

CERN LIBRARIES, GENEVA

Preprint 318



CM-P00100544

AMORTISSEMENT DES OSCILLATIONS COHERENTES DU FAISCEAU
DANS UN ANNEAU DE STOCKAGE

Ya.S. Derbenev, N.S. Dikanskij

II. Perturbations synchrotroniques

Traduit au CERN par A. Golovanoff
(Original : russe)

(CERN Trans. 70-1)

GENEVE

1970

INTRODUCTION

L'une des principales difficultés pour l'obtention des courants élevés dans les anneaux de stockage réside dans l'instabilité de phase, qui apparaît à la suite de l'interaction du faisceau avec toutes sortes de résonateurs "parasites" /1, 3/. On décrit des instabilités de différents types : oscillations du faisceau dans son ensemble (dipolaires), oscillations des dimensions (multipolaires) et oscillations du mouvement relatif de plusieurs paquets. L'intensité des instabilités augmente rapidement avec la diminution de la longueur du paquet, à la suite de l'apparition de nombreuses harmoniques supérieures dans le spectre du courant du faisceau.

En pratique, il peut s'avérer impossible d'assurer la stabilité vis-à-vis de tous les types de perturbations dangereuses par le choix des caractéristiques de fréquence des cavités d'accélération. C'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser des dispositifs d'amortissement spéciaux (contre-réaction, résonateurs parasites, séparation des fréquences des oscillations de phase des différents paquets). Toutefois, ces procédés ne sont efficaces que pour l'amortissement de certains types de perturbations. Dans le présent travail, nous étudions la possibilité de créer un procédé universel d'amortissement des instabilités cohérentes de phase à l'aide du rayonnement de l'énergie des perturbations cohérentes dans un système de type guide d'onde à double couplage (onde TEM). Un procédé analogue d'amortissement des perturbations bétatroniques est considéré dans le travail^{/2/}.

L'avantage fondamental de ce procédé réside dans sa largeur de bande.

L'excitation de l'onde principale par le mouvement longitudinal du faisceau dans le système donné est possible, du fait de la présence des effets de bord (aux extrémités des plaques, le champ de l'onde principale n'est pas perpendiculaire au mouvement longitudinal des particules) et de la pente de l'orbite d'équilibre par rapport à l'axe du guide d'onde.

Il est évident que pour introduire un amortissement dans le mouvement des phases cohérentes, il est nécessaire d'assurer une dépendance entre les pertes cohérentes et l'énergie du faisceau (voir figure 1). Le procédé proposé est fondé sur l'utilisation de la dépendance entre l'écart radial du faisceau et l'énergie, ce qui entraîne évidemment une modulation des pertes cohérentes à cause de l'inhomogénéité radiale de la composante longitudinale du champ du rayonnement.

On a obtenu les conditions d'amortissement et les expressions des décréments des perturbations cohérentes de multipolarité quelconque $m < l_p/l_{\perp}$ (m - nombre de multipolarité, l_p - longueur d'un paquet, l_{\perp} - ouverture). On a mis en évidence que la valeur du décrétement et d'une perturbation m -polaire ne dépendait pas du numéro de multipolarité. Le sens physique en est que la longueur de formation du rayonnement $l_{\perp} < l_p/m$. Le cas de l'oscillation du mouvement

relatif de plusieurs paquets est équivalent, du point de vue du rayonnement considéré, aux oscillations dipolaires indépendantes des paquets isolés.

On peut obtenir que la valeur du décrétement de l'amortissement soit de l'ordre de grandeur du décrétement des oscillations bétatroniques radiales /2/ :

$$(\delta_n / \delta_1) \sim \psi R l_1 / l_0 l$$

où R - rayon moyen de la machine, l - longueur de la plaque,
 ψ - fonction décrivant le mouvement radial d'une particule non en équilibre. Toutefois, par suite de la liaison entre le mouvement radial et le mouvement longitudinal, un incrément égal à δ_{11} est introduit dans le mouvement bétatronique cohérent radial, c'est pourquoi δ_{11} ne doit pas dépasser le décrétement total des oscillations bétatroniques radiales (ce décrétement peut être créé à l'aide de la même plaque ou d'autres plaques spéciales).

Sur le plan général, soulignons que le mécanisme considéré des pertes cohérentes de l'énergie totale peut provoquer les instabilités dites "sans mémoire", aussi bien pour le mouvement bétatronique que synchrotronique. Dans ce sens, des plaques adaptées peuvent se révéler plus dangereuses que des plaques non adaptées, où les pertes cohérentes peuvent être importantes seulement dans une gamme étroite de fréquences. C'est pourquoi, en introduisant dans la chambre des

plaques adaptées, il faut respecter les conditions de stabilité définies dans le présent travail.

II. METHODE

Comme dans la référence /2/, nous étudierons seulement l'interaction avec l'onde principale, dont le potentiel sera écrit sous la forme :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = c \int d\kappa Q_{\kappa}(t) A_{\kappa}(\vec{r}), \quad \int d\vec{r} A_{\kappa} A_{\kappa'} = 4\pi \delta(\kappa - \kappa') \quad (1)$$

$A_{\kappa}(\vec{r}) e^{i\kappa r - i\kappa t}$ décrit les oscillations libres du champ, $Q_{\kappa}(t)$ satisfait à l'équation:

$$\ddot{Q}_{\kappa} + (c\kappa)^2 Q_{\kappa} = \int d\Gamma (\vec{v} \cdot \vec{A}_{\kappa})^* f(\vec{P}, \vec{r}, t) \quad (2)$$

où $d\Gamma$ - élément du volume de l'espace des phases \vec{P} , \vec{r} , \vec{v} - vitesse, $f(\vec{P}, \vec{r}, t)$ - fonctions de distribution des particules du faisceau. Dans la suite, nous considérerons les perturbations synchrotroniques; c'est pourquoi nous représenterons f en fonction des variables action-phase:

$$f = f_0(J) + \sum_{m \neq 0} f_m(J, t) e^{im\psi/c} \quad (3)$$

$\int d\Gamma f = N$, $\psi_c = \Omega_c t + \varphi_c$ - phase des oscillations synchrotroniques.
 Les écarts de l'impulsion et de la phase de leur valeur d'équilibre sont exprimés de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \sin \psi_c, & \Delta p &= \frac{m_c \Omega_c \varphi_0}{R} \cos \psi_c \\ J &= \frac{m_c \Omega_c \varphi_0^2}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

où m_c - "masse" du mouvement synchrotronique, $2\pi R$ - périmètre de l'orbite.

Dans l'approximation linéaire, suivant f_m , le système homogène d'équations de Vlasov s'écrit :

$$\ddot{Q}_\kappa + (c\kappa)^2 Q_\kappa = \int d\Gamma (\vec{V} \vec{A}_\kappa)_m^* f_m(J, t) \quad (5a)$$

$$\frac{\partial f_m}{\partial t} + i m \Omega_c f_m = - \frac{\partial f_0}{\partial J} \left(\frac{\partial J}{\partial \Delta p} \tilde{F}_\parallel \right)_m \quad (5b)$$

Ici, compte tenu de la petitesse de l'interaction, comme dans (2), nous négligeons la liaison entre les différentes harmoniques f_m , $\tilde{F}_{\parallel 1}$ - composante longitudinale de la force du champ de l'onde excitée par l'harmonique f_m :

$$\tilde{F}_\parallel = -e \int dk \left[\dot{Q}_\kappa(t) A_{m\kappa} + Q_\kappa v_r \left(\frac{\partial A_\parallel}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{R \partial \theta} \right) \right] \quad (6)$$

Représentons A_k sur l'orbite d'une particule sous la forme d'un développement en série de Fourier :

$$\vec{A}_k(r) = \sum_n \vec{A}_{kn} e^{in\theta} \quad (7)$$

où $\theta = \omega_0 t + \varphi$ - azimut de la particule, ω_0 - fréquence de révolution d'équilibre. Représentons la solution pour $Q_k(t)$ sous la forme :

$$Q_k(t) = \sum_n Q_{kn} e^{-i\omega t - m\omega_0 t} \quad (8)$$

Après avoir pris la valeur moyenne de l'équation (5b) pour une période de révolution, la solution pour f_m sera de la forme :

$$f_m(t) = \bar{f}_m(\mathcal{J}) e^{-i\omega t} \quad (9)$$

En substituant (9, 8) dans (5a,b), nous obtenons l'équation :

$$\bar{f}_m = e^2 \sum_n \int d\kappa \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{J}} \left(e^{in\varphi} (\vec{v} \cdot \vec{A}_n)_m \right) \frac{m}{(\omega - m\Omega_c) [c^2 \kappa^2 - (\omega + n\omega_c)^2]} \int dt \left(e^{in\varphi} (\vec{v} \cdot \vec{A}_n)_m \right)^* \bar{f}_m \quad (10)$$

Pour estimer les décréments et révéler le tableau physique de l'interaction, la forme concrète de $f_0(\mathcal{J})$ n'est pas importante (si l'on néglige évidemment la dispersion en Ω_c). C'est pourquoi nous prendrons la distribution "d'équilibre" la plus simple ayant une solution exacte :

$$f_0(J) = \frac{N}{2\pi J_0} \begin{cases} 1 & J < J_0 \\ 0 & J > J_0 \end{cases} \quad (11)$$

Alors, nous obtenons :

$$\omega - m\Omega_c = -\frac{e^2 N}{J_0} \sum_n \int dk \frac{m}{c^2 k^2 - (\omega + n\omega_0)^2} \left\| \left(\vec{\nabla} A_k \right)_n e^{in\varphi} \right\|_{J=J_0}^2 \quad (12)$$

Comme nous avons supposé que la correction à la solution non perturbée $\omega = m\Omega_c$ était petite, nous pouvons remplacer ω dans le membre droit de l'équation (12) par $m\Omega_c$. Généralement, $\Omega_c \ll \omega_c$, aussi pour simplifier posons $\omega = 0$ dans le membre droit de l'équation (12) (pour intégrer correctement suivant k , il convient de poser au dénominateur de (12) $\omega = +i0$). Les fonctions A_k sur la trajectoire d'une particule peuvent être décrites comme suit : Dans un secteur de chambre où l'influence des bords peut être négligée, A_k s'écrit sous la forme :

$$\vec{A}_k = \vec{A}_\perp(\vec{r}_\perp) \frac{e^{ikR\theta}}{\sqrt{2\pi}} \quad (13)$$

où \vec{A}_\perp - solution électrostatique dans un guide d'onde infini à double liaison, \vec{r}_\perp - ensemble des coordonnées transversales comptées depuis l'axe du guide d'onde. Compte tenu de la normalisation (1), le champ \vec{A}_\perp et son potentiel U peuvent être exprimés par des grandeurs mesurées expérimentalement :

$$\vec{A}_1(\vec{r}_1) = \sqrt{cZ} \frac{\vec{E}_1(\vec{r}_1)}{U_0} ; \quad U = \sqrt{cZ} \frac{U_s}{U_0}$$

où $\vec{E} = -\vec{\nabla} U_s$ - champ électrostatique engendré par la différence de potentiel U_0 , Z - impédance, c - vitesse de la lumière. Comme nous considérons des longueurs d'onde $k \ell_{\perp} < 1$, le champ électrique aux bords de la plaque peut être considéré comme un champ électrostatique décroissant exponentiellement le long de la trajectoire de la particule avec une constante de décroissance $\sim 1/\ell_{\perp}$ lorsque l'on s'éloigne de la plaque le long de la chambre. L'intégrale dans le calcul de l'harmonique

$$(\vec{\nabla} \vec{A}_k)_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{\nabla} \vec{A}_k) e^{-i(k-k_n)R\theta} d\theta ; \quad k_n = \frac{n}{R} \quad (14)$$

se décompose en trois parties $(-\infty, 0)$, $(0, \ell/R)$, $(\ell/R, \infty)$:

$$(\vec{\nabla} \vec{A}_k)_n = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[\int_{-\infty}^0 + \int_0^{\ell/R} + \int_{\ell/R}^{\infty} \right] (\vec{\nabla} \vec{A}_1(\vec{r}_1(\theta))) e^{-i(k-k_n)\theta} d\theta \quad (15)$$

Par suite de la chute rapide du champ aux bords, on peut négliger la variation du facteur de phase dans les intégrales aux bords. En effectuant l'intégration par partie dans le deuxième terme de (15), et en utilisant la propriété $A_{\perp} = -\frac{\partial U}{\partial r_{\perp}}$, nous obtiendrons :

$$(\vec{\nabla} \vec{A}_k)_n = i \sqrt{(k-k_n)} U_{k-k_n} \quad (16)$$

où U_{k-k_n}

$$U_{k-k_n} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_0^{l/R} U(\vec{r}_\perp(\theta)) e^{i(k-k_n)R\theta} d\theta \quad (17)$$

Remarquons que le résultat obtenu ne dépend pas de la configuration du champ aux bords et il est déterminé seulement par la longueur du secteur où l'onde peut être représentée sous la forme (13). Ecrivons $r_\perp(\theta)$ dans (17) sous la forme (voir figure 2) :

$$\vec{r}_\perp(\theta) = \vec{r}_s(\theta) + \vec{r}_c \quad ; \quad (18)$$

$$r_c = R \psi \frac{\Delta p}{\rho} \quad ; \quad \vec{r}_s = \vec{r}_0 + \vec{\alpha} R \theta \quad (19)$$

où $\vec{\alpha} = (\alpha_r, \alpha_z)$ - angles de pente de la trajectoire d'équilibre par rapport à l'axe de la chambre, \vec{r}_0 - écart moyen de la trajectoire par rapport à l'axe de la chambre.

Le potentiel $U(\vec{r}_\perp(\theta))$ peut être développé en série suivant Δp

$$U(\vec{r}) = U(\vec{r}_s) + \frac{\partial U}{\partial \Delta p} \Delta p + \quad (20)$$

Alors, après calcul des harmoniques suivant m , nous obtenons (12) dans l'approximation linéaire suivant Δp :

$$I = - \frac{2e^2 N \beta^2}{R(\omega - m\Omega_c)} \sum_n \int \frac{k^2 dk J_m^2(n\psi_0) [|U_n|^2 \frac{R \cdot m}{\mu_c \Omega_c} + \frac{\partial}{\partial \Delta p} |U_n|^2 \frac{m^2}{n}]}{\psi_0^2 \cdot [(k+k_n)^2 - (\beta k_n + i0)^2]} \quad (21)$$

(ici, on a fait la substitution $k - k_n \rightarrow K$). Pour obtenir (21), on a négligé la dépendance $\beta \Delta p$.

Il résulte des propriétés de la symétrie en n , que le premier terme du numérateur directement lié aux pertes totales d'énergie, donne seulement une contribution à la partie réelle du déplacement des fréquences. Le deuxième et le troisième termes, qui sont proportionnels aux gradients des pertes, déterminent la partie imaginaire.

III. RESULTATS

Pour effectuer des calculs concrets, il faut connaître la fonction $U(\theta)$.

En supposant que les angles de pente α_r, α_z sont petits, décomposons $U(\theta)$ et $\frac{\partial U}{\partial \Delta p}$ en série suivant $\vec{\alpha}$ pour $\Delta p = 0$:

$$\begin{aligned}
 U|_{\Delta p=0} &= U(\vec{r}_0) + \frac{\partial U}{\partial \vec{r}}(\vec{r}_0) \vec{r} R \theta \\
 \left. \frac{\partial U}{\partial \Delta p} \right|_{\Delta p=0} &= \frac{\partial U}{\partial \vec{r}}(\vec{r}_0) R \psi + \frac{\partial^2 U}{\partial \vec{r} \partial r} \vec{r} R^2 \theta \psi
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Dans le calcul des harmoniques U_k , nous posons pour simplifier :

$$\psi(\theta) = \bar{\psi} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \theta, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \equiv \psi' = \text{const.}$$

où θ est rapporté au milieu de la plaque.

A l'issue de calculs simples mais assez longs, que nous ne reproduisons pas ici, nous trouvons le résultat suivant :

l'expression générale du décréement s'écrit sous la forme :

$$\delta' = \delta_0 + \delta_1 + \delta_2$$

où δ_0 - partie du décréement ne dépendant pas de l'angle de pente, δ_1 et δ_2 sont respectivement proportionnels à la première et à la seconde puissance de α .

Examinons d'abord le cas $\alpha_z = \alpha_r = 0$.

1. $\gamma^2 l_b < ml$ "cas faiblement relativiste" :

$$\delta_0 = - \frac{N r_0 c}{\gamma l_b} \frac{4 \overline{\Psi}}{\pi^3} V A_r \quad (23)$$

où $l_b = 2 R \varphi_0$ longueur d'un paquet, $r_0 = \frac{l^2}{m_0 c^2}$

Dans ce cas, l'effet est lié seulement à la perturbation de l'onde aux bords de la plaque, puisque dans la région du guide d'onde où l'onde est transversale il n'existe pas de champ transversal de l'onde ($\alpha_r = \alpha_z = 0$). Il ressort de (23) que la condition d'amortissement des perturbations synchrotroniques cohérentes est :

$$\overline{\Psi} \frac{\partial \mathcal{V}^2}{\partial r} > 0. \quad (24)$$

Cette condition signifie que les plaques doivent se trouver du côté extérieur de l'orbite d'équilibre pour $\overline{\Psi} > 0$.

L'interprétation physique en est évidente : la modulation des pertes cohérentes doit être telle que les pertes augmentent avec l'augmentation de l'énergie. Remarquons spécialement une intéressante particularité de ce procédé d'amortissement : pour toutes les perturbations $m < (l_b / l_\perp)$, la valeur du décrément ne dépend pas du numéro de multipolarité (la limitation de m découle du fait que, pour $m > (l_b / l_\perp)$, il est nécessaire de tenir compte de l'excitation d'autres types d'onde). Ce fait est expliqué par ce que la longueur de formation du rayonnement est égale à la "longueur" du bord.

$$l_{rad} \sim l_\perp < \frac{l_b}{m} \quad (25)$$

c'est-à-dire que les différents "paquets" rayonnent de façon indépendante. Cela explique aussi l'indépendance du décrément de la longueur de la plaque et aussi le fait que $d_o \sim N/l_b$.

2. $\gamma^2 l_b \gg ml$

a) $l_b \ll ml$, alors la condition 2) marque un cas relativiste extrême.

Nous avons:

$$\frac{1}{\pi^3} \frac{N v_c c}{\gamma l_b} \bar{\Psi} \frac{\partial U}{\partial r}^2 \quad (26)$$

La variation du coefficient dans (26) dans un facteur 2 par rapport à (23) est justifiée par le fait que, dans le cas ultrarelativiste, il n'y a pas de rayonnement "vers l'avant". En réalité, l'onde qui se propage vers "l'avant" se forme sur le premier bord, mais comme $\gamma \gg 1$ le paquet d'ondes n'a pas le temps de se déplacer par rapport au paquet pendant le passage au-dessus de la plaque ($\gamma^2 l_b \gg ml$) et l'onde est complètement absorbée sur le deuxième bord. Le rayonnement cohérent "vers l'arrière" est formé sur le deuxième bord, c'est pourquoi il ne peut jamais être absorbé.

b) $l_b \gg ml$ plaque courte.

$$\frac{2}{\pi^3} \frac{N v_c c}{\gamma l_b} \bar{\Psi} \frac{\partial U}{\partial r}^2 \left(\frac{ml}{l_b} \right)^2 \ln \left[\left(\frac{l_b}{ml(1+\beta)} \right)^{(1+\beta)^2} \left(\frac{l_b}{ml(1-\beta)} \right)^{(1-\beta)^2} \right] \quad (27)$$

Les tableaux 1-3 donnent des expressions des décrets d_0, d_1, d_2 .

Il ressort de ces tableaux que les termes proportionnels à $\vec{\alpha}$ ou $(\vec{\alpha})^2$

pour $\alpha \ll \ell_1/\ell$ deviennent importants si $A_r = 0$. Pour les grands angles $\alpha \lesssim \ell_1/\ell$, ces termes donnent en général une contribution du même ordre que les termes en d_0 .

Le déplacement des fréquences pour le bunching du faisceau se révèle petit par rapport à $I_m \omega$.

IV. INFLUENCE DES EFFETS DE BORD SUR LE MOUVEMENT BETATRONIQUE

1. On a obtenu dans la référence /2/ les décréments des oscillations bétatroniques cohérentes, dans l'hypothèse que le champ de l'onde principale est perpendiculaire sur toute la longueur de la plaque à l'orbite d'équilibre. Aussi, les pertes de l'énergie totale dépendaient seulement du mouvement bétatronique.

En réalité, aux bords des plaques le champ de l'onde n'est pas perpendiculaire et l'onde principale peut être excitée par le mouvement longitudinal. Dans certaines conditions, il peut en résulter un transfert de l'énergie du mouvement longitudinal dans les degrés de liberté transversaux.

Comme le montre le calcul, dans le cas d'un faisceau homogène avec une perturbation $\sim \exp (in\omega_0 + im_z \omega_z + i\omega)t$, le décrétement est de la forme :

$$\mathcal{D} = \frac{N r_0 c}{2 \eta v_z} \left(\frac{\ell}{2\pi R} \right)^2 m_z (m_z v_z + n) \left[(1-\beta)^2 \frac{\beta n^2 v_+}{v_+^2} + (1+\beta)^2 \frac{\beta n^2 v_-}{v_-^2} \right] \left\langle \frac{\partial U_{m_z}}{\partial a^2} \right\rangle^2$$

$$v_{\pm} = [\pm m_z v_z \beta - n(1 \mp \beta)] \frac{\ell}{2R} \quad (28)$$

Comme d'habitude, les modes $m_z^2 v_z + m_z n < 0$ sont instables. Ainsi, la conclusion sur la possibilité de l'amortissement des oscillations bétatroniques au moyen de plaques adaptées était erronée (faisceau homogène !). Pour le bunching du faisceau ($\ell_b < \ell$), la prise en considération des bords n'entraîne pas de modification de la valeur du décrétement.

2. Comme indiqué dans l'introduction, la liaison du mouvement radial et du mouvement longitudinal dans l'amortissement des oscillations synchrotroniques introduit un incrément dans les oscillations bétatroniques. Pour une perturbation $\omega = m_r \omega_r$ ($m_c = 0$), l'incrément coïncide avec le décrétement d'amortissement des oscillations synchrotroniques (voir 23, 26), tandis que le décrétement de l'excitation de l'onde par le mouvement bétatronique sur la même plaque (voir /2/) est égal à :

$$\mathcal{D} = \frac{N r_0 c}{4 \eta} (eZ) \left(\frac{E_r}{U_0} \right)^2 \frac{\ell}{2\pi R} \quad (29)$$

C'est pourquoi une plaque parfaitement adaptée, avec la condition (24), entraînera l'apparition d'oscillations bétatroniques radiales si :

$$1 > \frac{\ell \ell_b \pi^2}{32R} \frac{\partial U}{\partial r} \sim \frac{\ell \ell_b}{3R \ell_1 \Psi} ; (\ell_b < \ell) \quad (30)$$

Comme le montrent les estimations préliminaires pour les excitations synchro-bétatroniques $\omega = \omega_r + m\Omega_c$, les incréments de corrélation ne dépendent pas de m ($m < \ell_b / \ell_1$, voir page 17) et sont du même ordre de grandeur que l'expression (23). D'autre part, les décréments de l'excitation de l'onde par le mouvement bétatronique pour ces mêmes modes décroissent comme $\sim 1/m^2$. C'est pourquoi, pour les m supérieurs, les oscillations synchro-bétatroniques peuvent devenir instables.

Toutefois, la stabilité du mouvement radial peut être assurée au moyen d'un système spécial de plaques qui ne modifie pas le décrétement des oscillations des phases : il est nécessaire pour cela que le gradient total des pertes pour toutes les plaques du système soit nul, c'est-à-dire que :

$$\sum_i \frac{\partial V_i^2}{\partial r} = 0.$$

Par exemple, une partie des plaques peut être installée par paires symétriques radialement par rapport à l'orbite d'équilibre *).

Alors l'écart radial du faisceau ne provoquera pas de modification des pertes de l'énergie totale. En même temps, le décrétement des

*) cette possibilité a été indiquée par A.N. Scrinskij

oscillations bétatroniques sera égal à la somme des décréments des différentes plaques :

$$\delta \sim \sum \left(\frac{\partial V_i}{\partial r} \right)^2 .$$

Des études plus détaillées des effets de bord seront effectuées ultérieurement.

V. CONCLUSION

Pour conclure, remarquons une fois encore que des plaques parfaitement adaptées peuvent provoquer aussi bien l'amortissement que l'instabilité des oscillations de phase cohérentes. La stabilité du mouvement des phases exige que, pour $0 < (\partial \ell_n R / \partial \ell_n \rho)$, les plaques se trouvent dans la partie externe de l'orbite (et inversement). L'utilisation de plaques adaptées permet d'amortir les oscillations des phases cohérentes de multipolarité quelconque $m < (\ell_b / \ell_\perp)$. Une limitation de la valeur maximale du décrement est introduite par la condition de stabilité des excitations bétatroniques et synchro-bétatroniques radiales.

Nous sommes reconnaissants à A.N. Scrinskij pour ses précieuses remarques et l'examen du travail.

21 juillet 1969.

NOTATIONS

N	- nombre de particules
$r_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2}$	- rayon classique de la particule
c	- vitesse de la lumière
$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$	- facteur relativiste
$2\pi R$	- périmètre de l'orbite
l_b	- longueur d'un paquet
l	- longueur de la plaque
m	- nombre entier, numéro de multipolarité
ψ	- $(\frac{\Delta R}{R} = \psi \frac{\Delta p}{p})$
ψ'	= $\frac{\partial \psi}{\partial \theta}$
U	→ $\sqrt{c^2 - \frac{U_s^2}{\gamma^2}}$
U_s	- potentiel sur l'orbite pour un potentiel V_0 de la plaque
Z	- impédance de la ligne
A_r	= $\frac{\partial V}{\partial r} = \sqrt{cZ} \frac{E_r}{V_0}$
$\vec{\alpha}$	- $(\alpha_r, 0, \alpha_z)$ voir fig. 2
Δp	- écart de l'impulsion longitudinale par rapport à sa valeur d'équilibre
l_{\perp}	- dimension transversale caractéristique de la chambre
\vec{v}	= (v_r, v_{θ}, v_z) , $r = (r, \theta, z)$, $\beta = \frac{v}{c}$
Ω_c	- fréquence des oscillations synchrotroniques
μ_c	- "masse" du mouvement synchrotronique
ω_0	- fréquence de révolution d'une particule en équilibre.

TABLEAU DES DECREMENTS d_0 ($\alpha_r = \alpha_z = 0$)

Condition	$- \text{Im}(\omega - m\Omega_c) = \delta \quad f_m \sim e^{-i\omega t}$
$\gamma^2 l_0 < ml$	$\frac{2}{\pi^3} \frac{N \epsilon_0 c}{\gamma l_0} \bar{\Psi} \frac{\partial U^2}{\partial r}$
$\gamma^2 l_0 \gg ml$	$\frac{2}{\pi^3} \frac{N \epsilon_0 c}{\gamma l_0} \bar{\Psi} \frac{\partial U^2}{\partial r} \left(\frac{ml}{l_0}\right)^2 \ln \left\{ \left[\frac{l_0}{ml} \frac{1}{1+\beta} \right]^{(1-\beta)^2} \left[\frac{l_0}{ml} \frac{1}{1-\beta} \right]^{(1-\beta)^2} \right\}$
a) $l_0 \gg ml$ b) $l_0 \ll ml$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N \epsilon_0 c}{\gamma l_0} \bar{\Psi} \frac{\partial U^2}{\partial r}$

TABLEAU DES DECREMENTS δ_1

Condition	$-\text{Im}(\omega - m\Omega_c) = \delta, \quad f_m \sim e^{-i\omega t}$
$\gamma^2 l_b < ml$	$-\frac{1}{\pi^2} \frac{N_{\text{TC}} \epsilon \psi' l^2}{\gamma l_b} \frac{1}{2\pi R} \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \frac{\partial U^2}{\partial \vec{r} \partial r}$
$\gamma^2 l_b \gg ml$ a) $l_b \gg ml$	$\frac{1}{\pi^2} \frac{N_{\text{TC}} \epsilon \psi' l^2}{\gamma l_b} \left(\frac{ml}{l_b}\right)^2 \left[\frac{2}{3} U \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \frac{\partial U}{\partial \vec{r} \partial r} \ln \left(\frac{l_b}{ml(1+\beta)} \right)^{(1+\beta)^2} \left(\frac{l_b}{ml(1-\beta)} \right)^{(1-\beta)^2} \right] + (1+\beta^2) \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{\omega} \frac{\partial U}{\partial r}$
b) $l_b \ll ml$	$-\frac{1}{2\pi^2} \frac{N_{\text{TC}} \epsilon \psi' l^2}{\gamma l_b} \frac{1}{2\pi R} \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} \frac{\partial U^2}{\partial \vec{r} \partial r}$

TABLEAU DES DECREMENTS δ_2

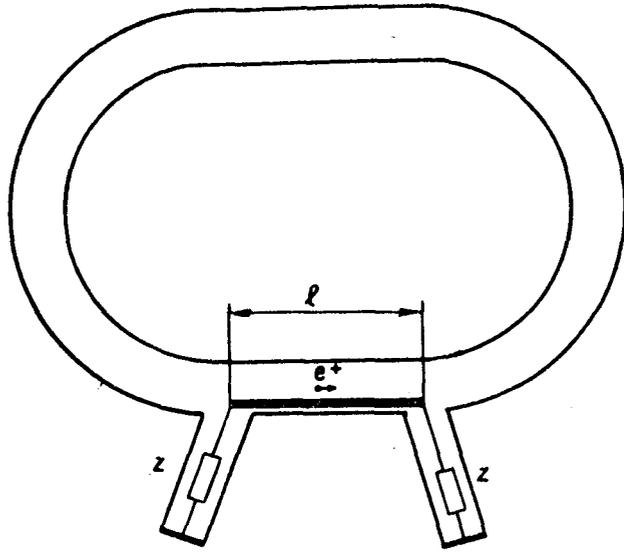
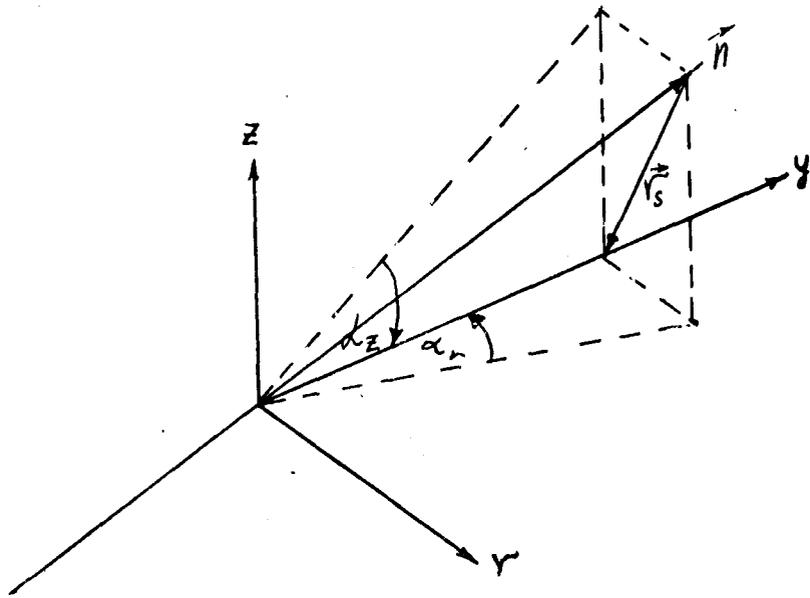
Condition	$- \text{Im}(\omega - m\Omega_c) = \delta$ $f_m \sim e^{-i\omega t}$
$r^2 l_b < ml$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N v_0 c}{r l_b} \Psi \frac{\partial}{\partial r} \left(\vec{\alpha} \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \right)^2 \frac{l^2}{2}$
$r^2 l_b \gg l$ a) $l_b \gg ml$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N v_0 c}{r l_b} \Psi \frac{\partial}{\partial r} \left(\vec{\alpha} \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \right)^2 \frac{l^2}{4} \left(\frac{ml}{l_b} \right)^2$
b) $l_b \ll ml$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N v_0 c}{r l_b} \Psi \frac{\partial}{\partial r} \left(\vec{\alpha} \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \right)^2 \frac{l^2}{4}$

LEGENDES DES FIGURES

1. Schéma d'adaptation des plaques.
2. Système des coordonnées. \vec{n} - direction de l'axe du guide d'onde.

REFERENCES

1. V.D. Auslender, M.M. Karlinder et al. "AE", 22, 3, 1967.
2. Ya.S. Derbenev, N.S. Dikanskij, preprint 315, IYaF SO AN, SSSR, 1969
3. F. Amman, LNF - 69/12 (non publié).

Fig. 1.Fig. 2.