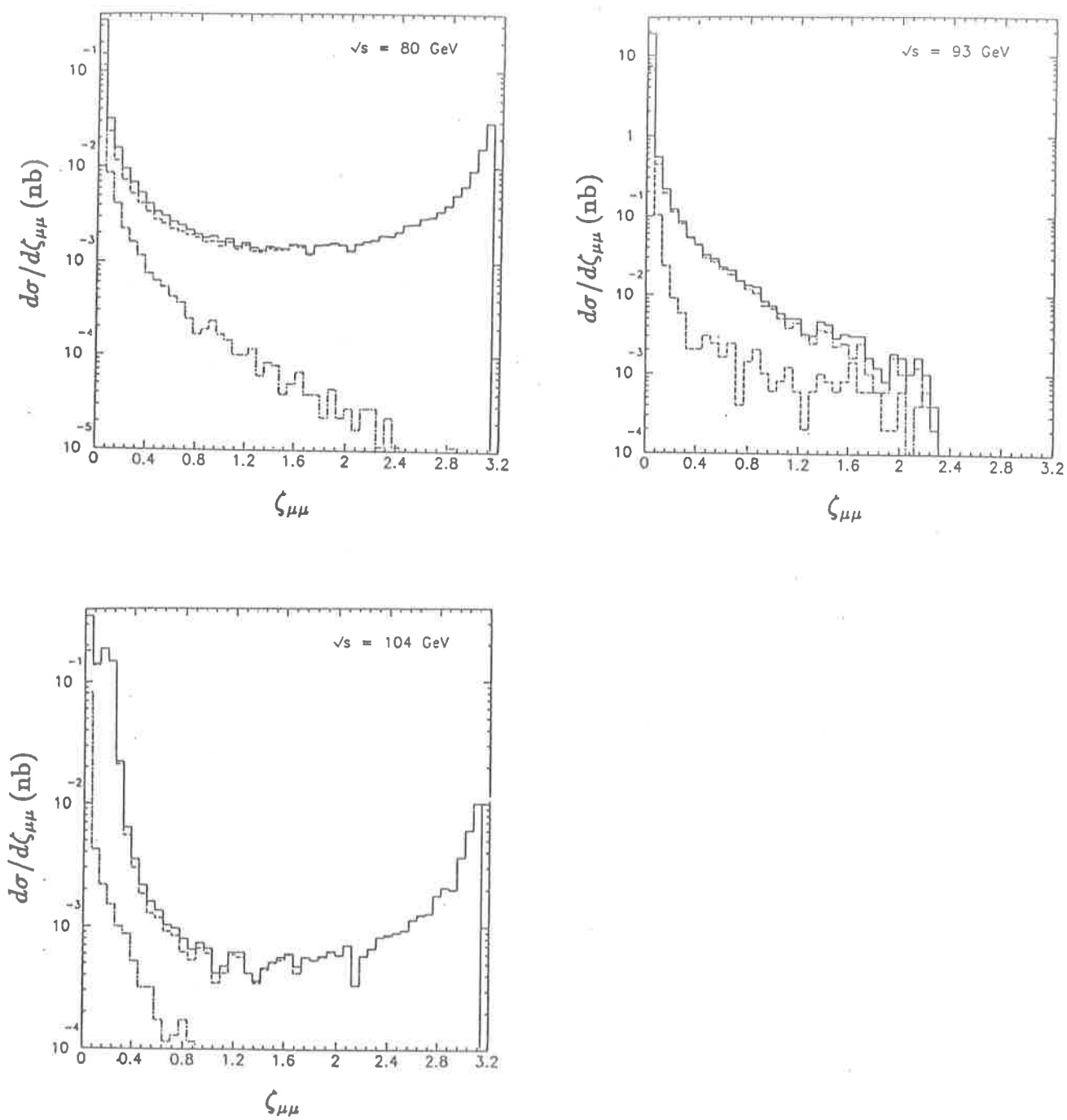


Figure 2.11: $d\sigma^{(1)}/d\zeta_{\mu\mu}$: contribution initiale (- - -), finale (-.-), et calcul complet (—).

séparé les contributions des photons initiaux et finaux ¹⁴. L'explication de l'apparition des pics, ainsi que l'importance de l'émission initiale (resp. finale) en dehors du pic (resp. dessus) est en tout point similaire à celle rencontrée pour $d\sigma^{(1)}/dk$, puisque $\zeta_{\mu\mu}$ et k sont reliés cinématiquement par

$$\cos \zeta_{\mu\mu} \geq 2(1 - k)/(1 - k/2)^2 - 1,$$

relation qui pour de faibles énergies devient $\zeta_{\mu\mu}^{max} \sim k$. Ainsi le pic en $\zeta_{\mu\mu} = 0$ correspond aux événements où le photon est de faible énergie (pic en $1/k$). Le pic en $\zeta_{\mu\mu} = \pi$ est aussi facile à comprendre. Il correspond typiquement à l'émission d'un photon dur dans l'état initial, car lors de la transformation de Lorentz la paire $\mu^+\mu^-$ va avoir tendance à se former dans la direction opposée au photon, et plus ce dernier est énergétique plus la paire de muons est resserrée, soit $\zeta_{\mu\mu} \rightarrow \pi$. Or la distribution du spectre des photons durs initiaux possède un pic en $k = 1$ (fig 2.3), ce qui explique celui en $\zeta_{\mu\mu} = \pi$. Il en existe un troisième dont l'apparition est conditionnée par la valeur de s , le seuil se situant sur la résonance. Il est dû à la présence du Z^0 via son propagateur. En effet l'émission initiale tente d'exalter le terme en $1/B(k, s)$, soit à faire $\zeta_{\mu\mu} \approx k \approx 1 - M_Z^2/s = \zeta$. Remarquons pour terminer que prendre $k_0 = 0,003$ n'empêche pas d'avoir quelques ennuis lors de l'investigation de la zone $\zeta_{\mu\mu} \in [0, 10 \text{ mrad}]$ (fig. 2.12).

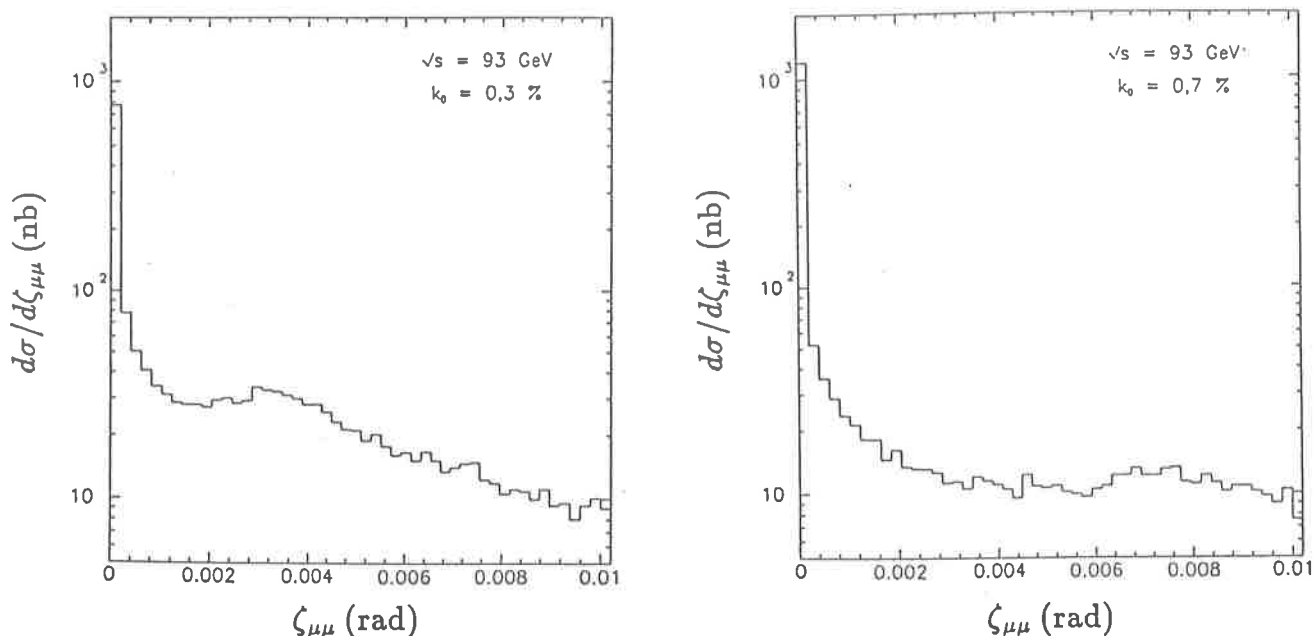


Figure 2.12: Effet de k_0 sur l'acolinéarité

2.3.6 Conclusion sur les corrections $O(\alpha)$ et MUSTRAAL

Nous avons pu établir dans ce paragraphe une expression complètement corrigée à l'ordre $O(\alpha)$. Mais $\sigma^{(1)}(k < k_0)$ devient négative quand $k_0 \rightarrow 0$ alors que nous pourrions être en droit de connaître la section efficace d'un processus où l'énergie totale perdue est inférieure à un seuil k_0 arbitrairement petit. Ceci est un problème de fond sur la validité

¹⁴D'un point de vue théorique on peut toujours faire cette distinction. D'autre part le pic en 0, comme dans le cas de $d\sigma^{(1)}/dk$ provient des corrections virtuelles et de l'émission de photons mous non générés par MUSTRAAL.

d'un calcul perturbatif dans ce cas précis. Il a été résolu dans les années 30 par F.Bloch et H.Nordsieck [13] qui ont montré que la contribution d'ordre $O(\alpha)$ n'est que le début du développement de l'exponentielle:

$$k_0^{e^i} = 1 + \beta \ln k_0 + O(\alpha^2) .$$

Ce résultat est appelé "exponentiation" et sera repris par la suite.

Ce même genre de raisonnement permet de prévoir [7,6] qu'une section efficace résonnante en $s = M^2$ ayant pour valeur σ_{max}^0 et de largeur Γ , est réduite par l'émission de photons lors de l'annihilation à:

$$\sigma_{max}^c \approx \sigma_{max}^0 \left(\frac{\Gamma}{M} \right)^{\beta_e} .$$

D'ailleurs remarquons que le développement au second ordre du paramètre effectif donne pour valeur 68% alors que le calcul complet donne 67% et le premier ordre 60%. Il sera donc nécessaire d'inclure l'ordre $O(\alpha^2)$ dans l'état initial, mais semble-t-il pas l'ordre $O(\alpha^3)$.

Le générateur MUSTRAAL développé par l'équipe de Leiden a présenté une étape importante dans la compréhension des corrections radiatives d'ordre $O(\alpha)$ QED. La description précise des calculs, bases du générateur, lui confère une solidité théorique irréprochable. Mais si d'un point de vue qualitatif (apparition des pics dans les distributions par exemple) le générateur reste encore très utile, d'un point de vue quantitatif, les prédictions n'atteignent pas le niveau de précision requis pour les expériences de LEP ($\Delta M_Z \approx \Delta \Gamma_Z \approx 50$ MeV). Il faut sans détour possible inclure les corrections d'ordres supérieurs, et construire un générateur d'événements similaire à MUSTRAAL pour les besoins concrets. C'est ce que nous proposons de présenter dans les paragraphes suivants.

2.4 Corrections d'ordre supérieur

2.4.1 Contribution de l'état initial

Ordre $O(\alpha^2)$

Il n'existe pas encore de résolution complète du problème de l'introduction des ordres supérieurs à $O(\alpha)$. Cependant F.A.Berends, G.J.H Burgers, et W.van Neerven [14] ont calculé le second ordre des corrections QED de l'état initial. Le principal résultat est donné en fonction de la variable $z = M_{\mu\mu}^2/s$. Il s'écrit

$$\frac{d\sigma_e^{(2)}}{dz}(s) = F_e^{(2)}(z, s)\sigma^{(0)}(zs), \quad (2.13)$$

expression identique à celle (2.10) du premier ordre avec cette fois:

$$\begin{aligned} F_e^{(2)}(z, s) = & \delta(1-z) \left[1 + \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^{V+S}(s) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \delta_2^{V+S}(s) \right] + \frac{\beta_e}{(1-z)_+} \left[1 + \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^{V+S}(s) \right] \\ & + \beta_e^2 \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ + \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^H(z, s) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \delta_2^H(z, s). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Les diverses fonctions δ sont définies par:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^{V+S}(s) &= \frac{3}{4} \beta_e + \frac{\alpha}{\pi} A_0, \quad \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^H(z, s) = -\beta_e \frac{1+z}{2}, \\ \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \delta_2^{V+S}(s) &= \frac{A}{4} \beta_e^2 + \frac{\alpha \beta_e}{2\pi} (2A + B) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 (A + B + C), \end{aligned}$$

enfin $\delta_2^H(z, s)$ a le même développement que $\delta_2^{V+S}(s)$ en changeant A, B, C respectivement par $A(z), B(z)$ et $C(z)$. Les expressions des constantes et des fonctions se trouvent en annexe B. Notons que $F_e^{(2)}$ se réduit à $F_e^{(1)}$ au premier ordre.

Nous pouvons comparer les variations de $F_e^{(2)}$ (2.14) à celle du premier ordre (2.10) (figure 2.13). La différence est nette surtout pour des valeurs de $z \sim 1$, soit des énergies rayonnées faibles. Sur la figure 2.14 est représenté le spectre $d\sigma/dE_\gamma$ pour $E_\gamma < 2,5 \text{ GeV}$: l'ordre $O(\alpha)$ a tendance à durcir nettement celui-ci par rapport à l'ordre $O(\alpha^2)$.

Exponentiation

L'expression (2.14) contient un développement de fonctions + reconnaissable en regroupant les termes et en négligeant les contributions de l'ordre $O(\alpha^3)$:

$$\left\{ \delta(1-z) + \frac{\beta_e}{(1-z)_+} + \beta_e^2 \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ \right\} \left[1 + \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^{V+S}(s) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \delta_2^{V+S}(s) \right]. \quad (2.15)$$

Le facteur entre accolades

$$\{ \dots \} = \delta(1-z) \left\{ 1 + \beta_e \ln \epsilon + \frac{1}{2!} \beta_e^2 \ln^2 \epsilon \right\} + \vartheta(1-z-\epsilon) \beta_e \frac{1}{1-z} \{ 1 + \beta_e \ln(1-z) \},$$

n'est autre que le début du développement de :

$$\beta_e (1-z) \beta_e^{-1}$$

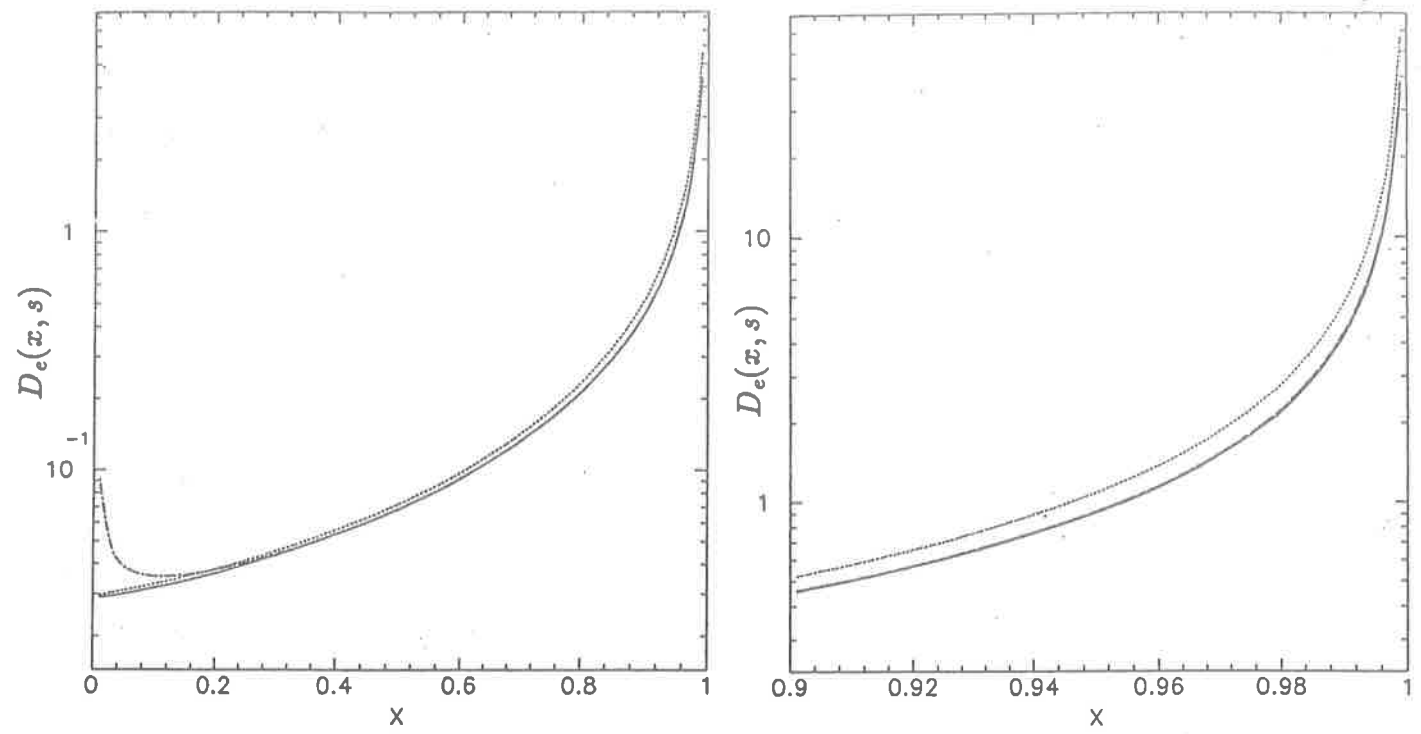


Figure 2.13: Différence entre $O(\alpha)$ (...), $O(\alpha^2)$ (—), exponentiation (- - -), $F_e^{II} + F_e^{III}$ (-.-.)

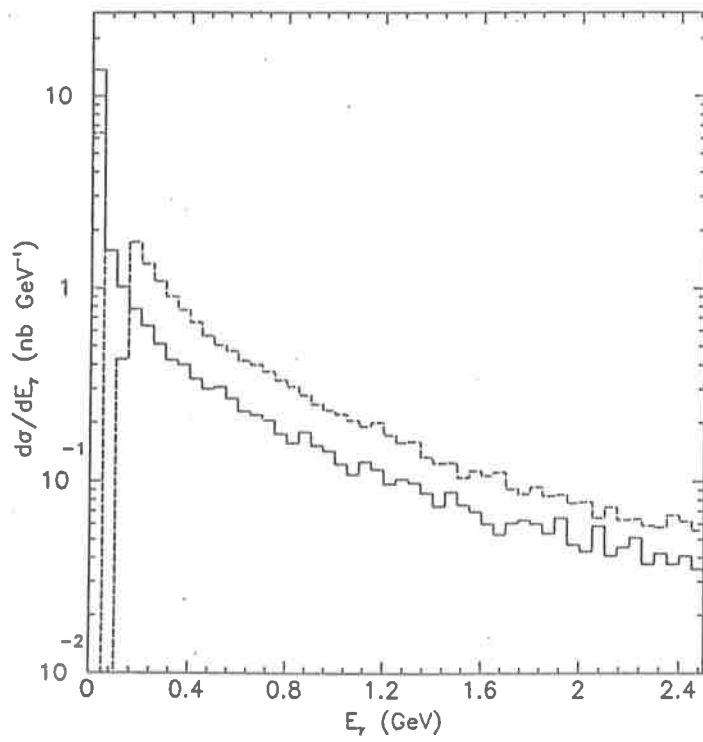


Figure 2.14: $d\sigma/dE_\gamma$: $O(\alpha)$ (- - -), $O(\alpha^2)$ (—)

par rapport à β_e lorsque $\epsilon \rightarrow 0$. Cette "exponentiation" est à rapprocher de celle de Bloch et Nordsieck déjà citée; nous la retrouverons plus loin. Remarquons que l'expression entre crochets dans (2.15) contient un autre développement ¹⁵ en puissance de β_e qui s'exponentie

$$\frac{\exp\left\{\frac{\beta_e}{4}(3-4\gamma_E)\right\}}{\Gamma(1+\beta_e)} = 1 + \frac{3}{4}\beta_e + \frac{A}{4}\beta_e^2 + O(\beta_e^3) .$$

Ainsi $F_e^{(2)}(z, s)$ prend la forme exponentiée:

$$\begin{aligned} F_e(z, s) = & \left(1 + \frac{\alpha}{\pi}A_0\right) \frac{\exp\left\{\frac{\beta_e}{4}(3-4\gamma_E)\right\}}{\Gamma(1+\beta_e)} \beta_e(1-z)^{\beta_e-1} - (1+z)\frac{\beta_e}{2} + \frac{A(z)}{4}\beta_e^2 \\ & + \frac{\alpha\beta_e}{2\pi} \left\{ \left(2A + B - \frac{3}{2}A_0\right) \delta(1-z) + 2A(z) + B(z) + (1+z)A_0 \right\} \\ & + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \{(A+B+C)\delta(1-z) + A(z) + B(z) + C(z)\} . \end{aligned} \quad (2.16)$$

L'exponentiation des singularités en $z \sim 1$ (contribution majeure des corrections radiatives) n'améliore en rien l'expression de l'ordre $O(\alpha^2)$ (fig. 2.13). Nous sommes donc en droit de penser que les corrections complètes de l'ordre $O(\alpha^3)$ ne sont pas nécessaires. Par contre l'expression (2.16) est plus élégante et facile à manier car elle ne fait plus intervenir de fonctions γ . Cet avantage n'est pas superflu car il permet de supprimer la présence du paramètre k_0 du premier ordre, cause de bien des ennuis du générateur MUSTRAAL.

Il est intéressant de remarquer pour les discussions futures que:

$$\begin{aligned} F_e^{(2)}(z, s) = & \left(1 + \frac{\alpha}{\pi}A_0\right) \left[\delta(1-z) + \frac{\beta_e}{2}P_{ee} \right] + \frac{\beta_e^2}{8}P_{ee} * P_{ee} \\ & + \frac{\alpha\beta_e}{2\pi} \left\{ \left(2A + B - \frac{3}{2}A_0\right) \delta(1-z) + 2A(z) + B(z) + (1+z)A_0 \right\} \\ & + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \{(A+B+C)\delta(1-z) + A(z) + B(z) + C(z)\} . \end{aligned} \quad (2.17)$$

Nous avons défini le produit de convolution $*$ par:

$$(f * g)(z) = \int_0^1 \delta(z-xy) f(x)g(y) dx dy = \int_z^1 \frac{dx}{x} f(x)g\left(\frac{z}{x}\right) ,$$

ainsi

$$P_{ee} * P_{ee} = 2[A\delta(1-z) + A(z)] + 8 \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ + \frac{6}{(1-z)_+} .$$

Corrections fermioniques

A l'ordre $O(\alpha^2)$ il existe des corrections du canal $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ faisant intervenir une paire e^+e^- comme sur la figure 2.15. La référence [14] donne de la même façon que pour les corrections photoniques la section efficace corrigée. Il faut ajouter à $F_e^{(2)}(z, s)$:

$$F_e^{II}(z, s) = \frac{\beta_e^2}{24}P_{ee} + O(\alpha\beta_e, \alpha^2) ,$$

¹⁵Notons le développement $\Gamma^{-1}(1+x) = 1 + \gamma_E x + \frac{1}{2}x^2(\gamma_E^2 - \zeta(2)) + O(x^3)$ avec $\gamma_E = 0,577215$.

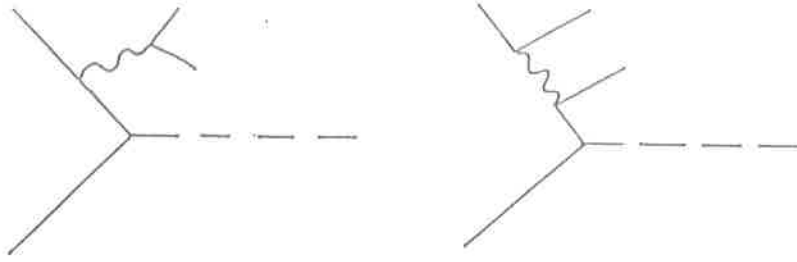


Figure 2.15: Corrections fermioniques: à gauche non-singlet, à droite singlet

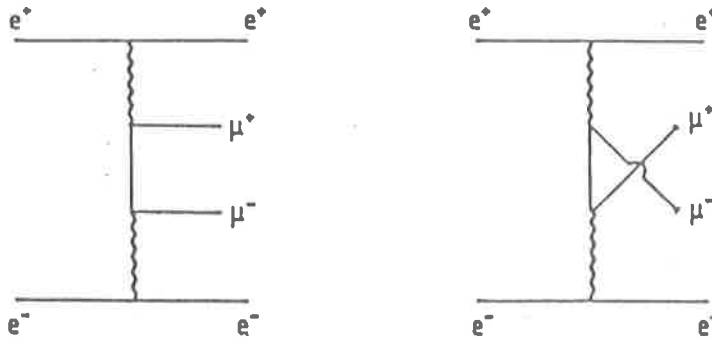


Figure 2.16: Voie t du processus $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$

$$F_e^{III}(z, s) = \frac{\beta_e^2}{16} \left\{ \frac{4}{3z} + 2(1+z) \ln z + 1 - z - \frac{4z^2}{3} \right\} + O(\alpha\beta_e, \alpha^2), \quad (2.18)$$

$$\text{et } F_e^{IV}(z, s) = O(\alpha^2),$$

corrections correspondant respectivement aux parties non singlet, singlet et à leur interférence mutuelle. Les termes en $O(\alpha\beta_e, \alpha^2)$ de ces corrections peuvent être négligés (à mieux que 0,001 près). Par contre nous pouvons tenir compte de F_e^{II} en remplaçant¹⁶ dans l'expression (2.17), β_e par [24]:

$$\beta_e + \frac{\beta_e^2}{12} = \eta' = -6 \ln(1 - \frac{\beta_e}{6}). \quad (2.19)$$

Si F_e^{II} ne change pas la physionomie de F_e , il n'en est pas de même de F_e^{III} qui domine pour $z \leq 0,1$ (fig. 2.13). Ce pic est d'origine coulombienne du même type que celui en $z = 1$ en changeant le rôle du photon par celui de la paire $\mu^+\mu^-$ produite à faible énergie. Dans cette région de z , le processus $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ est dominé par le graphe en deux photons (fig. 2.16). Il sera nécessaire de faire une coupure en z pour éliminer ces contributions [$z \geq 0,25 \Rightarrow M_{\mu\mu} \geq M_Z/2$]. Dans la suite, même si nous ne faisons pas de coupure, nous négligerons ces contributions ainsi que celle de F_e^{III} .

La section efficace s'obtient par intégration de la formule (2.13), elle est égale à:

$$\sigma_e(M_{\mu\mu}^2 > sz_{min}) = \int_{z_{min}}^1 F_e(z, s) \sigma^{(0)}(zs) dz. \quad (2.20)$$

¹⁶Nous négligeons toujours les termes $O(\alpha^3)$.

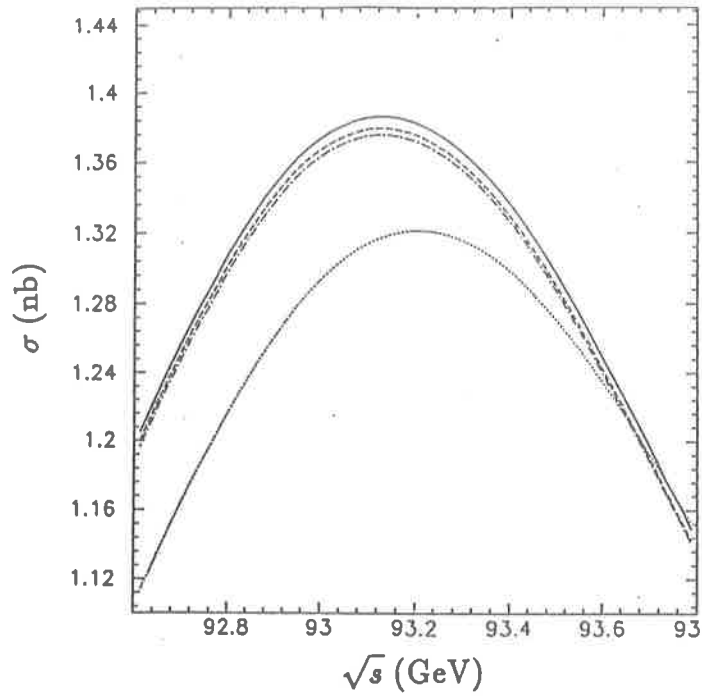


Figure 2.17: Section efficace: (...) $O(\alpha)$, (- -) $O(\alpha^2)$, (-.-.) + " F_e^{II} ", (—) + " \mathcal{F}_μ "

Passant de l'ordre $O(\alpha)$ à $O(\alpha^2)$ l'allure de la courbe n'est pas changée, par contre les détails de la résonance y sont sensibles (fig. 2.17). Nous notons une remontée ¹⁷ d'environ 9,6% (passant de 1,320nb à 1,382nb), et un déplacement du maximum de 200MeV à 130MeV au dessus de la valeur de M_Z . L'exponentiation ne modifie en rien les chiffres ci-dessus, par contre la contribution de F_e^{II} baisse de deux picobarns la hauteur du pic (soit de 0,2%). Remarquons que si nous avons porté la section efficace produite avec F_e^{III} , celle-ci aurait été de l'ordre d'une centaine de nanobarns.

2.4.2 Contribution de l'état final

O.Nicosini et L.Trentadue [15] ont proposé d'introduire le spectre final de la même façon que le spectre initial. Nous avons vu qu'au premier ordre il existe une grande similitude entre les deux spectres. Pour mémoire si $1-x$ et $1-y$ sont les fractions d'énergies rayonnées respectivement par l'état initial et final alors:

$$\frac{d\sigma_e^{(1)}}{dx} = F_e^{(1)}(x, s)\sigma^{(0)}(xs),$$

et par le changement simple de m_e et s' , en m_μ et s

$$\frac{d\sigma_\mu^{(1)}}{dy} = F_\mu^{(1)}(y, ys)\sigma^{(0)}(s).$$

Ces deux distributions peuvent être regroupées en une seule, soit:

$$\frac{d^2\sigma_{e+\mu}^{(1)}}{dxdy} = F_e^{(1)}(x, s)\sigma_0(xs)F_\mu^{(1)}(y, xys),$$

¹⁷Il est aisé de retrouver ces résultats en prenant $F_e \sim \Delta\beta_e(1-z)^{\beta_e-1}$, et une section efficace modélisée par un créneau centré en M_Z de largeur Γ_Z et de hauteur $\sigma_{max}^{(0)}$: $\Delta(\Gamma_Z/M_Z)^{\beta_e}\sigma_{max}^{(0)}$ soit environ 75% de réduction par rapport à l'approximation de Born.

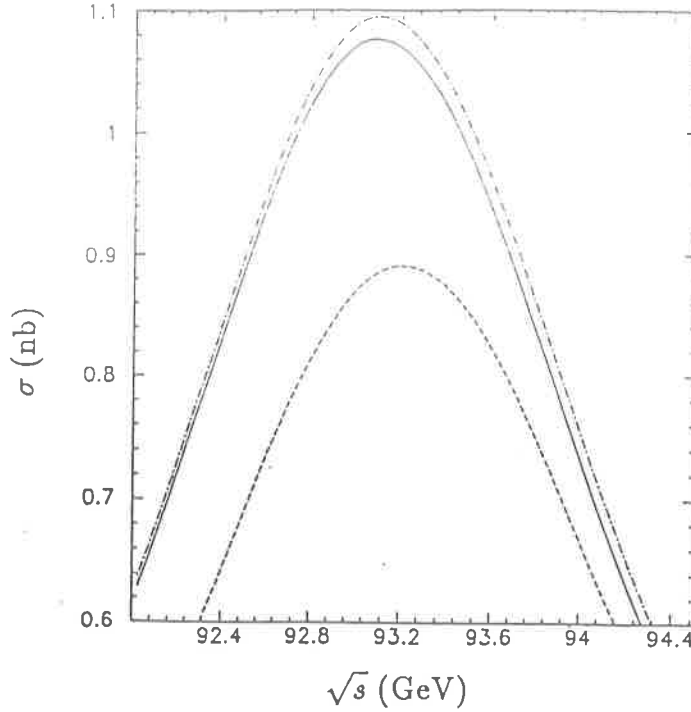


Figure 2.18: Section efficace pour $E_\gamma \leq 1\text{GeV}$: (-) expression (2.21) sans corrections fermioniques, (-.-) Greco et al, (- -) $O(\alpha)$

car pour retrouver les spectres individuels il suffit de faire respectivement $F_\mu^{(1)}(y, s) \rightarrow \delta(1 - y)$ ou $F_e^{(1)}(x, s) \rightarrow \delta(1 - x)$. C'est à dire de supprimer l'émission de photon dans l'état final pour obtenir le spectre initial par exemple. Maintenant si nous transposons les expressions (2.14, 2.16) de F_e à F_μ ¹⁸ en faisant le changement de masse nécessaire, l'expression ci-dessus redonne bien l'équation (2.13) exacte au second ordre en inhibant la radiation finale. Introduisons $z = xy = M_{\mu\mu}^2/s$ variant de z_{min} (par défaut égale à $4m_\mu^2/s$) à $z = 1$ alors:

$$\frac{d\sigma_{e+\mu}}{dz} = \int_{z_{min}}^1 \frac{dx}{x} \sigma^{(0)}(sx) F_e(x, s) F_\mu\left(\frac{z}{x}, zs\right).$$

Ainsi la section efficace totale a pour expression:

$$\sigma_{e+\mu}(M_{\mu\mu}^2 > sz_{min}) = \int_{z_{min}}^1 dt F_e(t, s) \mathcal{F}_\mu\left(\frac{z_{min}}{t}, ts\right) \sigma^{(0)}(ts) \quad (2.21)$$

où¹⁹

$$\mathcal{F}_\mu(x, s) = \int_x^1 dy F_\mu(y, ys).$$

L'introduction de l'émission finale (fig 2.17) ajoute six picobarn par rapport à la prédiction de (2.13 + " F_e^{II} "), ce qui finalement donne 1,386 nanobarn pour la valeur du maximum.

Nous avons négligé les termes d'interférence jusqu'alors, étant donné leur faible contribution déjà au premier ordre. Il est toutefois possible de comparer les résultats de Greco et al pour un spectre de photons réduit à $E_\gamma \leq 1\text{GeV}$. Ils sont supposés tenir compte de toutes les contributions pour le spectre des photons dont l'énergie totale est inférieure à Δ de valeur inconnue. La valeur de 1GeV sera justifiée plus loin. Nous remarquons

¹⁸Noter que $F_\mu(y, yxs) \approx F_\mu(y, xs)$

¹⁹Dans la référence [15] on a $z_{min}/t \rightarrow z_{min} - t$ mais aucune différence n'est visible numériquement.

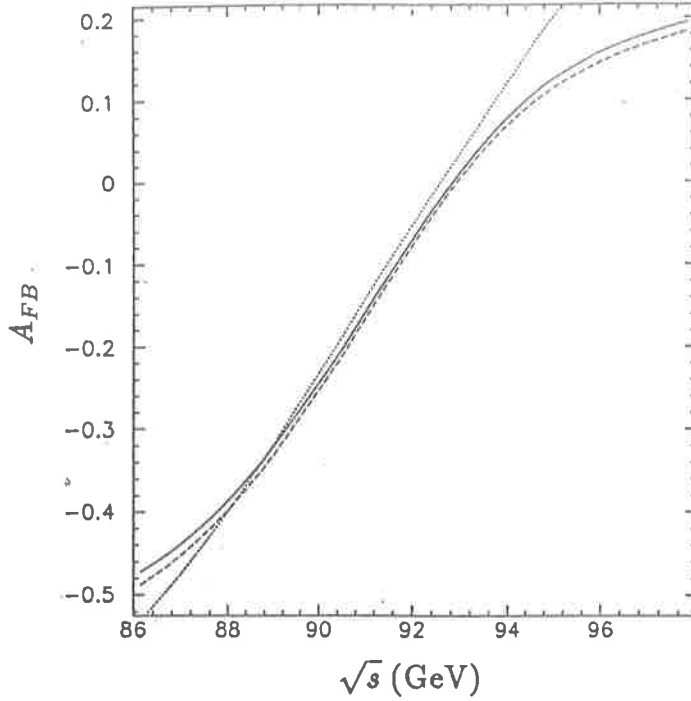


Figure 2.19: Asymétrie :(-) expression (2.22), (- -) $O(\alpha)$, (...) terme de Born

un assez bon accord (fig. 2.18): la différence de normalisation n'est due ni aux termes d'interférences, ni à la façon d'introduire l'émission finale, mais semble-t-il typiquement à l'approximation des photons mous faite dans la référence [17], qui nous le savons n'est plus suffisante après la résonance. Donc les termes d'interférence ne jouent pas de rôle significatif pour la section efficace même avec des coupures relativement sévères.

Notons pour finir que l'émission dans l'état final réduit sensiblement la section efficace (environ 0,2 nanobarn) dans la configuration $E_\gamma \leq 1\text{GeV}$, contrairement au cas où il n'y a pas de coupure. Ceci peut qualitativement se comprendre simplement si dans l'expression (2.21) nous remplaçons \mathcal{F}_μ par une valeur approchée $(1 + 3\beta_\mu/4)(1 - z_{\min})^{\beta_\mu}$, car pour $z_{\min} \geq 0,45$ nous constatons que $\mathcal{F}_\mu < 1$.

2.4.3 Asymétrie avant-arrière

Nous avons remarqué au premier ordre (2.11) que la quantité $(\sigma A_{FB})^{(1)}$ peut être calculée d'une manière très élégante à l'aide de $F_e^{(1)}$. Maintenant d'une part nous étendons le formalisme au second ordre en prenant l'expression (2.16) de F_e avec β_e remplacé par η' , d'autre part vu la formule (2.21) une généralisation peut être [16]:

$$(\sigma A_{FB})_{e+\mu}(M_{\mu\mu}^2 > sz_{\min}) = \int_{z_{\min}}^1 dt F_e(t, s) \mathcal{F}_\mu\left(\frac{z_{\min}}{t}, ts\right) (\sigma A_{FB})^{(0)}(ts) [1 - c^2(t)], \quad (2.22)$$

étant donné que l'émission colinéaire de l'état final ne change pas la distribution angulaire des muons.

L'asymétrie correspondant à la formule (2.22) est supérieure à celle du premier ordre (fig. 2.19) tout en gardant la même allure. Nous dirons maintenant que deux valeurs d'asymétries sont égales si elles ne diffèrent pas de plus de 0,003. Nous avons comparé avec succès les résultats de l'expression (2.22) avec ceux du générateur DYMU2 (que nous détaillerons plus loin) qui tient compte de l'exponentiation dans l'état initial, final et des distributions angulaires des photons. Les termes d'interférences ne jouent aucun rôle comme dans le cas du premier ordre.

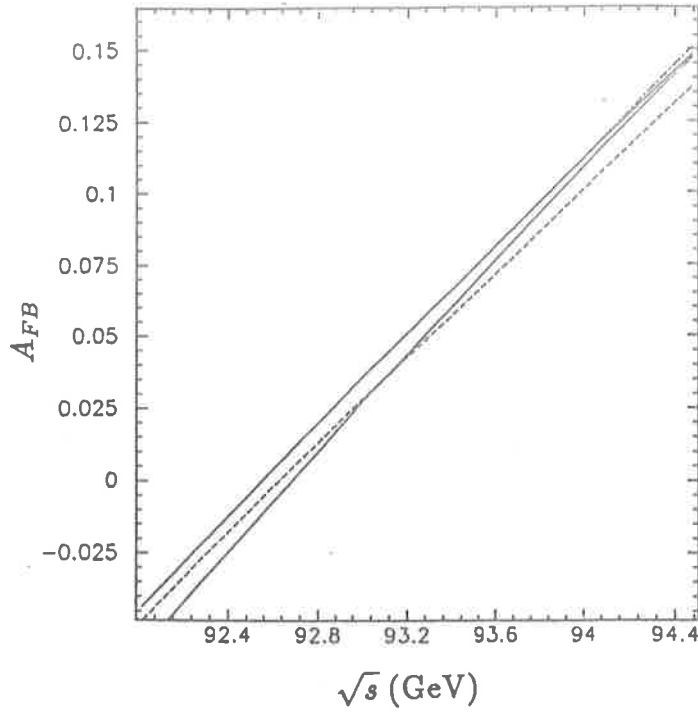


Figure 2.20: Asymétrie pour $E_\gamma \leq 1\text{GeV}$: (-) la plus basse correspondant à l'expression (2.20) et la plus haute ajoutant le terme d'interférence (2.23), (-.-) Greco et al, (-.-) $O(\alpha)$

Prenons maintenant z_{min} tel que l'énergie totale rayonnée vérifie $E_\gamma \leq 1\text{GeV}$, comme lors de l'étude de la section efficace. Il y a une certaine différence remarquable (fig. 2.20) due aux termes d'interférences contenus dans les expressions de Greco et al. En fait lors de la prise en compte du spectre total des photons, il y a une suppression des effets venant de la partie singulière du spectre en $z \sim 1 (\Leftrightarrow k \sim 0)$ par ceux venant de la partie régulière. Or ici seule la première est à considérer. L'accord est parfaitement restauré en ajoutant à l'expression (2.22) l'asymétrie du premier ordre venant des diagrammes en boîte et de l'interférence pour les photons tels que $k < k_0$:

$$\left[\int_0^1 dc - \int_{-1}^0 dc \right] 2\pi \left(\frac{d\sigma_{boite}^{(1)}}{d\Omega_\mu} + \int_0^{1-z_{min}} dk \frac{d\sigma_{int}^{(1)}}{d\Omega_\mu dk} \right), \quad (2.23)$$

définis en annexe A.2 et A.3. De façon pragmatique on peut utiliser l'expression (2.22) tant que $z_{min} \leq 0,95$, et tenir compte de la modification ci-dessus dans le cas contraire.

2.5 Fonctions de structure

2.5.1 Approximation des logarithmes dominants

Le processus Drell-Yan (fig. 2.21), connu pour d'écrire les processus $p\bar{p} \rightarrow \mu^+\mu^- + X$, peut se transposer [18] aux collisions e^+e^- . Dans ce formalisme la section efficace s'écrit:

$$\sigma(s) = \int \int D(x_1, s) D(x_2, s) \sigma^{(0)}(x_1 x_2 s) dx_1 dx_2. \quad (2.24)$$

La fonction $D(x, s)$ s'interprète comme la probabilité de trouver un positron (ou un électron) ayant la fraction x de l'impulsion du positron (ou de l'électron) incident. Cette fonction est conjointement liée à la probabilité de trouver un photon dans un positron (électron) que nous noterons $\gamma(x, s)$.

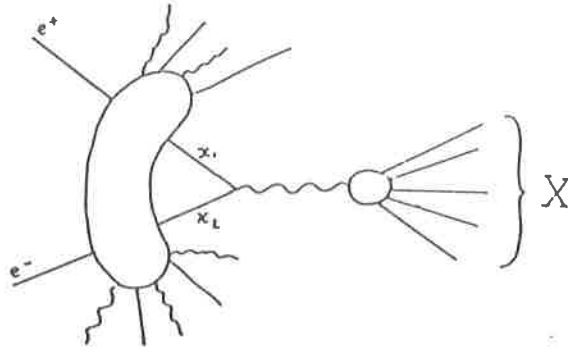


Figure 2.21: Processus à la Drell-Yan

Equations d'évolution

$D(x, s)$ et $\gamma(x, s)$ satisfont les équations d'évolution de Lipatov-Altarelli-Parisi qui s'écrivent [19,20]:

$$\begin{aligned} s \frac{d}{ds} D(x, s) &= \frac{\alpha(s)}{2\pi} [(D * P_{ee})(x, s) + (\gamma * P_{e\gamma})(x, s)] \\ s \frac{d}{ds} \gamma(x, s) &= \frac{\alpha(s)}{2\pi} [(D * P_{\gamma e})(x, s) + (\gamma * P_{\gamma\gamma})(x, s)] \end{aligned} \quad (2.25)$$

où $\alpha(s)$, la constante de couplage QED, dépend de s via l'équation de renormalisation:

$$\frac{\alpha}{\alpha(s)} = 1 - \frac{1}{3\pi} \alpha L_e + O(\alpha^2 L_e) \quad \text{avec} \quad \alpha(m_e^2) \equiv \alpha \sim 1/137. \quad (2.26)$$

Les fonctions P_{ee} , $P_{\gamma e}$, $P_{e\gamma}$ et $P_{\gamma\gamma}$ sont ce que la littérature nomme les "splitting functions", elles reflètent respectivement la facilité avec laquelle un électron peut se transformer en électron, ou en photon, ou bien un photon en électron ou en photon. Nous avons déjà rencontré P_{ee} tandis que

$$\begin{aligned} P_{e\gamma}(x, s) &= [x^2 + (1-x)^2] + O(\alpha(s)), \\ P_{\gamma e}(x, s) &= \frac{1 + (1-x)^2}{x} + O(\alpha(s)), \\ P_{\gamma\gamma} &= O(\alpha^2(s)). \end{aligned}$$

Le dernier résultat est dû au manque d'un vertex avec deux photons en QED (différence fondamentale avec QCD et les gluons).

Le système d'équations (2.25) n'est pas suffisant pour déterminer les solutions, il faut ajouter des conditions aux limites telles que:

$$D(x, m_e^2) = \delta(1-x) \quad \text{et} \quad \gamma(x, m_e^2) = 0,$$

correspondant au cas d'un électron libre sur sa couche de masse, donc sans interaction. Malheureusement même si le système est complet il n'existe pas de solution générale explicite et complète. Deux voies restent ouvertes: le développement de solutions exactes du système en série de perturbations (cf développement en ϵ) [19], soit la recherche de solutions exactes et explicites mais dans un domaine restreint de l'espace (x, s) (cf Gribov-Lipatov) [21].

Développement en ϵ

La première des méthodes a beaucoup servi pour résoudre les équations du groupe de renormalisation [22], et se nomme développement en ϵ . Il s'agit d'un développement formel des solutions de (2.25):

$$D(x, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n D^{(n)}(x, s), \quad \gamma(x, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n \gamma^{(n)}(x, s) \quad (2.27)$$

avec les contraintes

$$D^{(0)}(x, s) = D(x, m_e^2) = \delta(1-x) \text{ et } \gamma^{(0)}(x, s) = \gamma(x, m_e^2) = 0 .$$

Nous considérerons de plus les fonctions P_{ij} comme étant des perturbations d'ordre ϵ .

Par identification des deux membres des équations (2.25) lors du développement en série, nous obtenons au premier ordre:

$$s \frac{d}{ds} D^{(1)}(x, s) = \frac{\alpha(s)}{2\pi} [D^{(0)} * P_{ee} + \gamma^{(0)} * P_{e\gamma}], \quad (2.28)$$

or $D^{(0)} * P_{ee} = P_{ee}(x)$ d'où

$$D^{(1)}(x, s) = \left(\int_{m_e^2}^s \frac{\alpha(s')}{2\pi} \frac{ds'}{s'} \right) P_{ee}(x) .$$

L'expression (2.26) de $\alpha(s)$ permet de calculer:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{2}{\pi} \int_{m_e^2}^s \alpha(s') \frac{ds'}{s'} = -6 \ln \left(1 - \frac{\alpha L_e}{3\pi} \right) \\ &= \frac{2}{\pi} \alpha L_e + \frac{1}{3\pi^2} (\alpha L_e)^2 + O[(\alpha L_e)^3] . \end{aligned} \quad (2.29)$$

Ainsi nous pouvons écrire:

$$D^{(1)}(x, s) = \frac{\eta}{4} P_{ee}(x) .$$

En procédant de la même façon avec la deuxième équation de (2.25), il vient naturellement:

$$\gamma^{(1)}(x, s) = \frac{\eta}{4} P_{\gamma e}(x) .$$

Pour calculer $D^{(2)}$ il suffit de remplacer respectivement les indices (1) et (0) par (2) et (1) dans l'équation (2.28). La dépendance en s fait intervenir à présent une intégrale multiple (facilement généralisable):

$$\int_{m_e^2}^s \frac{\alpha(s')}{2\pi} \left(\int_{m_e^2}^{s'} \frac{\alpha(s'')}{2\pi} \frac{ds''}{s''} \right) \frac{ds'}{s'} = \frac{1}{2!} \left(\int_{m_e^2}^s \frac{\alpha(s')}{2\pi} \frac{ds'}{s'} \right)^2 = \frac{1}{2!} \left(\frac{\eta}{4} \right)^2 .$$

Nous obtenons ainsi:

$$D^{(2)}(x, s) = \frac{1}{2!} \left(\frac{\eta}{4} \right)^2 [P_{ee} * P_{ee} + P_{\gamma e} * P_{e\gamma}] ,$$

avec

$$P_{e\gamma} * P_{\gamma e} = \frac{4}{3\pi} + 2(1+x) \ln x + 1 - x - \frac{4x^2}{3} ,$$

expression que nous avons rencontrée dans celle de F_e^{III} (2.19). Remarquons que l'expression (2.19) de η' correspond exactement à celle de η où β_e remplace $2\alpha L_e/\pi$ (2.29), correspondant à l'approximation des logarithmes dominants (termes en $(\alpha L_e)^n$ où $L_e \sim 24$). Le raisonnement développé ci-dessus peut aisément se poursuivre; formellement nous pouvons prolonger les séries (2.27) en $\epsilon = 1$. Il vient

$$\begin{aligned}\gamma(x, s) &= \frac{\eta}{4} P_{\gamma e}(x) + \dots \\ D(x, s) &= \delta(1-x) + \frac{\eta}{4} P_{ee}(x) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\eta}{4}\right)^2 [P_{ee} * P_{ee} + P_{e\gamma} * P_{\gamma e}] + \dots\end{aligned}\quad (2.30)$$

L'expression de $D(x, s)$ est à rapprocher de celle de F_e (2.17 et 2.19) où $\eta/2$ remplace β_e . Nous verrons plus loin que ceci n'est pas fortuit.

Si nous nous plaçons dans l'approximation non - singlet ($\gamma(x, s) \equiv 0$) alors:

$$\begin{aligned}D(x, s) &= \delta(1-x) + \frac{\eta}{4} P_{ee}(x) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\eta}{4}\right)^2 P_{ee} * P_{ee} + \dots \\ &+ \frac{1}{n!} \left(\frac{\eta}{4}\right)^n (P_{ee}^*)^{(n)} + \dots,\end{aligned}\quad (2.31)$$

ou d'une manière compacte:

$$D(x, s) = \exp \left\{ \frac{\eta}{4} P_{ee}^* \right\} \quad (2.32)$$

Remarquons que la normalisation de $D(x, s)$ est donnée par celle de $D^{(0)}(x, s)$, 1 en l'occurrence. Il est raisonnable de penser que seul le cas singlet peut par l'excitation d'électrons de "valence" modifier la conservation du nombre d'électrons dans un électron par exemple, c'est-à-dire la normalisation de $D(x, s)$.

Notons que G. Altarelli et al [19] tiennent compte des différents types de fermions intervenant dans la polarisation du vide, en changeant dans l'expression de $\alpha(s)$: L_e par $\tilde{L} = \sum_{f=e}^{f(s)} Q_f^2 \ln(s/m_f^2)$, la somme portant sur tous les fermions susceptibles d'être produit avec la valeur de s considérée. Numériquement ce raffinement n'est pas perceptible.

Enfin même si l'équation (2.32) est élégante, pour connaître le terme d'ordre n il faut effectuer les n convolutions. Par contre nous allons voir que dans certaines conditions nous pouvons exhiber une expression explicite exacte.

Solution Exacte: Gribov - Lipatov

Introduisons la transformation de Mellin:

$$e_n(s) = \int_0^1 dx x^{n-1} D(x, s) \text{ et } A_n(s) = \int_0^1 dx x^{n-1} P_{ee}(x, s).$$

En se plaçant dans l'approximation non - singlet la première équation du système (2.25) devient:

$$s \frac{d}{ds} e_n(s) = \frac{\alpha(s)}{2\pi} e_n(s) A_n(s).$$

Comme P_{ee} est indépendant de s , il en est de même pour A_n , d'où

$$e_n(s) = \exp \left(\frac{\eta}{4} A_n \right) \text{ avec } A_n = \frac{3}{2} - 2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Si maintenant nous nous plaçons au voisinage de $x = 1$, ceci correspond à $n \approx \infty$ dans l'espace réciproque de la transformation de Mellin. Il vient alors:

$$n \rightarrow \infty \Rightarrow A_n = \frac{3}{2} - 2\gamma_E - 2 \ln n + O(1/n)$$

soit

$$e_n(s) = \exp\left(\frac{\eta}{8}(3 - 4\gamma_E)\right) e^{-\frac{\eta}{2} \ln n}.$$

Comme nous avons pour $n \rightarrow \infty$

$$\frac{(n-1!)}{\Gamma(n + \eta/2)} \approx e^{-\frac{\eta}{2} \ln n},$$

en reportant dans e_n et en prenant la transformation inverse de Mellin nous obtenons la solution dite de Gribov-Lipatov [21]:

$$x \approx 1 \quad D(x, s) = \frac{\exp\left\{\frac{\eta}{8}(3 - 4\gamma_E)\right\}}{\Gamma(1 + \frac{\eta}{2})} \left(\frac{\eta}{2}\right) (1-x)^{\frac{\eta}{2}-1}. \quad (2.33)$$

Cette expression reformule le résultat de Bloch et Nordsieck sur la resommation des singularités du spectre des photons.

Il est possible d'améliorer la solution (2.33) pour les x non voisins de 1 en ajoutant les contributions régulières de P_{ee} et de $P_{ee} * P_{ee}$:

$$D_e(x, s) = \frac{\exp\left\{\frac{\eta}{8}(3 - 4\gamma_E)\right\}}{\Gamma\left(1 + \frac{\eta}{2}\right)} \frac{\eta}{2} (1-x)^{\frac{\eta}{2}-1} - (1+x) \frac{\eta}{4} + \frac{A(x)}{16} \eta^2 + O(\eta^3). \quad (2.34)$$

Cette dernière expression est la meilleure que l'on puisse tirer à l'heure actuelle du système (2.25) avec uniquement la première famille de fermions en jeu. Remarquons enfin que la normalisation à 1 de D_e est assurée jusqu'à l'ordre η^2 inclus²⁰.

2.5.2 Au delà des logarithmes dominants

Jusqu'à présent l'expression de $D(x, s)$ (2.34) ne fait intervenir qu'un développement en $(\alpha L_e)^n$ via η . Mais pour un ordre donné en α il doit exister des termes du genre $\alpha(\alpha L_e)^{n-1}$ nommés "next-to-leading", mais aussi en $\alpha^2(\alpha L_e)^{n-2}$ (ou "next-to-next-to-leading") etc. Il se trouve que les équations de Lipatov-Altarelli-Parisi ne sont pas modifiées dans leur forme [20] si nous écrivons:

$$P_{ij}(x, s) = P_{ij}^{(0)}(x) + \frac{\alpha(s)}{\pi} P_{ij}^{(1)}(x) + \dots,$$

où les fonctions $P_{ij}^{(0)}(x)$ sont celles utilisées dans le précédent paragraphe. Malheureusement le calcul des termes en α^2 et $\alpha^2 L_e$ de $D(x, s)$ n'a jamais été fait par cette méthode car les expressions des fonctions $P_{ij}^{(1)}(x)$ deviennent monstrueuses [23] ...

Par contre il est possible d'ajuster ces termes sous-dominants pour que l'expression de la section efficace calculée corresponde à celle donnée par les méthodes classiques de

²⁰Les termes réguliers de $[P_{ee*}]^{(n)}$ venant assurer la normalisation à 1 à tous les ordres des perturbations.

graphes de Feynman. Ce travail a été fait à différents niveaux [15] et, dernièrement [24], j'ai utilisé le résultat donné par F.A.Berends, G.Burgers et W.L.van Neerven [14] exact à l'ordre $O(\alpha^2)$.

L'expression (2.24) se réduit en effet à (2.13) avec

$$F_e(z, s) = (D_e * D_e)(z, s) .$$

Cette équation éclaire le lien étroit entre F_e et D_e . L'extraction de la fonction D_e à partir de l'expression (2.17) se fait par perturbation en négligeant les termes $O(\alpha^3)$. On trouve

$$\begin{aligned} D_e(x, s) = & \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} A_0\right)^{1/2} \left[\delta(1-x) + \frac{\beta_e}{4} P_{ee} + \frac{\beta_e^2}{32} P_{ee} * P_{ee} \right. \\ & + \frac{\alpha\beta_e}{4\pi} \left\{ \left(2A + B - \frac{3}{2}A_0\right) \delta(1-x) + 2A(x) + B(x) + (1+x)A_0 \right\} \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \{(A + B + C)\delta(1-x) + A(x) + B(x) + C(x)\} \right] , \quad (2.35) \end{aligned}$$

qui prend la forme exponentiée:

$$\begin{aligned} D_e(x, s) = & \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} A_0\right)^{1/2} \left[\frac{\exp\left\{\frac{\beta_e}{8}(3 - 4\gamma_E)\right\}}{\Gamma\left(1 + \frac{\beta_e}{2}\right)} \frac{\beta_e}{2} (1-x)^{\frac{\beta_e}{2}-1} - (1+x) \frac{\beta_e}{4} + \frac{A(x)}{16} \beta_e^2 \right. \\ & + \frac{\alpha\beta_e}{4\pi} \left\{ \left(2A + B - \frac{3}{2}A_0\right) \delta(1-x) + 2A(x) + B(x) + (1+x)A_0 \right\} \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \{(A + B + C)\delta(1-x) + A(x) + B(x) + C(x)\} \right] . \quad (2.36) \end{aligned}$$

Nous remarquons primo que le développement des fonctions de structure en $(\alpha^2, \alpha^2 L_e, \alpha^2 L_e^2)$ est remplacé par celui en $(\alpha^2, \alpha\beta_e, \beta_e^2)$ et ceci à tous les ordres; secondo que la normalisation de D_e n'est pas assurée. Si par contre nous imposons $\int_0^1 D_e(x, s) dx = 1$ comme le suggère l'approximation non - singlet, alors il faut remplacer l'expression (2.24) par:

$$\sigma(s) = K \int \int D_e(x_1, s) D_e(x_2, s) \sigma^{(0)}(x_1 x_2 s) dx_1 dx_2 \quad (2.37)$$

avec

$$K = 1 + \frac{\alpha}{\pi} A_0 + \frac{\alpha\beta_e}{2\pi} (B - B') + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 (B - B' + C - C') ,$$

et $D_e(x, s)$ ayant l'expression (2.36) en omettant le facteur $(1 + A_0\alpha/\pi)^{1/2}$ et en remplaçant B et C par B' et C' respectivement dont les expressions sont en annexe B. Ce genre de modification est connu en QCD sous l'appellation de "facteur K", et est présent dans les travaux de Kuraev et Fadin [18] à l'ordre $O(\alpha)$.

Nous avons vu que le remplacement de β_e par η' introduisait des corrections fermioniques au niveau de F_e (2.19), ici en faisant de même il vient:

$$\begin{aligned} D_e(x, s) = & \frac{\exp\left\{\frac{\eta'}{8}(3 - 4\gamma_E)\right\}}{\Gamma\left(1 + \frac{\eta'}{2}\right)} \frac{\eta'}{2} (1-x)^{\frac{\eta'}{2}-1} - (1+x) \frac{\eta'}{4} + \frac{A(x)}{16} \eta'^2 \\ & + \frac{\alpha\eta'}{4\pi} \left\{ \left(2A + B' - \frac{3}{2}A_0 - \frac{1}{24}\right) \delta(1-x) + 2A(x) + B(x) + (1+x)A_0 \right. \\ & \left. - \frac{13}{18} P_{ee} + \frac{1}{6} P_{ee} * P_{ee} - \frac{1}{3}(1-x) - \frac{1}{6}(1+x) \ln x \right\} \quad (2.38) \end{aligned}$$

avec

$$K = 1 + \frac{\alpha}{\pi} A_0 + \frac{\alpha \eta'}{2\pi} \left(B - B' - \frac{A}{3} + \frac{5}{24} \right) . \quad (2.39)$$

Nous avons omis la contribution de F_e^{III} , sinon il faut ajouter $F_e^{III}/2$ à l'expression ci-dessus. Les termes purement en α^2 sont numériquement négligeables ($\leq 0,001$) ainsi que les termes réguliers en $\alpha \eta'$, ainsi la grande majorité de la contribution des logarithmes sous-dominants provient du remplacement de η par η' dans l'expression (2.34) tirée de la résolution des équations d'évolution.

Notre expression (2.38) peut être comparée avec celle de Trentadue-Nicrosini [15], il existe quelques différences explicables, et n'ayant aucune influence numérique. D'une part nous avons extrait le facteur K , puis mis en valeur la solution de Gribov-Lipatov, et d'autre part nous n'avons pas exponentié les termes du type $\alpha \eta' \delta(1-x)$.

Notons enfin qu'il est tout à fait possible d'introduire une fonction $D_\mu(x, s)$ ayant le même statut que $D_e(x, s)$ et calculée de la même façon. La section efficace doit s'écrire à présent:

$$\sigma(s) = K^2 \iiint D_e(x_1, s) D_e(x_2, s) \sigma^{(0)}(x_1 x_2 s) D_\mu(y_1, s) D_\mu(y_2, s) dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 . \quad (2.40)$$

Cette expression se prête bien à la génération d'événements par Monte Carlo, ce que nous nous proposons d'envisager maintenant.

2.6 DYMU2

Comme l'équipe de Leiden a construit le générateur MUSTRAAL s'avérant être un instrument précieux, il est nécessaire qu'un nouveau programme soit élaboré avec les outils développés dans les paragraphes précédents. Ce programme aura pour tâche unique de calculer les efficacités de déclenchement, de reconstruction, l'acceptance géométrique etc.

2.6.1 Algorithme

Nous avons donné précédemment (2.38 pour $D_e(x, s)$ et l'équivalent pour $D_\mu(x, s)$) les meilleurs spectres d'émission de photons viables au niveau de précision voulu. Ces spectres sont intégrés sur toutes les autres variables cinématiques. En particulier, nous ne savons absolument pas (ni même si cela est nécessaire) comment améliorer la distribution angulaire des photons. Ceci ne devrait pas être trop important puisque les effets majeurs des ordres supérieurs concernent les photons mous dont la distribution angulaire ne sera pas mesurable. Etant donné que l'on peut estimer que dans 75% des cas il y a au plus un photon émis dans l'état final (en omettant la radiation initiale), et que celui-ci n'a pas d'effet dynamique, nous faisons l'hypothèse que l'énergie rayonnée totale dans l'état final (via $\mathcal{F}_\mu(x, s)$) est empotée par un seul photon ²¹. Par contre il est souhaitable de pouvoir générer au moins deux photons dans l'état initial car ceux-ci changent la cinématique de l'événement. Nous avons [25] dès lors remis à jour les quatre étapes de la génération d'un événement par MUSTRAAL de la façon suivante:

²¹Cette hypothèse permet d'utiliser l'algorithme de MUSTRAAL pour l'émission finale.

1. On génère l'énergie du positron (électron) selon la distribution $D_e(x_{\pm}, s)$. Puis le restant d'énergie $((1 - x_{\pm})\sqrt{s})$ est matérialisé sous forme d'un seul photon par branche k_{\pm} dont la distribution angulaire azimuthale est tirée suivant les fonctions f_{\pm} du premier ordre (2.5) (l'angle ϕ autour de l'axe du faisceau étant aléatoire). On effectue alors une procédure de réjection pour inclure l'effet de $\sigma^{(0)}(s')$ qui permet de valider la génération de l'état initial via $s' = (p_+ + p_- - k_+ - k_-)^2 < s$.

2. Dans le nouveau centre de masse e^+e^- nous pouvons générer une énergie photonique finale k_f selon F_{μ} . Maintenant la direction de k_f est tirée comme dans MUSTRAAL.

3. On procède ensuite à un tirage suivant la distribution de Born $d\sigma^{(0)}/d\Omega_{\mu}(\mathbf{R}_+, s')$ comme dans la troisième étape de MUSTRAAL.

4. Finalement pour introduire les termes d'interférences nous nous servons exactement de la même fonction

$$W = 1 + \frac{d\sigma_{int}^{(1)}/d\tau}{d\sigma_e^{(1)}/d\tau + d\sigma_{\mu}^{(1)}/d\tau}$$

du premier ordre faute de n'avoir pas de formules correspondant au second ordre. Pour des raisons de commodités (temps de calcul), nous ne générons pas de photons dont l'énergie est inférieure à 10MeV.

Commentons à présent ce schéma. Il correspond à une génération exacte à l'ordre $O(\alpha)$, et exacte à l'ordre $O(\alpha^2)$ si on se concentre sur le spectre de l'énergie rayonnée. La distribution angulaire des photons initiaux donnée par f_{\pm} (fig. 2.2), celle-ci étant quasiment symétrique (en tous les cas piquée en $\theta = 0$ et $\theta = \pi$) laisse la possibilité de simuler une "double" émission par une seule ligne (positron par exemple): k_+ généré selon le positron et k_- selon le sens inverse de l'électron ²². Le quatrième point de notre schéma est le plus artificiel puisque nous utilisons exactement la procédure du premier ordre. En particulier, nous devons faire un choix pour la variable k nécessaire pour le calcul de $d\sigma_{e,\mu,int}/d\tau$, et nous retrouvons le fameux paramètre k_0 .

Dans la suite, nous n'introduisons pas la quatrième étape de l'algorithme, nous en discuterons un peu plus loin. Envisageons maintenant l'étude des nouvelles prédictions de DYMU2.

2.6.2 Résultats et discussions

Distributions: $d\sigma/d\cos\theta_{\mu}$, $d\sigma/d\zeta_{\mu\mu}$

Autant que faire se peut nous ne reprendrons pas dans la suite les explications du même type que celles développées à l'ordre $O(\alpha)$, afin de mettre en valeur les différences avec le premier ordre. Nous ne notons aucune différence flagrante avec l'ordre $O(\alpha)$ pour $d\sigma/d\cos\theta_{\mu}$ distribution (fig. 2.22), nous avons déjà fait ce constat entre l'ordre $O(\alpha)$ et Born.

Pour $d\sigma/d\zeta_{\mu\mu}$ la figure 2.23 indique que le problème du pic artificiel causé par le paramètre k_0 du premier ordre a été supprimé. Ensuite sur la figure 2.24, nous remarquons quelques différences de comportement par rapport au premier ordre pour $\sqrt{s} = 80$ et 104GeV pour de grandes acolinéarités. Rappelons nous d'une part (cf l'ordre

²²Ceci est d'autant mieux vérifié que l'énergie des photons émis est faible.

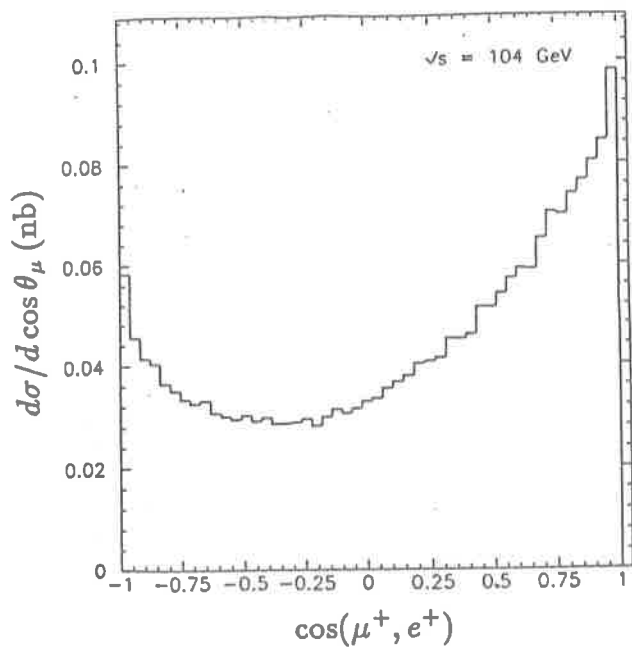
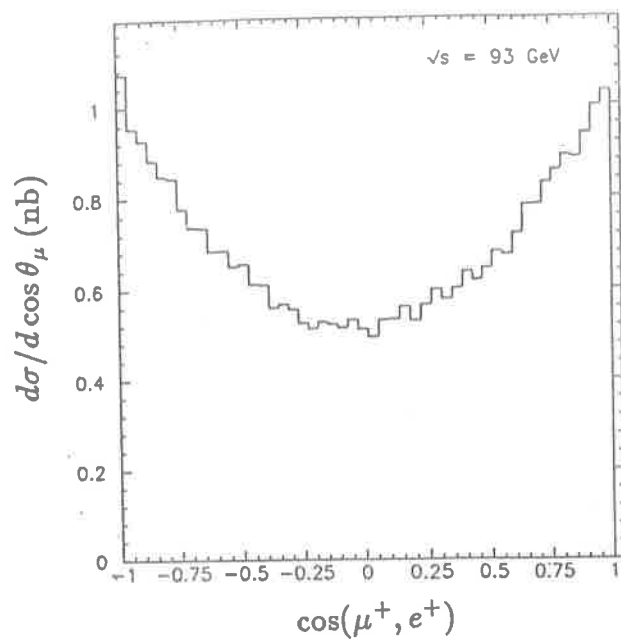
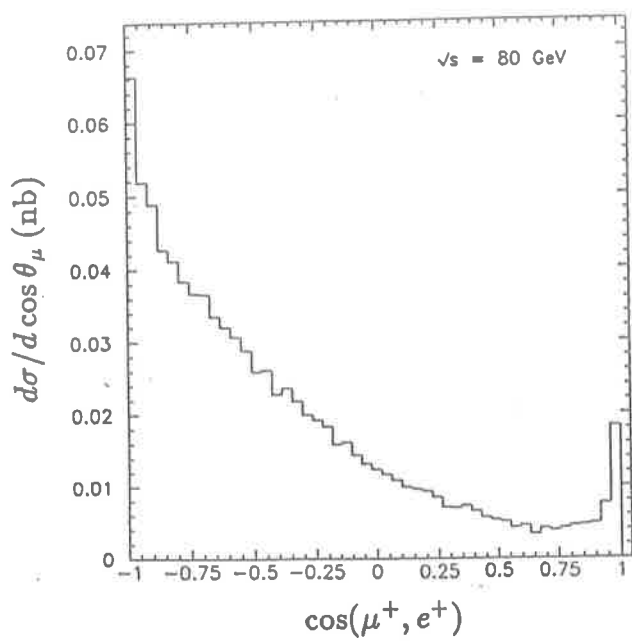


Figure 2.22: Distribution $d\sigma/d \cos \theta_\mu$

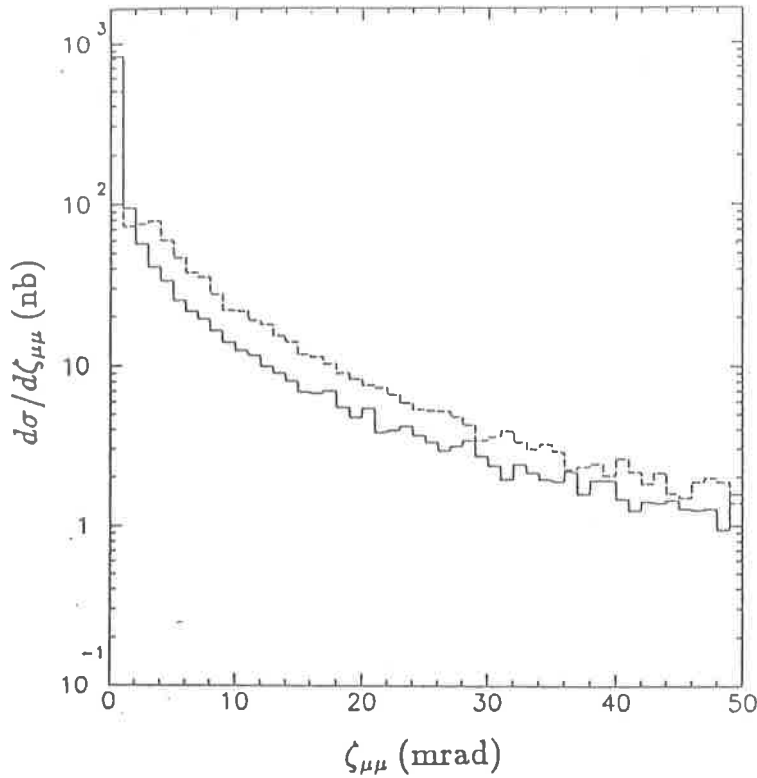


Figure 2.23: Différences avec le premier ordre: $d\sigma/d\zeta_{\mu\mu}$: (—) $O(\alpha^2)$ et (- -) $O(\alpha)$.

$O(\alpha)$) que les grandes acolinéarités sont dues à l'émission de photons très durs dans l'état initial, d'autre part que l'émission de tels photons est favorisée à 80GeV par le terme purement QED et à 104GeV par l'influence de la résonance. Or cette perte d'énergie à l'ordre $O(\alpha)$ se fait via un unique photon, ce qui influence, outre $s' = s(1 - k)$, la transformation de Lorentz donc directement $\zeta_{\mu\mu}$. A l'ordre $O(\alpha^2)$ nous donnons au système un degré de liberté supplémentaire. En effet sur la figure 2.25 nous avons représenté l'énergie totale des photons initiaux, en fonction de la composante suivant l'axe des faisceaux de la somme des vecteurs de ces mêmes photons (cette composante rentre au même titre que les deux autres dans la transformation de Lorentz). Les limites de ce losange sont simplement d'origine cinématique, mais nous constatons deux faits importants. Premièrement à partir de $E_\gamma^{ini} = \sqrt{s}/2$ l'énergie photonique se partage entre deux photons et ainsi le vecteur somme se comporte comme un seul photon de moindre énergie (partie centrale du losange). Deuxièmement pour $E_\gamma^{ini} < \sqrt{s}/2$ alors qu'au premier ordre la figure serait un simple "V", nous constatons un remplissage uniforme entre les deux branches du "V". De tout ceci nous en tirons la conclusion suivante: à nombre donné d'événements, par rapport au premier ordre, l'état initial de l'ordre $O(\alpha^2)$ fait comme s'il produisait un unique photon de l'ordre $O(\alpha)$ de moindre énergie. Ainsi s'explique la diminution du pic à $\zeta_{\mu\mu} = \pi$ pour $\sqrt{s} = 80$ et 104GeV ²³.

Sur la figure 2.24 nous constatons la même évolution qu'à l'ordre $O(\alpha)$ de l'importance relative de l'émission finale et initiale en fonction de \sqrt{s} (nous avons dit d'un événement qu'il avait le type "initial", par exemple, si $E_\gamma^{totini} > 10^{-4}\text{GeV}$ et $E_\gamma^{totfin} < 10^{-4}\text{GeV}$,

²³La disparition complète n'est qu'un artefact de simulation causé par la procédure de réjection (étape 1) qui génère moins d'événements que souhaités en dessous de $\sqrt{s'} \simeq 50\text{GeV}$

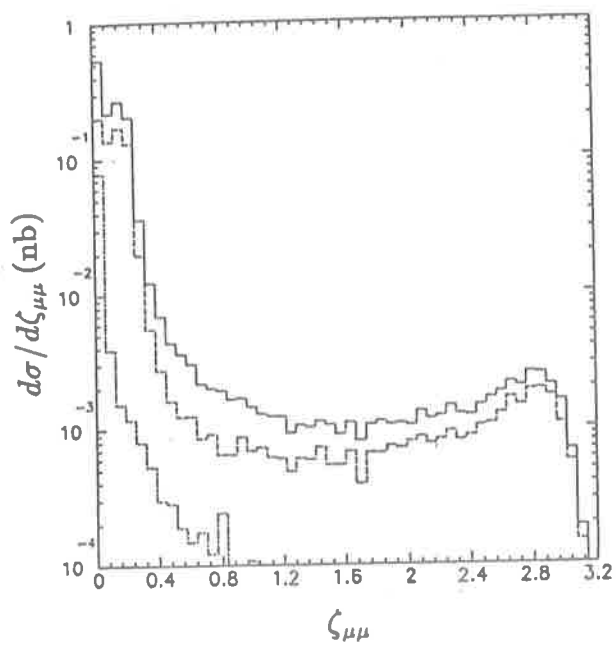
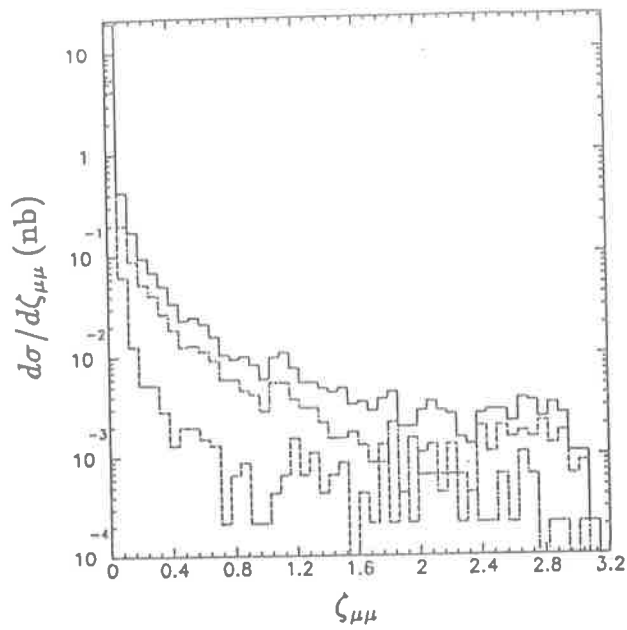
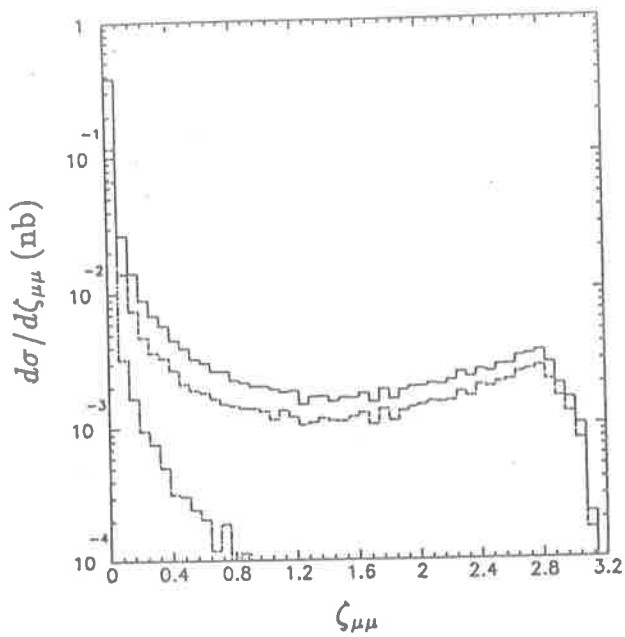


Figure 2.24: $d\sigma/d\zeta_{\mu\mu}$: (—) total, (- -) initial, (-.-) final

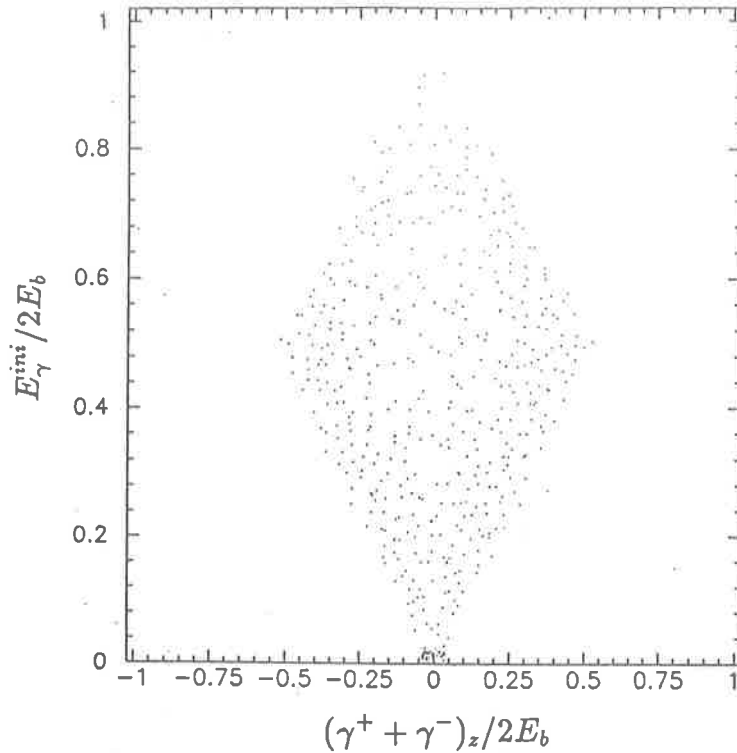


Figure 2.25: Composante z de la somme des vecteurs des photons initiaux

Variables photoniques

Envisageons à présent les distributions afférentes aux variables des photons. Le tirage des variables angulaires étant du premier ordre, il n'y rien à ajouter. Passons au spectre en énergie totale: $d\sigma/dE_\gamma^{tot}$ (fig. 2.26). D'un point de vue général seule la zone $E_\gamma^{tot} > 2E_b = \sqrt{s}$ est nouvelle et provient exclusivement d'événements à 2 (14%) où 3 (2%) photons. Les événements incriminés viennent dépeupler, comme nous l'avons mentionné plus haut, le pic en $E_\gamma^{tot} = E_b$: un ordre de grandeur plus faible que celui en $E_\gamma^{tot} = 0$ à 80GeV par exemple, ce qui n'est pas le cas au premier ordre.

Comme précédemment nous pouvons comparer l'effet de l'émission initiale et finale (fig. 2.26). Nous constatons le même comportement qu'au premier ordre pour $E_\gamma^{tot} \leq E_b$, au delà pour des raisons cinématiques (un seul photon produit dans l'état final) la contribution purement finale s'éteint. Il faut ajouter enfin que cette distinction entre "initial" ou "final" est somme toute artificielle car, même en faisant abstraction des termes d'interférence liant l'état initial et final, expérimentalement personne ne pourra connaître la provenance d'un photon avec certitude.

Comparaisons avec Greco et al

Nous avons jusqu'à présent comparé les résultats du générateur essentiellement avec ceux de MUSTRAAL soit un générateur du premier ordre. Il reste toutefois une voie de comparaison possible avec les travaux de Greco et al [17] sur la partie du spectre des photons mous. Nous ne pourrions pas envisager de comparaison pour la génération des photons, ni pour la distribution en acolinéarité, puisque les auteurs font l'approximation

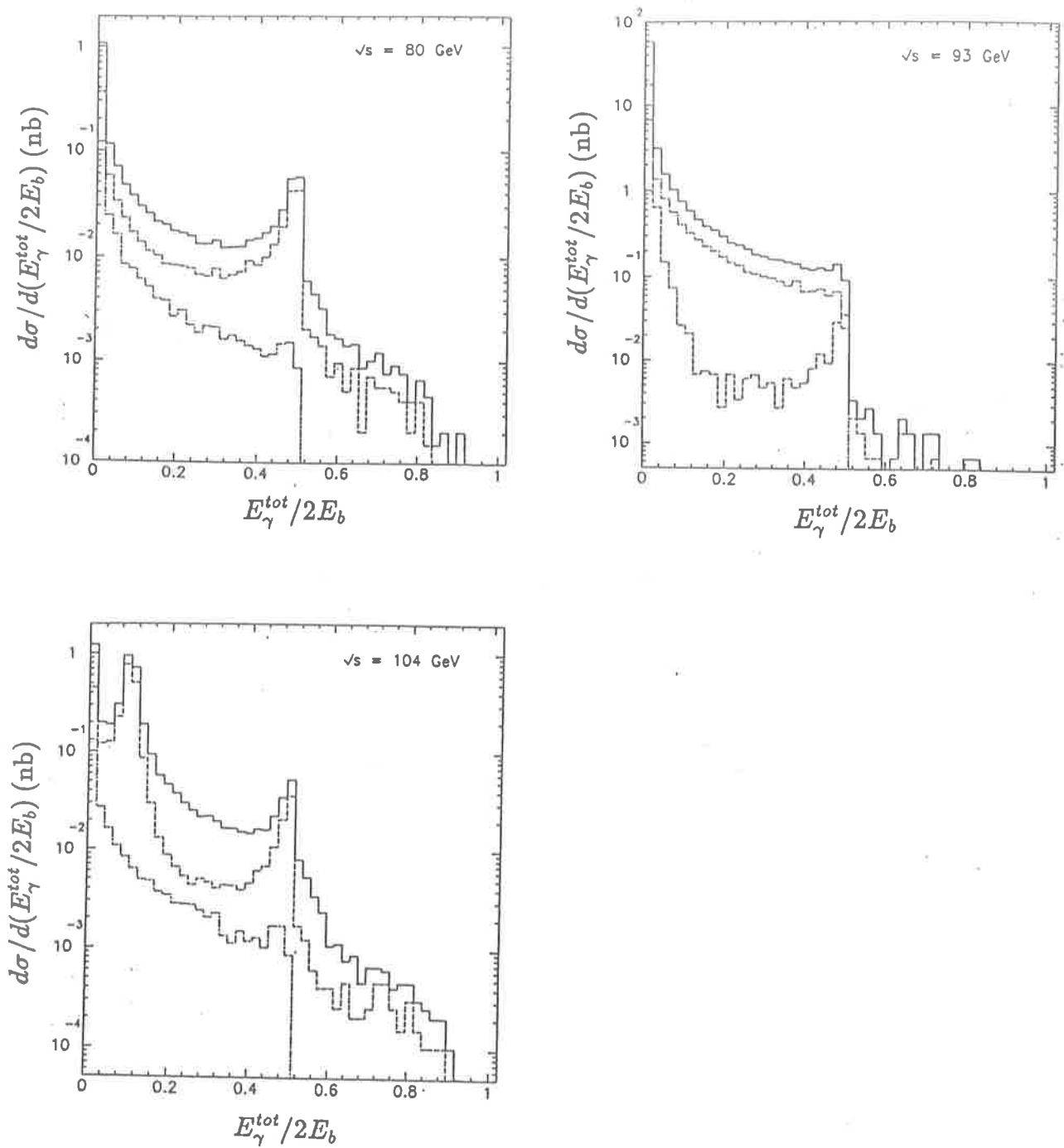


Figure 2.26: $d\sigma/dE_\gamma^{tot}$: (—) total, (- -) initial, (-.-) final dans les conditions du texte

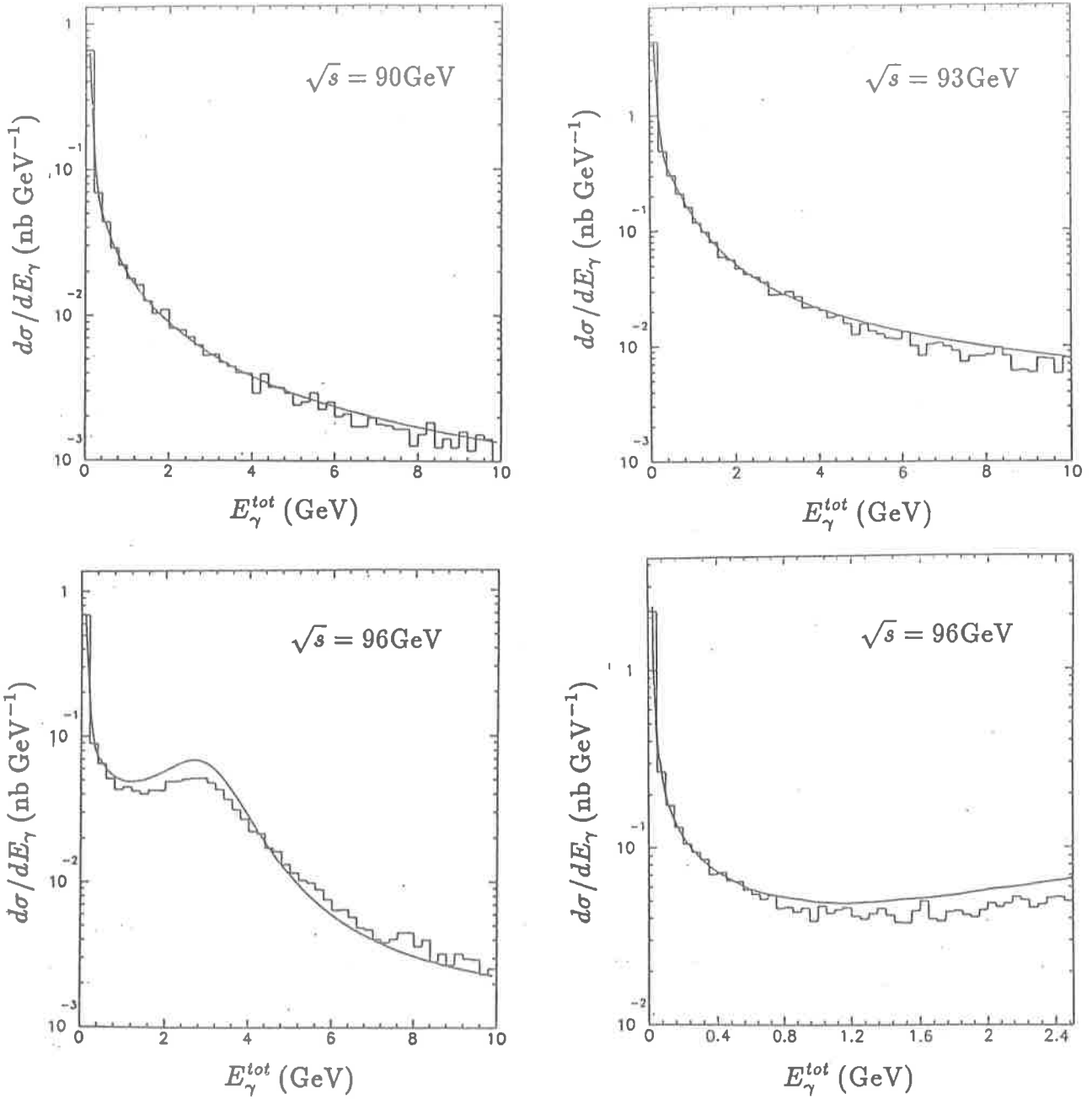


Figure 2.27: Comparaison avec Gréco: $d\sigma/dE_\gamma^{tot}$

d'une cinématique inchangée par une émission de photons mous.

Greco et al [17] donnent une expression de la section efficace différentielle $d\sigma/d\cos\theta_\mu$ totalement exponentiée, pour une énergie photonique totale E_γ plus petite que $\Delta \ll E_b$. Le spectre de l'énergie rayonnée peut être obtenu par dérivation par rapport à Δ de l'expression précédente intégrée sur $\cos\theta_\mu$. Les spectres faits aux énergies $\sqrt{s} = 90, 93, 96\text{GeV}$ sont sur la figure 2.27. Nous en déduisons que tant que les effets des photons mous (partie singulière du spectre plus précisément) sont dominants aucune différence notable n'est visible: jusqu'à $E_\gamma \leq 10\text{GeV}$ à $\sqrt{s} = 90\text{GeV}$ et $E_\gamma \leq 5\text{GeV}$ à $\sqrt{s} = 93\text{GeV}$. Par contre dès que les photons durs sont nécessaires (partie régulière du spectre), après la résonance par exemple $\sqrt{s} = 96\text{GeV}$, des divergences sensibles apparaissent pour $E_\gamma \geq 1\text{GeV}$. Ceci n'est pas un effet du terme d'interférence qui rappelons le est exponentié dans la référence [17], car aucun changement dans les résultats de Gréco et al n'apparaît quand on le néglige.

2.7 Discussion

Les termes d'interférences (initial-final) n'ont qu'une influence limitée. Tant que l'espace de phase n'est pas sévèrement réduit [12], où seuls les termes venant de la partie singulière (2.23) du spectre est nécessaire pour la section efficace totale et l'asymétrie avant-arrière, les effets de ces termes peut-être estimé à 3×10^{-3} . Malheureusement à cause de la présence du facteur k_0 du premier ordre dans la quatrième étape de l'algorithme de DYMU2, nous observons une instabilité du résultat pour l'asymétrie calculée par le Monte Carlo. D'une manière pragmatique il vaut mieux ne pas considérer cette étape, le résultat sera plus proche de la réalité à 3×10^{-3} près.

La correction des données se fera avec un générateur d'événements tel que DYMU2, mais il est possible que MUSTRAAL donne les mêmes efficacités globales de détections ce qui le rendrait utilisable pour certaines taches par les expériences LEP malgré ses faiblesses.

L'ajustement de la section efficace et de l'asymétrie avant-arrière peut être fait à l'aide des formules simples (2.21, 2.22), dont des extensions considérant des coupures canoniques ($|\cos \theta_\mu| < c_m$ et $\zeta_{\mu\mu} < \zeta_m$) sont données en annexe (B.3), ce qui réduit considérablement le temps de calcul par rapport à la méthode itérative développée par K.Monig [3], utilisant toute la chaîne d'analyse (Monte Carlo des corrections radiatives, programme DELSIM de simulation de DELPHI, programme de reconstruction DELANA) jusqu'à convergence de l'algorithme.

Ainsi dans notre méthode la correction des données et la procédure d'ajustement sont deux problèmes totalement distincts et les moyens pour les résoudre également. Cette séparation facilitera la recherche des erreurs systématiques et la présentation des résultats. Il faut maintenant nous assurer que les corrections non-QED ne viennent perturber ce programme d'analyse.

Chapitre 3

Corrections faibles

3.1 Introduction

Les expressions des amplitudes des processus électrofaibles dépendent des masses des fermions et du boson de Higgs, des constantes de couplage $g_{(0)}$ et $g'_{(0)}$ du groupe de jauge $SU(2) \times U(1)$ ainsi que de la valeur dans le vide de la fonction d'onde du boson de Higgs notée $\langle \phi \rangle_{(0)}$. A partir de ces constantes fondamentales intervenant dans le lagrangien, nous pouvons définir: l'unité de charge électrique (celle de l'électron) $e_{(0)}^2 = g_{(0)}^2 s_{(0)}^2$; les masses des bosons W^\pm et Z^0 dues à la brisure de symétrie $\langle \phi \rangle_{(0)} \neq 0$, soit $M_Z^2 = (g_{(0)}^2/2) \langle \phi \rangle_{(0)}^2$ et $M_W^2 = (g_{(0)}^2 + g'_{(0)}{}^2) \langle \phi \rangle_{(0)}^2 / 2$; l'angle de Weinberg θ_W par $\sin^2 \theta_{W(0)} = s_{(0)}^2 = g'_{(0)}{}^2 / (g_{(0)}^2 + g'_{(0)}{}^2) = 1 - M_W^2/M_Z^2$, et $c_{(0)}^2 = 1 - s_{(0)}^2$; ainsi que les largeurs de désintégration ¹

$$\Gamma_Z = \frac{e_{(0)}^2 M_Z}{48\pi s_{(0)}^2 c_{(0)}^2} \sum_f \left[(I_3 - 2Qs_{(0)}^2)^2 \frac{3 - \beta^2}{2} \beta + I_3^2 \beta^3 \right] C_{QCD}$$

et

$$\Gamma_W = \frac{e_{(0)}^2 M_W}{48\pi s_{(0)}^2} \sum_{f,f'} \left(1 - \frac{\delta_f + \delta_{f'}}{2} + \frac{(\delta_f - \delta_{f'})^2}{2} \right) [1 - 2(\delta_f + \delta_{f'}) + (\delta_f - \delta_{f'})^2] C_{QCD}.$$

Remarquons que Γ_Z et Γ_W ne sont pas des paramètres libres de la théorie. Il est commode d'introduire $\rho_{(0)} = M_W^2 / (c_{(0)}^2 M_Z^2)$ (de valeur 1 dans le Modèle Standard) révélateur de la structure du secteur des Higgs, ainsi que $G_\mu^{(0)} = \sqrt{2} / (4 \langle \phi \rangle_{(0)}^2)$ remplaçant $\langle \phi \rangle_{(0)}^2$ en faveur de la constante de Fermi intervenant dans la désintégration du muon ².

Ainsi à partir de la donnée de $(e_{(0)}^2, s_{(0)}^2, G_\mu^{(0)})$ nous pouvons calculer toutes les quantités mesurables expérimentalement via les éléments de matrices neutres ($\mathcal{M}_{\gamma,Z}^{(0)}$) et chargés. Seuls les premiers nous intéressent, ils s'écrivent:

$$\mathcal{M}_\gamma^{(0)} = \frac{e_{(0)}^2}{s} QQ',$$

¹ I_3 représente la troisième composante de l'isospin de la particule considérée, Q sa charge, et C_{QCD} est égal à 1 dans le cas d'un lepton et à $3(1 + \alpha_s(s)/\pi)$ dans le cas d'un quark. Nous avons aussi défini $\delta_f = m_f^2/s$ et $\beta = (1 - 4\delta_f)^{1/2}$ la vitesse du fermion sortant.

²Le Modèle Standard englobe à basses énergies la théorie effective "à quatre fermions" de Fermi.

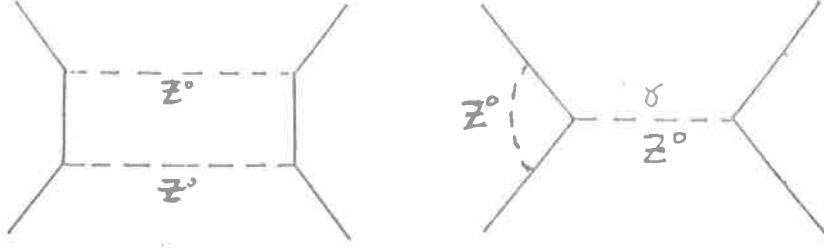


Figure 3.1: Diagrammes en boîte et corrections de vertex

$$\mathcal{M}_Z^{(0)} = \frac{e_{(0)}^2}{s - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} \left(\frac{I_3 - Q s_{(0)}^2}{s_{(0)} c_{(0)}} \right) \left(\frac{I'_3 - Q' s_{(0)}^2}{s_{(0)} c_{(0)}} \right),$$

et nous ont servi pour calculer l'expression (2.1) de l'approximation de Born de la section efficace différentielle $d\sigma^{(0)}/d\Omega_\mu$.

Remarquons qu'à ce niveau d'approximation $e_{(0)}^2$ peut-être remplacé par:

$$e_{(0)}^2 = 4\sqrt{2}G_\mu^{(0)}M_Z^2 s_{(0)}^2 c_{(0)}^2,$$

ainsi nous pouvons réécrire l'expression (2.2) sous la forme ³

$$\sigma^{(0)}(s) = \frac{8}{3\pi s} G_\mu^{(0)2} M_Z^4 s_{(0)}^4 c_{(0)}^4 \left[1 + \frac{2C_{v(0)}^2 s(s - M_Z^2) + s^2(C_{v(0)}^2 + C_{a(0)}^2)^2}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2} \right] \quad (3.1)$$

le changement affectant également Γ_Z .

Malheureusement a priori toutes ces relations vont être modifiées par les corrections radiatives Non-QED, mais nous allons montrer que d'un point de vue pragmatique l'expression (3.1) sera inchangée de forme (à part $M\Gamma \rightarrow s\Gamma/M$) et pourra servir à ajuster, à l'aide des formules (2.21, 2.22), des paramètres effectifs $\bar{\Gamma}$, et dans une moindre mesure \bar{s}^2 , de valeurs numériques très proches (20MeV et 5×10^{-3}) des vraies, la masse M_Z restant inchangée de définition.

3.2 Corrections de vertex et de boîte

Ces corrections correspondent aux graphes (figure 3.1). L'effet des premières sur le vertex $Zf\bar{f}$ est de changer différemment les couplages g_f^+ (g_f^-), correspondant à une hélicité positive (négative) du fermion f couplé au Z^0 , révélant la brisure de la parité des interactions faibles. A l'ordre zéro

$$g_f^+ = -Q_f e_{(0)}^2 s_{(0)}^2 / (s_{(0)} c_{(0)}) \quad , \quad g_f^- = e_{(0)}^2 (I_{3f} - Q_f s_{(0)}^2) / (s_{(0)} c_{(0)})$$

et le changement donne ⁴:

$$g_f^\pm \rightarrow g_f^\pm \left[1 + \frac{\alpha}{\pi} (g_f^\pm)^2 F(M_Z^2/s) + \left\{ G_f(s_w^2, M_W^2/s) \right\} \right].$$

³Les constantes de couplage vectorielle (C_v) et axiale (C_a) ont été définies au paragraphe 2.2

⁴Nous notons $s_w^2 = \sin^2 \theta_W$.

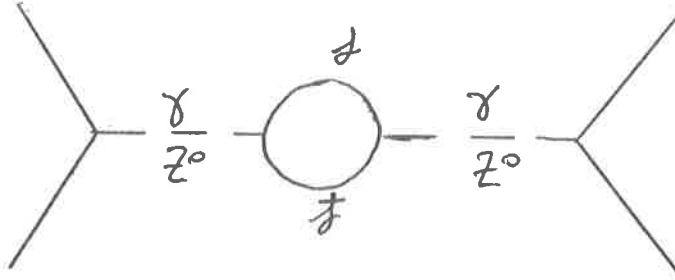


Figure 3.2: Correction des propagateurs, entre autre le mélange photon/ Z^0

Pour le vertex $\gamma f \bar{f}$ l'effet se traduit par une redéfinition de la charge Q_f du fermion suivant son hélicité:

$$Q_f \rightarrow Q_f \left[1 + \frac{\alpha}{\pi} (g_f^\pm)^2 F(M_Z^2/s) + \begin{Bmatrix} 0 \\ H_f(s_w^2, M_W^2/s) \end{Bmatrix} \right].$$

Les fonctions complexes F , G , H peuvent être directement tirées de la référence [3,4]. En anticipant sur le prochain paragraphe, l'effet du graphe (figure 3.3) mélangeant le photon et le boson Z^0 peut être considéré comme une correction du vertex $Z f \bar{f}$, et donc induit un changement supplémentaire des couplages:

$$g_f^\pm \rightarrow g_f^\pm - Q_f \frac{\Pi_{\gamma Z}(s)}{1 - \Pi_{\gamma\gamma}(s)}.$$

Toutes ces redéfinitions affectent essentiellement la normalisation de la section efficace mais ni la position du pic ni la largeur de la résonance ne sont modifiées. L'effet des diagrammes en boîte ZZ et WW est absolument négligeable.

3.3 Corrections obliques

La principale contribution non-QED émane des corrections des propagateurs des bosons (γ , Z^0 , W^\pm), dites corrections obliques, que la littérature présente sous deux formes différentes par le choix des paramètres fondamentaux permettant la paramétrisation des observables.

3.3.1 Première version: W.Hollik et al

Cette première approche fixe la position du pôle des propagateurs des particules à la valeur de leur masse e schéma de renormalisation sur couche de masse se note (OS). La théorie quantique des champs nous apprend que les propagateurs des particules sont obtenus en prenant l'inverse des fonctions de Green 1-particule irréductible d'ordre 2 pour être précis. Un exemple simple est celui du propagateur du photon en électrodynamique quantique (correction à une boucle de fermions):

$$G_\gamma(s) = [\Gamma^{(2)}(s)]^{-1} = [\text{diagramme à 2 lignes onduleuses} + \text{diagramme à 2 lignes onduleuses avec une boucle fermionique}]^{-1} = [s + \Sigma_{\gamma\gamma}(s)]^{-1}$$

où $\Sigma_{\gamma\gamma}(s) \equiv \text{diagramme à 2 lignes onduleuses avec une boucle fermionique}$ est traditionnellement appelée la "polarisation du vide". La condition de renormalisation sur couche (OS) impose $\text{Re}\Sigma_{\gamma\gamma}(0) \equiv 0$ pour garder le pôle du

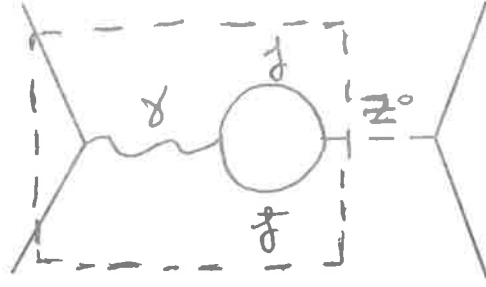


Figure 3.3: Mélange γ / Z^0

propagateur en zéro (masse nulle du photon). Les quantités physiques ne dépendent pas de cette condition de renormalisation lorsque l'on calcule tous les ordres de la théorie (le Modèle Standard est une théorie renormalisable) mais des différences numériques (faibles en général) peuvent apparaître à un ordre donné entre deux schémas de renormalisation différents. Le schéma de renormalisation sur couche permet d'avoir une définition de la masse d'une particule relativement claire.

Dans le cas des bosons W^\pm , massifs à cause de la brisure spontanée de symétrie dans le secteur des bosons de Higgs, le propagateur se présente sous la forme:

$$G_W(s) = \frac{1}{s - M_W^2 + \Sigma_{WW}(s)} \quad \text{où} \quad \text{Re}\Sigma_{WW}(M_W^2) \equiv 0$$

garantit la valeur du pôle en M_W , d'autre part la largeur Γ_W est définie par la partie imaginaire de $\Sigma_{WW}(s)$ d'après le théorème optique. Plus précisément en faisant un développement aux environs de $s = M_W^2$:

$$\Sigma_{WW}(s) = i\text{Im}\Sigma_{WW}(M_W^2) + (s - M_W^2)\Pi_{WW}(M_W^2) + \dots$$

où

$$\Pi_{WW}(s) \equiv \frac{\partial}{\partial s} \text{Re}\Sigma_{WW}(s) ,$$

ainsi

$$G_W(s) \simeq \frac{[1 + \Pi_{WW}(M_W^2)]^{-1}}{s - M_W^2 + iM_W\Gamma_W}$$

avec

$$M_W\Gamma_W \equiv \frac{\text{Im}\Sigma_{WW}(M_W^2)}{1 + \Pi_{WW}(M_W^2)} .$$

Cette forme de propagateur approchée est la paramétrisation à la Breit-Wigner bien connue. Maintenant en quelque sorte la largeur Γ_W dépend de l'énergie \sqrt{s} en plus du terme d'espace de phase généralement oublié dans l'approximation de Born.

Les expressions de $G_Z(s)$ et $G_\gamma(s)$ sont un peu plus compliquées car dans le Modèle Standard le mélange du photon et du boson Z^0 fait apparaître le graphe (figure 3.3), qui conduit à traiter simultanément les deux propagateurs. Ceci se fait en considérant $\Gamma^{(2)}(s)$ comme une matrice 2×2 où le mélange $\gamma - Z$ se traduit par un terme non diagonal noté $\Sigma_{\gamma Z}(s)$, et

$$[\Gamma^{(2)}(s)]^{-1} = \begin{bmatrix} s + \Sigma_{\gamma\gamma}(s) & \Sigma_{\gamma Z}(s) \\ \Sigma_{\gamma Z}(s) & s - M_Z^2 + \Sigma_{ZZ}(s) \end{bmatrix}^{-1}$$

donne les propagateurs corrigés:

$$G_\gamma(s) = \frac{1}{s[1 - \Pi_\gamma(s)]} \quad \text{et} \quad G_Z(s) = \frac{1}{s - M_Z^2 + \Sigma_Z(s)} .$$

Nous avons défini les fonctions

$$\Pi_\gamma(s) = \Pi_{\gamma\gamma}(s) + \frac{s\Pi_{\gamma Z}(s)}{s - M_Z^2 + \Sigma_{ZZ}(s)} \simeq \Pi_{\gamma\gamma}(s)$$

et

$$\Sigma_Z(s) = \Sigma_{ZZ}(s) - \frac{s\Pi_{\gamma Z}(s)}{1 - \Pi_{\gamma\gamma}(s)} \simeq \Sigma_{ZZ}(s) .$$

Les fonctions $\Pi(s)$ sont les dérivées par rapport à s des polarisations des vides $\Sigma(s)$. Toutes ces fonctions ont la masse du quark top et celle du bosons de Higgs comme inconnues entre autres. L'ajustement du pôle de $G_Z(s)$ en $s = M_Z^2$ donne la définition de Γ_Z

$$M_Z\Gamma_Z \equiv \frac{\text{Im}\Sigma_Z(M_Z^2)}{1 + \Pi_Z(M_Z^2)} .$$

L'effet du terme $\gamma - Z$ a déjà été considéré au paragraphe précédent. Proche de la valeur $s = M_Z^2$ nous obtenons

$$G_\gamma(s) \simeq \frac{[1 - \Pi_\gamma(M_Z^2)]^{-1}}{s}$$

et

$$G_Z(s) \simeq \frac{[1 - \Pi_Z(M_Z^2)]^{-1}}{s - M_Z^2 + iM_Z\Gamma_Z(s)} \quad (3.2)$$

où maintenant nous définissons $\Gamma_Z(s)$ par

$$M_Z\Gamma_Z(s) \equiv \frac{\text{Im}\Sigma_Z(s)}{1 + \Pi_Z(M_Z^2)} ,$$

expressions extrêmement proches de la formulation de l'approximation de Born. D'autre part il se trouve que la dépendance en s de $\text{Im}\Sigma_Z(s)$ est quasi-linéaire et donc que nous pouvons opérer le remplacement:

$$M_Z\Gamma_Z(s) \rightarrow s\Gamma_Z/M_Z .$$

Les fonctions Π_γ et Π_Z modifient séparément respectivement les constantes de couplage $\gamma f \bar{f}$ et $Z f \bar{f}$. Or pour des valeurs de la masse du quark top telle que $m_t \leq 80\text{GeV}$

$$\Pi_Z(M_Z^2) \simeq \Pi_\gamma(M_Z^2) \simeq \Delta r ,$$

où le paramètre Δr intervient dans la définition de la constante de Fermi G_μ effectivement mesurée avec une grande précision lors de la désintégration du muon:

$$G_\mu = \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{e^2}{M_Z^2 s_w^2 c_w^2} (1 - \Delta r)^{-1} = 1.16637(2) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2} .$$

Δr dépend de toutes les masses de la théorie ainsi que de $\sin^2 \theta_W$ et sa valeur numérique est environ 7%. Ceci permet de mettre en facteur lors de l'évaluation de l'élément de matrice le coefficient [3]:

$$\begin{aligned} e^2[1 - \Pi_\gamma(M_Z^2)]^{-1} &= e^2[1 - \Pi_Z(M_Z^2)]^{-1} = e^2(1 - \Delta r)^{-1} \\ &= G_\mu 4\sqrt{2}M_Z^2 s_w^2 c_w^2 \end{aligned}$$

se traduisant numériquement par une modification de la valeur de la constante de couplage $\alpha = e^2/4\pi$ passant de la valeur 1/137 (à basse énergie) à la valeur 1/130 (à 100GeV). Le remplacement de α par G_μ intervient aussi dans l'expression de la largeur Γ_Z (proportionnelle à α) ainsi la hauteur du pic reste inchangée puisque proportionnelle à $(\alpha/\Gamma_Z)^2$ (2.3).

Finalement apparemment une redéfinition de la largeur (dépendance en s) et de la normalisation au niveau de l'expression de Born suffit pour tenir compte des corrections obliques. Voyons si dans une autre approche de ces corrections ce constat se confirme.

3.3.2 Deuxième version: B.Lynn et al

Nous avons vu en introduction que la donnée de $(e_{(0)}^2, s_{(0)}^2, G_\mu^{(0)})$ ainsi que des masses fermioniques et celle du boson de Higgs permet la détermination de toutes les quantités mesurables de la théorie au niveau de l'approximation de Born. B.Lynn et al [4] ont exploité ce résultat ainsi que ceux du groupe de renormalisation sur l'évolution suivant s des fonctions de Green pour introduire toutes les contributions des corrections obliques par une redéfinition de $(e_{(0)}^2, s_{(0)}^2, G_\mu^{(0)})$ en des fonctions (e_*^2, s_*^2, G_μ^*) dépendant de s ("stared-functions") et bien sûr de toutes les masses et des paramètres de base (0). Malheureusement (e_*^2, s_*^2, G_μ^*) ne sont pas des quantités directement mesurables et la définition de la masse M_Z n'est pas directe contrairement à la première version. Néanmoins le propagateur du photon et du boson Z^0 est modifié par les fonctions (*):

$$\mathcal{M}_\gamma^* = \frac{e_*^2}{s}$$

et

$$\mathcal{M}_Z^* = \frac{e_*^2}{s - f_* + is(\Gamma_Z^*/\sqrt{s})}$$

où la fonction f_* est égale à:

$$f_* = \frac{e_*^2}{s_*^2 c_*^2} (4\sqrt{2}G_\mu^* \rho_*)^{-1}$$

permettant de définir la masse du boson Z^0 par l'équation:

$$f_*(M_Z^2) = M_Z^2 .$$

D'autre part la largeur Γ_Z^* est égale à

$$\frac{\Gamma_Z^*}{\sqrt{s}} = \frac{e_*^2}{48\pi s_*^2 c_*^2} \sum_f \left[(I_3 - 2Qs_*^2)^2 \frac{3 - \beta^2}{2} \beta + I_3^2 \beta^3 \right] C_{QCD} ,$$

dont la dépendance en s est très faible ce qui permet finalement de mettre le propagateur du boson Z^0 au voisinage de $s = M_Z^2$ avec $\Gamma_Z \equiv \Gamma_Z^*(M_Z^2)$ sous la forme approchée

$$\mathcal{M}_Z^* \simeq \frac{e_*^2(M_Z^2)[1 - \partial f_*/\partial s(M_Z^2)]^{-1}}{s - M_Z^2 + is(\Gamma_Z/M_Z)[1 - \partial f_*/\partial s(M_Z^2)]^{-1}} ,$$

expression identique à (3.2) de la première version des corrections obliques de W.Hollik et al avec une définition différente des paramètres Γ_Z et M_Z .

3.4 Choix pragmatique d'une paramétrisation

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que l'introduction des corrections Non-QED se partagent en deux catégories. La première (vertex, boîte) change la normalisation de la section efficace de Born, ce qui pour la mesure de la masse et la largeur du boson Z^0 importe peu; d'autre part l'asymétrie n'est pas affectée par une constante multiplicative de la section efficace. La seconde catégorie (corrections obliques) peut s'introduire d'une manière pragmatique dans une expression de Born modifiée:

$$\tilde{\sigma}^{(0)}(s) = \frac{8}{3\pi s} G_\mu^2 M_Z^4 s^4 \tilde{c}^4 \left[1 + \frac{2\tilde{C}_v^2 s(s - M_Z^2) + s^2(\tilde{C}_v^2 + \tilde{C}_a^2)^2}{(s - M_Z^2)^2 + s^2 \left(\frac{\tilde{\Gamma}_Z}{M_Z} \right)^2} \right] \quad (3.3)$$

où l'introduction de G_μ dans la normalisation ainsi que la dépendance en s de la largeur ont été prises en compte, remarquons que la masse M_Z reste inchangée (toujours le pôle du propagateur).

La validité des différentes approximations a été vérifiée à l'aide du programme ZBATCH de G.Burgers calculant la section efficace corrigée des corrections faibles sans aucune approximation. Nous obtenons un accord meilleur que le pourcent dans l'intervalle $\sqrt{s}\epsilon[80, 104]\text{GeV}$ (l'approximation est d'autant meilleure que l'on se trouve au voisinage du pic) et pour une masse du quark top entre 40 et 100 GeV.

Donc les paramètres $(\tilde{\Gamma}_Z, \tilde{s}^2)$ différents en toute rigueur de $(\Gamma_Z, \sin^2 \theta_W)$ ont des valeurs numériques approchant à moins de 20MeV et 5×10^{-3} les vraies valeurs de Γ_Z et $\sin^2 \theta_W$. Pour $\sin^2 \theta_W$ l'ajustement est sujet à de grandes erreurs facilement justifiables par l'absence de ce facteur dans l'expression de la section efficace sur le pic de la résonance. En effet l'expression de l'approximation de Born au sommet du pic fait apparaître abusivement une forte dépendance de σ_{max} vis à vis de $\sin^2 \theta_W$ (terme C_a dans l'expression (2.3)). Car si nous incluons les corrections faibles, celles-ci donnent (3.3)

$$\tilde{\sigma}^{(0)}(M_Z^2) = \frac{1}{96\pi} G_\mu^2 \frac{M_Z^4}{\Gamma_Z^2} [1 + (1 - 4\sin^2 \theta_W)^2]^2 ,$$

or comme $\sin^2 \theta_W \simeq 1/4$ nous constatons une relative indépendance de la normalisation de la section efficace vis à vis de celui-ci. D'un point de vue expérimental la mesure absolue de la section efficace sur le pic est de toute manière entachée d'une erreur systématique sur la luminosité d'environ 2% .

Ainsi l'ajustement de la masse et de la largeur du boson Z^0 à l'aide des formules (2.21, 2.22) et de (3.3) pourra se faire avec la précision attendue de 50MeV par un balayage en énergie de la résonance.

Chapitre 4

Le "Track trigger"

4.1 Introduction

Le système d'acquisition de DELPHI enregistre sur bandes magnétiques les informations de tous les détecteurs impliqués lors d'un "bon" événement. Le caractère "bon" de cet événement est jugé séparément par plusieurs filtres (trigger) ayant chacun leur spécificité et impliquant la participation de certains détecteurs (table 4.1 et figure 4.1).

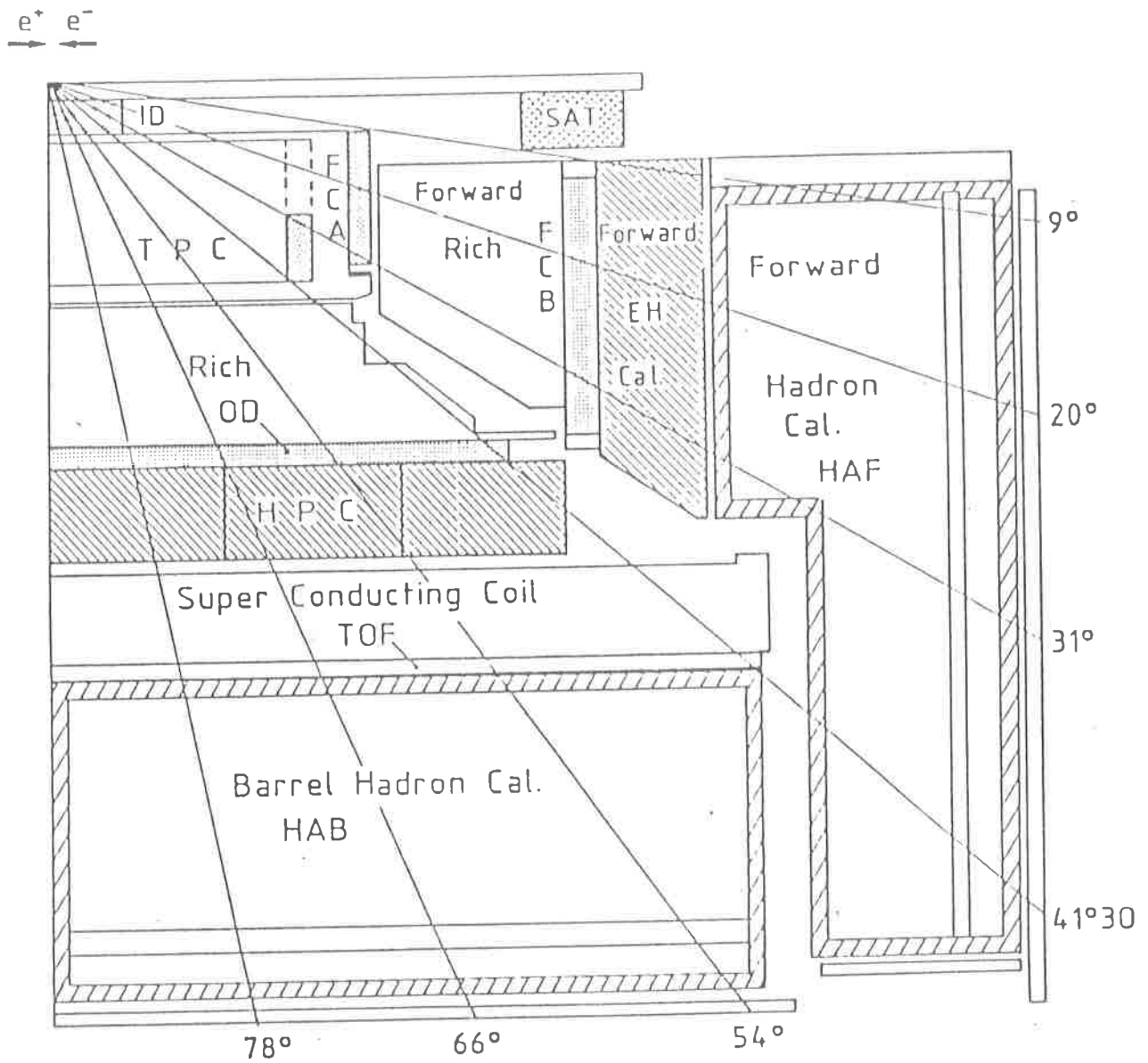
Filtre	Détecteurs
Energie électromagnétique	HPC, FEMC
Energie hadronique	HCAL
Energie totale	HPC, FEMC, HCAL
Traces chargées (Track Trigger)	ID, OD, TPC
Muons	TOF, OD, HCAL, MUCH, SCINT

Tableau 4.1: Différents filtres

Le filtre de traces chargées (Track Trigger) ainsi que celui spécialement destiné aux muons nous intéressent tout particulièrement pour détecter des événements $\mu^+\mu^-(\gamma)$. S'il est évident qu'avec des événements $q\bar{q}$, dont la multiplicité en traces chargées a une valeur typique de dix, le filtre de traces donnera une réponse favorable au système d'acquisition à coup sûr, pour une paire $\mu^+\mu^-$ une étude détaillée s'impose, surtout qu'en général cette paire a une forte corrélation directionnelle amplifiant l'influence des zones mortes symétriques ("trou à 40°"). Pour combler ces trous d'efficacité, il faudra utiliser conjointement le filtre de traces et le filtre de muons.

Le filtre de traces est segmenté géométriquement en deux régions. La première correspond à l'avant et à l'arrière de DELPHI (FW-BW) couvrant la zone $(9^\circ < \theta < 43^\circ) \cup (137^\circ < \theta < 171^\circ)$ à l'aide des grandes chambres à dérives FCA-FCB ainsi que des extrémités de la chambre à projection temporelle TPC. La seconde région couvre la partie centrale (BL) de DELPHI soit $43^\circ < \theta < 137^\circ$ à l'aide du détecteur interne ID, du détecteur externe OD et de la TPC.

Les filtres ont quatre niveaux de sélection affinant au cours du temps la sélection de l'événement. Les deux premiers (T1-T2) pris en charge par l'électronique de chaque







-  Track trigger
-  Electromagnetic cal.
-  Hadronic cal.
-  Sat monitor

Figure 4.1: Les filtres de DELPHI (sauf celui des muons, voir plus loin)

détecteur, sont en phase avec le croisement des faisceaux (BCO, $t=0$), leur réponse survient respectivement $3\mu\text{s}$ et $39\mu\text{s}$ plus tard; les deux derniers sont asynchrones et font intervenir des algorithmes programmés. Les résultats des niveaux T1-T2 sont donnés à un processeur central PYTHIA sous forme d'un nombre codé sur deux bits (0, 1, 2, > 2) indiquant dans chaque région de DELPHI le nombre de candidats "traces". Pour obtenir cette multiplicité le filtre de traces procède au premier niveau à une corrélation des informations de FCA avec celles de FCB dans la région avant-arrière, tandis que pour la région centrale les détecteurs mis en jeu sont l'ID et l'OD. Si la réponse est favorable (T1_YES) on affine les corrélations en prenant en compte des informations plus détaillées de chaque détecteur (si possible) ainsi que celles de la TPC. Si l'état des procédures impliquées au premier niveau est figée, celle du second l'est presque, par contre seules des ébauches existent pour les deux derniers niveaux.

4.2 Région avant-arrière

Les régions avant et arrière sont symétriques par rapport au plan xy, ainsi je ne présenterai explicitement uniquement la région avant comprenant la moitié des chambres à dérives FCA et FCB, et de la chambre à projection temporelle (TPC).

4.2.1 Le premier niveau (T1) par détecteur

FCA

La première chambre [26] à dérive que je considère est composée de 3 couples de disques ($R_{min} = 29,6\text{cm}$ et $R_{max} = 101\text{cm}$) de 128 tubes ayant chacun pour direction: x (ou $\phi = 0^\circ$) en $z=157,2\text{cm}$; u (ou $\phi = 120^\circ$) en $z=160,3\text{cm}$; et v (ou $\phi = 240^\circ$) en $z=163,5\text{cm}$. Les deux plans formant un couple de disques sont décalés l'un par rapport à l'autre d'un demi tube soit de 7mm environ, et leurs tubes sont groupés par quatres (figure 4.2) formant 64 blocs presque symétriquement répartis de part et d'autre de x/u/v positif et x/u/v négatif. A T1 pour le filtre de traces l'état de ces 64 blocs est rangé dans un mot de 64 bits.

FCB

La seconde chambre à dérive est composée de 2 blocs adjacents identiques (figure 4.3) de 3 couples de disques fendus selon l'axe x ($z\sim 275\text{cm}$; $R_{min} = 53\text{cm}$ et $R_{max} = 192\text{cm}$), composés de 192 fils sensibles par plan d'orientation (x,u,v) mais dans l'ordre inverse de celle de FCA lorsque l'on s'éloigne de la région d'interaction. En tout quatre mesures sont effectués pour une direction de fils donnée. Il existe aussi un décalage d'un demi intervalle entre deux plans consécutifs de même orientation. Pour chaque plan de fils ceux-ci sont groupés par 2 et numérotés de la même façon que pour FCA (en tout 96 groupements, sauf pour ceux de direction x où manquent les numéros 91 à 96). Donc pour le filtre de traces au premier niveau FCB délivre l'état de ses 2×48 (symétrie $x > 0$, $x < 0$) groupements en un mot de 96 bits.

TPC

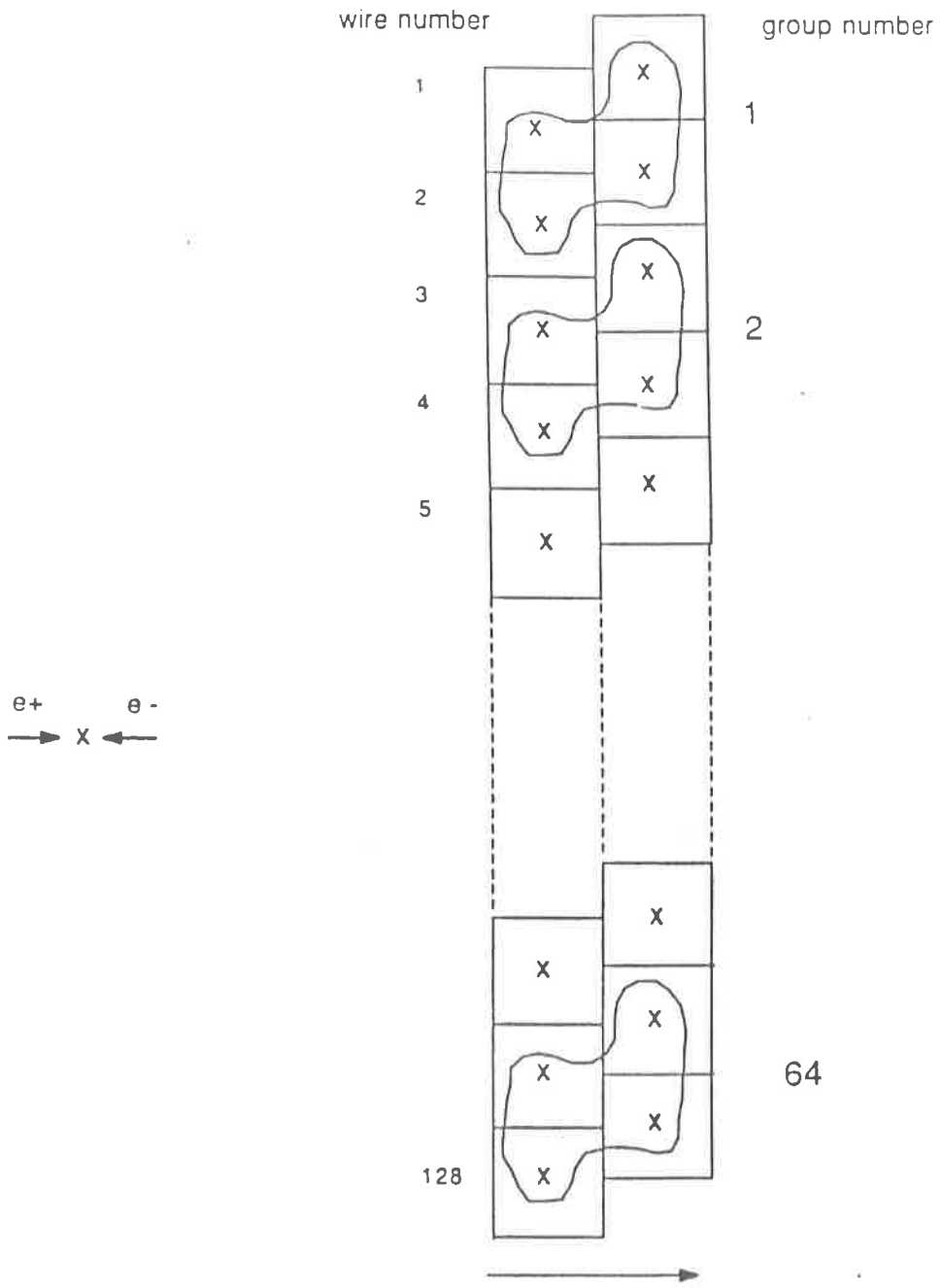


Figure 4.2: Détails de FCA

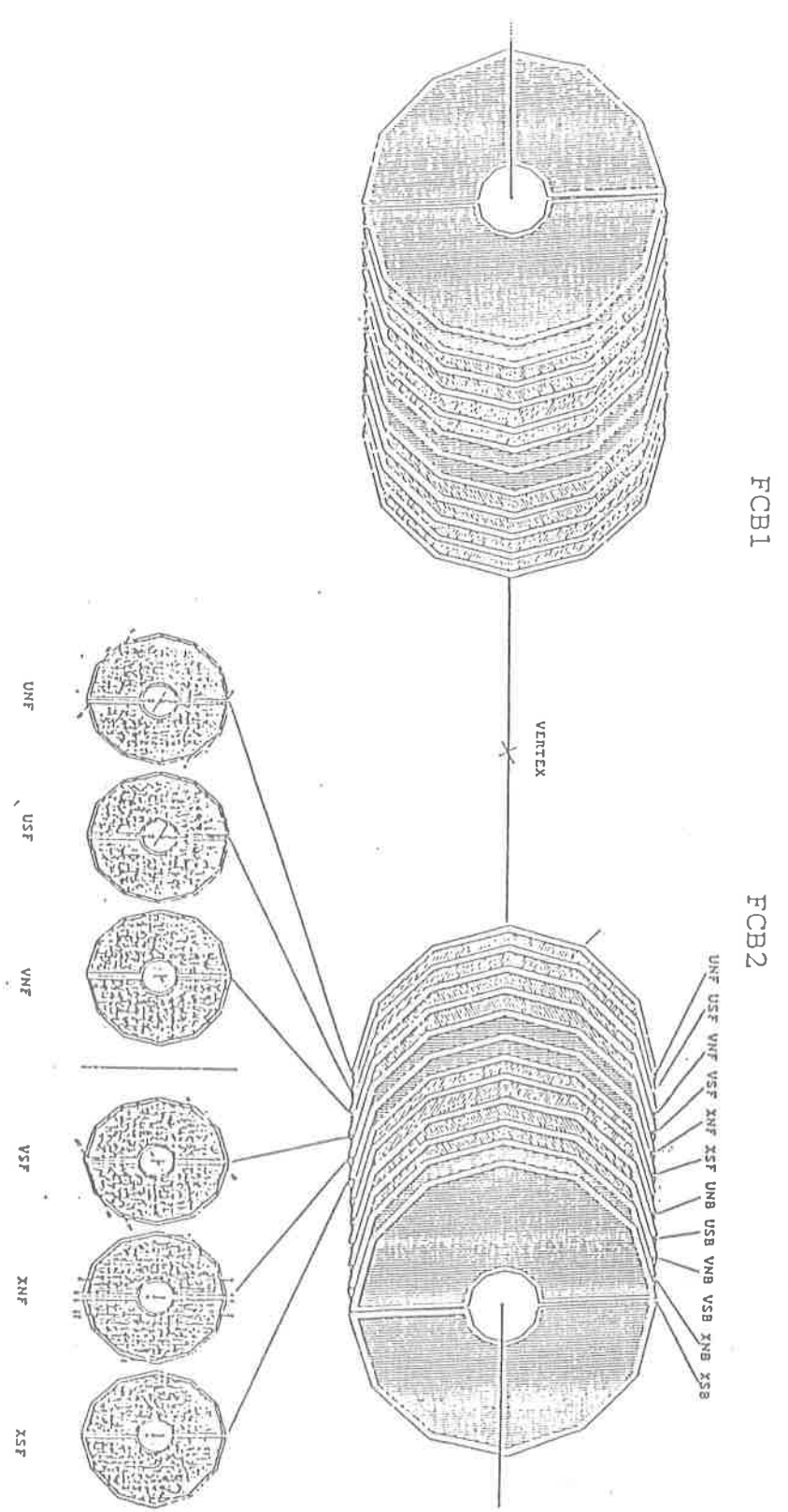


Figure 4.3: Détails de FCB

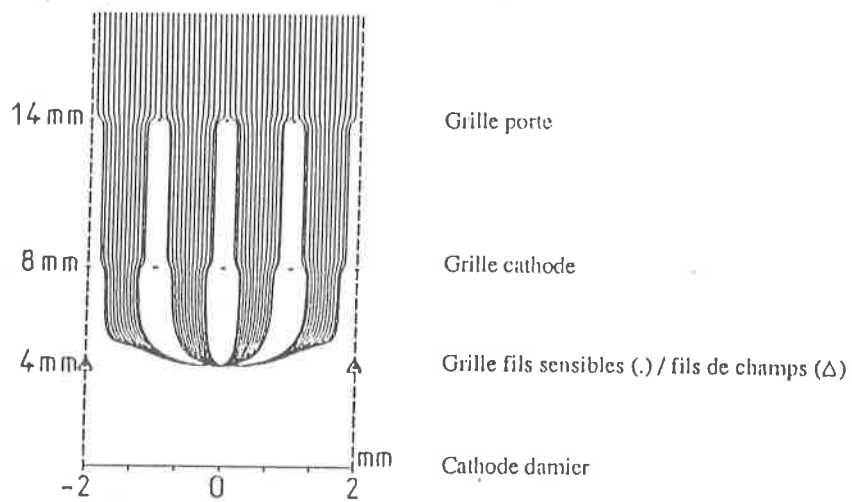
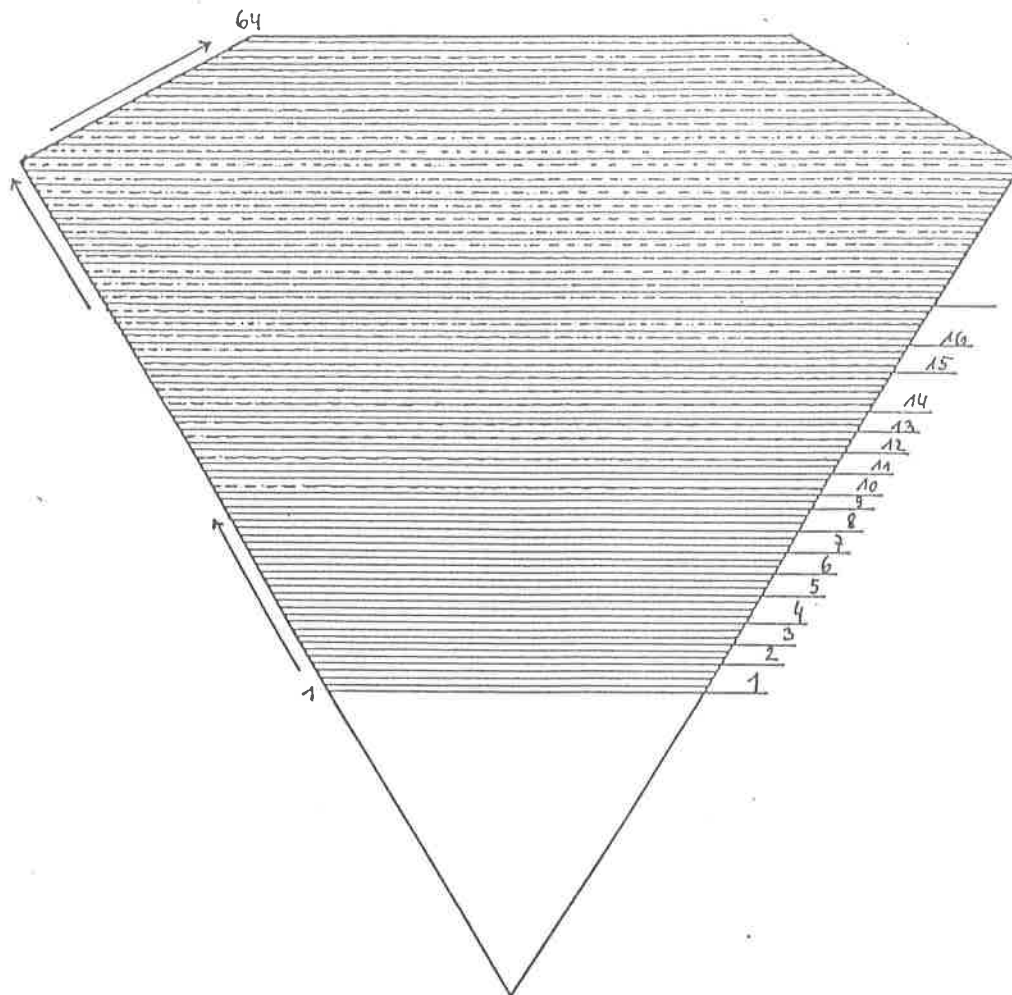


Figure 4.4: Détails de la TPC: rangement des 192 fils d'anodes d'un secteur et lignes de champs au niveau de l'un d'eux.

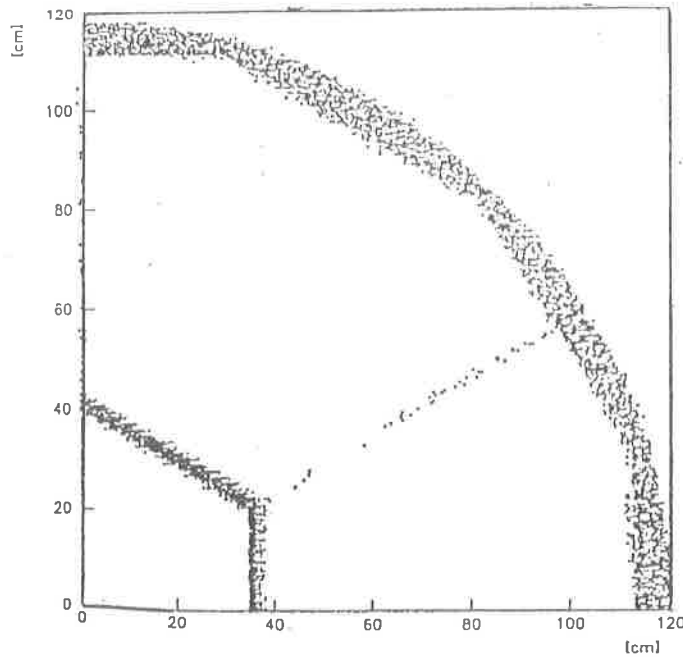


Figure 4.5: Trous d'efficacité de la TPC pour des traces à $Pt > 1,6\text{GeV}$

La chambre à projection temporelle [27] (cylindre étandu de $z_{min} = 99\text{ mm}$ à $z_{max} = 1,34\text{m}$ entre $R_{min} = 34,5\text{cm}$ et $R_{max} = 111,7\text{cm}$) est composée de 6 secteurs identiques qui 2 à 2 sont de direction x,u,v . Chacun de ces secteurs peut être séparé en deux parties: un volume de dérive des électrons d'ionisation et une chambre proportionnelle recueillant les électrons issus d'avalanches sur 192 fils d'anodes (figure 4.4). La charge induite par effet capacitif sur le plan cathodique ($z = 134\text{cm}$) ségmenté en damier (pads) de 16 rangées $R-\phi$ est aussi recueillie. Ainsi en connaissant le temps de dérive, le numéro du fil touché et de la rangée de pads influencées, une vue tridimensionnelle de la trace considérée est possible.

Au premier niveau du filtre de trace seul un temps de $1,44\mu\text{s}$ d'acquisition des électrons d'ionisation est échantillonné en 16 tranches d'égale durée (90ns) correspondant à une longueur de dérive maximale de 9,5cm environ (vitesse de dérive égale à $6,6\text{cm}/\mu\text{s}$ environ). En groupant les 192 anodes en 64 "superanodes" on obtient finalement pour chaque trace, un certain nombre n (≤ 64) de mots de 16 bits où un bit est levé (position k) par tranche de temps durant laquelle arrivent des électrons au rayon correspondant à n . L'information du filtre de la TPC (seule) au premier niveau est la donnée des couples (n,k) [$n=1,\dots,64; k=1,\dots,4$] satisfaisant à la condition de non nullité des quatres bits:

$$(n, k).(n + 1, k + 4).(n + 2, k + 8).(n + 3, k + 12)$$

sélectionnant les traces passant dans la zone échantillonnée en temps ($\sim 10\text{cm}$ près des plans cathodiques) et pointant vers le point d'interaction ($z = R = 0$). Cette condition produit une efficacité de 99,75% pour des traces de $Pt \geq 1,6\text{GeV}$. Les inefficacités viennent des trous entre secteurs (faibles) et surtout des vides causés par la forme des secteurs dans le volume fiducielle de la TPC (figure 4.5).

4.2.2 Corrélation des détecteurs au premier niveau

Il y a deux niveaux de corrélation des informations données par FCA, FCB, TPC. Tout d'abord il y a une combinaison des deux chambres à dérive puis une prise en compte des résultats de la TPC.

FCA-FCB

L'objectif de cette corrélation de premier niveau est de déclencher au passage de particules ayant une certaine valeur minimum de leur moment transverse. Cette coupure est programmable (de 1,3GeV à quelque GeV) et la valeur de 1,6GeV est prise comme référence pour optimiser l'algorithme.

Les deux chambres disposent pour une direction donnée (x,u,v et positive ou négative étant donnée la symétrie axiale de ces chambres) respectivement d'un mot de 32 bits et de quatre mots de 48 bits. Une particule levant un bit dans FCA peut suivant sa charge et la valeur de son Pt lever plusieurs bits dans FCB, en raison de la distance d'environ un mètre les séparant. Ainsi une matrice de corrélation type donnant la fenêtre (subdivisée en quatre sous-fenêtres: 1,2,3,4) à regarder dans chaque plan de FCB pour chaque partie de FCA a été construite (figure 4.6).

Une trace passera la corrélation FCA-FCB si pour un bloc de FCA (indice i) on constate que trois plans au moins sur quatre de FCB sont touchés dans la même sous-fenêtre (même indice dans la matrice de corrélation). Finalement les six réponses (une pour chaque direction x,u,v et $+, -$) peuvent être combinées d'une manière programmable afin de donner l'ensemble des i satisfaisant à la corrélation FCA-FCB.

L'efficacité du filtre FCA-FCB est de 85% pour des traces de $P_t > 1,6\text{GeV}$ dans la région $15^\circ < \theta < 31^\circ$. Les 15% d'inefficacité sont imputables à la chambre FCB (10%) et à la matrice de corrélation (5%).

TPC-FCA-FCB

A cette étape, on dispose des résultats du filtre de la TPC (l'ensemble des couples n,k) et de la corrélation FCA-FCB (l'ensemble des i). Deux difficultés surviennent si l'on veut faire une corrélation des trois détecteurs: primo ils n'ont pas tous la même couverture angulaire, secondo il faudrait prévoir une corrélation "tridimensionnelle" ($64 \times 4 \times 64$) pour chaque direction x,u,v .

Pour le premier point, lorsque la corrélation des trois détecteurs est impossible, les résultats de la TPC (seule) ou du tandem FCA-FCB sont gardés.

Pour le second, les 44 registres (n) de la TPC ayant un correspondant dans FCA (i)¹ peuvent être regroupés sans perte d'efficacité en 16 nouveaux registres. D'autre part on néglige la légère asymétrie ($+, -$) pour chaque direction (x,u,v) ainsi que la différence de z entre les plans de FCA. Enfin la donnée de k n'a aucune incidence et peut donc être abandonnée. On se retrouve ainsi avec une matrice de corrélation 32×16 (figure 4.7).

Résultat au premier niveau

L'acceptance du filtre de traces de premier niveau pour la région avant-arrière montre (figure 4.8) la discrimination à petit P_t due au bras de levier existant entre FCA et

¹Les autres auraient besoin de groupes de fils fictifs au dessus de la chambre.

F C B

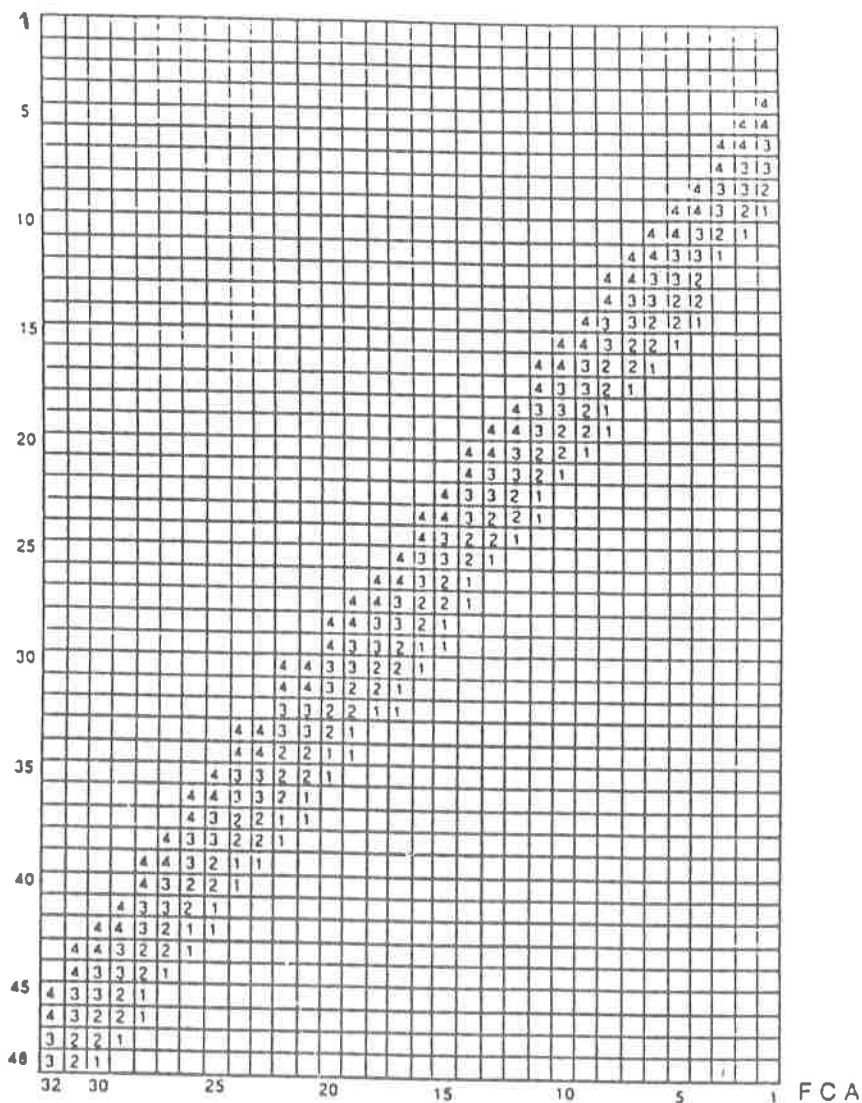


Figure 4.6: Matrice de corrélation entre FCA et FCB

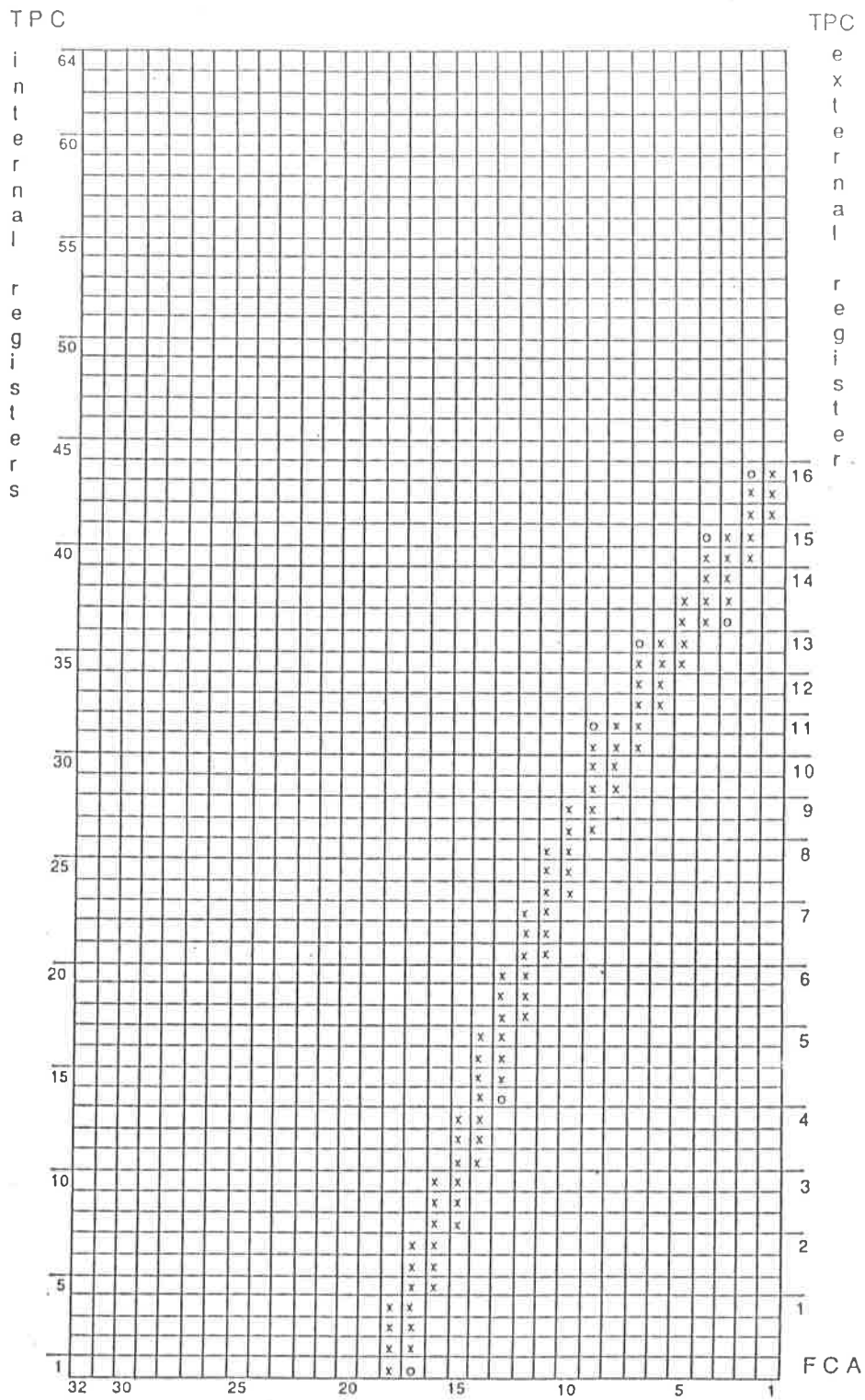
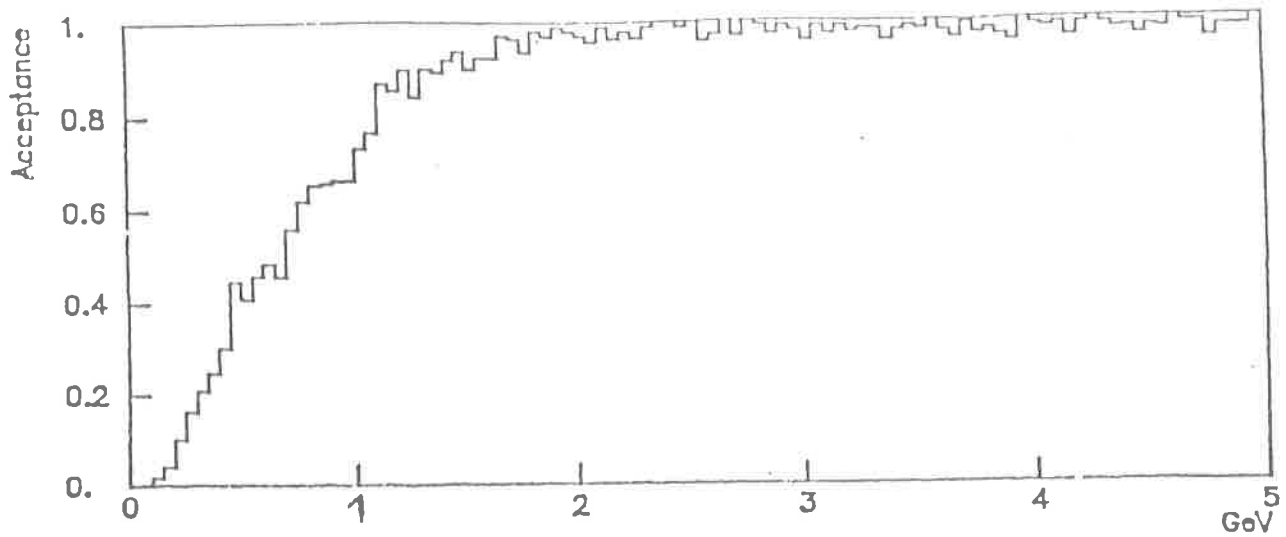
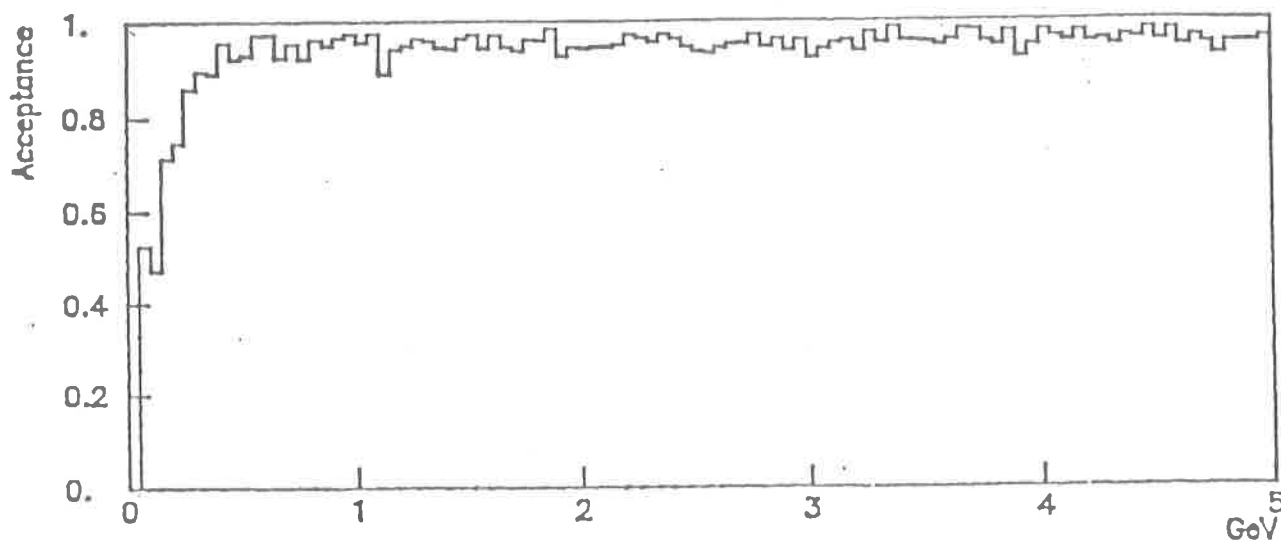


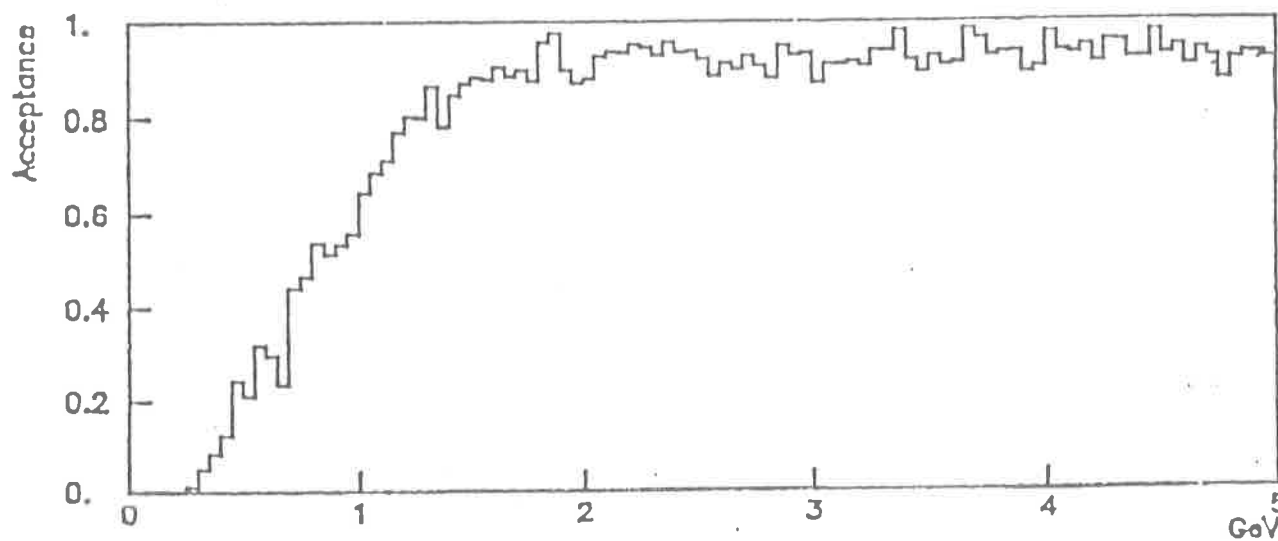
Figure 4.7: Matrice de corrélation entre TPC et FCA (FCB)



FCA-FCB



TPC-ST



TPC-FCA-FCB combined trigger

Figure 4.8: Acceptance du filtres de trace région avant-arrière

FCB. Pour l'instant les informations de chaque détecteur décrites dans les paragraphes précédents ne sont pas disponibles dans la version 32 de la simulation de DELPHI (DELSIM32 du 9/02/89).

4.2.3 Aux niveaux supérieurs (T2-T3)

Rien n'est encore figé mais la philosophie est de trouver au second niveau des conjonctions des trois directions x, u, v correspondant à un "vrai" point dans l'espace et de les donner comme base pour le troisième niveau de filtrage.

4.3 Région centrale

4.3.1 Les détecteurs ID et OD

ID

Le détecteur interne [28] est constitué de deux parties bien distinctes: une couronne formée de 5 couches concentriques de fils et une chambre à jets encastrée dans cette dernière. La chambre à jets ($R_{min} = 12\text{cm}$, $R_{max} = 22\text{cm}$, de 80cm de longueur) contient 24 secteurs en $R-\phi$ chacun contenant un plan de 24 anodes alignées radialement. La propriété de cette chambre est qu'une trace venant du vertex primaire (position nominale) induit des signaux en coïncidence temporelle sur les 24 fils d'un même plan, en raison de la proportionnalité de la vitesse de dérive par rapport à la longueur de dérive. La deuxième partie du détecteur ($R_{min} = 23\text{cm}$, $R_{max} = 28\text{cm}$, de 102cm de longueur) permet de lever les ambiguïtés gauche-droite de la chambre à jets, et donne aussi une information en Z . Elle est constituée d'un réseau de 5 couches concentriques de fils alternativement anodes et fils de champ, parallèle à l'axe des faisceaux (Z) et d'une série de rubans annulaires cathodiques (strips) séparant les 5 couches précitées (figure 4.9).

Répondant à des situations prédéfinies (patterns), l'électronique de l'ID fournit en:

- $R-\phi$: un mot de 24 bits (MIDPHI) issu d'une combinaison des informations issues des 24 secteurs de la chambre à jets ainsi que celles des 5 couches externes de fils. Ce mot indique l'état de 24 secteurs (1 bit levé par secteur "touché") couvrant chacun 15° .
- Z : un mot de 48 bits (MIDZ) indiquant l'état des strips groupées par quatre pour formées 48 superstrips (chaque superstrip ayant une largeur d'environ 1,8cm de $z = -44\text{cm}$ à $z = +44\text{cm}$).

Ces informations fournies dès le premier niveau de filtrage sont logées dans la mémoire locale de l'ID (FEB). D'un point de vue simulation (DELSIM32 du 9-Fev-89) son efficacité de trigger est de 100%. Il n'est pas clair si ce chiffre est proche de la réalité.

OD

Le détecteur externe a été longuement décrit autre part [29,30] et je ne ferais ici que le rappel des mots qu'il génère lors des divers niveaux de filtres. Les informations T1 et T2 sont logées dans la mémoire locale (FEB). Au premier niveau (T1), nous disposons en

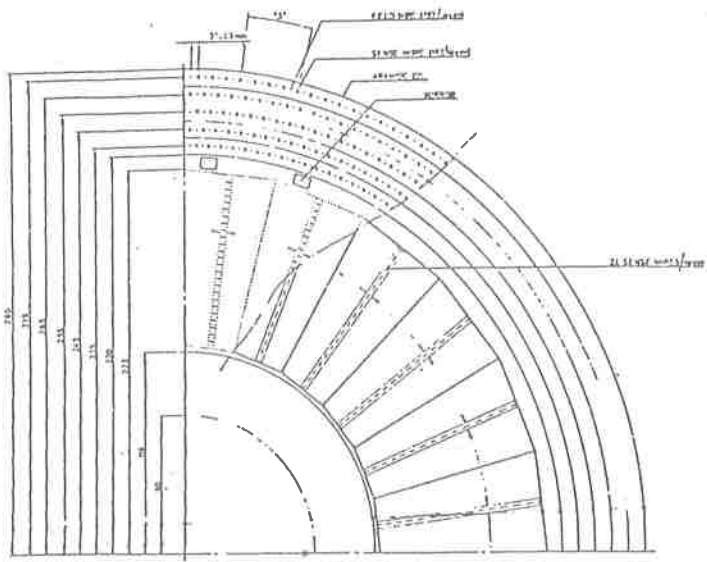
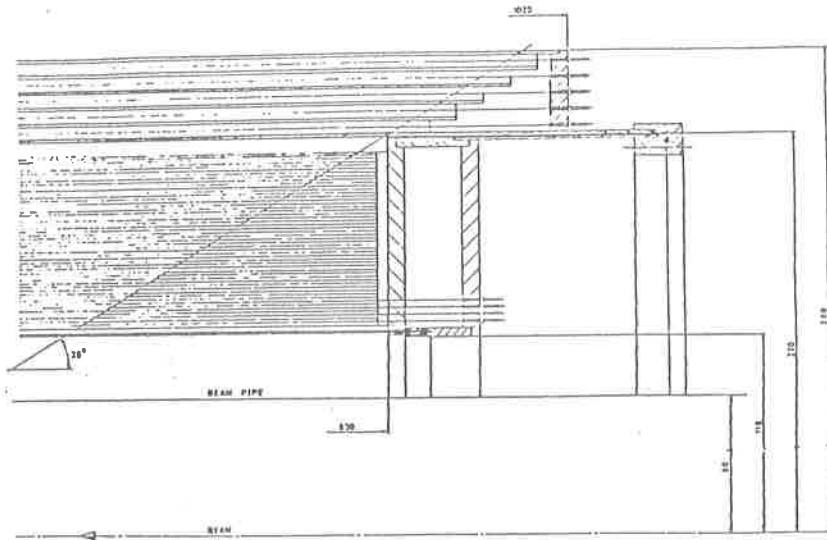


Figure 4.9: Détails de l'ID

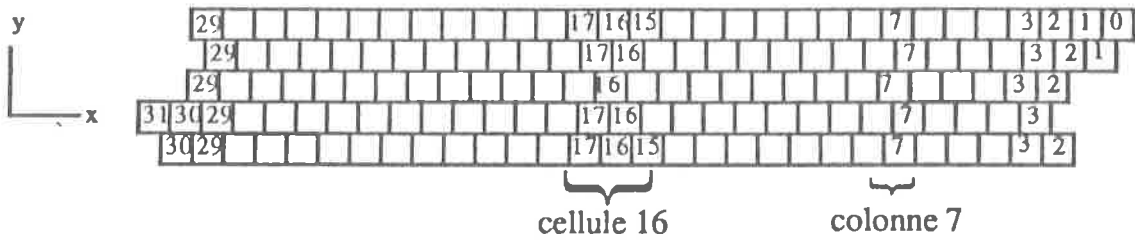
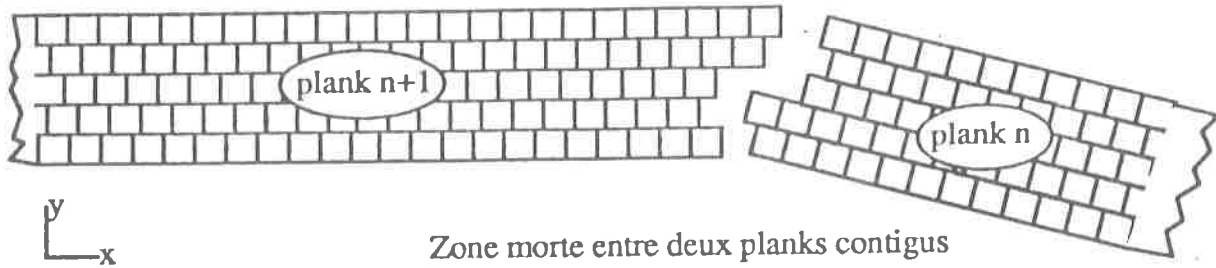
- $R-\phi$: d'un mot de 24 bits (MODPHI) donnant l'état des 24 modules (planks) constitués de 32 cellules de 11 tubes étagés sur 5 couches (145 tubes/planks, figure 4.10). Sur les bords des planks une procédure spéciale est appliquée aux cellules dont certains tubes sont manquants (4 tubes fictifs "complètent" 4 cellules dites pauvres) afin d'augmenter le taux de déclenchement à des traces passant entre deux planks contigus.
- Z : d'un mot de 32 bits (MODZ) donnant l'état de la segmentation courte (codage sur 5 bits) faite sur les trois couches centrales de chaque plank, un tronçon étant large d'environ 16cm.

Sur la figure 4.11, nous avons représenté l'efficacité en ϕ (compris entre $[-\pi/24, \pi/24]$) et en $\cos\theta$ du filtre de traces chargées de niveau 1, pour le déclenchement sur des événements $\mu^+\mu^-(\gamma)$ générés par DYMU2 (8000 événements à une énergie dans le centre de masse comprise entre 90 et 94 GeV, la masse du boson Z^0 étant de 92 GeV et sa largeur de 2,6 GeV). La simulation de la réponse de DELPHI a été faite par la version 32 du programme DELSIM datant du 9/02/89. Les seules inefficacités de détection simulées au niveau de l'OD sont celles causées par les parois d'aluminium formant la cathode d'un tube (2x0,5mm pour un carré de 17,45mm de côté externe). Il semble d'après de récentes études faites à Liverpool que le volume utile de gaz (48% d'argon, 47% d'isobutane et 5% de méthylal) corresponde au volume interne des tubes (98,5%-100% d'efficacité) où la précision sur la distance de dérive est inférieure à $100\mu\text{m}$. Nous nous attendons donc à une inefficacité intrinsèque dans un plank inférieure à 6%, nous avons trouvé 2,5%.

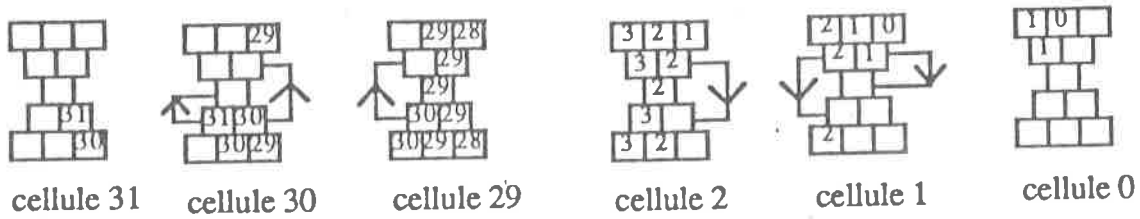
Au second niveau (T2), nous produisons un mot par cellule touchée qui donne l'information en Z sur 6 bits, notée Z_m (pleine échelle correspondant à une largeur d'un segment de 8cm environ) et un code n_z (0,1,2,3) évaluant la compatibilité des mesures longitudinales faites au premier niveau. Deux mesures sont jugées compatibles si sur 6 bits elles ne diffèrent que d'une unité. Passons en revue toutes les combinaisons possibles afin d'obtenir les diverses valeurs de n_z et Z_m :

1. aucune mesure: $n_z = 0$, $Z_m = 0$;
2. une seule mesure: $n_z = 1$, Z_m prend la valeur donnée par le tube touché;
3. une paire de mesures: $n_z = 2$ et le choix de la valeur de Z_m est donné par ordre de préférence par le tube (figure 4.10):
 - A. central,
 - B. ou de la 2^{ème} couche appartenant à la même colonne du tube central,
 - C. ou celui de la 2^{ème} couche restant,
 - D. ou de la 3^{ème} couche appartenant à la même colonne du tube central,
 - E. ou enfin celui de la 3^{ème} couche restant,
4. deux paires de mesures: $n_z = 2$ et Z_m prend la valeur du tube central;
5. trois paires de mesures: $n_z = 3$ et Z_m prend la valeur du tube central.

A partir du troisième niveau rien n'est implémenté à l'heure actuelle, mais la philosophie de T3 [29] est de donner au calculateur central une information compacte par trace trouvée: un point situé sur une surface de référence (cylindre de rayon $R_{ref} \sim 200\text{cm}$) et une direction par rapport au rayon vecteur en projection $R-\phi$.



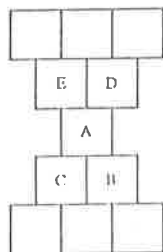
Numérotation des tubes, définition de "cellule" et de "colonne"



□ tube "manquant"

↗ dérivation du signal

Traitement des cellules pauvres



Uniquement les trois couches centrales
sont équipées en mesure de Z

Figure 4.10: Grossissement au niveau d'un module et d'une cellule de l'OD

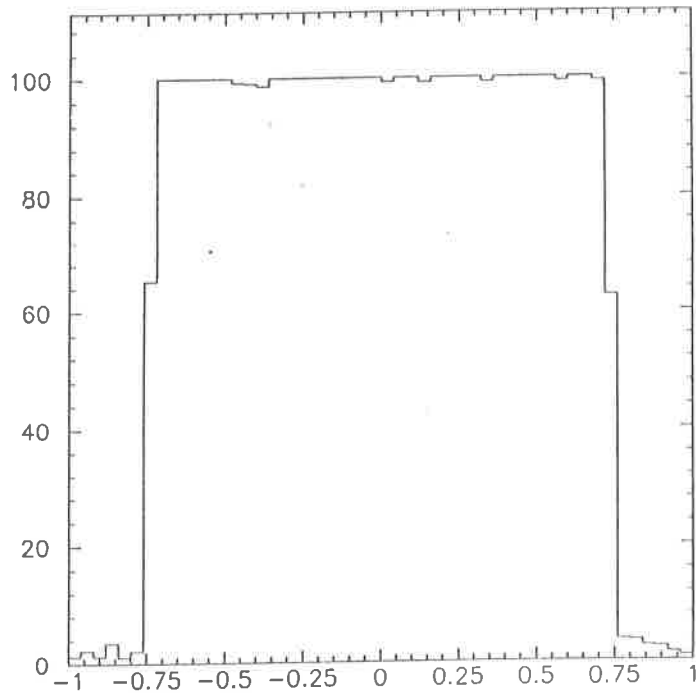
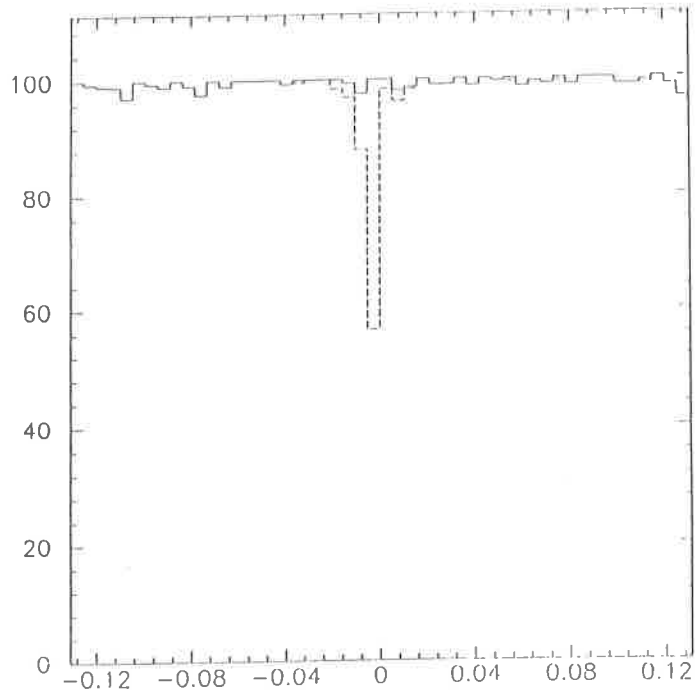


Figure 4.11: Efficacité à T1 en ϕ et en $\cos\theta$ de l'OD pour des événements $\mu^+\mu^-(\gamma)$: (—) avec traitement des cellules pauvres, (- -) sans ce traitement.

La corrélation ID-OD

Pour rejeter le bruit de fond, on procède à une corrélation des résultats du détecteur interne et externe au premier niveau du filtre de traces chargées comme au second.

Au premier niveau (T1)

A T1, seuls l'ID et l'OD peuvent être corrélés, ceci étant fait au niveau de l'électronique de l'OD (LTS-DB construite par le RAL de Rutherford). La corrélation consiste en une combinaison des mots MODPHI, MIDPHI en R- ϕ d'une part, et des mots MODZ, MIDZ en Z d'autre part.

En R- ϕ chaque secteur touché de l'ID noté ID_n est corrélé avec un triplet de planks de l'OD noté $\{OD_{n-1}, OD_n, OD_{n+1}\}$ (figure 4.12). Il est ainsi possible de connaître le nombre (NSECID) de secteurs de l'ID corrélés avec au moins un plank de l'OD. La figure 4.13 montre l'efficacité en Pt de la corrélation ID/OD (comme l'ID est 100% efficace dans la simulation cela revient à étudier l'OD seul) pour des traces (type muonique) générées avec les paramètres $41,5^\circ < \theta < 138,5^\circ$ et $300\text{MeV} < Pt < 2\text{GeV}$. Nous remarquons que l'efficacité avoisine les 100% dès 1GeV garantissant le déclenchement à toutes les traces chargées passant dans la région centrale ayant un moment transverse de plus de 1,6GeV (limite que ce fixe le filtre de traces).

En Z la procédure est similaire à celle développée ci-dessus. Chaque segment de l'OD noté Z_n est corrélé (ET logique) avec un N-uplet de superstrips de l'ID (figure 4.12 et table 4.2). Ce N-uplet est programmable allant d'une à treize superstrips. Nous pouvons ainsi connaître le nombre (NBINOD) de segments de l'OD corrélés avec au moins un groupe de superstrips. La figure 4.14 met en évidence la zone étroite de corrélation ID/OD au passage de traces dont le Pt est compris entre 30 et 46GeV et issues de l'origine. Maintenant ayant généré le même genre de traces mais dont l'origine varie entre $z = -5\text{cm}$ et $z = 5\text{cm}$, la zone de corrélation s'élargit de 3 à 7 superstrips par segment de l'OD (figure 4.14). L'efficacité de déclenchement (95,9% pour $\theta \in [44^\circ, 136^\circ]$) n'est pas affectée par cet élargissement même si nous réduisons la matrice de corrélation à 3 superstrips par segment de l'OD. Par contre à titre indicatif la figure 4.15 montre la perte d'efficacité du déclenchement si uniquement les mesures en Z sont corrélées, au fur à mesure que le point d'interaction s'éloigne de sa position nominale. Comme un maximum de treize superstrips est prévu pour la corrélation, un déplacement longitudinal maximum de $\pm 10\text{cm}$ du point d'interaction est possible.

Finalement les résultats des corrélations en R- ϕ (NSECID) et en Z (NBINOD) sont combinés pour donner la multiplicité de l'événement sous forme de deux bits (1TRBL) indiquant si 0, 1, 2 ou plus de deux traces (table 4.4) ont été trouvées. Le contenu de 1TRBL dépend directement de deux paramètres P0 et P1 programmables (table 4.3). Pour des événements $\mu^+\mu^-\gamma$ (les mêmes 8000 cités plus haut): sur les 2/3 des événements qui possèdent au moins un muon dans la zone couverte par le détecteur externe, 99,4% passe le premier niveau du filtre de traces chargées avec un seul candidat trace trouvé dans 19,6% des cas, 2 dans 75,3% et plus de deux dans 5,1%.

Au second niveau (T2)

Nous réactualisons le résultat du tandem ID/OD en corrélant les valeurs du ϕ et du Z trouvées pour les cellules touchées au premier niveau (T1) de l'OD avec celles données

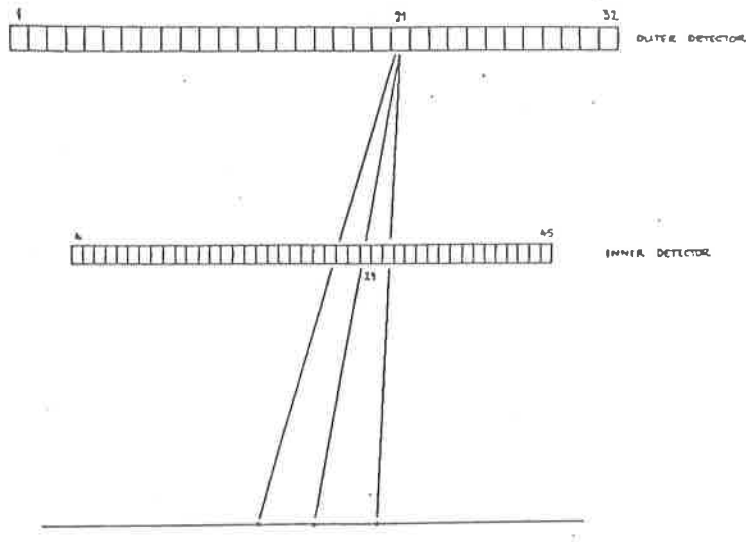
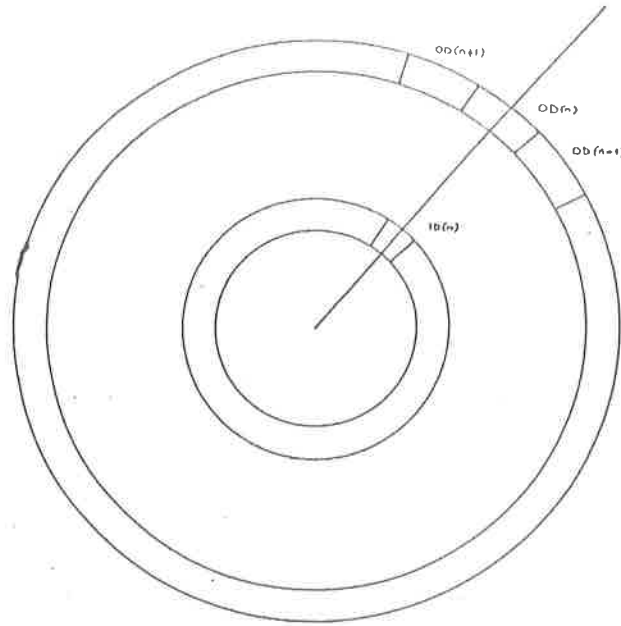


Figure 4.12: Corrélation en $R-\phi$ et en Z pour le tandem ID/OD

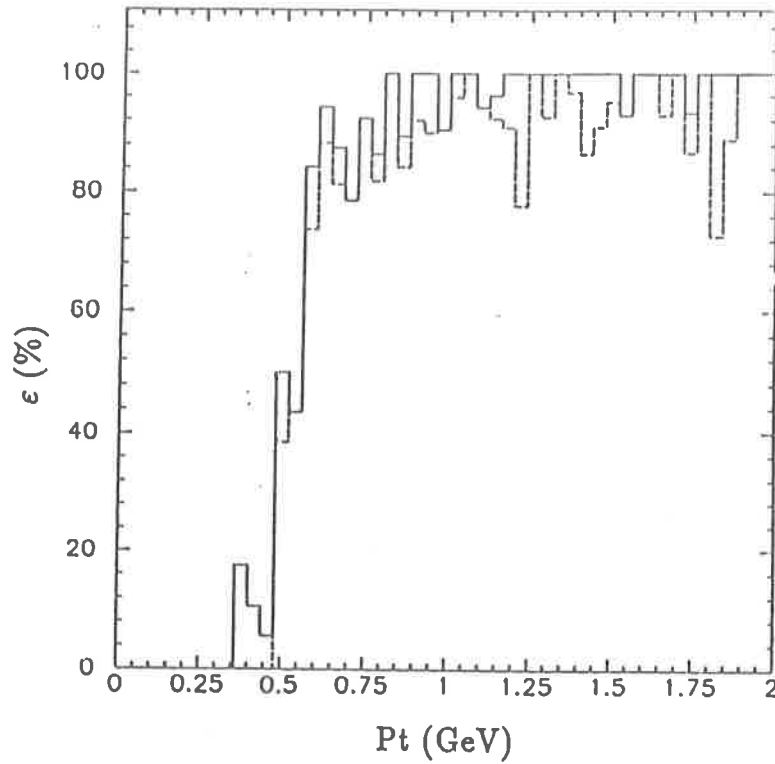


Figure 4.13: Efficacité en Pt de la corrélation: (—) avec le traitement des cellules pauvres, (- -) sans.

P1	P0	1TRBL
0	0	NBINOD
0	1	Max(NBINOD,NSECID)
1	0	Min(NBINOD,NSECID)
1	1	NSECID

Tableau 4.3: Influence de P0, P1 sur 1TRBL

1TRBL	mot de 2 bits
0	00
1	01
2	10
> 2	11

Tableau 4.4: Codage sur 2 bits de 1TRBL

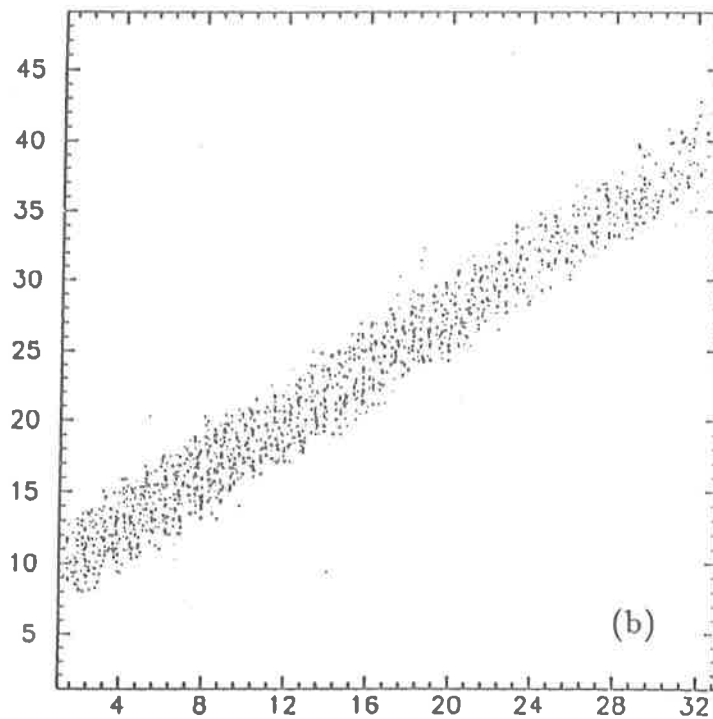
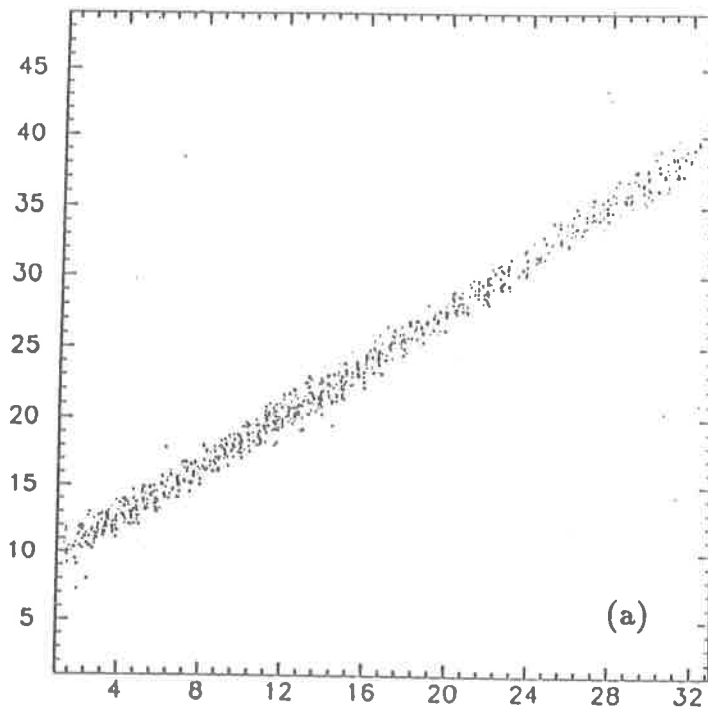


Figure 4.14: Réponse en Z de l'ID et l'OD séparément pour des traces de 46 GeV issues de l'origine (a) et dont l'origine est comprise entre -5cm et 5cm (b).

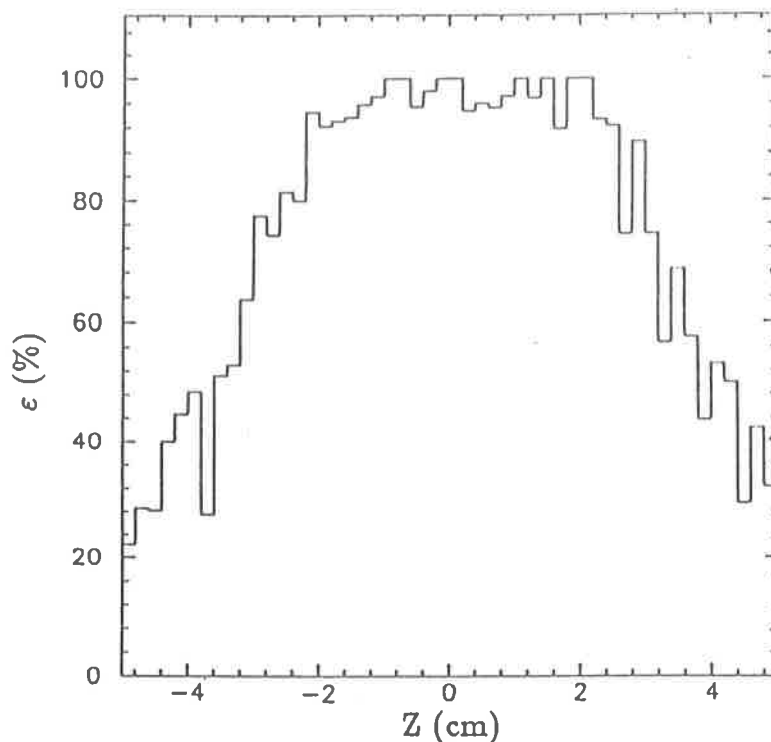


Figure 4.15: Acceptance en Z de la corrélation ID-OD pour des traces de 46 GeV pour le cas d'une corrélation avec 3 superstrips de l'ID par segment de l'OD.

par l'ID inchangées depuis T1.

Au niveau du détecteur externe il est possible de sélectionner les cellules par la valeur du code n_z renseignant sur l'accord des mesures faites en Z . Sur la figure 4.16 nous remarquons qu'en appliquant une coupure $n_z \geq 2$ nous retrouvons une situation semblable à celle du premier niveau entre la situation avec le traitement des cellules "pauvres" ou non. Néanmoins il sera possible de travailler avec $n_z \geq 1$ dès que le bruit de fond aura atteint un seuil acceptable.

Pour des événements $\mu^+\mu^-\gamma$ ayant passé le premier niveau du filtre de traces chargées dans la partie centrale, 98,4% (resp. 99,9%) passe le deuxième niveau de la corrélation ID/OD avec $n_z \geq 2$ (resp. $n_z \geq 1$).

4.3.2 Introduction de la TPC

Celle-ci intervient seulement dès le second niveau du filtre de traces pour que la collecte des électrons de dérive soit complète ($25\mu\text{s}$ environ). La corrélation de ses informations avec celles de l'OD (validées par l'ID) peut être ajustée dans le cas de bonnes ou de mauvaises conditions d'acquisition causées par des imperfections des faisceaux (bruit de fond des collisions faisceaux avec les parois du tube à vide, ou avec les particules du gaz résiduel...). Dans de mauvaises conditions un ET est prévu en prenant tous les planks de l'OD, par contre dans de bonnes conditions de fonctionnement un OU sera fait en ne prenant que les 6 planks de l'OD situés en regard du vide entre les secteurs de la TPC; on s'attend (d'après des résultats de simulation privée) à une efficacité de 83% et 92% pour les deux configurations. Aucune simulation du filtre de trace de la TPC (région centrale) n'est disponible à l'heure actuelle (DELSIM32).

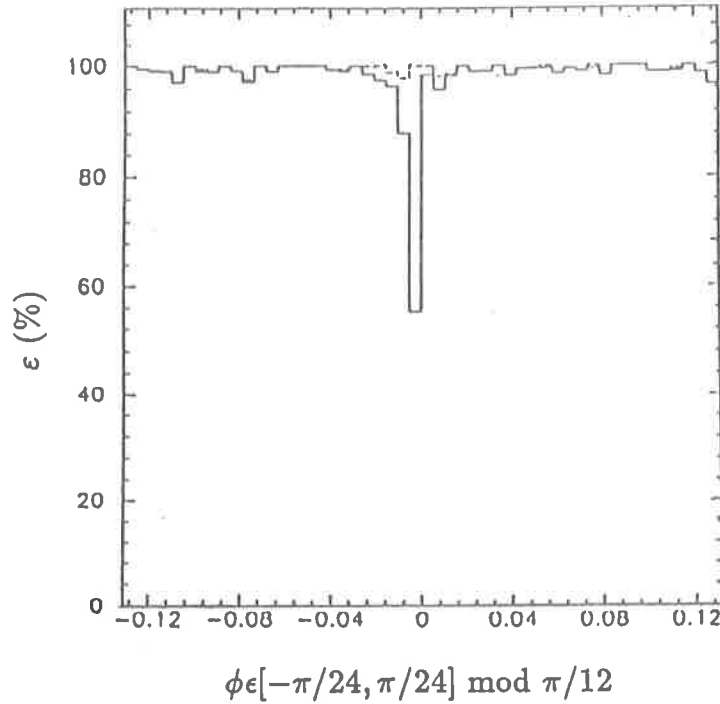


Figure 4.16: Efficacité du second niveau de corrélation ID/OD en ϕ avec $n_z \geq 2$ (—) et $n_z \geq 1$ (- -)

événements $\mu^+\mu^-\gamma$ de DYMU2 à (90,92,94)GeV
66,5% dans la zone $[41,5^\circ; 138,5^\circ]$
99,4% ID/OD T1.OUI
98,4% ID/OD T2.OUI ($n_z \geq 2$)
99,9% ID/OD T2.OUI ($n_z \geq 1$)

Tableau 4.5: Flot des événements $\mu^+\mu^-\gamma$ à travers le filtre de traces chargées (partie centrale) au niveau du tandem ID/OD.

4.3.3 Conclusion

Le détecteur externe (OD) joue un rôle extrêmement important dans la chaîne d'acquisition car il prend la décision ($3\mu\text{s}$ à T1), en collaboration avec le détecteur interne (ID), de sélectionner ou non un événement traversant la région centrale $[41,5^\circ; 138,5^\circ]$ de DELPHI. L'ID étant simulé avec une efficacité de 100% (DELSIM32 9/2/89), c'est donc l'OD qui donne la valeur de 99,4% d'efficacité au premier niveau et de 97,8% (99,3% si $n_z \geq 1$) au second, pour le déclenchement du filtre de traces au passage d'événements $\mu^+\mu^-\gamma$ (DYMU2) (table 4.5).

La partie avant-arrière de DELPHI devrait être aussi efficace pour ce genre d'événements ($> 90\%$). Mais celle-ci ne couvre pas l'angle solide complémentaire de la partie centrale. En effet la région $35,5^\circ < \theta < 41,5^\circ$ n'est actuellement couverte ni par l'OD ni par les chambres à l'avant (arrière) FCA/FCB, donc elle est une zone "morte" du filtre de traces chargées. Ainsi un événement de faible acolinéarité passant

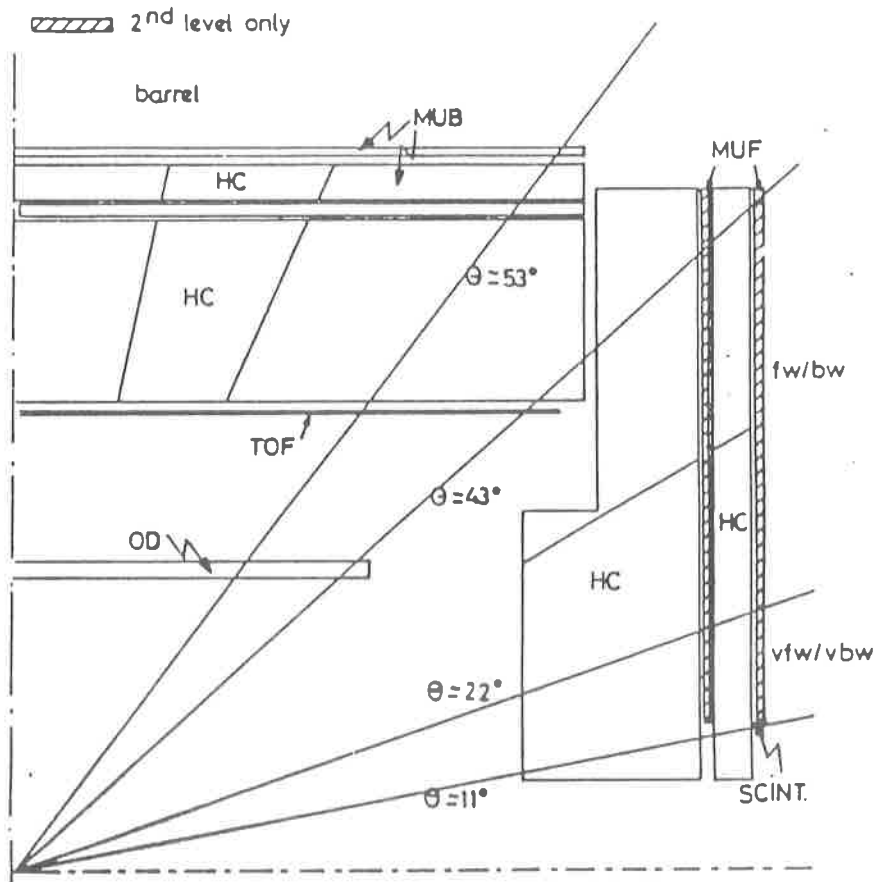


Figure 4.17: Le filtre de muons

dans cette région "aveugle" passerait inaperçu. Il faudra utiliser dans cette région le filtre de "muons" conçu pour des événements à faible multiplicité.

Le filtre de muons (figure 4.17) se sert non seulement des détecteurs de traces déjà mentionnés et intervenant dans le filtre de traces chargées (ID, TPC, OD, FCA, FCB), mais aussi du calorimètre hadronique (HC) excité au minimum d'ionisation (centaine de MeV correspondant au passage d'un muon), du compteur de temps de vol (TOF), les scintillateurs (SCINT), et des chambres à muons (MUB et MUF).

L'efficacité de ce filtre est reportée [39] sur la figure 4.18. Nous remarquons aussi un "trou" d'efficacité pour $41^\circ < \theta < 50^\circ$ mais couvert par la partie centrale du filtre de traces chargées. Ainsi un événement non détectés par un filtre pourra l'être par l'autre.

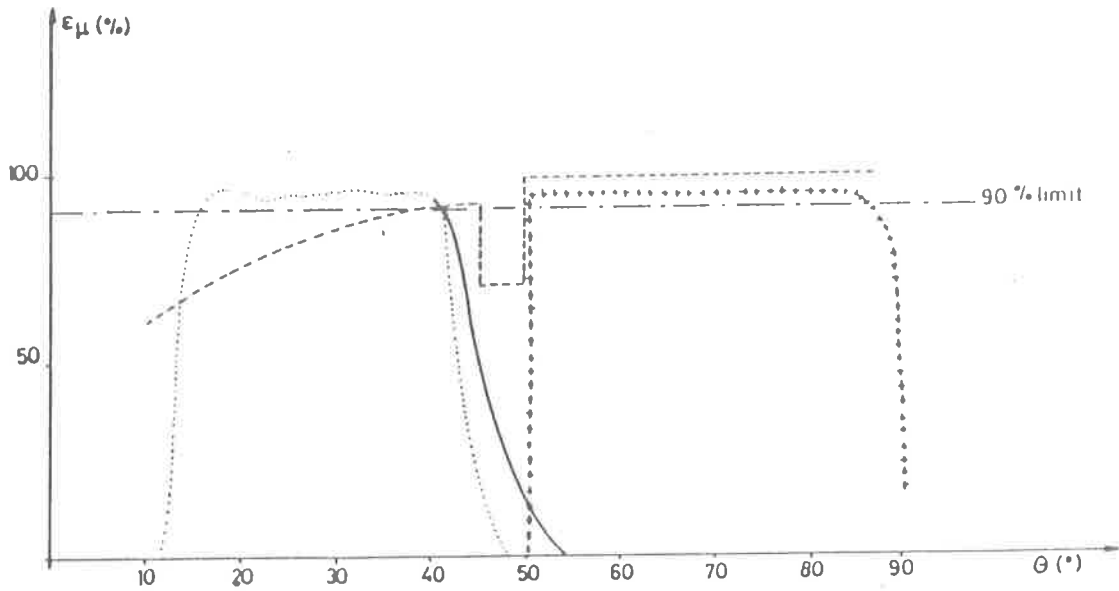


Figure 4.18: Efficacité du filtre de muons: (- -) le calorimètre hadronique, (...) les chambres à muon à l'avant ainsi que les scintillateurs, (+ +) les chambres à muon centrales et le TOF, (—) les chambres à muon à l'avant et le TOF ou le détecteur externe.

Chapitre 5

Reconstruction des événements

$$\mu^+ \mu^- (\gamma)$$

5.1 Introduction

Nous ne parlerons que de la reconstruction des trajectoires de particules chargées (du type μ^\pm), les photons étant considérés dans une première analyse comme "parasites". On s'attend d'ailleurs à ne pouvoir les détecter dans les calorimètres électromagnétiques que si leur énergie est supérieure à 500MeV.

Le programme de reconstruction (DELANA) écrit pour DELPHI a pour but de reconstruire la trajectoire du plus grand nombre de particules en vue de fournir si possible la valeur de l'impulsion-énergie aux vertex (primaire et secondaires éventuellement) et aussi d'une visualisation tridimensionnelle sur une Megatek par exemple.

5.2 Vue d'ensemble de DELANA

Trois étapes sont nécessaires pour déterminer les quadrimoments des particules chargées au vertex ¹.

La première étape (figure 5.1) constitue une liste hiérarchique d'informations de plus en plus condensées décrivant chaque trace. On commence par un appel à chaque détecteur fournissant, à l'aide de leur données à l'état brut (signaux d'électronique), des points dans l'espace ou en projection (TD) et, des éléments de traces (TE) rassemblant les TD appartenant à un même candidat "trace".

Ensuite la main est donnée au corps du programme qui se charge de trouver les traces (Track Search) et d'ajuster (Track Fit) leurs paramètres sur des surfaces de référence. A partir des TE, la procédure de recherche de traces forme des ensembles $\{TE_1, TE_2, \dots, TE_n\} = TS$. Chaque TE peut apparaître dans plusieurs TS; en premier lieu ceci est dû au caractère approximatif des critères d'association des TE laissant un arbitraire levé plus tard par la procédure d'ajustement d'écrite plus loin, et en second lieu en particulier à cause des ambiguïtés inhérentes aux détecteurs. Ainsi pour le détecteur externe seule la distance au fil est connue, et dans le cas extrême où seulement deux fils sont touchés, quatre TE ambigus sont générés; alors un TE de la TPC peut être lié aux quatre TE de l'OD en quatre TS différents. Si des TE ne peuvent pas être associés ils

¹Il sera sous entendu qu'il s'agit du vertex primaire.

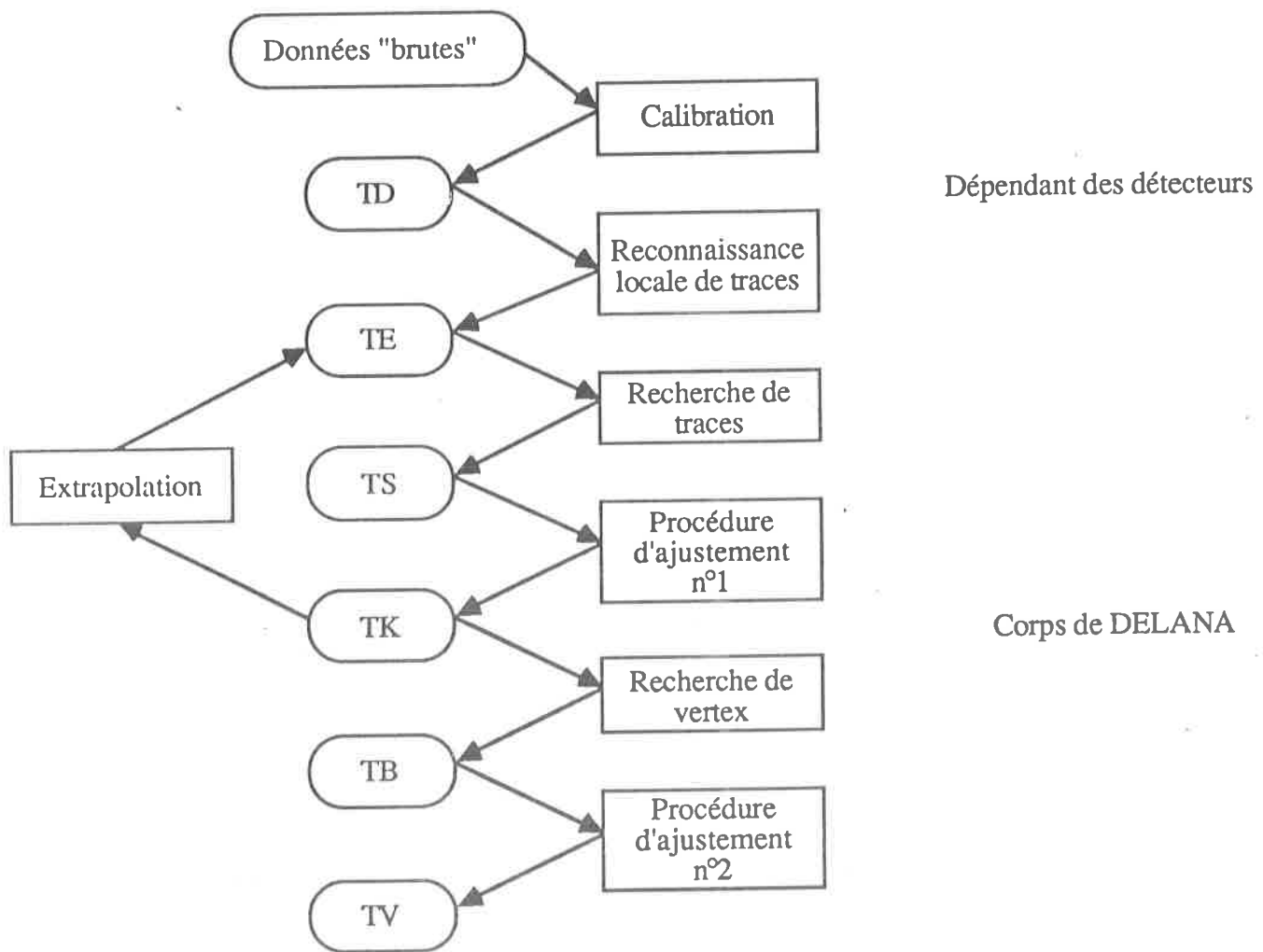


Figure 5.1: La réduction des informations par DELANA

sont laissés libres et leur cas est reconsidéré à la deuxième étape (dans le cas de la TPC, un TE peut constituer à lui tout seul un TS).

La qualité d'un TS (donc de la relation entre TE) est estimée par le calcul d'un χ^2 fait à partir d'une méthode "progressive" [33] d'ajustement, tenant compte des perturbations subies par une particule à la traversée de la matière constituant DELPHI. Ainsi en prenant les meilleurs χ^2 , le programme résout les ambiguïtés mentionnées plus haut. Dans notre exemple la plupart du temps un seul TE du détecteur externe aura la bonne direction extrapolée à partir d'un TE de la TPC.

En fin de procédure d'ajustement on dispose d'un ensemble inambigu de traces (TK). Chaque TK est associé à un TS, et contient les paramètres de la trace ajustés au point correspondant au TE le plus interne, en particulier: son point de départ, d'arrivée, sa longueur, le nombre de TE qui le constituent, la charge q dans certain cas, la valeur du χ^2 , et suivant les cas (P_x, P_y, P_z) ou ($q/P, \theta, \phi$) et leur matrice d'erreur.

La deuxième étape réactualise l'ensemble des TS donnés précédemment si de nouveaux TE laissés libres à la première étape peuvent être associés, ou si de nouveaux TE sont trouvés, par extrapolation des TK précédents. Elle fournit en fin d'algorithme les TK définitifs de l'événement.

La dernière étape est consacrée à la recherche du point d'interaction à l'aide d'une méthode à la Kalman [34] regroupant par "paquets" (TB) un certain nombre de traces (TK) susceptibles d'être issues d'un même point. Pour le cas d'événements $\mu^+\mu^-$, cette méthode nécessite des informations sur le profil des faisceaux (350 (500) μm en X , 17 (25) μm en Y si la luminosité est de 1 ($0,5$) $\times 10^{32}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ et, environ $1,8\text{cm}$ en Z) en raison de leur faible acolinéarité. Néanmoins lorsque le vertex est trouvé sa position est donnée à $80\mu\text{m}$ en $R-\phi$ et $800\mu\text{m}$ en Z . Tout en donnant la position du vertex un réajustement des paramètres (TV) des traces passant par ce dernier s'effectue, on dispose alors: de la position du vertex reconstruit, de la valeur du χ^2 , du nombre de traces y étant attachées, et par trace de l'impulsion-énergie ainsi que de la matrice d'erreur associée.

5.3 Les traces μ^+ dans les événements $\mu^+\mu^-\gamma$

La recherche du vertex n'étant pas couronnée de succès dans 50% des cas (étant donné la faible valeur de l'angle d'acolinéarité), nous ne retiendrons pas la dernière étape de DELANA c'est à dire l'aboutissement aux TV, mais nous procéderons à un ajustement manuel grossier fondé sur les propriétés d'une hélice.

5.3.1 Topologie des traces

Se plaçant donc au niveau des TK, il est possible de sélectionner des traces d'énergie supérieure à $\sqrt{s}/4$ et ayant touché deux détecteurs au moins (2 TE). La première contrainte, d'origine physique, permet d'éliminer des particules secondaires (électrons issus de création de paires par exemple) et les muons venant de la désintégration des taus ou des interactions à deux photons par exemple. La seconde contrainte n'est pas sévère car seulement 2% des traces satisfaisant la première sélection n'ont touchée qu'un seul détecteur, les 98% sélectionnées se partagent en: 11% avec 2TE, 25% avec 3TE et 62% avec 4TE (une trace peut toucher dans la région avant-arrière le détecteur interne, la TPC et les deux chambres FCA, FCB; dans la région centrale le détecteur de vertex (VD:

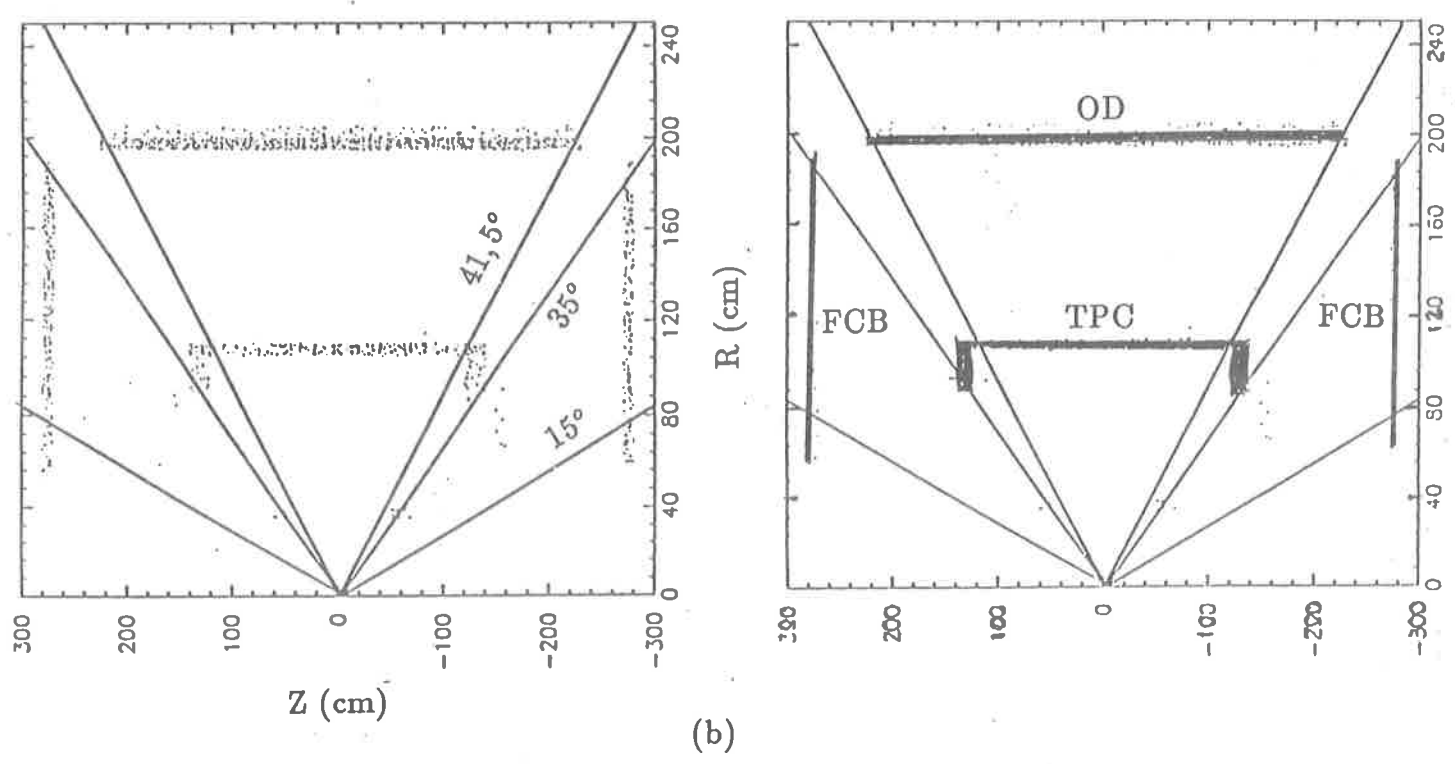
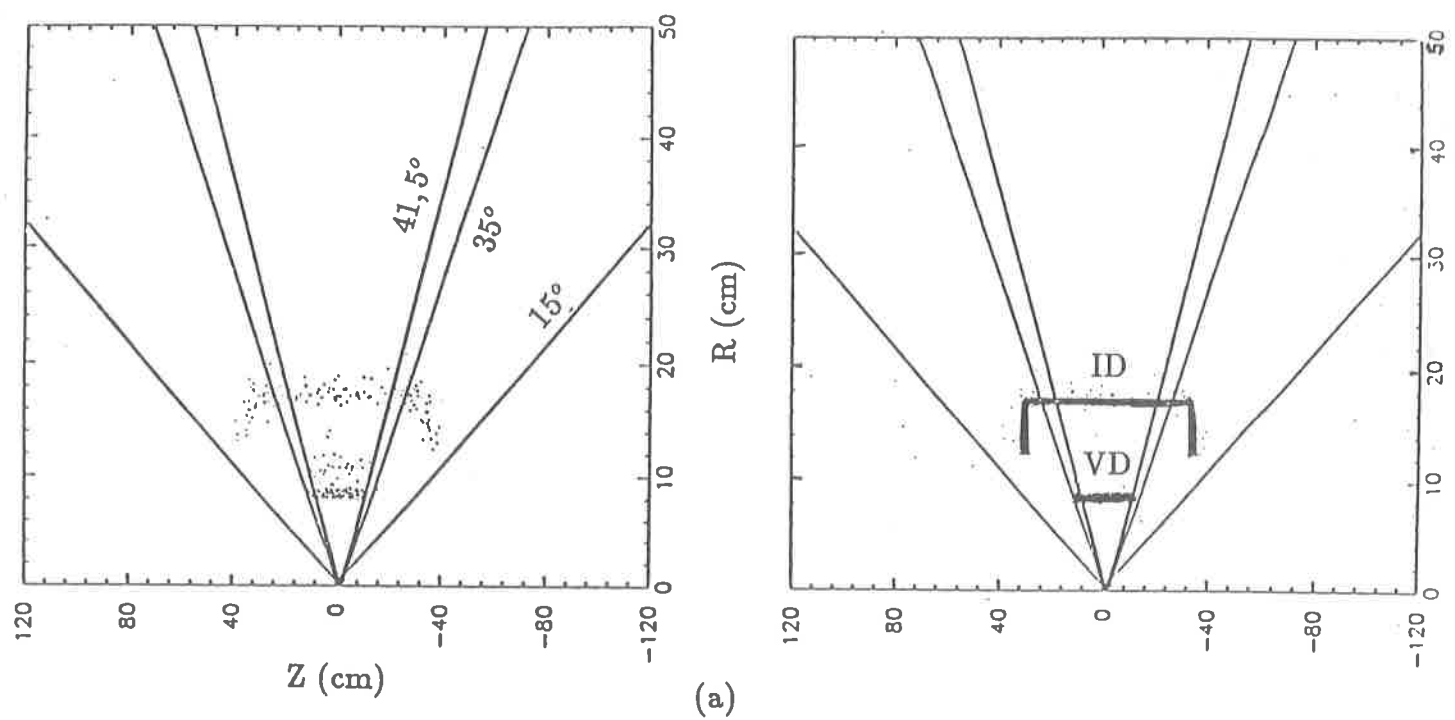


Figure 5.2: Position du premier TE (a) et du dernier TE (b) ayant servi à constituer le TK de la trace

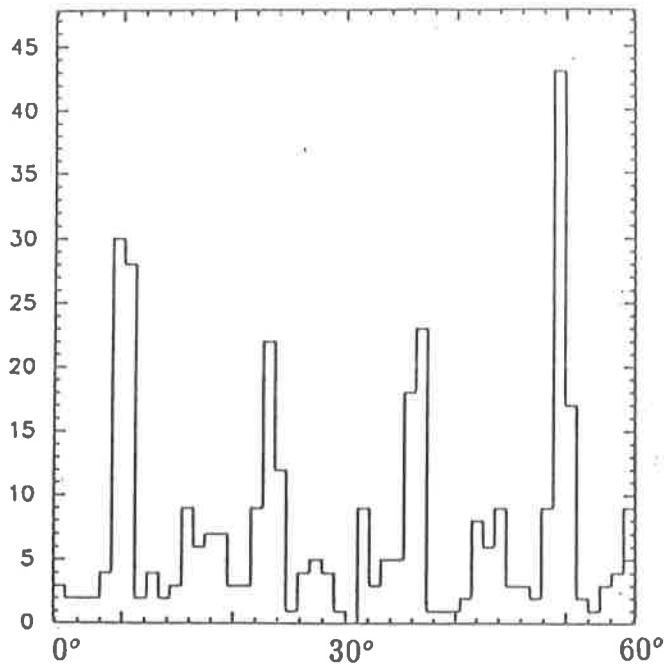


Figure 5.3: Le ϕ (centré sur un trou entre deux secteurs de la TPC) des traces dont leur θ pointe dans la zone d'influence de l'OD et n'ayant pas donné lieu à un TE reconnu dans ce dernier.

deux cylindres concentriques de 9cm (11cm) de rayon et 12cm de long, faits de plaquettes de silicium dont la résolution est de $5\mu\text{m}$), le détecteur interne, la TPC et le détecteur externe). Sur la figure 5.2, nous montrons la position du premier point des traces chargées: il se trouve essentiellement dans le détecteur de vertex, le détecteur interne supplée aux inefficacités (30% des TE se trouvent dans l'ID). Nous montrons également la position du dernier point (les chambres à muons ne servent pas à l'ajustement de l'impulsion des traces, en raison de la présence des calorimètres dégradant sa résolution par les multiples diffusions), suivant la région angulaire il se trouve: dans la chambre FCB ($15^\circ < \theta < 35^\circ \cup 145^\circ < \theta < 165^\circ$), ou dans la TPC ($35^\circ < \theta < 41,5^\circ \cup 138,5^\circ < \theta < 145^\circ$), ou bien dans le détecteur externe ($41,5^\circ < \theta < 138,5^\circ$). Environ 14% des traces dont l'angle θ pointe dans la région couverte par l'OD n'ont pas donné lieu à un élément de trace reconnu dans ce dernier (même à la deuxième étape de DELANA) et semble donc s'arrêter dans la TPC. Ceci s'explique par l'inefficacité de reconstruction dans l'OD se partageant entre une inefficacité de 7% uniforme et par une de 7% à la jointure de deux secteurs consécutifs (figure 5.3).

5.3.2 Qualité des traces sélectionnées

Sur la figure 5.4 nous avons reporté la différence entre les valeurs de θ , ϕ et p mesurées et celles générées. Nous obtenons respectivement pour les distributions de $\Delta\theta$, $\Delta\phi$ et Δp une valeur moyenne de $3\mu\text{rad}$, $12\mu\text{rad}$ et 40MeV , ainsi qu'un écart type de $0,7\text{mrad}$, 1mrad et 3GeV (correspondant à $\Delta p/p^2 = 1,4 \times 10^{-3}$). La probabilité de χ^2 (figure 5.5) est de relativement bonne qualité, le pic en zéro est dû aux erreurs données par la TPC qui sont un peu trop grandes.

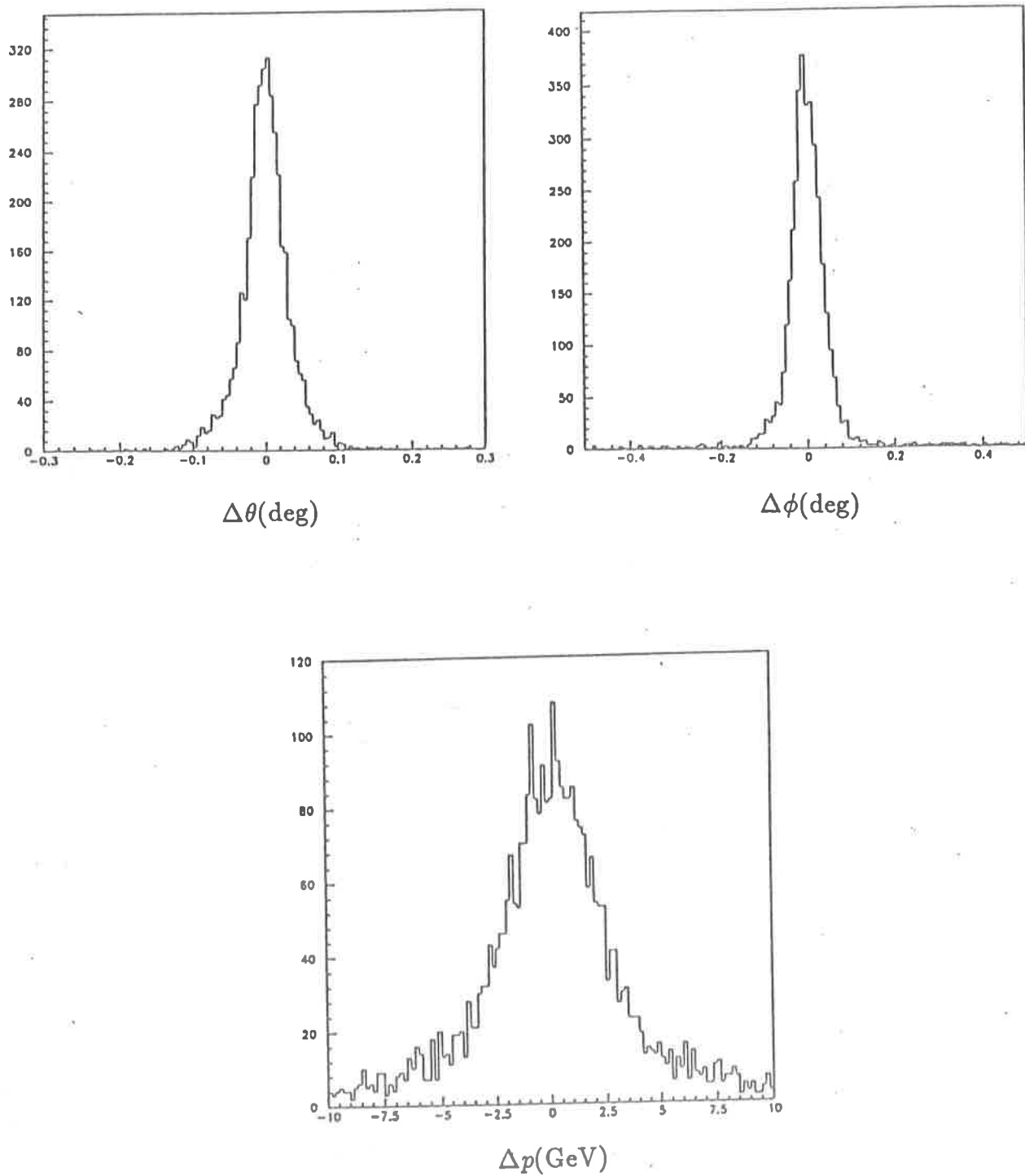


Figure 5.4: Distribution de $\Delta\theta$, $\Delta\phi$ et Δp sur 6000 traces muoniques issues d'un lot d'événements $\mu^+\mu^-\gamma$

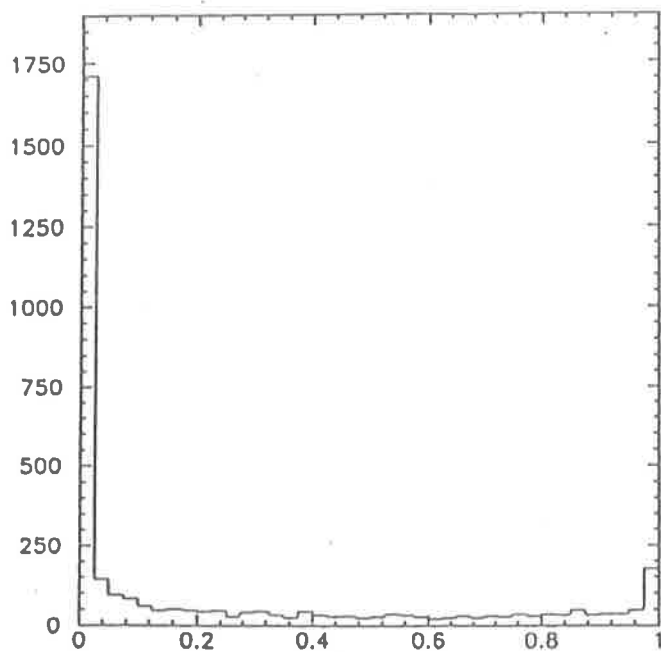


Figure 5.5: $\text{Prob}(\chi^2, N_{Lib}^o)$ pour des traces de plus de 20GeV ayant au moins deux TE

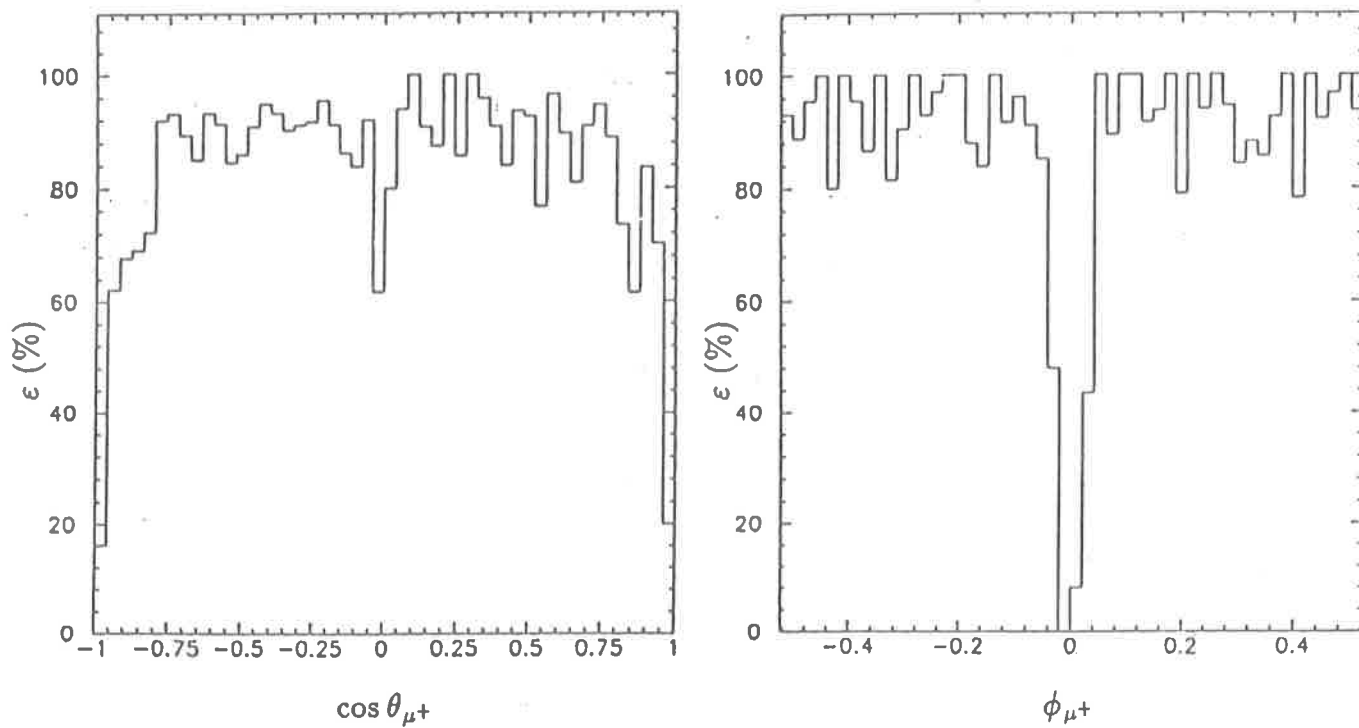


Figure 5.6: Efficacité en $\cos \theta_{\mu+}$ (a) et en $\phi_{\mu+}$ ($41^\circ < \theta < 139^\circ$) modulo $\pi/3$ (b)

5.3.3 Efficacité de reconstruction

Sur la figure 5.6 nous présentons les courbes d'efficacité de reconstruction en $\cos \theta_{\mu^+}$ et en ϕ_{μ^+} ($41^\circ < \theta < 139^\circ$) modulo $\pi/3$. En dehors des trous (6 au total) entre deux secteurs consécutifs de la TPC, la zone couverte par le quatuor VD, ID, TPC, OD a une efficacité de 93% en ϕ . Dans la région $35^\circ < \theta < 145^\circ$ l'efficacité moyenne est de 90%, pour $15^\circ < \theta < 35^\circ \cup 145^\circ < \theta < 165^\circ$ elle n'est plus que de 70% (il y a de moins en moins de points de mesure dans la TPC), et est quasiment nulle pour $\theta < 15^\circ \cup \theta > 165^\circ$.

Nous constatons curieusement une légère asymétrie de l'efficacité en comparant la valeur moyenne (à $\sqrt{s} = 90\text{GeV}$) pour $0^\circ < \theta < 90^\circ$ (85%) et celle pour l'autre hémisphère (81%). Nous n'avons pour l'heure trouvé aucune explication à ce fait. En tout état de cause, la connaissance de ces deux nombres est très importante pour obtenir la valeur de l'asymétrie A_{FB} corrigée. A ce propos nous avons constaté que le taux de transfert charge positive, charge négative est de l'ordre de 0,5%, ce qui est encourageant pour la mesure de cette quantité où seul le θ_{μ^-} (ou θ_{μ^+}) rentre en ligne de compte.

5.4 Evénements $\mu^+\mu^-(\gamma)$

Nous considérons un événement $\mu^+\mu^-(\gamma)$ comme étant constitué deux traces de signes opposés du type étudié au paragraphe précédent.

5.4.1 Etude de quelques variables

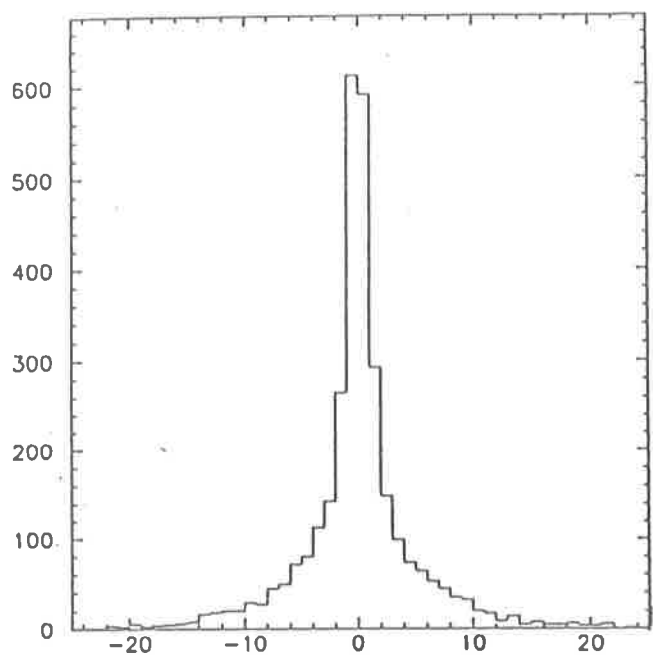
Nous obtenons sur chaque composante du moment manquant (figure 5.7) une valeur de $0 \pm 5\text{GeV}$, d'une manière invariante avec l'énergie. La largeur contient non seulement la résolution sur chacune des deux traces, mais aussi la présence des photons radiatifs. De plus nous avons reporté sur la figure 5.8 aux différentes énergies considérées 90 (2000), 92 (4000), 94GeV (2000) ² l'énergie de la paire de muons reconstruite. Il se trouve que l'écart type de la distribution non symétrique est plus large que celle mentionnée plus avant (8-9 GeV) et que le pic des distributions se trouve respectivement à 90, 92, 92GeV. Ces deux faits s'expliquent très bien par des raisonnements développés au chapitre II. La dissymétrie de la distribution et sa "largeur" est le reflet du rayonnement se traduisant par une queue radiative aux petites valeurs de l'énergie des muons; d'autre part avant et sur la résonance l'énergie totale des photons est relativement faible, ainsi la majorité des événements ont une paire de muons d'énergie maximale disponible c'est à dire \sqrt{s} (la résolution sur l'impulsion donnant des valeurs supérieures traduit par la présence du flan droit de la distribution), par contre au delà de la résonance l'énergie totale rayonnée pique sur la valeur $\sqrt{s} - M_Z$ (2GeV à 94GeV ici) et donc la paire de muons a une énergie correspondant environ à la masse du boson Z^0 . La distribution à 94GeV se répète donc aux énergies supérieures.

Sur la figure 5.9 nous avons reporté la masse carrée manquante définie par:

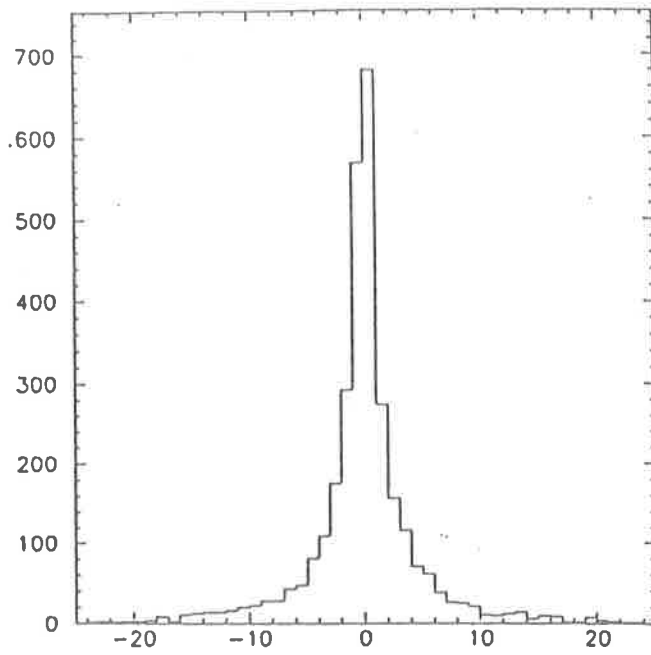
$$MM^2 = (E_{\mu^+\mu^-} - \sqrt{s}/2)^2 - |\mathbf{p}_{\mu^+\mu^-}|^2 .$$

Cette grandeur est utilisée dans l'étude de canaux exclusifs car elle permet de réduire efficacement le bruit de fond (le signal se concentre au voisinage de la surface $MM^2 = 0$). Les distributions à 90, 92, 94GeV sont piquées à zéro de largeur $\sigma = 40\text{GeV}^2$.

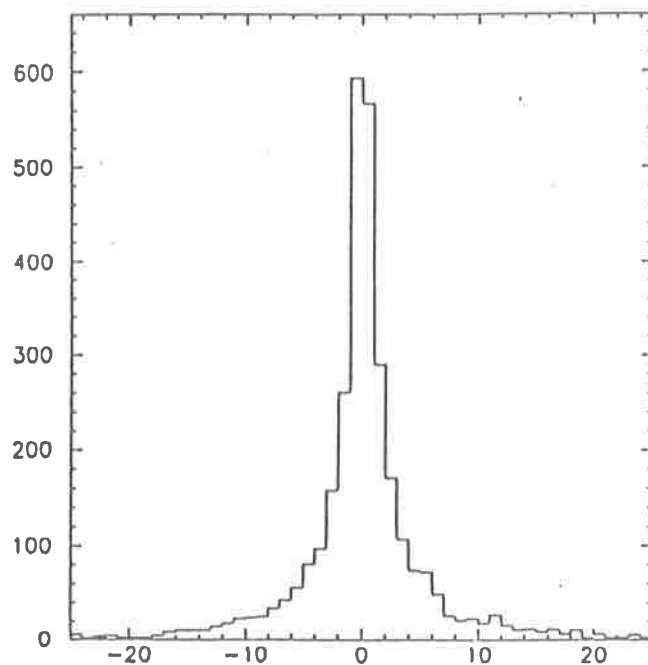
²Entre parenthèses se trouve le nombre d'événements considérés



P_x (GeV)



P_y (GeV)



P_z (GeV)

Figure 5.7: Composantes X,Y,Z du moment manquant pour des événements $\mu^+\mu^-\gamma$

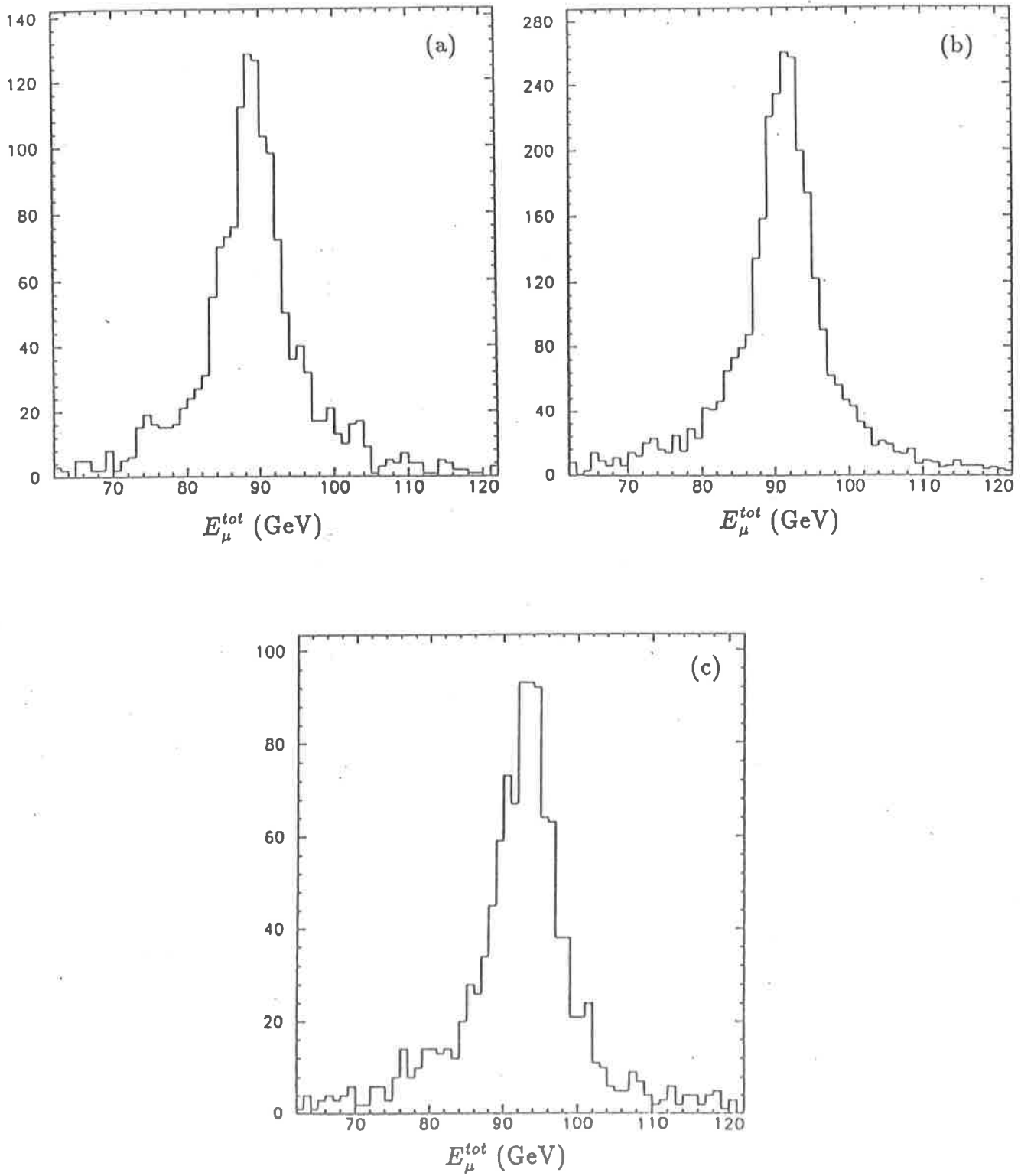


Figure 5.8: Energie des muons reconstruites à 90 (a), 92 (b), 94 GeV (c): $M_Z = 92 \text{ GeV}$, $\Gamma_Z = 2,6 \text{ GeV}$

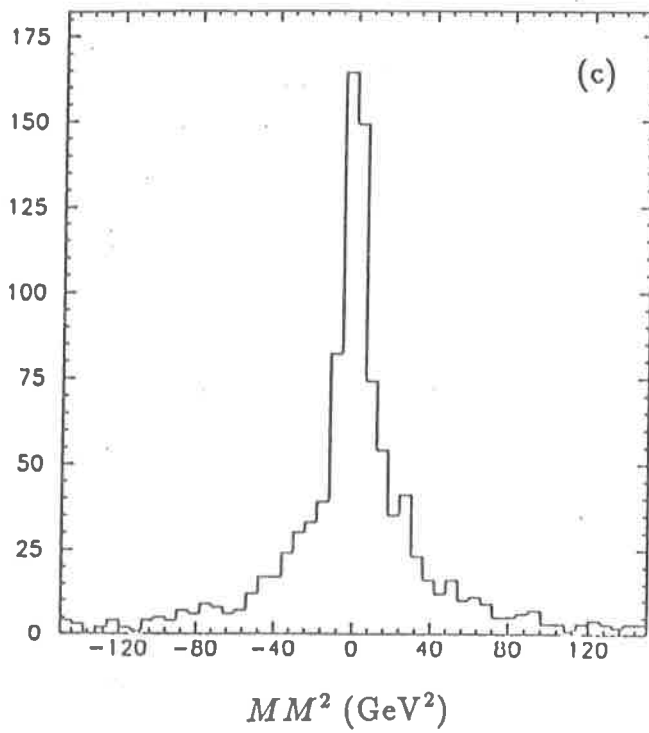
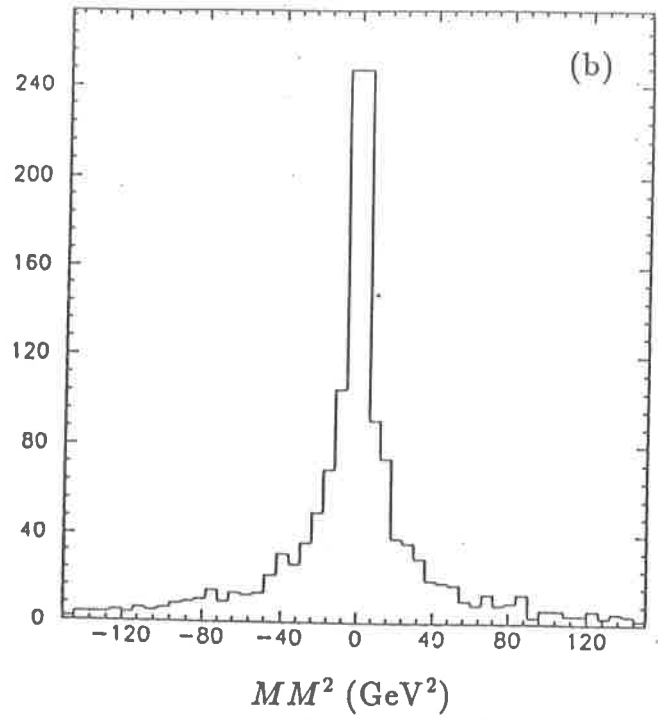
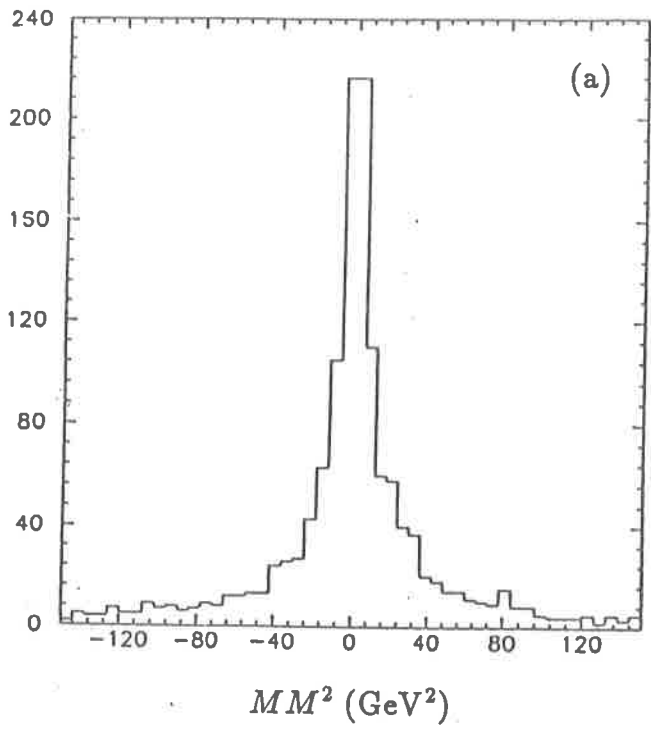


Figure 5.9: Masse carrée manquante à 90 (a), 92 (b) et 94 GeV (c)

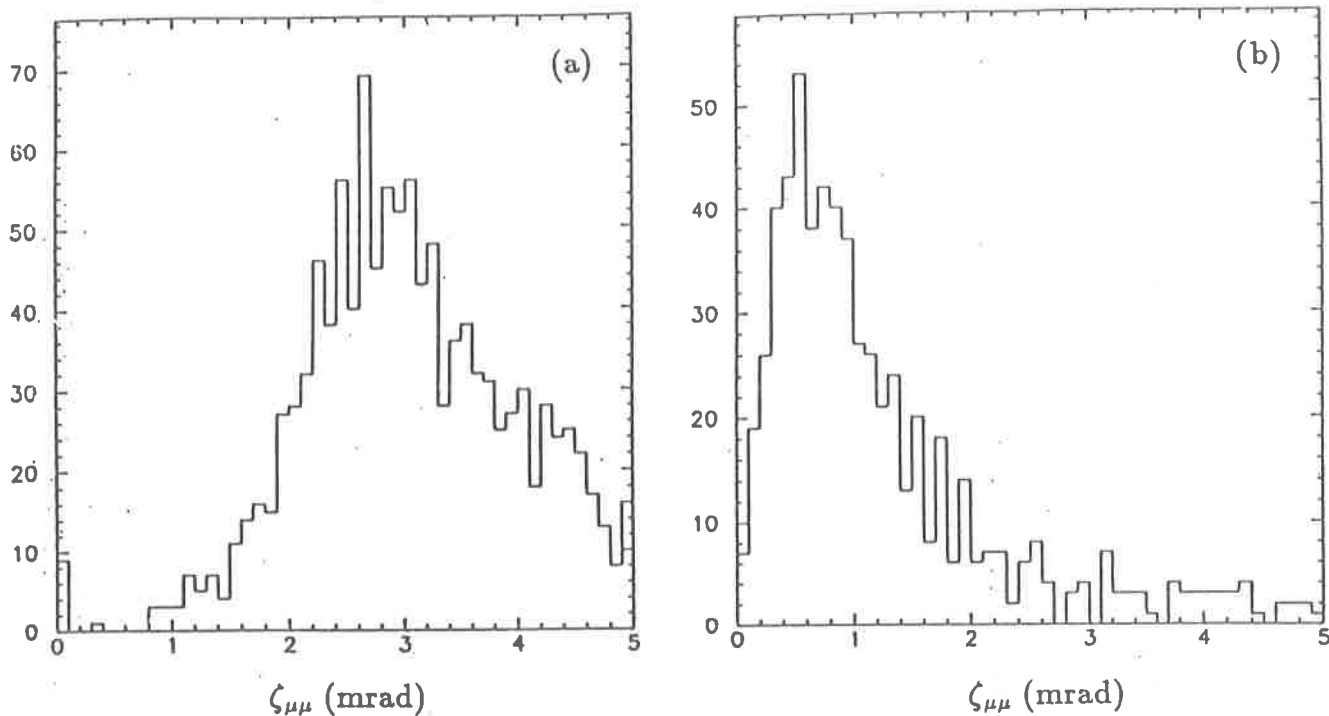


Figure 5.10: Angle d'acolinéarité reconstruit (a) avec l'ajustement "à la main", (b) avec la contrainte du vertex

Notons enfin que la contrainte imposée par la présence d'un vertex (troisième étape de DELANA) permet de reconstruire de faible valeur de l'angle d'acolinéarité. En effet sur la figure 5.10 nous remarquons que le pic de la distribution se situe à 0,5mrad et non pas à 2,5mrad. La connaissance de la position de ce pic indique la résolution sur cette angle, car le maximum de $xe^{-x^2/2\sigma^2}$ est en $x = \sigma$. Néanmoins, cette valeur de résolution (même 2,5mrad) est amplement suffisante pour effectuer une coupure à 10° le cas échéant pour réduire le bruit de fond.

5.4.2 Efficacités de reconstruction, et A_{FB}

Sur la figure 5.11 nous avons reporté l'efficacité globale de reconstruction des événements $\mu^+\mu^-(\gamma)$, elle est de 80% en moyenne et dépend peu de l'énergie. Les 20% d'inefficacité se partage équitablement entre la zone avant (arrière) $\theta < 15^\circ$ ($\theta > 165^\circ$) (figure 5.6a) et les zones "mortes" entre deux secteurs de la TPC (figure 5.6b), comme nous l'avons déjà signalé. Les erreurs systématiques auxquelles on peut s'attendre sur la valeur des inefficacités proviennent de sources affectant l'ajustement des impacts appartenant à une trace, par exemple: l'alignement entre détecteurs de traces chargées dont nous espérons réduire l'erreur à $50\mu\text{m}$ sur une translation et à $20\mu\text{rad}$ sur une rotation selon l'axe des faisceaux pour le couple TPC/OD, à l'aide de cosmiques ou d'événements reconstruits [35]; mais il faut aussi envisager des incertitudes sur la calibration des FTDC par exemple (Flash Time to Distance Converter mis au point par le LPNHE) de l'OD qui donnent l'information en Z ainsi que ceux donnant l'information en R- ϕ (TDC Lecroy); il y aura aussi des effets de températures dans le volume de dérive de la TPC [27] affectant la mesure tridimensionnelle des points, etc... D'autre part l'erreur sur la luminosité est un problème ouvert dont la contribution théorie est non négligeable (environ 2%), on s'attend à une erreur de systématique de 6% en absolue mais ce chiffre est encore sujet à caution... Ces effets systématiques sont difficiles à chiffrer à l'heure actuelle et

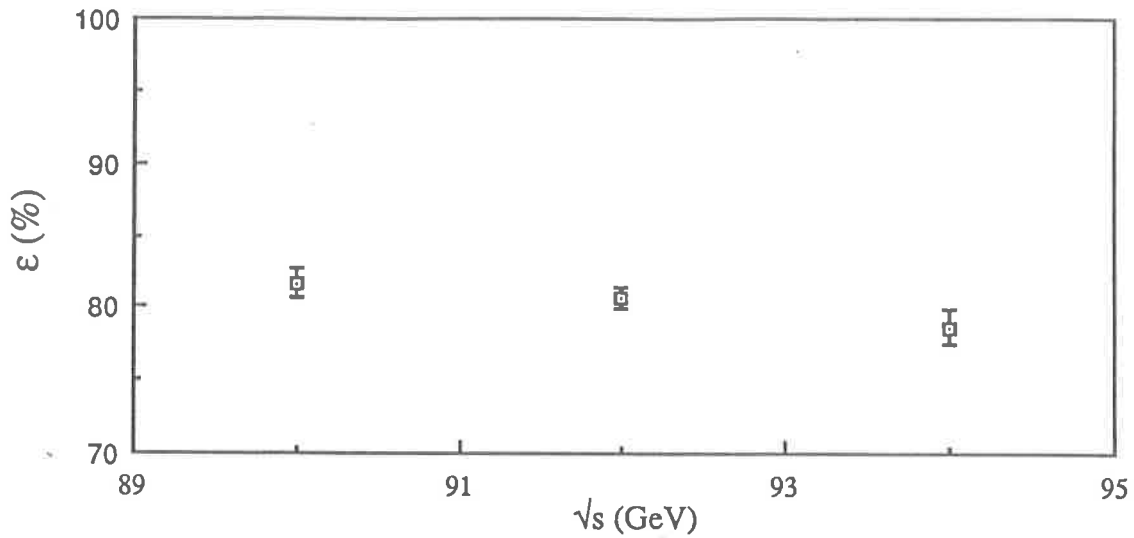


Figure 5.11: Efficacité globale de reconstruction des événements $\mu^+\mu^-$ aux énergies 90, 92, 94 GeV

	25°		41°	
	Brute	Prédite	Brute	Prédite
90	-0,14 ± 0,02	-0,18	-0,13 ± 0,02	-0,13
92	-0,02 ± 0,02	0,00	-0,01 ± 0,02	0,00
94	0,09 ± 0,02	0,12	0,09 ± 0,02	0,11

Tableau 5.1: Valeurs de A_{FB} calculées par comptage des événements reconstruits (Brute) et par le programme COMPACT d'intégration numérique de l'asymétrie (Chap II, III eq. 2.22 et 3.3)

leur détermination précise se fera au fur et à mesure de l'analyse des vraies données. La donnée de l'efficacité de reconstruction permettra de corriger en partie le nombre d'événements recueillis pour obtenir la section efficace expérimentale.

Une variable s'affranchissant de la luminosité est l'asymétrie A_{FB} . La table 5.1 donne les différentes valeurs de A_{FB} obtenues en comptant les événements reconstruits avec deux valeurs de coupure sur l'angle θ_{μ^+} : l'une à 25° et l'autre à 41° pour θ positif et leurs correspondant pour l'autre hémisphère. Nous constatons d'ailleurs que pour distinguer les valeurs données avec les deux coupures il faut une erreur statistique inférieure à 0,005 (trois écart standard), par contre la statistique est 25% plus grande quand nous coupons à 25° qu'à 41°. A titre indicatif pour $\sqrt{s} = 90\text{GeV}$ la correction due à l'efficacité différente dans l'hémisphère positif et négatif l'asymétrie corrigée pour la coupure à 25° à pour valeur -0,16 améliorant sensiblement la valeur brute.

Finalement en affinant les résultats présentés dans ce chapitre, avec les conditions réelles de fonctionnement du détecteur nous sommes capables de corriger les données des efficacités de reconstruction afin d'en déduire la section efficace et l'asymétrie A_{FB} .

Chapitre 6

Conclusion et discussion

6.1 Corrections radiatives

Les corrections électromagnétiques sont maintenant sous contrôle à la fois pour la détermination de la section efficace totale σ et de l'asymétrie avant-arrière A_{FB} . Nous avons montré dans le chapitre II que des approximations très raisonnables aux énergies de LEP de ces deux quantités peuvent être tirées des formules compactes suivantes:

$$\sigma(M_{\mu\mu}^2 > sz_{min}) = \int_{z_{min}}^1 dt F_e(t, s) \mathcal{F}_\mu\left(\frac{z_{min}}{t}, ts\right) \sigma^{(0)}(ts)$$

et

$$(\sigma A_{FB})(M_{\mu\mu}^2 > sz_{min}) = \int_{z_{min}}^1 dt F_e(t, s) \mathcal{F}_\mu\left(\frac{z_{min}}{t}, ts\right) (\sigma A_{FB})^{(0)}(ts) [1 - c^2(t)],$$

dont des extensions vues en annexe B permettent d'envisager des coupures "canoniques". La seule limitation peut venir des termes d'interférence entre l'émission de photons initiale et finale qui se manifestent lors de coupures sévères de l'espace de phase. Néanmoins nous proposons au chapitre II une solution pragmatique à ce problème.

Les corrections faibles susceptibles de révéler de nouveaux phénomènes sont également sous contrôle, d'une manière pragmatique (chapitre III) tout se passe comme si nous redéfinissions la valeur de Γ_Z et de $\sin^2 \theta_W$ dans l'expression de la section efficace de Born intervenant dans les formules du haut:

$$\sigma^{(0)}(s) = \frac{8}{3\pi s} G_\mu^2 M_Z^4 \bar{s}^4 \bar{c}^4 \left[1 + \frac{2\bar{C}_v^2 s(s - M_Z^2) + s^2(\bar{C}_v^2 + \bar{C}_a^2)^2}{(s - M_Z^2)^2 + s^2 \left(\frac{\bar{\Gamma}_Z}{M_Z}\right)^2} \right]$$

Numériquement en comparant au programme de G.Burgers (ZBATCH) nous nous attendons à une déviation de 20MeV sur Γ_Z et de quelques 10^{-3} sur $\sin^2 \theta_W$. Ainsi nous sommes en mesure de donner les paramètres du boson Z^0 après avoir corrigé les données brutes.

Pour déterminer les efficacités de déclenchement, de reconstruction, et d'identification il fallait (1987) produire un générateur d'événements semblable à MUSTRAAL mais incluant tous les effets pertinants des ordres supérieurs c'est à dire principalement l'ordre $O(\alpha^2)$ QED. C'est ce que nous avons fait en écrivant le programme DYMU2. Sa rapidité

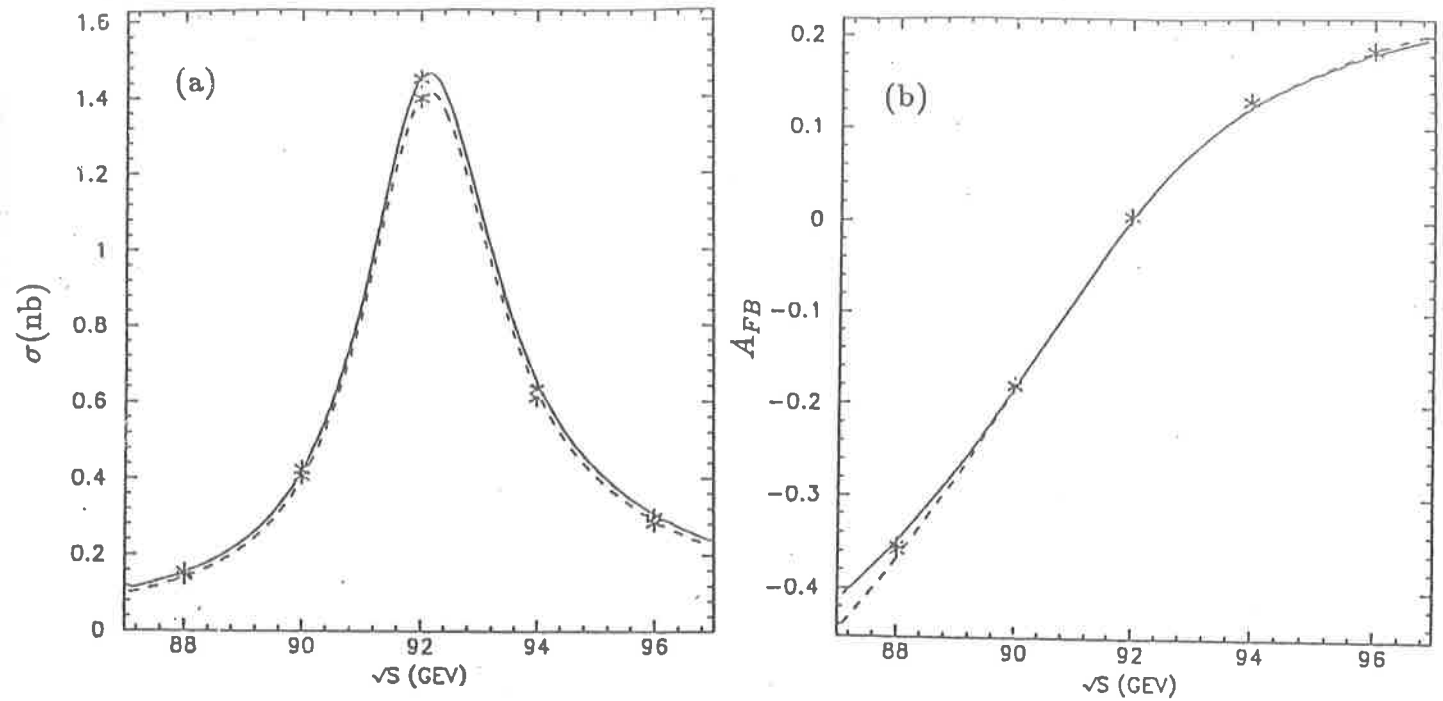


Figure 6.1: Résultats des formules compactes (courbes) et de DYMU2 (*) pour $M_Z=92\text{GeV}$, $\Gamma_Z=2,562\text{GeV}$, $\sin^2\theta_W=0,2296$: (a) σ (nb), (b) A_{FB}

(50000 evts/min IBM 3090) et sa simplicité de mise en route (5 cartes à changer au maximum) lui confère une souplesse appréciable. Son extension aux canaux $\tau^+\tau^-$ et $q\bar{q}$ (déjà dans la dernière version disponible) est immédiate et son implémentation comme générateur officiel de DELPHI est en cours. Sur la figure 6.1 nous avons reporté les prédictions des formules compactes et de DYMU2 pour deux régimes de fonctionnement: (—) sans coupure, (- -) avec $M_{\mu\mu} > 20\%\sqrt{s}$ et $10^\circ \leq \theta_{\mu^\pm} \leq 170^\circ$.

6.2 Analyse

Nous avons étudié le canal $\mu^+\mu^-$ pour sa simplicité par rapport à: e^+e^- car il y a moins de graphes de Feynman donc moins d'incertitude théorique sur les corrections radiatives; $\tau^+\tau^-$ car il n'y a pas de désintégration; $q\bar{q}$ enfin puisque les corrections QCD ne rentrent pas en ligne de compte ici. Par contre nous pouvons voir deux désavantages à prendre le canal $\mu^+\mu^-$: le premier indubitable est d'origine statistique puisque l'on compte 3% de $\mu^+\mu^-$ par rapport au taux de production des $q\bar{q}$, le second s'appuie sur la faible multiplicité qui peut être un handicap a priori pour le système de déclenchement et de reconstruction.

Le point délicat qui demandait une étude particulière est qu'en raison de la topologie à faible valeur de l'angle d'acolinéarité, la paire $\mu^+\mu^-$ met en évidence les trous symétriques d'inefficacité du système de déclenchement de DELPHI. Nous avons montré au chapitre IV que le filtre de traces chargées auquel participe activement le détecteur externe (réponse oui/non en moins de $3\mu\text{s}$) a une efficacité de 98% dans la région $41,5^\circ < \theta < 138,5^\circ$ et supérieure à 90% dans celle où $15^\circ < \theta < 35,5^\circ \cup 144,5^\circ < \theta < 165^\circ$, laissant un trou d'efficacité dans la zone $35,5^\circ < \theta < 41,5^\circ$. Fort heureusement le filtre de muons possède une efficacité supérieure à 95% dans la région $15^\circ < \theta < 45^\circ \cup 50^\circ < \theta < 85^\circ$ (idem pour l'autre hémishère), ce qui confère au système de déclenchement constitué des deux filtres, une efficacité supérieure à 90% de $15^\circ < \theta < 165^\circ$ pour des traces

isolées. Ceci assure donc pour cette couverture angulaire une efficacité de 99% pour le déclenchement du système d'acquisition au passage d'une paire $\mu^+\mu^-$. Donc finalement aucun problème n'est à attendre de ce côté pour les événements $\mu^+\mu^-(\gamma)$.

Nous avons montré au chapitre V que l'efficacité de reconstruction des événements $\mu^+\mu^-(\gamma)$ est de l'ordre de 80% insensible à l'énergie de production. Les pertes se situent équitablement entre la zone $\theta < 15^\circ \cup \theta > 165^\circ$ et les trous de la TPC (en ϕ entre deux secteurs consécutifs, et en $\theta = 90^\circ$ entre les deux volumes de dérive). Les valeurs de $\Delta p/p^2$, $\Delta\theta$ et de $\Delta\phi$ attendues sont de l'ordre de $1,5 \times 10^{-3} \text{GeV}^{-1}$, $3\mu\text{rad}$ et de $12\mu\text{rad}$ respectivement, ainsi une rejection efficace du bruit de fond est envisageable. Enfin la bonne reconnaissance de la charge (0,5% de confusion +/- seulement, en partie due au bras de levier apporté par le détecteur externe $R \simeq 2\text{m}$) est encourageante pour la mesure de l'asymétrie A_{FB} . DELPHI se trouve donc en bonne voie pour analyser correctement les événements $\mu^+\mu^-$. Pourtant il y a divers points qui doivent être abordés au plus tôt pour compléter l'étude entamée aux chapitres IV et V.

Il faut étudier la sensibilité des efficacités vis à vis des générateurs d'événements: refaire le travail des chapitres IV et V avec MUSTRAAL par exemple. Nous n'attendons pas de différences sensibles avec les résultats présentés ici.

L'identification des muons a été omise jusqu'à présent. Les muons sont susceptibles de donner des signaux relativement clairs (par rapport aux quarks) dans les détecteurs de traces chargées, de déposer peu d'énergie dans les calorimètres (une particule au minimum d'ionisation laisse environ 100MeV), et ils sont pratiquement les seules particules arrivant aux chambres à muons (le bruit provenant de désintégrations dans le calorimètre hadronique donnant des coups dans les chambres). On peut s'attendre en raison de la présence de photons, à une énergie déposée dans le calorimètre électromagnétique de quelques GeV, mais rarement l'énergie se déposera dans deux régions symétriques, ainsi un muon au moins se trouvera isolé. Mais l'étude doit être faite pour déterminer précisément les zones de perte d'identification des calorimètres et des chambres à muons.

Enfin il faut se préparer à mesurer expérimentalement l'efficacité de déclenchement. Elle se fera sans doute en considérant les réponses de deux filtres indépendants (le filtre de traces chargées et de muons dans une large mesure) et en vérifiant par programme la bonne connaissance du système global de déclenchement.

Annexe A

Expressions des différentes corrections de l'ordre $O(\alpha)$

A.1 Emission de photons durs ($k > k_0$)

Envisageons l'émission d'un photon avec $k > k_0$. La section efficace initiale et finale a été donnée dans le texte. La contribution du terme d'interférence peut se mettre sous la forme:

$$\begin{aligned} \chi_{int} = & \frac{\alpha^3}{4\pi^2 s} \left\{ \frac{f_3}{2ss'} [(t^2 + t'^2 + u^2 + u'^2)\tilde{f}(s, s')] \right. \\ & + \frac{1}{2}(-t^2 - t'^2 + u^2 + u'^2)\tilde{g}(s, s')] \\ & \left. + \frac{s(s-s')}{k_+k_-k'_+k'_-} \gamma \varepsilon(p, q) \tilde{F}(s, s')(u^2 - u'^2) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Nous avons introduit les invariants relativistes $t, u, k_\pm, s', t', u', k'_\pm$ définis par:

$$t = -2p_+ \cdot q_+, \quad u = -2p_+ \cdot q_-, \quad k_\pm = p_\pm \cdot k,$$

$$s' = 2q_+ \cdot q_-, \quad t' = -2p_- \cdot q_-, \quad u' = -2p_- \cdot q_+, \quad k'_\pm = q_\pm \cdot k,$$

où les quadrivecteurs p_\pm sont ceux de la paire e^+e^- , tandis que les q_\pm sont ceux de la paire $\mu^+\mu^-$.

$$f_3 = \frac{u}{k_+k'_-} + \frac{u'}{k_-k'_+} - \frac{t}{k_+k'_+} - \frac{t'}{k_-k'_-}$$

et

$$\varepsilon(p, q) = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_+^\mu p_-^\nu q_+^\rho q_-^\sigma$$

avec $\varepsilon_{0123} = 1$. Les fonctions \tilde{f} , \tilde{g} , \tilde{F} sont données par:

$$\tilde{f}(s, s') = 1 + C_v^2 \left(\frac{\zeta}{B(0)} + \frac{\zeta'}{B'(0)} \right) + (C_v^2 + C_a^2)^2 \frac{\zeta\zeta' + \gamma\gamma'}{B(0)B'(0)}$$

$$\tilde{g}(s, s') = 2C_a^2 \left(\frac{\zeta}{B(0)} + \frac{\zeta'}{B'(0)} \right) + 8C_v^2 C_a^2 \frac{\zeta\zeta' + \gamma\gamma'}{B(0)B'(0)}$$

et

$$\tilde{F}(s, s') = \frac{C_a C_v}{s^2 s'^2 B(0) B'(0)} [s' B(0) - s B(0) + 2(s' - s)(C_v^2 + C_a^2)] .$$

On obtient ζ' et $B'(k)$ en faisant le remplacement de s par s' dans les fonctions ζ et $B(k)$. Ajoutons que l'expression (A.1) n'est valable que si l'on considère une paire $\mu^+ \mu^-$ dans l'état final couplée au Z^0 . En effet dans le cas de quarks par exemple il manquerait un terme en plus du changement des constantes de couplages [5].

A.2 Corrections Virtuelles

La contribution totale des corrections virtuelles (polarisation du vide du photon inclus) s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{virt.}}{d\Omega_\mu} &= \frac{d\sigma^Q}{d\Omega_\mu} \left(1 + \delta_{vc} + \delta_{vp} + \delta_{\gamma\gamma}^Q \right) \\ &+ \frac{d\sigma^{QZ}}{d\Omega_\mu} \left(1 + \delta_{vc} + \frac{1}{2}\delta_{vp} + \frac{\gamma}{\zeta} Im\Pi + \delta_{\gamma\gamma}^{QZ} + \delta_{\gamma Z}^{QZ} \right) \\ &+ \frac{d\sigma^Z}{d\Omega_\mu} \left(1 + \delta_{vc} + \delta_{\gamma Z}^Z \right) . \end{aligned} \quad (A.2)$$

Nous donnons l'expression des différentes fonctions δ :

$$\delta_{vc} = \delta_{vc}(m_e^2) + \delta_{vc}(m_\mu^2) .$$

avec ¹

$$\delta_{vc}(m_e^2) = \frac{2\alpha}{\pi} \left\{ -1 + \frac{\pi^2}{3} + \frac{3}{4}L_e - \frac{1}{4}L_e^2 + (L_e - 1) \ln \frac{\lambda}{m_e} \right\} .$$

La polarisation du vide intervient par le terme:

$$\delta_{vp} = -2Re\Pi = \delta_{vp}(m_e^2) + \delta_{vp}(m_\mu^2) + \delta_{vp}(m_\tau^2) + \delta_{had}$$

$$Im\Pi = \frac{1}{3}\alpha \sum_i Q_i^2 = \frac{20}{9}\alpha$$

où les contributions leptoniques comptent pour:

$$\delta_{vp}(m_e^2) = \frac{2\alpha}{\pi} \left(-\frac{5}{9} + \frac{1}{3}L_e \right) ,$$

alors que pour la contribution hadronique on est obligé d'utiliser une intégrale de dispersion numérique:

$$\delta_{had} = \frac{s}{2\pi^2\alpha} \int_{4m_d^2}^{\infty} \frac{\sigma(s')}{s - s'} ds' ,$$

dont la principale incertitude provient du manque d'informations expérimentales au sujet de l'annihilation $e^+e^- \rightarrow$ hadrons à basses énergies à cause des quarks légers u et d qui font apparaître des termes d'ordre $\ln s/m_{u,d}^2$ (même incertitude que dans le cas du

¹ $L_e = \ln s/m_e^2$

paramètre Δr). Passons ² maintenant aux corrections afférentes aux diagrammes en boîtes:

$$\delta_{\gamma\gamma}^Q = \frac{2\alpha}{\pi} \left[-4 \ln \tan \frac{\theta}{2} \ln \frac{2E}{\lambda} - \frac{1}{2(1+c^2)} [c(L_-^2 + L_+^2) - 2u_+L_- + 2u_-L_+] \right]$$

$$\delta_{\gamma\gamma}^{QZ} = \frac{\alpha}{2\pi} \left[V_1 - \frac{2\pi\gamma}{\zeta} V_2 + \left(A_1 - \frac{2\pi\gamma}{\zeta} A_2 \right) \frac{C_a^2(1+c^2) + 2C_v^2c}{C_v^2(1+c^2) + 2C_c^2c} \right]$$

où les fonctions V et A s'écrivent:

$$V_1 = -8 \ln \tan \frac{\theta}{2} \ln \frac{2E}{\lambda} - \frac{1}{4}c \left(\frac{L_-^2}{u_+^2} + \frac{L_+^2}{u_-^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{L_-}{u_+} - \frac{L_+}{u_-} \right)$$

$$V_2 = 2 \ln \tan \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}c \left(\frac{L_-}{u_+^2} + \frac{L_+}{u_-^2} \right) - \frac{c}{1-c^2}$$

$$A_1 = -\frac{1}{4}c \left(\frac{L_-^2}{u_+^2} - \frac{L_+^2}{u_-^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{L_-}{u_+} + \frac{L_+}{u_-} \right)$$

$$A_2 = -\frac{1}{4}c \left(\frac{L_-}{u_+^2} - \frac{L_+}{u_-^2} \right) + \frac{1}{1-c^2} .$$

Pour les diagrammes avec échange d'un Z^0 virtuel nous avons de la même manière ³

$$\delta_{\gamma Z}^Z = \frac{2\alpha}{\pi} \left[-2 \ln \tan \frac{\theta}{2} \ln \frac{B(0)s}{(1-\zeta)\lambda^2} + \frac{1}{2}(L_+^2 - L_-^2) + Li_2(u_-) - Li_2(u_+) \right]$$

$$\delta_{\gamma Z}^{QZ} = \frac{1}{2}\delta_{\gamma Z}^Z + \frac{4\alpha\gamma}{\pi\zeta} \ln \tan \frac{\theta}{2} \left(\arctan \frac{\zeta}{\gamma} + \frac{\pi}{2} \right)$$

A.3 Emission de photons mous ($k < k_0$)

Le spectre d'émission des photons mous ($k < k_0$) peut se mettre sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(k < k_0)}{d\Omega_\mu} &= \frac{d\sigma^Q}{d\Omega_\mu} \delta_s \\ &+ \frac{d\sigma^{QZ}}{d\Omega_\mu} \left\{ \delta_s + (\beta_e + \beta_{int}) \left[\left(\frac{B(0)}{\zeta} - 1 \right) \frac{1}{2} \ln \frac{B(k_0)}{B(0)} - \frac{\gamma}{\zeta} \phi \right] \right\} \\ &+ \frac{d\sigma^Z}{d\Omega_\mu} \left\{ \delta_s + \beta_e \left[(B(0) - 1) \frac{1}{2} \ln \frac{B(k_0)}{B(0)} + \frac{B(0)(\zeta - 2) + \zeta}{\gamma} \phi \right] \right. \\ &\left. + 2\beta_{int} \left[(\zeta - 1) \frac{1}{2} \ln \frac{B(k_0)}{B(0)} - \gamma \phi \right] \right\} \end{aligned} \quad (A.3)$$

avec

$$\delta_s = \delta(m_e^2) + \delta(m_\mu^2) + \delta_{int}$$

² $u_\pm = (1 \pm c)/2$ et $L_\pm = \ln u_\pm$

³ $Li_2(x) = -\int_0^x \ln(1-u)/u du$, et $\zeta(2) = \pi^2/6$

où l'on a défini

$$\delta(m_e^2) = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{L_e^2}{2} - \ln \frac{\lambda^2}{m_e^2} [L_e - 1] + 2 \ln k_0 [L_e - 1] - 2\zeta(2) \right\}$$

et

$$\begin{aligned} \delta_{int} = & 2\beta_{int} \left(\ln k_0 + \frac{L_e}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{\lambda^2}{m_e^2} \right) \\ & + \frac{2\alpha}{\pi} \left[\frac{1}{2} (L_-^2 - L_+^2) - Li_2(u_-) + Li_2(u_+) \right] . \end{aligned} \quad (A.4)$$

Nous avons introduit les notations:

$$\beta_{int} = \frac{4\alpha}{\pi} \ln \tan \frac{\theta}{2}$$

et

$$\phi = \arctan \frac{k_0 - \zeta}{\gamma} - \arctan \frac{-\zeta}{\gamma} .$$

Les formules (A.2, A.3) peuvent être combinées, leur somme peut s'écrire:

$$\frac{d\sigma(k < k_0)}{d\Omega_\mu} + \frac{d\sigma^{virt.}}{d\Omega_\mu} = \frac{\alpha^2}{4s} [(1 + c^2)F(s) + cG(s) + H(s, \theta)] .$$

On reconnaît une structure analogue à celle de l'approximation de Born (2.1) avec

$$F(s) = W_1(s)(1 + v_e + v_\mu) - 2Re\Pi + \frac{2C_v^2}{B(0)} [-\zeta Re\Pi + \gamma Im\Pi] + \beta_e \chi(k_0, 2C_v^2, (C_v^2 + C_a^2)^2)$$

$$G(s) = W_2(s)(1 + v_e + v_\mu) + \frac{4C_a^2}{B(0)} [-\zeta Re\Pi + \gamma Im\Pi] + \beta_e \chi(k_0, 4C_a^2, 8C_v^2 C_a^2)$$

$$H(s, \theta) = 2\beta_{int} \ln k_0 [W_1(s)(1 + c^2) + W_2(s)c] + \frac{\alpha}{\pi} \tilde{H}(s, \theta)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}(s, \theta) = & \left(\frac{(C_v^2 + C_a^2)^2(1 + c^2) + 8C_v^2 C_a^2 c}{B(0)} \right) \left(K + 4(L_- - L_+) \left[\frac{\zeta - 1}{2} \ln \frac{B(k_0)}{B(0)} - \gamma \phi \right] \right) \\ & + (1 + c^2) [L - L_1 / (1 + c^2)] + \frac{\zeta}{B(0)} (2C_v^2(1 + c^2) + 4C_a^2 c) \left(\frac{L + K}{2} \right. \\ & + \left. \frac{2(L_- - L_+)}{\zeta} \left[\gamma(\delta_Z - \phi) + \frac{B(0) - \zeta}{2} \ln \frac{B(k_0)}{B(0)} \right] \right) \\ & + \frac{B_1 C_v^2 + B_2 C_a^2}{B(0)} , \end{aligned}$$

où

$$v_e = \delta_{vc}(m_e^2) + \delta(m_e^2) = \frac{\alpha}{\pi} A_0 + \left(\frac{3}{4} + \ln k_0 \right) \beta_e$$

avec

$$A_0 = 2\zeta(2) - 1/2 = 2,789868$$

et

$$\begin{aligned} \chi(k_0, x, y) = & \frac{1}{2} \ln \frac{B(k_0)}{B(0)} \left[x \left(1 - \frac{\zeta}{B(0)} \right) + y \left(1 - \frac{1}{B(0)} \right) \right] \\ & + \phi \left[-\frac{x\gamma}{B(0)} + \frac{y}{\gamma} \left(\zeta - 2 + \frac{\zeta}{B(0)} \right) \right] . \end{aligned}$$

Nous avons introduit les notations:

$$\begin{aligned} L &= L_-^2 - L_+^2 - 2Li_2(u_+) + 2Li_2(u_-) \\ L_1 &= c(L_-^2 + L_+^2) + 2u_-L_+ - 2u_+L_- \\ K &= 2(L_- - L_+) \ln \frac{1 - \zeta}{B(0)} \\ B_1 &= \zeta[-c(L_-^2 + L_+^2) - 2u_-L_+ + 2u_+L_-] + 2\pi\gamma[(1 + c^2)(L_+ - L_-) + c(L_+ + L_- - 1)] \\ B_2 &= \zeta[c(L_+^2 - L_-^2) + 2u_-L_+ + 2u_+L_-] + 2\pi\gamma[c(L_+ - L_-) - 1] . \end{aligned}$$

Annexe B

Expressions utiles à l'ordre $O(\alpha^2)$

B.1 Contribution de l'état initial

Donnons les diverses constantes et fonctions ¹ apparaissant dans l'expression (2.14) de $F_e^{(2)}$:

$$\begin{aligned} A &= \frac{9}{8} - 2\zeta(2) \\ B &= -\frac{45}{16} + \frac{11}{2}\zeta(2) + 3\zeta(3) \\ C &= -\frac{6}{5}\zeta^2(2) - \frac{9}{2}\zeta(3) - 6\zeta(2)\ln 2 + \frac{3}{8}\zeta(2) + \frac{57}{12}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(z) &= \frac{1}{2} \left\{ -4 \frac{\ln z}{1-z} + (1+z)[3 \ln z - 4 \ln(1-z)] - 5 - z \right\} \\ B(z) &= \frac{1+z^2}{1-z} \left\{ Li_2(1-z) + \ln z \ln(1-z) + \frac{7}{2} \ln z - \frac{1}{2} \ln^2 z \right\} \\ &\quad + (1+z) \left[\frac{1}{4} \ln^2 z + 4 \ln(1-z) - 2\zeta(2) \right] - \ln z + 7 + \frac{1}{2}z, \\ C(z) &= \frac{1+z^2}{1-z} \left[-\frac{1}{6} \ln^3 z + \frac{1}{2} \ln z Li_2(1-z) + \frac{1}{2} \ln^2 z \ln(1-z) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} Li_2(1-z) - \frac{3}{2} \ln z \ln(1-z) + \zeta(2) \ln z - \frac{17}{6} \ln z - \ln^2 z \right] \\ &\quad + (1+z) \left[\frac{3}{2} Li_3(1-z) - 2S_{1,2}(1-z) - \ln(1-z) Li_2(1-z) - \frac{5}{2} \right] \\ &\quad - \frac{1}{4} (1-5z) \ln^2(1-z) + \frac{1}{2} (1-7z) \ln z \ln(1-z) \\ &\quad - \frac{25}{6} z Li_2(1-z) + (1 + \frac{19}{3}z) \zeta(2) + (-\frac{1}{2} - 3z) \ln(1-z) + \frac{1}{6} (11 + 10z) \ln z \\ &\quad - \frac{2}{(1-z)^2} \ln^2 z - \frac{25}{11} z \ln^2 z - \frac{2}{3} \frac{z}{1-z} \left(1 + \frac{2}{1-z} \ln z + \frac{1}{(1-z)^2} \ln^2 z \right). \end{aligned}$$

A présent donnons les termes $O(\alpha\beta_e)$ intervenant dans les expressions (2.19) de F_e^{II}

¹ $Li_3(x) = \int_0^x \frac{Li_2(y)}{y} dy$ et $S_{1,2}(x) = \int_0^x \frac{\ln^2(1-y)}{y} dy$, $\zeta(3) = 1,202056$.

et de F_e^{III} laissant de coté les termes purement en α^2 :

$$\begin{aligned}
F_e^{II}(z, s) &= O(\beta_e^2) + \frac{\alpha\beta_e}{2\pi} \left\{ -\frac{1}{24}\delta(1-z) - \frac{13}{18}P_{ee} + \frac{1}{6}P_{ee} * P_{ee} - \frac{1-z}{3} - \frac{1}{6}(1+z)\ln z \right\} , \\
F_e^{III}(z, s) &= O(\beta_e^2) + \frac{\alpha\beta_e}{2\pi} \left\{ \frac{4(1-z^3)}{3z} \left[\ln(1-z) - \frac{1}{6} \right] + (1-z) \left[\ln(1-z) - \frac{13}{6} \right] \right. \\
&\quad + (1+z)[2\ln z \ln(1-z) + \ln z - \ln^2 z + 2Li_2(1-z)] \\
&\quad \left. - \left(\frac{2}{3z} + 1 - \frac{z}{2} - \frac{4z^2}{9} \right) \ln z \right\} .
\end{aligned}$$

Enfin nous avons besoin pour le facteur K (2.39) de l'expression de B' :

$$-\int_0^1 B(z) dz = B' = -2\zeta(3) + 10\zeta(2) - \frac{95}{16} \neq B .$$

De la même manière nous avons noté $C' = \int_0^1 C(z) dz$ mais sa valeur numérique importe peu le terme en α^2 étant négligeable.

B.2 Contribution de l'état final

L'expression (2.21) de la section efficace fait apparaître la fonction $\mathcal{F}_\mu(x, s)$, notant $\beta_\mu(s)$ par β_μ son expression prend la forme:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_\mu(x, s) &= \int_x^1 dy F_\mu(y, ys) \\
&\simeq \int_x^1 dy F_\mu(y, s) + \int_x^1 \frac{\alpha}{\pi} \left(2\frac{\ln y}{1-y} - (1+y)\ln y \right) dy \\
&\simeq \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} A_0 \right) \frac{\exp\left\{ \frac{\beta_\mu}{4}(3 - 4\gamma_E) \right\}}{\Gamma(1 + \beta_\mu)} (1-x)^{\beta_\mu} - \frac{\beta_\mu}{4}(1-x)(3+x) \\
&\quad + \frac{\beta_\mu^2}{4} \int_x^1 A(y) dy + \frac{\alpha}{\pi} \left\{ -2Li_2(1-x) + \frac{5}{4} + x \left[\ln x - 1 + \frac{x}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) \right] \right\} ,
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
\int_x^1 A(y) dy &= 2Li_2(1-x) - \frac{15}{8} + \frac{3}{2}x\left(1 + \frac{x}{4}\right) - 3\frac{x}{2}\left(1 + \frac{x}{2}\right)\ln x \\
&\quad - (1-x)(3+x) \left(\ln(1-x) - \frac{1}{4} \right) .
\end{aligned}$$

B.3 Coupures angulaires

Les expressions analytiques (2.21, 2.22) de la section efficace et de l'asymétrie peuvent être étendues au cas où l'on restreint l'espace de phase de chaque muon en faisant une coupure angulaire $|\cos\theta| < c_m$ et $0 \leq \zeta_{\mu\mu} \leq \zeta_m$, éliminant les événements partant dans le tuyau à vide, ou à grande énergie rayonnée.

Le calcul est simplifié en remarquant que la condition d'acceptation des deux muons traduit par $|\cos\theta_\pm^{Lab}| < c_m$ et/ou $0 \leq \zeta_{\mu\mu} \leq \zeta_m$, se réduit dans le centre de masse de la réaction après rayonnement colinéaire dans l'état initial par un régionement dans le plan

(c^* , β). Dans ce plan c^* est l'angle du μ^+ par rapport au e^+ dans le centre de masse de la paire $\mu^+\mu^-$ caractérisé par le paramètre $\beta(z)$ ² de la transformation de Lorentz. Nous faisons l'hypothèse que l'émission dans l'état initial se fait via un seul photon. Les courbes délimitant la région acceptée par les coupures sont paires en c^* et $\beta(z)$ et dans le cadran (+,+) leurs équations sont:

$$c^* = \frac{c_m - \beta}{1 - \beta c_m}$$

et

$$\cos \zeta_m = \frac{2(1 - \beta^2) - 1 + (\beta c^*)^2}{1 - (\beta c^*)^2}$$

Maintenant un simple calcul intégral permet de trouver les expressions de la section efficace et de A_{FB} :

$$\sigma_{e+\mu}(s; z_{min}, c_m, \zeta_m) = \int_{z_{int}}^1 dt F_e(t, s) \mathcal{F}_\mu(z_{min}/t, ts) \sigma^{(0)}(ts) \times S(t; z_{min}, c_m, \zeta_m) \quad ,$$

et

$$(\sigma A_{FB})_{e+\mu}(s; z_{min}, c_m, \zeta_m) = \int_{z_{int}}^1 dt F_e(t, s) \mathcal{F}_\mu(z_{min}/t, ts) (\sigma A_{FB})^{(0)}(ts) \times A(t; z_{min}, c_m, \zeta_m) \quad ,$$

où les fonctions S et A s'écrivent dans notre cas

$$S(t; z_{min}, c_m, \zeta_m) = \frac{3}{4} \vartheta(t - \dot{z}) \left\{ \bar{c}(t) \left(1 + \frac{\bar{c}^2(t)}{3} \right) \vartheta(t - \bar{z}) - \hat{c}(t) \left(1 + \frac{\hat{c}^2(t)}{3} \right) \vartheta(\hat{z} - t) \right\} \quad ,$$

et

$$A(t; z_{min}, c_m, \zeta_m) = \vartheta(t - \dot{z}) \left\{ [\bar{c}^2(t) - c^2(t)] \vartheta(t - \sqrt{\bar{z}}) - [\hat{c}^2(t) - c^2(t)] \vartheta(\hat{z} - t) \right\} \quad .$$

Nous avons défini les variables suivantes:

$$\bar{z} = \frac{1 - c_m}{1 + c_m} \quad \bar{c}(t) = \frac{t - \bar{z}}{t + \bar{z}} \quad ,$$

$$\hat{\beta} = \left(\frac{1 - \cos \zeta_m}{2} \right)^{1/2} \quad \hat{z} = \frac{1 - \hat{\beta}}{1 + \hat{\beta}} \quad \hat{c}(t) = \left(\frac{1 - (\hat{\beta}/\beta(t))^2}{1 - \hat{\beta}^2} \right)^{1/2} \quad ,$$

$$\dot{z} = \frac{1 - \dot{\beta}}{1 + \dot{\beta}} \quad \frac{c_m - \dot{\beta}}{1 - c_m \dot{\beta}} = \left(\frac{1 - (\dot{\beta}/\beta)^2}{1 - \dot{\beta}^2} \right)^{1/2} \quad ,$$

$$\ddot{z} = \frac{1 - \ddot{\beta}}{1 + \ddot{\beta}} \quad \ddot{\beta} = \frac{\hat{\beta}}{(1 - \hat{\beta}^2)^{1/2}}$$

enfin z_{int} est la valeur minimum de z_{min} , \bar{z} et \dot{z} .

²Rappelons que $|\beta(z)| = c(z) = (1 - z)/(1 + z)$.

\sqrt{s} (GeV)	82	88	92	94	100
ZBATCH	0,047	0,153	1,446	0,632	0,134
COMPACT	0,049	0,154	1,446	0,635	0,136

Tableau B.1: Prédictions pour σ (nb) avec les paramètres suivant: $M_Z = 92\text{GeV}$, $\Gamma_Z = 2,562\text{GeV}$, $\sin^2 \theta_W = 0,2296$; pour ZBATCH: $m_t = 60\text{GeV}$, $m_H = 100\text{GeV}$.

\sqrt{s} (GeV)	82	92,5	93	93,5	100
F.Berends et al	-53,34	-3,64	0,29	3,76	18,85
COMPACT	-53,95	-3,67	0,28	3,77	20,31

Tableau B.2: Prédictions pour $A_{FB}(10^{-2})$ sans radiation finale avec les paramètres suivant: $M_Z = 93\text{GeV}$, $\Gamma_Z = 2,5\text{GeV}$, $\sin^2 \theta_W = 0,23$.

B.4 Diverses comparaisons

Cette partie date de la dernière réunion au CERN (Altarelli Workshop), et les tables qui vont suivre sont susceptibles d'être réactualisées après la parution de ce travail. Elles montrent déjà le très bon accord entre les différentes prédictions des programmes: DYMU2, COMPACT (calculant la section efficace et A_{FB} suivant la méthode décrite au paragraphe précédent), ZBATCH et les calculs analytiques de A_{FB} par F.A.Berends et al.

D'abord la table (B.1) montre l'accord à mieux que 0,003 entre les prédictions de ZBATCH, COMPACT pour la section efficace totale sans aucune coupure et sans radiation dans l'état final (défaut de ZBATCH).

\sqrt{s} (GeV)	88	92	94	96
COMPACT σ (nb)	0,143	1,408	0,614	0,286
DYMU2 σ (nb)	0,147(4)	1,409(4)	0,614(4)	0,289(4)
COMPACT A_{FB}	-0,365	0,001	0,121	0,181
DYMU2 A_{FB}	-0,366(4)	-0,002(4)	0,117(4)	0,180(4)

Tableau B.3: Prédictions avec radiation finale pour le cas où la masse invariante de la paires de muons est plus grande que 20% de l'énergie totale, et où les angles des muons sont compris dans la zone angulaire $[10^\circ, 170^\circ]$. Les paramètres utilisés sont: $M_Z = 92\text{GeV}$, $\Gamma_Z = 2,562\text{GeV}$, $\sin^2 \theta_W = 0,2296$.

Nous pouvons confronter ³ (table B.2) le calcul de A_{FB} par COMPACT avec celui de F.A.Berends et al qui sont en très bon accord avec ceux de L.Trentadue et al. Nous

³Pour comparer ces divers calculs analytiques W.Hollik demandait d'utiliser une expression de la constante de couplage axiale où $\sin^2 \theta_W$ est remplacé par G_μ (voir chapitre III), de prendre une valeur constante de Γ_Z , et d'autre part j'ai utilisé la valeur de η' dans $F_e(t, s)$.

\sqrt{s} (GeV)			88	92	94
COMPACT	σ (nb)	(1)	0,139	1,366	0,596
DYMU2	σ (nb)	(1)	0,143(4)	1,371(4)	0,599(4)
COMPACT	A_{FB}	(1)	-0,362	0,001	0,120
DYMU2	A_{FB}	(1)	-0,358(4)	0,000(4)	0,117(4)
COMPACT	σ (nb)	(2)	0,135	1,363	0,592
DYMU2	σ (nb)	(2)	0,139(4)	1,367(4)	0,594(4)
COMPACT	A_{FB}	(2)	-0,364	0,002	0,123
DYMU2	A_{FB}	(2)	-0,360(4)	0,000(4)	0,119(4)

Tableau B.4: Prédiction sans radiation finale pour le cas où: (1) les angles des muons sont compris dans la zone angulaire $[15^\circ, 165^\circ]$ et (2) nous imposons en plus à l'acolinéarité d'être inférieure à 10° . Les paramètres utilisés sont: $M_Z = 92\text{GeV}$, $\Gamma_Z = 2,562\text{GeV}$, $\sin^2 \theta_W = 0,2296$.

observons là encore une très faible différence (surtout sur le pic) qui permet de justifier les diverses approximations faites plus haut. Maintenant il est intéressant de comparer les résultats de COMPACT et de DYMU2 avec des coupures (pour le moment il n'existent pas d'autres formules analytiques comprenant des coupures canoniques). Les tables B.3 et B.4 montrent les résultats préliminaires de cette étude. La différence entre les deux calculs est de l'ordre de 0,004 compatible avec les erreurs statistiques du générateur d'événements (100000 par point).

Finalement nous pouvons penser honorablement à la possibilité d'ajuster les paramètres du boson Z^0 avec les données corrigées dans un domaine fiduciaire commun à tous les détecteurs de LEP.

Bibliographie

- [1] F.Dydak et al, CERN-EP/87-70, 9 Avril 1987
- [2] G.Herten, CERN-EP/87-106
- [3] G.Burgers et W.Hollik, Polarisation at LEP CERN 88-06 Vol.1 p136
F.A.Berends, G.Burgers, W.Hollik et W.L. van Neerven, CERN-TH.4919/87
- [4] D.C.Kennedy et B.W.Lynn, SLAC-PUB-4039 (Rev) Jan 1988 (T/E)
B.W.Lynn, Polarisation at LEP CERN 88-06 Vol.1 p24 (pour de nombreuses références)
- [5] F.A.Berends, R.Kleiss et S.Jadach, Nucl.Phys **B202** (1982) 63; Comp.Phys.Comm **29** (1983) 185
- [6] J.Haissinski, LAL 87-19 Mars 1987
- [7] D.R.Yennie, S.C.Frautshi et H.Suura, Annals of Phys. **13** (1961) 379-452
Hearn, Kuo et Yennie Phys.Rev **187** (1969) 1950
- [8] P.de Causmaecker, R.Gastmans, W.Troost et T.T.Wu, Nucl.Phys **B206** (1982) 53-60
- [9] S.Catani, Part. and Fields Vol **37** Num.3 (1988) 357-363
- [10] J.M.Jauch et F.Rochlich Helv. Phys. Acta **27** (1954) 613
F.Rochlich, Phys. Rev. **98B** (1955) 181
- [11] T.D.Lee et M.Nauenberg, Phys.Rev. **6B** (1964) 133
- [12] S.Jadach et Z.Wąs, CERN-TH.5127/88
- [13] F.Bloch et H.Nordsieck, Phys.Rev. **52** (1937) 54
- [14] F.A.Berends, W.L.van Neerven et G.J.H.Burgers, Nucl.Phys **B297** (1987) 429;
Phys.Lett. **B185** (1987) 395
- [15] O.Nicrosini et L.Trentadue, Phys. Lett. **B196** (1987) 551; FNT/T-87/17 (1987);
UPRF 86-132 (1986)
- [16] J.E.Campagne et R.Zitoun, QED corrections to the forward backward asymmetry at LEP energies, LPNHEP 89.01 (à paraître dans Phys. Lett. B)

- [17] M.Greco, G.Pancheri-Srivastava et Y.Srivastava, Nucl.Phys. **B171** (1980) 118;
Nucl.Phys. **B197** (1982) 543
M.Greco, Rivista Del Nuovo Cimento Vol. **11** N.5 (1988)
- [18] E.A.Kuraev et V.S.Fadin, Yad.Fiz. **41** (1985) 753; Sov.J.Nucl.Phys. **41** (1985) 466
- [19] G.Altarelli et G.Martinelli, CERN 86-02 (Vol.1) p47
- [20] J.C.Collins et J.Qui, ANL-HEP-PR-88-65, IIT-TH/6-88 5.Oct.1988
- [21] V.N.Gribov et L.N.Lipatov, Yad.Fiz **15** (1972) 1218-1237 et 781-807
- [22] E.Brezin, Les Houches (1975) Session XXVII
- [23] G.Curci et al, Phys. Lett. **97B** (1980)437
- [24] J.E.Campagne et R.Zitoun, An expression of the electron structure function in QED,
LPNHE-PARIS, LPNHEP-88.06
- [25] J.E.Campagne et R.Zitoun, Electromagnetic radiative corrections at LEP-SLC en-
ergies for experimentalists, LPNHEP 88.08 (à paraître dans Part. and Fields).
L.Brault, J.E.Campagne et R.Zitoun, DELPHI 88-36 PHYS 26, 11 Mai 1988
- [26] T.Kreuzberger et al, DELPHI 88-51 DAS 84
- [27] P.Antilogus, Thèse de Docteur de l'Université Paris VII, LAL 88-19
- [28] F.Hartjes et al, NIKHEFH-H/86-12
- [29] L.Brault, Thèse de Docteur de l'Université de Paris XI, LPNHEP-8809
- [30] A.Amery et al, The Delphi Outer Detecteur, Draft 17/03/89 soumis à Nucl. Inst.
and Metho.
- [31] The DELPHI First and Second level trigger (version 2.2)
- [32] T.Spassoff, DELPHI 89-38 PROG 135 (18 Avril 89)
- [33] P.Billoir, Nucl. Inst. and Meth. 225 (1984) 352-366
P.Billoir et al, Nucl. Inst. and Meth. 241 (1985) 115-131
R.Frühwirth et al, DELPHI 88-60 PROG 114
- [34] W.A.Mitaroff, DELPHI 88-46 PROG-112
- [35] P.Billoir et J.E.Campagne, DELPHI 87-87 PROG 95 (21 Oct 87)

Résumé

Le choix du canal muonique de désintégration du boson Z^0 est guidé par sa simplicité plus que par son taux de production. Celui-ci permet de réduire les erreurs théoriques des ordres supérieurs à l'approximation de Born, mais en contre partie des problèmes spécifiques des événements à faible multiplicité se posent pour les systèmes de déclenchement et de reconstruction de DELPHI.

J'ai d'une part montré l'existence de formules compactes pouvant servir à l'ajustement des paramètres du boson Z^0 sur les données corrigées de la section efficace et de l'asymétrie avant-arrière. D'autre part j'ai mis en œuvre un générateur d'événements (DYMU2) afin de pouvoir déterminer les efficacités de déclenchement et de reconstruction de DELPHI.

L'étude de la corrélation des détecteurs externe (OD) et interne (ID) m'a permis d'estimer à 99,4% le taux de trigger de premier niveau du filtre de traces chargées dans la région centrale de DELPHI, et à 98,4% au second niveau. En prenant en compte le trigger de muons nous attendons une efficacité supérieure à 99%. Le passage de 8000 événements à travers toute la chaîne d'analyse indique que l'efficacité de reconstruction est de 80% relativement insensible à l'énergie totale.

Abstract

The muonic decay channel of the boson Z^0 is chosen for its simplicity rather than its rate. The advantage of this channel is to reduce theoretical uncertainties of higher orders beyond the Born approximation. However it has the drawback of raising specific problems from low multiplicity events for the DELPHI trigger and reconstruction systems.

The first aspect of my work consisted in showing that compact formulae exist, and are good tools for extracting Z^0 parameters from corrected cross-section and forward-backward asymmetry data. The second aspect was to design an event generator called DYMU2 with the aim of determining the DELPHI trigger and reconstruction efficiencies.

The study of the outer (OD) and inner (ID) detectors correlation yield an estimated rate of 99,4% for the first level barrel track trigger and of 98,4% for the second level. Taking into account the results of the muon trigger, we expect a trigger efficiency larger than 99%. The processing of 8000 events through the complete DELPHI analysis chain yields a reconstruction efficiency around 80%, rather insensitive to the total energy.