

DETERMINATION DU SPIN ET DE LA PARITE  
DES MESONS  $A_2^L$  ET  $A_2^H$   
DANS LA VOIE DE DESINTEGRATION  $\rho\pi$

C. Nef  
Université de Genève

Genève, 17 juillet 1970

(Ce rapport a fait l'objet d'une thèse de Doctorat  
présentée à l'Université de Genève)



## INTRODUCTION

La spectroscopie des résonances mésoniques a pour but l'exploration systématique des états instables produits par exemple dans la diffusion pion-nucléon à haute énergie. La découverte des symétries auxquelles obéissent les résonances est en effet essentielle pour notre compréhension des lois fondamentales de l'interaction forte, et plus spécifiquement pour la comparaison avec les modèles théoriques établissant des schémas de classification des mésons.

Le plus souvent, du point de vue expérimental, les résonances mésoniques sont étudiées dans des réactions de production. La présence d'une résonance peut être détectée par l'investigation des spectres de masse effective de certaines combinaisons des particules émergentes de la réaction. Ceci nécessite une reconstruction cinématique complète des événements. Evidemment, la masse effective n'est qu'une combinaison particulière des variables cinématiques, et les mesures expérimentales contiennent d'autres informations. Les distributions angulaires et la distribution de l'énergie des produits de la désintégration dépendent, par exemple, des nombres quantiques de la résonance.

La détection d'une résonance est possible même sans une reconstruction complète des événements. La méthode de masse manquante consiste à mesurer l'angle de diffusion et l'impulsion, par exemple du proton émergent dans la réaction  $\pi + p \rightarrow p + X$ . Cette mesure permet de calculer immédiatement la masse du système X. Cette technique, qui est particulièrement bien adaptée à une expérience à compteurs, a été exploitée par le groupe du Spectromètre à Bosons du CERN. Une investigation systématique du spectre de masse des mésons à étrangeté nulle dans l'intervalle  $500 < M_X < 3800$  MeV a ainsi mis en évidence l'existence d'un nombre considérable de nouvelles résonances. Grâce à une bonne résolution en masse et un taux d'événements élevé, cette expérience permet également la mesure précise de la forme détaillée des états trouvés.

La séparation en deux pics du spectre de masse du méson  $A_2$ , produit dans la réaction  $\pi^- p \rightarrow p A_2^-$ , a été mise en évidence pour la première fois en 1966 par l'expérience "Missing-mass" au CERN (cf. section 1). Cette structure "fine" a été mesurée avec une grande précision dans plusieurs expériences successives du même groupe, et elle a été confirmée indépendamment par des expériences de chambres à bulles. Cependant, pour une meilleure compréhension du phénomène  $A_2$ , il ne suffit pas de connaître le spectre de masse, mais il est essentiel d'étudier également les autres propriétés. Pour cette raison, le dispositif expérimental du spectromètre "jacobien" a été modifié en 1969, afin de permettre une reconstruction complète des désintégrations en trois particules chargées, telles que  $A_2^- \rightarrow \rho^0 \pi^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^-$ .

Le présent travail est consacré à l'étude des propriétés du complexe  $A_2$ . Nous nous concentrons sur l'analyse de la voie  $A_2^- \rightarrow \rho^0 \pi^-$ , en étudiant les spectres de masse effective, la distribution de la densité sur le diagramme de Dalitz et la distribution angulaire de la désintégration. Les données expérimentales nous permettent la mesure du spin et de la parité des deux pics  $A_2^L$  et  $A_2^H$  séparément. En plus, nous obtenons des résultats intéressants sur la matrice densité du  $A_2$ . Puisque l'intervalle accepté de masse manquante s'étend entre 1,0 et 1,5 GeV, les données permettent également d'étudier le spectre de masse des tripions en dessous du  $A_2$ . Pour compléter la discussion du spin et de la parité du  $A_2$ , nous présentons aussi des résultats sur la voie  $A_2^- \rightarrow K_1^0 K^-$ , résultats obtenus dans la même expérience. Le canal  $K\bar{K}$  est particulièrement intéressant, car il pose de fortes restrictions quant aux nombres quantiques possibles. Ceci permet de vérifier de manière indépendante les résultats de l'analyse de la voie  $\rho\pi$ .

### Remerciements

Je tiens à remercier ici tout particulièrement les professeurs E. Heer et R. Mermod pour m'avoir donné la possibilité de joindre le groupe du spectromètre à bosons au CERN et d'écrire une thèse dans le cadre de cette expérience. Aux professeurs G. Cocconi et P. Preiswerk, je tiens à exprimer ma reconnaissance pour m'avoir accordé l'hospitalité de la Division de physique nucléaire.

Je remercie tout spécialement le Dr. W. Kienzle pour l'accueil chaleureux qu'il m'a réservé dans son groupe, et le professeur M. Martin pour avoir suivi constamment le développement de ce travail.

Mes remerciements vont également à tous les autres membres du groupe du spectromètre à bosons : R. Baud, H. Benz, Dr. H. Blumenfeld, Dr. B. Bosnjakovic, Dr. D.R. Botterill, Dr. G. Damgaard, Dr. M.N. Focacci-Kienzle, R. Klanner, G. Laverrière, Dr. C. Lechanoine, P. Lecomte, Dr. V. Roinishvili, Dr. P. Schübelin et Dr. A. Weitsch. Je les remercie pour leur aide et pour toutes les discussions stimulantes que nous avons eues ensemble. Sans leurs travaux, toute rédaction aurait été impossible.

Je remercie aussi le Dr. J. Rubio et V. Chaloupka de la Division des chambres à traces du CERN pour avoir mis à ma disposition certains de leurs programmes d'analyse.

J'ai une reconnaissance toute particulière envers Mme R. Lambert et le Service de dactylographie scientifique pour l'excellente présentation de ce travail, et je remercie Mlle A. Lütke et Mme B. Lomer qui ont réalisé avec beaucoup de soin un grand nombre de figures.



TABLE DES MATIERES

	Page
1. HISTORIQUE DE LA CONNAISSANCE DE LA REGION DE MASSE DE 1,0 A 1,4 GeV	1
1.1 Région de masse au-dessous du $A_2$ (1,0 à 1,2 GeV)	1
1.1.1 Le méson $A_1$	1
1.1.2 Le méson $A_{1,5}$	2
1.2 La région du $A_2$	3
1.2.1 Le $A_2$ non résolu	3
1.2.2 Structure dans le $A_2$	4
1.2.3 Résultats des expériences de chambres à bulles	6
2. SPECTROMETRE A BOSONS DU CERN	11
2.1 Cinématique	11
2.1.1 Résolution	13
2.1.2 Section efficace	13
2.1.3 Acceptance géométrique	13
2.2 Dispositif expérimental	13
2.2.1 Mesure de l'impulsion incidente $p_{inc}$	15
2.2.2 Mesure de la direction de la particule incidente $\hat{p}_{inc}$	16
2.2.3 Identification du proton de recul et mesure de son impulsion	16
2.2.4 Mesure de la direction du proton de recul $\hat{p}_4$	18
2.2.5 Mesure de la direction des produits de la désintégration	20
2.3 Logique de l'expérience	21
2.3.1 Conditions de déclenchement	21
2.3.2 Digitalisation des données	21
2.3.3 Ordinateur en ligne	22
3. TRAITEMENT DES DONNEES	26
3.1 Reconstruction géométrique des événements	26
3.2 Reconstruction cinématique des événements du type $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$	26
3.2.1 Méthode d'ajustement cinématique	27
3.2.2 Sélection des données	29
3.3 Erreurs systématiques	31
3.3.1 Diagramme de Dalitz	31
3.3.2 Distributions angulaires	35
3.4 Résolution en masse	35

4.	DESINTEGRATION D'UNE RESONANCE MESONIQUE EN TROIS PIONS	37
4.1	Section efficace différentielle	37
4.2	Distribution de la densité sur le diagramme de Dalitz	39
4.3	Distribution angulaire de la normale au plan de désintégration	41
5.	RESULTATS EXPERIMENTAUX	46
5.1	Spectres de masse effective	47
5.1.1	Structure du $A_2$	47
5.1.2	Observation des états $A_1$ et $A_{1,5}$	50
5.1.3	Spectres de masse des dipions	52
5.2	Analyse du diagramme de Dalitz pour $A_2^- \rightarrow \rho^0 \pi^-$	52
5.2.1	Distributions radiales du diagramme de Dalitz	55
5.2.2	Ajustement au diagramme de Dalitz en deux dimensions	61
5.3	Distributions angulaires	66
5.4	Résultats sur le canal de désintégration $A_2^- \rightarrow K^- K_1^0$	71
6.	CONCLUSIONS	76
6.1	Situation expérimentale	76
6.2	Remarques sur l'interprétation théorique	77



## 1. HISTORIQUE DE LA CONNAISSANCE DE LA REGION DE MASSE DE 1,0 à 1,4 GeV

La région de masse des tripions entre 1,0 et 1,4 GeV montre une structure complexe qui à l'heure actuelle n'est pas encore bien connue. Le spectre de masse est dominé par la présence du  $A_1(1080)$  et du  $A_2(1300)$ , résonances qui sont observées dans de nombreuses expériences sur les réactions  $\pi^\pm p \rightarrow p \pi^\pm \pi^+ \pi^-$  avec une large gamme d'impulsions incidentes entre 3 et 20 GeV/c. Dans les dernières années, un troisième état, nommé  $A_{1,5}$ , qui est situé entre le  $A_1$  et le  $A_2$ , a été trouvé. Tous ces états paraissent se désintégrer par l'état intermédiaire  $\rho\pi$  plutôt que de se désintégrer directement en trois pions. Dans ce chapitre, nous allons brièvement rappeler quelques-unes de leurs caractéristiques.

### 1.1 Région de masse au-dessous du $A_2$ (1,0 à 1,2 GeV)

#### 1.1.1 Le méson $A_1$

Le caractère résonant du  $A_1$  produit dans la réaction  $\pi p \rightarrow p \rho \pi$  a souvent été contesté et, en effet, dans les expériences à basse énergie on ne voit souvent qu'une gibbosité large qui est bien reproduite par un effet cinématique du type de Deck<sup>1,2</sup>). Cet effet provient du caractère périphérique de la réaction et produit une déformation de l'espace de phase pour les basses masses effectives du système  $\rho\pi$ . La bosse produite est centrée à 1100 MeV, et sa largeur dépend de l'impulsion incidente, qui croît d'environ  $\Gamma = 350$  MeV, à  $p_{inc} = 3,65$  GeV/c, jusqu'à  $\Gamma = 700$  MeV, à  $p_{inc} = 16$  GeV/c<sup>3</sup>).

Or, les données expérimentales acquises à plus haute énergie montrent que la largeur du  $A_1$  ne dépend pas de l'énergie et qu'elle est trop faible [ $\Gamma(A_1) \approx 100$  MeV] pour que le pic puisse être attribué entièrement à un effet de Deck<sup>3</sup>). Dans les dernières années, le caractère résonant du  $A_1$  a été confirmé par l'observation du  $A_1$  dans des réactions auxquelles l'effet de Deck ne peut pas contribuer, par exemple dans les réactions<sup>4</sup>) :

$$\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^- ,$$

$$K^+ p \rightarrow p K^0 3\pi ,$$

$$K^+ p \rightarrow p K^0 4\pi ,$$

$$\bar{p} p \rightarrow \omega \rho^0 \pi^+ \pi^- .$$

Une particularité du  $A_1$ , qui est liée à la dynamique de sa production, est le comportement de la section efficace différentielle en fonction du transfert d'impulsion  $t$ . En général, la section efficace pour la production de résonances mésoniques décroît avec  $|t|$  comme une exponentielle  $d\sigma/dt = a e^{-b|t|}$ . La valeur du coefficient  $b$  est caractéristique de la résonance et se situe normalement entre

6 et 10 (GeV/c)<sup>-2</sup>. Une comparaison des pentes  $b$  expérimentales<sup>5)</sup> montre que la section efficace du  $A_1$  diminue très rapidement avec  $|t|$  [ $b \approx 12,0$  (GeV/c)<sup>-2</sup>], tandis que la pente du  $A_2$  est plus faible et semblable à celle de la diffusion élastique [ $b \approx 6,3$  (GeV/c)<sup>-2</sup>]. Ce fait donne une explication possible pour l'absence apparente d'une structure étroite à la masse du  $A_1$  dans l'expérience de masse manquante au CERN<sup>5)</sup>, expérience dans laquelle le transfert d'impulsion  $|t|$  est nécessairement relativement élevé [ $0,2 < |t| < 0,3$  (GeV/c)<sup>2</sup>], donc la section efficace faible. En plus, avec cette méthode aucune identification des particules dans l'état final n'est possible, ce qui a pour résultat un rapport signal/fond défavorable.

Mentionnons finalement une autre interprétation de "l'effet cinématique" de Deck, qui a été donnée récemment à l'aide de la théorie de la dualité. L'idée est qu'une réaction donnée à deux corps peut être décrite soit par une série de diagrammes de Feynman correspondant aux échanges dans le canal  $t$ , soit par une série de diagrammes correspondant aux résonances dans le canal  $s$ . En général, il est faux de décrire une réaction par des échanges dans le canal  $t$ , décrivant le "fond non résonant", et par des résonances dans le canal  $s$ , parce que les deux sortes de termes sont fortement dépendants.

La généralisation de ce modèle aux réactions à trois particules sortantes, et son application au cas du  $A_1$  [Chew et Pignotti<sup>6)</sup>] montrent qu'il n'est pas justifié de simplement soustraire du pic du  $A_1$  un bruit de fond du type Deck pour isoler la partie "résonante"; ce "bruit de fond" donne au contraire une moyenne de la section efficace même en présence de résonances. De ce point de vue, l'effet Deck contient le  $A_1$  plutôt qu'il ne le nie.

### 1.1.2 Le méson $A_{1,5}$

Dans plusieurs expériences récentes<sup>4,7)</sup> sur les interactions  $\pi^-p$  à des impulsions incidentes comprises entre 5 et 16 GeV/c, le spectre des tripions montre un pic étroit ( $\Gamma = 20-40$  MeV) entre le  $A_1$  et le  $A_2$  ( $M = 1180$  MeV). Ce pic est en général considéré comme une preuve d'une nouvelle résonance nommée  $A_{1,5}$ . La comparaison des spectres de masse  $M(3\pi)$  et  $M(\rho\pi)$  montre que cet état se désintègre, comme le  $A_1$  et le  $A_2$ , principalement en  $\rho\pi$  plutôt que directement en trois pions. Une tentative pour déterminer le spin et la parité [Von Krogh et al.<sup>7)</sup>] paraît défavoriser les hypothèses  $J^P = 0^-$  et  $2^+$ .

A cause de sa section efficace relativement faible et de son étroitesse, l'effet  $A_{1,5}$  ne peut être vu que dans des expériences à grande statistique qui permettent un "binning" suffisamment fin. Ceci explique probablement pourquoi le  $A_{1,5}$  n'a pas été vu dans les expériences de chambres à bulles plus anciennes. Par contre, il est intéressant de remarquer que l'expérience de masse manquante au CERN a déjà, en 1965, observé un pic étroit situé à  $M = 1150$  MeV<sup>8)</sup>, masse qui est remarquablement proche de celle du  $A_{1,5}$  observé par les chambres à bulles.

## 1.2 La région du $A_2$ (1,2 à 1,4 GeV)

### 1.2.1 Le $A_2$ non résolu

Le  $A_2$  a été observé dans toutes les expériences sur les interactions  $\pi^\pm p$  comme la structure la plus prononcée dans le spectre de masse  $M(\rho\pi)$ , dans l'état neutre ou simplement chargé. Le spectre de masse doublement chargé ne montre pas de structure significative, d'où on conclut que l'isospin  $I = 1$ . Dans les expériences à faible ou moyenne statistique, insensibles à une structure détaillée, le pic est bien décrit par une simple distribution de Breit-Wigner avec les paramètres suivants [moyennes mondiales<sup>9)</sup>] :

$$M(A_2) = 1297,5 \pm 3,6 \text{ MeV} ;$$

$$\Gamma(A_2) = 89,3 \pm 3,9 \text{ MeV} .$$

En plus du canal de désintégration en  $\rho\pi$ , on a observé des structures dans les systèmes  $K\bar{K}$  et  $\eta\pi$  qu'on a attribuées à la même résonance. Cependant, les rapports de branchement pour ces canaux sont très faibles [valeurs tirées des tables de Berkeley<sup>9)</sup>] :

$$(A_2 \rightarrow \rho\pi)/(A_2 \rightarrow \text{total}) = 85 \pm 4\% ,$$

$$(A_2 \rightarrow \eta\pi)/(A_2 \rightarrow \text{total}) = 12 \pm 4\% ,$$

$$(A_2 \rightarrow K\bar{K})/(A_2 \rightarrow \text{total}) = 2,4 \pm 0,5\% ,$$

$$(A_2 \rightarrow \eta'\pi)/(A_2 \rightarrow \text{total}) = 0,6 \pm 0,4\% .$$

Les différents modes de désintégration permettent de tirer immédiatement des conclusions sur les nombres quantiques de la résonance. Comme le spin des kaons est nul, le système  $K\bar{K}$  doit avoir une parité naturelle  $P = (-1)^J$ . En plus, la parité  $G$  pour ce système est  $G(K\bar{K}) = (-1)^{I+\ell}$ , où  $\ell$  est le moment cinétique orbital entre les deux kaons. Donc, avec  $I = 1$  et  $\ell = J$  on a  $G = (-1)^{1+J}$ , et les seuls états possibles sont :

$$J^{PG} = 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, 4^{+-}, \dots$$

D'autre part, du mode de désintégration en  $\rho\pi$  il suit que  $G = -1$ , ce qui élimine tous les spins impairs. En outre,  $J^P = 0^+$  n'est pas possible pour un système à trois pions, de sorte que les seuls états qui restent sont  $J^P = 2^+, 4^+, \dots$ , et l'assignement le plus simple est  $J^P = 2^+$ . Remarquons que cet argument n'est évidemment pas valable si les structures dans les canaux  $\rho\pi$ ,  $\eta\pi$  et  $K\bar{K}$  ne proviennent pas du même état.

Une mesure directe du spin et de la parité est possible à l'aide du diagramme de Dalitz pour le système  $\rho\pi$ , parce que la distribution de la densité sur ce diagramme dépend des nombres quantiques de la résonance. Cette analyse a souvent donné des résultats contradictoires : en général on a trouvé  $J^P = 2^+, 2^-$  ou  $1^-$  comme solutions favorisées. L'analyse du canal  $\rho\pi$  est difficile à cause d'un bruit de fond considérable, de l'ordre de 50%, et en général les résultats obtenus sont sensibles à la paramétrisation utilisée pour représenter le bruit de fond.

L'assignement  $J^P = 2^+$  est encore confirmé, bien que d'une manière plutôt indirecte, par le schéma de classification de particules SU(3). Dans le cadre de ce schéma on obtient, pour tous les membres d'un nonet donné, des prédictions sur les largeurs partielles des différents canaux de désintégration. En classant le  $A_2$  dans un nonet  $J^P = 2^+$ , avec le  $f^0$ ,  $f^*$  et le  $K^*(1420)$ , on trouve que les largeurs théoriques sont en excellent accord avec les valeurs expérimentales<sup>4)</sup>. De plus, les masses des particules de ce nonet satisfont la relation de Gell-Mann et Okubo, avec un angle de mélange entre le  $f^0$  et le  $f^*$  de  $\theta_2 = (30 \pm 4)^\circ$ <sup>10)</sup>.

### 1.2.2 Structure dans le $A_2$

En 1966, le groupe du spectromètre de masse manquante au CERN (expérience MMS) a pour la première fois observé une structure "fine" dans le spectre de masse du  $A_2$ , qui se présentait comme un trou étroit et profond situé au milieu du pic du  $A_2$ <sup>11)</sup>. Dans les années suivantes, cette structure a été confirmée par le travail du même groupe, dans des expériences entreprises sous des conditions cinématiques très différentes et en utilisant une technique expérimentale différente (expérience CBS)<sup>12)</sup>. La somme des données acquises dans ces différentes expériences est montrée sur la figure 1. Ici, la signification du trou est de  $\sim 7$  écarts standard. Par la suite, les deux pics du  $A_2$  étaient nommés  $A_2^L$  et  $A_2^H$ .

La forme de la structure a été paramétrisée, d'une part sous l'hypothèse de deux amplitudes de Breit-Wigner incohérentes, et d'autre part sous l'hypothèse de deux amplitudes cohérentes pouvant interférer, ou sous l'hypothèse d'un pôle de second ordre dans la matrice S ("dipôle"). Les résultats de ces différents ajustements sont comparés dans le tableau 1<sup>12)</sup>. Pour les ajustements, on a tenu compte de la résolution en masse expérimentale  $\Gamma_{\text{exp}} = \pm 8$  MeV.

L'hypothèse de deux amplitudes de Breit-Wigner incohérentes ne donne qu'un niveau de confiance très bas,  $P(\chi^2) < 1\%$ , et paraît donc peu vraisemblable. Pour reproduire le trou étroit et profond, il doit y avoir une interférence destructive dans la région de recouvrement entre les deux pics. Une telle interférence est produite par exemple par deux Breit-Wigner cohérentes, avec une phase relative près de  $180^\circ$ , ou alternativement par un dipôle. Du point de vue des ajustements, le dipôle est une solution plus économique parce qu'il n'y a que deux paramètres

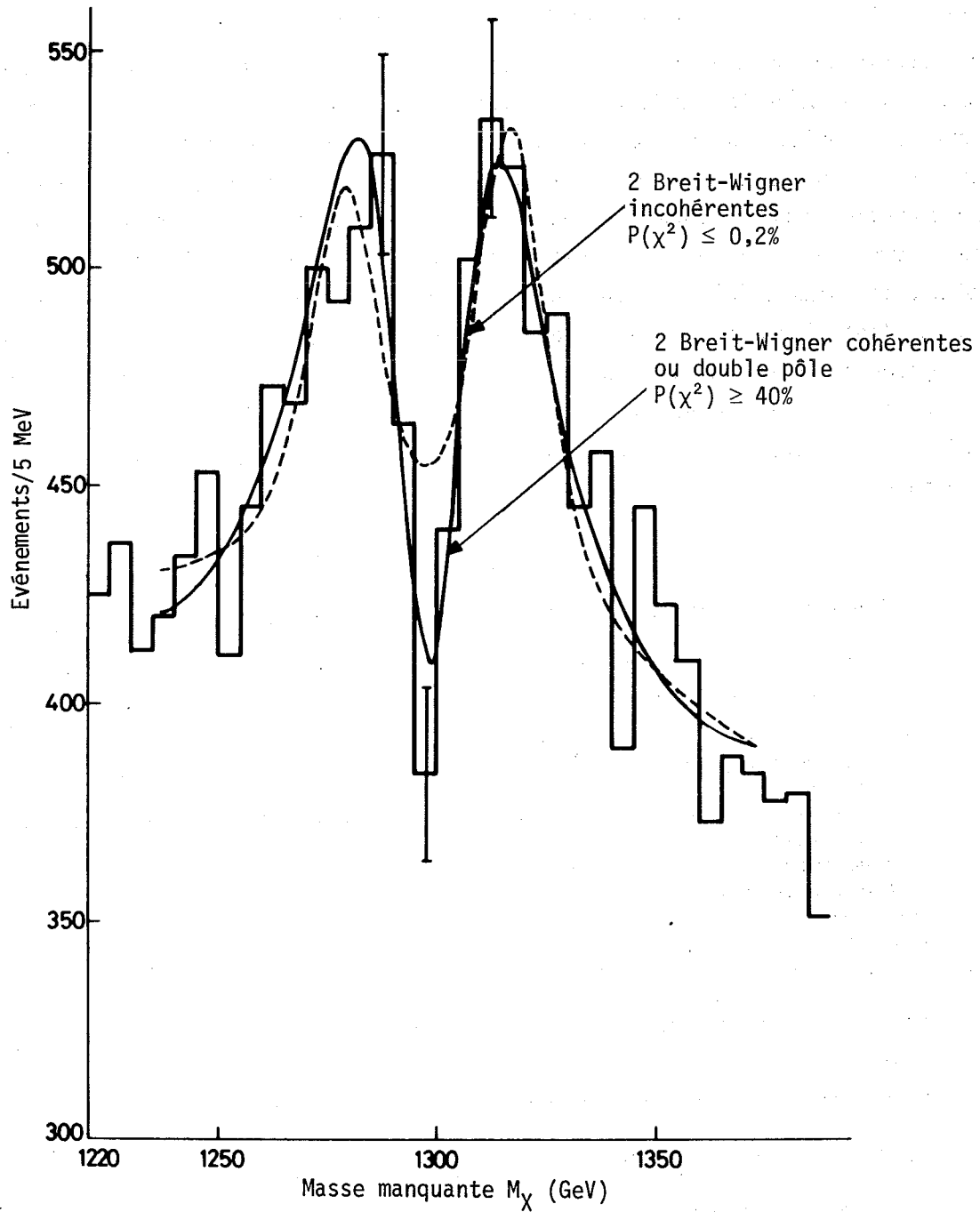


Fig. 1 : Spectre de masse manquante (données totales MMS + CBS).

libres à estimer, cette hypothèse contenant déjà la symétrie du pic telle qu'elle est observée expérimentalement. Cependant, les formes théoriques de deux Breit-Wigner cohérentes et du dipôle sont extrêmement semblables dans la région du centre et donc difficiles à distinguer expérimentalement. En effet, le tableau 1 montre que les deux hypothèses donnent un bon ajustement.

Remarquons qu'une interférence dans le spectre de masse est possible seulement si le spin et la parité des deux amplitudes sont égaux. Ici, nous faisons l'hypothèse qu'il s'agit d'une désintégration forte et qu'on intègre sur toute la distribution angulaire de la désintégration; ceci est évidemment le cas pour le spectromètre de masse manquante, qui n'est pas sélectif pour les produits de la désintégration. Cependant, il est possible d'avoir une interférence entre amplitudes d'isospins différents pour une désintégration électromagnétique, comme le montre l'interférence entre le  $\rho^0$  et le  $\omega$  dans le spectre de masse des dipions. En appliquant cette hypothèse au cas du  $A_2$ , il y aurait la possibilité d'une particule d'isospin  $I = 2$  qui interfère avec le  $A_2$  "ordinaire" d'isospin  $I = 1$ . Les expériences de chambre à bulles ne donnent aucune évidence pour un tel état  $I = 2$  à la masse du  $A_2$ .

Tableau 1

Ajustements pour diverses hypothèses sur le spectre de masse du  $A_2$

Hypothèse	$M_1$	$\Gamma_1$	$M_2$	$\Gamma_2$	$P(\chi^2)$
Deux Breit-Wigner incohérentes	$1279 \pm 4$	$22 \pm 5$	$1318 \pm 4$	$21 \pm 3$	$\leq 0,2\%$
Deux Breit-Wigner cohérentes (sol. symétrique)	$1289 \pm 4$	$22 \pm 3$	$1309 \pm 4$	$22 \pm 3$	$\geq 40\%$
Deux Breit-Wigner cohérentes (large - étroite)	$1298 \pm 4$	$90 \pm 5$	$1297 \pm 4$	$12 \pm 5$	$\geq 40\%$
Double pôle	$1298 \pm 4$	$28 \pm 3$			$\geq 40\%$

### 1.2.3 Résultats des expériences de chambres à bulles

Récemment, la structure à deux pics du  $A_2$  a été confirmée par plusieurs expériences de chambres à bulles. Une comparaison des résultats principaux est donnée dans le tableau 2. Examinons d'abord les expériences sur la voie de désintégration en  $\rho\pi$  [(i) à (iv)], et ensuite deux expériences sur la voie  $K\bar{K}$  [(v) et (vi)].

- i) Une étude des interactions  $\pi^- p$  à 3,9 GeV/c, entreprise au CERN par Abramovich et al.<sup>13)</sup>, confirme qu'il existe une structure considérable dans le spectre de masse  $M(\rho^0 \pi^-)$ . Dans la région du  $A_2$ , des pics d'une signification statistique de 3-4 écarts standard apparaissent à 1250, 1300 et 1350 MeV; on peut interpréter les deux premiers pics comme  $A_2^L$  et  $A_2^H$ , mais il y a une différence en masse par rapport à ceux du MMS d'environ 20 MeV. Une analyse de spin-parité favorise l'hypothèse  $J^P = 2^+$  dans cette région de masse.
- ii) La collaboration Bonn-Durham-Nijmegen-Paris-Torino [Boeckmann et al.<sup>14)</sup>] a étudié le  $A_2$  dans l'état chargé et neutre produit dans les interactions  $\pi^+ p$ . Le  $A_2$  chargé montre une structure très semblable à celle obtenue par le MMS et le CBS (fig. 2a), bien que la signification statistique soit relativement faible. En effet, le niveau de confiance pour une seule Breit-Wigner est  $P(\chi^2) = 20\%$  et pour deux Breit-Wigner incohérentes  $P(\chi^2) = 70\%$ .
- Le même groupe a fait une analyse des diagrammes de Dalitz pour  $A_2^0 \rightarrow \pi^\pm \rho^\mp$ , séparément pour les deux moitiés du  $A_2^0$ <sup>14)</sup>. Pour cette analyse, le  $A_2$  neutre produit dans la réaction  $\pi^+ p \rightarrow N^{*++} A_2^0$  a été choisi parce que la fraction de bruit de fond est plus uniforme et moins importante (échange de charge) dans l'état neutre que dans l'état chargé. Le  $A_2$  neutre ne montre pas de structure à deux pics à cause de la résolution expérimentale moins favorable pour cet état de charge, mais les auteurs pensent qu'en coupant le  $A_2^0$  au centre les deux moitiés gardent essentiellement les caractéristiques du  $A_2^L$  et  $A_2^H$ . Sous ces hypothèses leur analyse de spin-parité (cf. fig. 2b) suggère  $J^P = 2^+$  pour les deux moitiés, mais elle n'exclue pas d'autres possibilités; en particulier, pour le  $A_2^H$  l'hypothèse  $J^P = 2^-$  donne un ajustement qui n'est pas significativement différent de  $J^P = 2^+$ .
- iii) La détermination de  $J^P$  de Boeckmann et al. est en contradiction avec les résultats d'un groupe du SLAC [Ballam et al.<sup>15)</sup>] qui a étudié les distributions angulaires du  $A_2^-$  produit dans la réaction  $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^-$  à 16 GeV/c. En coupant leur  $A_2$  (non résolu) en deux moitiés, ces auteurs trouvent que la distribution angulaire pour  $A_2^L$  et  $A_2^H$  est significativement différente. Les ajustements donnent  $J^P(A_2^H) = 2^+$ , mais préfèrent pour  $A_2^L$  l'hypothèse  $J^P(A_2^L) = 2^-$ .
- iv) Un groupe au BNL [Crennell et al.<sup>16)</sup>] a étudié le système  $\rho\pi$  produit dans la réaction  $K^- n \rightarrow \Lambda^0 \rho^0 \pi^-$ . Le spectre de masse  $M(\rho^0 \pi^-)$  ne montre qu'un seul pic, à  $M = 1289 \pm 10$  MeV, que les auteurs identifient avec le  $A_2^L$ . Une analyse du spin et de la parité, à l'aide du diagramme de Dalitz et des distributions angulaires de la désintégration, donne  $J^P = 1^-$ . Notons que, dans cette réaction, il y a échange d'étrangeté: est-ce que la production du  $A_2^H$  serait interdite par la dynamique de l'interaction? Si c'est le cas, cela suggérerait que les nombres quantiques des deux états sont différents. D'autre part, à notre avis, il est également possible que le pic observé ne soit pas identique

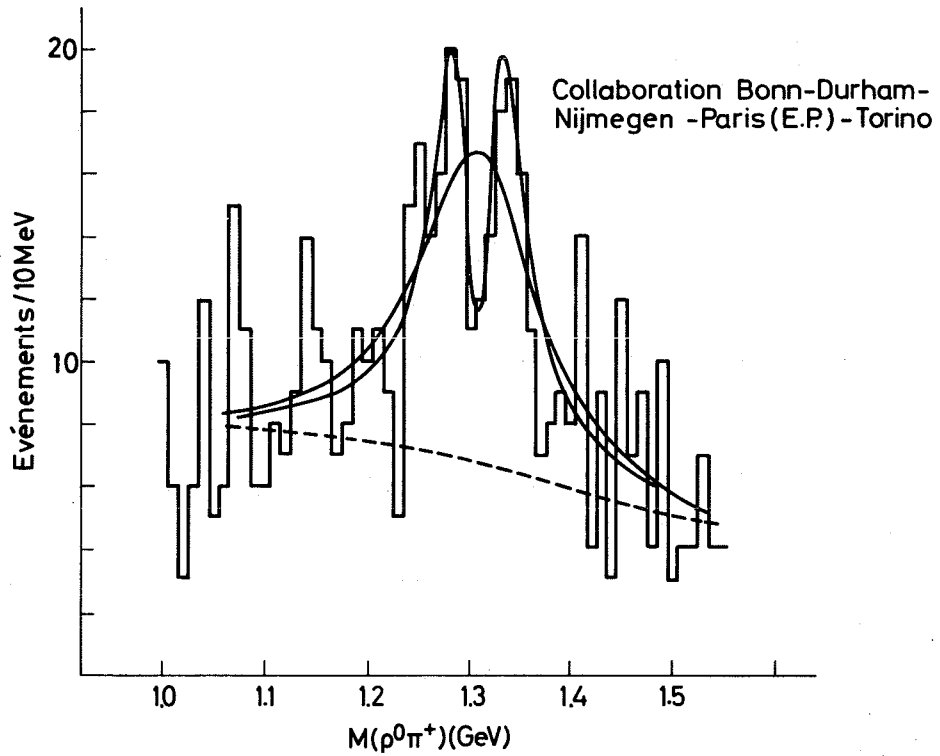


Fig. 2a : Spectre de masse  $M(\rho^0\pi^+)$  obtenu dans la réaction  $\pi^+p \rightarrow p\pi^-\pi^+\pi^+$  à 5 GeV/c.

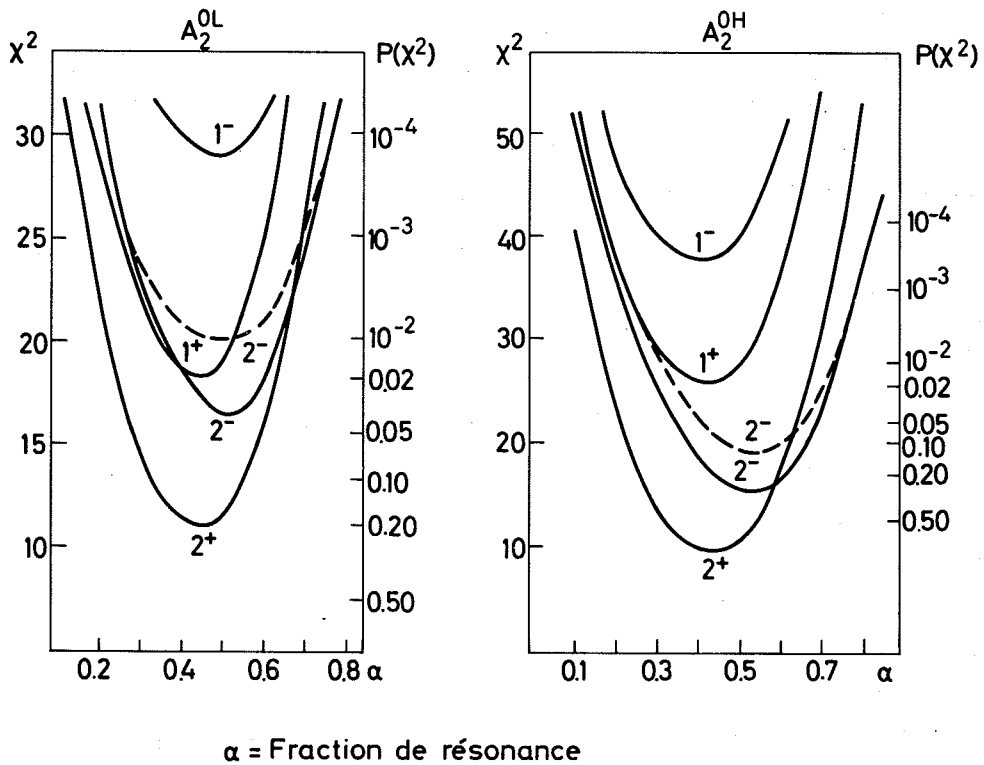


Fig. 2b : Analyse spin-parité pour les deux pics  $A_2^{0L}$  et  $A_2^{0H}$  séparés, produits dans la réaction  $\pi^+p \rightarrow \Delta^{++}(\rho^-\pi^+)$  à 5 GeV/c.



Tableau 2

Comparaison avec des expériences de chambres à bulles

Réaction	Impulsion (GeV/c)	Masses et largeurs				Signification statistique du trou	Spins et parités		Auteurs
		$M(A_2^L)$	$\Gamma(A_2^L)$	$M(A_2^H)$	$\Gamma(A_2^H)$		$J^P(A_2^L)$	$J^P(A_2^H)$	
$\pi^- p \rightarrow p(\pi^+ \pi^- \pi^-)$	3,9	1250	$\sim 30$	1300	$\sim 30$	$\sim 2,5 \sigma$	$2^+$	$2^+$	Abramovich et al. <sup>13)</sup>
$\pi^+ p \rightarrow p(\pi^- \pi^+ \pi^+)$	5	$1275 \pm 6$	$27 \pm 13$	$1338 \pm 4$	$17 \pm 5$	$\sim 2 \sigma$	$2^+$		Boeckmann et al. <sup>14)</sup>
$\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}(\pi^+ \rho^+)$	5	un seul pic à $M = 1313 \pm 7$ $\Gamma = 70 \pm 29$					$2^+$	$2^+, 2^-$	Boeckmann et al. <sup>14)</sup>
$\pi^- p \rightarrow p(\pi^+ \pi^- \pi^-)$	16	un seul pic à $M = 1282 \pm 15$ $\Gamma = 125 \pm 40$					$2^-$	$2^+$	Ballam et al. <sup>15)</sup>
$\bar{K}^- n \rightarrow \Lambda^0(\rho^0 \pi^-)$	3,9	$1289 \pm 10$	$\leq 40$				$1^-$		Crennell et al. <sup>16)</sup>
$\pi^- p \rightarrow p(\pi^- + MM)$	6	$1269 \pm 5$	$24 \pm 10$	$1315 \pm 5$	$12 \pm 10$	$\sim 3,5 \sigma$	$1^-, 3^-, \dots$		Crennell et al. <sup>16)</sup>
$\pi^- p \rightarrow n\bar{K}^0 K^0$	6			$1311 \pm 5$	$21 \pm 8$			$2^+, 4^+, \dots$	Crennell et al. <sup>16)</sup>
$\bar{p} p \rightarrow \pi^{\pm}(K^0 K^{\mp})$	0-1,2	$1281 \pm 3$	$22 \pm 8$	$1325 \pm 3$	$22 \pm 8$	$1,5-3,0 \sigma$	$2^+, 4^+, \dots$	$2^+, 4^+, \dots$	Aguilar-Benitez et al. <sup>17)</sup>

avec le  $A_2^L$ , mais qu'il s'agisse plutôt d'un troisième état, avec  $J^P = 1^-$  produit dans cette réaction particulière.

- v) Le même groupe a étudié aussi le spectre  $M(K_1^0 K_1^0)$  produit dans la réaction  $\pi^- p \rightarrow n K_1^0 K_1^0$  <sup>16)</sup> et y trouve un pic coïncidant en masse avec le  $A_2^H$ . Cependant, ce spectre ne montre pas de  $A_2^L$ . L'apparition du  $A_2^H$  en  $K\bar{K}$  et en  $\rho\pi$  donne  $J^P(A_2^H) = 2^+, 4^+, \dots$ , tandis que l'absence du  $A_2^L$  en  $K\bar{K}$  mais son apparition en  $\rho\pi$  et en  $\eta\pi$  <sup>16)</sup> suggère  $J^P(A_2^L) = 1^-, 3^-, \dots$
- vi) En étudiant l'annihilation d'antiprotons dans la réaction  $\bar{p}p \rightarrow K_1^0 K^\pm \pi^\mp$  un groupe du CERN [Aguilar-Benitez et al. <sup>17)</sup>] trouve une double structure du  $A_2$  chargé dans le canal de désintégration  $K_1^0 K^\pm$  (Fig. 3) qui est très semblable à celle du MMS et CBS. La signification statistique est relativement faible et elle dépend du binning (1,5-3,0 écarts standard). Notons que si cette structure en  $K\bar{K}$  est réelle, elle implique  $J^P = 2^+, 4^+, \dots$ , pour  $A_2^L$  et  $A_2^H$  séparément. Ce résultat est en contradiction avec celui de Crennell et al. <sup>16)</sup>.

De ces expériences on peut conclure que la structure à deux pics du  $A_2$  est maintenant bien établie, étant confirmée par plusieurs expériences de chambres à bulles. En ce qui concerne les nombres quantiques, toutes ces expériences sont compatibles avec  $J^P(A_2^H) = 2^+$ . Par contre, ils donnent des résultats contradictoires pour les nombres quantiques du  $A_2^L$ , aussi bien dans la voie de désintégration en  $\rho\pi$  que dans la voie  $K\bar{K}$ . En général, les expériences souffrent d'une statistique insuffisante et ne permettent pas de tirer des conclusions définitives.

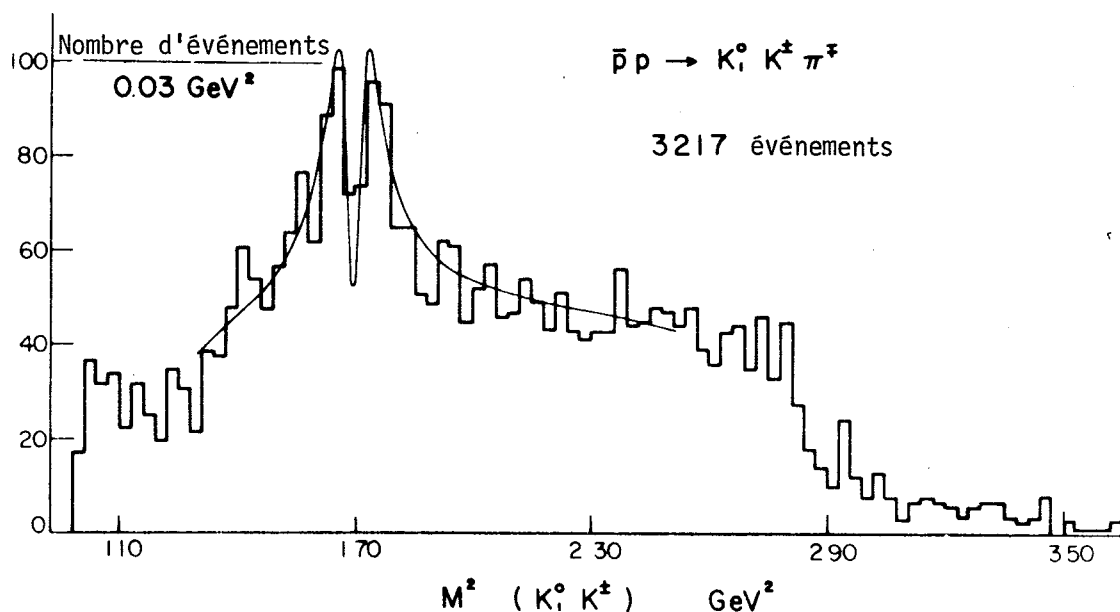
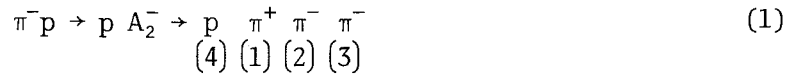


Fig. 3 : Spectre de masse  $M^2(K_1^0 K^\pm)$  obtenu dans l'annihilation d'antiprotons  $\bar{p}p \rightarrow K_1^0 K^\pm \pi^\mp$  en repos, à 0,7 et 1,2 GeV/c.

2. SPECTROMETRE A BOSONS DU CERN

Notre étude de la désintégration en trois pions chargés du  $A_2^-$  produit dans la réaction

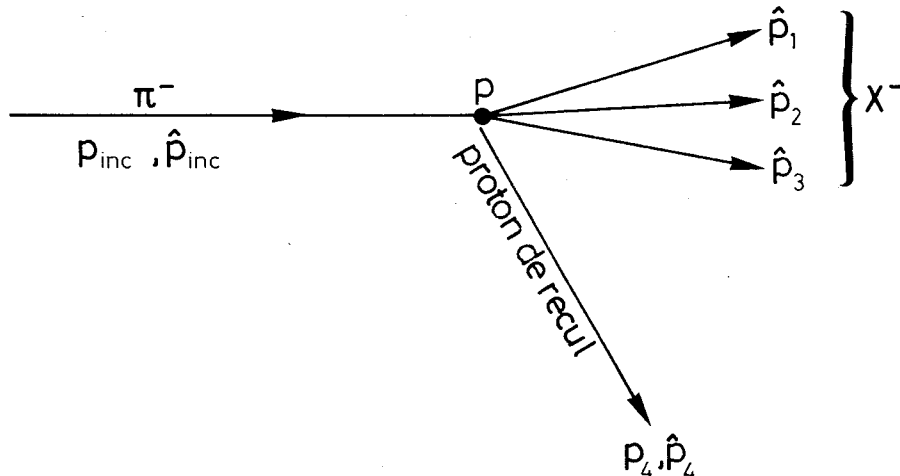


est basée sur les données accumulées au cours de l'expérience du spectromètre à bosons du CERN. Nous nous concentrons, dans ce travail, sur les résultats obtenus avec la branche du spectromètre à l'angle "jacobien". Dans la première partie de cette section, nous rappellerons les conditions cinématiques particulières à cette région angulaire; dans la deuxième partie, nous donnerons une description des détecteurs constituant le spectromètre.

2.1 Cinématique

Pour l'identification du  $A_2^-$  produit dans la réaction (1) et de sa désintégration successive en trois pions, les quantités suivantes sont mesurées :

- i) les directions  $\hat{p}$  de toutes les particules en jeu, c'est-à-dire du pion incident, du proton de recul et des pions secondaires,
- ii) les impulsions  $p = |\vec{p}|$  du pion incident et du proton de recul.



Par contre, les impulsions des pions secondaires ne sont pas mesurées, mais calculées à l'aide d'un ajustement cinématique en utilisant la conservation de l'énergie et de l'impulsion (cf. section 3).

Pour une réaction à quasi deux corps du type  $\pi p \rightarrow pX$ , l'angle de diffusion  $\theta$  du proton de recul, défini par  $\cos \theta = \hat{p}_{inc} \cdot \hat{p}_4$ , est une fonction de son impulsion  $p_4$  et de la masse  $M_X$  du système X :

$$\cos \theta = \frac{M_X^2 - (E_{\text{inc}} + m_p - E_4)^2 + p_{\text{inc}}^2 + p_4^2}{2 p_{\text{inc}} \cdot p_4} \quad (2)$$

Cette relation est une simple conséquence de la conservation de l'énergie et de l'impulsion. La figure 4 montre  $\theta = f(p_4; M_X)$  sous forme d'isobares  $M_X = \text{constante}$ . Le proton de recul est mesuré par un télescope qui a nécessairement un angle solide limité. Autrement dit, le proton ne peut être détecté que dans un intervalle en  $\theta$  restreint. Dans cette expérience, il est mesuré autour de l'angle de diffusion maximum au laboratoire (angle "jacobien"), correspondant à la région encadrée dans la figure 4. Cette région offre plusieurs avantages<sup>18)</sup>, dus à la cinématique et à la dynamique de la réaction, que nous discuterons par la suite.

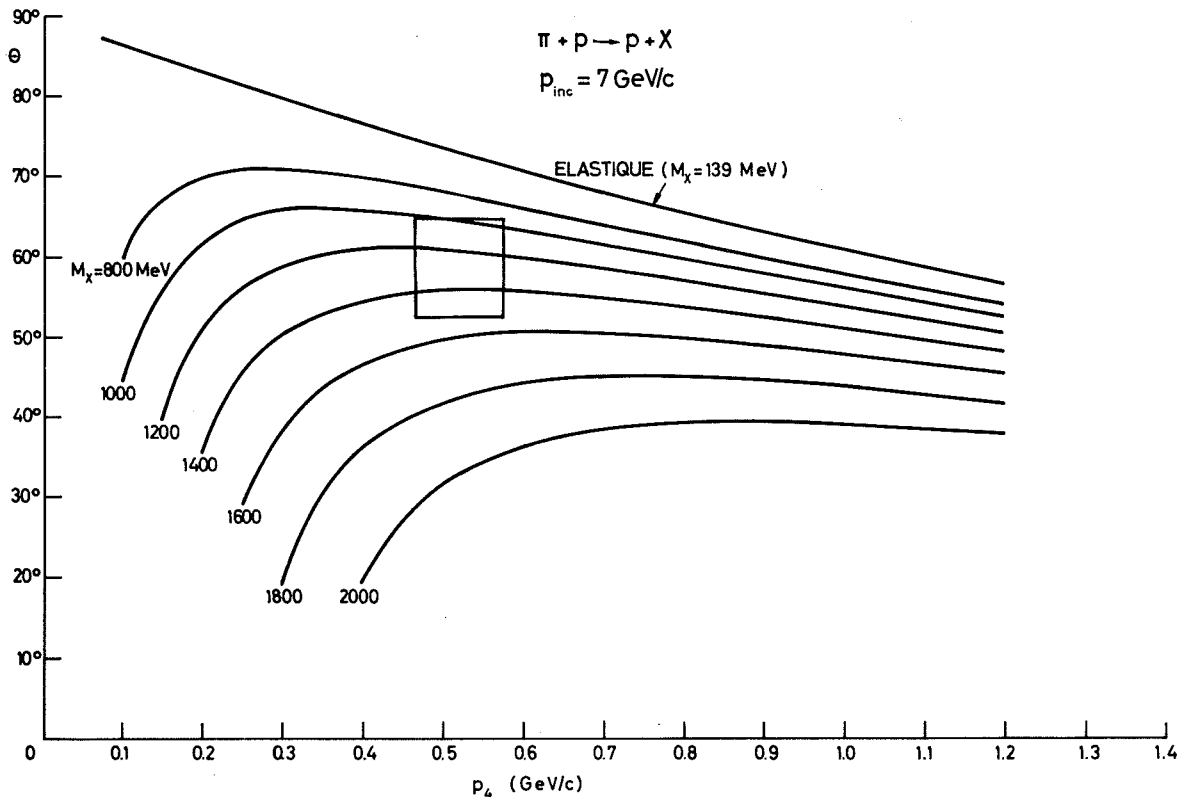


Fig. 4 : Cinématique de la réaction  $\pi p \rightarrow pX$  à  $p_{\text{inc}} = 7 \text{ GeV}/c$ . La zone encadrée désigne l'acceptance du télescope à protons.

### 2.1.1 Résolution

Il est apparent sur la figure 4 que dans la région de l'angle jacobien la masse  $M_X$  est essentiellement une fonction de l'impulsion incidente  $p_{inc}$  et de l'angle  $\theta$ ; elle dépend peu de l'impulsion du proton  $p_4$ . Par conséquent, l'incertitude de mesure de l'impulsion  $p_4$  ne contribue pas à la résolution en masse. Il s'agit donc d'une région particulièrement favorable du point de vue expérimental, car il n'est pas nécessaire de faire une mesure très précise de l'impulsion (par exemple à l'aide d'une analyse magnétique) pour obtenir une bonne résolution en masse (cf. section 2.4).

### 2.1.2 Section efficace

Une autre conséquence de la cinématique des réactions à deux corps (éq. 2) est que l'impulsion incidente nécessaire pour l'observation du proton de recul dans la région de l'angle "jacobien" est relativement élevée. Par exemple, pour la production de la masse  $M_X = 1,3$  GeV, on choisit typiquement une impulsion incidente de  $p_{inc} = 7$  GeV/c, tandis que le seuil de la réaction est à  $p_{inc}^{seuil} = 2,2$  GeV/c. Le fait de travailler loin du seuil de la réaction constitue un autre avantage de cette méthode : la section efficace pour la production du  $A_2^-$  dans la réaction (1) est près de son maximum pour une impulsion incidente de 7 GeV/c ( $\sigma = 130 \mu b$ ), tandis qu'elle tombe à zéro au seuil<sup>19</sup>). Travaillant près du sommet de la courbe d'excitation on obtient un rapport signal/fond favorable, condition indispensable pour une analyse de spin-parité.

### 2.1.3 Acceptance géométrique

Considérons maintenant la désintégration de X en trois particules chargées. Puisque l'impulsion du proton de recul est faible ( $400 < p_4 < 600$  MeV/c), la plus grande partie de l'énergie incidente est transférée au système X. Il est évident que pour une énergie incidente plus élevée, c'est-à-dire pour une énergie de la résonance X plus élevée, les produits de la désintégration sont émis dans un cône moins ouvert. Par conséquent, l'acceptance géométrique du système, due à l'angle solide limité des chambres à fils, est meilleure (pour tous les calculs quantitatifs, cf. section 3).

## 2.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental se compose d'une ligne de faisceau, d'une cible d'hydrogène liquide, d'un télescope à protons placé autour du "jacobien" et d'un analyseur des produits de la désintégration émis vers l'avant (cf. fig. 5). La figure 5 montre également un spectromètre magnétique à zéro degré (aimant, CH3, CH4, R1, R2) qui n'a pas été utilisé dans cette expérience, sauf pour des calibrations.



### 2.2.1 Mesure de l'impulsion incidente $p_{inc}$

Un système de trois hodoscopes H0, H1 et H2 placés dans la ligne du faisceau permet de mesurer la trajectoire de la particule incidente à trois endroits. Les hodoscopes H1 et H2 se composent chacun de cinq scintillateurs minces horizontaux et cinq scintillateurs verticaux. Pour une détermination plus précise de la position, les compteurs se recouvrent partiellement, comme il est indiqué sur la figure 6.

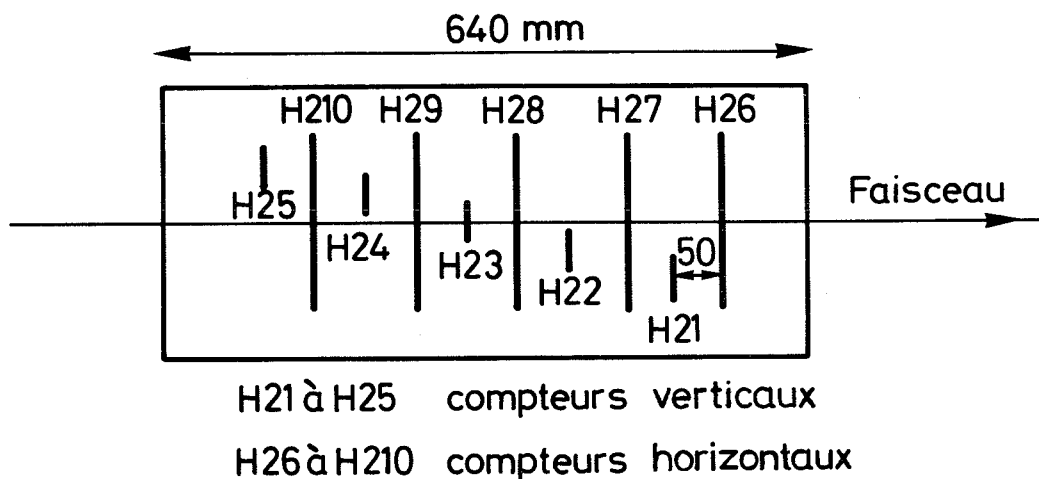


Fig. 6 : Hodoscope de faisceau H2 (vu d'en haut).

De cette manière, les différentes régions de recouvrement définissent des éléments "logiques" dont la largeur est un tiers des compteurs "physiques". Le troisième hodoscope, H0 (qui n'est pas montré sur la figure 5), est composé de scintillateurs verticaux seulement et est placé près du collimateur d'impulsion. Les dimensions de ces compteurs sont données dans le tableau 3.

Tableau 3

Hodoscopes de faisceau

Hodoscopes	Nombre de scintillateurs	Largeur x hauteur x épaisseur	Largeur d'un élément "logique"
H0	5 vert.	6 × 60 × 2 mm	2,0 mm
H1	5 hor. + 5 vert.	33 × 100 × 1 mm	11,0 mm
H2	5 hor. + 5 vert.	10 × 70 × 1 mm	3,3 mm

La largeur de la distribution de l'impulsion incidente est donnée par l'ouverture du collimateur :  $\Delta p/p \approx \pm 0,5\%$  dans cette expérience. Une meilleure résolution peut être obtenue en mesurant la trajectoire de la particule incidente avec H0, H1 et H2, parce que la trajectoire dépend de l'impulsion  $p_{inc}$  et des caractéristiques connues des quadrupôles et des aimants de déflexion du faisceau. La relation  $p_{inc} = P_{inc}(X_{H0}, X_{H1}, X_{H2})$  a été déterminée empiriquement avec deux méthodes différentes :

- i) L'aimant et les chambres à fils CH3 et CH4 ont été utilisés pour mesurer la déflexion du faisceau, et par conséquent  $p_{inc}$ , en fonction de la position X de la trajectoire dans les trois hodoscopes;
- ii) Une calibration indépendante a été faite à l'aide de la réaction élastique  $\pi^- p \rightarrow p \pi^-$ . Pour cette réaction, on peut exprimer l'impulsion incidente en fonction de la direction du proton de recul et du pion diffusé, indépendamment de la mesure de l'impulsion du proton.

Ces deux méthodes sont peu sensibles pour mesurer la valeur moyenne  $\langle p_{inc} \rangle$ , mais elles permettent plutôt de déterminer la différence  $p_{inc} - \langle p_{inc} \rangle$  entre l'impulsion d'un événement individuel et la valeur moyenne  $\langle p_{inc} \rangle$ . Avec les deux méthodes on obtient des résultats compatibles qui permettent d'augmenter la résolution à  $\Delta p/p \approx \pm 0,3\%$ .

### 2.2.2 Mesure de la direction de la particule incidente $\hat{p}_{inc}$

La direction  $\hat{p}_{inc}$  est mesurée par les hodoscopes H1 et H2. Si  $\theta_{inc}$  est l'angle entre  $\hat{p}_{inc}$  et l'axe du faisceau, l'erreur de mesure maximum  $\Delta\theta_{inc}^{max}$  est donnée par la largeur des éléments "logiques" et par la distance entre les hodoscopes :

$$\Delta\theta_{inc}^{max} = \frac{1/2[\text{élém. logique H1} + \text{élém. logique H2}]}{\text{distance H1} - \text{H2}} = \pm 1,5 \text{ mrad} .$$

Puisque  $\Delta\theta_{inc}$  suit une distribution rectangulaire, la variance de la distribution est  $\Delta\theta_{inc} = \Delta\theta_{inc}^{max}/\sqrt{3} = \pm 0,9 \text{ mrad}$ . Cette erreur est beaucoup plus petite que l'erreur sur la direction du proton de recul dû à la diffusion coulombienne multiple ( $\Delta\theta_4 \approx \pm 5 \text{ mrad}$  à  $p_4 = 500 \text{ MeV/c}$ ), de telle sorte que la contribution à la résolution en masse  $\Delta M_\chi$  est négligeable.

### 2.2.3 Identification du proton de recul et mesure de son impulsion

La particule de recul est identifiée dans le télescope à protons, à l'aide d'une mesure combinée de la vitesse (temps de vol) et du parcours dans un absorbant d'aluminium. Le parcours est mesuré par un "sandwich" de scintillateurs  $P_i$  et



d'absorbants  $A_i$  (cf. fig. 5). Une bande d'impulsion ( $400 \lesssim p_4 \lesssim 600$  MeV/c) est déterminée par la condition que le proton doit au moins atteindre le compteur  $P_1$  (en coïncidence), et qu'il doit s'arrêter avant le compteur  $R_4$  (mis en anticoincidence). Les autres compteurs  $P_i$  divisent la bande d'impulsion en cinq intervalles (trois pour les runs de juin et août 1969). Pour le run d'octobre 1969, leur largeur a été choisie de façon que la résolution en masse  $\Delta M_X$  soit égale pour chacun des intervalles. Les conditions pour les différents runs de cette expérience sont résumées dans le tableau 4.

Tableau 4

Intervalles de parcours

Run		I1	I2	I3	I4	I5
Juin 1969	$p_4$	0,443-0,502	0,502-0,552	0,552-0,599		
	t	0,186-0,236	0,236-0,282	0,282-0,328		
Août 1969	$p_4$	0,410-0,470	0,470-0,530	0,530-0,590		
	t	0,161-0,208	0,208-0,261	0,261-0,319		
Octobre 1969	$p_4$	0,466-0,498	0,498-0,517	0,517-0,536	0,536-0,555	0,555-0,574
	t	0,205-0,233	0,233-0,250	0,250-0,267	0,267-0,285	0,285-0,303

Le temps de vol est mesuré entre le compteur T2 devant la cible et le compteur R3, sur une distance de 3,6 m, par deux circuits indépendants. La précision de mesure est de  $\Delta\tau = \pm 0,3$  nsec, correspondant à une incertitude sur l'impulsion de  $\Delta p_4/p_4 = \pm 1,7\%$  pour un proton de  $p_4 = 500$  MeV/c. Les corrections suivantes sont appliquées au temps de vol mesuré :

- i) Le temps de vol entre T<sub>2</sub> et le vertex est soustrait;
- ii) Le temps de vol est corrigé pour le délai entre l'impact du proton dans R3 et l'arrivée du signal au phototube. Cette correction est une fonction de la position du point d'impact, et elle a été déterminée d'une façon empirique en établissant une "carte" du compteur R3 à l'aide de particules relativistes  $\beta \approx 1$ , donc avec un temps de vol connu.

La mesure combinée du parcours et du temps de vol permet d'éliminer toutes les particules autres que les protons. Ceci est montré dans la figure 7, qui donne la

relation entre le parcours dans l'aluminium et le temps de vol (ou l'impulsion) pour pions, kaons et protons. Les cinq intervalles de parcours sont indiqués par les lignes horizontales en pointillé. Dans ces cinq intervalles, on peut éliminer la plupart des pions et kaons dès le niveau du déclenchement par un ajustement propre de la porte définissant la bande de temps de vol acceptée. Une élimination plus stricte est faite au niveau du programme d'analyse, en exigeant que le temps de vol mesuré soit compatible (dans la limite des erreurs de mesure) avec le parcours. Remarquons que le nombre de kaons qui entrent dans le télescope est déjà très réduit; en effet, la section efficace pour la production de particules étrangères est seulement de l'ordre de 10% de la section efficace totale.

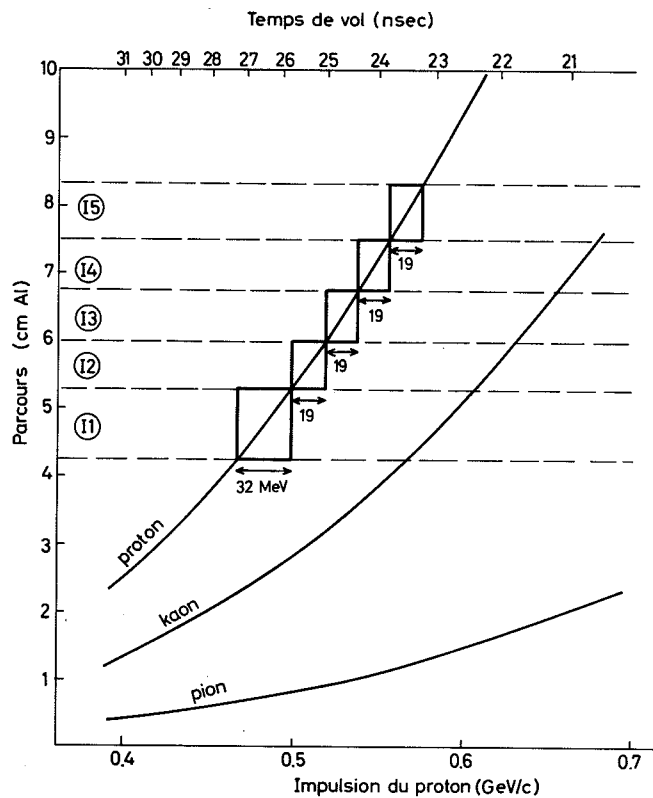


Fig. 7 : Relation entre le parcours dans l'aluminium et le temps de vol, pour protons, kaons et pions.

#### 2.2.4 Mesure de la direction du proton de recul $\hat{p}_4$

La direction  $\hat{p}_4$  est mesurée par les chambres à fils CH5 et CH6. La chambre CH6 est identique à CH1 et CH2 (fig. 8) (qui constituent l'analyseur de la désintégration). Les paramètres principaux de ces chambres sont : 2 gaps = 4 plans de fils par chambre; espacement des fils : 1 mm; large entreplaque : 50 mm; lecture magnétostrictive; dimensions utiles de la chambre :  $1500 \times 1500 \text{ mm}^2$ . La chambre

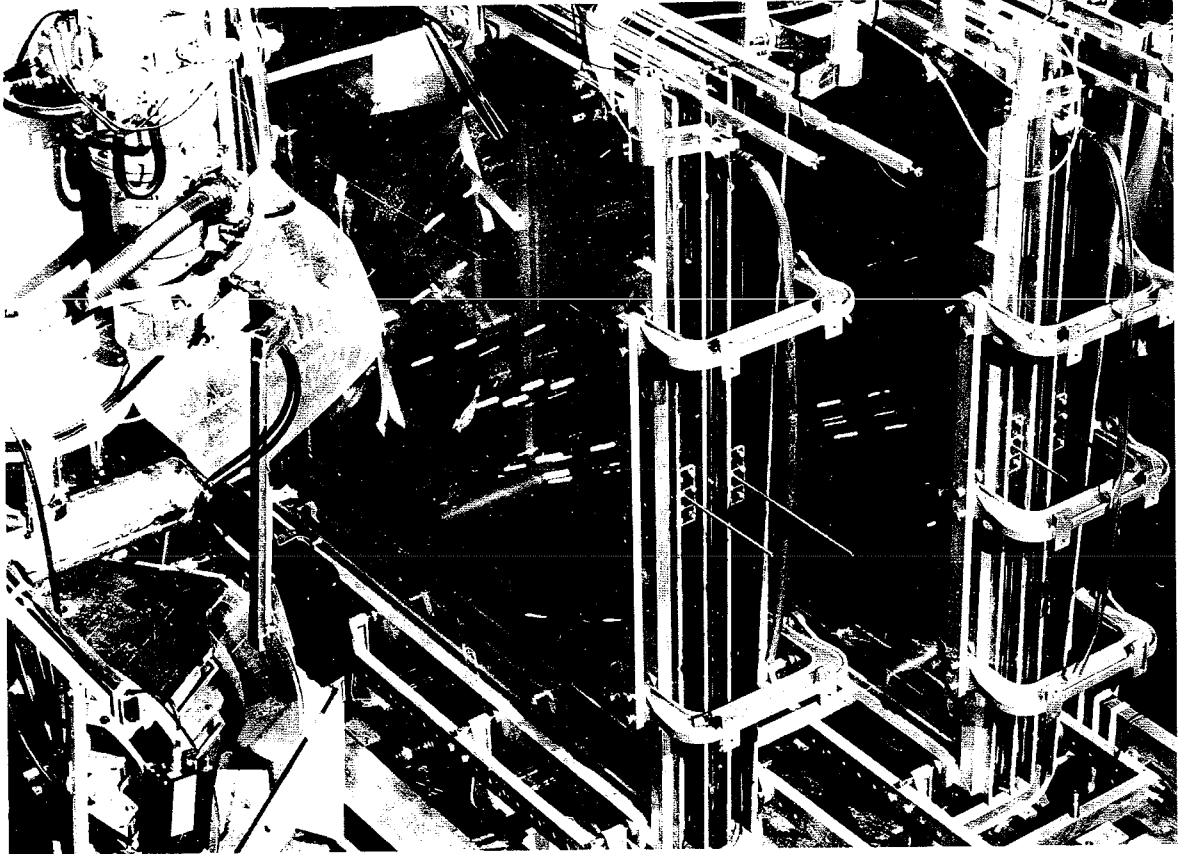


Fig. 8 : Cible d'hydrogène liquide (cylindre horizontal à gauche), et chambres à fils CH1 (au milieu) et CH2 (à droite).

CH5 est plus petite ( $800 \times 500 \text{ mm}^2$ ) et a seulement 1 gap = 2 plans de fils. La construction et le fonctionnement de ces chambres ont été décrits en détail ailleurs<sup>20</sup>). La précision de la mesure de la position dépend de l'inclinaison  $\alpha$  de la trace; elle est de  $\pm 0,4 \text{ mm}$  pour  $0^\circ < \alpha < 10^\circ$  et augmente à  $\pm 1,0 \text{ mm}$  pour  $20^\circ < \alpha < 30^\circ$ .

L'angle de diffusion  $\theta$  est alors donné par  $\cos \theta = \hat{p}_{\text{inc}} \cdot \hat{p}_4$ . La précision  $\Delta\theta$  dépend en premier lieu de la diffusion coulombienne multiple du proton de recul, et c'est  $\Delta\theta$  qui donne la contribution la plus importante à la résolution en masse  $\Delta M_X$ . La variance  $\Delta\theta_{\text{proj}}$  de l'angle projeté dû à la diffusion multiple, est donnée par :

$$\Delta\theta_{\text{proj}}(\text{rad}) = \frac{15(\text{MeV})}{p\beta(\text{MeV})} \sqrt{\frac{L}{L_{\text{rad}}}} (1 + \epsilon) ,$$

où L longueur du parcours,  
 $L_{\text{rad}}$  longueur de radiation,  
 $p, \beta$  impulsion et vitesse de la particule,  
 $\epsilon$  facteur de correction dépendant de l'épaisseur de la matière traversée.

Dans le tableau 5, nous avons compilé les valeurs L et  $L_{\text{rad}}$  pour la matière que traverse le proton avant d'arriver à la chambre CH6.

Tableau 5

Diffusion multiple du proton de recul

Origine	Matériau	L (cm)	$L_{\text{rad}}$ (cm)	$L/L_{\text{rad}}$
Cible	H <sub>2</sub>	1,2	819	$1,45 \times 10^{-3}$
	Mylar	$33,0 \times 10^{-3}$	28,7	$1,15 \times 10^{-3}$
Chambre CH5	Mylar	$4,6 \times 10^{-3}$	28,7	$0,16 \times 10^{-3}$
	Hénogal	7,0	$2,95 \times 10^4$	$0,24 \times 10^{-3}$
	Cu	$5,6 \times 10^{-4}$	1,34	$0,42 \times 10^{-3}$
Sacs à He	He	200	$4,78 \times 10^5$	$0,42 \times 10^{-3}$
	Mylar	$15,0 \times 10^{-3}$	28,7	$0,52 \times 10^{-3}$
	Air	20	$3,03 \times 10^4$	$0,66 \times 10^{-3}$
Total :				$5,02 \times 10^{-3}$

Avec ces valeurs, on trouve la résolution angulaire :

$$\Delta\theta = \pm \frac{1,1 \text{ mrad}}{p\beta \text{ (GeV)}}, \quad \text{par exemple } \Delta\theta = \pm 4,7 \text{ mrad}, \quad \text{pour } p = 0,5 \text{ GeV/c}.$$

Ici, nous avons négligé le facteur de correction ( $\epsilon = 0$ ), qui est mal connu. En général  $\epsilon$  est petit (de l'ordre de 10%).

### 2.2.5 Mesure de la direction des produits de la désintégration

Les directions  $\hat{p}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) des particules secondaires émises vers l'avant sont mesurées par les chambres à fils CH1 et CH2. En général, il y a plus d'une trace dans ces chambres. Si tous les plans de fils étaient horizontaux et verticaux, il ne serait pas possible de définir avec certitude à quelles traces appartiennent les étincelles. Pour résoudre cette ambiguïté, les plans de fils ont été tournés de  $\pm 5^\circ$  par rapport à la verticale et à l'horizontale.

Pour obtenir un échantillon plus propre d'événements à trois traces secondaires, qui nous intéressent, la cible est entourée de quatre scintillateurs D1 à D4, qui remplissent l'angle solide qui n'est pas couvert par les chambres CH1 et CH2. Les événements qui produisent un signal dans un ou dans plusieurs des compteurs D sont éliminés dans le programme d'analyse.

### 2.3 Logique de l'expérience

#### 2.3.1 Conditions de déclenchement

Un "événement" est défini par l'électronique rapide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

- i) La coïncidence  $T1 T2 \bar{B}$  définit une particule incidente dans la ligne du faisceau qui produit une interaction avant le compteur  $\bar{B}$  mis en anticoïncidence;
- ii) Un signal dans un (ou plusieurs) des compteurs "vertex" V1 ou/et V2 garantit qu'une interaction produisant au moins une particule chargée a eu lieu dans la cible;
- iii) Un proton de recul d'une impulsion entre  $450 \leq p_4 \leq 600$  MeV/c (cf. tableau 4) est détecté par la coïncidence  $R3 P1 \bar{R4}$ , où la condition  $R3 P1$  définit la limite inférieure de la bande d'impulsion et  $\bar{R4}$  la limite supérieure.

Lorsque les trois conditions sont satisfaites simultanément, les chambres à fils sont allumées et l'électronique lente pour l'enregistrement des données est déclenchée.

#### 2.3.2 Digitalisation des données

L'électronique lente digitalise l'information des détecteurs à l'aide d'un système d'échelles et d'unités indicatrices ("pattern units"); elle transfère ensuite leur contenu à l'ordinateur en ligne. La figure 9 montre la digitalisation des signaux magnétostrictifs des chambres à fils. Un certain nombre d'échelles est assigné à chaque bobine de lecture (huit échelles par bobine pour les chambres CH1 et CH2, deux échelles pour CH5 et CH6); ce nombre détermine la multiplicité maximale qui peut être lue. Un certain temps  $\Delta T$  après l'application de la haute tension aux chambres à fils, toutes les échelles commencent à compter, alimentées par une horloge de 20 MHz. Les signaux magnétostrictifs qui arrivent sont distribués sur les échelles par des sélecteurs; chaque signal ferme la porte de l'échelle qui lui est attribuée, de façon que le contenu de l'échelle mesure la position de l'étincelle, avec une précision de  $\approx 0,25$  mm. L'information des compteurs est stockée dans des unités indicatrices selon "oui" ou "non", aucune analyse de hauteur d'impulsion n'est faite.

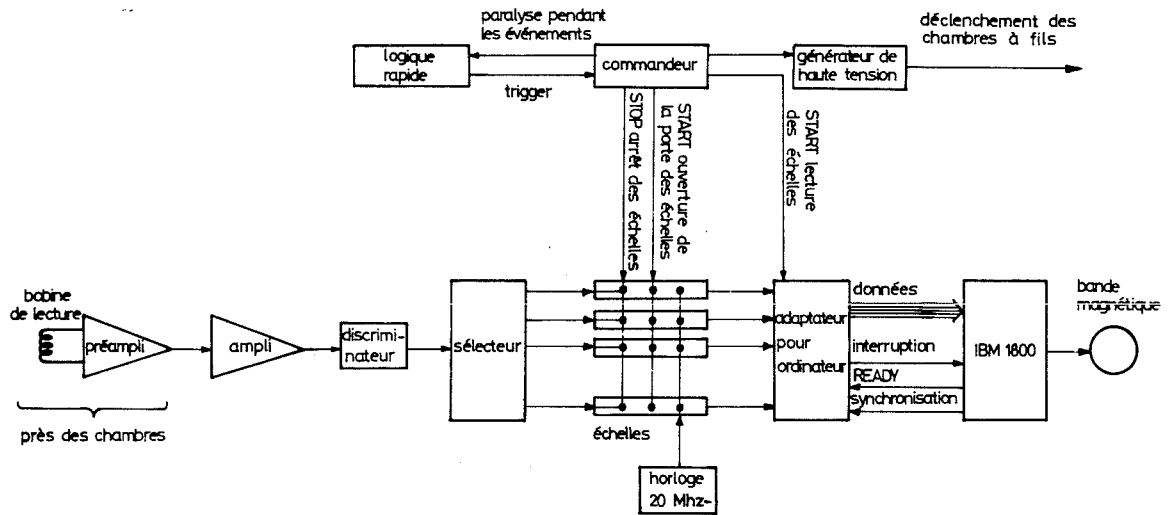


Fig. 9 : Schéma de la lecture des chambres à fils.

Après le transfert de l'information aux échelles, un circuit "commandeur" envoie un signal d'interruption à l'ordinateur en ligne IBM 1800 sur le niveau de priorité le plus haut; l'ordinateur donne son signal "ready" immédiatement après avoir complété la présente instruction, et initialise l'entrée digitale. La lecture des échelles progresse à 500 kHz sous contrôle d'un "data channel", de telle sorte que le processeur central n'est interrompu que pendant un cycle de machine (opération en "cycle steal").

### 2.3.3 Ordinateur en ligne

L'ordinateur en ligne utilisé dans cette expérience est du type IBM 1800, avec une mémoire de 16 Kbits de 16 bits et un temps de cycle de 2  $\mu$ sec. La configuration de la machine est montrée sur la figure 10. Comme programme-moniteur, nous avons utilisé le système TSX ("Time-sharing executive system"), fourni par IBM; il permet l'exécution alternative de différents programmes selon des priorités pré-établies et s'occupe de toutes les interruptions, de l'écriture de bande magnétique, de l'enchaînement des programmes, etc. Les fonctions les plus importantes de l'ordinateur sont les suivantes :

- i) Lecture des échelles, accumulation des événements dans la mémoire et enregistrement sur bande magnétique (jusqu'à  $\approx 30$  événements par bouffée du PS peuvent être enregistrés);
- ii) Contrôle permanent d'une cinquantaine de tensions de photomultiplicateurs, de champs magnétiques, etc., par un système "multiplexor", qui consiste en un voltmètre digital lisant et envoyant à l'ordinateur une tension par événement. Une valeur en dehors des limites produit un message sur la machine à écrire et un signal d'alarme acoustique.

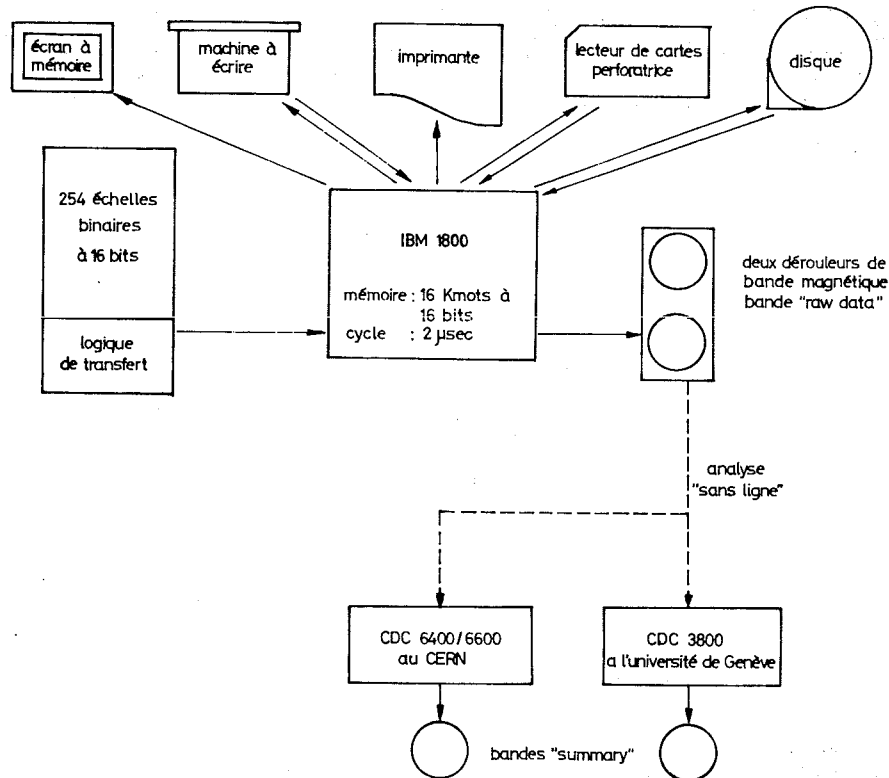


Fig. 10 : Configuration du système d'acquisition des données.

- iii) Echantillonnage d'une partie des événements pour une analyse technique simplifiée. Cet échantillonnage est essentiel pour pouvoir découvrir immédiatement d'éventuelles défauts de l'appareillage.
- iv) Travail dans un mode de "simulation", dans lequel l'ordinateur relit les événements déjà enregistrés sur bande magnétique, simulant ainsi les transferts de l'expérience. Ceci est particulièrement utile pour faire des contrôles de qualité à grande statistique et pour le développement d'autres programmes.
- v) Exécution de programmes qui ne sont pas directement liés à l'expérience, sans interruption de l'acquisition des données, par exemple compilation et chargement sur disque d'un nouveau programme d'échantillonnage.

Pour remplir ces différentes tâches sur la base d'un partage du temps, la mémoire de l'IBM 1800 est divisée en une partie "squelette" d'environ 9 Kbytes, et une partie "variable" de 7 Kbytes. Le "squelette" contient en permanence les programmes de système et de lecture et enregistrement des échelles, pour assurer que les transferts de l'expérience ne soient jamais interrompus. La partie "variable" contient les programmes liés à l'échantillonnage, susceptibles de changer souvent.

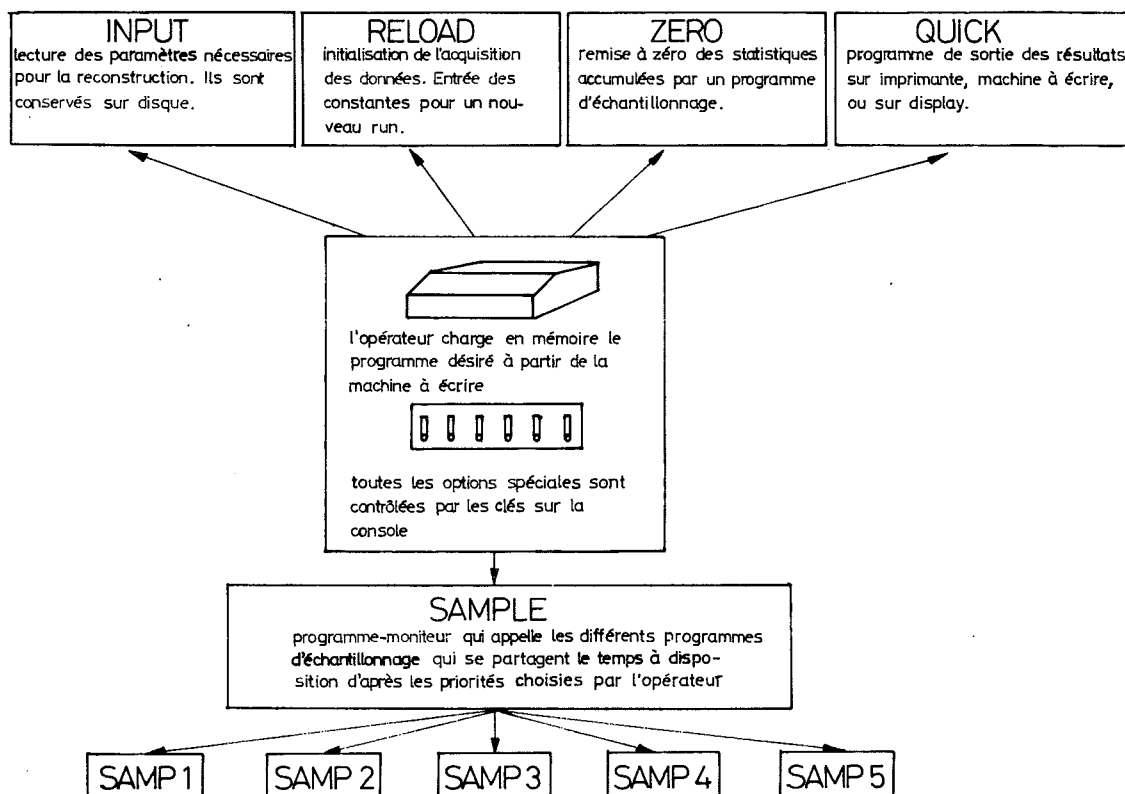


Fig. 11 : Organisation de l'échantillonnage "en ligne".

Puisque cette partie de la mémoire est relativement petite, nous avons beaucoup utilisé la technique de l'enchaînement de programmes ("overlays"), qui permet de couper un long programme en plusieurs morceaux, stockés sur disques, qui sont appelés en mémoire soit par programme, soit manuellement (cf. fig. 11).

Les calculs pour l'analyse technique sont divisés en cinq programmes indépendants (indiqués par SAMP 1 à SAMP 5 sur la figure 11) qui sont exécutés alternativement sous contrôle d'un programme moniteur (SAMPLE) selon des priorités choisies par l'opérateur. Les statistiques accumulées sont conservées sur disque, même en cas d'arrêt accidentel du programme, et ils sont imprimés sur demande. Quelques-uns des tests faits par les programmes d'échantillonnage sont les suivants :

- i) Faisceau : efficacité des hodoscopes, image du faisceau à différents endroits;
- ii) Chambres à fils : efficacité de la lecture magnétostrictive, distribution du khi carré des traces reconstruites, etc.;
- iii) Temps de vol : calibration des circuits de temps de vol;
- iv) Multiplexor : statistiques et distributions des valeurs contrôlées en permanence.

La figure 12 montre un exemple de résultats "en ligne".



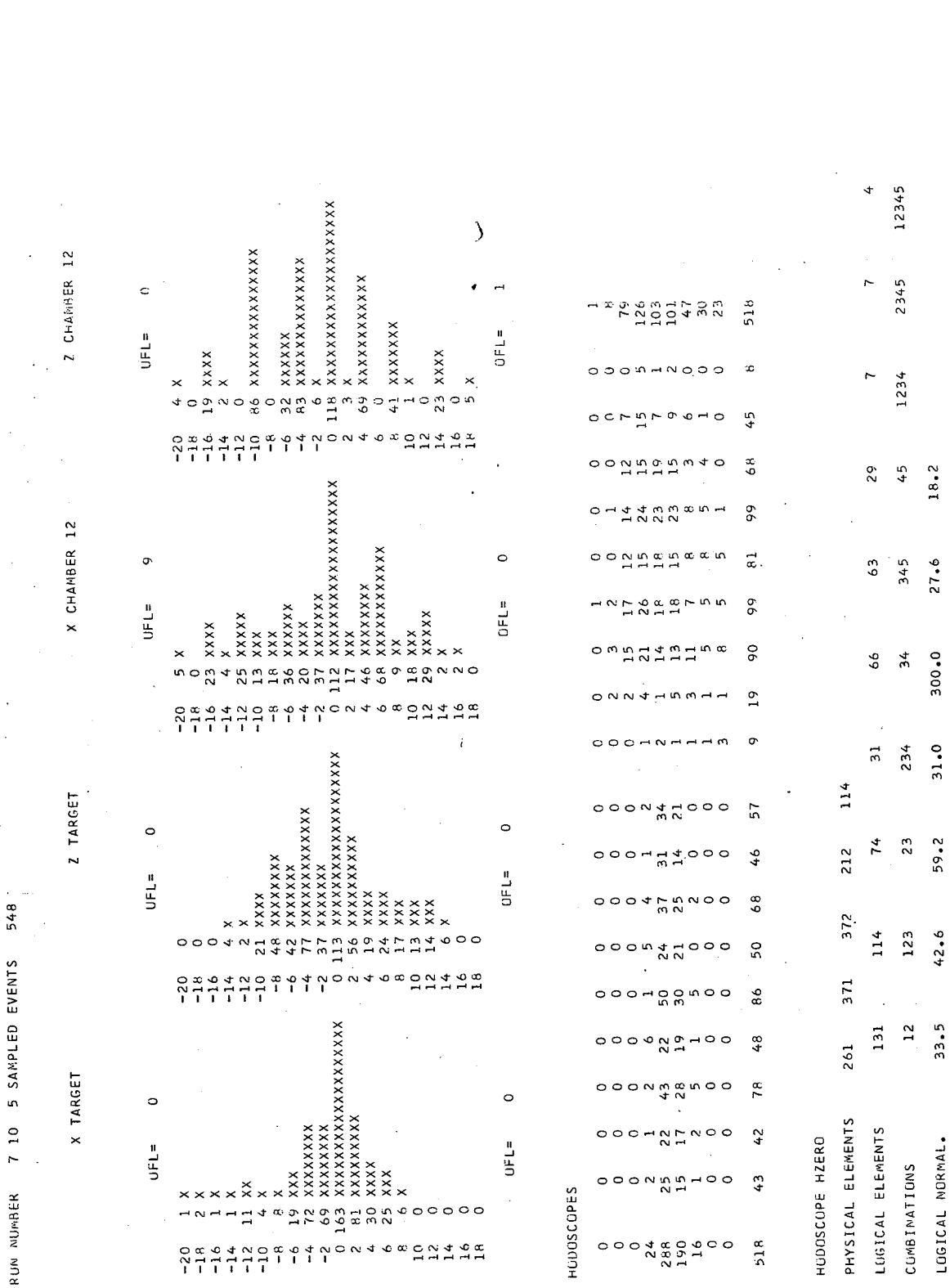


Fig. 12 : Exemple d'analyse technique "en ligne" - Profil du faisceau à différents endroits (histogrammes en haut), distribution dans les hodoscopes H1 et H2 (au milieu) et statistiques de l'hodoscope H0 (en bas).

### 3. TRAITEMENT DES DONNEES

#### 3.1 Reconstruction géométrique des événements

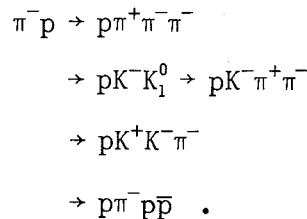
La reconstruction complète des événements est divisée en deux programmes : le premier fait la reconstruction géométrique dans l'espace et le calcul de la masse manquante; le deuxième sélectionne les événements à trois pions dans l'état final et calcule leur impulsion à l'aide d'un ajustement cinématique.

Les principales étapes de la reconstruction géométrique sont :

- i) Reconstruction de la trajectoire de la particule incidente et calcul de son impulsion;
- ii) Reconstruction de la position des étincelles pour chaque plan de fils;
- iii) Détermination de la trajectoire du proton de recul dans les chambres CH5 et CH6, et des particules secondaires émises vers l'avant dans les chambres CH1 et CH2;
- iv) Calcul des coordonnées du vertex, défini comme point d'intersection de la trajectoire de la particule incidente avec le plan vertical qui contient la trajectoire du proton sortant;
- v) Calcul de l'impulsion du proton de recul à l'aide de son temps de vol, et calcul de la masse manquante.

#### 3.2 Reconstruction cinématique des événements du type $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$

Une reconstruction cinématique est possible pour tous les événements ayant trois particules secondaires chargées dans l'état final (à part le proton de recul), parce que les seules quantités non mesurées sont leurs impulsions, si l'on suppose leurs masses connues. En utilisant la conservation de l'énergie et de l'impulsion, on peut déterminer les impulsions par un ajustement cinématique à une contrainte. Cependant, les charges restent indéterminées. Remarquons que la méthode peut être appliquée à toutes les réactions à trois particules chargées secondaires, quelles que soient leurs masses. Si la particule incidente est un  $\pi^-$ , on a les possibilités suivantes :



Les deux premières réactions, qui sont extrêmement intéressantes pour l'étude des propriétés du  $A_2$ , ont été exploitées par le CBS dans cette expérience. Dans ce travail, nous allons nous concentrer sur la première réaction.

### 3.2.1 Méthode d'ajustement cinématique

L'expérience nous fournit des mesures pour un certain nombre de variables cinématiques; en général, ces mesures ne satisfont pas les quatre contraintes qui expriment la conservation de l'énergie et de l'impulsion. Il s'agit de déterminer une correction des variables mesurées de façon que les contraintes soient satisfaites et le  $\chi^2$  soit minimum. En utilisant ces nouvelles valeurs, on peut alors obtenir des estimations pour les variables qui n'ont pas été mesurées. La méthode a été décrite en détail<sup>21)</sup>.

Pour notre expérience, les variables mesurées sont : pour chaque trajectoire (pion incident, proton sortant, pions secondaires) deux angles et deux coordonnées qui fixent l'orientation et la position de la trace dans l'espace. (Toutefois, la position des traces n'entre pas directement dans l'ajustement cinématique, puisqu'elle n'est utilisée que pour vérifier que la trace a son origine au vertex.) De plus, on mesure l'impulsion du pion incident et du proton de recul. Soit la matrice colonne  $m$  l'ensemble des 12 variables mesurées. D'autre part, les paramètres non mesurés sont les impulsions des trois pions secondaires, dénotés comme matrice colonne  $x$ . Ecrivons les équations de contrainte, qui dépendent de  $m$  et  $x$ , sous la forme  $f(m,x) = 0$ . Désignons la matrice d'erreur des variables mesurées par  $G^{-1}$ . Dans notre cas, les mesures ne sont pas corrélatives, donc la matrice d'erreur est diagonale et ses éléments sont donnés par les erreurs de mesure; cependant, la méthode est valable aussi pour des mesures corrélatives. Le  $\chi^2$  est alors défini par :

$$\chi^2(m,x,\alpha) = (m - m^0)^T G(m - m^0) + 2\alpha^T f(x,m) , \quad (3)$$

où nous avons introduit les multiplicateurs de Lagrange  $\alpha$  pour tenir compte des contraintes. Nous avons désigné par  $m^0$  les mesures expérimentales des variables  $m$ , et nous cherchons  $m$ ,  $x$ ,  $\alpha$  tels que  $\chi^2(m,x,\alpha) = \min$ , c'est-à-dire la solution du système suivant :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial m} = 2[(m - m^0)^T G + \alpha^T f_m] = 0 , \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial x} = 2\alpha^T f_x = 0 , \quad (4b)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha} = 2f(m,x) = 0 , \quad (4c)$$

où  $f_m = [\partial f(m,x)]/\partial m$  et  $f_x = [\partial f(m,x)]/\partial x$  sont les matrices des dérivés des éléments de  $f$  par rapport à  $m$  et  $x$ . Le système (4) est non linéaire si les contraintes  $f$  sont non linéaires (par exemple, conservation de l'énergie). Nous faisons une

linéarisation de  $f$  et cherchons la solution par itérations. Le développement de  $f$  à l'itération  $v + 1$  donne :

$$f^{v+1} \approx f^v + f_m^v(m^{v+1} - m^v) + f_x^v(x^{v+1} - x^v) \approx 0. \quad (5)$$

De l'équation (4a), on obtient  $m^{v+1}$  :

$$m^{v+1} = m^0 - G^{-1} f_m^{vT} \alpha^{v+1}. \quad (6)$$

On introduit  $m^{v+1}$ , calculé à l'aide de l'approximation (5), dans l'équation (6), pour obtenir  $\alpha^{v+1}$  :

$$\alpha^{v+1} = S^{-1}[R + f_x^v(x^{v+1} - x^v)], \quad (7)$$

avec :

$$R = f^v + f_m^v(m^0 - m^v) \quad \text{et} \quad S = f_m^v G^{-1} f_m^{vT}.$$

Finalement, introduisant (7) dans (4b), on trouve  $x^{v+1}$  :

$$x^{v+1} = x^v - (f_x^{vT} S^{-1} f_x^v)^{-1} f_x^{vT} S^{-1} R. \quad (8)$$

Pour le calcul numérique, on trouve d'abord  $x^{v+1}$  d'après l'équation (8); ensuite, on calcule  $\alpha^{v+1}$  donné par l'équation (7) et finalement  $m^{v+1}$  à l'aide de l'équation (6). Les itérations continuent jusqu'à ce que le système d'équations (4) soit satisfait. Evidemment, l'approximation (5) n'est valable que dans le voisinage de la solution, et la méthode risque de diverger lorsque le point de départ est très éloigné.

Les erreurs des variables ajustées et des paramètres estimés sont calculées de la manière suivante : les valeurs  $m^{v+1}$  et  $x^{v+1}$  sont des fonctions non linéaires des valeurs de départ de  $m^0$  :

$$m^{v+1} = g(m^0), \quad x^{v+1} = h(m^0). \quad (9)$$

Si l'on veut linéariser les fonctions  $g$  et  $h$ , la matrice d'erreur des variables ajustées,  $C_m^{-1}$ , et celle des paramètres estimés,  $C_x^{-1}$ , sont :

$$C_m^{-1} = \frac{dg}{dm^0} G^{-1} \left( \frac{dg}{dm^0} \right)^T, \quad C_x^{-1} = \frac{dh}{dm^0} G^{-1} \left( \frac{dh}{dm^0} \right)^T, \quad (10)$$

et la matrice des corrélations  $C_{mX}$  entre les m et les x est :

$$C_{mX} = \frac{dg}{dm^0} G^{-1} \left( \frac{dh}{dm^0} \right)^T . \quad (11)$$

### 3.2.2 Sélection des données

Les événements correspondant à la réaction  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$  sont extraits de l'échantillon total par plusieurs sélections successives. Le tableau 6 montre le taux d'événements acceptés pour chaque étape de l'analyse :

- i) Reconstruction géométrique (cf. paragraphe 3.1).
- ii) Coupures techniques qui purifient l'échantillon du bruit de fond instrumental, par exemple le vertex doit se trouver à l'intérieur de la cible, le temps de vol du proton doit être compatible avec son parcours, etc.
- iii) Sélection des événements avec trois traces dans les chambres à fils CH1 et CH2. Seules les trajectoires venant du vertex sont acceptées (distance minimum d entre la trace et le vertex telle que  $d < 15$  mm). Les traces à une inclinaison très faible ( $< 10$  mrad), susceptibles d'être des traces de faisceau, sont éliminées.
- iv) Les événements qui ont passé par les étapes (i) à (iii) sont analysés par le programme de reconstruction cinématique.

Tableau 6

Efficacité de la reconstruction cinématique  
(données d'octobre 1969)

Sélection	Nombre d'événements	Pourcentage
Nombre de déclenchements	340 000	100%
Nombre d'événements après la reconstruction géométrique	149 600	44%
Nombre d'événements après les sélections techniques	54 500	16%
Nombre d'événements avec trois traces venant du vertex dans CH1-CH2	12 400	3,7%
Nombre d'événements reconstruits avec trois pions secondaires	5 750	1,7%

L'identification finale des tripions est faite par une coupure sur le  $\chi^2$  de l'ajustement cinématique. Pour l'ajustement à une contrainte, nous avons demandé  $\chi^2 < 5$ , correspondant à une probabilité  $P(\chi^2) > 0,02$ . La distribution théorique de  $P(\chi)^2$  est uniforme. La figure 13 montre la distribution expérimentale; celle-ci a un pic près de  $P(\chi)^2 = 0$ , correspondant aux événements d'autres canaux qui sont éliminés par la condition  $P(\chi^2) > 0,02$ . Pour les événements acceptés, la distribution est approximativement uniforme.

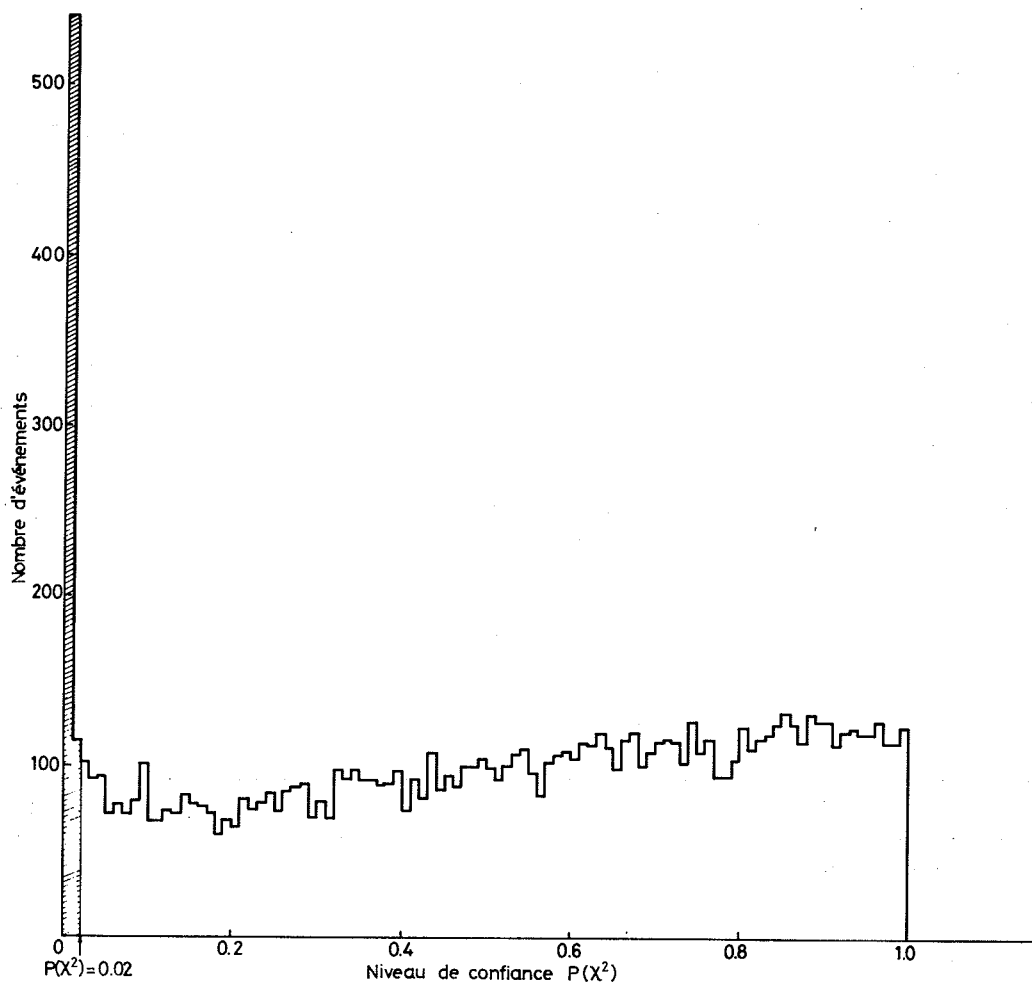


Fig. 13 : Distribution de la probabilité  $P(\chi^2)$  de l'ajustement cinématique.

La contamination de l'échantillon d'événements reconstruits par des événements d'autres canaux peut être estimée de la manière suivante : une première approximation des impulsions des pions est donnée par la conservation de l'impulsion seule, en négligeant la conservation de l'énergie. A l'aide de ces impulsions, une approximation de la masse effective  $M(3\pi)$  est trouvée, qui doit égaler la masse manquante  $MM$  du proton (dans les erreurs de mesure), ceci si l'événement est un tripion réel. Par contre, s'il y a en réalité des particules supplémentaires non

détectées, par exemple  $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$ , les impulsions trouvées à l'aide de la conservation de l'impulsion ne correspondent pas aux particules réelles, et la masse effective ne correspondra pas à la masse manquante. La figure 14 montre la distribution expérimentale  $M(3\pi) - MM$ . Le pic autour de zéro provient des tri-pions et le bruit de fond continu, d'autres événements. La reconstruction cinématique ne retient que les événements autour de zéro, de telle sorte que le bruit de fond présent sous le pic donne une estimation empirique de la contamination, pour laquelle nous avons trouvé une limite supérieure  $< 10\%$ .

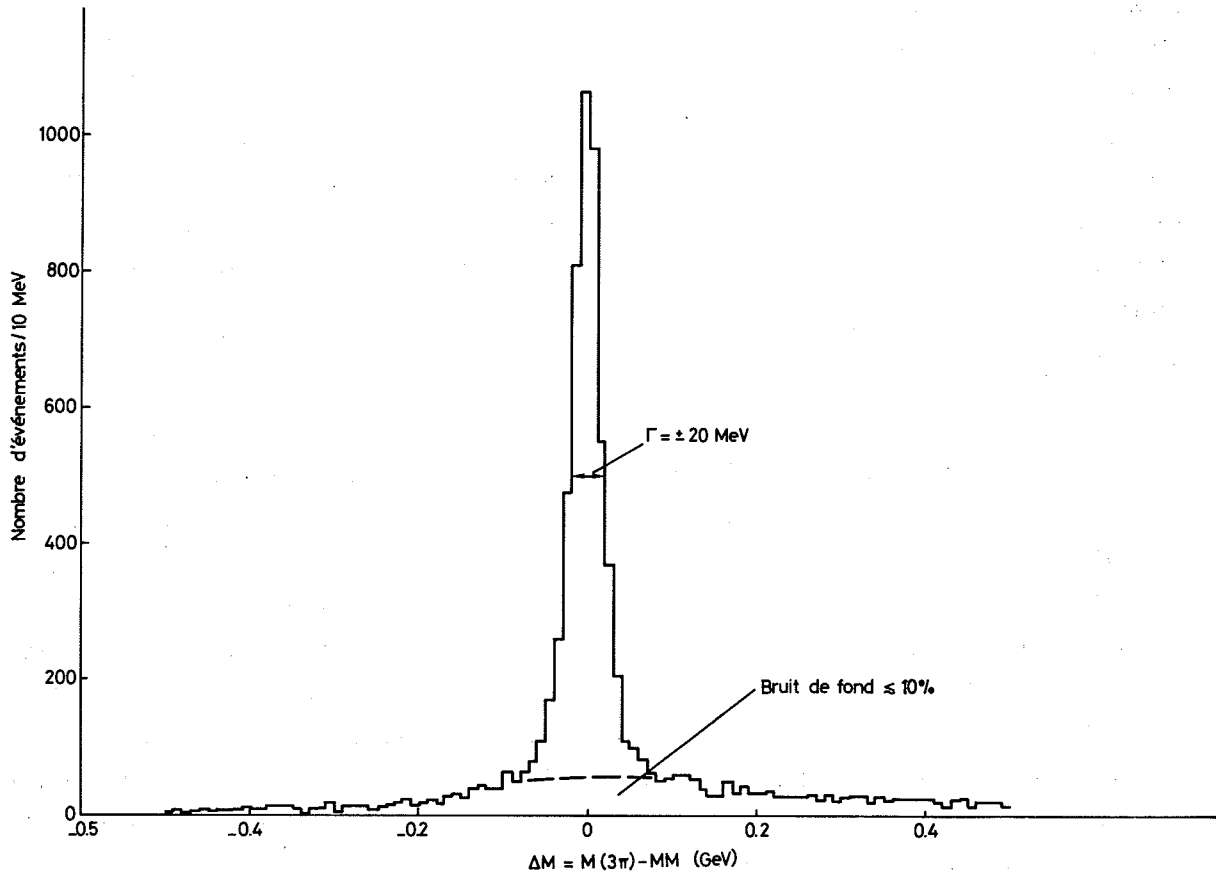


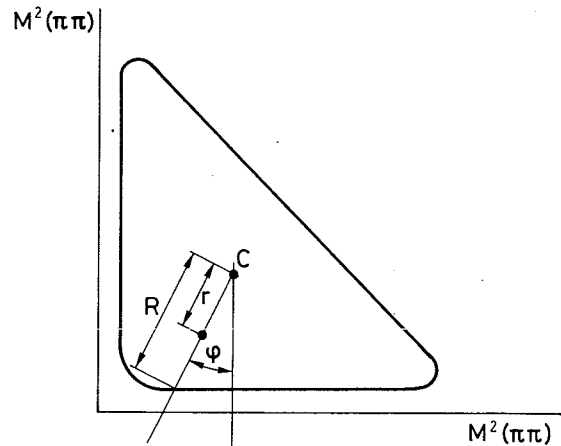
Fig. 14 : Distribution de la différence entre la masse effective  $M(3\pi)$  non ajustée et la masse manquante  $MM$  du proton émergent.

### 3.3 Erreurs systématiques

#### 3.3.1 Diagramme de Dalitz

Dans la section 4, nous utiliserons la distribution de la densité sur le diagramme de Dalitz pour déterminer le spin et la parité des états du complexe  $A_2$ . Pour cette raison nous considérons ici les biais possibles de cette distribution, dus à la géométrie de l'expérience et à notre méthode de reconstruction cinématique. Choisissons des coordonnées polaires sur le diagramme de Dalitz à masse carrée :

Ici  $r$  est la distance entre le centre  $C$  et un point quelconque, et  $R$  est la distance du centre jusqu'à la limite du diagramme dans la direction azimutale  $\phi$ . Les coordonnées utilisées sont alors le carré de la distance normalisée  $s = (r/R)^2$  jusqu'au centre, et l'angle azimutal  $\phi$ . En termes de ces coordonnées, nous avons étudié les biais possibles à l'aide d'un programme de Monte Carlo. Nous avons généré  $\sim 10^4$  événements dans la



région de masse du  $A_2$  suivant l'espace de phase statistique; nous avons ensuite appliqué des coupures simulant les conditions de notre expérience. En comparant le diagramme de Dalitz généré avec celui obtenu avec les événements non coupés, nous pouvons estimer l'acceptance du système. Nous avons étudié les sources suivantes qui sont susceptibles de créer des biais :

i) Géométrie du système

L'angle solide couvert par les chambres CH1 et CH2 est limité. Elles n'acceptent que des particules émises vers l'avant, dans un cône d'une ouverture de  $22,5^\circ$ . En outre, une région d'un diamètre de 50 mm au centre des chambres CH1-CH2 a été rendue insensible artificiellement pour éliminer d'éventuelles traces dues à des particules de faisceau. L'effet combiné de ces deux coupures géométriques est visible dans la figure 15, qui montre la fraction d'événements acceptés pour le cas de la réaction  $\pi\pi \rightarrow \rho\pi$  et  $\pi\pi \rightarrow \rho^0\pi$ . Evidemment, l'acceptance géométrique est une fonction de l'impulsion incidente et de la masse  $M(\rho\pi)$  ou  $M(f^0\pi)$  produite. Pour  $p_{inc} = 7$  GeV/c et  $M(\rho\pi) = M(A_2) = 1,3$  GeV, on trouve  $\epsilon_{geom.} = 74\%$ . La fraction de 26% d'événements coupés est distribuée uniformément sur tout le diagramme de Dalitz.

ii) Méthode de la reconstruction

Les événements aux bords du diagramme de Dalitz sont caractérisés par une configuration colinéaire dans le centre de masse du tripion, ce qui correspond à une configuration coplanaire au système du laboratoire. Pour des événements sur le bord, certaines matrices utilisées dans la reconstruction cinématique deviennent alors singulières, de telle sorte que notre méthode échoue. La simulation par Monte Carlo montre que ces événements sont concentrés à  $s > 0,9$  et ne produisent pas de biais pour  $s < 0,9$ . La perte due aux événements coplanaires est de 5%.



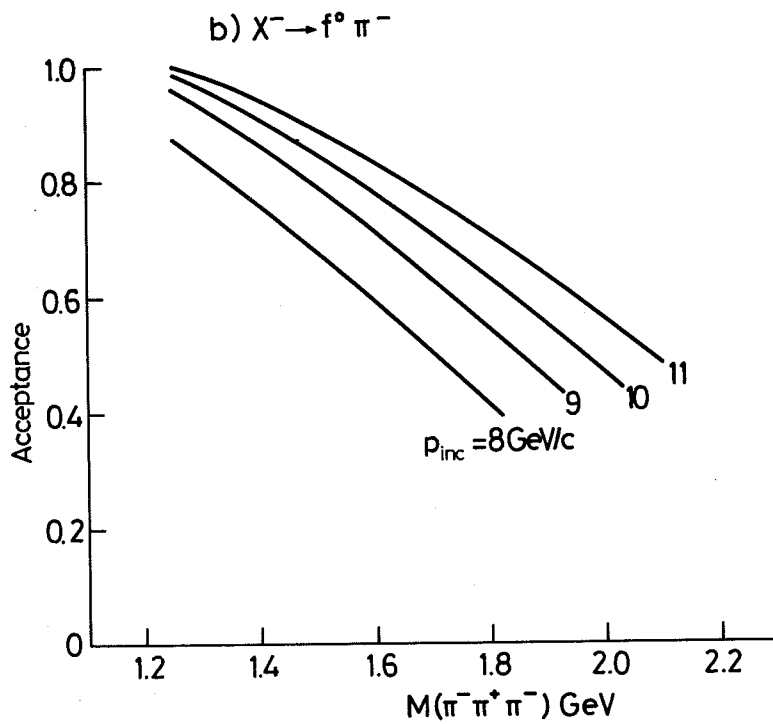
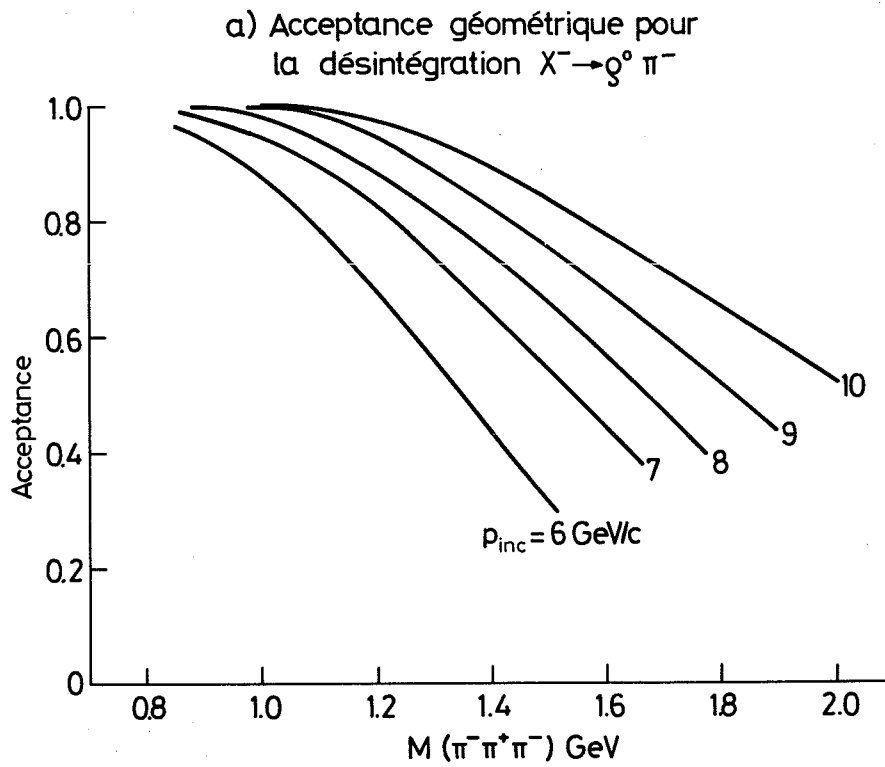
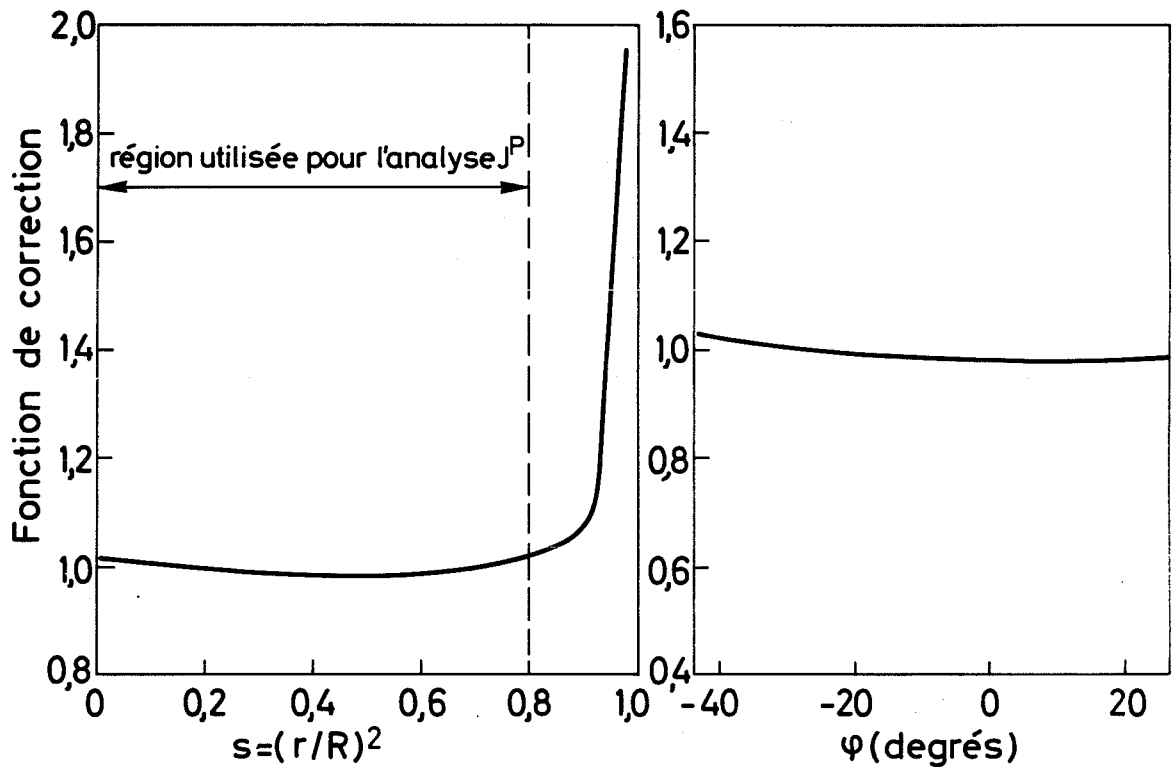


Fig. 15 : Acceptance géométrique de l'analyseur de la désintégration (chambres CH1 et CH2).

a) Diagramme de Dalitz



b) Distribution angulaire de la normale au plan de désintégration

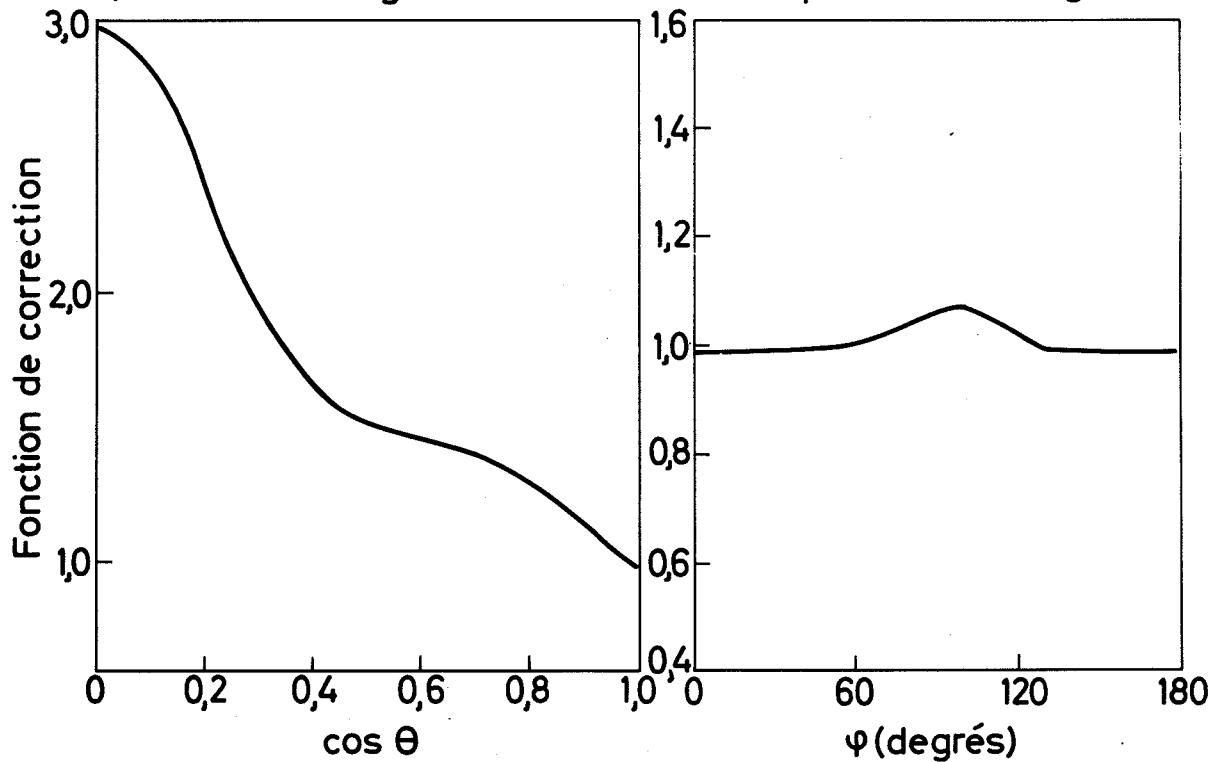


Fig. 16 : Fonction de correction pour :  
a) La distribution de densité sur le diagramme de Dalitz;  
b) La distribution angulaire de la normale au plan de désintégration.

Définissons une fonction de correction  $W$  par le rapport (nombre d'événements générés)/(nombre d'événements acceptés). La figure 16a montre  $W$  en fonction de  $s$  et  $\phi$ . La fonction de correction  $W(s)$  n'est importante que près de  $s = 1$ , où la perte des événements coplanaires est clairement visible, tandis que  $W(\phi) \approx 1$  dans tout l'intervalle angulaire. Pour l'analyse de la densité sur le diagramme de Dalitz de la section 5, nous nous sommes alors restreints à la région  $s < 0,8$ , région pour laquelle aucun biais significatif n'a été trouvé [ $0,98 \leq W(s, \phi) \leq 1,02$ ].

### 3.3.2 Distributions angulaires

Les distributions angulaires introduites dans la section 4 sont complémentaires à la distribution de la densité sur le diagramme de Dalitz et peuvent fournir des informations supplémentaires. Cependant, ils sont beaucoup plus susceptibles aux biais, et la distribution expérimentale doit être pondérée par la fonction de correction avant la comparaison avec les prévisions théoriques.

Nous avons déterminé la fonction de correction  $W(\theta, \phi)$  pour la distribution des angles polaires  $\theta$  et  $\phi$  de la normale au plan de la désintégration (pour la définition précise, cf. section 4) par un programme de Monte Carlo, en y introduisant les coupures systématiques du paragraphe précédent. La projection de  $W(\theta, \phi)$  sur les axes  $\theta$  et  $\phi$  est montrée sur la figure 16b. On voit que, pour notre système d'axes, la distribution en  $\phi$  reste pratiquement uniforme, tandis que la distribution en  $\theta$  est affectée par les biais instrumentaux. Le facteur de correction est au maximum de l'ordre de  $\sim 3$  dans la région  $\theta \sim 90^\circ$ .

### 3.4 Résolution en masse

Nous comparons ici la résolution  $\sigma(MM)$  en masse manquante du proton de recul avec celle en masse effective du tripion,  $\sigma(M_{3\pi})$ . La masse manquante  $MM$  ne dépend que des quantités du proton de recul, tandis que la masse effective  $M(3\pi)$  contient aussi la direction des pions, de façon qu'on doit avoir  $\sigma(M_{3\pi}) < \sigma(MM)$ .

Considérons d'abord la résolution en masse manquante. De la conservation de l'énergie et de l'impulsion, on a :

$$MM = \left[ (E_{inc} + m_p - E_4)^2 - p_{inc}^2 - p_4^2 + 2p_{inc} p_4 \cos \theta \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (12)$$

La résolution  $\sigma(MM)$  est donnée par :

$$\sigma(\text{MM}) = \left\{ \left[ \frac{\partial \text{MM}}{\partial p_{\text{inc}}} \sigma(p_{\text{inc}}) \right]^2 + \left[ \frac{\partial \text{MM}}{\partial p_4} \sigma(p_4) \right]^2 + \left[ \frac{\partial \text{MM}}{\partial \theta} \sigma(\theta) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}},$$

où :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{MM}}{\partial p_{\text{inc}}} &= \frac{1}{\text{MM}} \left[ (m_p - E_4) \frac{p_{\text{inc}}}{E_{\text{inc}}} + p_4 \cos \theta \right], \\ \frac{\partial \text{MM}}{\partial p_4} &= \frac{1}{\text{MM}} \left[ -(m_p + E_{\text{inc}}) \frac{p_4}{E_4} + p_{\text{inc}} \cos \theta \right], \\ \frac{\partial \text{MM}}{\partial \theta} &= \frac{1}{\text{MM}} \left[ -p_{\text{inc}} p_4 \sin \theta \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

La résolution expérimentale en  $p_{\text{inc}}$ ,  $p_4$  et  $\theta$  a été discutée au paragraphe 2.2; on a, pour les conditions de cette expérience :

$$\begin{aligned} \sigma(p_{\text{inc}}) &= \pm 0,3\% , \\ \left. \begin{aligned} \sigma(p_4) &= \pm 7,8 \text{ MeV}/c \\ \sigma(\theta) &= \pm 4,7 \text{ mrad} \end{aligned} \right\} \text{ pour } p_4 = 500 \text{ MeV}/c. \end{aligned}$$

Pour une impulsion incidente de  $p_{\text{inc}} = 7 \text{ GeV}/c$  et une impulsion du proton de recul de  $p_4 = 500 \text{ MeV}/c$ , on trouve les valeurs suivantes pour la résolution en masse manquante :

MM	$\sigma_{p_{\text{inc}}}(\text{MM})$	$\sigma_{p_4}(\text{MM})$	$\sigma_{\theta}(\text{MM})$	$\sigma_{\text{tot}}(\text{MM})$
A <sub>1</sub> (1080)	1,9	4,4	13,6	±14,4 MeV
A <sub>1,5</sub> (1170)	2,0	2,6	12,2	±12,7
A <sub>2</sub> (1300)	2,2	0,5	10,8	±11,0

On remarque que la contribution la plus grande vient de l'incertitude sur l'angle de diffusion, tandis que la contribution de l'erreur sur l'impulsion du proton est négligeable dans le voisinage du A<sub>2</sub>, grâce au fait que le A<sub>2</sub> est produit sous l'angle jacobien, où  $\partial \text{MM} / \partial p_4 = 0$ . La résolution est moins favorable pour des masses plus basses, produites sous un angle plus éloigné du jacobien.

Le programme de reconstruction cinématique calcule pour chaque événement individuel les matrices d'erreur d'après les équations (10) et (11), ce qui permet

d'estimer l'erreur en masse effective  $M(3\pi)$  et en  $M(2\pi)$ . De cette manière, on trouve pour les mêmes conditions expérimentales une résolution de  $\sigma(M_{3\pi}) = \pm 10,3$  MeV. Cette valeur est légèrement meilleure que la résolution en masse manquante, du fait que plus d'information est utilisée. La résolution en masse effective est peu dépendante de la masse, parce que l'erreur sur l'angle de diffusion est moins important pour la masse effective que pour la masse manquante.

Pour la résolution en masse du dipion,  $\sigma(M_{2\pi})$ , l'ajustement cinématique donne en moyenne  $\sigma(M_{2\pi}) = \pm 9,4$  MeV. Cette valeur peut être vérifiée empiriquement à l'aide des événements qui donnent un bon ajustement pour la réaction :



Pour ces événements, la distribution de  $M(\pi^+ \pi^-)$  montre un pic extrêmement net à la masse du  $K^0$  (cf. section 5), d'une largeur de  $\pm 8$  MeV. Cette largeur est en bon accord avec  $\sigma(M_{2\pi})$  pour les événements de la réaction  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ .

#### 4. DESINTEGRATION D'UNE RESONANCE MESONIQUE EN TROIS PIONS

La distribution de l'énergie et des angles des produits de la désintégration dépend des nombres quantiques de la particule instable et de sa polarisation. Expérimentalement, en mesurant ces distributions, on obtient de l'information sur les nombres quantiques. Dans cette section, nous avons résumé les formules qui permettent l'évaluation des diverses distributions; nous les comparerons, dans la section 5, avec les données expérimentales.

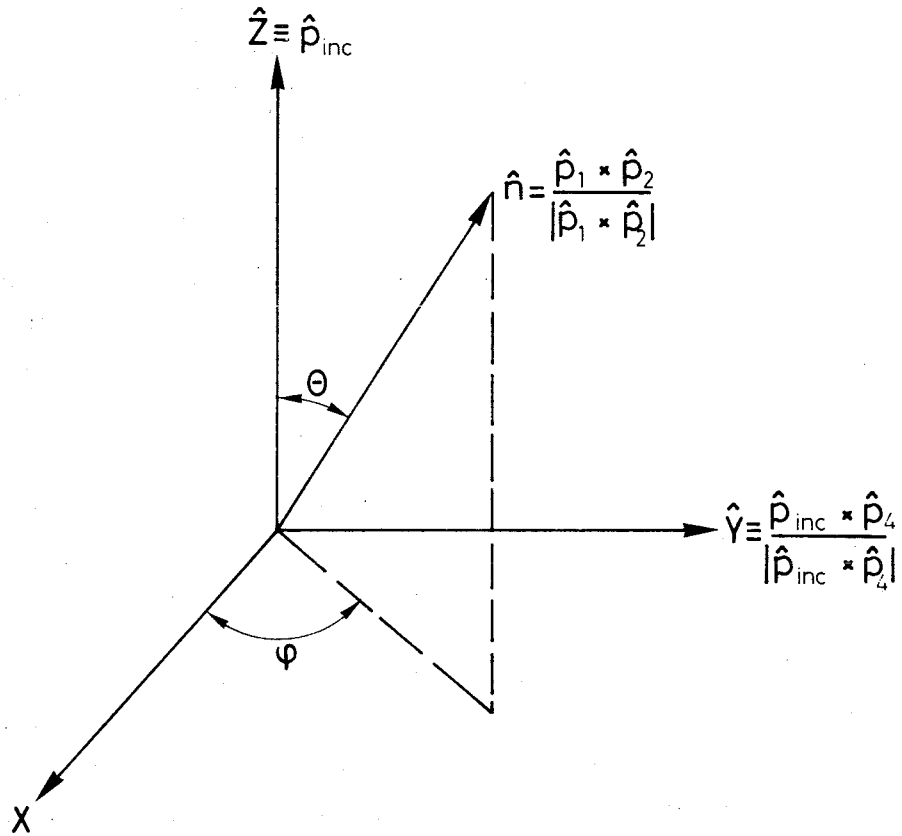
##### 4.1 Section efficace différentielle

Considérons la désintégration d'une résonance mésonique  $X$  en trois pions, par exemple :



Puisque les pions ont un spin zéro, l'état final est décrit par leurs tri-vecteurs d'impulsion. La conservation de l'énergie et de l'impulsion donne quatre contraintes, de sorte qu'on a  $9 - 4 = 5$  variables indépendantes, qui caractérisent l'état final. Pour les deux premières, nous choisissons en particulier les énergies  $E_2, E_3$  de deux des trois pions dans le système de repos de  $X$ . Ce sont les variables du diagramme de Dalitz.

Les trivecteurs d'impulsion des produits de la désintégration forment un triangle dans leur centre de masse. Donc, pour les trois autres variables, nous pouvons choisir les angles d'Euler qui fixent l'orientation du triangle de désintégration dans un système d'axes convenablement choisi. La définition précise de ces angles est la suivante :



Nous avons choisi la direction de l'axe Y le long de la normale au plan de production, et l'axe Z dans la direction du pion incident. Ce choix du système d'axes est convenable pour vérifier certaines hypothèses sur la dynamique de production de la résonance. Le triangle de désintégration est alors fixé par les angles polaires  $\Omega = (\theta, \phi)$  de la normale  $\hat{n}$  au plan de désintégration, et par une rotation  $\gamma$  autour de la normale.

La section efficace différentielle en fonction des variables  $E_2, E_3, \Omega, \gamma$  est donnée par l'expression suivante [cf. par exemple Svensson<sup>22</sup>] :

$$\frac{d\sigma}{dE_2 dE_3 d\Omega d\gamma} = \frac{2}{(4\pi)^5} \frac{1}{M_X \Gamma_X} \sum_{\substack{mm' \\ kk'}} D_{mk}^{J*}(\phi, \theta, \gamma) D_{m'k'}^J(\phi, \theta, \gamma) \rho_{mm'} V_k(E_2, E_3) V_{k'}^*(E_2, E_3) . \quad (16)$$

Ici,  $M_X$  et  $\Gamma_X$  sont la masse et la largeur de la résonance X, et  $\rho_{mm'}$  est la matrice densité qui décrit l'état de polarisation de l'état X avec un spin J. La matrice densité est une fonction de s et de t, mais elle est indépendante de la désintégration. Le mécanisme de la désintégration est contenu dans les amplitudes  $V_k(E_2, E_3)$ , qui sont des fonctions des énergies, mais indépendantes de m et des angles  $\phi, \theta, \gamma$ .

L'indice  $k$  correspond aux valeurs propres de l'opérateur  $\vec{J} \cdot \vec{n}$  = projection du moment cinétique sur la normale  $\vec{n}$ , de façon que la sommation dans (16) s'étend sur  $-J \leq m, m', k, k' \leq J$ , si  $J$  est le spin de la résonance. Finalement, les  $D_{mk}^J(\phi, \theta, \gamma)$  sont les fonctions de rotation.

On constate que la section efficace (16) se factorise en une partie ne dépendant que des angles  $\phi, \theta, \gamma$ , mais pas des énergies, et une partie qui ne dépend que des énergies  $E_2, E_3$ . En faisant l'intégration sur l'un ou l'autre facteur, on obtient des précisions théoriques, respectivement sur la distribution de densité sur le diagramme de Dalitz ou sur les distributions angulaires. Nous utiliserons la distribution de la densité sur le diagramme de Dalitz pour la détermination de  $J^P$  du  $A_2^L$  et  $A_2^H$ . Les distributions angulaires sont moins sensibles pour une détermination de  $J^P$ , parce qu'elles contiennent les éléments de la matrice densité comme paramètres inconnus. Inversement, connaissant  $J^P$ , les distributions angulaires permettent de déterminer certains éléments de  $\rho_{mm'}$ , et d'obtenir de cette façon des informations sur le processus de la production.

#### 4.2 Distribution de la densité sur le diagramme de Dalitz

La distribution de la densité sur le diagramme de Dalitz est obtenue en intégrant la section efficace (16) sur les angles  $\phi, \theta, \gamma$ . L'évaluation de cette intégrale donne :

$$\frac{d\sigma}{dE_2 dE_3} = \frac{1}{2(4\pi)^3} \frac{1}{M_x \Gamma_x} \frac{1}{2J+1} \sum_k |V_k(E_2, E_3)|^2 . \quad (17)$$

Puisque nous nous intéressons au diagramme de Dalitz rectangulaire en masse carrée, nous faisons la transformation  $E_2 \rightarrow M_{31}^2$  et  $E_3 \rightarrow M_{12}^2$ , par exemple :

$$M_{12}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = (E - E_3)^2 - p_3^2 = E^2 + m_\pi^2 - 2EE_3 . \quad (18)$$

Remarquons qu'il s'agit d'une transformation linéaire, qui ne change pas la distribution de la densité à part d'un facteur constant, c'est-à-dire :

$$\frac{d\sigma}{dE_2 dE_3} \sim \frac{d\sigma}{dM_{31}^2 dM_{12}^2} . \quad (19)$$

Considérons maintenant la désintégration en cascade par l'intermédiaire d'un méson  $\rho$  :

$$x^- \rightarrow \rho^0 \pi^- \rightarrow \pi^+ \pi^- . \quad (20)$$

La forme explicite de l'amplitude  $V_k(E_2, E_3)$  qui décrit le processus (20) a été étudiée par Zemach<sup>23)</sup> et Diebold<sup>24)</sup> en utilisant le formalisme tensoriel. Nous donnerons ici les amplitudes que nous allons comparer avec les données expérimentales dans la section 5.

Récrivons la distribution de la densité (17) avec les notations de Zemach :

$$\frac{d\sigma}{dM_{31}^2 dM_{12}^2} = \sum |M|^2, \quad (21)$$

où  $M$  est un tenseur d'ordre  $J$ , si  $J$  est le spin de la résonance, tenseur qui est construit avec les trivecteurs des impulsions des pions dans l'état final. En général,  $M$  contient aussi une dépendance d'énergie, mais il semble raisonnable de ne retenir que la puissance la plus faible en  $E$ . La sommation s'étend sur toutes les composantes tensorielles. Le tenseur  $M$  est symétrique dans chaque paire d'indices,  $M_{\dots i \dots j \dots} = M_{\dots j \dots i \dots}$ , et toutes les traces sont nulles  $\sum_i M_{\dots i \dots i \dots} = 0$ .

Un tenseur général qui satisfait ces deux conditions a  $2J + 1$  composantes indépendantes, condition nécessaire pour décrire un état de spin  $J$ .

Nous écrivons  $M$ , d'après Diebold, comme une somme de deux termes, qui correspondent aux deux combinaisons de pions qui peuvent former un  $\rho$ . On peut utiliser les coefficients de Clebsch-Gordan pour trouver les coefficients des deux termes :

$$M = M_{12,3} - M_{31,2}. \quad (22)$$

Ici nous avons désigné par  $M_{12,3}$  l'amplitude qui décrit la désintégration lorsque  $\pi_1$  et  $\pi_2$  forment un  $\rho$  tandis que  $\pi_3$  va seul, sous l'hypothèse que l'isospin  $I(X) = 1$ . Chaque terme dans l'équation (22) donne la distribution de la densité le long d'une bande de  $\rho$ , et contient par conséquent le propagateur du  $\rho$ ; par exemple  $M_{12,3}$  est proportionnelle à :

$$\alpha_3 = \frac{(M_\rho \Gamma_\rho)^{\frac{1}{2}}}{(M_{12}^2 - M_\rho^2) + iM_\rho \Gamma_\rho}. \quad (23)$$

Dans cette distribution de Breit-Wigner relativiste, nous avons supposé  $\Gamma_\rho$  constant. Dans la région sur le diagramme de Dalitz où les deux amplitudes  $M_{12,3}$  et  $M_{31,2}$  sont importantes, c'est-à-dire dans la région de recouvrement des deux bandes de  $\rho$ , il y a évidemment une interférence, car :

$$|M|^2 = |M_{12,3}|^2 + |M_{31,2}|^2 - 2\text{Re } M_{12,3}^* M_{31,2}. \quad (24)$$



Nous avons compilé les amplitudes  $M_{1,2,3}$  les plus importantes dans le tableau 7<sup>24</sup>). La quantité  $p_{1i}$  est la composante  $i$  du trivecteur d'impulsion de la première particule, etc., et le pseudovecteur  $\vec{q}$  est le produit vectoriel  $\vec{q} = \vec{p}_1 \times \vec{p}_2$ . Ces vecteurs se réfèrent au système de repos de  $X$ . Pour  $J^P = 1^+$  et  $2^-$  il apparaît le vecteur  $\vec{t}_3 = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$ , la différence des impulsions de  $\pi_1$  et  $\pi_2$  dans le système de repos du  $\rho$ . Dans ces cas, il y a deux valeurs possibles du moment angulaire orbital; cependant, la décomposition en  $\ell$  n'a pas de signification absolue, mais dépend du système de référence utilisé.

#### 4.3 Distribution angulaire de la normale au plan de désintégration

Les angles polaires de la normale au plan de désintégration sont indépendantes des variables du diagramme de Dalitz, et leur distribution peut fournir des informations sur l'état de polarisation de la résonance si ses nombres quantiques sont connus, et vice versa<sup>22,25</sup>). Les résultats de ce paragraphe s'appliquent à toutes les désintégrations en trois pions, indépendamment d'un éventuel état  $\rho\pi$  intermédiaire. Cette méthode a donc l'avantage d'être indépendante de l'identification expérimentale du  $\rho$  qui est souvent ambiguë à cause de la largeur finie du  $\rho$ .

La distribution angulaire de la normale est obtenue par intégration sur  $E_2$ ,  $E_3$  et  $\gamma$  de la section efficace différentielle (16), en utilisant les propriétés d'orthogonalité des fonctions de rotation :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \int \frac{d\sigma}{dE_2 dE_3 d\Omega d\gamma} dE_2 dE_3 d\gamma \\ &= \frac{1}{(4\pi)^4} \frac{1}{\Gamma_X M_X} \sum_{mm'} D_{mk}^{J*}(\phi, \theta, 0) \rho_{mm'} D_{m'k}^J(\phi, \theta, 0) |F_k|^2, \end{aligned} \quad (25)$$

avec :

$$|F_k|^2 = \int dE_2 dE_3 |V_k(E_2, E_3)|^2.$$

Les amplitudes  $F_k$  dépendent de la dynamique de la désintégration, et nous les traitons comme des paramètres inconnus. Cependant, le nombre de différentes amplitudes  $F_k$  dans (25) est fortement réduit grâce à des propriétés de symétrie des  $V_k(E_2, E_3)$ . La conservation de la parité  $P_X$  à la désintégration implique que seules les amplitudes  $V_k(E_2, E_3)$  avec  $k$  impair (pair) contribuent si la parité  $P_X$  est paire (impaire), c'est-à-dire :

$$V_k(E_2, E_3) = 0 \quad \text{lorsque} \quad (-1)^k = P_X. \quad (26)$$

Tableau 7

Amplitudes  $M_{12,3}$  pour différents  $J^P$  du système  $\rho\pi$  <sup>24)</sup>

$J^P$	$\ell$	$M_{12,3}$
$0^-$	1	$\alpha_3(E_1 - E_2)$
$1^-$	1	$\alpha_3 q_i$
$1^+$	0	$\alpha_3 t'_{3i}$
	2	$\alpha_3 (\vec{t}'_3 \cdot \vec{p}_3) p_{3i} - \frac{1}{3} p_3^2 t'_{3i}$
$2^-$	1	$\alpha_3 \left\{ \frac{1}{2} (p_{3i} t'_{3j} + t'_{3i} p_{3j}) - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\vec{p}_3 \cdot \vec{t}'_3) \right\}$
	3	$\alpha_3 \left\{ (\vec{p}_3 \cdot \vec{t}'_3) \left( p_{3i} p_{3j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} p_3^2 \right) - \frac{2}{5} p_3^2 \left[ \frac{1}{2} (p_{3i} t'_{3j} + t'_{3i} p_{3j}) - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\vec{p}_3 \cdot \vec{t}'_3) \right] \right\}$
$2^+$	2	$\alpha_3 (p_{3i} q_j + q_i p_{3j})$
$4^+$	4	$\alpha_3 \left\{ p_{3i} p_{3j} p_{3k} q_\ell + p_{3i} p_{3j} q_k p_{3\ell} + p_{3i} q_j p_{3k} p_{3\ell} + q_i p_{3j} p_{3k} p_{3\ell} - \frac{1}{7} p_3^2 \left[ \delta_{ij} (p_{3k} q_\ell + q_k p_{3\ell}) + \delta_{ik} (p_{3j} q_\ell + q_j p_{3\ell}) + \delta_{i\ell} (p_{3j} q_k + q_j p_{3k}) + \delta_{jk} (p_{3i} q_\ell + q_i p_{3\ell}) + \delta_{j\ell} (p_{3i} q_k + q_i p_{3k}) + \delta_{k\ell} (p_{3i} q_j + q_i p_{3j}) \right] \right\}$

Une autre contrainte est fournie par la condition que le système à trois pions, ayant deux pions identiques, doit obéir la statistique de Bose, c'est-à-dire que l'amplitude de désintégration doit être symétrique à l'échange de deux pions identiques, ce qui conduit à :

$$V_k(E_2, E_3) = (-1)^J V_{-k}(E_3, E_2) , \quad (27)$$

$$|F_k|^2 = |F_{-k}|^2 .$$

En utilisant (26) et (27), on obtient le nombre d'amplitudes pour différents  $J^P$  indiqué dans le tableau 8.

Tableau 8

Nombre d'amplitudes  $|F_k|^2$  pour  $X^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^-$

$J^P$	Valeurs de k	Nombre de termes $V_k$	Nombre de termes $ F_k ^2$
$0^-, 1^-$	0	1	1
$1^+, 2^+$	$\pm 1$	2	1
$2^-, 3^-$	0, $\pm 2$	3	2
$3^+, 4^+$	$\pm 1, \pm 3$	4	2

Etudions plus spécialement le cas  $J^P = 2^+$ , où il n'y a qu'une seule amplitude  $|F_1|^2$  qui disparaît lorsque nous regardons la distribution angulaire normalisée  $I(\theta, \phi)$  plutôt que la section efficace :

$$I(\theta, \phi) = \frac{2J+1}{4\pi} \sum_{mm'} D_{m_1}^{J*}(\phi, \theta, 0) \rho_{mm'} D_{m_1}^J(\phi, \theta, 0), \quad (28)$$

avec

$$\int d\Omega I(\theta, \phi) = 1.$$

Pour la détermination des éléments de matrice  $\rho_{mm'}$ , nous utilisons la méthode des moments. On voit que  $I(\theta, \phi)$  est une somme de produits de deux fonctions de rotation. Pour déterminer les coefficients dans la somme, nous calculons pour les données expérimentales les valeurs moyennes du type :

$$\langle D_{\mu\mu'}^L \rangle = \int d\Omega I(\theta, \phi) D_{\mu\mu'}^L. \quad (29)$$

Si nous introduisons l'expression (28) pour  $I(\theta, \phi)$ , nous obtenons des intégrales sur trois fonctions de rotation que nous pouvons réduire à de simples coefficients de Clebsch-Gordan grâce à la relation suivante<sup>26)</sup> :

$$\int d\Omega D_{\mu_3 m_3}^{j_3*}(\phi, \theta, 0) D_{\mu_2 m_2}^{j_2}(\phi, \theta, 0) D_{\mu_1 m_1}^{j_1}(\phi, \theta, 0) = \frac{4\pi}{2j_3+1} (j_1 \mu_1 j_2 \mu_2 | j_3 \mu_3) (j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 m_3). \quad (30)$$

Avec l'équation (30), on obtient alors pour  $J = 2$  :

$$\langle D_{\mu\mu'}^L \rangle = \sum_{mm'} \rho_{mm'} (L\mu 2m' | 2m) (L\mu' 21 | 21) , \quad (31)$$

c'est-à-dire que les valeurs moyennes des fonctions de rotation nous donnent des combinaisons linéaires des  $\rho_{mm'}$ , avec des coefficients connus, de telle sorte que nous pouvons déterminer les paramètres inconnus  $\rho_{mm'}$ . On remarque, dans l'équation (31), que l'ordre  $L$  du moment  $D_{\mu\mu'}^L$ , est limité à des valeurs  $L \leq 4$  pour un spin  $J = 2$ . De plus, on doit avoir  $\mu' = 0$  et  $\mu = m - m'$  parce que les coefficients de Clebsch-Gordan sont nuls pour d'autres valeurs de  $\mu\mu'$ . Pour  $\mu' = 0$  les fonctions de rotation se réduisent aux harmoniques sphériques :

$$D_{\mu 0}^L(\phi, \theta, 0) = (-1)^\mu \sqrt{\frac{4\pi}{2L+1}} Y_{L\mu}(\theta, \phi) \quad (32)$$

$$\langle Y_{L\mu} \rangle = (-1)^\mu \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} \sum_{m=\mu-2}^2 \rho_{m, m-\mu} (L, \mu, 2, m-\mu | 2, m) (L 0 21 | 21) . \quad (33)$$

Comme dans cette expérience on ne connaît pas la charge des pions secondaires, le signe de la direction de la normale au plan de désintégration n'est pas déterminé, c'est-à-dire qu'on ne peut pas distinguer une direction  $(\theta, \phi)$  de la direction opposée  $(\pi - \theta, \phi + \pi)$ . Pour cette raison, la distribution angulaire  $I(\theta, \phi)$  n'est pas accessible directement, mais on mesure une distribution  $I'(\theta, \phi) = I(\theta, \phi) + I(\pi - \theta, \phi + \pi)$  où les angles  $\theta, \phi$  sont restreints maintenant à l'intervalle  $0 < \theta < \pi/2$  et  $0 < \phi < \pi$ .

En utilisant les propriétés de symétrie des harmoniques sphériques, on trouve alors que seuls les moments  $\langle Y_{L\mu} \rangle$  avec  $L$  et  $\mu$  pairs sont mesurables par la distribution angulaire  $I'(\theta, \phi)$ . Ce sont les moments qui figurent dans le tableau 9. Dans ce tableau, chaque moment à gauche est une combinaison linéaire des éléments de la matrice densité énumérés sur la même ligne à droite.

Tableau 9

Détermination des éléments de la matrice densité

Moments $\langle Y_{L\mu} \rangle$	Eléments de matrice $\rho_{mm'}$
$\langle Y_{00} \rangle$ $\langle Y_{20} \rangle$ $\langle Y_{40} \rangle$	$\rho_{00}$ $\rho_{11}$ $\rho_{22}$
$\langle Y_{22} \rangle$ $\langle Y_{42} \rangle$	$\rho_{1-1}$ $\rho_{20}$
$\langle Y_{44} \rangle$	$\rho_{2-2}$

Remarquons que la distribution angulaire est réelle. En explicitant les parties imaginaires des différents facteurs dans l'équation (28), on voit facilement que  $I(\theta, \phi)$  ne dépend que des parties réelles des éléments de la matrice densité. Par conséquent, les parties imaginaires ne peuvent pas être déterminées à l'aide de la distribution angulaire de la normale au plan de désintégration.

Rappelons finalement la paramétrisation de la matrice densité d'une particule de spin  $J = 2$ . Pour notre choix particulier du référentiel, où l'axe de quantification est parallèle à la direction du pion incident, la conservation de la parité à la production implique la symétrie suivante (cf. réf. 25) :

$$\rho_{mm'} = (-1)^{m-m'} \rho_{-m-m'} \quad (34a)$$

De plus, la matrice densité est hermitique et sa trace est normalisée à 1 :

$$\rho_{mm'}^* = \rho_{m'm} \quad (34b)$$

$$\text{Tr}(\rho) = 1 \quad (34c)$$

Les propriétés de symétrie (34) réduisent à huit les éléments de matrice indépendants; il y a quatre éléments complexes et quatre réels, c'est-à-dire douze paramètres :

$$\begin{array}{ll} \rho_{22} \ \rho_{11} \ \rho_{2-2} \ \rho_{1-1} & \text{réels,} \\ \rho_{21} \ \rho_{20} \ \rho_{2-1} \ \rho_{10} & \text{complexes.} \end{array}$$

Par conséquent, la matrice densité pour  $J = 2$  peut être paramétrisée comme suit :

$$\rho_{mm'} = \begin{pmatrix} \rho_{22} & \rho_{21} & \rho_{20} & \rho_{2-1} & \rho_{2-2} \\ \rho_{21}^* & \rho_{11} & \rho_{10} & \rho_{1-1} & -\rho_{2-1}^* \\ \rho_{20}^* & \rho_{10}^* & \rho_{00} & -\rho_{10}^* & \rho_{20}^* \\ \rho_{2-1}^* & \rho_{1-1} & -\rho_{10} & \rho_{11} & -\rho_{21}^* \\ \rho_{2-2} & -\rho_{2-1} & \rho_{20} & -\rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \quad (35)$$

La comparaison avec le tableau 9 montre qu'on n'obtient pas une solution complète pour la matrice densité.

## 5. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les données analysées dans ce travail ont été acquises pendant trois runs d'une durée totale d'environ dix jours (en juin, août et octobre 1969) représentant plus de  $10^6$  déclenchements. Les conditions cinématiques, qui sont légèrement différentes pour les trois parties, sont résumées dans le tableau 10.

Tableau 10

Echantillon	Angle de production $\theta$	Bande d'impulsion $p_4$ (GeV/c)	Nombre de déclenchements	Nombre d'événements reconstruits
Juin 1969	51,0-63,0°	0,440 - 0,600	$0,35 \times 10^6$	3065
Août 1969	51,0-63,0°	0,410 - 0,590	$0,45 \times 10^6$	2262
Octobre 1969	52,5-64,5°	0,465 - 0,575	$0,34 \times 10^6$	5749
Total			$1,14 \times 10^6$	11076

Dans ces runs, l'impulsion incidente est de  $p_{inc} = 7$  GeV/c. Ce choix a été dicté par les considérations suivantes :

- i) A plus basse énergie, l'acceptance géométrique pour la détection des particules secondaires diminue rapidement. A  $p_{inc} = 7$  GeV/c on a  $\epsilon_{geom.} = 74\%$ , une acceptance relativement élevée qui rend possible l'étude de la désintégration des états observés.
- ii) A plus haute énergie, la résolution expérimentale en masse effective devient moins favorable. Rappelons qu'à 7 GeV/c, on a  $(M_{3\pi}) = \pm 10$  MeV (cf. section 3). La structure du  $A_2$  étant extrêmement sensible à la résolution en masse (cf. réf. 11), il n'est pas possible de travailler à une énergie plus élevée.

L'ensemble des résultats présentés dans cette section est divisé en quatre parties, dont la première concerne les spectres de masse effective des dipions et tripions, et traitera en particulier de la structure du  $A_2$  et des résultats sur les états  $A_1$  et  $A_{1,5}$ . Dans la deuxième partie, nous présenterons notre analyse du diagramme de Dalitz et la détermination du spin et de la parité du  $A_2^L$  et  $A_2^H$ . Ensuite, nous discuterons dans la troisième partie la distribution angulaire de la normale au plan de désintégration et la détermination des éléments de matrice densité par la méthode des moments; cela nous permettra de tirer des conclusions sur le mécanisme de la production. Enfin, dans la quatrième partie, nous présenterons les résultats de cette expérience sur le canal de désintégration  $A_2^- \rightarrow K^0 K^-$ , qui est particulièrement intéressant parce qu'il limite fortement le choix des nombres quantiques possibles.

## 5.1 Spectres de masse effective

### 5.1.1 Structure du $A_2$

Les spectres de masse effective des tripions pour l'échantillon total sont montrés dans les figures 17 à 19. Tous ces spectres sont dominés par la présence du  $A_2$ , qui apparaît sur un bruit de fond de l'ordre de 50%.

La figure 17 montre les événements dans le voisinage du pic jacobien ( $470 < p_4 < 530$  MeV/c). Cet intervalle d'impulsion a la meilleure résolution en masse, la masse étant indépendante de la mesure du temps de vol. En effet, ce spectre montre une structure prononcée très semblable aux résultats plus anciens des expériences MMS et CBS <sup>11,12</sup>). La signification statistique du trou au centre du pic du  $A_2$  est de l'ordre de 2,5-3,0 écarts standard, une valeur relativement faible à cause de la statistique limitée.

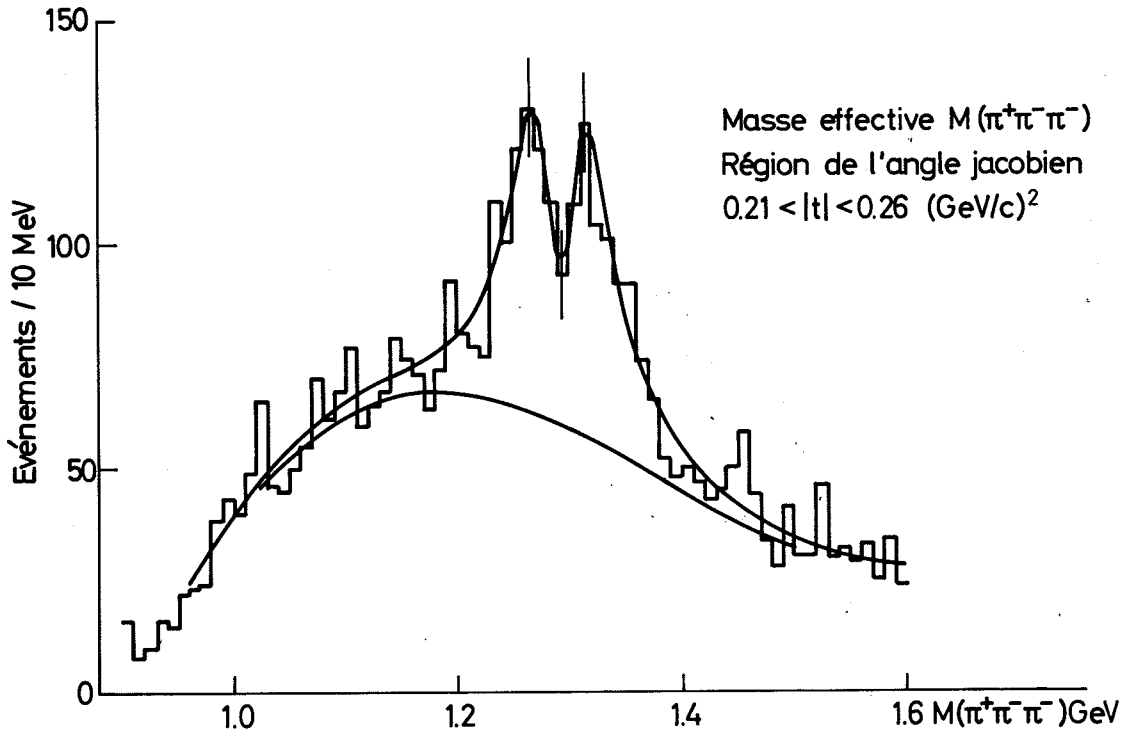


Fig. 17 : Spectre de masse effective  $M(\pi^+\pi^-\pi^-)$  des événements dans la région de l'angle "jacobien".

Le spectre de la figure 17 est bien reproduit par un ajustement d'un double pôle de masse  $M_0$  et de largeur  $\Gamma_0$  :

$$N(M) \sim \frac{\Gamma_0^2 (M - M_0)^2}{\left[ (M - M_0)^2 + \frac{\Gamma_0^2}{4} \right]^2} \quad (36)$$

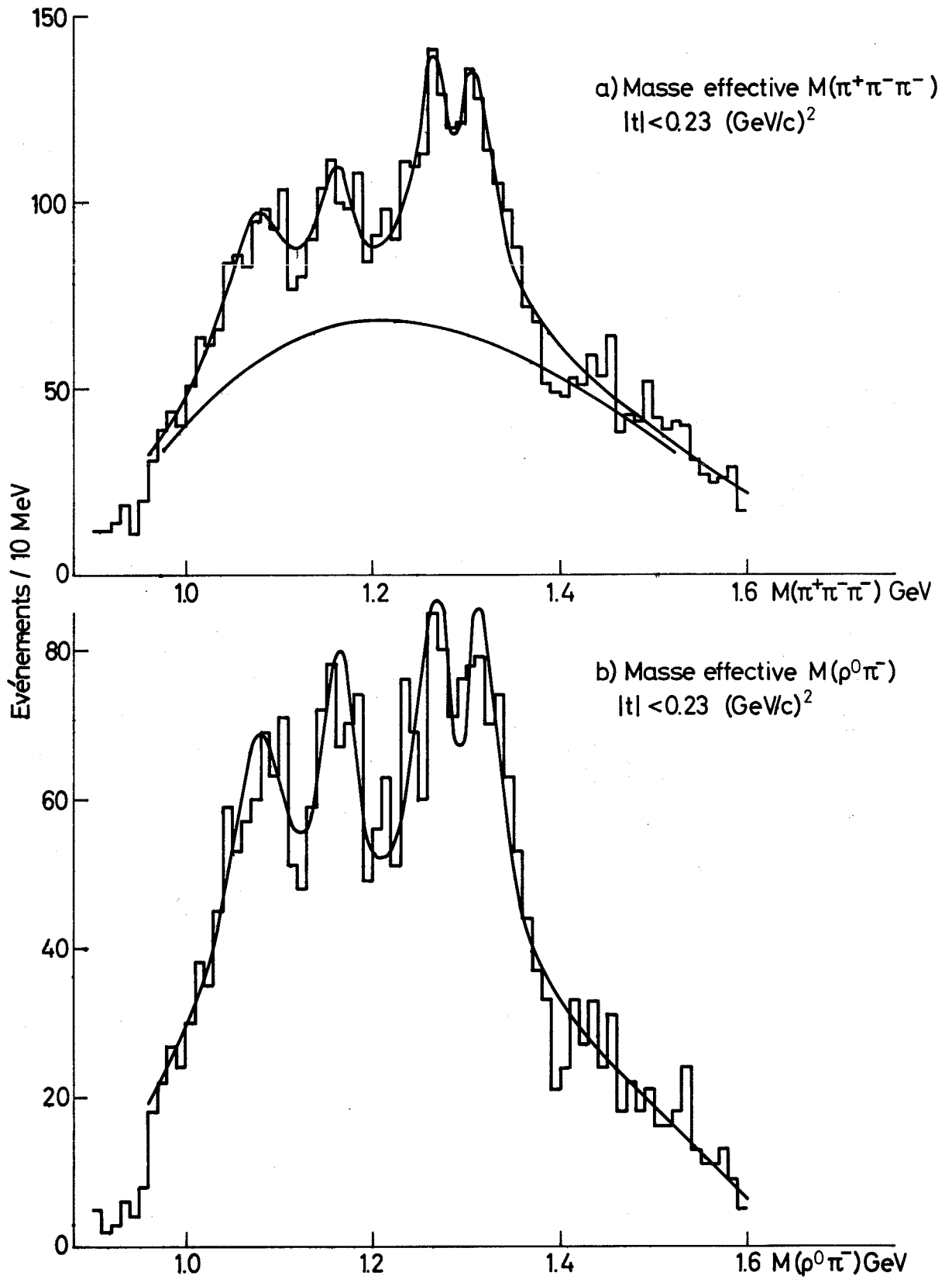


Fig. 18 : Sélection des événements à bas transfert d'impulsion :  
a) Masse effective  $M(\pi^+\pi^-\pi^-)$ ;  
b) Masse effective  $M(\rho^0\pi^-)$ .



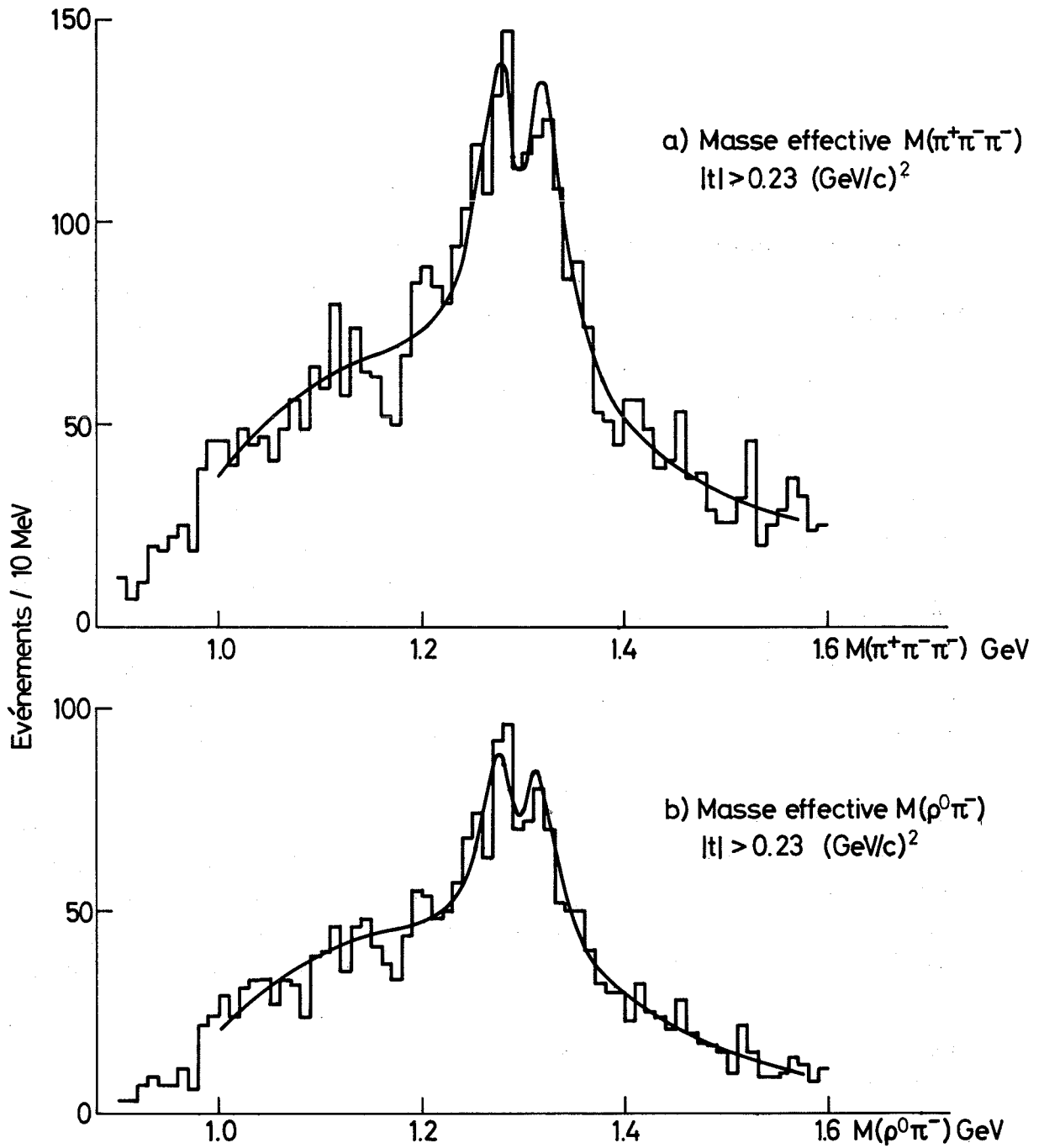


Fig. 19 : Sélection des événements à haut transfert d'impulsion :

a) Masse effective  $M(\pi^+\pi^-\pi^-)$ ;

b) Masse effective  $M(\rho^0\pi^-)$ .

Le bruit de fond est représenté par un polynôme en  $M$  du 4<sup>e</sup> ordre, dont les coefficients sont traités comme paramètres libres. L'ajustement par la méthode des moindres carrés donne ainsi :

$$M_0(A_2) = 1293 \pm 7 \text{ MeV} ,$$

$$\Gamma_0(A_2) = 37 \pm 5 \text{ MeV} ,$$

$$P(\chi^2) = 70\% .$$

L'erreur indiquée sur la masse du  $A_2$  inclut une erreur systématique de l'ordre de  $\pm 4$  MeV due à l'incertitude dans la valeur absolue de l'impulsion incidente. Les ajustements tiennent compte de la résolution expérimentale en masse.

### 5.1.2 Observation des états $A_1$ et $A_{1,5}$

Dans la figure 18, nous avons sélectionné les événements à basse impulsion du proton ayant  $p_u < 500$  MeV/c, correspondant à un transfert d'impulsion bas dans l'intervalle  $0,161 < |t| < 0,234$  (GeV/c)<sup>2</sup>, où la limite inférieure est donnée par la limite du premier intervalle de parcours (cf. tableau 4). Dans cette région du transfert d'impulsion, l'effet de Deck ne joue certainement plus de rôle important, puisqu'il n'est considéré prédominant que pour  $|t| < 0,1$ .

La coupure en  $t$  fait apparaître très nettement deux pics aux masses  $M = 1075$  MeV et  $1162$  MeV, que nous pouvons identifier avec les états  $A_1$  et  $A_{1,5}$  tels qu'ils sont observés par les expériences de chambres à bulles.

Nous avons estimé la signification statistique des deux pics en faisant des ajustements sous l'hypothèse qu'il s'agit de fluctuations statistiques seulement. Nous avons pris un polynôme du 4<sup>e</sup> ordre pour représenter le bruit de fond, y compris la région du  $A_1$  et du  $A_{1,5}$ , et un dipôle de la forme (36) pour tenir compte du  $A_2$ . Pour les spectres de masse  $M(\pi^+\pi^-\pi^-)$  et  $M(\rho^0\pi^-)$  de la figure 18, cette hypothèse est rejetée par un niveau de confiance très bas,  $P(\chi^2) < 10^{-4}$ .

Pour la sélection du  $\rho$  dans les figures 18b et 19b, nous avons posé la condition qu'au moins une des trois combinaisons  $M(\pi\pi)$  soit dans une bande du  $\rho$  avec les limites

$$0,710 < M(\pi\pi) < 0,810 \text{ GeV} .$$

La comparaison de 18a et 18b montre que les pics  $A_1$  et  $A_{1,5}$  sont fortement associés au  $\rho$ , leur rapport signal/fond étant augmenté pour cette sélection. Ceci confirme les résultats des chambres à bulles qui ont également établi le canal  $\rho\pi$  comme mode de désintégration principal.

La figure 19 montre les événements à plus haut transfert d'impulsion, obtenus par la sélection  $p_4 > 500$  MeV/c, correspondant à un intervalle  $0,234 < |t| < 0,285$  (GeV/c)<sup>2</sup>. Ces spectres ne montrent aucune structure étroite en dessous du  $A_2$ , mais plutôt l'indication d'une épaule autour de 1,1 GeV. Ceci indique que la section efficace du  $A_1$ , ainsi que celle du  $A_{1,5}$ , tombe avec  $|t|$  beaucoup plus rapidement que celle du  $A_2$ . Dans le cas du  $A_1$ , ce fait a souvent été observé expérimentalement.

Pour déterminer les paramètres du  $A_1$  et  $A_{1,5}$  nous avons fait des ajustements aux spectres de masse de la figure 18 dans l'intervalle  $0,95 < M(\pi^+ \pi^- \pi^-) < 1,60$  MeV, sous l'hypothèse d'un bruit de fond polynomial, d'un double pôle pour le  $A_2$  et de deux Breit-Wigner simples pour le  $A_1$  et le  $A_{1,5}$ . Tous les ajustements tiennent compte de la résolution en masse de  $(M_{3\pi}) = \pm 10$  MeV. Le khi carré favorise des largeurs élevées pour le  $A_1$  et le  $A_{1,5}$  en supprimant le bruit de fond à un niveau très bas, qui nous semble peu réaliste. Puisque la valeur de  $\chi^2$  ne dépend que faiblement des largeurs du  $A_1$  et  $A_{1,5}$ , nous avons fixé celles-ci, tout en laissant leurs masses libres, ainsi que la masse et la largeur du  $A_2$ . Pour le  $A_{1,5}$ , nous avons pris la largeur de  $\Gamma(A_{1,5}) = 28$  MeV donnée dans les tables de Berkeley<sup>9</sup>), tandis que le  $A_1$  paraît plus étroit dans nos spectres que dans la plupart des expériences de chambres à bulles pour lesquelles on trouve une moyenne mondiale de  $\Gamma(A_1) = 96 \pm 13$  MeV<sup>9</sup>). L'inspection des spectres de la figure 18 suggère une largeur  $\Gamma(A_1) = 70$  MeV; par conséquent, nous avons imposé cette valeur dans les ajustements. Les paramètres obtenus des ajustements aux différents spectres de masse sont résumés dans le tableau 11. Le bon niveau de confiance des fits des spectres à bas transfert d'impulsion,  $P(\chi^2) \geq 40\%$ , justifie *a posteriori* l'hypothèse sur la largeur du  $A_1$  et  $A_{1,5}$ .

Tableau 11

Résultats des ajustements aux spectres des tripions  
(les erreurs indiquées sont purement statistiques)

Sélection	M( $A_1$ )	$\Gamma(A_1)$	év.	M( $A_{1,5}$ )	$\Gamma(A_{1,5})$	év.	M( $A_2$ )	$\Gamma(A_2)$	év.	P( $\chi^2$ )
M( $3\pi$ ) $ t  < 0,23$	1074 $\pm 5$	70 fixé	540	1161 $\pm 5$	28 fixé	250	1289 $\pm 3$	31 $\pm 3$	1000	0,76
M( $\rho\pi$ ) $ t  < 0,23$	1078 $\pm 5$	70 fixé	420	1163 $\pm 5$	28 fixé	220	1292 $\pm 3$	35 $\pm 3$	670	0,40
M( $3\pi$ ) $ t  > 0,23$							1292 $\pm 2$	32 $\pm 2$	1020	0,03
M( $\rho\pi$ ) $ t  > 0,23$							1295 $\pm 3$	27 $\pm 3$	530	0,33

### 5.1.3 Spectres de masse des dipions

La figure 20 montre les spectres de masse  $M(\pi\pi)$  où il y a trois combinaisons par événement. La résolution en masse est ici  $(M_{2\pi}) = \pm 8$  MeV. A cause de la forme de l'espace de phase, qui a son maximum près de la masse du  $\rho$ , il est difficile d'estimer le rapport résonance/fond dans la région du  $\rho$ . Par conséquent, pour faire un ajustement, nous avons fixé la largeur du  $\rho$  à sa valeur dans les tables de Berkeley<sup>9</sup>). La forme de Breit-Wigner utilisée est la suivante :

$$N(M) \sim \frac{M_0 \Gamma}{(M_0^2 - M^2)^2 + M_0^2 \Gamma^2} , \quad (37a)$$

où la largeur dépend de l'énergie comme :

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{M_0}{M} \left( \frac{q}{q_0} \right)^{2\ell+1} , \quad (37b)$$

où  $q$  est l'impulsion des pions dans le centre de masse du  $\rho$ , et  $\ell$  est le moment cinétique orbital. Pour la désintégration du  $\rho$  on a  $\ell = 1$ .

Cet ajustement produit les courbes indiquées dans la figure 20, qui correspondent aux paramètres suivants :

$$M_0(\rho) = 761 \pm 3 \text{ MeV} ,$$

$$\Gamma_0(\rho) = 125 \text{ MeV (fixé)} ,$$

$$P(\chi^2) = 50\% .$$

Finalement, nous montrons dans la figure 21 la distribution  $M(2\pi)$  en fonction de  $M(3\pi)$  sous forme de diagramme de la densité en deux dimensions. Pour ne pas surcharger la figure, nous avons dessiné les données du run de juin 1969 seulement (30% du total). Ce diagramme montre de manière directe l'association du  $A_2$  avec le  $\rho$ . En effet, on voit une accumulation d'événements dans la région de recouvrement de la bande du  $A_2$  et du  $\rho$ . La figure 21 indique aussi les bandes du  $A_1$  et du  $A_{1,5}$ .

### 5.2 Analyse du diagramme de Dalitz pour $A_2^- \rightarrow \rho^0 \pi^-$

Afin de déterminer séparément le  $J^P$  du  $A_2^L$  et celui du  $A_2^H$ , nous avons analysé les diagrammes de Dalitz du système  $\pi^+ \pi^- \pi^-$  pour les différentes régions de masse. La charge des pions n'étant pas mesurée, chaque événement entre six fois dans le diagramme de Dalitz. Par conséquent, la distribution de la densité est la même dans chaque sextant; nous pouvons donc nous restreindre à l'analyse de la densité dans un sextant.

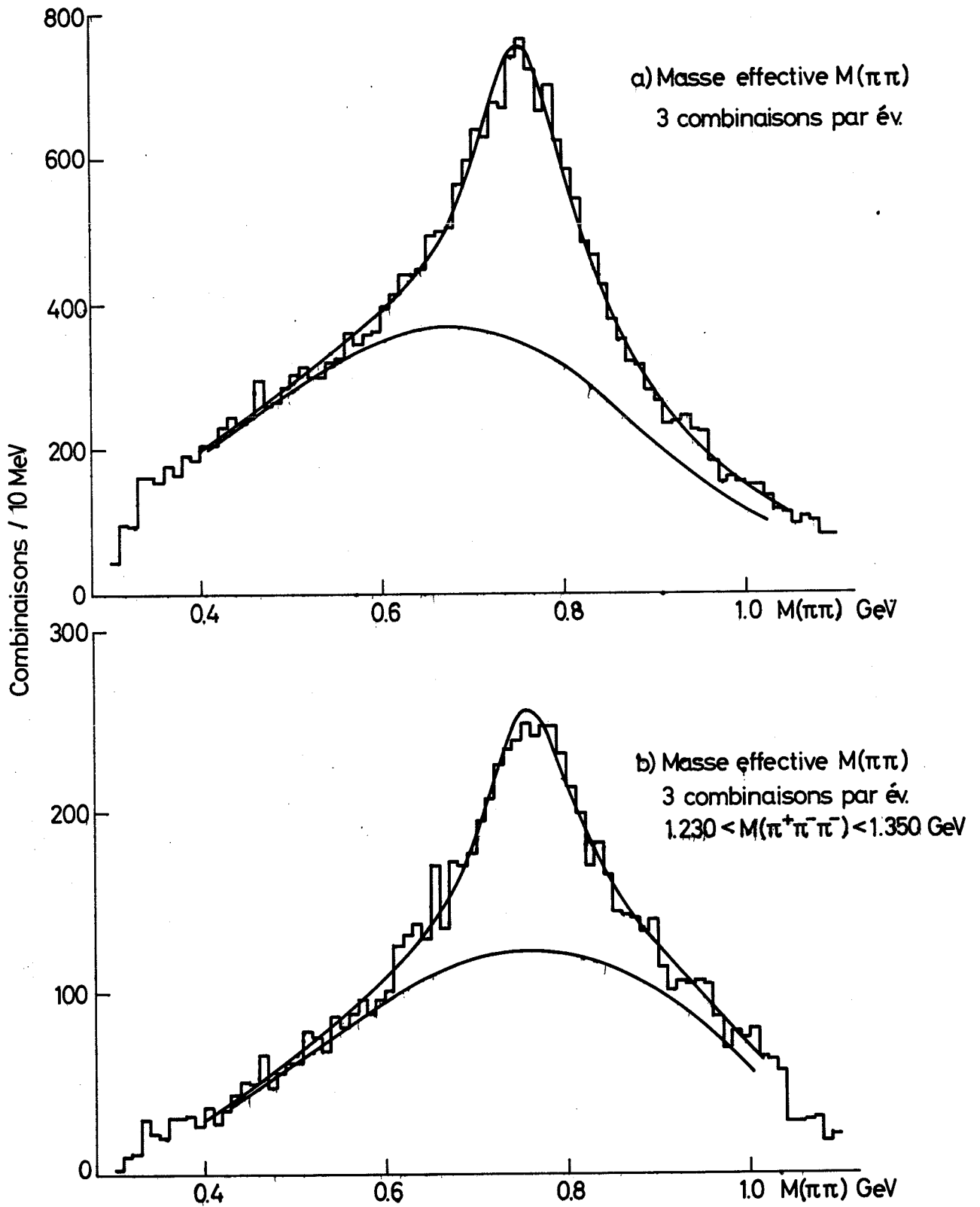


Fig. 20 : Spectre de masse effective  $M(\pi\pi)$  (trois combinaisons par événement) ;  
a) Tous les événements;  
b) Sélection des événements avec  $M(3\pi)$  dans la région du  $A_2$ .

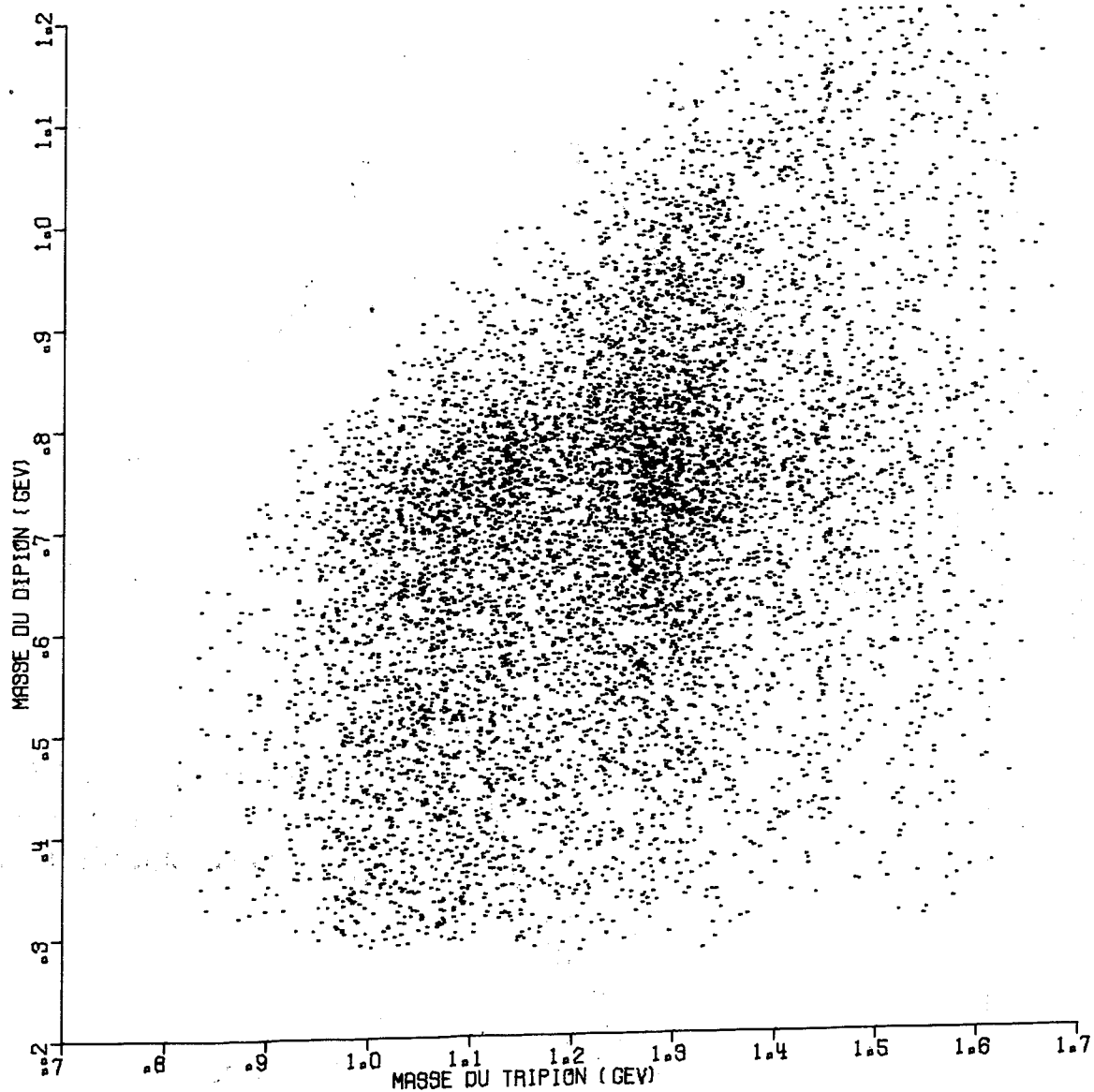


Fig. 21 : Masse effective  $M(2\pi)$  en fonction de  $M(3\pi)$  (données du run de juin 1969).

Comme exemple, nous montrons dans la figure 22 le diagramme de Dalitz pour la région de masse du  $A_2$  entière  $1,230 < M(\pi^+\pi^-\pi^-) < 1,350$  GeV, obtenu avec les données du run d'octobre 1969. Dans cette région de masse, l'échantillon total comprend  $\approx 3000$  événements, une statistique environ cinq fois plus élevée que celle d'une analyse préliminaire du CBS <sup>27)</sup> effectué en 1968.

Nous supposons que la densité sur le diagramme de Dalitz peut être représentée par une contribution de la résonance, correspondant à un état  $J^P$  bien défini, et un bruit de fond. Le fond est en partie dû aux événements avec trois pions dans l'état final produits directement, sans un état  $\rho\pi$  intermédiaire. Nous faisons l'hypothèse que ces événements sont répartis selon l'espace de phase statistique, c'est-à-dire qu'ils sont distribués uniformément sur le diagramme de Dalitz. D'autre part, il y a un bruit de fond en  $\rho\pi$ , que nous avons paramétrisé de manière différente dans les deux méthodes d'ajustement appliquées. Nous supposons pour les ajustements que les bandes du  $\rho$  du bruit de fond n'interfèrent pas avec les bandes du  $\rho$  de la partie résonante, de façon que la seule interférence possible est entre les bandes du  $\rho$  de la résonance (cf. paragraphe 4.2). La simplification qui consiste à négliger une éventuelle interférence entre la résonance et le bruit de fond du même  $J^P$  a été faite afin de réduire le nombre de paramètres libres dans les ajustements.

Sur le diagramme de Dalitz expérimental (fig. 22), on constate une accumulation d'événements dans le centre, qui coïncide pour la région de masse du  $A_2$  avec la région de recouvrement des bandes du  $\rho$ . Cette accumulation ne peut pas être expliquée entièrement par la somme incohérente des deux bandes du  $\rho$ , mais elle exige plutôt une interférence constructive entre elles. L'interférence de la partie résonante dépend de  $J^P$  : par exemple, elle est constructive pour  $J^P = 2^+$  et destructive pour  $J^P = 1^-$ . Dans ce dernier cas, la densité de la partie résonante disparaît au centre du diagramme de Dalitz.

Pour la détermination de  $J^P$  nous avons tout d'abord analysé la distribution de la densité par une méthode simplifiée, ne considérant que la variation de la densité en fonction de la distance au centre, en ignorant l'information de la distribution azimutale. Cette méthode sera décrite dans le paragraphe 5.2.1. Par la suite, une analyse plus poussée a été faite en utilisant toute l'information disponible du diagramme de Dalitz en deux dimensions. Cette méthode, présentée dans le paragraphe 5.2.2, permet de discerner entre des hypothèses dont la distribution radiale est très semblable, par exemple  $J^P = 2^+$  et  $J^P = 4^+$ .

### 5.2.1 Distributions radiales du diagramme de Dalitz<sup>28)</sup>

La distribution radiale a été étudiée comme fonction de la variable  $s = (r/R)^2$ , qui est le carré de la distance relative jusqu'au centre du diagramme de Dalitz

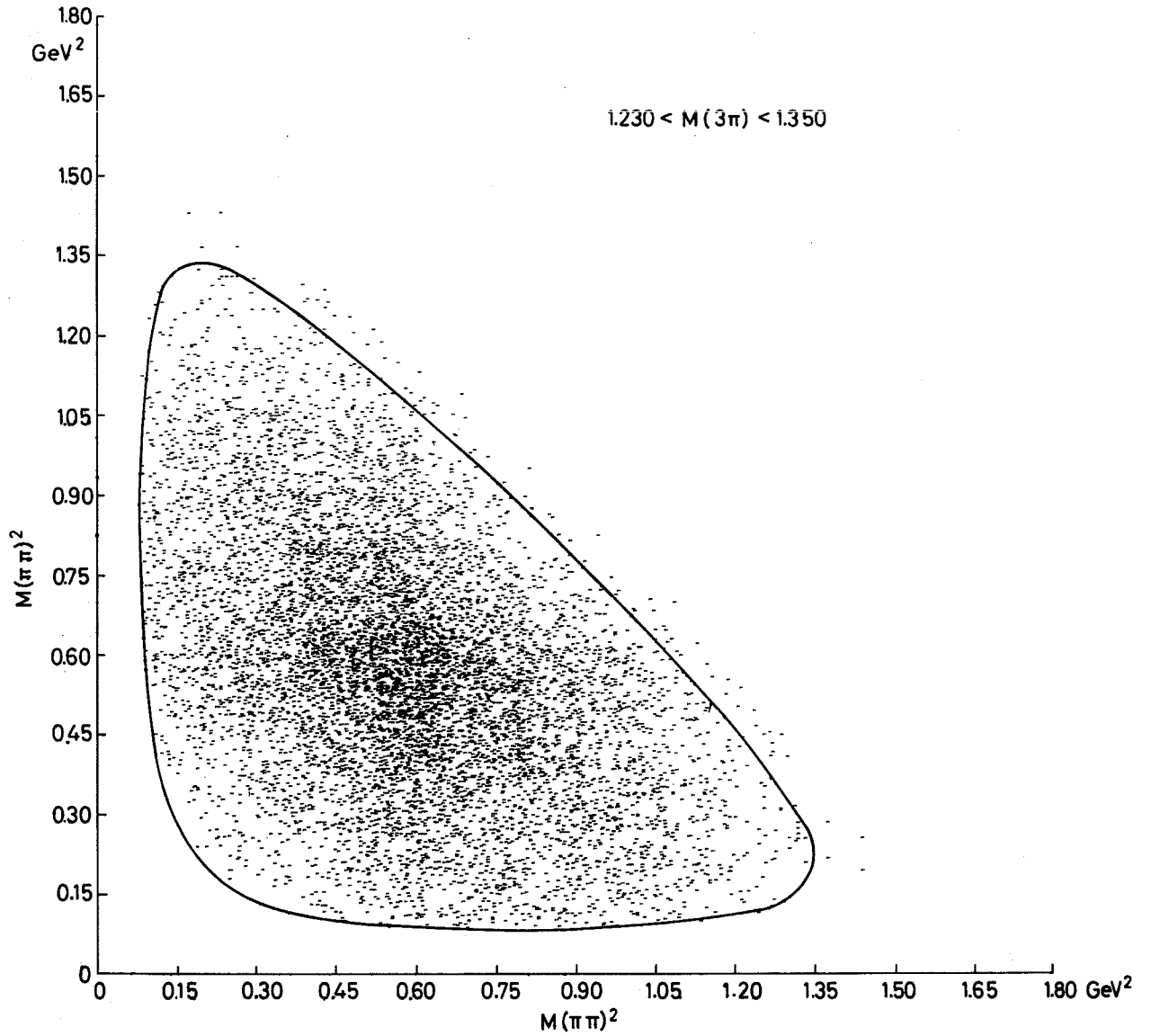


Fig. 22 : Diagramme de Dalitz des données du run d'octobre 1969 (six points par événement).



(voir définition de  $s$  à la page 32). La figure 23a montre les distributions expérimentales pour  $A_2^L(1230-1285)$  et  $A_2^H(1295-1350)$ . Ces distributions sont normalisées de façon à contenir le même nombre d'événements. Ils se montrent aucune différence non compatible avec les erreurs statistiques. Les événements de la région du trou dans le pic du  $A_2$  (1275-1305 MeV) ont été analysés séparément, et leur distribution radiale ne montre aucune différence significative en comparaison avec celle du  $A_2^L$  et  $A_2^H$ .

Les distributions théoriques pour  $J^P = 1^-$  et  $2^+$  sont montrées dans la figure 23b. On voit que ces deux hypothèses sont radicalement différentes au centre, où la densité pour  $J^P = 1^-$  tend vers zéro, tandis que  $J^P = 2^+$  montre une accumulation très prononcée qui semble très proche de la distribution expérimentale.

Nous représentons la densité radiale comme une somme incohérente d'une partie résonante  $R(J^P)$  avec un  $J^P$  bien défini et un fond non résonant. Nous faisons l'hypothèse que le bruit de fond est composé de deux contributions : un espace de phase  $\rho\pi$ ,  $B(\rho\pi)$ , et un espace de phase  $3\pi$ ,  $B(3\pi)$ , correspondant à une distribution uniforme sur le diagramme de Dalitz. Nous n'avons pas considéré une interférence éventuelle entre la résonance et le bruit de fond. La densité totale  $D$  est alors paramétrisée comme :

$$D = \alpha R(J^P) + (1 - \alpha) [\beta B(\rho\pi) + (1 - \beta) B(3\pi)] , \quad (38)$$

où  $\alpha$  est la fraction de résonance et  $\beta$  est la fraction de bruit de fond  $B(\rho\pi)$  par rapport au bruit de fond total.

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent être estimés à l'aide des spectres de masse effective. Dans les spectres  $M(\pi^+\pi^-\pi^-)$  des figures 18a et 19a, l'ajustement d'un dipôle sur un bruit de fond polynomial donne une fraction de résonance :

$$\alpha = 0,45 \pm 0,05 .$$

D'autre part,  $\beta$  est déterminé à l'aide des spectres de masse  $M(\pi\pi)$  des événements dans les régions de contrôle qui ont été choisies dans les limites suivantes :

$$C1: 1170 < M(\pi^+\pi^-\pi^-) < 1230 \text{ MeV} ,$$

$$C2: 1350 < M(\pi^+\pi^-\pi^-) < 1410 \text{ MeV}$$

Les régions de contrôle sont supposées contenir seulement du bruit de fond, la contribution du  $A_2$  y étant négligeable. Le paramètre  $\beta$  est alors donné par le rapport signal/fond du pic du  $\rho$  dans ces régions. Expérimentalement, on trouve :

$$\beta = 0,5 \pm 0,1 .$$

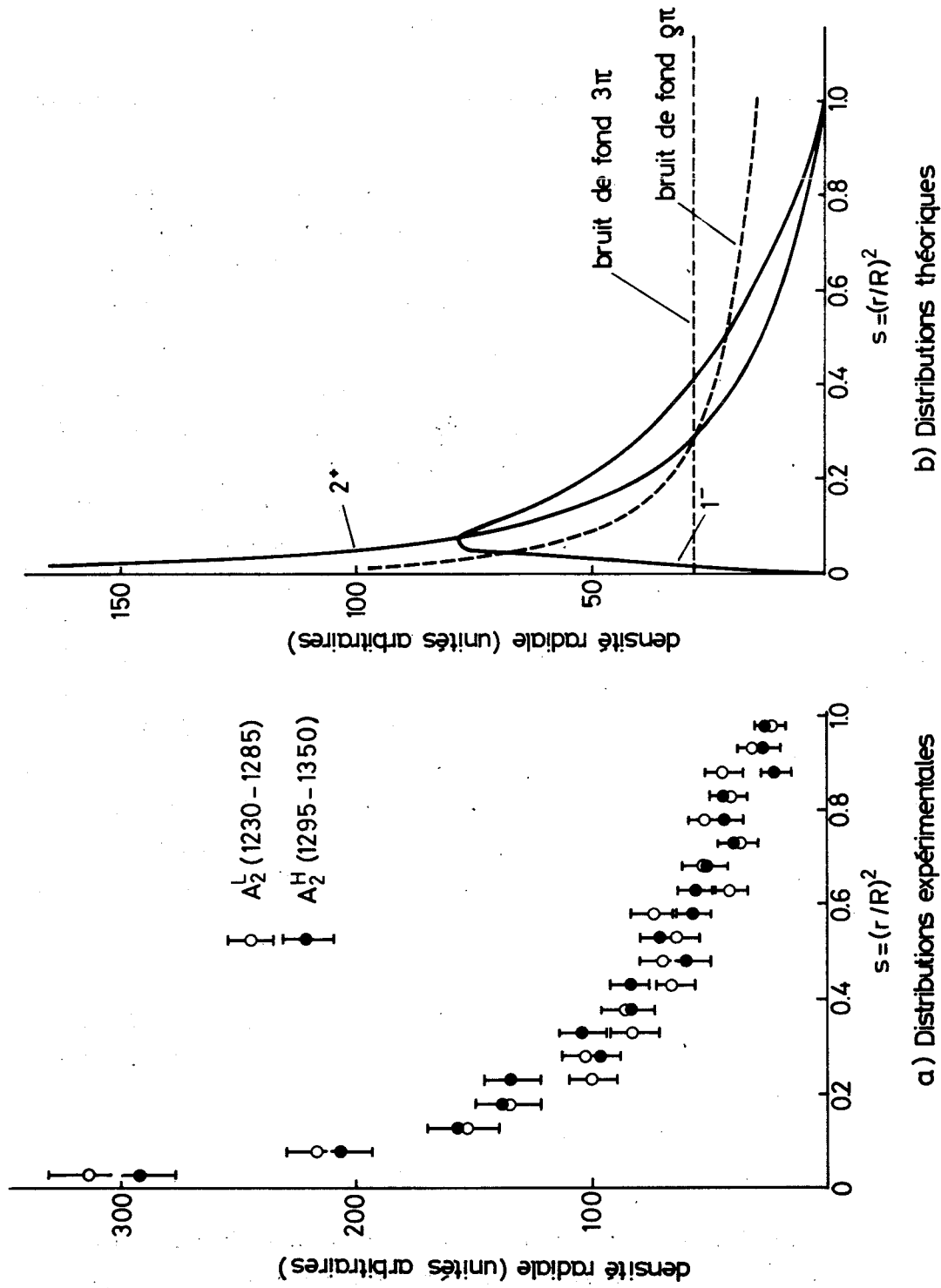


Fig. 23 : Analyse de la distribution radiale sur le diagramme de Dalitz :

- a) Distribution expérimentale pour  $A_2^L$  et  $A_2^H$ ;
- b) Distribution théorique pour les hypothèses  $J^P = 1^-$  et  $2^+$ , ainsi que pour le bruit de fond  $3\pi$  et  $g\pi$ .

Comme contrôle, on peut évaluer le rapport signal/fond du  $\rho$  pour la région du  $A_2$ , où le  $\rho$  est dû d'une part à la désintégration du  $A_2$  et d'autre part au bruit de fond. On trouve une bonne correspondance pour  $\beta$  compte tenu de l'incertitude de la soustraction du bruit de fond.

Les valeurs de  $\chi^2(\alpha, \beta)$  en fonction des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  ont été calculées pour les hypothèses  $J^P = 1^-, 1^+(s), 1^+(d), 2^-(p), 2^-(f),$  et  $2^+$ . La figure 24 montre  $\chi^2$  en fonction de la fraction de résonance  $\alpha$  pour les hypothèses  $J^P = 1^-$  et  $2^+$ . Les bandes hachurées correspondent à différentes compositions du bruit de fond ( $0,4 < \beta < 0,6$ ), et les limites expérimentales en  $\alpha$  sont indiquées par les lignes verticales en pointillé. Il est apparent, sur la figure 24, que l'hypothèse  $J^P = 2^+$  donne une bonne description de la distribution radiale du  $A_2^L$  et  $A_2^H$  tandis que  $J^P = 1^-$  est incompatible avec les données dans ces deux régions de masse. Il est intéressant de noter que le minimum du  $\chi^2$  pour l'hypothèse  $J^P = 2^+$  est en très bon accord avec le rapport signal/fond dans les spectres de masse. De plus, la figure 24 montre que l'hypothèse  $J^P = 2^+$  est préférée dans un large domaine de variation du paramètre  $\beta$ , c'est-à-dire indépendamment de la composition du bruit de fond.

Le tableau 12 résume les résultats des ajustements pour les différentes hypothèses. Les assignements  $J^P = 1^-, 1^+$  et  $2^-$  sont rejetés à cause d'un niveau de confiance extrêmement bas,  $P(\chi^2) \ll 10^{-4}$ , tandis que  $J^P = 2^+$  donne un bon ajustement,  $P(\chi^2) \approx 0,2$ . Les distributions radiales ne permettent pas d'éliminer l'hypothèse  $J^P = 4^+$ , la courbe théorique étant très proche de celle pour  $J^P = 2^+$  et les  $\chi^2$  étant comparables dans les deux cas. Nous tenterons de discriminer entre les deux hypothèses en utilisant aussi l'information azimutale sur le diagramme de Dalitz à l'aide d'un ajustement en deux dimensions décrit dans le paragraphe 5.2.2.

La préférence pour  $J^P = 2^+$  est une propriété spécifique de la région de masse du  $A_2$ . Les régions de contrôle adjacentes sont bien décrites par un bruit de fond pur et sans aucune contribution de résonance, c'est-à-dire par la paramétrisation (38) avec  $\alpha = 0$  et  $\beta = 0,5$ .

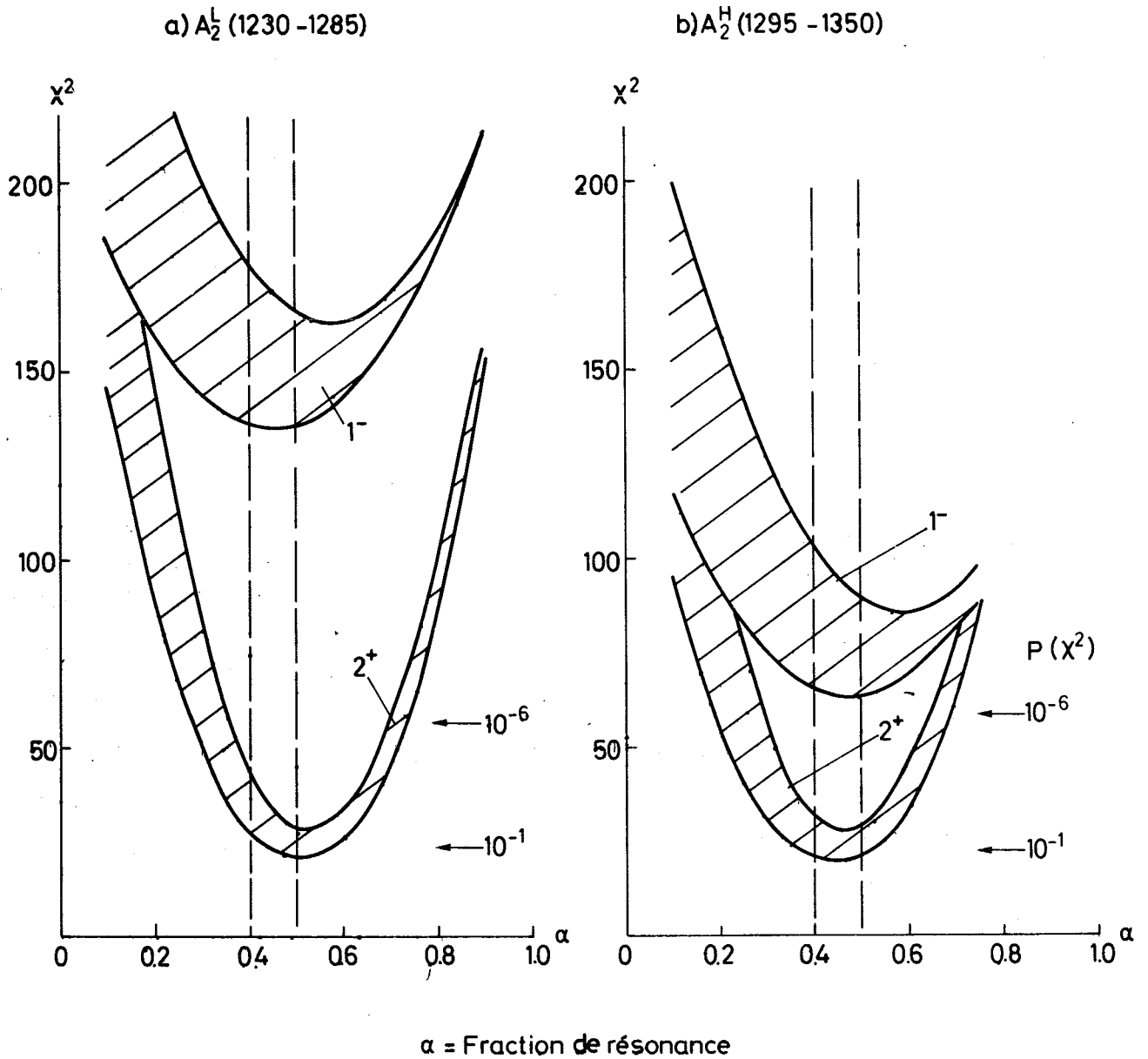


Fig. 24 : Niveau de confiance  $P(\chi^2)$  pour les hypothèses  $J^P = 1^-$  et  $2^+$ , en fonction de la fraction de résonance.

Tableau 12

$\chi^2$  pour différents spins-parités dans la région de masse du  $A_2$   
(fraction de résonance  $\alpha = 0,5$ , fraction de bruit de fond  $\rho\pi \beta = 0,5$ )

Région de masse	Hypothèse	$\chi^2$ (16 deg. lib.)	$P(\chi^2)$
$A_2^L$ (1230-1285)	$1^-$	150,2	} $\ll 0,01\%$
	$1^+$ (s)	137,3	
	$1^+$ (d)	304,9	
	$2^-$ (p)	140,5	
	$2^-$ (f)	287,2	
	$2^+$	22,6	12,5%
$A_2^H$ (1295-1350)	$1^-$	76,4	} $\ll 0,01\%$
	$1^+$ (s)	88,8	
	$1^+$ (d)	231,7	
	$2^-$ (p)	95,1	
	$2^-$ (f)	232,1	
	$2^+$	23,2	10,8%

### 5.2.2 Ajustement au diagramme de Dalitz en deux dimensions

Pour pouvoir discriminer entre les hypothèses  $J^P = 2^+$  et  $4^+$ , nous avons utilisé l'information entière du diagramme de Dalitz en faisant un ajustement en deux dimensions par la méthode du maximum de vraisemblance.

Nous avons utilisé une différente paramétrisation du bruit de fond : le terme  $B(\rho\pi)$  de l'équation (38), correspondant à un espace de phase  $\rho\pi$ , est remplacé ici par une somme de différents  $J^P$  du système  $\rho\pi$ . Le poids de chaque terme dans la somme est considéré comme paramètre libre. Ainsi, la fonction ajustée est donnée par la somme incohérente :

$$D = cB(3\pi) + \sum_{J^P} \alpha(J^P) R(J^P) , \quad (39)$$

où les paramètres  $\alpha$  sont les poids des contributions des différents  $J^P$ , et  $c$  est la fraction de bruit de fond  $3\pi$ . Dans l'équation (39), on néglige une interférence possible entre la résonance et la partie du bruit de fond avec le même  $J^P$ . La méthode du maximum de vraisemblance consiste à trouver les valeurs  $c$  et  $\alpha$  telles que la fonction de vraisemblance soit maximum, ou que le logarithme négatif soit minimum :

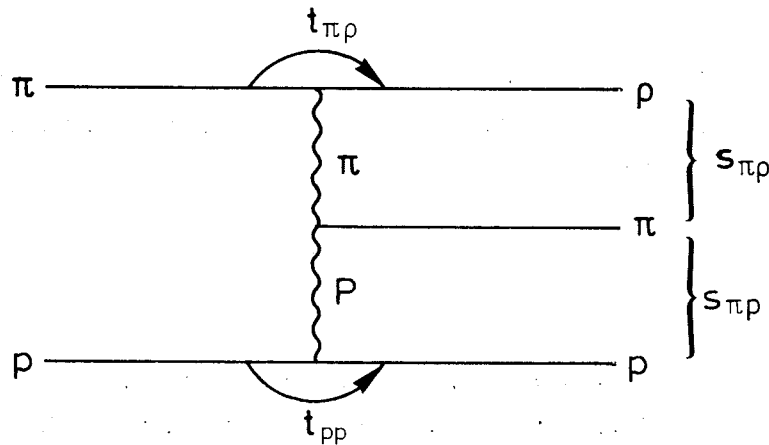
$$-\log \mathcal{L}(c, \alpha) = - \sum_{i=1}^N \log D_i = \min. \quad (40)$$

Ici,  $D_i$  est la fonction de probabilité (39) normalisée, évaluée pour l'événement  $i$ , et la sommation s'étend sur tous les  $N$  événements.

Les fractions  $\alpha(J^P)$  des contributions de  $J^P = 1^-, 1^+(s), 1^+(d), 2^-(p), 2^-(f)$  et  $2^+$  ont été déterminées en fonction de la masse  $M(3\pi)$ . Nous avons trouvé que la contribution de  $J^P = 0^-$  est négligeable dans la région de masse du  $A_2$ ; par conséquent, nous avons omis ce terme dans l'analyse finale afin de réduire le nombre des paramètres libres. Les résultats de cette analyse sont montrés dans la figure 25 et dans le tableau 13. La fraction de  $J^P = 2^+$  montre nettement une structure due à la contribution du  $A_2$ , tandis que la fraction de  $J^P = 1^-$  et  $1^+$  ne varie que lentement dans la région de masse du  $A_2$ ; la fraction de  $J^P = 2^-$  est compatible avec zéro dans tout l'intervalle. Le fait que l'amplitude  $J^P = 2^+$  domine dans la région entière du  $A_2^L$  et  $A_2^H$  confirme par une différente méthode les résultats de l'analyse de la distribution radiale.

La seule autre amplitude qui contribue substantiellement est  $J^P(\rho) = 1^+(s)$  qui monte jusqu'à environ 60% dans la région de 1,15 GeV, c'est-à-dire dans la région du  $A_{1,5}$ . Cependant, le rapport signal/fond de ce pic n'est que de l'ordre de 40% (cf. fig. 18); pour cette raison, il est probable que le bruit de fond dans cette région de masse contient une large fraction de  $J^P(\rho) = 1^+(s)$ .

Cette observation est en accord avec le modèle de l'effet de Deck "reggéisé"<sup>29</sup>). Dans le cadre de la théorie de Regge généralisée aux réactions à plusieurs particules dans l'état final, la réaction  $\pi p \rightarrow p p \pi$  est supposée correspondre à un diagramme de la forme :



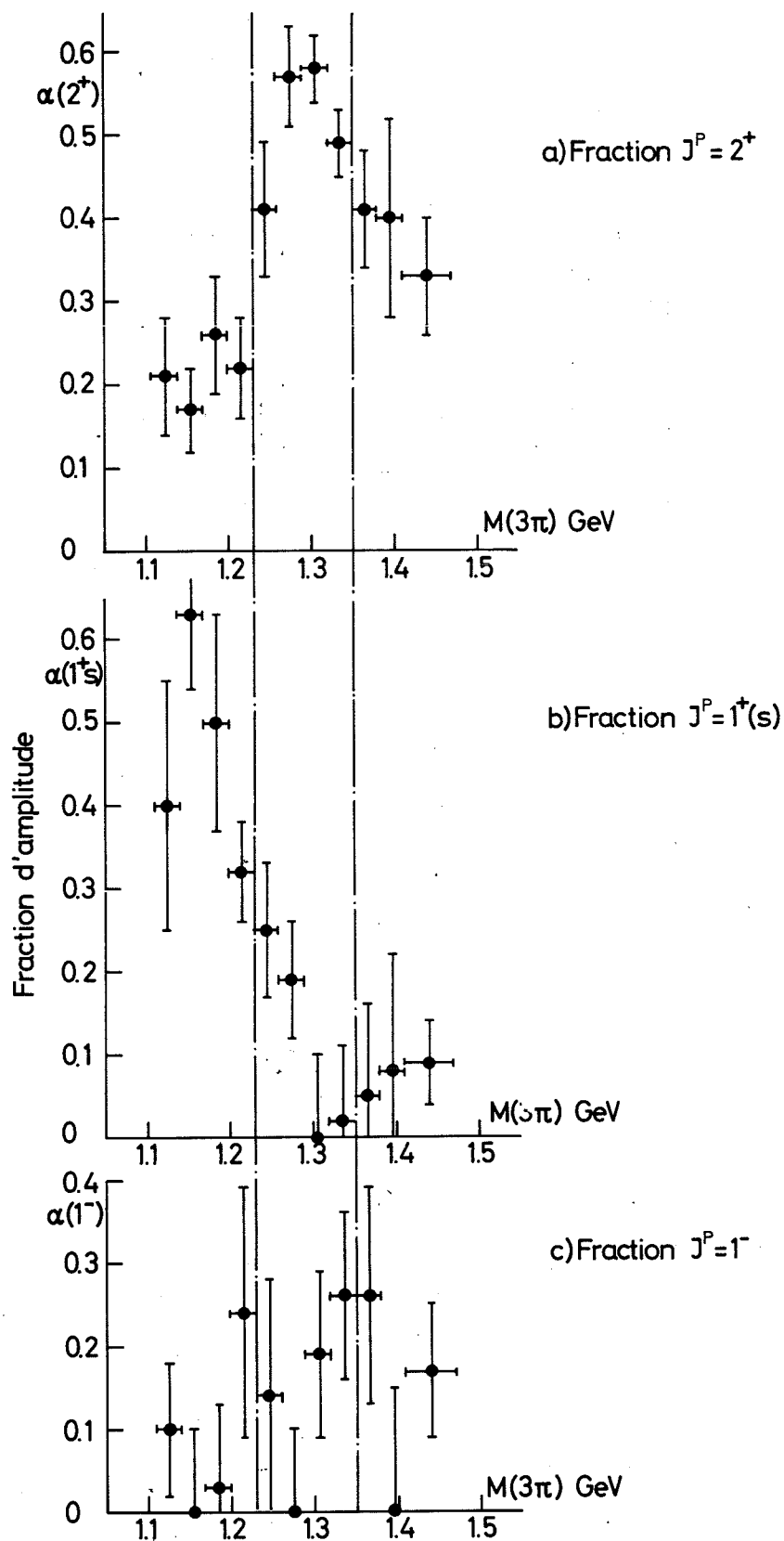


Fig. 25 : Ajustement par la méthode du maximum de vraisemblance :  
Fraction des amplitudes  $J^P = 2^+$ ,  $1^+(s)$  et  $1^-$  en fonction de la masse.

Tableau 13

Pourcentage des différentes amplitudes en fonction de la masse

Région de masse	1,11-1,14	1,14-1,17	1,17-1,20	1,20-1,23	1,23-1,26	1,26-1,29	1,29-1,32	1,32-1,35	1,35-1,38	1,38-1,41	1,41-1,47
Fond constant	26 ± 10	20	20	23 ± 7	20	23 ± 5	21 ± 5	24 ± 5	28 ± 7	49 ± 12	29 ± 5
1 <sup>-</sup>	10 ± 8	< 10	3 + 10 3 - 3	24 ± 15	14 ± 14	< 10	19 ± 10	26 ± 10	26 ± 13	< 15	17 ± 8
1 <sup>+</sup> (s)	40 ± 15	63 ± 9	50 ± 13	32 ± 6	25 ± 8	19 ± 7	< 10	2 + 9 2 - 2	5 + 11 5 - 5	8 + 14 8 - 8	9 ± 5
1 <sup>+</sup> (d)	4 + 12 4 - 4	< 10	< 10	< 10	< 10	< 10	3 + 10 3 - 3	< 10	< 10	< 15	< 10
2 <sup>-</sup> (p)	< 10	< 10	< 10	< 10	< 10	< 10	< 10	< 10	< 10	3 + 6 3 - 3	12 ± 5
2 <sup>-</sup> (f)	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5	< 10	< 5
2 <sup>+</sup>	21 ± 7	17 ± 5	26 ± 7	22 ± 6	41 ± 8	57 ± 6	58 ± 4	49 ± 4	41 ± 7	40 ± 12	33 ± 7
P(X <sup>2</sup> )	0,12	0,10	0,15	0,22	0,13	0,33	0,07	0,32	0,03	0,09	0,66
Nombre d'événements	445	462	518	536	666	798	781	615	419	292	585



Une décomposition en ondes partielles de l'amplitude correspondante a été faite par Frogatt et Ranft<sup>29</sup>). Ces auteurs trouvent une dominance de l'amplitude  $J^P(\ell) = 1^+(s)$  dans la région de masse du  $A_1$ , où elle contribue d'environ 75% à la section efficace. Ceci est consistant aussi avec les mesures de  $J^P$  du  $A_1$  dans les expériences de chambres à bulles [cf. par exemple, Chung et al.<sup>30</sup>]. Cependant, ces expériences n'ont pas permis, à l'heure actuelle, d'exclure l'alternative  $J^P(\ell) = 2^-(p)$ , amplitude qui est peu importante (compatible avec zéro) dans nos données.

Nous avons également tenté de faire la discrimination entre les hypothèses  $J^P = 2^+$  et  $J^P = 4^+$  en ajoutant ce dernier terme dans la somme (39). Rappelons que pour un état se désintégrant simultanément en  $\rho\pi$  et en  $K\bar{K}$  les seuls assignements possibles sont  $J^P = 2^+, 4^+, \dots$ ; les spins élevés sont cependant moins probables parce que le  $A_2$  est relativement près du seuil de la désintégration en  $K\bar{K}$ , où le comportement de l'amplitude supprime les valeurs élevées du moment cinétique orbital. Cependant, cet argument est purement qualitatif et n'exclue certainement pas l'hypothèse  $J^P = 4^+$ . Pour cette raison, il est d'autant plus intéressant de comparer cette hypothèse de manière directe avec le diagramme de Dalitz du système  $\rho\pi$ .

La distribution de la densité en deux dimensions est toujours assez semblable dans les deux cas et ne peut être distinguée qu'avec une statistique élevée. A cause de cette difficulté, nous avons fait les ajustements dans des intervalles de masse plus larges (60 MeV) couvrant la région du  $A_2^L(1230-1290)$  et du  $A_2^H(1290-1350)$ , où chaque intervalle contient  $\sim 1400$  événements. Le tableau 14 montre la fraction d'amplitude de chaque  $J^P$ . Pour le  $A_2^L$ , une petite fraction (6%) de l'amplitude  $J^P = 2^+$  est maintenant remplacée par  $4^+$ , mais la fraction de  $J^P = 4^+$  est compatible avec zéro pour les deux pics. La fraction des autres amplitudes est très semblable à la reconstitution qui n'inclut pas le terme  $J^P = 4^+$ . En particulier  $J^P = 2^+$  domine toujours dans la région entière du  $A_2$ .

L'analyse de la distribution radiale par la méthode des moindres carrés, et de la distribution de densité en deux dimensions par la méthode du maximum de vraisemblance, donne ainsi des résultats consistants; elle préfère nettement  $J^P(A_2^L) = J^P(A_2^H) = 2^+$ , les hypothèses  $J^P = 1^-, 1^+, 2^-,$  et  $4^+$  n'étant pas compatibles avec les données.

Tableau 14.

Résultats des reconstructions  
avec un terme  $J^P = 4^+$  dans la région du  $A_2$

Region de masse	1,23 - 1,29	1,29 - 1,35
Fond constant	20	25 ± 5
$1^-$	< 5	18 ± 10
$1^+(s)$	23 ± 4	2 ± 5 - 2
$1^+(d)$	< 5	< 5
$2^-(p)$	< 5	< 5
$2^-(f)$	< 5	< 5
$2^+$	51 ± 9	55 ± 8
$4^+$	6 ± 8 - 6	< 10
$P(\chi^2)$	0,02	0,25
Nombre d'événements	1449	1391

### 5.3 Distributions angulaires

La distribution des angles polaires  $\theta$ ,  $\phi$  de la normale au plan de désintégration est montrée dans la figure 26 pour différentes régions de masse  $M(3\pi)$ . Puisque nous ne connaissons pas la charge des pions et ne faisons pas d'identification du  $\rho$ , le signe de la direction de la normale n'est pas déterminé, de sorte que la distribution angulaire est restreinte au domaine  $0 < \cos \theta < 1$  et  $0 < \phi < \pi$ . La figure 26 montre qu'il y a une variation très nette de ces distributions dans la région de masse du  $A_2$ .

Nous avons analysé la distribution angulaire à l'aide de la méthode des moments décrite dans le paragraphe 4.3. Tout d'abord, pour obtenir un échantillon non biaisé, nous avons corrigé la distribution expérimentale par la fonction d'acceptance du système que nous avons déterminée avec un programme de Monte Carlo. La fonction d'acceptance dépend de  $\cos \theta$ ,  $\phi$  et aussi de la masse  $M(3\pi)$ . L'échantillon ainsi corrigé n'est plus biaisé, et nous pouvons calculer les moments simplement comme :

$$\langle D \rangle = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^N w_i D_i, \quad (41)$$

si  $w_i$  est le poids d'un événement individuel,  $W = \sum w_i$  est le poids total, et  $D_i = D_{MO}^L(\phi_i, \theta_i, 0)$  la valeur d'une fonction de rotation pour l'événement  $i$ .

L'erreur des moments peut être estimée par la variance gaussienne :

$$\delta \langle D \rangle = \frac{1}{\sqrt{W}} \left[ \frac{1}{W} \sum_{i=1}^N w_i D_i^2 - \langle D \rangle^2 \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (42)$$

Comme conséquence de l'ignorance du signe de la direction de la normale, tous les moments  $\langle D_{MO}^L \rangle$  sont nuls lorsque  $L$  ou/et  $M$  sont impairs. Cette même propriété est impliquée aussi par l'hypothèse de la conservation de la parité. La figure 27 montre alors la valeur des moments avec  $L, M$  pair en fonction de la masse. Ces moments montrent une variation très significative, en particulier  $\langle D_{00}^2 \rangle$  et  $\langle D_{20}^4 \rangle$  dépendent fortement de la masse. Sous l'hypothèse que le pic de  $\langle D_{20}^4 \rangle$  est dû au  $A_2$ , on peut conclure immédiatement que :

$$J(A_2^L) \text{ et } J(A_2^H) \geq 2 ,$$

parce que tous les moments d'ordre  $L > 2J$  sont nuls. Ceci confirme de manière indépendante les résultats de l'analyse du diagramme de Dalitz.

Pour obtenir les éléments de matrice densité sous l'hypothèse  $J^P = 2^+$ , nous avons soustrait des moments un bruit de fond que nous avons pris comme moyenne des régions de masse adjacentes à la région du  $A_2$  (1110-1230 MeV et 1350-1470 MeV).

Le tableau 15 donne les résultats pour tous les éléments de matrice qui peuvent être déterminés à l'aide de la distribution angulaire. Les erreurs sont dues principalement à l'incertitude dans la soustraction du bruit de fond, et dans une moindre mesure aux erreurs statistiques. Par conséquent, ils ont été calculés empiriquement en variant le bruit de fond à des niveaux extrêmes. Le tableau 15 montre qu'il n'y a pas de différence significative dans les éléments de matrice pour  $A_2^L$  et  $A_2^H$ . Seul l'élément  $\rho_{11}$  diffère pour les deux états, mais de manière peu significative ( $\approx 1,5$  écarts standard).

Le modèle d'échange d'un méson dans sa version simple donne des contraintes pour les valeurs possibles des éléments de matrice<sup>31)</sup>. En particulier, pour l'échange d'un méson de parité naturelle  $P = (-1)^J$  (par exemple un  $\rho$ ), ce modèle implique que :

$$\rho_{0m} = \rho_{m0} = 0 . \quad (43a)$$



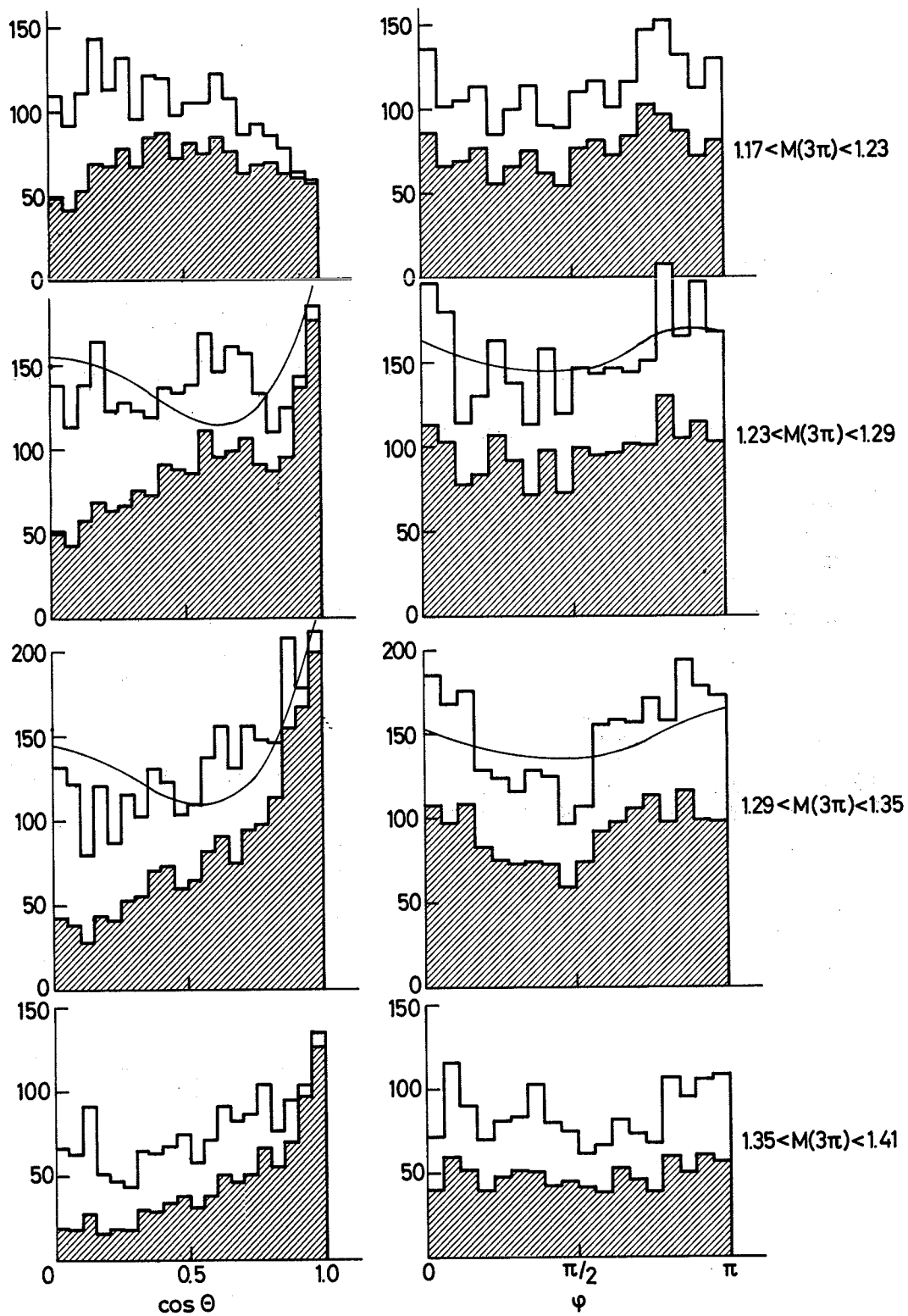


Fig. 26 : Distribution angulaire de la normale au plan de désintégration pour différentes régions de masse. Les courbes sont les prévisions du modèle d'échange d'un  $\rho^0$ . Les histogrammes hachurés sont les distributions sans la correction pour l'acceptance du système.

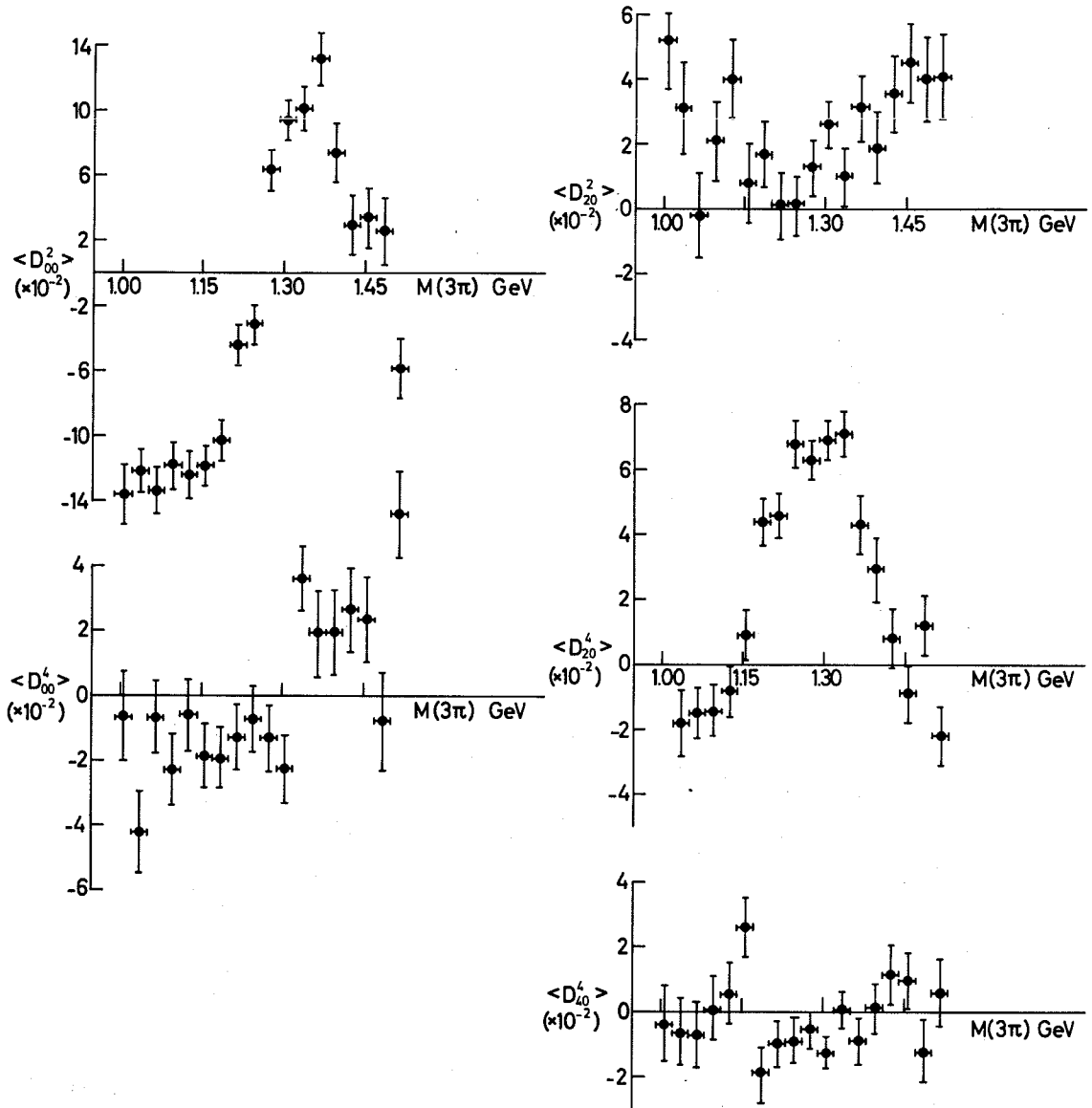


Fig. 27 : Moments de la distribution angulaire en fonction de la masse.

En outre, si la particule échangée est un  $\rho$ , on obtient :

$$\rho_{2m} = \rho_{m2} = 0 \quad . \quad (43b)$$

Les seuls éléments de matrice non nuls sont alors  $\rho_{11}$  et  $\rho_{1-1}$ , qui sont réels. Dans ce cas, la condition  $\text{Tr}(\rho) = 1$  donne immédiatement  $\rho_{11} = 0,5$  tandis que  $\rho_{1-1}$  est arbitraire.

Les valeurs trouvées dans cette expérience paraissent indiquer que la production du  $A_2^-$  ne peut pas être décrite par le modèle d'échange d'un  $\rho$ . En particulier, la valeur de  $\rho_{00}$  est différente de zéro par environ 2,5 écarts standard. Ceci indique qu'un échange d'une particule de parité non naturelle  $P = (-1)^{J+1}$  contribue, par exemple, l'échange d'un  $\eta^0$ . La valeur de  $\rho_{11}$  est significativement différente de  $\rho_{11} = 0,5$  et indique que l'échange d'un  $\rho$  n'est pas le mécanisme dominant. Cette conclusion est corroborée par la valeur de  $\text{Re } \rho_{20}$ , qui est différente de zéro par environ trois écarts standard.

Comparons nos résultats avec les valeurs trouvées par des expériences de chambres à bulles (cf. tableau 15). Un groupe de l'Université d'Illinois<sup>32)</sup> a obtenu un échantillon d'environ 2400 événements dans la région du  $A_2$ , produit dans la réaction  $\pi^- p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^-$  à une impulsion incidente de 5 et 7,5 GeV/c. L'analyse de différentes régions de masse confirme que la polarisation du  $A_2^L$  est la même que celle du  $A_2^H$ . De plus, les valeurs des éléments de la matrice densité correspondent bien aux prévisions du modèle d'échange d'un  $\rho^0$ , contrairement aux résultats de notre expérience. Le même groupe a fait également une mesure de la polarisation dans la voie de désintégration  $\eta\pi$ <sup>32)</sup>. Les résultats sont consistants avec le canal  $\rho\pi$ , mais les erreurs statistiques sont assez larges.

Wieckowicz et al.<sup>33)</sup> ont étudié la réaction  $\pi^- p \rightarrow p\eta\pi^-$  à plus basse énergie :  $p_{\text{inc}} = 2,26$  GeV/c. Ils observent la production d'un  $A_2^L$  étroit, mais le  $A_2^H$  ne peut pas être produit à cette basse énergie. En analysant la distribution angulaire de la désintégration, ils trouvent des éléments de matrice qui sont en désaccord complet avec l'échange d'un  $\rho$  mais suggèrent plutôt l'échange d'un  $\eta$ . Il nous paraît difficile d'expliquer la différence frappante entre ces deux expériences de chambres à bulles par la différente énergie incidente et par les différentes méthodes d'analyse employées.

#### 5.4 Résultats sur le canal de désintégration $A_2^- \rightarrow K^- K_1^0$ <sup>34)</sup>

La réaction :



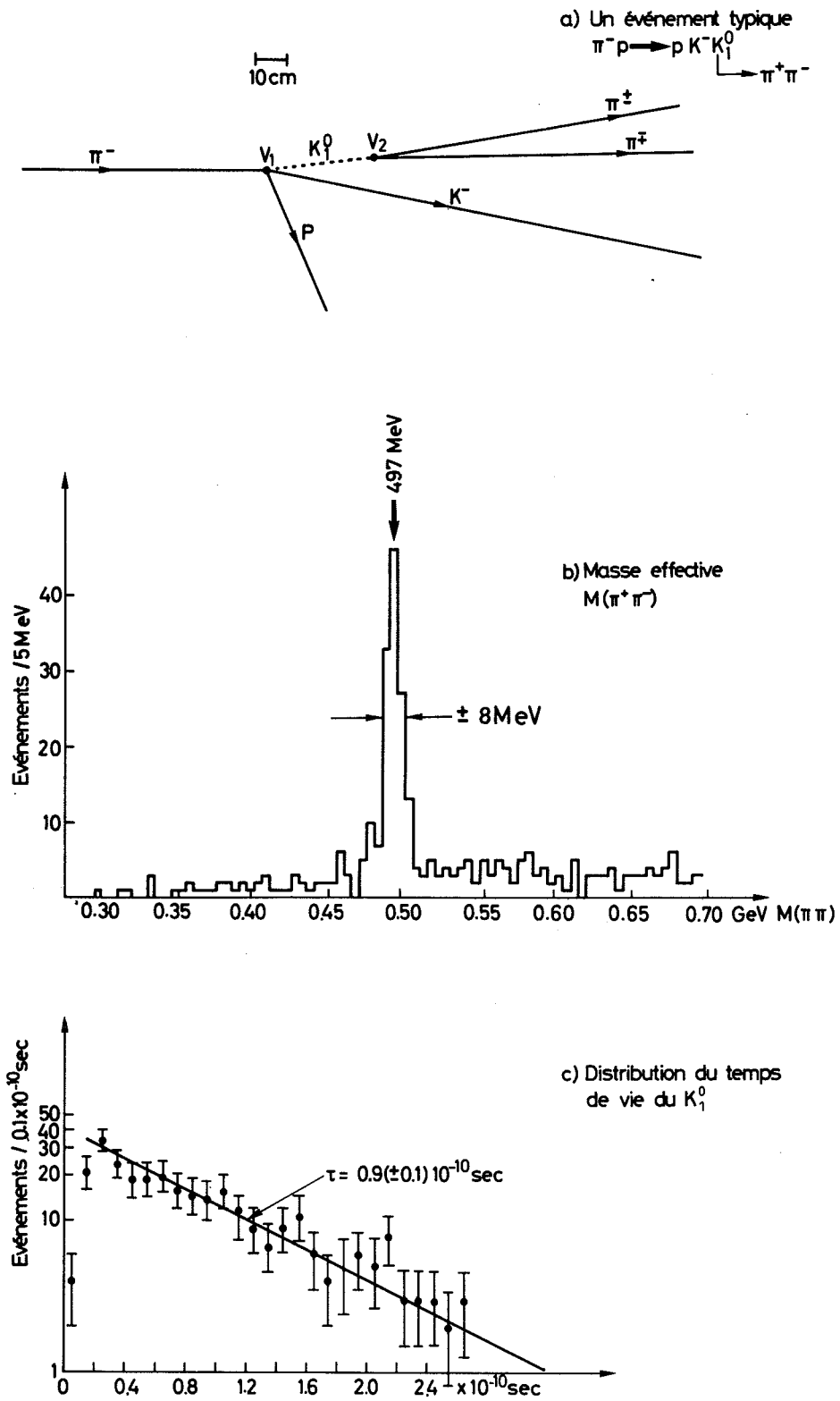


Fig. 28 : Méthode d'identification de la réaction  $\pi^- p \rightarrow p K_1^0 K^-$ . (Source : Réf. 34.)



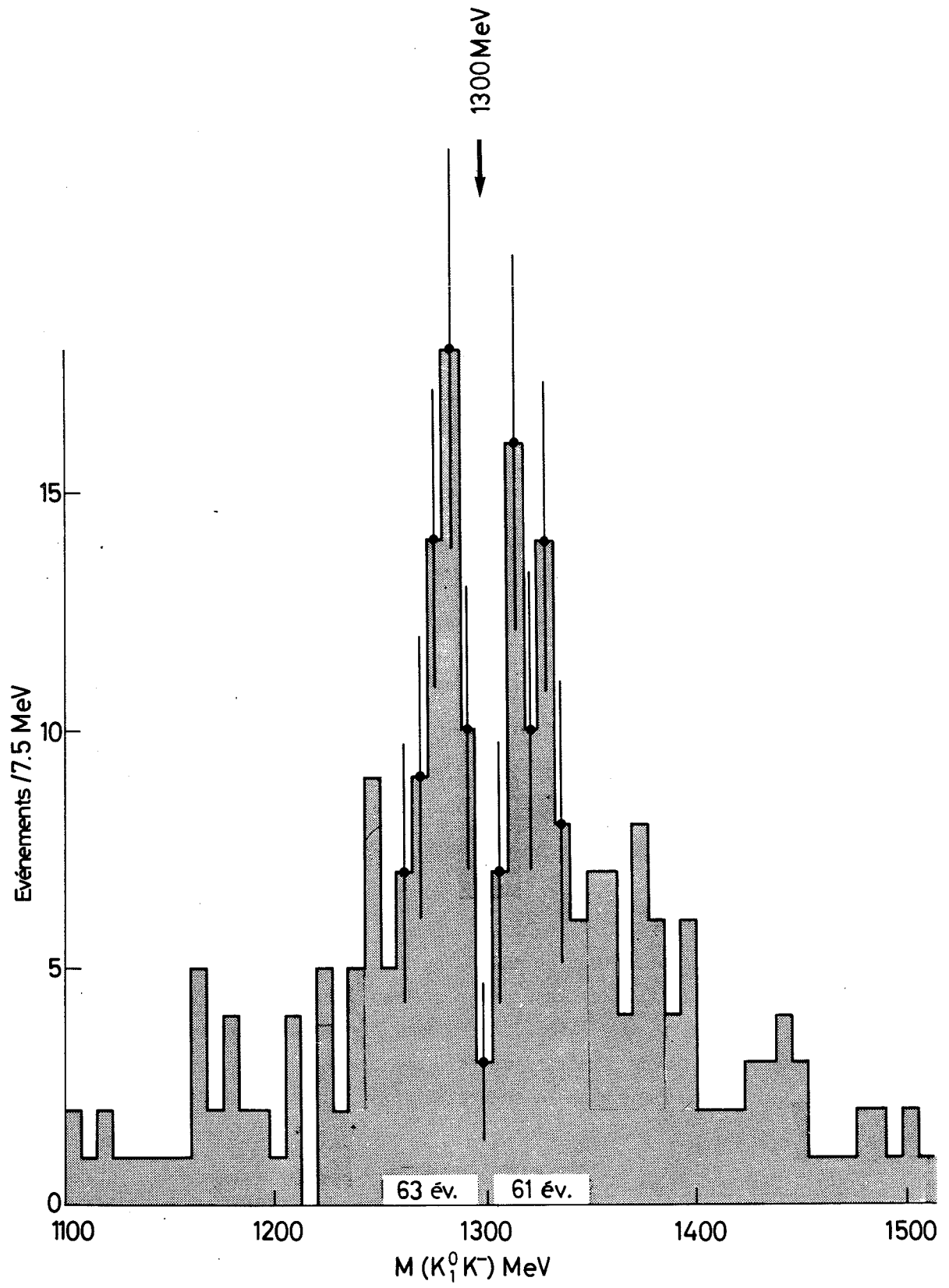


Fig. 29 : Spectre de masse effective  $M(K_1^0 K^-)$ . (Source : Réf. 34.)

ayant trois particules secondaires chargées dans l'état final, peut être traitée exactement de la même manière que la réaction  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$  par un ajustement cinématique à une contrainte. Dans le cas de la réaction (44), la masse du  $K_1^0$  donne une contrainte supplémentaire. Cependant, celle-ci n'est pas incluse dans l'ajustement, mais elle est plutôt utilisée pour contrôler la qualité de l'échantillon d'événements ajustés.

Pour identifier les événements de la réaction (44), les sélections suivantes sont appliquées :

- i) Une coupure  $\chi^2 < 5$ , correspondant à un niveau de confiance  $P(\chi^2) > 0,02$ , assure que la cinématique de l'événement est compatible avec la réaction (44).

Des sélections sur la géométrie garantissent que la topologie corresponde à la réaction (44). Un événement typique est esquissé dans la figure 28a, qui montre le "V" dû à la désintégration du  $K_1^0$ .

- ii) La trajectoire du  $K^-$  doit venir du vertex V1. La distance entre la trace du  $K^-$  et le vertex V1 donné par l'intersection de la trajectoire du pion incident et du proton sortant doit être  $< 15$  mm.
- iii) Les trajectoires des deux pions doivent partir d'un vertex V2, donné par leur point d'intersection. La distance minimum entre les deux trajectoires doit être  $< 10$  mm. Le vertex V2 doit être situé entre V1 et le premier plan de fils de la chambre CH1.
- iv) La direction V1-V2 doit correspondre à la direction du  $K_1^0$ , donnée par la somme vectorielle des impulsions des deux pions.

De tous les événements reconstruits, un échantillon de  $\sim 16\%$  est retenu par les sélections géométriques (ii) à (iv). Le spectre de masse  $M(\pi^+ \pi^-)$  de cet échantillon est montré dans la figure 28b.

On y voit très nettement un pic dû au  $K_1^0$  à la masse  $M(\pi^+ \pi^-) = 497$  MeV. La largeur de ce pic de  $\pm 8,0$  MeV mesure directement la résolution expérimentale en  $M(\pi^+ \pi^-)$ . Cette valeur est en bon accord avec la résolution de la masse du dipion calculée par l'ajustement cinématique (cf. section 3). Pour purifier l'échantillon, on a alors tenu compte de la contrainte sur la masse du  $K_1^0$  en imposant :

- v)  $482 < M(\pi^+ \pi^-) < 512$  MeV.

L'échantillon final satisfaisant les conditions (i) à (v) comprend 251 événements. Ce nombre correspond à  $\sim 4\%$  des événements reconstruits. Pour ces événements, toutes les distributions techniques importantes ont été contrôlées, par exemple la distribution du point d'interaction dans la cible, la distribution des étincelles dans les chambres à fils, etc. Aucune irrégularité n'a été trouvée, ce qui confirme la bonne qualité technique des données. En plus, en essayant de

reconstruire ces événements sous l'hypothèse de la réaction  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$ , aucun événement qui donnerait un bon ajustement n'a été trouvé.

Un autre test possible de la pureté de l'échantillon est la distribution du temps de vie du  $K_1^0$ , qui est montrée sur la figure 28c. Cette distribution est bien reproduite par l'exponentielle indiquée, correspondant à un temps de vie de  $\tau = 0,9 \pm 0,1 \times 10^{-10}$  sec, valeur qui est en bon accord avec la moyenne mondiale de  $\tau = 0,862 \pm 0,006 \times 10^{-10}$  sec.

Le spectre de masse de l'échantillon final est montré dans la figure 29. Dans ce spectre, 60% des événements sont concentrés dans la région de masse du  $A_2$  (1235-1255 MeV). La  $A_2$  apparaît ici avec la même structure, à deux pics séparés par un trou profond, que dans les spectres de masse manquante des expériences MMS et CBS (cf. fig. 1). L'observation simultanée de cette structure en  $\rho\pi$  et en  $K\bar{K}$  implique pour les deux pics  $J^P = 2^+, 4^+, \dots$ . Si l'on estime la signification statistique du trou en faisant des ajustements d'une simple Breit-Wigner d'une part, et d'un dipôle d'autre part, on obtient un niveau de confiance bas, de  $P(\chi^2) = 2\%$  sous la première hypothèse, et  $P(\chi^2) > 60\%$  sous la deuxième. En particulier, cela montre que la forme du "dipôle" reproduit parfaitement bien le spectre de masse observé, comme dans le canal de désintégration  $A_2^- \rightarrow K_1^0 K^-$ .

On remarque que le bruit de fond sous le  $A_2$  dans le spectre de masse  $M(\pi^+ \pi^-)$  est extrêmement bas. De ce fait, l'hypothèse que le trou soit créé par une interférence entre la résonance et le bruit de fond paraît peu vraisemblable.

Nous avons tenté d'estimer le rapport de branchement pour les canaux  $K\bar{K}$  et  $\rho\pi$  du nombre d'événements dans le pic du  $A_2$  dans le spectre  $M(K^- K_1^0)$  et  $M(\pi^+ \pi^- \pi^-)$ . Nous ne considérons que le  $A_2$  total puisque la symétrie des deux pics est la même pour les deux modes de désintégration. Le rapport expérimental

$$\frac{A_2^- \rightarrow K^- \pi^+ \pi^-}{A_2^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^-} = \frac{120 \text{ év.}}{1670 \text{ év.}}$$

doit être corrigé par les facteurs suivants :

- i) Un facteur 1,5 pour tenir compte des états de charge non détectés, par exemple  $A_2^- \rightarrow \rho^- \pi^0$ ;
- ii) Un facteur 0,9 à cause de l'acceptance géométrique du système différente pour les canaux  $K\bar{K}$  (85%) et  $\rho\pi$  (74%);
- iii) Un facteur 0,75 qui corrige le rapport observé pour des coupures techniques plus strictes appliquées dans la sélection des événements  $\rho^0 \pi^-$ .

En tenant compte de ces corrections, nos données donnent un rapport de branchement de :

$$R = \frac{A_2^- \rightarrow (K\bar{K})^-}{A_2^- \rightarrow (\rho\pi)^-} = 7 \pm 3\% .$$

Ce rapport peut être sujet à des erreurs systématiques substantielles, que nous avons incluses dans notre estimation de l'erreur. Elles sont dues essentiellement aux différents facteurs de correction ainsi qu'à l'incertitude dans la soustraction du bruit de fond.

Le rapport de branchement de cette expérience paraît plus élevé que la moyenne mondiale de  $R = 2,8 \pm 0,6$  <sup>9)</sup>. Cependant, les valeurs expérimentales sont très dispersées, et en vue des erreurs systématiques possibles dans notre expérience, nous ne croyons pas qu'il y ait un désaccord significatif.

## 6. CONCLUSIONS

### 6.1 Situation expérimentale

L'analyse des données de cette expérience nous conduit aux conclusions suivantes :

- i) La structure du  $A_2^-$ , telle qu'elle a été obtenue dans les spectres de masse manquante dans les expériences MMS et CBS, doit se reproduire dans le spectre  $M(\pi^+\pi^-\pi^-)$ , parce que le canal de désintégration en  $\rho\pi$  est dominant. Ceci est bien vérifié expérimentalement : l'ajustement d'un "dipôle" décrit parfaitement la forme de la résonance, avec une masse et une largeur qui sont compatibles avec les valeurs trouvées dans les expériences précédentes.
- ii) Deux pics significatifs à 1075 et 1160 MeV apparaissent dans le spectre de masse des tripions produits à bas transfert d'impulsion [ $|t| < 0,23 \text{ (GeV/c)}^2$ ]. La structure est encore plus prononcée dans le spectre de masse  $M(\rho^0\pi^-)$ . Nous identifions les deux pics aux mésons  $A_1$  et  $A_{1,5}$  à cause de la coïncidence en masse. Les largeurs observées dans cette expérience sont compatibles avec la largeur du  $A_1$  et  $A_{1,5}$  généralement admise. L'absence d'une structure étroite en dessous du  $A_2$ , dans le spectre des tripions produits à plus haut transfert d'impulsion [ $|t| > 0,23 \text{ (GeV/c)}^2$ ], indique une production fortement dépendante de  $|t|$ . Il est étonnant que les résultats des chambres à bulles sur l'existence de ces états soient toujours contradictoires malgré un très grand nombre d'expériences couvrant cette région de masse.
- iii) Le spin et la parité des deux moitiés du  $A_2$  ont été déterminés à l'aide de deux différentes méthodes. Dans une première analyse, nous avons étudié la distribution radiale du diagramme de Dalitz par la méthode des moindres carrés. Une analyse plus poussée a utilisé l'information entière du diagramme de Dalitz par la méthode du maximum de vraisemblance. Le bruit de

fond a été paramétrisé différemment dans les deux cas : à part un terme constant, un espace de phase  $\rho\pi$  a été pris pour représenter le bruit de fond dans la distribution radiale, tandis que nous avons employé une somme sur différents  $J^P(\ell)$  dans l'analyse de la densité en deux dimensions. Malgré les différences considérables dans l'analyse des données, nous obtenons les mêmes résultats,  $J^P(A_2^L) = J^P(A_2^H) = 2^+$ . Les hypothèses  $J^P = 1^-, 1^+, 2^-$  et  $4^+$  ne sont pas compatibles avec les données. Les différentes méthodes employées montrent que les résultats ne sont pas sensibles à la paramétrisation du bruit de fond.

- iv) La situation expérimentale sur l'état de polarisation du  $A_2$  est contradictoire. Nous avons étudié la distribution angulaire de la normale au plan de désintégration par la méthode des moments. La présence d'un pic du moment  $\langle D_{20}^2 \rangle$  très significatif dans la région de masse entière du  $A_2$  implique, indépendamment de l'analyse du diagramme de Dalitz, que  $J(A_2^L)$  et  $J(A_2^H) \geq 2$ . Notre évaluation d'éléments de la matrice densité suggère que l'échange d'un  $\rho^0$  n'est pas prédominant dans la production du  $A_2^-$  dans la réaction  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$ . Cependant, nos distributions angulaires sont susceptibles d'erreurs systématiques dans l'estimation de l'acceptance géométrique du système. Pour cette raison, une vérification sensible du modèle de l'échange d'un  $\rho^0$  paraît difficile.
- v) Le canal de désintégration  $K\bar{K}$  est particulièrement intéressant parce qu'il implique, pour une particule de G-parité négative,  $J^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ . Le spectre de masse  $M(K_1^0 K^-)$  expérimental montre une structure à deux pics coïncidant en masses et largeurs avec  $A_2^L$  et  $A_2^H$ . Pour les deux pics, l'assignement le plus probable est donc  $J^P = 2^+$ , puisque  $J^P = 0^+$  n'est pas possible pour un tripion, et  $J^P = 4^+$  est éliminé par l'étude du diagramme de Dalitz. Ceci confirme le résultat de l'analyse de la densité sur le diagramme de Dalitz.

## 6.2 Remarques sur l'interprétation théorique

Etant donné le résultat expérimental que le spectre de masse du  $A_2$  suit la distribution d'un "dipôle" et qu'il n'y a aucune différence entre le spin et la parité des deux moitiés, examinons dans cette section quelques modèles proposés pour expliquer un tel phénomène.

Goldberger et Watson<sup>35)</sup> ont discuté les premiers la possibilité de pôles multiples dans la matrice  $S$ . Plus tard, Bell et Goebel<sup>36,37)</sup> ont construit des modèles particuliers pouvant expliquer la réalisation dans la Nature de pôles de second ordre. Examinons l'hypothèse du "dipôle" un peu plus en détail.

Supposons qu'il y a deux résonances dans l'onde partielle  $\ell$ , correspondant à des pôles simples dans le plan d'énergie complexe, à  $M_1$  et  $M_2$ , où  $M_i = M_{0i} - (i/2)\Gamma_i$ . Pour des raisons d'unitarité, la matrice S a des zéros à  $M_1^*$  et  $M_2^*$  :

$$S_\ell = e^{2i\delta_\ell(E)} = \left( \frac{E - M_1^*}{E - M_1} \right) \left( \frac{E - M_2^*}{E - M_2} \right) e^{i\phi} . \quad (45)$$

Le facteur de phase  $e^{i\phi}$  est dû au bruit de fond. Il est supposé varier lentement dans la région de résonance, de façon qu'il peut être ignoré. L'intensité  $I(E)$  en fonction de l'énergie est donnée par :

$$I(E) \sim |e^{2i\delta_\ell(E)} - 1|^2 . \quad (46)$$

Dans la limite  $M_{10} = M_{20}$  et  $\Gamma_1 = \Gamma_2$  on obtient la formule du "dipôle", que nous avons utilisée dans les ajustements :

$$I(E) \sim \left[ \frac{E - M_0}{(E - M_0)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} \right]^2 . \quad (47)$$

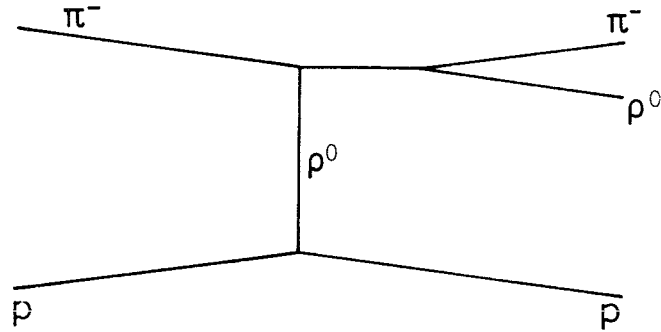
La comparaison de l'équation (45) avec un pôle simple montre que le déphasage d'un dipôle est  $\delta_\ell^{\text{dip}}(E) = 2 \delta_\ell^{\text{BW}}(E)$  et varie entre 0 et  $2\pi$ . La section efficace, qui est proportionnelle à  $\sin^2 \delta_\ell(E)$ , a un maximum à  $\delta_\ell = \pi/2, 3\pi/2$  et tombe à zéro à  $\delta_\ell = \pi$ . Une propriété intéressante des dipôles est leur loi de désintégration, qui en général n'est plus une exponentielle. Bell et Goebel<sup>36)</sup> trouvent une loi de désintégration de la forme :

$$\psi \sim e^{-iMt} (A - \frac{1}{2}\Gamma t B) , \quad (48)$$

où  $M = M_0 - (i/2)\Gamma$  est la masse complexe du dipôle produit à un temps  $t = 0$ , et A, B sont des constantes dépendantes des modes de détection et de production.

La formule du dipôle (47) s'applique à la formation de la résonance dans une diffusion  $\rho\pi$  élastique. Elle n'est pas valable en général pour une réaction de production telle que  $\pi\rho \rightarrow A_2p$ . Cependant, dans le cadre du modèle périphérique on a une situation analogue à la diffusion élastique  $\rho\pi$  si l'on suppose que le  $A_2$  est produit par l'échange d'un  $\rho^0$  et que les canaux de désintégration autres que  $\rho\pi$  sont négligeables.

Ignorant les complications dues au fait que le  $\rho^0$  échangé n'est pas sur sa couche de masse, on peut considérer l'interaction au vertex supérieur comme diffusion  $\rho\pi$  élastique.



Certains arguments théoriques<sup>38)</sup> indiquent qu'un double pôle est toujours le résultat d'une coïncidence de deux pôles simples. Cette coïncidence pourrait être purement accidentelle, mais ce cas paraît peu vraisemblable. D'autre part, la dégénérescence de deux états peut avoir des raisons physiques fondées, par exemple, sur les propriétés de symétrie ou sur la structure interne des particules. En effet, dans le cadre du modèle des quarks, plusieurs auteurs<sup>39-41)</sup> expliquent la structure du  $A_2$  par l'interférence destructive entre deux états approximativement dégénérés en masse.

Quelle est la nature du deuxième état  $J^P = 2^+$  interférant avec le  $A_2$  "conventionnel"? Dans le cadre du modèle "naïf" des quarks<sup>39)</sup> les mésons sont considérés comme états liés  $q\bar{q}$ , ce qui conduit aux multiplets observés effectivement dans la Nature. En analogie avec la spectroscopie en physique atomique, on considère que la paire  $q\bar{q}$  est liée dans un potentiel harmonique. L'énergie de la paire  $q\bar{q}$  dépend alors du moment cinétique orbital  $L$ . En outre, à cause du couplage entre le spin  $S$  du système  $q\bar{q}$  et le moment orbital  $L$ , on s'attend à une séparation de chaque niveau d'énergie  $L$  en quatre sous-niveaux correspondant aux états :

$${}^1L_L, \quad {}^3L_{L-1}, \quad {}^3L_L, \quad {}^3L_{L+1} \quad . \quad (49)$$

Nous avons employé ici la notation spectroscopique  ${}^{2S+1}L_J$ , où  $J$  est le moment cinétique total du système  $q\bar{q}$ . Chaque niveau d'énergie dans le supermultiplet (49) correspond à un nonet complet. Nous ne nous intéressons pas ici à la différence en masse à l'intérieur d'un nonet, qui est due à des forces qui ne conservent pas la symétrie  $SU(3)$ . La parité  $P$  et la conjugaison de charge  $C$  de l'état neutre d'un système à deux fermions sont :

$$P = (-1)^{L+1}, \quad C = (-1)^{L+S} \quad . \quad (50)$$

Classifions alors les états possibles d'un système  $q\bar{q}$  selon leurs nombres quantiques  $J^{PC}$ .

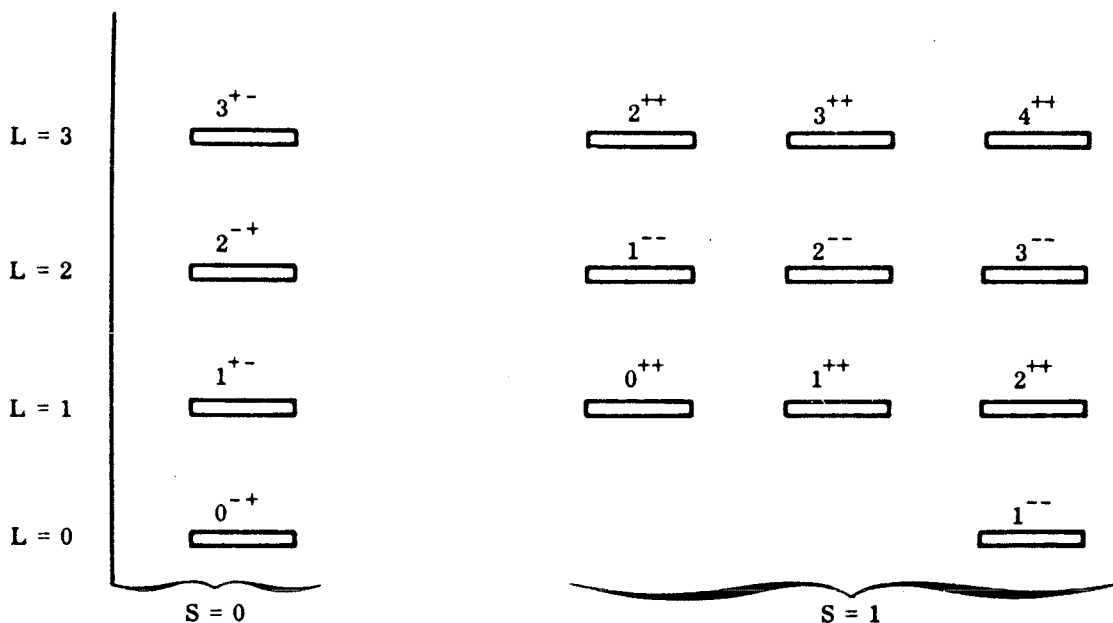


Fig. 30 : Classification des mésons dans le modèle d'excitation orbitale d'un système quark-antiquark.

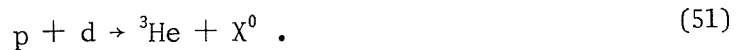
On voit, dans la figure 30, que les seuls états avec  $J^P = 2^+$  sont  $^3P_2$  et  $^3F_2$ . Si la structure apparente du  $A_2$  est due à une interférence entre ces états, ils doivent être dégénérés en masse, ce qui implique que la séparation due au couplage spin-orbite est particulièrement large et croît rapidement avec  $L$ . Cependant, cette hypothèse amène à des trajectoires sur le diagramme de Chew-Frautschi qui ne reproduisent pas particulièrement bien les masses des mésons connus<sup>39)</sup>. En outre, ce modèle prévoit l'existence de plusieurs nouvelles résonances aux masses inférieures à 1700 MeV, pour lesquelles il n'y a pas d'indication expérimentale à l'heure actuelle.

Arnold et al.<sup>40)</sup> ont proposé une modification du modèle des quarks pour expliquer le trou dans le  $A_2$  par l'interférence destructive avec un état étroit  $a_2$ , dont l'isospin et/ou la G-parité seraient différents de ceux du  $A_2$ . A cause des interactions électromagnétiques, qui ne conservent pas  $I$  et  $G$ , il peut y avoir des transitions entre l'état  $a_2$  et le  $A_2$ . La largeur de l'état  $a_2$  serait de l'ordre de la largeur du trou,  $\Gamma(a_2) \approx 20$  MeV, tandis que la masse serait dégénérée avec celle du  $A_2$  à cause de la symétrie des deux moitiés du  $A_2$ . Le spin et la parité sont nécessairement  $J^P = 2^+$ , et l'isospin  $I = 1$  ou  $2$ , parce que la structure est observée dans la réaction  $\pi^- p \rightarrow X^- p$ , où les seules valeurs possibles sont  $I(X^-) = 1, 2$ . Supposant que l'isospin et/ou la G-parité sont différents de  $I^G = 1^-$ , l'état  $a_2$  aurait les nombres quantiques  $I^G = 1^+, 2^+$  ou  $2^-$ . Un tel état est appelé "exotique", parce qu'il ne peut pas être construit avec une paire  $q\bar{q}$  (cf. fig. 30), mais nécessite au moins deux paires quark-antiquark.



Il n'existe pas de preuve expérimentale convaincante pour un état "exotique", mais il est possible que la désintégration d'un tel état dans les canaux bien explorés tels que  $\pi\pi$ ,  $\pi\rho$  ou  $\pi\omega$  soit supprimée ou même défendue par une nouvelle règle de sélection. En effet, une telle règle de sélection, basée sur la théorie de la symétrie  $SU(6)_W$ , a déjà été proposée<sup>40</sup>). Le modèle de Arnold et al. postulant des états  $qq\bar{q}\bar{q}$ , il devrait exister un grand nombre de résonances "exotiques" étroites se désintégrant en cascade, par exemple  $a_2 \rightarrow A_1 + \pi$ . Ces modes de désintégrations sont encore mal explorés à l'heure actuelle.

Une expérience de Maglič et Schluter, actuellement en cours au laboratoire d'Argonne, étudie la production du  $A_2^0$  dans la réaction :



Le système de masse manquante  $X^0$  dans la réaction (51) a un isospin  $I = 0, 1$ . Donc, le  $A_2^0$  produit dans cette réaction ne doit pas montrer de structure, si  $I(a_2) = 2$ . Si  $I^G(a_2) = 1^+$ , la conservation de la conjugaison de charge interdit une transition entre  $a_2$  et  $A_2$  dans l'état de charge neutre. Par conséquent, l'observation d'une structure dans le  $A_2$  produite dans la réaction (51) annulerait la validité du modèle d'interférence avec un état "exotique".

En général, le terme d'interférence entre  $a_2$  et  $A_2$  dépend des conditions cinématiques de la production et du canal de désintégration observé, et on s'attend à ce que la structure soit différente dans des conditions expérimentales différentes. Par contre, on trouve expérimentalement que la forme est la même sous des conditions cinématiques très différentes (production près du seuil de la réaction dans l'expérience CBS, loin du seuil dans l'expérience MMS) et dans des canaux de désintégration différents ( $A_2^- \rightarrow \rho^0\pi^-$  et  $K^0K^-$ ). Dalitz<sup>39</sup>) explique cette stabilité par des propriétés particulières de l'état  $a_2$ . Selon lui, l'état  $a_2$  serait "inactif", c'est-à-dire que sa production et sa désintégration seraient supprimées, soit par une barrière centrifuge, soit par une règle de sélection. Par conséquent, il serait difficile de l'observer directement, mais les transitions entre  $a_2$  et  $A_2$  produiraient la séparation en deux pics. Puisque l'un seulement des deux états est excité directement, la structure devrait, dans ce cas, être indépendante des conditions cinématiques de production.

Une vérification de ces idées n'est guère possible sans disposer d'autres informations expérimentales. En particulier, il serait important de vérifier si la structure du  $A_2$  est stable sous différentes conditions cinématiques ou s'il existe une variation en fonction de l'énergie  $s$  ou du transfert d'impulsion  $t$ . Il serait essentiel également de mesurer avec une bonne précision le spectre de masse d'autres résonances, en particulier celui du  $f^0$ ,  $f^*$  et  $K^*(1420)$ , résonances appartenant au même nonet  $SU(3)$  que le  $A_2$ . Seuls des résultats expérimentaux supplémentaires permettront une meilleure compréhension du phénomène  $A_2$ .



REFERENCES

- 1) R.T. Deck, Phys. Rev. Letters 13, 169 (1964).
- 2) L. Stodolsky, Phys. Rev. Letters 18, 973 (1967).
- 3) M. Deutschmann et al., Collaboration Aachen-Berlin-CERN, Phys. Letters 22, 112 (1966).
- 4) I. Butterworth, Rapport présenté à la Conf. int. sur la physique des hautes énergies, Heidelberg, 1967;  
B. French, C.R. 14<sup>e</sup> Conf. int. sur la physique des hautes énergies, Vienne, 1968 (CERN, Genève, 1968), p. 91.
- 5) J.C. Fayolle, B. de Montaignac, M. Morand, Z. Strachmann et H. Thibaut, Nuclear Phys. B13, 40 (1969).
- 6) G.F. Chew et A. Pignotti, Phys. Rev. Letters 20, 1078 (1968).
- 7) N.M. Cason, J.W. Lamsa, N.N. Biswas, I. Derado, T.H. Groves, V.P. Kenney, J.A. Poirier et W.D. Shephard, Phys. Rev. Letters 18, 880 (1967);  
G. Ascoli, H.B. Crawley, U. Kruse, D.W. Mortara, E. Schafer, A. Shapiro et B. Terreault, Phys. Rev. Letters 21, 113 (1968);  
J. Von Krogh, S. Miyashita, J.B. Kopelman et L. Marshall-Libby, Phys. Letters 27 B, 253 (1968);  
B. Junkmann et al., Collaboration Aachen-Berlin-Bonn-CERN-Warsaw, Nuclear Phys. B8, 471 (1968).
- 8) F. Lefèbvres et al., Phys. Letters 19, 434 (1965).
- 9) Particle Data Group, Review of Particle Properties, Rev. Mod. Phys., Vol. 42, No. 1 (1970).
- 10) M. Goldberg, Symposium on the Present Status of SU(3) for Particle Coupling and Reactions, Argonne (1967).
- 11) G.E. Chikovani et al., Phys. Letters 25 B, 44 (1967).
- 12) H. Benz et al., Phys. Letters 28 B, 233 (1968).
- 13) M. Abramovich et al., papier présenté à la Conf. int. sur la physique des hautes énergies, Kiev (1970).
- 14) K. Boeckmann et al., Collaboration Bonn-Durham-Nijmegen-Paris (E.P.)-Torino papier présenté à la Conf. int. sur les particules élémentaires, Lund (1969).
- 15) J. Ballam et al., Phys. Rev. Letters 21, 934 (1968).
- 16) D.J. Crennell, U. Karshon, K.W. Lai, J.S. O'Neill et J.M. Scarr, Phys. Rev. Letters 22, 1327 (1969).  
D.J. Crennell, U. Karshon, K.W. Lai, J.M. Scarr et I.O. Skillicorn, Phys. Rev. Letters 20, 1318 (1968).
- 17) M. Aguilar-Benitez et al., Phys. Letters 29 B, 62 (1969).
- 18) B.C. Maglić et G. Costa, Phys. Letters 18, 185 (1969).

- 19) C. Lechanoine, Thèse de doctorat, Université de Paris (1969).
- 20) R. Klanner, travail de diplôme, Institut Max-Planck, Munich (1969).
- 21) B. Ronne, "Kinematical analysis of bubble chamber pictures", Ecole d'été du CERN, Herceg-Novci (1964), rapport CERN 64-13.
- 22) B.E.Y. Svensson, "Multipion systems", Ecole internationale de la physique des particules élémentaires, Herceg-Novci (1966).
- 23) C. Zemach, Phys. Rev. 133 B, 1201 (1964).
- 24) R. Diebold, CERN preprint TC-25 (1964).
- 25) S.M. Berman et M. Jacob, Phys. Rev. 139 B, 1023 (1965).
- 26) A.R. Edmonds, "Angular momentum in quantum mechanics", Princeton University Press.
- 27) G.E. Chikovani, M.N. Focacci, W. Kienzle, U. Kruse, C. Lechanoine, M. Martin et P. Schübelin, Phys. Letters 28 B, 526 (1969).
- 28) R. Baud et al., Phys. Letters 31 B, 401 (1970).
- 29) C.D. Frogatt et G. Ranft, Phys. Rev. Letters 23, 943 (1969).
- 30) S.U. Chung, O.I. Dahl, J. Kirz et D.H. Miller, Phys. Rev. 165, 1491 (1968).
- 31) N. Schmitz, "Peripheral Collisions", Ecole d'été du CERN, Bad Kreuznach (1965), Rapport CERN 65-24.
- 32) G. Ascoli et al., Phys. Rev. Letters 20, 1321 (1968).  
G. Ascoli et al., papier présenté à la 2e Conf. Int. sur la Spectroscopie des Mésons, Philadelphia (1970).
- 33) R.P. Wieckowicz et al., Phys. Letters 28 B, 199 (1968).
- 34) R. Baud et al., Phys. Letters 31 B, 397 (1970).
- 35) M.L. Goldberger et K.M. Watson, Phys. Rev. 136 B, 1472 (1964).
- 36) J.S. Bell et C.J. Goebel, Phys. Rev. 138 B, 1198 (1965).
- 37) J.S. Bell, CERN preprint TH-784 (1967).
- 38) R.J. Eden et P.V. Landshoff, Phys. Rev. 136 B, 1817 (1964).
- 39) R.H. Dalitz, papier présenté à la Conf. int. sur les symétries et les modèles des quarks, Detroit (1969).
- 40) R.C. Arnold et J.L. Uretsky, Phys. Rev. Letters 23, 444 (1969).
- 41) K. Lassila et P. Runskanen, Phys. Rev. Letters 17, 490 (1966).