

Messung und Rekonstruktion
des Zerfalls $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$
durch das CP-LEAR Experiment

Inauguraldissertation

zur
Erlangung der Würde eines Doktors der Philosophie
vorgelegt der
Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Basel
von

Bernd Pagels
aus Hamburg (Deutschland)

Basel, den 22. Dezember 1992

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00081063

**Messung und Rekonstruktion
des Zerfalls $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$
durch das CP-LEAR Experiment**

CERN LIBRARIES, GENEVA

Inauguraldissertation

zur
Erlangung der Würde eines Doktors der Philosophie
vorgelegt der
Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Basel
von

Bernd Pagels
aus Hamburg (Deutschland)

Basel, den 22. Dezember 1992

Genehmigt von der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität
Basel auf Antrag der Herren Professoren G. Backenstoss und L. Tauscher.

Basel, den 22. Dezember 1992

Dekan Prof. H. Kraft

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	8
1 Phänomenologische Beschreibung des neutralen Kaonsystems	10
1.1 Quantenzahlen der Kaonen	10
1.2 Bewegungsgleichung des K^0 - \bar{K}^0 -Systems	13
1.3 Zeitentwicklung des K^0 - \bar{K}^0 -Systems	18
1.3.1 Oszillationen	19
1.3.2 Zerfallsraten und Asymmetrien	20
1.4 K^0 - \bar{K}^0 -Relativphase	23
1.5 CP-Verletzung im Zerfall $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi\pi$	25
1.6 CP-Verletzung außerhalb des Zerfalls $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi\pi$	30
1.6.1 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$	30
1.6.2 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	31
1.6.3 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \gamma\gamma$	34
1.6.4 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi l\nu$	35
1.7 CPT-Verletzung im Zerfall $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi\pi$	38
1.8 Neutrale Kaonen in Materie	42
2 Modelle der CP-Verletzung	44
2.1 Superschwache Modelle	44
2.2 Millischwache Modelle und das Kobayashi-Maskawa-Modell	45
2.3 Millistarke Modelle	49
3 Experimentelle Bestimmung der Eigenschaften von K_S^0 und K_L^0	50
4 Das CP-LEAR Experiment	54
4.1 Motivation und Zielsetzung des CP-LEAR Experiments	54
4.2 \bar{p} -Strahl des LEAR am CERN	55
4.3 Der CP-LEAR-Detektor	56
4.3.1 Konventionen	56
4.3.2 Das Solenoid	56
4.3.3 Der Strahlmonitor und das H_2 -Target	58
4.3.4 Spurendetektoren	58
4.3.5 Detektoren zur Identifikation geladener Teilchen	59
4.3.6 Elektromagnetische Kalorimeter	60
4.4 Das CP-LEAR-Triggersystem	63
4.4.1 Schnelle Trigger-Entscheidungen	64
4.4.2 Intermediäre Trigger-Entscheidungen	64
4.4.3 Späte Trigger-Entscheidungen	65
4.4.4 Die Trigger-Kontrolle und die zwei CP-LEAR-Datenströme	66

5	Messung der K_S^0-K_L^0-Interferenz im $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfall durch das CP-LEAR Experiment	68
6	Methoden zur Rekonstruktion des neutralen Zerfallsvertex $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$	72
6.1	Grundsätzliche Anmerkungen zum neutralen Zerfallsvertex	72
6.2	Observable des CP-LEAR-Detektors und die Freiheitsgrade des neutralen Vertex Rekonstruktionsproblems	74
6.3	Monte Carlo Simulation	78
6.4	Zerfallslängenvariations-Methode	79
6.5	Theorie der χ^2 -Fits mit Nebenbedingungen	88
6.5.1	Motivation	88
6.5.2	Grundprinzip der χ^2 -Fits mit Nebenbedingungen	88
6.5.3	Praktische Durchführung der χ^2 -Minimierung	89
6.5.4	Fehlerrechnung	91
6.5.5	Stabilisierung des Konvergenzverhaltens der χ^2 -Minimierung	92
6.5.6	Nicht-holonome Nebenbedingungen	92
6.6	Die Zerfallslängenvariations-Methode als χ^2 -Fit mit Nebenbedingungen (2c-Fit)	92
6.7	Verwendung der Photon-Energien im χ^2 -Fit mit Nebenbedingungen (6c-Fit)	95
6.8	Parametrisierung der $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung	100
6.9	Varianten des 6c-Fits	102
6.9.1	Massenspektren	102
6.9.2	Unvollständige oder fehlende Photonschauer	102
6.10	Erweiterungen	103
6.10.1	Helix-Darstellung der Spuren	103
6.10.2	Verwendung der Photon-Schauerrichtungen im χ^2 -Fit mit Nebenbedingungen (14c-Fit)	104
7	Messung und Vorselektion von $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen	106
7.1	CP-LEAR Strahlzeiten 'P12' und 'P13'	106
7.2	Vorverarbeitung der Daten	106
7.3	Selektion von (K^\pm, π^\mp) -Ereignissen	107
7.4	p_K - p_π -Schnitt	110
7.5	1c-Fit auf die fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse	112
7.6	Selektion von Photon-Schauern	112
8	Rekonstruktion des neutralen Zerfallsvertex $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$	115
8.1	Anwendung der Zerfallslängenvariations-Methode	115
8.2	Anwendung des 6c-Fits	115
8.3	Anwendung des 4c- und 5c-Fits	123
8.4	Parametrisierung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung	123
8.5	Kinematik von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen	127
8.6	\bar{K}^0 - K^0 -Verhältnis	132
9	Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$-Lebensdauer-Auflösung	134
9.1	Die Idee	134
9.2	Messung und Vorselektion von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfällen mit einem konvertierten Photon	134
9.3	Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer mittels der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode	137
9.4	Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer mittels der e^+e^- -Methode	139
9.5	$K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung	142
10	Diskussion und Zusammenfassung	145

<i>Inhaltsverzeichnis</i>	3
A Formeln zur Formulierung des 6c- und 14c-Fits	148
B Die ausgewerteten Daten	150
Literaturverzeichnis	152
Curriculum vitae	160
Danksagung	161

Abbildungsverzeichnis

1.1	$J^P = 0^-$ Meson-Oktett	11
1.2	Strangeness-Oszillation eines K^0 -Strahls	20
1.3	Phasenkonventions-Abhängigkeit von ϵ	24
1.4	Wu-Yang-Dreieck	28
1.5	Zerfallsrate $R_{+-}(t)$ und $\overline{R}_{+-}(t)$	29
1.6	Asymmetrie $A_{+-}(t)$	29
1.7	Integrale Asymmetrie $I_{+-}(t)$	30
1.8	Zerfallsrate $R_{000}(t)$ und $\overline{R}_{000}(t)$	32
1.9	Asymmetrie $A_{000}(t)$	32
1.10	Zerfallsrate $R_{\gamma\gamma}(t)$ und $\overline{R}_{\gamma\gamma}(t)$	34
1.11	Asymmetrie $A_{\gamma\gamma}(t)$	34
1.12	Asymmetrie $A_{\Delta m}(t)$	37
1.13	CPT-verletzende Parameter Δ_{\perp}	40
2.1	Box-Diagramme	48
2.2	Pinguin-Diagramme	48
4.1	Standort des CP-LEAR Detektors in der Südhalle des CERN	56
4.2	Longitudinaler Schnitt durch den CP-LEAR Detektor	57
4.3	Transversaler Schnitt durch den CP-LEAR Detektor	57
4.4	Antiproton-Stop-Verteilung im H_2 -Target	58
4.5	Energieverlust von geladenen Pionen und Kaonen im Szintillator S_1	60
4.6	Aufbau des elektromagnetischen Kalorimeters	61
4.7	Ortsauflösung des elektromagnetischen Kalorimeters für geladene Teilchen	61
4.8	Photon-Nachweiseffizienz des elektromagnetischen Kalorimeters	62
4.9	Photon-Hit-Multiplizität des elektromagnetischen Kalorimeters	62
4.10	Photon-Energie-Auflösung des elektromagnetischen Kalorimeters	63
4.11	Parametrisierung der Schauerfüße und Schauerrichtungen	63
4.12	Schauerrichtungs-Auflösung des elektromagnetischen Kalorimeters	64
5.1	Gemessene \overline{K}^0 und K^0 Impulsspektren und ihr Verhältnis	69
5.2	Gemessene totale $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Rate	70
5.3	Gemessene Asymmetrie $A_{+-}(t)$	70
6.1	Rate $(R_{00}(t) + \overline{R}_{00}(t))$ unter dem Einfluß einer endlichen Lebensdauer-Auflösung	73
6.2	Asymmetrie $A_{00}(t)$ unter dem Einfluß einer endlichen Lebensdauer-Auflösung	74
6.3	$K_S^0(K_L^0)$ -Impuls- und Bewegungsrichtung-Auflösung vor und nach dem 1c-Fit in der Monte Carlo Simulation	81
6.4	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung der Zerfallslängenvariations-Methode mit und ohne Verwendung des 1c-Fits in der Monte Carlo Simulation	82

6.5	$K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung und Lebensdauerverteilung der Zerfallslängenvari- ations-Methode in der Monte Carlo Simulation	82
6.6	Photon-Energie-Auflösung des elektromagnetischen Kalorimeters und der Zerfalls- längenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation	83
6.7	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung der Zerfallslängenvariations-Methode für ein und zwei Minima der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ in der Monte Carlo Simulation	83
6.8	Beispiele für die Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation	84
6.9	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung der Zerfallslängenvariations- Me- thode in der Monte Carlo Simulation, falls über alle π^0 - $\gamma\gamma$ Paarungen permutiert wird	86
6.10	$\gamma\gamma$ invariante Massen der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Si- mulation	86
6.11	$\gamma\gamma$ invariante Massen der Zerfallslängenvariations-Methode für verschiedene π^0 - $\gamma\gamma$ - Zuordnungen in der Monte Carlo Simulation	87
6.12	Asymmetrie q der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation	87
6.13	χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 2c-Fits in der Monte Carlo Simulation	94
6.14	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung des 2c-Fits für ein und zwei Minima der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ in der Monte Carlo Simulation	95
6.15	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung des 2c-Fits in der Monte Carlo Simulation, falls über alle π^0 - $\gamma\gamma$ Paarungen permutiert wird	95
6.16	χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation	97
6.17	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung des 6c-Fits für ein und zwei Minima der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ in der Monte Carlo Simulation	97
6.18	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation, falls über alle π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen permutiert wird	98
6.19	$K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauerverteilung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation	98
6.20	Asymmetrie q des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation	98
6.21	Auflösung der Meßwerte vor und nach dem 6c-Fit in der Monte Carlo Simulation	99
6.22	Abhängigkeit der Lebensdauer-Auflösung von der Auflösung der Observablen in der Monte Carlo Simulation	100
6.23	Parametrisierung der Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation	101
6.24	$\gamma\gamma$ invariante Masse des 4c-Fits und $\pi^0\pi^0$ invariante Masse des 5c-Fits in der Monte Carlo Simulation	102
6.25	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung in der Monte Carlo Simula- tion, falls ein Photon keine Schauerfuß z-Koordinate besitzt und über alle π^0 - $\gamma\gamma$ - Paarungen permutiert wird	103
6.26	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung in der Monte Carlo Simulation, falls ein Photon nicht detektiert wurde und über alle π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen permutiert wird	103
7.1	Energieverlust dE/dx im Szintillator S_1	108
7.2	Fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse für verschiedene Photon-Multiplizitäten	109
7.3	Fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse in der Monte Carlo Simulation	110
7.4	Impuls des Kaonkandidaten versus Impuls des Pionkandidaten in der Monte Carlo Simulation	111
7.5	Impuls des Kaonkandidaten versus Impuls des Pionkandidaten	111
7.6	Fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse vor und nach der Anwendung des p_K - p_π -Schnitts	111
7.7	χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 1c-Fits	112
7.8	Fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse vor und nach der Anwendung des 1c-Fits	112

7.9	Photon-Multiplizitäts-Verteilung nach dem 1c-Fit	113
7.10	Photon-Schauerfuß-Verteilungen	114
8.1	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Verteilung der Zerfallslängenvariations-Methode	116
8.2	χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 6c-Fits	117
8.3	Asymmetrie q des 6c-Fits	118
8.4	Reduktion des Untergrunds in der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung des 6c-Fits	118
8.5	$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Verteilung des 6c-Fits	119
8.6	$K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung des 6c-Fits	120
8.7	$K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung in logarithmischer Auftragung	121
8.8	Beispiele für goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$ Ereignisse	122
8.9	$\gamma\gamma$ invariante Masse versus $\gamma\gamma$ invariante Masse des 4c-Fits	123
8.10	$\gamma\gamma$ invariante Masse des 4c-Fits	124
8.11	$\pi^0 \pi^0$ invariante Masse des 5c-Fits	125
8.12	Parametrisierung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung	126
8.13	$K^\mp \pi^\pm K^0(\bar{K}^0)$ -Dalitz-Plot	127
8.14	Projektionen des $K^\mp \pi^\pm K^0(\bar{K}^0)$ -Dalitz-Plots	128
8.15	Impuls der neutralen Pionen	129
8.16	Öffnungswinkel der neutralen Pionen	129
8.17	Photon-Energie	130
8.18	Photon-Energien sortiert nach ihrer relativen Größe	130
8.19	Öffnungswinkel der Photonen eines π^0 Zerfalls	131
8.20	Verwendung der gemessenen Photon-Energien	131
8.21	\bar{K}^0 - K^0 -Verhältnis	132
8.22	K^0 - K^0 -Verhältnis (Fortsetzung)	133
9.1	Idee zur Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung	135
9.2	Invariante Masse der sekundären Spuren	136
9.3	Öffnungswinkel der sekundären Spuren	137
9.4	Energie und simulierte Schauerfuß-Koordinaten des Photons γ^*	138
9.5	χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 6c-Fits in der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode	139
9.6	Asymmetrie q des 6c-Fits in der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode	139
9.7	$K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode	140
9.8	e^+e^- Qualitätstests	141
9.9	$K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung der e^+e^- -Methode	142
9.10	Gegenüberstellung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilungen	143
9.11	Differenz der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer der e^+e^- - und der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode	144
9.12	Differenz der $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge der e^+e^- - und der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode	144
10.1	Statistische Fehler für $ \eta_{00} $ und ϕ_{00}	146
10.2	Simulierte Asymmetrie $A_{00}(t)$ bei 10^8 goldenen Ereignissen	147

Tabellenverzeichnis

1.1	Physikalische Eigenschaften von K^+ , K^- , K^0 und \bar{K}^0	12
1.2	Physikalische Eigenschaften von K_S^0 und K_L^0	14
3.1	Meßmethoden für einige Parameter des neutralen Kaonsystems	53
4.1	Observable des CP-LEAR Experiments	55
4.2	CP-LEAR Trigger-Prozessoren	65
6.1	Einige Variablen-Definitionen	75
6.2	Grad der Überbestimmtheit des neutralen Vertex Rekonstruktionsproblems	77
8.1	Ereignis-Reduktionsstatistik der Schnitte auf goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle	119
9.1	Ereignis-Reduktionsstatistik der Schnitte auf goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfälle mit einem konvertierten Photon	141
B.1	Daten der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Auswertung	151
B.2	Daten der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Auswertung mit einem konvertierten Photon	151

Einleitung

Seit nunmehr 28 Jahren beschäftigt die CP-Verletzung die Gemeinde der Teilchenphysiker, und dennoch hat sich während dieses Zeitraums das Wissen über sie recht langsam entwickelt.

Auf experimenteller Seite konnte dieser kleine Effekt lediglich in den Zerfällen der neutralen Kaonen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ ($\pi^0\pi^0$) und $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi l \nu_l$ nachgewiesen werden, obwohl er sich auch in den übrigen Zerfällen der neutralen Kaonen manifestieren sollte. Zudem haben alle Experimente eigentlich nur einen einzigen, für das neutrale Kaonsystem universellen, CP-verletzenden Parameter ϵ gemessen. Den Existenznachweis eines zweiten CP-verletzenden Mechanismus, der unter dem Namen 'direkte CP-Verletzung' bekannt ist, blieb man bislang schuldig.

Auf der theoretischen Seite entwickelte sich sehr rasch eine detaillierte phänomenologische Beschreibung des neutralen Kaonsystems und der darin beobachteten CP-Verletzung, was so eine gemeinsame Interpretation der verschiedenen Experimente erlaubte. Hingegen ist die theoretische Beschreibung der CP-Verletzung durch das Standardmodell der Elementarteilchenphysik nachwievor unbefriedigend, da das Modell die CP-Verletzung einzig parametrisiert und nicht in der Lage ist die CP-Verletzung zu deuten und ihre Ursachen aufzuzeigen. Das Modell macht aber prinzipiell die CP-verletzenden Effekte in unterschiedlichen Systemen berechenbar, auch wenn damit in der Praxis noch erhebliche technische Schwierigkeiten verbunden sind.

Das CP-LEAR-Experiment am CERN ist ein gänzlich neuer Zugang, um die CP-Verletzung im neutralen Kaonsystem zu vermessen [1]. Anstatt, wie es bei den bisherigen Experimenten üblich ist, K_S^0 - oder K_L^0 -Strahlen zu verwenden, werden wohldefinierte K^0 - und \bar{K}^0 -Anfangszustände in den $\bar{p}p$ -Annihilationen

$$\begin{aligned} (\bar{p}p)_{\text{Ruhe}} &\rightarrow K^- \pi^- K^0 \\ &\rightarrow K^+ \pi^+ \bar{K}^0 \end{aligned}$$

erzeugt und ihre Zeitentwicklung beobachtet. Die Bildung von Asymmetrien der Gestalt

$$A_f(t) = \frac{R(\bar{K}^0 \rightarrow f)(t) - R(K^0 \rightarrow f)(t)}{R(\bar{K}^0 \rightarrow f)(t) + R(K^0 \rightarrow f)(t)},$$

wobei $R(K^0(\bar{K}^0) \rightarrow f)(t)$ für die Zerfallsrate eines K^0 's oder \bar{K}^0 's in den Endzustand f in Abhängigkeit der Kaonlebensdauer t steht, erlaubt dann auf elegante Weise, CP-verletzende Interferenzen zwischen K_S^0 und K_L^0 zu beobachten. Mit dieser Methode ist es möglich, die CP-Verletzung mit bisher nicht erreichter Präzession in den Kaonzerfällen $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^0$ und $\pi e \nu_e$ zu studieren, da systematische Fehlerquellen stark unterdrückt sind.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Zerfall $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$, der Ende des Jahres 1991 zum erstenmal mit dem CP-LEAR-Detektor aufgezeichnet worden ist. Im Vordergrund steht dabei die Rekonstruktion der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer und die Bestimmung ihrer experimentellen Auflösung, da beide Größen in Zukunft für die Bildung der Asymmetrie $A_{\pi^0\pi^0}(t)$ maßgeblich sein werden. Im einzelnen gliedert sich die Arbeit in die folgenden Themenbereiche:

Kapitel (1) gibt eine detaillierte Einführung in die Phänomenologie des neutralen Kaonsystems, wobei ein besonderes Gewicht auf die zeitabhängigen K^0 - und \bar{K}^0 -Zerfallsraten und Asymmetrien gelegt wird.

Kapitel (2) behandelt abrißartig die verschiedenen Klassen von CP-verletzenden Modellen. Das Standard-Modell der CP-Verletzung, das Kobayashi-Maskawa-Modell, wird vorgestellt.

Kapitel (3) diskutiert die verschiedenen experimentellen Methoden zur Messung der fundamentalen Parameter des neutralen Kaonsystems. Es wird die CP-LEAR-Meßmethode den klassischen experimentellen Techniken zur Messung der CP-Verletzung gegenübergestellt.

Kapitel (4) stellt das Meßprogramm und den Detektor des CP-LEAR-Experiments vor.

Kapitel (5) referiert die Messung der CP-verletzenden K_S^0 - K_L^0 -Interferenz in $\pi^+\pi^-$ -Zerfällen durch das CP-LEAR-Experiment.

Kapitel (6) ist den Methoden zur vollständigen räumlichen und kinematischen Rekonstruktion der Annihilation $\bar{p}p \rightarrow K^\mp \pi^\pm K^0(\bar{K}^0)$ mit anschließenden $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfall gewidmet. Die vorgestellten numerischen Algorithmen werden anhand einer Monte Carlo Simulation diskutiert.

Kapitel (7) und (8) behandeln die Auswertung der ersten $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle, die mit dem CP-LEAR-Detektor aufgezeichnet worden sind. Dabei steht die Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung mittels der Methoden zur Rekonstruktion des neutralen Vertex $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ im Vordergrund.

Kapitel (9) bestimmt die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung der Rekonstruktion des $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfallsvertex anhand eines ausgewählten Reaktionskanals.

Kapitel (10) diskutiert die Ergebnisse dieser Arbeit im Hinblick auf die zukünftige Messung der Asymmetrie $A_{\pi^0\pi^0}(t)$ durch das CP-LEAR-Experiment.

Kapitel 1

Phänomenologische Beschreibung des neutralen Kaonsystems

1.1 Quantenzahlen der Kaonen

Eine Aufzählung der fundamentalen Eigenschaften der Kaonen ist untrennbar mit der Geschichte der modernen Teilchenphysik verbunden.

Am Anfang stand im Jahre 1946 die Entdeckung neuer langlebiger Teilchen in der Höhenstrahlung [2]. Diese Teilchen, die wir heute als Kaonen, Λ -Teilchen, Hyperonen usw. kennen, zeigten das unverständliche Verhalten, zahlreich produziert zu werden, hingegen langsam zu zerfallen, was dazu führte, sie als 'seltsame' (strange) Teilchen zu bezeichnen. Vergleicht man beispielweise die Produktionsrate von Λ^0 's in π^- -p-Kollisionen, die den typischen Raten der starken Wechselwirkung entspricht, mit der Zerfallsrate $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- p$, so unterscheiden sich beide um 13 Größenordnungen. Ein erster Erklärungsversuch resultierte aus der experimentellen Beobachtung, daß die seltsamen Teilchen zudem stets paarweise erzeugt werden. Pais [3] formulierte daraus das 'Prinzip der Assoziierten Produktion' und erklärte die beobachtete Ratendifferenz. Wenn nämlich für den Zerfall der gleiche Mechanismus wie für die Produktion der seltsamen Teilchen verantwortlich ist, so müssten auch dort die Teilchen paarweise auftreten. Eine Reaktion wie $\pi^+ n \rightarrow \Lambda^0 K^+$ hätte dann ihren Gegenpart in $\Lambda^0 \rightarrow K^- \pi^+ n$. Da dieser Zerfall aber energetisch verboten ist, muß ein langsamerer Mechanismus für den Λ^0 -Zerfall verantwortlich sein als für die Produktion.

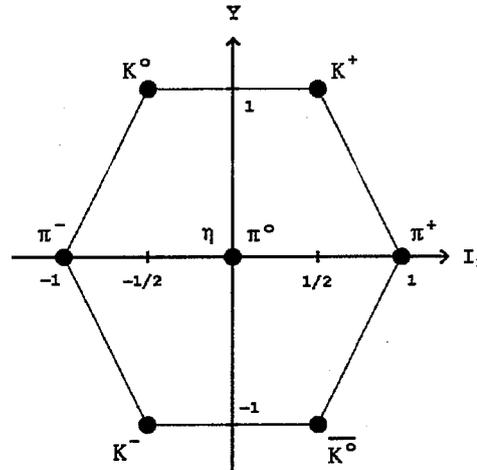
Diese Idee wurde von Gell-Mann [4] und unabhängig von Nakano und Nishijima [5] aufgegriffen, indem sie den seltsamen Teilchen eine additive Quantenzahl S , die Strangeness, zuordneten, welche durch die starke und elektromagnetische Wechselwirkung erhalten bleibt, hingegen durch die schwache Wechselwirkung verletzt werden kann. Damit konnte das Prinzip der assoziierten Produktion und die lange Lebensdauer der seltsamen Teilchen erklärt werden.

In diesem Schema war es auch möglich, allen damals bekannten Hadronen einen wohldefinierten Satz von äußeren Quantenzahlen, wie Spin und Parität, und inneren Quantenzahlen, wie Baryonzahl B , Ladung Q , Dreikomponente des Isospins I_3 und Strangeness S , zuzuordnen. Insbesondere wurde die Gell-Mann-Nishijima-Formel aufgestellt:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B + S) \quad (1.1)$$

Mit dem bereits bekannten Isospin und der Einführung der Quantenzahl S war der Weg zum Quarkmodell des Jahres 1964 vorgezeichnet. Hyperladung $Y = B + S$ und Isospin bilden die Erzeugenden der $SU(3)$ -Invarianz-Gruppe der starken Wechselwirkung, wobei die bekannten Baryonen und Mesonen der 8-dimensionalen Darstellung der $SU(3)$ angehören [6], d.h. sie lassen sich in Teilchen-Multipletts anordnen, welche in ihren äußeren Quantenzahlen übereinstimmen

und sich nur in ihren inneren Quantenzahlen Y und I_3 unterscheiden. Die Interpretation der Fundamentaldarstellung der $SU(3)$ als neue Teilchen, den Quarks, durch Gell-Mann und Zweig [7], brachte die Frage nach dem physikalischen Gehalt der Größe Strangeness zu einem gewissen Abschluß.

Abbildung 1.1: $J^P = 0^-$ Meson-Oktett

Die Kaonen sind im Quarkbild Mitglieder des $J^P = 0^-$ Meson-Oktetts, Abb. (1.1), wobei jeweils (K^0, K^+) und (K^-, \bar{K}^0) ein Isospin-Dublett unterschiedlicher Strangeness bilden, d.h. die Wirkung des Strangeness-Operators S auf die Kaonen läßt sich folgendermaßen darstellen:

$$\begin{aligned} S|K^0\rangle &= (+1)|K^0\rangle, & S|K^+\rangle &= (+1)|K^+\rangle \\ S|K^-\rangle &= (-1)|K^-\rangle, & S|\bar{K}^0\rangle &= (-1)|\bar{K}^0\rangle \end{aligned} \quad (1.2)$$

Beschreiben wir auch noch die Wirkung der Rauminversion P (Parität) und der Ladungskonjugation C (C -Parität) auf die neutralen Kaonen. Da K^0 und \bar{K}^0 Mitglieder des $J^P = 0^-$ Meson-Oktetts sind, ist die Wirkung von P :

$$P|K^0\rangle = (-1)|K^0\rangle, \quad P|\bar{K}^0\rangle = (-1)|\bar{K}^0\rangle \quad (1.3)$$

Die Wirkung der C -Operation ist bis auf eine Phase eindeutig. Wir wählen die Festlegung:

$$C|K^0\rangle = (+1)|\bar{K}^0\rangle, \quad C|\bar{K}^0\rangle = (+1)|K^0\rangle \quad (1.4)$$

In Tab. (1.1) sind einige physikalischen Eigenschaften der Kaonen zusammengefaßt [8].

Zurück ins Jahr 1955, als die Bedeutung der Strangeness-Quantenzahl für die Produktion der Kaonen und ihrer Lebensdauer verstanden war. Gell-Mann und Pais [9] hatten die bemerkenswerte Einsicht, daß zwar K^0 und \bar{K}^0 vermöge der starken Wechselwirkung erzeugt werden, es aber andere Teilchen K_1^0 und K_2^0 sind, deren Zerfälle der Experimentator beobachtet. Ausgangspunkt ihrer Überlegungen war die gerade C -Parität der beobachteten $\pi^+\pi^-$ Zerfallsendzustände der neutralen Kaonen, die sich direkt aus dem Drehimpuls-Endzustand $l = 0$ der Pionen ableiten läßt. Da K^0 und \bar{K}^0 als Teilchen-Antiteilchen-Paar unter der C -Operation ineinander übergehen, mußte es also virtuelle Übergänge zwischen K^0 und \bar{K}^0 mittels einem $\pi^+\pi^-$ Zwischenzustand geben, schematisch angedeutet durch:

$$K^0 \rightleftharpoons \pi^+\pi^- \rightleftharpoons \bar{K}^0$$

In diesem Bild ist es also nach der Produktion von K^0 oder \bar{K}^0 sinnlos, von dem Kaon als einen K^0 oder \bar{K}^0 zu sprechen. Unter der Annahme der Erhaltung der C -Parität im schwachen $\pi^+\pi^-$ -Zerfall

$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$			
$K^+ = (u\bar{s})$	$K^- = (\bar{u}s)$	$K^0 = (d\bar{s})$	$\bar{K}^0 = (\bar{d}s)$
$m_{K^+} = m_{K^-}$	$(493.646 \pm 0.009) \text{ MeV}/c^2$		
$m_{K^0} = m_{\bar{K}^0}$	$(497.671 \pm 0.031) \text{ MeV}/c^2$		
$\tau_{K^+} = \tau_{K^-}$	$(1.2371 \pm 0.0029) \times 10^{-8} \text{ s}$		

Tabelle 1.1: Physikalische Eigenschaften von K^+ , K^- , K^0 und \bar{K}^0

und dem elementaren Superpositionsprinzip der Quantenmechanik muß eine C -gerade Linearkombination aus K^0 und \bar{K}^0 das zerfallende Teilchen sein, welches als K_1^0 bezeichnet wurde. Allerdings muß es dann auch eine C -ungerade Linearkombination K_2^0 geben, welche nicht in $\pi^+\pi^-$ zerfallen kann, aber beispielsweise in C -ungerade Drei-Körper-Endzustände, wie $\pi^+\pi^-\pi^0$. Phasenraum-Argumente lassen dann für das K_2^0 eine wesentlich höhere Lebensdauer erwarten, als für das K_1^0 . Die Entdeckung dieses langlebigen Zustandes [10] war eine eindrucksvolle Bestätigung der rein theoretischen Überlegungen.

An dieser Stelle sollte man die damalige Kenntnis über Erhaltungsgrößen in den drei fundamentalen Wechselwirkungen der Teilchenphysik zusammenfassen. Die äußeren Quantenzahlen galten generell als erhalten. Man glaubte, daß die starke Wechselwirkung den Isospin und die Hyperladung erhält und invariant unter der C -Operation und Zeitumkehr T sei. Die elektromagnetische Wechselwirkung sollte sich einzig durch Verletzung der Isospin-Erhaltung und die schwache Wechselwirkung durch Verletzung der Isospin- und Strangeness-Erhaltung von der starken Wechselwirkung unterscheiden.

In diesen Zeitraum fiel nun die Infragestellung der Paritäts-Erhaltung in der schwachen Wechselwirkung [11], die wieder maßgeblich durch Beobachtungen im Kaonsystem, diesmal den K^+ Zerfällen, initiiert war. Man stand nämlich vor dem Problem die Zerfälle

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$$

und

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$$

zu interpretieren: τ^+ und θ^+ besaßen im Rahmen der experimentellen Auflösung gleiche Massen und Lebensdauern, zerfielen aber in Pionenzustände unterschiedlicher Parität. Wenn beide Teilchen aber identisch sind, so mußte in der schwachen Wechselwirkung die Parität verletzt sein. Dieses wurde dann auch alsbald experimentell bestätigt [12].

Anstelle der P -Invarianz und der C -Invarianz, die damit ebenfalls in der schwachen Wechselwirkung als verletzt erkannt wurde, trat schließlich die kombinierte CP -Parität [13] als neue mutmassliche Erhaltungsgröße. Diese führte aber nicht zur Ungültigkeit der Überlegungen zu K_1^0 und K_2^0 , da die Forderung nach C -Paritäts-Erhaltung einfach durch die Erhaltung der CP -Parität ersetzt werden konnte. K_1^0 und K_2^0 sind Eigenzustände der kombinierten CP -Parität

$$CP|K_1^0\rangle = (+1)|K_1^0\rangle, \quad CP|K_2^0\rangle = (-1)|K_2^0\rangle \quad (1.5)$$

und besitzen die Darstellung:

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad (1.6)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (1.7)$$

Nachwievor bleibt dann der zweipionische Zerfall von K_2^0 verboten.

Es ist Wert, die CP-Invarianz aus einer anderen Perspektive zu betrachten. Das sog. CPT-Theorem [14] besagt, daß jede quantisierte Feldtheorie mit lokalen Wechselwirkungen, welche invariant unter eigentlichen Lorentz-Transformationen ist und in welcher der übliche Zusammenhang zwischen Spin und Statistik gilt, invariant ist unter der kombinierten Anwendung der Operationen T , C und P in beliebiger Reihenfolge. Wenn nun CP-Invarianz erfüllt ist, so sagt folglich das CPT-Theorem, daß dieses auch für die Zeitumkehr-Invarianz gilt. Aus der Sicht des Jahres 1956 lag somit noch eine befriedigende Situation vor: wenn schon nicht die Parität auf der Ebene der Elementar-Teilchen erhalten war, so schien doch das Prinzip der Mikroreversibilität zu gelten.

Aber bereits 1964 wurde auch diese Annahme widerlegt und die Verletzung der CP-Invarianz entdeckt. Christenson, Cronin, Fitch und Turlay [15] konnten in einem berühmten Experiment zeigen, daß die langlebigen neutralen Kaonen zu 0.2 % in den Kanal $\pi^+\pi^-$ zerfallen. Man mußte also ein weiteres Mal das Bild der Kaonen korrigieren: nicht K_1^0 und K_2^0 sind die physikalischen Teilchen, sondern K_S^0 und K_L^0 , wobei die Indizes auf die kurze bzw. lange Lebensdauer der Teilchen verweisen. Im Vergleich zu K_1^0 und K_2^0 besitzen K_S^0 und K_L^0 kleine Beimischungen der entgegengesetzten CP-Parität, weshalb K_S^0 und K_L^0 nicht mehr zu gleichen Teilen als Superposition von K^0 und \bar{K}^0 dargestellt werden können. Gleichbedeutend dazu ist die Tatsache, daß die Übergänge $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ und $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$ nicht mehr mit der gleichen Wahrscheinlichkeit geschehen, was anschaulich die Brechung der Zeitumkehr-Invarianz wiedergibt.

In Tab. (1.2) sind summarisch einige Eigenschaften von K_S^0 und K_L^0 aufgelistet [8]. Der Wert für $\delta_2 - \delta_0$ entstammt [16]. Die darin bisher nicht erläuterten Größen werden in den folgenden Abschnitten eingeführt.

1.2 Bewegungsgleichung des K^0 - \bar{K}^0 -Systems

Im vorigen Abschnitt hatten wir gesehen, daß bei Abwesenheit der schwachen Wechselwirkung die Zustände K^0 und \bar{K}^0 vermöge der Superauswahlregeln für P , C , T und S in der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung stabil sind. Erst die Wirkung der schwachen Wechselwirkung vermag Strangeness ändernde Übergänge zu induzieren. Diese sind entweder $\Delta S = 2$ -Übergänge von K^0 nach \bar{K}^0 bzw. von \bar{K}^0 nach K^0 , oder $\Delta S = 1$ -Übergänge, die den Kaonzerfällen entsprechen. Die schwache Kopplungsstärke der schwachen Wechselwirkung im Vergleich zur starken und elektromagnetischen Wechselwirkung legt es nahe, die schwache Wechselwirkung als Störung aufzufassen und Störungstheorie zu betreiben. Die gängige Methode hierfür ist die aus der Atomphysik bekannte Weisskopf-Wigner-Näherung [17][18], welche die nicht-relativistische Schrödinger-Gleichung des K^0 - \bar{K}^0 -Systems im Kaon-Ruhsystem bis in 2-ter Ordnung der schwachen Wechselwirkung angibt:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \mathcal{M} |\Psi(t)\rangle \quad (1.8)$$

Für die Kaon-Wellenfunktion $\Psi(t)$ sei die zwei-komponentige (K^0, \bar{K}^0)-Repräsentation gewählt:

$$|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} a(t) \\ \bar{a}(t) \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Mit:

$$a(t) = \langle K^0 | \Psi(t) \rangle, \quad \bar{a}(t) = \langle \bar{K}^0 | \Psi(t) \rangle \quad (1.10)$$

$\Delta m = m_L - m_S$	$(0.5351 \pm 0.0024) \times 10^{-10} \hbar s^{-1}$
τ_S	$(0.8922 \pm 0.0020) \times 10^{-10} \text{ s}$
τ_L	$(5.17 \pm 0.04) \times 10^{-8} \text{ s}$
$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)$	$(68.61 \pm 0.28) \%$
$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)$	$(31.39 \pm 0.28) \%$
$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \gamma \gamma)$	$(2.4 \pm 1.2) \times 10^{-6}$
$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$	$< 4.9 \times 10^{-5}$
$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0)$	$< 3.7 \times 10^{-5}$
$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)$	$(2.03 \pm 0.04) \times 10^{-3}$
$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)$	$(9.09 \pm 0.35) \times 10^{-4}$
$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \gamma \gamma)$	$(5.70 \pm 0.27) \times 10^{-4}$
$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)$	$(12.38 \pm 0.21) \%$
$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0)$	$(21.6 \pm 0.8) \%$
$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi \mu \nu_\mu)$	$(27.0 \pm 0.4) \%$
$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi e \nu_e)$	$(38.7 \pm 0.5) \%$
$\text{Re}(\epsilon)$	$(0.164 \pm 0.006) \%$
ϕ_{SW}	$(43.68 \pm 0.14)^\circ$
$ \eta_{+-} $	$(2.268 \pm 0.023) \times 10^{-3}$
ϕ_{+-}	$(46.6 \pm 1.2)^\circ$
$ \eta_{00} $	$(2.253 \pm 0.024) \times 10^{-3}$
ϕ_{00}	$(46.6 \pm 2.0)^\circ$
$\phi_{+-} - \phi_{00}$	$(0.1 \pm 1.9)^\circ$
$\frac{ \eta_{00} }{ \eta_{+-} }$	0.9935 ± 0.0032
$\frac{\epsilon}{\epsilon'}$	$(2.2 \pm 1.1) \times 10^{-3}$
$ \omega $	0.044 ± 0.013
$\delta_2 - \delta_0 + \frac{\pi}{2}$	$(47 \pm 5)^\circ$
$\text{Re}(x)$	0.006 ± 0.018
$\text{Im}(x)$	-0.003 ± 0.026

Tabelle 1.2: Physikalische Eigenschaften von K_S^0 und K_L^0

t bezeichnet die Kaon-Eigenzeit. Die 2×2 -Matrix \mathcal{M} ist die nichthermitesche Massenmatrix, welche die Zerlegung

$$\mathcal{M} = M - \frac{i}{2}\Gamma \quad (1.11)$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} \mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{21} & \mathcal{M}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

in die hermitesche Massenmatrix M und die hermitesche, positiv-semidefinite Zerfallsmatrix Γ besitzt.

Die Elemente dieser Matrizen lauten im Rahmen der Weisskopf-Wigner-Näherung dann folgendermaßen:

$$M_{ij} = m_{K^0} \delta_{ij} + \langle i | H_W | j \rangle + \mathcal{P} \sum_f \frac{\langle i | H_W | f \rangle \langle f | H_W | j \rangle}{m_{K^0} - E_f} \quad (1.13)$$

$$\Gamma_{ij} = 2\pi \sum_f \langle i | H_W | f \rangle \langle f | H_W | j \rangle \delta(m_{K^0} - E_f), \quad i, j = 1, 2 \quad (1.14)$$

Dabei wurde von der Abkürzung

$$|1\rangle = |K^0\rangle, \quad |2\rangle = |\bar{K}^0\rangle, \quad (1.15)$$

der Gleichung

$$(H_S + H_\gamma) |f\rangle = E_f |f\rangle \quad (1.16)$$

und den Definitionen für die Massen von K^0 und \bar{K}^0

$$\begin{aligned} m_{K^0} &= \langle K^0 | (H_S + H_\gamma) | K^0 \rangle \\ &= \langle \bar{K}^0 | (H_S + H_\gamma) | \bar{K}^0 \rangle \\ &= m_{\bar{K}^0} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Gebrauch gemacht. Die Gleichheit der Massen von K^0 und \bar{K}^0 beruht auf der CPT-Invarianz der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung. H_S , H_γ und H_W stehen für die Hamilton-Operatoren der starken, elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung. Die Zustände $|f\rangle$ sind sämtliche Eigenzustände der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung, einschließlich etwaiger Endzustands-Wechselwirkungen. Das Symbol \mathcal{P} bezeichnet den Cauchyschen Hauptwert.

In der Struktur der nichthermiteschen Massenmatrix ist jetzt das komplizierte zeitliche Verhalten der K^0 - und \bar{K}^0 -Zustände enthalten. Zunächst ersieht man, daß bei Abwesenheit der schwachen Wechselwirkung \mathcal{M} Diagonalgestalt annimmt, also K^0 und \bar{K}^0 völlig voneinander entkoppeln. Zudem verschwindet dann die Zerfallsmatrix Γ , womit K^0 und \bar{K}^0 stabile Teilchen wären. Die Anwesenheit der schwachen Wechselwirkung führt zur Nichthermitizität von \mathcal{M} und den damit verbundenen Oszillationen und Zerfällen der neutralen Kaonen. Im einzelnen bedeuten die Terme in den Gleichungen (1.13) und (1.14):

- $\langle i | H_W | j \rangle$ beschreibt schwache $\Delta S = 0$ und $\Delta S = 2$ Übergänge ohne intermediäre Zustände¹.
- $\langle i | H_W | f \rangle \langle f | H_W | j \rangle$ beschreibt schwache $\Delta S = 0$ und $\Delta S = 2$ -Übergänge mit intermediären Zuständen.
- $\langle i | H_W | f \rangle \langle f | H_W | j \rangle \delta(m_{K^0} - E_f)$ beschreibt schwache $\Delta S = 1$ -Übergänge, also Kaon-Zerfälle.

¹Unter dem Ausdruck 'schwache Wechselwirkung' verstehen wir hier diejenige Wechselwirkung, die für den Kaonzerfall verantwortlich ist und nicht notwendigerweise mit der herkömmlichen schwachen Wechselwirkung des Standardmodells identisch sein muß.

Die explizite Berechnung der Matrixelemente M_{ij} und Γ_{ij} hat offensichtlich im Rahmen von Modellen der CP-Verletzung zu geschehen. Hingegen ist es die Aufgabe der Phänomenologie, diese Elemente mit experimentellen Observablen in Relation zu setzen. Dieses soll in den kommenden Abschnitten geschehen.

Die Zeitabhängigkeit der neutralen Kaonen ergibt sich aus der Lösung der effektiven Schrödinger-Gleichung (1.8) als Superposition zweier zeitlich exponentiell abfallender Eigenzustände $|K_S^0\rangle$ und $|K_L^0\rangle$, den physikalisch beobachtbaren Teilchen:

$$|\Psi(t)\rangle = a_S e^{-i\lambda_S t} |K_S^0\rangle + a_L e^{-i\lambda_L t} |K_L^0\rangle \quad (1.18)$$

λ_S und λ_L sind die Eigenwerte der nichthermiteschen Massenmatrix \mathcal{M} , deren Realteile den Massen m_S und m_L und Imaginär-Teile den Breiten Γ_S und Γ_L von K_S^0 und K_L^0 entsprechen:

$$\begin{aligned} \lambda_S &= m_S - \frac{i}{2}\Gamma_S \\ &= \frac{1}{2}(\mathcal{M}_{11} + \mathcal{M}_{22}) - q \end{aligned} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \lambda_L &= m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L \\ &= \frac{1}{2}(\mathcal{M}_{11} + \mathcal{M}_{22}) + q \end{aligned} \quad (1.20)$$

Mit:

$$q = \sqrt{\frac{1}{4}(\mathcal{M}_{11} - \mathcal{M}_{22})^2 + \mathcal{M}_{21}\mathcal{M}_{12}} \quad (1.21)$$

Die Differenzen der Massen und Breiten von K_L^0 und K_S^0 sind daher:

$$\Delta m = m_L - m_S = 2\text{Re}(q) \quad (1.22)$$

$$\Delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_S = -4\text{Im}(q) \quad (1.23)$$

In diesem Formalismus sind K_S^0 und K_L^0 Superpositionen von K^0 und \bar{K}^0 , die sich unter Berücksichtigung der Normierung wie folgt darstellen lassen:

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_S|^2)}} \left[(1+\epsilon_S)|K^0\rangle - (1-\epsilon_S)|\bar{K}^0\rangle \right] \quad (1.24)$$

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_L|^2)}} \left[(1+\epsilon_L)|K^0\rangle + (1-\epsilon_L)|\bar{K}^0\rangle \right] \quad (1.25)$$

Die Parameter ϵ_S und ϵ_L sind ihrerseits:

$$\frac{1-\epsilon_S}{1+\epsilon_S} = -\frac{\mathcal{M}_{21}}{\lambda_S - \mathcal{M}_{22}} = -\frac{\lambda_S - \mathcal{M}_{11}}{\mathcal{M}_{12}} \quad (1.26)$$

$$\frac{1-\epsilon_L}{1+\epsilon_L} = \frac{\mathcal{M}_{21}}{\lambda_L - \mathcal{M}_{22}} = \frac{\lambda_L - \mathcal{M}_{11}}{\mathcal{M}_{12}} \quad (1.27)$$

Die Korrespondenz zwischen den eingeführten Zuständen $|K_S^0\rangle$ bzw. $|K_L^0\rangle$ und den beobachteten Teilchen geschehe durch die Festlegung $\Delta\Gamma < 0$.

Betrachten wir an dieser Stelle das Skalarprodukt von K_S^0 und K_L^0 :

$$Z = \langle K_S^0 | K_L^0 \rangle = \frac{\epsilon_S^* + \epsilon_L}{\sqrt{(1+|\epsilon_S|^2)(1+|\epsilon_L|^2)}} \quad (1.28)$$

Dieser Ausdruck ist im allgemeinen ungleich Null im Gegensatz zum Skalarprodukt von K_1^0 und K_2^0 , vgl. (1.6) und (1.7). Offensichtlich ist also die Nicht-Orthogonalität von K_S^0 und K_L^0 Ausdruck für die Verletzung einer Symmetrie, die in der Beschreibung von K_1^0 und K_2^0 vorausgesetzt wurde. Die Symmetriebrechung manifestiert sich hier in den Parametern ϵ_S und ϵ_L . Wie man mittels

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_S|^2)}} (|K_1^0\rangle + \epsilon_S |K_2^0\rangle) \quad (1.29)$$

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_L|^2)}} (|K_2^0\rangle + \epsilon_L |K_1^0\rangle) \quad (1.30)$$

ersieht, beschreiben ϵ_S und ϵ_L Beimischungen zu den Zuständen $|K_S^0\rangle$ und $|K_L^0\rangle$ von umgekehrter CP-Parität.

Welchen Einfluß haben also Symmetrien auf die Anzahl freier Parameter in der hermiteschen Massenmatrix M und der Zerfallsmatrix Γ ? Der Hamiltonian \mathcal{M} setzt sich aus 16 reellen Größen zusammen, wenn man von der Zerlegung (1.11) ausgeht, wovon wegen der Hermitizität von M und Γ , also

$$\begin{aligned} M_{11}, M_{22}, \Gamma_{11}, \Gamma_{22} \text{ reell,} \\ M_{12} = M_{21}^*, \Gamma_{12} = \Gamma_{21}^*, \end{aligned} \quad (1.31)$$

und den physikalischen Massen m_S und m_L und Breiten Γ_S und Γ_L , eigentlich nur vier näher zu bestimmen sind. Für die folgenden Überlegungen benutzen wir:

$$T|K^0\rangle = (-1)|K^0\rangle^*, \quad T|\bar{K}^0\rangle = (-1)|\bar{K}^0\rangle^* \quad (1.32)$$

Für die Wirkung des CPT-Operators ergibt sich also mit (1.3) und (1.4):

$$CPT|K^0\rangle = (+1)|\bar{K}^0\rangle^*, \quad CPT|\bar{K}^0\rangle = (+1)|K^0\rangle^* \quad (1.33)$$

Nützlich ist weiterhin die Zerlegung [19]

$$\epsilon_S = \epsilon + \delta \quad (1.34)$$

$$\epsilon_L = \epsilon - \delta, \quad (1.35)$$

um Eigenschaften von \mathcal{M} unter CPT- oder T -Invarianz anzugeben.

- **CPT-Invarianz:**

Die Invarianz-Forderung

$$H_W = (CPT)^{-1} H_W (CPT) \quad (1.36)$$

ergibt [18]:

$$M_{11} = M_{22}, \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{22} \quad (1.37)$$

Dann folgen

$$\delta = 0 \quad (1.38)$$

und:

$$\langle K_S^0 | K_L^0 \rangle = \frac{2\text{Re}(\epsilon)}{1 + |\epsilon|^2} \quad (1.39)$$

$\text{Re}(\epsilon)$ und $\text{Im}(\epsilon)$ sind freie Parameter.

- **T-Invarianz (unabhängig von CPT-Invarianz):**

Die Invarianz-Forderung

$$H_W = T^{-1} H_W T \quad (1.40)$$

ergibt [20]:

$$M_{12} = M_{21} \quad , \quad \Gamma_{12} = \Gamma_{21} \quad (1.41)$$

Es folgen

$$\epsilon = 0 \quad (1.42)$$

und:

$$\langle K_S^0 | K_L^0 \rangle = \frac{2i \operatorname{Im}(\delta)}{1 + |\delta|^2} \quad (1.43)$$

Freie Parameter sind $\operatorname{Re}(\delta)$ und $\operatorname{Im}(\delta)$.

Eine CPT- oder eine T -Invarianz reduziert somit die Anzahl freier Größen im Hamiltonian auf zwei. Wir sehen, daß δ ein Maß für CPT-Verletzung und ϵ ein Maß für T -Verletzung in der Massenmatrix ist. In diesem Formalismus gibt es somit keinen Parameter, der CP-Verletzung parametrisiert. Allerdings kann im Falle von CPT-Invarianz ϵ dahingehend interpretiert werden, da dann CP- und T -Verletzung äquivalent sind. Diese Zusammenhänge lassen sich noch verdeutlichen, indem man die Bedingung für CP-Invarianz

$$H_W = (CP)^{-1} H_W (CP) \quad (1.44)$$

untersucht. Dann erhält man nämlich sowohl die Invarianzbedingung der CPT-Invarianz (1.37) und die der T -Invarianz (1.41). Das heißt, jede Verletzung der CPT- oder T -Invarianz bricht die CP-Invarianz; umgekehrt bewirkt eine CP-Verletzung eine CPT-Verletzung und/oder T -Verletzung.

Bevor wir uns den eigentlichen Observablen einer CP- oder CPT-Verletzung zuwenden, muß der hier beschriebene phänomenologische Ansatz, der bislang einzig auf der Schrödinger-Gleichung und dem Superpositionsprinzip der Quantenmechanik beruhte, um die Erhaltung der Unitarität vervollständigt werden. Dieser Erhaltungssatz besagt, daß der antihermitesche Anteil der nichthermiteschen Massenmatrix durch die Zerfallsamplituden der neutralen Kaonen gegeben ist:

$$i(\mathcal{M} - \mathcal{M}^+) = \Gamma \quad (1.45)$$

Daraus folgt unmittelbar die Bell-Steinberger-Relation [21]:

$$(i\Delta m + \bar{\Gamma}) \langle K_S^0 | K_L^0 \rangle = \sum_f A(K_S^0 \rightarrow f)^* A(K_L^0 \rightarrow f) \quad (1.46)$$

Die Ausdrücke $A(K_S^0 \rightarrow f)$ und $A(K_L^0 \rightarrow f)$ stehen für die Zerfallsamplituden von K_S^0 und K_L^0 in mögliche Endzustände f . $\bar{\Gamma}$ ist der Mittelwert der K_S^0 und K_L^0 Breiten:

$$\bar{\Gamma} = \frac{1}{2}(\Gamma_S + \Gamma_L) \quad (1.47)$$

Diese Unitaritätsrelation zeigt noch einmal explizit, daß jede Verletzung einer Invarianz in K_S^0 und K_L^0 Zerfällen gleichbedeutend mit der Nichtorthogonalität von K_S^0 und K_L^0 ist. Da zudem $\langle K_S^0 | K_L^0 \rangle$ eine reine Funktion der Parameter ϵ und δ ist, lassen sich aus den gemessenen Amplituden wichtige Aussagen über diese Größen machen.

In den folgenden Abschnitten sei jetzt CPT-Invarianz vorausgesetzt, da es für ihre Verletzung bisher keinerlei experimentelle Evidenz gibt. Außerdem wird sich der dargelegte Formalismus erheblich übersichtlicher gestalten. Auf die Untersuchung möglicher CPT-Verletzung im $\pi\pi$ -Zerfall der neutralen Kaonen wird in dem gesonderten Abschnitt (1.7) eingegangen werden.

1.3 Zeitentwicklung des K^0 - \bar{K}^0 -Systems

Wir hatten in den bisherigen Ausführungen schon mehrmals darauf hingewiesen, daß die schwache Wechselwirkung Anlaß für Oszillationen und Zerfälle im neutralen Kaonsystem ist. Im Folgenden wollen wir das zeitliche Verhalten beider Prozesse unter dem Einschluß der CP-Verletzung, aber CPT-Invarianz, im Detail studieren.

1.3.1 Oszillationen

Anfänglich, d.h. vermöge der Produktion, reine K^0 - und \bar{K}^0 -Zustände besitzen gemäß Gleichung (1.18) die Wellenfunktionen:

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+Z)}} \{e^{-i\lambda_S t} |K_S^0\rangle + e^{-i\lambda_L t} |K_L^0\rangle\} \quad (1.48)$$

$$|\bar{\Psi}(t)\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2(1-Z)}} \{e^{-i\lambda_S t} |K_S^0\rangle - e^{-i\lambda_L t} |K_L^0\rangle\} \quad (1.49)$$

Für Zeiten $t > 0$ existiert dann eine endliche Wahrscheinlichkeit, daß sich ein anfänglich reiner K^0 -Zustand in einen \bar{K}^0 -Zustand bzw. ein \bar{K}^0 -Zustand in einen K^0 -Zustand umgewandelt hat, vorausgesetzt er ist nicht zwischenzeitlich zerfallen. Diese Wahrscheinlichkeiten lassen sich leicht formulieren als Betragsquadrate der Strangeness-Regenerations-Amplituden $\langle K^0 | \Psi(t) \rangle$, $\langle \bar{K}^0 | \Psi(t) \rangle$, $\langle K^0 | \bar{\Psi}(t) \rangle$ und $\langle \bar{K}^0 | \bar{\Psi}(t) \rangle$:

$$P_{K^0 \rightarrow K^0}(t) = \frac{1}{4} \{e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t)\} \quad (1.50)$$

$$P_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t) = \frac{1}{4} \left(\frac{1-Z}{1+Z} \right) \{e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t)\} \quad (1.51)$$

$$P_{\bar{K}^0 \rightarrow K^0}(t) = \frac{1}{4} \left(\frac{1+Z}{1-Z} \right) \{e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t)\} \quad (1.52)$$

$$P_{\bar{K}^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t) = \frac{1}{4} \{e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t)\} \quad (1.53)$$

In Abb. (1.2) ist exemplarisch das zeitliche Verhalten eines anfänglichen K^0 -Strahls wiedergegeben. Dargestellt wird der Strangeness-Anteil $S(K^0; t)$ und der Anti-Strangeness-Anteil $\bar{S}(K^0; t)$ des Strahls:

$$S(K^0; t) = \frac{P_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t)}{P_{K^0 \rightarrow K^0}(t) + P_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t)} \quad (1.54)$$

$$\bar{S}(K^0; t) = \frac{P_{K^0 \rightarrow K^0}(t)}{P_{K^0 \rightarrow K^0}(t) + P_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t)} \quad (1.55)$$

Diese Anteile lauten explizit

$$\begin{aligned} S(K^0; t) &= \frac{1}{2}(1-Z) \frac{1-f(t)}{1+Zf(t)} \\ &\cong \frac{1}{2}(1-Z)(1-f(t)) \end{aligned} \quad (1.56)$$

$$\begin{aligned} \bar{S}(K^0; t) &= \frac{1}{2}(1+Z) \frac{1+f(t)}{1+Zf(t)} \\ &\cong \frac{1}{2}(1+Z)(1+f(t)) \end{aligned} \quad (1.57)$$

mit der Definition:

$$f(t) = \frac{2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t)}{e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t}} \quad (1.58)$$

Zusätzlich wurde in der Näherung von der Kleinheit des experimentellen Wertes $Z = 0.003$ Gebrauch gemacht.

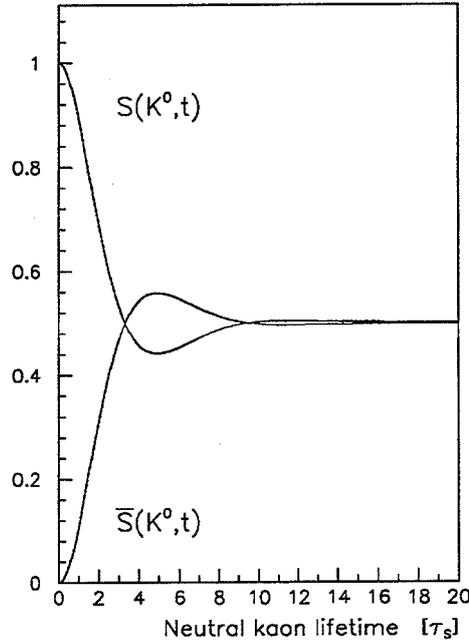


Abbildung 1.2: Strangeness- und Anti-Strangeness-Anteil eines anfänglich reinen K^0 -Strahls als Funktion der Kaon-Lebensdauer

Man ersieht also, daß der Strangeness- und Anti-Strangeness-Anteil des Strahls mit der Frequenz Δm oszilliert, und zwar solange die K_S^0 -Komponente im Strahl vorhanden ist. Die CP-Verletzung manifestiert sich in den Oszillationen dadurch, daß $S(t; K^0)$ und $\bar{S}(t; K^0)$ nicht um den Wert 0.5 herum oszillieren, sondern statt dessen um $0.5(1 - Z)$ bzw. $0.5(1 + Z)$. Für große Zeiten überwiegt stets der Anti-Strangeness-Anteil gegenüber dem Strangeness-Anteil, unabhängig davon, ob es sich anfänglich um einen reinen K^0 - oder \bar{K}^0 -Strahl handelt. Für diesen Effekt ist einzig der Parameter ϵ (bzw. Z) verantwortlich. Man spricht deshalb auch davon, daß ϵ die CP-Verletzung im 'Mixing' parametrisiert.

Die CP-Verletzung ist also für die Ungleichheit der Übergangswahrscheinlichkeiten von K^0 nach \bar{K}^0 und \bar{K}^0 nach K^0 verantwortlich. Diese Verletzung der Mikroreversibilität läßt sich durch die Gleichung

$$\frac{P_{\bar{K}^0 \rightarrow K^0}(t) - P_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t)}{P_{K^0 \rightarrow K^0}(t) + P_{\bar{K}^0 \rightarrow \bar{K}^0}(t)} = \frac{2Z}{1 + Z^2} \quad (1.59)$$

$$\cong 2Z$$

darstellen. Die Ungleichheit der linken Seite von Null kann als direkter Test für die Verletzung der T -Invarianz angesehen werden [22], ohne irgendwelche Annahmen über andere Invarianzen voraussetzen zu müssen. Gilt das CPT-Theorem, so müssen dann die gemessene T -Verletzung und die CP-Verletzung großtmäßig übereinstimmen, so wie es durch Gleichung (1.59) ausgedrückt wird.

1.3.2 Zerfallsraten und Asymmetrien

Historisch verdankte die Entdeckung der CP-Verletzung dem Umstand, daß der $\pi^+\pi^-$ -Zerfallskanal des $K^0\text{-}\bar{K}^0$ -Systems eine definierte CP-Parität besitzt und somit eindeutig durch den Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ erkannt werden konnte. Betrachten also auch wir Zerfälle der neutralen Kaonen in Endzustände f wohl-definierter CP-Parität, wie z.B. $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^0$, $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\gamma\gamma$, und fragen

nach den Zerfallsraten von anfänglich reinen K^0 - und \bar{K}^0 -Zuständen in diese Kanäle. Diese Raten lauten allgemein:

$$R_f(t) = |\langle f | \mathcal{T} | \Psi(t) \rangle|^2 \quad (1.60)$$

$$\bar{R}_f(t) = |\langle f | \mathcal{T} | \bar{\Psi}(t) \rangle|^2 \quad (1.61)$$

$\Psi(t)$ und $\bar{\Psi}(t)$ sind die Kaon-Wellenfunktionen aus den Gleichungen (1.48) und (1.49), und \mathcal{T} ist der Übergangoperator in den Zustand f . Nach einiger elementarer Algebra findet man [23]:

$$R_f(t) = \frac{1}{1+Z} \left\{ |A_S|^2 e^{-\Gamma_S t} + |A_L|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} [e^{i\Delta m t} (A_{S+} A_{L+}^* + A_{S-} A_{L-}^*)] \right\} \quad (1.62)$$

$$\bar{R}_f(t) = \frac{1}{1-Z} \left\{ |A_S|^2 e^{-\Gamma_S t} + |A_L|^2 e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} [e^{i\Delta m t} (A_{S+} A_{L+}^* + A_{S-} A_{L-}^*)] \right\} \quad (1.63)$$

A_{S+} steht hierbei für die Zerfallsamplitude von K_S^0 in den Endzustand f positiver CP-Parität; A_{S-} , A_{L+} und A_{L-} sind entsprechend definiert². Zudem sind $|A_S|^2$ und $|A_L|^2$:

$$|A_S|^2 = |A_{S+}|^2 + |A_{S-}|^2 \quad (1.64)$$

$$|A_L|^2 = |A_{L+}|^2 + |A_{L-}|^2 \quad (1.65)$$

Da die CP-Verletzung im allgemeinen klein ist, gilt in sehr guter Näherung

$$E_+ = \frac{A_{L+}}{A_{S+}} \cong \frac{A_{L+}}{A_S} \quad (1.66)$$

$$E_- = \frac{A_{S-}}{A_{L-}} \cong \frac{A_{S-}}{A_L}, \quad (1.67)$$

und folglich:

$$R_f(t) = \frac{|A_L|^2}{1+Z} \left\{ Q_f e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} [e^{i\Delta m t} (Q_f E_+^* + E_-)] \right\} \quad (1.68)$$

$$\bar{R}_f(t) = \frac{|A_L|^2}{1-Z} \left\{ Q_f e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} [e^{i\Delta m t} (Q_f E_+^* + E_-)] \right\} \quad (1.69)$$

Mit:

$$Q_f = \frac{|A_S|^2}{|A_L|^2} \quad (1.70)$$

Man erkennt also, daß die Raten aus einem mit Γ_S und Γ_L exponentiell abfallenden Beitrag bestehen, sowie einem mit $\bar{\Gamma}$ exponentiell gedämpften Interferenzterm der Frequenz Δm , welcher in die Raten $R_f(t)$ und $\bar{R}_f(t)$ mit unterschiedlichen Vorzeichen eingeht. Diese Interferenz ist im neutralen Kaonsystem so ausgeprägt und daher experimentell überhaupt beobachtbar, weil die 'Linienbreite' des K_S^0 ungefähr doppelt so groß ist wie der 'Niveaubestand' zwischen K_S^0 und K_L^0 :

$$\Gamma_S \cong 2\Delta m \quad (1.71)$$

Eine Größe, welche die Interferenzen aus den gemessenen Raten gleichsam herauspräpariert, sind Asymmetrien der Gestalt:

$$A_f(t) = \frac{\bar{R}_f(t) - R_f(t)}{\bar{R}_f(t) + R_f(t)} \quad (1.72)$$

²Im weiteren wird der Index 'f' der Amplituden nicht explizit angeschrieben, wenn keine Mehrdeutigkeiten möglich sind.

Mit den Raten (1.62) und (1.63) nehmen sie die Form

$$\begin{aligned} A_f(t) &= \frac{Z - F_f(t)}{1 - ZF_f(t)} \\ &\cong Z - F_f(t) \end{aligned} \quad (1.73)$$

an [23], wobei $F_f(t)$ der Interferenzterm in der Asymmetrie ist:

$$F_f(t) = \frac{2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} [e^{i\Delta m t} (A_{S+} A_{L+}^* + A_{S-} A_{L-}^*)]}{|A_S|^2 e^{-\Gamma_S t} + |A_L|^2 e^{-\Gamma_L t}} \quad (1.74)$$

Und in obiger Näherung:

$$F_f(t) = \frac{2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} [e^{i\Delta m t} (Q_f E_+^* + E_-)]}{Q_f e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t}} \quad (1.75)$$

Falls im $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfall in den Kanal f keine CP-Verletzung auftritt, also $(A_{S+} A_{L+}^* + A_{S-} A_{L-}^*) = 0$ gilt, so ist der Interferenzterm $F_f(t)$ ebenfalls Null und die Asymmetrie $A_f(t)$ konstant Z . Diese somit bewiesene Tatsache ist als Seghal-Wolfenstein-Theorem bekannt [24]:

For any possible nonleptonic decay mode of the K^0 meson³ the observation of an interference effect between K_L^0 and K_S^0 decays in the partial decay rate of this mode is clear evidence of CP violation.

Die Bedeutung dieses Theorems kommt insbesondere dann zum tragen, wenn ein Zerfallskanal f keine eindeutige CP-Parität besitzt, sondern statt dessen eine Mischung aus $CP = +1$ und $CP = -1$ ist und sich damit das Problem stellt, CP-verletzende Zerfälle von CP-erhaltenen Zerfällen zu trennen.

Anstatt der differentiellen Asymmetrien $A_f(t)$, ist es auch möglich, integrale Asymmetrien

$$I_f(t) = \frac{\int_0^t \bar{R}_f(t') dt' - \int_0^t R_f(t') dt'}{\int_0^t \bar{R}_f(t') dt' + \int_0^t R_f(t') dt'} \quad (1.76)$$

zu bilden, und zwar aus den integralen Raten:

$$\begin{aligned} \int_0^t R_f(t') dt' &= \frac{1}{1+Z} \left\{ \frac{|A_S|^2}{\Gamma_S} (1 - e^{-\Gamma_S t}) + \frac{|A_L|^2}{\Gamma_L} (1 - e^{-\Gamma_L t}) \right. \\ &\quad \left. + 2 \operatorname{Re} \left[(e^{(i\Delta m - \bar{\Gamma})t} - 1) (A_{S+} A_{L+}^* + A_{S-} A_{L-}^*) \right] \frac{1}{i\Delta m - \bar{\Gamma}} \right\} \end{aligned} \quad (1.77)$$

$$\begin{aligned} \int_0^t \bar{R}_f(t') dt' &= \frac{1}{1-Z} \left\{ \frac{|A_S|^2}{\Gamma_S} (1 - e^{-\Gamma_S t}) + \frac{|A_L|^2}{\Gamma_L} (1 - e^{-\Gamma_L t}) \right. \\ &\quad \left. - 2 \operatorname{Re} \left[(e^{(i\Delta m - \bar{\Gamma})t} - 1) (A_{S+} A_{L+}^* + A_{S-} A_{L-}^*) \right] \frac{1}{i\Delta m - \bar{\Gamma}} \right\} \end{aligned} \quad (1.78)$$

Man erhält dann

$$\begin{aligned} I_f(t) &= \frac{Z - G_f(t)}{1 - ZG_f(t)} \\ &\cong Z - G_f(t) \end{aligned} \quad (1.79)$$

³Semileptonische Zerfallsendzustände besitzen keine definierte CP-Parität.

mit dem Interferenzterm:

$$G_f(t) = \frac{2\text{Re} \left[\frac{(A_S + A_{L+}^* + A_S - A_{L-}^*)}{i\Delta m - \bar{\Gamma}} (e^{(i\Delta m - \bar{\Gamma})t} - 1) \right]}{\frac{|A_S|^2}{\Gamma_S} (1 - e^{-\Gamma_S t}) + \frac{|A_L|^2}{\Gamma_L} (1 - e^{-\Gamma_L t})} \quad (1.80)$$

Im Unterschied zum Interferenzterm $F_f(t)$, welcher für $t \rightarrow \infty$ gegen Null geht und bewirkt, daß die Asymmetrie $A_f(t)$ nur noch von Z abhängt, bleibt $G_f(t)$ im Limes großer Zeiten ungleich Null und abhängig von den K_S^0 und K_L^0 Zerfallsamplituden:

$$G_f(t = \infty) = \frac{-2\text{Re} \left[\frac{(A_S + A_{L+}^* + A_S - A_{L-}^*)}{i\Delta m - \bar{\Gamma}} \right]}{\frac{|A_S|^2}{\Gamma_S} + \frac{|A_L|^2}{\Gamma_L}} \quad (1.81)$$

1.4 K^0 - \bar{K}^0 -Relativphase

Die Strangeness-Erhaltung der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung bewirkt eine Entkopplung der Zustände K^0 und \bar{K}^0 und erlaubt daher, Phasentransformationen mit dem beliebigen reellen Parametern β der Gestalt

$$|K^0\rangle \rightarrow |K^0_\beta\rangle = e^{-i\beta S} |K^0\rangle = e^{-i\beta} |K^0\rangle \quad (1.82)$$

$$|\bar{K}^0\rangle \rightarrow |\bar{K}^0_\beta\rangle = e^{-i\beta S} |\bar{K}^0\rangle = e^{+i\beta} |\bar{K}^0\rangle \quad (1.83)$$

vorzunehmen [25]. Der Index β steht hierbei und im Folgenden für Größen, die einer Phasentransformation um die Phase β unterworfen worden sind.

Physikalische Observablen dürfen von diesen Phasentransformationen natürlich nicht betroffen sein. Betrachten wir folglich das Verhalten der bisher eingeführten Größen unter Phasentransformationen.

Die Nebendiagonal-Elemente der nichthermiteschen Massenmatrix sind phasenkonventionsabhängig:

$$M_{12}^\beta = e^{2i\beta} M_{12} \quad (1.84)$$

$$\Gamma_{12}^\beta = e^{2i\beta} \Gamma_{12} \quad (1.85)$$

Für ϵ folgt damit, vgl. (1.26) bzw. (1.27):

$$\frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon} = e^{-2i\beta} \frac{1 - \epsilon_\beta}{1 + \epsilon_\beta} \quad (1.86)$$

ϵ ist also keine Observable! Statt dessen ist offensichtlich die Größe

$$\eta = \left| \frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon} \right| \quad (1.87)$$

phasenkonventions-unabhängig. Durch Umformung letzterer Gleichung lassen sich weitere phasenkonventions-unabhängige Größen identifizieren:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} &= Z \\ &= \langle K_S^0 | K_L^0 \rangle \\ &= \frac{2\text{Re}(\epsilon)}{1 + |\epsilon|^2} \end{aligned} \quad (1.88)$$

Die Abweichung η 's von Eins zeigt also eindeutig CP-Verletzung an, ebenso wie ein nichtverschwindender Realteil von ϵ , da dann $|K_S^0\rangle$ und $|K_L^0\rangle$ nicht orthogonal zueinander stehen.

Aus der Phasenkonventions-Unabhängigkeit von $\langle K_S^0 | K_L^0 \rangle$ folgt unmittelbar, daß das Transformations-Verhalten von $|K_S^0\rangle$ und $|K_L^0\rangle$ lautet:

$$|K_{S\beta}^0\rangle = e^{i\beta'} |K_S^0\rangle \quad (1.89)$$

$$|K_{L\beta}^0\rangle = e^{i\beta'} |K_L^0\rangle \quad (1.90)$$

Hierbei ist β' eine Funktion von β .

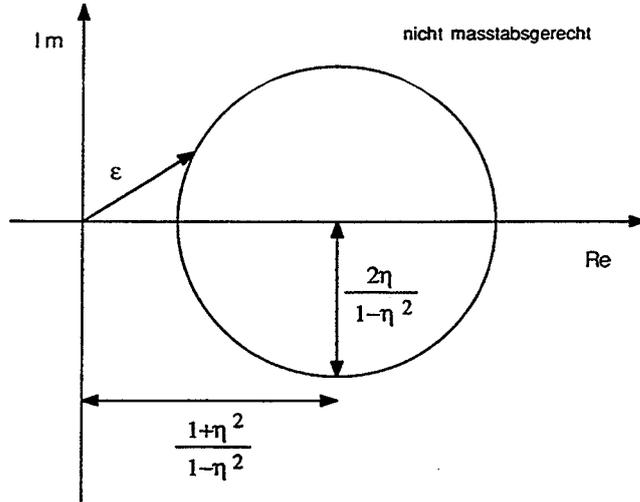


Abbildung 1.3: Phasenkonventions-Abhängigkeit von ϵ

Betrachten wir die Größe ϵ etwas genauer, die wie festgestellt, keine Observable ist. Die Umformung von (1.88) ergibt [26]:

$$\left(\operatorname{Re}(\epsilon) - \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta^2} \right)^2 + \operatorname{Im}(\epsilon)^2 = \left(\frac{2\eta}{1 - \eta^2} \right)^2 \quad (1.91)$$

Abb. (1.3) illustriert diesen Zusammenhang zwischen η und ϵ : für einen vorgegebenen Wert η kann ϵ beliebig auf den durch Gleichung (1.91) definierten Kreis in der komplexen Ebene liegen. Im Fall von CP-Invarianz $\eta = 1$ ist der Kreisradius unendlich, und für ϵ findet man gemäß (1.86) den rein imaginären Wert:

$$\lim_{\eta \rightarrow 1} \epsilon_\beta = i \tan(\beta) \quad (1.92)$$

Von den zwei die CP-Verletzung parametrisierenden Größen im Falle von CPT-Invarianz des Abschnitts (1.3.2) ist somit einer redundant. Die Tatsache, daß wir für den Fall von T -Invarianz $\epsilon = 0$ folgerten, erklärt sich aus der Definition des C -Operators in Gleichung (1.4), womit wir bereits implizit eine Phasenkonvention festlegten. Nach einer Phasentransformation ist seine Wirkung nämlich:

$$C|K^0_\beta\rangle = e^{-2i\beta} |K^0_\beta\rangle \quad (1.93)$$

$$C|\overline{K^0}_\beta\rangle = e^{+2i\beta} |\overline{K^0}_\beta\rangle \quad (1.94)$$

Die Möglichkeit Phasentransformationen durchzuführen, erlaubt es nicht, die CP-Verletzung im Mixing eindeutig der Massenmatrix M oder der Zerfallsmatrix Γ zuzuordnen. Gemäß der Beziehung

$$\langle K_S^0 | K_L^0 \rangle = \frac{\operatorname{Im}(M_{12}^* \Gamma_{12})}{|\Gamma_{12}|^2 + |M_{12}|^2 + \frac{1}{4} (\Delta m^2 + (\frac{\Delta \Gamma}{2})^2)} \quad (1.95)$$

gilt aber, daß CP-Verletzung sich eindeutig durch eine Phasendifferenz beider Matrizen manifestiert.

1.5 CP-Verletzung im Zerfall $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi\pi$

In diesem Abschnitt wollen wir uns den Zerfallskanälen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ zuwenden. Da die CP-Parität der $\pi\pi$ -Zustände aus dem Zerfall der neutralen Kaonen stets positiv ist, messen die Größen

$$\eta_{+-} = |\eta_{+-}|e^{i\phi_{+-}} = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)} \quad (1.96)$$

$$\eta_{00} = |\eta_{00}|e^{i\phi_{00}} = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)} \quad (1.97)$$

CP-Verletzung. Sie sind wegen (1.89) und (1.90) phasenkonventions-unabhängig und daher echte Observable.

CPT-Invarianz und Unitarität verknüpft die Zerfallsamplituden von K^0 und \bar{K}^0 in einen Endzustand f gemäß [27]:

$$\langle f|T|\bar{K}^0\rangle^* = -\sum_{f'} \langle f|S^+|f'\rangle \langle f'|T|K^0\rangle \quad (1.98)$$

T ist der bereits in Abschnitt (1.3.2) eingeführte Übergangoperator der schwachen Wechselwirkung und S ist die S-Matrix der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung. Falls f ein Eigenzustand letztgenannter Wechselwirkungen ist, für welche nach wie vor separate C-, P- und T-Invarianz gelten möge, so folgt für die K^0 - und \bar{K}^0 -Zerfallsamplituden unmittelbar aus (1.98):

$$\langle f|T|K^0\rangle = \mathcal{A}_f = A_f e^{i\delta_f} \quad (1.99)$$

$$\langle f|T|\bar{K}^0\rangle = \bar{\mathcal{A}}_f = -A_f^* e^{i\delta_f} \quad (1.100)$$

δ_f ist die Streuphase des Systems f . Wie man weiterhin zeigt, ist der Realteil der Amplitude A_f CP-invariant, der Imaginärteil hingegen nicht.

Nehmen wir für den Augenblick an, $\pi^+\pi^-$ (oder $\pi^0\pi^0$) wäre ein solcher Endzustand f , der die Gleichungen (1.99) und (1.100) erfüllt. Dann würde man

$$\eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+\pi^-|T|K_2^0 + \epsilon K_1^0\rangle}{\langle \pi^+\pi^-|T|K_1^0 + \epsilon K_2^0\rangle} = \epsilon$$

erhalten, hätte man die K^0 - \bar{K}^0 -Reaktiv-Phase im Ausdruck

$$\langle \pi^+\pi^-|T|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{\pi^+\pi^-} - A_{\pi^+\pi^-}^*)e^{i\delta_{\pi^+\pi^-}}$$

nur so gewählt, daß die Amplitudendifferenz auf der rechten Seite der Gleichung verschwände. Die Zerfälle $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ wären folglich verboten, und insbesondere wäre η_{+-} bereits völlig durch ϵ bestimmt. Ursache hierfür ist der Umstand, daß die CPT-Invarianz die Gleichheit der Raten $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ verlangt, wenn die $\pi^+\pi^-$ -Zustände Eigenzustände der S-Matrix sind. Dieses ist aber nicht der Fall, sondern die Eigenzustände sind die Isospin-Komponenten $I=0$ und $I=2$ der $\pi^+\pi^-$ und $\pi^0\pi^0$ -Endzustände⁴

$$|\pi^+\pi^-\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|\pi\pi, I=0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|\pi\pi, I=2\rangle \quad (1.101)$$

$$|\pi^0\pi^0\rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}}|\pi\pi, I=0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|\pi\pi, I=2\rangle \quad (1.102)$$

⁴Bei Angabe dieser Eigenfunktionen können elektromagnetische und Phasenraum-Korrekturen vernachlässigt werden [19].

mit den Streuphasen δ_0 und δ_2 . Wie man sieht, werden jetzt im allgemeinen zusätzliche CP-verletzende Beiträge zu η_{+-} und η_{00} erzeugt. Prinzipiell kann dann der Zerfall $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ (oder $\pi^0\pi^0$) auftreten, unabhängig von der gewählten Phasenkonvention. Man spricht hierbei von direkter CP-Verletzung.

Damit wir die Größe, die direkte CP-Verletzung parametrisiert, angeben können, müssen eine Reihe neuer Größen eingeführt werden. ϵ_0 und ϵ_2 messen die CP-Verletzung im $\pi\pi$ -Zerfallskanal mit $I = 0$ und $I = 2$:

$$\epsilon_0 = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi\pi, I=0)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi\pi, I=0)} \quad (1.103)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi\pi, I=2)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi\pi, I=0)} \quad (1.104)$$

Beide Größen sind auf den $\pi\pi$ -Zerfallskanal mit $I = 0$ normiert. Dieser Kanal ist dominant auf Grund der $\Delta I = \frac{1}{2}$ -Regel, die besagt, daß generell $\Delta I = \frac{3}{2}$ -Amplituden gegenüber $\Delta I = \frac{1}{2}$ -Amplituden unterdrückt sind. Im neutralen Kaonsystem findet sie ihren Ausdruck in der Größe:

$$\omega = \frac{A(K_S^0 \rightarrow \pi\pi, I=2)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi\pi, I=0)} \quad (1.105)$$

Ihr Wert beträgt ungefähr 1/23.

Ein Maß für die unterschiedliche Stärke der CP-Verletzung in den Kanälen $I = 0$ und $I = 2$ ist ϵ' :

$$\epsilon' = \frac{\omega}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} \frac{\epsilon_2}{\omega} - \epsilon_0) \quad (1.106)$$

Wie wir unten sehen werden, ist diese Größe gerade das gesuchte Maß für die direkte CP-Verletzung. An dieser Stelle beachte man bereits, daß ϵ' um den Faktor ω gegenüber ϵ_0 unterdrückt ist und verschwinden würde, falls $\Delta I = \frac{3}{2}$ -Übergänge verboten wären.

Die eingeführten Observablen ϵ_0 , ϵ_2 , ω und ϵ' lassen sich nun mit den Observablen η_{+-} und η_{00} verknüpfen unter Verwendung von (1.101) und (1.102):

$$\begin{aligned} \eta_{+-} &= \frac{\epsilon_0 + \epsilon_2}{1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}}} \\ &= \epsilon_0 + \frac{\epsilon'}{1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}}} \end{aligned} \quad (1.107)$$

$$\begin{aligned} \eta_{00} &= \frac{\epsilon_0 + 2\epsilon_2}{\sqrt{2}\omega} \\ &= \epsilon_0 - \frac{2\epsilon'}{1 - \sqrt{2}\omega} \end{aligned} \quad (1.108)$$

Den Zusammenhang dieser Gleichungen mit den Elementen der nichthermiteschen Massenmatrix liefern die Amplituden \mathcal{A}_I , $I = 0, 2$, aus (1.99) und (1.100):

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon + i\zeta_0}{1 + i\epsilon\zeta_0} \quad (1.109)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{Re}(A_2)}{\text{Re}(A_0)} \frac{\epsilon + i\zeta_2}{1 + i\epsilon\zeta_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (1.110)$$

$$\omega = \frac{\text{Re}(A_2)}{\text{Re}(A_0)} \frac{1 + i\epsilon\zeta_2}{1 + i\epsilon\zeta_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (1.111)$$

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{Re}(A_2)}{\text{Re}(A_0)} \frac{1 + i\epsilon\zeta_2}{1 + i\epsilon\zeta_0} \left(\frac{\epsilon + i\zeta_2}{1 + i\epsilon\zeta_2} - \frac{\epsilon + i\zeta_0}{1 + i\epsilon\zeta_0} \right) e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (1.112)$$

Mit:

$$\zeta_I = \frac{\text{Im}(A_I)}{\text{Re}(A_I)}, \quad I = 0, 2 \quad (1.113)$$

Genau wie zu Beginn dieses Abschnitts ist es zweckmäßig, eine Phasenkonvention zu wählen. Die in der Literatur gängigste ist die Wu-Yang-Phasenkonvention [28]

$$\zeta_0 = 0, \quad (1.114)$$

d.h. die dominante Zerfalls-Amplitude A_0 ist reell und somit CP-invariant gewählt. Es folgen dann

$$\epsilon_0 = \epsilon \quad (1.115)$$

und die sog. Wu-Yang-Dreiecksrelationen:

$$\eta_{+-} = \epsilon + \frac{\epsilon'}{1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}}} \quad (1.116)$$

$$\eta_{00} = \epsilon - \frac{2\epsilon'}{1 - \sqrt{2}\omega} \quad (1.117)$$

In den letzten beiden Gleichungen werden quadratische Terme in ϵ vernachlässigt. Dieses Vorgehen ist in der Wu-Yang-Phasenkonvention wegen (1.115) und der Kleinheit der CP-verletzenden Observablen η_{+-} und η_{00} erlaubt. Die Analyse von (1.107) und (1.108) mit Hilfe der experimentellen Werte für η_{+-} und η_{00} zeigt nämlich sofort, daß $\eta_{+-} \cong \eta_{00} \cong \epsilon_0$ und $|\epsilon_0| \gg |\epsilon_2|$. Im Folgenden wird auf die Vernachlässigung quadratischer Terme in ϵ oder anderer CP-verletzender Größen nicht mehr explizit hingewiesen werden.

Die Wu-Yang-Dreiecksrelationen zeigen, daß ϵ' tatsächlich der gesuchte zusätzliche CP-verletzende Beitrag zu η_{+-} und η_{00} ist. ϵ' lautet explizit in der Wu-Yang-Phasenkonvention:

$$\epsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im}(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (1.118)$$

ϵ' hängt nur von der Zerfallsmatrix Γ ab, im Gegensatz zu ϵ , das sowohl von der hermiteschen Massenmatrix M , als auch von der Zerfallsmatrix Γ abhängt.

In der Wu-Yang-Phasenkonvention kann ϵ' mit Recht als Maß für direkte CP-Verletzung angesehen werden, da es K_2^0 -Zerfälle in zwei Pionen beschreibt:

$$\langle \pi\pi, I=0 | \mathcal{T} | K_2^0 \rangle = 0 \quad (1.119)$$

$$\langle \pi\pi, I=2 | \mathcal{T} | K_2^0 \rangle = 2\epsilon' A_0 e^{-i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (1.120)$$

Wie man sieht, sind allerdings Zerfälle in den Isospinkanal $I=0$ gänzlich verboten; Zerfälle in den Isospinkanal $I=2$ finden mit einer Amplitude proportional zu ϵ' statt. Eine nicht verschwindendes ϵ' ist gemäß den Anmerkungen zu Beginn dieses Abschnittes auch Ursache für eine Ratendifferenz der Zerfälle $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$:

$$\epsilon' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\mathcal{A}_{\pi^+\pi^-}}{\bar{\mathcal{A}}_{\pi^+\pi^-}} \right) \quad (1.121)$$

Für den Endzustand $\pi^0\pi^0$ gilt Analoges.

Wir betrachten jetzt weitere Größen in der Wu-Yang-Phasenkonvention. Δm und $\Delta\Gamma$ nehmen die einfache Gestalt

$$\Delta m = 2\text{Re}(M_{12}) \quad (1.122)$$

$$\Delta\Gamma = 2\text{Re}(\Gamma_{12}) \quad (1.123)$$

an, Z lautet

$$Z = 2\text{Re}(\epsilon) \quad (1.124)$$

und für ϵ findet man:

$$\epsilon = -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{M}_{12} - \mathcal{M}_{21}}{\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma} \quad (1.125)$$

Speziell die Phase ϕ_ϵ von ϵ verdient nähere Betrachtung, da sie durch die Kleinheit der CP-Verletzung und der Dominanz ($\pi\pi, I=0$)-Kanals weitgehend festgelegt wird. Hierzu dient die Bell-Steinberger-Relation (1.46) in den Näherungen $\Gamma_S \gg \Gamma_L$ und $|A(K_S^0 \rightarrow \pi\pi, I=0)|^2 \cong \Gamma_S$:

$$\{i \tan(\phi_{SW}) + 1\} \text{Re}(\epsilon) = \epsilon + \alpha' \quad (1.126)$$

Mit

$$\tan(\phi_{SW}) = -\frac{2\Delta m}{\Delta\Gamma}, \quad (1.127)$$

wobei der Index 'SW' für 'SuperWeak' steht (vgl. hierzu Abschnitt (2.1)), und

$$\alpha' = \frac{1}{\Gamma_S} \sum_f A(K_S^0 \rightarrow f)^* A(K_L^0 \rightarrow f). \quad (1.128)$$

Letztere Summation erstreckt sich über alle Zerfallsendzustände f mit Ausnahme ($\pi\pi, I=0$). Die Abschätzung von α' mittels der experimentellen Werte für die Amplituden A_S und A_L zeigt, daß $|\alpha'| \ll |\epsilon|$ gilt. Näheres dazu wird in Abschnitt (1.7) besprochen. Somit folgt:

$$\phi_\epsilon \cong \phi_{SW} \quad (1.129)$$

Abb. (1.4) illustriert die hier dargelegten Beziehungen zwischen η_{+-} , η_{00} , ϵ , ϵ' , ϕ_{SW} und $\delta_2 - \delta_0$.

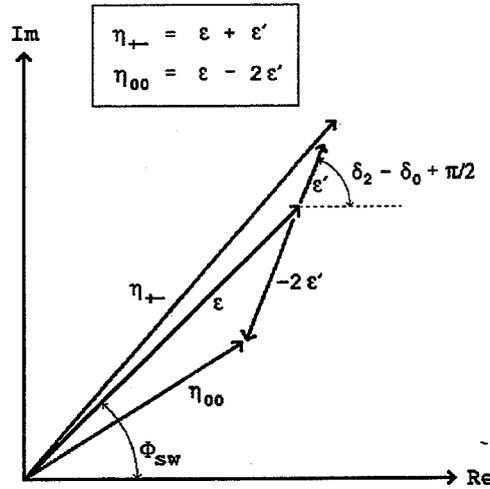


Abbildung 1.4: Wu-Yang-Dreieck

Die $\pi^+\pi^-$ -Zerfallsraten besitzen mit $E_- = 0$, $E_+ = \eta_{+-}$ und $Q_{+-}^{-1} = |\eta_{+-}|^2$, vgl. (1.66), (1.67) und (1.70), die Gestalt (und analog für $\pi^0\pi^0$):

$$R_{+-}(t) = \frac{|A_S|^2}{1+Z} \left\{ e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t - \phi_{+-}) \right\} \quad (1.130)$$

$$\overline{R}_{+-}(t) = \frac{|A_S|^2}{1-Z} \left\{ e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\overline{\Gamma}t} \cos(\Delta m t - \phi_{+-}) \right\} \quad (1.131)$$

Sie sind in Abb. (1.5) wiedergegeben. Im Lebensdauer-Intervall zwischen $5-18 \tau_S$ zeigen sie eine ausgeprägte Interferenz, die sich noch besser durch Bildung der Asymmetrie $A_{+-}(t) = Z - F_{+-}(t)$ verdeutlichen läßt, Abb. (1.6). $F_{+-}(t)$ lautet hierbei explizit:

$$F_{+-}(t) = \frac{2e^{-\overline{\Gamma}t} |\eta_{+-}| \cos(\Delta m t - \phi_{+-})}{e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t}} \quad (1.132)$$

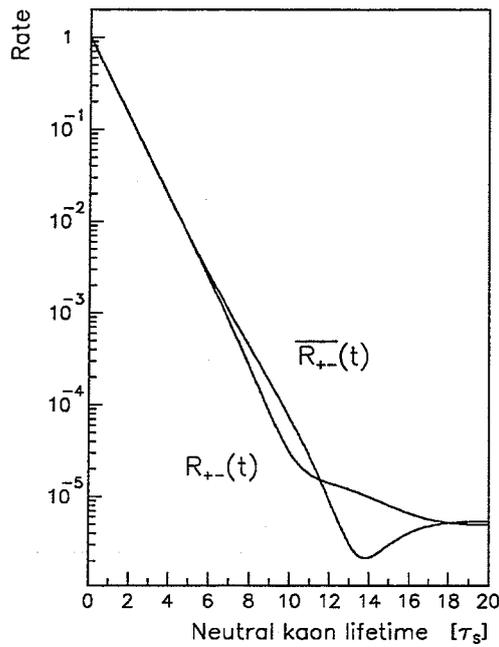


Abbildung 1.5: Zerfallsrate $R_{+-}(t)$ und $\overline{R}_{+-}(t)$

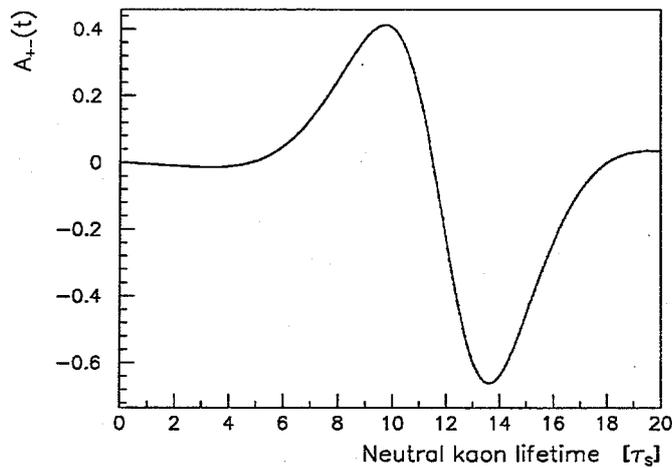


Abbildung 1.6: Asymmetrie $A_{+-}(t)$

Für die integrale Asymmetrie erhält man in den Näherungen $\tan \phi_{+-} \cong \frac{\Delta m}{\Gamma}$ und $\Delta m \cong \bar{\Gamma}$:

$$I_{+-}(t) = \frac{Z(1 - e^{-\Gamma_S t}) - 2\text{Re}(\eta_{+-}) \frac{\Gamma_S}{\Gamma} (1 - e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t))}{(1 - e^{-\Gamma_S t}) + \frac{\Gamma_S}{\Gamma} |\eta_{+-}|^2 (1 - e^{-\Gamma_L t})} \quad (1.133)$$

Wie man aus Abb. (1.7) ersieht, zeigt sie eine Interferenz zwischen 0 und 10 τ_S und nimmt für größere Kaonlebensdauern die konstanten Werte

$$I_{+-} = I_{+-}(t = \infty) = 2\text{Re}(\epsilon) - 4\text{Re}(\eta_{+-}) \quad (1.134)$$

$$I_{00} = I_{00}(t = \infty) = 2\text{Re}(\epsilon) - 4\text{Re}(\eta_{00}) \quad (1.135)$$

an, die sowohl von ϵ als auch von η_{+-} bzw η_{00} abhängen. Diese Tatsache kann benutzt werden, um eine auf ϵ' empfindliche Observable zu bilden:

$$\frac{\text{Re}(\epsilon')}{\text{Re}(\epsilon)} = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{I_{00}}{I_{+-}} \right) \quad (1.136)$$

Aus experimenteller Sicht ist eine solche Observable äußerst vorteilhaft, da ϵ' relativ zu ϵ gemessen werden kann.

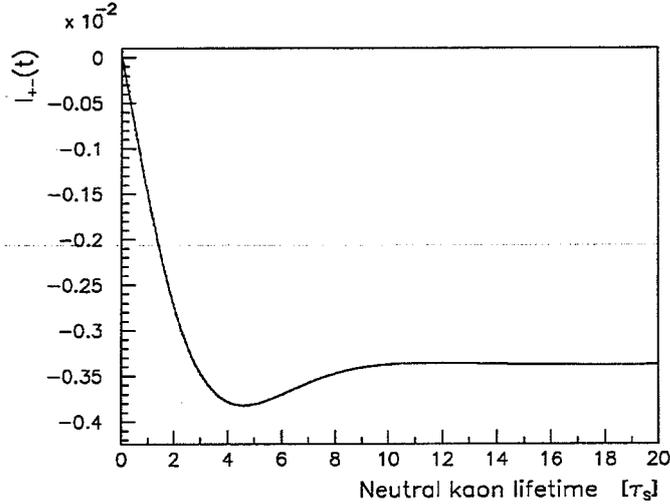


Abbildung 1.7: Integrale Asymmetrie $I_{+-}(t)$

1.6 CP-Verletzung außerhalb des Zerfalls $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi\pi$

In diesem Abschnitt soll die Phänomenologie von $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfällen in die Kanäle $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^0$, $\gamma\gamma$ und $\pi l \nu_l$ ($l = e, \mu$) unter Einschluß der CP-Verletzung betrachtet werden. Allerdings wurde bisher einzig im semileptonischen Zerfall CP-Verletzung nachgewiesen.

1.6.1 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$

Drehimpulserhaltung und Bose-Symmetrie beschränken den Isospin des $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Systems des $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfalls auf die Werte $I = 1$ und $I = 3$. Gemäß [19]

$$CP|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle = (-1)^I |\pi^0\pi^0\pi^0\rangle \quad (1.137)$$

ist daher die CP-Parität dieses Pionenzustandes stets ungerade, so daß sich CP-Verletzung eindeutig durch den K_S^0 -Zerfall in drei neutrale Pionen nachweisen läßt.

In Analogie zur Behandlung des zwei-pionischen Zerfalls ist es naheliegend die CP-verletzende Größe

$$\eta_{000} = |\eta_{000}|e^{i\phi_{000}} = \frac{A(K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0)}{A(K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0)} \quad (1.138)$$

als Maß für eine CP-Verletzung einzuführen. Mit der Definition

$$r_{000} = \frac{\mathcal{A}_{\pi^0\pi^0\pi^0}}{\overline{\mathcal{A}}_{\pi^0\pi^0\pi^0}} \quad (1.139)$$

folgt:

$$\eta_{000} = \frac{r_{000} - \frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}}{r_{000} + \frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}} \quad (1.140)$$

Wählt man schließlich die Wu-Yang-Phasenkonvention (1.114), in der alle CP-verletzenden Parameter klein sind, so erhält man

$$\eta_{000} = \epsilon + \epsilon'_{000} \quad (1.141)$$

mit:

$$\epsilon'_{000} = \frac{1}{2}(r_{000} - 1) \quad (1.142)$$

In völliger Analogie zum Abschnitt (1.5) über den zwei-pionischen Kaonzerfall ist ϵ'_{000} ein Maß für direkte CP-Verletzung. CP-Invarianz in den Amplituden $\mathcal{A}_{\pi^0\pi^0\pi^0}$ und $\overline{\mathcal{A}}_{\pi^0\pi^0\pi^0}$ ist dann gleichbedeutend mit der Existenz einer Phasenkonvention, so daß $r_{000} = 1$ und $\eta_{000} = \epsilon$ erfüllt ist.

Die $\pi^0\pi^0\pi^0$ Zerfallsraten anfänglich reiner K^0 - und \overline{K}^0 -Zustände lauten mit $E_- = \eta_{000}$, $E_+ = 0$ und $Q_{000} = |\eta_{000}|^2$, vgl. (1.66), (1.67) und (1.70):

$$R_{000}(t) = \frac{|A_S|}{1+Z} \left\{ |\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2|\eta_{000}|e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t + \phi_{000}) \right\} \quad (1.143)$$

$$\overline{R}_{000}(t) = \frac{|A_S|}{1-Z} \left\{ |\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2|\eta_{000}|e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t + \phi_{000}) \right\} \quad (1.144)$$

Der Interferenzterm $F_{000}(t)$ ist:

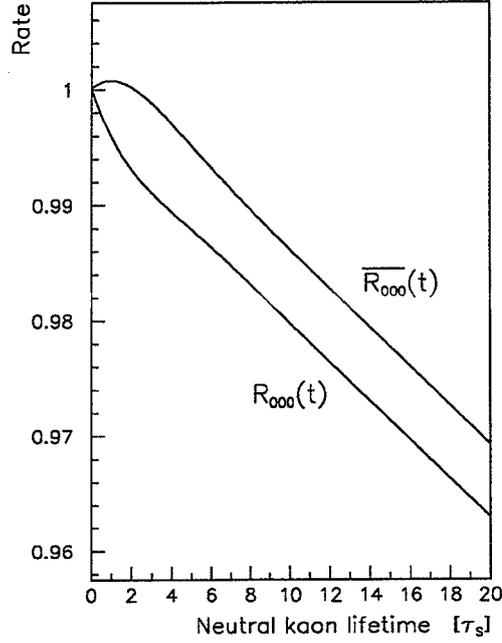
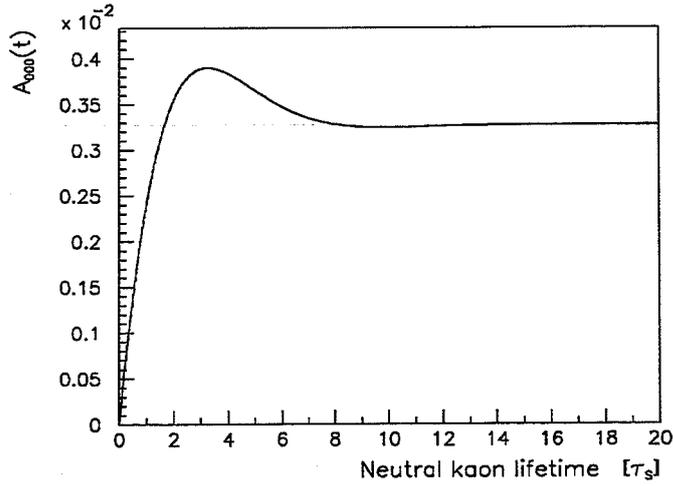
$$F_{000}(t) = \frac{2e^{-\bar{\Gamma}t} |\eta_{000}| \cos(\Delta m t + \phi_{000})}{|\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t}} \quad (1.145)$$

Die Raten und die Asymmetrie $A_{000}(t) = Z - F_{000}(t)$ sind für verschwindendes ϵ'_{000} in den Abbildungen (1.8) und (1.9) wiedergegeben. Die Interferenz tritt in diesem Zerfallskanal zwischen 0 und $8\tau_S$ auf, so wie es eine CP-Verletzung im K_S^0 -Zerfall erwarten läßt. Außerdem beachte man den Vorzeichenwechsel der Phase ϕ_{000} im Interferenzterm relativ zum $\pi\pi$ -Zerfall.

1.6.2 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Im Gegensatz zum Zerfall $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ kann der drei-pionische Endzustand des $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ Zerfalls die Isospin-Komponenten $I = 0, 1, 2, 3$ einnehmen. Gemäß Gleichung (1.137) kann CP-Verletzung somit im Zerfall $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ mit $CP(\pi^+\pi^-\pi^0) = -1$ und im Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ mit $CP(\pi^+\pi^-\pi^0) = +1$ auftreten. Die entsprechenden CP-Verletzung charakterisierenden Größen sind:

$$\eta_{+-0}^S = |\eta_{+-0}^S|e^{i\phi_{+-0}^S} = \frac{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, CP = -1)}{A(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, CP = -1)} \quad (1.146)$$

Abbildung 1.8: Zerfallsrate $R_{000}(t)$ und $\overline{R}_{000}(t)$ Abbildung 1.9: Asymmetrie $A_{000}(t)$

$$\eta_{+-0}^L = |\eta_{+-0}^L| e^{i\phi_{+-0}^L} = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, CP = +1)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, CP = +1)} \quad (1.147)$$

Mit:

$$\tau_{+-0}^+ = \frac{\langle \pi^+\pi^-\pi^0, CP = +1 | T | K^0 \rangle}{\langle \pi^+\pi^-\pi^0, CP = +1 | T | \overline{K}^0 \rangle} = \frac{\mathcal{A}_{\pi^+\pi^-\pi^0}^+}{\overline{\mathcal{A}}_{\pi^+\pi^-\pi^0}^+} \quad (1.148)$$

$$\tau_{+-0}^- = -\frac{\langle \pi^+\pi^-\pi^0, CP = -1 | T | K^0 \rangle}{\langle \pi^+\pi^-\pi^0, CP = -1 | T | \overline{K}^0 \rangle} = \frac{\mathcal{A}_{\pi^+\pi^-\pi^0}^-}{\overline{\mathcal{A}}_{\pi^+\pi^-\pi^0}^-} \quad (1.149)$$

folgt, wie oben für den $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Zerfall geschildert:

$$\eta_{+-0}^S = \epsilon + \epsilon_{+-0}^S, \quad (1.150)$$

$$\eta_{+-0}^L = \epsilon + \epsilon_{+-0}^L, \quad (1.151)$$

Mit:

$$\epsilon_{+-0}^S = \frac{1}{2}(\tau_{+-0}^+ - 1) \quad (1.152)$$

$$\epsilon_{+-0}^L = \frac{1}{2}(\tau_{+-0}^- - 1) \quad (1.153)$$

Die Raten besitzen mit den Näherungen $E_+ = \eta_{+-0}^L$ und $E_- = \eta_{+-0}^S$ die Gestalt, vgl. (1.66) und (1.67):

$$R_{+-0}(t) = \frac{|A_L|^2}{1+Z} \left\{ Q_{+-0} e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma}t} \left[|\eta_{+-0}^S| \cos(\Delta mt + \phi_{+-0}^S) + Q_{+-0} |\eta_{+-0}^L| \cos(\Delta mt - \phi_{+-0}^L) \right] \right\} \quad (1.154)$$

$$\overline{R}_{+-0}(t) = \frac{|A_L|^2}{1-Z} \left\{ Q_{+-0} e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\bar{\Gamma}t} \left[|\eta_{+-0}^S| \cos(\Delta mt + \phi_{+-0}^S) + Q_{+-0} |\eta_{+-0}^L| \cos(\Delta mt - \phi_{+-0}^L) \right] \right\} \quad (1.155)$$

Der Interferenzterm $F_{+-0}(t)$ lautet dann:

$$F_{+-0}(t) = \frac{2e^{-\bar{\Gamma}t} \left[|\eta_{+-0}^S| \cos(\Delta mt + \phi_{+-0}^S) + Q_{+-0} |\eta_{+-0}^L| \cos(\Delta mt - \phi_{+-0}^L) \right]}{Q_{+-0} e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t}} \quad (1.156)$$

Die Gestalt der Raten und der Asymmetrie werden wesentlich durch die relativen Isospin-Anteile der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ Amplituden bestimmt. Hierfür zeichnen sich drei Faktoren verantwortlich:

- $\Delta I = \frac{1}{2}$ -Regel
- Zentrifugalbarrieren-Effekte, die hohe Relativdrehimpulse l des $\pi^+\pi^-$ -Paares unterdrücken. Der Drehimpuls l ist mit den CP-Eigenwerten durch die Beziehung

$$CP|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = (-1)^{l+1}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle \quad (1.157)$$

verknüpft.

- CP-Verletzung

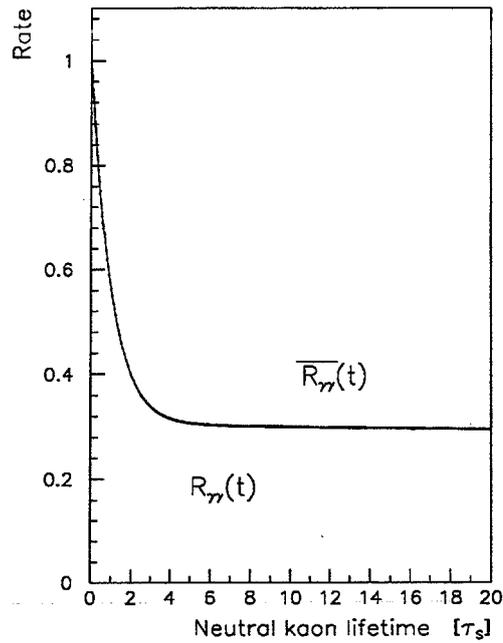
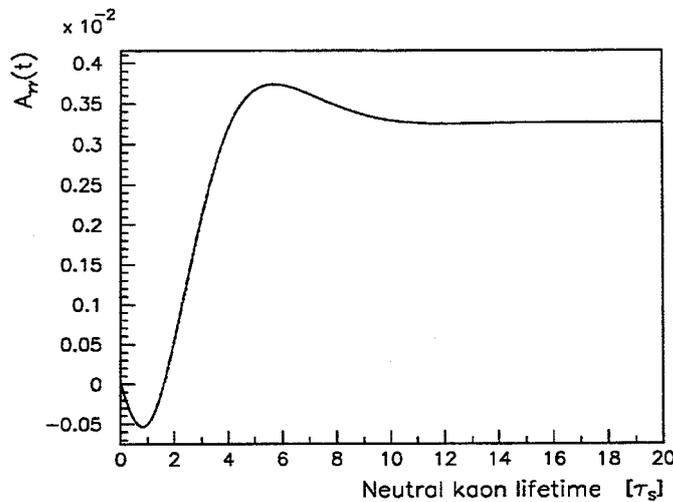
Hieraus folgt, daß für den CP-Eigenwert -1 die Zerfallsamplituden mit ($l = 0, \Delta I = \frac{1}{2}$) und ($l = 0, \Delta I = \frac{3}{2}$) und für den CP-Eigenwert $+1$ diejenigen mit ($l = 1, \Delta I = \frac{3}{2}$) und ($l = 3, \Delta I = \frac{1}{2}$) dominieren.

Im K_S^0 -Zerfall treten dann die CP-erhaltenen drei-pionischen Endzustände mit einer 2-3 Größenordnungen häufigeren Wahrscheinlichkeit auf als die CP-verbotenen, wie Rechnungen in chiraler Störungstheorie erwarten lassen [23]. Dieses veranschaulicht eindrucksvoll die Bedeutung von Asymmetrien, die es erlauben sollten, CP-Verletzung trotz eines sehr viel größeren CP-erhaltenen Untergrundes zu identifizieren.

Für den K_L^0 -Zerfall ergibt dieselbe Rechnung und die gemessene $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ Zerfallsrate einen Wert für Q_{+-0} der Größenordnung 10^{-3} , weshalb es aussichtslos ist, die CP-Verletzung im Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ messen zu wollen. Die $\pi^+\pi^-\pi^0$ Zerfallsraten und Asymmetrie besitzen damit praktisch die gleiche Gestalt wie im $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ Zerfall, vgl. Abb. (1.8) und (1.9).

1.6.3 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \gamma\gamma$

Eichinvarianz und Bose-Statistik ermöglichen zwei $\gamma\gamma$ -Endzustände des $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfalls mit unterschiedlicher CP-Parität. Damit kann CP-Verletzung sowohl im K_S^0 -Zerfall als auch im K_L^0 -Zerfall in zwei Photonen auftreten, womit eine Situation vorliegt, die völlig analog zum Zerfall $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ ist. Man kann also direkt den ganzen Formalismus des vorigen Abschnitts (1.6.2) übernehmen, indem man die sich jetzt selbsterklärenden Größen $\eta_{\gamma\gamma}^S, \eta_{\gamma\gamma}^L, \tau_{\gamma\gamma}^+, \tau_{\gamma\gamma}^-, \epsilon_{\gamma\gamma}^S, \epsilon_{\gamma\gamma}^L, \mathcal{A}_{\gamma\gamma}^+, \mathcal{A}_{\gamma\gamma}^-, \overline{\mathcal{A}}_{\gamma\gamma}^+, \overline{\mathcal{A}}_{\gamma\gamma}^-, R_{\gamma\gamma}, \overline{R}_{\gamma\gamma}(t)$, und $F_{\gamma\gamma}(t)$ einführt.

Abbildung 1.10: Zerfallsrate $R_{\gamma\gamma}(t)$ und $\overline{R}_{\gamma\gamma}(t)$ Abbildung 1.11: Asymmetrie $A_{\gamma\gamma}(t)$

Die Abbildungen (1.10) und (1.11) geben die Raten $R_{\gamma\gamma}(t)$, $\overline{R_{\gamma\gamma}}(t)$ und die Asymmetrie $A_{\gamma\gamma}(t) \cong Z-F_{+-0}(t)$ wieder, abermals berechnet für verschwindende direkte CP-Verletzung und den Meßwert $Q_{\gamma\gamma} = 2.3$ [29]. Es sei aber betont, daß im $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \gamma\gamma$ Zerfall die begründete Hoffnung besteht, direkte CP-Verletzung zu messen [30]. Denn anders als in Kaonzerfällen in hadronische Endzustände ist die $\Delta I = \frac{1}{2}$ -Regel im $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \gamma\gamma$ Zerfall bedeutungslos.

1.6.4 $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi l \nu$

Im Gegensatz zu den bisher besprochenen $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsendzuständen sind die semileptonischen Zustände $\pi^+ l^- \nu_l$ und $\pi^- l^+ \bar{\nu}_l$ keine CP-Eigenzustände, weswegen es auch keine direkte CP-Verletzung in den semileptonischen Kaonzerfällen gibt.

Statt dessen kommt der sog. $\Delta S = \Delta Q$ -Regel eine wesentliche Bedeutung zu, die die Zerfälle von K^0 und \bar{K}^0 in semileptonische Kanäle unterschiedlicher Lepton-Ladung kontrolliert. Vermöge dieser Regel sind die Zerfälle mit $\Delta S = \Delta Q$ erlaubt und diejenigen mit $\Delta S = -\Delta Q$ verboten:

$$\begin{aligned} \Delta S = \Delta Q & : \begin{array}{l} K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \bar{\nu}_l \\ \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \nu_l \end{array} \\ \Delta S = -\Delta Q & : \begin{array}{l} K^0 \rightarrow \pi^+ l^- \nu_l \\ \bar{K}^0 \rightarrow \pi^- l^+ \bar{\nu}_l \end{array} \end{aligned}$$

Bei der Formulierung der Zerfallsraten in Analogie zu den vorigen Abschnitten ist es möglich, eine Verletzung der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel zu berücksichtigen, zumal die Messung der Raten dann umgekehrt Aussagen über die Gültigkeit der Regel zuläßt. Hierzu bedarf es eines Maßes für die Verletzung der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel. Mit den Amplituden

$$f = \mathcal{A}(K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \bar{\nu}_l) \quad (1.158)$$

$$\bar{f} = \mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \nu_l) \quad (1.159)$$

$$g = \mathcal{A}(K^0 \rightarrow \pi^+ l^- \nu_l) \quad (1.160)$$

$$\bar{g} = \mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- l^+ \bar{\nu}_l) \quad (1.161)$$

wird man sofort auf die Größen

$$x^+ = \frac{\bar{g}}{f} \quad (1.162)$$

$$x^- = \frac{g}{\bar{f}} \quad (1.163)$$

als geeignete Maße geführt. Setzen wir nachwievor CPT-Invarianz voraus, so gilt [19]

$$f = -\bar{f}^* \quad (1.164)$$

$$g = -\bar{g}^* \quad (1.165)$$

und folglich:

$$x^+ = (x^-)^* \quad (1.166)$$

Im Folgenden verwenden wir daher statt x^+ und $(x^-)^*$ die Bezeichnung x .

Fragen wir aber noch nach der Konsequenz von CP-Invarianz in den Amplituden, unabhängig von einer CPT-Invarianz. Dann ist [19]

$$f = -\bar{f} e^{i\beta} \quad (1.167)$$

$$g = -\bar{g} e^{-i\beta} \quad (1.168)$$

$$(1.169)$$

und somit:

$$x^- = x^+ \quad (1.170)$$

β entspricht hierbei wieder der beliebigen K^0 - \bar{K}^0 -Relativphase. Mit der Bedingung (1.166) für CPT-Invarianz ist dann ersichtlich, daß x reell ist. Eine CP-Verletzung induziert also eine Verletzung der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel durch $\text{Im}(x) \neq 0$. Eine Verletzung der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel unabhängig von einer CP-Verletzung wird durch $\text{Re}(x) \neq 0$ angezeigt.

Die Zerfallsraten anfänglicher K^0 - und \bar{K}^0 -Zustände in semileptonische Endzustände lassen sich jetzt leicht angeben. Es wird wiederum die Wu-Yang-Phasenkonvention verwendet. Außerdem wird $|x| \ll 1$ vorausgesetzt, was durch die experimentellen Limiten in Tab. (1.2) bestätigt wird.

$$R_-(t) = \frac{|f|^2}{4} \left\{ (1 - 4\text{Re}(\epsilon) - 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_S t} + (1 - 4\text{Re}(\epsilon) + 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_L t} - 2(1 - 4\text{Re}(\epsilon)) e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t) + 4\text{Im}(x) e^{-\bar{\Gamma} t} \sin(\Delta m t) \right\} \quad (1.171)$$

$$R_+(t) = \frac{|f|^2}{4} \left\{ (1 - 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_S t} + (1 + 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t) + 4\text{Im}(x) e^{-\bar{\Gamma} t} \sin(\Delta m t) \right\} \quad (1.172)$$

$$\bar{R}_-(t) = \frac{|f|^2}{4} \left\{ (1 - 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_S t} + (1 + 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t) - 4\text{Im}(x) e^{-\bar{\Gamma} t} \sin(\Delta m t) \right\} \quad (1.173)$$

$$\bar{R}_+(t) = \frac{|f|^2}{4} \left\{ (1 + 4\text{Re}(\epsilon) - 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_S t} + (1 + 4\text{Re}(\epsilon) + 2\text{Re}(x)) e^{-\Gamma_L t} - 2(1 + 4\text{Re}(\epsilon)) e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t) - 4\text{Im}(x) e^{-\bar{\Gamma} t} \sin(\Delta m t) \right\} \quad (1.174)$$

Die Indizes '+-' und '--' stehen für die Ladung des Leptons im Zerfallsendzustand. Diese Raten sind offensichtlich eine Verallgemeinerung der in Abschnitt (1.3.1) erwähnten Betragsquadrate der Strangeness-Regenerationsamplituden, in die sie für verschwindendes x übergehen. Die mögliche Verletzung der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel hat hier zur Konsequenz, daß sich nicht mehr der Zerfall eines K^0 oder \bar{K}^0 mit Sicherheit aus dem Nachweis eines positiven oder negativen Leptons bestimmen läßt.

Wie lassen sich jetzt aus den vier Raten (1.171)-(1.174) Parameter des neutralen Kaonsystems extrahieren? Im Gegensatz zu Zerfallsendzuständen mit definierter CP-Parität unterliegen die semileptonischen Zustände nicht dem Seghal-Wolfenstein-Theorem und erlauben daher vom Standpunkt der CP-Verletzung einzig Information über den Mixing-Parameter ϵ zu gewinnen. Asymmetrien besitzen einzig aus experimentellen Gründen eine besondere Stellung und werden daher an dieser Stelle weiterhin bevorzugt behandelt. Insbesondere wird im Folgenden eine Aufzählung verschiedener Meßgrößen vorgenommen, die sich durch ihre unterschiedliche Empfindlichkeit auf die Parameter Δm , $\text{Re}(x)$, $\text{Im}(x)$ und $\text{Re}(\epsilon)$ auszeichnen, sowie einen direkten Test der T -Verletzung erlauben.

Parameter Δm und $\text{Re}(x)$:

Die Asymmetrie $A_{\Delta m}(t)$ vergleicht die zum Zeitpunkt $t = 0$ vermöge der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel verbotenen mit den erlaubten semileptonischen Zerfällen von K^0 und \bar{K}^0 .

$$\begin{aligned} A_{\Delta m}(t) &= \frac{(R_-(t) + \bar{R}_+(t)) - (R_+(t) + \bar{R}_-(t))}{(R_-(t) + \bar{R}_+(t)) + (R_+(t) + \bar{R}_-(t))} \\ &= \frac{-2e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t)}{(1 + 2\text{Re}(x))e^{-\Gamma_L t} + (1 - 2\text{Re}(x))e^{-\Gamma_S t}} \end{aligned} \quad (1.175)$$

$A_{\Delta m}(t)$ ist in Abb. (1.12) wiedergegeben. Offensichtlich ist diese Meßgröße empfindlich auf Δm und $\text{Re}(x)$. Eine ähnliche Gestalt wie $A_{\Delta m}(t)$ haben die Ladungsasymmetrien $\delta_l(t)$ und $\bar{\delta}_l(t)$,

$$\delta_l(t) = \frac{R_+(t) - R_-(t)}{R_+(t) + R_-(t)}, \quad \bar{\delta}_l(t) = \frac{\overline{R_+}(t) - \overline{R_-}(t)}{\overline{R_+}(t) + \overline{R_-}(t)}, \quad (1.176)$$

auf deren explizite Angabe hier aber verzichtet werden soll. Sie sind ebenfalls auf Δm empfindlich. Für lange Lebensdauern nehmen sie aber im Gegensatz zu $A_{\Delta m}(t)$ den konstanten Wert $2\text{Re}(\epsilon)$ an.

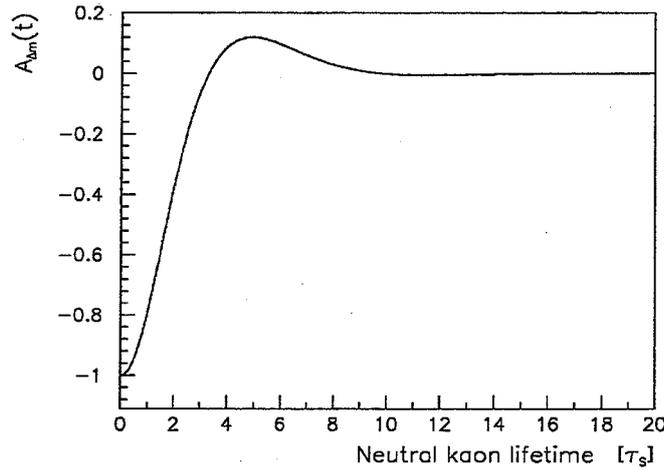


Abbildung 1.12: Asymmetrie $A_{\Delta m}(t)$

Parameter $\text{Im}(x)$:

Die Asymmetrie $A_x(t)$ vergleicht die zum Zeitpunkt $t = 0$ vermöge der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel erlaubten semileptonischen Zerfälle von K^0 und \overline{K}^0 .

$$\begin{aligned} A_x(t) &= \frac{\overline{R_-}(t) - R_+(t)}{\overline{R_-}(t) + R_+(t)} \\ &= \frac{-4\text{Im}(x)e^{-\bar{\Gamma}t} \sin(\Delta mt)}{(1 - 2\text{Re}(x))e^{-\Gamma_S t} + 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta mt) + (1 + 2\text{Re}(x))e^{-\Gamma_L t}} \end{aligned} \quad (1.177)$$

Diese Asymmetrie ist sensitiv auf den Imaginärteil von x .

Parameter $\text{Re}(\epsilon)$ und T-Verletzung:

Der Test für die Äquivalenz von CP-Verletzung und T-Verletzung unter der Bedingung von CPT-Invarianz wurde bereits in Abschnitt (1.3.1) besprochen. Die Asymmetrie (1.59) nimmt jetzt, erweitert um eine mögliche Verletzung der $\Delta S = \Delta Q$ -Regel, die folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} A_T(t) &= \frac{\overline{R_+}(t) - R_-(t)}{\overline{R_+}(t) + R_-(t)} \\ &= 4 \frac{\text{Re}(\epsilon)e^{-\Gamma_S t} - 2\text{Re}(\epsilon)e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta mt) - \text{Im}(x)e^{-\bar{\Gamma}t} \sin(\Delta mt) + \text{Re}(\epsilon)e^{-\Gamma_L t}}{(1 - 2\text{Re}(x))e^{-\Gamma_S t} - 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta mt) + (1 + 2\text{Re}(x))e^{-\Gamma_L t}} \end{aligned} \quad (1.178)$$

$A_T(t)$ ist empfindlich auf den Realteil von ϵ .

Die angegebenen Meßgrößen können natürlich nicht den Anspruch auf Vollständigkeit erheben. So sind beispielsweise Observable konstruierbar, die auf die Lepton-Pion-Unterscheidung verzichten oder keine Normierung der relativen K^0 und \bar{K}^0 Raten benötigen.

1.7 CPT-Verletzung im Zerfall $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi\pi$

Bisher hatten wir CPT-Invarianz vorausgesetzt, also gemäß Gleichung (1.37) die Gleichheit der Diagonalelemente in der hermiteschen Massenmatrix und in der Zerfallsmatrix angenommen. Wir wollen im Folgenden diese Bedingungen fallenlassen und nach den Konsequenzen eine CPT-Verletzung im neutralen Kaonsystem fragen. Dieses soll anhand des zwei-pionischen Zerfallskanals geschehen, der aus denselben Gründen wie für die Untersuchung der CP-Verletzung gegenüber anderen Zerfallskanälen ausgezeichnet ist.

Den Parameter δ zur Parametrisierung von CPT-Verletzung in der hermiteschen Massenmatrix hatten wir bereits in Abschnitt (1.2) eingeführt. Setzen wir in Analogie zu den CP-verletzenden Größen voraus, daß auch CPT-verletzende Größen klein sind, was experimentell bestens bestätigt ist, da überhaupt noch keine CPT-Verletzung nachgewiesen werden konnte, so erhält man aus (1.26) und (1.27):

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{M}_{22} - \mathcal{M}_{11}}{\Delta m - \frac{i}{2} \Delta \Gamma} \quad (1.179)$$

Explizit erkennt man hier noch einmal das Verschwinden von δ bei Gleichheit der Diagonalelemente von \mathcal{M} .

Für die weiteren Betrachtungen müssen zunächst in Verallgemeinerung der Gleichungen (1.99) und (1.100) die $K^0(\bar{K}^0)$ -Zerfallsamplituden in zwei Pionen eingeführt werden [31]:

$$\langle \pi\pi, I | T | K^0 \rangle = \mathcal{A}_I = (A_I + B_I) e^{i\delta_I} \quad (1.180)$$

$$\langle \pi\pi, I | T | \bar{K}^0 \rangle = \bar{\mathcal{A}}_I = -(A_I^* - B_I^*) e^{i\delta_I}, \quad I = 0, 2 \quad (1.181)$$

Die Invarianz-Eigenschaften dieser Amplituden sind:

	CPT	CP	T
$\text{Re}(A_I) \neq 0$	✓	✓	✓
$\text{Im}(A_I) \neq 0$	✓	-	-
$\text{Re}(B_I) \neq 0$	-	-	✓
$\text{Im}(B_I) \neq 0$	-	✓	-

Die A_I sind also CPT-invariant und die B_I CPT-verletzend.

Die Diskussion der physikalischen Folgen solcher Amplituden kann nun direkt an Abschnitt (1.5) anknüpfen. Unter Beibehaltung der Definitionen für ϵ_0 , ϵ_2 , w und ϵ' genügt es nur eine weitere Größe einzuführen:

$$\begin{aligned} a &= \frac{A_0 + \bar{A}_0}{A_0 - \bar{A}_0} \\ &= \frac{\text{Re}(B_0) + i\text{Im}(A_0)}{\text{Re}(A_0) + i\text{Im}(B_0)} \end{aligned} \quad (1.182)$$

Diese Größe dient uns sogleich die Wu-Yang-Phasenkonvention zu verallgemeinern, indem wir fordern:

$$\text{Im}(a) = 0 \quad (1.183)$$

Dann ist

$$\text{Im}(A_0) = \frac{\text{Re}(B_0) \cdot \text{Im}(B_0)}{\text{Re}(A_0)}, \quad (1.184)$$

und offensichtlich konvergiert diese Phasenkonvention für CPT-Invarianz in die übliche Wu-Yang-Phasenkonvention. Außerdem ist a jetzt ein reines Maß für CPT-Verletzung in den Zerfallsamplituden, denn CPT-Invarianz impliziert $a = 0$. Nach Rechnung wie in Abschnitt (1.5) findet man dann:

$$\epsilon_0 = a + \epsilon - \delta \quad (1.185)$$

$$\epsilon_2 = (\epsilon - \delta) \frac{\omega}{\sqrt{2}} + \epsilon' \quad (1.186)$$

Mit:

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{Re}(B_2) + i\text{Im}(A_2)}{\text{Re}(A_0) + i\text{Im}(B_0)} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (1.187)$$

$$\omega = \frac{\text{Re}(A_2) + i\text{Im}(B_2)}{\text{Re}(A_0) + i\text{Im}(B_0)} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (1.188)$$

Im Falle von CPT-Invarianz gilt:

$$\arg(\epsilon') = \delta_2 - \delta_0 \pm \frac{1}{2}\pi \quad (1.189)$$

$$\arg(\omega) = \delta_2 - \delta_0 \text{ oder } \delta_2 - \delta_0 + \pi \quad (1.190)$$

Schließlich lauten die verallgemeinerten Wu-Yang-Dreiecksrelationen:

$$\eta_{+-} = \frac{a + \epsilon'}{1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}}} + \epsilon - \delta \quad (1.191)$$

$$\eta_{00} = \frac{a - 2\epsilon'}{1 - \sqrt{2}\omega} + \epsilon - \delta \quad (1.192)$$

Eine genauere Analyse möglicher CPT-Verletzung im $K^0\text{-}\bar{K}^0$ -System muß auf der Bell-Steinberger-Relation beruhen, wobei es sich zeigt, daß eine Untersuchung von CPT-Verletzung im zweipionischen Zerfall auch andere Zerfallskanäle der neutralen Kaonen berücksichtigen muß [32][31]. Die Bell-Steinberger-Relation nimmt gemäß (1.126) und der Definition

$$\Delta = \delta - a \quad (1.193)$$

(man beachte, daß $\text{Im}(\delta) = \text{Im}(\Delta)$ gilt) die folgende Gestalt an:

$$\{i \tan(\phi_{SW}) + 1\} (\text{Re}(\epsilon) - i\text{Im}(\Delta)) = (\epsilon - \Delta) + \alpha' \quad (1.194)$$

Zweckmäßig ist es die Projektion von ϵ und δ auf die durch ϕ_{SW} vorgegebene Richtung in der komplexen Ebene zu betrachten. Dazu transformiert man Δ (und analog ϵ) gemäß [32]:

$$\Delta_{\parallel} = \text{Re}(\Delta) \cos(\phi_{SW}) + \text{Im}(\Delta) \sin(\phi_{SW}) \quad (1.195)$$

$$\Delta_{\perp} = -\text{Re}(\Delta) \sin(\phi_{SW}) + \text{Im}(\Delta) \cos(\phi_{SW}) \quad (1.196)$$

Man erhält dann:

$$\Delta_{\parallel} = \text{Re}(\alpha') \cos(\phi_{SW}) \quad (1.197)$$

$$\epsilon_{\perp} = -\text{Im}(\alpha') \cos(\phi_{SW}) \quad (1.198)$$

Und mit $\epsilon_0 = \epsilon - \Delta$, vgl. (1.185):

$$\Delta_{\perp} = -\epsilon_{0\perp} - \text{Im}(\alpha') \cos(\phi_{SW}) \quad (1.199)$$

$$\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{0\parallel} + \text{Re}(\alpha') \cos(\phi_{SW}) \quad (1.200)$$

Nimmt man die Tatsache vorweg, daß $|\alpha'| \ll |\epsilon|$ gilt, so folgt:

$$\Delta_{\parallel} \ll \Delta_{\perp} \cong -\epsilon_{0\perp} \quad (1.201)$$

$$\epsilon_{\perp} \ll \epsilon_{\parallel} \cong -\epsilon_{0\parallel} \quad (1.202)$$

Wir sehen also, daß auch im Falle einer möglichen CPT-Verletzung $\phi_{SW} = \phi_{\epsilon}$ in sehr guter Näherung erfüllt ist. Der Parameter Δ_{\perp} erweist sich als geeignetes Maß für CPT-Verletzung und kann vermöge (1.201) und

$$\epsilon_0 = \frac{2}{3}\eta_{+-}(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\omega) + \frac{1}{3}\eta_{00}(1 - 2\sqrt{2}\omega) \quad (1.203)$$

aus den experimentellen Meßwerten gewonnen werden. Schematisch sind die geschilderten Zusammenhänge im Vektordiagramm (1.13) wiedergegeben.

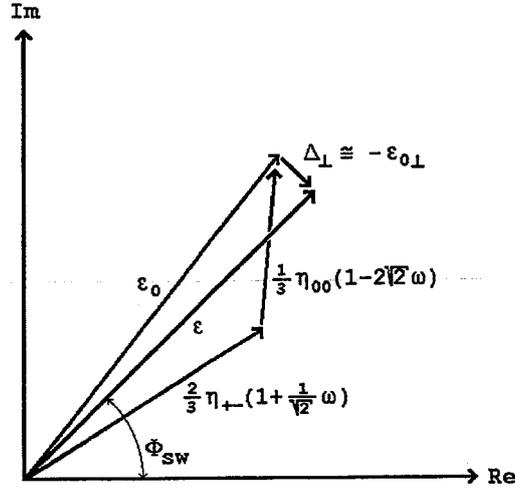


Abbildung 1.13: CPT-verletzende Parameter Δ_{\perp}

Man beachte, daß die Gleichheit der Phasen von η_{+-} und η_{00} nicht zwingend $\Delta_{\perp} = 0$ impliziert und kein Test für CPT-Invarianz darstellt. Statt dessen gilt:

$$\Delta_{\perp} \cong |\eta_{+-}| \left(\frac{2}{3}\phi_{+-} + \frac{1}{3}\phi_{00} - \phi_{\epsilon} \right) \quad (1.204)$$

Die Autoren [33] leiten daraus und aus der Beziehung

$$\delta_{\perp} \cong \frac{m_{\overline{K}^0} - m_{K^0}}{2\Delta m} \sin(\phi_{SW}) , \quad (1.205)$$

vgl. (1.179), unter der Annahme $|a| \ll |\delta|$, einen Test für die Gleichheit der K^0 - und \overline{K}^0 -Massen ab:

$$m_{\overline{K}^0} - m_{K^0} \cong 2 \frac{\Delta m}{\sin(\phi_{\epsilon})} |\eta_{+-}| \left(\frac{2}{3}\phi_{+-} + \frac{1}{3}\phi_{00} - \phi_{\epsilon} \right) \quad (1.206)$$

Ein weiteres mögliches Maß für CPT-Verletzung stellt ϵ' dar [34]. Mit der Näherung $|\operatorname{Re}(A_0)| \gg |\operatorname{Im}(B_0)|$ folgt aus (1.187):

$$\begin{aligned}\epsilon' &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{\operatorname{Re}(B_2)}{\operatorname{Re}(A_0)} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} + \frac{\operatorname{Im}(A_2)}{\operatorname{Re}(A_0)} e^{i(\delta_2 - \delta_0 + \frac{\pi}{2})} \right\} \\ &= \epsilon'_\perp + \epsilon'_\parallel\end{aligned}\quad (1.207)$$

Die Indizes ' \perp ' und ' \parallel ' stehen hierbei für die Projektionen von ϵ' auf die Richtungen parallel und senkrecht zu $\delta_2 - \delta_0 + \frac{\pi}{2}$. Ein nichtverschwindendes ϵ'_\perp zeigt CPT-Verletzung an.

Die bisherigen Ausführungen müssen noch um den Beweis der Kleinheit α' s ergänzt werden, die für die Gleichheit von ϕ_{SW} und ϕ_ϵ verantwortlich ist. Aufgeschlüsselt nach den Beiträgen der verschiedenen $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallskanälen lautet α' :

$$\begin{aligned}\alpha' &= \alpha'(\pi\pi, I=2) + \alpha'(\pi^0\pi^0\pi^0) + \alpha'(\pi^+\pi^-\pi^0) \\ &\quad + \alpha'(\gamma\gamma) + \alpha'(\pi\nu_e) + \alpha'(\pi\nu_\mu) + \dots\end{aligned}\quad (1.208)$$

Die einzelnen (α')'s haben dabei die Gestalt:

$$\alpha'(\pi\pi, I=2) \cong \sqrt{2}\omega^* \epsilon' \quad (1.209)$$

$$\alpha'(\pi^0\pi^0\pi^0) \cong \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0)}{\Gamma_S} \eta_{000}^* \quad (1.210)$$

$$\alpha'(\pi^+\pi^-\pi^0) \cong \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)}{\Gamma_S} (\eta_{+-0}^S)^* + \frac{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)}{\Gamma_S} (\eta_{+-0}^L)^* \quad (1.211)$$

$$\alpha'(\gamma\gamma) \cong \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma_S} (\eta_{\gamma\gamma}^S)^* + \frac{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma_S} (\eta_{\gamma\gamma}^L)^* \quad (1.212)$$

$$\alpha'(\pi\nu_e) \cong \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi\nu_e)}{\Gamma_S} i\operatorname{Im}(x_e) \quad (1.213)$$

$$\alpha'(\pi\nu_\mu) \cong \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi\nu_\mu)}{\Gamma_S} i\operatorname{Im}(x_\mu) \quad (1.214)$$

Ein Vergleich mit den gemessenen Parametern zeigt sofort, daß $|\alpha'| \cong \mathcal{O}(10^{-4}) \cdot |\epsilon|$ ist, wenn für bisher nichtgemessene Größen keine unvernünftig hohen Werte angenommen werden.

Zum Abschluß dieses Kapitels soll noch die Frage beantwortet werden, wie sich die $\pi\pi$ -Zerfallsraten unter dem Einfluß einer CPT-Verletzung modifizieren. Die Raten lauten allgemein für beliebige Zerfallsendzustände:

$$\begin{aligned}R_f(t) &= |A_S|^2 (1 - 2\operatorname{Re}(\epsilon) + 2\operatorname{Re}(\delta)) e^{-\Gamma_S t} + |A_L|^2 (1 - 2\operatorname{Re}(\epsilon) - 2\operatorname{Re}(\delta)) e^{-\Gamma_L t} \\ &\quad + 2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} \left\{ (1 - 2\operatorname{Re}(\epsilon) + 2i\operatorname{Im}(\delta)) A_S A_L^* e^{i\Delta m t} \right\}\end{aligned}\quad (1.215)$$

$$\begin{aligned}\overline{R}_f(t) &= |A_S|^2 (1 + 2\operatorname{Re}(\epsilon) - 2\operatorname{Re}(\delta)) e^{-\Gamma_S t} + |A_L|^2 (1 + 2\operatorname{Re}(\epsilon) + 2\operatorname{Re}(\delta)) e^{-\Gamma_L t} \\ &\quad - 2e^{-\bar{\Gamma}t} \operatorname{Re} \left\{ (1 + 2\operatorname{Re}(\epsilon) - 2i\operatorname{Im}(\delta)) A_S A_L^* e^{i\Delta m t} \right\}\end{aligned}\quad (1.216)$$

Daraus ergibt sich sofort die Asymmetrie des $\pi^+\pi^-$ -Zerfalls:

$$A_{+-}(t) = 2\operatorname{Re}(\epsilon_L) - F_{+-}(t) \quad (1.217)$$

Man ersieht also, daß die CPT-Verletzung berücksichtigende Asymmetrie aus der CPT-Verletzung nichtberücksichtigenden Asymmetrie einfach durch die Substitution ϵ 's durch ϵ_L hervorgeht. Entsprechend findet man für die integralen Asymmetrien, hier der Einfachheit halber für $t = \infty$ angegeben,

$$I_{+-} = 2\operatorname{Re}(\epsilon_L) - 4\operatorname{Re}(\eta_{+-}) \quad (1.218)$$

$$I_{00} = 2\text{Re}(\epsilon_L) - 4\text{Re}(\eta_{00}) \quad (1.219)$$

und schließlich:

$$\frac{I_{00}}{I_{+-}} = 1 - 6 \frac{\text{Re} \left\{ \epsilon' \left(1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}} \right) - \frac{a\omega}{\sqrt{2}} \right\}}{\text{Re}(\epsilon_L)} \quad (1.220)$$

Letztere Größe ist somit sowohl auf ϵ' als auch auf a empfindlich.

1.8 Neutrale Kaonen in Materie

Wir hatten in den vorigen Abschnitten gesehen, daß die Propagation neutraler Kaonen im Vakuum durch Strangeness-Oszillationen und Zerfälle gekennzeichnet ist. In Materie tritt hingegen ein weiteres Phänomen auf, das als Regeneration bezeichnet wird.

Betrachten wir hierzu beispielhaft einen K_L^0 -Strahl in seiner K^0 - \bar{K}^0 -Darstellung:

$$K_L^0 \sim (1 + \epsilon)K^0 + (1 - \epsilon)\bar{K}^0$$

K^0 und \bar{K}^0 sind Eigenzustände der starken Wechselwirkung, und ihre Wechselwirkung kann daher im allgemeinen durch zwei, nicht notwendigerweise gleiche Streuamplituden $f(\theta)$ und $\bar{f}(\theta)$ gekennzeichnet werden. Θ steht für den Streuwinkel der Kaonen im Schwerpunktsystem des Mediums. Durchquert also ein K_L^0 -Strahl Materie, so ist der gestreute Strahl proportional zu:

$$(1 + \epsilon)f(\Theta)K^0 + (1 - \epsilon)\bar{f}(\Theta)\bar{K}^0 = \frac{1}{2}(f(\Theta) + \bar{f}(\Theta)) \left\{ (1 + \epsilon)K^0 + (1 - \epsilon)\bar{K}^0 \right\} + \frac{1}{2}(f(\Theta) - \bar{f}(\Theta)) \left\{ (1 + \epsilon)K^0 - (1 - \epsilon)\bar{K}^0 \right\}$$

Man erkennt, daß der gestreute K_L^0 -Strahl einen K_S^0 -Anteil der Amplitude $\frac{1}{2}(f(\Theta) - \bar{f}(\Theta))$ regeneriert hat, unabhängig vom Vorhandensein etwaiger CP-Verletzung.

Es lassen sich zwei Regenerationsmechanismen unterscheiden:

- **Diffraktive oder Inkohärente Regeneration:**

Hiermit wird die Regeneration von K_S^0 durch Streuung von K_L^0 's an einzelnen Nukleonen unter endlichen Streuwinkeln relativ zum K_L^0 -Strahl bezeichnet.

- **Kohärente Regeneration:**

Hierbei findet die K_S^0 -Regeneration in Richtung des K_L^0 -Strahls ($\Theta = 0$) statt. Alle Nukleonen im Medium tragen simultan zur Streuung bei, weshalb keine Zustandsänderung des Targets stattfindet.

Die kohärente Regeneration soll im weiteren genauer betrachtet werden. Sie kann in Analogie zur Optik verstanden werden: eine ebene Kaonwelle, die auf Materie trifft, bildet eine kohärente Welle im Medium, die sich vermöge konstruktiver Interferenz als Summe der einfallenden Welle und der Wellen der einzelnen Streuzentren (Nukleonen) ergibt. Die Wellenausbreitung kann daher durch einen komplexen Brechungsindex n beschrieben werden [35]:

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi N}{k^2} \begin{pmatrix} f(0) & 0 \\ 0 & \bar{f}(0) \end{pmatrix} \quad (1.221)$$

n ist eine 2×2 -Matrix, deren Diagonalgestalt der Strangeness-Erhaltung der starken Wechselwirkung Rechnung trägt. N ist die Anzahl Streuer im Medium pro Einheitsvolumen und k ist der Kaonimpuls.

In diesem Bild beschreibt der Imaginärteil von n^2 die Abschwächung des Kaonstrahls im Medium, und zwar ist hierfür gemäß dem Optischen Theorem

$$\sigma_{total} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(0)) \quad , \quad \bar{\sigma}_{total} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}(\bar{f}(0)) \quad (1.222)$$

der totale Kaon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt verantwortlich. Der Realteil von n^2 hingegen beschreibt die de Broglie-Oszillationen der Kaonwelle. Der Wert $n^2 - 1$ charakterisiert in Materie die Phasenverschiebung der Kaonwelle relativ zum Vakuum.

Die Fortbewegung einer Kaonwelle in Materie erfordert natürlich eine Modifikation der Schrödinger-Gleichung des neutralen Kaonsystems. In niedrigster Ordnung von $n^2 - 1$ gilt [36]:

$$\mathcal{M}^{med} = \mathcal{M} - \frac{2\pi N}{m_{K^0}} \begin{pmatrix} f(0) & 0 \\ 0 & \bar{f}(0) \end{pmatrix} \quad (1.223)$$

Dann sind in niedrigster Ordnung des Regenerations-Parameters

$$\varrho = \frac{2\pi N}{m_{K^0}} \frac{1}{2} (f(0) - \bar{f}(0)) \frac{-1}{\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma} \quad (1.224)$$

die Eigenzustände und Eigenwerte von \mathcal{M}^{med} :

$$|K_S^0{}^{med}\rangle = |K_S^0\rangle - \varrho |K_L^0\rangle \quad (1.225)$$

$$|K_L^0{}^{med}\rangle = |K_L^0\rangle + \varrho |K_S^0\rangle \quad (1.226)$$

Mit:

$$\lambda_{S/L}^{med} = \lambda_{S/L} - \frac{2\pi N}{m_{K^0}} \frac{1}{2} (f(0) - \bar{f}(0)) \quad (1.227)$$

Der Regenerations-Parameter ϱ hat in fester Materie typischerweise den Wert 10^{-2} .

Der angegebene Formalismus erlaubt nun ähnlich wie in den vorigen Abschnitten das zeitliche Verhalten der Kaonwelle zu beschreiben. Als Beispiel sei hier nur die zeitabhängige $\pi^+\pi^-$ -Zerfallsrate nach einem K_L^0 -Regenerator-Durchtritt angegeben:

$$R_{\pi^+\pi^-}(t) \sim |\varrho|^2 e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2|\eta_{+-}| |\varrho| e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t - \phi_{+-} - \phi_\varrho) \quad (1.228)$$

Man ersieht noch einmal explizit die Regeneration von $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfällen in $\pi^+\pi^-$ mit der Regenerations-Amplitude $|\varrho|^2$. Ferner beachte man die zusätzliche Regenerations-Phase ϕ_ϱ im Interferenzterm der Rate.

Kapitel 2

Modelle der CP-Verletzung

Die Phänomenologie des neutralen Kaonsystems und der CP-Verletzung, so wie sie im vorigen Kapitel dargelegt wurde, dient dazu, experimentelle Ergebnisse anhand einiger, nicht notwendigerweise eindeutiger, Parameter zu beschreiben. Hingegen ist es die Aufgabe der Modelle der CP-Verletzung, die Werte dieser Parameter herzuleiten und theoretisch zu begründen. Man unterscheidet drei Klassen von CP-verletzenden Modellen:

- Superschwache Modelle
- Millischwache Modelle
- Millistärke Modelle

Als Unterscheidungsmerkmal dient hierbei einerseits die Wechselwirkung, welche für die Verletzung der CP-Invarianz verantwortlich gemacht wird, und andererseits die Strangeness-Eigenschaft des Modells, d.h. ob es ausschließlich $\Delta S = 0$, $\Delta S = 1$ oder $\Delta S = 2$ Übergänge im CP-verletzenden Teil seines Hamiltonians erlaubt.

Im Folgenden soll auf alle drei Modellklassen eingegangen werden, wobei der Schwerpunkt auf das Standard-Modell der CP-Verletzung, das Kobayashi-Maskawa-Modell, in der Klasse der millischwachen Modelle gelegt wird. Die superschwachen und millistarken Modelle werden nur marginal behandelt.

2.1 Superschwache Modelle

In superschwachen Modellen wird für die CP-Verletzung eine Wechselwirkung verantwortlich gemacht, die relativ zur üblichen schwachen Wechselwirkung eine Kopplungsstärke von $\sim 10^{-9}$ besitzt und einzig $\Delta S = 2$ -Übergänge erlaubt. Offenbar kann eine solche superschwache Wechselwirkung in niedrigster Ordnung nur einen Beitrag zur hermiteschen Massenmatrix liefern, so daß für ϵ aus (1.26) und der Definition der Massenmatrix (1.13) unmittelbar folgt¹:

$$\epsilon = \frac{i \langle K_1^0 | H_{SW} | K_2^0 \rangle}{\Delta m - \frac{i}{2} \Delta \Gamma} \quad (2.1)$$

H_{SW} steht hierbei für den Hamilton-Operator der superschwachen Wechselwirkung. Der Wert des Matrixelementes $\langle K_1^0 | H_{SW} | K_2^0 \rangle$ ist der einzige Parameter in der superschwachen Theorie und kann zu

$$|\langle K_1^0 | H_{SW} | K_2^0 \rangle| \cong 3 \cdot 10^{-3} \Delta m \quad (2.2)$$

¹Das Vorzeichen des Quotienten wurde dem experimentellen Wert ϵ 's angepaßt.

abgeschätzt werden. Die Kopplungsstärke der superschwachen Wechselwirkung ist also ungefähr um einen Faktor 1000 kleiner als die von der üblichen schwachen Wechselwirkung herrührende Massendifferenz von K_S^0 und K_L^0 . Einzig der Umstand, daß die Massendifferenz Δm so klein ist, ermöglicht andererseits, daß sich die superschwache Wechselwirkung im Kaonsystem manifestiert und überhaupt beobachtbar ist.

Die superschwache Wechselwirkung bewirkt gemäß (2.1) Übergänge zwischen K_1^0 und K_2^0 und verletzt daher die CP-Invarianz. Der Zerfall $K_2^0 \rightarrow \pi\pi$ ist als $\Delta S = 1$ -Übergang verboten, weshalb es in superschwachen Modellen keine direkte CP-Verletzung gibt! Es gilt somit

$$\epsilon = \eta_{+-} = \eta_{00} \quad (2.3)$$

und:

$$\epsilon' = 0 \quad (2.4)$$

Für die Phasen gilt entsprechend:

$$\phi_{SW} = \phi_\epsilon = \phi_{+-} = \phi_{00} \quad (2.5)$$

Historisch verdanken wir die erste superschwache Theorie einem ad-hoc Ansatz Wolfensteins [37], um die gerade entdeckte CP-Verletzung zu deuten, lange vor der Etablierung der modernen Eichtheorien. Sie wird daher auch nicht als echter Ansatz zur Erklärung von CP-Verletzung angesehen. Nachwievor steht sie aber im Einklang mit den experimentellen Resultaten.

2.2 Millischwache Modelle und das Kobayashi-Maskawa-Modell

Millischwache Modelle der CP-Verletzung sind durch das Auftreten von $\Delta S = 1$ -Übergängen und dem Verbot von $\Delta S = 2$ -Übergängen charakterisiert, wobei die CP-verletzenden Effekte im K^0 - \bar{K}^0 -System relativ zu den Effekten der üblichen schwachen Wechselwirkung um drei Größenordnungen unterdrückt sind.

Ein natürlicher Ausgangspunkt für solche Modelle bildet die minimale $SU(2) \times U(1)$ -Eichtheorie der elektroschwachen Wechselwirkung mit einem Higgs-Dublett [38], da CP-Verletzung auf vielfältige Weise in dem Teil des Lagrangians eingeführt werden kann, der mit dem Higgs-Boson verknüpft ist. Dieses geschieht in den meisten Modellen durch eine Erweiterung der ursprünglichen Theorie. Stichwortartig seien an dieser Stelle erwähnt:

- Spontane CP-Verletzung mit zwei Higgs-Dubletts [39]
- Weinberg-Modell mit drei Higgs-Dubletts, entweder mit komplexer Kopplung der Higgs-Bosonen [40], oder spontaner CP-Verletzung [41]
- Links-Rechts-Symmetrische Modelle der Eichgruppe $SU(2)_R \times SU(2)_L \times U(1)$ [42]
- Supersymmetrische Modelle [43]

Für eine detaillierte Beschreibung dieser Modelle sei auf die einschlägige Literatur verwiesen, z.B. den Übersichtsartikel [44].

Das Standard-Modell der CP-Verletzung, das Kobayashi-Maskawa-Modell [45], beruht hingegen auf der einzig bekannten Möglichkeit, CP-Verletzung innerhalb der minimalen $SU(2) \times U(1)$ -Theorie einzuführen, und soll im Folgenden abrißartig unter dem Gesichtspunkt der CP-Verletzung dargestellt werden.

Im Kobayashi-Maskawa-Modell ist die $SU(2) \times U(1)$ -invariante Yukawa-Kopplung der Fermionen an das Higgs-Feld komplex und ist für die Quarks proportional zu:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} \sim (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})M \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} + (\bar{d}', \bar{s}', \bar{b}')V_{CKM}M'V_{CKM}^+ \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

u, c, t, d, s und b sind die geläufigen Quarkfelder und M und M' ihre diagonalen Massenmatrizen. Die unitäre Matrix V_{CKM} , die sog. Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM), führt dazu, daß die Quarkfelder (d', s', b') nicht Quarks definierter Masse entsprechen. Statt dessen sind die Masseneigenzustände:

$$\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = V_{CKM}^+ \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Die ganze Bedeutung der CKM-Matrix erschließt sich bei Ableitung des geladenen Quarkstromes aus der Yukawa-Kopplung (2.6):

$$J_{cc}^\lambda = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})\gamma^\lambda V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Die CKM-Matrix bewirkt also Flavour-Übergänge, so daß sie zweckmäßigerweise in der Gestalt

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

geschrieben wird, andeutend, daß z.B. Übergänge $u \rightarrow d$ mit der Kopplungsstärke proportional zu V_{ud} stattfinden. Betragsmäßig besitzen die Elemente der CKM-Matrix die Werte [8]:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.9747-0.9759 & 0.218-0.224 & 0.002-0.007 \\ 0.218-0.224 & 0.9735-0.9751 & 0.032-0.054 \\ 0.003-0.018 & 0.030-0.054 & 0.9985-0.9995 \end{pmatrix}$$

Nicht alle Elemente der CKM-Matrix sind wegen ihrer Unitarität unabhängig voneinander. Im allgemeinen reichen vier Parameter aus, um sie zu parametrisieren. Als Standard-Gestalt gilt die Parametrisierung mit drei (Eulerschen) Rotationswinkeln $\Theta_i, i = 1, \dots, 3$, und einer komplexen Phase δ :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Mit

$$s_i = \sin(\Theta_i), \quad c_i = \cos(\Theta_i), \quad i = 1, \dots, 3, \quad (2.11)$$

und:

$$0 \leq \Theta_i \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \delta \leq 2\pi \quad (2.12)$$

Der Winkel Θ_1 ist der aus der Theorie des β -Zerfalls bekannte Cabibbo-Winkel.

Für das Auftreten von CP-Verletzung sind jetzt die Massenmatrizen M und M' und somit die CKM-Matrix von maßgeblicher Bedeutung. Es gilt nämlich [46], daß die durch den Kommutator

$$[M, V_{CKM}M'V_{CKM}^+] = iC \quad (2.13)$$

definierte Matrix C genau dann singularär ist, wenn keine CP-Verletzung vorliegt. Die Berechnung der Determinante von C liefert:

$$\det(C) = -2FF'J \quad (2.14)$$

Mit

$$F = (m_t - m_c)(m_t - m_u)(m_c - m_u) \quad (2.15)$$

$$F' = (m_b - m_s)(m_b - m_d)(m_s - m_d) \quad (2.16)$$

und:

$$J = \text{Im}(V_{us}V_{cb}V_{ub}^*V_{cs}^*) \quad (2.17)$$

J lautet in den Variablen der Standardgestalt (2.10) der CKM-Matrix:

$$J = c_1c_2c_3s_1^2s_2s_3\sin(\delta) \quad (2.18)$$

Es gibt also insgesamt 14 Bedingungen, die im Kobayashi-Maskawa-Modell erfüllt sein müssen, um CP-Verletzung zu ermöglichen:

- Ungleichheit der Quarkmassen m_u, m_c und m_t , sowie m_d, m_s und m_b
- Die Winkel $\Theta_i, i = 1, \dots, 3$, und δ sind weder minimal noch maximal

Letztere Bedingung verlangt wegen $0 < \delta < 2\pi$ die Komplexität der CKM-Matrix. Hierfür ist die Existenz von mindestens drei Quarkfamilien notwendig. Denn im Falle zweier Quarkfamilien läßt sich die CKM-Matrix stets reell wählen.

Der in Gleichung (2.17) eingeführte Parameter J kann als Maß für die Stärke der CP-Verletzung im Kobayashi-Maskawa-Modell verstanden werden, da alle CP-verletzenden Observablen proportional zu J sind [46][47].

Eine Parametrisierung der CKM-Matrix, die der Kleinheit der beobachteten CP-Verletzung Rechnung trägt, wurde von Wolfenstein angegeben [48]:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\rho\lambda^3 e^{-i\phi} \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho e^{-i\phi}) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (2.19)$$

CP-verletzende Terme treten hierbei in der Ordnung λ^3 auf. Sie sind einzig mit den Elementen V_{ub} und V_{tb} verknüpft. J lautet nun:

$$J = A^2\lambda^6\rho\sin(\phi) \quad (2.20)$$

Welche Mechanismen sind nun für das Auftreten von CP-Verletzung im neutralen Kaonsystem verantwortlich? Da K^0 und \bar{K}^0 durch die Quarkzustände $(d\bar{s})$ und $(\bar{d}s)$ dargestellt werden, müssen die für die CP-Verletzung maßgeblichen Diagramme Schleifen von schweren Quarks enthalten, um V_{ub} oder V_{tb} Wirkung zu verschaffen.

Für effektive $\Delta S = 2$ -Übergänge, die den K^0 - \bar{K}^0 -Oszillationen zugrunde liegen, zeichnen sich Box-Diagramme verantwortlich, Abb. (2.1). Ihre zugeordneten Amplituden bestimmen also ϵ und Δm .

$\Delta S = 1$ -Übergänge, die den $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfällen entsprechen, werden durch Pinguin-Diagramme dargestellt, Abb. (2.2). Sie sind wesentlich für das Verständnis der $\Delta I = \frac{1}{2}$ -Regel und des Wertes von ϵ' .

Die Berechnung der Box- und Pinguin-Diagramme ist mit erheblichen Unsicherheiten behaftet und nachwievor ein vieldiskutierter Gegenstand theoretischer Arbeiten. Bei der Vorhersage von ϵ'/ϵ bestehen im wesentlichen die folgenden Probleme [49]:

- Die CKM-Matrixelemente des schweren Quarksektors sind experimentell nur ungenügend bekannt, was insbesondere auf die Phase δ zutrifft. Dieses führt dazu, daß man gewöhnlich nicht versucht, ϵ explizit zu berechnen, sondern den experimentellen Wert ϵ 's verwendet, um zusätzliche Information für die ϵ' Vorhersage zu gewinnen.

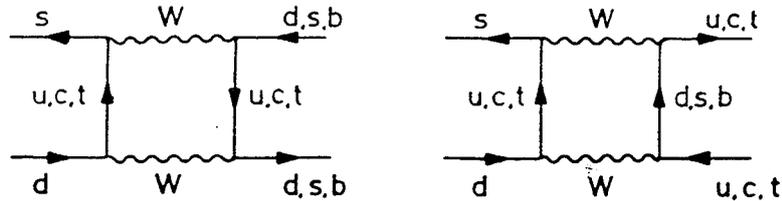


Abbildung 2.1: Box-Diagramme

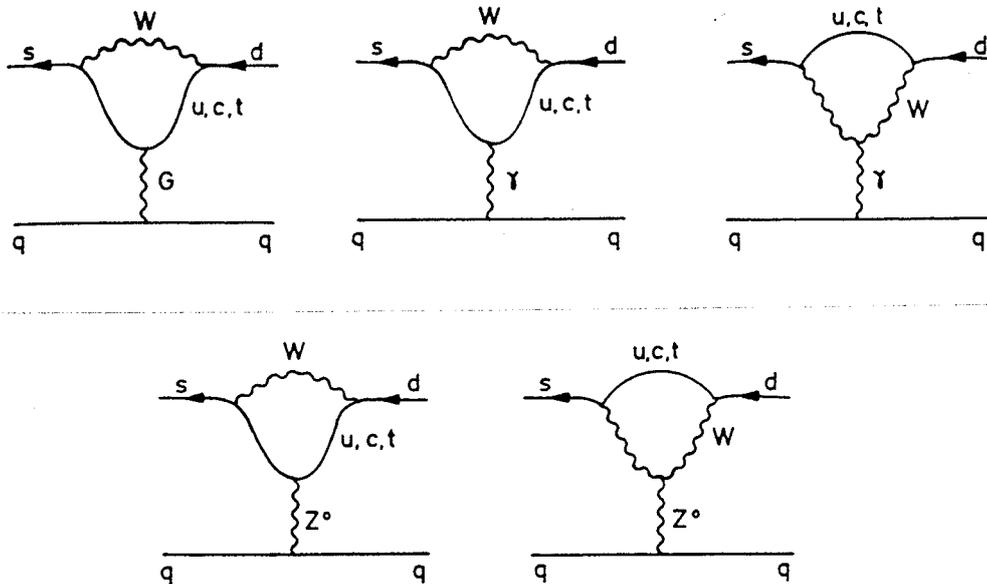


Abbildung 2.2: Pinguin-Diagramme

- Die in den Diagrammen auftretenden hadronischen Matrixelemente können nur ungenau berechnet werden. Diese Unsicherheit läßt sich effektiv durch die Unkenntnis der wahren s-Quarkmasse ausdrücken.
- Die Diagramme zeigen eine starke Abhängigkeit von der Top-Quarkmasse, die bisher nicht direkt gemessen wurde.

Nachwievor ist es daher kaum möglich, eine genaue Vorhersage für ϵ'/ϵ zu machen. Maximal wird ein Wert $|\epsilon'/\epsilon| \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ erwartet. Nicht auszuschließen ist aber die Möglichkeit, daß im Bezug auf ϵ' das Standard-Modell effektiv superschwach ist.

Für die Phase von ϵ' , die durch die $\pi\pi$ -Streuphasendifferenz $\delta_2 - \delta_0$ bestimmt ist und daher aus der starken Wechselwirkung zu berechnen ist, liegen verlässliche Vorhersagen im Rahmen der

chiralen Störungstheorie vor. Der Theoretische Wert $\phi_{e'} = 45^\circ \pm 6^\circ$ stimmt gut mit dem experimentellen Wert überein [50].

2.3 Millistarke Modelle

In den millistarken Modellen der CP-Verletzung wird die Brechung der CP-Invarianz dem Teil des Hamiltonians zugeordnet, der den Auswahlregeln der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung gehorcht, also paritätserhaltend ist und nur $\Delta S = 0$ -Übergänge zuläßt. CP-Verletzung sollte in allen Prozessen beobachtbar sein, an denen Hadronen beteiligt sind, wenn man nur eine experimentelle Empfindlichkeit von ungefähr 10^{-3} zugrunde legt. Die Nichtbeobachtung dieser CP-Verletzung und die Unverträglichkeit dieser Ansätze mit der Quantenchromodynamik (QCD) der Hadronen lassen diese Theorien aus heutiger Sicht aber äußerst unattraktiv erscheinen.

Nicht unerwähnt soll an dieser Stelle bleiben, daß es im Rahmen nicht-störungstheoretischer Effekte der QCD möglich ist, den QCD-Hamiltonian um einen P - und T -verletzenden gluonischen Term zu erweitern. Der Koeffizient dieses Termes wird Θ_{QCD} genannt. Messungen des elektrischen Dipolmomentes des Neutrons weisen auf ein sehr kleinen Θ_{QCD} -Wert hin, mit dem nicht die CP-Verletzung im neutralen Kaonsystems erklärt werden kann. Die Kleinheit Θ_{QCD} 's stellt ein theoretisches Problem dar ('starkes CP-Problem'), dessen Lösung jenseits des Standard-Modells vermutet wird. Literaturhinweise zu diesen Themenkreis findet man in [44].

Kapitel 3

Experimentelle Bestimmung der Eigenschaften von K_S^0 und K_L^0

Die physikalischen Eigenschaften von K_S^0 und K_L^0 werden nunmehr seit Beginn der fünfziger Jahre mit stetig zunehmender Präzision und immer ausgefeilteren Experimenten untersucht, und zwar nicht zuletzt wegen des andauernden Interesses an den Ursachen der CP-Verletzung. Im Folgenden soll daher auf die Methoden der Experimente zur Bestimmung der fundamentalen Parameter τ_S , τ_L , Δm , η_{+-} , η_{00} , ϵ und ϵ' eingegangen werden. Dieses Vorgehen soll zudem die Besonderheiten des CP-LEAR-Experiments, das im nächsten Kapitel vorgestellt werden soll, verdeutlichen und eine Abgrenzung gegenüber den klassischen experimentellen Methoden erlauben.

Eine mögliche Klassifizierung der Experimente besteht in der Unterscheidung nach anfänglichen Kaon-Zuständen, die für die zeitliche Entwicklung der neutralen Kaonen und deren Zerfallsraten entscheidend sind [51]. Zur Illustration seien für unterschiedliche Anfangsbedingungen die $\pi^+\pi^-$ -Zerfallsraten und die semileptonische Ladungsasymmetrie $\delta_l(t)$, vgl. (1.176), wiedergegeben. Die Ladungsasymmetrie wird für den Fall $t \geq 3\tau_S$ und gültiger $\Delta S = \Delta Q$ -Regel betrachtet.

CP-LEAR-Methode:

Der Experimentator weiß bei jedem beobachteten neutralen Kaon, ob es sich anfänglich um ein K^0 oder ein \bar{K}^0 handelt:

$$R_{\pi^+\pi^-}(t) \sim e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} \pm 2|\eta_{+-}| e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t - \phi_{+-})$$

$$\delta_l(t) \sim \pm 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t) + 2\text{Re}(\epsilon)$$

Das positive Vorzeichen bezieht sich hierbei auf anfängliche K^0 -Zustände.

Vakuuminterferenz-Methode:

Dem Experimentator ist nicht bekannt, ob es sich bei dem beobachteten neutralen Kaon anfänglich um ein K^0 oder \bar{K}^0 handelt:

$$R_{\pi^+\pi^-}(t) \sim e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2 \left(\frac{N_{K^0} - N_{\bar{K}^0}}{N_{K^0} + N_{\bar{K}^0}} \right) |\eta_{+-}| e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t - \phi_{+-})$$

$$\delta_l(t) \sim 2 \left(\frac{N_{K^0} - N_{\bar{K}^0}}{N_{K^0} + N_{\bar{K}^0}} \right) e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t) + 2\text{Re}(\epsilon)$$

Der Dilutionsfaktor $(N_{K^0} - N_{\bar{K}^0})/(N_{K^0} + N_{\bar{K}^0})$ beschreibt die Asymmetrie der K^0 und \bar{K}^0 Produktionsraten.

Regenerator-Methode:

Eine Mischung von K_S^0 und K_L^0 wird durch einen Regenerator in einem K_L^0 -Strahl erzeugt:

$$R_{\pi^+\pi^-}(t) \sim |\varrho|^2 e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2|\varrho||\eta_{+-}| e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t - \phi_{+-} + \phi_\varrho)$$

$$\delta_I(t) \sim 2|\varrho| e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t + \phi_\varrho) + 2\text{Re}(\epsilon)$$

Es ist offensichtlich, daß sich die drei Methoden im K_S^0 - K_L^0 -Interferenzbereich wesentlich voneinander unterscheiden. Für kurze oder sehr lange Lebensdauern zeigen die Raten hingegen dasselbe exponentielle Verhalten. Für die Bestimmung der Lebensdauern τ_S und τ_L ist es daher auch unwesentlich, welche der drei Methoden verwendet wird. Im Falle der τ_S -Bestimmung geschieht dieses typischerweise durch Beobachtung der $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfälle, da dieser Kanal leicht zu identifizieren ist und zudem die beste experimentelle Eigenzeitauflösung besitzt. Die τ_L -Messung kann hingegen leicht mit allen geladenen Endzuständen des K_L^0 -Zerfalls durchgeführt werden, da es reicht, eine Zählratenverteilung über ein sehr langes Zerfallsvolumen aufzunehmen.

Die Beobachtung von K_L^0 -Zerfallsraten ist natürlich auch der einfachste Weg, Information über $|\eta_{+-}|$ und $|\eta_{00}|$ zu erlangen. Für $|\eta_{+-}|$ geschieht dieses durch Messung der Zerfallsraten-Verhältnisse $\Gamma(\pi^+\pi^-)/\Gamma(\pi^+\pi^-\pi^0)$ und $\Gamma(\pi^+\pi^-)/\Gamma(\pi\nu_l)$, für $|\eta_{00}|$ durch Messung von $\Gamma(\pi^0\pi^0)/\Gamma(\pi^0\pi^0\pi^0)$. Die Vergleichsraten dienen hierbei nur zur Normierung der CP-verletzenden Rate. $|\eta_{+-}|$ und $|\eta_{00}|$ können natürlich auch aus dem K_S^0 - K_L^0 -Interferenzbereich der Raten abgeleitet werden, so wie es für die Phasen ϕ_{+-} und ϕ_{00} unumgänglich ist. Dabei kommen die Unterschiede obiger drei Methoden voll zum tragen.

Die Vakuuminterferenz-Methode ist auf eine asymmetrische Produktionsrate von K^0 und \bar{K}^0 angewiesen, um den Dilutionsfaktor betragsmäßig möglichst groß zu erhalten. Ansonsten würde es zu einer erheblichen Dämpfung der beobachteten Interferenz führen. Zudem ist der Dilutionsfaktor a priori nicht bekannt und muß also entweder direkt aus der beobachteten $\pi\pi$ -Ratenverteilung extrahiert werden oder durch eine separate Messung der semileptonischen Ladungsasymmetrie bestimmt werden. Erschwerend kommt hinzu, daß der Dilutionsfaktor vom Kaonimpuls abhängig ist. Die Regenerator-Methode mißt unmittelbar nur die Phasendifferenz $\phi_{+-} - \phi_\varrho$, so daß für die Bestimmung der Regenerationsphase stets eine separate Messung der semileptonischen Ladungsasymmetrie notwendig ist. Ein weiteres prinzipielles Problem bereitet die Abtrennung von diffraktiv oder inelastisch erzeugter Kaonen im Regenerator-Target.

Die CP-LEAR-Methode ist von den Erschwernissen der Vakuuminterferenz- und Regenerator-Methode nicht betroffen. Sie weist zudem einen weiteren zusätzlichen Unterschied auf. Die Möglichkeit, Zerfallsraten für K^0 und \bar{K}^0 separat zu messen, erlaubt Ratenasymmetrien zu bilden, weshalb aufwendige geometrische Akzeptanzkorrekturen wegfallen. Die notwendige K^0 und \bar{K}^0 Identifizierung wird allerdings durch niedrigere Raten von neutralen Kaonen, im Vergleich zu den anderen beiden Methoden, erkauft. Zudem erfordert die Bildung von Asymmetrien eine Normierung der K^0 - und \bar{K}^0 -Raten.

Ein allen drei Methoden gemeinsames Problem ist die starke Korrelation zwischen ϕ_{+-} bzw. ϕ_{00} und Δm . Für τ_S ist diese Korrelation weniger bedeutsam, da τ_S gleichzeitig aus den beobachteten Raten bestimmt werden kann.

Die klassische Methode der Δm -Bestimmung ist die sog. Gap-Methode [52]. Wenn ein K_L^0 -Strahl zwei Regeneratoren im Abstand G mit den Regenerations-Parametern ϱ_1 und ϱ_2 durchquert, so ist die $\pi^+\pi^-$ -Zerfallsraten-Verteilung hinter dem zweiten Regenerator unter der Voraussetzung $|\varrho_1| \gg |\eta_{+-}|$ und $|\varrho_2| \gg |\eta_{+-}|$:

$$R_{\pi^+\pi^-}(t_G) \sim |\varrho_1|^2 e^{-\Gamma_S t_G} + |\varrho_2|^2 \pm 2|\varrho_1\varrho_2| e^{-\Gamma_S \frac{t_G}{2}} \cos(\Delta m t_G + \phi_{\varrho_1} - \phi_{\varrho_2}) \quad (3.1)$$

Mit:

$$t_G = G \frac{m_{K^0}}{p_{K^0}} \quad (3.2)$$

Die Ratenverteilung oszilliert in Abhängigkeit von t_G , also des Regeneratorabstandes G , mit der Frequenz Δm , die man folglich entweder durch Variation des Regeneratorabstandes oder Verwendung eines breiten Kaon-Impulsspektrums messen kann. Sehr viel unmittelbarer läßt sich Δm allerdings aus der Interferenz in der semileptonischen Ladungsasymmetrie bestimmen.

$\text{Re}(\epsilon)$ wird ebenfalls aus der semileptonischen Ladungsasymmetrie ermittelt, und zwar unter der Bedingung langer Kaon-Lebensdauern, also reiner K_L^0 -Zustände, für welche $\delta_I(t \rightarrow \infty) = 2\text{Re}(\epsilon)$ gilt. Ein generelles Problem aller drei Methoden ist die Sicherstellung gleicher Nachweis-Effizienzen für die beiden entgegengesetzt geladenen Lepton-Pion-Endzustände.

Abschließend seien noch die äußerst schwierigen Experimente zur ϵ' -Messung erwähnt. Alle Experimente haben die Bestimmung des Parameters R gemeinsam, welcher lautet:

$$R = 1 - 6 \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right) \quad (3.3)$$

Er läßt sich als Doppelverhältnis der CP-verletzenden $\pi^+\pi^-$ und $\pi^0\pi^0$ -Zerfallsraten der neutralen Kaonen angeben:

$$R = \frac{|\eta_{00}|}{|\eta_{+-}|} = \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)/\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)/\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)} \quad (3.4)$$

Dieser Quotient hat die angenehmen Eigenschaften, daß sich zahlreiche systematische Fehler, die bei der Messung von η_{+-} und η_{00} auftreten, eliminieren, falls das Experiment nur darauf ausgelegt ist, alle in R auftretenden Zerfälle gleichzeitig, zumindest in demselben Detektorvolumen, zu messen. Die Verfügbarkeit von K_S^0 - und K_L^0 -Zerfällen wird in den üblichen Experimenten dadurch erreicht, daß in einen K_L^0 -Strahl zeitweise ein Regenerator-Target mit der Eigenschaft $|\rho| \gg |\eta_{+-}|$ und $|\rho| \gg |\eta_{00}|$ eingeschoben wird, das somit einen nahezu reinen K_S^0 -Strahl garantiert, oder aber daß das Produktionstarget der neutralen Kaonen zeitweise in den Detektor geschoben wird.

Dennoch sind die experimentellen systematischen Fehlerquellen erheblich, und es würde den hiesigen Rahmen sprengen, wollte man die Methoden der bisherigen ϵ' -Experimente im Detail schildern. Von den vielen Problemen seien hier nur beispielhaft erwähnt: unterschiedliche K_S^0 - und K_L^0 -Zerfallsverteilungen auf Grund der Detektorakzeptanz, inkohärente Regeneration im K_S^0 -Regenerator-Target, Regeneration im K_L^0 -Strahl, Detektor- und Strahl-Langzeitinstabilitäten, unterschiedliche Energieskalen und Zerfallsvertex-Auflösungen für $\pi^+\pi^-$ und $\pi^0\pi^0$, zufälliger Untergrund, unterschiedliche Triggereffizienzen für $\pi^+\pi^-$ und $\pi^0\pi^0$, usw.. Es ist daher nicht verwunderlich, daß die beiden zuletzt durchgeführten ϵ' -Messungen keine Aussage darüber erlauben, ob ϵ' tatsächlich von Null verschieden ist [53].

Die CP-LEAR-Methode zur Bestimmung von ϵ' unterscheidet sich abermals erheblich von den klassischen Experimenten. R kann mittels der integralen Asymmetrien I_{+-} und I_{00} gemessen werden, vgl. (1.136)¹:

$$R = \frac{I_{00}}{I_{+-}} \quad (3.5)$$

Augenblicklich ist es aber noch zu früh Aussagen über die systematischen Fehlerquellen dieser Methode zu machen. Es ist aber unvermeidlich, daß die Strangeness-Identifizierung wie im Falle der Bildung differentieller Asymmetrien die Ereignis-Statistik limitiert.

In Tab. (3.1) sind die Meßmethoden der hier diskutierten Kaon-Parameter aufgelistet. Als Vorlage diente die Zusammenstellung von Experimenten der 'Particle Data Group' [8].

¹ Dieses gilt unter der Annahme der näherungsweise Gleichheit der Phasen von ϵ und ϵ' .

Parameter	Experimentelle Methode	Referenz
τ_S	(1) $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Zerfallsverteilung (2) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Vakuuminterferenz-Methode (3) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Regenerator-Methode	[54] [56] [57]
τ_L	$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0, \pi l \nu_l, \dots$ Zerfallsverteilung	[58]
Δm	(1) Gap-Methode (2) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi l \nu_l$ Ladungsasymmetrie mit Vakuuminterferenz-Methode	[59] [60]
$ \eta_{+-} $	(1) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Vakuuminterferenz-Methode (2) K_L^0 -Verzweigungsverhältnis $\Gamma(\pi^+ \pi^-)/\Gamma(\pi l \nu_l)$ bzw. $\Gamma(\pi^+ \pi^-)/\Gamma(\pi^+ \pi^- \pi^0)$ (3) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Asymmetrie $A_{+-}(t)$	[61] [56] [62] [63]
ϕ_{+-}	(1) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Vakuuminterferenz-Methode (2) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Regenerator-Methode (3) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Asymmetrie $A_{+-}(t)$	[33][56] [57] [63]
$ \eta_{00} $	(1) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$ Vakuuminterferenz-Methode (2) K_L^0 -Verzweigungsverhältnis $\Gamma(\pi^0 \pi^0)/\Gamma(\pi^0 \pi^0 \pi^0)$	[64] [65]
ϕ_{00}	$K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$ Vakuuminterferenz-Methode	[33]
$\text{Re}(\epsilon)$	$K_L^0 \rightarrow \pi l \nu_l$ Ladungsasymmetrie	[66]
$\left \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right $ bzw. $\frac{\epsilon'}{\epsilon}$	$K_S^0 \rightarrow \pi \pi$ und $K_L^0 \rightarrow \pi \pi$ in demselben Detektorvolumen	[67]
$\phi_{+-} - \phi_{00}$	(1) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi \pi$ Vakuuminterferenz-Methode (2) $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi \pi$ Regenerator-Methode	[33] [68]

Tabelle 3.1: Meßmethoden für einige Parameter des neutralen Kaonsystems

Kapitel 4

Das CP-LEAR Experiment

4.1 Motivation und Zielsetzung des CP-LEAR Experiments

Die grundlegende Idee zur Ausführung des CP-LEAR Experiments (PS195) besteht darin, den intensiven Antiproton-Strahl des LEAR am CERN zur symmetrischen und gleichzeitigen Produktion von reinen K^0 - bzw. \bar{K}^0 -Zuständen vermöge der Annihilationen ('Goldene Ereignisse')

$$\begin{aligned}(\bar{p}p)_{Ruhe} &\rightarrow K^- \pi^+ K^0 \\ &\rightarrow K^+ \pi^- \bar{K}^0\end{aligned}$$

zu nutzen, wobei die Strangeness-Erkennung der neutralen Kaonen leicht durch die Messung der Ladungen von K^+ und K^- geschehen kann. Die reinen K^0 - und \bar{K}^0 -Zustände sind gemäß den Ausführungen der Kapitel (1) und (3) in idealer Weise geeignet, CP-Verletzung im neutralen Kaonsystem zu untersuchen. Hinzu kommt, daß die CP-verletzenden Parameter noch nie aus der separaten Messung der K^0 - und \bar{K}^0 -Raten gewonnen wurden, so daß die CP-LEAR-Methode eine wertvolle komplementäre Ergänzung zu bisherigen CP-Verletzungs-Experimenten darstellt.

Die CP-LEAR-Kollaboration¹ hat sich daher zur Aufgabe gemacht, die CP- und die T-Verletzung in möglichst vollständiger Weise in den Zerfällen

$$\begin{aligned}K_S^0(K_L^0) &\rightarrow \pi^+ \pi^- \\ &\rightarrow \pi^0 \pi^0 \\ &\rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \\ &\rightarrow \pi e \nu_e\end{aligned}$$

zu untersuchen. Hinzu kommt die Bestimmung anderer Parameter des neutralen Kaonsystems, wie Δm und x , deren Werte mit bisher nicht erreichter Genauigkeit ermittelt werden sollen. In Tab. (4.1) sind die Meßgrößen zusammengefaßt, die die CP-LEAR-Kollaboration begonnen hat bzw. beabsichtigt zu messen.

Der CP-LEAR-Detektor hat für das anvisierte Ziel sehr spezielle Anforderungen zu erfüllen. Die Produktion von K^0 und \bar{K}^0 in den Antiproton-Proton-Annihilationen tritt nur mit einer Rate von ca. 0.4 % auf. Diese Tatsache erfordert einerseits eine möglichst hohe Antiproton-Strahlintensität,

¹Universität Athen, Griechenland; Universität Basel, Schweiz; Universität Boston, USA; CERN, Genf, Schweiz; LIP und Universität Coimbra, Portugal; Technische Universität Delft, Niederlande; Universität Fribourg, Schweiz; Universität Ioannina, Griechenland; Universität Liverpool, England; J. Stefan Institut und Physik Department, Universität Ljubljana, Slowenien; CCPM, IN2P3-CNRS und Universität d'Aix-Marseille II, Marseille, Frankreich; CSNSM, CNRS/IN2P3, Orsay, Frankreich; Paul-Scherrer Institut (PSI), Villigen, Schweiz; DAPNIA/SPP, CE Saclay, Frankreich; MSI, Stockholm, Schweden, Universität Thessaloniki, Griechenland; ETH-IMP Zürich, Schweiz

andererseits ein äußerst leistungsfähiges Triggersystem, das sehr schnell den gesuchten goldenen Kanal aus dem großen, vorwiegend pionischen, Annihilations-Untergrund herausfiltert.

Der Detektor hat die typischen Anforderungen eines 4π -Universaldetektors zu erfüllen, um die räumlich isotrop produzierten goldenen Ereignisse und die verschiedenen $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsprodukte zu vermessen. Er muß optimiert sein auf den Nachweis von geladenen Kaonen, geladenen Pionen, Elektronen und Photonen. Die erforderliche Detektordimension ergibt sich aus dem relevanten Lebensdauer-Intervall der neutralen Kaonen von 0-20 τ_S , das für die Beobachtung von K_S^0 - K_L^0 -Interferenzen maßgeblich ist. Bei einem maximalen Kaonimpuls von 750 MeV/c benötigt man ein Zerfallsvolumen der Dimension 50 cm, wobei zu beachten ist, daß darin möglichst wenig Materie vorhanden sein sollte, um Regenerations-Effekte gering zu halten.

Parameter	Observable	Angestrebter Meßfehler
$ \eta_{+-} $	$A_{+-}(t)$	0.01×10^{-3}
ϕ_{+-}	$A_{+-}(t)$	0.3°
$ \eta_{00} $	$A_{00}(t)$	0.04×10^{-3}
ϕ_{00}	$A_{00}(t)$	1°
$\phi_{+-} - \phi_{00}$	$A_{+-}(t), A_{00}(t)$	1°
$\frac{\text{Re}(\epsilon')}{\text{Re}(\epsilon)}$	$\frac{I_{00}}{I_{+-}}$	2.0×10^{-3}
$ \eta_{+-0} $	$A_{+-0}(t)$	1.5×10^{-3}
$A_T(t)$	$A_T(t)$	6.0 %
Δm	$A_{\Delta m}(t)$	0.3 %
$\text{Re}(x)$	$A_{\Delta m}(t)$	6.0×10^{-4}
$\text{Im}(x)$	$A_x(t)$	7.0×10^{-4}

Tabelle 4.1: Observable des CP-LEAR Experiments

4.2 \bar{p} -Strahl des LEAR am CERN

Das LEAR (Low Energy Antiproton Ring) am CERN stellt den Experimenten in der dortigen Experimentierhalle Süd einen intensiven Antiprotonstrahl im Impulsintervall 0.06 bis 1.9 GeV/c zur Verfügung. Die Antiprotonflüsse betragen in einstündigen Spills mehr als 10^6 Antiprotonen pro Sekunde.

Das CP-LEAR-Experiment befindet sich im Areal S1 der Südhalle, Abb. (4.1), und nutzt Antiprotonen des Impulses 200 MeV/c, die sich bequem in einem gasförmigen Wasserstofftarget stoppen lassen. Die bisher verwendeten Antiprotonflüsse variieren von einigen 10^5 bis 10^6 Antiprotonen pro Sekunde.

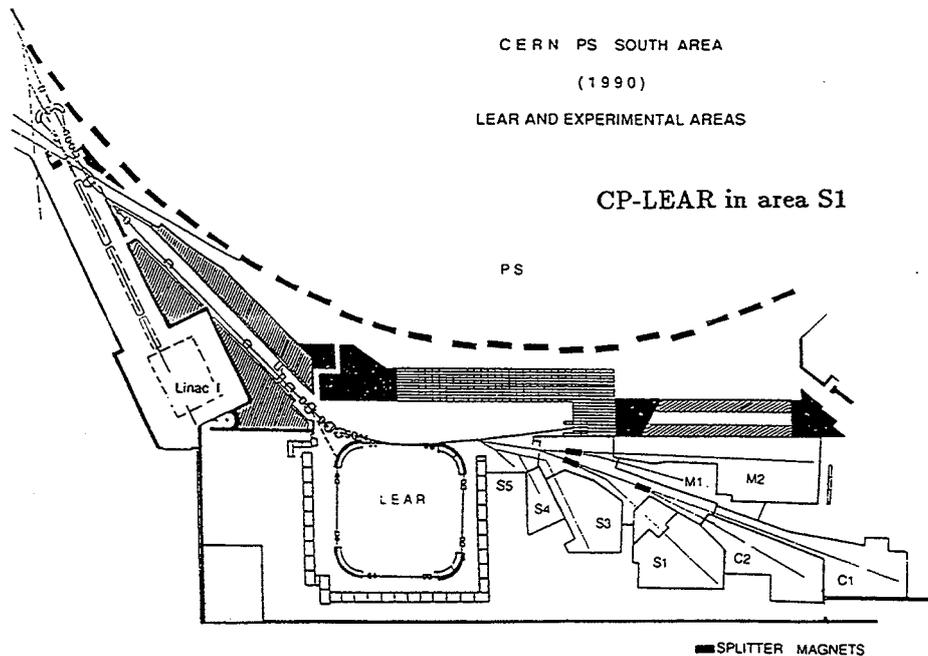


Abbildung 4.1: Standort des CP-LEAR Detektors in der Südhalle des CERN

4.3 Der CP-LEAR-Detektor

Der Detektor des CP-LEAR-Experimentes orientiert sich in seinem Design an typischen Speicherring-Experimenten, Abb. (4.2) und Abb. (4.3).

In einem Solenoid sind konzentrisch um die Antiproton-Strahl-Achse von innen nach außen ein H_2 -Target, Proportionalkammern, Driftkammern, Streamer-Röhren, Szintillations-Zähler, Cherenkov-Zähler, abermals Szintillations-Zähler und ein elektromagnetisches Kalorimeter angeordnet.

4.3.1 Konventionen

Das kartesische CP-LEAR Koordinatensystem ist rechtshändig und hat seinen Ursprung im Detektorzentrum, welches mit dem Wasserstofftarget zusammenfällt. Die x -Achse ist parallel zur Horizontalen, die y -Achse zeigt vertikal nach oben und die z -Achse zeigt in Richtung des Antiprotonstrahls. Äquivalent zu diesen Koordinaten (x, y, z) sind Zylinderkoordinaten (r, φ, z) mit $r^2 = x^2 + y^2$ und $\text{atan}(\varphi) = y/x$. Die durch die x - und y -Achse aufgespannte Ebene wird transversale Detektorebene genannt.

4.3.2 Das Solenoid

Bei dem Solenoid handelt es sich um den modifizierten (verlängerten) Magneten des DM2-Experiments [69]. Die innere axiale Länge zwischen den Polen beträgt 362 cm und der Innendurchmesser ist 200 cm. Sein Gewicht beträgt ungefähr 120 t. In seinem Zentrum ist eine maximale Feldstärke von 0.438 T erreichbar. Positive Magnetfeldpolarität bedeutet, daß das Magnetfeld in Richtung der Antiproton-Flugrichtung weist.

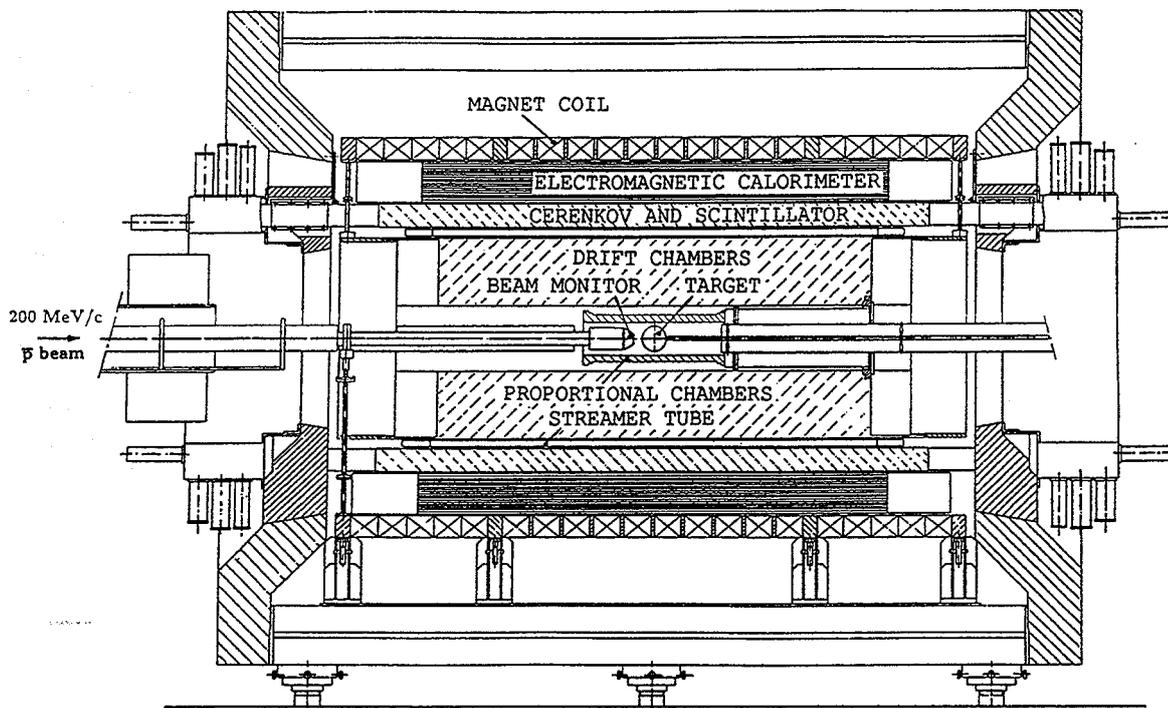


Abbildung 4.2: Longitudinaler Schnitt durch den CP-LEAR Detektor

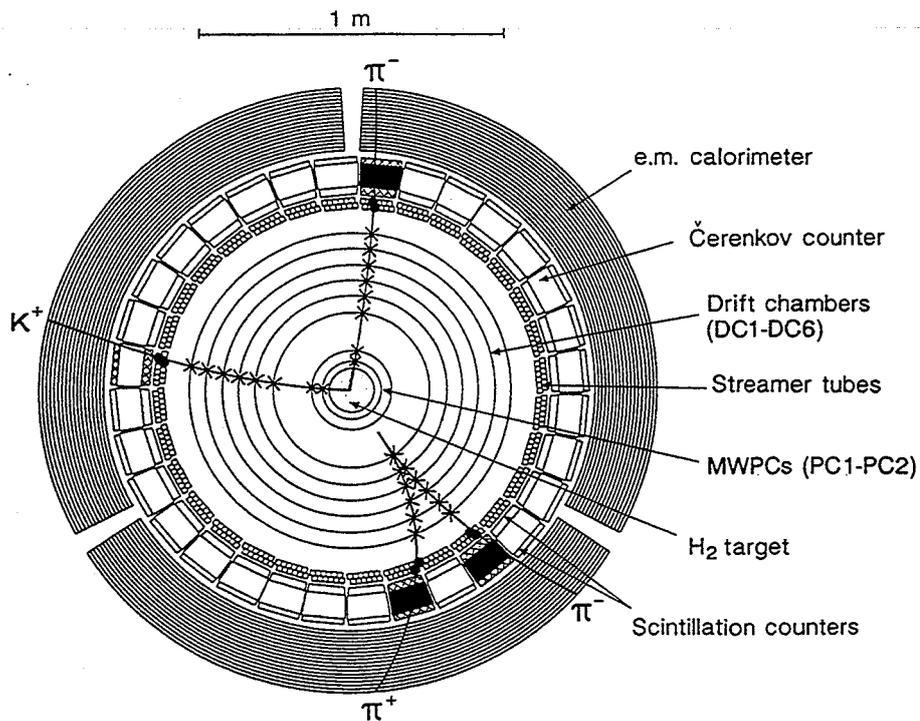


Abbildung 4.3: Transversaler Schnitt durch den CP-LEAR Detektor

4.3.3 Der Strahlmonitor und das H₂-Target

Das Antiprotonen-Target ist eine Hohlkugel, die mit gasförmigen Wasserstoff des Druckes 15 atm gefüllt ist. Ihr Innenradius beträgt 7.0 cm. Die Targethülle besteht aus einer mit Kevlar und Araldit umwundenen Mylarfolie und hat die Dicke 0.5 mm. Zusätzlich existiert für den \bar{p} -Strahl ein Target-Eintrittsfenster aus 125 μm dicker Mylar-Folie des Durchmessers 10 mm.

Zwischen dem Target-Eintrittsfenster und der externen \bar{p} -Strahlführung befindet sich auf einem Raum von ca. 5 cm der Strahlmonitor [70]. Er besteht, längs der \bar{p} -Strahlachse betrachtet, aus einer Vieldraht-Proportionalkammer mit Kathodenstrip-Auslese, einem Beryllium-Degrader und einem Szintillations-Zähler. Die Proportionalkammer erlaubt die Position des \bar{p} -Strahles mit einer Genauigkeit von besser als 0.5 mm in horizontaler und vertikaler Richtung zu justieren. Der Degrader ermöglicht die Stop-Verteilung der Antiprotonen im Target längs der \bar{p} -Strahlachse zu verschieben. Er besitzt eine Dicke von 1.8 mm und ist senkrecht zur \bar{p} -Strahlachse drehbar, so daß seine effektive Dicke in Strahlrichtung um 60 μm variiert werden kann. Eine typische \bar{p} -Stop-Verteilung zeigt Abb. (4.4). Ihre Breite beträgt etwa 5 cm (FWHM). Zusätzlich erkennt man einige \bar{p} -Annihilationen im Target-Eintrittsfenster bei -7.0 cm.

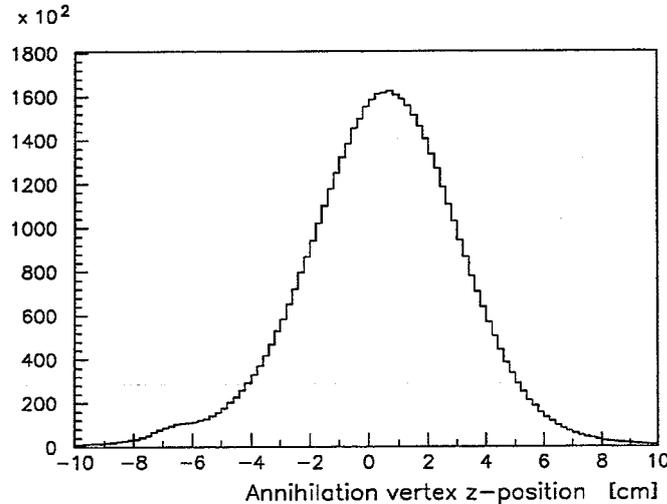


Abbildung 4.4: Antiproton-Stop-Verteilung im H₂-Target

Der Szintillationszähler direkt vor dem Target-Eintrittsfenster (Strahlzähler) signalisiert das Eintreffen eines Antiprotons im Target. Er hat den Durchmesser 7 mm und die Dicke 1 mm. Seine Signale werden mittels 5 m langer Lichtleiter aus dem Detektorzentrum zu einem Photomultiplier geführt. Seine Zeitauflösung beträgt ca. 100 ps.

4.3.4 Spurendetektoren

Die Detektoren zur Spurbestimmung geladener Teilchen bestehen aus zwei Ebenen von Proportionalkammern (PC1 und PC2), sechs Ebenen von Driftkammern (DC1 bis DC6) und zwei Lagen von Streamer-Röhren, deren Drähte allesamt parallel zur \bar{p} -Strahlachse verlaufen.

Die Proportionalkammern [71] befinden sich auf den Radien 9.5 und 12.7 cm und besitzen eine Länge von 70 cm. Der Anodendrahtabstand beträgt in beiden Kammern 1 mm. Unter einem Winkel von 16.1° und -15.4° in der inneren, bzw. 16.6° und -18.3° in der äußeren Kammer, relativ zu den Drähten, sind 1.72 mm breite Kathodenstrips im Abstand 0.2 mm angeordnet, welche aber bei der Durchführung des Experiments bislang nicht ausgelesen wurden. Betrieben werden die Proportionalkammern mit einer Gasmischung aus Isobutan, Argon und Freon im Verhältnis 30 : 69.5 : 0.5. Die von Teilchen zu durchquerende Materiebelegung entspricht etwa 2.3×10^{-3} Strahlungslängen.

Im Betrieb besitzen die Proportionalkammern eine Teilchen-Nachweiseffizienz von ca. 99.5 %. Ihre Ortsauflösung beträgt ungefähr 340 μm .

Für DC1 bis DC6 sind die Driftkammer-Radien 25.5, 30.6, 35.7, 40.7, 45.8 und 50.9 cm. Ihre Längen sind 233.6 cm. Anstatt einzelner Anodendrähte, werden Drahtdubletts zur Vermeidung von Links-Rechts-Ambiguitäten verwendet. Die Dublett-Drähte haben einen Abstand von 0.5 mm und werden alle 20 cm durch Klebstoffkügelchen in ihrer räumlichen Lage stabilisiert. Zwischen den Dubletts, die einen Abstand von 1.0 cm haben, befindet sich ein Potentialdraht. Die Driftkammern DC1, DC2, DC4 und DC6 sind mit Strips ausgestattet, deren Winkel von 11.0° und -12.0° in DC1 bis 25.7° und -25.7° in DC6 variieren. Die Gasmischung besteht im Verhältnis 1:1 aus Argon und Äthan. Insgesamt entsprechen die Driftkammern 4.2×10^{-3} Strahlungslängen. Die Teilchen-Nachweiseffizienz der Drahtebenen ist ca. 97 %, diejenige der Strips ca. 90 %. Die Ortsauflösung der Kammer in azimuthaler und z-Richtung beträgt etwa 300 μm und 2.0 mm.

Die Proportionalkammern und die Driftkammern kombiniert, ergeben für Spuren, die vom Annihilationsvertex herrühren, eine Impuls-Auflösung von ca. 5 % bei einem Teilchenimpuls von 300 MeV/c und eine Vertex-Auflösung in der transversalen Detektorebene von ca. 3 mm und in p-Strahlrichtung von ungefähr 1.2 cm [72].

Die Streamer-Röhren sind in zwei Lagen mit jeweils 192 Röhren auf den Radien 58.2 cm und 60.0 cm angeordnet. Ihre Längen sind 250 cm. Jeweils sechs Röhren beider Lagen, versetzt um eine halbe Röhrenbreite, bilden einen Sektor. Insgesamt werden somit 32 Sektoren gebildet. Die Röhren selbst haben einen quadratischen Querschnitt mit der Seitenlänge 1.75 cm und bestehen aus Aluminium. Ihre Wandstärke ist 0.5 mm. Als Gas wird eine Mischung aus Isobutan, Argon, Methylal und Freon im Verhältnis 46:50:4:0.008 verwendet. Die Zeitdifferenz des Eintreffens der Signale an beiden Enden der Streamer-Röhren ermöglicht es, die z-Koordinate einer Spur mit der Auflösung 1.0 cm zu bestimmen. Die Nachweiseffizienz einer Röhre beträgt ca. 97.5 %.

4.3.5 Detektoren zur Identifikation geladener Teilchen

Die sog. PID's (Particle Identification Devices) [73] sind 32 im Querschnitt trapezförmige Szintillator-Cherenkov-Szintillator-Sandwiches der Länge 310 cm und Dicke 12.5 cm, die die Spurendetektoren zylindrisch umschließen. Ihre Aufgabe besteht in der Erkennung von geladenen Kaonen und geladenen Pionen, sowie im eingeschränkten Maße von Elektronen.

Der vom Detektorzentrum gesehen innenliegende Szintillationszähler S_1 hat eine Dicke von 3 cm und eine mittlere Breite von 11.5 cm. Seine Mittelebene befindet sich auf einem Radius von 63.5 cm. Der äußere Szintillationszähler S_2 hat eine Dicke von 1.5 cm, die Breite 13.4 cm und liegt auf einem Radius von 73.8 cm. Das Szintillationslicht von S_1 und S_2 wird beidseitig durch 110 cm bzw. 75 cm lange Lichtleiter durch spezielle Endkappenöffnungen des Solenoids zu den Photomultipliern geführt. Am Ort der Photomultiplier ist das Streufeld des Magneten kleiner als 0.006 T. Die Photomultiplier-Signale von S_1 werden sowohl ADC's als auch TDC's zugeführt, die von S_2 einzig ADC's. Die Zeitauflösung von S_1 beträgt 180 ps.

Zwischen S_1 und S_2 befindet sich ein Schwellen-Cherenkov-Zähler [74][75] der Dicke 8 cm und der mittleren Breite 13.3 cm. Er besitzt eine geringfügig größere Breite als S_1 und S_2 , um Randineffizienzen zu vermeiden. Der Cherenkov-Radiator ist die Flüssigkeit Freon (C_6F_{14} bzw. FC72), welches einen Brechungsindex von 1.26 im sichtbaren Spektrum aufweist. Als Wellenlängenschieber ist im Freon 2,5-Diphenyl-Oxazol (PPO) gelöst. Das Radiator-Behältnis besteht aus UV-transparenten Polymethyl-Methacrylat (PMMA) mit einer Wanddicke von 2 mm und ist zur Erhöhung der Lichtausbeute auf den inneren 50 cm mit weißer reflektierender Farbe bestrichen. Das Cherenkov-Licht wird wie im Falle der Szintillatoren mit Lichtleitern der Länge 1 m auf beiden Seiten durch jeweils zwei Lichtleiter zu Photomultipliern aus dem Solenoid geführt, an denen ADC's angeschlossen sind.

Der Brechungsindex des Radiators wurde derart gewählt, daß Pionen sich durch Emission von Cherenkovlicht von Kaonen unterscheiden. Diese Bedingung ist für den gegebenen Radiator gut erfüllt, denn die maximale Kaongeschwindigkeit beträgt für goldene Ereignisse $\beta = 0.84$ und ist

nicht allzuweit von der Cherenkov-Schwelle $\beta_S = 0.79$ entfernt. Effektiv beträgt β_S sogar 0.81 auf Grund des Energieverlustes der Teilchen in den PID's. Für 300 MeV/c Pionen ($\beta = 0.91$) ist die mittlere Anzahl Photoelektronen pro Photomultiplier ungefähr 2, und zwar in der Mitte des Cherenkovzählers, wo die Lichtausbeute minimal ist.

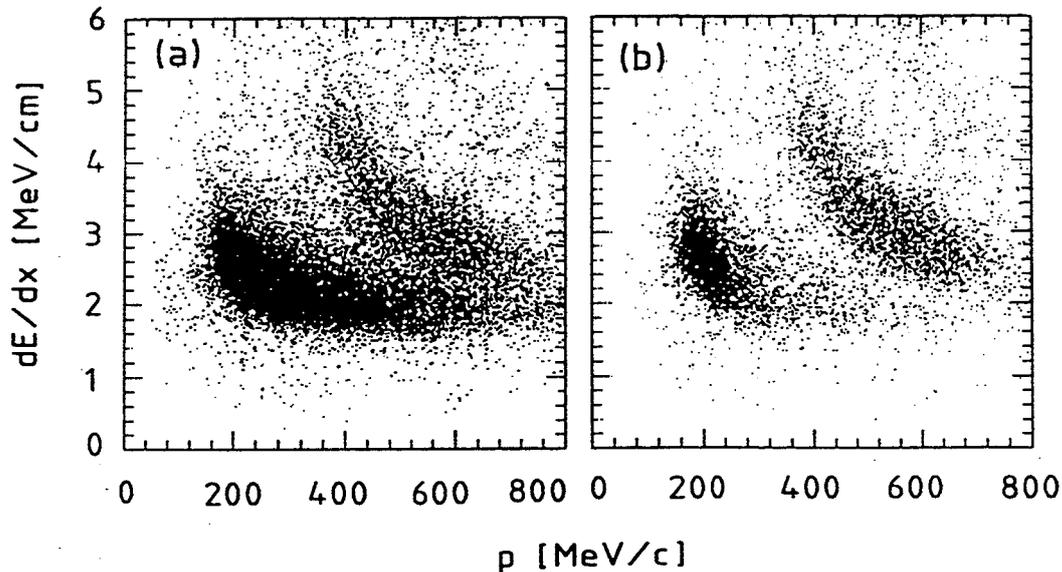


Abbildung 4.5: Energieverlust von geladenen Pionen und Kaonen im Szintillator S_1 in Abhängigkeit des Teilchenimpulses

Die Fähigkeit der PID's zur Kaon-Pion-Separation wird in Abb. (4.5) demonstriert. Dargestellt ist das dE/dx -Signal von S_1 in Abhängigkeit des Impulses der Teilchen, die S_1 durchquert haben. Man erkennt deutlich zwei Bänder, wobei das untere von Pionen und das obere von Kaonen herrührt. In Abb. (4.5-a) sind alle Ereignisse abgebildet, hingegen in Abb. (4.5-b) nur diejenigen, die eine Koinzidenz von S_1 und S_2 erfüllen und kein Cherenkov-Licht aussenden (Signatur S-C-S). Hierbei ist die Eigenschaft des Cherenkovzählers, Pionen mit Impulsen größer als 300 MeV/c zu unterdrücken, ersichtlich. Der Unterdrückungsfaktor wird oberhalb 400 MeV/c konstant und beträgt ca. $8 \cdot 10^{-3}$ [76]. Pionen unterhalb der Impulsschwelle 300 MeV/c können offensichtlich durch einen einfachen Impulsschnitt (vgl. hierzu den sog. p_T -Schnitt in Abschnitt (4.4.2)) verworfen werden, zumal hiervon praktisch keine Kaonen betroffen sind, denn die Kaonen stoppen unterhalb des Impulses 350 MeV/c im Material der PID's, bevor sie den Szintillator S_2 erreichen.

4.3.6 Elektromagnetische Kalorimeter

Das vordringlich zum Photon-Nachweis dienende elektromagnetische Kalorimeter [77] besitzt den Innenradius 77 cm, die Dicke 22 cm und die Länge 264 cm. Aus mechanischen Gründen ist es in drei Sektoren zu ungefähr 120° eingeteilt, wobei jeder Sektor sich seinerseits in 18, sich in ihrer Struktur wiederholenden Ebenen aufgliedert. Jede Ebene besteht aus einer 1.5 mm dicken Bleikonverter-Schicht und zahlreichen parallel zur Detektorachse angeordneten Ministreamer-Röhren, auf denen beidseitig Kathodenstrips aufliegen, vgl. Abb. (4.6). Die Röhren haben den Querschnitt 4.5×4 mm. Acht Stück sind jeweils zu einer Kammer zusammengefaßt. Die Strips sind 5.3 mm breit und haben zueinander den Abstand 1 mm. Relativ zu den Drähten der Röhren sind sie um 30° (U-Strips) bzw. -30° (V-Strips) verdreht. Betrieben wird das Kalorimeter im Verhältnis 2:1 mit einer CO_2 -Pentan-Gasmischung. Auf Grund der großen Anzahl von ungefähr

63000 Kanälen wird es rein digital ausgelesen. Die Massenbelegung des Kalorimeters entspricht 6.2 Strahlungslängen.

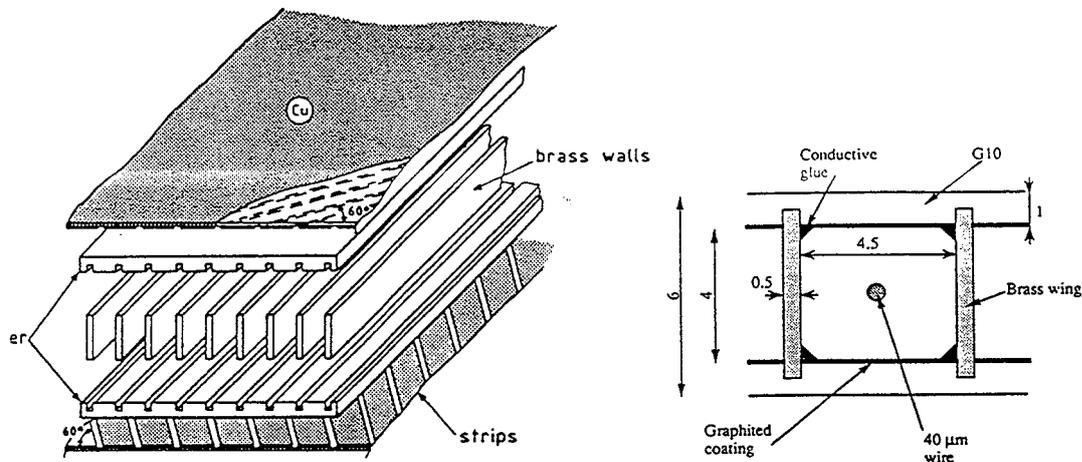


Abbildung 4.6: Aufbau des elektromagnetischen Kalorimeters

Spuren im Kalorimeter:

Die Nachweis-Effizienz von Spuren ist für einzelne Röhren besser als 95 %, diejenige für einzelne Strips 75-80 %. Die Stripmultiplizität ist 1.2-1.4 pro Röhre.

Abb. (4.7) zeigt die Ortsauflösung für Spuren [78], getrennt für die azimutale φ - und die z -Koordinate, falls genau eine Röhre pro Kalorimeter-Ebene gefeuert hat. Sie reflektiert die Güte des Alignments des Kalorimeters und beträgt 4.7 mrad bzw. 8 mm. Hierbei ist zu beachten, daß diese Ortsauflösung durch Vergleich der Spurextrapolation ins Kalorimeter mit dem gemessenen Schauerfuß erfolgt ist. Eine Verbreiterung der gezeigten Verteilungen ist daher auf Grund der Vielfachstreuung der Teilchen in den PID's unvermeidlich. Sie beträgt für Pionen des Impulses 300 MeV/c etwa 3.5 mrad.

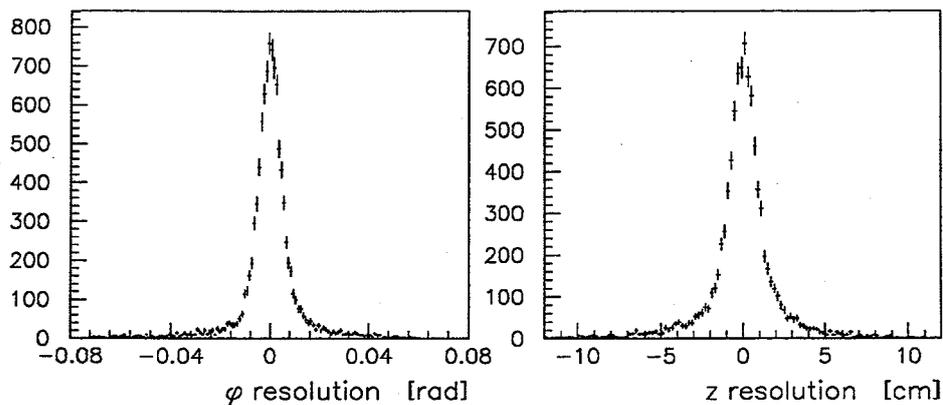


Abbildung 4.7: Ortsauflösung des elektromagnetischen Kalorimeters für geladene Teilchen

Photonen im Kalorimeter:

In Abb. (4.8) ist die Photon-Nachweiseffizienz des Kalorimeters als Funktion der Photon-Energie wiedergegeben [79]. Für die Photonen wurde hierbei ein Schauer im Kalorimeter verlangt, der aus mindestens zwei gefeuerten Röhren in zwei verschiedenen Ebenen besteht (Hit-Multiplizität 2). Man erkennt, daß die Photon-Nachweiswahrscheinlichkeit von 0 bis 150 MeV ansteigt und dann in einem Plateau von ca. 90 % Effizienz mündet.

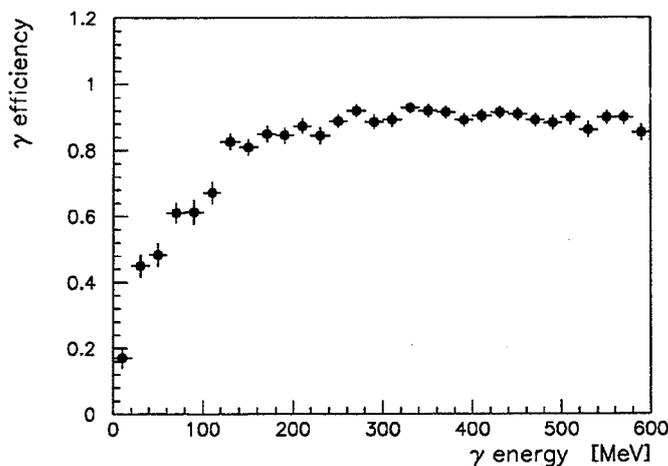


Abbildung 4.8: Photon-Nachweiseffizienz des elektromagnetischen Kalorimeters

Die Hit-Multiplizität in Abhängigkeit der Photon-Energie wird in Abb. (4.9) für verschiedene Photon-Konversionsebenen gezeigt [80]. Sie ist maßgeblich für die Photon-Energie-Eichung des Kalorimeters. Die Abhängigkeit von der Konversionsebene beruht auf den merklichen Schauer-Leckverlusten in den äußeren Kalorimeterschichten. Die reduzierte Energie-Auflösung

$$\sigma_{red} = \frac{\sigma E}{E} \sqrt{E(\text{GeV})} \quad (4.1)$$

wird in Abb. (4.10) wiedergegeben. Sie ist im Mittel ungefähr $0.20 / \sqrt{E(\text{GeV})}$.

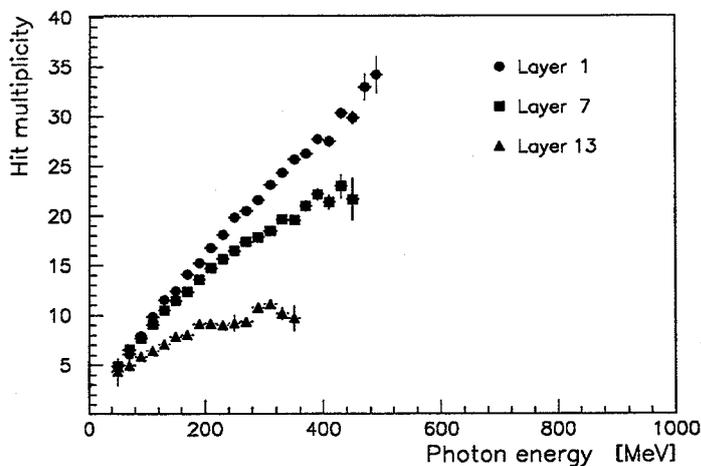


Abbildung 4.9: Photon-Hit-Multiplizität des elektromagnetischen Kalorimeters

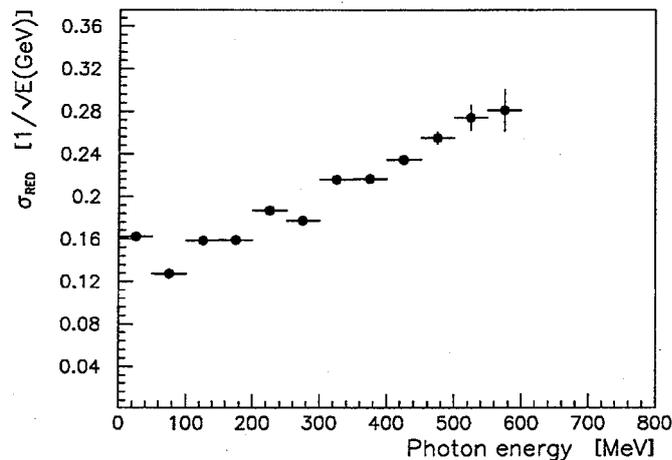


Abbildung 4.10: Photon-Energie-Auflösung des elektromagnetischen Kalorimeters

Die Ortsauflösung der Photon-Konversionspunkte kann nur als Obergrenze angegeben werden, da bisher keinerlei Methode bekannt ist, diese Auflösung mit der gewünschten Präzision innerhalb des CP-LEAR-Detektors zu bestimmen, weil dazu eine örtlich wohldefinierte Photon-Quelle notwendig wäre. Sie ist besser als 10 mm. Die Ortsauflösungen der Spuren können aber in guter Näherung auch für die Ortsauflösungen der Photon-Konversionspunkte als repräsentativ angesehen werden.

Die Schauer-Richtungsauflösung des Kalorimeters wurde bisher nur an einem Prototypen, nicht aber an dem eigentlichen CP-LEAR-Kalorimeter ermittelt [81]. Sie beträgt für die Winkel Θ und ϕ , so wie sie in Abb. (4.11) definiert sind, im Mittel ungefähr 15° und 13° , Abb. (4.12).

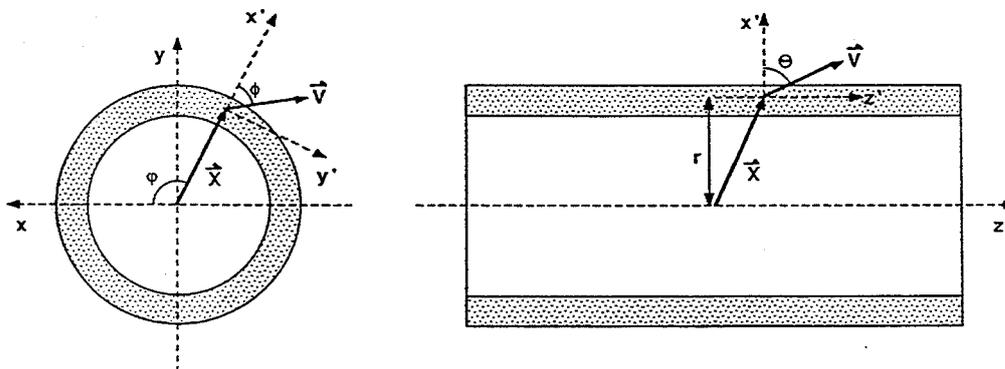


Abbildung 4.11: Parametrisierung der Schauerfüße und Schauerrichtungen im elektromagnetischen Kalorimeter

4.4 Das CP-LEAR-Triggersystem

Eine der großen Herausforderungen an das CP-LEAR-Experiment ist die Bewältigung von angestrebten 2×10^6 $\bar{p}p$ -Annihilationen pro Sekunde und die daraus resultierende Rate goldener Ereignisse von 8×10^3 pro Sekunde. Diese Datenmenge übersteigt offensichtlich jede herkömmliche Massenspeicherkapazität bei einer erwarteten Ereignisgröße von 2-3 KByte, ganz abgesehen von

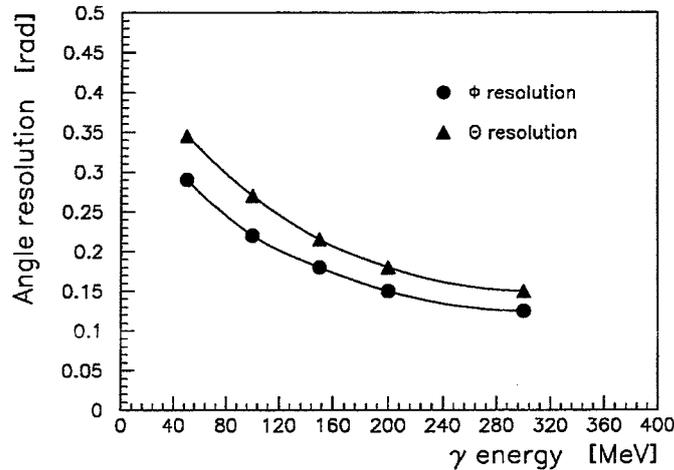


Abbildung 4.12: Schauerrichtungs-Auflösung des elektromagnetischen Kalorimeters

der erforderlichen Rechenzeit um diese Daten offline zu bearbeiten. Andererseits ist es für das Studium eines derart kleinen Effektes, wie der CP-Verletzung, unumgänglich, möglichst hohe Raten goldener Ereignisse für eine gute Ereignis-Statistik zu akzeptieren.

Das CP-LEAR-Triggersystem [82] hat daher zur Aufgabe, einerseits innerhalb einer sehr kurzen Zeitspanne goldene Ereignisse zu identifizieren, andererseits aus diesen Ereignissen diejenigen herauszufiltern, die für die Untersuchung der CP-Verletzung maßgeblich sind. Es besteht folglich aus einem komplexen, hochmodularen System aus festverdrahteten und teilweise programmierbaren Prozessoren ('Hard-Wired Processors', HWP's), die sequentiell oder parallel die Daten der einzelnen Sub-Detektoren bearbeiten. Die Trigger-Prozessoren stehen in ständiger Kommunikation mit einem Trigger-Kontroll-System, welches entscheidet, ob ein Ereignis verworfen oder weiterverarbeitet werden soll.

Im folgenden werden die Aufgaben der verschiedenen HWP's des CP-LEAR-Experiments, vgl. hierzu auch Tab. (4.2), skizziert und einige Trigger-Entscheidungen exemplarisch genannt.

4.4.1 Schnelle Trigger-Entscheidungen

Der Trigger-Prozeß wird durch das Registrieren eines Antiprotons im Strahlzähler gestartet. Innerhalb von ca. 110 ns werden dann die diskriminierten Signale der PID's verwendet, um festzustellen,

- wieviele Kaon-Kandidaten der Signatur $S\bar{C}S$
- und wieviele Spuren anhand der Anzahl gefeuerter S_1 Szintillatoren

vorliegen. Trifft während dieses Abzählens ein weiteres Antiproton auf den Strahlzähler, so wird das Ereignis verworfen.

4.4.2 Intermediäre Trigger-Entscheidungen

Die Information, welche Drähte in den Proportional- und Driftkammern gefeuert haben, wird für nachfolgende Trigger-Entscheidungen verwendet, welche sich in einem Zeitraum von ca. 500 ns abspielen.

Wie in Abb. (4.5) gezeigt, können niederenergetische Pionen die PID-Signatur $S\bar{C}S$ vortäuschen. Daher wird die S_1 -, DC1- und DC6-Information benutzt, um einen transversalen Impuls-Schnitt (p_T -Schnitt) auf den Kaon-Kandidaten anzuwenden. Hierfür stehen die diskreten Werte 200, 270, 400 und 800 MeV/c zur Verfügung.

Bezeichnung	Aufgabe
HWP1	(1) Bestimmung der Anzahl Kaonkandidaten (2) Bestimmung der Anzahl S_1 Hits (3) p_T -Schnitt (4) Bestimmung der Anzahl Spuren (5) Spur-Rekonstruktion (6) Spur-Parametrisierung (7) Kinematik-Berechnung
HWP2	Vergleich von berechneten und gemessenen Werten: (1) dE/dx in S_1 (2) Anzahl Photoelektronen im Cherenkovzähler (3) Flugzeitdifferenz der Kaon- und Pion-Kandidaten
HWP2.5	(1) Bestimmung der Anzahl Schauer im Kalorimeter (2) Bestimmung approximierter Schauerfuß-Koordinaten

Tabelle 4.2: CP-LEAR Trigger-Prozessoren (HWP's)

Weiterhin geschieht eine detaillierte Abzählung der Spuren, wobei unterschieden wird in Spuren im allgemeinen, Spuren die von Annihilations-Vertex herrühren (primäre Spuren) und Kaon-Spuren, d.h. Spuren, die den p_T -Schnitt passieren.

4.4.3 Späte Trigger-Entscheidungen

Auf dieser Trigger-Stufe werden nahezu sämtliche Detektor-Meßwerte verwendet. Die Ereignis-Bearbeitung dauert daher entsprechend lange und endet nach einigen Mikrosekunden.

Spur-Rekonstruktion (Track Follower):

Der sog. Track-Follower rekonstruiert die Spuren, indem er jede Spur ausgehend von S_1 bis zu PC1 verfolgt, basierend auf den gefeuerten Drähten in den Proportionalkammern, Driftkammern und Streamer-Röhren. Während die räumliche Lage der Spuren in der transversalen Detektorebene durch die Proportional- und Driftkammern festgelegt wird, geschieht dieses in z -Richtung durch Verwendung der TDC-Information der Streamer-Röhren.

Spur-Parametrisierung:

Das Ergebnis des Track Followers wird verwendet, um die Spuren zu parametrisieren. Diese Information wird dann anschließend benutzt, um einerseits Kinematik-Berechnungen durchzuführen und um andererseits eine bessere Kaon-Pion-Separation mit Hilfe der PID's vorzunehmen.

Kinematik-Berechnungen:

Kinematik-Prozessoren erlauben die Berechnung verschiedener kinematischer Größen, z.B. der Kaon- und Pion-Impulse und der fehlenden (K^\pm, π^\mp)-Masse.

Kaon-Pion-Identifikation:

Eine detaillierte Untersuchung der primären Kaon- und Pion-Kandidaten wird im Anschluß an die Spur-Parametrisierung durchgeführt. Sie gliedert sich in drei Teile:

- **S₁-Energieverlust:**
Verglichen wird der gemessene Teilchen Energieverlust in S₁ mit dem aus der Spur-Parametrisierung berechneten Wert.
- **Cherenkov-Photoelektronen:**
Die Anzahl der Photoelektronen im Cherenkov-Zähler wird entsprechend dem S₁-Energieverlust ausgewertet.
- **Teilchen-Flugzeit:**
Eine Teilchen-Flugzeit kann aus der Zeitdifferenz zwischen Registrieren eines Antiprotons im Strahlzähler und eines Teilchens im Szintillations-Zähler S₁ berechnet werden, welche allerdings nicht der wahren Flugzeit entspricht, da zwischen dem Eintreffen eines Antiprotons im Target und der eigentlichen $\bar{p}p$ -Annihilation einige Nanosekunden vergehen können. Daher wird statt dessen die gemessene Flugzeitdifferenz der Kaon- und Pion-Kandidaten mit der aus der Spur-Parametrisierung berechneten verglichen.

Schauer-Erkennung:

Ein Prozessor rekonstruiert Schauer in den drei Raumprojektionen des Kalorimeters (W-, U- und V-Projektionen) und assoziiert sie zu räumlichen Schauern, deren Anzahl der Trigger-Kontrolle zur Verfügung gestellt wird. Ebenfalls werden grobe Schauerfuß-Koordinaten bestimmt.

4.4.4 Die Trigger-Kontrolle und die zwei CP-LEAR-Datenströme

Der CP-LEAR-Trigger ist kein statisches System, sondern erlaubt über die Trigger-Kontrolle die Entscheidung, ob ein Ereignis verworfen oder weiterverarbeitet werden soll, jederzeit zu modifizieren. Dieses erlaubt einerseits Triggerbedingungen für spezielle Zerfallskanäle der neutralen Kaonen auszuwählen und andererseits eine bestehende Triggerbedingung derart zu optimieren, das sie ein möglichst günstiges Signal-zu-Untergrund Verhältnis aufweist und Detektortotzeiten minimiert.

Allen Triggerbedingungen zur Untersuchung der CP-Verletzung ist die Kaon-Pion-Identifikation am Annihilationsvertex gemeinsam, die gewährleistet, daß überhaupt goldene Ereignisse verarbeitet werden. Sie umfaßt die Bedingung, daß die primären Spuren mindestens einen Kaonkandidaten enthalten, der durch die PID-Tests des HWP2-Niveaus verifiziert wird. Vervollständigt wird diese Identifikation goldener Ereignisse durch kinematische Schnitte auf die fehlende (K^\pm, π^\mp)-Masse oder auf die Impulse der primären Kaonen und Pionen (siehe hierzu den p_K - p_π -Schnitt in Abschnitt (7.4)).

Die folgenden Triggerbedingungen lassen sich in zwei Kategorien einteilen. Unterschieden wird zwischen Ereignissen mit insgesamt vier oder zwei geladener Spuren.

Vier-Spur-Ereignisse beinhalten offenbar alle geladenen Zerfälle der neutralen Kaonen, also Zerfälle in $\pi^+\pi^-$, $\pi^+\pi^-\pi^0$ und $\pi\nu_l$. Da die CP-verletzende Interferenz in ihren Zerfallsraten aber

bei sehr unterschiedlichen Lebensdauern auftreten, muß an die sekundären Spuren eine zusätzliche Bedingung gestellt werden. Wird verlangt, daß die sekundären Spuren keine Hits in den Proportionalkammern haben, so werden Kaonzerfälle bei Lebensdauern $\geq 4-5 \tau_S$ angereichert, was ideal ist zum Studium der CP-Verletzung in $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfällen. Die Bedingung, die Hits in den Proportionalkammern erlaubt, reichert hingegen Kaonzerfälle bei kurzen Lebensdauern an, da dieser Lebensdauerbereich durch K_S^0 -Zerfälle dominiert wird. Dieser Trigger ist offenbar zur Untersuchung der Zerfälle $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ und $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi e \nu_e$ am besten geeignet.

Zwei-Spur-Ereignisse sind charakterisiert durch K_L^0 -Zerfälle außerhalb des CP-LEAR-Detektors und neutrale $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfälle, also in die Endzustände $\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\pi^0$ und $\gamma\gamma$. Hiervon lassen sich die unbeobachteten K_L^0 -Zerfälle leicht dadurch diskriminieren, indem eine Aktivität im elektromagnetischen Kalorimeter verlangt wird, die nicht mit den primären Spuren korreliert ist. Die Bedingung des HWP2.5-Niveaus dient dann dazu, den Kanal $\pi^0\pi^0$ anzureichern, und zwar indem eine geeignete Schauer-Multiplizität verlangt wird. Der Versuch CP-Verletzung im $\pi^0\pi^0\pi^0$ und $\gamma\gamma$ Kanal nachzuweisen, ist aus Gründen der Detektorakzeptanz und der kleinen Verzweigungsverhältnisse aussichtslos.

Nachdem ein Ereignis akzeptiert worden ist, werden alle Informationen der Detektor-Auslese und des Triggers auf herkömmlichen Datenträgern gespeichert, was üblicherweise mit einer Rate von mehreren hundert Ereignissen pro Sekunde geschieht. Dieses ist der Hauptdatenstrom des CP-LEAR-Experiments.

Ein weiterer Datenstrom ist der ϵ'/ϵ -Messung gewidmet. Das CP-LEAR-Experiment benötigt zur Bestimmung von ϵ'/ϵ aus den integralen Asymmetrien etwa 10^9 goldene Ereignisse in den $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallskanälen $\pi^+\pi^-$ und $\pi^0\pi^0$. Um diese hohe Ereignis-Statistik erzielen zu können, welche durch die Datenaufzeichnungsgeschwindigkeit und die verfügbare Offline-Rechenzeit limitiert wird, werden einzig ausgewählte HWP-Informationen aufgezeichnet. Dadurch wird bei einer Ereignisgröße von ca. 1 KByte eine Ereignisrate von 1000-2000 pro Sekunde verarbeitbar.

Kapitel 5

Messung der K_S^0 - K_L^0 -Interferenz im $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfall durch das CP-LEAR Experiment

Seit 1990 hat die CP-LEAR Kollaboration einige hunderttausend $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfälle im Interferenzbereich von K_S^0 und K_L^0 gesammelt. Diese ermöglichte erstmals eine CP-verletzende Ratendifferenz von anfänglichen K^0 und \bar{K}^0 Zuständen zur Bestimmung der Parameter $|\eta_{+-}|$ und ϕ_{+-} zu verwenden [63]. Zuvor war es einzig möglich gewesen, die Ratendifferenz aufzeigen [83], aber erhebliche systematische Fehler vereitelten die CP-verletzenden Parameter zu extrahieren.

Die Triggerbedingung zur Anreicherung des $\pi^+\pi^-$ -Endzustandes wurde in den wesentlichen Zügen bereits im vorigen Abschnitt vorgestellt. Allerdings standen zu Beginn des CP-LEAR-Experiments die Trigger-Entscheidungen des HWP2-Niveaus und die Kinematikprozessoren nicht zur Verfügung. Der Trigger stellte daher lediglich die folgenden Bedingungen¹:

- Genau zwei primäre Spuren.
- Mindestens eine primäre Spur mit der Signatur $S\bar{C}S$ (Kaonkandidat).
- Transversaler Impuls des Kaonkandidaten ≥ 350 MeV/c (p_T -Schnitt).
- Genau zwei sekundäre Spuren ohne Hits in den Proportionalkammern.

Offensichtlich reichert diese Trigger-Bedingung langlebige ($t > 4\tau_S$) neutrale Kaonen an, die in die geladenen Endzustände $\pi^+\pi^-$, $\pi^+\pi^-\pi^0$ und $\pi l \nu_l$ zerfallen. Ein typisches $\pi^+\pi^-$ -Ereignis zeigt Abb. (4.3).

Die derart gesammelten Ereignisse wurden dann einer Reihe von Standardprozeduren unterworfen, wie Spurrekonstruktions-Algorithmen, Spurfits und Vertexfits. Plausibilitäts-Schnitte, z.B. auf die Anzahl der gefeuerten Drähte in den PC's und DC's oder das dE/dx -Signal des Kaonkandidaten im Szintillator S_1 , halfen die Datenqualität weiter zu verbessern.

Die eigentliche Separation von $\pi^+\pi^-$ -Zerfällen von Dreikörper-Zerfällen bediente sich einer Reihe von kinematischen und geometrischen χ^2 -Fits mit Nebenbedingungen (solche Fits werden ausführlich in Kapitel (6.5) vorgestellt). Die Nebenbedingungen umfassen:

- Die Summe der Energien aller Teilchen ist gleich der zweifachen Proton-Masse.
- Die Summe der Dreierimpulse aller Teilchen ist Null.

¹Die gruppeninterne Bezeichnung des Triggers ist '433' bzw. '423'.

- Die fehlende Masse am primären Vertex ist gleich der K^0 -Masse.
- Die Flugrichtung des neutralen Kaons, bestimmt separat am primären und sekundären Vertex, ist parallel zur Geraden, die beide Vertizes verbindet.

Dieses sind maximal neun Nebenbedingungen (9c-Fit) [84]. Ein Schnitt auf die χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung ermöglicht dann, zwischen dem gesuchten Kanal und Dreikörper-Zerfällen zu unterscheiden.

Die so gewonnenen Ereignisse können bereits verwendet werden, um separat K^0 oder \bar{K}^0 Zerfallsraten zu bilden. Zuvor werden die Raten aber noch auf die relative K^+ und K^- Rate normiert. Denn auf Grund der unterschiedlichen starken Wechselwirkung von K^+ und K^- in den PID's werden, insbesondere bei der S-C-S Triggerbedingung, nicht die gleiche Anzahl von Kaonen beider Ladungszustände aufgezeichnet. Abb. (5.1) zeigt die \bar{K}^0 und K^0 Impulsspektren und ihr Verhältnis für $\pi^+\pi^-$ Zerfälle bei kurzen $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauern ($t < 4\tau_S$), bei denen die CP-verletzende Interferenz vernachlässigbar klein ist. Solche Ereignisse werden mit derselben Triggerbedingung, mit Ausnahme der Proportionalkammer-Bedingung für die sekundären Spuren, aufgezeichnet. Innerhalb des statistischen Fehlers sind keine impulsabhängigen Variationen des \bar{K}^0 - K^0 -Verhältnisses ersichtlich. Die $\pi^+\pi^-$ -Raten lassen sich also impulsunabhängig mit dem K^0 - \bar{K}^0 -Verhältnis 1.12 normieren.

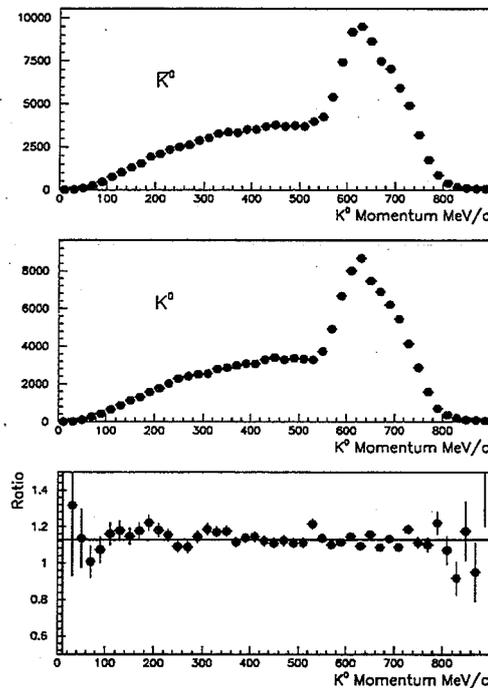


Abbildung 5.1: Gemessene \bar{K}^0 und K^0 Impulsspektren und ihr Verhältnis in $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Zerfällen

In Abb. (5.2) ist die Summe der $\pi^+\pi^-$ -Raten nach der Normierung wiedergegeben, bei der zusätzlich eine geometrische Akzeptanzkorrektur vorgenommen wurde. Sie ist in der Abbildung gepunktet eingezeichnet. Bei kurzen Lebensdauern dominiert deutlich der K_S^0 -Zerfall, aus dem eine K_S^0 -Lebensdauer von $0.98\tau_S$ abgeleitet werden kann (mit dem τ_S -Wert aus [8]). Der Fehler durch die Lebensdauer-Auflösung ist hierbei vernachlässigbar klein, da sie etwa $0.1\tau_S$ beträgt. Bei Lebensdauern $> 10\tau_S$ erkennt man, daß der Dreikörper-Untergrund nachwievor dominiert. Er ist

etwa doppelt so groß wie der CP-Verletzende $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Zerfall, der in der Abb. (5.2) gestrichelt eingezeichnet ist. Monte Carlo Studien zeigen, daß es sich hierbei vor allem um $K_L^0 \rightarrow \pi\mu\nu_\mu$ Zerfälle handelt.

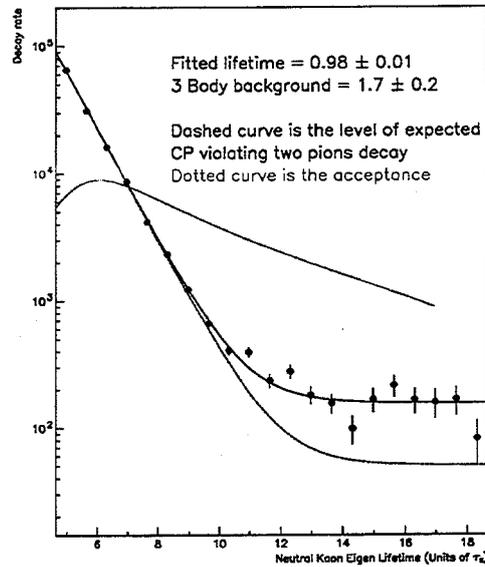


Abbildung 5.2: Gemessene totale $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Rate

Der Untergrund hat keine nachteiligen Auswirkungen auf die Beobachtung der K_S^0 - K_L^0 -Interferenz. Abb. (5.3) zeigt die Asymmetrie $A_{+-}(t)$, zu deren Erstellung die Raten keine geometrische Akzeptanzkorrektur benötigen!

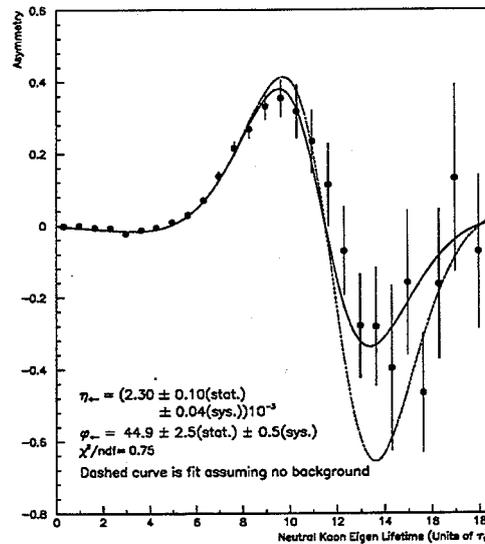


Abbildung 5.3: Gemessene Asymmetrie $A_{+-}(t)$

Die Anpassung der Asymmetrie $A_{+-}(t) = 2\text{Re}(\epsilon) - F_{+-}(t)$ mit Gleichung (1.132) für $F_{+-}(t)$ unter Einbeziehung einer einfachen Untergrund-Parametrisierung ergibt $|\eta_{+-}| = 2.30 \pm 0.10$ und $\phi_{+-} = (44.9 \pm 2.5)^\circ$. Hierzu wurden Δm , τ_S und $\text{Re}(\epsilon)$ [8] entnommen. Die aufgeführten Feh-

ler sind rein statistisch. Die Anpassung ohne Berücksichtigung des Untergrundes ergibt Werte, die sich nur unwesentlich von den angegebenen unterscheiden. Die Insensibilität der Ergebnisse auf den verbleibenden Dreikörper-Untergrund beruht offenbar auf der sehr viel höheren Ereignis-Statistik bei den mittleren Kaon-Lebensdauern von 5 bis $10 \tau_S$ als bei Lebensdauern oberhalb von $10 \tau_S$.

Der angegebene statistische Fehler beinhaltet den Fehler aus der $K^0\text{-}\bar{K}^0$ -Normierung, da dieser einzig von der Ereignis-Statistik bei kleinen Lebensdauern abhängig ist.

Die eigentlichen systematischen Fehler sind gering. Der Fehler der Untergrundparametrisierung beträgt 0.01×10^{-3} für $|\eta_{+-}|$ und 0.04° für ϕ_{+-} , derjenige für die Regeneration 0.04×10^{-3} für $|\eta_{+-}|$ und 0.5° für ϕ_{+-} . Die Unsicherheit des benutzten Δm -Werts ergibt für ϕ_{+-} einen systematischen Fehler von 0.8° . Dieser Fehler kann in Zukunft durch die $A_{\Delta m}(t)$ -Messung signifikant reduziert werden.

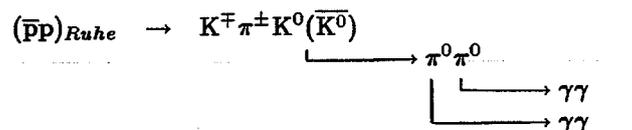
Kapitel 6

Methoden zur Rekonstruktion des neutralen Zerfallsvertex

$$K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$$

6.1 Grundsätzliche Anmerkungen zum neutralen Zerfallsvertex

Die Bildung der Asymmetrie $A_{00}(t)$ aus den zeitabhängigen K_S^0 und K_L^0 Zerfallsraten in den Endzustand $\pi^0 \pi^0$ ist eines der Hauptziele des CP-LEAR-Experiments. Der Zerfall ist Bestandteil der Kaskade



an deren Anfang die $\bar{p}p$ -Annihilation in goldene Ereignisse steht, und an deren Ende sich einzig das geladene Kaon, das geladene Pion und die vier Photonen dem Experimentator sichtbar zu erkennen geben, und zwar als Spuren in den Spurendetektoren und Schauer im elektromagnetischen Kalorimeter. Der eigentlich interessierende Ort des Zerfalls des neutralen Kaons, der natürlich identisch ist mit den π^0 -Zerfallsvertices, ist 'unsichtbar' und muß aus den detektierten Teilchen rekonstruiert werden.

Die Kenntnis des neutralen Vertex ist maßgeblich für die Lebensdauer-Bestimmung des neutralen Kaons. Im Schwerpunkt-System des neutralen Kaons lautet die Lebensdauer t^1 :

$$\frac{t}{\tau_S} = \left(\frac{cm_{K^0}}{p_{K^0}} \right) \frac{y}{2.675} \quad (6.1)$$

Hierbei wurde von dem Wert $c\tau_S = 2.675$ cm [8] Gebrauch gemacht. y ist die Zerfallslänge des neutralen Kaons, die räumliche Distanz des neutralen Vertex vom Annihilationsvertex, in Zentimeter. Der Lebensdauer $1 \tau_S$ entspricht also für ein Kaon des Impulses 498 MeV/c gerade die Zerfallslänge 2.675 cm.

Wir betrachten den Einfluß der experimentell stets endlichen Ortsauflösung der Rekonstruktion des neutralen Vertex, und somit Lebensdauer-Auflösung, auf die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsraten etwas näher, indem wir ein einfaches Modell für die Lebensdauer-Auflösung wählen. Die meßbaren zeitabhängigen Raten seien die theoretischen Raten $R_{00}(t)$ und $\overline{R}_{00}(t)$, vgl. (1.130) und (1.131), gefaltet mit

¹In dieser Gleichung benutzen wir ausnahmsweise nicht die Konvention $c = \hbar = 1$.

einer gaußförmigen 'Response'-Funktion, deren Breite σ die Lebensdauer-Auflösung widerspiegelt:

$$R_{00}(t; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-t'}{\sigma}\right)^2} R_{00}(t') \quad (6.2)$$

Das Faltungsintegral läßt sich analytisch lösen und ergibt [74]:

$$R_{00}(t; \sigma) = \frac{|A_S|^2}{1+Z} \{A(t) + 2|\eta_{00}|C(t) + |\eta_{00}|^2 B(t)\} \quad (6.3)$$

Mit:

$$A(t) = e^{-\Gamma_S t} e^{\frac{(\sigma\Gamma_S)^2}{2}} \xi_\sigma(t, \Gamma_S) \quad (6.4)$$

$$B(t) = e^{-\Gamma_L t} e^{\frac{(\sigma\Gamma_L)^2}{2}} \xi_\sigma(t, \Gamma_L) \quad (6.5)$$

$$C(t) = e^{-\bar{\Gamma}t} e^{\frac{\sigma^2}{2}(\bar{\Gamma}^2 - \Delta m^2)} |\xi_\sigma(t, \bar{\Gamma} - i\Delta m)| \times \cos(\Delta m t - \phi_{00} - \bar{\Gamma}\Delta m\sigma^2 \arg[\xi_\sigma(t, \bar{\Gamma} - i\Delta m)]) \quad (6.6)$$

Für $\overline{R_{00}}(t; \sigma)$ erhält man das analoge Resultat, wenn man das Vorzeichen vor Z und dem Interferenzterm $C(t)$ wechselt. Weiterhin wurde von den Definitionen der im allgemeinen komplexen Funktionen

$$\xi_\sigma(t, z) = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{t}{\sqrt{2}\sigma} - \frac{\sigma z}{\sqrt{2}}\right) \quad (6.7)$$

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_z^\infty dt e^{-t^2} \quad (6.8)$$

Gebrauch gemacht. Abb. (6.1) zeigt die Rate ($R_{00}(t; \sigma) + \overline{R_{00}}(t; \sigma)$) in Abhängigkeit verschiedener Lebensdauer-Auflösungen σ , sowohl auf linearer, als auch auf logarithmischer Skala (wir ignorieren für den Augenblick die CP-Verletzung). Deutlich zu erkennen ist gleichsam ein 'Abschmelzen' der Lebensdauer-Verteilung bei $t = 0$ zu negativen und positiven Lebensdauern, und zwar in starker Abhängigkeit von der Lebensdauer-Auflösung. Für genügend große Zeiten zeigt die logarithmische Auftragung den gewohnten exponentiellen Abfall mit der Lebensdauer τ_S .

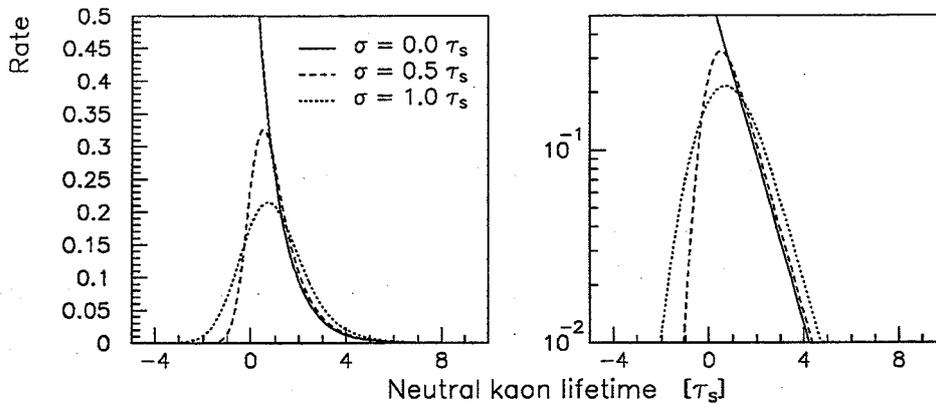


Abbildung 6.1: Rate ($R_{00}(t) + \overline{R_{00}}(t)$) unter dem Einfluß einer endlichen Lebensdauer-Auflösung

Die für die Untersuchung der CP-Verletzung wesentliche Asymmetrie $A_{00}(t)$ wird ebenfalls drastisch von der endlichen Lebensdauer-Auflösung beeinflusst. Für $\Delta m \cong \bar{\Gamma}$ und Zeiten $t \gg \sigma$

vereinfachen sich obige Gleichungen erheblich:

$$A(t) \cong e^{-\Gamma_S t} e^{-\frac{(\sigma \Gamma_S)^2}{2}} \quad (6.9)$$

$$B(t) \cong e^{-\Gamma_L t} \quad (6.10)$$

$$C(t) \cong e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t - \phi_{00} - \bar{\Gamma} \Delta m \sigma^2) \quad (6.11)$$

Damit nimmt der Interferenzterm $F_{00}(t; \sigma)$ in der Asymmetrie die folgende Gestalt an:

$$F_{00}(t; \sigma) \cong \frac{2|\eta_{00}| e^{-\bar{\Gamma} t} \cos(\Delta m t - \phi_{00} - \bar{\Gamma} \Delta m \sigma^2)}{e^{-\Gamma_S t} e^{-\frac{(\sigma \Gamma_S)^2}{2}} + |\eta_{00}|^2 e^{-\Gamma_L t}} \quad (6.12)$$

Man erkennt also zwei Konsequenzen einer endlichen Lebensdauer-Auflösung:

- Der Interferenzterm $F_{00}(t; \sigma)$ ist um den Faktor $e^{-\frac{(\sigma \Gamma_S)^2}{2}}$ gedämpft.
- Der Nulldurchgang des Interferenzterms ist um den Wert $\bar{\Gamma} \Delta m \sigma^2$ verschoben.

In Abb. (6.2) ist diese Tatsache anschaulich illustriert. Bedenkt man, daß die Amplitude und der Nulldurchgang des Interferenzterms stark mit den CP-verletzenden Parametern $|\eta_{00}|$ und ϕ_{00} korreliert sind, so erschließt sich daraus die Bedeutung, mit der experimentell die Lebensdauer-Auflösung bekannt sein muß. Erschwerend kommt hinzu, daß die Response-Funktion im allgemeinen nicht gaußförmig ist.

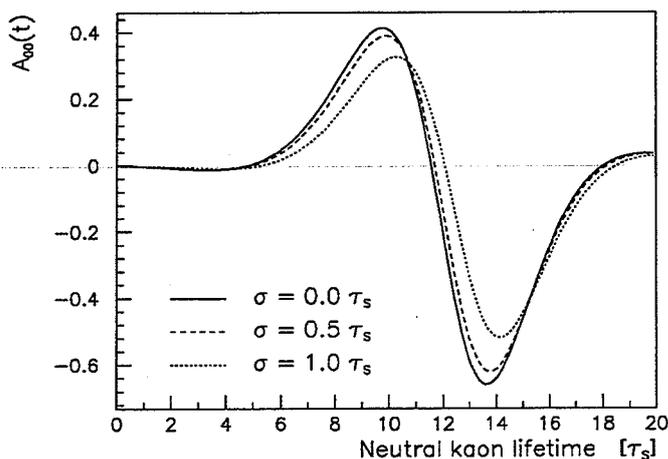


Abbildung 6.2: Asymmetrie $A_{00}(t)$ unter dem Einfluß einer endlichen Lebensdauer-Auflösung

6.2 Observable des CP-LEAR-Detektors und die Freiheitsgrade des neutralen Vertex Rekonstruktionsproblems

Für das weitere Vorgehen ist eine genauere Spezifikation des Rekonstruktionsproblems des neutralen Vertex nützlich. Angestrebt wird die vollständige kinematische und räumliche Beschreibung der Kaskade, wie sie zu Beginn des Kapitels angegeben wurde, d.h. es sollen sämtliche Vierer-Impulse der beteiligten Teilchen und alle Vertexkoordinaten bestimmt werden. Dazu stehen zahlreiche Detektor-Meßgrößen zur Verfügung, die an dieser Stelle abgezählt werden sollen. Hierunter seien im Folgenden aber nicht die fundamentalen Meßgrößen, wie z.B. gefeuerte Drähte in den

Variable	Bedeutung
m_p	p-Masse
m_K	K^+ (K^-)-Masse
m_π	π^+ (π^-)-Masse
m_{K^0}	K^0 (\bar{K}^0)-Masse
m_{π^0}	π^0 -Masse
(E_K, \vec{p}_K)	K^+ (K^-)-Vierer-Impuls
(E_π, \vec{p}_π)	π^+ (π^-)-Vierer-Impuls
(E_{K^0}, \vec{p}_{K^0})	K^0 (\bar{K}^0)-Vierer-Impuls
$(E_{\pi^0}, \vec{p}_{\pi^0})$	π^0 -Vierer-Impuls
$(E_i, \vec{p}_i), i = 1, \dots, 4$	Photon-Vierer-Impuls
\vec{a}	Annihilationsvertex
\vec{d}	K_S^0 (K_L^0)-Zerfallsvertex
y	K_S^0 (K_L^0)-Zerfallslänge
$\vec{x}_i, i = 1, \dots, 4$	Photon-Schauerfuß
$\vec{n}_i, i = 1, \dots, 4$	Photon-Schauerrichtung
$t_i, i = 1, \dots, 4$	Photon-Konversionslänge

Tabelle 6.1: Einige Variablen-Definitionen

Spurendetektoren, sondern bereits rekonstruierte Größen, wie z.B. Impulse, zu verstehen. In Tab. (6.1) sind einige Variablen-Definitionen zusammengestellt, die des öfteren verwendet werden. Die Detektor-Meßgrößen sind im einzelnen:

- Teilchenidentitäten, d.h. sämtliche Teilchenmassen können als bekannt vorausgesetzt werden.
- Dreier-Impulse der geladenen Teilchen
- Annihilationsvertex
- Parametrisierung der Photonen-Schauer, die gleichbedeutend mit der Kenntnis der Photon-Energien, der Photon-Schauerfuß-Koordinaten und der Photon-Schauerrichtungen ist.

Die Observablen sollen benutzt werden, um das Rekonstruktionsproblem zu lösen. Hierzu muß man sich zunächst verdeutlichen, aus wieviel freien Parametern sich das Rekonstruktionsproblem zusammensetzt, denn wir werden im Folgenden beispielsweise unvollständigen neutralen K_S^0 (K_L^0)-Zerfallenzuständen begegnen, die sich nicht rekonstruieren lassen, da zu wenig Meßwerte zur Verfügung stehen.

Zweckmäßigerweise gliedern wir das Rekonstruktionsproblem formal in zwei Teile, indem wir den Annihilationsvertex und den eigentlichen neutralen Vertex separat betrachten.

Annihilationsvertex:

Hierunter verstehen wir die Produktion goldener Ereignisse:

$$(\bar{p}p)_{Ruhe} \rightarrow K^\mp \pi^\pm K^0(\bar{K}^0)$$

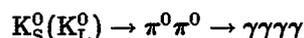
Die Freiheitsgrade dieser Reaktion werden durch insgesamt 20 Vierer-Impuls-Komponenten der 5 Teilchen zuzüglich der 3 Vertexkoordinaten, aber abzüglich der 4 Energie-Impuls-Satz-Bedingungen am Vertex, festgelegt. Man erhält also 19 Freiheitsgrade, welche durch die Meßwerte festgelegt werden müssen:

Meßwert	Anzahl
p-Vierer-Impuls	4
\bar{p} -Vierer-Impuls	4
$K^+(K^-)$ -Vierer-Impuls	4
$\pi^+(\pi^-)$ -Vierer-Impuls	4
$K^0(K^0)$ -Masse	1
Annihilationsvertex	3
Total	20

Dieses sind 20 Meßwerte. Das Rekonstruktionsproblem des Annihilationsvertex ist folglich einfach überbestimmt und somit natürlich lösbar.

Neutraler Vertex:

An dieser Stelle betrachten wir die neutrale Zerfallskaskade:



Dabei sei jetzt vorausgesetzt, daß der Annihilationsvertex bereits rekonstruiert ist. Der $K_S^0(K_L^0)$ -Impuls und zwei Koordinaten des neutralen Vertex sind also bekannt, nicht aber die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge.

Die Anzahl der Freiheitsgrade ergibt sich in Analogie zur Abzählung am Annihilationsvertex aus der Anzahl der Teilchen (= 7), der Anzahl Vertizes (= 3) und der Bedingungen aus dem Energie-Impuls-Satz (= 12). Es ergeben sich dann 25 Freiheitsgrade. Die Meßwerte sind:

Meßwert	Anzahl
$K_S^0(K_L^0)$ -Vierer-Impuls	4
$K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsvertex	2
π_i^0 -Masse, $i = 1, 2$	2
π_i^0 -Zerfallsvertex, $i = 1, 2$	6
γ_i -Masse, $i = 1, \dots, 4$	4
γ_i -Energie, $i = 1, \dots, 4$	4
γ_i -Schauerfuß, $i = 1, \dots, 4$	8
γ_i -Schauerrichtung, $i = 1, \dots, 4$	8
Total	38

Man beachte hierbei, daß von den drei Koordinaten (r, φ, z) eines Photon-Schauerfußes der Radius irrelevant ist und daher in der Aufzählung der Meßwerte nicht auftritt. Das Rekonstruktionsproblem ist im idealen Fall, wenn sämtliche Meßwerte verwendet werden, 13-fach überbestimmt. Es sind aber zahlreiche andere Situationen denkbar, in denen man nicht alle verfügbaren

Schauer-Fuß (φ_i, z_i), $i = 1, \dots, 4$	Schauerrichtung (Θ_i, ϕ_i), $i = 1, \dots, 4$	Photon-Energie E_i , $i = 1, \dots, 4$	Grad der Überbestimmtheit
(++)(++)(++)(++)	(++)(++)(++)(++)	(+)(+)(+)(+)	13
(++)(++)(++)(++)	(++)(++)(++)(++)	(-)(-)(-)(-)	9
(++)(++)(++)(++)	(--)(--)(--)(--)	(+)(+)(+)(+)	5
(++)(++)(++)(++)	(--)(--)(--)(--)	(-)(-)(-)(-)	1
(++)(++)(++)(+-)	(--)(--)(--)(--)	(+)(+)(+)(+)	4
(++)(++)(++)(+-)	(--)(--)(--)(--)	(-)(-)(-)(-)	0
(++)(++)(++)(--)	(--)(--)(--)(--)	(+)(+)(+)(-)	2
(++)(++)(++)(--)	(--)(--)(--)(--)	(-)(-)(-)(-)	-1
(++)(++)(--)(--)	(--)(--)(--)(--)	(+)(+)(+)(+)	-1

Tabelle 6.2: Grad der Überbestimmtheit des Rekonstruktionsproblems des neutralen Vertex $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$

Meßwerte verwendet oder sie schlichtweg nicht vorliegen, z.B. wenn ein Photon undetektiert bleibt oder ein Photon-Schauer auf Grund einer Strip-Ineffizienz keine z -Koordinate besitzt. In allen solchen Fällen reduziert sich der Grad der Überbestimmtheit des Rekonstruktionsproblems. In Tab. (6.2) sind beispielhaft einige dieser Fälle aufgeführt, wie sie auch in der Praxis auftreten. Zusätzlich sind Situationen aufgeführt, die sich nicht rekonstruieren lassen (negative Grade in der Tabelle).

In den bisherigen Ausführungen wurde bisher nicht auf das Problem der Zuordnung der Photonen zu den intermediären π^0 's eingegangen. Statt dessen nahmen wir stets an, daß die Zuordnung eindeutig sei. Die Unkenntnis der wahren π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung erhöht die Anzahl der Freiheitsgrade des Rekonstruktionsproblems um Eins. In Tabelle (6.2) benötigt man also stets eine einfache Überbestimmtheit zur Vertex-Rekonstruktion! Der Überbestimmtheitsgrad Null in der Tabelle würde bedeuten, daß man zu jeder der drei möglichen π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen einen $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsvertex berechnen könnte, ohne entscheiden zu können, welcher Vertex der Wahre ist.

Es ist noch auf eine weitere Fehlinterpretation des Abzählens der Observablen hinzuweisen. Man kann nicht auf alle Schauerfuß-Koordinaten als Observablen verzichten, auch wenn der Grad der Überbestimmtheit des Rekonstruktionsproblems größer oder gleich Eins bleibt. In einem solchen Fall wäre die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge nämlich völlig unbestimmt.

Mit der separaten Erörterung des Annihilationsvertex $(\bar{p}p)_{Ruhe} \rightarrow K^\mp \pi^\pm K^0(\bar{K}^0)$ und der neutralen Zerfallskaskade $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ ist das gesamte Rekonstruktionsproblem dargelegt. Relativ zur neutralen Kaskade erhöht sich der Grad der Überbestimmtheit des gesamten Rekonstruktionsproblems um Eins. Diese zusätzliche Überbestimmtheit kann aber nicht dazu dienen, die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge zu bestimmen. Sie hilft nur zur Berechnung der Kinematik am primären Vertex.

Ziel dieses Abschnitts war es, formal zu verdeutlichen, welche und wieviel Meßwerte notwendig sind, um das Rekonstruktionsproblem des neutralen Vertex vollständig zu lösen. Dabei wurde bewußt nicht auf Fälle eingegangen, in denen im Prinzip bereits sehr wenig Information genügt, um den $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsvertex zu bestimmen, ohne aber die Kinematik aller Teilchen zu rekonstruieren. Ein Beispiel hierzu wäre die Kenntnis des Annihilationsvertex, seiner Kinematik und der Schauerfuß-Koordinate und Schauerrichtung nur eines einzelnen Photons. Weiterhin wurden die betrachteten Observablen nicht hinsichtlich ihres Nutzen für die Rekonstruktion bewertet. Ihre

teilweise sehr unterschiedliche Meßgenauigkeit wird in den folgenden Abschnitten von Bedeutung sein.

6.3 Monte Carlo Simulation

In den folgenden Abschnitten werden wir eine Reihe von Rekonstruktionsmethoden des neutralen Vertex vorstellen und diskutieren, deren Eigenschaften im wesentlichen durch eine einfache kinematische und geometrische Monte Carlo Simulation von goldenen Ereignissen und $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfällen bestimmt werden. Dabei wird nicht Wert auf eine wirklichkeitsnahe Simulation des CP-LEAR-Detektors gelegt, sondern vielmehr auf die Möglichkeit, die einzelnen Auflösungen der Meßwerte von Hand modifizieren zu können. Dieses Vorgehen erlaubt explizit die verschiedenen Parameter-Abhängigkeiten der Rekonstruktionsmethoden zu ermitteln.

Der Simulation goldener Ereignisse liegt der Ereignis-Generator ANNGEN [86] zugrunde, welcher für diesen Zweck verschiedene $p\bar{p}$ -Annihilationskanäle unterscheidet:

$$(\bar{p}p)_{Ruhe} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{(direkt)} \\ K^\mp K^{*\pm} \\ K^0 \bar{K}^{*0} (\bar{K}^0 K^{*0}) \\ \pi^\pm a_0^\mp (980) \\ \pi^\pm a_2^\mp (1320) \end{array} \right\} \rightarrow K^\mp \pi^\pm K^0 (\bar{K}^0) \quad (6.13)$$

Sie treten im Verhältnis 0.33 : 0.19 : 0.31 : 0.05 : 0.12 auf. Für den Zerfall des neutralen Kaons werden K_S^0 -Zerfälle mit der typischen K_S^0 -Lebensdauer in den Kanal $\pi^0\pi^0$ generiert. Zudem werden die $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ Zerfälle simuliert.

Nachdem der Annihilationsvertex zufällig im Detektorzentrum mit der gaußförmigen Verschmierung $\sigma_{a_x} = \sigma_{a_y} = 1.0$ cm und $\sigma_{a_z} = 3.0$ cm festgelegt ist, werden die primären geladenen Teilchen unter dem Einfluß des Magnetfeldes zum Szintillator S_1 propagiert und die Photonen zum Innenradius des Kalorimeters. Somit liegen bereits sämtliche wahren Werte der Meßwerte vor, wie sie in Abschnitt (6.2) eingeführt worden sind, und zusätzlich können einige plausible Bedingungen an die Ereignisse gestellt werden:

- K^\pm und π^\mp treffen beide den Szintillationszähler S_1 .
- K^\pm und π^\mp treffen nicht denselben Szintillationszähler S_1 .
- Der transversale Impuls von K^\pm ist ≥ 300 MeV/c.
- Alle Photonen treffen das Kalorimeter.
- Alle Photonen haben im Kalorimeter einen Abstand von mindestens 15.0 cm.
- Alle Photonen besitzen eine Energie von mindestens 50 MeV.

Dieses sind die ungefähren Akzeptanzbedingungen, die vom CP-LEAR-Detektor an die geladenen Teilchen und an vier sich nicht überlappende Photonen gestellt werden.

Anschließend werden die drei Annihilationsvertex-Koordinaten, die drei Impuls-Koordinaten des geladenen Kaons und des geladenen Pions und die Photon-Schauerfuß-Koordinaten φ_i und z_i gaußförmig verschmiert, um die Detektormesswerte und ihre Kovarianzen zu simulieren. Sämtliche Meßwerte werden hierbei unkorreliert erzeugt. Die Simulation der Photon-Energie-Messwerte geschieht auf folgende Weise: für jedes Photon mit einer Energie E_{true} oberhalb der 50 MeV Schwelle wird die aktuelle Energieauflösung σ_E aus (4.1) berechnet und ein Energiemeßwert gemäß einer gaußförmigen Wahrscheinlichkeits-Verteilung des Mittelwerts E_{true} und der Standardabweichung σ_E gewürfelt. Fällt der generierte Energiemeßwert dabei unterhalb die Energieschwelle, so wird das Verfahren wiederholt. Dieses Vorgehen erzeugt eine asymmetrische Energiemeßwert-Verteilung um

den Wert E_{true} . Als 'Standardwerte' der Verschmierung der wahren Monte Carlo Werte bezeichnen wir im Folgenden die Auflösungen:

$$\begin{aligned}\sigma_{a_x} &= 0.3 \text{ cm} \\ \sigma_{a_y} &= 0.3 \text{ cm} \\ \sigma_{a_z} &= 1.0 \text{ cm} \\ \sigma_{p_x}/p_x &= 5.0 \% \\ \sigma_{p_y}/p_y &= 5.0 \% \\ \sigma_{p_z}/p_z &= 5.0 \% \\ \sigma_{r\varphi} &= 0.3 \text{ cm} \\ \sigma_z &= 0.5 \text{ cm} \\ \sigma_{red} &= 0.20 / \sqrt{E(\text{GeV})}\end{aligned}$$

Dabei ist es ausreichend, daß diese Werte nur approximativ die wahren Detektor-Auflösungen wiedergeben, da wir zunächst nur an den generellen Eigenschaften der Vertex-Rekonstruktionsmethoden interessiert sind.

6.4 Zerfallslängenvariations-Methode

Aus der Beschreibung des elektromagnetischen Kalorimeters in Abschnitt (4) geht hervor, daß die Photon-Schauerfuß-Auflösung um Größenordnungen besser ist als die Photon-Energie- oder Photon-Schauerrichtungs-Auflösung, was im wesentlichen durch die kleinen geometrischen Abmessungen des Ministreamer-Röhren und der Kathodenstrips, sowie der kleinen Schauer-Hitmultiplizitäten bedingt ist. Es liegt also nahe, zunächst nur diese 'beste' Photon-Observable und die Spurparameter (Annihilationsvertex und Impulse) für die $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfallsvertex-Rekonstruktion zu verwenden. Die Abzählung der Freiheitsgrade und Observablen im vorigen Abschnitt, vgl. Tab. (6.2), hat gezeigt, daß dieses Rekonstruktionsproblem lösbar ist.

An dieser Stelle sei noch angemerkt, daß dieses in Design-Studien eines der Eigenschaften des elektromagnetischen Kalorimeters gewesen ist, nämlich mit sehr guter Schauerfuß-Auflösung, aber mäßiger Energie-Auflösung, den neutralen Vertex akzeptabel zu rekonstruieren, die zu seiner Wahl als elektromagnetisches Kalorimeter des CP-LEAR-Detektors geführt hatte.

Ausgangspunkt des hier beschriebenen Verfahrens, das wir im weiteren als Zerfallslängenvariations-Methode bezeichnen werden, ist die Formulierung des Energie-Impuls-Satzes am $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfallsvertex:

$$E_{K^0} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \quad (6.14)$$

$$\vec{p}_{K^0} = E_1\vec{v}_1 + E_2\vec{v}_2 + E_3\vec{v}_3 + E_4\vec{v}_4 \quad (6.15)$$

Hierbei sind Energie und Impuls des neutralen Kaons durch

$$E_{K^0} = \sqrt{\vec{p}_{K^0}^2 + m_{K^0}^2} \quad (6.16)$$

und

$$\vec{p}_{K^0} = -(\vec{p}_K + \vec{p}_\pi) \quad (6.17)$$

festgelegt, und \vec{v}_i ist der Einheitsvektor in Bewegungsrichtung des Photons γ_i :

$$\vec{v}_i = \frac{1}{E_i} \vec{p}_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (6.18)$$

Die Vektoren (6.18), die eigentlich den gemessenen Photon-Schauerrichtungen \vec{n}_i entsprechen, werden explizit durch den Annihilationsvertex, den $K_S^0(K_L^0)$ -Impuls und die Photon-Schauerfüße ausgedrückt:

$$v_i = \frac{\vec{x}_i - \vec{a} - y\vec{e}_0}{|\vec{x}_i - \vec{a} - y\vec{e}_0|} \quad (6.19)$$

Mit:

$$\vec{e}_0 = \frac{\vec{p}_{K^0}}{|\vec{p}_{K^0}|} \quad (6.20)$$

Betrachten wir jetzt die vier Gleichungen des Energie-Impuls-Satzes: sie stellen für jeden festen Wert der Zerfallslänge y ein lineares Gleichungssystem für die Photon-Energien dar. Als Lösung findet man (unter Benutzung der bekannten Cramerschen Regel und des Laplaceschen Entwicklungssatzes) [85]

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{V_{1234}} \{E_{K^0} v_{234} + \vec{p}_{K^0} \cdot \vec{u}_{234}\} \\ E_2 &= \frac{1}{V_{1234}} \{E_{K^0} v_{134} + \vec{p}_{K^0} \cdot \vec{u}_{134}\} \\ E_3 &= \frac{1}{V_{1234}} \{E_{K^0} v_{124} + \vec{p}_{K^0} \cdot \vec{u}_{124}\} \\ E_4 &= \frac{1}{V_{1234}} \{E_{K^0} v_{123} + \vec{p}_{K^0} \cdot \vec{u}_{123}\} \end{aligned} \quad (6.21)$$

mit den Definitionen für die vollständig antisymmetrischen Ausdrücke unter Austausch zweier Indizes:

$$\vec{v}_{ij} = \vec{v}_i \times \vec{v}_j \quad (6.22)$$

$$v_{ijk} = \vec{v}_i \cdot \vec{v}_{jk} \quad (6.23)$$

$$\vec{u}_{ijk} = -\vec{v}_{ij} + \vec{v}_{ik} - \vec{v}_{jk} \quad (6.24)$$

$$V_{ijkl} = -v_{ijk} + v_{jkl} - v_{kli} + v_{lij} \quad (6.25)$$

Die so ermittelten Energien können nun verwendet werden, um die $\gamma\gamma$ invarianten Massen

$$m_{ij}^2 = 2E_i E_j (1 - \vec{v}_i \cdot \vec{v}_j) \quad (6.26)$$

jeweils zweier Photonen zu berechnen, die nachwievor Funktionen der unbekanntem Zerfallslänge sind. Damit hat man ein Kalkül zur Hand die Zerfallslänge zu bestimmen, indem man die folgende Norm in Abhängigkeit der Zerfallslänge minimiert:

$$\mathcal{N}(y) = \min (\mathcal{N}_{(12)(34)}(y), \mathcal{N}_{(13)(24)}(y), \mathcal{N}_{(14)(23)}(y)) \quad (6.27)$$

Mit:

$$\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y) = (m_{ij} - m_{\pi^0})^2 + (m_{kl} - m_{\pi^0})^2 \quad (6.28)$$

Als Lösung dieser Minimierung erhält man dann π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen und eine $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge, welche die π^0 -Massen möglichst gut reproduzieren, bei Festhalten des Annihilationsvertex, der Spurimpulse und der Photon-Schauerfüße. Der neutrale Vertex errechnet sich schließlich aus:

$$\vec{d} = \vec{a} + y\vec{e}_0 \quad (6.29)$$

Diese formale Methode wurde in einen einfachen Algorithmus umgesetzt. Die Zerfallslänge y wird mit einer Schrittweite von $\Delta y = 0.5$ cm auf einem Intervall $[y_{min}, y_{max}] = [-50 \text{ cm}, 100 \text{ cm}]$ variiert, wobei für jede π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung die Zerfallslänge $y_{(ij)(kl)}$ ermittelt wird, für die $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}$ minimal wird. Hierzu werden aber nur diejenigen y zugelassen, für welche die nach Gleichung

(6.21) berechneten Photon-Energien positive Werte annehmen. Diese y -Werte bilden in der Regel ein Subintervall $[\bar{y}_{min}, \bar{y}_{max}]$ von $[y_{min}, y_{max}]$. Der Grund für die schrittweise Variation von y um Δy ist das Bestreben, einerseits das Intervall positiver Photon-Energien aufzufinden, andererseits auch wirklich ein globales Minimum auf $[\bar{y}_{min}, \bar{y}_{max}]$ zu lokalisieren. Der weitere Fortgang des Algorithmus besteht dann darin, um jeden gefundenen Wert $y_{(ij)(kl)}$ ein 1 cm breites Subintervall zu legen, auf dem mit der verfeinerten Schrittweite von 0.1 cm das Minimum von $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}$ genauer bestimmt wird. Anschließend werden dann $\mathcal{N}_{(12)(34)}$, $\mathcal{N}_{(13)(24)}$ und $\mathcal{N}_{(14)(23)}$ miteinander verglichen und sich für eine Lösung gemäß Gleichung (6.28) entschieden.

Dieser Algorithmus läßt sich bereits anwenden, um die unbekannte $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge zu bestimmen. Man kann aber zunächst die Auflösung des $K_S^0(K_L^0)$ -Impulses, der maßgeblich in die Zerfallslängenvariations-Methode eingeht, wesentlich verbessern, indem man von der einfachen Überbestimmtheit des Rekonstruktionsproblems am Annihilationsvertex Gebrauch macht und einen 1c-Fit (zur Theorie dieser Fits siehe Abschnitt (6.5)) formuliert, der die Gleichheit der fehlenden Masse am Annihilationsvertex mit der K^0 -Masse verlangt. Ergebnisse des 1c-Fits zeigt Abb. (6.3) für die Monte Carlo Standardauflösungen des Abschnitts (6.3). Deutlich ersichtlich ist eine erhebliche Verbesserung der Auflösung des Betrages des $K_S^0(K_L^0)$ -Impulses. Die Bewegungsrichtungsauflösung verbessert sich allerdings nur geringfügig.

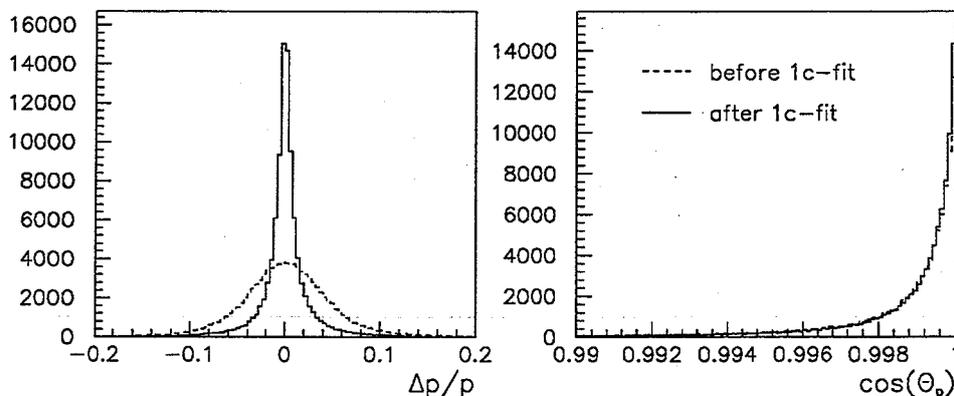


Abbildung 6.3: $K_S^0(K_L^0)$ -Impuls- und Bewegungsrichtungsauflösung vor und nach dem 1c-Fit in der Monte Carlo Simulation

Die Zerfallslängen-Auflösung der Zerfallslängenvariations-Methode ist in Abb. (6.4) wiedergegeben, und zwar für den Fall, daß der 1c-Fit für die Verbesserung der $K_S^0(K_L^0)$ -Impuls-Auflösung nicht angewendet bzw. angewendet wird. Die Zerfallslängen-Auflösung beträgt im ersten Fall 8.9 cm (FWHM) und 6.5 cm (FWHM) im Fall des 1c-Fits. Der Grund für die Angabe von FWHM-Werten (Full Width Half Maximum) besteht darin, daß die Zerfallslängen-Auflösung offensichtlich keine Gaußverteilung ist, sondern vielmehr einem Lorentz-Profil gleicht. In Abschnitt (6.8) werden wir explizit zeigen, daß die Lorentz-Verteilung tatsächlich eine gute approximative Beschreibung der Zerfallslängen-Auflösung (bzw. Lebensdauer-Auflösung) erlaubt. Anzumerken ist an dieser Stelle noch, daß die Zerfallslängenvariations-Methode für den Fall angewendet wird, daß die wahre $\pi^0\text{-}\gamma\gamma$ -Zuordnung bekannt ist. Das Verhalten der Methode unter der Permutation über alle Zuordnungen werden wir unten gesondert betrachten.

Die Lebensdauer-Auflösung beträgt $2.2 \tau_S$ (FWHM) und wird in Abb. (6.5) gezeigt. Ihre Verteilung besitzt eine ähnliche Gestalt, wie die in Abb. (6.4) gezeigte Zerfallslängen-Auflösung. Die rekonstruierte Lebensdauer-Verteilung ist ebenfalls in Abb. (6.5) wiedergegeben. Im Vergleich mit dem Modell einer gaußförmigen Lebensdauer-Auflösung des Abschnitts (6.1) sind deutlich mehr Ereignisse bei negativen oder großen Lebensdauern zu erkennen, die durch die Schwänze in der Lebensdauer-Auflösung bewirkt werden.

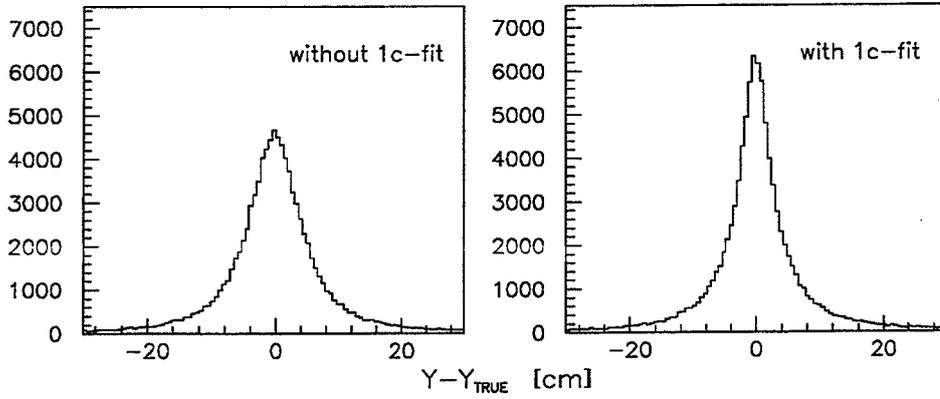


Abbildung 6.4: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung der Zerfallslängenvariations-Methode mit und ohne Verwendung des 1c-Fits in der Monte Carlo Simulation

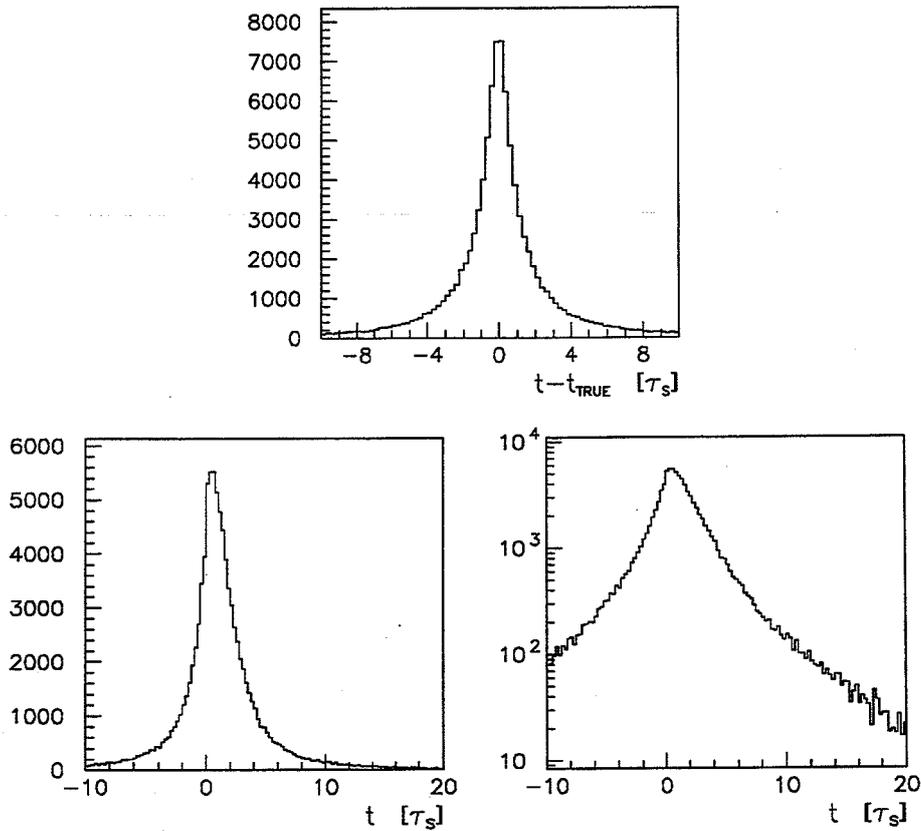


Abbildung 6.5: $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung und Lebensdauer-Verteilung der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation

Die Photon-Energie-Auflösung der Zerfallslängenvariations-Methode beträgt ungefähr $\sigma_{red} = 0.06/\sqrt{E(\text{GeV})}$ und ist damit wesentlich besser als die Energieauflösung des elektromagnetischen Kalorimeters. Beide Auflösungen zeigt Abb. (6.6).

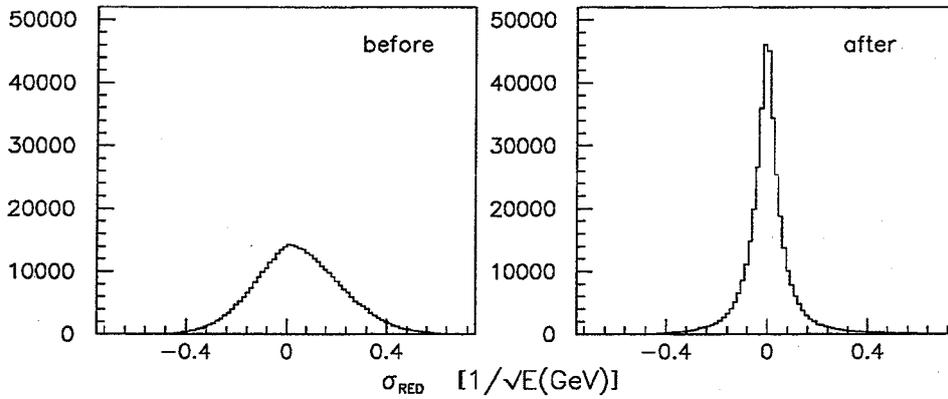


Abbildung 6.6: Photon-Energie-Auflösung des elektromagnetischen Kalorimeters und der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation

Die eigentliche Durchführung der Zerfallslängenvariations-Methode soll noch etwas detaillierter betrachtet werden. Der Algorithmus findet in 98.9 % aller Fälle eine Lösung, d.h. es wird ein Intervall $[\bar{y}_{min}, \bar{y}_{max}]$ positiver Photon-Energien aufgefunden, innerhalb dessen ein globales Minimum von $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ existiert. Die geringe Fehlerquote rechtfertigt somit den formulierten Algorithmus. In Abb. (6.8) ist die Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ exemplarisch für einige Ereignisse wiedergegeben, bei denen mindestens ein Minimum von $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ existiert. Für den Augenblick mögen uns nur die durchgezogenen Linien interessieren, welche den wahren π^0 - γ -Zuordnungen entsprechen. Hierbei ist deutlich die Existenz eines globalen Minimums von $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ auf einem Intervall $[\bar{y}_{min}, \bar{y}_{max}]$ zu erkennen. Bild (5) in Abb. (6.8) zeigt die Besonderheit zweier lokaler Minima, welche in 15.1 % aller rekonstruierten Ereignisse auftreten. Ihren Einfluß auf die Bestimmung der Zerfallslänge zeigt Abb. (6.7). Offenbar tragen Ereignisse mit zwei Minima vermehrt zu den Schwänzen in der Zerfallslängen-Auflösung bei. Ihr kleiner Anteil an allen Ereignissen kann aber das Auftreten der Schwänze nicht generell erklären.

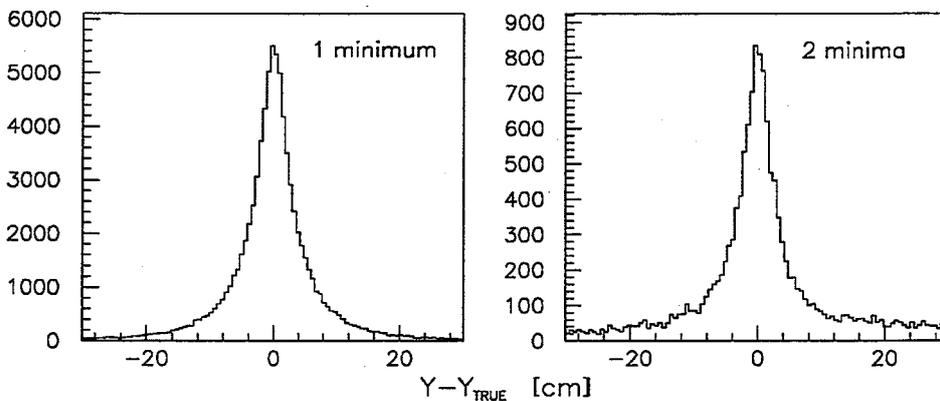


Abbildung 6.7: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung der Zerfallslängenvariations-Methode für ein und zwei Minima der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ in der Monte Carlo Simulation

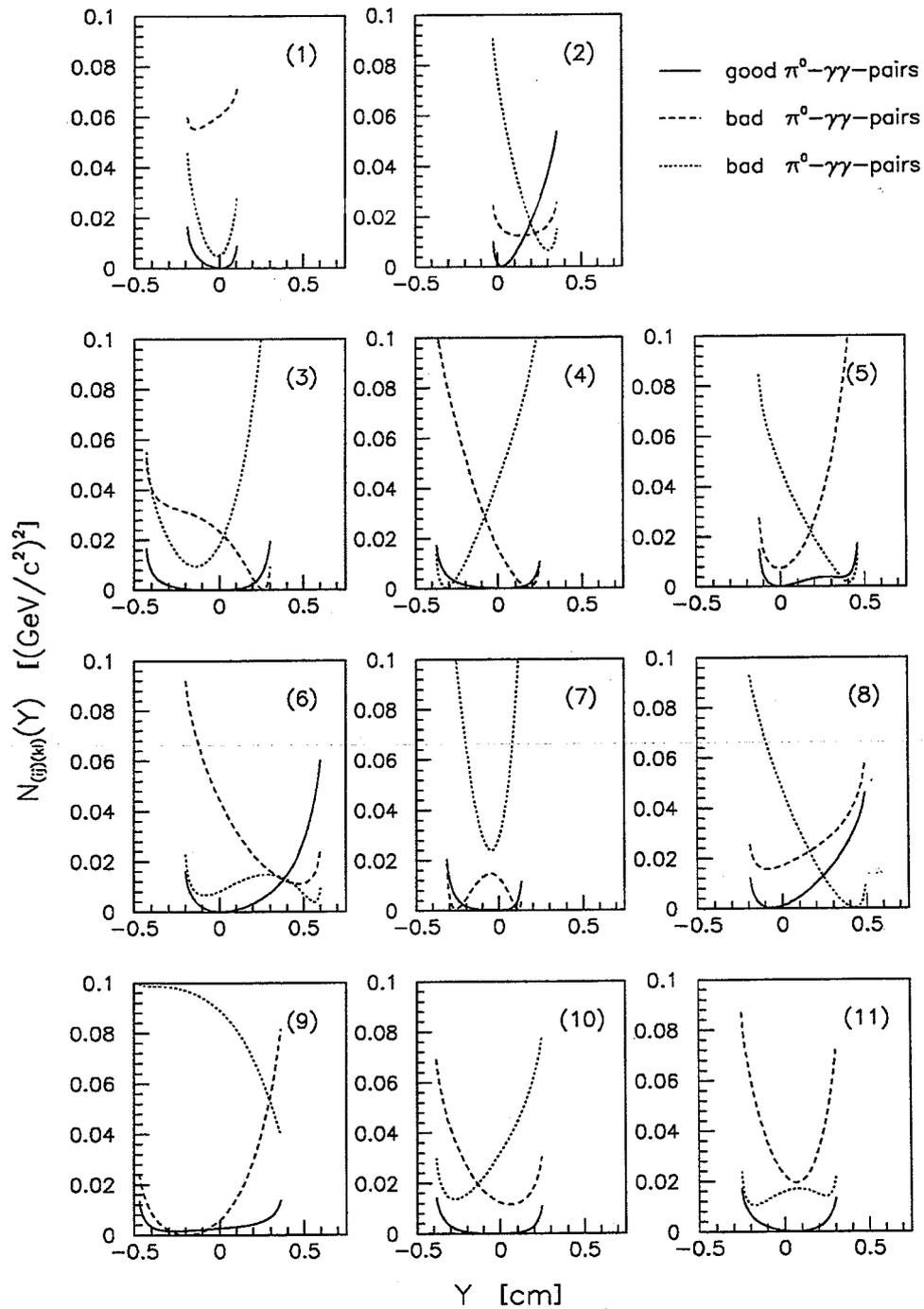


Abbildung 6.8: Beispiele für die Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation

Abb. (6.9) gibt jetzt die Zerfallslängen- und die Lebensdauer-Auflösung wieder, wenn in der Zerfallslängenvariations-Methode sukzessiv über alle drei möglichen π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen permutiert wird. Eingezeichnet sind ferner die Anteile der Ereignisse, wenn die Methode als Lösung eine falsche π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung auswählt, was in 10.5 % aller Fälle geschieht. Solche Ereignisse sind in den Auflösungsspektren quasi gleichverteilt und tragen wesentlich zu den Schwänzen bei. In der Abb. (6.8) sind solche Ereignisse in den Bildern (3), (4), (7), (8) und (9) zu sehen.

Es existiert die Möglichkeit, falsche π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen anhand einer kinematischen Größe zu erkennen. Auf diese Größe wird man geführt, indem man sämtliche $\gamma\gamma$ invariante Massenpaare (m_{12}, m_{34}) , (m_{13}, m_{24}) und (m_{14}, m_{23}) aus den rekonstruierten Photon-Energien und dem ermittelten neutralen Vertex bildet. Hiervon ist ein Massenpaar als Lösung der Zerfallslängenvariations-Methode natürlich fast identisch mit den Werten (m_{π^0}, m_{π^0}) , wie man den beiden oberen Bilder in Abb. (6.10) entnehmen kann. Die beiden anderen Massenpaare werden in den unteren beiden Bildern der Abb. (6.10) gezeigt. Auffallend sind hierbei die Strukturen bei den Werten von ca. (450,50) MeV/c² bzw. (50,450) MeV/c² und ca. (100,100) MeV/c². Ihre Bedeutung erschließt sich aus Abb. (6.11), in der abermals diese Massenpaare wiedergegeben sind, aber unterschieden nach folgenden Situationen: Bild (1) zeigt die Massenpaare, falls die Zerfallslängenvariations-Methode die richtige π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung aufgefunden hat, und Bild (2), wenn dieses nicht der Fall ist; die Bilder (3) und (4) zeigen die Ereignisse von Bild (2) unterschieden nach der wahren und anderen falschen π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung. Offenbar sind die oben genannten Strukturen mit falschen π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen korreliert. Die Ursache der Strukturen läßt sich aus den Abbildungen (6.8) der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ verstehen. Man ersieht nämlich, daß die Funktion für die wahre π^0 - $\gamma\gamma$ -Kombination häufig ein flaches Minimum besitzt und daher auch im Falle der Auswahl einer falschen π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung durch die Zerfallslängenvariations-Methode einen kleinen Wert an der Stelle der falschen Zerfallslänge y beibehält. Bild (9) in Abb. (6.8) illustriert dieses augenscheinlich. Solche Ereignisse häufen sich dann kinematisch, wie es die Monte Carlo Simulation zeigt, in Abb. (6.11-3) typischerweise beim Wert (100,100) MeV/c². Auf Grund der Beziehung

$$m_{K^0}^2 = (m_{12}^2 + m_{34}^2) + (m_{13}^2 + m_{24}^2) + (m_{14}^2 + m_{23}^2) \quad (6.30)$$

bedeutet dieses für die andere π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarung, die nicht als Lösung ausgewählt wurde, daß sie Massenwerte bei (50,450) MeV/c² bzw. (450,50) MeV/c² annimmt.

Die Massenwerte beider Paarungen sind also sehr ungleich, so daß man durch Gleichung (6.30) auf ein Maß zur Erkennung falscher π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen geführt wird:

$$q = \frac{|(m_{ij}^2 + m_{kl}^2) - (m_{ik}^2 + m_{jl}^2)|}{m_{K^0}^2 - 2m_{\pi^0}^2} \quad (6.31)$$

Die Indizes an den Massen beziehen sich hierbei auf die π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen, die nicht Lösung der Zerfallslängenvariations-Methode sind. Die Asymmetrie q kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen, da sie entsprechend normiert ist. Sie ist in Abb. (6.12) wiedergegeben. Man erkennt deutlich die Möglichkeit, falsche π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen durch einen Schnitt auf hohe q -Werte zu verwerfen.

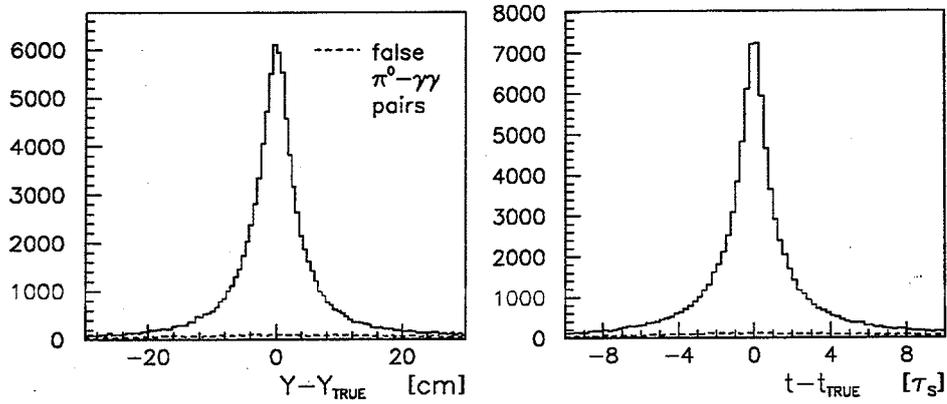


Abbildung 6.9: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation, falls über alle π^0 - $\gamma\gamma$ Paarungen permutiert wird

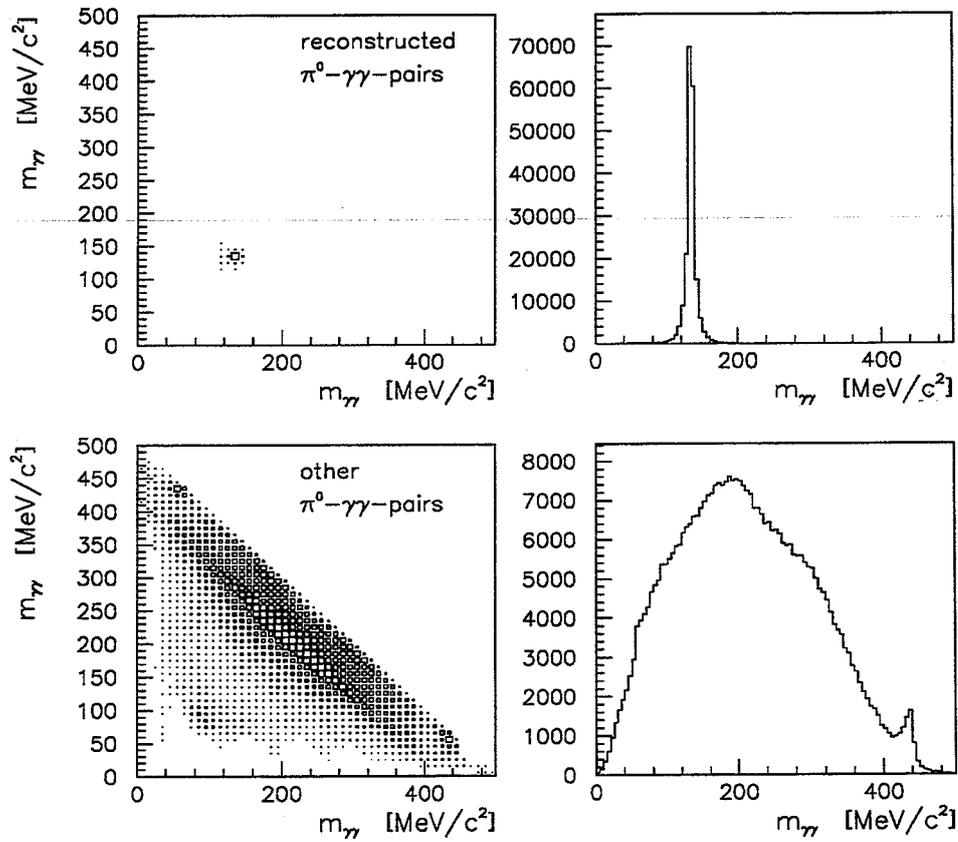


Abbildung 6.10: $\gamma\gamma$ invariante Massen der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation

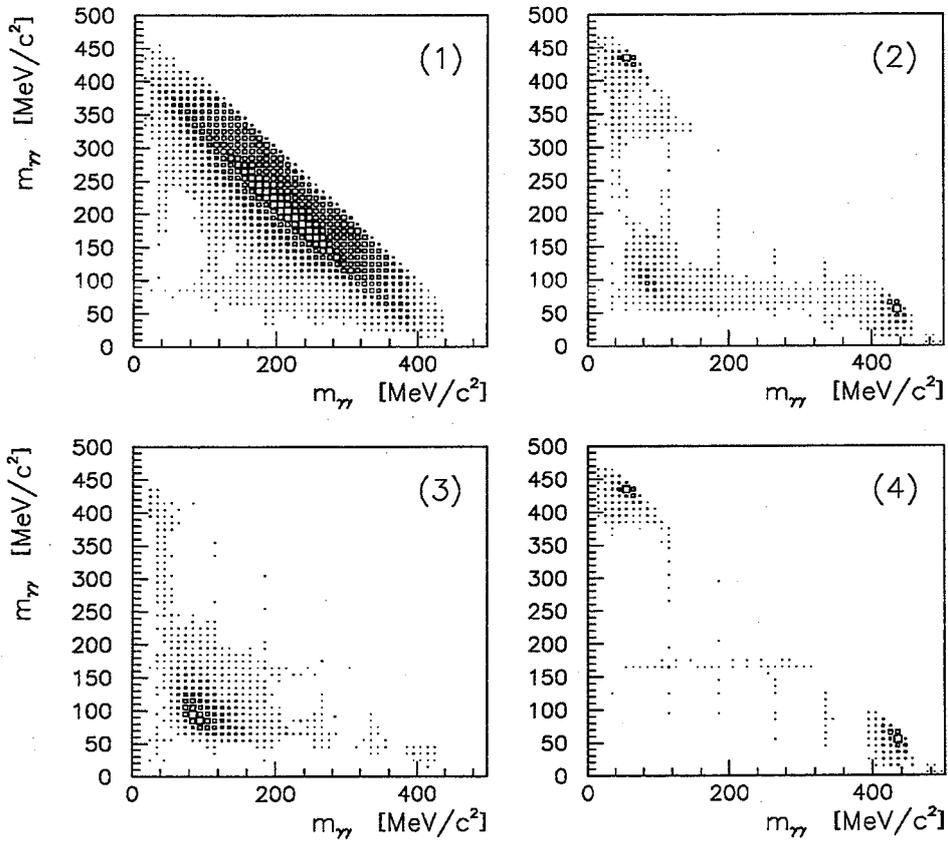


Abbildung 6.11: $\gamma\gamma$ invariante Massen der Zerfallslängenvariations-Methode für verschiedene π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen in der Monte Carlo Simulation

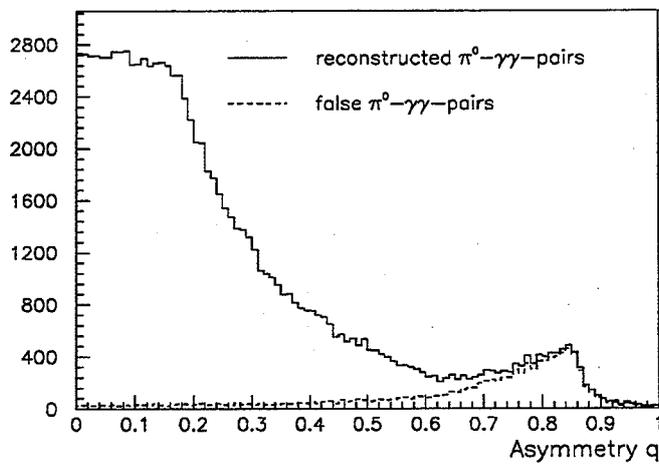


Abbildung 6.12: Asymmetrie q der Zerfallslängenvariations-Methode in der Monte Carlo Simulation

6.5 Theorie der χ^2 -Fits mit Nebenbedingungen

6.5.1 Motivation

An der im vorigen Abschnitt beschriebenen Zerfallslängenvariations-Methode lassen sich einige Kritikpunkte anbringen. Zunächst fällt die völlige Mißachtung der experimentellen Fehler der verwendeten Observablen \vec{a} , \vec{p}_K , \vec{p}_π und \vec{x}_i auf, was mit der Tatsache zusammenhängt, daß die Methode keinerlei Variation der Meßwerte innerhalb gewisser Schranken, die natürlicherweise durch die Meßfehler gegeben sein würden, vorsieht. Dieses ist eng mit der asymmetrischen Verwendung der physikalischen Nebenbedingungen des Rekonstruktionsproblems verknüpft. Die Zerfallslängenvariations-Methode benutzt nämlich den Energie-Impuls-Satz und die Bedingung, daß die fehlende (K^\pm , π^\mp)-Masse am Annihilationsvertex gleich der K^0 -Masse ist, um die Photon-Energien auszurechnen, aber die Bedingung, daß die $\gamma\gamma$ -invarianten Massen den π^0 -Massen gleich sein müssen, lediglich als Testkriterium, um die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge und die $\gamma\gamma$ - π^0 -Paarungen festzulegen. Es wäre wünschenswert, wenn alle physikalischen Nebenbedingungen gleichberechtigt, sowohl an der Berechnung unbekannter Größen, als auch an Testkriterien beteiligt werden könnten. Für ein überbestimmtes Problem, in dem mehr physikalische Nebenbedingungen als unbekannte Größen vorhanden sind, setzt dieses aber die Verwendung der Meßfehler voraus, um eine kontrollierte Variation der Meßwerte vornehmen zu können, so daß alle Nebenbedingungen erfüllt werden.

Ein weiter Mangel an der Zerfallslängenvariations-Methode ist das Fehlen eines schlagkräftigen Kriteriums, um entscheiden zu können, ob das rekonstruierte Ereignis tatsächlich ein goldenes Ereignis mit anschließendem $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfall in zwei neutrale Pionen ist oder ein Untergrund-Ereignis. Der Test der $\gamma\gamma$ invarianten Massen ist aus den oben geschilderten Gründen hierzu ungeeignet.

Einen Ausweg weisen χ^2 -Fits mit Nebenbedingungen, die geeignet sind für überbestimmte Probleme. Sie variieren die Meßwerte innerhalb ihrer Meßfehler, um die Nebenbedingungen zu erfüllen und um unbekannte Größen zu berechnen, und liefern zudem ein Qualitätsmaß, welches hilft zu entscheiden, wie gut die ursprünglichen Meßwerte den Nebenbedingungen gehorchen [87].

6.5.2 Grundprinzip der χ^2 -Fits mit Nebenbedingungen

Es seien die Größen m_i^0 , $i = 1, \dots, I_m$, Meßwerte mit der Kovarianzmatrix

$$V_m^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1I_m} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2I_m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_{I_m 1} & \dots & \dots & \sigma_{I_m}^2 \end{pmatrix} \quad (6.32)$$

und die x_i , $i = 1, \dots, I_x$, unbekannte Größen, die es gilt zu rekonstruieren.

Die wahren Werte m_i der m_i^0 , d.h. die durch die Meßfehler nicht verfälschten Werte, mögen den holonomen Nebenbedingungen

$$f_i(m, x) = 0, \quad i = 1, \dots, I_c \quad (6.33)$$

gehörchen (hier und im Folgenden wird stillschweigend von der Vektor- und Matrix-Notation Gebrauch gemacht, wenn keine Mißverständnisse möglich sind). Sie ermöglichen, daß die Unbekannten x aus den Meßwerten m^0 im Rahmen ihrer Meßfehler berechenbar sind, insofern nur die Anzahl Freiheitsgrade

$$I_{ndf} = I_c - I_x \quad (6.34)$$

größer oder gleich Null ist. Wir werden im Folgenden stets den Fall überbestimmter Probleme betrachten mit $I_{ndf} > 0$. Die Anzahl Unbekannter darf aber in diesem Formalismus Null sein.

Die χ^2 -Methode ist ein gängiges Werkzeug in der statistischen Datenauswertung, um mathematische oder physikalische Modelle mit Meßwerten zu vergleichen, falls ihre Meßfehler gaußförmig

verteilt sind. Sie läßt sich leicht auf den Fall vorhandener Nebenbedingungen erweitern, indem man die Minimierung der χ^2 -Funktion

$$\chi^2(m) = (m - m^0)^T V_m (m - m^0) \quad (6.35)$$

unter den Nebenbedingungen (6.33) verlangt. V_m ist hierbei die inverse Kovarianzmatrix V_m^{-1} . Die Minimierung liefert hierbei im allgemeinen die Unbekannten x und verbesserte Werte für die Observablen m .

Im Minimum gehorcht $\chi^2(m)$ der χ^2 -Verteilung mit I_{ndf} Freiheitsgraden

$$P_\chi(\chi^2, I_{ndf}) = \frac{(\chi^2)^{\frac{I_{ndf}}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{I_{ndf}}{2}} \Gamma\left(\frac{I_{ndf}}{2}\right)}, \quad (6.36)$$

falls die Nebenbedingungen linear in den Meßwerten und Unbekannten sind. Der Erwartungswert dieser χ^2 -Verteilung ist:

$$\langle P_\chi(\chi^2, I_{ndf}) \rangle = I_{ndf} \quad (6.37)$$

Die χ^2 -Verteilung ist von großem praktischen Interesse, da für jedes gefittete Ereignis eine Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des aktuellen χ^2 -Wertes berechnet werden kann. Man kann daher Ereignisse unterscheiden, die den Nebenbedingungen gut oder schlecht genügen.

6.5.3 Praktische Durchführung der χ^2 -Minimierung

Die Minimierung der χ^2 -Funktion unter den Nebenbedingungen $f(m, x) = 0$ ist äquivalent zum Auffinden der Stelle des verschwindenden Gradientens der Lagrange-Funktion

$$L(m, x, \lambda) = \chi^2(m) + 2\lambda^T f(m, x) \quad (6.38)$$

Die Hilfsvariablen $\lambda_i, i = 1, \dots, I_c$, sind Lagrange-Multiplikatoren. Explizit lauten die Minimierungsbedingungen²:

$$\frac{\partial L}{\partial m} = 2(V_m(m - m^0) + f_m^T \lambda) = 0 \quad (6.39)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2f_x^T \lambda = 0 \quad (6.40)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2f = 0 \quad (6.41)$$

Hierbei werden insbesondere die Nebenbedingungen $f(m, x) = 0$ durch die λ -Ableitungen reproduziert. f_m ist die $(I_c \times I_m)$ -Matrix

$$f_m = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial m_1} & \frac{\partial f_1}{\partial m_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial m_{I_m}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial m_1} & \frac{\partial f_2}{\partial m_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial m_{I_m}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{I_c}}{\partial m_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_{I_c}}{\partial m_{I_m}} \end{pmatrix} \quad (6.42)$$

und f_x die $(I_c \times I_x)$ -Matrix:

$$f_x = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{I_x}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{I_x}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{I_c}}{\partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_{I_c}}{\partial x_{I_x}} \end{pmatrix} \quad (6.43)$$

²Man beachte, daß die Lagrange-Funktion nicht minimiert wird. Der gesuchte Punkt ist nämlich ein Sattelpunkt.

Jetzt steht man vor der technischen Aufgabe, aus den $(I_m + I_x + I_c)$ Gleichungen (6.39-6.41) die gleiche Anzahl von Parametern m , x und λ zu berechnen. In der Tat ist dieses in einem Schritt möglich, falls die Nebenbedingungen linear in m und x sind. Im allgemeinen Fall nicht-linearer Nebenbedingungen wird man daher zweckmäßigerweise die Nebenbedingungen linearisieren, wodurch man auf ein iteratives Verfahren geführt wird (Newton-Verfahren):

$$f^\nu + f_m^\nu(\Delta m^{\nu+1} - \Delta m^\nu) + f_x^\nu(\Delta x^{\nu+1} - \Delta x^\nu) = 0, \quad \nu = 0, 1, \dots \quad (6.44)$$

Mit:

$$\Delta m^\nu = m^\nu - m^0 \quad (6.45)$$

$$\Delta x^\nu = x^\nu - x^0 \quad (6.46)$$

In diesen Gleichungen sind m^0 und x^0 die Startwerte der Iteration, die den Meßwerten und Schätzungen der Unbekannten entsprechen, m^ν und x^ν die Annäherungen an das χ^2 -Minimum in der ν -ten Iteration und die f^ν , f_m^ν , f_x^ν die Ableitungen der Nebenbedingungen an der Stelle (m^ν, x^ν) .

Einsetzen von (6.44) in (6.39-6.41) führt dann zu einem linearen Gleichungssystem für $m^{\nu+1}$ und $x^{\nu+1}$

$$H^\nu \begin{pmatrix} m^{\nu+1} \\ x^{\nu+1} \\ \lambda^{\nu+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c^\nu \end{pmatrix} \quad (6.47)$$

mit der symmetrischen Matrix (der Hesse-Matrix der linearisierten Lagrange-Funktion in der ν -ten Iteration)

$$H^\nu = \begin{pmatrix} V_m^{-1} & 0 & (f_m^\nu)^T \\ 0 & 0 & (f_x^\nu)^T \\ (f_m^\nu) & (f_x^\nu) & 0 \end{pmatrix} \quad (6.48)$$

und dem Vektor:

$$c^\nu = f_m^\nu \Delta m^\nu + f_x^\nu \Delta x^\nu - f^\nu \quad (6.49)$$

An dieser Stelle beachte man zweierlei: zum einen tritt nicht die Gewichtsmatrix V_m , die in die χ^2 -Funktion eingeht, sondern die Kovarianzmatrix V_m^{-1} , die mit den Meßwerten m^0 experimentell ermittelt wird, im Formalismus auf, und zum anderen werden Meßwerte und Unbekannte völlig symmetrisch behandelt. Die Unbekannten unterscheiden sich von den Meßwerten einzig durch eine verschwindende Kovarianzmatrix.

Die Lösung des linearen Gleichungssystems (6.47) ergibt sich durch Invertierung der Matrix H^ν

$$(H^\nu)^{-1} = \begin{pmatrix} C_{11}^\nu & (C_{21}^\nu)^T & (C_{31}^\nu)^T \\ C_{21}^\nu & C_{22}^\nu & (C_{32}^\nu)^T \\ C_{31}^\nu & C_{32}^\nu & C_{33}^\nu \end{pmatrix} \quad (6.50)$$

zu:

$$\Delta m^{\nu+1} = (C_{31}^\nu)^T c^\nu \quad (6.51)$$

$$\Delta x^{\nu+1} = (C_{32}^\nu)^T c^\nu \quad (6.52)$$

$$\Delta \lambda^{\nu+1} = C_{33}^\nu c^\nu \quad (6.53)$$

Die C_{ij}^ν lauten explizit (der Index ' ν ' ist der übersichtshalber weggelassen):

$$C_{11} = V_m^{-1} - V_m^{-1} f_m^T W_m f_m V_m^{-1} + V_m^{-1} f_m^T W_m f_x W_x^{-1} f_x^T W_m f_m V_m^{-1} \quad (6.54)$$

$$C_{21} = -W_x^{-1} f_x^T W_m f_m V_m^{-1} \quad (6.55)$$

$$C_{22} = W_x^{-1} \quad (6.56)$$

$$C_{31} = W_m f_m V_m^{-1} - W_m f_x W_x^{-1} f_x^T W_m f_m V_m^{-1} \quad (6.57)$$

$$C_{32} = W_m f_x W_x^{-1} \quad (6.58)$$

$$C_{33} = -W_m + W_m f_x W_x^{-1} f_x^T W_m \quad (6.59)$$

Mit:

$$W_m = (f_m V_m^{-1} f_m^T)^{-1} \quad (6.60)$$

$$W_x^{-1} = (f_x^T W_m f_x)^{-1} \quad (6.61)$$

Das approximierte χ^2 lautet schließlich:

$$(\chi^2)^{\nu+1} = -(\lambda^{\nu+1})^T c^\nu \quad (6.62)$$

Die Iteration kann abgebrochen werden, wenn

- $(\chi^2)^\nu$ stationär wird, also

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial m} < \epsilon_m, \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial x} < \epsilon_x, \quad (6.63)$$

und

- die Nebenbedingungen erfüllt sind, d.h.

$$\sum_{i=1}^{I_c} |f_i(m_i^\nu, x_i^\nu)| < \epsilon \quad (6.64)$$

(dieses erfordert eine Skalierung aller Nebenbedingungen auf dieselbe Größenordnung) oder

$$|f_i(m_i^\nu, x_i^\nu)| < \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, I_c, \quad (6.65)$$

für geeignete ϵ_m , ϵ_x und ϵ bzw. ϵ_i .

6.5.4 Fehlerrechnung

In der beschriebenen Iteration gehen einzig die Elemente C_{31}^ν , C_{32}^ν und C_{33}^ν von H^ν ein. Die anderen Elemente sind die Kovarianzen vom m und x . Denn gemäß der Iterationsvorschrift sind $m^{\nu+1}$, $x^{\nu+1}$ und λ^ν eindeutige Funktionen von m^0 , so daß die gaußsche Fehlerfortpflanzung für die Kovarianzmatrix von m , x und λ ergibt:

$$(V_m^{-1})^{\nu+1} = \begin{pmatrix} C_{11}^\nu & (C_{21}^\nu)^T & 0 \\ C_{21}^\nu & C_{22}^\nu & 0 \\ 0 & 0 & -C_{33}^\nu \end{pmatrix} \quad (6.66)$$

Es sind also unkorrelierte Meßwerte nach der Iteration im allgemeinen korreliert. Dieses drückt sich durch die Singularität der Matrix C_{11}^ν aus, die den Rang $I_m - I_c$ besitzt.

Die Kovarianzen C_{11}^ν der iterierten Meßwerte erlauben ein wertvolles Kriterium, um die Korrektheit der Fitprozedur zu testen. Dazu bildet man die sog. 'Pulls' (Normalized Stretch Functions):

$$p_i = \frac{m_i^{\nu+1} - m_i^0}{\sqrt{\sigma_i^2 - (C_{11}^\nu)_{ii}}} \quad (6.67)$$

Sie sind Gaußverteilungen mit Mittelwert Null und Standardabweichung Eins, wenn die Meßfehler gaußförmig und die Nebenbedingungen linear in m und x sind.

6.5.5 Stabilisierung des Konvergenzverhaltens der χ^2 -Minimierung

Das iterative Verfahren zur Minimierung der χ^2 -Funktion unter Nebenbedingungen beruht auf der Gradientenbildung von $L(m, x, \lambda)$: in Richtung des Gradienten wird eine Korrektur der Meßwerte Δm und der Unbekannten Δx berechnet, die für den Fall linearer Nebenbedingungen optimal ist. Gewöhnlich führt dieses Verfahren zur schnellen Konvergenz, bisweilen führt die Berechnung der Schrittweite aber auch zum Anwachsen der Nebenbedingungen, da sie zu groß gewählt wurde. Gerade im Fall nicht-linearer Nebenbedingungen kann dieses die Fit-Konvergenz erheblich verlangsamen, wenn nicht gar verunmöglichen.

Ein einfaches Verfahren erlaubt die Fitkonvergenz zu stabilisieren und zu beschleunigen. Seien $\bar{m}^{\nu+1}$ und $\bar{x}^{\nu+1}$ die Iterationswerte, die sich im $(\nu+1)$ -ten Iterationsschritt ergeben würden. Statt dessen werden jetzt aber die Werte

$$m^{\nu+1} = m^{\nu} + s(\bar{m}^{\nu+1} - m^{\nu}) \quad (6.68)$$

$$x^{\nu+1} = x^{\nu} + s(\bar{x}^{\nu+1} - x^{\nu}) \quad (6.69)$$

verwendet, die sich aus der Minimierung bzgl. s der Nebenbedingungen

$$F(s) = \sum_{i=1}^{I_c} |f_i(m^{\nu} + s(\bar{m}^{\nu+1} - m^{\nu}), x^{\nu} + s(\bar{x}^{\nu+1} - x^{\nu}))| \quad (6.70)$$

ergeben. Man ersieht, daß das Verfahren darin besteht, die aktuelle Schrittweite in Richtung des Gradienten so zu modifizieren, daß die Betragssumme der Nebenbedingungen minimal wird.

Jeder Iterationsschritt ist jetzt von einer eindimensionalen Minimierung von $F(s)$ begleitet, die nicht sehr präzise durchgeführt werden muß, da es sich ja um ein iteratives Verfahren handelt. Bewährt hat sich die Methode der parabolischen Interpolation bzw. Extrapolation: für drei Werte s_1, s_2 und s_3 und ihren Funktionswerten $F(s_1), F(s_2)$ und $F(s_3)$ existiert eine eindeutige Parabel, deren Minimum s_M gegeben ist durch:

$$s_M = s_2 - \frac{1}{2} \frac{(s_2 - s_1)^2 \{F(s_2) - F(s_3)\} - (s_2 - s_3)^2 \{F(s_2) - F(s_1)\}}{(s_2 - s_1) \{F(s_2) - F(s_3)\} - (s_2 - s_3) \{F(s_2) - F(s_1)\}} \quad (6.71)$$

Ersetzt man dann geeignet einen der Werte s_1, s_2 oder s_3 durch s_M , so kann das Minimum von $F(s)$ rasch iterativ eingeschachtelt werden [88].

6.5.6 Nicht-holonome Nebenbedingungen

Nicht-holonome Nebenbedingungen

$$h(m, x) \leq 0 \quad (6.72)$$

lassen sich leicht durch Einführung neuer Unbekannter \tilde{x} , den 'Slackness'-Variablen, auf den Fall holonomer Nebenbedingungen zurückführen:

$$h(m, x) + \tilde{x}^T \tilde{x} = 0 \quad (6.73)$$

Hierbei garantiert die quadratische Form $\tilde{x}^T \tilde{x}$ die Einhaltung der nicht-holonomen Nebenbedingungen. Die Ableitung der Lagrange-Funktion nach \tilde{x} führt zur Kuhn-Tucker-Slackness-Bedingung:

$$2\lambda^T \tilde{x} = 0 \quad (6.74)$$

6.6 Die Zerfallslängenvariations-Methode als χ^2 -Fit mit Nebenbedingungen (2c-Fit)

Es ist jetzt einfach, die Zerfallslängenvariations-Methode als χ^2 -Fit mit Nebenbedingungen zu formulieren. Meßwerte sind der Impuls des geladenen Kaons und der des geladenen Pions, der

Annihilationsvertex und die Photon-Schauerfuß-Koordinaten. Die Unbekannten sind die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge und die vier Photon-Energien. Die Nebenbedingungen sind im einzelnen:

- Die Summe der Energien aller Teilchen ist gleich der zweifachen Proton-Masse.
- Die Summe der Impulse aller Teilchen ist gleich Null.
- Die fehlende Masse am Annihilationsvertex ist gleich der K^0 -Masse.
- Die $\gamma\gamma$ invarianten Massen sind gleich der π^0 -Masse.

Dieses sind insgesamt sieben Nebenbedingungen. Da fünf Größen unbekannt sind, ist das Rekonstruktionsproblem folglich zweifach überbestimmt. Man spricht hierbei von einem 2c-Fit.

Die Energien sind in der Zerfallslängenvariations-Methode gemäß Gleichung (6.21) Funktionen aller Meßwerte und der unbekanntes Zerfallslänge,

$$E_i = E_i(\vec{p}_K, \vec{p}_\pi, \vec{v}_j; (\vec{p}_K, \vec{p}_\pi, \vec{a}, \vec{x}_j, y)) \quad , \quad i, j = 1, \dots, 4 \quad ,$$

zu deren Berechnung der Energie-Impuls-Satz verwendet wird. Der χ^2 -Fit beinhaltet also bei Verwendung dieser Photon-Energie-Darstellung effektiv die drei Nebenbedingungen

$$f_1 = \{m_{K^0}^2 - (2m_p - E_K - E_\pi)^2 + (\vec{p}_K + \vec{p}_\pi)^2\} \frac{1}{m_{K^0}} \quad (6.75)$$

$$f_2 = \left\{ \frac{1}{2} m_{\pi^0}^2 - E_1 E_2 (1 - \vec{v}_1 \vec{v}_2) \right\} \frac{1}{m_{\pi^0}} \quad (6.76)$$

$$f_3 = \left\{ \frac{1}{2} m_{\pi^0}^2 - E_3 E_4 (1 - \vec{v}_3 \vec{v}_4) \right\} \frac{1}{m_{\pi^0}} \quad (6.77)$$

und als einzige direkt eingehende Unbekannte die Zerfallslänge y . Äquivalent dazu kann der Fit natürlich auch direkt mit den sieben Nebenbedingungen und den fünf Unbekannten aufgestellt werden, dieses allerdings zu dem Preis eines höheren numerischen Aufwands.

Der χ^2 -Fit wird für jede der drei π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen separat durchgeführt. Die Paarung mit der größten χ^2 -Wahrscheinlichkeit wird als Lösung des Rekonstruktionsproblems gewählt.

Bisher wurde noch nicht auf die Repräsentation der Meßwerte eingegangen. Für die Impulse und den Annihilationsvertex wird die kartesische Darstellung benutzt. Die Schauerfüße \vec{x}_i werden zweckmäßigerweise durch Zylinderkoordinaten parametrisiert, die der Topologie des elektromagnetischen Kalorimeters Rechnung tragen, wie es bereits in Abb. (4.11) gezeigt wurde.

$$\vec{x}_i = \begin{pmatrix} r_i \cos(\varphi_i) \\ r_i \sin(\varphi_i) \\ z_i \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (6.78)$$

Im Fit selbst treten aber nur die Parameter φ_i und z_i als variierbare Meßwerte auf. Der Radius r_i wird konstant gehalten. Dieses Vorgehen ist auch bei einem geringfügig deformierten Kalorimeter erlaubt, da die Schauerfüße wegen ihrer sehr guten Auflösung vom Fit stets nur wenig variiert werden.

Eine der wesentlichen Aufgaben bei der Aufstellung des Fits ist die analytische Berechnung sämtlicher Ableitungen der Nebenbedingungen nach den Meßwerten und Unbekannten. In unserem Fall betrifft dieses insbesondere die Ableitungen der Einheitsvektoren \vec{v}_i . Sie werden im Anhang (A) angegeben.

Der hier beschriebene Fit benutzt die in Abschnitt (6.5) beschriebenen Methoden zur Auffindung des χ^2 -Minimums unter den Nebenbedingungen. Maximal werden 50 Iterationsschritte durchgeführt, wobei die Iteration abgebrochen wird, wenn sich $(\chi^2)^\nu$ von $(\chi^2)^{\nu-1}$ um weniger als 1 % unterscheidet und sämtliche Nebenbedingungen f_i betragsmäßig kleiner als 0.25 MeV sind.

Diese Kriterien werden auch für die χ^2 -Fits verwendet, die in den kommenden Abschnitten beschrieben werden. Als Startwert für die zu bestimmende Zerfallslänge wird stets die Lösung der Zerfallslängenvariations-Methode benutzt, und zwar separat für jede der drei möglichen $\pi^0\text{-}\gamma\text{-}$ Zuordnungen.

Der 2c-Fit konvergiert in 98.5 % aller Fälle und benötigt dazu im Mittel 4.0 Iterationen. Abb. (6.13) zeigt die χ^2 -Wahrscheinlichkeit des 2c-Fits, die, wie erwartet, einen weitgehend flachen Verlauf zeigt. Auffallend ist dabei aber der kleine Überschuss von Ereignissen bei größeren χ^2 -Wahrscheinlichkeiten. Die Erklärung hierfür findet sich, wenn man als Startwert der unbekannteren Zerfallslänge nicht den Wert der Zerfallslängenvariations-Methode, sondern den aus der Monte Carlo Simulation bekannten wahren Wert vorgibt. Die zugehörige χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung ist in Abb. (6.13) ebenfalls eingezeichnet und zeigt den theoretisch erwarteten Verlauf. Offenbar findet der 2c-Fit bei Vorgabe der Zerfallslänge aus der Zerfallslängenvariations-Methode in einigen Fällen nicht die richtige Lösung, was sich dann in der ungleichförmigen χ^2 -Wahrscheinlichkeitsverteilung widerspiegelt. Falsche Lösungen lassen sich an Einzelereignissen natürlich nicht erkennen, sondern ihre Existenz und Anzahl manifestiert sich erst bei einer statistischen Erhebung über viele Ereignisse.

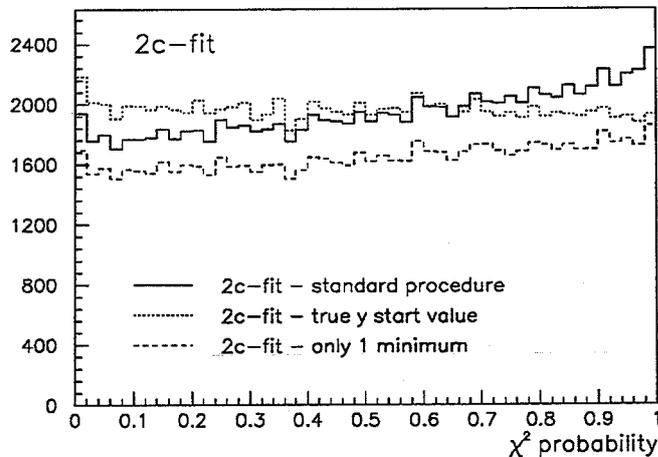


Abbildung 6.13: χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 2c-Fits in der Monte Carlo Simulation

Kandidaten für falsche Lösungen des 2c-Fits sind sicherlich Ereignisse mit zwei Minima der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ in der Zerfallslängenvariations-Methode. In Abb. (6.13) ist daher ebenfalls die χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung für reine 1-Minima-Ereignisse eingezeichnet. Diese Verteilung zeigt bereits einen deutlich flacheren Verlauf als diejenige für alle Ereignisse. Sie kann aber nicht generell die Abweichung von der gleichförmigen Verteilung erklären. Dieses wäre auch überraschend, sind doch die Zerfallslängenvariations-Methode und der 2c-Fit zwei gänzlich unterschiedliche Methoden zur Bestimmung des neutralen Vertex, auch wenn sie formal auf den gleichen physikalischen Nebenbedingungen beruhen und dieselben Meßwerte verwenden. Dennoch gibt es Korrelationen zwischen beiden Verfahren, wie sie sich in den Minima von $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ äußert. So zeigt Abb. (6.14) die Zerfallslängen-Auflösung für ein und zwei Minima von $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$. Beide Bilder zeigen, abgesehen von der besseren Zerfallslängen-Auflösung, das gleiche Verhalten wie die Zerfallslängenvariations-Methode in Abb. (6.9). Der 2c-Fit ist nicht in der Lage die Umgebung der von der Zerfallslängenvariations-Methode falsch aufgefundenen Minima von $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ zu verlassen, auch wenn sie die falschen sind.

Der 2c-Fit besitzt eine wesentlich bessere Zerfallslängen- bzw. Lebensdauer-Auflösung für die korrekten $\pi^0\text{-}\gamma\text{-}$ Zuordnungen als die Zerfallslängenvariations-Methode. Sie beträgt 3.9 cm (FWHM) bzw. 1.3 τ_S (FWHM), wie in Abb. (6.15) wiedergegeben. Dort sind ebenfalls die falschen $\pi^0\text{-}\gamma\text{-}$ Zu-

ordnungen eingezeichnet, falls über alle Paarungen permutiert wird. Ihr Anteil beträgt 26.7 % und ist somit 2.5 mal größer als in der Zerfallslängenvariations-Methode!

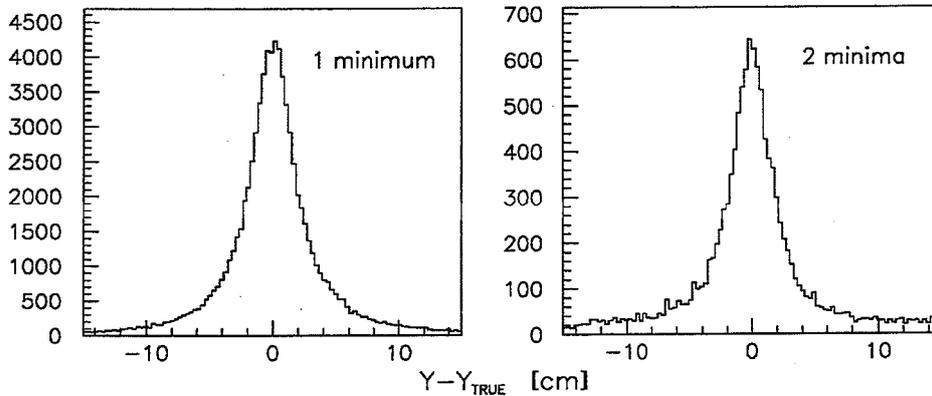


Abbildung 6.14: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung des 2c-Fits für ein und zwei Minima der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ in der Monte Carlo Simulation

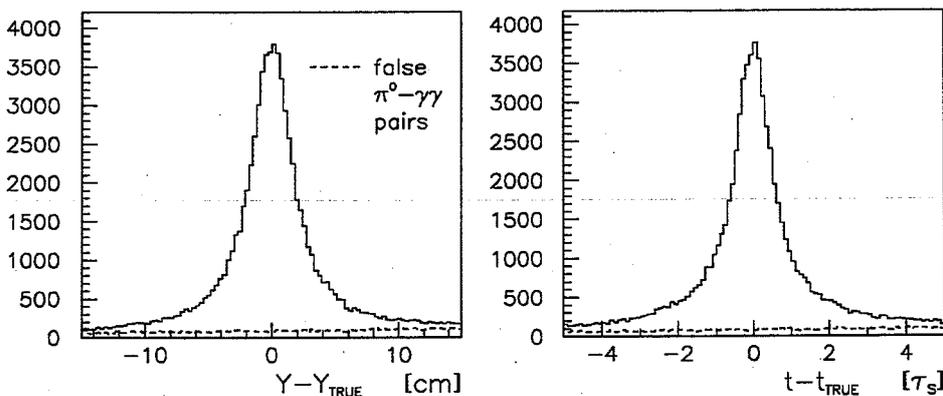


Abbildung 6.15: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung des 2c-Fits in der Monte Carlo Simulation, falls über alle π^0 - $\gamma\gamma$ Paarungen permutiert wird

6.7 Verwendung der Photon-Energien im χ^2 -Fit mit Nebenbedingungen (6c-Fit)

Der im vorigen Abschnitt beschriebene 2c-Fit ist minimal in dem Sinne, daß auf keinen Photon-Meßwert verzichtet werden kann, um das Vertex-Rekonstruktionsproblem zu lösen. Denn effektiv beruht eine Nebenbedingung auf der Forderung, daß die fehlende Masse am Annihilationsvertex gleich der K^0 -Masse ist, und die andere Nebenbedingung wird benötigt, um eine π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung auszuwählen. Es ist naheliegend, daß jeder zusätzliche Meßwert für die Vertex-Rekonstruktion von Nutzen ist.

Die Photon-Energien und Schauerrichtungen kommen hierfür aber nicht gleichermaßen in Frage. Denn in der Nähe des wahren neutralen Vertex liefern die Schauerrichtungen wegen ihrer mäßigen Auflösung kaum neue Information über die Position des Vertex. Die Energien hingegen testen

die Güte der π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen, was insbesondere im Hinblick auf die hohe Rate falscher π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen des 2c-Fits verheißungsvoll ist.

Unter Einbeziehung der Photon-Energien lauten die Nebenbedingungen des χ^2 -Fits zur Bestimmung des neutralen Vertex jetzt folgendermaßen:

$$f_1 = 2m_p - (E_K + E_\pi + \sum_{i=1}^4 E_i) \quad (6.79)$$

$$f_2 = -(p_{K,1} + p_{\pi,1}) - \sum_{i=1}^4 E_i v_{i,1} \quad (6.80)$$

$$f_3 = -(p_{K,2} + p_{\pi,2}) - \sum_{i=1}^4 E_i v_{i,2} \quad (6.81)$$

$$f_4 = -(p_{K,3} + p_{\pi,3}) - \sum_{i=1}^4 E_i v_{i,3} \quad (6.82)$$

$$f_5 = \left\{ m_{K^0}^2 - (2m_p - E_K - E_\pi)^2 + (\vec{p}_K + \vec{p}_\pi)^2 \right\} \frac{1}{m_{K^0}} \quad (6.83)$$

$$f_6 = \left\{ \frac{1}{2} m_{\pi^0}^2 - E_1 E_2 (1 - \vec{v}_1 \vec{v}_2) \right\} \frac{1}{m_{\pi^0}} \quad (6.84)$$

$$f_7 = \left\{ \frac{1}{2} m_{\pi^0}^2 - E_3 E_4 (1 - \vec{v}_3 \vec{v}_4) \right\} \frac{1}{m_{\pi^0}} \quad (6.85)$$

Dieser Fit ist sechsfach überbestimmt (6c-Fit).

Betrachten wir zunächst wieder das Verhalten des 6c-Fits bei Anwendung auf korrekte π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen. Der Fit konvergiert in 98.8 % aller Fälle und benötigt dazu im Mittel 4.5 Iterationen.

Die χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung gibt Abb. (6.16) wieder. Sie weist eine drastische Abweichung von einer Gleichverteilung auf. Der Grund hierfür ist die Photon-Energie-Schwelle von 50 MeV in der Monte Carlo Simulation und die Art, wie die Photon-Energie-Meßwerte dort generiert werden. Sie sind nicht gaußförmig um den wahren Photon-Energie-Wert verteilt und verletzen damit eine Voraussetzung des χ^2 -Fits. In der Tat wird die χ^2 -Verteilung gleichförmiger, wenn man die Energieauflösung sukzessive verbessert und dadurch den Effekt der Energie-Schwelle mildert, wie Abb. (6.16) illustriert. Bei dieser Monte Carlo Studie ist der Effekt unerheblich, da nicht auf die χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung geschnitten wird.

Im Gegensatz zum 2c-Fit ist der 6c-Fit kaum empfindlich auf Ereignisse mit zwei Minima in der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$. Abb. (6.17) zeigt, daß sich die Schwänze der 1- und 2-Minima-Verteilungen nur noch marginal voneinander unterscheiden.

Die Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung, Abb. (6.18), beträgt 3.9 cm (FWHM) und 1.3 τ_S (FWHM). Sie ist damit nicht besser als die des 2c-Fits. In Abb. (6.19) ist zudem die Lebensdauer-Verteilung der Ereignisse wiedergegeben.

Der eigentliche Unterschied zum 2c-Fit manifestiert sich, wenn über alle π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen permutiert wird. In nur 7.1 % aller Fälle wird die falsche π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung als Lösung des 6c-Fits ausgewählt! Diese Fehlerquote ist auch kleiner als die der Zerfallslängenvariations-Methode. Solche Ereignisse sind in Abb. (6.18) ebenfalls eingetragen. Analog zum Vorgehen in der Zerfallslängenvariations-Methode können sie durch Bildung der Asymmetrie q (6.31) erkannt werden, wie in Abb. (6.20) dargestellt. Hierbei ist aber eine deutlichere Trennung der falschen von den richtigen π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnungen im Vergleich zur Zerfallslängenvariations-Methode, vgl. Abb. (6.12), zu erkennen.

Wie sich durch den 6c-Fit die Auflösungen der Meßwerte verändern, zeigt Abb. (6.21). Dabei fällt auf, daß sich die geometrischen Größen, also die Annihilationsvertex- und die Schau-

erfuß-Koordinaten, kaum verändern (in der Abbildung fallen ihre durchgezogenen und gestrichelten Linien quasi zusammen), wie es ihre guten Auflösungen auch erwarten lassen. Hingegen verändern sich die kinematischen Größen erheblich. Die Photon-Energie-Auflösung beträgt nach dem Fit ungefähr $\sigma_{red} = 0.03/\sqrt{E(\text{GeV})}$ und die $K_S^0(K_L^0)$ -Impulsauflösung ca. 3 %. Die $K_S^0(K_L^0)$ -Bewegungsrichtungs-Auflösung übertrifft sogar die des 1c-Fits, vgl. Abb. (6.3).

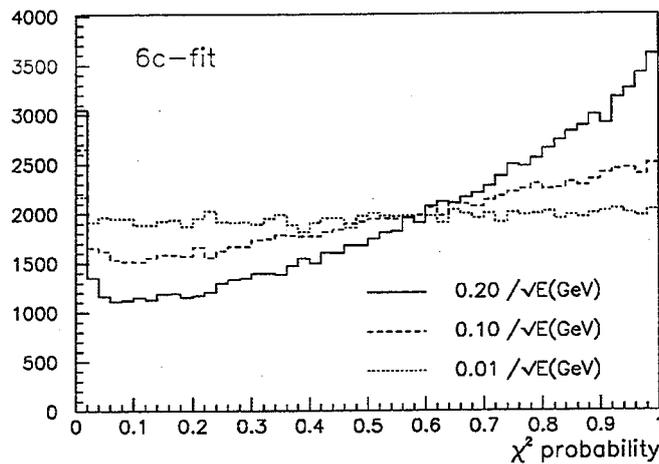


Abbildung 6.16: χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation

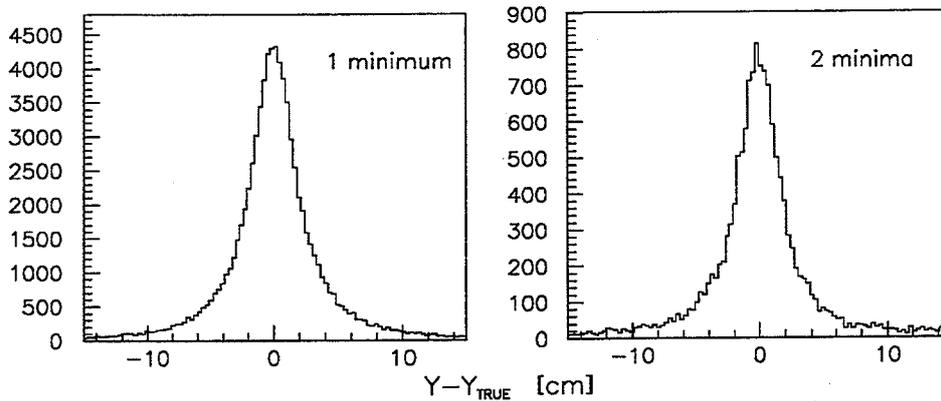


Abbildung 6.17: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Auflösung des 6c-Fits für ein und zwei Minima der Funktion $\mathcal{N}_{(ij)(kl)}(y)$ in der Monte Carlo Simulation

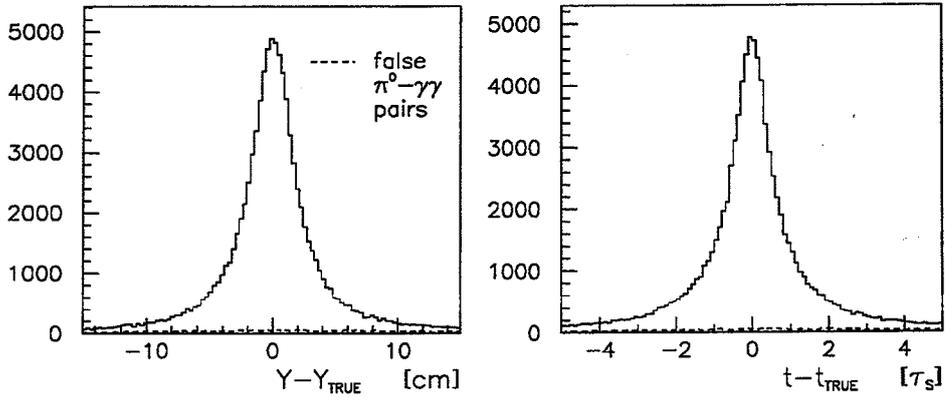


Abbildung 6.18: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation, falls über alle π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen permutiert wird

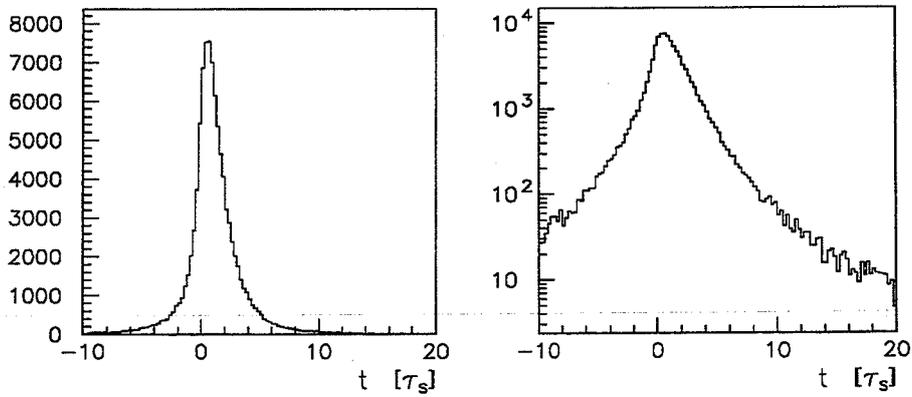


Abbildung 6.19: $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation

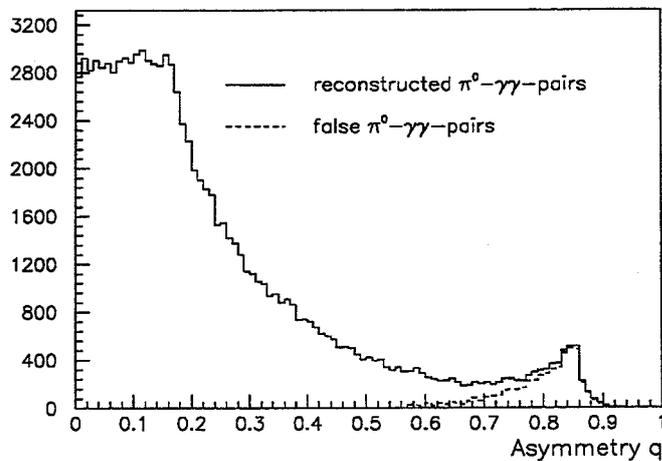


Abbildung 6.20: Asymmetrie q des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation

In Abb. (6.22) wird die Lebensdauer-Auflösung in Abhängigkeit verschiedener Meßwert-Auflösungen gezeigt. Diese Ergebnisse werden gewonnen, indem eine Meßwert-Auflösung variiert wird, bei gleichzeitigem Festhalten aller übrigen Meßwert-Auflösungen auf die Standard-Auflösungen der Monte Carlo Simulation des Abschnitts (6.3). Die Lebensdauer-Auflösung ist hierbei nur schwach abhängig von den geometrischen Meßwerten, wenn sie innerhalb der angegebenen Schranken variiert werden. Dieses trifft ebenfalls auf die Photon-Energie-Auflösung zu, falls ihre Auflösung nicht wesentlich kleiner als $\sigma_{red} = 0.1 / \sqrt{E(\text{GeV})}$ ist. Hierin spiegelt sich die ähnliche Lebensdauer-Auflösung des 2c- und 6c-Fits wieder. Die Lebensdauer-Auflösung ist hingegen drastisch von der Impulsauflösung der primären Spuren abhängig ($\Delta p/p$ bezieht sich in Abb. (6.22) auf die Impulsauflösung aller Impulskoordinaten).

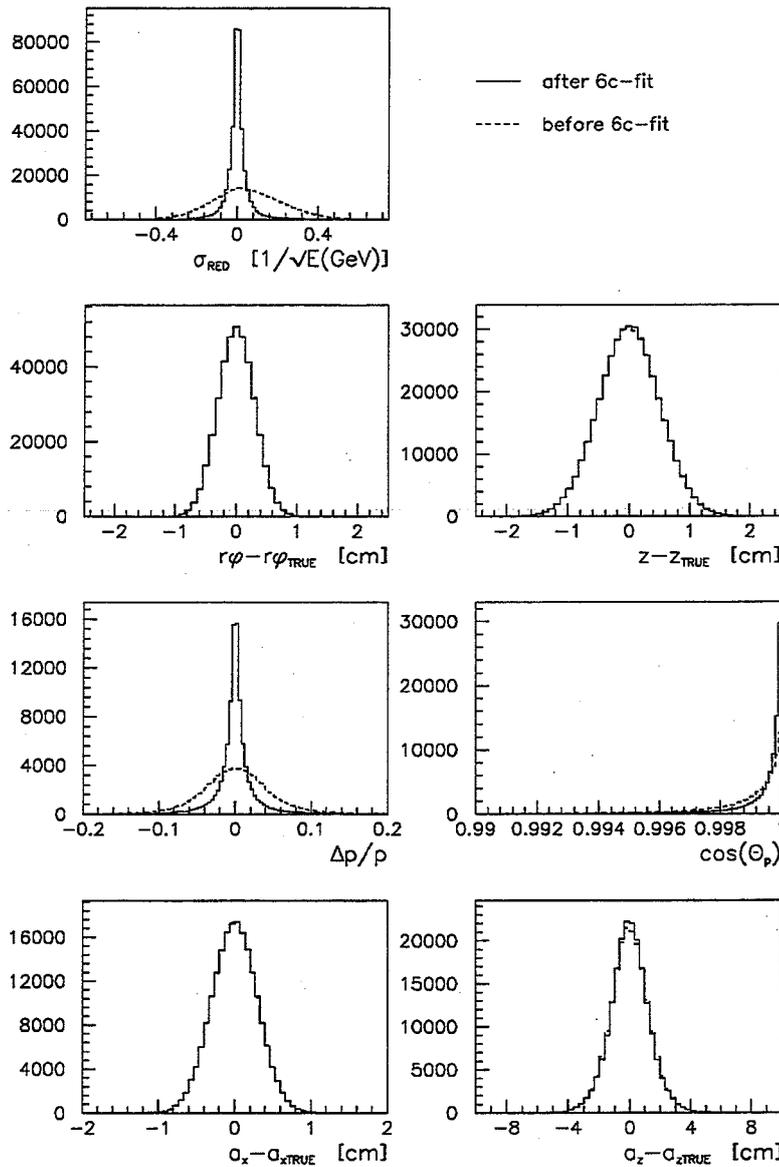


Abbildung 6.21: Auflösung der Meßwerte vor und nach dem 6c-Fit in der Monte Carlo Simulation

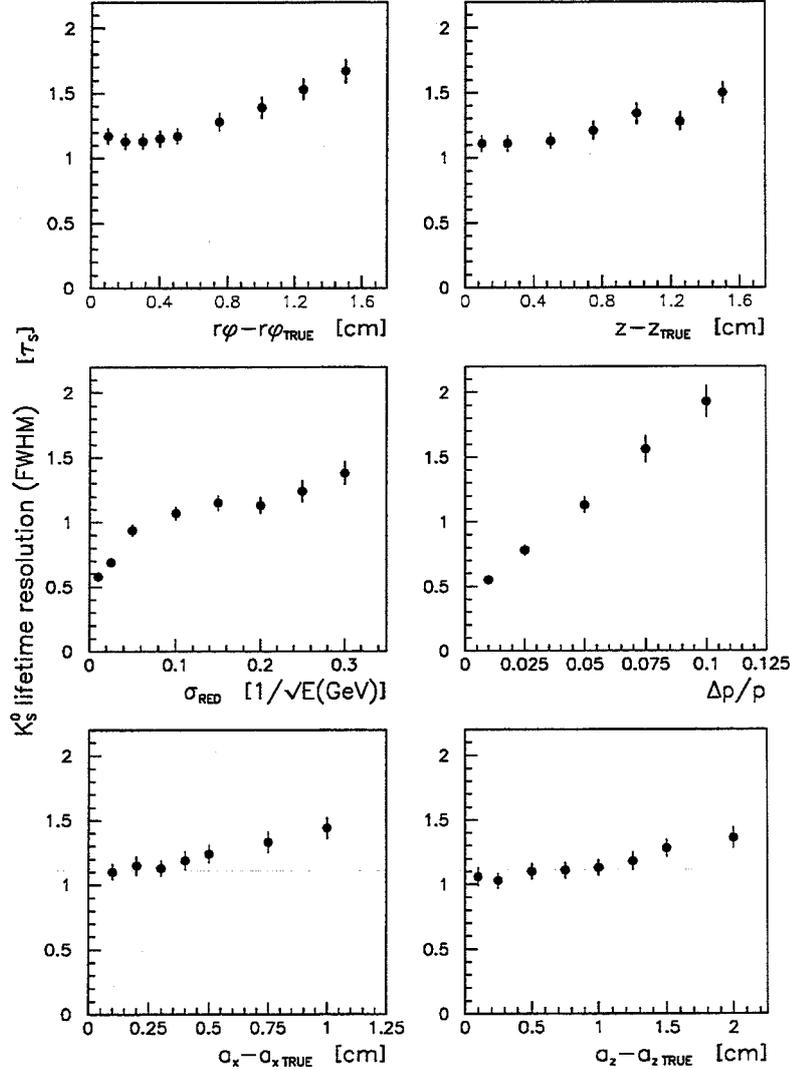


Abbildung 6.22: Abhängigkeit der Lebensdauer-Auflösung von der Auflösung der Observablen in der Monte Carlo Simulation

6.8 Parametrisierung der $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung

In Abschnitt (6.4) über die Zerfallslängenvariations-Methode erwähnten wir bereits die Ähnlichkeit der Verteilungen für die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung mit einem Lorentz-Profil

$$L(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)}{(x - x_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}, \quad (6.86)$$

das den Mittelwert x_0 und die Breite Γ besitzt, was uns verleitet, für die Auflösungen stets FWHM-Werte anzugeben. Die Standard-Abweichung ist für diese Verteilung bekanntlich nicht definiert.

Es ist nicht überraschend, daß die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und die Lebensdauer-Auflösung keine Gauß-Funktion ist. Denn die Zerfallslänge ist eine extrem nicht-lineare Funktion der Detektor-Meßwerte.

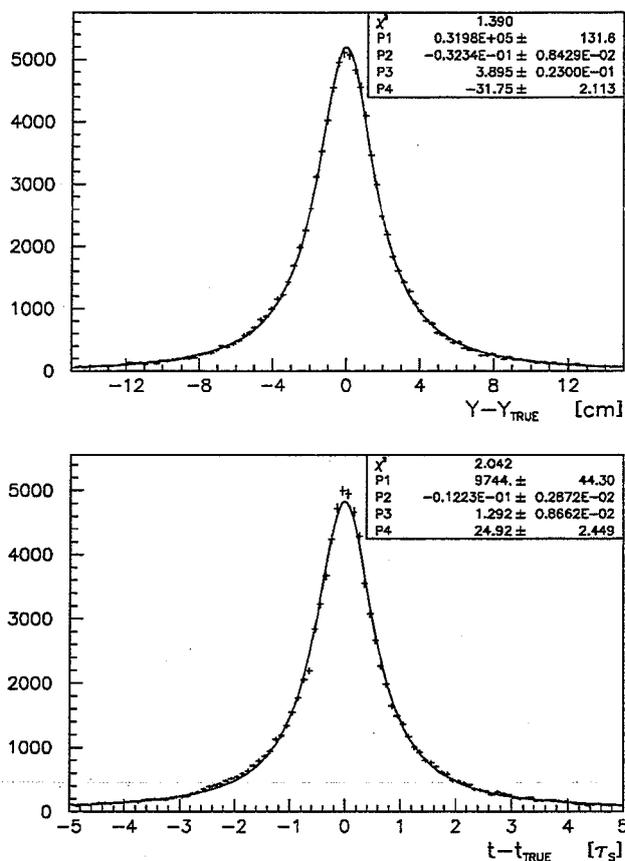


Abbildung 6.23: Parametrisierung der Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits in der Monte Carlo Simulation

Die Abb. (6.23) demonstriert, daß die Funktion $L(x)$ in der Tat geeignet ist, die Verteilungen der Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits approximativ zu parametrisieren. Hierbei wurde aber zusätzlich zur Funktion $L(x)$ ein konstanter Term an die Verteilungen angepaßt, um auch Ereignisse in den Schwänzen der Verteilungen beschreiben zu können. In der Abbildung beziehen sich die Parameter $P1$, $P2$ und $P3$ auf die unwesentliche Normierungskonstante, den Mittelwert und die Breite der Lorentz-Verteilung, sowie $P4$ auf den konstanten Term.

Der Mittelwert der gefitteten Verteilungen zeigt nur sehr kleine Abweichungen von Null und braucht bei der Anpassung der Lorentz-Verteilung eigentlich nicht berücksichtigt zu werden. Dieses Ergebnis ist nicht von vornherein zu erwarten, da die Photon-Energiemeßwerte, wie in Abschnitt (6.3) beschrieben, in der Monte Carlo Simulation asymmetrisch um die wahren Photon-Energien verteilt sind. Daß dieser Effekt dennoch keine Auswirkungen auf den Mittelwert des Lorentz-Profiles hat, beruht abermals auf den großen Meßfehlern für die Photon-Energien.

Eine lorentzförmige Verteilung der Lebensdauer-Auflösung unter Einschluß eines konstanten Terms hat im Gegensatz zu einer gaußförmigen Response-Funktion zur Folge, daß die Lebensdauer-Verteilung auch für größere Lebensdauern niemals die erwartete K_S^0 -Lebensdauer von $1 \tau_S$ aufzeigt. Eine Anpassung der Lebensdauer-Verteilung in Abb. (6.19) mit einer Exponentialfunktion, z.B. zwischen 2 und $8 \tau_S$, ergibt die falsche ' K_S^0 -Lebensdauer' $1.7 \tau_S$.

6.9 Varianten des 6c-Fits

6.9.1 Massenspektren

Verzichtet man im 6c-Fit auf die Nebenbedingung f_5 , welche die fehlende Masse am Annihilationsvertex gleich der K^0 -Masse setzt, oder die Nebenbedingungen f_6 und f_7 , welche die $\gamma\gamma$ invarianten Massen gleich der π^0 -Masse setzen, so erhält man einen 5c-Fit bzw. einen 4c-Fit. Diese Fits sind natürlich nicht gleichermaßen wie der 6c-Fit geeignet, den neutralen Vertex zu rekonstruieren, sie erlauben aber durch Darstellung von Massenspektren eine alternative Sicht auf $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Daten, insbesondere wenn es gilt, Untergrund unter dem Signal des gesuchten Kanals zu erkennen.

Abb. (6.24) zeigt die $\gamma\gamma$ invariante Masse des 4c-Fits und die $\pi^0\pi^0$ invariante Masse des 5c-Fits, und zwar jeweils dargestellt für die richtige π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung. Die Breiten der Massenspektren betragen ca. 21 MeV/c^2 und ca. 17 MeV/c^2 .

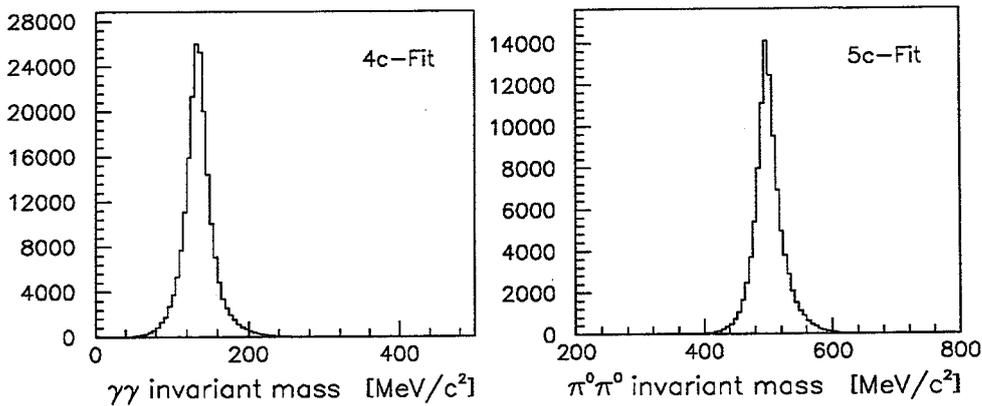


Abbildung 6.24: $\gamma\gamma$ invariante Masse des 4c-Fits und $\pi^0\pi^0$ invariante Masse des 5c-Fits in der Monte Carlo Simulation

6.9.2 Unvollständige oder fehlende Photonschauer

In der Praxis führt die geometrische Detektorakzeptanz und die endliche Strip-Ansprecheffizienz im elektromagnetischen Kalorimeter häufig zu Situationen, in denen von den vier Photonen des $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfalls einzig drei nachgewiesen werden oder die z -Koordinate des Schauerfußes eines Photons unbestimmt ist. Für beide auftretene Fälle kann der 6c-Fit leicht modifiziert werden.

Falls die z -Koordinate eines Photon-Schauerfußes nicht gemessen wurde, erhöht sich relativ zum 6c-Fit die Anzahl der Unbekannten um Eins. Folglich ist das Vertex-Rekonstruktionsproblem nur noch fünffach überbestimmt (5c-Fit). Abb. (6.25) zeigt die Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung dieses Fits für die korrekte π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung. Sie betragen 6.7 cm (FWHM) und $2.1 \tau_S$ (FWHM). Bei Permutation über alle π^0 - $\gamma\gamma$ -Kombinationen werden in 11.9 % der Fälle die falschen Paarungen ausgewählt. Zu beachten ist hierbei aber, daß vor der Ausführung des 5c-Fits keine Schätzung der unbekanntem Zerfallslänge und der unbekanntem Schauerfuß z -Koordinate vorgenommen wurde. Diese Werte wurden in der Simulation auf die exakten Monte Carlo Werte gesetzt. Die genannten Zahlen sind daher nur die im idealen Fall erreichbaren Werte.

Für den Fall eines nicht detektierten Photons wurde in völliger Analogie zum eben geschilderten Fit vorgegangen. Neben der Zerfallslänge, sind die Energie und die Schauerfuß-Koordinaten φ und z des nicht gemessenen Photons Unbekannte im Fit, der somit nur noch dreifach überbestimmt ist (3c-Fit). Abb. (6.26) gibt die Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung wieder, deren Werte 21.9 cm (FWHM) und $7.6 \tau_S$ (FWHM) betragen. Insgesamt werden 22.3 % falsche π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuord-

nungen aufgefunden. Diese sehr schlechten Auflösungen lassen die Rekonstruktion der 3-Photon-Ereignisse mit diesem 3c-Fit aussichtslos erscheinen.

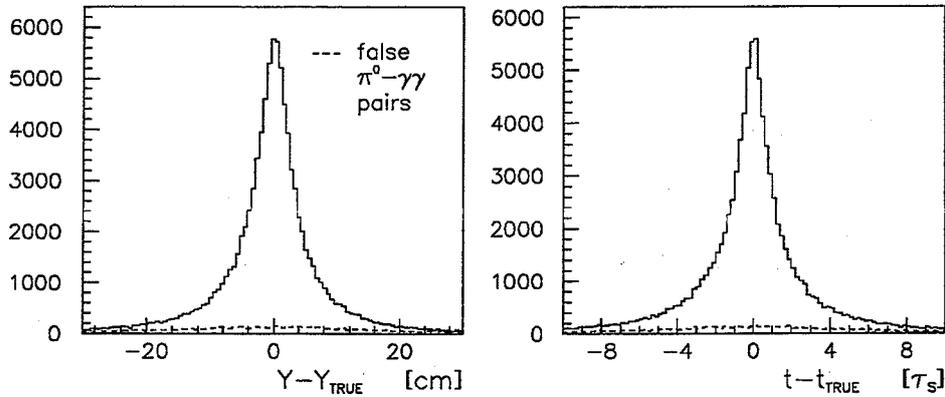


Abbildung 6.25: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung in der Monte Carlo Simulation, falls ein Photon keine Schauerfuß z-Koordinate besitzt und über alle π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen permutiert wird

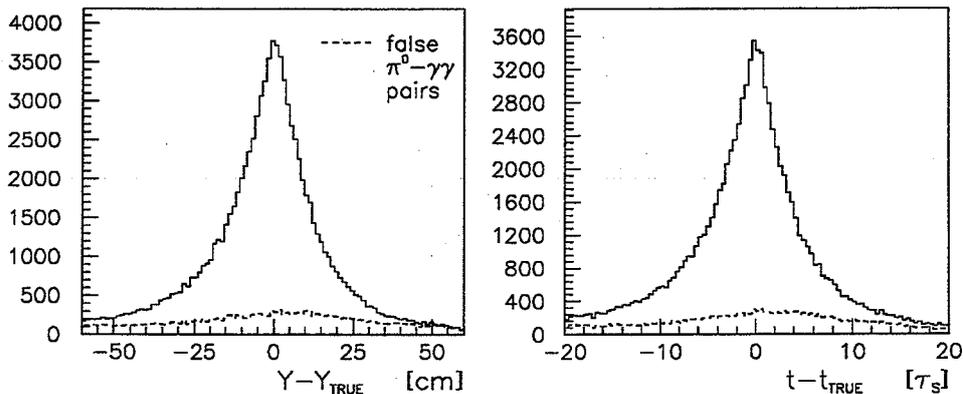


Abbildung 6.26: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Auflösung in der Monte Carlo Simulation, falls ein Photon nicht detektiert wurde und über alle π^0 - $\gamma\gamma$ -Paarungen permutiert wird

6.10 Erweiterungen

Die bisher behandelten Rekonstruktions-Methoden des neutralen Vertex, so wie sie in der Monte Carlo Simulation getestet und zur Auswertung benutzt wurden (Kapitel (7-9)), können nicht den Anspruch auf Vollständigkeit erheben. Insbesondere sind zwei Erweiterungen denkbar, die im Folgenden abrißartig erwähnt werden sollen. Sie betreffen die Verwendung der Spur-Helix-Parametrisierung und die Benutzung der Schauerrichtungen.

6.10.1 Helix-Darstellung der Spuren

Die besprochenen χ^2 -Fits mit Nebenbedingungen benutzen als Parametrisierung der Spuren die kartesische Impulsdarstellung (p_x, p_y, p_z) und die kartesische Darstellung des Annihilationsvertex

(a_x, a_y, a_z) , die den Nachteil haben, daß die x - und y -Koordinaten sehr stark miteinander korreliert sind. Außerdem wurden die Impuls-Annihilationsvertex-Korrelationen gänzlich ignoriert, was zumindest konsistent mit der unkorrelierten Monte Carlo Simulation dieser Meßwerte ist. Aber auch bei Anwendung der Fits auf echte Daten ist dieses Vorgehen akzeptabel, wie man aus der schwachen Abhängigkeit der Lebensdauer-Auflösung von der Annihilationsvertex-Auflösung in Abb.(6.22) entnehmen kann.

Möchte man die Korrelationen zwischen den Impulsen und dem Annihilationsvertex explizit berücksichtigen, so ist es am zweckmäßigsten, auf die Helix-Parametrisierung der Spuren zurückzugreifen [84]. Fünf Parameter beschreiben die räumliche Lage der Helix einer Spur, welche sich in einem homogenen Magnetfeld befindet. Sie sind nahezu unkorreliert, besitzen gaußförmige Meßfehler und erlauben auf einfache Weise, den Impuls der Spur und ihren räumlichen Schnittpunkt mit der Helix einer anderen Spur zu berechnen. Die Korrelationen zwischen den Impulsen und den Vertizes werden dabei auf natürliche Weise berücksichtigt.

6.10.2 Verwendung der Photon-Schauerrichtungen im χ^2 -Fit mit Nebenbedingungen (14c-Fit)

Es soll die Erweiterung der bisher behandelten χ^2 -Fits zur Rekonstruktion des neutralen Vertex um die gemessenen Photon-Schauerrichtungen dargelegt werden. Hierzu bedarf es einer anderen Repräsentation der γ -Einheitsvektoren \vec{v}_i , die nun Funktionen der Winkel Θ_i und Φ_i sind, welche die Schauerrichtungen parametrisieren, vgl. Abb. (4.11):

$$\vec{v}_i = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\Theta_i) + \tan^2(\Phi_i)}} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) - \tan(\phi_i) \sin(\varphi_i) \\ \sin(\varphi_i) + \tan(\phi_i) \cos(\varphi_i) \\ \tan(\Theta_i) \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (6.87)$$

Diese zusätzlichen acht Meßwerte führen laut Tab. (6.2) zu einer 14-fachen Überbestimmtheit des Vertex-Rekonstruktionsproblems (14c-Fit). Die zugehörigen Nebenbedingungen lauten:

$$f_1 = 2m_p - (E_K + E_\pi + \sum_{i=1}^4 E_i) \quad (6.88)$$

$$f_2 = -(p_{K,1} + p_{\pi,1}) - \sum_{i=1}^4 E_i v_{i,1} \quad (6.89)$$

$$f_3 = -(p_{K,2} + p_{\pi,2}) - \sum_{i=1}^4 E_i v_{i,2} \quad (6.90)$$

$$f_4 = -(p_{K,3} + p_{\pi,3}) - \sum_{i=1}^4 E_i v_{i,3} \quad (6.91)$$

$$f_5 = \{m_{K^0}^2 - (2m_p - E_K - E_\pi)^2 + (\vec{p}_K + \vec{p}_\pi)^2\} \frac{1}{m_{K^0}} \quad (6.92)$$

$$f_6 = \left\{ \frac{1}{2} m_{\pi^0}^2 - E_1 E_2 (1 - \vec{v}_1 \vec{v}_2) \right\} \frac{1}{m_{\pi^0}} \quad (6.93)$$

$$f_7 = \left\{ \frac{1}{2} m_{\pi^0}^2 - E_3 E_4 (1 - \vec{v}_3 \vec{v}_4) \right\} \frac{1}{m_{\pi^0}} \quad (6.94)$$

$$f_8 = (a_1 + y e_{0,1}) - (x_{1,1} + t_1 v_{1,1}) \quad (6.95)$$

$$f_9 = (a_2 + y e_{0,2}) - (x_{1,2} + t_1 v_{1,2}) \quad (6.96)$$

$$f_{10} = (a_3 + y e_{0,3}) - (x_{1,3} + t_1 v_{1,3}) \quad (6.97)$$

$$f_{11} = (x_{1,1} + t_1 v_{1,1}) - (x_{2,1} + t_2 v_{2,1}) \quad (6.98)$$

$$f_{12} = (\mathbf{x}_{1,2} + t_1 \mathbf{v}_{1,2}) - (\mathbf{x}_{2,2} + t_2 \mathbf{v}_{2,2}) \quad (6.99)$$

$$f_{13} = (\mathbf{x}_{1,3} + t_1 \mathbf{v}_{1,3}) - (\mathbf{x}_{2,3} + t_2 \mathbf{v}_{2,3}) \quad (6.100)$$

$$f_{14} = (\mathbf{x}_{2,1} + t_2 \mathbf{v}_{2,1}) - (\mathbf{x}_{3,1} + t_3 \mathbf{v}_{3,1}) \quad (6.101)$$

$$f_{15} = (\mathbf{x}_{2,2} + t_2 \mathbf{v}_{2,2}) - (\mathbf{x}_{3,2} + t_3 \mathbf{v}_{3,2}) \quad (6.102)$$

$$f_{16} = (\mathbf{x}_{2,3} + t_2 \mathbf{v}_{2,3}) - (\mathbf{x}_{3,3} + t_3 \mathbf{v}_{3,3}) \quad (6.103)$$

$$f_{17} = (\mathbf{x}_{3,1} + t_3 \mathbf{v}_{3,1}) - (\mathbf{x}_{4,1} + t_4 \mathbf{v}_{4,1}) \quad (6.104)$$

$$f_{18} = (\mathbf{x}_{3,2} + t_3 \mathbf{v}_{3,2}) - (\mathbf{x}_{4,2} + t_4 \mathbf{v}_{4,2}) \quad (6.105)$$

$$f_{19} = (\mathbf{x}_{3,3} + t_3 \mathbf{v}_{3,3}) - (\mathbf{x}_{4,3} + t_4 \mathbf{v}_{4,3}) \quad (6.106)$$

Die Unbekannten sind die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge y und die vier Photon-Konversionslängen t_i , $i = 1, \dots, 4$, welche mit dem $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsvertex wie folgt verknüpft sind:

$$\vec{d} = \vec{x}_i + t_i \vec{v}_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (6.107)$$

Die Nebenbedingungen f_8 bis f_{19} beinhalten also die Forderung, daß sich alle Photon-Bewegungsrichtungen in einem Punkt auf der $K_S^0(K_L^0)$ -Bewegungsrichtung kreuzen. In Anhang A sind einige nützliche Formeln zur Aufstellung des 14c-Fits zusammengefaßt.

Kapitel 7

Messung und Vorselektion von $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen

7.1 CP-LEAR Strahlzeiten 'P12' und 'P13'

Am Ende des Jahres 1991 war das elektromagnetische CP-LEAR Kalorimeter erstmals vollständig einsatzbereit, so daß während und im Anschluß der beiden Strahlzeiten 'P12' und 'P13' eine Reihe von Untersuchungen des Kalorimeters betreffend durchzuführen waren. Einige Ergebnisse dieser Arbeiten, wie die Bestimmung diverser Auflösungen und Effizienzen, wurden bereits in Abschnitt (4.3.6) referiert. Desweiteren sollte erstmals die Identifizierung und Rekonstruktion von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen durchgeführt werden, wobei die Auswertung nicht unter dem Gesichtspunkt einer Ratenoptimierung stattfinden sollte, sondern vielmehr die prinzipielle Fähigkeit des CP-LEAR-Detektors zur Rekonstruktion dieses $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallskanals demonstrieren.

Die Daten, die der hier besprochenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Auswertung zugrunde liegen, wurden mit den folgenden Trigger-Bedingungen aufgezeichnet:

- Genau zwei oder vier primäre Spuren.
- Mindestens eine primäre Spur mit der Signatur $S\bar{C}S$ (Kaonkandidat).
- Der transversale Impuls des Kaonkandidaten ist ≥ 270 MeV/c (p_T -Schnitt).
- Die Spuren erfüllen den dE/dx -Test des HWP2-Niveaus.

Diese Bedingungen galten aber nicht strikt für alle Daten, da bisweilen z.B. genau zwei primäre Spuren verlangt wurden oder aber der HWP2-Test deaktiviert war. Eine genauere Spezifikation der verschiedenen Trigger-Bedingungen kann dem Anhang (B) entnommen werden. Das Kalorimeter wurde nicht in Trigger-Entscheidungen eingebunden. Insgesamt wurden während P12 ungefähr 420 und während P13 ca. 620 Magnetbänder (200 MByte) beschrieben.

Weitere Besonderheiten der beiden Strahlperioden waren der völlige Ausfall der Proportional-kammer PC2 und geringe Ineffizienzen der Cherenkov-Zähler.

7.2 Vorverarbeitung der Daten

Die relativ große Anzahl von Rohdaten-Magnetbändern erforderte eine koordinierte Vorverarbeitung der Daten durch die Kollaboration zu sog. DST's (Data Summary Tapes), die mengenmäßig sehr viel handbarer als die Originaldaten sind und zudem eine deutlich bessere Datenqualität

aufweisen. Die für die $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Auswertung relevanten Daten durchliefen einen Zweispur-Filter, der eine Reihe von Standardprozeduren aufrief und folgende Kriterien an die Ereignisse stellte:

- Spurrekonstruktion (Pattern Recognition):
Es existieren genau zwei Spuren mit Hits in den Proportionalkammern und einer z-Information in der Driftkammer DC6 oder den Streamer-Röhren (primäre Spuren). Die Summe der Ladungen der Spuren ist Null.
- Spurfits (Track Fit):
Die rekonstruierten Spuren können gefittet und somit ihr Impuls bestimmt werden.
- Annihilationsvertex-Rekonstruktion (Charged Vertex Fit):
Die beiden gefitteten Spuren bilden einen Vertex, der nicht weiter als 2.0 cm radial von der \bar{p} -Strahlachse und nicht weiter als 10.0 cm in z-Richtung vom Detektorzentrum entfernt ist. Der minimale Abstand der Spuren zum Vertex ist kleiner als 10.0 cm.
- Teilchenidentifikation:
Es existiert mindestens eine primäre Spur der Signatur $S\cdot\bar{C}\cdot S$ mit Szintillatoren S_1 und S_2 in demselben PID-Sektor und deren Impuls größer als 300 MeV/c ist. Der Energieverlust dE/dx der Spur im Szintillator S_1 ist nicht weiter als vier Standardabweichungen vom dE/dx -Band der Kaonen entfernt.

Die derart produzierten DST's lagen nachwievor im originalen Datenformat vor, so daß ihr Lesen und Weiterbearbeiten mit den Rechenzeit intensiven Dekodieringsroutinen und Standardprozeduren zu geschehen hat. Daher wurden die DST's zu sog. Mini-DST's konvertiert, die die Ergebnisse aller Rekonstruktionsalgorithmen bereits in einfacher, kompakter Form enthalten. Der Nachteil dieses Vorgehen ist das 'Einfrieren' der Detektor-Eichungen und der Ergebnisse der Standardprozeduren auf den Zeitpunkt der Mini-DST-Produktion.

Die Originaldaten wurden durch den Zweispur-Filter auf insgesamt 74 Mini-DST-Magnetbänder mit jeweil ca. 100000 Ereignissen reduziert. Sie bilden die Basis der folgenden Datenauswertung.

7.3 Selektion von (K^\pm, π^\mp)-Ereignissen

Die eigentliche Auswertung auf Grundlage der Mini-DST's beginnt mit der Selektion von Ereignissen mit einem geladenen Kaon und einem geladenen Pion zur Anreicherung von goldenen Ereignissen.

Zunächst werden einzig Ereignisse akzeptiert, die genau einen Kaonkandidaten mit der Signatur $S\cdot\bar{C}\cdot S$ besitzen, wobei zusätzlich die Gleichheit der PID-Sektor-Nummern der Szintillatoren S_1, S_2 und des Cherenkov-Zählers verlangt wird. Die andere Spur definiert den Pionkandidaten.

Da geladene Kaonen und Pionen aus goldenen Ereignissen maximal die Impulse 747 MeV/c bzw. 667 MeV/c besitzen können, werden die Impulse beider Teilchen auf maximal 850 MeV/c bzw. 750 MeV/c limitiert. Für den Kaonkandidaten wird der Minimalimpuls auf den Wert 350 MeV/c festgelegt, damit gewährleistet ist, daß der Kaonkandidat auf Grund des Energieverlustes in den PID's überhaupt in der Lage ist, den Szintillator S_2 zu erreichen. Für den Pionkandidaten wird mindestens ein Impuls von 75 MeV/c verlangt. Diese bis hier durchgeführten Schritte und die Benennung eines Kaon- und Pionkandidaten bezeichnen wir als 'Spur-Assoziation'. Desweiteren werden die Teilchen-Spuren einigen Qualitätstests unterworfen:

- Die Anzahl der angesprochenen Drähte in den Proportional- und Driftkammern ist mindestens vier.
- Die Anzahl der Driftkammer-Strip-Informationen ist mindestens zwei.

- Die z-Koordinate des Annihilationsvertex liegt im Intervall $[-5.0, 6.0]$ cm, vgl. Abb. (4.4). Dieser Schnitt soll insbesondere \bar{p} -Annihilationen im Targeteintrittsfenster verwerfen.
- Der Öffnungswinkel der Spuren am Annihilationsvertex liegt im Intervall $[10.0^\circ, 170.0^\circ]$, um einen wohldefinierten räumlichen Schnittpunkt der Spuren in einem Vertex zu garantieren.

Die weitere Teilchenidentifikation bedient sich des Energieverlustes dE/dx der Teilchen im Szintillator S_1 . In Abb. (7.1-a) ist dieser für den Kaon- und Pionkandidaten wiedergegeben. Die S_1 -Szintillator-Nummern der beiden Teilchen sind nicht identisch oder direkt benachbart, um Verfälschungen ihrer dE/dx -Signale auszuschließen.

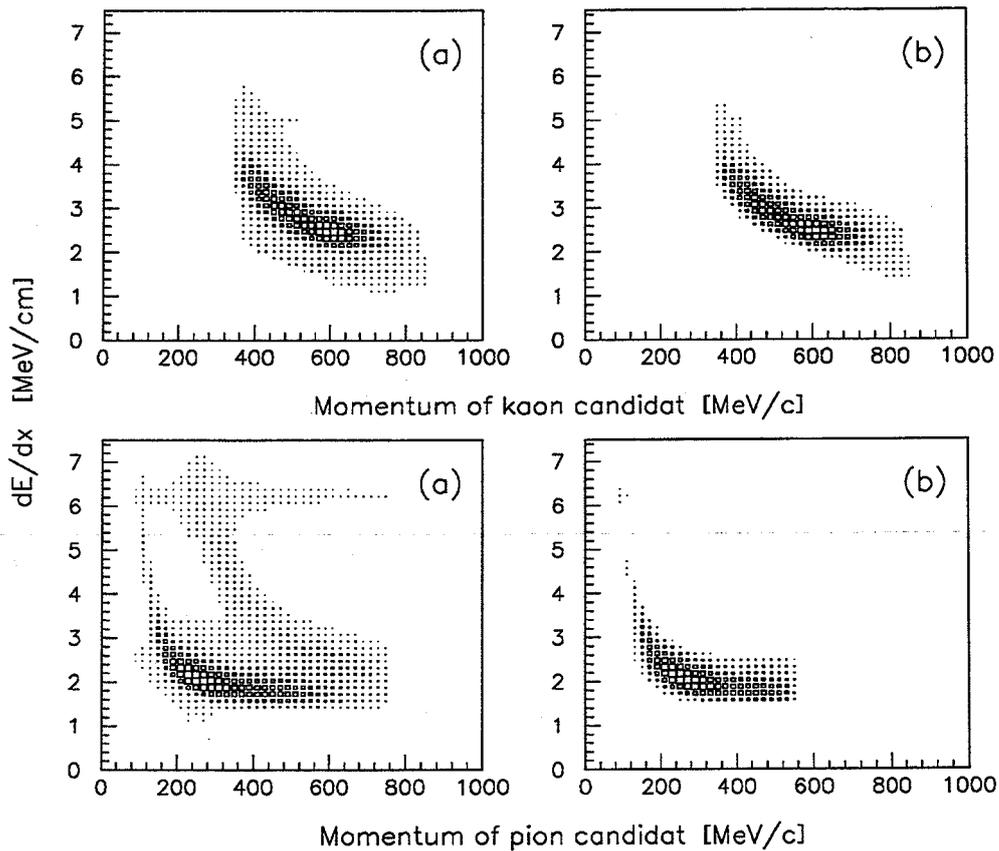


Abbildung 7.1: Energieverlust dE/dx im Szintillator S_1 des Kaonkandidaten und des Pionkandidaten in Abhängigkeit des Impulses (a) bevor und (b) nach der Teilchen-Identifikation

Die Darstellung des Kaonkandidaten zeigt deutlich das ausgeprägte dE/dx -Band der Kaonen, das auf Grund der $S\bar{C}S$ -Bedingung und des zuvor besprochenen Zweispur-Filters ober- und unterhalb relativ wenig Untergrundeignisse aufweist. Die Auftragung des Pionkandidaten zeigt hingegen neben dem dominierenden dE/dx -Band der Pionen auch dasjenige der Kaonen, das zudem bei höheren Impulsen mit dem Pion-Band überlappt. Es werden daher die folgenden Schnitte angewendet:

- Kaonkandidat:
Das dE/dx -Signal des Szintillators S_1 ist weniger als zwei Standardabweichungen vom dE/dx -Band der Kaonen entfernt.

- Pionkandidat:

Das dE/dx -Signal des Szintillators S_1 ist weniger als zwei Standardabweichungen vom dE/dx -Band der Pionen entfernt. Der Impuls des Pionkandidaten ist kleiner als 550 MeV/c.

Abb. (7.1-b) zeigt die dE/dx -Signale beider Teilchen nach diesen Schnitten.

Der Anteil goldener Ereignisse an allen verbleibenden Ereignissen lässt sich am zweckmäßigsten an der fehlenden (K^\pm, π^\mp)-Masse verdeutlichen. Sie ist in Abb. (7.2) in Abhängigkeit verschiedener Photon-Multiplizitäten im elektromagnetischen Kalorimeter wiedergegeben. Die goldenen Ereignisse liegen hierbei im Peak bei der $K^0(\bar{K}^0)$ -Masse.

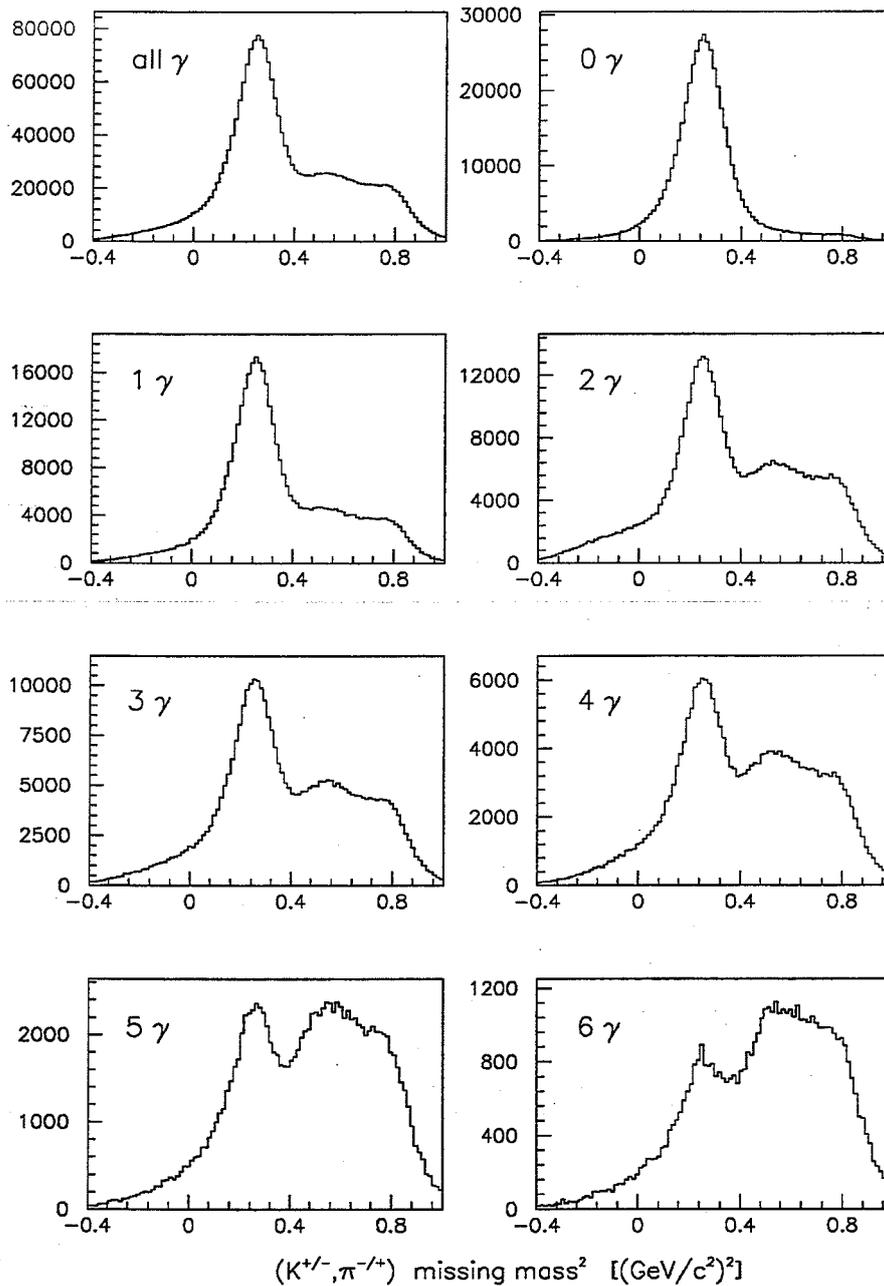


Abbildung 7.2: Fehlende (K^\pm, π^\mp)-Masse für verschiedene Photon-Multiplizitäten

Der Untergrund unter dem $K^0(\overline{K}^0)$ -Peak ist markant von der Anzahl Photonen abhängig. Für alle Ereignisse beträgt er etwa 66 % und im für die $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Auswertung relevanten Fall von vier Photonen ungefähr 82 %. Als Untergrund kommen drei verschiedene Klassen von $\bar{p}p$ -Annihilationen in Frage:

$$(\bar{p}p)_{\text{Ruhe}} \rightarrow \begin{cases} K^\mp \pi^\pm K^0(\overline{K}^0) + \pi^0 \\ \pi^+ \pi^- + n \cdot \gamma, \quad n = 0, 1, \dots, 6 \\ K^+ K^- + m \cdot \gamma, \quad m = 0, 1, \dots, 4 \end{cases} \quad (7.1)$$

Sie treten zu ca. 0.4 %, 40 % und 0.3 % in $\bar{p}p$ -Annihilationen auf. Der Endzustand, der aus den Teilchen von goldenen Ereignissen und einen zusätzlichen neutralen Pion besteht, wurde durch die bisherigen Schnitte nicht unterdrückt. Hingegen setzen die beiden letztgenannten Endzustände eine Teilchen-Mißidentifikation voraus.

7.4 p_K - p_π -Schnitt

Zur Unterdrückung von $K^\mp \pi^\pm K^0(\overline{K}^0)\pi^0$ Ereignissen bieten sich unmittelbar zwei Möglichkeiten an.

Zum einen kann auf die fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse geschnitten werden, so wie es in Abb. (7.3) anhand von Monte Carlo Ereignissen demonstriert wird. Ein Schnitt auf große fehlende Massen verwirft offenbar Ereignisse des Untergrundkanals.

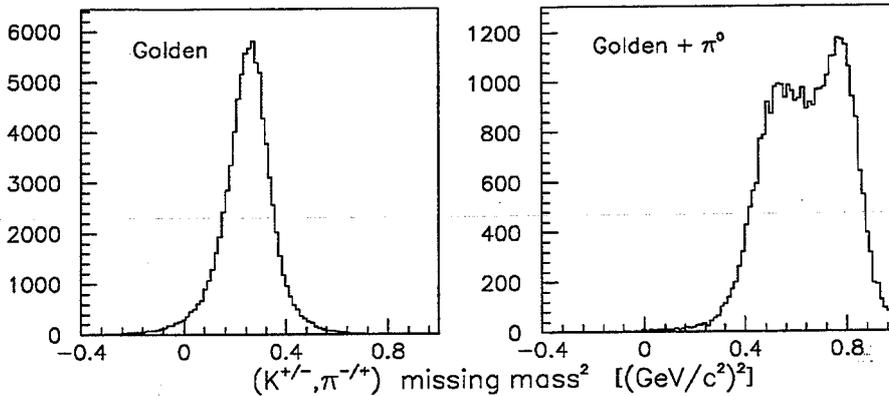


Abbildung 7.3: Fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse für goldene Ereignisse und den Untergrundkanal $K^\mp \pi^\pm K^0(\overline{K}^0)\pi^0$ in der Monte Carlo Simulation

Eine alternative Methode wird durch die Auftragung des Impulses des Kaonkandidaten gegen den Impuls des Pionkandidaten in Abb. (7.4) aufgezeigt [89], wozu ebenfalls Monte Carlo Daten verwendet werden. In dieser Darstellung sind die deutlich voneinander getrennten Bereiche von goldenen Ereignissen und von Ereignissen des Untergrundkanals zu erkennen. Da die Trennlinie zwischen beiden Bereichen nahezu linear ist, kann ein Schnitt auf goldene Ereignisse leicht realisiert werden. Dieses wird in Abb. (7.5) anhand der Daten exemplarisch gezeigt. Akzeptiert werden nur die Ereignisse, die sich oberhalb der eingezeichneten Linie befinden. Abb. (7.6) zeigt dann, daß durch den Schnitt einzig Ereignisse bei großen fehlenden (K^\mp, π^\pm) -Massen verworfen werden, aber keine goldenen Ereignisse.

Dieser sog. p_K - p_π -Schnitt wird nicht für die Datenauswertung verwendet, da es die sehr viel effektivere Methode des 1c-Fits gibt, um auf die fehlende (K^\mp, π^\pm) -Masse zu schneiden. Im nächsten Abschnitt wird hierauf eingegangen. Die Bedeutung des p_K - p_π -Schnitts beruht vielmehr darauf, daß er sehr einfach durch die Kinematik-Prozessoren des CP-LEAR-Triggers realisiert werden kann, so wie es mittlerweile auf Grund der Erfahrungen mit diesen Daten geschehen ist.

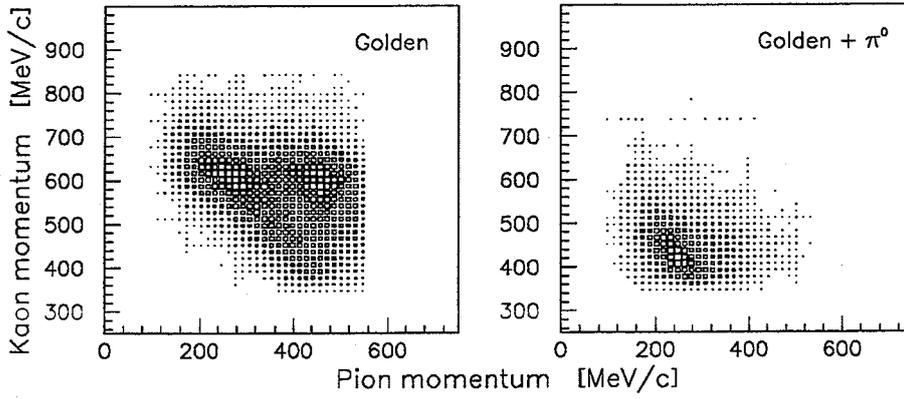


Abbildung 7.4: Impuls des Kaonkandidaten versus Impuls des Pionkandidaten für goldene Ereignisse und den Untergrundkanal $K^\mp \pi^\pm K^0 (\bar{K}^0) \pi^0$ in der Monte Carlo Simulation

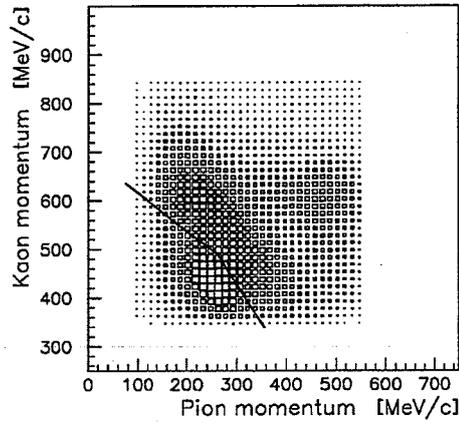


Abbildung 7.5: Impuls des Kaonkandidaten versus Impuls des Pionkandidaten. Der p_K-p_π -Schnitt akzeptiert Ereignisse oberhalb der eingezeichneten Linie.

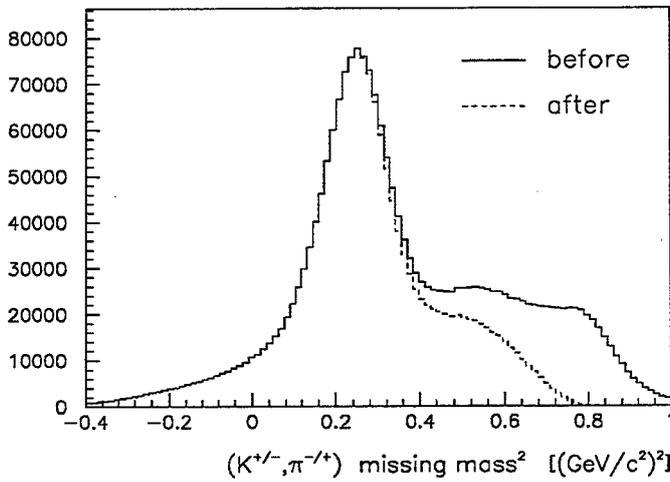


Abbildung 7.6: Fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse vor und nach der Anwendung des p_K-p_π -Schnitts

7.5 1c-Fit auf die fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse

Ein 1c-Fit auf die fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse führt zu einer weiteren Anreicherung von goldenen Ereignissen. Dieser Fit ist identisch mit dem 1c-Fit, der im Zusammenhang mit der Zerfallslängenvariations-Methode in Abschnitt (6.4) besprochen wurde.

Abb. (7.7) zeigt die χ^2 -Wahrscheinlichkeitsverteilung des 1c-Fits. Untergrund-Ereignisse, die sich in der Verteilung bei Null häufen, werden durch einen Schnitt auf den Wert 0.1 verworfen.

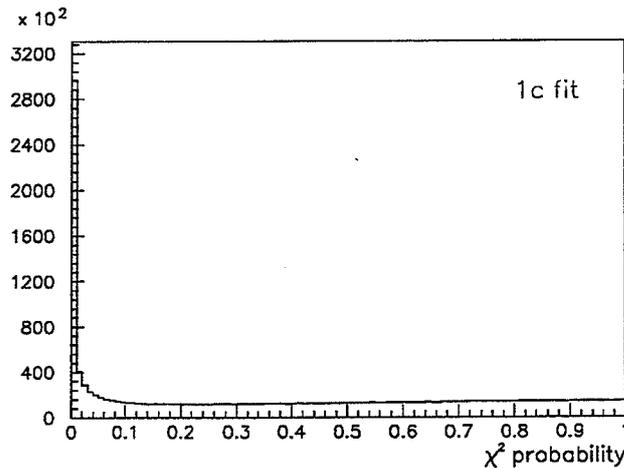


Abbildung 7.7: χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 1c-Fits

Die Wirkung dieses Schnittes auf die fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse wird in Abb. (7.8) wiedergegeben. Man ersieht, daß der 1c-Fit im Spektrum gewissermaßen auf die $K^0(\bar{K}^0)$ -Masse schneidet. Der Untergrund unter dem Peak der goldenen Ereignisse wird nicht reduziert und beträgt für alle Ereignisse etwa 37 % und für Ereignisse mit vier Photonen ungefähr 57 %.

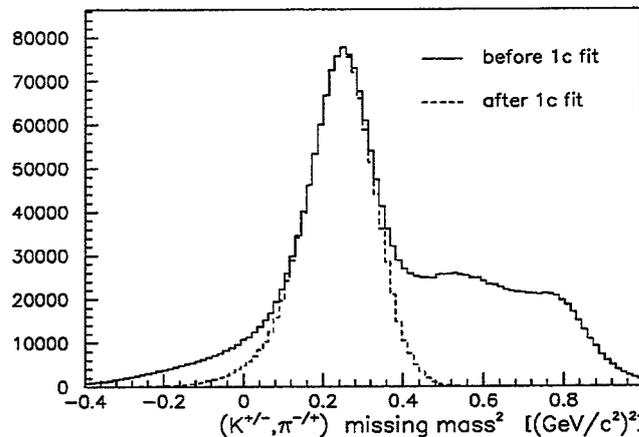


Abbildung 7.8: Fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse vor und nach der Anwendung des 1c-Fits

7.6 Selektion von Photon-Schauern

Ein von dem Standard-Schauer-Rekonstruktionsalgorithmus (Shower Pattern Recognition) im elektromagnetischen Kalorimeter aufgefundener Schauer definiert ein Photon, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- Die Schauer-Hit-Multiplizität ist mindestens drei.
- Der Schauer erstreckt sich über mindestens zwei Kalorimeter-Ebenen.
- Die Extrapolation jeder Spur ins Kalorimeter ist mindestens 25.0 cm vom Schauer entfernt.

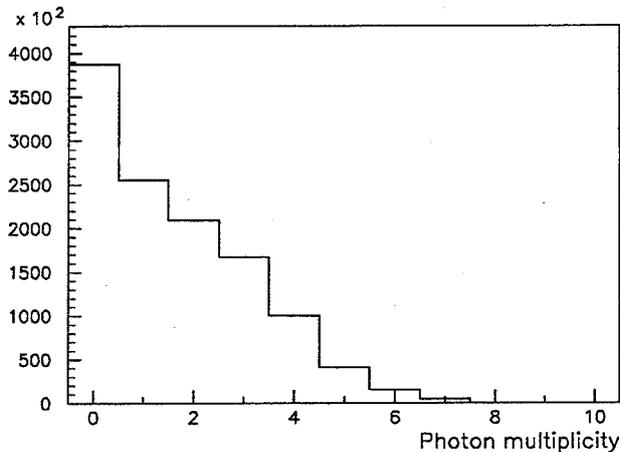


Abbildung 7.9: Photon-Multiplizitäts-Verteilung nach dem 1c-Fit

In Abb. (7.9) ist die Photon-Multiplizitäts-Verteilung, wie sie nach dem 1c-Fit gewonnen wird, wiedergegeben. Sie weist die meisten Ereignisse bei der Multiplizität Null auf und fällt bei größeren Multiplizitäten nahezu linear ab. Der Überschub bei Null erklärt sich aus der Tatsache, daß ca. 50 % aller goldenen Zweispur-Ereignisse durch K_L^0 -Zerfälle außerhalb des Detektors gekennzeichnet sind, wie es auch die fehlende (K^\pm, π^\mp) -Masse für die Photon-Multiplizität Null in Abb. (7.2) widerspiegelt. Die übrigen Multiplizitäten setzen sich aus den Beiträgen der goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ und $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ Zerfälle, der Untergrundkanäle (7.1) und 'nicht-identifizierbarer neutraler Schauer' zusammen. Letztere treten beispielsweise zu ca. 20 % pro Spur in goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfällen auf, also in einem Kanal, bei dem eigentlich keine neutralen Pionen und Photonen im Detektor vorhanden sein sollten [90]. Für die nicht-identifizierbaren neutralen Schauer gibt es verschiedene Ursachen:

- Spurkorrelierte neutrale Pionen, die aus Ladungsaustausch-Reaktionen der geladenen Pionen und Zerfällen der geladenen Kaonen im Kalorimeter herrühren.
- Fehlkonstruktionen des Schauer-Rekonstruktionsalgorithmus.
- Rauschen ('Noise') in der Auslese-Elektronik des Kalorimeters.

Die prozentualen Anteile dieser Mechanismen an der Photon-Multiplizitäts-Verteilung lassen sich naturgemäß nur schwer abschätzen.

Die weitere $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Selektion verlangt genau vier Photonen. Es kann aber nicht ausgeschlossen werden, daß Ereignisse mit mehr als vier Photonen ebenfalls goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ beinhalten, auf Grund der eben erläuterten nicht-identifizierbaren neutralen Schauer. Die Photonen werden dann einer Reihe von Qualitätstests unterzogen:

- Die z-Koordinate des Schauerfußes liegt vor.
- Die Photon-Konversion geschieht vor der 18. Kalorimeter-Ebene, Abb. (7.10-a). Diese Bedingung ist aber bereits implizit durch die Anwendung des Schauer-Rekonstruktionsalgorithmus erfüllt.

- Die Photon-Schauerfüße haben einen bestimmten Mindestabstand von den Rändern des Kalorimeters in φ - und z -Richtung, vgl. Abb. (7.10-b) und (7.10-c), damit sichergestellt ist, daß die Photonen vollständig im Kalorimeter-Volumen aufgeschauert sind, abgesehen von radialen Leckverlusten, die aber durch die Energie-Eichung berücksichtigt werden. In φ -Richtung wird ein Abstand von 8.0 cm von der Mitte zwischen den Kalorimeter-Dritteln verlangt. In z -Richtung darf der Schauerfuß nicht weiter als 122.0 cm vom Detektorzentrum entfernt sein.
- Zwei Schauer dürfen in der Drahtebenen-Projektion des Kalorimeters (W-Projektion) nicht überlappen. Diese sog. W-Ambiguitäten besitzen nämlich für beide sich überlappende Schauer die gleiche Schauerfuß- φ -Koordinate. Abb. (7.10-d) zeigt diesen Sachverhalt. In ihr sind die paarweisen φ -Differenzen der Schauer-Füße wiedergegeben.

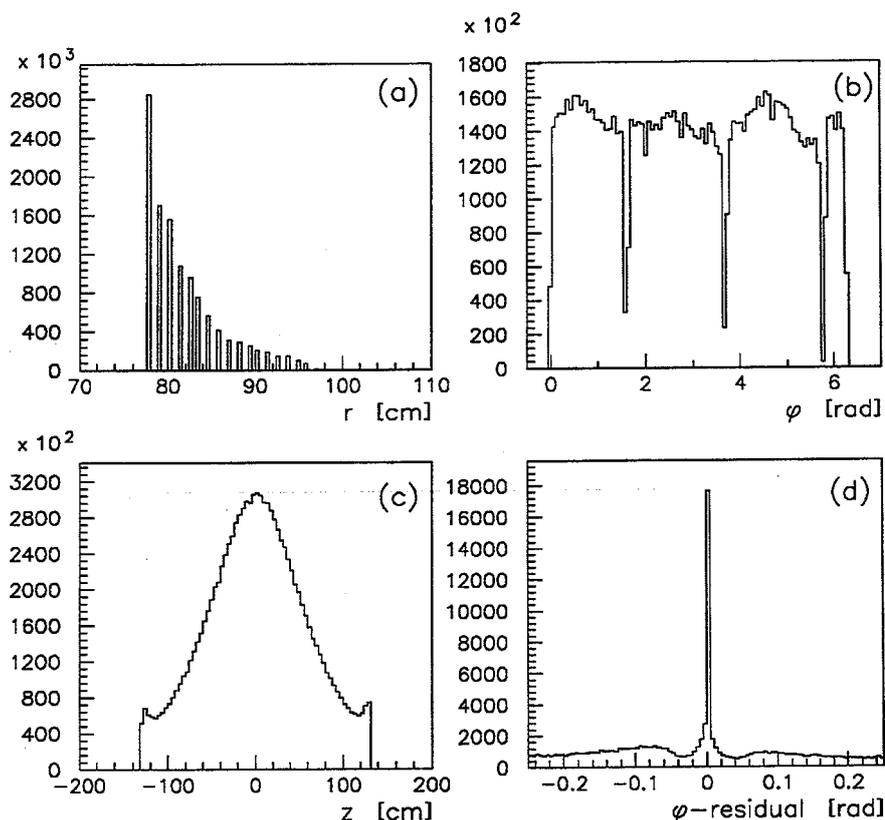


Abbildung 7.10: Photon-Schauerfuß-Koordinate (r, φ, z) und φ -Differenz zweier Schauer

Man beachte hierbei, daß wir Photon-Konversionen in den PID's, die sich leicht durch eine Szintillator-oder Cherenkov-Aktivität vor den Photon-Schauerfüßen erkennen lassen, nicht verwenden. Pro Photon wird eine solche PID-Aktivität in 33 % aller Fälle beobachtet. Davon sind aber 3 % Ereignisse, in denen sich diese Aktivität nicht eindeutig einem Photon oder einer Spur zuordnen läßt.

Die Ereignis-Reduktionsstatistik der bisher besprochenen Schnitte auf goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Ereignisse ist in Tab. (8.1) zusammengefaßt.

Kapitel 8

Rekonstruktion des neutralen Zerfallsvertex $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$

8.1 Anwendung der Zerfallslängenvariations-Methode

Die gemäß Kapitel (7) vorselektierten Ereignisse werden der Zerfallslängenvariations-Methode unterworfen, um einerseits offensichtliche Untergründereignisse zu verwerfen und um andererseits einen Startwert für die unbekannte $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge im 6c-Fit zu bestimmen. Hierzu werden der $K_S^0(K_L^0)$ -Impuls des 1c-Fits und die standardmäßig bestimmten Photon-Schauerfuß-Koordinaten verwendet.

Insgesamt werden bei Anwendung der Zerfallslängenvariations-Methode 21.7 % aller vorselektierten Ereignisse verworfen, für welche keine physikalische Lösung aufgefunden werden kann. In Abb. (8.1) sind die rekonstruierten $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Verteilung wiedergegeben. Beide Verteilungen besitzen eine sehr ähnliche Gestalt. Sie sind dadurch gekennzeichnet, daß die eigentlichen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle von einem ca. zweimal häufigeren Untergrund begleitet werden, welcher erst durch die Anwendung des 6c-Fits verworfen werden kann.

8.2 Anwendung des 6c-Fits

Der in Abschnitt (6.7) vorgestellte 6c-Fit dient der endgültigen Selektion goldener $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle. Er verwendet im Detail die folgenden Meßwerte und Kovarianzmatrizen:

- **Impulse der geladenen Teilchen:**
Der Impuls und die Impuls-Kovarianzmatrix eines geladenen Teilchens, so wie sie vom Spurfitt (Track Fit) zur Verfügung gestellt werden, liegen in einem Referenzpunkt auf der Teilchen-trajektorie vor, der gewöhnlich auf dem Radius der Proportionalkammer PC2 liegt. Hieraus wird mittels einer linearen Transformation der Impuls und seine Kovarianzmatrix am An-nihilationsvertex berechnet. In der Kovarianzmatrix wird hierbei aber nicht eine etwaige Vielfachstreuung im H_2 -Target oder den Proportionalkammern berücksichtigt.
- **Annihilationsvertex:**
Der Annihilationsvertex und seine Kovarianzmatrix werden direkt durch die Standardproze-dur der Annihilationsvertex-Rekonstruktion (Charged Vertex Fit) ermittelt. Dabei werden aber keine Korrelationen zwischen dem Annihilationsvertex und den Teilchenimpulsen be-rechnet, weshalb sie im Folgenden auch keine Verwendung finden (vgl. hierzu die Bemerkun-gen in Abschnitt (6.10.1)).

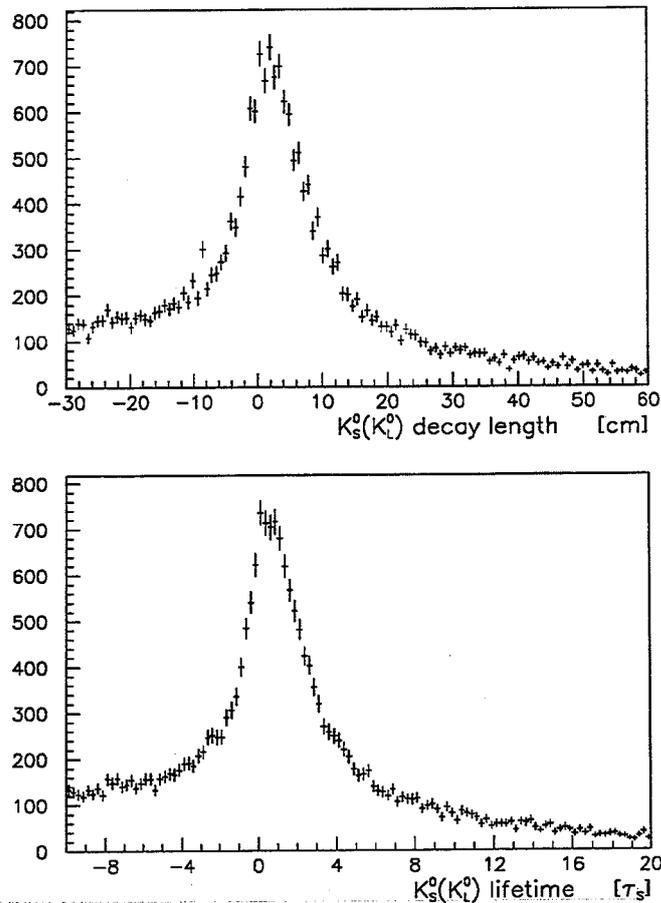


Abbildung 8.1: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Verteilung der Zerfallslängenvariations-Methode

- Photon-Schauerfuß-Koordinaten:

Ein Photon-Schauerfuß wird durch den räumlichen Schnittpunkt der gefeuerten Mini-Streamer-Röhren und der angesprochenen U- oder V-Strips in der Photon-Konversionsebene des Kalorimeters bestimmt. Die Schauerfuß-Ortsauflösung ist daher nicht gaußförmig, sondern besitzt vielmehr eine kastenförmige Gestalt. Für den 6c-Fit wird sie effektiv als gaußförmig angenommen.

Eine größere Komplikation stellt die Tatsache dar, daß das Alignment des elektromagnetischen Kalorimeters zum Zeitpunkt der Mini-DST-Produktion noch nicht abgeschlossen war. So sind die Schauerfuß-Ortsauflösungen bei der hier verwendeten Alignierung schlechter als die in Abschnitt (4.3.6) genannten. Beispielsweise können im Vergleich der verwendeten und der inzwischen verbesserten Eichung die Abstandsdifferenzen zwischen einzelnen Röhren und Strips bis zu 1 cm betragen. Wir haben als effektive Fehler für die φ -Koordinate des Schauerfußes den Wert 5.0 mrad und für die z-Koordinate den Wert 1.0 cm verwendet. Dabei werden keine systematischen Fehler der benutzten vorläufigen Kalorimeter-Alignierung berücksichtigt.

- Photon-Energien:

Die Photon-Energie bestimmt sich aus der Hit-Multiplizität eines Photon-Schauers. Ihre Eichung konnte aus statistischen Gründen bislang nicht bis zu den in goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$

Zerfällen maximal vorkommenden Photon-Energien durchgeführt werden und wird daher im Bereich hoher Photon-Energien durch die Ergebnisse einer Monte Carlo Simulation ergänzt [80].

Die Photon-Energie-Auflösung wird als gaußförmig angenommen, obwohl dieses aus zweierlei Gründen nicht korrekt ist. Zum einen bewirkt die Forderung nach mindestens drei gefeuerten Kalorimeter-Röhren in einem Schauer ein Abschneiden der Hit-Multiplizitäts-Verteilung, und zum anderen besitzt die Hit-Multiplizitäts-Verteilung Schwänze zu höheren Hit-Multiplizitäten.

Ein generelles Problem bei der Verwendung der Photon-Energie-Meßfehler im 6c-Fit ist die schlechte Energie-Auflösung des Kalorimeters. Denn die korrekte Angabe eines Meßfehlers für die Energie eines Photons setzt eigentlich die Kenntnis des Energiespektrums aller betrachteten Photonen voraus. Wir verwenden hier im 6c-Fit Meßfehler, die unter der Annahme eines gleichförmigen Energiespektrums berechnet werden.

Wie man den genannten Punkten entnehmen kann, ist die derzeitige Anwendung des 6c-Fits noch mit einigen Unsicherheiten behaftet, die einerseits von der Vorläufigkeit der verwendeten Eichungen des Kalorimeters und andererseits von der vereinfachten Verwendung der Meßwerte und ihrer Kovarianzen herrührt. Es kann daher nicht erwartet werden, daß der 6c-Fit eine optimale Effizienz im Bezug auf der Unterscheidung von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ und Untergründereignissen aufweist und die bestmögliche $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung besitzt.

Der 6c-Fit besitzt für Ereignisse, welche die Zerfallslängenvariations-Methode passiert haben, eine Konvergenzrate von 99.8 % und benötigt hierzu im Schnitt 5.2 Iterationen. Abb. (8.2) zeigt die zugehörige χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung, die ein zufriedenstellend flaches Verhalten neben den Untergründereignissen bei Null aufweist. Wir akzeptieren Ereignisse mit χ^2 -Wahrscheinlichkeiten von größer als 0.1.

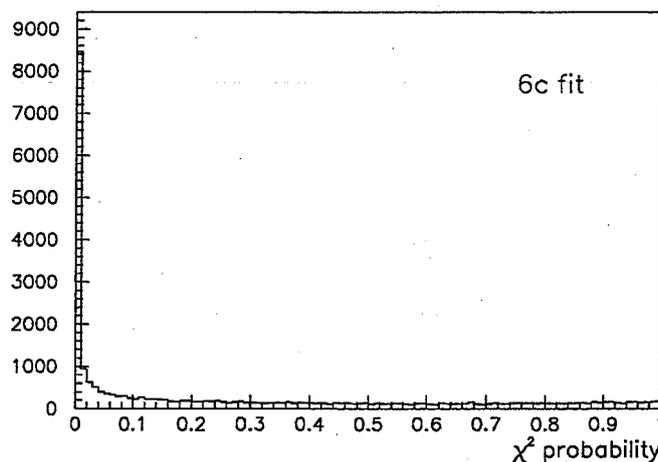
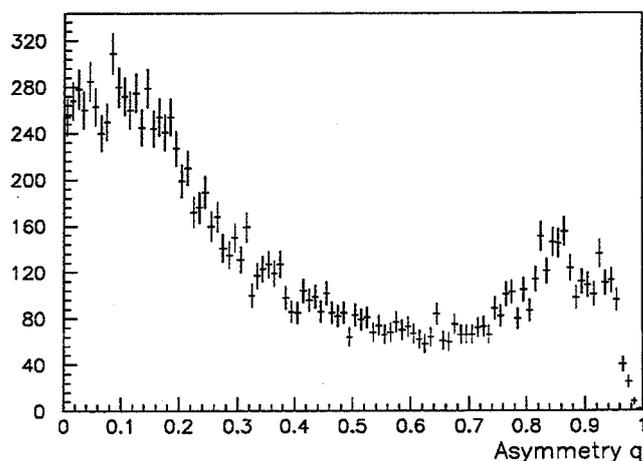


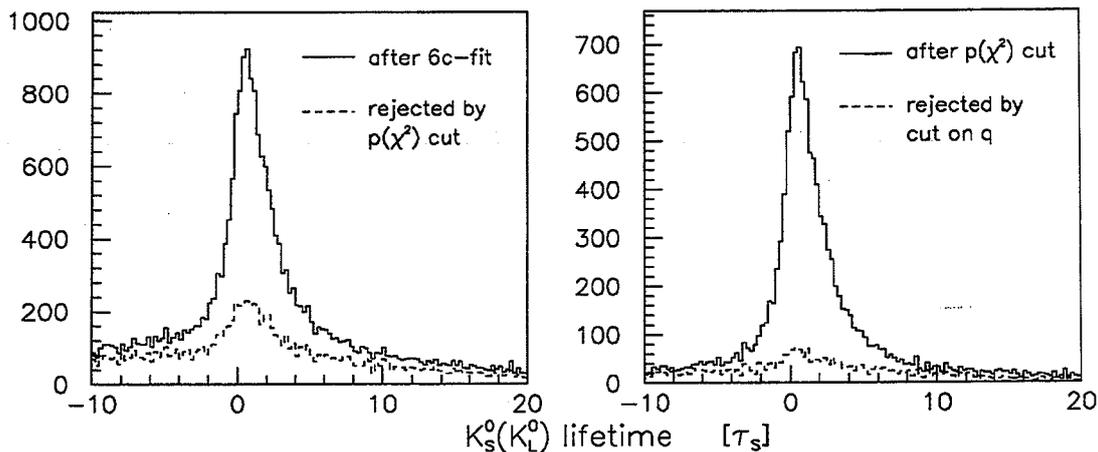
Abbildung 8.2: χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 6c-Fits

Abb. (8.3) zeigt die Asymmetrie q (6.31) nach dem Schnitt auf die χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung. Wie in der Monte Carlo Studie des Abschnitts (6.7) häufen sich hier falsche $\pi^0\text{-}\gamma\gamma$ Zuordnungen bei hohen q -Werten. Wir verwerfen diese Ereignisse durch einen Schnitt auf den Wert 0.6.

In Abb. (8.4) werden diejenigen Ereignisse in der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung des 6c-Fits wiedergegeben, die durch die Schnitte auf die χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung und die Asymmetrie q verworfen werden. Während der Schnitt auf q fast ausschliesslich Ereignisse in den Schwänzen der Lebensdauer-Verteilung verwirft, sind durch den Schnitt auf die χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung hiervon offensichtlich auch goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle betroffen. Dieses sind einerseits

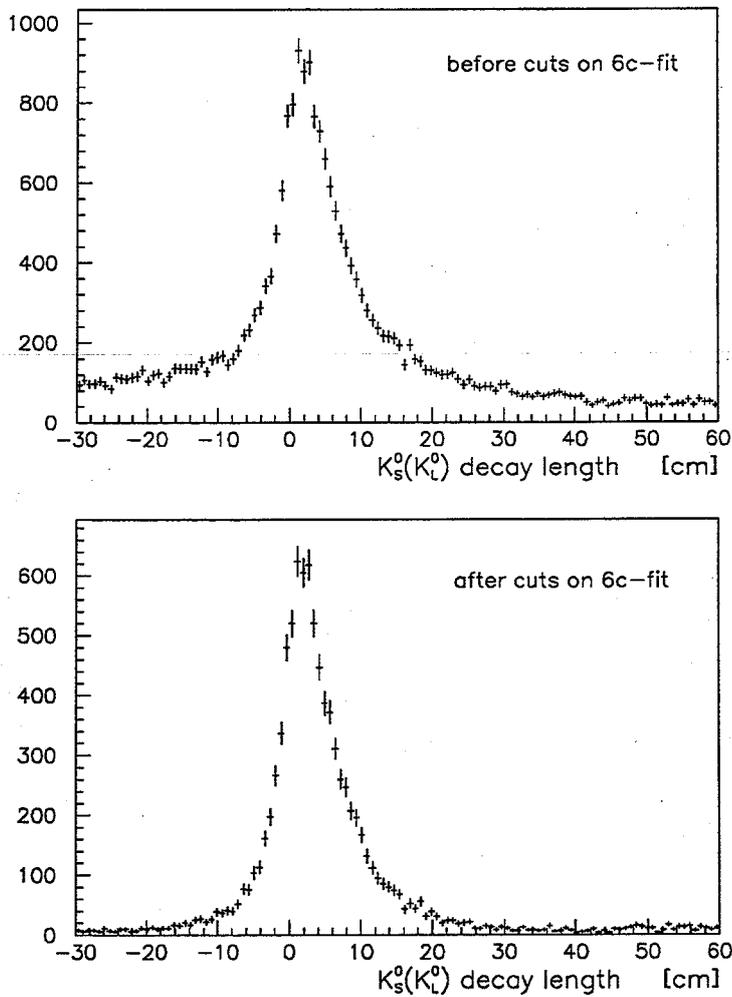
Abbildung 8.3: Asymmetrie q des 6c-Fits

Ereignisse, die im gleichverteilten Bereich der χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung zwischen 0 und 0.1 liegen, und andererseits Ereignisse, die in der Verteilung tatsächlich bei Null lokalisiert sind. Letzere Ereignisse spiegeln die Ineffizienz des 6c-Fits bei der Erkennung von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen wieder. Sie beträgt schätzungsweise 10 %.

Abbildung 8.4: Reduktion des Untergrunds in der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung des 6c-Fits

Die Abbildungen (8.5) und (8.6) zeigen die Verteilungen für die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- und Lebensdauer-Verteilung des 6c-Fits, sowohl vor den Schnitten auf die χ^2 -Wahrscheinlichkeit und die Asymmetrie q als auch danach. Insgesamt verbleiben in diesen Spektren 9752 Ereignisse. Ihr Anteil an allen prozessierten Mini-DST-Ereignissen beträgt 0.12 %. In Tab.(8.1) ist die Ereignis-Reduktionsstatistik für alle Schnitte auf die goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Ereignisse wiedergegeben. Die Verteilungen werden keiner Akzeptanzkorrektur unterworfen, da Monte Carlo Studien auf eine Lebensdauer-unabhängige Nachweiseffizienz zwischen 0 und 20 τ_S von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen hinweisen [91].

Totale Anzahl Mini-DST-Ereignisse	8061709	100.0 %
Spur-Assoziation	5094268	63.2 %
Qualitätstests der primären Spuren	4650680	57.7 %
(K^\pm, π^\mp) -Identifikation	2146177	26.6 %
1c-Fit: χ^2 Wahrscheinlichkeit	1180922	14.6 %
4 Photonen	100375	1.25 %
Photon Qualitätstests	32979	0.41 %
Zerfallslängenvariations-Methode	25807	0.32 %
6c-Fit: χ^2 Wahrscheinlichkeit	13245	0.16 %
6c-Fit: Asymmetrie q	9752	0.12 %

Tabelle 8.1: Ereignis-Reduktionsstatistik der Schnitte auf goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ ZerfälleAbbildung 8.5: $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen-Verteilung vor und nach den Schnitten auf den 6c-Fit

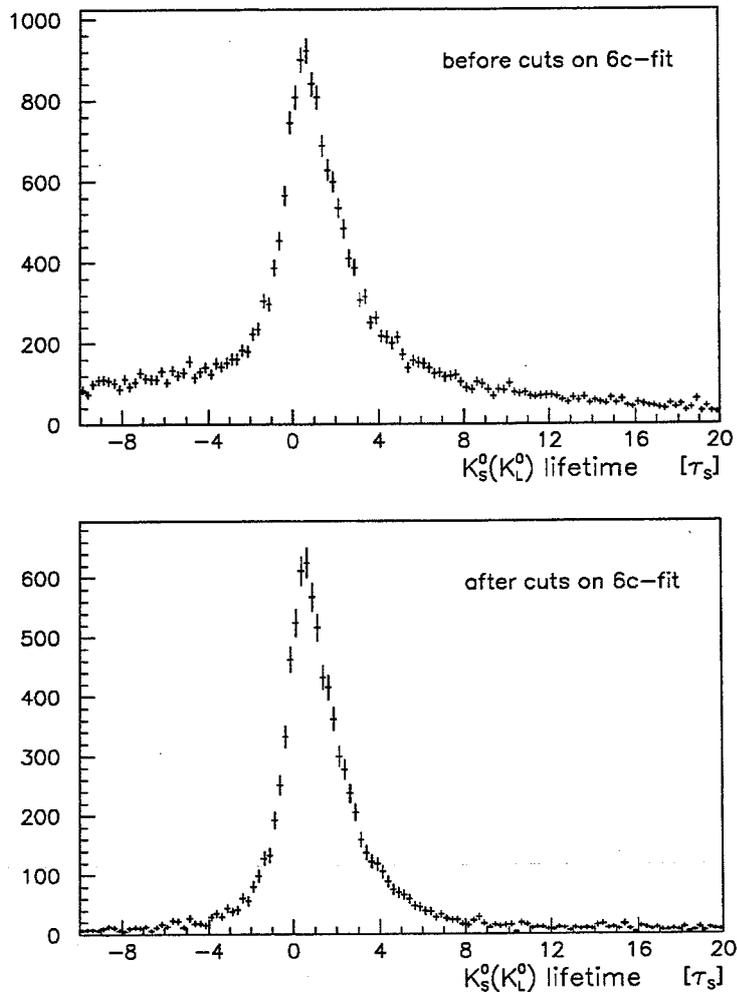


Abbildung 8.6: $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung vor und nach den Schnitten auf den 6c-Fit

In den Verteilungen fallen nachwievor untergrundähnliche Ereignisse auf, die gleichförmig über die Spektren verteilt sind. Wenn man die im späteren Abschnitt (8.4) dargelegte Parametrisierung der Lebensdauer-Verteilung zugrunde legt, so stellen sie einen Anteil von ca. 11.6 % an allen Ereignissen. Sehr unterschiedliche Kategorien kommen für diese Ereignisse in Frage:

- Goldene $K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle.
- Verbleibende goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle mit falscher π^0 - $\gamma\gamma$ Zuordnung.
- Schwänze in der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung.
- Echte Untergrund-Kanäle, wie z.B. die $\bar{p}p$ -Annihilationen (7.1) oder die Zerfälle $K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$.

Die Bestimmung der relativen Anteile dieser Ereignis-Typen ist äußerst kompliziert und soll an dieser Stelle auch nicht weiter behandelt werden, zumal in naher Zukunft eine erheblich bessere Ereignis-Statistik und die endgültigen Kalorimeter-Eichungen für diese Studien verfügbar sein werden.

Die logarithmische Auftragung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung ist in Abb. (8.7) wiedergegeben. Obwohl sie im Intervall von 1.0 bis 8.0 τ_S einen exponentiellen Abfall aufweist, läßt sich aus ihr nicht die richtige K_S^0 -Lebensdauer durch einen Fit mit einer Exponential-Funktion ableiten. Ein Fit mit der Funktion

$$f(t) = C + \mathcal{N}e^{-t/\tau} \quad , \quad (8.1)$$

wobei C , \mathcal{N} und τ Fitparameter sind, ergibt den falschen Wert $(1.75 \pm 0.07) \tau_S$ für τ , also für die K_S^0 -Lebensdauer. Hierin spiegelt sich, wie bereits in Abschnitt (6.8) erwähnt, die lorentzförmige Lebensdauer-Auflösung des verwendeten 6c-Fits wieder.

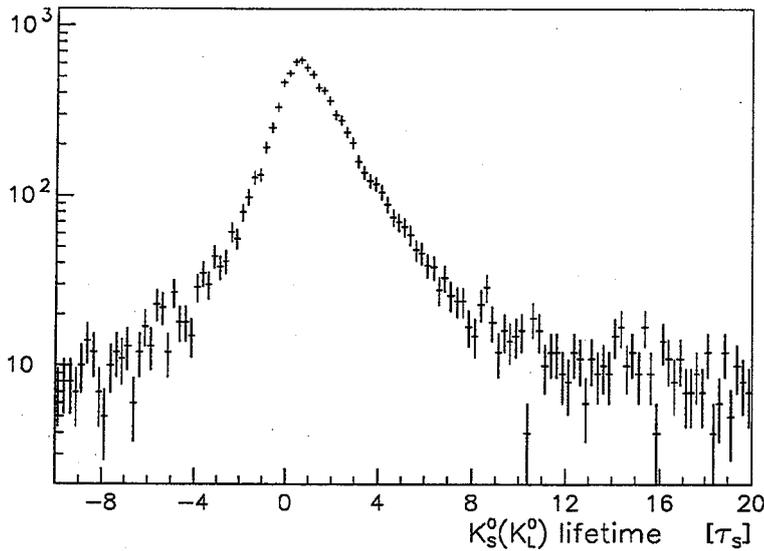
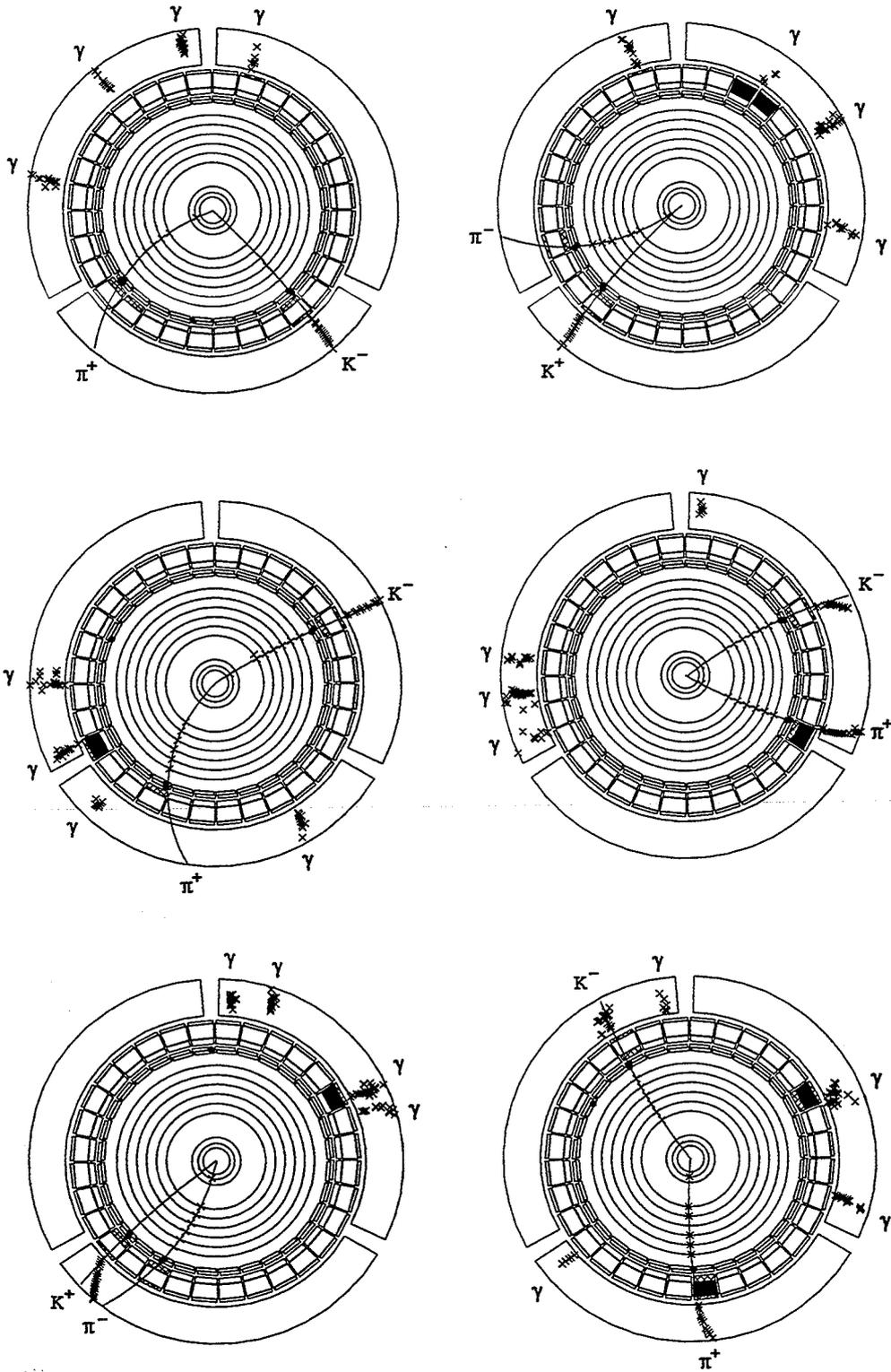


Abbildung 8.7: $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung in logarithmischer Auftragung

An dieser Stelle ist es noch Wert, nach dem Einfluß von Photon-Konversionen in den PID's zu fragen. Verwirft man sämtliche Ereignisse, die vor dem Photon-Schauer eine PID-Aktivität aufweisen, so verbleiben lediglich 2670 Ereignisse (diese Tatsache bewog uns, die in den PID's konvertierten Photonen stets zu akzeptieren). Der Fit der Lebensdauer-Verteilung mit einer Exponentialfunktion ergibt dann den Wert $(1.76 \pm 0.14) \tau_S$ für die K_S^0 -Lebensdauer. Er unterscheidet sich also nicht von dem Fall nicht-verworfenener PID-Konversionen.

Abb. (8.8) zeigt einige exemplarische goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Ereignisse, die mit der hier beschriebenen Auswertung gewonnen werden.

Abbildung 8.8: Beispiele für goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0 \pi^0$ Ereignisse

8.3 Anwendung des 4c- und 5c-Fits

Die 4c- und 5c-Fits (vgl. Abschnitt (6.9.1)) ermöglichen eine alternative Sicht auf die goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle und demonstrieren noch einmal explizit, daß dieser Zerfallskanal tatsächlich nachgewiesen wird.

Abb. (8.9) zeigt die Auftragung der beiden $\gamma\gamma$ invarianten Massen des 4c-Fits, ohne daß auf die 4c-Fit oder 6c-Fit Ergebnisse geschnitten wird. Für die Auftragung wurde einzig die π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung des 6c-Fits verwendet. Deutlich erkennt man hierbei das $\pi^0\pi^0$ -Signal des $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfalls über einem flachen Untergrund.

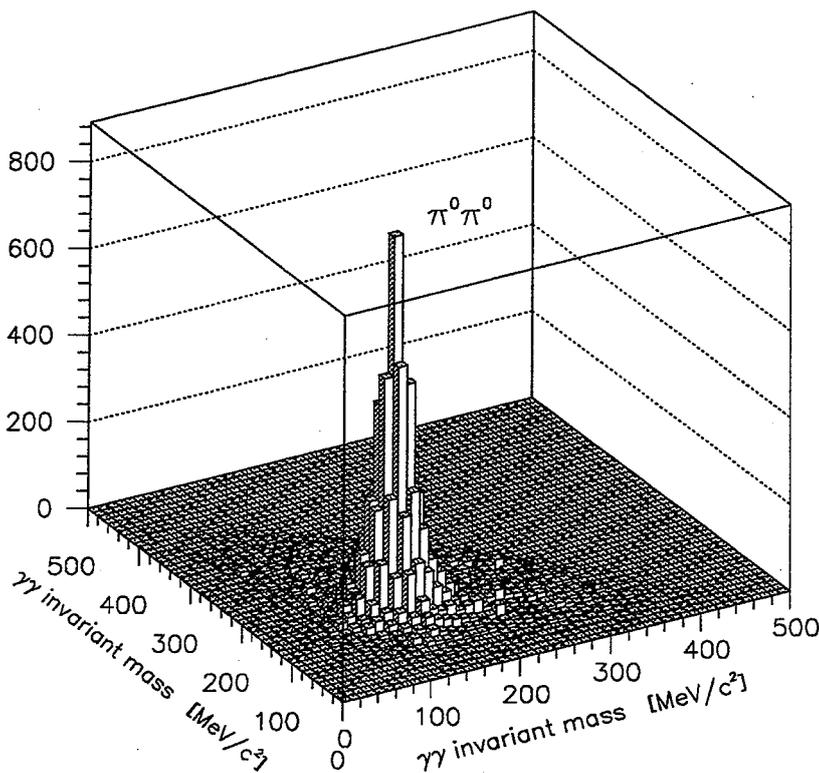


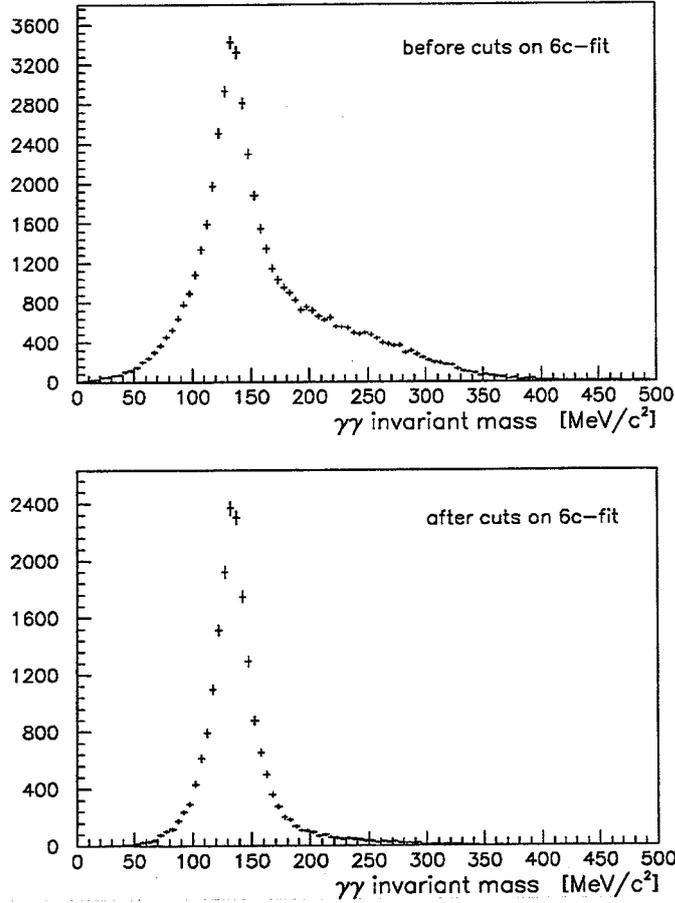
Abbildung 8.9: $\gamma\gamma$ invariante Masse versus $\gamma\gamma$ invariante Masse des 4c-Fits vor den Schnitten auf den 6c-Fit

In Abb.(8.10) ist die Projektion dieses Bildes wiedergegeben, wobei aber zwischen der Nicht-Anwendung und Anwendung der Schnitte auf den 6c-Fit unterschieden wird. Der π^0 -Massenpeak besitzt eine Breite von ungefähr $16 \text{ MeV}/c^2$. Man beachte hierbei, daß seine Position sehr gut mit dem Wert der wahren π^0 -Masse übereinstimmt, was augenfällig den geringen Einfluß der Photon-Energien und ihrer inkorrekten Kovarianzen in den χ^2 -Fits widerspiegelt.

Abb. (8.11) zeigt in Entsprechung zum vorigen Bild die $\pi^0\pi^0$ invariante Masse des 5c-Fits, der nur für die vom 6c-Fit ausgewählte π^0 - $\gamma\gamma$ -Zuordnung ausgeführt wird. Hierbei ist der markante $K_S^0(K_L^0)$ -Massenpeak zu erkennen, der eine Breite von ca. $21 \text{ MeV}/c^2$ besitzt.

8.4 Parametrisierung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung

Die Monte Carlo Studien im Kapitel (6) hatten gezeigt, daß für die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung eine lorentzförmige Verteilung bei Anwendung des 6c-Fits zu erwarten ist. Einen direkten Be-

Abbildung 8.10: $\gamma\gamma$ invariante Masse des 4c-Fits vor und nach den Schnitten auf den 6c-Fit

weis hierfür werden wir in dem Kapitel (9) nachreichen. An dieser Stelle hingegen zeigen wir, daß man durch die Faltung einer Exponentialfunktion mit einem Lorentz-Profil die beobachtete Lebensdauer-Verteilung parametrisieren kann. Die hier betrachtete Faltung lautet explizit:

$$f(t) = C + \mathcal{N} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{e^{-\frac{t-t'}{\tau}}}{t'^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad (8.2)$$

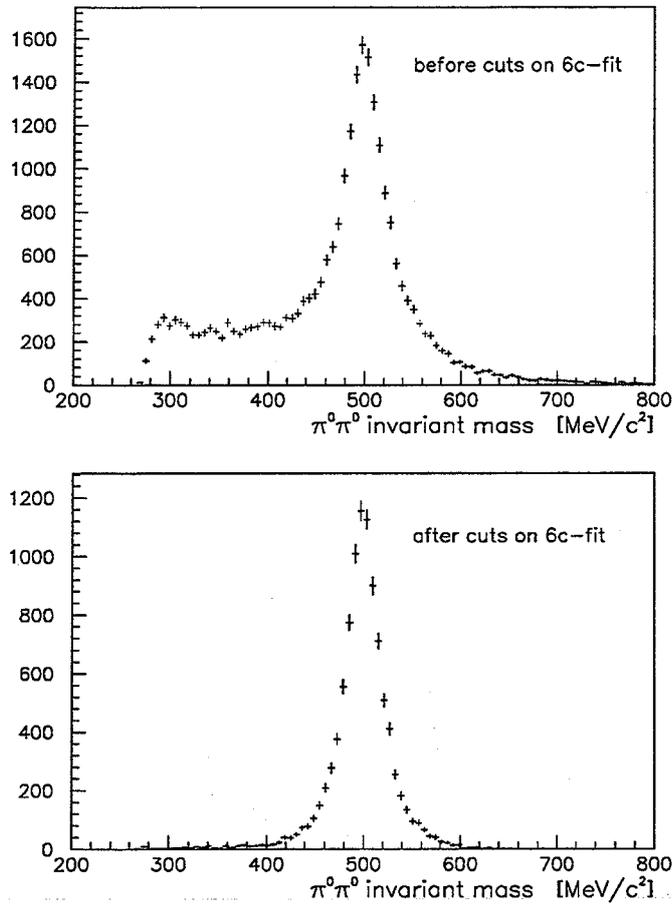
τ steht offensichtlich für die K_S^0 -Lebensdauer, Γ für die Breite des Lorentz-Profiles der Lebensdauer-Auflösung, \mathcal{N} für eine unwichtige Normierungskonstante und C für den Beitrag von Untergrund-Ereignissen, deren Verteilung als gleichförmig angenommen wird.

Abb. (8.12) zeigt das Ergebnis der Anpassung der Faltung an die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung mit dem Fit-Programm MINUIT [92]. Diese Parametrisierung ist offenbar gut in der Lage, die Lebensdauer-Verteilung zu beschreiben, so wie es auch durch den χ^2 -Wert des Fits reflektiert wird:

$$\frac{\chi^2}{\text{ndf}} = \frac{145.86}{(120 - 4)} = 1.26$$

Für die Fitparameter werden die folgenden Werte gefunden:

$$\tau = (1.14 \pm 0.03) \tau_S$$

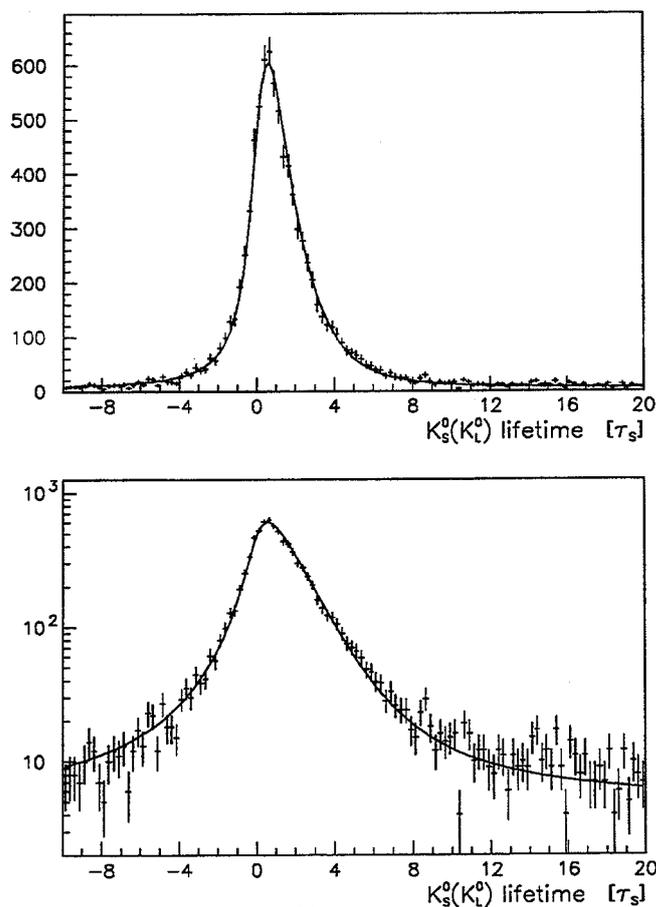
Abbildung 8.11: $\pi^0\pi^0$ invariante Masse des 5c-Fits vor und nach den Schnitten auf den 6c-Fit

$$\begin{aligned}\Gamma &= (1.48 \pm 0.04) \tau_S \\ \mathcal{N} &= (0.89 \pm 0.04) \\ C &= (4.83 \pm 0.42)\end{aligned}$$

Die angegebenen Fehler sind rein statistisch.

Man ersieht also, daß mit dieser sehr einfachen Parametrisierung bereits ein guter Wert für die K_S^0 -Lebensdauer bestimmt wird. Sehr viel interessanter ist aber der Wert für die Lebensdauer-Auflösung: er stimmt befriedigend mit dem Wert überein, der in den Design-Studien des elektromagnetischen Kalorimeters angestrebt wurde. Er läßt sich in unserem Modell noch geringfügig zuverlässiger bestimmen, indem man während des Fits der Lebensdauer-Verteilung für den Wert von τ die wahre K_S^0 -Lebensdauer einsetzt und festhält. Man erhält dann für Γ den Wert $(1.56 \pm 0.04) \tau_S$ mit $\chi^2/\text{ndf} = 1.51$.

An dieser Stelle drängt sich die Frage auf, ob es nicht genausogut möglich ist, anstatt eines Lorentz-Profiles, die Summe zweier Gauß-Funktionen als Response-Funktion zu verwenden, da Gauß-Funktionen in der Praxis gebräuchlicher sind. Dieses ist in der Tat der Fall, allerdings werden dabei zwei zusätzliche Fit-Parameter eingeführt. Anstatt des Parameters Γ treten dann die Breiten σ_1 und σ_2 der Gauß-Funktionen und ihre Anteile r und $(1 - r)$ auf. Die Parametrisierung

Abbildung 8.12: Parametrisierung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung

der Lebensdauer-Verteilung lautet also:

$$f(t) = C + \mathcal{N} \int_{-\infty}^{\infty} dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \left\{ \frac{r}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'}{\sigma_1}\right)^2} + \frac{(1-r)}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'}{\sigma_2}\right)^2} \right\} \quad (8.3)$$

Das Fitergebnis ist dann:

$$\begin{aligned} \tau &= (1.14 \pm 0.03) \tau_S \\ \sigma_1 &= (0.71 \pm 0.03) \tau_S \\ \sigma_2 &= (2.67 \pm 0.04) \tau_S \\ r &= (0.65 \pm 0.02) \\ \mathcal{N} &= (3.45 \pm 0.09) \\ C &= (8.72 \pm 0.38) \end{aligned}$$

Mit:

$$\frac{\chi^2}{\text{ndf}} = \frac{152.2}{(120 - 6)} = 1.34$$

Die derart ermittelte Lebensdauer τ ist also identisch mit der durch das Lorentz-Profil bestimmten! Der Grund hierfür ist, daß ein Lorentz-Profil sehr gut durch die Summe zweier Gauß-Funktionen approximiert werden kann.

8.5 Kinematik von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen

Bisher hatten wir den 6c-Fit lediglich verwendet, um die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge bzw. Lebensdauer zu rekonstruieren. Als Ergebnis des 6c-Fits liegt aber weiterhin die vollständige Kinematik der goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle vor, die jetzt betrachtet werden soll.

Den Dalitz-Plot des goldenen $\bar{p}p$ -Annihilations-Endzustandes zeigt Abb. (8.13). Er weist augenfällig die drei Resonanzen $K^{\pm*}$, K^{0*} und $a_2^{\pm}(1320)$ auf, die sich in den Annihilations-Kanälen (6.13) manifestieren. Verdeutlicht werden diese Resonanzen zudem durch die drei Projektionen des Dalitz-Plots, wie sie in Abb. (8.14) wiedergegeben werden. Dabei ist den invarianten Massen zweier Teilchen zusätzlich das Impulsspektrum des zurückgestossenen dritten Teilchens gegenübergestellt, und zwar als Illustration des Phasenraums der selektierten goldenen Ereignisse.

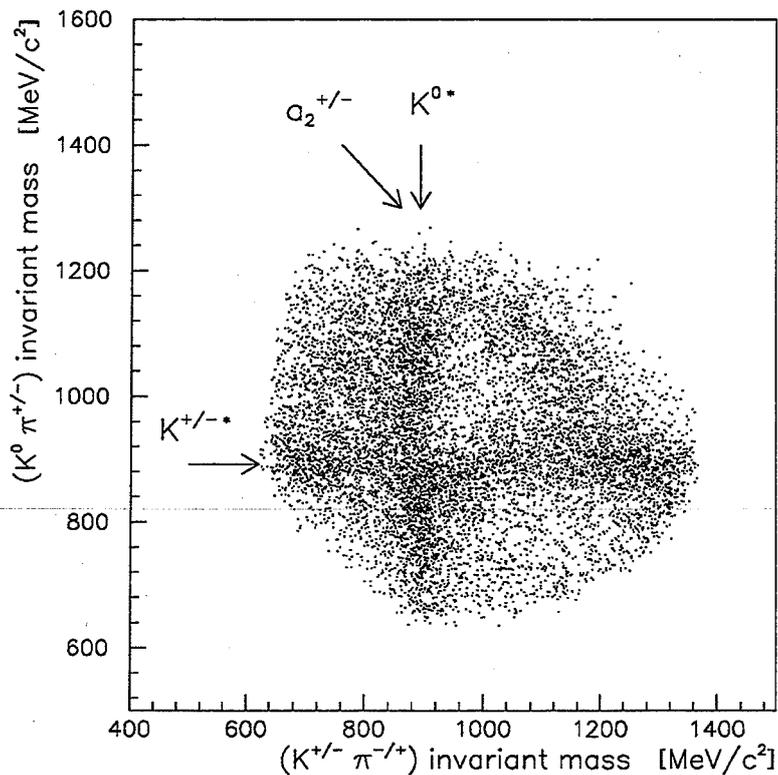


Abbildung 8.13: $K^{\mp}\pi^{\pm}K^0(\bar{K}^0)$ -Dalitz-Plot von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen

Die Impuls-Verteilung der neutralen Pionen des $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfalls zeigt Abb.(8.15). Man erkennt den scharf umrandeten Phasenraum der π^0 's, der sich aus dem Minimal- und Maximal-Impuls der neutralen Kaonen ableitet. Der mittlere Impuls der neutralen Pionen beträgt 343 MeV/c. In Abb. (8.16) ist zusätzlich die Öffnungswinkel-Verteilung der beiden π^0 's wiedergegeben, welche deutlich einem minimalen Öffnungswinkel bei 58.5° aufweist.

Die mittlere Photon-Energie aus den π^0 -Zerfällen ist 187 MeV, wie man der Abb. (8.17) entnehmen kann. Sortiert man die vier Photon-Energien eines $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfalls nach ihrer relativen Größe, so wird man auf Abb. (8.18) geführt. Hierbei beträgt die mittlere Photon-Energie für das energiereichste Photon 362 MeV, für das zweit-energiereichste 201 MeV, für das dritt-energiereichste 126 MeV und für das energieärmste 70 MeV. Somit liegt gemäß Abb. (4.8) meist ein Photon in demjenigen Energie-Intervall, in dem das elektromagnetische Kalorimeter nicht die maximale Photon-Nachweis-Effizienz aufweist.

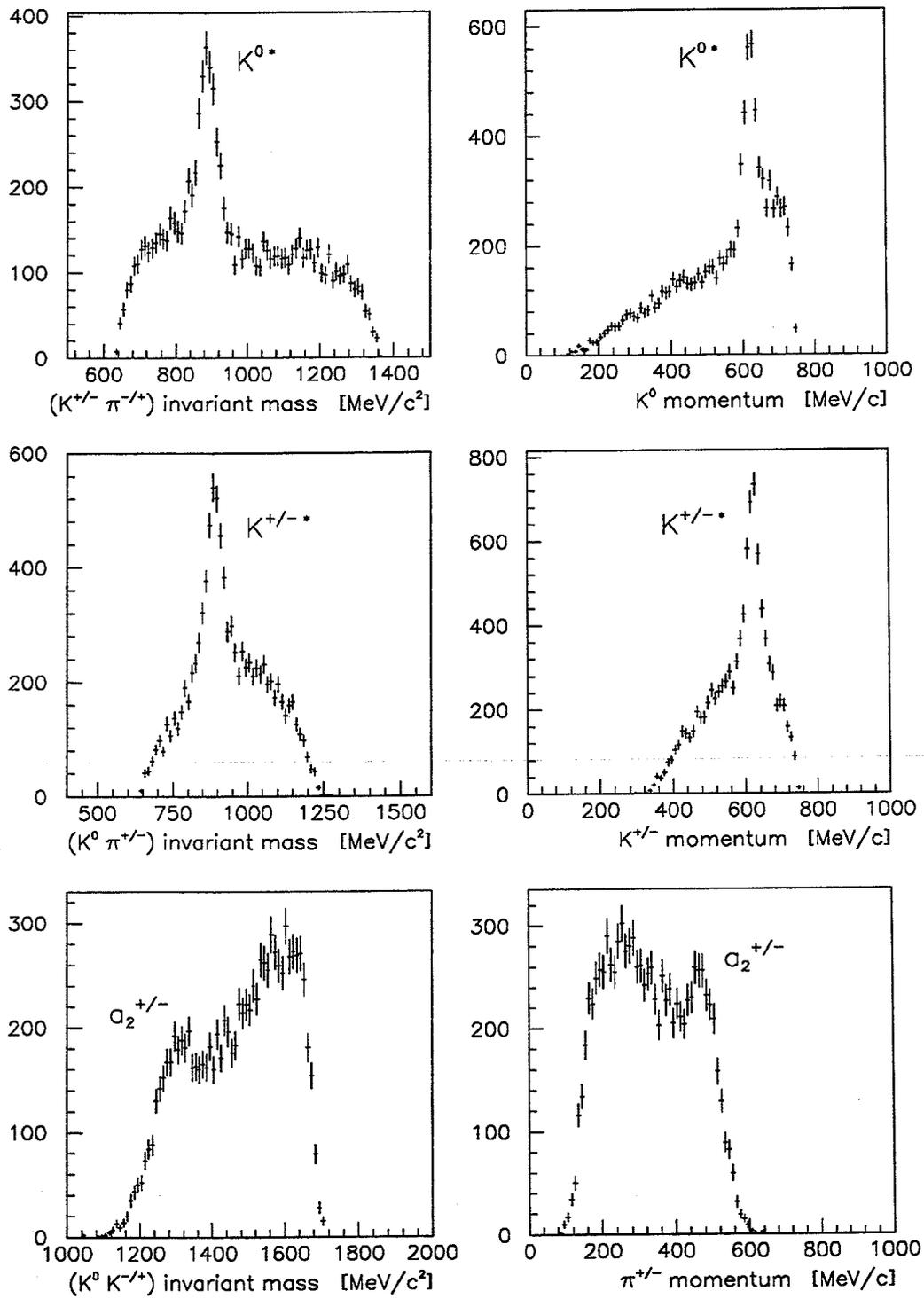


Abbildung 8.14: Projektionen des $K^\mp \pi^\pm K^0(\bar{K}^0)$ -Dalitz-Plots von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen

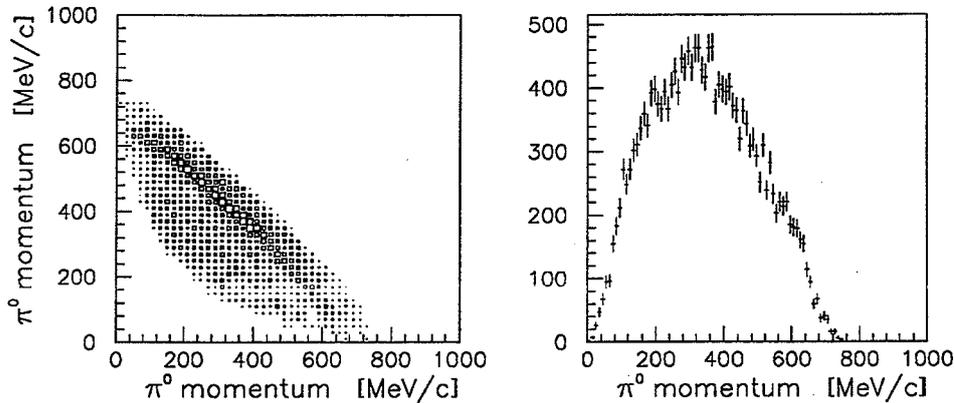


Abbildung 8.15: Impuls der neutralen Pionen

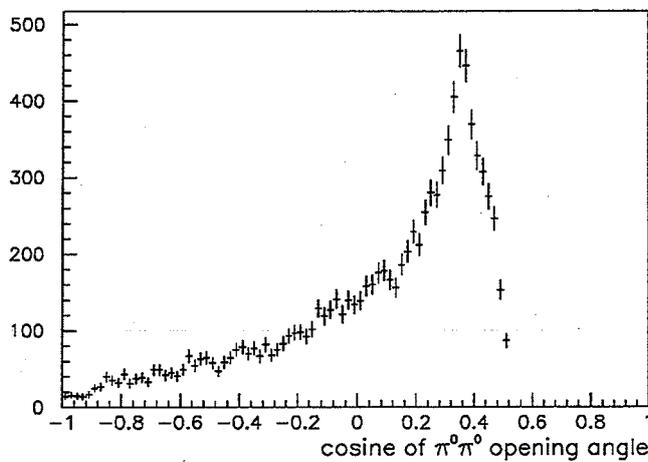


Abbildung 8.16: Öffnungswinkel der neutralen Pionen

Die $\gamma\gamma$ -Öffnungswinkel-Verteilung ist in Abb. (8.19) wiedergegeben. Sie weist die meisten Ereignisse im Bereich des minimalen Öffnungswinkels bei 20.5° auf. Ein beträchtlicher Anteil von Ereignissen besitzt aber auch sehr große Öffnungswinkel, was anschaulich zeigt, daß die Photonen aus goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen keine ausgeprägte Vorzugsrichtung besitzen, sondern weitgefächert über den Raumwinkel ausgesandt werden.

Abb. (8.20) illustriert die Fähigkeit der gemessenen Photon-Energien zur Rekonstruktion einiger kinematischer Größen, wozu die vom 6c-Fit aufgefundene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Vertex-Position verwendet wird. Man erkennt deutlich die mäßige Auflösung der $\gamma\gamma$ bzw. $\gamma\gamma\gamma\gamma$ invarianten Massen, deren Breiten $57 \text{ MeV}/c^2$ bzw. $125 \text{ MeV}/c^2$ betragen. Auch die Auftragung des totalen fehlenden Impulses gegen die totale fehlende Energie, die sich in der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Auswertung bewährt hat, zeigt lediglich ein sehr verschmiertes Signal bei Null.

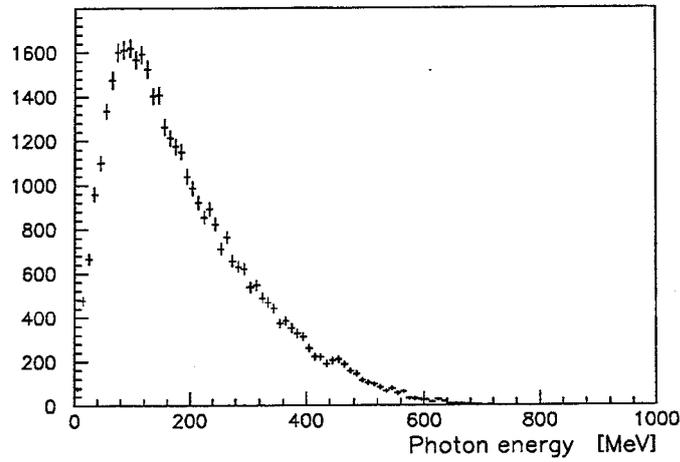


Abbildung 8.17: Photon-Energie

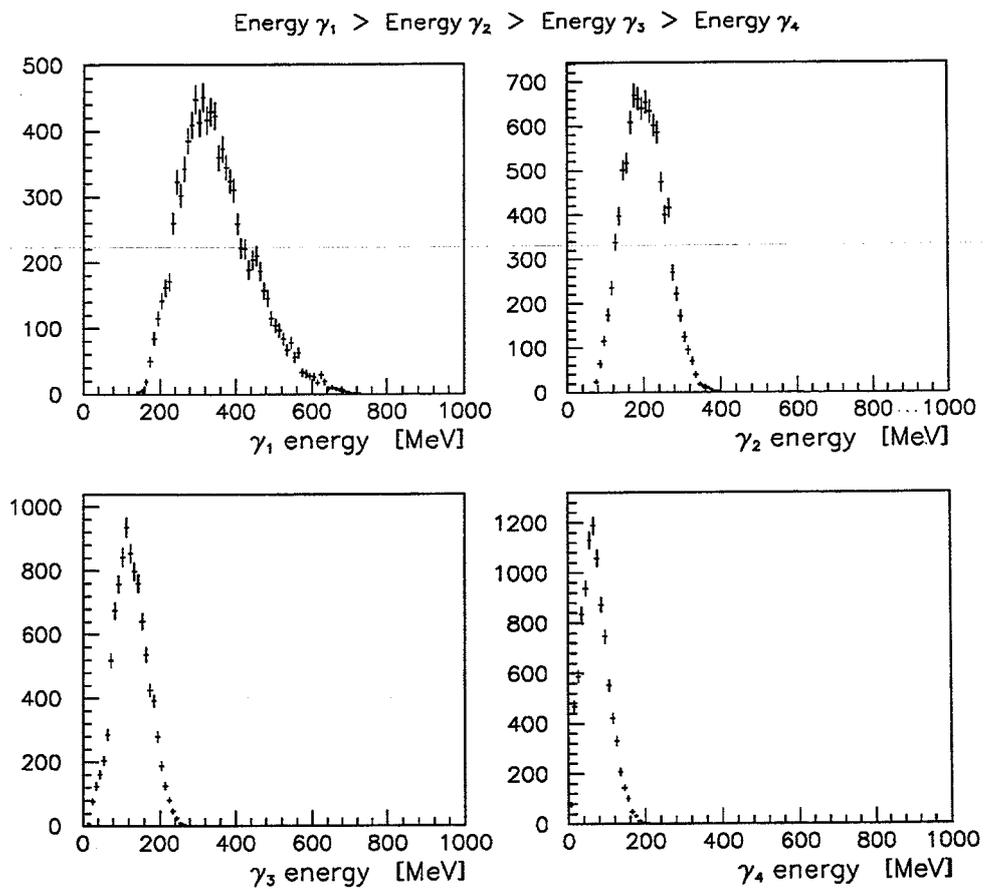


Abbildung 8.18: Photon-Energien sortiert nach ihrer relativen Größe

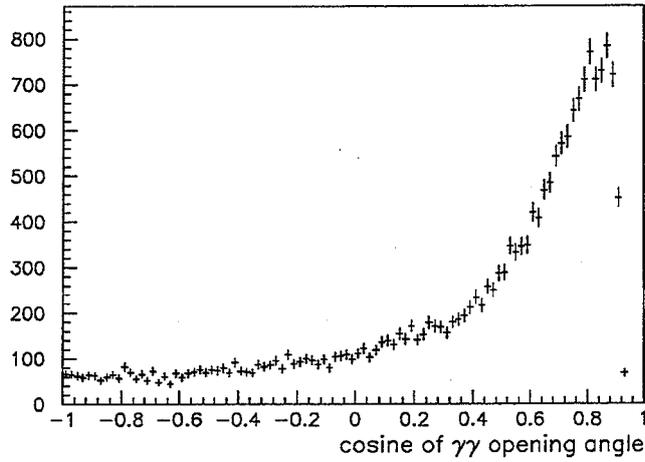


Abbildung 8.19: Öffnungswinkel der Photonen eines π^0 Zerfalls

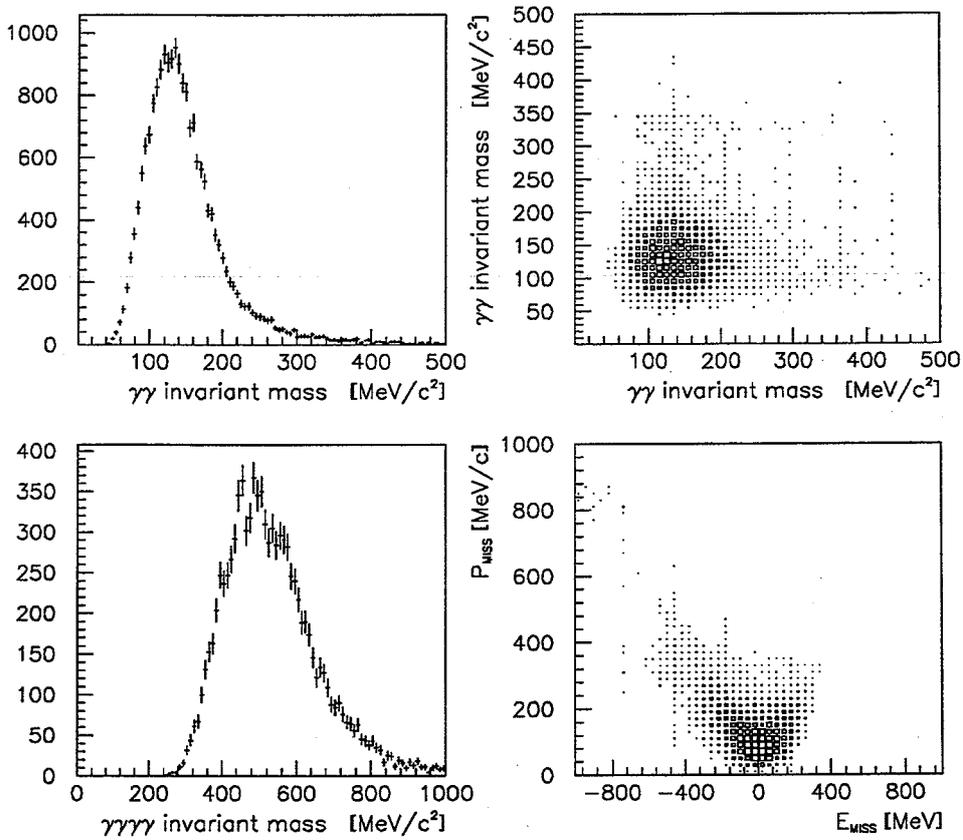


Abbildung 8.20: Verwendung der gemessenen Photon-Energien zur Berechnung verschiedener kinematischer Größen

8.6 \overline{K}^0 - K^0 -Verhältnis

In den Abbildungen (8.21) und (8.22) wird das Verhältnis von \overline{K}^0 - zu K^0 -Ereignissen in Abhängigkeit verschiedener kinematischer Größen studiert, die bereits in den vorigen Abschnitten Erwähnung fanden. Neu eingeführt werden lediglich die Winkel Θ_K und Θ_π zwischen der z -Achse und der Bewegungsrichtung des geladenen Kaons bzw. geladenen Pions. Die Größen $1/\sin(\Theta_K)$ und $1/\sin(\Theta_\pi)$ sind dann proportional zur Wegstrecke, die die Teilchen in den PID's zurücklegen.

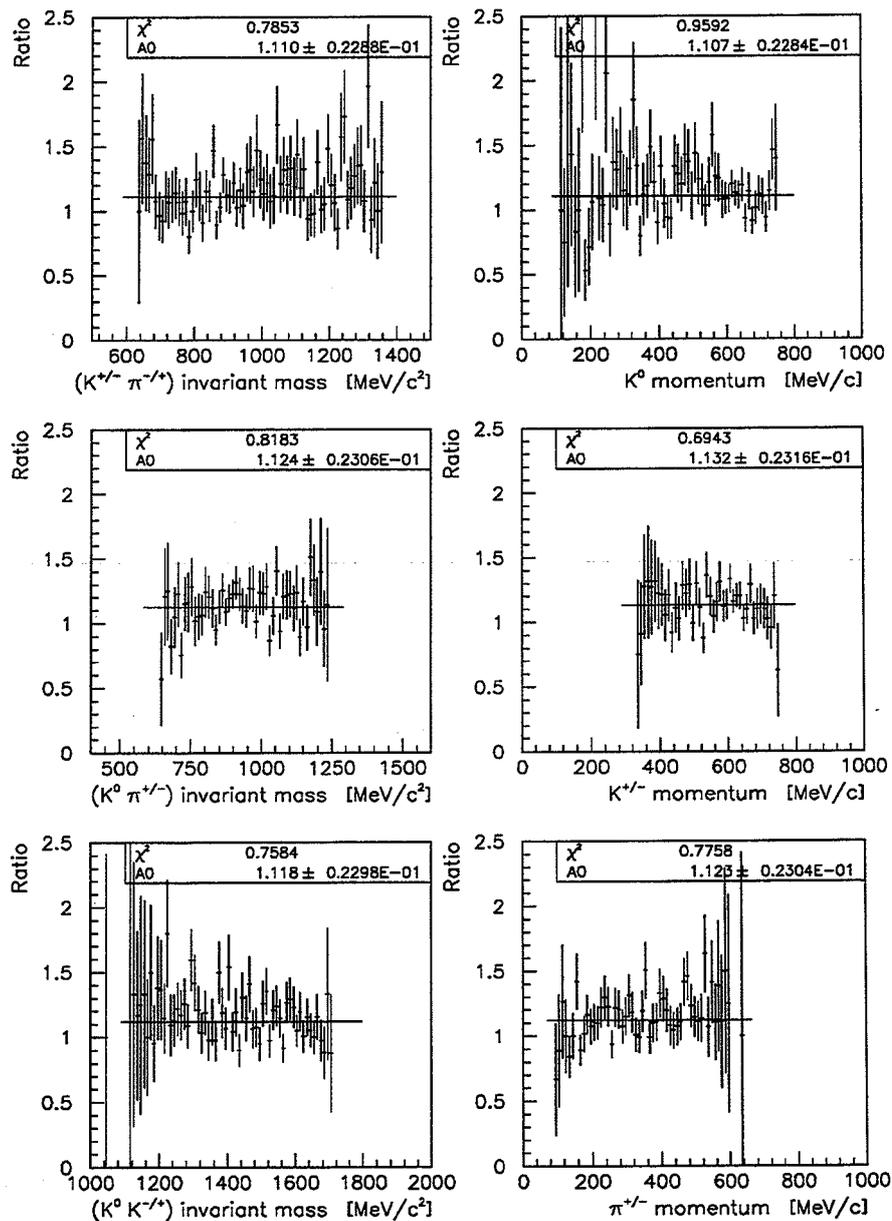
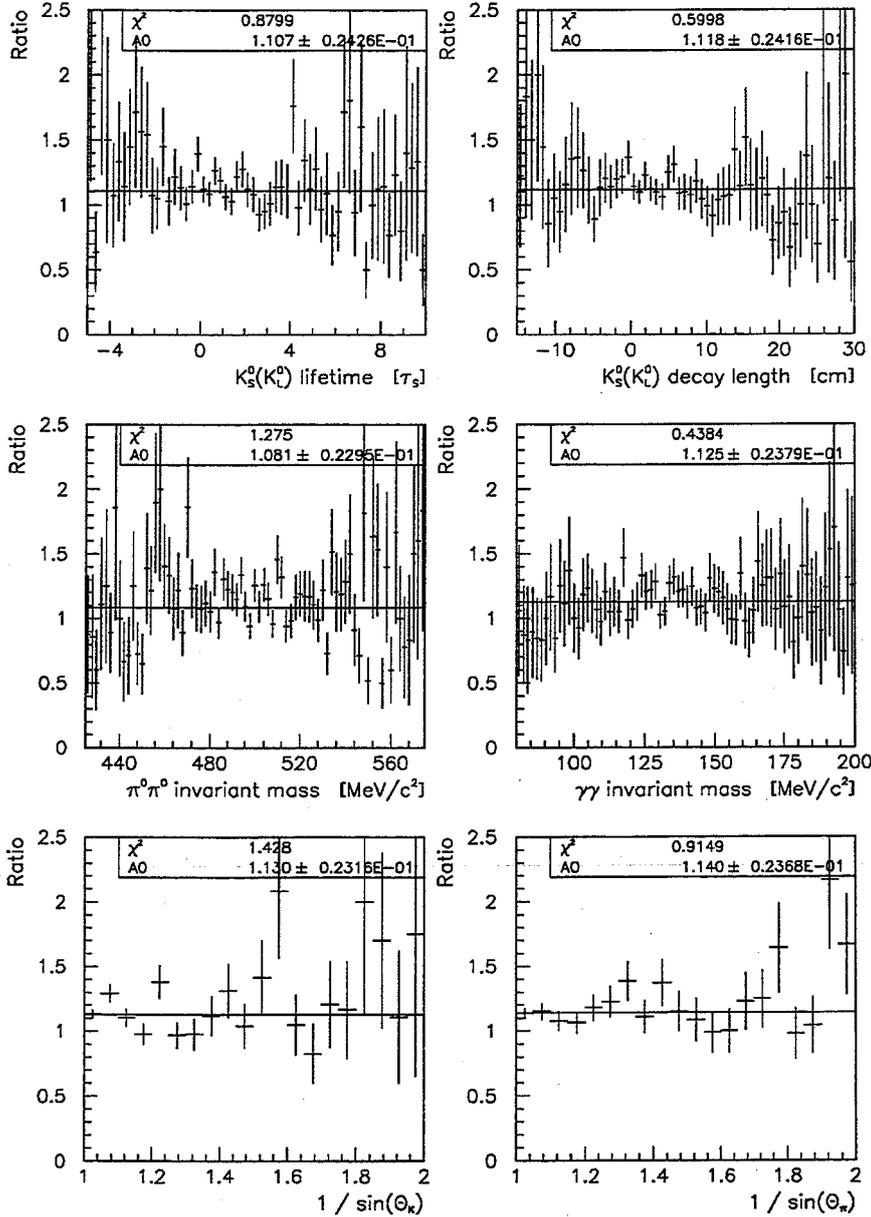


Abbildung 8.21: \overline{K}^0 - K^0 -Verhältnis für verschiedene kinematische Größen

Abbildung 8.22: \bar{K}^0 - K^0 -Verhältnis für verschiedene kinematische Größen (Fortsetzung)

Die gezeigten \bar{K}^0 - K^0 -Verhältnisse zeigen innerhalb ihrer statistischen Fehler keine signifikanten Abweichungen von einer Gleichverteilung, wie es die χ^2 -Werte eines Fits mit einer Gleichverteilung in den Abbildungen widerspiegeln. Die \bar{K}^0 - K^0 -Verhältnisse (Parameter A0 in den Abbildungen) variieren zwischen 1.107 und 1.140 bei einem statistischen Fehler von ca. 0.024. Die Werte sind konsistent mit den in der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Auswertung (vgl. Kapitel (5)) aufgefundenen Werten. Für eine Abhängigkeit des \bar{K}^0 - K^0 -Verhältnisses von den Größen $1/\sin(\Theta_K)$ und $1/\sin(\Theta_\pi)$, so wie es in $\pi^+\pi^-$ -Zerfällen beobachtet wird, gibt es bei der vorliegenden Ereignis-Statistik keine Hinweise.

Kapitel 9

Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung

9.1 Die Idee

Die grundlegende Idee [93] zur Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- bzw. Lebensdauer-Auflösung besteht darin, goldene Zerfälle $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ mit einem in den Spurendetektoren konvertierten Photon zu betrachten. Diese Situation ist in Abb. (9.1) schematisch dargestellt. Wenn nämlich in den Proportional- und Driftkammern genügend Informationen vorliegen, um die Spuren des Elektrons und des Positrons zu rekonstruieren, so ist auch das konvertierte Photon γ^* vollständig räumlich und kinematisch bestimmt und erlaubt auf zwei alternative Weisen, den neutralen $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallsvertex zu berechnen:

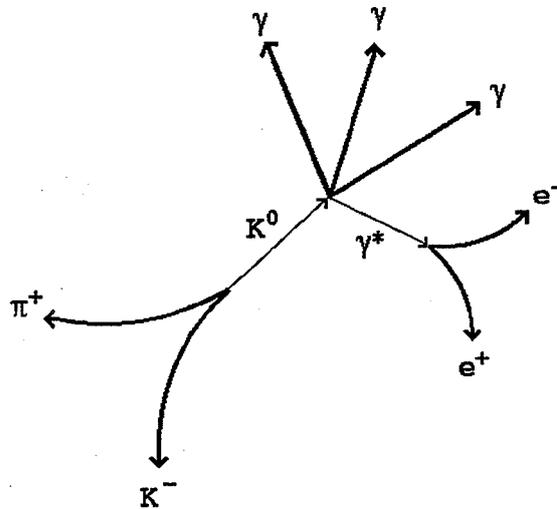
$\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode: Für das Photon γ^* kann eine Schauerfuß-Koordinate simuliert werden, indem der Schnittpunkt der γ^* -Bewegungsrichtung mit dem elektromagnetischen Kalorimeter berechnet wird. Dann kann der 6c-Fit auf die drei im Kalorimeter nachgewiesenen Photonen und das eine simulierte Photon zur Bestimmung des neutralen Vertex angewendet werden.

e^+e^- -Methode: Der neutrale Vertex ist der räumliche Schnittpunkt der beiden Geraden, die durch die $K_S^0(K_L^0)$ - und die γ^* -Bewegungsrichtung definiert werden. Da zu dieser Vertex-Bestimmung einzig Spur-Informationen verwendet werden, ist eine bessere Auflösung für die Vertexposition als im Fall des 6c-Fits zu erwarten.

Die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- bzw. Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits ergibt sich somit durch den Vergleich der Ergebnisse der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ - und der e^+e^- -Methode.

9.2 Messung und Vorselektion von goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfällen mit einem konvertierten Photon

Die hier betrachteten Daten zur Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslängen- bzw. Lebensdauer-Auflösung entstammen ebenfalls den CP-LEAR-Strahlzeiten P12 und P13. Ihre Trigger-Bedingung ist identisch mit derjenigen, die zur Anreicherung von $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfällen bei langen $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauern verwendet wird und in Kapitel (5) aufgelistet ist, mit Ausnahme des p_T -Schnitts, dessen Wert auf 270 MeV/c reduziert war. Dieser Trigger wird von einem erheblichen Prozentsatz konvertierter Photonen passiert, da die Photon-Konversionen fast ausschliesslich in den Proportional- und Driftkammern stattfinden und daher den geladenen Zerfall eines langlebigen neutralen Kaons vortäuschen. Im Anhang (B) sind die Triggerbedingungen der verwendeten Daten genauer spezifiziert.

Abbildung 9.1: Idee zur Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung

Die Vorverarbeitung der Rohdaten-Magnetbänder, deren Anzahl für die Strahlzeit P12 ca. 420 und P13 ca. 560 beträgt, geschah durch einen Vierspur-Filter, der sich von dem in Abschnitt (7.2) erläuterten Zweispur-Filter einzig in den folgenden Punkten unterschied:

- Spurrekonstruktion (Pattern Recognition):
Es existieren genau zwei Spuren mit Hits in den Proportional-Kammern (primäre Spuren) und genau zwei Spuren ohne Hits in den Proportional-Kammern (sekundäre Spuren). Alle vier Spuren besitzen eine z-Information in der Driftkammer DC6 oder den Streamer-Röhren. Die Summe der Ladungen der primären Spuren und diejenige der sekundären Spuren ist Null.
- Rekonstruktion des sekundären Vertex (Charged Vertex Fit):
Die gefitteten sekundären Spuren bilden einen Vertex. Der Kosinus des Öffnungswinkels der sekundären Spuren an diesem Vertex ist größer als -0.98. Dieser Schnitt verwirft Spuren, die von den PID's zurückgestreut werden.

Nach dem Vierspur-Filter wurden die erzeugten DST's zu insgesamt 41 Mini-DST's mit jeweils ca. 50000 Ereignissen umgewandelt.

Die Auswertung der Vierspur-Mini-DST's geschieht genauso, wie die der Zweispur-Mini-DST's in Kapitel (7), um einen direkten Vergleich beider Datensätze durchführen zu können. Daher werden die Spur-Assoziation, die Qualitätstests der primären Spuren, die (K^\pm, π^\pm) -Identifikation, der 1c-Fit und die Photon-Qualitätstests unverändert für diese Auswertung übernommen. Die sekundären Spuren müssen den folgenden Bedingungen gehorchen:

- Die Anzahl der angesprochenen Drähte in den Driftkammern ist mindestens drei, falls der sekundäre Vertex radial außerhalb der Drift-Kammer DC3 liegt, und mindestens vier in den sonstigen Fällen.
- Die Anzahl der Driftkammern-Strip-Informationen ist mindestens zwei.
- Der sekundäre Vertex befindet sich zwischen PC1 und DC4, d.h. seine radiale Vertex-Koordinate liegt im Intervall [8.53, 41.74] cm.

- Die z-Koordinate des sekundären Vertex liegt im Intervall $[-125.0, 125.0]$ cm.
- Die Helix-Referenzpunkte der sekundären Spuren besitzen eine größere Radial-Koordinate als der sekundäre Vertex. Diese Bedingung ermöglicht eine Fehlerechnung für die Variablen φ^* und z^* , die im nächsten Abschnitt (9.3) eingeführt werden.
- Die Berechnung des neutralen Vertex $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ aus den Bewegungsrichtungen des neutralen Kaons und des e^+e^- -Paares ist möglich. Details hierzu werden in Abschnitt (9.4) behandelt.

Abb. (9.2) zeigt jetzt die invariante Masse der sekundären Spuren nach allen Schnitten auf die vier Spuren, aber vor den Schnitten auf die Photonen im Kalorimeter. Die invariante Masse wird unter der Annahme berechnet, daß beide sekundären Teilchen Pionen sind.

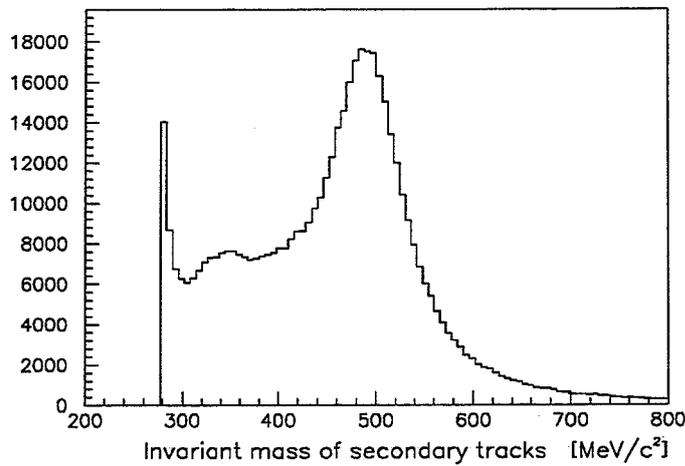


Abbildung 9.2: Invariante Masse der sekundären Spuren

In diesem Spektrum sind deutlich die Zerfälle $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ bei der Position der $K_S^0(K_L^0)$ -Masse zu erkennen, die von dem breiten Kontinuum geladener Dreikörper-Zerfälle der neutralen Kaonen begleitet werden. Die Photon-Konversionen in e^+e^- -Paare manifestieren sich in dem schmalen Peak bei der Masse $279 \text{ MeV}/c^2$.

Das Abtrennen der Photon-Konversionen von den echten geladenen Zerfällen der neutralen Kaonen geschieht zweckmäßigerweise durch einen Schnitt auf die Öffnungswinkel-Verteilung der sekundären Spuren, vgl. Abb. (9.3). Diese Verteilung zeigt im wesentlichen die gleichen Merkmale, wie das invariante Massen-Spektrum, nämlich den Jakobi-Peak der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfälle und die e^+e^- -Paare bei kleinen Öffnungswinkeln. Der Untergrund unter dem e^+e^- -Signal ist aber geringer als in der Auftragung der invarianten Masse. Wir verwerfen alle Ereignisse, deren Kosinus des Öffnungswinkels kleiner als 0.9 ist.

Anschließend werden dann die Existenz von genau drei Photonen im elektromagnetischen Kalorimeter verlangt und die Qualitätstests der Photon-Schauer durchgeführt. Der Tab. (9.1) kann die Ereignis-Reduktionsstatistik der bis hier durchgeführten Schnitte entnommen werden.

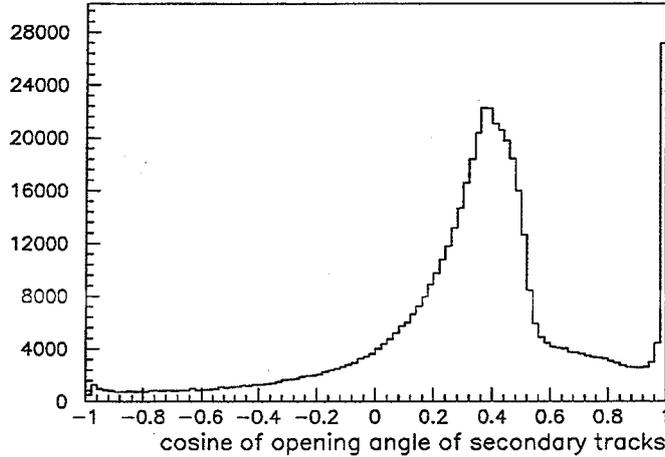


Abbildung 9.3: Öffnungswinkel der sekundären Spuren

9.3 Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer mittels der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode

Der Vierer-Impuls des konvertierten Photons γ^* berechnet sich gemäß

$$(E^*, \vec{p}^*) = (|\vec{p}_{e^+} + \vec{p}_{e^-}|, \vec{p}_{e^+} + \vec{p}_{e^-}) \quad (9.1)$$

aus dem Impuls des Elektrons und des Positrons, da der Impulsübertrag auf die Materie, in der die γ^* -Konversion stattfindet, vernachlässigbar klein ist. Abb.(9.4) zeigt die derart rekonstruierte Energie E^* des Photons γ^* . Der Mittelwert der Energie-Verteilung beträgt 331 MeV und ist damit deutlich höher als die mittlere Photon-Energie in goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfällen von 187 MeV. Der Grund hierfür ist, daß das e^+e^- -Paar eine minimale Energie benötigt, um ausgehend von seinem Produktionsvertex die Szintillatoren S_1 zu erreichen und nachgewiesen zu werden.

Der Impuls \vec{p}^* und der e^+e^- -Vertex bestimmen die räumliche Bewegungsrichtung des Photons γ^* , dessen Schnittpunkt-Koordinate (φ^*, z^*) mit der ersten Ebene des elektromagnetischen Kalorimeters ebenfalls in Abb. (9.4) wiedergegeben ist. Die Schnittpunkt-Koordinaten ähneln sehr den Verteilungen der Schauerfuß-Koordinaten von Photonen in der Abb. (7.10).

Ziel ist es, die berechneten Werte φ^* , z^* und E^* als simulierte Meßwerte des Photons γ^* im 6c-Fit zu verwenden. Dazu muß aber in guter Näherung gewährleistet sein, daß die Fehler dieser Werte den wahren Meßfehlern entsprechen. Daher sind in Abb. (9.4) auch die Fehler für φ^* , z^* und E^* dargestellt, die durch eine gaußsche Fehlerrechnung, basierend auf den Kovarianz-Matrizen der Impulse des Elektrons und des Positrons und des e^+e^- -Vertex, gewonnen werden. Man findet, daß die mittleren Fehler für φ^* und z^* ungefähr 18 mrad und 1.1 cm betragen. Die reduzierte Energie-Auflösung von E^* ist ca. $0.06 / \sqrt{E^* (\text{GeV})}$. Die Fehler für die Schauerfuß-Koordinaten sind also vergleichbar mit denen der wahren Meßwerte. Die Energie-Auflösung ist hingegen deutlich besser und wird daher für die Anwendung des 6c-Fits künstlich verschlechtert, und zwar durch eine gaußförmige Verschmierung der Energie E^* mit der Energie-Auflösung $0.20 / \sqrt{E^* (\text{GeV})}$.

An dieser Stelle sei noch auf ein fehlerhaftes Vorgehen bei der Simulation des Schauerfußes (φ^*, z^*) hingewiesen: die naheliegende Verwendung des e^+e^- -Vertex als Schauerfuß des Photons γ^* führt zu einer Verbesserung des $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits und somit zu einer Fehlinterpretation der hier beschriebenen Methode, weil zur Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung im 6c-Fit die Korrelation zwischen einer Änderung der unbekanntes $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge und einer Änderung des Einheitsvektors $\vec{v}^* = \vec{p}^* / |\vec{p}^*|$ erheblich zunimmt.

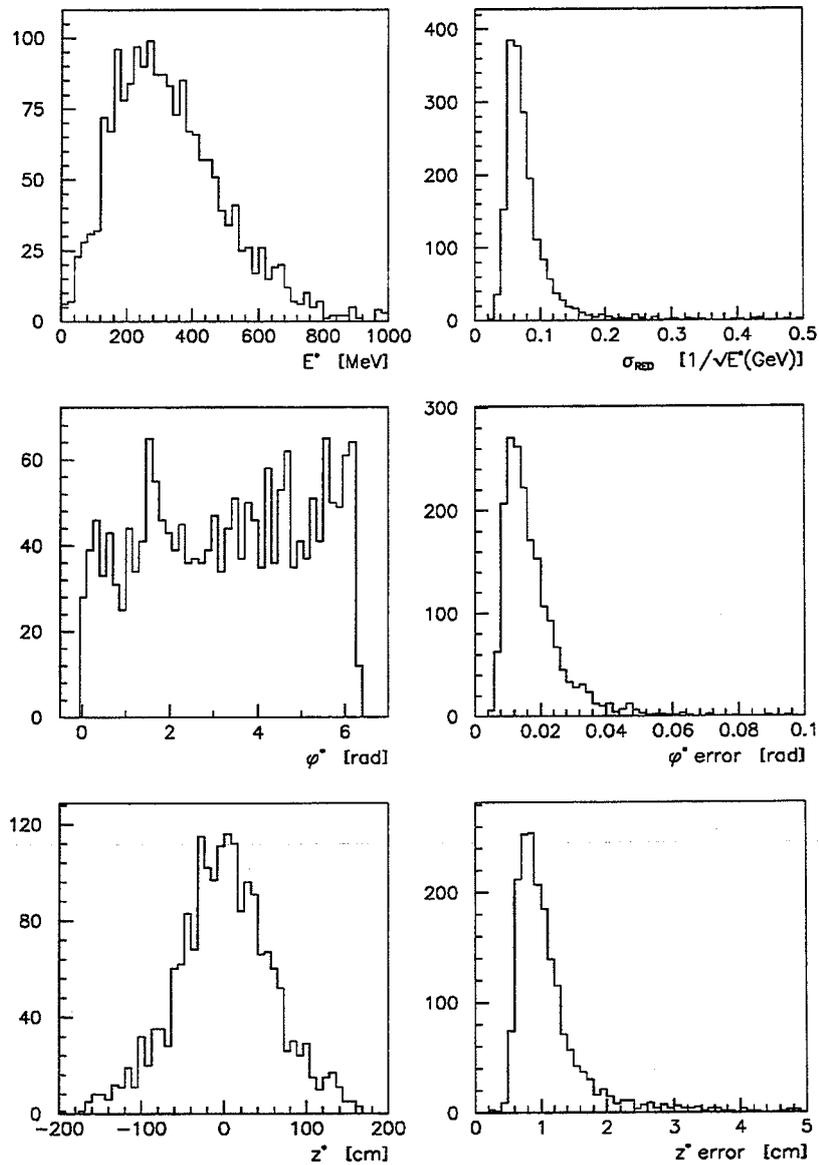
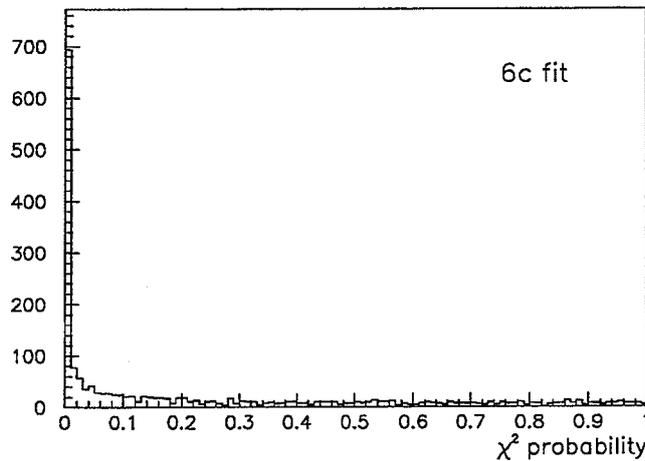
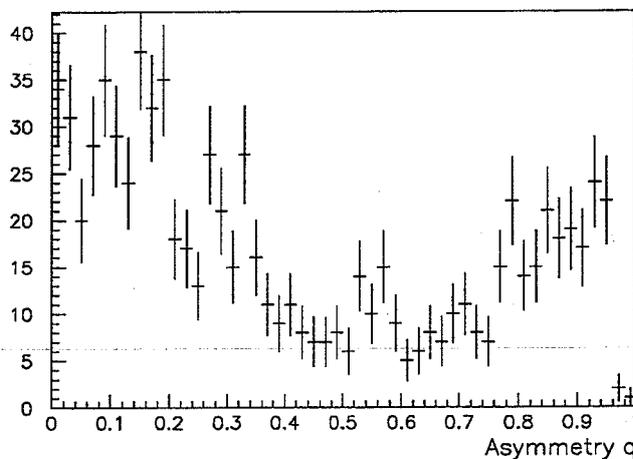


Abbildung 9.4: Energie und simulierte Schauerfuß-Koordinaten des Photons γ^* , sowie ihre Meßfehler

Die Zerfallslängenvariations-Methode und der 6c-Fit werden auf die drei im elektromagnetischen Kalorimeter nachgewiesenen Photonen und das eine simulierte Photon genauso angewendet, wie es in den Abschnitten (8.1) und (8.2) anhand reiner Zweispur-Ereignisse mit vier Photonen geschildert ist. Weiterhin wird auf dieselben Werte der χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 6c-Fits und der Asymmetrie q geschnitten, deren beide Verteilungen in den Abbildungen (9.5) und (9.6) wiedergegeben sind.

Die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung des 6c-Fits vor und nach diesen Schnitten zeigt die Abb. (9.7). Ihre Ähnlichkeit mit der Lebensdauer-Verteilung (8.6) ist offensichtlich.

Abbildung 9.5: χ^2 -Wahrscheinlichkeits-Verteilung des 6c-Fits in der $\gamma\gamma\gamma^*$ -MethodeAbbildung 9.6: Asymmetrie q des 6c-Fits in der $\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode

9.4 Bestimmung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer mittels der e^+e^- -Methode

Die direkte Berechnung der Position des neutralen Vertex $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ mittels e^+e^- -Paaren bedient sich der Tatsache, daß die transversalen Orts- und Impuls-Auflösungen in den Spurendetektoren besser sind als die Auflösungen, die die z -Komponente beinhalten. Daher wird der Schnittpunkt der beiden Geraden, die durch die $K_S^0(K_L^0)$ - und die γ^* -Bewegungsrichtungen definiert sind, zunächst nur in der transversalen Detektorebene berechnet. In diesem Schnittpunkt besitzen die beiden Geraden im allgemeinen ungleiche z -Koordinaten auf Grund der endlichen Detektor-Auflösung. Der Mittelwert beider z -Koordinaten wird als z -Koordinate des neutralen Vertex verwendet.

Durch dieses Vorgehen ist die $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge festgelegt, allerdings unter Verwendung der z -Komponenten in den Spurendetektoren. Für die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer genügt aber bereits die Kenntnis der transversalen $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge und des transversalen $K_S^0(K_L^0)$ -Impulses, da Gleichung (6.1) für beliebige Projektionen der Zerfallslänge und des Impulses gilt. Das Vorzeichen der Zerfallslänge und der Lebensdauer wird durch die Position des neutralen Vertex in der transversalen

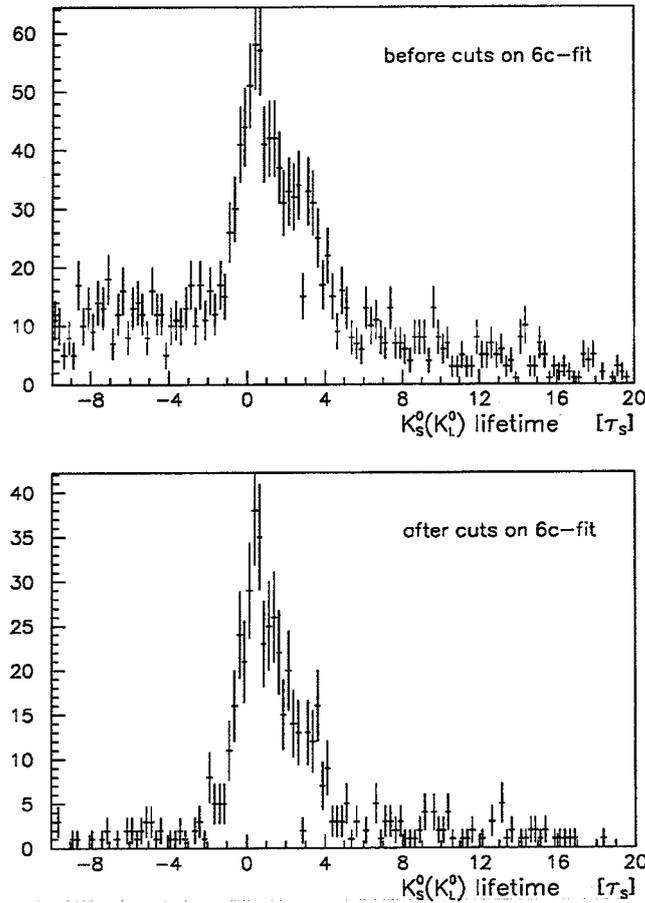


Abbildung 9.7: $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung der $\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode vor und nach den Schnitten auf den 6c-Fit

Ebene relativ zum Annihilations-Vertex und zur $K_S^0(K_L^0)$ -Bewegungsrichtung festgelegt.

Das obere Bild der Abb. (9.9) zeigt die derart gewonnene $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung. Der Untergrund unter der Verteilung und die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung lassen sich hierbei noch geringfügig durch einige Schnitte verbessern.

In Abb. (9.8-a) ist die Öffnungswinkel-Verteilung der sekundären Spuren wiedergegeben. Im Unterschied zur Abb. (9.2) fällt auf, daß durch die Selektion von drei Photonen im Kalorimeter und die Anwendung des 6c-Fits der Untergrund unter dem e^+e^- -Signal bei kleinen Öffnungswinkeln deutlich reduziert ist. Zur weiteren Unterdrückung von verbleibenden Untergrund-Ereignissen werden nur die Ereignisse akzeptiert, deren Kosinus des Öffnungswinkels größer als 0.97 ist.

Zwei weitere Schnitte betreffen die Güte der Rekonstruktion des neutralen Vertex aus e^+e^- -Paaren. Abb. (9.8-b) zeigt den Winkel zwischen der $K_S^0(K_L^0)$ - und γ^* -Bewegungsrichtung in der transversalen Detektor-Ebene. In diesem Spektrum werden 'kolleare' Ereignisse bei Werten größer als 0.985 verworfen, da sie keine wohldefinierte Vertexbestimmung erlauben. Dieses gilt auch für Ereignisse mit großen transversalen γ^* -Konversionslängen, Abb. (9.8-c). Akzeptiert werden nur Ereignisse, bei denen die Photon-Konversion in einem Abstand von weniger als 27.5 cm zur transversalen $K_S^0(K_L^0)$ -Bewegungsrichtung stattfindet. Nach allen geschilderten Schnitten verbleiben 374 Ereignisse. Die vollständige Ereignis-Reduktionsstatistik dieser Auswertung kann der Tab. (9.1) entnommen werden. Das untere Bild in Abb. (9.9) zeigt die gewonnene $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung.

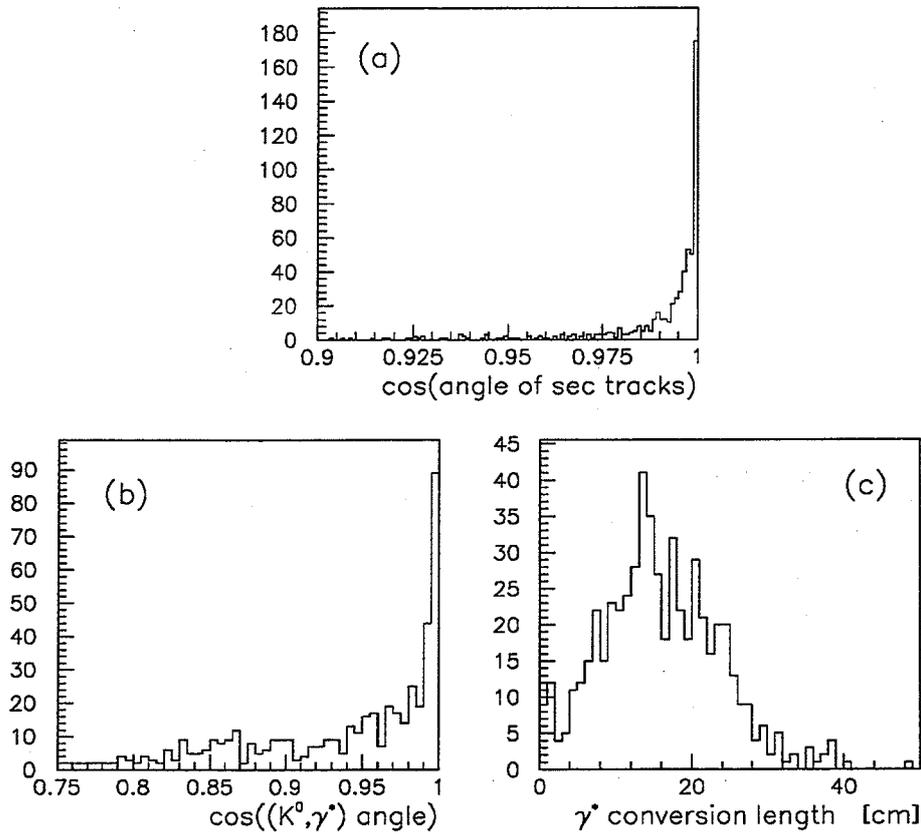


Abbildung 9.8: Öffnungswinkel der sekundären Spuren (a), Winkel zwischen den transversalen $K_S^0(K_L^0)$ - und γ^* -Bewegungsrichtungen (b) und transversale γ^* -Konversionslänge (c)

Totale Anzahl Mini-DST-Ereignisse	2294356	100.0 %
Spur-Assoziation	1806459	78.7 %
Qualitätstests der primären Spuren	1611490	70.2 %
(K^\pm, π^\mp) -Identifikation	933375	40.7 %
1c-Fit: χ^2 Wahrscheinlichkeit	569426	24.8 %
Qualitätstests der sekundären Spuren	427697	18.6 %
Öffnungswinkel der sekundären Spuren	32965	1.44 %
3 Photonen	5418	0.24 %
Photon-Qualitätstests	2325	0.10 %
Zerfallslängenvariations-Methode	1865	0.081 %
6c-Fit: χ^2 Wahrscheinlichkeit	827	0.036 %
6c-Fit: Asymmetrie q	575	0.025 %
e^+e^- -Qualitätstests	374	0.016 %

Tabelle 9.1: Ereignis-Reduktionsstatistik der Schnitte auf goldene $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfälle mit einem konvertierten Photon

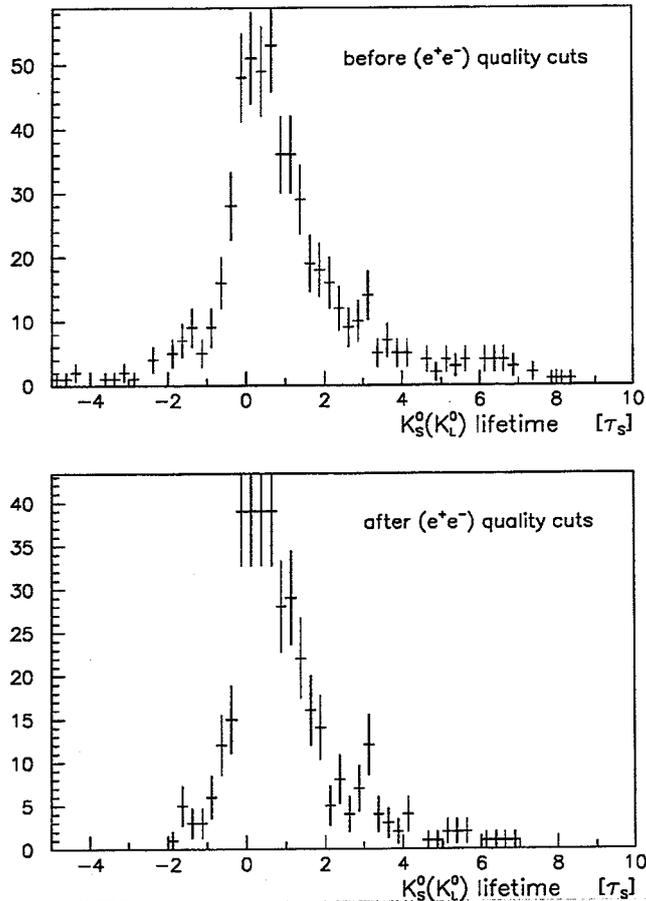


Abbildung 9.9: $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung der e^+e^- -Methode vor und nach den Schnitten auf das e^+e^- Paar

Ein Fit mit einer Exponential-Funktion zwischen 1 und 4 τ_S ergibt für die K_S^0 -Lebensdauer den Wert $(1.02 \pm 0.18) \tau_S$. Man bedenke aber, daß die Photonen γ^* sehr lokal in den Proportional- und Driftkammern konvertieren und daß daher die Nachweiseffizienz von $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen Lebensdauer-abhängig ist.

9.5 $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung

In der Abb. (9.10) sind die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilungen der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ - und der e^+e^- -Methode einander gegenübergestellt. Augenfällig ist dabei die bessere Lebensdauer-Auflösung der e^+e^- -Methode, deren Wert aber nur schwer abschätzbar ist. Eine Parametrisierung der Lebensdauer der e^+e^- -Methode scheitert nämlich aus mehreren Gründen. Einerseits ist die Gestalt der Response-Funktion der Lebensdauer-Auflösung nicht bekannt und andererseits ist die Nachweiseffizienz für e^+e^- -Paare nicht Lebensdauer-unabhängig. Erschwerend kommt außerdem hinzu, daß die Ereignis-Statistik äußerst klein ist. Eine Schätzung der Lebensdauer-Auflösung erlaubt somit höchstens das Studium der Flanke zu negativen Lebensdauern in der Lebensdauer-Verteilung. Nimmt man an, daß die Lebensdauer-Auflösungs-Funktion abermals lorentzförmig ist, so gilt sicherlich $\Gamma \leq 1\tau_S$.

In der Abb. (9.11) wird die Differenz der rekonstruierten $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer der $\gamma\gamma\gamma\gamma^*$ - und der e^+e^- -Methode gezeigt. Die Parametrisierung mit einem Lorentz-Profil und einem konstanten

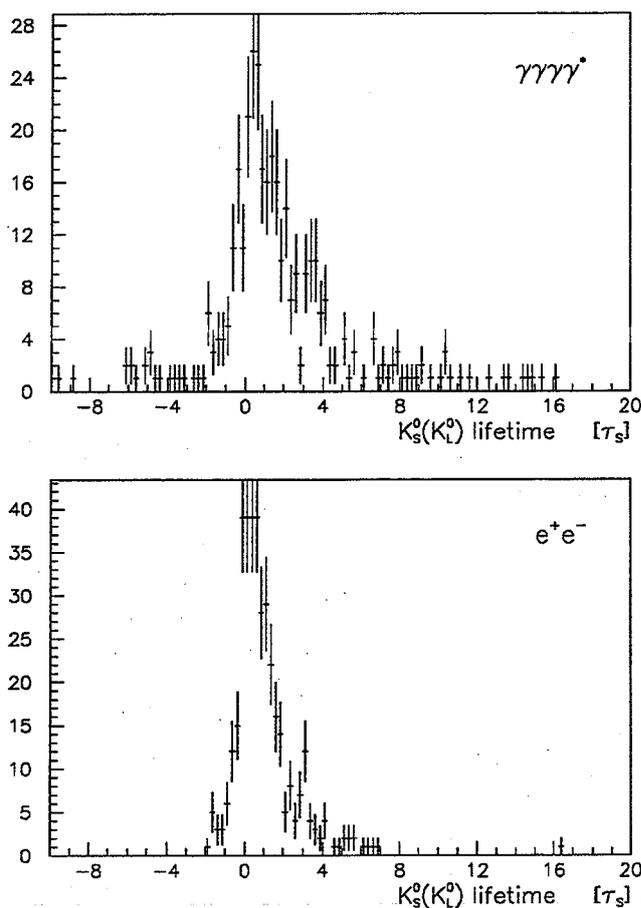


Abbildung 9.10: Gegenüberstellung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilungen der $\gamma\gamma\gamma^*$ - und der e^+e^- -Methode

Untergrund-Term

$$f(x) = C + \mathcal{N} \left(\frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)}{(x - x_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \right) \quad (9.2)$$

durch einen Maximum Likelihood Fit ist eine gute Beschreibung der beobachteten Verteilung und ergibt für die Fitparameter die Werte:

$$\begin{aligned} \Gamma &= (1.87 \pm 0.21) \tau_S \\ x_0 &= (-0.05 \pm 0.07) \tau_S \\ \mathcal{N} &= (80.1 \pm 6.2) \\ C &= (0.55 \pm 0.25) \end{aligned}$$

Die angegebenen Fehler sind rein statistisch.

Die Breite der gefitteten Lorentz-Verteilung ist statistisch konsistent mit der Breite, die aus der direkten Parametrisierung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung in Abschnitt (8.4) gewonnen wird. Ihr etwas größerer Wert rührt von der endlichen Lebensdauer-Auflösung der e^+e^- -Methode her. Der Mittelwert des Lorentz-Profiles zeigt keine signifikante Abweichung von Null. Dieses Resultat beweist, daß die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung des 6c-Fits in guter Näherung lorentzförmig ist.

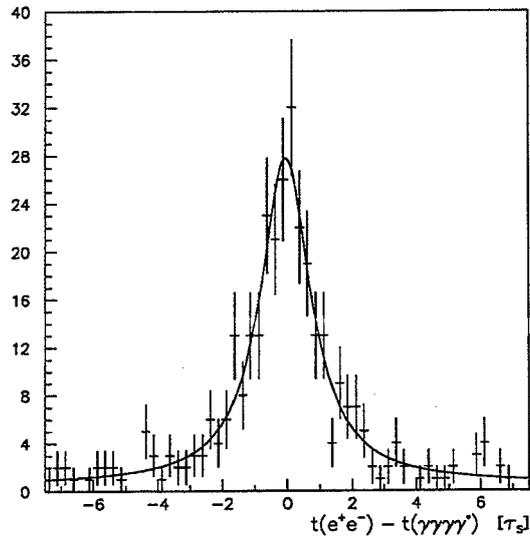


Abbildung 9.11: Differenz der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer der e^+e^- - und der $\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode

Die Abb. (9.12) zeigt abschliessend die Differenz $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge der $\gamma\gamma\gamma^*$ - und der e^+e^- -Methode. Man bedenke aber, daß zu der Berechnung der Zerfallslänge der e^+e^- -Methode die z-Komponenten der Spur-Impulse und der geladenen Vertizes benutzt werden. Die Parametrisierung der gezeigten Verteilung mit obiger Funktion ergibt (9.2) dann:

$$\Gamma = (6.34 \pm 0.75) \text{ cm}$$

$$x_0 = (-0.46 \pm 0.26) \text{ cm}$$

$$\mathcal{N} = (163.8 \pm 14.1)$$

$$C = (0.44 \pm 0.22)$$

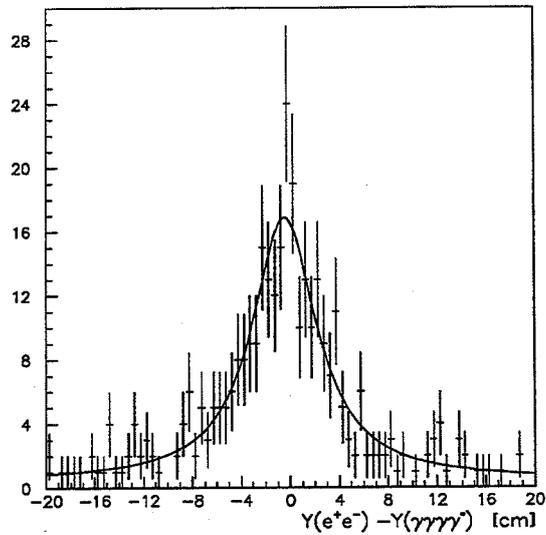
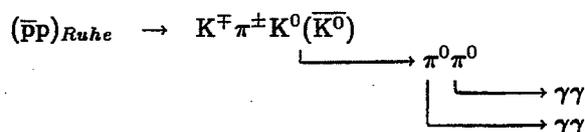


Abbildung 9.12: Differenz der $K_S^0(K_L^0)$ -Zerfallslänge der e^+e^- - und der $\gamma\gamma\gamma^*$ -Methode

Kapitel 10

Diskussion und Zusammenfassung

Geometrische und kinematische χ^2 -Fits sind ein geeignetes Werkzeug zur Rekonstruktion des neutralen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfallsvertex in der Reaktion



im CP-LEAR-Detektor. Sie erlauben die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer zu bestimmen und führen zu einer erheblich verbesserten Auflösung der kinematischen Variablen aller an der Reaktion beteiligten Teilchen. Am geeignetsten erweist sich ein 6c-Fit, der die Erhaltung des Energie-Impuls-Satzes, die Gleichheit der $\gamma\gamma$ invarianten Massen mit der π^0 -Masse und die Gleichheit der fehlenden (K^\pm, π^\mp)-Masse mit der $K^0(\bar{K}^0)$ -Masse fordert. Als Meßwerte gehen der Annihilations-Vertex, die Impulse der geladenen Teilchen, die Photon-Schauer-Füße und die Photon-Energien in den Fit ein. Die Bedeutung der einzelnen Meßwerte für die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung ist bei den gegebenen Meßwert-Auflösungen des CP-LEAR-Detektors aber recht unterschiedlich. So haben die Impulse der geladenen Teilchen und die Photon-Schauer-Füße einen kritischen Einfluß auf die Lebensdauer-Auflösung. Die Photon-Energie hingegen ist bedeutsam für das Auffinden der korrekten $\pi^0\text{-}\gamma\gamma$ -Zuordnungen. Dennoch falsch bestimmte $\pi^0\text{-}\gamma\gamma$ -Zuordnungen lassen sich effizient durch eine in Monte Carlo Studien aufgefundene kinematische Größe unterdrücken.

Die Erprobung der Rekonstruktions-Methoden des neutralen Vertex geschah anhand der ersten $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle, die mit dem elektromagnetischen Kalorimeter des CP-LEAR-Detektors aufgezeichnet werden konnten. Hierzu wurden $\bar{p}p \rightarrow K^\mp \pi^\pm K^0(\bar{K}^0)$ Ereignisse mit vier im Kalorimeter nachgewiesenen Photonen vorselektiert. Die Anwendung der Methoden zur Rekonstruktion des neutralen Vertex, namentlich des 6c-Fits, demonstrierte dann die Fähigkeit des CP-LEAR-Detektors, die $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung des $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfalls zu messen.

Die in Monte Carlo Studien gemachte Beobachtung, daß die Verteilung der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung einem Lorentz-Profil gleicht, ermöglichte die Parametrisierung der beobachteten $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung. Dazu wurde eine Exponential-Funktion mit einem Lorentz-Profil gefaltet und der Lebensdauer-Verteilung angepaßt, wobei von einer flachen Untergrunds-Verteilung und einer Lebensdauer-unabhängigen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Nachweis-Effizienz ausgegangen wurde. Die Parametrisierung lieferte für die K_S^0 -Lebensdauer den Wert $(1.14 \pm 0.03) \tau_S$ und für die Breite des Lorentz-Profils den Wert $(1.48 \pm 0.03) \tau_S$. Die angegebenen Fehler sind rein statistisch.

Den direkten experimentellen Beweis einer lorentzförmigen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Lebensdauer-Auflösung erbrachte die Auswertung von $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Zerfällen, bei denen ein Photon in den Spurendetektoren in ein e^+e^- -Paar konvertiert war. Die Breite des dabei nachgewiesenen Lorentz-Profils beträgt $(1.87 \pm 0.21) \tau_S$.

Der Untergrund unter der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Verteilung und die Schwänze in der $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung, so wie sie durch das Lorentz-Profil induziert werden, wurden nur marginal untersucht, da die beschriebene Daten-Auswertung teilweise mit vorläufigen Kalorimeter-Eichungen durchgeführt werden mußte und die bisher verfügbaren experimentellen Daten ein relativ kleines Sample von $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfällen zur Verfügung stellten. Solche Studien werden aber zukünftig im Interferenzbereich von K_S^0 und K_L^0 von Belang sein, wo bisher praktisch keine $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle mit dem CP-LEAR-Detektor aufgezeichnet wurden.

Eine Simulation der Zerfallsraten $R_{00}(t)$ und $\overline{R}_{00}(t)$, vgl. (1.130) und (1.131), versucht Antwort auf die Frage zu geben, wieviel $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Ereignisse benötigt werden, um die Parameter $|\eta_{00}|$ und ϕ_{00} mit der in Tab. (4.1) genannten angestrebten Präzession aus der Asymmetrie $A_{00}(t)$ zu gewinnen. Dabei wird von einer Lebensdauer-unabhängigen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Nachweis-Effizienz ausgegangen und möglicher Untergrund wird gänzlich vernachlässigt. In Abb. (10.1) sind die erreichbaren statistischen Genauigkeiten der Parameter $|\eta_{00}|$ und ϕ_{00} in Abhängigkeit der Anzahl goldener $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle wiedergegeben.

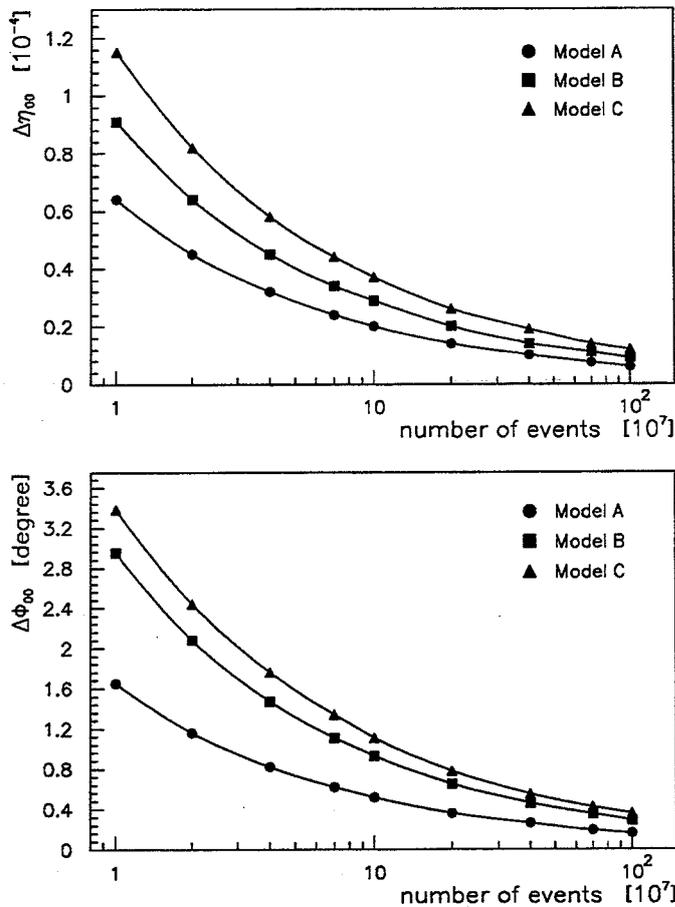


Abbildung 10.1: Statistische Fehler für $|\eta_{00}|$ und ϕ_{00} als Funktion der Anzahl goldener Ereignisse

Die gezeigten Werte sind die statistischen Fehler, die ein MINUIT-Fit [92] der simulierten Asymmetrie $A_{00}(t)$ für die Fitparameter $|\eta_{00}|$ und ϕ_{00} bestimmt. Modell A geht von einer idealen $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung aus. Modell B und Modell C besitzen eine lorentzförmige Lebensdauer-Auflösung der Breite $1.5 \tau_S$, deren Schwänze bei den Werten $\pm 5 \tau_S$ abgeschnitten sind. Im Asym-

metrie-Fit wird die Kenntnis des Lorentz-Profiles bei beiden Modellen vorausgesetzt. Modell C fittet im Gegensatz zu dem Modell B den Wert von Γ mit.

Die Abbildungen zeigen, daß für die angestrebten Genauigkeiten von $|\eta_{00}|$ und ϕ_{00} größenordnungsmäßig etwa 10^8 Ereignisse erforderlich sind. Dieses sind etwa fünfmal mehr Ereignisse als im Fall der idealen $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung. Die entsprechenden simulierten Asymmetrien $A_{00}(t)$ der Modelle A und B zeigt die Abb. (10.2) zusammen mit der gefitteten Parametrisierung der Asymmetrie.

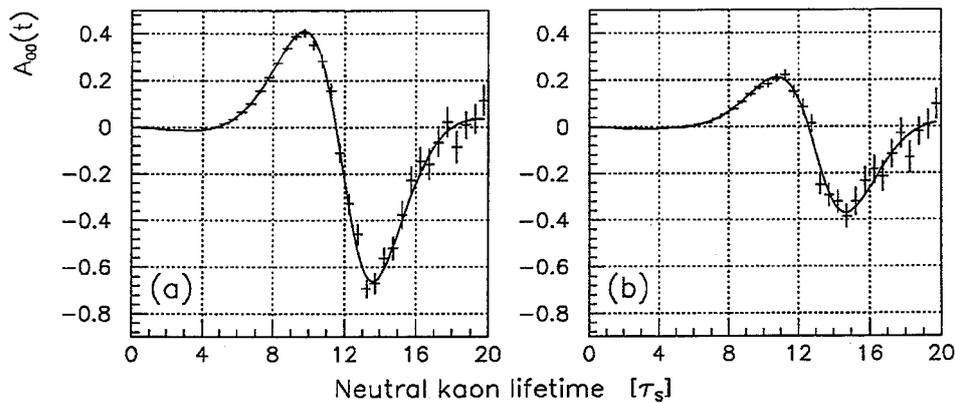


Abbildung 10.2: Simulierte Asymmetrie $A_{00}(t)$ mit idealer (a) und mit lorentzförmiger (b) $K_S^0(K_L^0)$ -Lebensdauer-Auflösung bei 10^8 goldenen Ereignissen

Über den Einfluß von Untergrund-Ereignissen auf die Beobachtung der Asymmetrie $A_{00}(t)$ liegen aus besagten statistischen Gründen bisher keine Informationen vor. Andere zu berücksichtigende Effekte, wie die K^0 - \bar{K}^0 -Normierung und die Regeneration, lassen sich aber bereits anhand der Zerfälle $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^+\pi^-$ verstehen.

Anhang A

Formeln zur Formulierung des 6c- und 14c-Fits

Parametrisierung der Photon-Schauerfüße:

$$\vec{x}_i = \begin{pmatrix} r_i \cos(\varphi_i) \\ r_i \sin(\varphi_i) \\ z_i \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4$$

Die $\vec{e}_i, i = 1, \dots, 3$ sind im Folgenden kartesische Einheitsvektoren.

6c-Fit:

Parametrisierung der Einheitsvektoren in der Photon-Bewegungsrichtung:

$$\vec{v}_i = \frac{\vec{u}_i}{u_i}, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\vec{u}_i := \vec{x}_i - \vec{a} - y\vec{e}_0$$

Ableitungen:

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial \varphi_j} = \delta_{i,j} \frac{1}{u_i} \{ \vec{v}_i (x_{i,2} v_{i,1} - x_{i,1} v_{i,2}) - \vec{e}_1 x_{i,2} + \vec{e}_2 x_{i,1} \}, \quad i, j = 1, \dots, 4$$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial z_j} = \delta_{i,j} \frac{1}{u_i} \{ \vec{e}_3 - v_{i,3} \vec{v}_i \}, \quad i, j = 1, \dots, 4$$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial p_{K^0, j}} = \frac{1}{u_i p_{K^0}} \left\{ \frac{p_{K^0, j}}{p_{K^0}} ((\vec{x}_i - \vec{a}) - (\vec{v}_i \cdot (\vec{x}_i - \vec{a})) \vec{v}_i) - y(\vec{e}_j - v_{i,j} \vec{v}_i) \right\}$$

$i = 1, \dots, 4, \quad j = 1, \dots, 3$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial a_j} = \frac{1}{u_i} \{ \vec{v}_i (\vec{v}_i \cdot \vec{e}_j) - \vec{e}_j \}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad j = 1, \dots, 3$$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial y} = \frac{1}{u_i} \{ \vec{v}_i (\vec{v}_i \cdot \vec{e}_0) - \vec{e}_0 \}, \quad i = 1, \dots, 4$$

14c-Fit:

Parametrisierung der Einheitsvektoren in der Photon-Bewegungsrichtung:

$$\vec{v}_i = \frac{1}{w_i} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) - \tan(\phi_i) \sin(\varphi_i) \\ \sin(\varphi_i) + \tan(\phi_i) \cos(\varphi_i) \\ \tan(\Theta_i) \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$w_i = \sqrt{1 + \tan(\Theta_i)^2 + \tan(\Phi_i)^2}$$

$$\tan(\Theta_i) = \frac{v_{i,3}}{v_{i,1} \cos(\varphi_i) + v_{i,2} \sin(\varphi_i)}$$

$$\tan(\Phi_i) = \frac{-v_{i,1} \sin(\varphi_i) + v_{i,2} \cos(\varphi_i)}{v_{i,1} \cos(\varphi_i) + v_{i,2} \sin(\varphi_i)}$$

Ableitungen:

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial \varphi_j} = \delta_{ij} \{ (\vec{v}_i \cdot \vec{e}_1) \vec{e}_2 - (\vec{v}_i \cdot \vec{e}_2) \vec{e}_1 \}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial \tan(\phi_j)} = \delta_{ij} \frac{1}{w_i} \left\{ -\vec{v}_i \frac{\tan(\Theta_i)}{w_i} - \vec{e}_1 \sin(\phi_i) + \vec{e}_2 \cos(\phi_i) \right\}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial \tan(\phi_j)} = \delta_{ij} \frac{1}{w_i} \left\{ -\vec{v}_i \frac{\tan(\Theta_i)}{\sqrt{1 + \tan(\Theta_i)^2 + \tan(\Phi_i)^2}} - \vec{e}_3 \right\}$$

$$i, j = 1, \dots, 4$$

Anhang B

Die ausgewerteten Daten

In den Tabellen (B.1) und (B.2) sind sämtliche Daten aufgeführt, die für die Auswertung der goldenen $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Zerfälle verwendet wurden. Dabei steht das Mnemonik 'MnTgfdcba' für die gruppeninterne Bezeichnung einer Magnetfeld-Polarität und einer Triggerbedingung:

M	: Magnetfeld
n	: Magnetfeld-Polarität
	= 1 : positiv
	= 2 : negativ
T	: Trigger
a	: Schnelle Trigger-Entscheidungen
	= 3 : $N_{S_1} \geq 2, N_{Kaon} \geq 1$
b	: p_T -Schnitt
	= 2 : $p_T \geq 270 \text{ MeV}/c$
c	: Intermediäre Trigger-Entscheidungen
	= 2 : $N_{PriSpur} \geq 2, N_{Spur} = 2, 4, N_{Kaon} \geq 1$
	= 4 : $N_{PriSpur} = 2, N_{Spur} \geq 4, N_{Kaon} \geq 1$
d	: Späte Trigger-Entscheidungen
	= 2 : $N_{PriSpur} \geq 2, N_{Spur} = 2, 4, N_{Kaon} \geq 1$
	= 4 : $N_{PriSpur} = 2, N_{Spur} \geq 4, N_{Kaon} \geq 1$
	= 6 : $N_{PriSpur} \geq 2, N_{Spur} = 2, N_{Kaon} \geq 1$
e	: nicht definiert
f	: nicht definiert
g	: Bearbeitung des dE/dx -Signals von S_1
	= 1 : aktiv

Strahlperiode	Trigger	Anzahl Ereignisse
P12	M1T223	786249
P12	M2T223	922794
P13	M1T1006223	371302
P13	M2T1006223	417428
P13	M1T6223	2016072
P13	M2T6223	2169591
P13	M1T223	57207
P13	M2T223	50006
P13	M1T2223	669008
P13	M2T2223	602052

Tabelle B.1: Daten der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0$ Auswertung

Strahlperiode	Trigger	Anzahl Ereignisse
P12	M1T423	340016
P12	M2T423	333948
P13	M1T4423	210774
P13	M2T4423	169405
P13	M1T423	645903
P13	M2T423	616997

Tabelle B.2: Daten der $K_S^0(K_L^0) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ Auswertung mit einem konvertierten Photon

Literaturverzeichnis

- [1] E. Gabathuler, P. Pavlopoulos
in 'Proc. Workshop on Physics at LEAR', Erice 1982
Hrsg. U. Gastaldi, R. Klapisch
New York: Plenum (1982);
L. Adiels et al.
CERN/PSCC/85-6 P82 (1985) und
CERN/PSCC/86-34 M263 (1986)
- [2] L. Leprince-Ringuet, M. L'héritier
J. Phys. Radium 7 (1946) 66;
G.D. Rochester, C.C. Butler
Nature 160 (1947) 855
- [3] A. Pais
Phys. Rev. 86 (1952) 663
- [4] M. Gell-Mann
Phys. Rev. 92 (1953) 833
- [5] T. Nakano, K. Nishijima
Prog. Theor. Phys. (Japan) 10 (1953) 581;
K. Nishijima
Prog. Theor. Phys. (Japan) 13 (1955) 285
- [6] M. Gell-Mann
'The Eightfold Way: A Theory of Strong Interaction Symmetry'
California Institute of Technology Synchrotron Laboratory Report
CTSL-20 (1961) (unpubliziert);
Y. Ne'eman
Nucl. Phys. 26 (1961) 222;
M. Gell-Mann, Y. Ne'eman
'The Eightfold Way'
W.A. Benjamin Inc., New York und Amsterdam, 1964
- [7] M. Gell-Mann
Phys. Lett. 8 (1964) 214;
G. Zweig
CERN-Berichte TH-401 (1964) und TH-412 (1964)
- [8] 'Review of Particle Properties'
Particle Data Group
Phys. Rev. D 45 (1992)

- [9] M. Gell-Mann, A. Pais
Phys. Rev. 97 (1955) 1387
- [10] K. Lande et al.
Phys. Rev. 103 (1956) 1901
- [11] T.D. Lee, C.N. Yang
Phys. Rev. 104 (1956) 254
- [12] C.S. Wu et al.
Phys. Rev. 105 (1957) 1413;
R. Garwin, L. Lederman, M. Weinrich
Phys. Rev. 105 (1957) 1415;
J.I. Friedman, V.L. Telegdi
Phys. Rev. 105 (1957) 1681
- [13] L. Landau
Nucl. Phys. 3 (1957) 254
- [14] G. Lüders
Dan. Mat. Fys. Medd. 28 (1954) 5 und
Ann. Phys. (N.Y.) 2 (1957) 1;
W. Pauli
in 'Niels Bohr and the development of physics'
Hrsg. W. Pauli, L. Rosenfeld, V. Weisskopf
McGraw-Hill, New York and Pergamon Press Ltd., London (1955)
- [15] J. H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, R. Turlay
Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 138
- [16] T.J. Devlin, J.D. Dickey
Rev. Mod. Phys. 51 (1979) 237
- [17] V.F. Weisskopf, E.P. Wigner
Z. Phys. 63 (1930) 54 und
Z. Phys. 65 (1930) 18
- [18] T.D. Lee, K. Oehme, C.N. Yang
Phys. Rev. 106 (1957) 340
- [19] T.D. Lee, C.S. Wu
Ann. Rev. Nucl. Sci. 15 (1966) 381, *ibid.* 17 (1967) 513
- [20] T.D. Lee, L. Wolfenstein
Phys. Rev. B6 (1965) 1490
- [21] J.S. Bell, J. Steinberger
Proc. Int. Conf. on Elementary Particles, Oxford 1965
Hrsg. T.R. Walsh,
Rutherford Lab., (1966)
- [22] P. K. Kabir
Phys. Rev. D 2 (1970) 540
- [23] W. Grimus
Fortschr. Phys. 36 (1988) 4

- [24] L.M. Sehgal, L. Wolfenstein
Phys. Rev. 162 (1967) 1362
- [25] L. Wolfenstein
Nuovo Cim. 42 (1966) 17
- [26] E. Ma, W.A. Simmons, S.F. Tuan
Phys. Rev. D 20 (1979) 2888
- [27] L. Wolfenstein
in 'Theory and Phenomenology in Particle Physics',
Hrsg. A. Zichichi
Academic Press, New York (1969)
- [28] T.T. Wu, C.N. Yang
Phys. Rev. Lett. 12 (1964) 380
- [29] H. Burkhardt et al.
Phys. Lett. B (1987) 139
- [30] J.O. Egg, B. Nižić, I. Picek
Phys. Lett. B 244 (1990) 513
- [31] V.V. Barmin et al.
Nucl. Phys. B 247 (1984) 293
- [32] J.W. Cronin
Rev. Mod. Phys. 53 (1981) 373
- [33] R. Carosi et al.
Phys. Lett. B 237 (1990) 303
- [34] P. Pavlopoulos, R. Rickenbach, A. Schopper
Particle World 3 (1992) 40
- [35] K.M. Case
Phys. Rev. 103 (1956) 1449;
M.L. Good
Phys. Rev. 106 (1957) 591
- [36] P.K. Kabir
'The CP Puzzle'
Academic Press, London und New York, (1968)
- [37] L. Wolfenstein
Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 562
- [38] S. Weinberg
Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264;
A. Salam
in 'Elementary Particle Theory'
Hrsg. N. Svartholm
Almqvist und Wiksells, Stockholm, (1969) 367;
S.L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani
Phys. Rev. D 2 (1970) 1285

- [39] T.D. Lee
Phys. Rep. 9 (1974) 145
- [40] S. Weinberg
Phys. Rev. Lett. 34 (1976) 657
- [41] G.C. Branco
Phys. Rev. D 22 (1980) 2901
- [42] R.N. Mohapatra, J.C. Pati
Phys. Rev. D 11 (1975) 566
- [43] J.M. Gerard, W. Grimus, A. Raychaudri, G. Zoupanos
Phys. Lett. B 140 (1984) 349;
M. Dugan, B. Grinstein, L. Hall
Nucl. Phys. B 255 (1985) 413
- [44] 'CP Violation'
Hrsg. L. Wolfenstein
North-Holland, Elsevier Science Publishers B.V., (1989)
- [45] M. Kobayashi, T. Maskawa
Prog. Theor. Phys. (Japan) 49 (1973) 652
- [46] C. Jarlskog
Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 1039
- [47] O.W. Greenberg
Phys. Rev. D 32 (1985) 1841;
D.D. Wu
Phys. Rev. D 33 (1986) 866
- [48] L. Wolfenstein
Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1945
- [49] G. Buchalla, A.J. Buras, M.K. Harlander
Nucl. Phys. B 337 (1990) 313
- [50] J. Gasser, U.-G. Meißner
Phys. Lett. B 258 (1991) 219
- [51] K. Kleinknecht
in 'CP Violation'
Hrsg. C. Jarlskog
World Scientific Publishing (1989)
- [52] J. H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, R. Turlay
Phys. Rev. 140 (1965) 74
- [53] G. Barr
in 'Joint International Lepton-Photon Symposium and Europhysics Conference on High Energy Physics'
Hrsg. S. Hegarty, K. Potter, E. Quercigh
World Scientific Publishing, (1992) 179;
B. Winstein
ibid. 186

- [54] N. Grossman et al.
Phys. Rev. Lett. 59 (1987) 18;
O. Skjeggstad et al.
Nucl. Phys. B 48 (1972) 343
- [55] S.H. Aronson et al.
Nuovo Cim. 32 A (1976) 236;
- [56] C. Geweniger et al.
Phys. Lett. 48 B (1974) 487 und
Phys. Lett. 52 B (1974) 119
- [57] W.C. Carithers et al.
Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1244
- [58] K.G. Vosburgh et al.
Phys. Rev. D 6 (1972) 1834;
T.J. Devlin et al.
Phys. Rev. Lett. 18 (1967) 54
- [59] C. Geweniger et al.
Phys. Lett. 52 B (1974) 108;
M. Cullen
Phys. Lett. 32 B (1970) 523
- [60] S. Gjesdal et al.
Phys. Lett. 52 B (1974) 113
- [61] J. H. Christenson et al.
Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1212
- [62] R. Messner et al.
Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 876;
D.P. Coupal et al.
Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 566;
R. DeVoe et al.
Phys. Rev. D 16 (1977) 565
- [63] R. Adler et al.
Phys. Lett. B 286 (1992) 180
- [64] J.H. Christenson et al.
Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1209
- [65] C.A. Rey et al.
Phys. Rev. D 13 (1976) 1161;
V.V. Barmin et al.
Phys. Lett. 33 B (1970) 377;
I.A. Budagov et al.
Phys. Rev. D 2 (1970) 815;
H. Faissner et al.
Nuovo Cim. 70 A (1970) 57;
D. Banner et al.
Phys. Rev. 188 (1969) 2033;
D.F. Bartlett et al.
Phys. Rev. Lett. 21 (1968) 558

- [66] C. Geweniger et al.
Phys. Lett. 48 B (1974) 483;
R. Piccioni et al.
Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1412;
V.L. Fitch et al.
Phys. Rev. Lett. 31 (1973) 1524;
J. Marx et al.
Phys. Lett. 32 B (1970) 219;
H. Saal
Thesis, Columbia Univ., (1969);
H.H. Williams et al.
Phys. Rev. Lett. 31 (1973) 1521
- [67] H. Burkhardt et al.
Phys. Lett. B 206 (1988) 169;
M. Woods et al.
Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 1695;
R.H. Bernstein et al.
Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1631;
J.K. Black et al.
Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1628;
J.R. Patterson et al.
Phys. Rev. Lett. 64 (1990) 1491
- [68] M. Karlsson et al.
Phys. Rev. Lett. 64 (1990) 2976
- [69] J.E. Augustin et al.
LAL 78/14 (1978)
- [70] M. van den Putte et al.
IEEE-Nuclear Science Symposium 1989
San Francisco, USA
- [71] Ch. Bula
Dissertation, ETH Zürich, (1992)
- [72] G. Polivka
Diplomarbeit, Univ. Basel, (1991)
- [73] A. Angelopoulos et al.
Nucl. Instr. and Meth. A 311 (1992) 78
- [74] R. Rickenbach
Dissertation, Univ. Basel, (1989)
- [75] R. Rickenbach et al.
Nucl. Instr. and Meth. A 279 (1989) 305
- [76] P. Bloch
CP-LEAR Note, CP/NORM/6 (1992)
- [77] P. Bloch et al.
Nucl. Instr. and Meth. A 297 (1990) 126;
R. Adler et al.

- Nucl. Instr. and Meth. A 321 (1992) 458;
A. Schopper
Dissertation, Univ. Basel, (1989)
- [78] R. Adler
Private Mitteilung
- [79] P. Bloch, T. Ruf, A. Schopper
CP-LEAR Note, CALO/OFF/1 (1992)
- [80] G. Polivka
Private Mitteilung
- [81] Ch. Felder
Dissertation, Univ. Basel, in Vorbereitung
- [82] D.T. Tröster et al.
Nucl. Instr. and Meth. A 279 (1989) 285
- [83] D. Banner et al.
Phys. Rev. D 7 (1973) 1989
- [84] C. Yeche, C. Guyot
CP-LEAR Note, $\pi^+\pi^-$ Analysis Note 3 (1991)
- [85] T. Nakada
Private Mitteilung
- [86] L. Tauscher, F. Montanet
CP-LEAR Note, SW009 (1989)
- [87] R. Böck
CERN Yellow Report 60-30 (1960) 1 und
CERN Yellow Report 61-29 (1961) 1
B. Ronne
CERN Yellow Report 64-13 (1964) 87
V. Blobel
in 'Formulae and Methods in Experimental Data Evaluation', Vol. 3
Hrsg. R.K. Bock et al.
European Physical Society (1984)
- [88] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling
'Numerical Recipes'
Cambridge University Press (1989)
- [89] L. Tauscher
Private Mitteilung
- [90] T. Ruf
Private Mitteilung
- [91] T. Geralis
Private Mitteilung
- [92] F. James, M. Roos
'MINUIT'
CERN Program Library entry D506, CERN, (1989)

[93] P. Bloch
Private Mitteilung

Curriculum vitae

Name Bernd Pagels

Geburtsdatum 12. September 1962

Geburtsort Hamburg (BRD)

Eltern Dieter Pagels
Gisela Pagels, geb. Conrad

Schulzeit 1969-1970 Königsländer Schule, Hamburg (BRD)
1970-1973 Grundschule Nahe (BRD)
1973-1976 Gymnasium Norderstedt (BRD)
1976-1978 Gymnasium Tiengen (BRD)
1978-1982 Gymnasium Grenzach-Whylen (BRD)
24. Mai 1982 Allgemeine Hochschulreife

Studium Fachrichtung Physik mit den Nebenfächern Mathematik und Chemie
an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg i. B. (BRD)
WS 1982/83 - WS 1988/89
17. Nov. 1988 Diplom in Physik
Thema der Diplom-Arbeit:
'Untersuchung der quasielastischen Ladungsaustauschreaktion $np \rightarrow pnn$
im Neutronenenergiebereich von 290 bis 570 MeV'

Promotion Seit 1989 Mitarbeit als Doktorand in der CP-LEAR-Kollaboration des CERN
unter Anleitung von Prof. Dr. G. Backenstoss und Prof. Dr. L. Tauscher
am Physikalischen Institut der Universität Basel

**Beruflicher
Werdegang** Wissenschaftliche Hilfskraft
1986-1987 an der Fakultät für Physik der Universität Freiburg i. B.
Seit 1989 am Physikalischen Institut der Universität Basel

Danksagung

Zunächst möchte ich mich recht herzlich bei den Herren Professoren G. Backenstoss und L. Tauscher für die Vergabe und Förderung dieser Arbeit bedanken.

Ein besonderer Dank gebührt Herrn Dr. Ph. Bloch, dessen Ratschläge mir häufig Hilfe und Inspiration waren.

Speziell möchte ich mich bei Herrn Dr. R. Rickenbach bedanken, der mir stets mit Rat und Tat zur Seite stand, sei es beim Tageswerk oder in geselliger Runde.

Ein weiterer Dank gebührt den Mitgliedern der Kalorimeter-Auswertegruppe, namentlich Prof. J.K. Bienlein, den Doktoren Th. Ruf, P. Weber, A. Schopper und Frau Dr. M. Schäfer.

Ein Dank gilt meinen Kollegen Ch. Felder, R. Adler und G. Polivka für die angenehme und fruchtbare Arbeitsatmosphäre in Basel.

Abschließend möchte ich die Gelegenheit nicht versäumen, auch meinen Eltern zu danken, die mir das Physik-Studium ermöglichten und mir jede erdenkliche Förderung zuteil werden ließen.

Folgenden Dozentinnen und Dozenten der Universität Basel und der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg i. B. (BRD) verdanke ich meine Ausbildung:

G. Backenstoss, E. Baumgartner, G. Baur, R. Brenn, J. Briggs, J. Broad, L. Dubé, E. Eberlein, M. Forger, R. Friedrich, W. Gronski, H. Haberland, I. Hertel, O. Osberghaus, H. Reik, H. Römer, E. Rössle, K. Runge, W. Sandner, Ch. Schlier, H. Schmitt, R. Scholz, J. Spilker, H. Stier, L. Tauscher, E. Teloy, D. Wolke