



RIETI Discussion Paper Series 20-J-035

処置の安定性条件に問題がある場合での合成対照群を用いた 処置効果評価手法の開発

戒能 一成
経済産業研究所



Research Institute of Economy, Trade & Industry, IAA

独立行政法人経済産業研究所

<https://www.rieti.go.jp/jp/>

処置の安定性条件に問題がある場合での合成対照群を用いた 処置効果評価手法の開発

2020年 11月

戒能 一成(C)*

- 要 旨 -

本研究では処置群から対照群の対象に処置の二次的影響が及んでいた可能性があるが、実験が困難で限られた統計的試料しか得られない場合でも適用できる、新たな処置効果評価の手法を開発した。

最初に先行研究の分析により処置効果評価で確認すべき前提条件が4つに整理されることを明らかにし、このうち処置の二次的影響の問題への対策手法が実験的試料を用いたもの以外は過去に存在しないことを示す。その上で対照群の対象に及んでいた処置の二次的影響の識別のため、更に4つの前提条件が必要であることを明らかにする。

これらの前提条件の下で独立な3つの乱数の組を多数用意し、処置後に同じ乱数を乗じた前後差やDIDの回帰分析を繰返して係数の平均を求めることにより、従来の合成対照群を用いたDIDに含まれる処置の二次的影響による偏差が検出でき、偏差を補正した処置効果が推計できることを示す。この手法についてモンテカルロ・シミュレーションを行い、結果を検証し精度を確認した。また新たな手法の実施手順を整備した。

更にこの手法を用いて東日本大震災・福島第一原子力発電所事故による米の卸取引価格への影響について実証分析を行い、その実用性を確認した。

キーワード 処置効果評価 処置の安定性条件(SUTVA) 合成対照群

JEL Classification C18 C21 C22

** 本研究中の分析・試算結果等は筆者個人の見解を示すものであって、筆者が現在所属する独立行政法人経済産業研究所、UNFCCC CDM Executive Boardなどの組織の見解を示すものではないことに注意ありたい。

**処置の安定性条件に問題がある場合での合成対照群を用いた
処置効果評価手法の開発**

- 目 次 -

要 旨
目 次
本 文

1. 本研究の趣旨と位置づけ	.. 1
1.1 本研究の趣旨	... 1
1.1.1 処置効果評価に必要な前提条件の整理 1
1.1.2 統計的試料での処置の安定性条件への対策手法の開発 1
1.1.3 東日本大震災・福島第一原子力発電所事故による影響を用いた実証 2
1.1.4 本研究の目的 3
1.2 主要先行研究と本研究の関係、本研究の新規性	... 3
1.2.1 処置効果評価の前提条件などに関する研究 3
1.2.2 処置の安定性条件の問題に関する研究 5
1.2.3 合成対照群の応用に関する研究 7
1.2.4 本件震災・事故と農産物需給への影響評価に関する研究 8
1.3 研究の方法と本研究の構成	... 9
1.3.1 本研究の研究方法と構成 9
1.3.2 本研究で説明に用いる変数の記述方法と処置効果モデル 11
2. 処置効果評価の前提条件と処置の安定性条件に関する問題	.. 14
2.1 主要な先行研究における前提条件の帰納的整理	... 14
2.1.1 Rubin 因果モデルにおける処置効果評価の考え方と前提条件 14
2.1.2 主要な先行研究における処置効果評価の前提条件の帰納的整理 15
2.1.3 処置効果評価の前提条件と試料生成過程・試料特性に応じた対策手法 18
2.2 処置効果評価手法と処置の安定性条件以外の前提条件に関する問題	... 20
2.2.1 処置の選択と結果指標の独立性条件 20
2.2.2 処置群・対照群の同時存在性条件 29
2.2.3 誤差の系列相関の不存在性条件 30
2.3 処置の安定性条件に関する問題	... 33
2.3.1 処置の安定性条件を巡る先行研究での議論 33
2.3.2 処置の安定性条件の問題と対策手法 34
2.3.3 実験的試料での Hudgens and Halloran(2008)の手法 38
3. 統計的試料で処置の安定性条件に問題がある場合での新たな対策手法	.. 40
3.1 統計的試料で合成対照群を用いた DID による新たな対策手法	... 40
3.1.1 処置効果の識別のための 4 つの前提条件と推計の際の 4 つの課題 40
3.1.2 「三乱数倍法」による処置の二次的影響の係数などの推計 44
3.1.3 「三乱数倍法」により推計が可能な範囲の確認 58
3.1.4 処置の二次的影響の補正と結果の検定 66

3.2	モンテカルロ・シミュレーションによる新たな対策手法の検証	・・・	72
3.2.1	モンテカルロ・シミュレーションによる検証の方法	・・・	72
3.2.2	モンテカルロ・シミュレーションによる検証結果	・・・	73
3.3	新たな対策手法の実施手順	・・・	77
3.3.1	新たな対策手法の実施手順	・・・	77
4.	本件震災・事故の前後での産地・銘柄別の米の卸取引価格を用いた実証分析	・・・	81
4.1	問題の背景と分析に使用する試料の準備	・・・	81
4.1.1	本件震災・事故と農産物への影響	・・・	81
4.1.2	実証分析に使用する試料と処置の種類	・・・	84
4.1.3	最適ウェイトを用いた合成対照群の推計と確認	・・・	90
4.2	新たな対策手法を用いた処置効果評価	・・・	94
4.2.1	処置群 1: 福島県浜通産コシヒカリ	・・・	94
4.2.2	処置群 2: 福島県中通産コシヒカリ・福島県会津産コシヒカリ	・・・	95
4.2.3	処置群 3: 宮城県産ササニシキ	・・・	99
4.3	処置の安定性条件の問題を考慮した偽薬試験による検証・確認	・・・	100
4.3.1	時点別標準偏差の推計と処置の二次的影響	・・・	100
4.3.2	偽薬試験による検証・確認結果	・・・	102
5.	結果の整理と考察	・・・	106
5.1	結果の整理	・・・	106
5.1.1	新たな対策手法の開発結果	・・・	106
5.1.2	本件震災・事故の前後での米の卸取引価格を用いた実証分析結果	・・・	107
5.2	結果の考察	・・・	108
5.2.1	新たに開発した対策手法の問題	・・・	108
5.2.2	本件震災・事故による米の卸取引価格への影響の問題	・・・	111
5.3	今後の課題	・・・	112
5.3.1	今後の課題	・・・	112
補論			
補論 1.	処置群・対照群の処置前での相関の問題と三乱数倍法による効果	・・・	115
補論 2.	三乱数倍法を適用した回帰分析での係数の理論値	・・・	126
補論 3.	三乱数倍法を適用した回帰分析での定数項と誤差の導出	・・・	130
補論 4.	三乱数倍法を適用した回帰分析での誤差と説明変数の無相関性	・・・	136
補論 5.	三乱数倍法を適用した回帰分析での係数の分散と漸近分散の理論値	・・・	143
補論 6.	乱数の組数を十分大きくした場合での係数の理論値とその漸近分散	・・・	159
補論 7.	乱数の大きさを十分大きくした場合での係数と分散への影響	・・・	174
補論 8.	処置効果を十分大きくした場合での係数と分散への影響	・・・	182
補論 9.	処置効果を変化させた際のモンテカルロ・シミュレーション結果	・・・	189
補論 10.	実証分析に使用した産地・銘柄の試料に関する定常性の確認結果	・・・	191
参考文献		・・・	192

図目次

図 2.1	RCM による処置効果評価の概念図	..	14
図 2.2	処置効果評価の前提条件と対策手法の関係 (DID を用いた場合の例)	..	19
図 2.3	時間方向の系列相関の問題に対する二期化法の概念図	..	32
図 2.4	対照群への「正の二次的影響」と処置効果の過小評価	..	37
図 2.5	対照群への「負の二次的影響」と処置効果の過大評価	..	37
図 2.6	実験的試料での Hudgens and Halloran(2008)の手法の概要	..	38
図 3.1	新たな対策手法の実施手順	..	80
図 4.1	本件事故による避難指示区域などの概念図	..	82
図 4.2	実証分析における処置の種類と産地・銘柄の対応関係	..	87
図 4.3	福島県浜通産コシヒカリでの処置効果の推移	..	95
図 4.4	福島県中通産コシヒカリでの処置効果の推移	..	96
図 4.5	福島県会津産コシヒカリでの処置効果の推移	..	98
図 4.6	宮城県産ササニシキでの処置効果の推移	..	99
図 4.7	偽薬試験の時点別標準偏差に対し処置の二次的影響が及ぼす影響	..	101
図 4.8	福島県浜通産コシヒカリでの偽薬試験による検証・確認結果	..	104
図 4.9	福島県中通産コシヒカリでの偽薬試験による検証・確認結果	..	104
図 4.10	福島県会津産コシヒカリでの偽薬試験による検証・確認結果	..	105
図 4.11	宮城県産ササニシキでの偽薬試験による検証・確認結果	..	105

表目次

表 2.1	主要な先行研究における処置効果評価の前提条件の整理結果	..	17
表 3.1	基本設定の場合のモンテカルロ・シミュレーション結果と推計精度	..	74
表 3.2	相関係数や乱数の組数を変化させた場合での結果と推計精度	..	75
表 3.3	処置効果の強度が小さい場合での結果と推計精度	..	76
表 4.1	本件震災による主要県別死者数と住家全半壊被害件数	..	81
表 4.2	実証分析に使用した 29 産地・銘柄などの米の卸取引価格の基本統計量	..	89
表 4.3	処置群の評価対象 4 産地・銘柄に対する最適ウェイトなどの算定結果	..	91
表 4.4	最適ウェイトからの合成材料の増減による頑健性の確認結果	..	93
表 4.5	福島県浜通産コシヒカリでの処置効果の比較 (2014 年度産米)	..	95
表 4.6	福島県中通産コシヒカリでの処置効果の比較 (2014 年度産米)	..	97
表 4.7	福島県会津産コシヒカリでの処置効果の比較 (2014 年度産米)	..	98
表 4.8	宮城県産ササニシキでの処置効果の比較 (2014 年度産米)	..	100
表 4.9	対照群の 25 産地・銘柄による偽薬試験の基本統計量	..	101
表 4.10	処置群の評価対象 4 産地・銘柄に対する偽薬試験の結果 (2014 年度産米)	..	102

略語集

ADF	Augmented Dickey-Fuller (-test)
ASCM	Augmented Synthetic Control Method
ATE	Average Treatment Effect
ATET	Average Treatment Effect on Treated
CIA	Conditional Independence Assumption
CIC	Change In Change
CMIA	Conditional Mean Independence Assumption
CPTA	Common /Parallel Trend Assumption
DID	Difference In Difference
GLS	Generalized Least Squares
FGLS	Feasible Generalized Least Squares
IIDA	Independently and Identically Distributed Assumption
IV	Instrument Variable
LATE	Local Average Treatment Effect
MSPE	Mean Squared Prediction Error
NACA	No Auto-Correlation Assumption
OLS	Ordinary Least Squares
OVLA	Overlap Assumption
PSM	Propensity Score Matching
RCM	Rubin Causality Model
RDD	Regression Discontinuity Design
RMSPE	Root Mean Squared Prediction Error
RMSPER	Root Mean Squared Prediction Error Ratio
SDID	Synthetic Difference In Difference
SUTVA	Stable Unit Treatment Value Assumption
SUTVA-CS	Stable Unit Treatment Value Assumption - Composition Stability
SUTVA-NI	Stable Unit Treatment Value Assumption - No Interference
SUTVA-ST	Stable Unit Treatment Value Assumption - Single Treatment
TET	Treatment Effect on Treated
TIR	Three Independent Randomization (-method)

1. 本研究の趣旨と位置づけ

1.1 本研究の趣旨

1.1.1 処置効果評価に必要な前提条件の整理

処置効果評価の分野で幅広く用いられている推計の枠組みとしては、Rubin 因果モデル(RCM^{*1})による仮想現実を用いた枠組みが有名である。

Rosenbaum and Rubin(1983・1984)では、RCMによって処置効果評価を行う際には3つの前提条件を充足することが必要であるとされている。ところが、経済学や社会学の主要な教科書や先行研究調査では、処置効果評価の前提条件についての説明に多くの相違があり、前提条件の全体像が示されているものは見られない。

こうした差異の多くは、RCM が提唱された 1980 年代から後での研究の進展を反映したことや、RCM の応用分野毎の留意点や研究結果の実例を反映したことに起因している。

しかし確認を要する前提条件が整理されていないことは、処置効果評価を進める上でどのような前提条件の充足を確認する必要があるのか、またその充足にどのような対策手法が使えるのかが不明であるということであり、前提条件の充足を確認しないまま評価分析を進めてしまう危険を伴うということである。

従って、処置効果評価において一般的に充足を要する前提条件にはどのようなものがあり、その充足にどのような対策手法が使えるのかを整理しておくことは、処置効果評価を進める上での基本であると考えられる。

特に本研究は、統計的試料での処置の安定性条件(SUTVA^{*2})の問題への対策手法を開発しようとするものである。類似の先行研究が殆ど存在しない中で、こうした開発を進めていく際には、SUTVA の問題のみならず他の前提条件に起因した問題への対応を視野に入れておくことは非常に重要である。特定の前提条件への対策手法としては有効であるが他の前提条件の充足に問題がある、などといった手法を開発しても実用上は何の意味もないからである。

1.1.2 統計的試料での処置の安定性条件への対策手法の開発

RCM で充足が必要とされている 3 つの前提条件のうち、結果指標と処置の選択の独立性条件(CIA^{*3})と処置群・対照群の同時存在性(OVLA^{*4})に起因した問題については、実験的試料でのランダム化を用いた手法や統計的試料でのマッチングを用いた手法など、数多くの対策手法が知られている。RCM では触れられていないが、誤差に関する条件の 1 つである系列相関の不存在性条件(NACA^{*5})に起因した問題についても、多くの研究が進められ成果を挙げている。

ところが RCM での 3 つの前提条件のうち SUTVA の問題については、実験的試料を用

*1 Rubin Causality Model

*2 Stable Unit Treatment Value Assumption

*3 Conditional Independence Assumption

*4 Overlap Assumption

*5 No Auto-Correlation Assumption

いた Hudgens and Halloran(2008)による手法とその応用事例を除いては、現状では一般的な対策手法が知られていない。統計的試料を用いた SUTVA の問題に関する研究は幾つかが知られているが、いずれも特殊な状況下で得られた試料を利用したものや問題の影響経路を限定したものであり、一般的な対策手法と言えるものを見つけることができなかった。

では SUTVA の問題は重要ではないのかという点と全く反対であり、ある対象への処置が他の対象への二次的影響を及ぼすことは古くから社会学や医学の分野で重要な研究課題とされてきた。また SUTVA の問題への問題提起や注意喚起については学問分野や国内国外を問わず数多くの研究が見られる。統計的試料の場合に適用できる一般的な対策手法がなかったということは、統計的試料での処置効果評価において、本来重要であるはずの SUTVA の問題に起因した偏差に対して何の対策も行われてこなかったということになる。

他方で SUTVA の問題への対処の難しさについては、Manski(1993)や Rosenbaum(2007)などの著名な研究者により「どう問題が難しいのか」という問題自体を扱った研究が行われている程である。特に実験的試料よりも制約が多い統計的試料の場合での一般的な対策手法が知られていないことは、こうした難しさを考えれば止むを得ないことであったと思われる。しかし RCM が提唱されて SUTVA の問題が提起されてから 30 年以上が経過する今日、「どうすれば問題に対処できるか」という視点からの研究が Hudgens and Halloran(2008)以外に殆ど成果を挙げてこなかったことは、非常に残念なことである。

一方で処置効果評価の代表的な応用分野である政策評価の世界では、評価のための新たな対策手法を開発することは、政策評価法⁶ 第 20 条などにおいて政策評価を行うことと並んで重要な課題として位置づけられている。処置効果評価の政策評価への応用という視点から見ても、処置効果評価の新たな対策手法を開発し「評価手法の空白地帯」を埋めていくことには重要な意義があると考えられる。

特に SUTVA に起因した問題は、評価された効果が過大評価や過小評価となる影響により、評価した処置効果が不安定になってしまう影響を持っている。こうした影響はとりわけ政策評価にとっては非常に好ましくない性質のものであり、SUTVA に起因した問題への対策手法の開発は、政策評価への応用という視点から見ても重要な課題の一つとして位置づけられる。

このため、本研究では統計的試料を用いた場合でも適用できる、SUTVA に起因した問題への一般的な対策手法を開発しようとするものである。具体的には、識別のための幾つかの追加的な前提条件を置いた上で、近年開発された合成対照群の手法を応用することによって、SUTVA に起因した偏差の大きさを個別対象・個別時点について推計し補正する手法を開発する。

1.1.3 東日本大震災・福島第一原子力発電所事故による影響を用いた実証

2011 年 3 月に発生した東日本大震災・福島第一原子力発電所事故⁷ については、地震・津波と放射性物質による汚染により大きな被害をもたらした。こうした被害のうち、主として本件事故に起因した農産物に対する経済的被害については、福島県などでの直接的な

*6 行政機関が行う政策の評価に関する法律(平成 27 年法律第 66 号)、条項番号は 2020 年 6 月現在のものあり、以下の本研究で引用する法律の条項番号も全て 2020 年 6 月現在とする。

*7 以下「本件震災・事故」と略称する。

被害だけでなく、いわゆる「風評被害」として汚染の可能性がない他の産地の農産物にも、買控えや取引停止などにより数量や価格への影響が及んだことが知られている。また風評被害だけでなく、本件震災・事故による供給障害に対して他の産地への代替需要が発生し、数量や価格が変化していた可能性も考えられる。

こうした他の産地が受けた影響は、本件震災・事故を処置と見なした場合には処置の二次的影響に相当するものであり、何の対策もなく他の産地を対照群とした処置効果評価を行うと結果に SUTVA の問題に起因した偏差が含まれてしまうおそれがある。

一方で、本件震災・事故の農産物への影響を実験を用いて再現することは不可能であり、近年の農業政策の変更により農産物の需給に関する統計的試料は利用できる種類と時点が限定される。評価に使える方法や試料への制約が大きいいためか、先行研究では価格と数量の試料が揃った産品や評価が容易な特定の状況に限定されたものが多く、またその大部分が SUTVA に起因した偏差に何の注意も払っていない。

福島県などでの農産物への被害を正確に推計することは、東京電力による損害賠償への国の支援政策を考える上で重要な政策課題である。同時に被災地域の地域経済への影響やその復興を考える上でも重要な政策的意義を持っている。

本研究では国内の農産物の中で重要な位置を占める米の卸取引価格に対して、本件震災・事故の影響を処置と見なし新たに開発した対策手法を適用した実証分析を行う。これにより実験が不可能で、極めて限られた統計的試料しか利用できない場合の処置効果評価であっても、この手法が有効に応用できることを確認する。

1.1.4 本研究の目的

本研究の目的は、評価分析する対象について実験が困難で限られた統計的試料しか得られない場合であっても、SUTVA に起因した偏差を推計してこれを補正できる一般的な手法を開発することにより、処置効果評価における「評価手法の空白地帯」の解消に貢献しようとするものである。

またこの手法に関連して、これを応用する際に処置効果評価の各前提条件を充足するための実施手順などを整理することによって、手法としての実用性と信頼性を確保する。

更にこれら一連の手法を適用して、本件震災・事故の影響を処置と見なした国内産の米の卸取引価格を使った実証分析を行い、現実の処置効果評価への応用における有効性を確認する^{*8}。

1.2 主要先行研究と本研究の関係、本研究の新規性

1.2.1 処置効果評価の前提条件などに関する研究

1.2.1.1 処置効果評価の前提条件と分析手法に関する先行研究

最近の処置効果評価全般を扱った先行研究調査としては、経済学分野では Imbens(2004)、Angrist and Pischke(2008)、Brundell and Costa Dias(2009)、Imbens and

*8 本研究の内容は全て筆者の個人的な見解であり、筆者の所属機関の見解を示すものではない。本研究の内容に関する一切の責任は全て筆者にある。

Wooldridge(2009)、Athey and Imbens(2017)などが挙げられる。

典型的な事例としては Imbens and Wooldridge(2009)による調査が挙げられる。RCM と処置効果評価の基礎的概念、平均処置効果(ATE^{*9})・処置群平均処置効果(ATE^T^{*10})など推計の対象・目的と検定に用いる帰無仮説、ランダム化による実験とその効果、処置率型推計やマッチングなど CIA を与件とする推計、DID など選択因子・説明変数が不明の場合の推計、多段階・連続的処置の場合の推計の順に説明を展開し、多数の先行研究を題材として処置効果評価の枠組みと代表的な方法論について整理して紹介している。

社会学分野での処置効果評価全般を扱った先行研究調査の事例としては、Winship and Morgan(1999)、Sobel(2000)、Mouw(2006)及び Gangl(2010)などが挙げられる。

典型的な事例としては Gangl(2010)による調査が挙げられる。基本的な推計の枠組みと CIA の問題、実験計画と識別の問題、CIA が充足されている場合での推計、CIA が潜在的に充足されていない可能性がある場合の推計、社会学への応用と SUTVA に起因した問題について順に説明し、主要な社会学分野での先行研究での議論と分析手法について整理して紹介している。

特定の課題に焦点を絞った先行研究調査のうち、本研究に類似の分野に関するものとしては、Imai, King and Stuart(2008)による実験的試料・統計的試料を用いた評価分析の比較に関する調査、Stuart(2010)によるマッチングに関する調査、Chandrasekhar(2016)による SUTVA と社会ネットワークの形成に関する調査、Abadie(2020)による合成対照群に関する調査などが挙げられる。

1.2.1.2 処置効果評価の前提条件と分析手法における本研究の新規性

1.2.1.1 で紹介した処置効果評価の前提条件や分析手法に関する先行研究調査のうち、Imbens and Wooldridge(2009)や Gangl(2010)など処置効果評価全般を扱ったものは、その多くが CIA を充足する方法の種類に着目して分析手法を整理し内容を紹介する構成となっている。しかし、これらの調査では処置効果評価において充足すべき前提条件の全体像が整理して示されているものは見られない。また DID などの分析手法が一連の前提条件の充足とどのような関係にあるのかという点についても、分析手法に沿って具体的に説明されているものは見られない。

特定の課題に焦点を絞った先行研究調査のうち、本研究と近い課題を扱ったものについて見た場合も同様である。Imai, King and Stuart(2008)は比較の問題に焦点を当てる反面で分析手法の前提条件について何も述べておらず、Chandrasekhar(2016)は SUTVA に関連した社会ネットワークの形成問題に限定した整理、Abadie(2020)は合成対照群の応用に限定した整理となっており、いずれも他の前提条件や分析手法あるいはその関係についての整理は行っていない。

このため本研究では、最初に 2.で処置効果評価において充足すべき前提条件の全体像について主要先行研究調査の帰納的な整理を行っている。この帰納的な整理により充足が必要な前提条件が SUTVA を含めて大きく 4 種類あることを明らかにし、各前提条件と分析手法の関係を DID を例として具体的に整理する点が他の先行研究調査と異なっている。

*9 Average Treatment Effect

*10 Average Treatment Effect on Treated

1.2.2 処置の安定性条件の問題に関する研究

1.2.2.1 処置の安定性条件(SUTVA)に関する先行研究

処置効果評価における SUTVA に関する先行研究は、大きく 1)理論的研究、2)問題発生原因と構造形成過程に関する研究、3)識別の問題に関する研究の 3 類型に分けられる。

SUTVA に関する理論的研究としては、Fisher(1935)、Neyman(1935)、Cox(1958)などによる実験計画法に関連した研究に端を発するが、これらの研究成果は Rubin(1978・1979・1980・1986)による一連の研究により統合されて RCM において充足すべき前提条件の一つとして整理されている。

理論的研究のうち SUTVA の部分的条件への分割に関する研究については、Rubin(1980・1986・2001・2005)、VanderWheel(2009)などによる処置の内容の単一種類性条件(SUTVA-ST^{*11})、処置前後での処置群・対照群の構成の安定性条件(SUTVA-CS^{*12})及び処置の二次的影響の不存在性条件(SUTVA-NI^{*13})の 3 つの部分条件への分割に関する研究が挙げられる。また理論的研究のうち SUTVA の推計上の問題点と推計が可能となる条件についての研究としては、Manski(1993)による回帰分析モデルを用いた一般的な識別の可能性と問題点についての研究、Sobel(2006)及び Rosenbaum(2007)によるランダム化と SUTVA の関係についての研究などが挙げられる。

SUTVA の問題発生原因と構造形成過程に関する研究については、Chandrasekhar(2016)や Jackson, Rogers and Zenou(2017)が社会的ネットワークに関する先行研究調査を行っており、Sacerdote(2001)や Carrel, Sacerdote and West(2013)による大学での人的組織の形成と成績の関係の研究などが事例として挙げられる。

SUTVA の識別の問題に関する研究のうち、実験的試料を用いた識別の手法についての研究としては、医学分野での Halloran and Struchiner(1991・1995)による感染性疾患に関する研究、Hudgens and Halloran(2006・2008)による 3 群を用いた実験設計による対策手法の研究やこれを拡張した Arnou and Samii(2013)の研究などが挙げられる。

特に Halloran and Struchiner(1995)とこれを基礎とした Hudgens and Halloran(2008)の手法については、Duflo and Saez(2003)によるアメリカ退職貯蓄・年金制度の選択と職場内での情報交換の研究、Miguel and Kremer(2004)によるケニア学童の寄生虫駆除対策と人的交流の研究、Sobel(2006)によるアメリカでの貧困層郊外移転補助政策と血縁・交流関係の研究、Crepon, Duflo, Gurgand, Rathelot and Zamora(2013)によるフランスでの若年者職業紹介事業と置換効果の研究など経済学や社会学の分野で多数の応用事例が知られている。

更に近年では Nickerson(2008)や Sinclair, McConnel and Green(2012)によるアメリカでの選挙投票行動と家庭内の情報交換の研究など政治学の分野での研究にも応用されている。

他方で統計的試料を用いた識別の手法についての研究としては、SUTVA による処置の二次的影響を考慮した 3 通りの構造方程式を用い"Hawthorne 効果"^{*14}の検証を行った

*11 Stable Unit Treatment Value Assumption - Single Treatment

*12 Stable Unit Treatment Value Assumption - Composition Stability

*13 Stable Unit Treatment Value Assumption - No Inteference

*14 "Hawthorne 効果"とは、社会学で著名な Hawthorne 実験を巡る議論の一つであり、処置群として処置を受けた対象と同一の組織に任命されたが、直接的には何の処置も受けていない本来は対照群となるべき対象の結果指標が同時並行的に向上したように観察されることをいう。特に対象が実験管理者や観察者の「期待」を意識して無理に肯定的な回答を行う乃至本来必要がない努力を払うことに起因する場合を指す。

Jones(1992)による研究、SUTVA による処置の二次的影響の強弱や程度が予め分かっている状況下での試料を利用した Glaeser, Sacerdote and Scheinkman(1996・2002)によるアメリカの都市別犯罪発生率と犯罪者間の交流による二次的影響の識別の研究、Angrist and Lang(2002・2004)によるアメリカ公立学校での人種融和のための転校促進政策と生徒間の二次的影響の研究などが挙げられる。また大規模なモデルを使った研究としては、Heckman, Lochner and Taber(1998)による SUTVA に起因した処置の二次的影響が生じる経路を一般均衡モデルで模式化した大学授業料免除制度の効果に関する研究などが挙げられる。

以上は海外での事例であり、国内でも処置効果評価に関して石田(2012)、小川(2014)、森田(2014)などが SUTVA の問題を見落とされがちな前提条件として注意喚起を行っている。しかし本研究の基礎となった戒能(2017b・2020)以外にこの問題に取り組んだ国内での研究の事例を見つけることができなかった。

1.2.2.2 処置の安定性条件(SUTVA)の問題における本研究の新規性

(1) 実験的試料を用いた場合の先行研究との相違点と新規性

SUTVA の問題に関する先行研究は、理論的研究を除いてはその大部分が Hudgens and Halloran(2008)に代表される実験的試料を用いた研究となっている。実験的試料を用いた処置効果評価では、ランダム化という非常に有効な手法が使える上に実験条件をほぼ自由に設定でき再試験も可能であるなど、統計的試料を用いた場合と比べて多くの利点がある。しかしその反面で実験的試料を用いた処置効果評価には、社会的・経済的制約などから実験ができない場合^{*15} や実験の結果が外部的有効性を持たない場合^{*16} には適切な評価分析ができないなどの問題点がある。

本研究は識別の問題に関する研究の一つであるが、本研究の 3.で開発する新たな対策手法は統計的試料を用いる場合に関するものであって、これら実験的試料を用いた場合に関する研究とは研究の目的や内容が異なっている。

(2) 統計的試料を用いた場合の先行研究との相違点と新規性

SUTVA の識別の問題に関する先行研究のうち、本研究と同じ統計的試料を用いた研究は以下で説明するとおり大きく 3 つの類型に分けられるが、いずれも特殊な状況設定を利用した研究や SUTVA の影響経路を限定した研究であり、統計的試料を用いた一般的な対策手法を開発しようとする本研究とは研究の目的や内容が異なっている。

理論的研究において Manski(1993)が指摘するように SUTVA の問題については識別に多くの問題点があり、識別のための前提条件を追加的に設定することは避けられない。しかし以下で説明する 3 つの類型の統計的試料を用いた先行研究では、こうした識別のための前提条件を置く代わりに、特殊な状況設定を利用したり SUTVA の影響経路を限定することで識別を行っている。これに対して本研究では統計的試料において SUTVA の問題が

*15 例えば自然災害・事故・戦争・疫病・自殺・妊娠中絶など、社会的・経済的理由などからこうした事象を模擬した実験を行なうことが不可能であったり適切でない場合を想定ありたい。

*16 外部的有効性("External Validity")の問題とは実験設計による管理下での個人・組織などの対象を使った実験の結果が、条件の異なる他の対象やこうした管理がされていない現実の対象での結果と一致しない問題を指す。外部的有効性に関する議論については、実験室実験での問題については Pritchett and Sandefur(2015)、問題への対策手法については Dehejia, Pop-Eleches and Samii(2015)を参照ありたい。

識別可能となるために必要な前提条件を検討し、一般的に適用可能な SUTVA の問題への対策手法を開発しようとする点が異なっている。

構造方程式を用いた時系列回帰分析による研究については Jones(1992)の例が挙げられるが、構造方程式は評価分析の対象について多くの種類の説明変数が得られる状況でしか適用できないという問題点がある。本研究は必ずしも十分な説明変数が得られない、限られた統計的試料を用いた分析の場合でも適用できるよう、合成対照群を用いた DID を基礎とした手法を開発する点が異なっている。

処置の二次的影響の強弱や程度が予め分かっている状況下での試料を利用した研究については、Angrist and Lang(2002・2004)の例が挙げられるが、こうした研究は二次的影響が識別できる特殊な状況が生じた場合に限り受動的にしか評価分析ができないという問題点がある。本研究は特殊な状況設定を利用せず、一般的な統計的試料に対しても適用可能な手法を開発する点が異なっている。

一般均衡モデルにより処置の二次的影響の経路を限定し模式化した研究については、Heckman, Lochner and Taber(1998)の例が挙げられるが、処置の二次的影響が生じる経路は必ずしも一般均衡効果に限定されないという問題点がある。本研究は一般的な統計的試料から、影響の経路を限定せずに処置の二次的影響を推計する手法を開発する点が異なっている。

1.2.3 合成対照群の応用に関する研究

1.2.3.1 合成対照群の応用に関する先行研究

合成対照群の応用に関する先行研究としては、Abadie and Gardeazabal(2003)によるスペイン Basque 地方でのテロ活動の影響の評価に関する先駆的研究から始まり、Abadie, Diamond and Hainmueller によるアメリカ California 州での禁煙政策の効果(2010)や東西ドイツ統一による経済的影響の評価に関する研究(2015)などが有名である。

合成対照群に関連した理論的研究については、Doudchenko and Imbens(2016)による合成対照群の最適ウェイトの考え方と試料数への要件を枠組みとして捉え、処置効果評価の方法論を統一的に説明しようとする研究や、Peri and Yasenov(2017)による対立する複数の分析事例^{*17}をこの枠組みを用いて条件を揃えて再評価する研究などが行われている。

更に近年では合成対照群による推計上の問題点を解消し応用範囲を拡大していく取組みとして、Abadie and L'Hour(2019)による誤差に応じた割引項を設けた最適ウェイトの算定方法の改善に関する研究や、Ben-Micheal, Feller and Rothstein(2018)による過去の結果指標の影響を考慮した ASCM^{*18}の開発、Arkhangelsky, Athey, Hirshberg, Imbens and Wager(2019)による対照群の対象方向での最適ウェイトと時間方向の最適ウェイトを同時に用いた SDID^{*19}の開発などの研究が挙げられる。

これらの合成対照群を応用した事例については、Abadie(2020)により先行研究調査が行

*17 Peri and Yasenov(2017)の事例においては Card(1990)による 1980 年のキューバからアメリカ Florida 州 Maimi 市への Mariel 難民流入と賃金の関係の分析とこれを批判的に検証した Borjas(2015)他の分析を再評価している。

*18 Augmented Synthetic Control Method

*19 Synthetic Difference In Difference

われている。

1.2.3.2 合成対照群の応用における本研究の新規性

1.2.3.1 で説明した合成対照群に関する研究については、その多くが処置効果評価の前提条件のうち CIA や NACA の問題に関するものであり、本研究に類似した SUTVA に関する問題への取組みの事例は見られない。

合成対照群に関する最新の先行研究調査である Abadie(2020)では、多数の応用事例が紹介されているが、SUTVA に関する研究は紹介されていない。他方で Abadie(2020)では合成対照群を適用する前提条件についての項目の中で、SUTVA-NI の前提条件が充足されていること("No Inteference")が必要であると説明している。このため仮に合成対照群を応用して SUTVA に関する問題への対策手法を開発するという、本研究と類似の取組みが行われていたとしても、まだ十分な成果を挙げられていない様子である。

本研究の 3.での取組みは、統計的試料により合成対照群を応用して SUTVA に関する問題への新たな対策手法を開発しようとするものであり、合成対照群の応用という視点から見ても他に例を見ないものと考えられる。

1.2.4 本件震災・事故と農産物需給への影響評価に関する研究

1.2.4.1 本件震災・事故と農産物需給への影響評価に関する先行研究

本件震災・事故による農産物需給への影響に関する研究としては、古屋・横山・中泉(2011)による中央・地方卸取引市場月報を用いた取引製品の価格・数量への影響と一般均衡モデルを用いた経済への影響分析、吉野(2013)や戒能(2017a)による農林水産統計や中央・地方卸取引市場月報などを用いた野菜や食肉需給への影響の分析が挙げられる。

米の需給を対象とした分析としては、水田・乾・松浦(2016)が 2010 年度産の福島県産米と幾つかの他産地米の店頭小売の POS データを用いて、本件震災・事故後の消費者行動による風評被害の影響を DID により分析している。

本件震災・事故と直接の関係はないが、米の需給一般に関する研究としては井上・長澤・中川(1998)による単位収量や収穫面積を説明変数としたアジア諸国での需給変化の要因分析の研究、荒幡(2010)による食糧管理法と減反政策による影響の分析に関する研究、前田(2016)による長期時系列での経済統計を用い国内での米の価格と所得政策の影響を構造方程式により分析した研究などが挙げられる。また最近の国内産米の需給動向についての調査としては藤野(2015)を挙げることができる。

1.2.4.2 本件震災・事故の農産物需給への影響評価における本研究の新規性

(1) 構造方程式を用いた分析との比較

米以外の農産物需給への本件震災・事故による影響評価としては、吉野(2013)や戒能(2017a)など公的統計試料による産品・産地別の取引価格と数量を利用した需給分析の例が挙げられる。これらの研究では評価対象とする部分均衡市場での結果指標に対し、対応する説明変数に本件震災・事故ダミーを加えた構造方程式などの推計を行うことによりその影響を評価する方法が採られている。本件震災・事故と直接の関係はないものの、米の需給一般に関する分析の例として井上・長澤・中川(1998)、前田(2016)などが挙げられるが、これらについても構造方程式やこれを応用したモデルによる分析が用いられている。

しかし 1.2.2.2 で Jones(1992)の例で説明したとおり、構造方程式の推計には結果指標に

対応した多数の説明変数などの試料が揃っていることが必要であり、説明変数などに使えるような統計的試料が多数入手できなければ適用できない。

説明変数などが不十分である場合に強いて構造方程式の推計を適用しても、被説明変数と説明変数の間の相関により操作変数^{*20}がなければ解けない場合や、各説明変数の係数や推計された処置効果に脱落変数に起因した偏差が含まれてしまう場合があることが知られている。

本研究では 3.において合成対照群を用いた DID を応用することにより、統計的試料から評価分析の対象とする説明変数以外に何の説明変数も得られないような状況であっても適用可能な、新たな対策手法の開発を目的としている。また本研究の 4.ではこの新たに開発した対策手法を応用し、月次での価格以外に対応する統計的試料が得られない産地・銘柄別の米の卸取引価格を使った実証分析を行っている点が先行研究と異なっている。

(2) DID を用いた分析との比較

DID を用いて本件震災・事故による米の需給への影響を分析した研究としては、水田・乾・松浦(2016)が挙げられる。この研究では汚染の可能性のない 2010 年産コシヒカリの小売価格を使って福島県産コシヒカリへの風評被害の影響を定量的に計測し、新潟県産コシヒカリによる偽薬試験で結果を確認したとしているが、DID による処置効果評価に必要な前提条件の充足を殆ど何も確認していないという問題点がある。

例えば福島県産コシヒカリに対して対照群とした 10 産地産のコシヒカリについて CIA の充足が確認されておらず、NACA の充足を考慮しない単純なパネルデータ回帰分析により DID を行っているため、この結果には風評被害による影響に CIA や NACA の問題に起因した偏差が含まれている可能性が考えられる。また福島県産コシヒカリの風評被害による価格低下を確認したとしているが、この結果には対照群とした他産地米への消費者の代替需要により SUTVA の問題に起因した偏差が含まれている可能性が考えられる。

そもそもこの研究は、本件震災・事故直前の 2010 年度産の米は汚染の可能性はないが震災・事故後の 2011 年度に購買・消費されるという特殊な状況を利用したものであり、2011 年度以降での米の価格の評価に適用できるものではないと考えられる。

本研究ではこうした前提条件に起因した偏差の問題を考えた上で、まず 2.において処置効果評価で充足が必要な前提条件について整理し、3.においてこうした前提条件の充足を念頭に置いた新たな対策手法を開発することを目的としている。その上で 4.において本件震災・事故による産地・銘柄別の米の卸取引価格への影響を分析し、新たに開発した対策手法の有効性を実証しようとする点がこうした先行研究とは異なるものである。

1.3 研究の方法と本研究の構成

1.3.1 本研究の研究方法与構成

本研究の研究方法与構成は以下のとおりである。なお本研究の 2.の部分については、独立行政法人経済産業研究所 DP17-J-075、3.から 4.の部分については DP17-J-003 と DP20-J-035 して掲載された Discussion Paper を基礎に加筆修正を施したものである。

*20 Instrumental Variable、IV と略称される場合が多い。

1.3.1.1 本研究の趣旨と位置づけ

1.において、本研究の趣旨、主要先行研究と本研究の関係、本研究の新規性、研究の方法と本研究の構成について説明する。

1.3.1.2 処置効果評価の前提条件と処置の安定性条件に関する問題

2.においては、処置効果評価で充足が必要な前提条件について、主要な先行研究調査での説明を帰納的に整理し、前提条件が大きく分けて4つに整理されることを示す。

更にこれらの前提条件と既に知られている対策手法の関係を、試料生成過程・試料特性に着目して整理する。こうした整理により CIA、OVLA、NACA の問題については対策手法が幾つか知られているが、SUTVA の問題については実験的試料を用いた Hudgens and Halloran(2008)の手法を除いては対策手法が殆ど知られていないことを示す。

1.3.1.3 統計的試料で処置の安定性条件に問題がある場合での新たな対策手法

3.においては、統計的試料を用いて SUTVA-NI に起因した偏差を識別するための、新たな対策手法などを開発する。

識別のために必要な前提条件を4つ設定することにより、この問題が処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の係数などを推計する問題に帰着することを示す。

これらの前提条件の下で「三乱数倍法」を適用して対照群の対象の前後差を DID や処置群の対象の前後差で回帰分析し、乱数の組を取替えた回帰分析を繰返して平均を求めることによりこの推計を行うことができることを示す。推計された係数の範囲に応じて回帰分析の手法を使分けることにより、合成対照群を用いた DID を応用して SUTVA-NI に起因した偏差の大きさを推計し、これを補正した処置効果が一定の精度で推計できることを説明する。

更にモンテカルロ・シミュレーションを用いてこの手法の有効性、推計精度と留意点を検証・確認し、上記の手法によって SUTVA-NI に起因した偏差を補正した処置効果が一定の精度で推計できることを示す。

また本研究で開発した新たな対策手法について、その実施手順を整理して示す。

1.3.1.4 本件震災・事故前後での国内産地・銘柄別の米の卸取引価格を用いた実証分析

4.においては、本件震災・事故前後での国内の産地・銘柄別の米の卸取引価格を使い、本件震災・事故による影響を処置と見なした上で3.で新たに開発した対策手法を応用した実証分析を行う。

最初に福島県中通産コシヒカリなど処置群とする産地・銘柄と処置の内容の対応関係を分類・整理し、2.で整理した SUTVA-NI 以外の各前提条件を充足する対照群の産地・銘柄を取捨選択する。

その上で従来の合成対照群を用いた偏差のある処置効果と、3.で開発した新たな対策手法により偏差を補正した偏差補正済処置効果を推計し、両者の結果を比較して新たな対策手法が評価分析の結果に与える効果を示す。

更に対照群の対象に新たな対策手法を適用して SUTVA-NI の問題を考慮した偽薬試験を行い、推計された偏差補正済処置効果についての検証・確認を行う。

1.3.1.5 結果の整理と考察

5.においては、2.から4.で得られた結果について整理して考察を行うとともに、新たに

開発した対策手法に関連する今後の課題について説明する。

1.3.2 本研究で説明に用いる変数の記述方法と処置効果モデル

1.3.2.1 本研究で説明に用いる変数の記述方法

本研究では変数の時点や対象などを明確に区別して議論する必要があるため、変数の時点を括弧書とし試料の対象などの属性を添字で表現する。

各変数の時点については、単に時点を t として $Y(t)$ などと記述する場合には時点を問わない変数を指すものとし、時点を $t-s$ とした場合には処置前、 $t+u$ とした場合には処置後の時点を指す^{*21} ものとする。

ある対象が分析の目的とする処置を直接受ける場合にはこれを処置群^{*22} に属するものとし、対象についての添字を k としてダミー変数 D を用い $Y_k(t)|D_k=1$ などと表現する。他方で対象が分析の目的とする処置を直接受けていない場合にはこれを対照群^{*23} に属するものとし、対象についての添字を i としてダミー変数 D を用い $Y_i(t)|D=0$ などと表現する。処置群か対照群かを問わず対象全体を指す場合には、添字 j を用いる。

合成対照群を推計した場合にはこれを対照群と見なし、その最適ウェイトの算定に使われた、ウェイトの構成要素が 0 でない対照群の対象を「合成材料」と呼ぶ。

更に処置群に含まれる対象が処置を受けた場合はダミー変数 T を用い $Y_k(t+u)|T_k(t+u)=1$ などと表現する。処置群であっても処置前($T_k(t-s)$)は 0、対照群($T_i(t)$)は常に 0 とする。

1.3.2.2 本研究で説明に用いる処置効果モデル

本研究では説明において式 1.1 から式 1.5 に示す処置効果モデルを用いる。例えばある対象 j についての結果指標は処置前では式 1.1、処置後では式 1.3 で表現され、これらの前後差と DID はそれぞれ式 1.4 と式 1.5 で表現される。

この処置効果モデルにおいて、処置効果を除いた各対象の結果指標 $Y_j^N(t)$ は、式 1.2 で表され、各時点で観察可能な説明変数ベクトル $X(t)$ と各対象に固有のその係数ベクトル β_j 、各対象に共通の未知の時間変動 $Za(t)$ 、未知の時間変動ベクトル $Zb(t)$ と各対象に固有のその係数ベクトル μ_j 、各対象に固有の未知の誤差 $\varepsilon_j(t)$ からなるとする。このうち説明変数ベクトルと係数の積 $\beta_j \cdot X(t)$ には定数項に相当する部分が含まれるものとする。また観察可能な説明変数ベクトル $X(t)$ は、必ずしも存在し観察できるとは限らないものとする。

処置効果を含めた処置後の各対象の結果指標 $Y_j(t)$ は式 1.3 で表され、処置群の対象については、ダミー変数 $T_k(t)$ に従い処置が行われたか否かに応じて、各対象に固有の未知の処置効果 $ZF_k(t+u)$ が $Y_j^N(t)$ に加わるものとする。対照群の対象の $T_i(t)$ は常に 0 とする。

以下の説明において、変数に上線($\overline{BA}(s,u)$ 、 $\bar{\mu}$ など)を引いた場合には、その変数の平均値を示すこととする。

また式 1.4 に示す結果指標の前後差において、処置効果 $ZF_k(t+u)$ とその係数の積を含んだ項からなる部分を処置効果項、観察可能な説明変数ベクトル $X(t)$ や未知の説明変数ベクトル $Zb(t)$ とその係数の積の前後差や対象に共通な未知の時間変動 $Za(t)$ の前後差からなる

*21 時点に関する変数 t,s,u はいずれも正の整数とし、 $t>s$ とする。

*22 Treatment Group

*23 Control Group

項を説明変数項、誤差 $\varepsilon_i(t)$ の前後差からなる項を誤差項と名付ける。

処置効果モデル中の変数 $X(t)$ 、 $Za(t)$ 、 $Zb(t)$ 、 $ZF_k(t+u)$ は、特に断らない限り対象と時間について互いに独立であり、また誤差 $\varepsilon_i(t)$ に対しても独立であると仮定する。

誤差 $\varepsilon_i(t)$ については、特に断らない限り誤差の独立・均質分布性条件(IIDA^{*24})が充足されているものと仮定する。

上記のモデルは、Abadie, Diamond and Hainmueller(2010)が合成対照群の推計原理の証明に用いたモデルと同じものである。

[式 1.1 から式 1.5 本研究で説明に用いる処置効果モデル]

(処置前の結果指標)

$$Y_i(t-s) = \beta_j \cdot X(t-s) + Za(t-s) + \mu_j \cdot Zb(t-s) + \varepsilon_i(t-s) \quad \text{式 1.1}$$

(処置後の結果指標)

$$Y_i^N(t+u) = \beta_j \cdot X(t+u) + Za(t+u) + \mu_j \cdot Zb(t+u) + \varepsilon_i(t+u) \quad \text{式 1.2}$$

$$Y_i(t+u) = \beta_j \cdot X(t+u) + Za(t+u) + \mu_j \cdot Zb(t+u) + T_i(t+u) \cdot ZF_k(t+u) + \varepsilon_i(t+u) \quad \text{式 1.3}$$

(結果指標の前後差)

$$\begin{aligned} BA_i(s,u) &= Y_i(t+u) - Y_i(t-s) \\ &= T_i(t+u) \cdot ZF_k(t+u) && \text{(処置効果項)} \\ &\quad + \beta_j \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + Za(t+u) - Za(t-s) + \mu_j \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) && \text{(説明変数項)} \\ &\quad + \varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s) && \text{(誤差項)} \end{aligned} \quad \text{式 1.4}$$

(結果指標の DID)

$$DID(s,u) = BA_k(s,u) - BA_i(s,u) \quad \text{式 1.5}$$

(式 1.1 から式 1.5 の記号の説明)

$t+u, t-s$	処置後の時点 $t+u$, 処置前の時点 $t-s$ ($t > s, u, s > 0$)
$Y_i(t)$	時点 t での対象 j の結果指標
$Y_i^N(t)$	時点 t での対象 j の結果指標から処置効果項を除いた部分
$X(t)$	時点 t での観察可能な説明変数ベクトル
β_j	対象 j における説明変数 $X_i(t)$ の係数ベクトル
$Zb(t)$	時点 t での未知の時間変動ベクトル
μ_j	対象 j における時間変動ベクトル $Zb(t)$ の係数ベクトル
$Za(t)$	時点 t での対象に共通な未知の時間変動
$ZF_k(t+u)$	処置後の時点 $t+u$ での処置群の対象 k に固有の未知の処置効果
$\varepsilon_i(t)$	時点 t での対象 j に固有の未知の誤差
$T_i(t)$	処置後の時点 $t+u$ での処置実施ダミー、処置が実施された対象・時点のみ 1 で他は 0
$BA_i(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での対象 j の結果指標の前後差
$DID(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での処置群の対象 k ・対照群の対象 i の間の DID

1.3.2.3 本研究で分散の説明に用いる変数と記号

本研究 3.での新たな対策手法の説明においては、各種の指標の分散について説明する

*24 Independently and Identically Distributed Assumption

が、この際に用いる変数や記号について説明する。

互いに独立を \perp 、時間方向での分散を $\text{Var}(\cdot)$ 、共分散を $\text{Cov}(\cdot, \cdot)$ と表す。

処置群・対照群の対象の処置前での分散については、式 1.6 と式 1.7 に示すとおり σ_k^2 と σ_i^2 とする。式 1.8 のとおり σ_k と σ_i のうち大きい方を σ_{ki} とする。式 1.9 に示すとおり σ_i の σ_k に対する比率を sr とする。処置群・対照群が CIA を充足する場合には sr^2 は 0.5 から 2.0 の間^{*25}にある。

処置群・対照群とも処置後の結果指標 $Y_j(t+u)$ から処置効果項を除いた説明変数項と誤差項の部分は $Y_j^N(t+u)$ とし、式 1.11 に示すとおり $Y_k^N(t+u) - \overline{Y_k(t-s)}$ の σ_k に対する比率を $\xi_k(t+u)$ 、式 1.12 に示すとおり $Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の $sr \cdot \sigma_k$ に対する比率を $\xi_i(t+u)$ とする。 $\xi_i(t+u)$ の平均は 0 でその標準偏差は 1 である。 $\xi_i(t+u)$ は処置効果や処置の二次的影響がなかった場合での、処置群・対照群の対象の仮想現実における結果指標の処置前の標準偏差に対する比率である。 $\xi_i(t+u)$ は直接には観察できず、処置効果 $ZF_k(t+u)$ から識別することも困難である。

処置効果 $ZF_k(t+u)$ の大きさについては、式 1.10 のとおり $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率を $f_k(t+u)$ とする。

[式 1.6 から式 1.12 前後差や DID の分散の説明に用いる変数や記号]

(処置群の対象の前後差 $BA_k(s,u)$ の分散、対照群の対象の前後差 $BA_i(s,u)$ の分散)

$$\text{Var}(BA_k(s,u)) = \text{Var}(Y_k(t+u) - Y_k(t-s)) = \sigma_k^2 \quad \text{式 1.6}$$

$$\text{Var}(BA_i(s,u)) = \text{Var}(Y_i(t+u) - Y_i(t-s)) = \sigma_i^2 \quad \text{式 1.7}$$

$$\sigma_{ki} = \max(\sigma_k, \sigma_i) \quad \text{式 1.8}$$

$$sr = \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1} \quad (0.5 \leq sr^2 \leq 2.0) \quad \text{式 1.9}$$

(処置効果 $ZF_k(t+u)$ の標準偏差による表現)

$$f_k(t+u) = ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1} \quad \text{式 1.10.}$$

(処置群・対照群の仮想現実の変動 $\xi_i(t+u)$)

$$\xi_k(t+u) = (Y_k^N(t+u) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式 1.11}$$

$$\begin{aligned} \xi_i(t+u) &= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_i^{-1} \\ &= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot sr^{-1} \cdot \sigma_k^{-1} \end{aligned} \quad \text{式 1.12}$$

(式 1.69 から式 1.12 の記号の説明)

$Y_j(t+u)$	時点 $t+u$ での対象 j の結果指標
$Y_j^N(t+u)$	時点 $t+u$ での対象 j の結果指標から処置効果項を除いた部分
$Y_j(t-s)$	時点 $t-s$ での対象 j の結果指標
$\overline{Y_j(t-s)}$	処置前での対象 j の結果指標の平均値 ($t-s$ の関数ではないことに注意)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}, f_k(t+u) \gg \xi_i(t+u) \geq 0, f_k(t+u) > 2.5$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\text{Var}(\cdot)$	分散
$\text{Cov}(\cdot, \cdot)$	共分散

*25 処置群・対照群が CIA を充足している場合、2.2.1.3 で説明する Rubin and Thomas(1996), Rubin(2001) や Imai, King and Stuart(2008) による確認手法では、処置群・対照群の分散の比(sr の二乗)が 0.5 から 2.0 の間になければならないとされている。

2. 処置効果評価の前提条件と処置の二次的影響に関する問題

2.1 主要な先行研究における前提条件の帰納的整理

2.1.1 Rubin 因果モデルにおける処置効果評価の考え方と前提条件

2.1.1.1 Rubin 因果モデル(RCM)における処置効果評価の考え方

処置効果評価の基本的考え方の一つである RCM は、Rubin による一連の研究(1978・1979・1980・1986)において確立された評価の枠組みであり、Holland(1986)により命名されたものである。

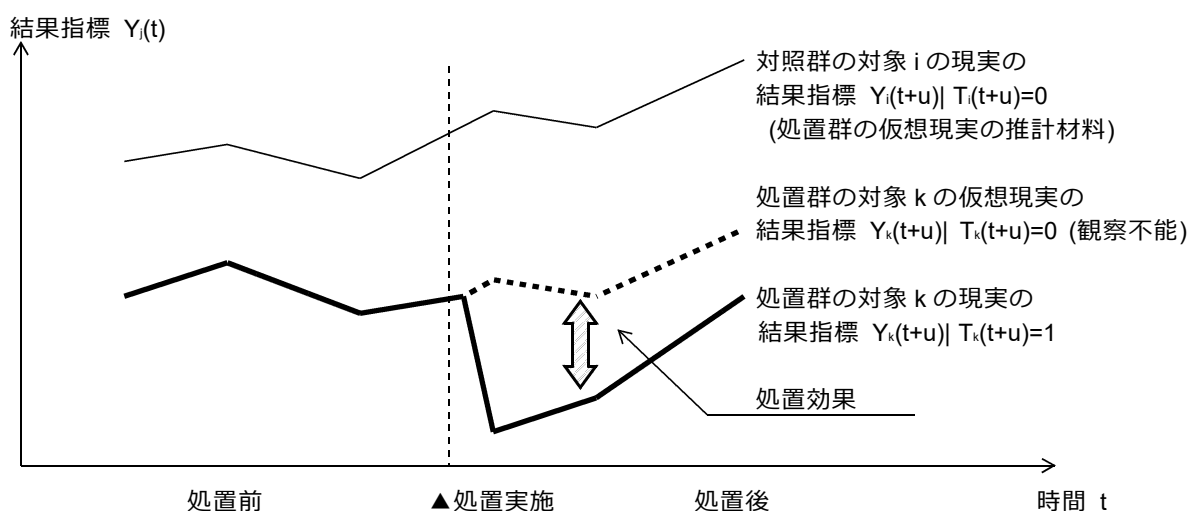
RCM における処置効果評価の基本的な考え方は、図 2.1 に示すとおり「理想的な状況下において、処置効果は処置を受けた対象の現実の結果指標と、同一の時点で仮にその対象が処置を受けなかった場合の仮想現実による結果指標の差に等しい」というものである。

現実には処置群の対象への処置は行われており、処置を受けた場合の結果指標である図 2.1 中の $Y_k(t+u)|T_k(t+u)=1$ だけが観察可能であって、図 2.1 中の $Y_k(t+u)|T_k(t+u)=0$ に示す「処置を受けなかった場合の仮想現実による結果指標」を観察することはできない。従ってこの仮想現実の結果指標を何らかの方法で推計することが必要である。

この仮想現実の結果指標を推計する方法には様々なものが考えられる。通常は処置群の対象と性質が類似した対照群の対象の結果指標である図 2.1 中の $Y_i(t+u)|T_i(t+u)=0$ から、処置群の対象の仮想現実による結果指標 $Y_k(t+u)|T_k(t+u)=0$ を推計することが行われる。

RCM においては推計の方法自体については何も述べられておらず、以下に説明するとおりこうした対照群と処置群を用いた推計の方法が満たすべき前提条件を 3 つ述べているのみである。

[図 2.1 RCM による処置効果評価の概念図]



(出典) Rubin and Waterman(2006), 1.3.2.2 のモデルに合わせ記号を変換している。

2.1.1.2 RCM と 3 つの前提条件

RCM における前提条件については、RCM を用いた実証研究であり処置率を用いたマツ

チング(PSM^{*26})の先駆的事例として著名な Rosenbaum and Rubin(1983・1984)において詳しく説明されている。これらの研究においては、RCM を応用して偏差のない処置効果の推計を行うために3つの前提条件が充足されていることが必要であると説明している。

(1) 処置の選択と結果指標の独立性条件(CIA)

CIA とは「ある条件 X'を満たす処置群や対照群の対象について、その結果指標の大きさが処置群と対照群の選択から独立であること」という前提条件である。

ここである条件 X'とは、処置効果評価の対象とする個人や企業・組織の属性を特定する条件であり、年齢・性別や業種・売上高など分析に用いる処置群と対照群の対象が共通して満たすべき条件である。

Rosenbaum and Rubin(1983)では、この条件が充足されている場合には処置群と対照群の対象の選択は結果指標から独立であり、各対象は条件 X'を満たす対象の集合から「あたかもランダムに抽出され処置群と対照群に振り分けられたと見なすことができる」と説明している。

(2) 処置群・対照群の同時存在性条件(OVLA)

OVLA とは「ある条件 X'を満たす範囲において、処置群と対照群の対象が必ず存在していること」という前提条件である。

多くの先行研究においてこの条件は処置率^{*27}を用いて、「ある条件 X'の下で分析に用いる試料の処置率が0と1の間にあること」として表現されている。

RCM では CIA と OVLA の2つの条件を"Strong Ignorability"と呼んでいる。

(3) 処置の安定性条件(SUTVA)

SUTVA とは「処置群のある対象が処置を受けた場合に、処置後におけるその対象の結果指標は他の処置群や対照群の対象の結果指標、処置群・対照群の構成や処置の方法あるいは分析方法により変化することなく安定して観察されること」という前提条件である。

この条件に問題を生じる場合には幾つかの類型が考えられ、処置群の対象への処置の種類が単一でない場合、処置群と対照群で処置前後に対象が入替わった場合あるいは処置群や対照群の対象に処置の二次的影響が及んでいる場合などが考えられる。例えば Rubin(1980・1986・2005)においては、この条件が SUTVA-ST や SUTVA-NI の部分条件に分割できることが説明されている。

2.1.2 主要な先行研究における処置効果評価の前提条件の帰納的整理

2.1.2.1 主要な先行研究における前提条件

2.1.1 では RCM における処置効果評価とその前提条件について説明したが、更に経済学・社会学などの分野での主要な先行研究において処置効果評価の前提条件がどのように説明されているかを整理した。

(1) 経済学分野での主要な先行研究

経済学分野について、計量経済学の教科書である Wooldridge(2003)、Cameron and Trivedi(2005)、Angrist and Pischke(2008)に加えて、最近の包括的な先行研究調査である

*26 Propensity Score Matching

*27 Propensity Score, 「傾向スコア」と和訳される場合がある。

Imbens and Wooldridge(2009)における前提条件の説明を取上げる。

Wooldridge(2003)においては、ATE について説明した項目の中で RCM と同じ CIA、OVLA^{*28} と SUTVA の 3 つの前提条件が充足されることが必要であると説明している。更に CIA については Imbens(2000)に倣い ATE 又は ATET を推計する際には処置の選択の結果指標の平均値との独立性条件(CMIA^{*29})に緩和できることを説明している。

Cameron and Trivedi(2005)においては、処置効果全般について説明した項目の中で CIA、CMIA と OVLA について充足が必要な前提条件として説明している。他方 SUTVA についてはマッチングなど処置率を用いた推計手法における前提条件とした上で、Heckman, Lochner and Taber(1998)による一般均衡効果を通じた SUTVA-NI の問題について説明している。

Angrist and Pischke(2008)においては、処置効果全般について説明した項目の中で CIA と OVLA^{*30} について説明し、誤差に関しては NACA と IIDA について充足が必要な前提条件として説明している。このうち CIA については DID について説明した項目の中で Card and Krueger(1994・1998)を例として、処置群・対照群の結果指標の並行推移性(CPTA^{*31})に条件を緩和できることを述べている。他方 SUTVA については、"Peer Effect"としてその部分条件である SUTVA-NI の問題について説明している。

Imbens and Wooldridge(2009)においては、処置効果評価の基本的枠組みとして RCM について紹介し、CIA と SUTVA について一般に充足が必要な前提条件として説明している。他方で OVLA については多くの処置効果評価の手法において必要な前提条件であるが、不連続回帰(RDD^{*32})については該当しない点について説明している。

(2) 社会学・自然科学など経済学以外での分野の主要な先行研究

経済学以外の分野については、社会学分野での先行研究調査である Sobel(2000)、Mouw(2006)、Gangl(2010)を取上げ、自然科学分野では Columbia 大学 Mailman 校公衆衛生学講座公開資料の説明を取上げる。

Sobel(2000)、Mouw(2006)と Gangl(2010)においては、いずれも処置効果評価全般について CIA 又は CMIA と SUTVA を充足が必要な前提条件^{*33} として説明している。特にこれら社会学分野での先行研究調査はいずれも SUTVA について詳細に説明している。その理由については、Gangl(2010)によればそもそも血縁・交友関係など人的交流による処置の二次的影響などは社会学での重要な研究対象であることに加え、古くから"Howthorne 効果"や

*28 Wooldridge(2003)においては RCM に合わせて CIA と OVLA の組合せを"Strong Ignorability"と呼んでいる。他方で Imbens(2000)においては"Strong Unconfoundness"と呼んでおり、同じ概念であるが名称が異なっている。

*29 Conditional Mean Independence Assumption

*30 OVLA については Angrist and Pischke(2008)では引用元の Heckman, Ichimura, Smith and Todd(1998)に倣って"Common Support"と呼んでおり、同じ概念であるが名称が異なっている。

*31 Common/Parallel Trend Assumption

*32 Regression Discontinuity Design, "RD" と表現されることがある。RDD による処置効果評価の際に確認が必要な前提条件については Hahn, Todd and Van der Klaauw(2001)を参照ありたい。

*33 Sobel(2000)では Strong Ignorability"についての説明があり OVLA に触れているが、Mouw(2006)と Gangl(2010)では特に OVLA について説明をしていない。

"John-Henry 効果"^{*34}など SUTVA に関連する問題の存在が認識され議論されてきたことに起因すると説明されている。

Columbia 大学 Mailman 校公衆衛生学講座公開資料においては、処置効果評価のうち DID について説明している。この資料の中で、CIA、CPTA、SUTVA-CS、SUTVA-NI を充足が必要な前提条件として説明している。

2.1.2.2 主要な先行研究における前提条件の整理結果

以上の主要な先行研究における説明から、処置効果評価の手法一般とその典型的手法である DID の場合において充足が必要な前提条件は表 2.1 のとおり整理される。

[表 2.1 主要な先行研究における処置効果評価の前提条件の整理結果]

分析手法	処置効果評価一般 [#]	うち DID の場合
前提条件		
CIA, CMIA, CPTA	CIA 又は CMIA	CIA, CMIA 又は CPTA
OVLA	OVLA ^{##}	OVLA
NACA, IIDA	NACA, IIDA	NACA, IIDA
SUTVA		
SUTVA-ST	SUTVA-ST	SUTVA-ST
SUTVA-CS	SUTVA-CS	SUTVA-CS
SUTVA-NI	SUTVA-NI	SUTVA-NI

(表注) [#] 操作変数を用いた手法など分析手法毎に追加的な前提条件が必要な場合がある。

^{##} OVLA については RDD を用いた場合には該当しない。

(略語)	CIA	処置の選択の結果指標との独立性条件
	CMIA	処置の選択の結果指標の平均値との独立性条件
	CPTA	処置群・対照群の結果指標の並行推移性条件
	OVLA	処置群・対照群の同時存在性条件
	NACA	誤差の系列相関の不存在性条件
	IIDA	誤差の独立・均質分布性条件
	SUTVA	処置の安定性条件
	SUTVA-ST	処置の単一性条件
	SUTVA-CS	処置群・対照群の構成安定性条件
	SUTVA-NI	処置の二次的影響の不存在性条件

表 2.1 の結果から、処置効果評価の手法一般とその典型的手法である DID において充足が必要な前提条件は、大きく分けて CIA^{*35}、OVLA、NACA など、SUTVA の 4 つに整理されることが理解される。先行研究による相違点はあるものの、ほぼ全ての先行研究で 2.1.1.2 で見た RCM での 3 つの前提条件について説明があり、これに NACA など誤差に関

*34 "John-Henry 効果"とは、対照群となるべき対象が比較が行われることを認識した上で特殊な行動をとり処置群との正常な比較が行えなくなってしまう効果をいう。当該名称は 1870 年代に蒸気削岩機と生産性を競い驚異的な連続作業でこれを打負かしたものの直後に心臓発作で他界した実在の土木作業員の名前に由来する。

*35 説明の都合から、以下の議論においては特に断らない限り"CIA"を CIA,CMIA と CPTA の総称とする。

する条件^{*36}を加えた4つの種類の前提条件を充足する必要があることとなる。

CIA については個別対象の処置効果(TET^{*37})を推計する場合には CIA の充足が必要であるが、ATE 又は ATET を推計する場合には CMIA に条件を緩和でき、更に分析手法として DID を用いる場合には CPTA に条件を緩和できる。

OVLA については、RDD を用いる場合を除いては一般に充足が必要である。

NACA など^{*38}の誤差に関する前提条件については RCM では特段触れられていないが、実際の推計においてはいずれも充足が必要である。

SUTVA についてはこの条件に問題を生じる場合に3つのタイプがあり、SUTVA-ST、SUTVA-CS と SUTVA-NI の部分条件に分割される。これら3つの部分条件についてはいずれも充足が必要である。

ここで上記整理はあくまで処置効果評価の手法一般に関するものと DID を例としたものであり、個別の分析手法によっては追加的な前提条件が必要な場合^{*39}がある。また DID であっても処置が処置前の結果指標に影響を与える場合^{*40}や結果指標の平均値ではなく確率分布を変化させる場合^{*41}など、特殊な条件下での例外があることに留意が必要である。

2.1.3 処置効果評価の前提条件と試料生成過程・試料特性に応じた対策手法

2.1.3.1 処置効果評価と試料生成過程・試料特性

処置効果評価に用いる試料については、その試料生成過程により大きく実験的試料と統計的試料に分けることができる。実験的試料では予め準備された実験設計に従い、目的とする処置効果の評価分析とその前提条件の充足を考慮した試料が得られる。ところが統計的試料では統計毎の規約に従い試料が収集されるため、必ずしも処置効果の評価分析やその前提条件などを考慮していない試料しか得られない点が大きく異なっている。

また試料特性としては、試料の対象数と時点数を比較して対象数が大きい試料と時間方向に長い試料に分けることができる。対象数が大きい試料では比較的少数の時点で多数の対象について試料が得られるが、時間方向に長い試料ではその逆である。一般に実験的試料では実験設計により試料特性についても管理することができるため、これらの試料特性に起因した問題は主に統計的試料の場合に生じる問題であると考えられる。

2.1.2.2 で整理した処置効果評価の前提条件を充足する方法は、こうした試料生成過程・試料特性に応じて異なることから、試料生成過程・試料特性に応じた分析手法の選択が必要である。

しかし、実際の処置効果評価においては試料生成過程・試料特性に応じて選択された分

*36 2.1.1.1 で説明したとおり RCM は理想的な状況下での評価のための枠組みであるため、個別の分析手法で実測を行う際に問題となる誤差の問題については触れていない。

*37 Treatment Effect on Treated

*38 IIDA については処置効果評価に限らず計量経済学全般における重要な問題であるが、本研究の焦点からは外れている。このため以下では誤差について IIDA が成立しているものとしこの問題をこれ以上取扱わない。

*39 例えば操作変数を用いた場合の単調性条件("Monotonicity")などが挙げられる。

*40 例えば処置後への予測や期待により処置前から対象の行動が変化してしまう場合の Ashenfelter(1978)や Ashenfelter and Card(1995)による "Ashenfelter's Dip"に関する議論などが該当する。

*41 例えば Athey and Imbens(2006)による関数形を特定しない DID の一形態である"CIC: Change In Change"や"四分位 DID"に関する議論などが該当する。

析手法によって各前提条件が充足されるよう措置できる場合と、対応する分析手法が知られていないなどの理由から前提条件が充足されるよう措置できない場合がある。

処置効果評価において措置できない前提条件がある場合には、評価結果に潜在的な偏差が含まれることとなり、結果の解釈などにおいてはこうした偏差の影響を考慮しなければならないこととなる。

2.1.3.2 処置効果評価の前提条件と対策手法による措置

2.1.2.2 で整理した処置効果評価の前提条件とこれらを充足するための対策手法の関係について、DID を用いた場合での例^{*42}を示すと図 2.2 のとおりである。

図 2.2 中に示すとおり、前提条件のうち SUTVA 以外の CIA、OVLA、NACA の 3 つの前提条件については、試料生成過程・試料特性を問わず対応する対策手法が既に幾つも知られている。

[図 2.2 処置効果評価の前提条件と対策手法の関係 (DID を用いた場合の例)]

前提条件	試料生成過程	実験的試料 [#]	統計的試料	
	試料特性	---	対象数が大きい試料	時間方向に長い試料
CIA	対策手法 確認手法	・ランダム化 ・抽出の処置率差の分析	・マッチング処理 ・平均分散の比較 ・並行推移性確認	・合成対照群の推計 ・偽薬試験など
OVLA		(・実験設計による措置)	・試料の取捨選択 ・マッチング処理	・試料の取捨選択
NACA		・二期化法 ・Hansen の手法	・二期化法 ・Hansen の手法	・二期化法 ・Hansen の手法 ・ASCM,SDID など
SUTVA	-ST 及び-CS -NI	(・実験設計による措置) ・Hudgens & Halloran の手法	・個票利用「名寄せ」処理 ---	・個票利用「名寄せ」処理 --- 本研究の対象

(図注) 個別の対策手法についての説明は 2.2 と 2.3 の該当する項目を参照。
"---" は前提条件に対応する対策手法が知られていないことを示す。

[#] 実験的試料では多くの場合に DID は補助的に用いられるに過ぎないが、前提条件への対策手法を比較する目的から記載している。

(略語)	CIA	処置の選択の結果指標との独立性条件 (CMIA・CPTA の場合を含む)
	OVLA	処置群・対照群の同時存在性条件
	NACA	誤差の系列相関の不存在性条件
	SUTVA	処置の安定性条件
	SUTVA-ST,-CS	処置の単一性条件、処置群・対照群の構成安定性条件
	SUTVA-NI	処置の二次的影響の不存在性条件

しかし本研究の対象である SUTVA-NI の前提条件については、実験的試料を用いた場合

*42 実験的試料では多くの場合に DID は補助的に用いられるに過ぎないが、前提条件への対策手法を比較する目的から例示している。

での Hudgens and Halloran(2008)の手法を除いてはこの前提条件に対応する対策手法が知られていない。従って統計的試料を用いた場合には、この前提条件はこれまで殆ど措置されて来なかったこととなる。

本研究で開発する SUTVA-NI などの問題に関する新たな対策手法について説明する前に、まずこれらの前提条件と既に知られている代表的な対策手法の関係について 2.2 と 2.3 で簡単に説明しておくこととする。

2.2 処置効果評価手法と処置の安定性条件以外の前提条件に関する問題

2.2.1 処置の選択と結果指標の独立性条件

2.2.1.1 実験的試料の場合での処置の選択と結果指標の独立性条件(CIA)

実験的試料を用いた処置効果評価の場合には、CIA を充足するため抽出した試料からの処置の割当においてランダム化を適用するなどの手法^{*43} が用いられている。

実験的試料で CIA を充足する際に必要な 2 つの条件については Stuart, Cole, Bradshaw and Leaf(2011)により式 2.1 と式 2.2 のとおり整理されている。

第 1 の条件は実験的試料で CIA を充足する際の、試料抽出の結果指標からの独立性条件である。式 2.1 に示すとおり母集団から処置群・対照群とする対象を選定して処置効果評価を行うための試料を抽出する際に、試料抽出の条件・方法がその対象の結果指標から独立であることという条件である。現実の実験でこの条件の充足は容易ではなく、試料抽出の結果が結果指標から独立か否かを事後的に確認^{*44} することが必要である。

[式 2.1 と式 2.2 実験的試料で CIA を充足する際に必要な 2 つの条件]

(実験的試料で CIA を充足する際の試料抽出の結果指標からの独立性条件)

$$S \perp Y_j(t-s) \mid X' \quad \text{式 2.1}$$

(実験的試料で CIA を充足する際の処置の試料抽出と結果指標からの独立性条件)

$$T \perp [S, Y_j(t-s)] \mid X' \quad \text{式 2.2}$$

(式 2.1 と式 2.2 の記号の説明)

S	試料抽出の条件・方法
T	処置の条件・方法 (通常はランダム化)
$Y_j(t-s)$	処置前の時点 t-s における対象 j の結果指標
X'	個人や企業・組織の属性を特定する条件
\perp	独立

(出典) Stuart, Cole, Bradshaw and Leaf(2011), 1.3.2.2 のモデルに合わせ記号を変換している。

第 2 の条件は実験的試料で CIA を充足する際の処置の試料抽出と結果指標からの独立性条件である。式 2.2 に示すとおり、母集団から試料抽出した対象の中から処置群とする

*43 実験的試料であっても様々な理由からランダム化が用いられない場合がある。このような場合での対策については Shadish, Clark, Steiner and Hill(2008)の例が挙げられる。

*44 例えば Stuart, Cole, Bradshaw and Leaf(2011)では「試料抽出の処置率」を定義して、母集団と抽出された試料の間での「試料抽出の処置率」の差が 0 であることを確認する方法を提唱している。

対象を選定して処置を実施する際の条件・方法が、試料抽出の条件・方法や選定した対象の結果指標から独立であることという条件である。この条件については、選定した対象の中からランダム化により処置群・対照群を分けて処置の割当を行うことによって比較的容易に充足^{*45}することができる。

Stuart, Cole, Bradshaw and Leaf(2011)は、実験的試料の場合にこれら 2 つの条件と OVLA の 3 つの条件が全て充足されている際には、Rosenbaum and Rubin(1983)における"Strong Ignorability"が充足されていると見なすことができると説明している。

2.2.1.2 実験的試料でランダム化を用いた DID と処置の選択と結果指標の独立性条件(CIA)

具体的に実験的試料でランダム化などを用いて式 2.1 と式 2.2 の 2 つの条件により CIA を充足させた際の効果を、処置効果評価の典型的手法である DID の場合を例として考える。実験的試料で CIA を充足させた際の DID での効果は式 2.3 から式 2.5 に示すとおりであり、対象数 M,N を十分大きくした場合には DID の結果は ATE に等しくなる。

処置群の対象 k の前後差の平均値 $\overline{BA}_k(s,u)$ は式 2.3 で表現され、対照群の対象 i の前後差の平均値 $\overline{BA}_i(s,u)$ は式 2.4 で表現される。2.2.1.1 で説明した 2 つの条件が充足され CIA が充足されている場合には、処置群・対照群の対象は同一の母集団からいずれも偏りなく選定された対象と見なすことができる。

このため式 2.5 に示すとおり結果指標のうち処置効果 $ZF_k(t+u)$ を除いた変数の平均値は、対象数 M,N を無限大にした極限では、CIA の効果により未知の係数であっても処置群・対照群の母集団の平均値などに収束する。このため DID の平均値 $\overline{DID}(s,u)$ の極限を推計した場合には、これらの係数と変数の積は相殺して 0 となる。同様に対象数 M,N を無限大にした極限では、IIDA により処置群・対照群のいずれについても誤差の平均値は 0 となる。従って実験的試料で 2.2.1.1 で説明した 2 つの条件が充足されている場合であって、対象数 M,N が十分に大きい場合には、DID の結果から ATE が推計できる。

[式 2.3 から式 2.5 実験的試料で CIA を充足させた際の DID での効果]

(処置群の対象の前後差の平均値)

$$\begin{aligned}\overline{BA}_k(s,u) &= \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M (\beta_k \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + Z_a(t+u) - Z_a(t-s) + \mu_k \cdot (Z_b(t+u) - Z_b(t-s)) \\ &\quad + ZF_k(t+u) + \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s)) \\ &= Z_a(t+u) - Z_a(t-s) + \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M (\beta_k \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + \mu_k \cdot (Z_b(t+u) - Z_b(t-s)) \\ &\quad + ZF_k(t+u) + \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s))\end{aligned}\tag{式 2.3}$$

(対照群の対象の前後差の平均値)

$$\begin{aligned}\overline{BA}_i(s,u) &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\beta_i \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + Z_a(t+u) - Z_a(t-s) + \mu_i \cdot (Z_b(t+u) - Z_b(t-s)) \\ &\quad + \varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s)) \\ &= Z_a(t+u) - Z_a(t-s) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\beta_i \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + \mu_i \cdot (Z_b(t+u) - Z_b(t-s)) \\ &\quad + \varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s))\end{aligned}\tag{式 2.4}$$

*45 実験的試料でランダム化を用いて処置群・対照群を分けて処置の割当を行った場合でも、処置の実施・不実施を対象が内生的に選択できる際には CIA が成立しない場合があることが Manski(1996)、Imbens and Rubin(1997)により指摘されている。この場合には「処置」を「処置群に分けること」ではなく「実際に処置を行うこと」と解釈することにより、Stuart, Cole, Bradshaw and Leaf(2011)の枠組みの中で検討することができる。

(DID での効果(対象数 M,N が十分に大きい場合))

$$\begin{aligned}
 & \lim_{M,N \rightarrow \infty} \overline{DID}(s,u) \\
 &= \lim_{M,N \rightarrow \infty} \left[\overline{BA}_k(s,u) - \overline{BA}_i(s,u) \right] \\
 &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M ZF_k(t+u) \right] \\
 &+ \lim_{M,N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \beta_k \cdot (X(t+u) - X(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot (X(t+u) - X(t-s)) \right] \\
 &+ \lim_{M,N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \mu_k \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) \right] \\
 &+ \lim_{M,N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (\varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s)) \right] \\
 &= \overline{ZF}(t+u) \\
 &+ \overline{\beta} \cdot (X(t+u) - X(t-s)) - \overline{\beta} \cdot (X(t+u) - X(t-s)) \\
 &+ \overline{\mu} \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) - \overline{\mu} \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) \quad (\because \text{CIA, IIDA}) \\
 &= \overline{ZF}(t+u)
 \end{aligned}$$

式 2.5

(式 2.3 から式 2.5 の記号の説明)

$\overline{BA}_j(s,u)$	時点 t-s,t+u の間での対象 j の結果指標の前後差の平均値
$\overline{DID}(s,u)$	時点 t-s,t+u の間での処置群の対象 k・対照群の対象 i の間の DID の平均値
M,N	処置群の対象 k の対象数 M, 対照群の対象 i の対象数 N (M,N>1)
X(t)	時点 t での観察可能な説明変数ベクトル
β_j	対象 j における説明変数 X(t) の係数ベクトル
$\overline{\beta}$	処置群・対照群の母集団における β_j の平均値からなる係数ベクトル
Zb(t)	時点 t での未知の時間変動ベクトル
μ_j	対象 j における時間変動ベクトル Zb(t) の係数ベクトル
$\overline{\mu}$	処置群・対照群の母集団における μ_j の平均値からなる係数ベクトル
Za(t)	時点 t での対象に共通な未知の時間変動
ZF _k (t+u)	時点 t+u での処置群の対象 k に個別的な処置効果
$\overline{ZF}(t+u)$	時点 t+u での平均処置効果(ATE)
$\varepsilon_j(t)$	時点 t での対象 j に個別的な誤差
$\lim_{M,N \rightarrow \infty}$	処置群・対照群の対象数 M,N を無限大にした極限

2.2.1.3 統計的試料で対象方向に大きい試料の処置の選択と結果指標の独立性条件(CIA)

2.2.1.1 と 2.2.1.2 では試料生成過程が実験的試料である場合の CIA の問題について説明したが、以下では統計的試料^{*46} の場合での CIA の問題について説明する。

統計的試料のうち対象数が大きい試料を用いた処置効果評価については、マッチングを用いた DID、動学的パネルデータを用いた回帰分析などの手法の他、操作変数や RDD などの局所平均処置効果(LATE^{*47})を推計する手法が用いられる。

*46 一般に統計的試料では悉皆調査とするか層化二段抽出法などの手法を適用することによって、2.2.1.1 で説明した 2 つの条件のうち「試料抽出の結果指標からの独立性条件」については実験的試料と比べて入念に措置されている。他方で「処置実施の試料抽出と結果指標からの独立性条件」については統計調査の目的と処置効果評価の目的が一致している保証はないため、通常はランダム化などこの条件への措置は行われていない。

*47 Local Average Treatment Effect

以下この場合での典型的な手法である、マッチングを用いた DID を例として説明する。マッチングを用いた DID による手法とは、処置群・対照群の対象の観察可能な説明変数を使ってマッチングを行い、最も説明変数の値が近い対象を対で抽出することにより、処置群の対象に対応する対照群の対象を取捨選択して CIA を充足する手法である。

(1) マッチングの種類と方法

具体的なマッチングの手法については様々な種類があるが、Stuart(2001)による分類ではマッチングにおいて最小化すべき「距離」に着目した上で、完全マッチング、Mahalanobis マッチング、処置率マッチング、線形処置率マッチングの4種類に分類されている。

完全マッチングと Mahalanobis マッチングでは処置群・対照群の対象について観察可能な説明変数の「距離」自体を最小化するが、処置率マッチングと線形処置率マッチングでは処置群・対照群の対象が抽出された際の処置率^{*48}の「距離」を最小化する点が異なっている。

統計的試料でのマッチングでは上記4分類のどの手法であっても、統計的試料に収録された対象の中から処置群の対象に対して最も「距離」の小さい対象を対照群の対象として抽出する。このため、元の統計的試料からは各対象についての説明変数が複数得られること、処置群の対象に対して対照群の候補となる対象が多数含まれていることの両方の条件が充足されていることが必要である。

(2) マッチング後の CIA の充足の確認手法

実験的試料を用いた場合と異なり、統計的試料では処置群・対照群の対象が同一の母集団から抽出されたという保証はないため、マッチング後の処置群・対照群の対からなる試料が CIA を充足しているか否かを事後的に確認することが必要である。

マッチングによる CIA の充足を確認する手法としては、1)Rubin and Thomas(1996), Rubin(2001)や Imai, King and Stuart(2008)による、処置群・対照群の平均値の差が標準偏差の 0.25 倍以内で分散の比が 0.5 から 2.0 倍の間になければならないとの2つの条件から CMIA を確認する手法、2)Heckman, Ichimura and Todd(1997)と Heckman, Ichimura, Smith and Todd(1998)による、処置群・対照群の処置前での結果指標の推移を比較して CPTA を確認する手法などが知られている。

処置群・対照群の平均値と分散から CMIA を確認する方法では、処置群・対照群の対象が多数得られる限り処置前では1時点についての試料があればよいが、処置前での結果指標の推移から CPTA を確認する方法では処置前に2時点以上の試料が必要である。

2.2.1.4 統計的試料でマッチングを用いた DID と処置の選択と結果指標の独立性条件(CIA)

対象数が大きい統計的試料でマッチングにより CIA を充足させた際の効果について、引き続き DID の場合を例として考える。議論を簡単にするため、処置群・対照群の対象について CPTA が確認されている^{*49}ものとする。

統計的試料でマッチング後に CPTA の充足が確認された際の効果と、統計的試料でマ

*48 処置率マッチングと線形処置率マッチングでは処置率自体又はその Logit モデルによる「距離」のみを最小化すれば良いが、これは必ずしも多数の説明変数を用いる他の手法と比べた利点という訳ではない。例えば Rosenbaum and Rubin(1984)の事例では処置率の推計に45の説明変数、7つの交絡項と1つの二乗項を用いているように、そもそも処置率の推計に非常に多くの説明変数が必要であることを想起されたい。

*49 2.2.1.3 で説明した確認手法のうち CPTA ではなく CMIA が確認されている場合には、DID においては CPTA と同様の効果が生じる。但し CMIA が確認された場合でも CPTA が確認された場合と同様に、推計できるのは ATE ではなく ATET である。

マッチングにより CIA を充足させた際の DID での効果は式 2.6 と式 2.7 に示すとおりであり、DID を推計した結果は ATET^{*50} の近似値となる。

[式 2.6 と式 2.7 統計的試料でマッチング後に CPTA が確認された際の DID での効果]

(並行推移性(CPTA)の効果)

$$\begin{aligned}
 & \overline{BA}_k(s,s') - \overline{BA}_i(s,s') \doteq 0 \\
 \Rightarrow & Z_a(t-s') - Z_a(t-s) + \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M (\beta_k \cdot (X(t-s') - X(t-s)) + \mu_k \cdot (Z_b(t-s') - Z_b(t-s)) + \varepsilon_k(t-s') - \varepsilon_k(t-s)) \\
 & - \left(Z_a(t-s') - Z_a(t-s) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\beta_i \cdot (X(t-s') - X(t-s)) + \mu_i \cdot (Z_b(t-s') - Z_b(t-s)) + \varepsilon_i(t-s') - \varepsilon_i(t-s)) \right) \\
 = & \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \beta_k \cdot (X(t-s') - X(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot (X(t-s') - X(t-s)) \right. \\
 & + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \mu_k \cdot (Z_b(t-s') - Z_b(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i \cdot (Z_b(t-s') - Z_b(t-s)) \\
 & \left. + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (\varepsilon_k(t-s') - \varepsilon_k(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i(t-s') - \varepsilon_i(t-s)) \right] \\
 \doteq & 0
 \end{aligned}$$

式 2.6

(DID での効果(CPTA が確認された場合))

$$\begin{aligned}
 \overline{DID}(s,u) &= \overline{BA}_k(s,u) - \overline{BA}_i(s,u) \\
 &= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M ZF_k(t+u) \\
 &+ \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \beta_k \cdot (X(t+u) - X(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot (X(t+u) - X(t-s)) \right. \\
 &+ \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \mu_k \cdot (Z_b(t+u) - Z_b(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i \cdot (Z_b(t+u) - Z_b(t-s)) \\
 &+ \left. \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (\varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s)) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s)) \right] \\
 \doteq & \overline{ZF}_k(t+u) \quad (\because \text{CPTA})
 \end{aligned}$$

式 2.7

(式 2.6 と式 2.7 の記号の説明)

$t+u, t-s, t-s'$	処置後の時点 $t+u$, 処置前の時点 $t-s, t-s'$ ($u, s, s' > 0, s \neq s'$)
$\overline{BA}_k(s,s')$	時点 $t-s, t-s'$ の間での対象 j の前後差の平均値
$\overline{BA}_i(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での対象 j の前後差の平均値
$\overline{DID}(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での処置群の対象 k ・対照群の対象 i の間の DID の平均値
M, N	処置群の対象 k の対象数 M , 対照群の対象 i の対象数 N ($M, N > 1$)
$X(t)$	時点 t での観察可能な説明変数ベクトル
β_i	対象 j における説明変数 $X(t)$ の係数ベクトル
$Z_b(t)$	時点 t での未知の時間変動ベクトル
μ_i	対象 j における時間変動ベクトル $Z_b(t)$ の係数ベクトル

*50 2.2.1.2 で説明した実験的試料でランダム化などを用いた場合と異なり、統計的試料では処置群・対照群が同一の母集団から抽出された保証はないため、対照群の対象が処置を受けた場合についての情報は得られない。従って DID を推計した結果は対象一般についての ATE ではなく処置群の対象についての ATET となる。

(式 2.6 と式 2.7 の記号の説明 (続き))

$Za(t)$	時点 t での対象に共通な未知の時間変動
$ZF_k(t+u)$	時点 $t+u$ での処置群の対象 k に個別的な処置効果
$\overline{ZF}_k(t+u)$	時点 $t+u$ での処置群平均処置効果(ATET)
$\varepsilon_i(t)$	時点 t での対象 j に個別的な誤差

CPTA の充足が確認されている場合には、式 2.6 に示すとおり処置前の時点 $t-s$ と $t-s'$ の間で処置群・対照群の結果指標の前後差の平均値がほぼ等しく、その差は概ね 0 となっているはずである。この場合には観察可能な説明変数と対象 j に固有な係数の積 $\beta_j \cdot X(t)$ 、未知の時間変動と対象 j に固有な係数の積 $\mu_j \cdot Zb(t)$ 、対象 j に固有な誤差 $\varepsilon_i(t)$ の合計は、処置群・対照群の対象の間での平均値の差が概ね 0 となっている。

ある処置群・対照群について処置前の時点 $t-s$ と $t-s'$ 間で CPTA の充足が確認されている場合、 $\beta_j \cdot X(t)$ 、 $\mu_j \cdot Zb(t)$ 、 $\varepsilon_i(t)$ の合計は処置前の時点 $t-s$ と処置後の時点 $t+u$ についても、処置群・対照群の対象の間での平均値の差が概ね 0 と見なすことができる。

従って式 2.7 に示すとおり、マッチング後に CPTA の充足が確認されている処置群・対照群の対象については、処置前の時点 $t-s$ と処置後の時点 $t+u$ の間で $\beta_j \cdot X_i(t)$ 、 $\mu_j \cdot Zb(t)$ 、 $\varepsilon_i(t)$ の合計は平均値の差が概ね 0 となる。これにより DID の結果から ATET が推計できる。

2.2.1.5 統計的試料で時間方向に長い試料の処置の選択と結果指標の独立性条件(CIA)

統計的試料のうち時間方向に長い試料を用いた処置効果評価については、合成対照群を用いた DID、構造方程式を用いた時系列回帰分析などが手法として用いられる。

以下この場合に用いられる手法の一つである、合成対照群を用いた DID を例として説明する。

合成対照群を用いた DID による手法とは、統計的試料を用いて複数の合成材料となる対象の結果指標や観察可能な説明変数から最適なウェイトを算定し、最適ウェイトにより合成された合成対照群の結果指標を処置群の対象の仮想現実として用い CIA を充足する手法である。

合成対照群を用いた DID は Abadie and Gardeazabal(2003)で初めて用いられた比較的新しい手法^{*51} である。この手法については Abadie, Diamond and Hainmueller(2010)においてその推計原理が詳しく説明されており、更に Abadie, Diamond and Hainmueller(2015)において具体的な推計手順や確認手法が説明されている。

(1) 合成対照群を用いた DID の推計原理の概要

合成対照群を用いた DID の推計原理については、Abadie, Diamond and Hainmueller(2010) の 2.2 と補論 B に詳しく示されており、その概要を式 2.8 から式 2.16 に示す。

最初に式 2.8 に示すとおり、処置群の対象 k の処置効果を除いた結果指標を $Y_k^N(t)$ とする。 $Y_k^N(t)$ は式 2.9 に示す合成材料となる対象 i の結果指標と同じ項で構成される。

ここで式 2.10 に示すとおり、構成要素 w_i が全て 0 より大きくかつその合計が 1 となるようなウェイト W を考える。合成材料となる対象 i の結果指標に対してこのようなウェイトを乗じた結果は式 2.11 のように表現される。このようなウェイト W のうち、処置前の時点での合成材料となる対照群の対象 i にウェイトを乗じた結果指標 $Y_i(t-s)$ が処置群の

*51 最近の先行研究調査である Athey and Imbens(2017)では、合成対照群の開発を「過去 15 年の処置効果評価における最も重要な革新(p9)」と非常に高く評価している。

対象 k の結果指標 $Y_k(t-s)$ と一致し、かつ合成材料となる処置群の対象 i にウェイトを乗じた固有の時間変動の係数 β_i が処置群の対象 k の固有の時間変動の係数 β_k と一致するようなウェイトを、式 2.12 に示すように最適ウェイト W^* と定義する。

合成材料となる対照群の対象 i の結果指標に対して最適ウェイトを乗じた結果は式 2.13 のように表現され、観察可能な説明変数ベクトルとその係数の積は処置群の対象の積 $\beta_k \cdot X(t)$ と一致する。式 2.13 の結果は合成対照群の結果指標に相当する。

処置群の対象 k の処置効果を除いた結果指標 $Y_k^N(t)$ から合成対照群の結果指標を引いた結果から、処置前の各時点の結果指標についての連立方程式を解いて μ_i を消去すると、式 2.14 のとおり R_1 項から R_3 項の 3 つの項からなる式が得られる。

このうち R_2 項と R_3 項は処置群の対象の誤差と処置群の対象と合成対照群の誤差の差であるため、処置前の時点数 S を十分大きくした場合は IIDA により 0 に収束する。

[式 2.8 から式 2.16 合成対照群を用いた DID の推計原理]

$$Y_k^N(t) = \beta_k \cdot X(t) + Za(t) + \mu_k \cdot Zb(t) + \varepsilon_k(t) \quad \text{式 2.8}$$

$$Y_i(t) = \beta_i \cdot X(t) + Za(t) + \mu_i \cdot Zb(t) + \varepsilon_i(t) \quad \text{式 2.9}$$

$$W = (w_1, \dots, w_N) \\ \text{such that } \forall_i w_i \geq 0 \text{ and } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad \text{式 2.10}$$

$$\sum_{i=1}^N w_i \cdot Y_i(t) = X(t) \cdot \sum_{i=1}^N w_i \cdot \beta_i + Za(t) + Zb(t) \cdot \sum_{i=1}^N w_i \cdot \mu_i + \sum_{i=1}^N w_i \cdot \varepsilon_i(t) \quad \text{式 2.11}$$

$$W^* = (w_1^*, \dots, w_N^*), W^* \in W \\ \text{such that } \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot Y_i(t-s) = Y_k^N(t-s) \text{ for } \forall_s \text{ and } \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot \beta_i = \beta_k \quad \text{式 2.12}$$

$$\sum_{i=1}^N w_i^* \cdot Y_i(t) = \beta_k \cdot X(t) + Za(t) + Zb(t) \cdot \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot \mu_i + \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot \varepsilon_i(t) \quad \text{式 2.13}$$

$$Y_k^N(t) - \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot Y_i(t) \\ = \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot \sum_{s=1}^S \left[Zb(t) \cdot \left(\sum_{r=1}^S Zb(t-r)' \cdot Zb(t-r) \right)^{-1} \cdot Zb(t-s)' \cdot \varepsilon_i(t-s) \right] \quad (R_1 \text{ 項}) \\ - \sum_{s=1}^S \left[Zb(t) \cdot \left(\sum_{r=1}^S Zb(t-r)' \cdot Zb(t-r) \right)^{-1} \cdot Zb(t-s)' \cdot \varepsilon_k(t-s) \right] \quad (R_2 \text{ 項}) \\ - \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot (\varepsilon_i(t) - \varepsilon_k(t)) \quad (R_3 \text{ 項}) \quad \text{式 2.14}$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \left[Y_k^N(t) - \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot Y_i(t) \right] \\ = \lim_{S \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot \sum_{s=1}^S \left[Zb(t) \cdot \left(\sum_{r=1}^S Zb(t-r)' \cdot Zb(t-r) \right)^{-1} \cdot Zb(t-s)' \cdot \varepsilon_i(t-s) \right] \quad (\because \text{IIDA}) \\ = 0 \quad \text{式 2.15}$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \left[Y_k(t+u) - \sum_{i=1}^N w_i^* \cdot Y_i(t+u) \right] \\ = ZF_k(t+u) \quad \text{式 2.16}$$

(式 2.8 から式 2.16 の記号の説明)

$t+u, t-s$	処置後の時点 $t+u$, 処置前の時点 $t-s$ ($u, s > 0, 1 \leq s \leq S$)
S	処置前の時点数 ($S > 1$)
$Y_j(t), Y_k^N(t)$	時点 t での対象 j の結果指標 $Y_j(t)$, 時点 t での対象 k の処置効果を除いた結果指標 $Y_k^N(t)$
$X(t)$	時点 t での観察可能な説明変数ベクトル
β_j	対象 j における説明変数 $X_j(t)$ の係数ベクトル
$Z_b(t)$	時点 t での未知の時間変動ベクトル
μ_j	対象 j における時間変動ベクトル $Z_b(t)$ の係数ベクトル
$Z_a(t)$	時点 t での対象に共通な未知の時間変動
$ZF_k(t+u)$	処置後の時点 $t+u$ での処置群の対象 k に固有の未知の処置効果 (TET)
$\varepsilon_j(t)$	時点 t での対象 j に固有の未知の誤差
W, w_i	ウェイトとその構成要素 ($1 \leq i \leq N$)
W^*, w_i^*	最適ウェイトとその構成要素 ($1 \leq i \leq N$)
N	合成材料となる対象 i の対象数 ($N > 1$)
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	処置前の時点数 S を無限大にした極限

(出典: Abadie, Diamond and Hainmueller(2010) 補論 B, 1.3.2.2 のモデルに合わせ記号を変換している。)

R_i 項についても、Cauchy-Schwartz の不等式、Hölder の不等式及び Rosental の不等式を援用するなど証明の過程は非常に複雑であるが、式 2.15 に示すとおり S を十分に大きくした場合には 0 に収束する。

つまり、処置前の時点数 S が十分大きい場合には、処置群の個別の対象に対し最適ウェイトにより推計された合成対照群は、CIA を充足していることとなる。

従って処置前の時点数 S が十分大きい場合には、最適ウェイトによる合成対照群を用いた DID の結果により、式 2.16 で示すとおり個別対象毎の TET を推計することができる。

2.2.1.2 での実験的試料を用いた場合や 2.2.1.4 での統計的試料でマッチングを用いた場合と異なり、合成対照群を用いた DID では処置群の対象を 1 つのみ用いる。また合成材料となる対象の数 N についても最適ウェイトが算定できる限り少数^{*52} でよい。他方で推計原理から明らかとなっており、最適ウェイトを算定する必要上から、元の統計的試料において処置前の時点数 S が十分大きい試料が得られることが必要である。

(2) 最適ウェイトの算定

実際に合成対照群を用いた DID を応用する際には、式 2.10 や式 2.12 の条件を同時に満たす最適ウェイトをどのように算定するかが重要である。

Abadie, Diamond and Hainmueller(2010・2015)では、式 2.17 に示すとおり処置前の時点での結果指標 $Y_j(t)$ や観察可能な説明変数項 $\beta_j \cdot X(t)$ を用い、構成要素 w_i が全て 0 より大きくかつその合計が 1 となる条件^{*53} を満たした最適ウェイトを算定している。この際に処置群の対象と合成対照群の結果指標の差が最小化されるよう、最適ウェイト W^* と結果指標など最適ウェイトの算定に用いる変数 q の相対的重要度の係数 V_q の組合せを求めて算定を行っている。

*52 実際に Abadie and Gardeazabal(2003)の事例では、評価対象であるスペイン Basque 州に対し他の 2 州 (Catalonia, Madrid)のみが最適ウェイトの構成要素が正でそれ以外の州は 0 という結果となっている。

*53 最適ウェイトの構成要素に関する 2 つの条件については、Abadie(2020)によれば King and Zeng(2006)の指摘する外挿による極端な対照群を用いた推計への批判に対応するため必要な条件であるとされている。他方で Doudchenko and Imbens(2016)では構成要素が負となることを許容した新たな推計手法の枠組みが提案され、Abadie and L'Hour(2019)では最適ウェイトに誤差に応じた割引項を設けて算定する方法などが提唱されている。本研究では Abadie(2020)に従い上記 2 つの条件を課した最適ウェイトを用いることとする。

実際の算定においては、処置前の時点での結果指標について W^* と V_q を変化させて処置群の対象と合成対照群の平方平均二乗予測誤差(RMSPE^{*54})を計算し、これが最小となるような w_i^* の構成と V_q の組合せを探索することによって最適ウェイト W^* を算定^{*55} する。

[式 2.17 合成対照群における最適ウェイト算定の考え方]

$$\begin{aligned}
 W^* ; \quad & \min_{V_q^*, W^*} \left[\sum_{q=1}^Q v_q^* \cdot (X_{kq} - X_{iq} \cdot W^*)^2 \right] \\
 \text{subject to } & W^* = (w_1^*, \dots, w_N^*), \quad V_q^* = (v_1^*, \dots, v_Q^*), \\
 & \forall_i w_i^* \geq 0 \quad \wedge \quad \sum_{i=1}^N w_i^* = 1 \quad \text{and} \quad \forall_q v_q^* > 0
 \end{aligned}
 \tag{式 2.17}$$

(式 2.17 の記号の説明)

W^*, w_i^*	最適ウェイト W^* とその構成要素 w_i^* ($1 \leq i \leq N$)
N	合成材料となる対照群の対象の数 ($N > 1$)
X_{kq}, X_{iq}	最適ウェイトの算定に用いる変数 (結果指標 $Y_i(t)$ 又は観察可能な説明変数項 $\beta_i \cdot X(t)$)
Q, q	最適ウェイトの算定に用いる変数の種類 q と変数の数 Q ($Q > 1$)
V_q^*, v_q^*	最適ウェイトの算定に用いる変数の相対的重要度の係数とその構成要素 ($v_q^* > 0$)

(出典: Abadie, Diamond and Hainmueller(2010・2015), 1.3.2.2 のモデルに合わせ記号を変換している。)

(3) 合成対照群における偽薬試験などを用いた検証・確認

合成対照群を用いた DID による処置効果の評価結果の検証・確認としては、1)偽薬試験を用いた結果の検証・確認や、2)最適ウェイトの頑健性の検証・確認などが行われている。

第 1 の検証・確認方法である偽薬試験を用いた事例として、Abadie, Diamond and Hainmueller(2010)が挙げられる。この例ではアメリカ California 州での禁煙政策の影響を評価した結果について、類似の政策が行われていない 19 州に一連の同じ分析を行い、処置後の California 州の MSPE がこれら 19 州の MSPE の分布から有意に異なることを示している。

合成対照群を用いた DID により推計された処置効果の有意性については、処置前の時点に DID を行って得られた標準偏差を用い、t 検定により結果を検証・確認することが考えられる。この場合には処置群の対象の DID を用い、処置前での時点について平均化された標準偏差を用いることとなるが、標準偏差が時点により変化している可能性があり、この方法は必ずしも正確な検証・確認とは言えないという問題が残ってしまう。

このため合成対照群を用いた DID では、処置後の評価時点において対照群の対象に対して偽薬試験を行って「時点別標準偏差」を算定し、評価時点が揃った標準偏差を用いた検定を行うことにより、結果の頑健性を検証・確認することが行われている。合成対照群を用いた DID では、構造方程式などを用いた場合と異なり感度分析に使える説明変数が得られるとは限らないため、結果の頑健性を確認する際には対照群の説明変数自体を使った偽薬試験が適している。

しかし偽薬試験に使える対照群の対象数が少ない場合や、対照群が SUTVA に起因した

*54 Root Mean Square Prediction Error

*55 Abadie, Diamond and Hainmueller(2010・2015)では平均二乗予測誤差(MSPE)が用いられているが、Abadie (2020)では平方平均二乗予測誤差(RMSPE: Root Mean Square Prediction Error)を推奨している。本研究では Abadie(2020)に従い RMSPE と RMSPER(Root Mean Square Prediction Error Ratio、結果指標の処置前平均値に対する RMSPE の比率)を用いて最適ウェイトの算定を行う。

影響を受けている場合には、処置後の時点別標準偏差の精度が下がってしまうため、意味のある偽薬試験ができるとは限らないという問題点がある。

第 2 の検証・確認方法である最適ウェイトの頑健性の検証・確認の例として、Abadie, Diamond and Hainmueller(2015)が挙げられる。この例では最適ウェイトを構成する合成材料となる対象を 1 つずつ除外した場合や、合成材料となる対象のうち任意の 1 つを除外した場合であっても処置効果評価の結果が大きく変化しないことを示している。

但しこの検証・確認手法については、試料によっては対象を 1 つでも増減させると式 2.10 の 2 つの条件を満たすウェイトが算定できない場合があり、どのような試料の場合でも適用できるとは限らないという問題点^{*56}がある。

2.2.2 処置群・対照群の同時存在性条件

2.2.2.1 処置群・対照群の同時存在性条件(OVLA)と試料生成過程

2.1.2.2 で整理した処置効果評価の前提条件のうち OVLA については、試料生成過程によりその充足のための措置が大きく異なっている。

実験的試料を用いた処置効果評価の場合には、予め実験設計により OVLA を充足した処置群・対照群の対象が試料として得られるよう措置することが可能である。

他方で統計的試料を用いた場合には、公的統計などにより調査・収集された処置群・対照群の対象が OVLA を充足しているという保証はなく、秘匿や欠測などの影響が生じるため、評価分析に入る前に OVLA の充足を確認し試料の取捨選択を行うことが必要である。

OVLA に関して、実験的試料を用いた場合と統計的試料を用いた場合での比較の問題については、Lalonde(1986)の問題提起に始まり、Heckman, Ichimura and Todd(1987)と Heckman, Ichimura, Smith and Todd(1988)による乖離要因の内訳推計と OVLA に関する指摘、Dehejia and Whaba(1999・2002)による層化 PSM による OVLA への対策と乖離解消の実証などの一連の議論が著名である。更にこれらの議論については、Smith and Todd(2001)、Abadie and Imbens(2002)、Michalopoulos, Bloom and Hill(2004)などにより条件を変化させた追試に付されるなど入念な検証が行われ、Dehejia and Whaba(1999・2002)による結果の妥当性が確認されている。

ここで Dehejia and Whaba(1999・2002)によって適切な試料の取捨選択などにより事後的に OVLA への対策を行えば、統計的試料を用いた場合であっても実験的試料を用いた場合とほぼ同様の結果が得られることが示されたことは重要である。

2.2.2.2 処置群・対照群の同時存在性条件(OVLA)と定量的基準

(1) 対象方向での定量的基準

OVLA の充足に関する対象方向での定量的基準の問題については、Crump, Hotz, Imbens and Mitnik(2009)の研究が著名である。

Crump, Hotz, Imbens and Mitnik(2009)は、RCM を用いた処置効果評価において説明変数

*56 Abadie, Diamond and Hainmueller(2015)では合成材料となる対象を除外した場合のみを検証・確認の対象としているが、可能であれば対象を追加した場合と除外した場合の両方を検証・確認すべきである。

合成材料を増減させた際に合成対照群が推計できないことは、試料の入手可能性の問題や式 2.10 の条件の妥当性の問題が含まれるため必ずしも合成対照群の頑健性の問題を意味しない。しかし、合成対照群が推計できているのに結果が大きく変わってしまう場合は、明らかに合成対照群の頑健性に問題があると考えられる。

に対応した一部の区間で処置群・対照群の対象のいずれかが少数しか得らず OVLA に問題を生じる場合に、具体的にどのような条件を設けて試料を選別・除外すれば試料の損失を抑えつつ偏差の発生や分散の過大化の防止を両立できるかという問題に対し検討を行っている。

当該検討の結果、処置群・対照群の選別・除外の条件としては極端な処置率が観察される区間を除くことが適切であるが、選別・除外の効果が処置率の分布に影響されることを示している。処置率が β 分布に従い均一分散であることを仮定した場合には、処置率が 0.1 から 0.9 の範囲内となるような試料を用いることが最適であることを示している。

(2) 時間方向での定量的基準

他方で OVLA の充足に関する時間方向での定量的基準の問題については、この問題を取扱っている先行研究を見つけることができなかった^{*57}。

具体的に統計的試料のうち時間方向に長い試料での合成対照群による DID を用いた処置効果評価の例について考える。

ある対象の試料が処置前の時点でごく一部の期間について無作為に欠測している場合であれば、こうした対象を合成材料として最適ウェイトの推計に用いることに特段の問題はなく、欠測した期間を取除いた試料から最適ウェイトが推計できる限りは合成対照群による DID を行うことは可能であると考えられる。

他方である対象の試料が処置前の一定の期間について欠測している場合や断続的に欠測している場合に、こうした対象を合成材料として最適ウェイトの推計に用いて良いかという点については問題がある。処置前の試料が十分でなく性質の判明していない対象が、処置後において処置群の対象の仮想現実と一致した推移を示すという保証がないからである。従ってこうした対象や試料は何らかの定量的基準を設けた上で、評価分析に入る前に取除いておくことが必要である^{*58}と考えられる。

2.2.3 誤差の系列相関の不存在性条件

2.2.3.1 誤差の系列相関の不存在性条件(NACA)と試料特性

2.1.2.2 で整理した処置効果評価の前提条件のうち NACA については、実験的試料か統計的試料かという試料生成過程によらず発生する問題であり、主として試料の対象数や時点数など試料特性に応じてその充足のための措置と対策手法が大きく異なっている。

NACA については 2 種類の問題が知られており、1) 評価分析に用いる対象が幾つかの組織に分かれている場合での組織方向の系列相関の問題と、2) 評価分析に用いる試料が時間方向に長い場合での時間方向の系列相関の問題がある。以下これらの NACA に起因した 2 種類の問題と主要な対策手法について説明する。

2.2.3.2 組織方向の系列相関(Moulton 効果)の問題

組織方向の系列相関の問題は Moulton(1986)により初めて指摘された問題であり、一般

*57 この問題は Abadie(2020)においても試料についての要件として抽象的に触れられているのみである。

*58 この問題については今後の課題とし、本研究においてはこれ以上立入らない。

本研究 4.での実証分析においては上記 Crump, Hotz, Imbens and Mitnik(2009)の研究を参考として、時間方向での欠測率が 10%未満であることを基準として対照群の対象の取捨選択を行うこととする。

に「組織効果」又は「Moulton 効果」と呼ばれている。Moulton(1986)は DID を用いた処置効果評価において、各対象が何らかの組織に属し組織内に共通した要因の影響を受けている場合の誤差の系列相関について問題提起し、通常の最小二乗法(OLS^{*59})ではなく一般化最小二乗法(GLS^{*60})による対策を提言している。

この問題については Donald and Lang(2004)が組織の大きさなどが異なる場合について処置効果モデルを用いた理論的検討を行い、モンテカルロ・シミュレーションを用いて対策手法について考察している。その結果として 1)各組織を構成する対象数が大きくかつ誤差が正規分布である場合には Amemiya(1978)の手法を応用した二段階推計と t 統計量を使った推計が可能であること、2)各組織を構成する対象数が小さい場合では上記の二段階推計法を適用することが望ましいものの、t 統計量を使った推計を行うためには組織構造間での誤差の分散が等しいなど特殊な条件が成立つことが必要であることを示している。

更に Hansen(2007a・2007b)は Donald and Lang(2004)や Bertland, Duflo and Mullainathan(2004)などの結果を受けて、組織方向と時間方向の系列相関について同時に対応できる実行可能一般化最小二乗法(FGLS^{*61})を応用した二段階推計による対策手法を提唱している。具体的には Amemiya(1978)の手法を応用して最初に個別効果部分と系列相関部分を FGLS で別々に推計し、更にこのうち系列相関部分について組織毎に個別的な効果と共通的な効果を FGLS により別々に推計して分離することで、2 種類の系列相関による偏差を同時に補正するという手法である。

2.2.3.3 時間方向の系列相関の問題

(1) 時間方向の系列相関の問題と対策手法

時間方向の系列相関の問題は非常に古くから研究されてきた問題であり、パネルデータに関する Nickell(1981)や Solon(1984)などの先駆的な研究に始まって以降様々な研究が行われている。近年においても動学的パネルデータ分析を用いた処置効果評価の分野^{*62}では Hsiao, Ching and Wan(2012)、Bai(2013)などにより新たな対策手法が開発されている。

他方で DID を用いた処置効果評価の分野については、Bertland, Duflo and Mullainathan(2004)による問題提起と対策手法の研究が著名である。

Bertland, Duflo and Mullainathan(2004)ではアメリカの労働経済学分野での先行研究調査から DID で時間方向の系列相関の問題について殆ど対策が措置されていないことを指摘した上で、アメリカの賃金統計を使った偽薬試験の例でこうした対策を採らない場合に 45%もの確率で架空の効果を誤検出したことを注意喚起している。更にモンテカルロ・シミュレーションを用いて 1)自己相関項(AR)・移動平均項(MA)^{*63}の特定化、2)Block-Bootstrap 法^{*64}、3)時系列推計の停止と処置前・後への集約による「二期化法」、4)演繹的分散・共分散

*59 Ordinary Least Squares

*60 Generalized Least Squares

*61 Feasible Generalized Least Squares

*62 動学的パネルデータ分析に関する問題については、Arellano(2003)、北村(2005)、千木良・早川・山本(2011)に詳しく解説されている。

*63 AR: Auto Regression, MA: Moving Average

*64 Efron and Tibshirani(1994)による方法。

行列の設定^{*65}、5)暫定的分散・共分散行列の設定^{*66}の5つの対策手法の有効性を検証している。検証の結果、時間方向の試料が過小である際にはAR及びMAの特定化は有効ではないこと、Block Bootstrap法、演繹的分散・共分散行列の設定や暫定的分散・共分散行列の設定の3つは一定の改善効果があるが試料数が減少した場合に効果が低下すること、二期化法による推計は試料数が減少した場合でも有効であることの3点を報告している。

DIDに関連した分野では、近年ではBen-Micheal, Feller and Rothstein(2018)による過去の結果指標の影響を考慮したASCMの開発、Arkhangelsky, Athey, Hirshberg, Imbens and Wager(2019)による対照群の対象方向での最適ウェイトと時間方向の最適ウェイトを同時に用いたSDIDの開発など、合成対照群に関連した対策手法の開発が進展している。

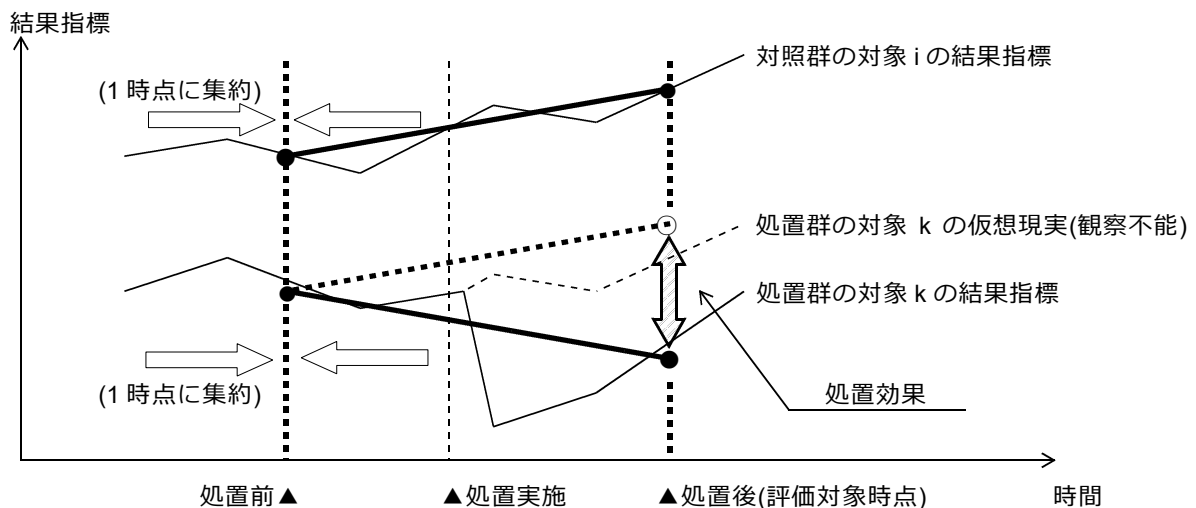
(2) 時間方向の系列相関の問題に対する二期化法の概要

時間方向の系列相関の問題に対する対策手法の事例として、非常に簡単な方法ながらその有効性が検証・確認されている二期化法の概要を図2.3に示す。

二期化法では図2.3のとおり時間方向に長い試料のうち処置前での試料を平均化する方法で全て1時点に集約してしまい、この処置前の1時点と処置効果の評価しようとする処置後の1時点との間の2時点間のDIDにより評価分析を行う。この方法では処置前の試料の集約により試料が持っている時間方向での情報は全部捨ててしまうこととなるが、上記のとおりBertrand, Duflo and Mullainathan(2004)により対象数が少なくなった場合でも時間方向の系列相関の問題を生じないことが検証・確認されている。

この二期化法における問題としては、評価分析の対象による処置後の予測や期待により処置前から結果指標に影響が出てしまう"Ashenfelter's Dip"の問題が挙げられるが、この問題が懸念される場合には処置直前の試料を集約から除外する、Ashenfelter(1978)が行ったように処置前の複数の時点を用いて評価を行うなどの対策が考えられる。

[図 2.3 時間方向の系列相関の問題に対する二期化法の概念図]



*65 Kiefer(1980)による方法。

*66 Kezdi(2002)による方法。

2.3 処置の安定性条件の問題

2.3.1 処置の安定性条件を巡る先行研究での議論

2.3.1.1 処置の安定性条件(SUTVA)の問題を巡る 3つの方向性と Manski(1993)の議論

(1) SUTVA の問題を巡る 3つの方向性

1.2.2.1 で紹介した SUTVA の問題を巡る最近の議論については、何を研究の対象とするかによって大きく 3つの方向性があり、1)理論的研究、2)問題発生原因と構造形成過程に関する研究、3)識別の問題に関する研究の3つの方向での議論に分けられる。

本研究は 3)の識別の問題に関する研究に属するが、この方向での研究は学術分野を問わず行われており、2.1.1.2 で整理した SUTVA の3つの部分条件のうち主に SUTVA-NI の条件が問題とされている。この方向での研究については、ランダム化による 3群の実験的試料を用いた Hudgens and Halloran(2008)やこれを拡張した Arnou and Samii(2013)などの研究が有名である。

(2) Manski(1993)の議論

最初に理論的研究の中で識別の問題を取扱っており、一般的な識別の困難性について示した Manski(1993)の議論の概要を紹介する。

Manski(1993)は社会学分野での SUTVA の問題である「社会効果:"Social Effect"」について、問題を生じる原因に従い 1)処置群の内部組織による「内部効果:"Endogenous"」、2)外部の対象・組織による「外部効果:"Exogenous(Contextual)"」、3)処置群の特性が本質的に類似していることによる「共通効果:"Common"」に 3分類し、これらが識別可能となる条件について幾つかの回帰分析モデルを用いて議論している。

一連の議論の結果から、一般に社会効果の存在の有無自体は識別が可能であるが、特に横断面分析の場合に上記 3分類の効果の内訳が識別できるためには多くの前提条件が充足されることが必要であり、統計的試料では非常に困難である点を説明している。

更に例えば対象が処置群内の組織の平均値に影響される内部効果は、分析側が処置群内の組織の構成を予め把握しており、当該組織を規定する因子"X"と結果指標に直接的な影響を与える外部因子"Z"が互いに直接の関数関係になくかつ統計的に独立でもない中間的な「緩い」相関関係にある場合においてのみ識別が可能であることを示している。

Manski(1993)のこの指摘は非常に重要である。この指摘の前段を反対解釈すれば 1)統計的試料であっても前後差分析などを使えば SUTVA による処置の二次的影響を識別できる可能性があるという意味になり、この指摘の後段は 2)SUTVA の問題においては、相関の問題が識別の上での課題となるという意味であることから、この問題の解法への重要な示唆を与えていると考えられる。

これらの Manski(1993)の議論を参考として、本研究においては SUTVA に起因した偏差を識別し、これを補正して偏差のない処置効果を推計する手法の開発に焦点を当てていくこととする。

2.3.1.2 処置の安定性条件(SUTVA)の問題と試料生成過程・試料特性

SUTVA の 3つの部分条件については、実験的試料か統計的試料かという試料生成過程により各部分条件を充足する難易度が異なると考えられる。対象数の大きさや時間方向の長さなどの試料特性による充足の難易度については、現在知られている SUTVA への対策

手法が実質的に Hudgens and Halloran(2008)の手法 1 つしかないため正確には解らないが、上記の Manski(1993)の結果によれば、統計的試料のうち対象数が多いが時間方向には 1 時点しかない横断面分析を用いる場合には非常に困難であるとされている。

実験的試料を用いる場合には、実験設計により処置の種類や個別試料の帰属を管理することにより SUTVA-ST と SUTVA-CS を充足させることが可能である。しかし仮にランダム化した実験的試料を用いた場合であっても、SUTVA-NI が充足されるとは限らないことが Sobel(2006)や Rosenbaum(2007)^{*67} により示されている。

他方で統計的試料を用いる場合には、SUTVA-ST, SUTVA-NI と SUTVA-CS の 3 つの部分条件はどれも充足されているとは限らないため、3 つ全部が確認が必要な問題となる。

従って試料生成過程の如何にかかわらず、部分条件のうち SUTVA-NI の充足は常に注意を要する問題であることが理解される。例えば Sobel(2006)は SUTVA-NI が充足されていない場合には、実験的試料であっても処置効果評価の結果は処置群への直接的な処置効果と対照群の対象への処置の二次的影響の効果の差でしかなく、推計された処置効果には偏差が含まれることを示している。

2.3.2 処置の安定性条件の問題と対策手法

2.3.2.1 処置の単一性条件(SUTVA-ST)の問題

SUTVA-ST の問題とは、主に統計的試料において処置の内容が 2 種類以上ある場合に、時間の経過などによりその構成が変化すると推計した処置効果に偏差や不安定な変動が生じる問題である。

2.3.1.2 で述べたとおり実験的試料の場合には実験設計により処置の内容が 1 種類となるよう予め措置し、この問題を回避することが可能である。

統計的試料の場合で処置の内容が 2 種類以上ある場合でも、処置群の対象と受けた処置の「名寄せ」や処置群の属性別の分類・整理などにより、処置の種類と個別の対象との対応関係がある程度判明している場合には、この問題による偏差を補正し処置効果を推計することが可能な場合がある。しかし試料の個票利用ができず集計値しか得られない場合など、こうした対応関係についての情報が得られない場合では、結果にこの問題による偏差が含まれることを考慮しなければならないと考えられる。

2.3.2.2 処置群・対照群の構成安定性条件(SUTVA-CS)の問題

SUTVA-CS の問題とは、処置前と処置後で処置群の対象と対照群の対象が入替わったりいずれかの群の対象が大きく増減することにより、推計した処置効果に偏差や不安定な変動が生じる問題である。

2.3.1.2 で述べたとおり実験的試料の場合には実験設計により処置群と対照群の対象が入替わったり極端に増減しないよう措置し、この問題を回避することが可能である。

ところが統計的試料の場合では、対象の移動や属性変化により処置群と対照群の対象が入替わったり極端に増減している場合が考えられる。2.3.2.1 での SUTVA-ST の場合と同様に試料の個票利用が可能な場合には、処置前と処置後での対象の「名寄せ」などの対策に

*67 Rosenbaum(2007)はランダム化された実験的試料を用いた Rosenthal and Jacobson(1968)の結果を例として、幾つかの統計量の不安定性に関する議論から対象間に血縁・交友や競合などの相互作用がある場合にはランダム化された試料であっても SUTVA-NI の問題に起因した偏差が生じることを示している。

よりこの問題を回避することが可能である。しかし試料の個票利用ができず集計値しか得られない場合には、この問題による偏差を考慮しなければならないと考えられる。

2.3.2.3 処置の二次的影響の不存在性条件(SUTVA-NI)の問題

(1) SUTVA-NI の問題

SUTVA-NI の問題とは、処置群のある対象への処置が処置群・対象群の他の対象に二次的影響を及ぼすことにより、推計された処置効果が偏差により過大推計や過小推計となる問題である。

SUTVA-NI の問題が生じる場合としては、Heckman, Lochner and Taber(1998)による一般均衡効果を通じて処置効果に偏差を生じる場合が有名である。一般均衡効果によらない場合でも、例えば寡占均衡下では処置による特定の対象の供給数量や価格設定の行動変化が他の対象の最適対応に波及するため、必然的に二次的影響の問題が生じることとなる。またごく一般的な部分均衡市場であっても、特定の企業が供給する財サービスの品質・イメージに問題が生じた場合に、他の企業が供給する財サービスへの需要が増加し価格が上昇するなどの形で二次的影響の問題が生じる場合が考えられる。

2.3.1.1 で説明した Manski(1993)の議論にあるとおり、対照群の対象などが受ける処置の二次的影響についてその内容や由来を識別することは困難であるが、偏差の大きさを処置効果から識別して推計することは不可能ではないと考えられる。実際に実験的試料を用いた場合には、処置の二次的影響に起因した偏差の大きさを識別して推計する Hudgens and Halloran(2008)の手法が知られている。

(2) SUTVA-NI に起因した偏差と識別

SUTVA-NI に起因した偏差の問題について、DID を用いた場合を例として 1.3.2.2 の処置効果モデルを用いて考察する。

処置群の対象 k' から他の処置群の対象 k に対する処置の二次的影響の係数を $\alpha_{kk}(t+u)$ 、処置群の対象 k から対照群の対象 i への処置の二次的影響の係数を $\alpha_{ki}(t+u)$ と定義し、式 2.18 と式 2.19 のとおりモデルを拡張する。また議論を簡単にするため、処置群の対象 k と k' は全て処置後に処置を受けている($T_k(t+u)=T_{k'}(t+u)=1$)ものとする。

最初に識別を容易にするために、処置の三次的影響以上の高次の影響は全て二次的影響の中に含まれると仮定し、「処置の三次的影響以上の影響の不識別」の前提条件を設ける。

SUTVA-NI が充足されておらず、処置群のある対象 k' への処置による処置効果 $ZF_{k'}(t+u)$ によって他の処置群の対象 k に対して $\alpha_{kk}(t+u) \cdot ZF_{k'}(t+u)$ ($k \neq k'$)の二次的影響が生じ、対照群の対象 i に対して $\alpha_{ki}(t+u) \cdot ZF_{k'}(t+u)$ の二次的影響が生じるとする。この場合には処置群・対照群の対象の前後差はそれぞれ式 2.18 と式 2.19 のとおりとなり、その差である DID は式 2.20 でありその平均値は式 2.21 のとおりとなる。式 2.20 と式 2.21 では処置効果 $ZF_{k'}(t+u)$ と 2 つの二次的影響に関する項からなる部分が処置効果項、説明変数 $X(t)$ 及び $Zb(t)$ とその係数の積からなる部分が説明変数項、誤差 $\epsilon_i(t)$ からなる部分が誤差項となる。

2.2.1 で説明した 3 つの CIA の問題への対策手法については、どの場合であっても対象数や時点数を大きくして CIA を充足させた場合、式 2.20 や式 2.21 中の説明変数項と誤差項が 0 に収束して処置効果項の部分が推計されることとなる。

しかしこれら 3 つのどの場合であっても、処置前の情報を使って CIA を充足しただけでは、処置後に出現する処置効果項の中の各項にはその効果が及ばない。

このため SUTVA-NI が充足されていない場合での DID の結果は処置効果とは一致せず、

式 2.20 や式 2.21 に示すとおり処置効果に 2 つの二次的影響に起因した偏差が加わったものとなることが理解される。

[式 2.18 から式 2.21 SUTVA-NI に起因した処置の二次的影響の偏差の問題]

(処置の二次的影響がある場合の処置群の対象の前後差)

$$\begin{aligned} BA_k(s,u) = & ZF_k(t+u) + \sum_{k'=1}^{M-1} \left(\alpha_{kk'}(t+u) \cdot ZF_{k'}(t+u) \right) \\ & + \beta_k \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + Za(t+u) - Za(t-s) + \mu_k \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) \\ & + \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s) \end{aligned} \quad \text{式 2.18}$$

(処置の二次的影響がある場合の対照群の対象の前後差)

$$\begin{aligned} BA_i(s,u) = & \sum_{k=1}^M \left(\alpha_{ki}(t+u) \cdot ZF_k(t+u) \right) \\ & + \beta_i \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + Za(t+u) - Za(t-s) + \mu_i \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) \\ & + \varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s) \end{aligned} \quad \text{式 2.19}$$

(処置の二次的影響がある場合の DID)

$$\begin{aligned} DID(s,u) = & BA_k(s,u) - BA_i(s,u) \\ = & ZF_k(t+u) + \sum_{k'=1}^{M-1} \left(\alpha_{kk'}(t+u) \cdot ZF_{k'}(t+u) \right) - \sum_{k=1}^M \left(\alpha_{ki}(t+u) \cdot ZF_k(t+u) \right) \quad \text{(処置効果項)} \\ & + (\beta_k - \beta_i) \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + (\mu_k - \mu_i) \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) \quad \text{(説明変数項)} \\ & + \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s) - \varepsilon_i(t+u) + \varepsilon_i(t-s) \quad \text{(誤差項)} \end{aligned} \quad \text{式 2.20}$$

(処置の二次的影響がある場合の DID の平均値)

$$\begin{aligned} \overline{DID}(s,u) = & \overline{BA}_k(s,u) - \overline{BA}_i(s,u) \\ = & \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M ZF_k(t+u) + \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M \sum_{k'=1}^{M-1} \left(\alpha_{kk'}(t+u) \cdot ZF_{k'}(t+u) \right) \quad \left. \vphantom{\frac{1}{M}} \right\} \text{(処置効果項)} \\ & - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M \left(\alpha_{ki}(t+u) \cdot ZF_k(t+u) \right) \\ & + \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M \beta_k \cdot (X(t+u) - X(t-s)) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot (X(t+u) - X(t-s)) \quad \left. \vphantom{\frac{1}{M}} \right\} \text{(説明変数項)} \\ & + \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M \mu_k \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \mu_i \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) \\ & + \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M (\varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s)) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s)) \quad \text{(誤差項)} \end{aligned} \quad \text{式 2.21}$$

(式 2.18 から式 2.21 の記号の説明)

$BA_j(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での対象 j の前後差
$\overline{BA}_j(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での対象 j の前後差の平均値
$DID(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での処置群の対象 k ・対照群の対象 i の間の DID
$\overline{DID}(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での処置群の対象 k ・対照群の対象 i の間の DID の平均値
M, N	処置群の対象の対象数 M , 対照群の対象の対象数 N ($M, N > 1$)
$X(t)$	時点 t での観察可能な説明変数ベクトル
β_j	対象 j における説明変数 $X(t)$ の係数ベクトル
$Zb(t)$	時点 t での未知の時間変動ベクトル
μ_j	対象 j における時間変動ベクトル $Zb(t)$ の係数ベクトル
$Za(t)$	時点 t での対象に共通な未知の時間変動
$ZF_k(t+u), ZF_{k'}(t+u)$	時点 $t+u$ での処置群の対象 k, k' に個別的な処置効果 ($k \neq k'$)

(式 2.18 から式 2.21 の記号の説明(続き))

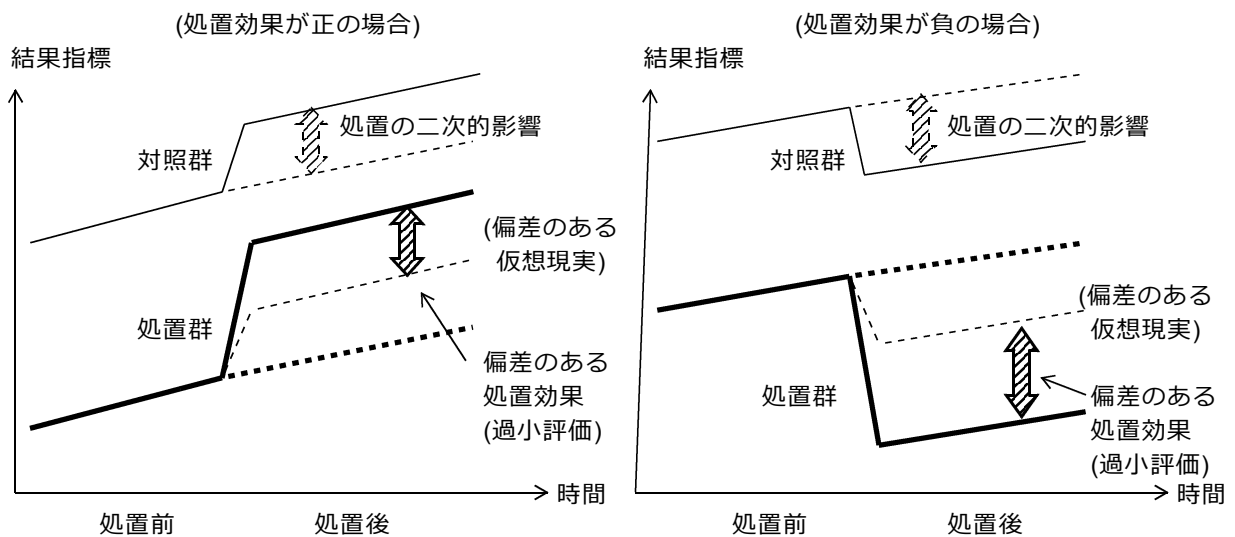
- $\varepsilon_j(t)$ 時点 t での対象 j に個別的な誤差
- $\alpha_{kk'}(t+u)$ 時点 $t+u$ での処置群の対象 k' から他の処置群の対象 k への二次的影響の係数
- $\alpha_{ki}(t+u)$ 時点 $t+u$ での処置群の対象 k から対照群の対象 i への二次的影響の係数

(3) SUTVA-NI に起因した偏差の問題と類型

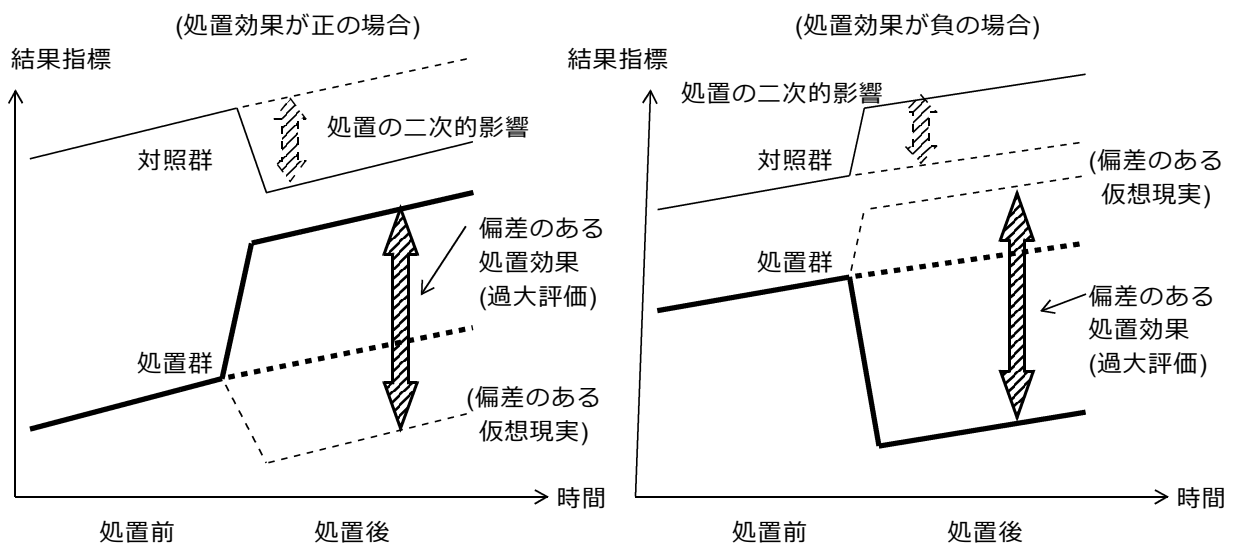
式 2.18 から式 2.21 で検討した SUTVA-NI に起因した偏差の問題については、偏差が処置効果に与える影響に応じて図 2.4 に示す対照群への「正の二次的影響」による処置効果の過小評価、図 2.5 に示す対照群への「負の二次的影響」による処置効果の過大評価の 2 通りの類型(あるいはこれらの組合せによる不安定な変動)に整理できる。

処置群の対象への処置効果と対照群の対象が受ける二次的影響の符号が同じ場合、対照群から推計された仮想現実が処置効果と同符号の偏差を含んでしまう。この結果、図 2.4 に示すとおり正の二次的影響に起因した偏差により処置効果は過小評価される。

[図 2.4 対照群への「正の二次的影響」と処置効果の過小評価]



[図 2.5 対照群への「負の二次的影響」と処置効果の過大評価]



反対に処置群の対象への処置効果と対照群の対象が受ける二次的影響の符号が逆の場合、対照群から推計された仮想現実が処置効果と逆符号の偏差を含んでしまう。この結果、図 2.5 に示すとおり負の二次的影響に起因した偏差により処置効果は過大評価される。

2.3.3 実験的試料での Hudgens and Halloran(2008)の手法

2.3.3.1 Hudgens and Halloran(2008)の手法の概要

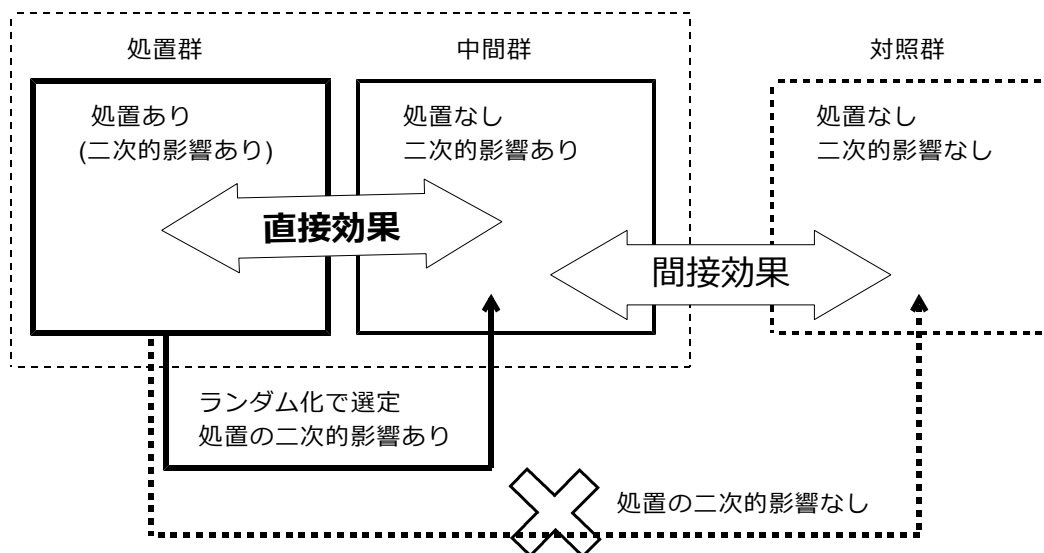
2.3.1.1 で説明したとおり SUTVA の影響を考慮した処置効果の推計についての代表的な手法として、実験的試料を用いた場合での Hudgens and Halloran(2008)の手法を挙げる事ができる。

Hudgens and Halloran(2008)の手法では、図 2.6 に示すとおり実験設計により予め試料とする対象を 3 群に分けておき、これらを直接的に処置を受ける処置群の対象、処置は受けないがその二次的影響を間接的に受ける「中間群」の対象、直接的にも間接的にも処置の影響を受けていない対照群^{*68}の対象として用いる。このうち各群の選択や処置を行う対象の選択はランダム化により行う。

直接的に処置を受ける処置群の対象と対照群の対象の結果指標の差は、処置効果に処置の二次的影響が合計されたものとなっている。中間群の対象と対照群の対象の差からは、処置群から対照群への処置の二次的影響の部分だけを分離して推計できる。

図 2.7 に示すとおり、Hudgens and Halloran(2008)は、後者の差を「間接効果」と定義し前者の差から「間接効果」を引いたものを「直接効果」と定義している。

[図 2.6 実験的試料での Hudgens and Halloran(2008)の手法の概要]



(図注) 図では簡略化のため処置が 1 種類の場合を示すが、原典では処置が複数の場合でも推計できるよう措置されている。「間接効果」は中間群と対照群の結果指標の差から直接に推計されるが、「直接効果」は処置群と対照群の結果指標の差から間接効果を引くことによって推計される。

*68 例えばある学校ある学年のクラスの児童の中から直接的にインフルエンザの予防接種を受ける児童を処置群、自分は予防接種は受けないが同じクラスに属し予防接種の二次的影響を受ける児童を中間群とし、予防接種を行っていない別の学校の同じ学年のクラスの児童を対照群として用意する場合を想定ありたい。

2.3.3.2 Hudgens and Halloran(2008)の手法の利点と問題点

(1) Hudgens and Halloran(2008)の手法の利点

2.3.3.1 で説明したとおり Hudgens and Halloran(2008)の手法の利点は実験設計を工夫して処置の影響が異なる 3 群を用意することにより、実験的試料により処置群から中間群への処置の二次的影響を間接効果として分離して推計できる点にある。

Hudgens and Halloran(2008)以前の先行研究では、直接の応用が困難な理論的研究や特殊な条件を利用して処置の二次的影響を推計するといった研究が多かった。しかし SUTVA-NI の問題に関連した概念を明確に定義した上で、実験的試料を用いた処置効果評価の一般的手法を構築した点においてこの手法は重要な意義を持っている。

実際にこの手法は現状で SUTVA-NI の問題に対する実質的に唯一の対策手法となっており、1.2.2.1 で紹介したとおりこの手法を応用して多くの実証研究が行われている。

(2) Hudgens and Halloran(2008)の手法の問題点

Hudgens and Halloran(2008)の手法の問題点としては以下の 3 点が挙げられる。

第 1 の問題点は、この手法では中間群と対照群を明確に識別した試料を用意する必要があるが、こうした識別は実験的試料の場合にのみ可能であって統計的試料では非常に困難な点である。また実験的試料を用いた処置効果評価は、1.2.2.2 で述べたとおり実験が困難な場合や実験の結果が外部的有効性を持たない場合には適用ができない。

第 2 の問題点は、この手法で処置効果評価を行うためには処置群・中間群と対照群の間で CIA と SUTVA-NI が同時に充足されていなければならない点である。この手法では処置群と中間群の対象は同一の母集団からランダム化により選定されるため CIA を充足していると見なせるが、対照群の対象を同一の母集団から選定する際には処置の二次的影響が及ぶ可能性が生じて SUTVA-NI が充足されない可能性が生じてしまう。Hudgens and Halloran(2008)では群の選択と対象の選択を二段階でランダム化により行い処置群・中間群に対して対照群の CIA の充足を措置するとしているが、対照群が SUTVA-NI を充足することを確認する手順が欠落している。つまり Hudgens and Halloran(2008)が直接効果と呼んでいるものは、処置効果と処置群の対象間での二次的影響の合計から処置群の対象から対照群の対象への二次的影響を引いたものであり、この直接効果が処置効果と一致するためには上記のとおり CIA と SUTVA-NI が同時に充足されている必要がある^{*69}。

第 3 の問題点は、上記の対照群の問題に関連して選定した対照群に本当に処置の二次的影響が及んでいないかどうかを確認する手法が用意されていないという点である。Hudgens and Halloran(2008)の手法自体は一般的に適用可能な枠組みとなっているが、実際には処置の二次的影響を受けていない対照群の対象が多数見つけられなければ処置効果を推計できない。つまり実際の応用に当たっては、対照群の対象が処置の二次的影響を受けていないと推定できるような特殊な状況を利用しなければならないことになる。

*69 この結果が処置効果と一致するためには、処置群・中間群の対象に対して対照群の対象が SUTVA-NI を充足し、かつ中間群の対象と対照群の対象の間で CIA が充足されていることが必要である。これらの条件が充足されている場合に限り、処置群から中間群・対照群への二次的影響についての性質が CIA により一致することにより、式 2.20 中の処置効果項中の SUTVA-NI に起因した 2 つ目の項と 3 つ目の項が相殺するためである。

しかし実際にこのような群や対象を確保することは容易ではない。具体的には前述の児童へのインフルエンザ予防接種の例では、処置群・中間群を設けた学校の近隣地域の学校の児童を対照群とすると学習塾や公園での交流により SUTVA-NI が充足されなくなる可能性が生じ、遠隔地域の学校の児童を対照群とすると気候や生活習慣の相違により CIA が充足されなくなる可能性が生じることを想起ありたい。

3. 統計的試料で処置の安定性条件に問題がある場合での新たな対策手法

3.1 統計的試料で合成対照群を用いた DID による新たな対策手法

3.1.1 処置効果の識別のための4つの前提条件と推計の際の4つの課題

3.1.1.1 処置効果の識別のための4つの前提条件

2.3.2.3 では SUTVA-NI に起因した偏差と識別の問題について、「処置の三次的影響以上の影響の不識別」を前提条件とした際には、式 2.20 などでも示したとおり 1)処置効果、2)処置群の対象間での二次的影響、3)処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の3つの効果の識別の問題であることを示した。しかし、式 2.20 のままではなお未知数が多過ぎて識別が困難であるため、更に前提条件を設けて未知数を減らしていく必要がある。

本研究では 2.3.3.2 で見た Hudgens and Halloran(2008)の手法についての問題点を参考として、1)処置の三次的影響以上の影響の不識別、2)処置効果と処置群の対象間での二次的影響の不識別、3)処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の不識別、4)処置群の対象と対照群の対象の間での CIA の充足の4つの前提条件を置いて未知数を減らすことにより、統計的試料において SUTVA-NI が充足されない場合での対策手法の開発を進めていくこととする。

(1) 処置効果と処置群の対象間での二次的影響の不識別

2.3.3.2 での Hudgens and Halloran(2008)の手法についての第2の問題点で見たとおり、工夫された実験設計の下での実験的試料による評価分析であっても、処置効果と処置群の対象間での二次的影響を識別することは容易ではない。

統計的試料では実験的試料よりも条件が厳しく、処置群・対照群の対象の構成や関係を変更することは不可能であり、試料として得られた対象が処置群はともかく中間群・対照群のいずれに属していたのかを事後的に見分けることも困難である。このため実験的試料の場合ですら困難な処置効果と処置群の対象間での二次的影響の識別に挑戦することは、余りにも難易度が高く断念せざるを得ないと思われる。

従って統計的試料による場合での対策手法では、処置効果と処置群の対象間での二次的影響の識別は考えず、両者を含めて統計的試料での処置効果と見なすこととする。この「処置効果と処置群の対象間の二次的影響の不識別」の仮定を前提条件として加えた場合、式 2.20 中の処置効果項の最初の項と2つ目の項をまとめて処置効果と見なすことができ、式 3.1 のとおり書くことができる。

(2) 処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の不識別

(1)で説明した「処置効果と処置群の対象間の二次的影響の不識別」の仮定を前提条件として加えた場合であっても、式 3.1 はなお未知数が過多でありそのままでは識別が困難である。特に式 3.1 中の処置効果項の2つ目の項の中で、処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の係数 $\alpha_{ki}(t+u)$ は $N \times M$ 個の未知数であり、これを個々に推計して識別することは困難である。

上の(1)で述べたとおり統計的試料の場合には処置群・対照群の対象の構成を変更できないなどの制約があり、対照群の対象がどの処置群の対象から二次的影響を受けていたかを推計することも困難である。実験的資料を用いた Hudgens and Halloran(2008)の手法においても中間群が平均的に処置群からどの程度の二次的影響を受けていたかを推計している

が、個別の中間群の対象が処置群のどの対象から二次的影響を受けていたかを識別している訳ではない。

[式 3.1 から式 3.3 新たな対策手法の識別のための 4 つの前提条件と SUTVA-NI の偏差の問題]

(新たな対策手法の識別のための 4 つの前提条件下での DID)

$$\begin{aligned}
 DID(s,u) &= BA_k(s,u) - BA_i(s,u) \\
 &= ZF_k(t+u) + \sum_{k'=1}^{M-1} \left(\alpha_{kk'}(t+u) \cdot ZF_{k'}(t+u) \right) - \sum_{k=1}^M \left(\alpha_{ki}(t+u) \cdot ZF_k(t+u) \right) && \text{(処置効果項)} \\
 &\quad + (\beta_k - \beta_i) \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + (\mu_k - \mu_i) \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) && \text{(説明変数項)} \\
 &\quad + \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s) - \varepsilon_i(t+u) + \varepsilon_i(t-s) && \text{(誤差項)} \\
 & && \text{(前提条件 1 のみ) 式 2.20 (再掲)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 DID(s,u) &= ZF_k(t+u) - \sum_{k=1}^M \left(\alpha_{ki}(t+u) \cdot ZF_k(t+u) \right) && \text{(処置効果項)} \\
 &\quad + (\beta_k - \beta_i) \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + (\mu_k - \mu_i) \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) && \text{(説明変数項)} \\
 &\quad + \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s) - \varepsilon_i(t+u) + \varepsilon_i(t-s) && \text{(誤差項)} \\
 & && (\because \text{前提条件 1 と 2}) \quad \text{式 3.1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 DID(s,u) &= (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot ZF_k(t+u) && \text{(処置効果項)} \\
 &\quad + (\beta_k - \beta_i) \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + (\mu_k - \mu_i) \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) && \text{(説明変数項)} \\
 &\quad + \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s) - \varepsilon_i(t+u) + \varepsilon_i(t-s) && \text{(誤差項)} \\
 & && (\because \text{前提条件 1,2 と 3}) \quad \text{式 3.2}
 \end{aligned}$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} DID(s,u) = (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot ZF_k(t+u) \quad (\because \text{前提条件 1,2,3 と 4}) \quad \text{式 3.3}$$

(式 3.1 から式 3.3 の記号・前提条件の説明)

DID(s,u)	時点 t-s,t+u の間での処置群の対象 k・対照群の対象 i の間の DID
X(t)	時点 t での観察可能な説明変数ベクトル
β_j	対象 j における説明変数 X(t) の係数ベクトル
Zb(t)	時点 t での未知の時間変動ベクトル
μ_j	対象 j における時間変動ベクトル Zb(t) の係数ベクトル
ZF _k (t+u)	時点 t+u での処置群の対象 k に個別的な処置効果
$\varepsilon_i(t)$	時点 t での対象 j に個別的な誤差
$\alpha_{kk}(t+u)$	時点 t+u での処置群の対象 k' から他の処置群の対象 k への二次的影響の係数
$\alpha_{ki}(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が処置群の対象 k から受ける二次的影響の係数
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	試料の処置前の時点数 S を十分に大きくした極限
(前提条件 1)	処置の二次的影響以上の影響の不識別
(前提条件 2)	処置効果と処置群の対象間での二次的影響の不識別
(前提条件 3)	処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の不識別
(前提条件 4)	処置群の対象と対照群の対象間での CIA の充足

従って処置群の対象から対照群の対象への二次的影響については、その由来を問わないものとし、 $\alpha_{ki}(t+u)$ を $\alpha_i(t+u)$ に書換え N x M 個の未知数を N 個に減らすこととする。(1) で説明した「処置効果と処置群の対象間の二次的影響の不識別」と、この「処置群の対象から対

照群の対象への二次的影響の由来の不識別」の仮定を前提条件として加えた場合、式 2.20 は式 3.2 のとおり簡略化される。

これらの前提条件を置いた場合、ある処置群の対象に対応する対照群の対象が受けている処置の二次的影響は、仮に他に処置群の対象があつたとしても二次的影響の全部がその処置群の対象の処置効果に由来すると考えることとなる。

統計的試料が得られた時点での個別対象について偏差のない TET を識別して推計するという目的だけから見れば、これら 2 つの前提条件の設定に大きな問題はない。しかし処置群の対象と対照群の対象の間での二次的影響の構造に関する情報が得られなくなるため、処置の二次的影響の由来が解らなくなるだけでなく、どのような手法を用いた場合であっても評価分析の対象や時点を変化させた場合の予測や外挿を行うことは困難となる。

(3) 処置群の対象と対照群の対象の CIA の充足

上の 3 つの前提条件に、更に「処置群の対象と対照群の対象の CIA の充足」の仮定を前提条件として加えた場合には、式 3.2 の説明変数項はいずれも相殺して 0 と見なすことができ、試料の対象数や時点数を十分大きくした場合には誤差項も 0 となる。このため DID の結果により、式 3.3 のとおり SUTVA-NI に起因した偏差のある処置効果が推計される。

ここで 2.2 で見たとおり統計的試料の場合に CIA を充足する方法には幾つかの方法があるが、例えばマッチングを用いる場合には、2.2.1.3 で説明したとおり結果指標の他に「距離」を定義する観察可能な説明変数が複数必要となる上に、対象数 N を大きくしても $\alpha(t+u)$ の種類が増えるだけで推計が容易にはならない。このため $\alpha(t+u)$ などを推計する目的からは、観察可能な説明変数を必要とせず TET を推計できる合成対照群を用い、試料の処置前の時点数 S を大きくして CIA を充足することが適していると考えられる。

このため統計的試料において SUTVA-NI が充足されていない場合に、上記の 4 つの前提条件を設けて時間方向に長い試料から合成対照群を用いた DID の推計を行った結果は、偏差のある処置効果 $(1 - \alpha(t+u)) \cdot ZF_k(t+u)$ が推計されたものと見なすことができる^{*70}。

3.1.1.2 新たな対策手法による推計の際の 4 つの課題

(1) 新たな対策手法による推計の基本的考え方

3.1.1.1 での結果から統計的試料の場合での SUTVA-NI の問題は、識別のための 4 つの前提条件の下で、式 3.2 の処置効果項^{*71}の中の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ などを推計する問題として捉えることができる。

従って新たな対策手法による推計の基本的考え方としては、最初に 1)合成対照群を用いた通常の DID で偏差のある処置効果 $(1 - \alpha(t+u)) \cdot ZF_k(t+u)$ を推計し、次に 2)新たな対策手法を用いて $\alpha(t+u)$ などを推計し、最後に 3)偏差のある処置効果に含まれる偏差をこの $\alpha(t+u)$ などで補正して偏差補正済処置効果 $ZF^*_k(t+u)$ を推計することを考える。

3.1.1.1 で説明した識別のための 4 つの前提条件の下では、誤差を含めた DID は式 3.2 のとおり、処置群・対照群の対象の前後差は式 3.4 と式 3.5 のとおりとなる。

処置群の対象の前後差の処置効果項には、式 3.4 に示すとおり対象毎に個別的な処置効

*70 式 3.2 と式 3.3 から明らかなどおり、 $\alpha(t+u)$ が 1 やその近傍ではこの DID の結果から処置効果を推計することができない。この場合での処置効果の推計と対策については 3.1.4.5 で議論する。

*71 理論的には 4 つの前提条件が完全に充足されれば式 3.3 であるが、現実の推計では試料数が有限であるため説明変数項や誤差項が完全には相殺せずわずかに残差が生じるため、式 3.2 を用いた検討を行う必要がある。

果 $ZF_k(t+u)$ のみが含まれている。対照群の対象の前後差の処置効果項は、式 3.5 に示すとおり対照群の対象が受ける二次的影響である $\alpha_i(t+u) \cdot ZF_k(t+u)$ が含まれている。このため、新たな対策手法では式 3.4、式 3.5 と式 3.2 の関係などから、何らかの方法で式 3.2 における $\alpha_i(t+u)$ を推計することが必要である。しかし、 $\alpha_i(t+u)$ は時点 $t-s$ の関数ではなく、処置群・対照群の対象が CIA を充足している場合、処置前での結果指標には強い相関が生じている⁷²ため、この推計には工夫が必要である。

[式 3.4 から式 3.6 識別のための 4 つの前提条件の下での前後差と DID]

(識別のための 4 つの前提条件下での処置群の対象の前後差)

$$\begin{aligned}
 BA_k(s,u) &= ZF_k(t+u) && \text{(処置効果項)} \\
 &+ \beta_k \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + \mu_k \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) + Za(t+u) - Za(t-s) && \text{(説明変数項)} \\
 &+ \varepsilon_k(t+u) - \varepsilon_k(t-s) && \text{(誤差項)}
 \end{aligned}$$

式 3.4

(識別のための 4 つの前提条件下での対照群の対象の前後差)

$$\begin{aligned}
 BA_i(s,u) &= \alpha_i(t+u) \cdot ZF_k(t+u) && \text{(処置効果項)} \\
 &+ \beta_i \cdot (X(t+u) - X(t-s)) + \mu_i \cdot (Zb(t+u) - Zb(t-s)) + Za(t+u) - Za(t-s) && \text{(説明変数項)} \\
 &+ \varepsilon_i(t+u) - \varepsilon_i(t-s) && \text{(誤差項)}
 \end{aligned}$$

式 3.5

(式 3.4 と式 3.5 の記号の説明)

$BA_i(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での対象 j の前後差
$X(t)$	時点 t での観察可能な説明変数ベクトル
β_i	対象 j における説明変数 $X(t)$ の係数ベクトル
$Zb(t)$	時点 t での未知の時間変動ベクトル
μ_i	対象 j における時間変動ベクトル $Zb(t)$ の係数ベクトル
$Za(t)$	時点 t での対象に共通な未知の時間変動
$ZF_k(t+u)$	時点 $t+u$ での処置群の対象 k の未知の処置効果 (対象 k は 1 つのみとする)
$\varepsilon_i(t)$	時点 t での対象 j に個別的な誤差
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)

(2) 新たな対策手法で対策すべき 4 つの課題

上記(1)での検討から、新たな対策手法による推計については、以下の 4 つの課題⁷³ に対して対策することが必要であると考えられる。

1)処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などはそのままでは時点 $t-s$ の関数ではないため、何らかの方法でこれらが時点 $t-s$ の関数となるようにすること、2)処置群・対照群の対象が CIA を充足した際に生じる処置前の時点での強い相関の問題に対処できること、3)処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などを推計した際に、その大きさが統計的に有意かどうかを検定できること、4)処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などの推計において、推計に用いる指標について推計ができる範囲を示すことができること、の 4 つの課題である。

以下の本研究では、これら推計の際の 4 つの課題に対して対策ができ、処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などが一定の精度で推計できる「三乱数倍法」について説明する。

*72 処置群・対照群の処置前での相関の問題については、補論 1 を参照ありたい。

*73 本研究が提唱する三乱数倍法がこれら 4 つの課題に対して全て対策できている点については、3.1.4.6 で詳しく説明する。

3.1.2 「三乱数倍法」による処置の二次的影響の係数などの推計

3.1.2.1 三乱数倍法⁷⁴を適用した前後差 TIRBA_{r,k}(s,u)、TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)

本項では処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ などを推計するための新たな対策手法である、「三乱数倍法」について説明する。

平均が 0 であり、処置群・対照群の標準偏差の大きい方 σ_{ki} よりも標準偏差が大きく、互いに独立な 3 つの乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ 、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ 、 $\delta_{r,i-before}(t-s)$ を考える。これらの乱数は有限な一定の区間内に一様分布⁷⁵する乱数とする。

乱数の標準偏差の大きさには差を設け、 $\delta_{r,after}(t-s)$ の標準偏差を σ_{ki} の η_a 倍、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ と $\delta_{r,i-before}(t-s)$ の標準偏差を σ_{ki} の η_b 倍であるものとする。ここで η_a は η_b よりはるかに大きく⁷⁶設定し、 η_b の η_a に対する比率を $rr (= \eta_b / \eta_a)$ とする。これらの乱数を R 組準備しておく。

三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いて計算される処置群の対象の前後差を、式 3.6 のとおり TIRBA_{r,k}(s,u)とする。TIRBA_{r,k}(s,u)は、処置前と処置後の時点での結果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_k(t+u)$ から処置前の結果指標の平均値 $\overline{Y_k(t-s)}$ をそれぞれ引いた上で、処置前には対照群とは別の小さい方の乱数 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ を乗じ、処置後には対照群と共通の大きい方の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ を乗じて計算する。TIRBA_{r,k}(s,u)は、1.3.2.3 で説明した変数や記号を用いて、処置群・対照群の処置前の標準偏差の大きさに応じて処置群の標準偏差の方が大きく sr が 1 以下となる場合と、反対に対照群の標準偏差の方が大きく sr が 1 を超える場合に場合分けして表される。

同様に三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いて計算される対照群の対象の前後差を、式 3.7 のとおり TIRBA_{r,i}(s,u)とする。TIRBA_{r,k}(s,u)と TIRBA_{r,i}(s,u)の差から三乱数倍法を適用した DID である、TIRDID_r(s,u)⁷⁷が計算される。

[式 3.6 から式 3.8 三乱数倍法を適用した処置群・対照群の前後差と DID]

(三乱数倍法を適用した処置群の対象の前後差)

$$\begin{aligned}
 & \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \\
 & \equiv \delta_{r,after}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - \overline{Y_k(t-s)}) - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
 & = \delta_{r,after}(t-s) \cdot (ZF_k(t+u) + Y_k^N(t+u) - \overline{Y_k(t-s)}) - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
 & = \begin{cases} \delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) & | \text{ sr } \leq 1 \\ \delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot \text{sr} + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) & | \text{ sr } > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.6}
 \end{aligned}$$

*74 三乱数倍法を "Three Independent Randomization (-method)" とし、以下変数に接頭語"TIR"を付する。

*75 区間(+a,-a)で一様分布する乱数(いわゆる「矩形乱数」)の分散は $3^{-1} \cdot a^2$ で与えられる。乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ は区間 $\pm(3 \cdot \eta_a)^{0.5} \cdot \sigma_{ki}$ に一様分布する乱数、乱数 $\delta_{r,i-before}(t-s)$ は区間 $\pm(3 \cdot \eta_b)^{0.5} \cdot \sigma_{ki}$ に一様分布する乱数となる。いずれの乱数にも一様分布する区間の上限・下限が存在し、その分散は $\eta_a^2 \cdot \sigma_{ki}^2$ と $\eta_b^2 \cdot \sigma_{ki}^2$ で表されいづれも有限である。

*76 例えば乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の標準偏差の大きさ η_a を 1,000 とし、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ と $\delta_{r,i-before}(t-s)$ の標準偏差の大きさ η_b を 10 とする場合が考えられる。三乱数倍法の乱数の標準偏差や処置効果の大きさに関する問題については、3.1.3.2 を参照ありたい。

*77 これら TIRBA_{r,i}(s,u)、TIRBA_{r,k}(s,u)や TIRDID_r(s,u)は、処置効果を推計するための指標ではなく、処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ などを推計するためだけに用いる指標である。処置効果の推計は、3.1.1.2 で説明したとおり通常の DID により推計された式 3.2 の「偏差のある処置効果」を、これらの指標を使って推計した $\alpha(t+u)$ などを用いて補正し「偏差補正済処置効果」を推計することによって行う。

(三乱数倍法を適用した対照群の対象の前後差)

$$\begin{aligned}
 & \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) \\
 & \equiv \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\
 & = \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot ZF_k(t+u) + Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\
 & = \begin{cases} \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr > 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

式 3.7

(三乱数倍法を適用した DID)

$$\begin{aligned}
 & \text{TIRDID}_r(s,u) \\
 & \equiv \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) - \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) \\
 & = \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot ZF_k(t+u) + Y_k^N(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} - Y_i^N(t+u) + \overline{Y_i(t-s)}) \\
 & \quad - \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\
 & = \begin{cases} \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\ \quad - \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\ \quad - \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr > 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

式 3.8

(式 3.6 から式 3.8 の記号の説明)

$\text{TIRBA}_{r,j}(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での対象 j の前後差
$\text{TIRDID}_r(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での DID
$\delta_{r,\text{after}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
$Y_j(t), \overline{Y_j(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$Y_j^N(t+u)$	時点 $t+u$ での対象 j の結果指標から処置効果項を除いた部分
$ZF_k(t+u)$	処置後の時点 $t+u$ での処置群の対象 k の未知の処置効果 (対象 k は 1 つのみとする)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 (= $ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_i に対する比率 (= $(Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 (= $\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)

3.1.2.2 三乱数倍法により $\alpha(t+u)$ などを推計するための3つの設定や仮定

三乱数倍法を適用した指標の回帰分析において、推計された係数から $\alpha(t+u)$ などが推計できるためには、以下の3つの設定や仮定^{*78}が充足されることが必要である。

(1) 試料の時点数 S が十分確保されていること

1 つ目の設定は、推計に用いる試料の収集・整理により時点数 S を十分に確保し、回帰分析による係数の推計が可能となるよう設定することである。

試料の時点数 S については、2.2.1.5 で説明した合成対照群の推計自体においても十分

*78 3.1.1.1 で説明した識別のための4つの前提条件はその充足を検証・確認することが困難であるが、これら3つの設定・仮定については、その充足を事前に措置することや事後的に検証・確認することが可能である。

に確保することが必要であるが、三乱数倍法を適用した指標の回帰分析により $\alpha(t+u)$ などを推計する上でも、これが十分に確保されていることが必要^{*79}である。

回帰分析における試料の時点数 S の問題については、3.1.2.4 と 3.1.2.5 において詳しく説明する。

(2) 乱数の大きさの比 rr が 0 より大きく 1 よりはるかに小さいこと

2 つ目の設定は、三乱数倍法の乱数の標準偏差の大きさに差を設け、 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a を $\delta_{r,k-before}(t-s)$ と $\delta_{r,l-before}(t-s)$ の大きさ η_b よりはるかに大きく^{*80} 設定し、 η_b の η_a に対する比率 rr が $0 < rr \ll 1$ の範囲となるよう設定することである。

乱数の大きさの設定については、推計上の必要から小さい方の乱数の大きさ η_b を 1 より大きく設定する必要があるため、大きい方の乱数の大きさ η_a を十分大きく設定しておくことが必要である。

この乱数の大きさ η_a の問題については、3.1.3.2 において詳しく説明する。

(3) 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi(t+u)$ の絶対値より大きいこと

3 つ目は仮定であり、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi(t+u)$ の絶対値よりはるかに大きいものとし、統計的に有意な処置効果が存在すると仮定することである。

この処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ に関する問題については、試料の時点数 S や乱数の大きさ η_a の問題とは異なり、処置効果評価を開始する前に措置や確認を行うことができない。このため、三乱数倍法による一連の推計を行った後で、偽薬試験などによる検定の際にこの仮定の充足を事後的に検証・確認する^{*81} という手順を採る必要がある。

この $f_k(t+u)$ の絶対値が $\xi(t+u)$ の絶対値より大きいという仮定の妥当性については、3.1.3.3 において詳しく説明し、更に 3.2.2.3 で処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を変化させたモンテカルロ・シミュレーションを行って確認を行う。

3.1.2.3 三乱数倍法を適用した指標による回帰分析の前提条件の確認

三乱数倍法を適用した前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ 、 $TIRBA_{r,l}(s,u)$ や $TIRDID_r(s,u)$ については、以下のとおり最小二乗法に必要な 4 つの前提条件が充足できることから、これらの指標を用いて回帰分析を行うことができる。

最小二乗法による回帰分析では、推計した係数が最小線形不偏推定量となるための前提条件として 1)均一分散性、2)誤差間の無相関性、3)説明変数と誤差の無相関性の 3 つが充足されることが必要であり、また説明変数の逆行列の存在を確保するための前提条件として 4)説明変数の線形独立性^{*82} が充足されることが必要である。

均一分散性については、式 3.6 から式 3.8 で示したとおり三乱数倍法を適用した指標は、

*79 3.1.3.1 では試料と乱数の偶然の一致による問題に対策するために、乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復する点について説明するが、試料の時点数 S が十分でない場合にはこの偶然の一致が起きやすくなるという問題を生じる。

*80 例えば乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の標準偏差の大きさ η_a を 1,000 とし、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ と $\delta_{r,l-before}(t-s)$ の標準偏差の大きさ η_b を 10 とする場合が考えられる。

*81 仮に偽薬試験などで処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が小さくこの仮定が成立しないと判断される場合には、三乱数倍法による $\alpha(t+u)$ などを用いた推計を適用せず、処置効果の大きさが有意でないものとする。

*82 説明変数の線形独立性の条件は、"Full Rank"条件と呼ばれることがある。

いずれも乱数と説明変数の積の和で構成されるため、その分散は時点 $t-s$ に対して必ずしも均一となるとは限らない。このため推計した係数は最小線形不偏推定量と比べて効率性が失われることとなるが、不均一分散最小二乗法^{*83}による回帰分析を適用することにより少なくとも係数を正しく推計することができる。

誤差間の無相関性については、時点 $t-s$ が変化した場合に各変数は 1 期毎に試料と独立な乱数の積により変化するため、乱数の独立性により 2.2.3 で説明した対象方向や時間方向での系列相関の問題などに対処することができる^{*84}。

説明変数と誤差の無相関性については、回帰分析により推計した係数の理論値に対応した誤差について、乱数の独立性により説明変数との間の共分散が 0 となり相関を持たないことが確認^{*85}できる。

説明変数の線形独立性については、三乱数倍法を適用した指標では式 3.6 から式 3.8 に示すとおり、試料中の全部の結果指標やその平均値について独立な乱数が乗じられている。このため、仮に試料の一部が線形独立でなかった場合であっても、三乱数倍法を適用した指標では線形独立性が充足されることとなる。

上記の結果から、三乱数倍法を適用した前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ 、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の指標は最小二乗法に必要な 4 つの前提条件を充足することから、これらの指標を用いて回帰分析を行うことができる。この結果に基づいて、3.1.2.4 では $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を被説明変数とし $TIRDID_r(s,u)$ を説明変数とした回帰分析について説明し、3.1.2.5 では $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を被説明変数とし $TIRBA_{r,k}(s,u)$ を説明変数とした回帰分析について説明する。

3.1.2.4 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析する場合

3.1.2.1 から 3.1.2.3 では三乱数倍法により $\alpha(t+u)$ などが推計できるための設定や仮定とその充足などについて説明したが、以下具体的にこれらの指標を用いた回帰分析により $\alpha(t+u)$ などを推計する方法について説明する。

最初に三乱数倍法を適用した対照群の対象の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を、三乱数倍法を適用した $TIRDID_r(s,u)$ により回帰分析する場合について考える。

非定常な変数を回帰分析した際に生じる疑似相関の問題に対応するため、回帰分析を行う前に Dickey and Fuller(1979)の方法などを使って、処置前の処置群・対照群の対象の試料は定常化しておく。

(1) $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析した際の係数

乱数の組 r を 1 つだけ使って、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で不均一分散最小二乗法により回帰分析する際の回帰式は式 3.9 で表される。この回帰分析の係数の推計値 $\Gamma d^*_r(s,u)$ は三乱数倍法を適用した前後差や DID の指標により式 3.10 のとおり表され、その内訳は式 3.11 のとおり処置群・対照群の標準偏差の比 sr に応じて場合分けして表される。

3.1.2.2 での設定と仮定のうち 1) 試料の時点数 S が十分確保されていることが充足されている場合に、 S を無限大とした極限での係数の理論値は、式 3.12 のとおり $TIRBA_{r,i}(s,u)$

*83 Heteroskedasticity Robust Ordinary Least Square Regression

*84 処置群・対照群の処置前での相関の問題への三乱数倍法の効果については、補論 1 を参照ありたい。

*85 三乱数倍法による回帰分析の誤差と説明変数の無相関性については、補論 4 を参照ありたい。

と $TIRDID_i(s,u)$ の共分散を $TIRDID_i(s,u)$ の分散で除した比となる。これを計算^{*86}して式 3.13 のとおり係数の理論値 $\Gamma d_i(s,u)$ が得られる。式 3.13 の係数の理論値は 1) 分母部分が全て二乗項で構成されており、乱数の大きさの比 rr が 0 となることはないこと、2) 分子部分は全て有限な変数で構成されていることの 2 つの理由から、この理論値は有限な値となる。

また 3.1.2.2 での設定と仮定のうち、2) 乱数の大きさの比 rr を 0 より大きく 1 よりはるかに小さく設定することが充足されている場合、この係数の理論値は式 3.14 に示すとおりとなる。更に 3) 処置効果の大きさ $f_i(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi_i(t+u)$ の絶対値より大きいことが充足されている場合、この係数の理論値は式 3.15 に示すとおり非常に簡単な形となり、 sr の大きさにかかわらず $\alpha(t+u) \cdot (1 - \alpha(t+u))^{-1}$ となる。但し $\alpha(t+u)$ が 1 の場合を除く^{*87}。

(2) $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_i(s,u)$ で回帰分析した際の係数の分散

乱数の組 r を 1 つだけ使って、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_i(s,u)$ で不均一分散最小二乗法により回帰分析した際に、係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_r(s,u)$ は式 3.16 のとおり表される。

不均一分散最小二乗法では誤差の均一分散の仮定を置かないため、回帰分析の定数項と誤差 $\varepsilon d^*_r(s,u)$ は実際の試料を使った推計値を用いることが必要である。このため $\varepsilon d^*_r(s,u)$ は式 3.11 による係数の推計値 $\Gamma d^*_r(s,u)$ 、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_i(s,u)$ から式 3.17 のとおり計算される。

S を無限大とした極限での係数の分散の理論値 $V\Gamma d_i(s,u)$ は式 3.18 のとおり^{*88} 表され、これを計算した結果は式 3.19 のとおりとなる。 S を無限大とした極限では回帰分析の係数は式 3.13 で示したとおり時点 $t-s$ により変化しない値となるため、その分散は 0 である。

回帰分析の係数の分散に S を乗じて収束速度を調整した $S \cdot V\Gamma d^*_r(s,u)$ について、 S を無限大とした極限である漸近分散 $AV\Gamma d_i(s,u)$ は式 3.20 のとおりとなる。 $AV\Gamma d_i(s,u)$ は、係数の理論値 $\Gamma d_i(s,u)$ の場合と同様に 1) 分母部分が全て二乗項で構成されており、乱数の大きさの比 rr が 0 となることはないこと、2) 分子部分は全て有限な変数で構成されていることの 2 つの理由から有限な値となる。

(3) $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_i(s,u)$ で回帰分析した際の係数の正規分布性

(1) の結果から、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_i(s,u)$ で回帰分析した際の係数の推計値 $\Gamma d^*_r(s,u)$ は、試料の時点数 S を無限大とした極限では理論値 $\Gamma d_i(s,u)$ に収束し、両者の差は 0 となる。また式 3.13 に示したとおり $\Gamma d_i(s,u)$ は有限の値となる。

(2) の結果から、この回帰分析の係数の分散について、収束速度を調整した上で S を無限大とした極限である漸近分散 $AV\Gamma d_i(s,u)$ は、式 3.20 に示したとおり有限の値となる。

従って $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_i(s,u)$ で回帰分析した際の係数について、推計値 $\Gamma d^*_r(s,u)$ と理論値 $\Gamma d_i(s,u)$ の差に $S^{0.5}$ を乗じて収束速度を調整した指標は、式 3.21 と式 3.22 に示すとおり S を無限大とした極限では、平均が 0 で有限の漸近分散 $AV\Gamma d_i(s,u)$ を持つこととなる。

この結果から、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_i(s,u)$ で回帰分析した際の係数の推計値 $\Gamma d^*_r(s,u)$ は、 S

*86 回帰分析の係数の理論値を導出する過程については、補論 2 を参照ありたい。

またこの係数の理論値に対応した誤差を導出する過程については、補論 3 を参照ありたい。

*87 3.1.2.4 の手法の問題点は、 $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍にある倍には係数の理論値 $\Gamma d_i(s,u)$ である $\alpha(t+u) \cdot (1 - \alpha(t+u))^{-1}$ が発散してしまうなどの問題を生じ、回帰分析の係数から $\alpha(t+u)$ を推計することができない点にある。この点については 3.1.2.6 において 3.1.2.5 の手法と比較しながら説明する。

*88 回帰分析の係数の分散の理論値などを導出する過程については、補論 5 を参照ありたい。

が十分に大きい場合には式 3.23 に示すとおり、中心極限定理に基づいて平均が $\Gamma d_r(s,u)$ で漸近分散が $AV\Gamma d_r(s,u)$ である漸近正規分布に従うことが確認できる。

[式 3.9 から式 3.15 TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数]

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数 (推計値))

$$TIRBA_{r,i}(s,u) = \Gamma d_r^*(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) + \varepsilon d_r^*(s,u) \quad \text{式 3.9}$$

$$\Gamma d_r^*(s,u) = \frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,i}(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right)} \quad \text{式 3.10}$$

$$\Gamma d_r^*(s,u) = \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right) \cdot (\delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right) \cdot (\delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.11}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数 (理論値))

$$\begin{aligned} \Gamma d_r(s,u) &= \lim_{s \rightarrow \infty} \Gamma d_r^*(s,u) \\ &= \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) \cdot TIRBA_{r,i}(s,u) \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right)} \right] \\ &= \frac{\text{Cov}(TIRDID_r(s,u), TIRBA_{r,i}(s,u))}{\text{Var}(TIRDID_r(s,u))} \quad \text{式 3.12} \end{aligned}$$

$$\Gamma d_r(s,u) = \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} & | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} & | \quad sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.13}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数 (理論値, 3.1.2.2 の設定・仮定が全部充足))

$$\Gamma d_r(s,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1$$

$$= \begin{cases} \frac{\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{(1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} & | \quad sr \leq 1 \\ \frac{\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr}{(1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} & | \quad sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.14}$$

$$\Gamma d_r(s,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1, \quad | f_k(t+u) | \gg | \xi_i(t+u) |, \quad \alpha_i(t+u) \neq 1$$

$$= \frac{\alpha_i(t+u)}{1 - \alpha_i(t+u)} \quad \text{式 3.15}$$

(式 3.9 から式 3.15 の記号の説明)

TIRBA _{r,i} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _r (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\delta_{r,before}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($= \eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), Y_i(t-s)$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\Gamma d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
$\epsilon d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
$ \cdot $	絶対値
$\text{Var}(\cdot)$	分散
$\text{Cov}(\cdot, \cdot)$	共分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限

[式 3.16 から式 3.20 TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数の分散]

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数の分散 (推計値))

$$V\Gamma d_r^*(s,u)$$

$$= \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\epsilon d_r^*(s,u)^2 \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right]} \right] \quad \text{式 3.16}$$

$$\epsilon d_r^*(s,u) = \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma d_r^*(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\begin{aligned} & \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\ & - \Gamma d_r^*(s,u) \cdot \left[\delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \right. \\ & \quad \left. - \delta_{r,k,before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i,before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right] \end{aligned} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\begin{aligned} & \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\ & - \Gamma d_r^*(s,u) \cdot \left[\delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \right. \\ & \quad \left. - \delta_{r,k,before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i,before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right] \end{aligned} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.17}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数の分散 (理論値))

VΓd_r(s,u)

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} V\Gamma d^*_{r}(s,u)$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^s \left(\varepsilon d^*_{r}(s,u)^2 \cdot TIRDID_{r}(s,u) \cdot TIRDID_{r}(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^s \left(TIRDID_{r}(s,u) \cdot TIRDID_{r}(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^s \left(TIRDID_{r}(s,u) \cdot TIRDID_{r}(s,u) \right) \right]} \right]$$

式 3.18

VΓd_r(s,u)

$$= \begin{cases} \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\frac{\left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2 \right) \cdot \left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) - \left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot sr^2 \right)^2}{\left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\frac{\left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2 \cdot sr^2 \right) \cdot \left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) - \left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot sr^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot sr^2 \right)^2}{\left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式 3.19

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の回帰分析の係数の漸近分散 (理論値))

AVΓd_r(s,u)

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} S \cdot V\Gamma d^*_{r}(s,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2 \right) \cdot \left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) - \left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot sr^2 \right)^2}{\left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2 \cdot sr^2 \right) \cdot \left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) - \left((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot sr - rr^2 \cdot sr^2 \right)^2}{\left(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式 3.20

(式 3.16 から式 3.20 の記号の説明)

TIRBA _{r,i} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _r (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
δ _{r,after} (t-s)	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ _{ki} の η _a 倍, η _a ≫ η _b)
δ _{r,before} (t-s)	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ _{ki} の η _b 倍)
rr	乱数 δ _{r,before} (t-s)の大きさ η _b の乱数 δ _{r,after} (t-s)の大きさ η _a に対する比率 (=η _b ・η _a ⁻¹)
Y _i (t), Y _i (t-s)	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
α _i (t+u)	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ _k , σ _i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ _k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ _i

(式 3.16 から式 3.20 の記号の説明(続き))

σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \bar{Y}_i(t-s)$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \bar{Y}_i(t-s)) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\Gamma d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
$V\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値)
$AV\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に S を乗じた漸近分散 (理論値)
$V\Gamma d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値)
$\varepsilon d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限

[式 3.21 から式 3.23 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の回帰分析の係数の漸近正規分布性]

(係数の漸近正規分布性)

$$\begin{aligned} \lim_{S \rightarrow \infty} \sum_{s=1}^S (S^{0.5} \cdot (\Gamma d_r^*(s,u) - \Gamma d_r(s,u))) \\ = E (S^{0.5} \cdot (\Gamma d_r^*(s,u) - \Gamma d_r(s,u))) \\ = 0 \end{aligned} \tag{式 3.21}$$

$$\begin{aligned} \lim_{S \rightarrow \infty} \sum_{s=1}^S \left((S^{0.5} \cdot (\Gamma d_r^*(s,u) - \Gamma d_r(s,u))) - E (S^{0.5} \cdot (\Gamma d_r^*(s,u) - \Gamma d_r(s,u))) \right)^2 \\ = \lim_{S \rightarrow \infty} S \cdot \text{Var}(\Gamma d_r^*(s,u)) \quad (\because \text{Var}(\Gamma d_r(s,u)) = 0) \\ = AV\Gamma d_r(s,u) \end{aligned} \tag{式 3.22}$$

$$\therefore S^{0.5} \cdot (\Gamma d_r^*(s,u) - \Gamma d_r(s,u)) \xrightarrow{d} N(0, AV\Gamma d_r(s,u)) \tag{式 3.23}$$

(式 3.21 から式 3.23 の記号の説明)

$\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\Gamma d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
$V\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値)
$AV\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に S を乗じた漸近分散 (理論値)
$V\Gamma d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
$E(\cdot)$	期待値
$\text{Var}(\cdot)$	分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限
\xrightarrow{d}	分布の極限
$N(\mu, V)$	平均 μ 、分散 V の正規分布

3.1.2.5 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析する場合

次に三乱数倍法を適用した対照群の対象の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を、三乱数倍法を適用した処置群の対象の前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ により回帰分析する場合について考える。

3.1.2.4 の場合と同様に疑似相関の可能性をなくすため、回帰分析を行う前に Dickey and Fuller(1979)の方法などを使って処置前の処置群・対照群の対象の試料は定常化しておく

(1) $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の共分散と回帰分析の係数

乱数の組を 1 つだけ使って、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で不均一分散最小二乗法により

回帰分析する際の回帰式は、式 3.24 で表される。この回帰分析の係数の推計値 $\Gamma d^*(s,u)$ は、三乱数倍法を適用した前後差の指標により式 3.25 のとおり表され、その内訳は式 3.26 のとおり処置群・対照群の標準偏差の比 sr に応じて場合分けして表される。

3.1.2.2 での設定と仮定のうち 1) 試料の時点数 S が十分確保されていることが充足されている場合に、 S を無限大とした極限での係数の理論値は、式 3.27 のとおり $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の共分散を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の分散で除した比となる。これを計算^{*89}して式 3.28 のとおり係数の理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ が得られる。式 3.28 の係数の理論値は 1) 分母部分が全て二乗項で構成されており、乱数の大きさの比 rr が 0 となることはないこと、2) 分子部分は全て有限な変数で構成されていることの 2 つの理由から、この理論値は有限な値となる。

また 3.1.2.2 での設定と仮定のうち、2) 乱数の大きさの比 rr を 0 より大きく 1 よりはるかに小さく設定することが充足されている場合、この係数の理論値は式 3.29 に示すとおりとなる。更に 3) 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi(t+u)$ の絶対値より大きいことが充足されている場合、この係数の理論値は式 3.30 に示すとおり非常に簡単な形となり、 sr の大きさにかかわらず $\alpha(t+u)$ となる。

(2) $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した際の係数の分散

乱数の組 r を 1 つだけ使って、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で不均一分散最小二乗法により回帰分析した際に、係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*(s,u)$ は式 3.31 のとおり表される。

3.1.2.4 の場合と同様に、回帰分析の定数項と誤差 $eb^*(s,u)$ は実際の試料を使った推計値を用いることが必要である。このため $eb^*(s,u)$ は式 3.26 による係数の推計値 $\Gamma b^*(s,u)$ 、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ から式 3.34 のとおり計算される。

S を無限大とした極限での係数の分散の理論値 $V\Gamma b_r(s,u)$ は式 3.33 のとおり^{*90}表され、これを計算した結果は式 3.34 のとおりとなる。 S を無限大とした極限では回帰分析の係数は式 3.28 で示したとおり時点 $t-s$ により変化しない値となるため、その分散は 0 である。

回帰分析の係数の分散に S を乗じて収束速度を調整した $S \cdot V\Gamma b^*(s,u)$ について、 S を無限大とした極限である漸近分散 $AV\Gamma b_r(s,u)$ は式 3.35 のとおりとなる。 $AV\Gamma b_r(s,u)$ は、係数の理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ の場合と同様に 1) 分母部分が全て二乗項で構成されており、乱数の大きさの比 rr が 0 となることはないこと、2) 分子部分は全て有限な変数で構成されていることの 2 つの理由から有限な値となる。

(3) $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した際の係数の正規分布性

(1)の結果から、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した際の係数の推計値 $\Gamma b^*(s,u)$ は、試料の時点数 S を無限大とした極限では理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ に収束し、両者の差は 0 となる。また式 3.28 に示したとおり $\Gamma b_r(s,u)$ は有限の値となる。

(2)の結果から、この回帰分析の係数の分散について、収束速度を調整した上で S を無限大とした極限である漸近分散 $AV\Gamma b_r(s,u)$ は、式 3.35 に示したとおり有限の値となる。

従って $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した際の係数について、推計値 $\Gamma b^*(s,u)$ と理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ の差に $S^{0.5}$ を乗じて収束速度を調整した指標は、式 3.36 と式 3.37 に示すとおり S を無限大とした極限では、平均が 0 で有限の漸近分散 $AV\Gamma b_r(s,u)$ を持つこととなる。

*89 回帰分析の係数の理論値を導出する過程については、補論 2 を参照ありたい。
またこの係数の理論値に対応した誤差を導出する過程については、補論 3 を参照ありたい。

*90 回帰分析の係数の分散の理論値などを導出する過程については、補論 5 を参照ありたい。

この結果から、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した際の係数の推計値 $\Gamma b^*(s,u)$ は、 S が十分大きい場合には式 3.38 に示すとおり、中心極限定理に基づいて平均が $\Gamma b_r(s,u)$ で漸近分散が $AV\Gamma b_r(s,u)$ である漸近正規分布に従うことが確認できる。

[式 3.24 から式 3.30 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の回帰分析の係数]

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の回帰分析の係数 (推計値))

$$TIRBA_{r,i}(s,u) = \Gamma b^*_r(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) + \varepsilon b^*_r(s,u) \quad \text{式 3.24}$$

$$\Gamma b^*_r(s,u) = \frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,i}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right)} \quad \text{式 3.25}$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.26}$$

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の回帰分析の係数 (理論値))

$$\begin{aligned} \Gamma b_r(s,u) &= \lim_{s \rightarrow \infty} \Gamma b^*_r(s,u) \\ &= \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,i}(s,u) \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right)} \right] \\ &= \frac{\text{Cov}(TIRBA_{r,k}(s,u), TIRBA_{r,i}(s,u))}{\text{Var}(TIRBA_{r,k}(s,u))} \end{aligned} \quad \text{式 3.27}$$

$$\Gamma b_r(s,u) = \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.28}$$

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の回帰分析の係数 (理論値, 3.1.2.2 の設定・仮定が全部充足))

$$\Gamma b_r(s,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1$$

$$= \begin{cases} \frac{\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{f_k(t+u) + \xi_k(t+u)} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr}{f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)} & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.29}$$

$$\Gamma b_r(s,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1, \quad |f_k(t+u)| \gg |\xi_i(t+u)|$$

$$= \alpha_i(t+u) \quad \text{式 3.30}$$

(式 3.24 から式 3.30 の記号の説明)

$TIRBA_{r,j}(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での対象 j の前後差
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,j-before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
r	乱数 $\delta_{r,j-before}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_j(t), \overline{Y_j}(t-s)$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i}(t-s)$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i}(t-s)) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\Gamma b_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
$\epsilon b_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
$ \cdot $	絶対値
$Var(\cdot)$	分散
$Cov(\cdot, \cdot)$	共分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限

[式 3.31 から式 3.35 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の回帰分析の係数の分散]

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の回帰分析の係数の分散 (推計値))

$V\Gamma b_r^*(s,u)$

$$= \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\epsilon b_r^*(s,u)^2 \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right]} \right] \quad \text{式 3.31}$$

$$\epsilon b_r^*(s,u) = TIRBA_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r^*(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i}(t-s)) \\ - \Gamma b_r^*(s,u) \cdot \left[\delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k}(t-s)) \right] \end{array} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i}(t-s)) \\ - \Gamma b_r^*(s,u) \cdot \left[\delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k}(t-s)) \right] \end{array} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.32}$$

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の回帰分析の係数の分散 (理論値))

$V\Gamma b_r(s,u)$

$$= \lim_{S \rightarrow \infty} V\Gamma b_r^*(s,u)$$

$$= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\epsilon b_r^*(s,u)^2 \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right]} \right] \quad \text{式 3.33}$$

$$\begin{aligned}
& V\Gamma b_i(s,u) \\
& = \begin{cases} \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2}{((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2) \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2}{((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases} \\
& \hspace{15em} \text{式 3.34}
\end{aligned}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRBA_{r,k}(s,u)の回帰分析の係数の漸近分散 (理論値)

$$\begin{aligned}
& AV\Gamma b_i(s,u) \\
& = \lim_{s \rightarrow \infty} S \cdot V\Gamma b_i^*(s,u) \\
& = \begin{cases} \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2}{((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2) \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2}{((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases} \\
& \hspace{15em} \text{式 3.35}
\end{aligned}$$

(式 3.31 から式 3.35 の記号の説明)

TIRBA _{r,i} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _r (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
δ _{r,after} (t-s)	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ _{ki} の η _a 倍, η _a ≫ η _b)
δ _{r,before} (t-s)	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ _{ki} の η _b 倍)
rr	乱数 δ _{r,before} (t-s)の大きさ η _b の乱数 δ _{r,after} (t-s)の大きさ η _a に対する比率 (=η _b ・η _a ⁻¹)
Y _j (t), $\overline{Y}_j(t-s)$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
α _i (t+u)	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ _k , σ _i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ _k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ _i
σ _{ki}	σ _k , σ _i のうち大きい方
sr	σ _i の σ _k に対する比率 (=σ _i ・σ _k ⁻¹ , 0.5 ≤ sr ² ≤ 2.0)
f _k (t+u)	処置効果 ZF _k (t+u)の σ _{ki} に対する比率 (=ZF _k (t+u)・σ _{ki} ⁻¹)
ξ _i (t+u)	Y _j ^N (t+u) - $\overline{Y}_j(t-s)$ の σ _i に対する比率 (= (Y _j ^N (t+u) - $\overline{Y}_j(t-s)) \cdot \sigma_i^{-1}$)
Γb _i (s,u)	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
Γb _i [*] (s,u)	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
VΓb _i (s,u)	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値)
AVΓb _i (s,u)	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に S を乗じた漸近分散 (理論値)
VΓb _i [*] (s,u)	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値)
εb _i [*] (s,u)	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
lim _{S → ∞}	S を無限大にした極限

[式 3.36 から式 3.38 TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRBA_{r,k}(s,u)の回帰分析の係数の漸近正規分布性]

(係数の漸近正規分布性)

$$\begin{aligned} \lim_{S \rightarrow \infty} \sum_{s=1}^S (S^{0.5} \cdot (\Gamma b^*_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r(s,u))) \\ = E (S^{0.5} \cdot (\Gamma b^*_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r(s,u))) \\ = 0 \end{aligned} \tag{式 3.36}$$

$$\begin{aligned} \lim_{S \rightarrow \infty} \sum_{s=1}^S \left((S^{0.5} \cdot (\Gamma b^*_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r(s,u))) - E (S^{0.5} \cdot (\Gamma b^*_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r(s,u))) \right)^2 \\ = \lim_{S \rightarrow \infty} S \cdot \text{Var}(\Gamma b^*_{r,i}(s,u)) \quad (\because \text{Var}(\Gamma b_r(s,u)) = 0) \\ = AV\Gamma b_r(s,u) \end{aligned} \tag{式 3.37}$$

$$\therefore S^{0.5} \cdot (\Gamma b^*_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r(s,u)) \xrightarrow{d} N (0 , AV\Gamma b_r(s,u)) \tag{式 3.38}$$

(式 3.36 から式 3.38 の記号の説明)

$\Gamma b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\Gamma b^*_{r,i}(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
$V\Gamma b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値)
$AV\Gamma b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に S を乗じた漸近分散 (理論値)
$V\Gamma b^*_{r,i}(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
$E(\cdot)$	期待値
$\text{Var}(\cdot)$	分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限
\xrightarrow{d}	分布の極限
$N(\mu, V)$	平均 μ 、分散 V の正規分布

3.1.2.6 2つの回帰分析の手法の特性と使分け

3.1.2.4 と 3.1.2.5 では、処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ の推計について、1)TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRDID_{r,i}(s,u)で回帰分析する手法と、2)TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRBA_{r,k}(s,u)で回帰分析する手法の2つの手法があることを説明した。

3.1.2.4 による回帰分析と推計の問題点としては、 $\alpha_i(t+u)$ が 1 の近傍にある場合には、1)回帰分析の係数 $\Gamma d_r(s,u)$ の分母・分子の処置後の寄与部分が 0 となり処置前の寄与のみで構成されてしまうこと、2)式 3.14 と式 3.15 で説明した係数の理論値 $\Gamma d_r(s,u)$ である $\alpha_i(t+u) \cdot (1 - \alpha_i(t+u))^{-1}$ が発散してしまうことなどの問題を生じるため、係数から $\alpha_i(t+u)$ を推計することができない点が挙げられる。

他方で 3.1.2.5 による回帰分析と推計については、回帰分析の係数の理論値である $\Gamma d_r(s,u)$ の式 3.13 や式 3.14 と、 $\Gamma b_r(s,u)$ の式 3.28 や式 3.29 では分母部分の形状が大きく異なっている。3.1.2.4 の係数の理論値 $\Gamma d_r(s,u)$ では式 3.14 に示したとおり、分母部分の仮想現実の変動である $\xi_i(t+u)$ について処置群・合成対照群の差となっている。他方で 3.1.2.5 の係数の理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ では式 3.29 に示したとおり、分母部分の仮想現実の変動が処置群の変動である $\xi_k(t+u)$ のみとなっており、 $\alpha_i(t+u)$ が 1 の近傍以外にある場合では、3.1.2.4 の手

法より推計の精度が劣る^{*91}ことが予想される。

従って、3.1.2.4 による手法と 3.1.2.5 による手法については、 $\alpha(t+u)$ が 1 に近い値である場合とそれ以外で精度を比較して範囲を区切り、回帰分析と推計の手法を選択して適用することが考えられる。具体的にはまず 3.1.2.5 の回帰分析と推計を行い、 $\alpha(t+u)$ の推計値である $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 以上かつ 1.2 以下の範囲ではこの結果を採用し、 $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 未満又は 1.2 超えの範囲では 3.1.2.4 の手法を採用する。

これら 2 つの推計方法の適用の分岐点を、 $\Gamma b^*(s,u)$ が +0.8 と +1.2 の 2 点とすることの妥当性については、3.2.2.1 でのモンテカルロ・シミュレーションにより検証を行う。

3.1.3 「三乱数倍法」により推計が可能な範囲の確認

3.1.3.1 乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復した場合の問題

(1) 三乱数倍法を用いた回帰分析と「偶然の一致」の問題

3.1.2.2 で説明した 3 つの設定や仮定のうち、1) 試料の時点数 S が十分確保されていることという設定については、 S を無限大とした極限において 3.1.2.4 と 3.1.2.5 の回帰分析による推計が可能であり、これらの係数が漸近正規分布に従うことを説明した。

ところが現実の推計において S は有限であり、三乱数倍法で用いる 3 つの乱数の数もこれに従い有限であるため、乱数の組 r を 1 つしか用いていない場合には「偶然の一致」により推計された係数が正しく $\alpha(t+u)$ などを反映していない可能性が生じてしまう。

ここでいう「偶然の一致」とは、例えば試料が時間方向に(3,4,2,6……)と並んでいる場合に、偶然にも乱数が(40,30,60,20……)と並んでしまい、乱数と試料の積が(120,120,120,120……)と一定になってしまうなど、三乱数倍法による指標が $\alpha(t+u)$ などを正しく反映しなくなる問題をいう。このような問題が生じる可能性は非常に低いものの、乱数の組 r を 1 つしか用いていない状態ではこうした「偶然の一致」が起きた可能性を否定できない。

このため、三乱数倍法を用いた 3.1.2.4 や 3.1.2.5 での回帰分析については、乱数の組 r を取替えた回帰分析を十分な回数反復して行い、これらの回帰分析の係数の平均と分散を用いることにより、上記の偶然の一致に関連した問題を避けることが必要である。

(2) 乱数の組 r を取替えた回帰分析の反復による係数と漸近分散の確認

三乱数倍法を用いた 3.1.2.4 や 3.1.2.5 での回帰分析について、乱数の組 r を取替えた回帰分析を十分な回数反復して行った場合でも係数の推計が可能であり、結果が漸近正規分布に従うこと^{*92}を確認する。

この項での議論を簡単にするため、試料の時点数 S は有限で固定された値であるとし、

*91 合成対照群における $\xi(t+u)$ は処置群の $\xi_t(t+u)$ の仮想現実に相当するため、両者はほぼ等しいか少なくとも符号は一致しているものと考えられる。従って式 3.14 と式 3.29 の比較から、 $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍の場合以外では 3.1.2.4 の手法の方が推計の精度が高くなることが予想される。

実際にこれらの手法の精度の関係と分岐点の妥当性については、3.2.2.1 でのモンテカルロ・シミュレーションにより検証する。

*92 既に 3.1.2.4 については式 3.23、式 3.1.2.5 については式 3.38 によってこれらの手法で推計された係数が漸近正規分布に従うことが示されている。正規分布の再生性により、これらの回帰分析を r 回繰返して平均した係数についても正規分布に従うことは自明であるが、ここでは確認のため係数とその分散の R についての極限を計算してこの結果を確認しておくこととする。

乱数については時点 $t-s$ と乱数の組 r を入替え、例えば $\delta_{r,after}(t-s)$ は $\delta_{s,after}(r)$ と表記する^{*93}。

乱数の組 r を取替えた場合でも乱数の期待値はいずれも 0、異なる乱数の共分散も 0 であり、乱数の分散は時間方向での分散と同じである。

3.1.2.4 や 3.1.2.5 での回帰分析を R 回反復して得られる係数の理論値は、式 3.11 や式 3.26 による係数の推計値について R を無断大とした極限で表される。この極限を算定^{*94}すると 3.1.2.4 の回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma d_s(r,u)$ は式 3.39 のとおり、3.1.2.5 の回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma b_s(r,u)$ は式 3.46 のとおりとなり、いずれも有限である。

これらの係数の理論値は 3.1.2.2 での設定と仮定のうち、2) の設定が充足されている場合、式 3.40 と式 3.47 に示すとおり式 3.14 や式 3.29 と同じ結果となる。更に 3) の仮定が充足されている場合、式 3.41 と式 3.48 に示すとおり、式 3.15 や式 3.30 と同じ $\alpha(t+u) \cdot (1 - \alpha(t+u))^{-1}$ や $\alpha(t+u)$ となる。

更にこれらの係数の漸近分散を算定すると、3.1.2.4 の係数の漸近分散 $AV\Gamma d_s(r,u)$ は式 3.42 のとおり、3.1.2.5 の係数の漸近分散 $AV\Gamma b_s(r,u)$ は式 3.49 のとおりとなる。これらの漸近分散は、 $AV\Gamma d_s(r,u)$ では $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍にない場合には分母が 0 となることはなく、 $AV\Gamma b_s(r,u)$ では分母が 0 となることはないため、いずれも有限の値となる。

従って、3.1.2.4 や 3.1.2.5 での回帰分析を反復して得られる係数の理論値とその漸近分散は、 $\Gamma d_s(r,u)$ については式 3.43 から式 3.45 に示すとおり、 $\Gamma b_s(r,u)$ については式 3.50 から式 3.52 に示すとおりであり、係数の理論値とその漸近分散が R を十分大きくした場合でも有限の値となることから、漸近正規分布に従うことが確認される。

[式 3.39 から式 3.52 回帰分析を反復した係数の理論値とその漸近分散]

(TIRBA_{r,i}(s,u) の TIRDID_i(s,u) による回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma d_s(r,u)$)

$$\Gamma d_s(r,u) = \begin{cases} \left[\frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^2}{-rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2} \right] \\ \left[\frac{((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2}{+rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \\ \left[\frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr \cdot \sigma_k^2}{-rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2} \right] \\ \left[\frac{((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2}{+rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.39}$$

(係数 $\Gamma d_s(r,u)$ (理論値, 3.1.2.2 の設定・仮定が全部充足))

$$\Gamma d_s(r,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1 \\ = \begin{cases} \frac{\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{(1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} & | \quad sr \leq 1 \\ \frac{\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr}{(1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} & | \quad sr > 1 \end{cases} \quad \text{式 3.40}$$

*93 元の試料など乱数以外の変数は、乱数の組 r を取替えることによって何の影響も受けない点に注意ありたい。

*94 乱数の組数 R を十分大きくし回帰分析を反復した場合での係数やその分散の理論値の導出については、補論 6 を参照ありたい。

$$\Gamma d_s(r,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1, \quad | f_k(t+u) | \gg | \xi_i(t+u) |, \quad \alpha_i(t+u) \neq 1$$

$$= \frac{\alpha_i(t+u)}{1 - \alpha_i(t+u)}$$

式 3.41

(回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma d_s(r,u)$)の漸近分散 $AV\Gamma d_s(r,u)$)

$AV\Gamma d_s(r,u)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \overline{f_k(t+u)} + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2}{+ rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2} \right. \\ \left. - \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \overline{f_k(t+u)} + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^2 - rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2)}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \overline{f_k(t+u)} + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \overline{f_k(t+u)} \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2}{+ rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2 \cdot sr^2} \right. \\ \left. - \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \overline{f_k(t+u)} \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr \cdot \sigma_k^2 - rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2) \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \overline{f_k(t+u)} \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \end{array} \right.$$

式 3.42

(係数 $\Gamma d_s^*(r,u)$ の漸近正規分布性)

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^R (R^{0.5} \cdot (\Gamma d_s^*(r,u) - \Gamma d_s(r,u)))$$

$$= E (R^{0.5} \cdot (\Gamma d_s^*(r,u) - \Gamma d_s(r,u)))$$

$$= 0$$

式 3.43

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^R \left((R^{0.5} \cdot (\Gamma d_s^*(r,u) - \Gamma d_s(r,u))) - E (R^{0.5} \cdot (\Gamma d_s^*(r,u) - \Gamma d_s(r,u))) \right)^2$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} R \cdot \text{Var}(\Gamma d_s^*(r,u)) \quad (\because \text{Var}(\Gamma d_s(r,u)) = 0)$$

$$= AV\Gamma d_s(r,u)$$

式 3.44

$$\therefore R^{0.5} \cdot (\Gamma d_s^*(r,u) - \Gamma d_s(r,u)) \xrightarrow{d} N(0, AV\Gamma d_s(r,u))$$

式 3.45

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRBA_{r,k}(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma b_s(r,u)$)

$\Gamma b_s(r,u)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^2}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k^2}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式 3.46

(係数 $\Gamma b_s(r,u)$ (理論値, 3.1.2.2 の設定・仮定が全部充足))

$$\Gamma b_s(r,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1$$

$$= \begin{cases} \frac{\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{f_k(t+u) + \xi_k(t+u)} & | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr}{f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)} & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

$$\Gamma b_s(r,u) \quad | \quad 0 < rr \ll 1, \quad | f_k(t+u) | \gg | \xi_i(t+u) |$$

式 3.47

$$= \alpha_i(t+u)$$

式 3.48

(回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma b_s(r,u)$ の漸近分散 $AV\Gamma b_s(r,u)$)

$AV\Gamma b_s(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2}{((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2)^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2}{((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2)^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式 3.49

(係数 $\Gamma b_s^*(r,u)$ の漸近正規分布性)

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^R (R^{0.5} \cdot (\Gamma b_s^*(r,u) - \Gamma b_s(r,u)))$$

$$= E (R^{0.5} \cdot (\Gamma b_s^*(r,u) - \Gamma b_s(r,u)))$$

$$= 0$$

式 3.50

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^R \left((R^{0.5} \cdot (\Gamma b_s^*(r,u) - \Gamma b_s(r,u))) - E (R^{0.5} \cdot (\Gamma b_s^*(r,u) - \Gamma b_s(r,u))) \right)^2$$

$$= \lim_{S \rightarrow \infty} R \cdot \text{Var}(\Gamma b_s^*(r,u)) \quad (\because \text{Var}(\Gamma b_s(r,u)) = 0)$$

$$= AV\Gamma b_s(r,u)$$

式 3.51

$$\therefore R^{0.5} \cdot (\Gamma b_s^*(r,u) - \Gamma b_s(r,u)) \xrightarrow{d} N(0, AV\Gamma b_s(r,u))$$

式 3.52

(式 3.39 から式 3.52 の記号の説明)

TIRBA _{i,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _{i,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
rr	乱数 $\delta_{r,j,\text{before}}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma d_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.4 の回帰分析の係数 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$\Gamma b_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.5 の回帰分析の係数 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$\Gamma d_s^*(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.4 の回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$\Gamma b_s^*(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.5 の回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)

(式 3.39 から式 3.52 の記号の説明(続き))

$AV\Gamma d_s(r,u)$	係数 $\Gamma d_s(r,u)$ の分散に乱数の組数 R を乗じた漸近分散 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$AV\Gamma b_s(r,u)$	係数 $\Gamma b_s(r,u)$ の分散に乱数の組数 R を乗じた漸近分散 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
$E(\cdot)$	期待値
$Var(\cdot)$	分散
$\lim_{R \rightarrow \infty}$	R を無限大にした極限
\xrightarrow{d}	分布の極限
$N(\mu, V)$	平均 μ 、分散 V の正規分布

3.1.3.2 乱数の大きさ η_a と η_b の問題

(1) 三乱数倍法での乱数の大きさ η_a を十分大きくした場合の確認

3.1.2.2 で説明した 3 つの設定や仮定のうち、2)乱数の大きさの比 rr を 0 より大きく 1 よりはるかに小さく設定することという設定については、理論的に乱数の大きさ η_a と η_b の比 rr がどのような値をとっても推計が可能であることを確認することが必要である。

このため、三乱数倍法において乱数 $\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)$ と $\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$ の大きさ η_b を有限とし、乱数 $\delta_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a を無限大とした場合について、回帰分析の係数の推計値やその分散の推計値について算定^{*95}を行い、このような場合でも係数やその分散が発散するなどの問題が起こらないことを確認しておく。

乱数 $\delta_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a を無限大とした場合での 3.1.2.4 での回帰分析における係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ は式 3.53 のとおりであり、式 3.14 や式 3.40 と全く同じ形となる。従って $\Gamma d^*_s(r,u)$ は 3) 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi_i(t+u)$ の絶対値より大きいことが充足されており、 $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍にない場合には、 sr の大きさにかかわらず $\alpha(t+u) \cdot (1 - \alpha(t+u))^{-1}$ となる。同様に係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ は式 3.54 のとおりとなり、係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ が有限であることから、 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ も有限であることが確認できる。

乱数 $\delta_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a を無限大とした場合での 3.1.2.5 での回帰分析における係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ は式 3.55 のとおりであり、式 3.29 や式 3.47 と全く同じ形となる。従って $\Gamma b^*_s(r,u)$ は 3) 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi_i(t+u)$ の絶対値より大きいことが充足されている場合には、 sr の大きさにかかわらず $\alpha(t+u)$ となる。同様に係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ は式 3.56 のとおりとなり、係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ が有限であることから、 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ も有限であることが確認できる。

[式 3.53 から式 3.56 乱数の大きさ η_a を十分大きくした場合の係数とその分散の推計値]

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$)

$$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} \Gamma d^*_s(r,u) = \begin{cases} \frac{\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{(1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr}{(1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} & | sr \leq 1 \end{cases}$$

式 3.53

*95 乱数の大きさ η_a を十分大きくした場合の係数の推計値やその分散の推計値の導出については、補論 7 を参照ありたい。

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$)

$$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} V\Gamma d^*_s(r,u) = \begin{cases} R^{-1} \cdot \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^3 + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^4}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^4} & | sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot sr^2 - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^3 \cdot sr + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^4}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^4} & | sr > 1 \end{cases}$$

式 3.54

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} \Gamma b^*_s(r,u) = \begin{cases} \frac{\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{f_k(t+u) + \xi_k(t+u)} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr}{f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)} & | sr > 1 \end{cases}$$

式 3.55

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} V\Gamma b^*_s(r,u) = \begin{cases} R^{-1} \cdot \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^3 + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^4}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^4} & | sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^3 \cdot sr + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^4}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2} & | sr > 1 \end{cases}$$

式 3.56

(式 3.53 から式 3.56 の記号の説明)

r	乱数 $\delta_{s,j\text{-before}}(r)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{s,\text{after}}(r)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.4 の回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$\Gamma b^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.5 の回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた $\Gamma d^*_s(r,u)$ の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma b^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた $\Gamma b^*_s(r,u)$ の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty}$	乱数 $\delta_{s,\text{after}}(r)$ の大きさ η_a を無限大にした極限

(2) 現実の推計における乱数の大きさ η_a と η_b に関する制約

実際に三乱数倍法を適用する上では、試料の準備を可能とし偶然の一致による推計上の問題を回避するために、乱数の大きさ η_a と η_b に関して幾つかの制約が存在する。

$\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a については、上記(1)で見たとおり理論上はどのように大きくしても問題はないが、現実には多くの表計算・数値解析ソフトウェアでは扱える数値の大きさに上限があり、例えばマイクロソフト・EXCEL(R)では 10^{15} を超える数値を扱うことができない。三乱数倍法を適用した推計では分散を計算する必要があることから、乱数と試料の積を 10^7 以下とする必要がある、例えば η_a は大きくても 10^6 程度とする^{*96} 必要がある。

$\delta_{r,k-before}(t-s)$ や $\delta_{r,i-before}(t-s)$ の大きさ η_b については、以下の2つの制約から1より大きな値とすることが必要である。

最初の制約としては、 η_b の大きさを0とした場合、乱数はいずれも平均0なので、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ や $\delta_{r,i-before}(t-s)$ を時点 $t-s$ の如何を問わず常に0とすることとなる。この場合には、本文式3.6で示した $TIRBA_{r,k}(s,u)$ は $\delta_{r,after}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - \overline{Y_k(t-s)})$ 、本文式3.7で示した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ は $\delta_{r,after}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)})$ となり、 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ と $TIRBA_{r,i}(s,u)$ は処置群・対照群の処置後の結果指標に $\delta_{r,after}(t-s)$ を乗じただけの試料となる。ところが、例えば $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の $(Y_k(t+u) - \overline{Y_k(t-s)})$ の部分は時間に対して変動しない固定した値であるため、偶然にこの部分が0となった場合には $TIRBA_{r,k}(s,u)$ は時点 $t-s$ の如何を問わず常に0となってしまう回帰分析を行うことができない。 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $(Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)})$ 部分が偶然に0となった場合も同様である。 η_b を0に設定せず $\delta_{r,k-before}(t-s)$ や $\delta_{r,i-before}(t-s)$ を0としない場合には、例えば $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の一部である $(Y_k(t+u) - \overline{Y_k(t-s)})$ の部分が偶然に0となったとしても、他の部分である $\delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})$ の項は時点 $t-s$ の関数であり常に0となることはない。このため η_b を0に設定しなければ、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ が常に0となることを防ぐことができる。

2つ目の制約として、 η_b を1程度に設定している場合には、処置前の結果指標の分散と乱数の分散がほぼ同じ大きさとなるため、乱数と処置前の結果指標の組合せが偶然の一致により、試料の相当部分が連続して0となり回帰分析が正常に行えない場合がある。この問題の発生は極めて稀であり、何回か乱数の組を変更した回帰分析を余計に行えば分析には支障がないが、処置前の結果指標の分散よりも乱数の分散を大きく設定しておけばこの問題が発生する可能性を下げるができる。

従って乱数の大きさに関しては、 η_a は η_b よりはるかに大きく設定する必要があるが、 η_a は大きくても 10^6 以下とし、 η_b については1より大きく設定することが必要である。

3.1.3.3 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の問題

(1) 三乱数倍法での処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値を十分大きくした場合の確認

3.1.2.2 で説明した3つの設定や仮定のうち、3)処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi(t+u)$ の絶対値より大きいことについては、理論的に $f_k(t+u)$ の絶対値と $\xi(t+u)$ の絶対値の比がどのような値をとっても推計が可能であることを確認することが必要であ

*96 例えば $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_{r,i}(s,u)$ の回帰分析を反復した係数 $\Gamma_d(r,u)$ において、推計値である式3.39と理論値である式3.40の間の精度への寄与は r^2 に応じて決まることとなる。従って η_b を10とした際に、 η_a を1,000とした際の精度への寄与は 10^4 であり、 η_a を1,000,000とした際の精度への寄与は 10^{10} である。この結果から明らかとなっており、 η_a を無駄に大きくしても実用上は推計の精度に殆ど影響がなく、計算が遅くなるだけの結果となる。従って本研究では η_b を10とし η_a を1,000として実証研究を行っている。

る。

このため、三乱数倍法において仮想現実の大きさ $\xi(t+u)$ の絶対値を有限とし処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値を無限大とした場合について、回帰分析の係数の推計値やその分散の推計値について算定^{*97}を行い、このような場合でも係数やその分散が発散するなどの問題が起こらないことを確認しておく。

処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値を無限大とした場合での 3.1.2.4 での回帰分析の係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ の極限は式 3.57 のとおりであり、式 3.15 や式 3.41 と同じ $\alpha_i(t+u) \cdot (1 - \alpha_i(t+u))^{-1}$ となる。また係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ は 0 となることが確認^{*98}できる。

同様に 3.1.2.5 での回帰分析の係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ の極限は式 3.58 のとおりであり、式 3.30 や式 3.48 と同じ $\alpha_i(t+u)$ となる。この場合についても係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ は 0 となることが確認できる。

従って処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値については、これがどのように大きくなっても係数やその分散が発散するなどの問題は起こらないことが確認できる。むしろ三乱数倍法では処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が十分大きければ、それだけで理論値に近い回帰分析の係数が得られることとなる。

[式 3.57 から式 3.58 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を十分大きくした場合の係数の推計値]

(処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大とした極限での係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$, $\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$\lim_{f_k \rightarrow \infty} \Gamma d^*_s(r,u) = \frac{\alpha_i(t+u)}{1 - \alpha_i(t+u)} \quad \text{式 3.57}$$

$$\lim_{f_k \rightarrow \infty} \Gamma b^*_s(r,u) = \alpha_i(t+u) \quad \text{式 3.58}$$

(式 3.57 から式 3.58 の記号の説明)

$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
$\Gamma d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.4 の回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$\Gamma b^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.5 の回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$\lim_{f_k \rightarrow \infty}$	処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値を無限大にした極限

(2) 現実の推計における処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ に関する問題

(1) では処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が十分大きい場合には、三乱数倍法により理論値に近い回帰分析の係数が得られることを示した。これは、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大とすることは、処置効果の推計では誤差となる処置前の結果指標や処置後の仮想現実の大きさを処置効果の大きさと比べて無視できる程度に小さいと仮定していることに等しいためであり、当然の結果である。

処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などの推計においては、処置効果が大きい場合と反対に、

*97 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値を十分大きくした場合の係数の推計値やその分散の推計値の導出については、補論 8 を参照ありたい。

*98 係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ が処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値を十分大きくした場合に 0 となる点の詳細については、補論 8 を参照ありたい。

処置効果が小さく仮想現実などの雑音に紛れてしまうような場合に、その二次的影響を推計することが非常に困難となるという問題がある。このため、現実の評価における問題の多くは $f_k(t+u)$ が小さい場合に関するものであり、 $f_k(t+u)$ の絶対値が最低限どの程度の大きさであれば推計ができるか、という点が問題となる。この $f_k(t+u)$ の絶対値の最低限の大きさに関する問題については、3.2.2.3 においてモンテカルロ・シミュレーションを用いた検討を行うこととする。

また、三乱数倍法に限らず処置効果評価においては、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を事前に知ることはできない。このため 3.1.2.2 で説明したとおり、三乱数倍法を用いた評価の手順において、推計された処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が最低限の大きさに達しているか否かを偽薬試験などの際に事後的に確認することが必要である。

3.1.4 処置の二次的影響の補正と結果の検定

3.1.4.1 回帰分析の係数とその分散の実際の推計と有意性の検定

3.1.3.1 で説明したとおり、3.1.2.4 と 3.1.2.5 の手法を実際に適用する際には、乱数の組 r を取替えた回帰分析の反復により係数の平均と分散を推計する必要がある。ここではこれらの 2 つの手法により、実際に回帰分析の係数とその分散を推計する方法と、回帰分析を反復して得られた係数についての有意性を検定する方法について説明する。

3.1.2.4 の手法による推計の場合には、回帰分析を反復することにより、式 3.10 による係数の推計値 $\Gamma d^*(s,u)$ と式 3.16 によるその分散 $V\Gamma d^*(s,u)$ を R 組求め、これらを R について平均して式 3.59 から式 3.61 のとおり係数 $\Gamma d^*(s,u)$ と分散 $V\Gamma d^*(s,u)$ を推計する。

$\Gamma d^*(s,u)$ については試料の時点数 S について式 3.23 により漸近正規分布性が確認されており、更に乱数の組数 R についても式 3.45 により漸近正規分布性が確認されていることから、 $\Gamma d^*(s,u)$ は S や R が十分大きい場合には漸近正規分布に従うと考えられる。

3.1.2.5 の手法による推計の場合には、回帰分析を反復することにより、式 3.25 による係数の推計値 $\Gamma b^*(s,u)$ と式 3.31 によるその分散 $V\Gamma b^*(s,u)$ を R 組求め、これらを R について平均して式 3.62 から式 3.64 のとおり係数 $\Gamma b^*(s,u)$ と分散 $V\Gamma b^*(s,u)$ を推計する。

$\Gamma b^*(s,u)$ についても試料の時点数 S について式 3.38 により漸近正規分布性が確認されており、更に乱数の組数 R について式 3.52 により漸近正規分布性が確認されていることから、 $\Gamma b^*(s,u)$ は S や R が十分大きい場合には漸近正規分布に従うと考えられる。

これらの結果から、3.1.2.4 と 3.1.2.5 での回帰分析の反復により得られた係数 $\Gamma d^*(s,u)$ や $\Gamma b^*(s,u)$ の有意性の検定については、通常の t 検定が適用できると考えられる。

この t 検定における帰無仮説は「推計された係数 $\Gamma d^*(s,u)$ や $\Gamma b^*(s,u)$ は 0 と有意な差がない」であり、危険率は 5 % とし、検定に用いる標準偏差はこれらの係数の分散である $V\Gamma d^*(s,u)$ と $V\Gamma b^*(s,u)$ から算定する。

[式 3.59 から式 3.64 回帰分析の係数とその分散の実際の推計]

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRDID_i(s,u)$ による回帰分析を反復した係数 $\Gamma d^*(s,u)$ とその分散 $V\Gamma d^*(s,u)$)

$$\begin{aligned} \Gamma d^*(s,u) &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \Gamma d^*_{r,i}(s,u) \\ &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,i}(s,u) \cdot TIRDID_i(s,u) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(TIRDID_i(s,u) \cdot TIRDID_i(s,u) \right)} \right] \end{aligned} \quad \text{式 3.59}$$

$$\begin{aligned} \text{VGd}^*(s,u) &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \text{VGd}_r^*(s,u) \\ &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left[\frac{\left[\sum_{s=1}^S \left(\varepsilon d_r^*(s,u)^2 \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right]}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right] \cdot \left[\sum_{s=1}^S \left(\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right]} \right] \end{aligned}$$

式 3.60

where

$$\varepsilon d_r^*(s,u) = \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma d_r^*(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u)$$

式 3.61

($\text{TIRBA}_{r,i}(s,u)$ の $\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)$ による回帰分析を反復した係数 $\Gamma b^*(s,u)$ とその分散 $\text{VGb}^*(s,u)$)

$$\begin{aligned} \Gamma b^*(s,u) &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \Gamma b_r^*(s,u) \\ &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,i}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right)} \right] \end{aligned}$$

式 3.62

$$\begin{aligned} \text{VGb}^*(s,u) &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \text{VGb}_r^*(s,u) \\ &= R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left[\frac{\left[\sum_{s=1}^S \left(\varepsilon b_r^*(s,u)^2 \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right]}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right] \cdot \left[\sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right]} \right] \end{aligned}$$

式 3.63

where

$$\varepsilon b_r^*(s,u) = \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r^*(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u)$$

式 3.64

(式 3.59 から式 3.64 の記号の説明)

$\text{TIRBA}_{r,i}(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での対象 j の前後差
$\text{TIRDID}_r(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での DID
$\Gamma d^*(s,u)$	3.1.2.4 の回帰分析の係数 (推計値, 乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復した平均)
$\Gamma b^*(s,u)$	3.1.2.5 の回帰分析の係数 (推計値, 乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復した平均)
$\Gamma d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.4 の回帰分析の係数 (推計値)
$\Gamma b_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.5 の回帰分析の係数 (推計値)
$\text{VGd}^*(s,u)$	$\Gamma d^*(s,u)$ の分散 (推計値, 乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復した平均)
$\text{VGb}^*(s,u)$	$\Gamma b^*(s,u)$ の分散 (推計値, 乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復した平均)
$\text{VGd}_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた $\Gamma d_r^*(s,u)$ の分散 (推計値)
$\text{VGb}_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた $\Gamma b_r^*(s,u)$ の分散 (推計値)
$\varepsilon d_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.4 の回帰分析の定数項と誤差 (推計値)
$\varepsilon b_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた 3.1.2.5 の回帰分析の定数項と誤差 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)

3.1.4.2 処置の二次的影響の係数の推計

3.1.2.4 と 3.1.2.5 の手法により得られた係数の推計値について、3.1.4.1 で説明した検定により有意な係数が見つかった場合には、式 3.65 により有意な係数 $\Gamma d^*(s,u)$ や $\Gamma b^*(s,u)$ から処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ を推計することができる。

これら 2 つの手法の使分けについては、3.1.2.6 で説明したとおり $\alpha_i(t+u)$ の推計値である $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 以上かつ 1.2 以下の範囲では 3.1.2.5 の手法を採用し、 $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 未満

又は 1.2 超えの範囲では 3.1.2.4 の手法を採用する。

3.1.2.4 の手法では、式 3.14 や式 3.15 など示したとおり、3.1.2.2 での 3 つの設定や仮定により係数 $\Gamma d^*(s,u)$ は $\alpha(t+u) \cdot (1 - \alpha(t+u))^{-1}$ に対応し、処置の二次的影響の係数の推計値 $\alpha^*_i(t+u)$ は式 3.65 の下段のとおり $\Gamma d^*(s,u) \cdot (1 + \Gamma d^*(s,u))$ で推計される。但し $\Gamma d^*(s,u)$ は -1 の場合を除く。

3.1.2.5 の手法では、式 3.29 や式 3.30 など示したとおり、3.1.2.2 での 3 つの設定や仮定により係数 $\Gamma b^*(s,u)$ は $\alpha(t+u)$ に対応し、処置の二次的影響の係数の推計値 $\alpha^*_i(t+u)$ は式 3.65 の上段のとおり $\Gamma b^*(s,u)$ で推計される。

[式 3.65 回帰分析の係数からの処置の二次的影響の係数の推計]

$$\alpha^*_i(t+u) \begin{cases} = \Gamma b^*(s,u) & | \ 0.8 \leq \Gamma b^*(s,u) \leq 1.2 \\ = \frac{\Gamma d^*(s,u)}{1 + \Gamma d^*(s,u)} & | \ \Gamma b^*(s,u) < 0.8 \text{ or } \Gamma b^*(s,u) > 1.2, \Gamma d^*(s,u) \neq -1 \end{cases}$$

subject to $0 < rr \ll 1 \wedge |f_k(t+u)| \gg |\xi(t+u)| \geq 0$ 式 3.65

(式 3.65 の記号の説明)

$\Gamma d^*(s,u)$	3.1.2.4 の回帰分析の係数 (推計値, 乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復した平均)
$\Gamma b^*(s,u)$	3.1.2.5 の回帰分析の係数 (推計値, 乱数の組 r を取替えて回帰分析を反復した平均)
$\alpha^*_i(t+u)$,	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ の推計値
rr	乱数 $\delta_{r,j,\text{before}}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($= \eta_b \cdot \eta_a^{-1}, 0 < rr \ll 1$)
σ_{ki}	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 同じく対照群の対象の標準偏差 σ_i の大きい方
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}, f_k(t+u) \gg \xi(t+u) \geq 0$)
$\xi(t+u)$	$Y^N_i(t+u) - \bar{Y}(t-s)$ の σ_i に対する比率 ($= (Y^N_i(t+u) - \bar{Y}(t-s)) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$ \cdot $	絶対値

3.1.4.3 処置の二次的影響の係数などによる偏差補正済処置効果の推計

3.1.4.2 では、3.1.2.4 や 3.1.2.5 の手法により得られた係数の推計値から、処置の二次的影響の係数の推計値 $\alpha^*_i(t+u)$ を求める方法について説明した。ここでは更に式 3.65 による $\alpha^*_i(t+u)$ などを使い、SUTVA-NI に起因した偏差を補正した偏差補正済処置効果 $ZF^*_k(t+u)$ を推計する方法について説明する。

最初に 3.1.1.2 で説明したとおり、合成対照群を用いた通常の DID により推計された偏差のある処置効果を推計し、これを $ZF^{\text{obs}}_k(t+u)$ とする^{*99}。

3.1.1.1 で説明した識別のための 4 つの前提条件により、偏差のある処置効果 $ZF^{\text{obs}}_k(t+u)$ には式 3.2 で見たとおり処置の二次的影響による偏差が含まれていると考えられる。このため式 3.66 により偏差のある処置効果 $ZF^{\text{obs}}_k(t+u)$ に $(1 - \alpha^*_i(t+u))^{-1}$ を乗じることにより、偏差補正済処置効果 $ZF^*_k(t+u)$ を推計することができる。但し $\alpha^*_i(t+u)$ は 1 を除く^{*100}。

ここで $\alpha^*_i(t+u)$ は式 3.65 で示したとおり $\Gamma d^*(s,u)$ や $\Gamma b^*(s,u)$ で表されるため、 $ZF^*_k(t+u)$ についても式 3.67 のとおり $\Gamma b^*(s,u)$ の範囲に従って $\Gamma d^*(s,u)$ や $\Gamma b^*(s,u)$ で表すことができる。この場合には $\Gamma b^*(s,u)$ は 1 を除くものとする。

*99 偏差のある処置効果 $ZF^{\text{obs}}_k(t+u)$ は、通常の DID により推計された個別対象 k の個別時点 $t+u$ についての値であり、分散や標準偏差が観察できない。

*100 $\alpha(t+u)$ が正確に 1 となった場合などでの対策については、3.1.4.5 で説明する。

[式 3.66 と式 3.67 処置の二次的影響の係数を使った処置効果の補正推計]

$$ZF_k^*(t+u) = \frac{1}{1 - \alpha_i^*(t+u)} \cdot ZF_k^{obs}(t+u)$$

subject to $0 < rr \ll 1 \wedge |f_k(t+u)| \gg |\xi(t+u)| \geq 0 \wedge \alpha_i^*(t+u) \neq 1$

式 3.66

$$ZF_k^*(t+u) \begin{cases} = \frac{1}{1 - \Gamma b^*(s,u)} \cdot ZF_k^{obs}(t+u) & | 0.8 \leq \Gamma b^*(s,u) \leq 1.2 \\ = (1 + \Gamma d^*(s,u)) \cdot ZF_k^{obs}(t+u) & | \Gamma b^*(s,u) < 0.8 \text{ or } \Gamma b^*(s,u) > 1.2 \end{cases}$$

subject to $0 < rr \ll 1 \wedge |f_k(t+u)| \gg |\xi(t+u)| \geq 0 \wedge \Gamma b^*(s,u) \neq 1$

式 3.67

(式 3.66 と式 3.67 の記号の説明)

$ZF_k^*(t+u)$	偏差補正済処置効果
$ZF_k^{obs}(t+u)$	通常の DID により推計された偏差のある処置効果
$\Gamma d^*(s,u)$	3.1.2.3 での式 3.43 により推計された有意な係数
$\Gamma b^*(s,u)$	3.1.2.4 での式 3.65 により推計された有意な係数
$\alpha_i^*(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ の推計値
rr	乱数 $\delta_{r,before}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($= \eta_b \cdot \eta_a^{-1}, 0 < rr \ll 1$)
σ_{ki}	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 同じく対照群の対象の標準偏差 σ_i の大きい方
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}, f_k(t+u) \gg \xi(t+u) \geq 0, f_k(t+u) > 2.5$)
$\xi(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - Y_i(t-s)$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - Y_i(t-s)) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$ \cdot $	絶対値

3.1.4.4 偽薬試験などによる偏差補正済処置効果の有意性の検定

(1) 偽薬試験などによる偏差補正済処置効果についての有意性の検定の考え方

3.1.4.3 で推計された偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ について、偽薬試験などを用いてその有意性を検定する手法について考える。

通常の DID により推計された処置効果については、2.2.1.5 で説明したとおり、1) 処置前の時点で DID を推計した標準偏差を用いた検定、2) 対照群の対象に対する偽薬試験から推計した時点別標準偏差を用いた検定などで有意性の検定を行うことができる。

これらの処置前の標準偏差や偽薬試験による時点別標準偏差は、処置効果の標準偏差を反映したものではなく、CIA の充足を前提として処置群の対象の仮想現実での標準偏差が対照群の対象の標準偏差などと等しいと仮定して検定に用いているものである。つまり通常の処置効果の検定においては、処置群の対象の仮想現実での標準偏差から見て推計された処置効果が有意に 0 と異なると言えるか否かを検定していることとなる。

他方で偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ の有意性の検定については、処置の二次的影響に起因した偏差を推計する過程で $\alpha_i^*(t+u)$ などを推計しており、通常の仮想現実での標準偏差に加えて、この推計に伴い発生する標準偏差を有意性の検定に反映することが必要である。

このため偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ の有意性の検定においては、まず $ZF_k^*(t+u)$ の分散を推計してその平方根である $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差を求め、 $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差と処置前の

標準偏差や偽薬試験^{*101} による時点別標準偏差の両方を用いて、Welch(1947)による異分散の仮定に基づく“Welchのt検定”により有意性の検定を行うこととする。

この検定における帰無仮説は「推計された偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ は 0 と有意な差がない」であり、危険率は 5 %とし、検定に用いる標準偏差は $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差と、処置前の標準偏差や偽薬試験による時点別標準偏差とする。

(2) $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 以上かつ 1.2 以下の場合での偏差補正済処置効果の有意性の検定

式 3.62 により推計された $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 以上かつ 1.2 以下であり、また $\Gamma b^*(s,u)$ が 1 でない場合には、 $ZF_k^*(t+u)$ は式 3.67 により $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1} \cdot ZF_k^{obs}(t+u)$ で表される。

この場合での $ZF_k^*(t+u)$ の分散は式 3.68 に示すとおりとなり、 $ZF_k^{obs}(t+u)$ の二乗に $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ の分散を乗じたものとなる。 $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ の分散を $\Gamma b^*(s,u)$ の分散から解析的に推計することは困難であるため、まず式 3.10 の回帰分析により推計された $\Gamma b^*(s,u)$ の試料から $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ を R 個計算し、 $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ の分散を推計して検定に利用する。

従って $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 以上かつ 1.2 以下の場合、 $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差は $ZF_k^{obs}(t+u)$ と $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ の標準偏差の積となり、この標準偏差と処置前の標準偏差や偽薬試験による時点別標準偏差を用いて、異分散の仮定に基づく“Welchのt検定”により検定を行う。

(3) $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 未満又は 1.2 超えの場合での偏差補正済処置効果の有意性の検定

式 3.62 により推計された $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 未満又は 1.2 超えの場合には、 $ZF_k^*(t+u)$ は式 3.67 に従い $(1 + \Gamma d^*(s,u)) \cdot ZF_k^{obs}(t+u)$ と表される。

この場合での $ZF_k^*(t+u)$ の分散は式 3.69 に示すとおりとなり、 $ZF_k^{obs}(t+u)$ の二乗に $\Gamma d^*(s,u)$ の分散を乗じたものとなる。従って $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差は、 $ZF_k^{obs}(t+u)$ と $\Gamma d^*(s,u)$ の標準偏差の積となる。 $\Gamma d^*(s,u)$ の標準偏差は式 3.60 による $V\Gamma d^*(s,u)$ から容易に推計できる。

従って $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 未満又は 1.2 超えの場合、 $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差は $ZF_k^{obs}(t+u)$ と $\Gamma d^*(s,u)$ の標準偏差の積となり、この標準偏差と処置前の標準偏差や偽薬試験による時点別標準偏差を用いて、異分散の仮定に基づく“Welchのt検定”により検定を行う。

[式 3.68 と式 3.69 $ZF_k^*(t+u)$ の分散の推計]

($\Gamma b^*(s,u) \geq 0.8$ かつ $\Gamma b^*(s,u) \leq 1.2$ の場合 (但し $\Gamma b^*(s,u) = 1$ を除く))

$$\begin{aligned} \text{Var}(ZF_k^*(t+u)) & \quad | \quad 0.8 \leq \Gamma b^*(s,u) \leq 1.2, \quad \Gamma b^*(s,u) \neq 1 \\ & = \text{Var} \left[\frac{1}{1 - \Gamma b^*(s,u)} \cdot ZF_k^{obs}(t+u) \right] \\ & = ZF_k^{obs}(t+u)^2 \cdot \text{Var} \left[\frac{1}{1 - \Gamma b^*(s,u)} \right] \end{aligned} \quad \text{式 3.68}$$

($\Gamma b^*(s,u) < 0.8$ 又は $\Gamma b^*(s,u) > 1.2$ の場合)

$$\begin{aligned} \text{Var}(ZF_k^*(t+u)) & \quad | \quad \Gamma b^*(s,u) < 0.8 \text{ or } \Gamma b^*(s,u) > 1.2 \\ & = \text{Var} \left((1 + \Gamma d^*(s,u)) \cdot ZF_k^{obs}(t+u) \right) \\ & = ZF_k^{obs}(t+u)^2 \cdot \text{Var}(\Gamma d^*(s,u)) \end{aligned} \quad \text{式 3.69}$$

*101 この偽薬試験において注意を要する点は、偽薬試験に用いる時点別標準偏差の計算から処置の二次的影響が及んでいる対象・時点を除く点である。この点については 3.3.1.3 で説明する他、実証分析の事例を用いて 4.3.1 で詳しく説明する。

(式 3.68 と式 3.69 の記号の説明)

$ZF_k^*(t+u)$	偏差補正済処置効果
$ZF_k^{obs}(t+u)$	通常の DID により推計された偏差のある処置効果
$\Gamma d^*(s,u)$	3.1.2.3 での式 3.43 により推計された有意な係数
$\Gamma b^*(s,u)$	3.1.2.4 での式 3.66 により推計された有意な係数
$Var(\cdot)$	分散

3.1.4.5 処置の二次的影響の係数などが正確に 1 となった場合の対策

3.1.4.3 では SUTVA-NI に起因した処置の二次的影響による偏差を補正し、偏差補正済処置効果を推計する手法について説明したが、式 3.66 や式 3.67 から明らかとなっており $\alpha_i^*(t+u)$ や $\Gamma b^*(s,u)$ が正確に 1 となった場合にはこうした補正推計を行うことができない。

この状況は、処置群の対象と対照群の対象が処置後のある時点で全く同じ大きさの処置効果とその二次的影響を受けていた場合に相当するが、通常は対照群の対象がこのように大きくかつ正確な二次的影響を受ける可能性は低いと考えられる。

また合成対照群の推計においては、何らかの偶発的な理由により $\alpha_i(t+u)$ などが正確に 1 となる場合が考えられる。

このため一連の推計の結果として $\alpha_i(t+u)$ などが正確に 1 となった場合には、1) 問題の対照群の対象や合成対照群の合成材料が処置群から入替わった SUTVA-CS に問題のある対象でないかを再度確認する、2) Abadie, Diamond and Hainmueller(2015)の検証・確認手法に倣い、合成対照群の推計時に合成材料となる対象を 1 つ増減させて再試行してみる、3) 異なる時点について同様の推計を行い、 $\alpha_i(t+u)$ などが何らかの偶発的な理由により正確に 1 となった可能性を検証するなどの対策が考えられる。

3.1.4.6 三乱数倍法による対策すべき 4 つの課題への対策とその確認

最後に三乱数倍法について、3.1.1.2 で説明した処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などの推計の際の 4 つの課題がどのように対策されているのかを整理して確認しておく。

三乱数倍法を適用した前後差や DID では、試料の時点 $t-s$ が変化した場合には式 3.6 から式 3.8 で示したとおり、乱数を乗じることにより処置効果項の部分を含めて全ての項が時点 $t-s$ に応じ t 変化する。このため 3.1.1.2 で説明した 4 つの課題のうち、最初の 1) については処置効果などが時点 $t-s$ の関数となるよう措置されている。

三乱数倍法を適用しない場合、処置群や対照群の試料は合成対照群による CIA の充足によって処置前において強い相関を生じるが、三乱数倍法を適用した指標では時点 $t-s$ が変化した場合、各変数は 1 期毎に試料と独立な乱数の積により変化することから、3.1.1.2 での課題のうち 2) についても対策^{*102} されている。

3.1.2.3 から 3.1.2.5 で説明したとおり、三乱数倍法を適用した指標の回帰分析によって処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などが推計でき、また回帰分析の係数が漸近正規分布に従うことを示すことができる。従って推計した係数が t 検定により統計的に有意かどうかを検定することができることから、3.1.1.2 での課題のうち 3) についても対策されている。

最後に 3.1.3.2 と 3.1.3.3 で説明したとおり、三乱数倍法で用いる乱数の大きさ η_a や処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大とした場合でも回帰分析の係数やその分散は有限であり推

*102 三乱数倍法による処置群・対照群の処置前での相関の問題への効果については、補論 1 を参照ありたい。

計が可能であること、また 3.1.4.5 で説明したとおり処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ が 1 の場合に推計ができないことが特定できることから、3.1.1.2 での課題のうち 4) についても対策されている。

上記の結果から、三乱数倍法は 3.1.1.2 で説明した処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ などの推計の際の 4 つの課題に対し、全て対策がなされていることが確認される。

3.2 モンテカルロ・シミュレーションによる新たな対策手法の検証

3.2.1 モンテカルロ・シミュレーションによる検証の方法

3.2.1.1 モンテカルロ・シミュレーションによる検証の設定

3.1 では三乱数倍法を適用した前後差や DID の回帰分析により、SUTVA-NI に起因した処置の二次的影響の係数が個別対象・個別時点について推計できることを説明した。本項では実際にどの程度の精度で推計ができるのか、という点について、モンテカルロ・シミュレーションによる検証を行う。

また処置の二次的影響の係数を推計する際に、3.1.2.4 と 3.1.2.5 による回帰分析と推計の手法別での精度について比較を行い、3.1.2.6 で述べたこれらの回帰分析と推計を使分け分岐点の妥当性についても検証を行う。

更に 3.1.2.2 の 3) で説明したとおり、処置効果の大きさについては $f_k(t+u)$ の絶対値が $\xi_k(t+u)$ の絶対値より大きく統計的に有意な処置効果が存在することと仮定したが、この仮定の妥当性についても併せて検証を行う。

(1) モンテカルロ・シミュレーションに用いる試料

三乱数倍法による推計結果をモンテカルロ・シミュレーションで検証するために、以下のように処置群の対象と対照群の対象として、処置前の時点で高い相関を持った試料を用意し、合成対照群の推計によって相関が生じた状態を模擬する。

処置群・対照群の対象については、最初に一様乱数を使って処置群の対象の処置効果部分を除いた結果指標を 101 時点分発生させ、100 時点分を処置前、1 時点分を処置後とする。次にこれとは別に発生させた 101 時点分の一様乱数の中から、処置前の結果指標が処置群の対象と高い相関係数 ζ を持つものを選別し、合成対照群が推計された状態を模擬する。処置群・対照群の対象の処置前の結果指標の標準偏差 σ_k と σ_i を計算し大きい方を σ_{ki} とする。これらの処置群・対照群の対象は繰返し試行のために 500 対^{*103} を用意する。

処置群と対照群の相関係数 ζ については、 ζ が 0.97 である場合を基本設定とする。合成対照群の最適ウェイトの推計精度が変化した場合の結果を確認するため、 ζ が 0.99 と 0.90 である試料の対を用意する。

乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ については平均を 0 とし、 η_a が 1,000 で σ_{ki} の 1,000 倍の標準偏差を持つ有限区間の一様乱数とする。 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ と $\delta_{r,i-before}(t-s)$ については平均を 0 とし、 η_b が 10 で σ_{ki} の 10 倍の標準偏差を持つ有限区間の一様乱数とする。これらの乱数については相関係数が 0.1 未満であり、互いに独立と見なせることを確認した上で試行に用いる。各処置群・

*103 モンテカルロ・シミュレーションにおける試行回数については、Bertland, Duflo and Mullainathan(2004)の 200 から 400 回を参考に 500 回としている。

対照群の試料の組毎に時点 $t-s$ での組合せが異なる乱数を 100 組づつ用いる場合を基本設定とする。乱数の組数 R が 100 組から減少した場合の結果を確認するため 50 組、25 組の異なる乱数を用意する。

処置後の時点の結果指標には、試算条件に応じて処置群の対象には処置効果 $ZF_k(t+u)$ 、対照群の対象には処置の二次的影響 $\alpha(t+u) \cdot ZF_k(t+u)$ をそれぞれ加算する。

処置効果 $ZF_k(t+u)$ の大きさについては、 $f_k(t+u)$ が 8.0 でその強度が σ_{ki} の 8 倍である場合を基本設定とし、処置群の対象の処置後の試料に加算する。処置効果が小さくなった場合の結果を確認するため、 $f_k(t+u)$ が 4.0、2.5、2.0 と強度を小さくした試料を用意する。

処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ の真の値については、-1.00、-0.75、-0.50、-0.25、 ± 0.00 、+0.25、+0.50、+0.75、+0.875、+1.00、+1.125、+1.25、+1.50 の 13 通りを用意し、処置効果 $ZF_k(t+u)$ にこれに乗じて処置後の対照群の試料に加算する。

(2) モンテカルロ・シミュレーションの実施手順

最初に処置群・対照群の相関係数 ζ が 0.97、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が 8.0、乱数の組数 R が 100 組である場合を基本設定とし、 $\alpha(t+u)$ の真の値を -1.00 から +1.50 迄変化させた場合での推計の精度を確認する。

回帰分析と推計は、試料の定常性を確認した上で 3.1.2.4 の手法による場合と 3.1.2.5 の手法による場合の 2 通りについて行い、それぞれ不均一分散最小二乗回帰により係数を推計する。

推計された係数については、乱数を 100 組変化させて回帰分析を反復し係数の平均や 95 %信頼区間を求める。更にこの 100 組の回帰分析を試料の対を変えて 500 回繰返して試行し、推計された係数と真の値の比較などから推計の精度を検証する。

次に条件が変化した場合の検証のため、1) 処置群・対照群の相関係数 ζ が変化した場合、2) 乱数の組数 R が減少した場合について検証を行う。これらの検証は、他の条件を基本設定と同じとして $\alpha(t+u)$ の真の値が ± 0.00 と +0.50 である場合について行う^{*104*105}。

最後に処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が小さくなった場合の検証のため、 $f_k(t+u)$ が 4.0、2.5、2.0 と小さくなった場合について検証を行う。

これら一連の条件を変化させた場合の検証についても、基本設定の場合と同様にそれぞれ試料の対を変えて 500 回試行する。

3.2.2 モンテカルロ・シミュレーションによる検証結果

3.2.2.1 基本設定の場合での検証

3.1 で説明した三乱数倍法を適用した前後差や DID の回帰分析について、表 3.1 のとおり基本設定の場合での精度を検証した結果について説明する。

表 3.1 は縦方向が $\alpha(t+u)$ の真の値を示し、横方向が 3.1.2.4 による回帰分析と推計を行った場合と 3.1.2.5 による回帰分析と推計を行った場合を示し、表中の数値は推計結果と 95 %信頼区間の上限・下限である。

*104 処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ の真の値が ± 0.00 や +0.50 以外の場合についても、これら 2 つの場合とほぼ同様の結果となるため説明を省略する。

*105 試料の時点数 S が 100 から減少した場合の問題については、2.2.2.2 で説明した時間方向での OVLA の問題と密接に関係する問題であり、考慮すべき要素がなお多いことから今後の課題とする。

(1) 処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ の推計精度

3.1.2.4 による回帰分析と推計の結果については、表 3.1 左欄に示すとおり $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍にある場合を除いては真の値からの乖離が 0.002 から 0.003 程度と小さく、一定の精度で推計ができていたことが観察される。また $\alpha(t+u)$ が 1 の近くにある 0.875 の場合以外では、真の値が 95 %信頼区間の上限・下限の間に入っている。

3.1.2.5 による回帰分析と推計の結果については、表 3.1 右欄に示すとおり $\alpha(t+u)$ が 1 の近くでは真の値からの乖離が 0.001 という高い精度での推計ができていた。しかし $\alpha(t+u)$ が 1 から離れるにつれて、95 %信頼区間の上限・下限の間隔が広がり精度が下がっていく結果となっている。

従って 3.1.2.6 で説明したとおり、3.1.2.4 と 3.1.2.5 による回帰分析と推計の結果を $\alpha(t+u)$ が 1 の近くで範囲を設けて使分けることにより、三乱数倍法を適用した前後差や DID から $\alpha(t+u)$ を一定の精度で推計できることが検証されたと考えられる。

(2) 3.1.2.4 と 3.1.2.5 による回帰分析と推計の精度の関係

3.1.2.4 と 3.1.2.5 による回帰分析と推計の結果のうち、真の値からの乖離が小さい方について表 3.1 中の推計結果の部分に下実線を付して示す。

3.1.2.6 で説明したとおり、 $\alpha(t+u)$ が +0.8 から +1.2 の間では 3.1.2.4 より 3.1.2.5 による回帰分析と推計の方が真の値からの乖離が小さい結果となっている。従ってこれらの手法を使分け的分岐点を +0.8 と +1.2 とすることの妥当性が検証されたと考えられる。

[表 3.1 基本設定の場合のモンテカルロ・シミュレーション結果と推計精度]

回帰分析と推計 二次的影響の係数	3.1.2.4 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRDID _r (s,u)で回帰分析)		3.1.2.5 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRBA _{r,k} (s,u)で回帰分析)	
	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)
$\alpha(t+u)$ (真の値)				
- 1.000	<u>- 0.998</u>	(- 0.948, - 1.050)	- 1.032	(- 0.978, - 1.086)
- 0.750	<u>- 0.748</u>	(- 0.704, - 0.794)	- 0.778	(- 0.731, - 0.826)
- 0.500	<u>- 0.498</u>	(- 0.461, - 0.528)	- 0.524	(- 0.484, - 0.565)
- 0.250	<u>- 0.248</u>	(- 0.217, - 0.281)	- 0.270	(- 0.236, - 0.304)
± 0.000	<u>+ 0.002</u>	(+ 0.027, - 0.025)	- 0.016	(+ 0.012, - 0.043)
+ 0.250	<u>+ 0.253</u>	(+ 0.272, + 0.232)	+ 0.239	(+ 0.260, + 0.218)
+ 0.500	<u>+ 0.503</u>	(+ 0.516, + 0.489)	+ 0.492	(+ 0.507, + 0.478)
+ 0.750	<u>+ 0.754</u>	(+ 0.762, + 0.745)	+ 0.746	(+ 0.755, + 0.737)
+ 0.875	+ 0.883	(+ 0.890, + 0.876)	<u>+ 0.874</u>	(+ 0.880, + 0.867)
+ 1.000	+ 0.997	(+ 1.007, + 0.956)	<u>+ 1.001</u>	(+ 1.007, + 0.995)
+ 1.125	+ 1.118	(+ 1.126, + 1.111)	<u>+ 1.128</u>	(+ 1.135, + 1.121)
+ 1.250	<u>+ 1.247</u>	(+ 1.256, + 1.238)	+ 1.255	(+ 1.264, + 1.246)
+ 1.500	<u>+ 1.498</u>	(+ 1.513, + 1.485)	+ 1.509	(+ 1.524, + 1.494)

(表注) 上記は処置群・対照群の相関係数 ζ が 0.97、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が 8.0、乱数の組数 R を 100 組とした「基本設定」の場合での結果である。試行回数は 500 回である。

下実線は 3.1.2.4 と 3.1.2.5 による回帰分析と推計のうち真の値からの乖離が小さい方を、下破線は 95 %信頼区間の上限・下限が 0 を跨いでいる場合を示す。

3.2.2.2 相関係数や乱数の組数を変化させた場合のモンテカルロ・シミュレーション結果

3.1 で説明した三乱数倍法を適用した前後差や DID の回帰分析について、表 3.2 のとお

り $\alpha(t+u)$ の真の値が ± 0.00 と $+0.50$ の 2 通りの場合を使い、3.2.2.1 での基本設定の場合から相関係数 ζ や乱数の組数 R の条件を変化させた場合での検証の結果について説明する。

表 3.2 は縦方向が変化させた各条件と $\alpha(t+u)$ の真の値を示し、横方向に 3.1.2.4 による回帰分析と推計の場合と 3.1.2.5 による回帰分析と推計の場合を示し、表中の数値は推計結果と 95 % 信頼区間上限・下限である。

(1) 処置群・対照群の相関係数 ζ が変化した場合

処置群・対照群の相関係数 ζ を 0.97 から 0.99 と 0.90 に増減させた場合については、表 3.2 上段(1)のとおり 3.1.2.4 による回帰分析と推計の場合には ζ が小さくなるに応じて推計結果の値がわずかに大きくなり、95 % 信頼区間の幅も広がって精度が下がっていくことが観察される。他方で 3.1.2.5 による回帰分析と推計の場合には、推計結果や 95 % 信頼区間の幅は ζ により殆ど影響を受けないという結果が観察される。

ζ が 0.90 という状態は合成対照群としては一致度が非常に悪い状態を意味するが、現実の処置効果評価では合成対照群を推計した際の ζ を後から調整することはできない。使用する試料によってはこうした一致度が悪い合成対照群しか推計できない状況も考えられることから、合成対照群を推計した際には必ず ζ の値を確認することとする。

ζ が 0.90 を下回るなど一致度が悪い合成対照群しか推計できなかった際には、この対策手法により推計された $\alpha(t+u)$ などの精度もまた低下していることを考慮して、推計された $\alpha(t+u)$ などについて感度分析を行う必要があると考えられる。

[表 3.2 相関係数や乱数の組数を変化させた場合での結果と推計精度]

二次的影響の係数	3.1.2.4 による回帰分析と推計 (TIRBA ₀ (s,u)を TIRDID(s,u)で回帰分析)		3.1.2.5 による回帰分析と推計 (TIRBA ₀ (s,u)を TIRBA _{0,k} (s,u)で回帰分析)	
	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)
(1) 処置群・対照群の相関係数 ζ				
$\alpha(t+u) = \pm 0.00$				
0.99	+ 0.001	(+ 0.027, - 0.025)	- 0.016	(+ 0.011, - 0.043)
0.97 (基本設定)	+ 0.002	(+ 0.027, - 0.025)	- 0.016	(+ 0.012, - 0.043)
0.90	+ 0.009	(+ 0.039, - 0.022)	- 0.015	(+ 0.017, - 0.047)
$\alpha(t+u) = \pm 0.50$				
0.99	+ 0.501	(+ 0.514, + 0.488)	+ 0.492	(+ 0.506, + 0.478)
0.97 (基本設定)	+ 0.503	(+ 0.516, + 0.488)	+ 0.492	(+ 0.507, + 0.478)
0.90	+ 0.517	(+ 0.538, + 0.495)	+ 0.493	(+ 0.515, + 0.471)
(2) 3 つの乱数の組数 R				
$\alpha(t+u) = \pm 0.00$				
100 組 (基本設定)	+ 0.002	(+ 0.027, - 0.025)	- 0.016	(+ 0.012, - 0.043)
50 組	+ 0.002	(+ 0.037, - 0.036)	- 0.016	(+ 0.023, - 0.055)
25 組	+ 0.002	(+ 0.051, - 0.053)	- 0.016	(+ 0.040, - 0.071)
$\alpha(t+u) = +0.50$				
100 組 (基本設定)	+ 0.503	(+ 0.516, + 0.488)	+ 0.492	(+ 0.507, + 0.478)
50 組	+ 0.503	(+ 0.521, + 0.482)	+ 0.492	(+ 0.514, + 0.471)
25 組	+ 0.502	(+ 0.529, + 0.473)	+ 0.492	(+ 0.522, + 0.463)

(表注) 上記は処置群・対照群の相関係数 ζ が 0.97、処置効果の大きさ $f_i(t+u)$ が 8.0、乱数の組数 R を 100 組とした「基本設定」の場合から各条件を変化させた場合の結果である。試行回数は 500 回である。
下破線は 95 % 信頼区間の上限・下限が 0 を跨いでいる場合を示す。

(2) 乱数の組数 R が減少した場合

三乱数倍法で使用する乱数の組数 R を 100 組から 50 組、25 組と減少させた場合については、表 3.2 下段(2)のとおり推計結果の値には大きな変化がないが、95 %信頼区間の幅が徐々に広がり推計の精度が低下していくことが観察される。

3.1.2.4 による回帰分析と推計の 95 %信頼区間と比べて、3.1.2.5 による回帰分析と推計の 95 %信頼区間の拡大は大きく、精度が低下していくことが観察される。

従って三乱数倍法で乱数の組数は 100 組あれば、一定の精度で $\alpha(t+u)$ を推計できることが確認される。現実の処置効果評価では(1)で説明した一致度が悪い合成対照群などの場合でも推計が必要な状況が考えられることから、乱数の組数を例えば 200 組とするなどなるべく大きくしておく^{*106} ことが望ましいと考えられる。

3.2.2.3 処置効果が小さくなった場合のモンテカルロ・シミュレーション結果

最後に処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が小さくなった場合について、表 3.3 のとおり $\alpha(t+u)$ の真の値が ± 0.00 と $+0.50$ の 2 通りの場合を使い、3.2.2.1 での基本設定の場合から条件を変化させた場合での検証の結果について説明^{*107} する。

表 3.3 は縦方向が処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ と $\alpha(t+u)$ の真の値を示し、横方向に 3.1.2.4 による回帰分析と推計の場合と 3.1.2.5 による回帰分析と推計の場合を示し、表中の数値は推計結果と 95 %信頼区間上限・下限である。

[表 3.3 処置効果が小さい場合での結果と推計精度]

回帰分析と推計 二次的影響の係数	3.1.2.4 による回帰分析と推計 (TIRBA _{ri} (s,u)を TIRDID _i (s,u)で回帰分析)		3.1.2.5 による回帰分析と推計 (TIRBA _{ri} (s,u)を TIRBA _{rk} (s,u)で回帰分析)	
	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)
処置効果の大きさ $f_k(t+u)$				
$\alpha(t+u) = \pm 0.00$				
$f_k(t+u)$ 8.0 (基本設定)	+ 0.002	(+ 0.027, - 0.025)	- 0.016	(+ 0.012, - 0.043)
4.0	+ 0.005	(+ 0.054, - 0.050)	- 0.078	(- 0.011, - 0.145)
2.5	+ 0.009	(+ 0.085, - 0.081)	- 0.166	(+ 0.307, - 0.639)
2.0	+ 0.012	(+ 0.105, - 0.103)	- 0.177	(+ 1.146, - 1.182)
$\alpha(t+u) = +0.50$				
$f_k(t+u)$ 8.0 (基本設定)	+ 0.503	(+ 0.516, + 0.488)	+ 0.492	(+ 0.507, + 0.478)
4.0	+ 0.509	(+ 0.534, + 0.480)	+ 0.463	(+ 0.498, + 0.428)
2.5	+ 0.519	(+ 0.559, + 0.471)	+ 0.412	(+ 0.651, + 0.174)
2.0	+ 0.530	(+ 0.578, + 0.469)	+ 0.493	(+ 1.076, - 0.090)

(表注) 上記は処置群・対照群の相関係数 ζ が 0.97、乱数の組数 R を 100 組とした「基本設定」の場合から処置効果の大きさを変化させた場合の結果である。試行回数は 500 回である。
下破線は 95 %信頼区間の上限・下限が 0 を跨いでいる場合を示す。

処置群の対象での処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を、基本設定の 8.0 から 4.0、2.5、2.0 と小

*106 表 3.2 の下段(2)で見たとおり乱数の組数 R を 2 分の 1 に減少させた際の信頼区間幅の増大は 1 %程度であるが、逆に組数を 2 倍にした際の効果はこれを下回ると予想され、更に大きくしても効果が逡減していくと考えられる。このため以下の本研究では乱数の組数 R を 200 組に設定する。

*107 処置効果の強度 $f_k(t+u)$ が 4.0、2.5 と 2.0 の場合での推計結果の全体については、補論 9 を参照ありたい。

さくした場合については、表 3.3 のとおり推計結果の値が真の値から離れていき、95 % 信頼区間の幅も広がって推計の精度が低下していくことが観察される。

特に 3.1.2.4 による回帰分析と推計の結果や 95 % 信頼区間と比べて、3.1.2.5 による回帰分析と推計の結果の乖離や 95 % 信頼区間の拡大は大きく、急激に精度が低下していくことが観察される。

処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が 2.0 という状況は、処置効果が非常に小さい場合である。3.1.2.4 による回帰分析と推計の例では、2.0 の場合に真の値 0.500 に対して推計結果が 0.530 となり 5 % を超える誤差が見られることから、こうした小さな処置効果について $\alpha(t+u)$ を推計し偏差補正済処置効果を推計することは避けるべきと考えられる。

従って 3.1.4.4 での偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ の有意性の検定では危険率 1 %^{*108} を用い、これより危険率が大きく処置効果が小さい場合はこの手法の適用を避けることとする。

3.2.2.4 条件を変化させた場合のモンテカルロ・シミュレーション結果のまとめ

3.2.2.2 と 3.2.2.3 での条件を変化させた場合の確認結果から、3.1 での新たな対策手法によって $\alpha(t+u)$ などを一定の精度で推計するためには、以下のような対応が必要である。

1) 合成対照群を推計した際には処置群と合成対照群の相関係数を必ず確認する。相関係数が 0.90 を下回る一致度が悪い合成対照群の場合には、推計精度の低下を考慮して推計された $\alpha(t+u)$ などの感度分析を行うこと。

2) 偏差補正済処置効果などの有意性の検定では危険率を 1 % とし、これより危険率が大きく処置効果が小さい場合に対してはこの手法の適用を避けること。

3) 上記 1) 及び 2) への対策として、三乱数倍法で使用する乱数の組数 R を例えば 200 組とするなどなるべく大きく設定しておき、精度の低下を予防すること。

3.3 新たな対策手法の実施手順

3.3.1 新たな対策手法の実施手順

3.3.1.1 試料の準備

3.1 で説明した三乱数倍法を適用した前後差や DID の回帰分析など、SUTVA に起因した問題への新たな対策手法について、図 3.1 のとおりその実施手順を整理した。

最初に図 3.1 中の 1. のとおり試料の準備と SUTVA-NI 以外の前提条件の確認を行う。

(1) 試料の入手と SUTVA-ST の確認

最初に分析に使う処置群の対象と対照群の対象の結果指標や説明変数などの試料を、時間方向に長い統計的試料から選定する。

個別の処置群の対象に対してその対象が受けた処置の種類・内容を確認し、処置群の対象を処置の種類・内容に応じて分類し、各分類された対象については処置が単一と見なすことができ SUTVA-ST が充足されるようにする。

(2) SUTVA-CS と OVLA の確認と試料の取捨選択

*108 自由度が無限大の t 分布において、危険率 5 % の臨界値は $1.96 \cdot \sigma$ であり σ の 2 倍より小さいが、危険率 1 % では $2.58 \cdot \sigma$ であり σ の 2.5 倍より大きいことを想起ありたい。

(1)で分類した処置の種類・内容の分類の中から分析の対象とする処置群の対象 k を 1 つ選び、この対象の処置前の時点数を S とする。

SUTVA-CS への対策として、個別の対照群の対象について処置を受けていた対象が入替わっていた可能性の有無を確認し、可能性がある場合にはその対象を対照群から取除く。

OVLA への対策として、処置群の対象の処置前の時点数 S に対し、対照群の対象の時点数が 10%以上欠測している場合には対照群から取除く。

更に明らかに結果指標が異常値である対象を取除き、対照群の対象とする。

処置群の対象の処置前の試料に対して、SUTVA-CS や OVLA などが充足された対照群の対象の試料が対応するよう試料を整理する。整理した処置群・対照群の対象の結果指標について、処置前の時点での平均と標準偏差を算定する。

3.3.1.2 三乱数倍法を適用した前後差や DID の回帰分析による $\alpha(t+u)$ の推計

次に図 3.1 中の 2. のとおり、回帰分析の係数 $\Gamma b^*(s,u)$ 、 $\Gamma d^*(s,u)$ や処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ などを推計する。

(1) SUTVA-NI に起因した「偏差のある処置効果」の推計

評価分析の対象とする処置後の時点 $t+u$ を 1 つ選定する。

CIA への対策として、処置群の対象に対し対照群の対象の結果指標などから最適ウェイトを算定し合成対照群を推計する。処置群と合成対照群の相関係数 ζ が 0.90 を下回っていないことを確認する。可能であれば最適ウェイトの頑健性を確認する。

NACA への対策として、処置群の対象と推計された合成対照群の結果指標を使い、処置前の平均と評価の対象とする処置後の時点 $t+u$ の二期化法により DID を推計し、この結果を SUTVA-NI に起因した偏差のある処置効果 $ZF_k^{obs}(t+u)$ とする。

(2) 回帰分析の準備

処置前の時点での処置群と合成対照群の対象の標準偏差のうち大きい方を σ_{ki} とする。

処置前の時点数 S と処置前の試料の標準偏差 σ_{ki} に応じ、標準偏差が $1,000 \cdot \sigma_{ki}$ の独立な一様乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ と $10 \cdot \sigma_{ki}$ の独立な一様乱数 $\delta_{r,k,before}(t-s)$ と $\delta_{r,i,before}(t-s)$ を 200 組用意する。

(1) で使用した処置群の対象と、推計した合成対照群の処置前の時点での結果指標について、ADF^{*109} 検定を用いて対数化・階差化などの処理を行い定常化する。

定常化した結果指標から、処置群・対照群の処置前・処置後の結果指標に 3 つの乱数を乗じて以下の指標を算定する。これらの指標は、乱数の組合せを変え 200 組分用意する。

- ・ 三乱数倍法を適用した処置群の対象の前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$
 - ・ 三乱数倍法を適用した合成対照群の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$
 - ・ 三乱数倍法を適用した処置群・合成対照群の $TIRDID_i(s,u)$
- } (3.1.2.1 に対応)

(3) 回帰分析による $\alpha(t+u)$ などの推計の実施

合成対照群の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を処置群の対象の前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で不均一分散最小二乗回帰により回帰分析し、これを乱数の組を変えて 200 回繰返し $\Gamma b^*(s,u)$ 、 $\sqrt{\Gamma b^*(s,u)}$ 、 $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ の分散の推計結果の平均を求める。(3.1.2.5 の手法に対応)

$\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 以上かつ 1.2 以下の範囲ではこの結果を採用する。

推計した $\Gamma b^*(s,u)$ が 0.8 未満又は 1.2 超えの範囲の場合、合成対照群の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$

*109 Augmented Dickey-Fuller (-test)

を TIRDID_k(s,u)で回帰分析し、これを乱数の組を変えて 200 回繰返し $\Gamma d^*(s,u)$ 、 $V\Gamma d^*(s,u)$ の推計結果の平均を求める。(3.1.2.4 の手法に対応)

検定による確認のため、3.1.2.5 の場合は $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ の標準偏差を、3.1.2.4 の場合は $\Gamma d^*(s,u)$ の標準偏差を算定する。

これらの回帰分析により推計した係数 $\Gamma b^*(s,u)$ や $\Gamma d^*(s,u)$ が有意でない場合には、 $\alpha_i(t+u)$ を 0 と見なして補正推計を行わず、 $ZF_k^{obs}(t+u)$ を偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ とする。

3.3.1.3 SUTVA-NI に起因した偏差を補正した処置効果の推計と有意性の確認

最後に図 3.1 中の 3.のとおり、推計された $\alpha_i(t+u)$ などを使って偏差のある処置効果 $ZF_k^{obs}(t+u)$ を補正し、偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ を推計する。

処置前の標準偏差や、 $\alpha_i(t+u)$ が有意である対象・時点を取除いた偽薬試験による時点別標準偏差を使い、偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ の有意性を確認し、併せて $f_k(t+u)$ の絶対値が $\xi_k(t+u)$ の絶対値よりはるかに大きいとの仮定が充足されていることを確認する。

(1) 「偏差補正済処置効果」の推計

図 3.1 中の 2.で推計した係数 $\Gamma b^*(s,u)$ や $\Gamma d^*(s,u)$ が有意である場合、これらを用いて偏差のある処置効果 $ZF_k^{obs}(t+u)$ を補正し、偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ を推計する。

検定のため、3.3.1.2 で推計した $\Gamma d^*(s,u)$ や $(1 - \Gamma b^*(s,u))^{-1}$ の標準偏差と $ZF_k^{obs}(t+u)$ を使い、 $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差を推計する。(3.1.4.4 に対応)

(2) 偏差補正済処置効果の有意性の確認-1: 処置前の標準偏差による検定

処置群の対象について、処置前の平均と処置前の時点 $t-s$ の二期化法により DID を推計し、処置前の DID の標準偏差を算定する。

この処置前の DID の標準偏差と偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差を使って、 $ZF_k^*(t+u)$ が 0 と有意な差があるか否かを、異分散の仮定に基づく" Welch の t 検定 " を用いて危険率 1 %で検定する。有意でない場合には処置効果を 0 とする。

(3) 偏差補正済処置効果の有意性の確認-2: 偽薬試験による時点別標準偏差による検定

(2)の結果が有意となった場合、対照群の対象に対する偽薬試験から得られる時点別標準偏差を用いて、偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ の有意性を最終的に確認する。

対照群の対象について、処置群の対象と同じように一連の手法を適用した偽薬試験を行い、処置後の時点についての時点別標準偏差を推定する。この際に、時点別標準偏差に処置の二次的影響が及ぶことを防ぐため、対照群のうち 3.3.1.2 の(3)で推計した $\alpha_i(t+u)$ が有意である対象・時点は処置後の時点別標準偏差の算定から除外する。

この処置の二次的影響を除外した偽薬試験による時点別標準偏差と、 $ZF_k^*(t+u)$ の標準偏差を使って、偏差補正済処置効果 $ZF_k^*(t+u)$ が 0 と有意な差があるか否かを、異分散の仮定に基づく" Welch の t 検定 " を用いて危険率 1 %で検定する。有意でない場合には $f_k(t+u)$ の絶対値は $\xi_k(t+u)$ の絶対値よりはるかに大きいとの仮定が充足されていないため、処置効果を 0 とする。

(4) $\alpha_i(t+u)$ が正確に+1 となった場合の対策

3.3.1.2 の(3)で推計した $\alpha_i(t+u)$ や $\Gamma b^*(s,u)$ が正確に 1 となった場合には、3.1.4.5 による試料の確認や合成対照群の合成材料の変更などの対策を行い、再度一連の推計を行う。

(5) 評価時点・対象の変更と再推計

3.3.1.2 の(1)に戻って次の評価対象時点 $t+u'$ や次の対象 k' ついて推計を行う。

[図 3.1 新たな対策手法の実施手順]

1. 資料の準備

1-1. 資料の入手と SUTVA-ST の確認

- 時間方向に長い統計的試料から結果指標・説明変数などの試料を入手する。
- SUTVA-ST への対策として処置群の対象が受けた処置の内容・種類を確認し分類する。

1-2. SUTVA-CS と OVLA の確認と試料の取捨選択

- 処置群の対象 k を 1 つ選定し、処置前の時点数を S とする。
- SUTVA-CS と OVLA への対策として、対照群の対象が処置を受けていた可能性がある場合または対照群の時点数が S に対して 10 % 以上欠測している場合には対照群から除く。
- 対照群の対象に明らかな異常値が含まれている場合には対照群から除く。
- 上記前提条件を充足した処置群・対照群の対象に対し、処置前の平均と標準偏差を計算する。

2. 三乱数倍法を適用した前後差や DID の回帰分析による $\alpha(t+u)$ の推計

2-1. SUTVA-NI に起因した「偏差のある処置効果」の推計

- 評価分析の対象とする処置後の時点 $t+u$ を 1 つ選定する。
- 処置群・対照群の対象の結果指標などから合成対照群を推計する。相関係数 ζ を確認する。処置群・合成対照群の標準偏差のうち大きい方を σ_{ki} とする。
- CIA と NACA への対策として処置前の平均と処置後の時点 $t+u$ の二期化法により、処置群の対象と合成対照群の結果指標より偏差のある処置効果 $ZF_{k,i}^{obs}(t+u)$ を推計する。

2-2. 回帰分析の準備

- 互いに独立な一様乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ (σ_{ki} の 1,000 倍) と $\delta_{r,k,before}(t-s) \cdot \delta_{r,j,before}$ (同 10 倍) を 200 組用意する。
- 2-1. での処置群の対象と合成対照群の試料を ADF 検定などにより定常化する。
- 回帰分析に用いる指標を算定する。乱数の組 r を変えて 200 組分を用意する。

<ul style="list-style-type: none"> ・ 三乱数倍法を適用した処置群の対象の前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ ・ 三乱数倍法を適用した合成対照群の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ ・ 三乱数倍法を適用した処置群・合成対照群の $TIRDID_r(s,u)$ 	}	(3.1.2.1 に対応)
--	---	---------------

2-3. 回帰分析による $\alpha(t+u)$ などの推計

- 不均一分散最小二乗回帰により係数 $\Gamma b^*(s,u)$ 、 $\Gamma d^*(s,u)$ や $\alpha(t+u)$ を推計する。
 - ・ 最初に $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で 200 回回帰分析し $\Gamma b(s,u)$ の平均値などを推計する。
 $\Gamma b^*(s,u)$ が +0.8 以上かつ +1.2 以下の範囲ではこの結果を採用する。 (3.1.2.5 に対応)
 - ・ 上の回帰分析で $\Gamma b^*(t+u)$ が +0.8 未満又は +1.2 超えの範囲では、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で 200 回回帰分析し $\Gamma d^*(s,u)$ の平均値などを推計する。 (3.1.2.4 に対応)
 - ・ 係数 $\Gamma b^*(s,u)$ 、 $\Gamma d^*(s,u)$ が有意でない場合、 $\alpha(t+u)$ を 0 とし $ZF_{k,i}^{obs}(t+u)$ を $ZF^*(t+u)$ とする。
- 推計された $\alpha(t+u)$ が正確に 1 の場合、試料の再確認や合成対照群の再推計などの対策を行う。

3. 偏差を補正した処置効果の推計と有意性の検定

3-1. 偏差補正済処置効果の推計と有意性の検定

- $\Gamma b^*(s,u)$ や $\Gamma d^*(s,u)$ が有意である場合、 $ZF_{k,i}^{obs}(t+u)$ を補正し偏差補正済処置効果 $ZF^*(t+u)$ を推計する。
- $ZF^*(t+u)$ を以下の方法で異分散の仮定に基づく "Welch の t 検定" を用い危険率 1 % で検定する。これに併せて $f_k(t+u)$ の絶対値は $\xi_k(t+u)$ の絶対値よりはるかに大きいとの仮定の充足を確認する。
 - ・ 処置群の処置前の DID の標準偏差と $ZF^*(t+u)$ の標準偏差を用いた検定。
 - ・ 対照群のうち処置の二次的影響 $\alpha(t+u)$ が有意である対象を除いた偽薬試験による時点別標準偏差と $ZF^*(t+u)$ の標準偏差を用いた検定。

3-2. 評価時点・評価対象の変更と再推計

- 2-1. に戻って評価対象時点を変える 又は 1-2. に戻って処置群の対象を変えて推計を行う。

4. 本件震災・事故の前後での産地・銘柄別の米の卸取引価格を用いた実証分析

4.1 問題の背景と使用する試料の準備

4.1.1 本件震災・事故と農産物への影響

4.1.1.1 本件震災・事故の概要

3.で開発した SUTVA-NI に起因した問題への新たな対策手法を使って、具体的に本件震災・事故が国内産の米の卸取引価格に及ぼした影響を処置と見なした実証分析を行う。

最初に本件震災・事故の概要やその農産物への影響など、実証分析の背景について簡単に説明しておく。

(1) 本件震災の概要

2011年3月11日14時46分に三陸沖で発生した本件震災は、マグニチュード9.0で最大震度7という我が国未曾有の大震災であった。更にこの本震によって3月11日夕方に掛けて最大高さ10mに達する津波が東北太平洋岸に襲来し、震源に近い沿岸部の市街地はほぼ全滅し多数の死者を出す結果となった。

消防庁の集計による都道府県別での被害状況を見た場合には、表4.1に示すとおり宮城県、岩手県及び福島県に震災死者数や住家全半壊被害件数が集中しており、これら東北地方の3県での被害が特に大きかったことが理解される。

[表 4.1 本件震災による主要県別死者数と住家全半壊被害件数]

計	震災死者数 (同構成比)		住家全半壊被害件数 (同構成比)	
計	19,667	(1.000)	402,748	(1.000)
宮城県	10,566	(0.537)	238,134	(0.591)
岩手県	5,140	(0.261)	26,079	(0.065)
福島県	3,846	(0.196)	96,027	(0.238)
他都道府県	115	(0.006)	42,508	(0.106)
うち 茨城県	66	(0.003)	27,633	(0.069)
千葉県	22	(0.001)	10,755	(0.027)
東京都	8	(0.000)	243	(0.001)
神奈川県	6	(0.000)	41	(0.000)

出典：総務省消防庁「東北地方太平洋沖地震(東日本大震災)について(第159報)」
震災死者数が5人未満の都道府県を省略している。

(2) 本件事故の概要

本件震災とこれに起因した津波は東日本の太平洋岸にある原子力発電所にも大きな被害を与え、本件事故を発生させる原因の一つとなった。

本件事故は日本国内で発生した未曾有の原子力発電所事故であり、破損した原子炉から放出された放射性物質は福島県の周辺地域を汚染し、原子力災害対策特別措置法^{*110}に基づき避難指示区域が設定され合計16.8万人の住民が避難を強いられることとなった。避

*110 原子力災害対策特別措置法(平成11年(1999年)法律第156号)。以下「原災法」と略称する。

避難指示区域は当初福島県の中通地域と浜通地域^{*111}の一部に設定されたが、避難指示区域は安全の確認や除染の進展により段階的に解除されてきており、中通地域については2016年度末で全て解除されている。しかし浜通地域については、図4.1中に示すとおり現在もなお双葉町や浪江町を中心に、汚染により避難指示が解除できず立入が制限される「帰還困難区域」が設定された状態が続いている。

〔図4.1 本件事故による避難指示区域などの概念図〕



出典: 福島県(2020) 経済産業省公表の概念図をもとに同県作成。

4.1.1.2 本件震災・事故による農産物被害

(1) 原災法による農産物の出荷制限・摂取制限

本件事故により放出された放射性物質は、近隣地域で飼育や栽培が行われていた農産物を汚染したため、これらの摂取を介した人体への影響が大きな問題となった。

国は2011年3月21日付で原災法第20条の規定に基づき原子力災害対策本部長(内閣総理大臣)名で福島・茨城・栃木・群馬の4県の知事に対し農産物などの出荷制限^{*112}を指示し、さらに3月23日付で福島県知事に対し食品の摂取制限を指示している。

事故当初は出荷制限の対象品目は野菜2品目と原乳の3品目のみであったが、以降汚染の実態が判明するにつれて数十次にわたり地域・品目が追加されている。厚生労働省資

*111 福島県の行政区分において、県東部太平洋岸の阿武隈山地以東にある相馬市からいわき市に至る地域を「浜通」地域、県中部の阿武隈山地と奥羽山地の間にある福島市から白河市に至る地域を「中通」地域、奥羽山地以西にある会津若松市などを「会津」地域として区分している。

*112 出荷制限は地方公共団体などによる検査によって厚生労働省が定める食品安全基準を超過した検体が発見された場合の措置であり、検査により基準を超過した検体が発見されなくなった場合には解除される。

食品安全基準については、事故直後は500 Bq/kgの暫定基準値が適用されていたが、2012年4月に一般食品100 Bq/kg、乳児用食品・牛乳50 Bq/kg、飲料水10 Bq/kgに改訂強化されている。

料(2020)によればこれまでに福島県を中心に東北・北関東の最大 15 県において米、野菜、畜産物など延べ 203 品目が指定^{*113}されている。

(2) 福島県産米に対する出荷制限と「作付自粛」

本件事故により福島県産米については 2011 年 11 月 17 日に出荷制限の対象品目に指定され、福島県の実施する食品安全基準の検査に合格したもの以外は出荷できなくなった。その後の全量検査によって安全性が確認されたことから 2014 年度から会津産米と中通産米が指定を解除されている。従って 2020 年 6 月現在なお出荷制限の対象に指定されている米は浜通産米だけとなっている。

出荷制限以外の影響としては、本件事故直後から浜通地域の帰還困難区域では立入が禁止されたため作付が不可能となっている。また帰還困難区域の周辺地域においては、出荷制限の実施を受けて農地の保安全管理と試験栽培の場合を除いて農家が作付を自主的に停止する「作付自粛」が行われている。こうした浜通地域での作付自粛による被害については、国の原子力損害賠償紛争審査会による 2013 年 1 月の中間指針第三次追補において「かかる判断がやむを得ないものと認められる場合」には出荷制限と同様に本件事故の直接的被害として認定され損害賠償の対象とされている。

(3) 福島県産米などへの風評被害

本件震災・事故直後から上で述べたとおり福島県産の農産物を中心に多数の品目が出荷制限の対象となったため、消費者や流通関係者の間では福島県や近隣県の農産物に対して漠然とした汚染の不安や懸念が広がりいわゆる「風評被害」が発生した。風評被害によって出荷制限が行われていない産地・品目など汚染の可能性がないものについても、買控えや取引停止などが行われ本件震災・事故による被害が拡大することとなった。

国の原子力損害賠償紛争審査会では 2011 年 8 月に策定した中間指針^{*114}において、こうした消費者による買控えなどに起因した経済的被害を「いわゆる風評被害」と判断し、事故と相当因果関係がある場合には出荷制限や作付自粛などによる損害と同様に賠償項目を定め損害賠償の対象とすべきことを示している。

(「原子力損害賠償紛争審査会中間指針 第 7 いわゆる風評被害について」より引用)

「いわゆる風評被害については確立した定義はないものの、この中間指針で「風評被害」とは、報道等により広く知らされた事実によって、商品又はサービスに関する放射性物質による汚染の危険性を懸念した消費者又は取引先により当該商品又はサービスの買い控え、取引停止等をされたために生じた被害を意味するものとする。「風評被害」についても、本件事故と相当因果関係のあるものであれば賠償の対象とする。その一般的な基準としては、消費者又は取引先が、商品又はサービスについて、本件事故による放射性物質による汚染の危険性を懸念し、敬遠したくなる心理が、平均的・一般的な人を基準として合理性を有していると認められる場合とする。」

4.1.1.3 農林水産物の出荷制限・風評被害などへの損害賠償と国の支援

4.1.1.2 で説明した本件事故による農林水産物の出荷制限・風評被害などへの被害につい

*113 厚生労働省「食品の摂取制限及び出荷制限(福島原子力発電所事故関係)」を参照ありたい。

*114 文部科学省原子力損害賠償紛争審査会「東京電力株式会社福島第一・第二原子力発電所事故による原子力損害賠償中間指針」を参照ありたい。

ては、福島第一原子力発電所の設置者である東京電力により損害賠償が行われている。

ところが本件事故による被害は甚大で賠償額が巨額となり、従来の原子力損害賠償法^{*115}による保険金 1,200 億円では全く不十分であることが明らかとなったため、2011 年 8 月に原子力損害賠償支援機構法^{*116} が制定され、国から同機構を介して東京電力に対して資金援助が行われている。

国による資金援助は 2020 年 3 月末時点で既に 7 兆円に達しており、米を始めとする農産物の出荷制限・風評被害などの影響や損害賠償額を評価することは、国の原子力政策に関する政策評価を行うことに等しく非常に重要な政策的意味を持っている。

他方で農林水産省東北農政局資料^{*117}によれば、本件震災・事故前の 2010 年において福島県・宮城県での農産物産出額^{*118}では米は他の産品を大きく引離して首位を占めており、米への出荷制限・風評被害などの影響や損害賠償額を評価することは地域経済やその復興への影響から見ても非常に重要な政策的意味を持っている。

4.1.1.4 米の用途・産地偽装事件と米トレーサビリティ法の制定^{*119}

本件震災・事故の前後の期間における米の卸取引について注意を要する問題は、2008 年に発生した米の用途偽装事件とこれを受けた米トレーサビリティ法^{*120}の制定である。

2008 年にカビや残留農薬により食用に適さない加工用として政府から卸売された「事故米穀」が、卸取引業者 4 社により食用として転売され全国各地で食品に加工され販売されていたことが発覚し、米の流通に対する消費者の信頼が大きく損なわれる結果となった。

この問題を契機に 2009 年 4 月に米トレーサビリティ法が制定され、卸取引業者などに対して 2010 年 10 月から食用米の取引の記録と 3 年間の保存が義務化され、更に 2011 年 7 月から転売先への産地情報の開示・伝達が義務化されている。

同法の制定・施行以降も 2012 年に中国産輸入米を愛知県産として販売する産地偽装事件など類似の問題が発覚しており、本件震災・事故前後の時期においては米の卸取引業者がこの種の偽装の問題に非常に神経質になっていたことを理解しておく必要がある。

4.1.2 実証分析に使用する試料と処置の種類

4.1.2.1 実証分析に使用する国内の産地・銘柄別の米の卸取引価格の出典

本研究の実証分析に使用する国内の産地・銘柄別の米の卸取引価格については、以下のとおり 2 通りの資料から得られた価格を連続性を確認した上で接続し、評価分析の対象とする処置群の産地・銘柄に対し本件震災・事故前の時点数をほぼ連続して 100 ヶ月分確保している。

これらの産地・銘柄別の米の卸取引価格に対応した月次での取引数量については、本件震災・事故の前後の期間に調査が行われていない期間があり、米の卸取引に関する月次で

*115 原子力損害の賠償に関する法律(1961 年法律第 147 号)

*116 原子力損害賠償・廃炉等支援機構法(2011 年 8 月法律第 94 号, 2014 年 8 月の改正により改称)

*117 東北農政局「農林水産統計年報」第 59 次(平成 23 年～ 24 年)(2013)

*118 岩手県においては 2010 年の産出額は食鳥(ブロイラー)が首位で米は 2 位であったが、同県においても米が非常に重要な農産物であることに変わりはない。

*119 本項目については本田(2012)を参考とした。

*120 米穀等の取引等に係る情報の記録及び産地情報の伝達に関する法律(平成 21 年法律第 26 号)

の統計調査などの資料は他に存在しないことから、この卸取引価格以外の説明変数を評価分析に用いることができない。

(1) 米穀価格形成センターによる落札価格^{*121}

米の卸取引については戦後の長期に亘り旧・食糧管理法^{*122}に基づき政府による管理価格で産地・銘柄と無関係に全量が買取・卸売されていた。しかし売買差額損失の累積による食糧管理特別会計の巨額の赤字を背景に、1994年の食糧法^{*123}への制度変更により前後して市場価格形成のため自主流通米の産地・銘柄別の政府入札制が開始され、更に2004年の改正食糧法の施行以降は政府が卸取引に関与しない自由取引へと段階的に移行している。

こうした制度変更に対応して、自主流通米の政府入札が行われていた1990年から2010年迄の産地・銘柄別の米の卸取引価格については、食糧法に基づき入札を運営・管理していた米穀価格形成センター^{*124}により落札価格の平均値が調査・公表されていた。自由取引への移行に伴い同センターは解散したが、公益社団法人・米穀安定供給確保支援機構によって過去の落札価格などが公開されている。

この資料では、各年度の産地・銘柄別での入札日、入札方法や落札価格などが収録されており、入札対象は主食用新米60kgである。当初は道県経済連や卸取引業者などに入札への参加を義務づけていたが、2004年からは任意参加に変更されている。入札は随時行われ、月に複数の落札価格が記録されている場合もあるが、入札がなかったり不落となった場合も見られる。新潟県産や福島県産のコシヒカリなど国内の代表的な産地・銘柄ではほぼ連続した試料が得られるが、入札という性質上から、あまり著名でない産地・銘柄については数ヶ月もの欠測が見られる場合がある。

この資料では2010年迄に成立した全ての入札について、落札数量が報告されている。

(2) 農林水産省調査による卸取引価格

米の自由取引への移行が本格化した2008年9月以降については、農林水産省により「米の相対取引価格」として卸取引業者などを対象とした月次での統計調査が実施されており、産地・銘柄別での卸取引価格が公開されている。

この調査の対象は全農、道県経済連、県単一農協、道県出荷団体(年間の玄米仕入数量が5,000t以上)及び出荷業者(年間の直接販売数量が5,000t以上)である。

調査単位は主食用1等60kgの運賃込・有袋・有税での価格であり、これら対象組織・企業により報告された相対取引価格が農林水産省により統計処理され公表されている。

調査開始当初は各県の代表的な1～2銘柄のみが報告されており、欠測も幾つか見られたが、米の自由取引への移行が進展するに伴い、最近では各県2～5銘柄が報告されるようになり、欠測も殆ど見られなくなっている。

この調査では2008年の調査開始から2012年迄の期間では数量などの調査が行われておらず、本件震災・事故後の2013年度から数量の調査が追加されている。

*121 本項目については公益社団法人・米穀安定供給確保支援機構「米の入札取引に関する情報」を参考とした。

*122 食糧管理法(昭和17年2月法律第40号,平成7年11月廃止)

*123 主要食糧の需給及び価格の安定に関する法律(平成6年12月法律第113号)

*124 1990年の設立当初の名称は「財団法人自主流通米価格形成機構」であった。1994年の食糧法による国内単一の入札組織としての指定を受けて「財団法人自主流通米価格形成センター」に、2004年の食糧法の改正により単一指定を解除された際に「財団法人米穀価格形成センター」と改称している。「コメ価格センター」と略称される場合もあるが、これらは全て同じ団体である。2011年3月に業務を終了し解散している。

(3) 卸取引価格の連続性の確認と補正

上で説明した米穀価格形成センターによる落札価格と農林水産省調査による卸取引価格については、2008年9月から2010年9月迄の期間で延べ56試料について両方の出典からの価格が得られ、その連続性を確認することができる。

これら56試料について調べたところ、卸取引価格の平均15,087円に対して774円程度落札価格の方が高いという結果となった。この差は落札価格と卸取引価格の比率にすると平均で1.045、標準偏差は0.028となり産地・銘柄による差異は比較的小さいが、"Welchのt検定"によりp値0.000で落札価格の方が有意に高いことが確認された。

このため、米価格形成センターによる落札価格については一律に774円を控除して補正し、農林水産省調査による卸取引価格への接続を行う^{*125}。

4.1.2.2 本研究の実証分析における処置の種類と産地・銘柄の対応関係

4.1.2.1では実証分析に使用する産地・銘柄別の米の卸取引価格の試料の出典について説明したが、3.3の実施手順に従いこれらの米の卸取引価格の試料について、処置の種類と産地・銘柄の対応関係を図4.2のとおり4通りに分類して整理した。

図4.2の分類と整理により、実証分析において処置群とする産地・銘柄についてのSUTVA-STの前提条件が充足されるよう対策を行う。

(1) 処置群 1: 本件震災と事故の両方の影響を全期間で受けていた産地・銘柄

4.1.1.1で説明したとおり本件震災の被害は岩手県・宮城県・福島県に集中している。また福島県東部の浜通地域では、本件事故による米の出荷制限や作付自粛など直接的な被害が現在も継続している。このため図4.2のとおり2011年3月以降の全期間で本件震災と本件事故の直接的な影響を受けていたと考えられる福島県浜通産コシヒカリ、福島県産ひとめぼれ^{*126}の2産地・銘柄を「処置群 1: 本件震災と事故の両方の影響を全期間で受けていた産地・銘柄」とする。

本件震災による米の卸取引価格への直接的影響の内容としては、地震・津波による農家の人的被害や水田・水利設備への物的被害など供給量の減少による量的影響と、地震・津波に伴う育成管理不良や塩害による質的影響を反映した米の卸取引価格への影響とする。

本件事故による直接的影響の内容としては、原災法による出荷制限や作付自粛など供給量の減少による量的影響と、福島県による検査の不良・不徹底の可能性、微量放射性物質の残留や食品安全基準への疑念などによる質的影響を反映した米の卸取引価格への影響とする。これらの震災と事故の影響や量的影響と質的影響などを分離することは困難である。

この2産地・銘柄ではこれらの直接的影響に加えて、本件震災による供給障害への代替需要の発生や本件事故による汚染米の混入や産地偽装を懸念した風評被害など、処置群の

*125 仮にこの補正を行わなかったとすると農林水産省による卸取引価格の調査だけを用いることとなるが、処置前の時点数が最大でも29ヶ月となってしまう新たな対策手法の適用が困難である。他方で合成対照群を用いたDIDにおいては、処置群の対象と合成対照群の合成材料となる対象全部の結果指標から同じ値を引いても、推計される最適ウェイトや処置効果には影響を生じない。

*126 福島県産ひとめぼれについては浜通地域以外でも作付されているが、福島県の中での会津・中通・浜通の産地が区別できない。このためこの処置群1に分類するが分析対象からは除外する。

産地・銘柄間での二次的影響を受けていた可能性が考えられる^{*127}。

以下では、処置群 1 の代表として福島県浜通産コシヒカリを取上げて評価分析を行う。

(2) 処置群 2: 本件震災と事故の両方の影響を一部の期間で受けていた産地・銘柄

福島県中通地域と会津地域については、本件震災による直接的影響を受けていたと考えられるが、本件事故による直接的影響については 4.1.1.2 で説明したとおり 2014 年度に安全性が確認されたとして米の出荷制限が両地域で同時に解除されている。このため図 4.2 のとおり福島県中通産コシヒカリ、福島県会津産コシヒカリの 2 産地・銘柄を「処置群 2: 本件震災と事故の両方の影響を一部の期間で受けていた産地・銘柄」とする。

本件震災・事故による直接的影響の内容は上の処置群 1 と同じである。処置群 2 についても震災と事故の影響などを分離することは困難である。

処置群 2 も処置群 1 と同様に代替需要や風評被害など処置群の産地・銘柄間での二次的影響の可能性が考えられる。ここで処置群 2 において 2014 年度以降に見られる本件事故の影響は、風評被害など処置群の対象間での二次的影響の一部として取扱うこととする。

以下では、処置群 2 の代表として福島県中通産コシヒカリと福島県会津産コシヒカリを取上げて評価分析を行う。

[図 4.2 実証分析における処置の種類と産地・銘柄の対応関係]

産地・銘柄	処置の直接的影響(処置効果)		処置の二次的影響 (代替需要・風評被害など)	
	本件震災の影響	本件事故の影響 (全期間・一部期間)	処置群の間 ^{##}	処置群から対照群
処置群 1 福島県浜通産コシヒカリ 福島県産ひとめぼれ	震災の影響	事故の影響 (全期間)	処置群間の 二次的影響	---
処置群 2 福島県中通産コシヒカリ 福島県会津産コシヒカリ	震災の影響	事故の影響 (一部期間)	処置群間の 二次的影響	---
処置群 3 宮城県産ササニシキ 宮城県産ひとめぼれ 岩手県産あきたこまち 岩手県産ひとめぼれ	震災の影響	---	処置群間の 二次的影響	---
対照群 (上記以外の産地・銘柄 から選定 [#])	---	---	---	処置群から対照群 への二次的影響

(図注) 下線は処置群 1 から処置群 3 の代表として評価分析の対象とする産地・銘柄を示す。

"---"は該当する処置が行われていなかったか、処置の直接的影響が軽微であったことを示す。

[#] 対照群の対象は処置群の産地・銘柄以外で、SUTVA-CS と OVLA の前提条件を充足したもののから異常値の排除を行った上で産地・銘柄を選定する。

^{##} 識別のための必要上から、処置群の対象間での二次的影響は処置効果と区別しない(前議条件 2)。

*127 3.1.1.1 で説明したとおり、識別のための必要上から処置群の対象間での二次的影響については処置効果と区別しない(前提条件 2 処置効果と処置群の対象間での二次的影響の不識別)こととしている。以下の処置群 2 や 3 の場合も同様である。

(3) 処置群 3; 本件震災の影響を受けていた産地・銘柄

宮城県と岩手県では本件震災の被害が深刻であったが、本件事故の影響については米の出荷制限などが行われておらず、直接的影響を受けていなかったと考えられる。従って図 4.2 のとおり宮城県産ササニシキ、宮城県産ひとめぼれ、岩手県産あきたこまち、岩手県産ひとめぼれの 4 産地・銘柄を「処置群 3: 本件震災の影響を受けていた産地・銘柄」とする。

本件震災による直接的影響の内容は上の処置群 1 や 2 と同じである。処置群 3 についても代替需要や風評被害など処置群の産地・銘柄間での二次的影響の可能性が考えられる。

以下では、処置群 3 の代表として宮城県産ササニシキ^{*128} を取上げて評価分析を行う。

(4) 対照群: 本件震災・事故による直接の影響を受けていない産地・銘柄

上の処置群 1 から処置群 3 迄の福島県・宮城県及び岩手県の合計 8 産地・銘柄に該当しない産地・銘柄については、本件震災・事故の直接的影響を受けていなかったか、またはその影響が軽微であったと考えられる。

これらの産地・銘柄のうち、処置群の産地・銘柄に対して SUTVA-CS と OVLA の前提条件を充足した産地・銘柄を選定し、異常値の排除を行った上で対照群の対象とする。

対照群の産地・銘柄については、代替需要や風評被害など処置群の産地・銘柄からの二次的影響を受けていた可能性が考えられる。

4.1.2.3 SUTVA-CS と OVLA に起因した問題への対策と試料の取捨選択

4.1.2.2 では処置群とする産地・銘柄についての分類・整理を行ったが、次に 3.3 の実施手順に従い、対照群とする産地・銘柄について SUTVA-CS と OVLA に起因した問題への対策のための試料の取捨選択を行う。

(1) SUTVA-CS に起因した問題

4.1.2.1 で説明したとおり、本研究の実証分析に使用する試料は農林水産省やその関連団体での調査を出典としており、産地偽装などにより処置群の対象と対照群の産地・銘柄が本件震災・事後前後で大規模に入替わっていた可能性は低いと考えられる。特に 4.1.1.4 で説明したとおり、本件震災・事故の前後で米トレーサビリティ法により食用米の取引記録の保存や情報開示・伝達が義務付けられており、違反した場合には罰則も設けられている。従って米の流通関係者にとって産地偽装は相応のリスクを伴う行為であり、頻繁に行われているものではなかったと考えられる。

しかし実際に入替りがあったかどうかという問題と、買手側の卸取引業者が入替りの可能性を疑ったかどうかという問題は別の問題であり、入替りがなくてもこうした疑念から米の卸取引価格に処置の二次的影響が及んでいた可能性が考えられる。このため、本研究の実証分析では、本件震災・事故後に買手側の流通関係者による産地偽装などへの疑念により生じた二次的影響は、風評被害の一部と考えて SUTVA-CS ではなく SUTVA-NI の問題として取扱う。

ところで処置群以外の産地・銘柄のうち熊本県阿蘇産コシヒカリについては、2016 年 4 月の熊本地震の被害により本件震災と同様の影響を受けていたと考えられる。このため SUTVA-CS の前提条件に抵触する可能性があり、対照群から取除くこととする。

*128 処置群 3 の宮城県・岩手県産米の評価分析の結果はほぼ同様であるため、宮城県産ササニシキのみを評価分析の対象とし他の 3 産地・銘柄についての説明を省略する。

(2) OVLA に起因した問題

2.2.2.2 で説明したとおり、時間方向での欠測の問題を OVLA の観点から直接的に扱った先行研究は見られないが、Crump, Hotz, Imbens and Mitnik(2009)の研究を参考として、本研究の実証分析では欠測率 10%未満であることを基準として対照群とする産地・銘柄の取捨選択を行う。

具体的に処置群とした 8 産地・銘柄のうち、評価分析の対象とする 4 産地・銘柄の試料は処置前に 104 から 127 ヶ月の時点数があるが、これら 4 産地・銘柄のうちいずれかの産地・銘柄に対して 10%以上の欠測がある産地・銘柄を対照群から取除くこととする。

(3) 異常値の排除

SUTVA-CS と OVLA を充足した産地・銘柄のうち、新潟県魚沼産コシヒカリについては卸取引価格の推移が明らかに他の産地・銘柄と異なっており合成対照群が推計できない^{*129}ため、異常値として対照群から取除くこととする。

これらの試料の取捨選択により、対照群の対象として 25 産地・銘柄が選定される。

4.1.2.4 実証分析に使用した産地・銘柄別の米の卸取引価格の基本統計量

4.1.2.2 では処置の種類と産地・銘柄の対応関係を整理し、処置群を処置群 1 から処置群 3 としてそれぞれの代表として 4 産地・銘柄を評価分析の対象に選定した。4.1.2.3 では合成対照群の合成材料や偽薬試験などで用いる対照群の対象として 25 産地・銘柄を選定した。

これら合計 29 産地・銘柄の米の卸取引価格について、4.1.2.1 で説明した接続のための補正を行い評価分析の試料とした。これらの米の卸取引価格の試料などについて、表 4.2 に処置前・処置後別での基本統計量を示す。

[表 4.2 実証分析に使用した 29 産地・銘柄などの米の卸取引価格の基本統計量]

群, 産地・銘柄	基本統計量									
	時点数		平均値		標準偏差		最大値		最小値	
	処置前	処置後	処置前	処置後	処置前	処置後	処置前	処置後	処置前	処置後
(処置群 1)										
福島県浜通産コシヒカリ	104	57	16266	13304	2342	1896	22932	16110	12439	9623
(処置群 2)										
福島県中通産コシヒカリ	140	93	17459	13661	3099	1905	24778	16192	12117	9456
福島県会津産コシヒカリ	117	86	17504	14785	2549	1478	24906	17831	13440	10971
(処置群 3)										
宮城県産ササニシキ	140	75	17039	14477	2708	1568	23052	16726	11875	10606
(対照群)										
北海道産きらら 397	162	93	14667	14038	2317	1489	19807	16168	10989	11127
秋田県あきたこまち	161	106	16617	14550	2686	1661	24341	17020	12291	11545
山形県産はえぬき	147	106	15937	13955	2418	1617	22864	16451	11428	10712
茨城県産コシヒカリ	155	101	16650	14467	2621	1642	23400	17054	12923	11122
栃木県産コシヒカリ	156	106	16492	14392	2602	1604	23917	16958	12386	11068

*129 新潟県魚沼産コシヒカリについては、国内で最高品質の米として特別な扱いをされており、他の産地・銘柄と卸取引価格の値動きが全く異なっている。この結果、新潟県魚沼産コシヒカリは他のどの産地・銘柄を組合せて合成材料としても式 2.10 の 2 つの条件を満たす最適ウェイトを算定することができない。他の 25 産地・銘柄ではこのような問題は起きないことから、本研究では異常値と見なして対照群から除外する。

(表 4.2 続き)

群, 産地・銘柄	基本統計量									
	時点数		平均値		標準偏差		最大値		最小値	
	処置前	処置後	処置前	処置後	処置前	処置後	処置前	処置後	処置前	処置後
千葉県産コシヒカリ	145	92	16652	14183	2574	1655	23165	16987	12451	11129
長野県産コシヒカリ	154	91	17287	15219	2720	1225	23585	17054	13574	12830
新潟県一般産コシヒカリ	165	100	19742	16875	3042	969	26576	18789	15348	15190
新潟県岩船産コシヒカリ	127	74	20177	17187	3129	884	27636	19511	15660	15465
新潟県佐渡産コシヒカリ	121	81	20037	17212	2988	881	28051	19477	15648	15649
富山県産コシヒカリ	165	98	17864	15120	2889	1178	24936	17071	13625	12340
石川県産コシヒカリ	152	86	17564	15088	2840	1243	23737	17020	13252	12521
福井県産コシヒカリ	143	87	17250	15278	2680	1232	23814	17512	13089	12650
福井県産ハナエチゼン	118	67	15439	13887	2202	1403	20753	16238	12030	11145
岐阜県産コシヒカリ	115	81	16628	14996	2316	1213	23046	16715	13661	11851
三重県一般産コシヒカリ	144	71	16616	14630	2527	1288	23010	17128	12902	11872
三重県伊賀産コシヒカリ	102	64	16557	14983	1953	1201	23448	17485	13503	11009
滋賀県産コシヒカリ	145	84	16725	14884	2548	1217	23668	17748	13193	12425
滋賀県産キヌヒカリ	130	77	15404	13736	2283	1355	21203	16096	11826	10651
鳥取県産コシヒカリ	135	55	16845	14433	2687	1134	22490	17047	13536	11989
鳥取県産ひとめぼれ	94	64	14917	13309	1804	1374	21021	15968	11659	9979
島根県産コシヒカリ	149	91	16780	15098	2688	1386	22655	17700	12810	11925
山口県産コシヒカリ	105	80	15722	14605	2073	1127	22188	17077	12581	12177
福岡県産ヒノヒカリ	120	89	15669	14407	2356	1143	21024	16315	11896	12203
大分県産ヒノヒカリ	112	69	15743	14471	2332	1298	21026	16711	11798	11661
(参考・対照群から除外)										
新潟県魚沼産コシヒカリ	130	92	26890	21157	4155	1250	40370	24257	21566	18993
熊本県阿蘇産コシヒカリ	127	67	16947	15180	2331	1125	22747	18201	12929	12828

(表注) 処置群 1: 本件震災と事故の両方の影響を全期間で受けていた産地・銘柄
 処置群 2: 本件震災と事故の両方の影響を一部の期間で受けていた産地・銘柄
 処置群 3: 本件震災の影響を受けていた産地・銘柄
 対照群: 処置群 1～3 に該当せず、かつ SUTVA-CS,OVLA の前提条件などを充足する産地・銘柄
 (当該条件により除外した新潟県魚沼産コシヒカリと熊本県阿蘇産コシヒカリを参考として示す)
 処置前は 1990 年 4 月から 2011 年 2 月迄、処置後は 2011 年 3 月から 2019 年 12 月迄をいう。
 試料のうち 2010 年 9 月以前の米穀価格形成センターによる落札価格を用いているものには、接続のため一律に 774 円を控除する補正を行っている。本文 4.1.2.1 を参照ありたい。

実証分析の評価分析の対象期間は 1990 年 4 月から 2019 年 12 月であり、うち処置前は 1990 年 4 月から 2011 年 2 月迄、処置後が 2011 年 3 月から 2019 年 12 月迄としている。しかし、4.1.2.1 で説明したとおり処置前を中心に産地・銘柄毎に一部の期間で欠測があるため、処置前の試料は最大で 165 時点、最小で 94 時点、処置後は 106 時点となっている。

実証分析に使用する米の卸取引価格については、3.1 での新たな対策手法では合成対照群を用いた DID の推計や前後差と DID による回帰分析など全て相対指標を用いた分析であり、価格を実質化する必要がないことから全て 60kg 当の名目価格を用いる。

4.1.3 最適ウェイトを用いた合成対照群の推計と確認

4.1.3.1 処置群の対象 4 産地・銘柄に対する最適ウェイトの算定結果

3.3 での実施手順に従い、実証分析で評価分析の対象とする処置群の 4 産地・銘柄について、処置前の時点での 25 産地・銘柄の試料から最適ウェイトを算定し合成対照群を推

計した。本研究の実証分析では、最適ウェイトの算定には結果指標である米の卸取引価格のみを使用^{*130}している。

4.1.2.2 で説明した各処置群の産地・銘柄別での合成対照群について、その合成材料となった産地・銘柄と各合成材料毎の構成要素などについて表 4.3 に示す。

表 4.3 は縦方向に合成材料となった産地・銘柄を示し、横方向に評価分析の対象とする処置群の産地・銘柄を示し、表中の数値は最適ウェイトの構成要素である。また処置群と推計した合成対照群に関する相関係数 ζ とこれらの標準偏差の比率の二乗 sr^2 、処置前での RMSPE とこれを処置前の平均値で除した RMSPER を示す。

処置群の 4 産地・銘柄に対する合成材料となった産地・銘柄の構成を見た場合には、富山県産コシヒカリ、新潟県佐渡産コシヒカリ、長野県産コシヒカリなど東日本・中日本の産地・銘柄が多くなっている。滋賀県より西の産地・銘柄を合成材料とする産地・銘柄は見られない。また処置群の 4 産地・銘柄に対する合成材料の数は 2 から 4 となっている。

最適ウェイトの構成要素の大きさを見た場合には、福島県会津産コシヒカリで富山県産コシヒカリのウェイトが 0.7 近くになっている他、宮城県産ササニシキでも秋田県産あきたこまちが 0.5 以上と高くなっている。他方で福島県浜通産コシヒカリや中通産コシヒカリでは各産地・銘柄のウェイトはどれも 0.5 未満であり、合成材料が特定の産地・銘柄には集中していないことが観察される。

[表 4.3 処置群の評価対象 4 産地・銘柄に対する最適ウェイトなどの算定結果]

最適ウェイト W^* の 構成要素 w_i^*	処置群の評価対象 4 産地・銘柄			
	処置群 1 福島県浜通産 コシヒカリ	処置群 2 福島県中通産 コシヒカリ	福島県会津産 コシヒカリ	処置群 3 宮城県産 ササニシキ
合成材料の産地・銘柄				
北海道きらら 397	0.031	---	---	0.337
秋田県産あきたこまち	---	---	---	0.530
山形県産はえぬき	---	0.389	---	---
新潟県佐渡産コシヒカリ	---	0.148	---	0.142
長野県産コシヒカリ	0.473	0.073	---	---
富山県産コシヒカリ	0.294	0.390	0.699	---
滋賀県産コシヒカリ	---	---	0.301	---
滋賀県産キヌヒカリ	0.202	---	---	---
(構成要素の合計)	1.000	1.000	1.000	1.000
処置前の時点数	104	140	117	140
処置群と合成対照群の 相関係数 ζ	0.986	0.987	0.987	0.969
標準偏差比の二乗 sr^2	0.837	0.752	1.032	1.026
RMSPE (¥/60kg)	431.6	588.5	423.68	620.6
RMSPER	0.025	0.033	0.023	0.036

(表注) 処置群の 4 産地・銘柄のいずれに対しても構成要素が 0 であり合成材料とならなかった対照群の産地・銘柄については表示を省略している。"----" は当該産地・銘柄の構成要素が 0 であることを示す。

*130 本研究の実証分析では説明変数が得られないことから、2.2.1.5 で説明した最適ウェイトの算定においては結果指標である卸取引価格のみを用い、式 2.17 中の変数の相対的重要度の係数 V_q を 1 とする

4.1.3.2 処置群と合成対照群の相関係数の確認

3.3 での実施手順に従い、最適ウェイトにより推計された合成対照群について、処置前での処置群と合成対照群の相関係数 ζ が 0.90 を下回っていないかを確認する。

4.1.3.1 での推計による処置群と合成対照群の相関係数は、表 4.3 下段に示すとおりである。処置群の 4 産地・銘柄での相関係数 ζ はいずれも 0.96 以上となっており、一致度の良い合成対照群が推計されていることが確認される。

また他の精度指標である標準偏差の比の二乗 sr^2 を見た場合には、表 4.3 下段に示すとおり全て 0.5 と 2.0 の間にあり、RMSPER を見た場合にはいずれも 0.05 未満であるなど、処置群の対象との一致度の良い合成対照群が推計されていることが確認される。

従ってこれらの 4 産地・銘柄については、3.2.2.2 で説明した一致度の悪い合成対照群の場合での措置は必要ないと考えられる。

4.1.3.3 最適ウェイトの頑健性の確認

合成対照群の推計における検証・確認手法の一つとして、2.2.1.5 では Abadie, Diamond and Hainmueller(2015)による最適ウェイトの頑健性の検証・確認手法について説明した。この手法を参考に、合成材料となる産地・銘柄を幾つか増減させた際の合成対照群の推計結果^{*131}の変化を観察し、4.1.3.1 で推計した最適ウェイトの頑健性について確認する。

表 4.4 は縦方向に最適ウェイトから合成材料とする産地・銘柄を増減した場合を示し、横方向に評価対象とした処置群の 4 産地・銘柄を示し、表中には追加又は除外した産地・銘柄、処置前の処置群に対する RMSPE、処置後の結果指標の最適ウェイトを用いた合成対照群^{*132}の結果指標との相関係数 ζ^* を示す。

2.2.1.5 で説明したとおり、試料によっては対象を増減させると式 2.10 の 2 つの条件を満たすウェイトが算定できない場合がある。実際に本研究の評価対象とした処置群の 4 産地・銘柄については、表 4.4 に示すとおり合成材料となる産地・銘柄を 3 つ以上追加した場合や 3 つ以上除外した場合など、幾つかの条件では最適ウェイトが算定できない。

他方で最適ウェイトが算定できた場合は表 4.4 中の枠線内に示すとおりであり、これらの条件で推計された合成対照群は最適合成対照群との相関係数 ζ^* が全て 0.98 を超えている。つまりこれらの条件で推計された合成対照群の処置後の結果指標の推移は、最適合成対照群と極めて類似しているという結果となっている。

従って少なくとも式 2.10 の 2 つの条件を満たした合成対照群が推計できる範囲内においては、これら処置群の 4 産地・銘柄に対して 4.1.3.1 で推計した最適合成対照群は不安定なものとは言えず、推計された最適ウェイトが頑健であることが確認される。

*131 合成対照群を用いた処置効果評価では処置群の対象は 1 つであるため、処置群の対象の仮想現実である処置後の合成対照群の推計結果を比較することと処置効果評価の結果を評価することの意味は同じである。

Abadie, Diamond and Hainmueller(2015)では合成対照群とマッチングによる推計結果を比較して合成対照群の優位性を説明するために、非常に多くの紙幅を割いて推計された処置効果における頑健性の確認結果を説明している。しかし本研究の焦点は SUTVA の問題であるため、頑健性の確認は相関係数 ζ^* を用いて簡単に説明するに止める。

*132 以下「最適合成対照群」とする。

[表 4.4 最適ウェイトからの合成材料の増減による頑健性の確認結果]

処置前の RMSPE 処置後の相関係数	処置群の評価対象 4 産地・銘柄			
	処置群 1 福島県浜通産 コシヒカリ	処置群 2 福島県中通産 コシヒカリ	福島県会津産 コシヒカリ	処置群 3 宮城県産 ササニシキ
合成材料を増減した場合				
合成材料を 3 つ追加 追加した産地・銘柄 RMSPE (¥/60kg) 相関係数 ζ^*	算定不能 (非負条件抵触)	算定不能 (非負条件抵触)	算定不能 (非負条件抵触)	算定不能 (非負条件抵触)
合成材料を 2 つ追加 追加した産地・銘柄 RMSPE (¥/60kg) 相関係数 ζ^*	算定不能 (非負条件抵触)	算定不能 (非負条件抵触)	長野県産コシヒカリ、山形県産はえぬき 502.60 0.990	算定不能 (非負条件抵触)
合成材料を 1 つ追加 追加した産地・銘柄 RMSPE (¥/60kg) 相関係数 ζ^*	算定不能 (非負条件抵触)	算定不能 (非負条件抵触)	山形県産はえぬき 472.49 0.989	算定不能 (非負条件抵触)
(最適合成対照群) RMSPE (¥/60kg) (相関係数 ζ^*)	431.55 (1.000)	588.54 (1.000)	423.68 (1.000)	620.62 (1.000)
合成材料を 1 つ除外 除外した産地・銘柄 RMSPE (¥/60kg) 相関係数 ζ^*	長野県産コシヒカリ 1225.26 0.985	長野県産コシヒカリ 593.52 0.999	滋賀県産コシヒカリ 816.05 0.994	新潟県佐渡産コシヒカリ 1038.25 0.999
合成材料を 2 つ除外 除外した産地・銘柄 RMSPE (¥/60kg) 相関係数 ζ^*	長野県産コシヒカリ、滋賀県産キヌヒカリ 766.65 0.996	長野県産コシヒカリ、新潟県佐渡産コシヒカリ 722.72 0.998	算定不能 (合成材料数不足)	新潟県佐渡産コシヒカリ、北海道産きらら 397 675.13 0.996
合成材料を 3 つ除外 除外した産地・銘柄 RMSPE (¥/60kg) 相関係数 ζ^*	算定不能 (総和条件抵触)	算定不能 (総和条件抵触)	算定不能 (合成材料数不足)	算定不能 (合成材料数不足)

((表注) # 上記の数値は頑健性を確認するため、4.1.2.1 の表 4.3 に示した最適ウェイトを用いた合成対照群(「最適合成対照群」)に対し、合成材料を増減させた合成対照群について、1) 処置群に対する処置前の RMSPE、2) 最適合成対照群に対するの処置後の結果指標の相関係数 ζ^* の数値を算定したものである。

合成対照群の算定不能の理由については、「非負条件抵触」とはどのように産地・銘柄を組合せても構成要素が負である産地・銘柄が残ってしまう場合をいい、「総和条件抵触」とは同様に構成要素の総和が+1にならない場合をいい、「合成材料数不足」とは最適ウェイトの産地・銘柄数が除外する数以下であるため推計ができない場合をいう。表中の枠線は構成要素が非負で総和が 1 という式 2.10 の 2 つの条件を満たす合成対照群が推計できた範囲を示す。

4.2 新たな対策手法を用いた処置効果評価

以下では処置群と最適合成対照群の単純な DID から推計された偏差のある処置効果と、3.3 での実施手順に従い新たな対策手法によって SUTVA の問題に起因した偏差を補正した偏差補正済処置効果の結果について、これらと比較しながら説明する。

説明を簡素化し処置群の産地・銘柄の間での比較を容易にするため、これらの処置効果は処置前の結果指標の平均で除した卸取引価格の指数として表示し、結果を説明する。

図には本件震災・事故後の全期間での結果を示すが、推計された結果は膨大である。このため、表には上記 2 つの処置効果の差が最も大きくなり、また欠測の影響が少ない 2014 年度産米を取上げることとし、2014 年 9 月から 2015 年 8 月^{*133} についての結果を示す。

なおこれらの結果^{*134} においては、3.1.4.5 で説明した $\alpha(t+u)$ が正確に 1 である場合に該当する事例は見られなかった。

4.2.1 処置群 1: 福島県浜通産コシヒカリ

4.2.1.1 福島県浜通産コシヒカリでの処置効果の推計結果

福島県浜通産コシヒカリは、「処置群 1: 本件震災と事故の両方の影響を全期間で受けていた産地・銘柄」に分類され、処置群 1 から 3 の中で最も長期に亘り本件震災・事故の影響を受けていたと考えられる。

福島県浜通産コシヒカリの卸取引価格は、本件震災・事故直後の 2011 年度から 2013 年度に掛けて大半の月で米の卸取引価格の試料が欠測となっており、この期間での状況は正確には解らないことに注意する必要がある。

(1) 処置効果の推移

図 4.3 に示すとおり、福島県浜通産コシヒカリの偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果はいずれも 2014 年度に大きく負の値となった後、2015 年度から 2017 年度に掛けて回復し、2017 年度以降はほぼ 0 と見なせる状況となっている。

つまり本件震災・事故の米の卸取引価格への影響は、SUTVA の問題を考慮したとしても 2017 年度頃には収束していたと推定される。

また偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果は 2014 年度に最も大きく乖離しているが、乖離は徐々に小さくなり 2016 年度以降は両者はほぼ一致して推移している。

(2) 2014 年度産米での比較

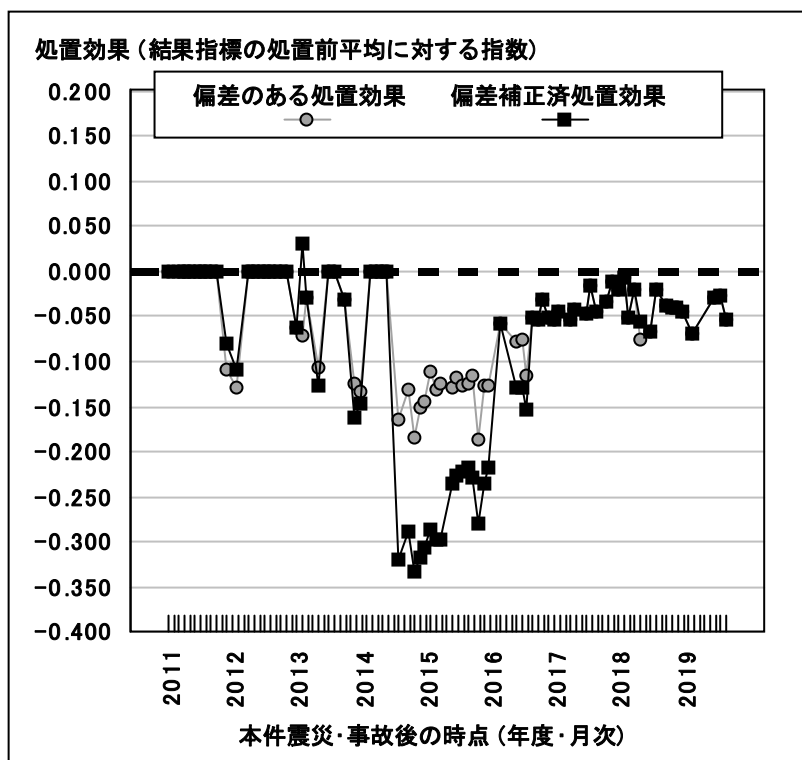
処置効果が最も大きな負の値となった 2014 年度産米(2014 年 9 月から 2015 年 8 月迄)については、表 4.5 に示すとおり偏差のある処置効果が 15 %前後の下落であるのに対し、偏差補正済処置効果は最大で 30 %前後の下落を示している。この結果は 2.3.2.3 の図 2.4 に示す正の二次的影響による処置効果の過小評価の状況に相当する。

2014 年度産米では福島県浜通産コシヒカリに対する合成対照群の合成材料であった産地・銘柄の卸取引価格が、風評被害などの処置の二次的影響により符号が同じ負の影響を受けていたため、15 から 20%に達する大きな偏差が生じていたものと考えられる。

*133 福島県・宮城県での新米の収穫は例年 8 月から 9 月頃であり出荷はこれ以降の月となる。このため 2014 年度産米が卸取引される期間を 2014 年 9 月から 2015 年 8 月迄としている。

*134 処置群・対照群の産地・銘柄に関する定常性の確認結果については、補論 10 を参照ありたい。

[図 4.3 福島県浜通産コシヒカリでの処置効果の推移]



(図注) 2011年度から2013年度については大半の月で試料が欠測しており、図では0.000と表示している。

[表 4.5 福島県浜通産コシヒカリでの処置効果の比較 (2014年度産米)]

処置効果 月次	偏差のある処置効果			偏差補正済処置効果				偏差 ^{##} b - a
	処置効果 a	p値 [#]	有意性	処置効果 b	p値 [#]	有意性	95%信頼区間 下限 上限	
2014年 9月	(欠測)			(欠測)				---
10月	(欠測)			(欠測)				---
11月	-0.164	0.000	***	-0.320	0.000	***	-0.319 -0.320	-0.156
12月	(欠測)			(欠測)				---
2015年 1月	-0.131	0.000	***	-0.289	0.000	***	-0.288 -0.290	-0.158
2月	-0.185	0.000	***	-0.333	0.000	***	-0.332 -0.333	-0.148
3月	-0.152	0.000	***	-0.318	0.000	***	-0.317 -0.319	-0.166
4月	-0.143	0.000	***	-0.307	0.000	***	-0.306 -0.308	-0.163
5月	-0.111	0.000	***	-0.287	0.000	***	-0.286 -0.288	-0.175
6月	-0.131	0.000	***	-0.298	0.000	***	-0.297 -0.299	-0.167
7月	-0.125	0.000	***	-0.298	0.000	***	-0.297 -0.299	-0.173
8月	(欠測)			(欠測)				---

(表注) [#] 処置効果のp値と有意性は、処置前での標準偏差 0.025 を用いて検定していることに注意。
有意性欄の"***"は危険率1%で有意を示す。

^{##} 偏差が正の場合は過大評価、偏差が負の場合は過小評価を示す。本文 2.3.2.3 を参照ありたい。

4.2.2 処置群 2: 福島県中通産コシヒカリ・福島県会津産コシヒカリ

4.2.2.1 福島県中通産コシヒカリでの処置効果の推計結果

福島県中通産コシヒカリは、「処置群 2: 本件震災と事故の両方の影響を一部の期間で受

けていた産地・銘柄」に分類される。しかし下記のとおりその処置効果の評価結果は、4.2.1.1 で見た処置群 1 に属する浜通産コシヒカリと殆ど同じである。

(1) 処置効果の推移

図 4.4 に示すとおり、福島県中通産コシヒカリの偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果はいずれも 2011 年度から 2013 年度に負の値となり、2014 年度に更に大きな負の値となった後、2015 年度から 2016 年度に掛けて回復し、2017 年度以降はほぼ 0 と見なせる状況となっている。

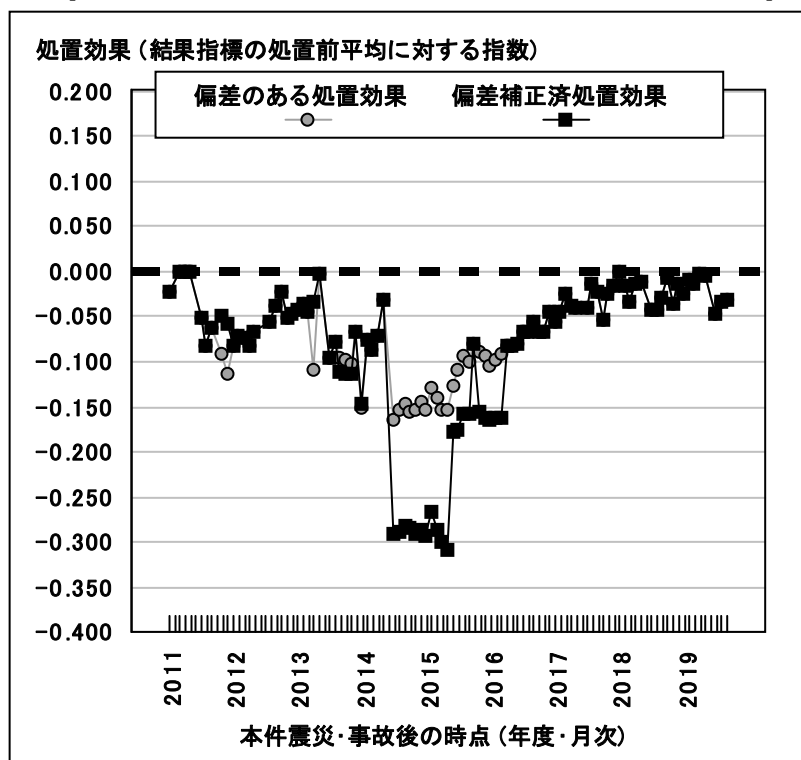
この推移は 4.2.1.1 で説明した浜通産コシヒカリの推移とほぼ同じである。中通産コシヒカリについても本件震災・事故の影響は、SUTVA の問題を考慮しても 2017 年度頃に収束していたと推定される。

2011 年度から 2012 年度では、偏差のある処置効果では 10%に達する有意な負の値が見られるが、偏差補正済処置効果では一部の月次のみが有意な負の値となっている。この結果は、2.3.2.3 の図 2.5 に示す負の二次的影響による処置効果の過大評価の状況に相当する。

反対に 2014 年度では、浜通産コシヒカリと同様に偏差のある処置効果よりも偏差補正済処置効果の方が大きな負の値を示している。この結果は 2.3.2.3 の図 2.4 に示す正の二次的影響による処置効果の過小評価の状況に相当する。

2016 年度中盤以降については、偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果はほぼ一致して推移し、いずれも徐々に 0 に収束している。

[図 4.4 福島県中通産コシヒカリでの処置効果の推移]



(図注) 2011 年度については一部の月で試料が欠測しており、図では 0.000 と表示している。

[表 4.6 福島県中通産コシヒカリでの処置効果の比較 (2014 年度産米)]

月次	処置効果	偏差のある処置効果			偏差補正済処置効果				偏差 ^{##} b - a	
		処置効果 a	p 値 [#]	有意性	処置効果 b	p 値 [#]	有意性	95%信頼区間 下限 上限		
2014 年 9 月			(欠測)		(欠測)				---	
10 月		-0.164	0.000	***	-0.290	0.000	***	-0.289	-0.290	-0.125
11 月		-0.153	0.000	***	-0.288	0.000	***	-0.287	-0.289	-0.134
12 月		-0.147	0.000	***	-0.282	0.000	***	-0.281	-0.283	-0.135
2015 年 1 月		-0.155	0.000	***	-0.283	0.000	***	-0.282	-0.283	-0.128
2 月		-0.153	0.000	***	-0.291	0.000	***	-0.290	-0.292	-0.137
3 月		-0.145	0.000	***	-0.287	0.000	***	-0.286	-0.288	-0.143
4 月		-0.153	0.000	***	-0.292	0.000	***	-0.291	-0.293	-0.139
5 月		-0.128	0.000	***	-0.266	0.000	***	-0.265	-0.267	-0.139
6 月		-0.139	0.000	***	-0.286	0.000	***	-0.285	-0.287	-0.147
7 月		-0.153	0.000	***	-0.300	0.000	***	-0.299	-0.300	-0.147
8 月		-0.154	0.000	***	-0.308	0.000	***	-0.307	-0.309	-0.153

(表注) [#] 処置効果の p 値と有意性は、処置前での標準偏差 0.033 を用いて検定していることに注意。
有意性欄の"***"は危険率 1%で有意を示す。

^{##} 偏差が正の場合は過大評価、偏差が負の場合は過小評価を示す。本文 2.3.2.3 を参照ありたい。

(2) 2014 年度産米での比較

福島県中通産コシヒカリの 2014 年度産米(2014 年 9 月から 2015 年 8 月迄)の卸取引価格については、表 4.6 に示すとおり偏差のある処置効果が 15 %前後の下落であるのに対し、偏差補正済処置効果は 30 %前後の下落を示している。この状況は浜通産コシヒカリとほぼ同様である。

4.2.2.2 福島県会津産コシヒカリでの処置効果の推計結果

福島県会津産コシヒカリは、「処置群 2: 本件震災と事故の両方の影響を一部の期間で受けていた産地・銘柄」に分類される。しかし下記のとおりその処置効果の評価結果は処置群 1 に属する浜通産コシヒカリや、同じ処置群 2 に属する中通産コシヒカリのいずれとも異なっている。

(1) 処置効果の推移

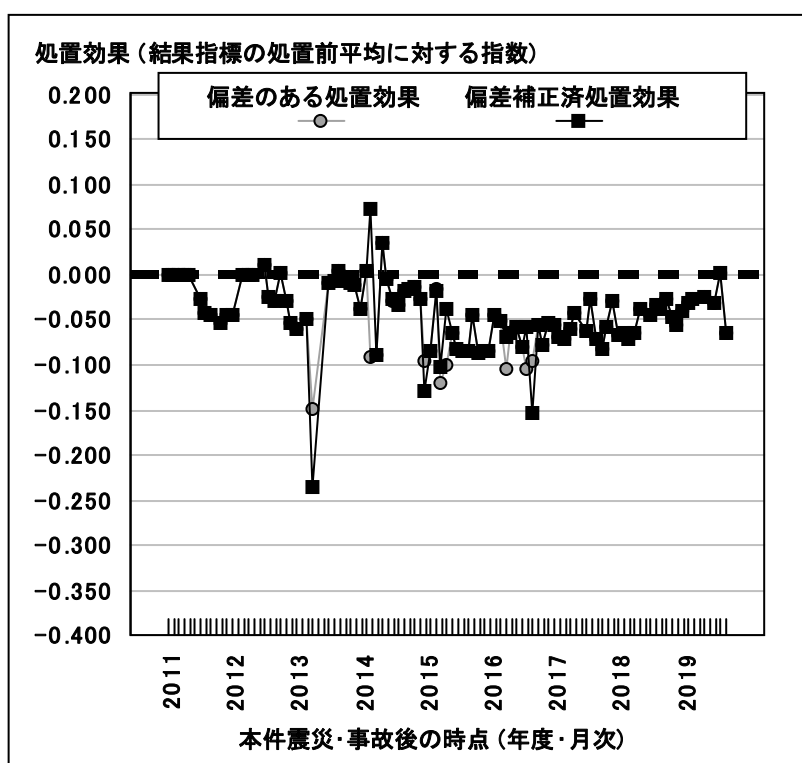
図 4.5 に示すとおり、福島県会津産コシヒカリの偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果はいずれも 2011 年度から 2013 年度迄は大部分の期間で有意でなく、2014 年度から 2016 年度に掛けて 5 から 10 %程度の有意な下落が間欠的に見られた後、2017 年度以降は再び有意でない状況となっている。

この推移は 1)2014 年度から 2015 年度に掛けての大きな下落が見られないこと、2)偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果がほぼ一致して推移し殆ど偏差が見られないこと、3)2013 年度から 2016 年度に掛けて偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果が間欠的に大きく変動して推移していることなどの点で 4.2.1.1 や 4.2.2.1 で説明した他の福島県産のコシヒカリの推移と異なっている。

(2) 2014 年度産米での比較

福島県会津産コシヒカリの 2014 年度産米(2014 年 9 月から 2015 年 8 月迄)の卸取引価格については、表 4.7 に示すとおり 2014 年度の大部分で処置効果が有意でない結果となっている。

[図 4.5 福島県会津産コシヒカリでの処置効果の推移]



(図注) 2011 年度と 2012 年度については一部の月で試料が欠測しており、図では 0.000 と表示している。

[表 4.7 福島県会津産コシヒカリでの処置効果の比較 (2014 年度産米)]

月次	偏差のある処置効果			偏差補正済処置効果				偏差 ^{##} b - a
	処置効果 a	p 値 [#]	有意性	処置効果 b	p 値 [#]	有意性	95%信頼区間 下限 上限	
2014 年 9 月	-0.004	0.395		-0.004	0.395		---	---
10 月	-0.028	0.280		-0.028	0.280		---	---
11 月	-0.034	0.238		-0.034	0.238		---	---
12 月	-0.018	0.348		-0.018	0.348		---	---
2015 年 1 月	-0.016	0.358		-0.016	0.358		---	---
2 月	-0.014	0.365		-0.014	0.365		---	---
3 月	-0.026	0.296		-0.026	0.296		---	---
4 月	-0.095	0.008	***	-0.129	0.000	***	-0.126 -1.210	-0.034
5 月	-0.085	0.017	**	-0.085	0.016	**	---	---
6 月	-0.017	0.351		-0.017	0.351		---	---
7 月	-0.120	0.001	***	-0.102	0.005	***	-0.100 -0.103	+0.019
8 月	-0.099	0.006	***	-0.039	0.205		-0.037 -0.040	+0.060

(表注) [#] 処置効果の p 値と有意性は、処置前での標準偏差 0.033 を用いて検定していることに注意。
有意性欄の " *** " は危険率 1 % で有意、" ** " は危険率 5 % で有意を示す。

^{##} 偏差が正の場合は過大評価、偏差が負の場合は過小評価を示す。本文 2.3.2.3 を参照ありたい。

福島県浜通産・中通産コシヒカリでは 2014 年度産米では偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果の間で 10 から 20 % の正の二次的影響による偏差が連続的に見られたのに対し、会津産コシヒカリでは偏差は 3 から 6 % 前後と小さくかつ正の二次的影響と負の二次的影響による偏差の両方が見られ、偏差の傾向が明確でない結果となっている。

4.2.3 処置群 3: 宮城県産ササニシキ

4.2.3.1 宮城県産ササニシキでの処置効果の推計結果

宮城県産ササニシキは、「処置群 3: 本件震災の影響を受けていた産地・銘柄」に分類される。下記のとおりその処置効果の評価結果は他の産地・銘柄のいずれとも異なっている。

(1) 処置効果の推移

図 4.6 に示すとおり、宮城県産ササニシキの偏差のある処置効果と偏差補正済処置効果はいずれも 2011 年度以降の大部分の期間で有意でなく、わずかに 2014 年度から 2015 年度に 2 ヶ月だけ有意な下落が見られる状況となっている。

2011 年度においては本件震災の影響があったと考えられるが、卸取引価格については明確な処置効果が観察されない結果となっている。

この推移は 4.2.1.1 から 4.2.2.2 で説明した福島県各産地・銘柄のいずれとも異なっている。

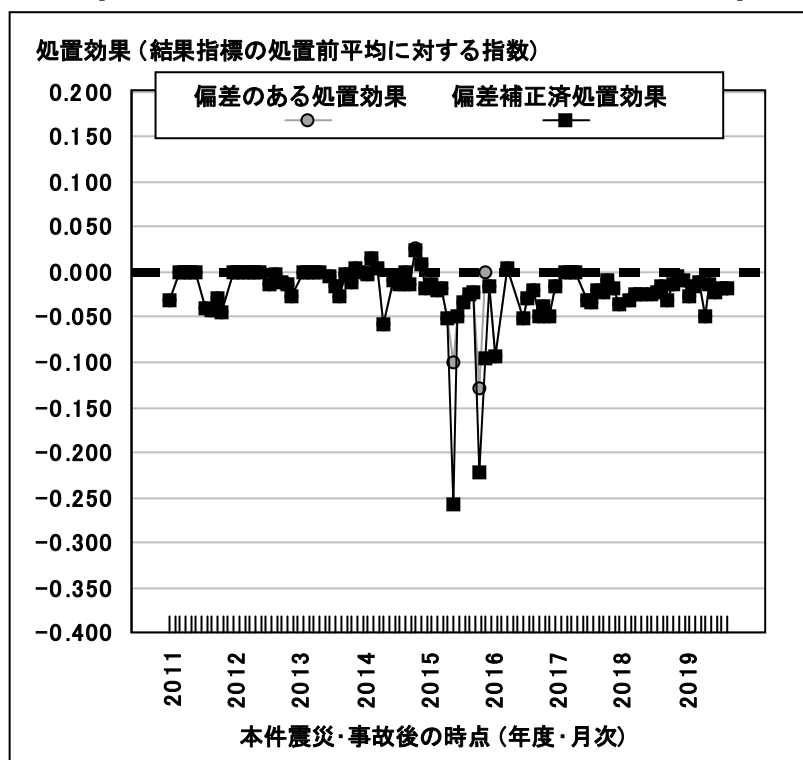
(2) 2014 年度産米での比較

宮城県産ササニシキの 2014 年度産米(2014 年 9 月から 2015 年 8 月迄)の卸取引価格については、表 4.8 に示すとおり大部分で処置効果が有意でない結果となっている。

処置効果が有意である 2015 年 8 月と 2016 年 1 月については、偏差のある処置効果が 10%程度下落であるのに対し、偏差補正済処置効果は 25 %程度下落となっている。時期的に考えて、これらの処置効果は本件震災の影響ではなく、福島県浜通産コシヒカリや中通産コシヒカリからの風評被害など処置群間での二次的影響の可能性が考えられる。

これらの月については、2.3.2.3 の図 2.4 に示す正の二次的影響による処置効果の過小評価の状況に相当すると考えられる。

[図 4.6 宮城県産ササニシキでの処置効果の推移]



(図注) 2011 年度から 2013 年度については一部の月で試料が欠測しており、図では 0.000 と表示している。

[表 4.8 宮城県産ササニシキでの処置効果の比較 (2014 年度産米)]

月次	処置効果			偏差のある処置効果			偏差補正済処置効果			偏差 ^{##}
	処置効果	処置効果	p 値 [#]	有意性	処置効果	p 値 [#]	有意性	95%信頼区間 下限 上限	b - a	
		a			b					
2014 年 9 月		-0.010	0.381		-0.010	0.381		---	---	
10 月		-0.014	0.369		-0.014	0.369		---	---	
11 月		-0.001	0.398		-0.001	0.398		---	---	
12 月		-0.014	0.367		-0.014	0.367		---	---	
2015 年 1 月		+0.026	0.305		+0.026	0.305		---	---	
2 月		+0.009	0.385		+0.009	0.385		---	---	
3 月		-0.016	0.349		-0.016	0.349		---	---	
4 月		-0.014	0.366		-0.014	0.366		---	---	
5 月		-0.021	0.331		-0.021	0.331		---	---	
6 月		-0.019	0.345		-0.019	0.345		---	---	
7 月		-0.052	0.132		-0.052	0.132		---	---	
8 月		-0.101	0.007 ***		-0.258	0.000 ***		-0.257 -0.259	-0.152	

(表注) [#] 処置効果の p 値と有意性は、処置前での標準偏差 0.035 を用いて検定していることに注意。

有意性欄の" *** "は危険率 1%で有意、" ** " は危険率 5%で有意を示す。

^{##} 偏差が正の場合は過大評価、偏差が負の場合は過小評価を示す。本文 2.3.2.3 を参照ありたい。

4.3 処置の安定性条件の問題を考慮した偽薬試験による検証・確認

4.3.1 時点別標準偏差の推計と処置の二次的影響

2.2.1.5 で説明したとおり、合成対照群を用いた処置効果評価では結果の検証・確認に偽薬試験が用いられている。本研究では Abadie, Diamond and Hainmueller(2010)の事例を参考として、対照群の 25 産地・銘柄に処置群の 4 産地・銘柄と全く同じ分析手順を適用^{*135}し、これらの「対照群の産地・銘柄に対する合成対照群」を用いた DID により時点別標準偏差を推計し検証・確認を行う。

ここで注意を要する点は 3.3 の実施手順で説明したとおり、対照群の産地・銘柄は処置の二次的影響を受けている場合があり、こうした影響を取除いた時点別標準偏差を使って偽薬試験を行う必要がある点である。このため、対照群の 25 産地・銘柄の全部に 3.3 の一連の実施手順を適用した際に、有意な処置の二次的影響の係数が検出された対象と時点の組合せを試料から取除いた上で処置後の時点別標準偏差を推計する。

表 4.9 に対照群の 25 産地・銘柄による偽薬試験の基本統計量を示す。また図 4.7 に有意な処置の二次的影響の係数が推計された対象と時点を含んだままの「二次的影響あり」の時点別標準偏差と、こうした対象と時点の組合せを取除いた「二次的影響を除去」の時点別標準偏差の推移を示す。

処置後の時点別標準偏差を処置前と比較した場合、表 4.9 に示すとおり時点別標準偏差

*135 対照群の産地・銘柄に対して 3.3 の実施手順を適用した結果については、量が膨大であり一部の産地・銘柄を除く大部分が処置の二次的影響の係数が有意でない結果となっているため、説明を省略する。

の平均値が処置前の 0.022 に対し処置後の二次的影響ありの場合では 0.034 と大きく増加しており、処置の二次的影響が時点別標準偏差に影響を与えていたことが確認される。

有意な処置の二次的影響が検出された対象と時点の組合せを除去すると、表 4.9 に示すとおり対照群の産地・銘柄数は 19.9 から 17.9 となり平均して約 2 産地・銘柄分だけ減少する。処置後の 106 時点についての時点別標準偏差の平均値は、二次的影響ありの場合では 0.034 であるが二次的影響を除いた場合には 0.017 となる。上記のとおり各時点で約 2 産地・銘柄しか取除いていないが、図 4.7 のとおり標準偏差の平均値や「標準偏差の標準偏差」が大きく変化している。また図 4.7 中の 2014 年度から 2015 年度に掛けて、二次的影響ありの場合の時点別標準偏差が連続的に増加していたことが観察される。

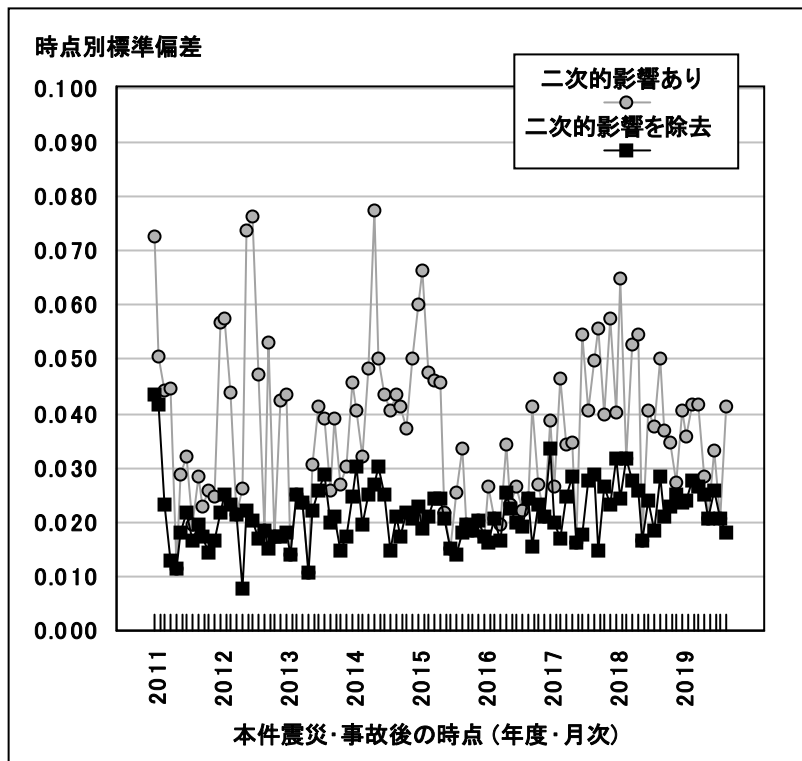
従って本研究の実証分析の場合には、対照群の結果指標から二次的影響を取除かないまま偽薬試験を行うと、時点別標準偏差が過大となり処置効果を誤って棄却する危険があることが理解される。

[表 4.9 対照群の 25 産地・銘柄による偽薬試験の基本統計量]

条件	基本統計量	月別試料数	時点別平均値	時点別標準偏差		最大値	最小値
				平均値	標準偏差		
処置前		18.6	-0.002	0.022	0.012	0.170	-0.231
処置後							
二次的影響あり		19.9	+0.003	0.034	0.015	0.267	-0.253
二次的影響除去		17.9	+0.001	0.017	0.006	0.114	-0.060

(表注) 処置前は 1990 年 4 月から 2011 年 2 月迄、処置後は 2011 年 3 月から 2019 年 12 月迄をいう。

[図 4.7 偽薬試験の時点別標準偏差に対し処置の二次的影響が及ぼす影響]



4.3.2 偽薬試験による検証・確認結果

4.3.2.1 2014 年度産米での処置効果の有意性の検証・確認結果

4.3.1 で説明した時点別標準偏差を用いて、4.2 で評価分析した処置群の 4 産地・銘柄の 2014 年度産米での処置効果について検証・確認を行った結果を表 4.10 に示す。

表 4.10 はこれら 4 産地・銘柄の 2014 年度産米での偏差補正済処置効果の評価結果について、時点別標準偏差を用いた検定を行い検証・確認を行った結果である。

4.2 で処置効果の有意性の検定の際に用いた処置前の標準偏差は 0.025 から 0.035 であるが、4.3.1 で説明したとおり時点別標準偏差の平均値は 0.017 であり、標準偏差が大きく変わらないことから、4.2 で有意とした偏差補正済処置効果の評価結果はほぼ全部が有意となっていることが検証・確認される。

[表 4.10 処置群の評価対象 4 産地・銘柄に対する偽薬試験の結果 (2014 年度産米)]

月次 産地・銘柄	検定方法					
	処置前の標準偏差による検定結果			時点別標準偏差による検定結果		
	処置効果	p 値	有意性	処置効果	p 値	有意性
福島県浜通産コシヒカリ						
2014 年 11 月	-0.320	0.000	***	-0.320	0.000	***
2015 年 1 月	-0.289	0.000	***	-0.289	0.000	***
2 月	-0.333	0.000	***	-0.333	0.000	***
3 月	-0.318	0.000	***	-0.318	0.000	***
4 月	-0.307	0.000	***	-0.307	0.000	***
5 月	-0.287	0.000	***	-0.287	0.000	***
6 月	-0.298	0.000	***	-0.298	0.000	***
7 月	-0.298	0.000	***	-0.298	0.000	***
福島県中通産コシヒカリ						
2014 年 10 月	-0.290	0.000	***	-0.290	0.000	***
11 月	-0.288	0.000	***	-0.288	0.000	***
12 月	-0.282	0.000	***	-0.282	0.000	***
2015 年 1 月	-0.283	0.000	***	-0.283	0.000	***
2 月	-0.291	0.000	***	-0.291	0.000	***
3 月	-0.287	0.000	***	-0.287	0.000	***
4 月	-0.292	0.000	***	-0.292	0.000	***
5 月	-0.266	0.000	***	-0.266	0.000	***
6 月	-0.286	0.000	***	-0.286	0.000	***
7 月	-0.300	0.000	***	-0.300	0.000	***
8 月	-0.308	0.000	***	-0.308	0.000	***
福島県会津産コシヒカリ						
2014 年 9 月	-0.004	0.395		-0.004	0.378	
10 月	-0.028	0.280		-0.028	0.155	
11 月	-0.034	0.238		-0.034	0.029	**
12 月	-0.018	0.348		-0.018	0.281	
2015 年 1 月	-0.016	0.358		-0.016	0.184	
2 月	-0.014	0.365		-0.014	0.313	
3 月	-0.026	0.296		-0.026	0.192	
4 月	-0.129	0.000	***	-0.129	0.000	***
5 月	-0.085	0.016	**	-0.085	0.000	***
6 月	-0.017	0.351		-0.017	0.324	
7 月	-0.102	0.005	***	-0.102	0.003	***
8 月	-0.039	0.205		-0.039	0.165	

(表 4.10 続き)

月次 産地・銘柄	検定方法	偏差補正済処置効果					
		処置前の標準偏差による検定結果			時点別標準偏差による検定結果		
		処置効果	p 値	有意性	処置効果	p 値	有意性
宮城県産ササニシキ							
2014 年 9 月		-0.010	0.381		-0.010	0.350	
10 月		-0.014	0.369		-0.014	0.284	
11 月		-0.001	0.398		-0.001	0.384	
12 月		-0.014	0.367		-0.014	0.318	
2015 年 1 月		+0.026	0.305		+0.026	0.223	
2 月		+0.009	0.385		+0.009	0.366	
3 月		-0.016	0.349		-0.016	0.281	
4 月		-0.014	0.366		-0.014	0.286	
5 月		-0.021	0.331		-0.021	0.106	
6 月		-0.019	0.345		-0.019	0.308	
7 月		-0.052	0.132		-0.052	0.105	
8 月		-0.258	0.000	***	-0.258	0.000	***

(表注) 表は 4.2.1.1 から 4.2.3.1 での 2014 年度産米の処置効果の評価結果のうち、欠測を除いた各月の評価結果について 4.3.1.1 で算定した時点別標準偏差を用いて検定を行い、これらの結果を検証・確認したものである。有意性欄の" *** "は危険率 1 %で有意、" ** "は危険率 5 %で有意を示す。下破線は処置効果の評価結果と検証・確認の結果が異なっている場合を示す。

表 4.10 中に下線で示したとおり、4.2 での評価結果とここでの検証・確認結果が異なるのは福島県会津産コシヒカリについての評価結果のうち 1)2014 年 11 月の評価結果が危険率 5 %で有意となった点と、2)2015 年 5 月の評価結果が危険率 5 %で有意から危険率 1 %で有意となった点の 2 点のみである。

4.3.2.2 1995 年度から 2019 年度迄の処置効果の検証・確認結果

4.2 で評価分析した処置群の 4 産地・銘柄について、1995 年度から 2019 年度迄の処置前後を通じた期間での偽薬試験による検証・確認の結果を図 4.8 から 4.11^{*136} に示す。

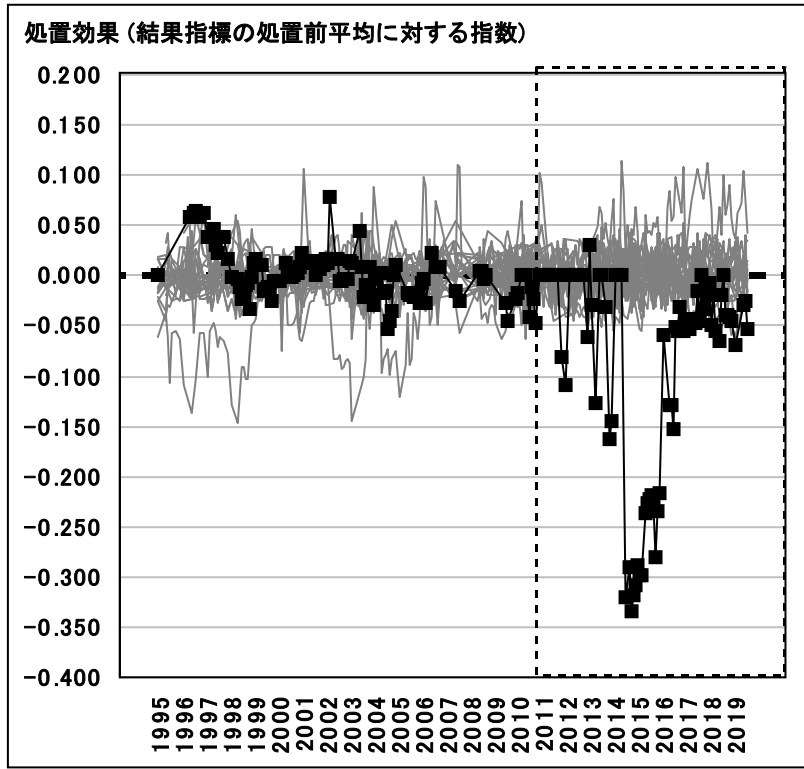
これらの図中の灰色の線は対照群の 25 産地・銘柄での偽薬試験の結果の推移とその分布を示し、黒色の線が処置群の産地・銘柄での処置効果の推移を示す。ここで対照群の産地・銘柄での偽薬試験の結果については、4.3.1.1 での結果に基づき本件震災・事故後に有意な処置の二次的影響の係数が検出された対象と時点の組合せを取除いて二次的影響を除去している。

これらの図から、処置群とした 4 産地・銘柄での処置効果については、1)本件震災・事故前では処置効果が処置群や対象群の産地・銘柄で 15 %を超えたことはなく、15%を超える処置効果が何らかの偶発的要因により生じた可能性は非常に低いこと、2)本件震災・事故前では処置群の産地・銘柄での処置効果は偽薬試験の結果と大きな差異がなかったこと、3)2011 年度の本件震災・事故後については 2014 年度と 2015 年度に福島県浜通産コシヒカリと中通産コシヒカリで明確で連続的な処置効果が観察され最大で 30 %に達する下落が生じていたこと、4)福島県会津産コシヒカリと宮城県産ササニシキでは 2011 年度から

*136 これらの図は Abadie, Diamond and Hainmueller(2010)が偽薬試験による処置効果の検証・確認に用いた図と同じものである。

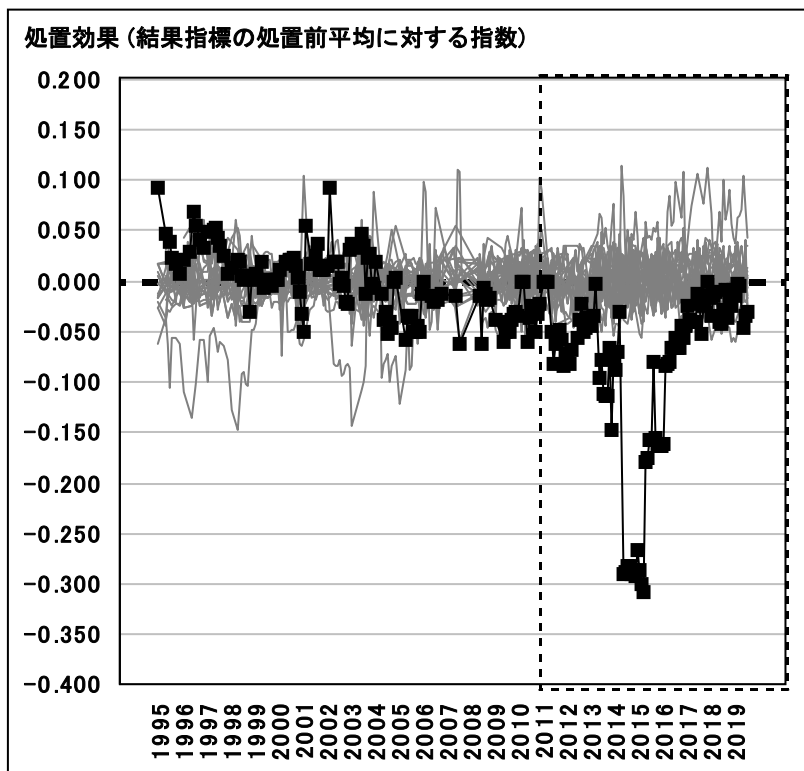
2016 年度に掛けて間欠的に処置効果が観察されること、5)2017 年度以降では 4 産地・銘柄とも処置効果が見られなくなり、本件震災・事故前と同様に処置効果が偽薬試験の結果と大きな差異がない状態に戻っていたことの 5 点が検証・確認される。

[図 4.8 福島県浜通産コシヒカリでの偽薬試験による検証・確認結果]

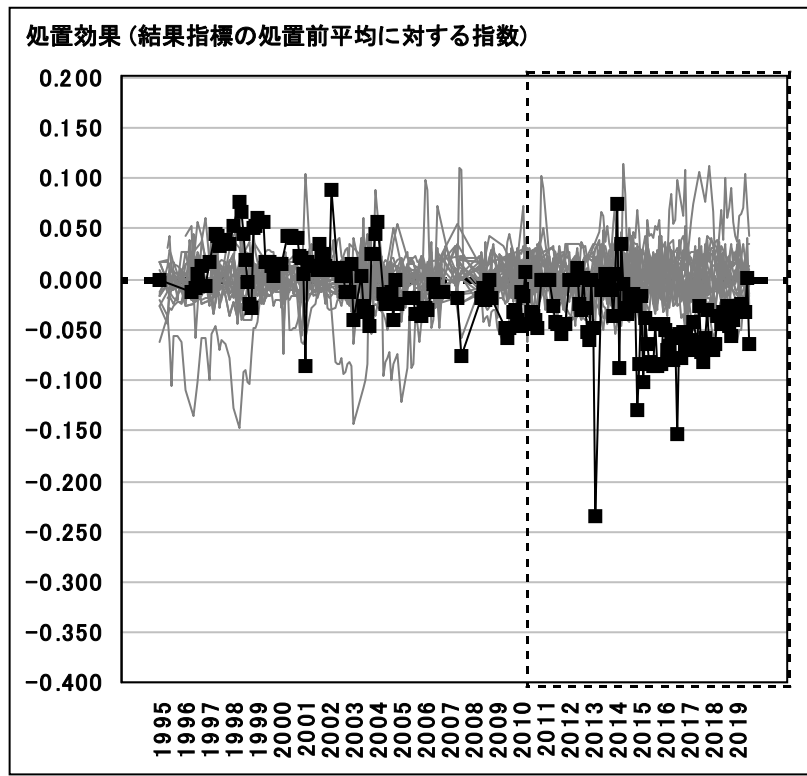


(図注) 図中の破線枠囲は本件震災・事故後の期間を示す。図 4.9 から 4.11 についても同様である。

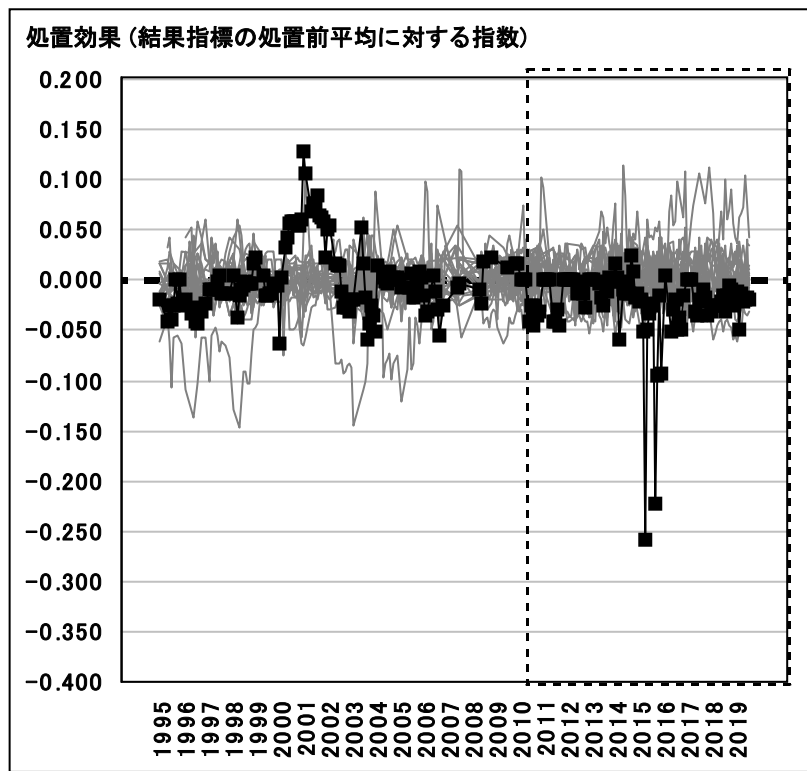
[図 4.9 福島県中通産コシヒカリでの偽薬試験による検証・確認結果]



[図 4.10 福島県会津産コシヒカリでの偽薬試験による検証・確認結果]



[図 4.11 宮城県産ササニシキでの偽薬試験による検証・確認結果]



5. 結果の整理と考察

5.1 結果の整理

5.1.1 新たな対策手法の開発結果

5.1.1.1 処置の二次的影響と識別のための前提条件の設定

SUTVA の部分条件のうち SUTVA-NI の問題については、対照群の対象 i が受けた処置の二次的影響をどのように推計するかという問題である。しかし何の前提条件も設けなければ、推計すべき未知数が多すぎるため統計的試料からの識別は困難である。このため 3.1.1 では識別のための 4 つの前提条件を設ける必要があることを説明した。

具体的には、1)処置の二次的影響以上の影響の不識別、2)処置効果と処置群の対象間での二次的影響の不識別、3)処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の不識別、4)処置群の対象と対照群の対象の間での CIA の充足の 4 つの前提条件である。

これら識別のための 4 つの前提条件により、処置効果評価における SUTVA-NI に起因した偏差の問題は、対照群の対象 i が受けた処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ を、対照群・処置群の対象の前後差や DID から推計する問題として捉えることができることが示された。

また $\alpha(t+u)$ などを推計する目的からは、試料特性として対象数が大きい試料より処置前について時間方向に長い試料が適しており、新たな対策手法は合成対照群を用いた DID により個別対象・個別時点についての TET を推計する手法を基礎として開発することが適切であることが示された。

5.1.1.2 三乱数倍法による処置の二次的影響の係数などの推計手法の開発

処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ などを推計する際には、処置効果やその二次的影響が時点 $t-s$ の関数ではないこと、処置群の対象の結果指標に対して CIA の前提条件を充足した対照群の結果指標の間に強い相関があることなどが問題となる。

3.1.2 では処置効果やその二次的影響を乱数を使って時点 $t-s$ の関数とし、処置群の対象と対照群の対象が強い相関を持っている場合であっても回帰分析により $\alpha(t+u)$ などを推計できる三乱数倍法を開発しその推計の原理を説明した。

具体的に三乱数倍法は、処置群と対照群の処置後の結果指標には大きな共通の乱数を乗じ、処置群と対照群の処置前の結果指標には別々の小さな 2 つの乱数を乗じた前後差や DID などの指標を用いる。これらの指標により、乱数の組を変えて対照群の対象の前後差と DID や処置群の対象の前後差の回帰分析を繰返し、回帰の係数の平均値などを求めることにより $\alpha(t+u)$ などを推計する方法である。

この三乱数倍法による $\alpha(t+u)$ の推計精度などを確認するため、3.2 ではモンテカルロ・シミュレーションを行い、その推計精度と留意点について検証・確認した。

三乱数倍法においては、推計された $\alpha(t+u)$ が 1 の近くとなるか否かにより用いるべき回帰分析の手法を使分ける必要があるが、モンテカルロ・シミュレーションにより $\alpha(t+u)$ が 0.8 と 1.2 の内外で使分けることが妥当であることが示された。また処置効果が小さい場合には処置の二次的影響を推計することが困難となるが、モンテカルロ・シミュレーションにより危険率 1 %で処置効果を検定することにより、一定の精度が確保できることが示された。

更に三乱数倍法により推計された偏差補正済処置効果の検定については、通常の偽薬試

験などでの単純な t 検定に代えて、回帰分析の係数の分散などを使った異分散の仮定に基づく "Welch の t 検定" により検定を行う必要があることを説明した。

これらの三乱数倍法による回帰分析と推計により、通常の合成対照群を用いた DID から推計された SUTVA-NI に起因した偏差のある処置効果を、推計した $\alpha(t+u)$ などを使って補正し偏差補正済処置効果を推計できることが示された。

従来の処置効果評価においては、SUTVA-NI の問題に関して実験的試料を用いた Huggens and Halloran(2008)の手法が実質的に唯一の対策手法であったが、統計的試料を用いた SUTVA-NI への一般的な対策手法が開発できたこととなる。今後は必ずしも実験を行ったり特殊な条件下での試料を集めたりしなくても、時間方向に十分な試料が得られ識別のための 4 つの前提条件の設定が評価分析に支障しなければ、SUTVA-NI が成立しない可能性がある場合であっても処置効果評価が実施できるようになった。

また過去に実施された処置効果評価のうち、SUTVA-NI を評価分析の前提条件としてこの問題に立入らなかったものについても、この手法を使って評価結果の再検証や追試を行うことができるようになった。

5.1.1.3 処置効果評価の 4 つの前提条件を考慮した実施手順の整備

2.で整理したとおり、処置効果評価においては充足すべき前提条件が SUTVA-NI 以外にも幾つか存在する。このため新たに開発した対策手法を使って処置効果評価を行う際に、これらの前提条件の充足を確保しながら評価分析を行うための実施手順を 3.3 において整備し、対策手法としての実用性を確保した。

この実施手順では、SUTVA-ST の充足を確保するための処置群の対象の分類・整理、SUTVA-CS や OVLA を確保するための対照群の対象や試料の取捨選択、CIA と NACA を充足するため二期化法を応用した合成対照群を用いた DID の実施などの手順を示している。この実施手順の整備により、処置効果評価において充足が必要な前提条件への対策手法が、新たに開発した対策手法とどのように関係しているのか、またどのような手順で評価分析を行えばよいのかを明らかにした。

具体的に 4.での本件震災・事故の前後での米の卸取引価格を用いた実証分析により、この実施手順が実際の評価分析に適用できることが示された。

5.1.1.4 偽薬試験による検証・確認

3.2 では新たに開発した対策手法による処置効果の評価結果を検証・確認する際には、対照群の対象での偽薬試験の結果から、処置の二次的影響の可能性のある対象・時点の組合せを取除くことが必要であることを説明した。実際に本件震災・事故の前後での米の卸取引価格の事例では、4.3.1 において偽薬試験に用いる時点別標準偏差が処置の二次的影響によって過大となり、対策が必要であることを示した。

5.1.2 本件震災・事故の前後での米の卸取引価格を用いた実証分析結果

5.1.2.1 統計的試料を用いた SUTVA 対策の有効性・実用性の確認

既に 5.1.1.3 で述べたように、4.での件震災・事故の前後での米の卸取引価格を用いた実証分析により、新たに開発した対策手法が 3.3 の実施手順に即して実際の評価分析に適用でき、一定の実用性を持っていることが示された。

これにより、実際に SUTVA-NI が成立しない可能性のある場合での処置効果評価におい

て、新たに開発した対策手法が有効であることが示された。

5.1.2.2 新たな対策手法による実証分析の結果

4.では本件震災・事故を処置と見なして、本件震災・事故前後での米の卸取引価格への影響を用いた実証分析を行った。この実証分析により以下の5点が示された。

1) 本件震災・事故前では処置群や対象群の産地・銘柄で15%を超える処置効果は検出されておらず、処置群のうち福島県浜通産コシヒカリや中通産コシヒカリで観察された15%を超える処置効果が何らかの偶発的要因によって生じた可能性は非常に低いこと。

2) 処置群のうち評価分析の対象とした4産地・銘柄での処置効果については、本件震災・事故前では処置群の産地・銘柄での処置効果を推計しても偽薬試験の結果と大きな差異がなく、「最初から差があった」状況にはなかったこと。

3) 2011年度の本件震災・事故後については、福島県浜通産コシヒカリと中通産コシヒカリで2014年度と2015年度に明確で連続的な処置効果が観察されたこと。

これらの産地・銘柄の卸取引価格は、この期間では従来手法による偏差のある処置効果では15%程度下落と評価されるが、新たに開発した対策手法による偏差補正済処置効果では最大で30%に達する下落が生じていたと推定され、大幅な過小評価となっていたこと。

4) 福島県会津産コシヒカリと宮城県産ササニシキでは2011年度から2016年度に掛けて間欠的に処置効果が観察されるが、少なくともこれらは本件震災の影響ではないと考えられること。

5) 2017年度以降では4産地・銘柄とも処置効果が見られなくなり、本件震災・事故前と同様に処置効果が偽薬試験の結果と大きな差異がない状態に戻っており、本件震災・事故による影響が収束したと考えられること。

5.2 結果の考察

5.2.1 新たに開発した対策手法の問題

5.2.1.1 SUTVA-NIによる処置の二次的影響の識別のための4つの前提条件の問題

(1) 識別のための4つの前提条件の必要性和克服可能性

3.1.1では新たに開発した対策手法において、識別のための4つの前提条件を設けた上でSUTVA-NIの問題を検討したが、これらの前提条件の必要性和これらの前提条件による制約を克服する可能性について考察する。

2.で整理したとおり、処置効果評価全般においてCIAの充足はSUTVA-NIの問題に限らず充足が必要な前提条件である。このため前提条件4の処置群の対象と対照群の対象の間でのCIAの充足の前提条件は、いずれにせよ設定が必要であると考えられる。

また統計的試料を用いた処置効果評価においては、3.1.1で説明したとおり既に過去に行われた処置の効果を評価するという性質上から、実験的試料と異なり処置群の対象の構成を変更したり処置群の対象の間での関係を変化させることは不可能である。このため統計的試料を用いた評価分析である限り、前提条件1の処置の二次的影響以上の影響の不識別と前提条件2の処置効果と処置群の対象間での二次的影響の不識別の前提条件を外

したりこれらの制約を克服することは困難^{*137} であると考えられる。

他方で前提条件 3 の処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の不識別については、この前提条件を外すこと自体は困難であるものの、本研究の結果を発展させ制約を克服できる可能性が残されている。

(2) 処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の識別可能性

前提条件 3 の処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の不識別の前提条件については、この制約を克服する可能性が幾つか考えられる。

処置群の対象毎の偏差補正済処置効果が互いに独立に変動しているのであれば、これが反映された処置の二次的影響の変動はその由来である処置効果の変動に従うはずであり、両者の関係から由来についての情報を探ることが考えられる。

例えば新たに開発した対策手法と偽薬試験の結果を用い、ある対照群へを対象での偽薬試験により検出された有意な処置の二次的影響を、処置群の対象毎の偏差補正済処置効果などを説明変数として時系列回帰分析し係数を調べることなどが考えられる。

5.2.1.2 SUTVA-NI による $\alpha_i(t+u)$ の三乱数倍法による推計精度の問題

3.2 では三乱数倍法を用いて $\alpha_i(t+u)$ などを推計する際に、処置効果が小さい場合には推計精度が落ちるという問題があることが確認されたが、以下この問題について考察する。

三乱数倍法において処置効果が小さくなった場合には、3.1.2.2 で説明した設定や仮定のうち 3) が充足されず、回帰分析の係数を $\alpha_i(t+u) \cdot (1 - \alpha_i(t+u))^{-1}$ や $\alpha_i(t+u)$ と見なすことはできなくなる。

本研究の 3.2 では乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ について η_a を 1,000、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ と $\delta_{r,i-before}(t-s)$ について η_b を 10 に設定した場合に、処置効果が大きく危険率 1% 水準での有意性に対応するのであれば、三乱数倍法により一定の精度で $\alpha_i(t+u)$ が推計ができることをモンテカルロ・シミュレーションを用いて示した。

しかし上記の手法については、なお精度改善のための工夫を行う余地があると考えられ、一様乱数以外の他の乱数の利用や、試料への他の乱数の掛け方を行うことなどにより、 $\alpha_i(t+u)$ などを更に高い精度で推計し処置効果が小さい場合でも適用できる可能性が残されている。

勿論、処置効果が小さくなればその二次的影響もまた小さくなるため、いずれ二次的影響やその係数の識別ができなくなることが予想される。このため、こうした最適化の取組みには一定の意義があると考えられるが、精度改善にどの程度の効果があるかは不詳である。

5.2.1.3 SUTVA-ST への対策の問題と処置の定義

3.3 での実施手順では、2.3.2.1 で説明した SUTVA-ST の問題への対策手法として、処置群の対象を処置の内容に応じて分類・整理し、各分類での処置が単一と見なせるように措置した上で処置効果を評価分析することとしている。以下この SUTVA-ST への対策の問題と処置の定義について考察する。

*137 見方を変えれば、本研究で新たに開発した対策手法よりも Hudgens and Halloran(2008)の手法が明らかに優れている点は、実験設計により処置群の対象の構成を変更したり処置群の対象の間での関係を変化させることにより、前提条件 1 と前提条件 2 の制約を克服できる可能性がある点であろう。

理屈の上では起こり得る処置の内容に応じて処置群の対象を完全に分類・整理することができれば、個別の対象についての評価分析を行わなくても SUTVA-ST の問題を克服でき、この問題が処置効果の評価結果に影響を与えることはない。

ところが 4. での実証分析では、4.1 での分類・整理に基づき全く同じ処置を受けたはずの対象を処置群 2 として評価分析を行ったが、4.2 での結果は処置群 2 に属する 2 つの産地・銘柄が、処置群 1 と類似の処置効果が見られるものと処置群 3 と類似の処置効果が見られるものに分かれる結果となった。また処置群 1 として現在もなお処置が継続していると分類・整理した対象の処置効果が、2014 年度で処置が解除された処置群 2 の対象と殆ど同じ処置効果の推移を示すという結果^{*138}となった。

つまり現実の処置効果評価では、外形的に処置として認識できる内容と、実際に処置群の対象の結果指標に影響を与える処置の内容は必ずしも一致しないことが示された訳である。見方を変えると、実際に処置群の対象の結果指標に影響を与えた処置の内容は、個別の対象についての処置効果の評価分析を行って見ないと解らない、ということである。

従って本研究で新たに開発した対策手法の応用においては、統計的試料から得られる試料が処置群の対象であったか否かを分類・整理することは重要であり、また評価分析の作業仮説を設けることも無意味ではないと考えられる。しかし、何が処置であったのかという定義を事前に詳細に吟味することだけで SUTVA-ST の問題が解決できる訳ではなく、むしろなるべく多くの処置群の対象について個別に評価分析を行い、これらの対象において何が処置であったのかを帰納的に考察した上で、総合的に判断すべきと考えられる。

5.2.1.4 新たに開発した対策手法の応用可能性

3.1 で新たに開発した対策手法については、単なる SUTVA-NI の対策手法に止まらず様々な形での応用が考えられる。以下本研究で新たに開発した対策手法の応用可能性について考察する。

本研究で新たに開発した対策手法は、同じ SUTVA の他の部分条件の問題に対しても応用できると考えられる。例えば SUTVA-ST の問題に対しては、既に 5.2.1.3 で説明したとおり、実際に結果指標に影響を与えた処置の内容を帰納的に考察するための手法として応用できる。また SUTVA-CS の問題に対しては、処置群の対象の中で対照群の対象と入替わっていない対象が識別できる場合には、処置群から対照群へ入変わった対象の影響を処置の二次的影響と読替えることにより、新たに開発した対策手法を応用することが考えられる。

試料生成過程・試料特性が異なる処置効果評価への応用としては、2.3.2 では実験的試料を用いた Hudgens and Halloran(2008)の手法の問題点として、対照群の対象に処置の二次的影響が及んでいないかどうかを確認する手法が用意されていないことを指摘した。仮に時間方向に十分な試料が得られるのであれば、Hudgens and Halloran(2008)の手法における対照群の対象について 3.1 で説明した三乱数倍法を適用し処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ が 0 と言えるかどうかを検定し検証・確認をすることが考えられる。

また対象数が大きい統計的試料を用いた場合の SUTVA-NI への対策についても、仮に対象数が大きいだけでなく時間方向にも十分な試料が得られるのであれば、マッチングなど

*138 これらの問題については、5.2.2.2 で再度取上げる。

により選択された処置群・対照群の対象の対を用いて 3.1 で新たに開発した対策手法を適用することが考えられる。

これらの SUTVA の他の部分条件の問題への応用や、試料生成過程・試料特性が異なる処置効果評価への応用に当たっては、具体的な事例を用いた実証試験を行い、新たに開発した対策手法に様々な改良・改善を加えていくことが必要であると考えられる。

5.2.2 本件震災・事故による米の卸取引価格への影響の問題

本研究において、4.での実証分析は新たに開発した対策手法の有効性を実証するための手段であって目的ではないが、実証分析により得られた若干の知見を紹介しておく。

下記に述べる結果の解釈については、可能性がある仮説の一つを述べているに過ぎず、これらの仮説を検証・確認するためには更なる調査研究が必要であると考えられる。

5.2.2.1 本件震災・事故による米の卸取引価格への全般的影響

4.2 では福島県・宮城県・岩手県の産地・銘柄を処置群とし、その中から 4 産地・銘柄を代表として処置効果の評価分析を行った。これら 4 産地・銘柄での評価分析の結果については、全般的に見て以下のような仮説により説明可能であると考えられる。

(1) 本件震災による卸取引価格への影響の軽微性

4 産地・銘柄とも本件震災の影響を受けていたと考えられるが、2011 年度から 2013 年度の震災直後の期間においてどの産地・銘柄にも明確で連続した処置効果が見られないことから、本件震災の米の卸取引価格への影響は軽微であったと考えられる。

(2) 本件事故と福島県による全量検査への信頼

福島県の 3 産地・銘柄での 2011 年度から 2013 年度の期間や、福島県浜通産コシヒカリの 2017 年度以降の期間では大きな処置効果が見られないことから、米の卸取引業者は福島県による米の全量検査の結果にある程度の信頼を置いていたと推定される。

5.2.2.2 本件震災・事故による米の卸取引価格への産地・銘柄別での影響

4.2 での 4 産地・銘柄の個別産地・銘柄別での処置効果の評価分析結果については、以下のような仮説により説明可能であると考えられる。

(1) 福島県浜通産コシヒカリ

福島県浜通産コシヒカリについては、現在も出荷制限や作付自粛などが行われており、本件震災・事故を処置と見なした場合には処置が継続していることとなる。しかし 4.2.1.1 での処置効果の推移は、2014 年度産米で最大となり 30 % 近く迄価格が下落した後、2017 年度産米では殆ど処置効果が見られなくなっている。

この結果から福島県浜通産コシヒカリの卸取引価格に影響を与えていた要因は、出荷制限・作付自粛や福島県による検査への懸念ではなく、2014 年度に出荷制限が解除された中通産コシヒカリからの汚染米の混入や産地偽装を卸取引業者が懸念・誤解したことであったと推定される。こうした懸念・誤解の原因としては、中通地域と浜通地域が福島第一原子力発電所の近くで地形的に入組んで近接していることなどが考えられる。

(2) 福島県中通産コシヒカリ

福島県中通産コシヒカリについては、4.2.2.1 での結果から本件震災・事故直後から 2013 年度迄の処置効果は処置の二次的影響を考慮しても 10 % 前後の価格の下落であったと推定された。ところが本件事故による出荷制限が解除された 2014 年度産米から 2016 年度

産米については、明確で連続的な処置効果が検出され最大で 30 %に達する価格の下落があったと推定された。つまり出荷制限が解除されて処置の一部が解消されたにもかかわらず、解除前よりも大きな処置効果が生じて価格の下落が起きたことになる。

この結果から福島県中通産コシヒカリの卸取引価格に影響を与えていた要因は、2013年度迄の出荷制限や福島県による検査への疑念ではなく、2014年度以降は検査が行われなくなったため、中通地域での汚染米の混入を卸取引業者が懸念・誤解したためと推定される。こうした懸念・誤解の原因としては、1)原災法の避難指示区域が川俣町など中通地域の一部で2014年度以降も設定されており、4.1.1.1で説明したとおり2016年度によろやく解除されたこと、2)避難指示区域などで2013年度迄の期間で意図的に作付を止めていた農家が2014年度から作付けを開始するなど、卸取引業者が農家の迂回行動の可能性を懸念したことなどが考えられる。

(3) 福島県会津産コシヒカリ

福島県会津産コシヒカリについては、中通産コシヒカリと同じ処置を受けていたはずである。しかし4.2.2.2での結果では中通産コシヒカリと異なり、処置効果が小さく間欠的に見られるのみという結果となった。

この結果から福島県会津産コシヒカリの卸取引価格に影響を与えていた要因は、2013年度迄の出荷制限や福島県による検査への疑念ではないと推定される。また会津地域では避難指示区域などが一度も設定されたことがなく、卸取引業者が会津地域自体での汚染米の混入や農家の迂回行動などの可能性が低いと考えていたと推察される。一方2014年度から2015年度に間欠的に処置効果が見られるのは、中通産コシヒカリからの汚染米の混入や産地偽装を卸取引業者が懸念・誤解したためと推定される。

(4) 宮城県産ササニシキ

宮城県産ササニシキについては、本件震災・事故直後から少なくとも本件震災の影響を受けていたはずである。しかし、5.2.2.1で述べたとおり全般に大きな処置効果が見られない結果となっている。また2014年度以降に2ヶ月だけ大きな処置効果が見られるが、時期的に見てこれらは会津産コシヒカリと同様に産地偽装などへの懸念・誤解による影響であったと推定される。

5.3 今後の課題

5.3.1 今後の課題

5.3.1.1 新たに開発した対策手法と残された課題

(1) 新たに開発した対策手法の内容に関する課題

5.2.1.1で説明したとおり、新たに開発した対策手法での識別のため4つの前提条件のうち、前提条件3の処置群の対象から対照群の対象への二次的影響の由来の不識別については、本研究の結果を発展させ制約を克服できる可能性が残されている。

また5.2.1.2で説明したとおり、三乱数倍法における乱数の種類や利用方法については、現在の手法を改善し最適化することにより、 $\alpha(t+u)$ などを更に高い精度で推計し処置効果が小さい場合でも適用できる可能性が残されている。

これら本研究で新たに開発した対策手法に残された課題については、今後とも様々なシミュレーションや具体的事例を使った実証分析などを進めていくことが必要である。

(2) 新たに開発した対策手法の応用に関する課題

5.2.1.3 と 5.2.1.4 で説明したとおり、新たに開発した対策手法は SUTVA-NI の問題だけでなく、SUTVA の他の部分条件の問題への対策手法として応用できる。また時間方向に十分な試料が得られるのであれば、実験的試料や対象数の大きい統計的試料など試料生成過程・試料特性が異なる処置効果評価にも応用できると考えられる。

こうした状況での処置効果評価への応用についても、今後様々な事例を使った実証分析や対策手法の改良・改善を進めていくことが必要である。

5.3.1.2 合成対照群と時間方向での OVLA の問題

2.2.2.2 で説明したとおり、合成対照群の推計に際しての合成材料の OVLA の問題については先行研究がなく、処置群の対象とその合成対照群の合成材料の試料についての定量的基準は設けられていない。しかし現実の統計的試料には秘匿や欠測があり、時間方向での OVLA の問題については検討を要する重要な課題であると考えられる。

本研究においては、3.1 で説明したとおり試料数を概ね連続する 100 時点としてモンテカルロ・シミュレーションにより一定の精度が得られることを確認し、4.での実証分析では別の分野の先行研究を参考に処置群の対象の試料数に対して欠測が 10 %未満の対象だけを対照群の対象として選定した。しかし、こうした定量的基準はあくまで暫定的なものに過ぎず、こうした設定を変化させた場合の影響については更にシミュレーションや実証分析などを進めていくことが必要である。

特に合成材料が処置群の対象に対して長い期間に亘り欠測している場合や、ある特定の期間に繰返して欠測している場合など、合成対照群を基礎とした処置効果の評価分析に当たっては単純な試料の時点数の大小以外にも考慮すべき要素が幾つか考えられ、今後更に様々なシミュレーションや具体的事例を使った実証分析などを進めていくことが必要である。

5.3.1.3 各種の処置効果評価への応用と展開

本研究では 3.3 の実施手順を応用して 4.において本件震災・事故前後での米の卸取引価格への影響を事例とした実証分析を行ったが、他にも実験を行うことが困難で限られた統計的試料しか得られないが SUTVA に起因した問題の可能性のある事例は多数考えられ、実証分析によりこうした事例への応用と展開を図っていくことは重要である。

例えば農業関連の通商政策の分野では、2014 年の日豪経済連携協定の締結の影響により、廉価な豪州産牛肉が輸入され国内の畜産農家に被害を与えるとの意見^{*139}がある。この問題は日豪経済連携協定による上限関税の設定と関税引下げ政策という処置が、競合する国産牛肉の価格や数量に二次的影響を及ぼしたか否かという SUTVA-NI の問題である。豪州産牛肉の関税を元に戻すなどの実験を行うことは不可能ではないものの、現実には非常に困難である。評価の際に豪州産と直接には競合しない国産高級和牛肉などを対照群に採ろうとしても、こうした牛肉の価格や数量にも関税引下げの二次的影響が及んでいた可能性が考えられる。

*139 例えば農業協同組合新聞(2007)などの意見が挙げられる。

地方税の分野では、2008 年度に開始された「ふるさと納税制度」について、総務省は泉佐野市など 4 市町村が過度に豪華な返礼品を配布し地方税の税収を不当に集めているとして 2019 年に制度からの除外を決定した。これに対して泉佐野市は直ちに大阪高等裁判所に国の決定を不服として提訴し、2020 年 6 月に最高裁判所で勝訴^{*140}している。この問題では法制度論を基礎に判決が下りたが、これら 4 市町村が集めた税収が不当とまで言えるか否かという SUTVA-NI の問題と捉えることもできる。経緯的にこれら 4 市町村の返礼品を「豪華でないもの」に変更するなどの実験を行うことは不可能である。これら 4 市町村の税収の評価に際して近隣の市町村の税収を対照群に採ろうとしても、これら近隣の市町村の税収にも 4 市町村の返礼品の二次的影響が及んでいた可能性が考えられる。

また航空運輸の分野では、2010 年に会社更生法を申請し上場廃止した日本航空への国の再建支援政策について、支援が過剰であり全日本空輸など他の航空会社との公正な競争を阻害しているとの議論^{*141}がある。これは日本航空への再建支援政策という処置が全日本空輸など他の航空会社の経営に対し二次的影響を及ぼしたか否かという SUTVA-NI の問題である。問題の性質上から実験を行うことは不可能であり、評価の際に対照群を採ろうとしても国内の他の航空会社にも再建支援政策の二次的影響が及んでいた可能性が考えられる。

こうした SUTVA に起因した問題の可能性があり、かつ実験を行うことが困難で限られた統計的試料しか得られない事案での処置効果評価では、本研究で新たに開発した対策手法が応用できると考えられる。

*140 令和 2 年 6 月 30 日 最高裁判所第三小法廷判決 令和 2 年(行ヒ)第 68 号。

*141 例えば野村(2012)などの議論が挙げられる。

補論 1 処置群・対照群の処置前での相関の問題と三乱数倍法による効果

本文 3.1.1.2 では処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ などを推計する際の問題の一つとして、合成対照群の推計などにより CIA を充足させた場合には、処置群の対象と対照群の対象が処置前の時点で強い相関を持つ問題を指摘した。

以下では処置群の対象と対照群の対象が強い相関を持っている場合に、1)何の対策も採らず直接的な回帰分析を行った場合に生じる問題、2)三乱数倍法を適用した場合の効果の2つの点について説明する。

実際に三乱数倍法を適用した指標を使って、1)TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRDID_{r,i}(s,u)による回帰分析の係数と、2)TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析の係数から $\alpha_i(t+u)$ などが推計できる点については、本文 3.1.2.4 と 3.1.2.5 で説明する。

1. 何の対策も採らず直接的な回帰分析を行った場合に生じる問題

1.1 BA_i(s,u)を DID_i(s,u)で回帰分析した場合

例えば時間方向に長い試料を使って、本文の式 3.5 による対照群の対象の前後差 BA_i(s,u)を式 3.2 による DID_i(s,u)で直接的に回帰した場合について考える。

回帰分析の係数の推計値 $\Gamma d^*(s,u)$ は、式補 1.1.1 のとおり被説明変数 BA_i(s,u)と説明変数 DID_i(s,u)の積を、説明変数 DID_i(s,u)の二乗で除した値を、時点 t-s 方向に合計したものとなる。

時点数 S が十分に大きい場合、この係数の理論値 $\Gamma d^-(s,u)$ は式補 1.1.2 のとおり処置群と対照群の対象の処置前の分散 σ_i^2 、処置群と対照群の対象の処置前の共分散 $Cov(Y_k(t-s), Y_i(t-s))$ で表される。処置群や対照群の処置後の結果指標 $Y_i(t+u)$ は時点 t-s の関数ではないので、処置効果 ZF_k(t+u)や処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ はこの係数の理論値には関係しない。

ここで処置前の時点での処置群・対照群の対象の結果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が独立である場合には、処置群と対照群の対象の処置前の共分散 $Cov(Y_k(t-s), Y_i(t-s))$ は 0 となる。このため回帰分析の係数の理論値 $\Gamma d^-(s,u)$ は、式補 1.1.3 のとおり処置群と対照群の対象の処置前の分散 σ_i^2 だけの関数となる。

その反対に $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が強い相関を持つ場合には、処置群と対照群の対象の処置前の共分散 $Cov(Y_k(t-s), Y_i(t-s))$ は処置群と対照群の対象の処置前の分散 σ_i^2 よりも大きくなり、回帰分析の係数は式補 1.1.4 のとおり 0.5 となる。処置群の対象に対して合成対照群を推計し CIA を充足させた場合には両者は強い相関を持つため、この回帰分析の係数の推計値は処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ とは無関係に常に 0.5 に近い値となってしまう。

従って、本文の式 3.5 による対照群の対象の前後差 BA_i(s,u)を式 3.2 による DID_i(s,u)で直接的に回帰しても、処置後にのみ観察される処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ を推計することはできない。

更に処置群の対象に対して合成対照群を推計し CIA を充足させた場合には両者は強い相関を持つため、被説明変数 BA_i(s,u)と説明変数 DID_i(s,u)の誤差項も相関を持つこととなる。このためこの回帰分析は、本文 3.1.2.3 で説明した回帰分析の 3 つの前提条件のうち

誤差間の無相関性の問題に抵触し、推計された係数自体が偏差を含んでいる可能性も懸念される。

1.2 $BA_i(s,u)$ を $BA_k(s,u)$ で回帰分析した場合

本文の式 3.5 による対照群の対象の前後差 $BA_i(s,u)$ を、式 3.4 による処置群の対象の前後差 $BA_k(s,u)$ で回帰分析した場合も同様の結果となる。

回帰分析の係数の推計値 $\Gamma b^*(s,u)$ は、式補 1.1.5 のとおり被説明変数 $BA_i(s,u)$ と説明変数 $BA_k(s,u)$ の積を、説明変数 $BA_k(s,u)$ の二乗で除した値を、時点 $t-s$ 方向に合計したものとなる。

時点数 S が十分に大きい場合、この係数の理論値 $\Gamma b^*(s,u)$ は式補 1.1.6 のとおり処置群の対象の処置前の分散 σ_k^2 により、処置群と対照群の対象の処置前の共分散 $Cov(Y_k(t-s), Y_i(t-s))$ を除した値で表される。処置効果 $ZF_k(t+u)$ や処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ は、時点 $t-s$ の関数ではないのでこの係数の理論値には関係しない。

処置前の時点での処置群・対照群の対象の結果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が独立である場合には、係数の理論値は式補 1.1.7 のとおり 0 となる。反対に $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が強い相関を持つ場合には、係数の理論値は式補 1.1.8 のとおりとなる。

従って、本文の式 3.5 による対照群の対象の前後差 $BA_i(s,u)$ を式 3.4 による $BA_k(s,u)$ で直接的に回帰しても、処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ を推計することはできない。また合成対照群の推計により CIA を充足させた場合には、被説明変数 $BA_i(s,u)$ と説明変数 $BA_k(s,u)$ の誤差項も相関を持つため、この回帰分析もまた誤差間の無相関性の問題が疑われる。

2. 三乱数倍法を適用した場合の効果

2.1 三乱数倍法を適用した指標の分散と処置前の寄与

本文 3.1.2.1 では式 3.6 から式 3.8 により三乱数倍法を適用した前後差や DID の指標について説明したが、これらの指標の分散を算定し分散への処置前の寄与度を算定する。

上記 1.で指摘した 2つの問題点のうち、1つ目の処置群や対照群の処置後の結果指標 $Y_i(t+u)$ が時点 $t-s$ の関数ではない問題は、式 3.6 から式 3.8 で明らかとなっており、いずれの指標でも処置後の結果指標に乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ を掛けることにより措置されている。

このため、2つ目の問題である処置前の時点での処置群・対照群の対象の結果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が強い相関を持つ問題について、三乱数倍法を適用した指標の分散において処置前の寄与度が十分小さくなることを示し、その効果を確認する。

(1) $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の分散と処置前の寄与度

三乱数倍法を適用した処置群の対象の前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の分散の理論値は式補 1.2.1 のとおりであり、処置群・対照群の処置前の標準偏差の大きさに応じて、処置群の標準偏差 σ_k の方が対照群の標準偏差 σ_i より大きく sr が 1 以下となる場合と、反対に sr が 1 を超える場合に場合分けされる。また $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の分散に対する処置前の分散の寄与度は、式補 1.2.1 と同様の場合分けにより式補 1.2.2 のとおり表される。

本文 3.1.2.2 で説明した、1)試料の時点数 S が十分確保されていること、2)乱数の大きさの比 rr を 0 より大きく 1 よりはるかに小さく設定すること、3)処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi(t+u)$ の絶対値より大きいことという 3つの設定や仮定が充足されている場合には、式補 1.2.2 に示すとおり処置前の分散の寄与度は実用上十分に小さくなる。

例えば処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を 2.5、仮想現実の大きさ $\xi_i(t+u)$ を 0.5、乱数の大きさの比 rr を 0.01 とした場合には、式補 1.2.2 による処置前の寄与度は 1.1×10^{-5} となり、実用上は 0 と見なして差支えない大きさとなることが理解される。

(2) $TIRBA_{ri}(s,u)$ の分散と処置前の寄与度

三乱数倍法を適用した対照群の対象の前後差 $TIRBA_{ri}(s,u)$ の分散の理論値は式補 1.2.3 のとおりであり、 sr の大きさに応じて場合分けして表される。

$TIRBA_{ri}(s,u)$ の分散に対する処置前の分散の寄与度は、式補 1.2.3 と同様の場合分けにより式補 1.2.4 のとおり表される。(1)で説明した $TIRBA_{rk}(s,u)$ の場合と異なり、 $TIRBA_{ri}(s,u)$ の場合には本文 3.1.2.2 での 3 つの設定や仮定が充足されている場合であっても、処置前の分散の寄与度は処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ の大きさに応じて変化する。

例えば sr が 1 以下となる場合において、 $\alpha_i(t+u)$ の絶対値が非常に小さく $\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u)$ が $\xi_i(t+u) \cdot sr$ と丁度大きさが同じで符号が反対となる場合(以下この場合を「 $\alpha_i(t+u)$ が 0 の近傍にある場合」とする。)には、処置前の寄与が最大となり分散の全部を占める。しかし $\alpha_i(t+u)$ の絶対値が大きくなり 0 の近傍から遠ざかるにつれて、分散への処置前の寄与が小さくなり処置後の寄与が大きくなっていく。

従って $TIRBA_{ri}(s,u)$ の分散に対する処置前の分散の寄与度は、 $\alpha_i(t+u)$ の大きさに従って変化することが理解される。

(3) $TIRDID_r(s,u)$ の分散と処置前の寄与度

三乱数倍法を適用した DID である $TIRDID_r(s,u)$ の分散の理論値は式補 1.2.5 のとおりであり、他の指標と同様に sr の大きさに応じて場合分けして表される。

$TIRDID_r(s,u)$ の分散に対する処置前の分散の寄与度は、式補 1.2.5 と同様の場合分けにより式補 1.2.6 のとおり表される。(2)で説明した $TIRBA_{ri}(s,u)$ の場合と同様に、 $TIRDID_r(s,u)$ の場合には本文 3.1.2.2 での 3 つの設定や仮定が充足されている場合に、処置前の分散の寄与度は $(1 - \alpha_i(t+u))$ の大きさに応じて変化する。

例えば sr が 1 以下となる場合において、 $\alpha_i(t+u)$ が 1 に近い値となり $(1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u)$ が $\xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr$ と丁度大きさが同じで符号が反対となる場合(以下この場合を「 $\alpha_i(t+u)$ が 1 の近傍にある場合」とする。)には、処置前の寄与が最大となり分散の全部を占める。しかし $(1 - \alpha_i(t+u))$ の絶対値が大きくなり 0 の近傍から遠ざかるにつれて、分散への処置前の寄与が小さくなり処置後の寄与が大きくなっていく。

従って $TIRDID_r(s,u)$ の分散に対する処置前の分散の寄与度は、 $(1 - \alpha_i(t+u))$ の大きさに従って変化することが理解される。

2.2 三乱数倍法を適用した指標の相関係数

最後に、処置前の時点での処置群・対照群の対象の結果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が強い相関を持つ問題について、三乱数倍法を適用した指標の相関係数を算定し、三乱数倍法を適用した指標では相関が十分小さくなっていることを示すことによりその効果を確認する。

具体的には、本文 3.1.2.4 と 3.1.2.5 の回帰分析に対応して、1) $TIRBA_{ri}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の間での相関係数、2) $TIRBA_{ri}(s,u)$ と $TIRBA_{rk}(s,u)$ の間での相関係数を算定し、更にこれらの相関係数への処置前の寄与度を算定した。

(1) $TIRBA_{ri}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の間での相関係数と処置前の寄与度

$TIRBA_{ri}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の相関係数は式補 1.3.1 に示すとおりとなる。相関係数の分

子である $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ については、処置前には $\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$ に関する項だけが共通して含まれるため、この相関係数における処置前の寄与度は式補 1.3.2 に示すとおりとなる。

式補 1.3.2 の結果は式補 1.2.3 や式補 1.2.5 の $\alpha(t+u)$ や $(1 - \alpha(t+u))$ に関する条件と同様に、 $\alpha(t+u)$ が 0 の近傍と 1 の近傍にある場合の 2 つの場合には処置前の寄与が最大となり、相関係数は -1 となる。しかしこれら 2 つの場合以外では、本文 3.1.2.2 での 3 つの設定や仮定のうち rr を 1 よりはるかに小さな値に設定していることにより、処置前の寄与度は非常に小さな値となる。

従って三乱数倍法を適用した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ については、 $\alpha(t+u)$ が 0 の近傍と 1 の近傍にある場合以外では、処置前での相関の影響は十分に小さくなっていることが確認できる。

(2) $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の間での相関係数と処置前の寄与度

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の相関係数は式補 1.3.3 に示すとおりとなる。相関係数の分子である $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ については、処置前には別の乱数 $\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$ と $\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)$ の項しか含まれないため、この相関係数への処置前に関する寄与度は常に 0 となる。

従って三乱数倍法を適用した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ については、 $\alpha(t+u)$ の範囲とは無関係に処置前での相関の影響は完全に消えていることが確認できる。

[式補 1.1.1 から式補 1.1.8 $BA_i(s,u)$ を $DID(s,u)$ や $BA_k(s,u)$ で回帰分析した際の結果]

($BA_i(s,u)$ を $DID(s,u)$ で回帰分析した係数の推計値)

$$\begin{aligned} \Gamma d^*(s,u) &= \frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (BA_i(s,u) \cdot DID(s,u))}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (DID(s,u) \cdot DID(s,u))} \\ &= \frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S ((Y_i(t+u) - Y_i(t-s)) \cdot (Y_k(t+u) - Y_k(t-s) - Y_i(t+u) + Y_i(t-s)))}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S ((Y_k(t+u) - Y_k(t-s) - Y_i(t+u) + Y_i(t-s)) \cdot (Y_k(t+u) - Y_k(t-s) - Y_i(t+u) + Y_i(t-s)))} \end{aligned}$$

式補 1.1.1

($BA_i(s,u)$ を $DID(s,u)$ で回帰分析した係数の理論値)

$$\begin{aligned} \Gamma d^-(s,u) &= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (BA_i(s,u) \cdot DID(s,u))}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (DID(s,u) \cdot DID(s,u))} \right] \\ &= \frac{\text{Cov}(BA_i(s,u), DID(s,u))}{\text{Var}(DID(s,u))} \\ &= \frac{\text{Cov}(Y_i(t+u) - Y_i(t-s), Y_k(t+u) - Y_k(t-s) - Y_i(t+u) + Y_i(t-s))}{\text{Var}(Y_k(t+u) - Y_k(t-s) - Y_i(t+u) + Y_i(t-s))} \\ &= \frac{\text{Cov}(-Y_i(t-s), -Y_k(t-s) + Y_i(t-s))}{\text{Var}(-Y_k(t-s) + Y_i(t-s))} \\ &= \frac{\sigma_i^2 - \text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s))}{\sigma_k^2 + \sigma_i^2 - 2 \cdot \text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s))} \end{aligned}$$

式補 1.1.2

(処置群・対照群の対象の結果果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が独立の場合の理論値)

$$\Gamma d^{\sim}(s,u) = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_k^2 + \sigma_i^2} \quad \because Y_k(t-s) \perp Y_i(t-s), \text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s)) = 0 \quad \text{式補 1.1.3}$$

(処置群・対照群の対象の結果果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が強い相関を持つ場合の理論値)

$$\Gamma d^{\sim}(s,u) \doteq 0.5 \quad \because \text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s)) \gg \sigma_k^2, \sigma_i^2 \quad \text{式補 1.1.4}$$

($BA_i(s,u)$ を $BA_k(s,u)$ で回帰分析した係数の推計値)

$$\begin{aligned} \Gamma b^{\sim}(s,u) &= \frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (BA_i(s,u) \cdot BA_k(s,u))}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (BA_k(s,u) \cdot BA_k(s,u))} \\ &= \frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S ((Y_i(t+u) - Y_i(t-s)) \cdot (Y_k(t+u) - Y_k(t-s)))}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S ((Y_k(t+u) - Y_k(t-s)) \cdot (Y_k(t+u) - Y_k(t-s)))} \end{aligned}$$

式補 1.1.5

($BA_i(s,u)$ を $BA_k(s,u)$ で回帰分析した係数の理論値)

$$\begin{aligned} \Gamma b^{\sim}(s,u) &= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (BA_i(s,u) \cdot BA_k(s,u))}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (BA_k(s,u) \cdot BA_k(s,u))} \right] \\ &= \frac{\text{Cov}(BA_i(s,u), BA_k(s,u))}{\text{Var}(BA_k(s,u))} \\ &= \frac{\text{Cov}(Y_i(t+u) - Y_i(t-s), Y_k(t+u) - Y_k(t-s))}{\text{Var}(Y_k(t+u) - Y_k(t-s))} \\ &= \frac{\text{Cov}(-Y_i(t-s), -Y_k(t-s))}{\text{Var}(Y_k(t-s))} \\ &= \frac{\text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s))}{\sigma_k^2} \end{aligned}$$

式補 1.1.6

(処置群・対照群の対象の結果果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が独立の場合の理論値)

$$\Gamma b^{\sim}(s,u) = 0 \quad \because Y_k(t-s) \perp Y_i(t-s), \text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s)) = 0 \quad \text{式補 1.1.7}$$

(処置群・対照群の対象の結果果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が強い相関を持つ場合の理論値)

$$\Gamma d^{\sim}(s,u) = \frac{\text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s))}{\sigma_k^2} \quad (\text{Cov}(Y_k(t-s), Y_i(t-s)) \gg \sigma_k^2, \sigma_i^2) \quad \text{式補 1.1.8}$$

(式補 1.1.1 から式補 1.1.8 の記号の説明)

$BA_i(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での対象 j の前後差
$DID(s,u)$	時点 $t-s, t+u$ の間での処置群の対象 k ・対照群の対象 i の間の DID
$Y_i(t)$	時点 t での対象 j の結果指標
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
$\Gamma d^{\sim}(s,u)$	$BA_i(s,u)$ を $DID(s,u)$ で回帰分析した際の係数 (推計値)
$\Gamma d^{\sim}(s,u)$	$BA_i(s,u)$ を $DID(s,u)$ で回帰分析した際の係数 (理論値)
$\Gamma b^{\sim}(s,u)$	$BA_i(s,u)$ を $BA_k(s,u)$ で回帰分析した際の係数 (推計値)
$\Gamma b^{\sim}(s,u)$	$BA_i(s,u)$ を $BA_k(s,u)$ で回帰分析した際の係数 (理論値)
S	試料の処置前の時点数

(式補 1.1.1 から式補 1.1.8 の記号の説明(続き))

Var(·)	分散
Cov(·, ·)	共分散
lim _{S → ∞}	S を無限大にした極限

[式補 1.2.1 から式補 1.2.6 三乱数倍法を適用した指標の分散の理論値と処置前の寄与度]

(三乱数倍法を適用した処置群の対象の前後差 TIRBA_{r,k}(s,u)の分散の理論値)

$$\begin{aligned}
 & \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \\
 &= \lim_{S \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) - \overline{\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)} \right)^2 \\
 &= \lim_{S \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - \overline{Y_k(t-s)}) - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)^2 \\
 & \quad (\because \overline{\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)} = 0) \\
 &= \text{Var}(\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - \overline{Y_k(t-s)})) + \text{Var}(\delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \\
 & \quad (\because \delta_{r,\text{after}}(t-s) \perp \delta_{r,k-\text{before}}(t-s)) \\
 &= \text{Var}(\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + Y_k^N(t+u) - \overline{Y_k(t-s)})) + \text{Var}(\delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \\
 &= \eta_a^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k)^2 + \eta_b^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot \sigma_k^2 \\
 &= \eta_a^2 \cdot ((f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k)^2 + rr^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot \sigma_{ki}^2 \\
 &= \begin{cases} \eta_a^2 \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) \cdot \sigma_k^4 & | \text{sr} \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot ((f_k(t+u) \cdot \text{sr} + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) \cdot \text{sr}^2 \cdot \sigma_k^4 & | \text{sr} > 1 \end{cases} \quad \text{式補 1.2.1}
 \end{aligned}$$

(TIRBA_{r,k}(s,u)の分散に対する処置前の寄与度)

$$\begin{aligned}
 & \frac{\text{Var}(\delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}))}{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u))} \\
 &= \begin{cases} \frac{rr^2}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | \text{sr} \leq 1 \\ \frac{rr^2}{(f_k(t+u) \cdot \text{sr} + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | \text{sr} > 1 \end{cases} \quad \text{式補 1.2.2}
 \end{aligned}$$

(三乱数倍法を適用した対照群の対象の前後差 TIRBA_{r,i}(s,u)の分散の理論値)

$$\begin{aligned}
 & \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,i}(s,u)) \\
 &= \lim_{S \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \overline{\text{TIRBA}_{r,i}(s,u)} \right)^2 \\
 &= \lim_{S \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) - \delta_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2 \\
 & \quad (\because \overline{\text{TIRBA}_{r,i}(s,u)} = 0) \\
 &= \text{Var}(\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)})) + \text{Var}(\delta_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\
 & \quad (\because \delta_{r,\text{after}}(t-s) \perp \delta_{r,i-\text{before}}(t-s)) \\
 &= \text{Var}(\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)})) + \text{Var}(\delta_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\
 &= \eta_a^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot (\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + \eta_b^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot \sigma_i^2 \\
 &= \eta_a^2 \cdot ((\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + rr^2 \cdot \sigma_i^2) \cdot \sigma_{ki}^2 \\
 &= \begin{cases} \eta_a^2 \cdot ((\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot \text{sr})^2 + rr^2 \cdot \text{sr}^2) \cdot \sigma_k^4 & | \text{sr} \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot ((\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2) \cdot \text{sr}^4 \cdot \sigma_k^4 & | \text{sr} > 1 \end{cases} \quad \text{式補 1.2.3}
 \end{aligned}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)の分散に対する処置前の寄与度)

$$\frac{\text{Var}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}))}{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,i}(s,u))} = \begin{cases} \frac{r^2 \cdot sr^2}{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot sr^2} & | sr \leq 1 \\ \frac{r^2}{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + r^2} & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式補 1.2.4}$$

(三乱数倍法を適用した TIRDID_r(s,u)の分散の理論値)

$$\begin{aligned} & \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \\ &= \lim_{S \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRDID}_r(s,u) - \overline{\text{TIRDID}_r(s,u)} \right)^2 \\ &= \lim_{S \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - Y_i(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} + \overline{Y_i(t-s)}) \right. \\ & \quad \left. - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2 \\ & \quad (\because \overline{\text{TIRDID}_r(s,u)} = 0) \\ &= \text{Var}(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - Y_i(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} + \overline{Y_i(t-s)})) \\ & \quad + \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) + \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\ & \quad (\because \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) \\ &= \text{Var}(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + Y_k^N(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} - Y_i^N(t+u) + \overline{Y_i(t-s)})) \\ & \quad + \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) + \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\ &= \eta_a^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + \eta_b^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot (\sigma_k^2 + \sigma_i^2) \\ &= \eta_a^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + r^2 \cdot (\sigma_k^2 + \sigma_i^2) \cdot \sigma_{ki}^2 \\ &= \begin{cases} \eta_a^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2) \cdot \sigma_k^4 & | sr \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式補 1.2.5} \end{aligned}$$

(TIRDID_r(s,u)の分散に対する処置前の寄与度)

$$\frac{\text{Var}(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) + \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}))}{\text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u))} = \begin{cases} \frac{r^2 \cdot (1 + sr^2)}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)} & | sr \leq 1 \\ \frac{r^2 \cdot (1 + sr^2)}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)} & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式補 1.2.6}$$

(式補 1.2.1 から式補 1.2.6 の記号の説明)

$\text{TIRBA}_{r,j}(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
$\overline{\text{TIRBA}_{r,j}(s,u)}$	$\text{TIRBA}_{r,j}(s,u)$ の平均値
$\text{TIRDID}_r(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
$\overline{\text{TIRDID}_r(s,u)}$	$\text{TIRDID}_r(s,u)$ の平均値
$\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\bar{\delta}_{r,j\text{-before}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\bar{\delta}_{r,j\text{-before}}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}, 0 < rr \ll 1$)

(式補 1.2.1 から式補 1.2.6 の記号の説明(続き))

$Y_j(t+u)$	時点 $t+u$ での対象 j の結果指標
$Y_j^N(t+u)$	時点 $t+u$ での対象 j の結果指標から処置効果項を除いた部分
$\overline{Y_j(t-s)}, \overline{Y_j(t-s)}$	時点 $t-s$ での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}, f_k(t+u) \gg \xi_i(t+u) \geq 0, f_k(t+u) > 2.5$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
S	試料の処置前の時点数
\perp	独立
$ \cdot $	絶対値
$\text{Var}(\cdot)$	分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限

[式補 1.3.1 から式補 1.3.3 相関係数を使った三乱数倍法による相関の分断効果の確認]

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の相関係数の理論値)

$$\begin{aligned}
 & \frac{\text{Cov}(TIRBA_{r,i}(s,u), TIRDID_r(s,u))}{\text{Var}(TIRBA_{r,i}(s,u))^{0.5} \cdot \text{Var}(TIRDID_r(s,u))^{0.5}} \\
 &= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((TIRBA_{r,i}(s,u) - \overline{TIRBA_{r,i}(s,u)}) \cdot (TIRDID_r(s,u) - \overline{TIRDID_r(s,u)}) \right)}{\left[\sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,i}(s,u) - \overline{TIRBA_{r,i}(s,u)} \right)^2 \right]^{0.5} \cdot \left[\sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) - \overline{TIRDID_r(s,u)} \right)^2 \right]^{0.5}} \right] \\
 &= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\delta_{r,after}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right. \right. \\
 & \quad \cdot (\delta_{r,after}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - Y_i(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} + \overline{Y_i(t-s)}) \\
 & \quad \left. \left. - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\delta_{r,after}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - \overline{Y_k(t-s)}) - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)^2 \right]^{0.5} \right. \\
 & \quad \cdot \left. \left[\sum_{s=1}^S \left(\delta_{r,after}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - Y_i(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} + \overline{Y_i(t-s)}) \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2 \right]^{0.5} \right] \\
 & \quad (\because \overline{TIRBA_{r,i}(s,u)} = 0, \overline{TIRDID_r(s,u)} = 0) \\
 &= \frac{\left[\eta_a^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \right. \\
 & \quad \left. - \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot \sigma_i^2 \right]}{\left[(\eta_a^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + r^2 \cdot \sigma_i^2) \cdot \sigma_{ki}^2) \right. \\
 & \quad \left. \cdot (\eta_a^2 \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + r^2 \cdot (\sigma_k^2 + \sigma_i^2)) \cdot \sigma_{ki}^2) \right]^{0.5}} \\
 &= \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) - r^2 \cdot \sigma_i^2}{\left[(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + r^2 \cdot \sigma_i^2 \right]^{0.5} \cdot \left[((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + r^2 \cdot (\sigma_k^2 + \sigma_i^2) \right]^{0.5}} \\
 &= \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot sr^2}{\left[(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot sr^2 \right]^{0.5} \cdot \left[((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2) \right]^{0.5}} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot sr}{\left[(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + r^2 \right]^{0.5} \cdot \left[((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2) \right]^{0.5}} & | sr > 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の相関係数への処置前の寄与)

$$\frac{\text{Cov}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s)), \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s)))}{\text{Cov}(\text{TIRBA}_{r,i}(s,u), \text{TIRDID}_r(s,u))}$$

$$= \begin{cases} \frac{r^2 \cdot sr^2}{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2} & | sr \leq 1 \\ \frac{r^2 \cdot sr}{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr} & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 1.3.2

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRBA_{r,k}(s,u)の相関係数)

$$\frac{\text{Cov}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u), \text{TIRBA}_{r,i}(s,u))}{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u))^{0.5} \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,i}(s,u))^{0.5}}$$

$$= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{\sum_{s=1}^S ((\text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \bar{\text{TIRBA}}_{r,i}(s,u)) \cdot (\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) - \bar{\text{TIRBA}}_{r,k}(s,u)))}{\left[\sum_{s=1}^S (\text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \bar{\text{TIRBA}}_{r,i}(s,u))^2 \right]^{0.5} \cdot \left[\sum_{s=1}^S (\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) - \bar{\text{TIRBA}}_{r,k}(s,u))^2 \right]^{0.5}} \right]$$

$$= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \bar{Y}_i(t-s)) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s))) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - \bar{Y}_k(t-s)) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s))) \right)}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - \bar{Y}_k(t-s)) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s)) \right)^2 \right]^{0.5} \cdot \left[\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \bar{Y}_i(t-s)) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s)) \right)^2 \right]^{0.5}} \right]$$

$$(\because \bar{\text{TIRBA}}_{r,i}(s,u) = 0, \bar{\text{TIRDID}}_r(s,u) = 0)$$

$$= \left[\frac{\eta_a^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)}{(\eta_a^2 \cdot ((f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k)^2 + rr^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot \sigma_{ki}^2)^{0.5} \cdot (\eta_a^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + rr^2 \cdot \sigma_i^2) \cdot \sigma_{ki}^2)^{0.5}} \right]$$

$$= \frac{(f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)}{((f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k)^2 + rr^2 \cdot \sigma_k^2)^{0.5} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i)^2 + rr^2 \cdot \sigma_i^2)^{0.5}}$$

$$= \begin{cases} \frac{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)}{((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^{0.5} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2)^{0.5}} & | sr \leq 1 \\ \frac{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))}{((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^{0.5} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2)^{0.5}} & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 1.3.3

(式補 1.3.1 から式 1.3.3 の記号の説明)

TIRBA _{r,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
$\bar{\text{TIRBA}}_{r,j}(s,u)$	TIRBA _{r,j} (s,u)の平均値
TIRDID _r (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
$\bar{\text{TIRDID}}_r(s,u)$	TIRDID _r (s,u)の平均値
$\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}, 0 < rr \ll 1$)
Y _i (t+u)	時点 t+u での対象 j の結果指標
Y _i (t-s), $\bar{Y}_i(t-s)$	時点 t-s での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i

(式補 1.3.1 から式補 1.3.3 の記号の説明(続き))

σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}, 0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}, f_k(t+u) \gg \xi_i(t+u) \geq 0, f_k(t+u) > 2.5$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
S	試料の処置前の時点数
$\text{Var}(\cdot)$	分散
$\text{Cov}(\cdot, \cdot)$	共分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限

3. 三乱数倍法を適用した効果の図による説明

上記 1. と 2. では CIA を充足した処置群・対照群の間に生じる相関の問題と、これに対して三乱数倍法を適用した場合での効果について説明したが、以下これらの問題と効果を図を用いて説明する。

説明の内容は $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の相関の問題と、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の間での相関の問題でほぼ同様であるため、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の間での相関の問題について説明する。

3.1 相関に何の対策も講じない場合での $BA_i(s,u)$ と $BA_k(s,u)$

1. で説明した処置群・対照群の間に生じる相関の問題に何の対策も講じない場合について、図補 1.1 に対照群の対象の前後差 $BA_i(s,u)$ と処置群の対象の前後差 $BA_k(s,u)$ の関係を示す。図補 1.1 の縦軸は $BA_i(s,u)$ であり、横軸が $BA_k(s,u)$ である。

処置群・対照群の対象の結果指標 $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ が強い相関を持つ場合に、対照群の前後差 $BA_i(s,u)$ を処置群の前後差 $BA_k(s,u)$ で回帰分析した係数は、式補 1.1.6 で算定したとおりである。この係数は、図補 1.1 中の試料に回帰線を引いた際の傾斜と一致するが、この値は $Y_k(t-s)$ と $Y_i(t-s)$ の共分散を $Y_k(t-s)$ の分散で除した値となる。

このため、この係数は処置の二次的盈虚の係数 $\alpha_i(t+u)$ とは関係がない値となり、これを推計することはできない。

3.2 三乱数倍法を適用した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$

2. で説明した三乱数倍法を適用した場合について、図補 1.2 に処置前・処置後に異なる乱数を乗じることにより、試料の分布が変化する様子を示す。更に図補 1.3 に三乱数倍法を適用した対照群の対象の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と処置群の対象の前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の関係を示す。図補 1.2 の縦軸は $BA_i(s,u)$ または $TIRBA_{r,i}(s,u)$ 、横軸は $BA_k(s,u)$ または $TIRBA_{r,k}(s,u)$ であり、図補 1.3 の縦軸は $TIRBA_{r,i}(s,u)$ 、横軸は $TIRBA_{r,k}(s,u)$ である。

処置群の対象の前後差 $BA_k(s,u)$ は、処置前に小さな乱数 $\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)$ 、処置後に大きな乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ を乗じられ $TIRBA_{r,k}(s,u)$ となり、図補 1.2 のとおりその分布が変化する。この際に、式補 1.2.1 と式補 1.2.2 で算定したとおり、その分散への寄与は処置効果 $f_k(t+u)$ など処置後の影響が占めることとなる。

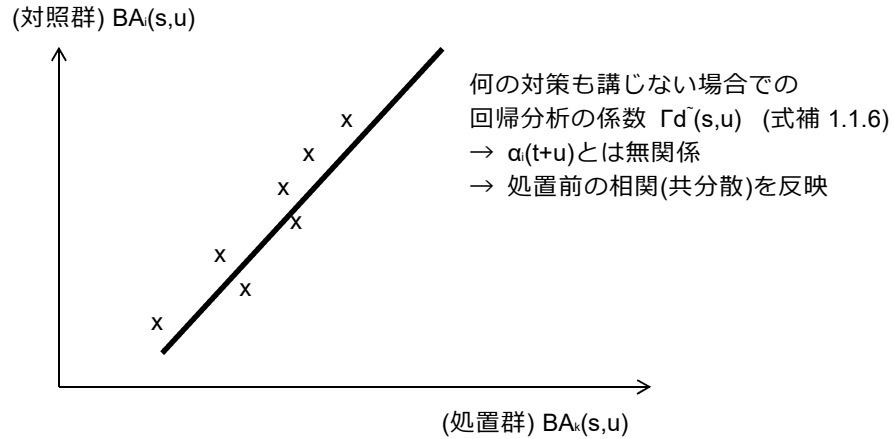
対照群の対象の前後差 $BA_i(s,u)$ は、処置前に小さな乱数 $\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$ 、処置後に大きな乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ を乗じられ $TIRBA_{r,i}(s,u)$ となり、図補 1.2 のとおりその分布が変化する。この際に、式補 1.2.3 と式補 1.2.4 で算定したとおり、その分散への寄与は処置の二次的影響 $\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u)$ など処置後の影響が占め、かつ $\alpha_i(t+u)$ に応じて変化する事となる。

$TIRBA_{r,k}(s,u)$ と $TIRBA_{r,i}(s,u)$ は、処置前の試料には異なる乱数 $\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)$ と $\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$ が乗

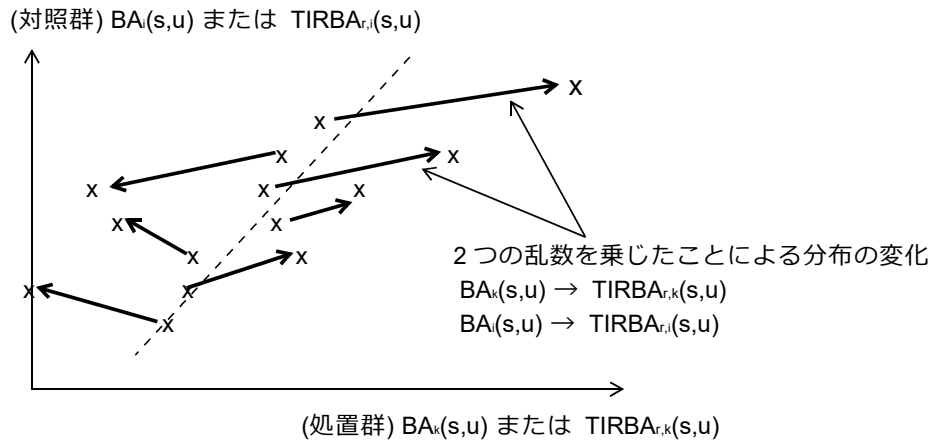
じられており、式補 1.3.3 で示したとおりこれらの指標の相関係数に占める処置前の寄与は 0 となることから、処置前の相関の影響は消えてしまう。

この結果、図補 1.3 に示すとおり、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ の変動は処置の二次的影響 $\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u)$ に従い、 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の変動は処置効果 $f_k(t+u)$ に従うことから、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析することにより処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ などが推計できるようになる。

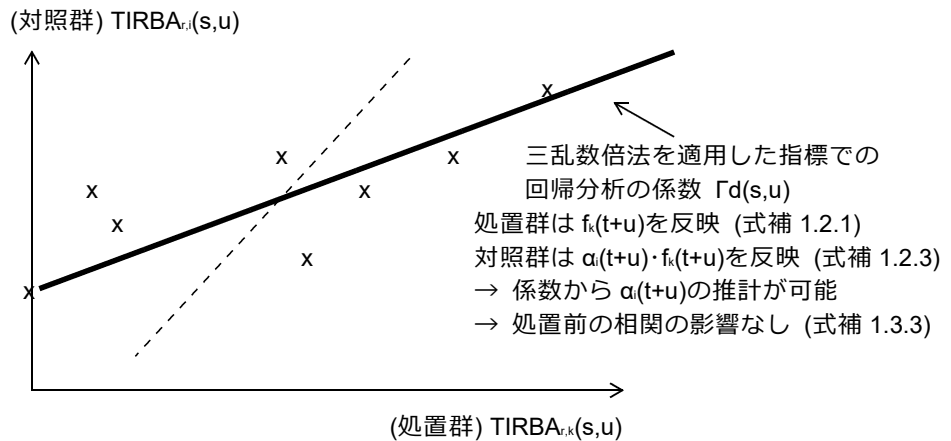
[図補 1.1 相関に何の対策も講じない場合での処置群と対照群の対象の前後差の回帰分析]



[図補 1.2 三乱数倍法を適用した処置群・対照群の対象の前後差での分布の変化]



[図補 1.3 三乱数倍法を適用した処置群・対照群の対象の前後差の回帰分析]



補論 2 三乱数倍法を適用した回帰分析での係数の理論値

本文 3.1.2.4 では 1)TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRDID_r(s,u)による回帰分析について説明し、3.1.2.5 では 2)TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析について説明した。

ここではこれらの回帰分析において、試料の時点数 S を無限大とした極限での係数の理論値を導出する過程について詳細に説明する。

1. TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRDID_r(s,u)で回帰分析した係数の理論値

本文 3.1.2.4 では TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRDID_r(s,u)により回帰分析した係数の理論値 $\Gamma_d(s,u)$ について、式 3.12 に示すとおり TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の共分散を TIRDID_r(s,u)の分散で除した値であることを説明した。この係数の理論値を導出する過程について説明する。

TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の共分散については、式補 2.1.1 に示すとおり処置群・対照群の処置前の標準偏差の大きさに応じて、処置群の標準偏差 σ_k の方が対照群の標準偏差 σ より大きく sr が 1 以下となる場合と、反対に sr が 1 を超える場合に場合分けされる。

TIRDID_r(s,u)の分散については既に式補 1.2.5 で示しており、式補 2.1.2 のとおり sr の大きさに応じて場合分けして表される。

従って TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRDID_r(s,u)で回帰分析した係数の理論値 $\Gamma_d(s,u)$ は、試料の時点数 S 無限大とした極限により式補 2.1.3 に示すとおり表される。

ここで、乱数はいずれも互いに独立であるため、式補 2.1.1 の共分散や式補 2.1.2 の分散を計算した際には、異なる乱数の交絡項部分は全て 0 となる。また、式補 2.1.1 の共分散や式補 2.1.2 の分散は乱数の大きさに関する変数 η_a や試料の標準偏差 σ_k などの関数であるが、係数の理論値 $\Gamma_d(s,u)$ ではこれらの変数は全て分母・分子で相殺して消えてしまう。従って係数の理論値 $\Gamma_d(s,u)$ に関する式補 2.1.3 は、乱数や標準偏差の相対的な大きさに関する変数 rr や sr 、処置後の変数である $\alpha(t+u)$ 、 $f_k(t+u)$ や $\xi_k(t+u)$ だけで構成される式となる。

2. TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRBA_{r,k}(s,u)で回帰分析した係数の理論値

本文 3.1.2.5 では TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRBA_{r,k}(s,u)により回帰分析した係数の理論値 $\Gamma_b(s,u)$ について、式 3.27 に示すとおり TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRBA_{r,k}(s,u)の共分散を TIRBA_{r,k}(s,u)の分散で除した値であることを説明した。この係数の理論値を導出する過程は、上記 1.の場合とほぼ同じである。

TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRBA_{r,k}(s,u)の共分散については式補 2.2.1 に示すとおり sr の大きさに応じて場合分けして表される。TIRBA_{r,k}(s,u)の分散は既に式補 1.2.1 で示しており、式補 2.2.2 のとおり sr の大きさに応じて場合分けして表される。

従って TIRBA_{r,i}(s,u)を TIRBA_{r,k}(s,u)で回帰分析した係数の理論値 $\Gamma_b(s,u)$ は、試料の時点数 S を無限大とした極限により式補 2.2.3 に示すとおり表される。

上記 1.の場合と同様に、異なる乱数の交絡項部分は 0 であり、乱数の大きさに関する変数 η_a や試料の標準偏差 σ_k などは分母・分子で相殺するため、係数の理論値 $\Gamma_b(s,u)$ に関する式補 2.2.3 は、乱数や標準偏差の相対的な大きさに関する変数 rr や sr 、処置後の変数である $\alpha(t+u)$ 、 $f_k(t+u)$ や $\xi_k(t+u)$ だけで構成される式となる。

[式補 2.1.1 から式補 2.1.3 TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRDID_r(s,u)による回帰分析の係数の理論値]

(TIRBA_{r,i}(s,u)と TIRDID_r(s,u)の共分散)

Cov(TIRBA_{r,i}(s,u), TIRDID_r(s,u))

$$\begin{aligned}
 &= \text{Cov}(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) - \bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) , \\
 &\quad \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - Y_i(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} + \overline{Y_i(t-s)}) \\
 &\quad - \bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\
 &= \text{Cov}(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_i(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) , \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (Y_k(t+u) - Y_i(t+u) - \overline{Y_k(t-s)} + \overline{Y_i(t-s)})) \\
 &\quad - \text{Cov}(\bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) , \bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\
 &= \eta_a^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \\
 &\quad - \eta_b^2 \cdot \sigma_{ki}^2 \cdot \sigma_i^2 \\
 &= (\eta_a^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \\
 &\quad - \eta_b^2 \cdot \sigma_i^2) \cdot \sigma_{ki}^2 \\
 &= \eta_a^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot \sigma_{ki} + \xi_k(t+u) \cdot \sigma_k - \xi_i(t+u) \cdot \sigma_i) \\
 &\quad - r^2 \cdot \sigma_i^2) \cdot \sigma_{ki}^2 \\
 &= \begin{cases} \eta_a^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ - r^2 \cdot sr^2) \cdot \sigma_k^4 & | sr \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ - r^2 \cdot sr^2) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式補 2.1.1}
 \end{aligned}$$

(TIRDID_r(s,u)の分散)

Var(TIRDID_r(s,u))

$$\begin{aligned}
 &= \begin{cases} \eta_a^2 \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)) \cdot \sigma_k^4 & | sr \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 & | sr > 1 \end{cases} \\
 &\quad \text{式補 2.1.2} \\
 &\quad \text{(式補 1.2.5(再掲))}
 \end{aligned}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRDID_r(s,u)による回帰分析の係数の理論値)

Γd_r(s,u)

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,i}(s,u))}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u))} \right] \\
 &= \frac{\text{Cov}(\text{TIRDID}_r(s,u), \text{TIRBA}_{r,i}(s,u))}{\text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u))} \\
 &= \begin{cases} \left[\frac{ \eta_a^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot sr^2) \cdot \sigma_k^4 }{ \eta_a^2 \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)) \cdot \sigma_k^4 } \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{ \eta_a^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot sr^2) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 }{ \eta_a^2 \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 } \right] & | sr > 1 \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \left(\frac{ (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot sr^2 }{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2) } \right) & | sr \leq 1 \\ \left(\frac{ (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot sr^2 }{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2) } \right) & | sr > 1 \end{cases} \\
 &\quad \text{式補 2.1.3}
 \end{aligned}$$

(式補 2.2.3 続き)

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 2.2.3
(本文式 3.28)

(式補 2.2.1 から式補 2.2.3 の記号の説明)

TIRBA _{r,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\delta_{r,before}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 (= $\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_j(t), \overline{Y_j(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 (= $\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 (= $ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}$ の σ_j に対する比率 (= $(Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
S	試料の処置前の時点数
Var(·)	分散
Cov(· , ·)	共分散
lim S → ∞	S を無限大にした極限

補論 3 三乱数倍法を適用した回帰分析での定数項と誤差の導出

この補論では、回帰分析の係数を本文式 3.13 の理論値 $\Gamma d_r(s,u)$ とした場合での回帰式の定数項と誤差 $\epsilon d_r(s,u)$ を導出する過程と、式 3.28 の理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ とした場合での回帰式の定数項と誤差 $\epsilon b_r(s,u)$ を導出する過程について説明する。

1. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析する場合

3.1.2.4 の式 3.9 により $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析する場合を考える。

係数の理論値 $\Gamma d_r(s,u)$ に対応した定数項と誤差 $\epsilon d_r(s,u)$ は、式補 3.1.1 のとおり表される。

簡単のため式補 3.1.2 のとおり $(1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr$ を $D1(u)$ 、式補 3.1.3 のとおり $(1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr$ を $D2(u)$ とし、式補 3.1.4 のとおり σ_k に対する $Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}$ の比を $dY_i(s)$ とする。

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ についてはそれぞれ式 3.7 と式 3.8 で表されるが、上記の $D1(u)$ 、 $D2(u)$ や $dY_i(s)$ を使って標準偏差 σ_k の関数として表現し、式補 3.1.5 と式補 3.1.6 のとおりとする。 $\Gamma d_r(s,u)$ についても同様に式補 2.1.3 を式補 3.1.7 のとおりとする。

$\Gamma d_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u)$ は、 $D1(u)$ 、 $D2(u)$ や $dY_i(s)$ を使って式補 3.1.8 のとおり表現される。

従って係数の理論値 $\Gamma d_r(s,u)$ に対応する定数項と誤差 $\epsilon d_r(s,u)$ は、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ から $\Gamma d_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u)$ を引いて式補 3.1.9 のとおりとなる。

2. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析する場合

3.1.2.5 の式 3.24 により $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析する場合を考える。

係数の理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ に対応した定数項と誤差 $\epsilon b_r(s,u)$ は、式補 3.2.1 のとおり表される。

簡単のため、式補 3.1.2 のとおり σ_k に対する $Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}$ の比を $dY_i(s)$ とする。

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ についてはそれぞれ式 3.7 と式 3.6 で表されるが、上記の $dY_i(s)$ を使って標準偏差 σ_k の関数として表現し、式補 3.2.3 と式補 3.2.4 のとおりとする。 $\Gamma b_r(s,u)$ も同様に式補 2.2.3 を式補 3.2.5 のとおりとする。

$\Gamma b_r(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u)$ は、 $dY_i(s)$ を使って式補 3.2.6 のとおり表現される。

従って係数の理論値 $\Gamma b_r(s,u)$ に対応する定数項と誤差 $\epsilon b_r(s,u)$ は、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ から $\Gamma b_r(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u)$ を引いて式補 3.2.7 のとおりとなる。

[式補 3.1.1 から式補 3.1.9 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析する場合]

$$\epsilon d_r(s,u) = TIRBA_{r,i}(s,u) - \Gamma d_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \quad \text{式補 3.1.1}$$

$$D1(u) \equiv (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 3.1.2}$$

$$D2(u) \equiv (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 3.1.3}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 3.1.4}$$

$TIRBA_{r,i}(s,u)$

$$= \begin{cases} \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | \quad sr \leq 1 \\ \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \sigma_k & | \quad sr \leq 1 \\ \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \sigma_k & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 3.1.5

TIRDID_r(s,u)

$$= \begin{cases} \begin{aligned} & \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \sigma_k \\ & - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \left(Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s) \right) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \left(Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s) \right) \end{aligned} & | \quad sr \leq 1 \\ \begin{aligned} & \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \sigma_k \\ & - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \left(Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s) \right) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \left(Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s) \right) \end{aligned} & | \quad sr > 1 \\ \begin{aligned} & \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k & | \quad sr \leq 1 \\ & \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k & | \quad sr > 1 \end{aligned} \end{cases}$$

式補 3.1.6

$\Gamma d_r(s,u)$

$$= \begin{cases} \frac{\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot sr^2}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} & | \quad sr \leq 1 \\ \frac{\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot sr^2}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} & | \quad sr > 1 \\ \frac{\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D1(u) - rr^2 \cdot sr^2}{D1(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} & | \quad sr \leq 1 \\ \frac{\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D2(u) - rr^2 \cdot sr^2}{D2(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 3.1.7

(式補 2.1.3(再掲))

$\Gamma d_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D1(u)^2 - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot D1(u)}{D1(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D1(u) + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right. \\ \left. + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D1(u) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right] \cdot \sigma_k & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D2(u)^2 - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot sr^2}{D2(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D2(u) + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right. \\ \left. + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D2(u) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right] \cdot \sigma_k & | \quad sr > 1 \\ \left[\frac{\left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \left(D1(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right)}{D1(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \right] \cdot \sigma_k \\ + \left[\frac{- \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot rr^2 \cdot (1 + sr^2) - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot D1(u)}{D1(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D1(u) + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right. \\ \left. + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D1(u) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot D1(u)^2 + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot rr^2 \cdot (1 + sr^2) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right] \cdot \sigma_k & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \left(D2(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right)}{D2(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \right] \cdot \sigma_k \\ + \left[\frac{- \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot rr^2 \cdot (1 + sr^2) - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot D2(u)}{D2(u)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D2(u) + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right. \\ \left. + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot sr \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot D2(u) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot D2(u)^2 + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot sr \cdot rr^2 \cdot (1 + sr^2) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \right] \cdot \sigma_k & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

(式補 3.1.8 続き)

$$\begin{aligned}
 & \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k \\
 & + \left[\begin{aligned} & - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot \left[(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) + \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr^2 \right. \\ & \quad \left. + \xi_i(t+u) \cdot sr^3 + \bar{f}_k(t+u) \cdot sr^2 - \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr^2 + \xi_k(t+u) \cdot sr^2 - \xi_i(t+u) \cdot sr^3 \right] \\ & - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot D1(u) \\ & \quad \quad \quad + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \\ & + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \left[D1(u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right. \\ & \quad \left. + \bar{f}_k(t+u) - \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 + rr^2 \cdot sr^2 - rr^2 \cdot sr^2 \right] \end{aligned} \right] \cdot \sigma_k \\
 & \left. \vphantom{\left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k} \right\} \Big| sr \leq 1 \\
 & \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k \\
 & + \left[\begin{aligned} & - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot \left[(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) + \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr^3 \right. \\ & \quad \left. + \xi_i(t+u) \cdot sr^3 + \bar{f}_k(t+u) \cdot sr^3 - \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr^3 + \xi_k(t+u) \cdot sr^2 - \xi_i(t+u) \cdot sr^3 \right] \\ & - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot D2(u) \\ & \quad \quad \quad + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot rr^2 \cdot sr^2 \\ & + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \left[D2(u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr \right. \\ & \quad \left. + \bar{f}_k(t+u) - \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 + rr^2 \cdot sr^2 - rr^2 \cdot sr^2 \right] \end{aligned} \right] \cdot \sigma_k \\
 & \left. \vphantom{\left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k} \right\} \Big| sr > 1 \\
 & \left. \vphantom{\left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{aligned} & \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) \\ & + \left[\begin{aligned} & - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \\ & - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot D1(u) + rr^2 \cdot sr^2) \\ & + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot D1(u) + rr^2) \end{aligned} \right] \cdot \sigma_k \\ & \left. \vphantom{\text{TIRBA}_{r,i}(s,u)} \right\} \Big| sr \leq 1 \\
 & \left\{ \begin{aligned} & \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) \\ & + \left[\begin{aligned} & - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \\ & - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot D2(u) + rr^2 \cdot sr^2) \\ & + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot D2(u) + rr^2) \end{aligned} \right] \cdot \sigma_k \\ & \left. \vphantom{\text{TIRBA}_{r,i}(s,u)} \right\} \Big| sr > 1 \\
 & \hspace{15em} \text{式補 3.1.8}
 \end{aligned}$$

$\varepsilon d_r(s,u)$

$$= \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma d(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u)$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{aligned} & + \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \\ & + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s)) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot sr^2) \\ & - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s)) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \\ & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2) \end{aligned} \right] \\
 & \cdot \sigma_k \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^{-1} \quad \Big| sr \leq 1 \\
 & \left[\begin{aligned} & + \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \\ & + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s)) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot sr^2) \\ & - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s)) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \\ & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2) \end{aligned} \right] \\
 & \cdot \sigma_k \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^{-1} \quad \Big| sr > 1
 \end{aligned}$$

式補 3.1.9

(式補 3.1.1 から式補 3.1.9 の記号の説明)

TIRBA _{r,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _r (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,i-before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\delta_{r,i-before}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_j(t), \overline{Y_j(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$Y_j^N(t+u)$	時点 t+u での対象 j の結果指標から処置効果項を除いた部分
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 ZF _k (t+u) の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi(t+u)$	$Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\Gamma d_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
ed _r (s,u)	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数を理論値とした場合の定数項と誤差

[式補 3.2.1 から式補 3.2.6 TIRBA_{r,i}(s,u) を TIRBA_{r,k}(s,u) で回帰分析する場合]

$$\varepsilon b_r(s,u) = \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma b_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \quad \text{式補 3.2.1}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 3.2.2}$$

TIRBA_{r,i}(s,u)

$$= \begin{cases} \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr > 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \sigma_k & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \cdot \sigma_k & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 3.2.3

TIRBA_{r,k}(s,u)

$$= \begin{cases} \delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) & | sr > 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot \sigma_k & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot \sigma_k & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 3.2.4

$\Gamma b_r(s,u)$

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 3.2.5

(式補 2.2.3(再掲))

$\varepsilon b_r(s,u)$

$$= \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma b(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\begin{aligned} & \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & + \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) \end{aligned} \right] \\ \cdot \sigma_k \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^{-1} \quad | \quad sr \leq 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \left[\begin{aligned} & \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \\ & + \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \\ & + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) \cdot sr \end{aligned} \right] \\ \cdot \sigma_k \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^{-1} \quad | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 3.2.7

(式補 3.2.1 から式補 3.2.7 の記号の説明)

$\text{TIRBA}_{r,j}(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での対象 j の前後差
$\delta_{r,\text{after}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,j\text{-before}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\delta_{r,j\text{-before}}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($= \eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\Gamma b(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\varepsilon b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数を理論値とした場合の定数項と誤差

補論 4 三乱数倍法を適用した回帰分析での誤差と説明変数の無相関性

本文 3.1.2.3 では最小二乗法を用いた回帰分析の前提条件の 1 つとして、説明変数と誤差の無相関性の前提条件が充足されていることが必要であることを説明した。

このため 1)3.1.2.4 での回帰分析で説明変数となる $TIRDID_r(s,u)$ と回帰分析の定数項と誤差である $\varepsilon_{dr}(s,u)$ の無相関性と、2)3.1.2.5 での回帰分析で説明変数となる $TIRBA_{r,k}(s,u)$ と回帰分析の定数項と誤差である $\varepsilon_{br}(s,u)$ の無相関性を確認することが必要である。

これらの無相関性については、以下のとおり共分散が 0 であることにより確認できる。

1. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析する場合の $\varepsilon_{dr}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の共分散

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析する場合については、定数項と誤差 $\varepsilon_{dr}(s,u)$ は式補 3.1.9 であり、説明変数 $TIRDID_r(s,u)$ は本文式 3.8 である。

このうち $sr \leq 1$ の場合における $\varepsilon_{dr}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の共分散は式補 4.1.1 に示すとおりであり、 $sr > 1$ の場合における $\varepsilon_{dr}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の共分散は式補 4.1.2 に示すとおりである。

いずれの場合においても、乱数は全て独立であるため交絡項部分は全て消えてしまうこと、同じ乱数についての係数の項を計算すると全部の項が相殺して消えてしまうことから、式補 4.1.1 と式補 4.1.2 の共分散はいずれも 0 となる。

2. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析する場合の $\varepsilon_{br}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の共分散

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析する場合については、定数項と誤差 $\varepsilon_{br}(s,u)$ は式補 3.2.7 であり、説明変数 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ は本文式 3.6 である。

このうち $sr \leq 1$ の場合における $\varepsilon_{br}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の共分散は式補 4.2.1 に示すとおりであり、 $sr > 1$ の場合における $\varepsilon_{br}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の共分散は式補 4.2.2 に示すとおりである。

上記 1.の場合と同様に、乱数は全て独立であるため交絡項部分は全て消えてしまうこと、同じ乱数についての係数の項を計算すると全部の項が相殺して消えてしまうことから、式補 4.2.1 と式補 4.2.2 の共分散はいずれも 0 となる。

[式補 4.1.1 と式補 4.1.2 $\varepsilon_{dr}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ の共分散]

$\varepsilon_{dr}(s,u) \mid sr \leq 1$

$$\begin{aligned}
 = & \left[+ \delta_{r,after}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \right. \\
 & + \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot sr^2) \\
 & - \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \\
 & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2) \left. \right] \\
 & \cdot \sigma_k \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^{-1} \quad \mid sr \leq 1 \\
 & \text{式補 3.1.9(再掲)}
 \end{aligned}$$

$TIRDID_r(s,u) \mid sr \leq 1$

$$\begin{aligned}
 = & \delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\
 & - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \quad \mid sr \leq 1 \\
 & \text{本文式 3.8(再掲)}
 \end{aligned}$$

$$\text{Cov}(\varepsilon_d(s,u) , \text{TIRDID}_r(s,u)) \mid sr \leq 1$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[(\varepsilon_d(s,u) - E(\varepsilon_d(s,u))) \cdot (\text{TIRDID}_r(s,u) - E(\text{TIRDID}_r(s,u))) \right] \\
&= E \left[\varepsilon_d(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right] \quad (\because E(\varepsilon_d(s,u)) = E(\text{TIRDID}_r(s,u)) = 0) \\
&= E \left[\frac{ \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \cdot \sigma_k}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \right. \\
&\quad - E \left[\frac{ \bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot sr^2 } \cdot \sigma_k}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \right. \\
&\quad \left. - E \left[\frac{ \bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 } \cdot \sigma_k}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \right] \right] \\
&\quad (\because \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s)) \\
&= \frac{ rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)))}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad \cdot \frac{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^2 \cdot E(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s))}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad - \frac{ (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot sr^2 }{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad \cdot \frac{ E(\bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}))}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad - \frac{ ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 }{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad \cdot \frac{ E(\bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}))}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&= \frac{ \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)))}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad \cdot \frac{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^4}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad - \frac{ \eta_b^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot sr^2 } \cdot \frac{ \sigma_k^4}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad - \frac{ \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 } \cdot \frac{ \sigma_k^4}{ ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) } \\
&\quad (\because E(\bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \\
&\quad = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + E(\bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
&\quad + E(\bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
&\quad = \eta_b^2 \cdot \sigma_k^4 , \\
&\quad E(\bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\
&\quad = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) + E(\bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\
&\quad + E(\bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\
&\quad = \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 , \\
&\quad \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k-\text{before}}(t-s)) = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i-\text{before}}(t-s)) = \eta_b^2 \cdot \sigma_k^2 , \quad \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) = \sigma_i^2 \\
&\quad E(\bar{\delta}_{r,j-\text{before}}(t-s)) = 0 , \quad E(Y_j(t-s) - \overline{Y_j(t-s)}) = 0)
\end{aligned}$$

(式補 4.1.1 続き)

$$\begin{aligned}
 &= \left[\begin{aligned}
 &\eta_a^2 \cdot r^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^4 \\
 &- \eta_b^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot sr^2) \cdot \sigma_k^4 \\
 &- \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + r^2) \cdot \sigma_k^4 \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)
 \end{aligned} \right] \\
 &= \left[\begin{aligned}
 &(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &+ sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &- (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &- sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)
 \end{aligned} \right] \cdot \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot \sigma_k^4 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

式補 4.1.1

$\varepsilon d_r(s,u) \mid sr > 1$

$$\begin{aligned}
 &= \left[\begin{aligned}
 &+ \delta_{r,after}(t-s) \cdot r^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \\
 &+ \delta_{r,k,before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + r^2 \cdot sr^2) \\
 &- \delta_{r,i,before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \\
 &\quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + r^2) \\
 &\cdot \sigma_k \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)
 \end{aligned} \right] \mid sr > 1
 \end{aligned}$$

式補 3.1.9(再掲)

TIRDID_r(s,u)

$$\begin{aligned}
 &= \delta_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\
 &\quad - \delta_{r,k,before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \delta_{r,i,before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \mid sr > 1
 \end{aligned}$$

本文式 3.8(再掲)

$\text{Cov}(\varepsilon d_r(s,u), \text{TIRDID}_r(s,u)) \mid sr > 1$

$$\begin{aligned}
 &= E \left[(\varepsilon d_r(s,u) - E(\varepsilon d_r(s,u))) \cdot (\text{TIRDID}_r(s,u) - E(\text{TIRDID}_r(s,u))) \right] \\
 &= E \left[\varepsilon d_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right] \quad (\because E(\varepsilon d_r(s,u)) = E(\text{TIRDID}_r(s,u)) = 0) \\
 &= E \left[\frac{\delta_{r,after}(t-s) \cdot r^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \cdot \sigma_k}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)} \right. \\
 &\quad \left. - E \left[\frac{\delta_{r,k,before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + r^2 \cdot sr^2) \cdot \sigma_k}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\delta_{r,i,before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (1 + sr^2)} \right] \right]
 \end{aligned}$$

(式補 4.1.2 続き)

$$\begin{aligned}
& - E \left[\frac{\begin{aligned} & \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \\ & \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \end{aligned}}{\begin{aligned} & \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\ & \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \end{aligned}} \right] \\
& \quad (\because \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) \\
& = \frac{rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)))}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\
& \quad \cdot \frac{E(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s))}{\sigma_k^2} \\
& - \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\
& \quad \cdot E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \\
& - \frac{((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2)}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\
& \quad \cdot E(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\
& = \frac{\eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)))}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\
& \quad \cdot \frac{\sigma_k^4}{\sigma_k^2} \\
& - \frac{\eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr)}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\
& \quad \cdot \frac{\sigma_k^4}{\sigma_k^2} \\
& - \frac{\eta_b^2 \cdot sr^4 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\
& \quad \cdot \frac{\sigma_k^4}{\sigma_k^2} \\
& (\because E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \\
& \quad = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
& \quad + E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
& \quad = \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4, \\
& E(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\
& \quad = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) + E(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\
& \quad + E(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\
& \quad = \eta_b^2 \cdot sr^4 \cdot \sigma_k^4, \\
& \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) = \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2, \quad \text{Var}(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) = \sigma_i^2 \\
& E(\bar{\delta}_{r,j\text{-before}}(t-s)) = 0, \quad E(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) = 0) \\
& = \left[\frac{\begin{aligned} & \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))) \\ & \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)) \cdot \sigma_k^4 \\ & - \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 \\ & - \eta_b^2 \cdot sr^4 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \\ & \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) + rr^2 \cdot \sigma_k^4 \end{aligned}}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \right]
\end{aligned}$$

(式補 4.1.2 続き)

$$= \frac{\begin{aligned} & (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & + sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & \quad \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & - sr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \end{aligned}}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \cdot \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4$$

式補 4.1.2

(式補 4.1.1 から式補 4.1.2 の記号の説明)

TIRBA _{r,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _r (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
δ _{r,after} (t-s)	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ _{ki} の η _a 倍, η _a > η _b)
δ _{r,before} (t-s)	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ _{ki} の η _b 倍)
rr	乱数 δ _{r,before} (t-s) の大きさ η _b の乱数 δ _{r,after} (t-s) の大きさ η _a に対する比率 (= η _b · η _a ⁻¹)
Y _i (t), $\overline{Y_i(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
α _i (t+u)	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ _k , σ _i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ _k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ _i
σ _{ki}	σ _k , σ _i のうち大きい方
sr	σ _i の σ _k に対する比率 (= σ _i · σ _k ⁻¹ , 0.5 ≤ sr ≤ 2.0)
f _k (t+u)	処置効果 ZF _k (t+u) の σ _{ki} に対する比率 (= ZF _k (t+u) · σ _{ki} ⁻¹)
ξ _i (t+u)	Y _i ^N (t+u) - $\overline{Y_i(t-s)}$ の σ _j に対する比率 (= (Y _i ^N (t+u) - $\overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
ε _d (s,u)	r 組目の乱数を用いた、回帰分析の係数を理論値とした場合の定数項と誤差
⊥	独立
E(·)	期待値
Var(·)	分散
Cov(·,·)	共分散

[式補 4.2.1 と式補 4.2.2 ε_d(s,u) と TIRBA_{r,k}(s,u) の共分散]

ε_b(s,u) | sr ≤ 1

$$= \left[\begin{aligned} & \delta_{r,after}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & + \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ & + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) \end{aligned} \right] \cdot \sigma_k \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^{-1} \quad | \quad sr \leq 1$$

式補 3.2.7(再掲)

TIRBA_{r,k}(s,u)

$$= \delta_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \quad | \quad sr \leq 1$$

本文式 3.6(再掲)

Cov(ε_b(s,u), TIRBA_{r,k}(s,u)) | sr ≤ 1

$$= E \left[(\epsilon_b(s,u) - E(\epsilon_b(s,u))) \cdot (TIRBA_{r,k}(s,u) - E(TIRBA_{r,k}(s,u))) \right]$$

$$= E \left[\epsilon_b(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right] \quad (\because E(\epsilon_b(s,u)) = E(TIRBA_{r,k}(s,u)) = 0)$$

$$= E \left[\frac{\delta_{r,after}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot (f_k(t+u) - \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^2}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right]$$

(式補 4.2.1 続き)

$$\begin{aligned}
& - E \left[\frac{\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr))}{\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k} \cdot \frac{\sigma_k}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right] \\
& \quad (\because \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \perp \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) \\
& = \left[\frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^2 \cdot E(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s))}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \cdot \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right] \\
& = \left[\frac{\eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^4}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\eta_b^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^4}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right] \\
& \quad (\because E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \cdot \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
& \quad = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
& \quad + E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
& \quad = \eta_b^2 \cdot \sigma_k^4, \\
& \quad \text{Var}(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) = \text{Var}(\bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)) = \eta_b^2 \cdot \sigma_k^2, \quad \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) = \sigma_k^2 \\
& \quad E(\bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s)) = 0, \quad E(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) = 0) \\
& = \left[\frac{\eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^4}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^4}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right] \\
& = 0 \tag{式補 4.2.1}
\end{aligned}$$

$\epsilon b_r(s,u)$

$$\begin{aligned}
& = \left[\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \right. \\
& \quad + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\
& \quad \left. + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2) \cdot sr \right] \\
& \quad \cdot \sigma_k \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)^{-1} \quad | \quad sr > 1 \\
& \tag{式補 3.2.7(再掲)}
\end{aligned}$$

$TIRBA_{r,k}(s,u)$

$$\begin{aligned}
& = \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \quad | \quad sr > 1 \\
& \tag{本文式 3.6(再掲)}
\end{aligned}$$

$\text{Cov}(\epsilon b_r(s,u), TIRBA_{r,k}(s,u)) \quad | \quad sr > 1$

$$\begin{aligned}
& = E \left[(\epsilon b_r(s,u) - E(\epsilon b_r(s,u))) \cdot (TIRBA_{r,k}(s,u) - E(TIRBA_{r,k}(s,u))) \right] \\
& = E \left[\epsilon b_r(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right] \quad (\because E(\epsilon b_r(s,u)) = E(TIRBA_{r,k}(s,u)) = 0) \\
& = E \left[\frac{\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^2}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right]
\end{aligned}$$

(式補 4.2.2 続き)

$$\begin{aligned}
 & - E \left[\frac{\delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right] \\
 & \qquad \qquad \qquad (\because \delta_{r,\text{after}}(t-s) \perp \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \perp \delta_{r,i\text{-before}}(t-s)) \\
 & = \left[\frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^2 \cdot E(\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \delta_{r,\text{after}}(t-s))}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot E(\delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \cdot \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right] \\
 & = \left[\frac{\eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr^3 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^4}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\eta_b^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr^3 \cdot \sigma_k^4}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right] \\
 & \quad (\because E(\delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})) \cdot \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
 & \qquad = \text{Var}(\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + E(\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
 & \qquad \quad + E(\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)) \cdot \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \\
 & \qquad = \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4, \\
 & \quad \text{Var}(\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)) = \text{Var}(\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)) = \eta_b^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2, \quad \text{Var}(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) = \sigma_k^2 \\
 & \quad E(\delta_{r,k\text{-before}}(t-s)) = 0, \quad E(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) = 0) \\
 & = \left[\frac{\eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr^3 \cdot \sigma_k^4}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} \right. \\
 & \quad \left. - \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr^3 \cdot \sigma_k^4 \right] \\
 & = 0 \qquad \qquad \qquad \text{式補 4.2.2}
 \end{aligned}$$

(式補 4.2.1 から式補 4.2.2 の記号の説明)

TIRBA _{r,i,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
$\delta_{r,\text{after}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\delta_{r,i\text{-before}}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,\text{after}}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 (= $\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 (= $\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 ZF _k (t+u) の σ_{ki} に対する比率 (=ZF _k (t+u) · σ_{ki}^{-1})
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_j に対する比率 (= $(Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\varepsilon b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた、回帰分析の係数を理論値とした場合の定数項と誤差
⊥	独立
E(·)	期待値
Var(·)	分散
Cov(·, ·)	共分散

補論 5 三乱数倍法を適用した回帰分析での係数の分散と漸近分散の理論値

本文 3.1.2.4 と 3.1.2.5 では処置の二次的影響の係数 $\alpha(t+u)$ を推計するために、対照群の対象の前後差 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析することや、処置群の対象の前後差 $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析を行うことについて説明した。

一般の均一分散による回帰分析の場合では、誤差の均一分散という非常に強い仮定を設けた推計が行われている。このため、現実の試料を用いずに回帰分析の係数が理論値である場合であっても、誤差の分散を説明変数の分散で除すことにより、回帰分析の係数の分散を算定できる。ところが三乱数倍法の回帰分析では均一分散の仮定は必ずしも成立しないため、不均一分散最小二乗法を用いる必要があり、不均一分散最小二乗法を用いる場合には 3.1.2.4 の式 3.16 や 3.1.2.5 の式 3.31 で説明したとおり、実際の試料から分散を算定することが必要である。

また三乱数倍法において係数が理論値 $\Gamma d_r(s,u)$ や $\Gamma b_r(s,u)$ である場合には、本文式 3.13 や式 3.28 で示したとおり、係数は時点 $t-s$ の変化に対して変動しない固定した値となり、理論的にその分散は 0 であるため直接的に分散を推計することも困難である。

ここでは本文 3.1.2.4 や 3.1.2.5 での不均一分散最小二乗法を用いた回帰分析の係数とその分散の推計値 $V\Gamma d_r^*(s,u)$ 、 $V\Gamma b_r^*(s,u)$ を導出する過程を示す。更に試料の時点数 S を無限大とした極限を用いて、これらの係数の分散の理論値 $V\Gamma d_r(s,u)$ 、 $V\Gamma b_r(s,u)$ や漸近分散 $AV\Gamma d_r(s,u)$ 、 $AV\Gamma b_r(s,u)$ を導出する過程を示す。

1. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析した係数の分散 $V\Gamma d_r(s,u)$

3.1.2.4 で説明した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析した係数の分散の推計値 $V\Gamma d_r^*(s,u)$ については、式 3.16 により表される。

式の導出を簡単にするために、式補 5.1.1 から式補 5.1.5 のとおり乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ 、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ や $\delta_{r,i-before}(t-s)$ の係数を $D1(u)$ などの変数で置換し、回帰分析の説明変数である $TIRDID_r(s,u)$ については式補 5.1.6 のとおり、回帰分析の定数項と誤差 $\varepsilon d_r^*(s,u)$ については式補 5.1.7 のとおり、回帰分析の係数 $\Gamma d_r^*(s,u)$ については式補 5.1.8 のとおり整理しておく。

$V\Gamma d_r^*(s,u)$ のうち分子部分は、これらの変数により式補 5.1.9 のとおり算定される。分母部分は $TIRDID_r(s,u)$ の分散の二乗であり、この分散は式補 5.1.10 のとおり算定される。

これらの結果から、係数の分散の推計値 $V\Gamma d_r^*(s,u)$ は式補 5.1.11 のとおり算定される。

更に試料の時点数 S を無限大とした $V\Gamma d_r^*(s,u)$ の極限から、係数の分散の理論値 $V\Gamma d_r(s,u)$ は式補 5.1.12 のとおり算定される。

$V\Gamma d_r(s,u)$ については、式補 2.1.3 での係数 $\Gamma d_r(s,u)$ と同様に、乱数の大きさに関する変数 η_a や試料の標準偏差 σ_k などは分母・分子で相殺して消えてしまう。また分母部分は $\Gamma d_r(s,u)$ の分母部分を二乗したものと同じであり、この部分が 0 となることはない。

試料の時点数 S を無断大とした際に分散 $V\Gamma d_r(s,u)$ は 0 に収束するが、 $V\Gamma d_r(s,u)$ に S を乗じて収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma d_r(s,u)$ は式補 5.1.13 のとおり一定の大きさを持った有限の値となる。

2. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した係数の分散 $V\Gamma b_r(s,u)$

3.1.2.4 で説明した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した係数の分散の推計値 $V\Gamma b_r^*(s,u)$ については、式 3.31 により表される。

式の導出を簡単にするために、式補 5.2.1 から式補 5.2.5 のとおり乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ 、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ や $\delta_{r,i-before}(t-s)$ の係数を $D3(u)$ などの変数で置換し、回帰分析の説明変数である $TIRBA_{r,k}(s,u)$ については式補 5.2.6 のとおり、回帰分析の定数項と誤差 $\varepsilon b^*(s,u)$ については式補 5.2.7 のとおり、回帰分析の係数 $\Gamma b^*(s,u)$ については式補 5.2.8 のとおり整理しておく。

$V\Gamma^*b_r(s,u)$ のうち分子部分は、これらの変数により式補 5.2.9 のとおり算定される。分母部分は $TIRBA_{r,k}(s,u)$ の分散の二乗であり、この分散は式補 5.2.10 のとおり算定される。

これらの結果から、係数の分散の推計値 $V\Gamma^*b_r(s,u)$ は式補 5.2.11 のとおり算定される。

更に試料の時点数 S を無限大とした $V\Gamma^*b_r(s,u)$ の極限から、係数の分散の理論値 $V\Gamma b_r(s,u)$ は式補 5.2.12 のとおり算定される。

$V\Gamma b_r(s,u)$ については、式補 2.2.3 での係数 $\Gamma b_r(s,u)$ と同様に、乱数の大きさに関する変数 η_a や試料の標準偏差 σ_k などは分母・分子で相殺して消えてしまう。また分母部分は $\Gamma b_r(s,u)$ の分母部分を二乗したものと同じであり、この部分が 0 となることはない。

試料の時点数 S を無断大とした際に分散 $V\Gamma b_r(s,u)$ は 0 に収束するが、 $V\Gamma b_r(s,u)$ に S を乗じて収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma b_r(s,u)$ は式補 5.2.13 のとおり一定の大きさを持った有限の値となる。

[式補 5.1.1 から式補 5.1.13 係数 $\Gamma d_r(s,u)$ の分散の理論値 $V\Gamma d_r(s,u)$ などの導出]

(係数 $\Gamma d_r(s,u)$ の分散の推計値 $V\Gamma d^*_r(s,u)$ の導出)

$V\Gamma d^*_r(s,u)$

$$= \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\varepsilon d^*_r(s,u)^2 \cdot TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right) \right]} \right]$$

式 3.16(再掲)

(変数の置換)

$$D1(u) \equiv (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 5.1.1}$$

$$D2(u) \equiv (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 5.1.2}$$

$$EA1(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 5.1.3}$$

$$EA2(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \quad \text{式補 5.1.4}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 5.1.5}$$

$TIRDID_r(s,u)$

$$= \begin{cases} \delta_{r,after}(t-s) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \sigma_k \\ \quad - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot \left(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)} \right) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot \left(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)} \right) & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,after}(t-s) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \sigma_k \\ \quad - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot \left(Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)} \right) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot \left(Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)} \right) & | sr > 1 \end{cases}$$

(本文式 3.8)

$$= \begin{cases} (\delta_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k & | sr \leq 1 \\ (\delta_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \delta_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \delta_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 5.1.6

$$\varepsilon d^*_r(s,u)$$

$$= \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma d^*_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\ - \Gamma d^*_r(s,u) \cdot \left[\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \right. \\ \left. - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right] \end{array} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\ - \Gamma d^*_r(s,u) \cdot \left[\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \right. \\ \left. - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right] \end{array} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \left[\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \\ - \Gamma d^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \end{array} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \\ - \Gamma d^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \end{array} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 5.1.7

where

$$\Gamma d^*_r(s,u) = \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\ - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \end{array} \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \right. \\ \left. - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\ - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \end{array} \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \right. \\ \left. - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

(本文式 3.11)

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \end{array} \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right)^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \end{array} \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right)^2} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 5.1.8

(分散の推計値 $\text{VFd}_r^*(s,u)$ の分子部分の導出)

$$\varepsilon d_r^*(s,u)^2 \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u)$$

$$= \begin{cases} \left(\begin{aligned} & (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \\ & \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ & - 2 \cdot \Gamma d_r^*(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ & \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ & + \Gamma d_r^*(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{aligned} \right) & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left(\begin{aligned} & (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \\ & \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ & - 2 \cdot \Gamma d_r^*(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ & \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ & + \Gamma d_r^*(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{aligned} \right) & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 5.1.9

where

$$\Gamma d_r^*(s,u) = \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 5.1.8(再掲)

(分散の推計値 $\text{VFd}_r^*(s,u)$ の分母部分の導出)

$$\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u)$$

$$= \begin{cases} (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 & | \text{ sr} \leq 1 \\ (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 5.1.10

(分散の推計値 $\text{VFd}_r^*(s,u)$)

$$\text{VFd}_r^*(s,u)$$

$$= \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\varepsilon d_r^*(s,u)^2 \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRDID}_r(s,u) \cdot \text{TIRDID}_r(s,u) \right) \right]} \right]$$

(式補 5.1.11 続き)

$$= \left\{ \begin{array}{l} S^{-1} \cdot \frac{\sum_{s=1}^S \left[\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma d_r^*(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma d_r^*(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right]}{\left[\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ S^{-1} \cdot \frac{\sum_{s=1}^S \left[\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma d_r^*(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma d_r^*(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right]}{\left[\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.}$$

式補 5.1.11

where

$$\Gamma d_r^*(s,u) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \\ \left. \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k \right]^2} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \\ \left. \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k \right]^2} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 5.1.8(再掲)

$$D1(u) \equiv (1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr$$

式補 5.1.1(再掲)

$$D2(u) \equiv (1 - \alpha(t+u)) \cdot \bar{f}_k(t+u) \cdot sr + \bar{\xi}_k(t+u) - \bar{\xi}_i(t+u) \cdot sr$$

式補 5.1.2(再掲)

$$EA1(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr$$

式補 5.1.3(再掲)

$$EA2(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot \bar{f}_k(t+u) + \bar{\xi}_i(t+u)) \cdot sr$$

式補 5.1.4(再掲)

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s)) \cdot \sigma_k^{-1}$$

式補 5.1.5(再掲)

(分散の理論値 $V\Gamma d_r(s,u)$)

$V\Gamma d_r(s,u)$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\varepsilon d_r^*(s,u)^2 \cdot TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRDID_r(s,u) \cdot TIRDID_r(s,u) \right) \right]} \right]$$

(式補 5.1.12 続き)

$$\begin{aligned}
&= \lim_{s \rightarrow \infty} V\Gamma d^*(s,u) \\
&= \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \left. \left. + \Gamma d^*_r(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \right) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u))^2 \quad \quad \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \left. \left. + \Gamma d^*_r(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \right) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u))^2 \quad \quad \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right. \\
&(\because \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \\
&= \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \\
&= \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u))) \\
&= \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s))^2 \cdot \text{EA1}(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \\ \quad \quad \quad \left. \left. + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot \text{EA1}(u) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) \cdot dY_k(s) \\ \quad \quad \quad + \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA1}(u) \cdot dY_i(s) \\ - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot D1(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) \\ \quad \quad \quad \left. \left. - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ \left. \left. + \Gamma d^*_r(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \right) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \quad \quad \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s))^2 \cdot \text{EA2}(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \\ \quad \quad \quad \left. \left. + \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot \text{EA2}(u) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) \cdot dY_k(s) \\ \quad \quad \quad + \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA2}(u) \cdot dY_i(s) \\ - \bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot D2(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) \\ \quad \quad \quad \left. \left. - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ \left. \left. + \Gamma d^*_r(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \right) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \quad \quad \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

(式補 5.1.12 続き)

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^s \left(\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot EA1(u)^2 + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_r(s,u) \cdot \left(\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot EA1(u) \cdot D1(u) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_r(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \right) \right] \\ \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^s \left(\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot EA2(u)^2 + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_r(s,u) \cdot \left(\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot EA2(u) \cdot D2(u) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_r(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \right) \right] \\ \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u)) \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

$$(\because \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^s \Gamma d_r^*(s,u) = \Gamma d_r(s,u), \quad \delta_{r,\text{after}}(t-s) \perp \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \perp \delta_{r,i\text{-before}}(t-s))$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\left(EA1(u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_r(s,u) \cdot \left(EA1(u) \cdot D1(u) \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 - \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_r(s,u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) \cdot \sigma_k^4 \right] \\ \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\left(EA2(u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_r(s,u) \cdot \left(EA2(u) \cdot D2(u) \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 - \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_r(s,u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 \right] \\ \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

$$(\because \text{Var}(\text{TIRDID}_r(s,u))$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \quad | \quad sr \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 1.2.5(再掲)

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot sr^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_r(s,u) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot sr^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_r(s,u)^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) \right] \\ \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \right)^2 \cdot sr^2 + rr^2 \cdot sr^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_r(s,u) \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \right) \cdot sr \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot sr^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_r(s,u)^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \right) \right] \\ \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2) \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

(式補 5.1.12 続き)

$$= \left\{ \begin{array}{l} \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\ + \frac{-2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2)^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)^2} \\ + \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2)^2}{(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2} \end{array} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2 \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \\ + \frac{-2 \cdot ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot sr^2)^2}{(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2} \\ + \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot sr^2)^2}{(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2} \end{array} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

($\because \Gamma d_i(s, u)$)

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 2.1.3(再掲)

$$= \left\{ \begin{array}{l} \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)^2} \\ - \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2)^2}{(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2} \end{array} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)}{(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2} \\ - \frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot sr^2)^2}{(((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2} \end{array} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 5.1.12

(本文式 3.19)

(収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma d_i(s,u)$)

$AV\Gamma d_i(s,u)$

$$= \lim_{S \rightarrow \infty} S \cdot V\Gamma d_i^*(s,u)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \\ \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)) \\ - ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot sr^2)^2 \\ \hline (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2 \end{array} \right. \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \left[\begin{array}{l} ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2 \cdot sr^2) \\ \cdot (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2)) \\ - ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \\ \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot sr^2)^2 \\ \hline (((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (1 + sr^2))^2 \end{array} \right. \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 5.1.13

(本文式 3.20)

(式補 5.1.1 から式補 5.1.13 の記号の説明)

TIRBA _{i,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _{i,j} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\delta_{r,before}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_j(t), \overline{Y_j(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma d_i(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\Gamma d_i^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
$V\Gamma d_i(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値)
$AV\Gamma d_i(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に時点数 S を乗じた漸近分散 (理論値)
$V\Gamma d_i^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値)
$\varepsilon d_i^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差 (推計値)
S	試料の処置前の時点数
\perp	独立
$E(\cdot)$	期待値
$Var(\cdot)$	分散
$Cov(\cdot, \cdot)$	共分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限

[式補 5.2.1 から式補 5.2.13 係数 $\Gamma b_r(s,u)$ の分散の理論値 $V\Gamma b_r(s,u)$ などの導出]

(係数 $\Gamma b_r(s,u)$ の分散の推計値 $V\Gamma b^*_r(s,u)$ の導出)

$V\Gamma b^*_r(s,u)$

$$= \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\varepsilon b^*_r(s,u)^2 \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right]} \right]$$

式 3.31(再掲)

(変数の変換)

$$D3(u) \equiv f_k(t+u) + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 5.2.1}$$

$$D4(u) \equiv f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 5.2.2}$$

$$EA3(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 5.2.3}$$

$$EA4(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \quad \text{式補 5.2.4}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 5.2.5}$$

$\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)$

$$= \begin{cases} \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) & | sr > 1 \end{cases}$$

(本文式 3.6)

$$= \begin{cases} (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D3(u) - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k & | sr \leq 1 \\ (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D4(u) - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 5.2.6

$\varepsilon b^*_r(s,u)$

$$= \text{TIRBA}_{r,i}(s,u) - \Gamma b^*_r(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u)$$

$$= \begin{cases} \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\ - \Gamma b^*_r(s,u) \cdot \left[\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right] & | sr \leq 1 \\ \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \\ - \Gamma b^*_r(s,u) \cdot \left[\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

(本文式 3.32)

$$= \begin{cases} (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot EA3(u) - \delta_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \\ - \Gamma b^*_r(s,u) \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D3(u) - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k & | sr \leq 1 \\ (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot EA4(u) - \delta_{r,i-\text{before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \\ - \Gamma b^*_r(s,u) \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D4(u) - \delta_{r,k-\text{before}}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 5.2.7

where

$$\Gamma b_r^*(s,u) = \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)} \right] \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)} \right] \end{cases} \begin{matrix} | sr \leq 1 \\ | sr > 1 \end{matrix}$$

(本文式 3.26)

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right) \cdot \sigma_k} \right] \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right) \cdot \sigma_k} \right] \end{cases} \begin{matrix} | sr \leq 1 \\ | sr > 1 \end{matrix}$$

式補 5.2.8

(分散の推計値 $V\Gamma b_r^*(s,u)$ の分子部分の導出)

$$\epsilon b_r^*(s,u)^2 \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u)$$

$$= \begin{cases} \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \right)^2 \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right)^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b_r^*(s,u) \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right)^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b_r^*(s,u)^2 \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right)^4 \cdot \sigma_k^4 \end{cases} | sr \leq 1$$

$$\begin{cases} \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \right)^2 \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right)^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b_r^*(s,u) \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right)^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b_r^*(s,u)^2 \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right)^4 \cdot \sigma_k^4 \end{cases} | sr > 1$$

where

$$\Gamma b_r^*(s,u) = \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right) \cdot \sigma_k} \right] \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right) \cdot \sigma_k} \right] \end{cases} \begin{matrix} | sr \leq 1 \\ | sr > 1 \end{matrix}$$

式補 5.2.8(再掲)

(分散の推計値 $V\Gamma b^*_r(s,u)$ の分母部分の導出)

$$TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u)$$

$$= \begin{cases} (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 & | sr \leq 1 \\ (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式補 5.2.10}$$

(分散の推計値 $V\Gamma b^*_r(s,u)$)

$$V\Gamma b^*_r(s,u)$$

$$= \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\varepsilon b^*_r(s,u)^2 \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(TIRBA_{r,k}(s,u) \cdot TIRBA_{r,k}(s,u) \right) \right]} \right]$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} S^{-1} \cdot \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \Gamma b^*_r(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | sr \leq 1 \\ S^{-1} \cdot \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \Gamma b^*_r(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | sr \leq 1 \end{array} \right. \quad \text{式補 5.2.11}$$

where

$$\Gamma b^*_r(s,u) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \quad \left. \left. \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right) \cdot \sigma_k \right]^2} \right] \quad | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \quad \left. \left. \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\left[\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) \right) \cdot \sigma_k \right]^2} \right] \quad | sr > 1 \end{array} \right. \quad \text{式補 5.2.8(再掲)}$$

$$D3(u) \equiv f_k(t+u) + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 5.2.1(再掲)}$$

$$D4(u) \equiv f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 5.2.2(再掲)}$$

$$EA3(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 5.2.3(再掲)}$$

$$EA4(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \quad \text{式補 5.2.4(再掲)}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s)) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 5.2.5(再掲)}$$

(分散の理論値 $V\Gamma b_r(s,u)$)

$V\Gamma b_r(s,u)$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\varepsilon b_r^*(s,u)^2 \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right]}{\left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right] \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \cdot \text{TIRBA}_{r,k}(s,u) \right) \right]} \right]$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} V\Gamma b_r^*(s,u)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA3}(u) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma b_r^*(s,u) \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA3}(u) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \quad \quad \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{D3}(u) - \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma b_r^*(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u))^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \left[\frac{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA4}(u) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma b_r^*(s,u) \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{EA4}(u) - \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \quad \quad \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{D4}(u) - \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma b_r^*(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u))^2} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} & (\because \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{D3}(u) - \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \\ & = \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S (\delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \text{D4}(u) - \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \\ & = \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \end{aligned}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot \text{EA3}(u)^2 - 2 \cdot \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA3}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \right. \\ \quad \quad \quad \left. \left. \left. + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma b_r^*(s,u) \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot \text{EA3}(u) \cdot \text{D3}(u) - \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA3}(u) \cdot dY_k(s) \\ \quad - \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{D3}(u) \cdot dY_i(s) + \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma b_r^*(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u))} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \left[\frac{\lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot \text{EA4}(u)^2 - 2 \cdot \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA4}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \right. \\ \quad \quad \quad \left. \left. \left. + \delta_{r,i\text{-before}}(t-s)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma b_r^*(s,u) \cdot (\delta_{r,\text{after}}(t-s)^2 \cdot \text{EA4}(u) \cdot \text{D4}(u) - \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \text{EA4}(u) \cdot dY_k(s) \\ \quad - \delta_{r,\text{after}}(t-s) \cdot \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot \text{D4}(u) \cdot dY_i(s) + \delta_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot \delta_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma b_r^*(s,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRBA}_{r,k}(s,u))} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

(式補 5.2.12 続き)

$$\begin{aligned}
 & (\because \Gamma b_r(s,u)) \\
 & = \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + rr^2} & | sr > 1 \end{cases} \\
 & \hspace{15em} \text{式補 2.2.3(再掲) } \\
 & = \begin{cases} \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)}{-(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \lim_{s \rightarrow \infty} S^{-1} \cdot \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2) \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2)}{-(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2} \right] & | sr > 1 \end{cases} \\
 & \hspace{15em} \text{式補 5.2.12} \\
 & \hspace{15em} \text{(本文式 3.34)}
 \end{aligned}$$

(収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma b_r(s,u)$)

$AV\Gamma b_r(s,u)$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} S \cdot V\Gamma b^*(s,u)$$

$$\begin{aligned}
 & = \begin{cases} \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + rr^2)}{-(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2) \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 + rr^2)}{-(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2} \right] & | sr > 1 \end{cases} \\
 & \hspace{15em} \text{式補 5.2.13} \\
 & \hspace{15em} \text{(本文式 3.35)}
 \end{aligned}$$

(式補 5.2.1 から式補 5.2.13 の記号の説明)

$TIRBA_{r,j}(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での対象 j の前後差
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,j-before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
rr	乱数 $\delta_{r,j-before}(t-s)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i}(t-s)$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i}(t-s)$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i}(t-s)) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値)
$\Gamma b_r^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値)
$V\Gamma b_r(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値)

(式補 5.2.1 から式補 5.2.13 の記号の説明(続き))

$AV\Gamma_b(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に S を乗じた漸近分散 (理論値)
$V\Gamma_b^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値)
$\varepsilon b^*(s,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差の推計値
S	試料の処置前の時点数
\perp	独立
$E(\cdot)$	期待値
$Var(\cdot)$	分散
$Cov(\cdot, \cdot)$	共分散
$\lim_{S \rightarrow \infty}$	S を無限大にした極限

補論 6 乱数の組数 R を十分大きくした場合での係数の理論値とその漸近分散

本文 3.1.3.1 では処置の二次的影響の係数 $\alpha_i(t+u)$ を推計する際に、乱数の偶然の一致による問題を避けるために、3.1.2.4 や 3.1.2.5 で説明した回帰分析を乱数の組 r を取替えて反復する必要があることについて説明した。

ここでは、3.1.2.4 や 3.1.2.5 での不均一分散最小二乗法を用いた回帰分析の係数とその分散について、乱数の組数 R を無限大とした極限の値から係数の理論値 $\Gamma d_s(r,u)$ 、 $\Gamma b_s(r,u)$ やその分散の理論値 $V\Gamma d_s(r,u)$ 、 $V\Gamma b_s(r,u)$ などを導出する過程を示す。

この補論での議論を簡単にするため、試料の時点数 S は有限で固定された値であり、乱数については時点 $t-s$ と乱数の組 r を入替え、例えば $\delta_{r,after}(t-s)$ は $\delta_{s,after}(r)$ と表記する。

試料の大きさなど乱数以外の変数については、乱数の組 r を取替えることによって何の影響も受けないため、補論 2 や補論 5 の場合と同じである。

異なる乱数の組 r についての乱数の期待値はいずれも 0 で、異なる乱数の共分散は 0 であり、乱数の分散は時間方向での分散と同じである。

1. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRDID_r(s,u)$ での回帰分析を反復した係数 $\Gamma d_s(r,u)$ とその分散 $V\Gamma d_s(r,u)$

1.1 係数の理論値 $\Gamma d_s(r,u)$ の導出

補論 5 と同様に式の導出を簡単にするために、式補 6.1.1 から式補 6.1.5 のとおり乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ 、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ や $\delta_{r,l-before}(t-s)$ の係数を $D1(u)$ などの変数で置換し、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRDID_r(s,u)$ については式補 6.1.6 と式補 6.1.7 のとおり $TIRBA_{s,i}(r,u)$ と $TIRDID_s(r,u)$ に置換しておく。

3.1.2.4 で説明した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析した係数の推計値 $\Gamma d^*_r(s,u)$ については、本文式 3.11 により表される。式 3.11 について、乱数の時点 $t-s$ と乱数の組 r を入替え、乱数の係数については $D1(u)$ などに置換えた係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ は式補 6.1.8 のとおりとなり、これを展開すると式補 6.1.9 のとおりとなる。

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRDID_r(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma d_s(r,u)$ は、式補 6.1.9 による係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ について乱数の組数 R を無限大とした極限であり、式補 6.1.10 のとおりとなる。

1.2 係数の分散の理論値 $V\Gamma d_s(r,u)$ などの導出

3.1.2.4 で説明した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRDID_r(s,u)$ で回帰分析した係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_r(s,u)$ の内訳は、式補 5.1.11 のとおりである。式補 5.1.11 について、乱数の時点 $t-s$ と乱数の組 r を入替え、乱数の係数については $D1(u)$ などに置換えた係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ は式補 6.1.11 のとおりとなる。

分散の分母部分 $TIRDID_s(r,u)$ の内訳は、式補 6.1.12 のとおりとなる。

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRDID_r(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の分散の理論値 $V\Gamma d_s(r,u)$ は、式補 6.1.11 による係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ について R を無限大とした極限であり、式補 6.1.13 のとおりとなる。

係数の分散 $V\Gamma b_s(r,u)$ については、係数 $\Gamma b_s(r,u)$ と同様に、乱数の大きさに関する変数 η_s や試料の標準偏差 σ_s などは分母・分子で相殺して消えてしまう。また分母部分は $\Gamma b_s(r,u)$ の分母部分を二乗したものと同じであり、この部分が 0 となることはない。

乱数の組数 R を無限大とした際に分散 $V\Gamma b_s(r,u)$ は 0 に収束するが、 $V\Gamma b_s(r,u)$ に R を乗じ

て収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma b_s(r,u)$ は式補 6.2.14 のとおり一定の大きさを持った有限の値となる。

2. $TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRBA_r(s,u)$ で回帰分析を反復した係数 $\Gamma b_s(r,u)$ とその分散 $V\Gamma b_s(r,u)$

2.1 係数の理論値 $\Gamma b_s(r,u)$ の導出

補論 5 と同様に式の導出を簡単にするために、式補 6.2.1 から式補 6.2.5 のとおり乱数 $\delta_{r,after}(t-s)$ 、 $\delta_{r,k-before}(t-s)$ や $\delta_{r,i-before}(t-s)$ の係数を $D3(u)$ などの変数で置換し、 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ と $TIRBA_{r,k}(s,u)$ については式補 6.2.6 と式補 6.2.7 のとおり $TIRBA_{s,i}(r,u)$ と $TIRBA_{s,k}(r,u)$ に置換しておく。

3.1.2.5 で説明した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した係数の推計値 $\Gamma b^*_r(s,u)$ については、本文式 3.26 により表される。式 3.26 について、乱数の時点 $t-s$ と乱数の組 r を入替え、乱数の係数については $D3(u)$ などに置換えた係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ は式補 6.2.8 のとおりとなり、これを展開すると式補 6.2.9 のとおりとなる。

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRBA_r(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma b_s(r,u)$ は、式補 6.2.9 による係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ について乱数の組数 R を無限大とした極限であり、式補 6.2.10 のとおりとなる。

2.2 係数の分散の理論値 $V\Gamma b_s(r,u)$ などの導出

3.1.2.5 で説明した $TIRBA_{r,i}(s,u)$ を $TIRBA_{r,k}(s,u)$ で回帰分析した係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_r(s,u)$ の内訳は、式補 5.2.11 のとおりである。式補 5.2.11 について、乱数の時点 $t-s$ と乱数の組 r を入替え、乱数の係数については $D1(u)$ などに置換えた係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ は式補 6.2.11 のとおりとなる。

分散の分母部分 $TIRBA_{s,k}(r,u)$ の内訳は、式補 6.2.12 のとおりとなる。

$TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRBA_{r,k}(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の分散の理論値 $V\Gamma b_s(r,u)$ は、式補 6.2.11 による係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ について乱数の組数 R を無限大とした極限であり、式補 6.2.13 のとおりとなる。

係数の分散 $V\Gamma b_s(r,u)$ については、係数 $\Gamma b_s(r,u)$ と同様に、乱数の大きさに関する変数 η_a や試料の標準偏差 σ_k などは分母・分子で相殺して消えてしまう。また分母部分は $\Gamma b_s(r,u)$ の分母部分を二乗したものと同じであり、この部分が 0 となることはない。

乱数の組数 R を無限大とした際に分散 $V\Gamma b_s(r,u)$ は 0 に収束するが、 $V\Gamma b_s(r,u)$ に R を乗じて収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma b_s(r,u)$ は式補 6.2.14 のとおり一定の大きさを持った有限の値となる。

[式補 6.1.1 から式補 6.1.14 $TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRDID_r(s,u)$ による回帰分析を反復した係数と分散]

(変数の変換)

$$D1(u) \equiv (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 6.1.1}$$

$$D2(u) \equiv (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 6.1.2}$$

$$EA1(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 6.1.3}$$

$$EA2(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \quad \text{式補 6.1.4}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 6.1.5}$$

TIRBA_{s,i}(r,u)

$$= \begin{cases} \begin{cases} \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr \leq 1 \\ \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr > 1 \end{cases} \end{cases}$$

式補 6.1.6

TIRDID_s(r,u)

$$= \begin{cases} \begin{cases} \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\ - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr \leq 1 \\ \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k \\ - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) & | sr > 1 \end{cases} \end{cases}$$

式補 6.1.7

(TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRDID_i(s,u)による回帰分析の係数の推計値 $\Gamma d^*(s,u)$)

$\Gamma d^*_r(s,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right) \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right) \cdot \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

本文式 3.11(再掲)

(TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRDID_i(s,u)による回帰分析を反復した係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$)

$\Gamma d^*_s(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{r=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s) \right)^2 \cdot \sigma_k} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{r=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s) \right)^2 \cdot \sigma_k} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.1.8

$$\begin{aligned}
& \Gamma d_s^*(r,u) \\
& = \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot EA1(u) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot EA1(u) \cdot dY_k(s) \\ + \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot EA1(u) \cdot dY_i(s) - \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot D1(u) \cdot dY_i(s) \\ + \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2) \cdot \sigma_k^2 \end{array} \right) \\ \hline \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} \bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot D1(u)^2 + \bar{\delta}_{s,k-before}(r)^2 \cdot dY_k(s)^2 + \bar{\delta}_{s,i-before}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \\ - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot D1(u) \cdot dY_k(s) + 2 \cdot \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot D1(u) \cdot dY_i(s) \\ - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) \end{array} \right) \cdot \sigma_k^2 \end{array} \right] \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot EA2(u) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot EA2(u) \cdot dY_k(s) \\ + \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot EA2(u) \cdot dY_i(s) - \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot D2(u) \cdot dY_i(s) \\ + \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2) \cdot \sigma_k^2 \end{array} \right) \\ \hline \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} \bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot D2(u)^2 + \bar{\delta}_{s,k-before}(r)^2 \cdot dY_k(s)^2 + \bar{\delta}_{s,i-before}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \\ - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot D2(u) \cdot dY_k(s) + 2 \cdot \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot D2(u) \cdot dY_i(s) \\ - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) \end{array} \right) \cdot \sigma_k^2 \end{array} \right] \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr > 1 \end{array} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \text{式補 6.1.9}
\end{aligned}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)のTIRDID_i(s,u)による回帰分析を反復した係数の理論値Γd_s(r,u)

$$\begin{aligned}
& \Gamma d_s(r,u) \\
& = \lim_{R \rightarrow \infty} \Gamma d_s^*(r,u) \\
& = \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\eta_a^2 \cdot EA1(u) \cdot D1(u) \cdot \sigma_k^2 - \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot \sigma_k^2}{(\eta_a^2 \cdot D1(u)^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_k(s)^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot \sigma_k^2} \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\eta_a^2 \cdot EA2(u) \cdot D2(u) \cdot \sigma_k^2 - \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2}{(\eta_a^2 \cdot D2(u)^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_k(s)^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2} \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr > 1 \end{array} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad (\because \bar{\delta}_{s,after}(r) \perp \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \perp \bar{\delta}_{s,i-before}(r)) \\
& = \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - r^2 \cdot dY_i(s)^2}{((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + r^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2)} \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - r^2 \cdot dY_i(s)^2}{((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + r^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2)} \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr > 1 \end{array} \right. \\
& = \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^2}{- r^2 \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s))^2} \right] \\ \left[\frac{((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + r^2 \cdot (Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s))^2}{+ r^2 \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s))^2} \right] \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr \cdot \sigma_k^2}{- r^2 \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s))^2} \right] \\ \left[\frac{((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + r^2 \cdot (Y_k(t-s) - \bar{Y}_k(t-s))^2}{+ r^2 \cdot (Y_i(t-s) - \bar{Y}_i(t-s))^2} \right] \\ \qquad \qquad \qquad | \quad sr > 1 \end{array} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \text{式補 6.1.10} \\
& \qquad \qquad \qquad \text{(本文式 3.39)}
\end{aligned}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)のTIRDID_r(s,u)による回帰分析を反復した係数の分散の導出)

VΓd^{*}_r(s,u)

$$= \left\{ \begin{array}{l} S^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \right. \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_{r}(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \quad \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \quad \left. + \Gamma d^*_{r}(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \end{array} \right] \\ \\ S^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \right. \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_{r}(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \quad \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \quad \left. + \Gamma d^*_{r}(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \\ \\ \left[\begin{array}{l} S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \\ \\ S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \end{array} \right] \\ \\ \left. \begin{array}{l} | \quad sr \leq 1 \\ \\ | \quad sr > 1 \end{array} \right\}$$

式補 5.1.11(再掲)

VΓd^{*}_s(r,u)

$$= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \right. \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_{s}(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \quad \left. + \Gamma d^*_{s}(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \end{array} \right] \\ \\ R^{-1} \cdot \left[\begin{array}{l} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \right. \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_{s}(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \quad \left. + \Gamma d^*_{s}(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \\ \\ \left[\begin{array}{l} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{rsk-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \\ \\ R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{rsk-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \end{array} \right] \\ \\ \left. \begin{array}{l} | \quad sr \leq 1 \\ \\ | \quad sr > 1 \end{array} \right\}$$

式補 6.1.11

(説明変数 TIRDID_s(r,u) の分散)

Var(TIRDID_s(r,u))

$$= \left\{ \begin{array}{l} \eta_a^2 \cdot (((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2)) \cdot \sigma_k^4 \quad | \quad sr \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot (((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + r^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2)) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right\}$$

式補 6.1.12

(分散の理論値 $V\Gamma d_s(r,u)$)

$V\Gamma d_s(r,u)$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[\frac{R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\varepsilon d_s^*(r,u)^2 \cdot \text{TIRDID}_s(r,u) \cdot \text{TIRDID}_s(r,u) \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\text{TIRDID}_s(r,u) \cdot \text{TIRDID}_s(r,u) \right) \right] \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\text{TIRDID}_s(r,u) \cdot \text{TIRDID}_s(r,u) \right) \right]} \right]$$

$= \lim_{R \rightarrow \infty} V\Gamma d_s^*(r,u)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \cdot \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d_s^*(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EA1}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{D1}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma d_s^*(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u))^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \cdot \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d_s^*(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EA2}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{D2}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma d_s^*(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u))^2} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

$$(\because \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{D1}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{D2}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2$$

$$= \text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)))$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA1}(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{EA1}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \right. \\ \quad \left. \left. \left. + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d_s^*(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA1}(u) \cdot \text{D1}(u) - \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot \text{EA1}(u) \cdot dY_k(s) \\ \quad + \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{EA1}(u) \cdot dY_i(s) \\ \quad - \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{D1}(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) \\ \quad \left. \left. \left. - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma d_s^*(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u))} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA2}(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{EA2}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \right. \\ \quad \left. \left. \left. + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d_s^*(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA2}(u) \cdot \text{D2}(u) - \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot \text{EA2}(u) \cdot dY_k(s) \\ \quad + \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{EA2}(u) \cdot dY_i(s) \\ \quad - \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{D2}(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s) \\ \quad \left. \left. \left. - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \quad \left. \left. \left. + \Gamma d_s^*(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u))} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

(式補 6.1.13 続き)

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\delta_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot EA1(u)^2 + \delta_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_s(r,u) \cdot \left(\delta_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot EA1(u) \cdot D1(u) - \delta_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_s(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u))} \quad \left| \quad sr \leq 1 \right. \\ \\ \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\delta_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot EA2(u)^2 + \delta_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_s(r,u) \cdot \left(\delta_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot EA2(u) \cdot D2(u) - \delta_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_s(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u)) \right) \right]}{\text{Var}(\text{TIRDID}_s(r,u))} \quad \left| \quad sr > 1 \right. \end{array} \right.$$

$$(\because \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \Gamma d_s^*(r,u) = \Gamma d_s(r,u), \quad \delta_{s,\text{after}}(r) \perp \delta_{s,k\text{-before}}(r) \perp \delta_{s,i\text{-before}}(r))$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[\left(EA1(u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_s(r,u) \cdot \left(EA1(u) \cdot D1(u) \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 - \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_s(r,u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right) \right] \cdot \sigma_k^4 \right]}{\eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^4} \quad \left| \quad sr \leq 1 \right. \\ \\ \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[\left(EA2(u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma d_s(r,u) \cdot \left(EA2(u) \cdot D2(u) \cdot \eta_a^2 \cdot \sigma_k^2 - \eta_a^2 \cdot rr^2 \cdot dY_i(s)^2 \cdot \sigma_k^2 \right) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma d_s(r,u)^2 \cdot \eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right) \right] \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 \right]}{\eta_a^2 \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4} \quad \left| \quad sr > 1 \right. \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[\frac{\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot dY_i(s)^2}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right)} \right] \right. \\ \left. + \frac{-2 \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \right) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot dY_i(s)^2}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right)} \right]}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right)} \quad \left| \quad sr \leq 1 \right. \\ \\ \left[\frac{\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[\frac{\left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \right)^2 + rr^2 \cdot dY_i(s)^2}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right)} \right] \right. \\ \left. + \frac{-2 \cdot \left(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \right) \cdot \left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right) - rr^2 \cdot dY_i(s)^2}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right)} \right]}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^2 + rr^2 \cdot \left(dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2 \right)} \quad \left| \quad sr > 1 \right. \end{array} \right.$$

(式補 6.1.13 続き)

($\because \Gamma d_s(r,u)$)

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) - rr^2 \cdot dY_i(s)^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2)} & | sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot dY_i(s)^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2)} & | sr > 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot dY_i(s)^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2)}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot dY_i(s)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2 \cdot dY_i(s)^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot (dY_k(s)^2 + dY_i(s)^2) \cdot sr^2}{((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr - rr^2 \cdot dY_i(s)^2} \cdot sr^2 \right] & | sr \leq 1 \end{cases}$$

式補 6.1.13

(収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma d_s(r,u)$)

$AV\Gamma d_s(r,u)$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} R \cdot V\Gamma b_s^*(r,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2}{+ rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2} \right. \\ \left. - ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k^2 - rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2) \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2}{+ rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2} \cdot sr^2 \right. \\ \left. - ((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr \cdot \sigma_k^2 - rr^2 \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})^2) \cdot sr^2 \right] & | sr \leq 1 \end{cases}$$

式補 6.1.14

(本文式 3.42)

(式補 6.1.1 から式補 6.1.14 の記号の説明)

TIRBA _{r,i} (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での対象 j の前後差
TIRDID _r (s,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 t+u,t-s 間での DID
TIRBA _{s,i} (r,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた対象 j の前後差 (試料の時点数 S を固定)
TIRDID _r (r,u)	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた DID (試料の時点数 S を固定)
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,j-before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
$\delta_{s,after}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$, 試料の時点数 S を固定)
$\delta_{s,j-before}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍, 試料の時点数 S を固定)
rr	乱数 $\delta_{s,j-before}(r)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{s,after}(r)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i}(t-s)$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i}(t-s)$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i}(t-s)) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\Gamma d_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$\Gamma d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma d_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$AV\Gamma d_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に乱数の組数 R を乗じた漸近分散 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$\varepsilon d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
\perp	独立
$E(\cdot)$	期待値
$Var(\cdot)$	分散
$Cov(\cdot, \cdot)$	共分散
$\lim_{R \rightarrow \infty}$	R を無限大にした極限

[式補 6.2.1 から式補 6.2.14 TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析を反復した係数と分散]

(変数の変換)

$$D3(u) \equiv f_k(t+u) + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 6.2.1}$$

$$D4(u) \equiv f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 6.2.2}$$

$$EA3(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 6.2.3}$$

$$EA4(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \quad \text{式補 6.2.4}$$

$$dY_j(s) \equiv (Y_j(t-s) - \overline{Y_j}(t-s)) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 6.2.5}$$

$$TIRBA_{s,i}(r,u) = \begin{cases} \delta_{s,after}(r) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot \sigma_k - \delta_{s,i-before}(r) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i}(t-s)) & | sr \leq 1 \\ \delta_{s,after}(r) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k - \delta_{s,i-before}(r) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i}(t-s)) & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式補 6.2.6}$$

$$TIRBA_{s,k}(r,u) = \begin{cases} \delta_{s,after}(r) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{s,k-before}(r) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k}(t-s)) & | sr \leq 1 \\ \delta_{s,after}(r) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \delta_{s,k-before}(r) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k}(t-s)) & | sr > 1 \end{cases} \quad \text{式補 6.2.7}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u)のTIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析の係数の推計値 $\Gamma b^*_{r,i}(s,u)$)

$\Gamma b^*_{r,i}(s,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}))}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot s - \bar{\delta}_{r,i-before}(t-s) \cdot (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)})) \right) \cdot (\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}))}{\sum_{s=1}^S \left(\bar{\delta}_{r,after}(t-s) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k - \bar{\delta}_{r,k-before}(t-s) \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)}) \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式 3.26(再掲)

(TIRBA_{r,i}(s,u)のTIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析を反復した係数の推計値 $\Gamma b^*_{s,i}(r,u)$)

$\Gamma b^*_{s,i}(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k}{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k}{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.8

$\Gamma b^*_{s,i}(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot EA3(u) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot EA3(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot D3(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \right)}{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot D3(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot D3(u) \cdot dY_k(t-s) + \bar{\delta}_{s,k-before}(r)^2 \cdot dY_k(t-s)^2) \cdot \sigma_k^2 \right)} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot EA4(u) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot EA4(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot D4(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \right)}{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r)^2 \cdot D4(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot D4(u) \cdot dY_k(t-s) + \bar{\delta}_{s,k-before}(r)^2 \cdot dY_k(t-s)^2) \cdot \sigma_k^2 \right)} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.9

(TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析を反復した係数の理論値 $\Gamma b_s(r,u)$)

$\Gamma b_s(r,u)$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \Gamma b^*_s(r,u)$$

$$= \begin{cases} \frac{\eta_a^2 \cdot EA3(u) \cdot D3(u) \cdot \sigma_k^4}{(\eta_a^2 \cdot D3(u)^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_k(s)^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot \sigma_k^2} & | \text{ sr} \leq 1 \\ \frac{\eta_a^2 \cdot EA4(u) \cdot D4(u) \cdot \sigma_k^4}{(\eta_a^2 \cdot D4(u)^2 \cdot \sigma_k^2 + \eta_a^2 \cdot r^2 \cdot dY_k(s)^2 \cdot \sigma_k^2) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2} & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

$$(\because \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \perp \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \perp \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r))$$

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + r^2 \cdot dY_k(s)^2} & | \text{ sr} \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + r^2 \cdot dY_k(s)^2} & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u)) \cdot \sigma_k^2}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + r^2 \cdot (Y_k(t-s) - Y_k(t-s))^2} & | \text{ sr} \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr \cdot \sigma_k^2}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + r^2 \cdot (Y_k(t-s) - Y_k(t-s))^2} & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.10

(本文式 3.46)

(TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析を反復した係数の分散の導出)

$V\Gamma b^*_r(s,u)$

$$= \begin{cases} S^{-1} \cdot \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_r(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ S^{-1} \cdot \left[\frac{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_r(s,u) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(t-s) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_r(s,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{S^{-1} \cdot \sum_{s=1}^S \left((\bar{\delta}_{r,\text{after}}(t-s) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{r,k\text{-before}}(t-s) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \end{cases}$$

式補 5.2.11(再掲)

$V\Gamma b^*_s(r,u)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 6.2.11

(説明変数 $TIRBA_{s,k}(r,u)$ の分散)

$Var(TIRBA_{s,k}(r,u))$

$$= \begin{cases} \eta_a^2 \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 + r^2 \cdot dY_k(s)^2) \cdot \sigma_k^4 & | \quad sr \leq 1 \\ \eta_a^2 \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 + r^2 \cdot dY_k(s)^2) \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^4 & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.12

(分散の理論値 $V\Gamma b_s(r,u)$)

$V\Gamma b_s(r,u)$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[\frac{R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\epsilon b^*_s(r,u)^2 \cdot TIRBA_{s,k}(r,u) \cdot TIRBA_{s,k}(r,u) \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(TIRBA_{s,k}(r,u) \cdot TIRBA_{s,k}(r,u) \right) \right] \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(TIRBA_{s,k}(r,u) \cdot TIRBA_{s,k}(r,u) \right) \right]} \right]$$

$= \lim_{R \rightarrow \infty} V\Gamma b^*_s(r,u)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{Var(TIRBA_{s,k}(r,u)) \cdot \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_s(r)^2 \cdot Var(TIRBA_{s,k}(r,u)) \right) \right]}{Var(TIRBA_{s,k}(r,u))^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ \left[\frac{Var(TIRBA_{s,k}(r,u)) \cdot \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_s(r)^2 \cdot Var(TIRBA_{s,k}(r,u)) \right) \right]}{Var(TIRBA_{s,k}(r,u))^2} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

(式補 6.2.13 続き)

$$\begin{aligned}
 & (\because \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \\
 & = \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \\
 & = \text{Var}(\text{TIRBA}_{s,k}(r,u)) \quad)
 \end{aligned}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA3}(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{EA3}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. - 2 \cdot \Gamma b_s^*(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA3}(u) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{a,k\text{-before}}(r) \cdot \text{EA3}(u) \cdot dY_k(s) \right. \\ \left. - \bar{\delta}_{a,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{a,i\text{-before}}(r) \cdot D3(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{a,k\text{-before}}(r) \cdot \bar{\delta}_{a,i\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ \left. \left. + \Gamma b_a^*(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{a,k}(r,u)) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRBA}_{s,k}(r,u)) \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA4}(u)^2 - 2 \cdot \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \text{EA4}(u) \cdot dY_i(s) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. - 2 \cdot \Gamma b_s^*(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA4}(u) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{a,k\text{-before}}(r) \cdot \text{EA4}(u) \cdot dY_k(s) \right. \\ \left. - \bar{\delta}_{a,\text{after}}(r) \cdot \bar{\delta}_{a,i\text{-before}}(r) \cdot D4(u) \cdot dY_i(s) + \bar{\delta}_{a,k\text{-before}}(r) \cdot \bar{\delta}_{a,i\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ \left. \left. + \Gamma b_a^*(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{a,k}(r,u)) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRBA}_{s,k}(r,u)) \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \left[\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA3}(u)^2 + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. - 2 \cdot \Gamma b_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA3}(u) \cdot D3(u)) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ \left. \left. + \Gamma b_s(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{s,k}(r,u)) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRBA}_{s,k}(r,u)) \quad | \quad sr \leq 1 \\ \left[\lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA4}(u)^2 + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r)^2 \cdot dY_i(s)^2 \right) \cdot \sigma_k^2 \right. \right. \\ \left. - 2 \cdot \Gamma b_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^2 \cdot \text{EA4}(u) \cdot D4(u)) \cdot \sigma_k^2 \right. \\ \left. \left. + \Gamma b_s(r,u)^2 \cdot \text{Var}(\text{TIRBA}_{s,k}(r,u)) \right] \right] \\ \text{Var}(\text{TIRBA}_{s,k}(r,u)) \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

$$(\because \lim_{R \rightarrow \infty} R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \Gamma b_s^*(r,u) = \Gamma b_s(r,u) , \quad \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \perp \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \perp \bar{\delta}_{r,i\text{-before}}(r))$$

(収束速度を調整した漸近分散 $AV\Gamma b_s(r,u)$)

$AV\Gamma b_s(r,u)$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} R \cdot V\Gamma b_s^*(r,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 + rr^2 \cdot sr^2) \cdot ((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2}{((f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{((\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 + rr^2) \cdot ((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2) - (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 \cdot \sigma_k^2}{((f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot \sigma_k^2 + rr^2 \cdot (Y_k(t-s) - \overline{Y_k(t-s)})^2)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.14

(本文式 3.49)

(式補 6.2.1 から式補 6.2.14 の記号の説明)

$TIRBA_{r,j}(s,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた時点 $t+u, t-s$ 間での対象 j の前後差
$TIRBA_{s,j}(r,u)$	三乱数倍法を適用し r 組目の乱数を用いた対象 j の前後差 (試料の時点数 S を固定)
$\delta_{r,after}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$)
$\delta_{r,j-before}(t-s)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍)
$\delta_{s,after}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$, 試料の時点数 S を固定)
$\delta_{s,j-before}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍, 試料の時点数 S を固定)
rr	乱数 $\delta_{s,j-before}(r)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{s,after}(r)$ の大きさ η_a に対する比率 ($= \eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma b_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$\Gamma b_s^*(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma b_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$AV\Gamma b_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散に乱数の組数 R を乗じた漸近分散 (理論値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma b_s^*(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$\epsilon b_s^*(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の定数項と誤差 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
\perp	独立
$E(\cdot)$	期待値
$Var(\cdot)$	分散
$Cov(\cdot, \cdot)$	共分散
$\lim_{R \rightarrow \infty}$	R を無限大にした極限

補論 7 乱数の大きさを十分大きくした場合での係数と分散への影響

本文 3.1.3.2 では、3.1.2.2 での 3 つの設定や仮定のうち、2)乱数の大きさの比 r_r を 0 より大きく 1 よりはるかに小さく設定することという設定について、理論的に乱数の標準偏差の大きさ η_a と η_b の比がどのような値をとっても推計が可能であることを確認する必要があることを説明した。

ここでは、3.1.2.4 や 3.1.2.5 での不均一分散最小二乗法を用いた回帰分析の係数とその分散について、乱数の大きさ η_b が有限で η_a が無限大であると仮定した場合であっても、係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ 、 $\Gamma b^*_s(r,u)$ やその分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ 、 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ などが発散するなどの問題を生じないことを示す。

三乱数倍法では 3.1.3.1 で説明したとおり乱数の組を取替えて回帰分析を反復し係数を推計するため、係数の推計値は式補 6.1.8 に示す $\Gamma d^*_s(r,u)$ や式補 6.2.8 に示す $\Gamma b^*_s(r,u)$ を用い、係数の分散の推計値は式補 6.1.11 に示す $V\Gamma d^*_s(r,u)$ や式補 6.2.11 に示す $V\Gamma b^*_s(r,u)$ を用いることが必要である。

この補論での議論を簡単にするため、試料の時点数 S と乱数の組数 R は固定しておく。

試料の時点数 S や乱数の組数 R と異なり、三乱数倍法では η_a や η_b に基づいて試料を収集・整備したり回帰分析や検定を行うわけではないため、係数の理論値や漸近分散などを示す必要はないと考えられる。また η_a や η_b の設定により試料の分布が正規分布に従わなくなった場合であっても、3.1.2.4、3.1.2.5 や 3.1.3.1 の結果から回帰分析の係数については中心極限定理に基づき漸近正規分布に従うことが示されている。

このためこの補論では、 η_b が有限で η_a が無限大であると仮定した場合であっても、係数やその分散の推計値が発散するなどの問題を生じないことを示す。

ここで乱数の大きさ η_a が無限大である場合には、乱数 $\delta_{s,after}(r)$ は 0、有限の値、正か負の無限大のいずれかの値をとることとなる。補論 6 などで説明したとおり、これらの係数やその分散の構造から、乱数 $\delta_{s,after}(r)$ が 0 や有限の値である場合には係数やその分散もまた有限の値となる。従って、乱数の大きさ η_a が無限大とした影響による発散の有無を考える際には、 $\delta_{s,after}(r)$ が正か負の無限大である場合のみを考えればよい。以下では乱数 $\delta_{s,after}(r)$ が正か負の無限大であるとした場合について示す。

1. 係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ とその分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ への影響

1.1 係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ への影響

補論 5 や補論 6 と同様に式の導出を簡単にするために、式補 7.1.1 から式補 7.1.5 のとおり乱数の係数を $D1(u)$ などの変数で置換する。また式補 7.1.6 のとおり乱数 $\delta_{s,ikbefore}(r)$ の $\delta_{s,after}(r)$ に対する比を $KA_s(r)(= \delta_{s,kbefore}(r) \cdot \delta_{s,after}(r)^{-1})$ とし、式補 7.1.7 のとおり乱数 $\delta_{s,ibefore}(r)$ の $\delta_{s,after}(r)$ に対する比を $IA_s(r)(= \delta_{s,ibefore}(r) \cdot \delta_{s,after}(r)^{-1})$ とする。

式補 6.1.8 による係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ を $D1(u)$ などを使って表し、分母・分子を $\delta_{s,after}(r)$ の二乗で除して、式補 7.1.8 のとおり整理する。

乱数の大きさ η_a を無限大とした極限のうち、 $\delta_{s,after}(r)$ が正か負の無限大である場合には、 $KA_s(r)$ と $IA_s(r)$ はいずれも 0 に収束する。このため式補 7.1.8 の極限は式補 7.1.9 のとおりであり、乱数に直接関係する変数が分母・分子から消えて式 3.14 や式 3.40 と全く同じ形となる。

式補 7.1.9 は分子が有限であり、分母は $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍にない場合には 0 とならない

ため、式補 7.1.9 は有限であることが確認できる。

1.2 係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ への影響

係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ についても、上記 1.1 と同様に係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ と同様の手順で結果が有限であることを示すことができる。

式補 6.1.11 による係数の分散推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ を $D1(u)$ などを使って表し、分母・分子を $\delta_{s,after}(r)$ の四乗で除して、式補 7.1.10 のとおり整理する。

乱数の大きさ η_a を無限大とした極限のうち、 $\delta_{s,after}(r)$ が正か負の無限大である場合には、 $KA_s(r)$ と $IA_s(r)$ はいずれも 0 に収束する。このため式補 7.1.10 の極限は式補 7.1.11 のとおりとなる。式補 7.1.11 のうち係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ は、既に式補 7.1.9 で有限であることが示している。式補 7.1.11 の分母・分子からは乱数に直接関係する変数が消えており、また式補 7.1.11 の分子は有限であり、分母は $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍にない場合には 0 とならないため、式補 7.1.11 についても有限であることが確認できる。

2. 係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ とその分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ への影響

2.1 係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ への影響

1.1 と同様に式の導出を簡単にするために、式補 7.2.1 から式補 7.2.5 のとおり乱数の係数を $D3(u)$ などの変数で置換する。また式補 7.2.6 のとおり乱数 $\delta_{s,ikbefore}(r)$ の $\delta_{s,after}(r)$ に対する比を $KA_s(r)(= \delta_{s,k-before}(r) \cdot \delta_{s,after}(r)^{-1})$ とし、式補 7.2.7 のとおり乱数 $\delta_{s,ibefore}(r)$ の $\delta_{s,after}(r)$ に対する比を $IA_s(r)(= \delta_{s,i-before}(r) \cdot \delta_{s,after}(r)^{-1})$ とする。

式補 6.2.8 による係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ を $D3(u)$ などを使って表し、分母・分子を $\delta_{s,after}(r)$ の二乗で除して、式補 7.2.8 のとおり整理する。

乱数の大きさ η_a を無限大とした極限のうち、 $\delta_{s,after}(r)$ が正か負の無限大である場合には、 $KA_s(r)$ と $IA_s(r)$ はいずれも 0 に収束する。このため式補 7.2.8 の極限は式補 7.2.9 のとおりであり、乱数に直接関係する変数が分母・分子から消えて式 3.29 や式 3.47 と全く同じ形となる。

従って式補 7.2.9 は分子が有限であり、分母は 0 とならないため、式補 7.2.9 は有限であることが確認できる。

2.2 係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ への影響

係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ についても、上記 2.1 と同様に係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ と同様の手順で結果が有限であることを示すことができる。

式補 6.2.11 による係数の分散推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ を $D3(u)$ などを使って表し、分母・分子を $\delta_{s,after}(r)$ の四乗で除して、式補 7.2.10 のとおり整理する。

乱数の大きさ η_a を無限大とした極限のうち、 $\delta_{s,after}(r)$ が正か負の無限大である場合には、 $KA_s(r)$ と $IA_s(r)$ はいずれも 0 に収束する。このため式補 7.2.10 の極限は式補 7.2.11 のとおりとなる。式補 7.2.11 のうち係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ は、既に式補 7.2.9 で有限であることが示している。式補 7.2.11 の分母・分子からは乱数に直接関係する変数が消えており、また式補 7.2.11 は分子が有限であり、分母は 0 とならないため、式補 7.2.11 についても有限であることが確認できる。

[式補 7.1.1 から式補 7.1.11 係数 $\Gamma d^*_s(r,u)$ とその分散 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ の推計値への影響]

(変数の変換)

$$D1(u) \equiv (1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 7.1.1}$$

$$D2(u) \equiv (1 - \alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 7.1.2}$$

$$EA1(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 7.1.3}$$

$$EA2(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr \quad \text{式補 7.1.4}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 7.1.5}$$

$$KA_s(r) \equiv \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^{-1} \quad \text{式補 7.1.6}$$

$$IA_s(r) \equiv \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot \bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)^{-1} \quad \text{式補 7.1.7}$$

(TIRBA_{r,i}(s,u) の TIRDID_r(s,u) による回帰分析を反復した係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$)

$\Gamma d^*_s(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.1.8(再掲)

$\Gamma d^*_s(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((EA1(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left(D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((EA1(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left(D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 7.1.8

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$)

$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} \Gamma d^*_s(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left(EA1(u) \cdot D1(u) \right) \cdot \sigma_k^2}{\sum_{i=1}^R \left(D1(u) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left(EA2(u) \cdot D2(u) \right) \cdot \sigma_k^2}{\sum_{i=1}^R \left(D2(u) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot ((1-\alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)}{((1-\alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot ((1-\alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot sr}{((1-\alpha(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2} \quad | \quad sr \leq 1 \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{(1-\alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr}{(1-\alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr} \quad | \quad sr \leq 1 \end{array} \right.$$

式補 7.1.9
(本文式 3.53)

(TIRBA_{r,i}(s,u)のTIRDID_i(s,u)による回帰分析を反復した係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$)

$V\Gamma d^*_s(r,u)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 6.1.11(再掲)

$V\Gamma d^*_s(r,u)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((EA1(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (EA1(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \cdot (D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((D1(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((EA2(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (D2(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (EA2(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \\ \quad \cdot (D2(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ \quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (D2(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((D2(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s) + IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 7.1.10

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$)

$$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} V\Gamma d^*_s(r,u) = \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \frac{\sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} EA1(u)^2 \cdot D1(u)^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot EA1(u) \cdot D1(u)^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot D1(u)^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right)}{\left(\sum_{r=1}^R \left(D1(u)^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right)} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ R^{-1} \cdot \frac{\sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} EA2(u)^2 \cdot D2(u)^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot EA2(u) \cdot D2(u)^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot D2(u)^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right)}{\left(\sum_{r=1}^R \left(D2(u)^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right)} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \frac{\left(\begin{array}{l} (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^3 \\ + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^4 \end{array} \right)}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^4} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ R^{-1} \cdot \frac{\left(\begin{array}{l} (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot sr^2 \\ - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \\ \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^3 \cdot sr \\ + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot ((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr)^4 \end{array} \right)}{\left((1 - \alpha_i(t+u)) \cdot f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) - \xi_i(t+u) \cdot sr \right)^4} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 7.1.11
(本文式 3.54)

(式補 7.1.1 から式補 7.1.11 の記号の説明)

$\delta_{s,after}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$, 試料の時点数 S を固定)
$\delta_{s,j-before}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍, 試料の時点数 S を固定)
rr	乱数 $\delta_{s,j-before}(r)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{s,after}(r)$ の大きさ η_a に対する比率 ($= \eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_i(t), \overline{Y_i(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_i^N(t+u) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\Gamma d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma d^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
lim $\eta_a \rightarrow \infty$	乱数 $\delta_{s,after}(r)$ の大きさ η_a を無限大にした極限

[式補 7.2.1 から式補 7.2.11 係数 $\Gamma b^*_s(r,u)$ とその分散 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ の推計値への影響]

(変数の変換)

$$D3(u) \equiv f_k(t+u) + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 7.2.1}$$

$$D4(u) \equiv f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u) \quad \text{式補 7.2.2}$$

$$EA3(u) \equiv \alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr \quad \text{式補 7.2.3}$$

$$EA4(u) \equiv (\alpha_i(t+u) \cdot \overline{f_k(t+u)} + \xi_i(t+u)) \cdot sr \quad \text{式補 7.2.4}$$

$$dY_i(s) \equiv (Y_i(t-s) - \overline{Y_i(t-s)}) \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 7.2.5}$$

$$KA_s(r) \equiv \overline{\delta_{s,k\text{-before}}(r)} \cdot \overline{\delta_{s,after}}(r)^{-1} \quad \text{式補 7.2.6}$$

$$IA_s(r) \equiv \overline{\delta_{s,i\text{-before}}(r)} \cdot \overline{\delta_{s,after}}(r)^{-1} \quad \text{式補 7.2.7}$$

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRBA_{r,k}(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$\Gamma b^*_s(r,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{t=1}^R \left((\overline{\delta_{s,after}}(r) \cdot EA3(u) - \overline{\delta_{s,i\text{-before}}(r)} \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{t=1}^R \left((\overline{\delta_{s,after}}(r) \cdot D3(u) - \overline{\delta_{s,k\text{-before}}(r)} \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{t=1}^R \left((\overline{\delta_{s,after}}(r) \cdot EA4(u) - \overline{\delta_{s,i\text{-before}}(r)} \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{t=1}^R \left((\overline{\delta_{s,after}}(r) \cdot D4(u) - \overline{\delta_{s,k\text{-before}}(r)} \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.8(再掲)

$$\Gamma b^*_s(r,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{t=1}^R \left((EA3(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (D3(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k^2 \right)}{\sum_{t=1}^R \left((D3(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{t=1}^R \left((EA4(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (D4(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s)) \cdot \sigma_k^2 \right)}{\sum_{t=1}^R \left((D4(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 7.2.8

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} \Gamma b^*_s(r,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{t=1}^R \left(EA3(u) \cdot D3(u) \right) \cdot \sigma_k^2}{\sum_{t=1}^R \left(D3(u) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{t=1}^R \left(EA4(u) \cdot D4(u) \right) \cdot \sigma_k^2}{\sum_{t=1}^R \left(D4(u) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))}{(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)) \cdot sr}{(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2} \quad | \quad sr \leq 1 \end{array} \right. \\
&= \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr}{f_k(t+u) + \xi_k(t+u)} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \frac{(\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot sr}{f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u)} \quad | \quad sr \leq 1 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

式補 7.2.9
(本文式 3.55)

(TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRBA_{r,k}(s,u)による回帰分析を反復した係数の分散の推計値 VΓb^{*}_s(r,u))

VΓb^{*}_s(r,u)

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \\ \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \\ \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \\ \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

式補 6.2.11(再掲)

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} (EA3(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (D3(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (EA3(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (D3(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (D3(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((D3(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | \quad sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} (EA4(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (D4(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (EA4(u) - IA_s(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (D4(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (D4(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((D4(u) - KA_s(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

式補 7.2.10

(乱数の大きさ η_a を無限大とした極限での係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty} V\Gamma b^*_s(r,u) = \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} EA3(u)^2 \cdot D3(u)^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot EA3(u) \cdot D3(u)^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot D3(u)^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(D3(u)^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(\begin{array}{l} EA4(u)^2 \cdot D4(u)^2 \cdot \sigma_k^4 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot EA4(u) \cdot D4(u)^3 \cdot \sigma_k^4 \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot D4(u)^4 \cdot \sigma_k^4 \end{array} \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left(D4(u)^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr > 1 \\ \\ \\ \\ R^{-1} \cdot \frac{\left[\begin{array}{l} (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^2 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u) \cdot sr) \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^3 \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^4 \end{array} \right]}{\left[(f_k(t+u) + \xi_k(t+u))^4 \right]} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ R^{-1} \cdot \frac{\left[\begin{array}{l} (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u))^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \cdot sr^2 \\ - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\alpha_i(t+u) \cdot f_k(t+u) + \xi_i(t+u)) \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^3 \cdot sr \\ + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^4 \end{array} \right]}{\left[(f_k(t+u) \cdot sr + \xi_k(t+u))^2 \right]} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right.$$

式補 7.2.11
(本文式 3.56)

(式補 7.2.1 から式補 7.2.11 の記号の説明)

$\delta_{s,after}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$, 試料の時点数 S を固定)
$\delta_{s,j-before}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍, 試料の時点数 S を固定)
rr	乱数 $\delta_{s,j-before}(r)$ の大きさ η_b の乱数 $\delta_{s,after}(r)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_j(t), \overline{Y_j(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_i(t+u)$	$Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\Gamma b^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma b^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
$\lim_{\eta_a \rightarrow \infty}$	乱数 $\delta_{s,after}(r)$ の大きさ η_a を無限大にした極限

補論 8 処置効果を十分大きくした場合での係数と分散への影響

本文 3.1.3.3 では、3.1.2.2 での 3 つの設定や仮定のうち、3) 処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ の絶対値が仮想現実の大きさ $\xi(t+u)$ の絶対値より大きいこと設定について、理論的に $f_k(t+u)$ の絶対値と $\xi(t+u)$ の絶対値の比がどのような値をとっても推計が可能であることを確認する必要があることを説明した。

ここでは補論 7 と同じ考え方に基づき、3.1.2.4 や 3.1.2.5 での不均一分散最小二乗法を用いた回帰分析の係数とその分散について、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が無限大であると仮定した場合であっても、係数の推計値 $\Gamma d^*_{s}(r,u)$ 、 $\Gamma b^*_{s}(r,u)$ やその分散の推計値 $V\Gamma d^*_{s}(r,u)$ 、 $V\Gamma b^*_{s}(r,u)$ などが発散するなどの問題を生じないことを示す。

三乱数倍法では 3.1.3.1 で説明したとおり乱数の組を取替えて回帰分析を反復し係数を推計するため、係数の推計値は式補 6.1.8 に示す $\Gamma d^*_{s}(r,u)$ や式補 6.2.8 に示す $\Gamma b^*_{s}(r,u)$ を用い、係数の分散の推計値は式補 6.1.11 に示す $V\Gamma d^*_{s}(r,u)$ や式補 6.2.11 に示す $V\Gamma b^*_{s}(r,u)$ を用いることが必要である。

この補論での議論を簡単にするため、試料の時点数 S と乱数の組数 R は固定しておく。

また補論 7 と同じ考え方により、この補論では処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が無限大であると仮定した場合であっても、係数やその分散の推計値が発散するなどの問題を生じないことを示す。

1. 係数の推計値 $\Gamma d^*_{s}(r,u)$ とその分散の推計値 $V\Gamma d^*_{s}(r,u)$ への影響

1.1 係数の推計値 $\Gamma d^*_{s}(r,u)$ への影響

式の導出を簡単にするために、式補 8.1.1 から式補 8.1.5 のとおり乱数の係数を $DF1(u)$ などの変数で置換する。但し他の補論と異なり、乱数の係数は全て $f_k(t+u)$ で除した係数としておく。

式補 6.1.8 による係数の推計値 $\Gamma d^*_{s}(r,u)$ を $DF1(u)$ などを使って表し、式補 8.1.6 のとおり整理する。

処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が無限大であるとした極限では、 $DF1(u)$ などの係数は $\alpha(t+u)$ などの簡単な値に収束する。このため式補 8.1.6 の極限は式補 8.1.7 のとおりであり、乱数に直接関係する変数が分母・分子から消えて式 3.15 や式 3.41 と同じ $\alpha(t+u) \cdot (1 - \alpha(t+u))^{-1}$ となる。従って式補 8.1.7 は、 $\alpha(t+u)$ が 1 の近傍にない場合には有限となることが確認できる。

1.2 係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_{s}(r,u)$ への影響

係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_{s}(r,u)$ については、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が無限大であるとした極限では、上記 1.1 で係数 $\Gamma d^*_{s}(r,u)$ が $\alpha(t+u) \cdot (1 - \alpha(t+u))^{-1}$ となることが解っているため、その分散の極限は 0 でなければならない。

式補 6.1.11 による係数の分散推計値 $V\Gamma d^*_{s}(r,u)$ を $DF1(u)$ などを使って表し、式補 8.1.8 のとおり整理する。

乱数の大きさ η_s を無限大とした極限では、 $DF1(u)$ などの係数は $\alpha(t+u)$ などの簡単な値に収束する。このため式補 8.1.8 の極限は式補 8.1.9 のとおり 0 となることが確認できる。

2. 係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ とその分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ への影響

2.1 係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$ への影響

1.1 と同様に式の導出を簡単にするために、式補 8.2.1 から式補 8.2.5 のとおり乱数の係数を $f_k(t+u)$ で除した $DF3(u)$ などの変数で置換する。

式補 6.2.8 による係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$ を $DF3(u)$ などを使って表し、式補 8.2.6 のとおり整理する。

処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が無限大であるとした極限では、 $DF3(u)$ などの係数は $\alpha_i(t+u)$ などの簡単な値に収束する。このため式補 8.2.6 の極限は式補 8.2.7 のとおりであり、乱数に直接関係する変数が分母・分子から消えて式 3.30 や式 3.48 と同じ $\alpha_i(t+u)$ となる。従って式補 8.2.7 は有限となることが確認できる。

2.2 係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ への影響

係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ については、処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が無限大であるとした極限では、上記 1.1 で係数 $\Gamma b^*_s(r,u)$ が $\alpha_i(t+u)$ となることから解っているため、その分散の極限は 0 でなければならない。

式補 6.2.11 による係数の分散推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$ を $DF3(u)$ などを使って表し、式補 8.2.8 のとおり整理する。

乱数の大きさ η_a を無限大とした極限では、 $DF3(u)$ などの係数は $\alpha_i(t+u)$ などの簡単な値に収束する。このため式補 8.2.8 の極限は式補 8.2.9 のとおり 0 となることが確認できる。

[式補 8.1.1 から式補 8.1.9 係数 $\Gamma d^*_s(r,u)$ とその分散 $V\Gamma d^*_s(r,u)$ の推計値への影響]

(変数の変換)

$$DF1(u) \equiv (1 - \alpha(t+u)) + \xi_k(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1} - \xi(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1} \cdot sr \quad \text{式補 8.1.1}$$

$$DF2(u) \equiv (1 - \alpha(t+u)) \cdot sr + \xi_k(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1} - \xi(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1} \cdot sr \quad \text{式補 8.1.2}$$

$$EF1(u) \equiv \alpha(t+u) + \xi(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1} \cdot sr \quad \text{式補 8.1.3}$$

$$EF2(u) \equiv (\alpha(t+u) + \xi(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1}) \cdot sr \quad \text{式補 8.1.4}$$

$$dFY_j(s) \equiv (Y_j(t-s) - \overline{Y_j(t-s)}) \cdot f_k(t+u)^{-1} \cdot \sigma_k^{-1} \quad \text{式補 8.1.5}$$

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRDID_r(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$)

$\Gamma d^*_s(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (\delta_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{r=1}^R \left(\delta_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \quad sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right. \right. \\ \left. \left. \cdot (\delta_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{r=1}^R \left(\delta_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \quad sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.1.8(再掲)

$$\Gamma d^*_s(r,u) = \begin{cases} \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EF2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot \sigma_k \right) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot \sigma_k}{\sum_{r=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EF2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot \sigma_k \right) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot \sigma_k}{\sum_{r=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s) \right) \cdot \sigma_k^2} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 8.1.6

(処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大とした極限での係数の推計値 $\Gamma d^*_s(r,u)$)

$$\lim_{f_k \rightarrow \infty} \Gamma d^*_s(r,u) = \begin{cases} \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u))) \cdot \sigma_k^2 \right)}{\sum_{r=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u) \cdot \text{sr}) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \text{sr}) \right) \cdot \sigma_k^2}{\sum_{r=1}^R \left(\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot \text{sr} \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

$$= \frac{\alpha_i(t+u)}{1 - \alpha_i(t+u)}$$

式補 8.1.7
(本文式 3.57)

(TIRBA_{r,i}(s,u)の TIRDID_r(s,u)による回帰分析を反復した係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$)

$$V\Gamma d^*_s(r,u) = \begin{cases} R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right) - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA1(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D1(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | \text{ sr} \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \right) - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA2(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D2(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s) + \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | \text{ sr} > 1 \end{cases}$$

式補 6.1.11(再掲)

$$\begin{aligned}
& \text{V}\Gamma d^*_s(r,u) \\
= & \left\{ \begin{array}{l}
R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EF1}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^2 \right. \right. \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF1}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EF1}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s)) \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF1}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF1}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF1}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \\
R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EF2}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^2 \right. \right. \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF2}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^2 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{EF2}(u) - \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s)) \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF2}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^3 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF2}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \text{DF2}(u) - \bar{\delta}_{s,k\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_k(s) + \bar{\delta}_{s,i\text{-before}}(r) \cdot d\text{FY}_i(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]}
\end{array} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad | \quad sr \leq 1 \\
& \qquad \qquad \qquad | \quad sr > 1 \\
& \qquad \qquad \qquad \text{式補 8.1.8}
\end{aligned}$$

(処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大とした極限での係数の分散の推計値 $\text{V}\Gamma d^*_s(r,u)$)

$$\begin{aligned}
& \lim_{f_k \rightarrow \infty} \text{V}\Gamma d^*_s(r,u) \\
= & \left\{ \begin{array}{l}
R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \alpha_i(t+u))^2 \right. \right. \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)))^2 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \alpha_i(t+u)) \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)))^3 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)))^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \\
R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \alpha_i(t+u) \cdot sr)^2 \right. \right. \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot \alpha_i(t+u) \cdot sr) \\
\quad \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot sr)^3 \cdot \sigma_k^4 \\
\quad \left. \left. + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot sr)^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r) \cdot (1 - \alpha_i(t+u)) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]}
\end{array} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad | \quad sr \leq 1 \\
& \qquad \qquad \qquad | \quad sr > 1 \\
= & R^{-1} \cdot \left[\frac{\alpha_i(t+u)^2}{(1 - \alpha_i(t+u))^2} - 2 \cdot \Gamma d^*_s(r,u) \cdot \frac{\alpha_i(t+u)}{1 - \alpha_i(t+u)} + \Gamma d^*_s(r,u)^2 \right] \\
= & 0 \\
& \qquad \qquad \qquad \text{式補 8.1.9}
\end{aligned}$$

(式補 8.1.1 から式補 8.1.9 の記号の説明)

- $\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)$ r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$, 試料の時点数 S を固定)
- $\bar{\delta}_{s,j\text{-before}}(r)$ r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍, 試料の時点数 S を固定)
- rr 乱数 $\bar{\delta}_{s,j\text{-before}}(r)$ の大きさ η_b の乱数 $\bar{\delta}_{s,\text{after}}(r)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)

(式補 8.1.1 から式補 8.1.9 の記号の説明(続き))

$Y_j(t), \overline{Y_j(t-s)}$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha(t+u)$	時点 t+u での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($= \sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($= ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_j(t+u)$	$Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}$ の σ_j に対する比率 ($= (Y_j^N(t+u) - \overline{Y_j(t-s)}) \cdot \sigma_j^{-1}$)
$\Gamma d^*_{s}(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma d^*_{s}(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
$\lim_{R \rightarrow \infty}$	処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大にした極限

[式補 8.2.1 から式補 8.2.9 係数 $\Gamma b^*_{s}(r,u)$ とその分散 $V\Gamma b^*_{s}(r,u)$ の推計値への影響]

(変数の変換)

$DF3(u) \equiv 1 + \xi_k(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1}$	式補 8.2.1
$DF4(u) \equiv sr + \xi_k(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1}$	式補 8.2.2
$EF3(u) \equiv \alpha(t+u) + \xi_j(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1} \cdot sr$	式補 8.2.3
$EF4(u) \equiv (\alpha(t+u) + \xi_j(t+u) \cdot f_k(t+u)^{-1}) \cdot sr$	式補 8.2.4
$dFY_j(s) \equiv (Y_j(t-s) - \overline{Y_j(t-s)}) \cdot f_k(t+u)^{-1} \cdot \sigma_k^{-1}$	式補 8.2.5

(TIRBA_{r,i}(s,u) の TIRBA_{r,k}(s,u) による回帰分析を反復した係数の推計値 $\Gamma b^*_{s}(r,u)$)

$\Gamma b^*_{s}(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \text{ sr } \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \delta_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \text{ sr } > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.8(再掲)

$\Gamma b^*_{s}(r,u)$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot EF3(u) - \delta_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot DF3(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \text{ sr } \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot EF4(u) - \delta_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot \sigma_k \right)}{\sum_{i=1}^R \left((\delta_{s,after}(r) \cdot DF4(u) - \delta_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(t-s)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | \text{ sr } > 1 \end{cases}$$

式補 8.2.6

(処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大とした極限での係数の推計値 $\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$\lim_{f_k \rightarrow \infty} \Gamma b^*_s(r,u)$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot 1) \cdot \sigma_k^2 \right)}{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r)) \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ \left[\frac{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u) \cdot sr) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot sr) \cdot \sigma_k^2 \right)}{\sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r)) \cdot sr \cdot \sigma_k \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

$$= \alpha_i(t+u)$$

式補 8.2.7

(本文式 3.58)

($TIRBA_{r,i}(s,u)$ の $TIRBA_{r,k}(s,u)$ による回帰分析を反復した係数の分散の推計値 $V\Gamma b^*_s(r,u)$)

$$V\Gamma b^*_s(r,u)$$

$$= \begin{cases} R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EA4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot D4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 6.2.11(再掲)

$$= \begin{cases} R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EF3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EF3(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF3(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | sr \leq 1 \\ R^{-1} \cdot \left[\frac{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EF4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^4 - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot EF4(u) - \bar{\delta}_{s,i-before}(r) \cdot dFY_i(s)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^3 \cdot \sigma_k^4 + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^4 \cdot \sigma_k^4 \right)}{R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot DF4(u) - \bar{\delta}_{s,k-before}(r) \cdot dFY_k(s))^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2} \right] & | sr > 1 \end{cases}$$

式補 8.2.8

(処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大とした極限での係数の分散の推計値 $V\Gamma d^*_s(r,u)$)

$$\begin{aligned}
 & \lim_{f_k \rightarrow \infty} V\Gamma b^*_s(r,u) \\
 &= \left\{ \begin{array}{l} R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u))^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot 1) \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u)) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot 1)^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot 1)^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot 1)^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr \leq 1 \\ \\ R^{-1} \cdot \frac{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u) \cdot sr)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot \Gamma b^*_s(r,u) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot \alpha_i(t+u) \cdot sr) \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot sr)^3 \cdot \sigma_k^4 \right. \right. \\ \left. \left. + \Gamma b^*_s(r,u)^2 \cdot (\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot sr)^4 \cdot \sigma_k^4 \right) \right]}{\left[R^{-1} \cdot \sum_{r=1}^R \left((\bar{\delta}_{s,after}(r) \cdot sr)^2 \cdot \sigma_k^2 \right)^2 \right]} \quad | \quad sr > 1 \end{array} \right. \\
 &= \alpha_i(t+u)^2 - 2 \cdot \alpha_i(t+u)^2 + \alpha_i(t+u)^2 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

式補 8.2.9

(式補 8.2.1 から式補 8.2.9 の記号の説明)

$\bar{\delta}_{s,after}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差が σ_{ki} の η_a 倍, $\eta_a \gg \eta_b$, 試料の時点数 S を固定)
$\bar{\delta}_{s,j-before}(r)$	r 組目の乱数 (平均 0, 標準偏差がいずれも σ_{ki} の η_b 倍, 試料の時点数 S を固定)
rr	乱数 $\bar{\delta}_{s,j-before}(r)$ の大きさ η_b の乱数 $\bar{\delta}_{s,after}(r)$ の大きさ η_a に対する比率 ($=\eta_b \cdot \eta_a^{-1}$)
$Y_j(t), \overline{Y}_j(t-s)$	時点 t での対象 j の結果指標とその処置前での平均値
$\alpha_i(t+u)$	時点 $t+u$ での対照群の対象 i が受ける二次的影響の係数 (由来を問わない)
σ_k, σ_i	処置前での処置群の対象の標準偏差 σ_k , 処置前での対照群の対象の標準偏差 σ_i
σ_{ki}	σ_k, σ_i のうち大きい方
sr	σ_i の σ_k に対する比率 ($=\sigma_i \cdot \sigma_k^{-1}$, $0.5 \leq sr^2 \leq 2.0$)
$f_k(t+u)$	処置効果 $ZF_k(t+u)$ の σ_{ki} に対する比率 ($=ZF_k(t+u) \cdot \sigma_{ki}^{-1}$)
$\xi_j(t+u)$	$Y_j^N(t+u) - \overline{Y}_j(t-s)$ の σ_i に対する比率 ($= (Y_j^N(t+u) - \overline{Y}_j(t-s)) \cdot \sigma_i^{-1}$)
$\Gamma b^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
$V\Gamma b^*_s(r,u)$	r 組目の乱数を用いた回帰分析の係数の分散 (推計値, 試料の時点数 S を固定)
R	乱数の組数 (回帰分析の反復回数)
$\lim_{f_k \rightarrow \infty}$	処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を無限大にした極限

補論 9 処置効果を変化させた際のモンテカルロ・シミュレーション結果

本文 3.2.2.3 では処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ が小さくなった場合について、 $\alpha(t+u)$ の真の値が ± 0.00 と $+0.50$ の 2 通りの場合について抄出して説明したが、ここでは $f_k(t+u)$ が 4.0、2.5 と 2.0 の場合についての推計結果全体について表補 9.1 から表補 9.3 に示す。

[表補 9.1 $f_k(t+u)$ が 4.0 の場合のモンテカルロ・シミュレーション結果と推計精度]

回帰分析と推計 二次的影響の係数	3.1.2.4 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRDID _i (s,u)で回帰分析)		3.1.2.5 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRBA _{r,k} (s,u)で回帰分析)	
	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)
$\alpha(t+u)$ (真の値)				
- 1.000	<u>- 0.997</u>	(- 0.900, - 1.104)	- 1.157	(- 1.024, - 1.289)
- 0.750	<u>- 0.747</u>	(- 0.662, - 0.841)	- 0.887	(- 0.771, - 1.003)
- 0.500	<u>- 0.496</u>	(- 0.424, - 0.577)	- 0.617	(- 0.518, - 0.717)
- 0.250	<u>- 0.247</u>	(- 0.186, - 0.314)	- 0.348	(- 0.265, - 0.431)
± 0.000	<u>+ 0.005</u>	(+ 0.054, - 0.050)	- 0.078	(- 0.011, - 0.145)
+ 0.250	<u>+ 0.256</u>	(+ 0.293, + 0.214)	+ 0.192	(+ 0.243, + 0.141)
+ 0.500	<u>+ 0.508</u>	(+ 0.534, + 0.480)	+ 0.463	(+ 0.498, + 0.427)
+ 0.750	<u>+ 0.766</u>	(+ 0.782, + 0.748)	+ 0.731	(+ 0.753, + 0.710)
+ 0.875	+ 0.895	(+ 0.920, + 0.832)	<u>+ 0.866</u>	(+ 0.882, + 0.851)
+ 1.000	+ 0.823	(+ 1.389, + 0.858)	<u>+ 1.001</u>	(+ 1.014, + 0.988)
+ 1.125	+ 1.089	(+ 1.125, + 1.071)	<u>+ 1.136</u>	(+ 1.152, + 1.121)
+ 1.250	<u>+ 1.235</u>	(+ 1.256, + 1.218)	+ 1.271	(+ 1.292, + 1.250)
+ 1.500	<u>+ 1.493</u>	(+ 1.523, + 1.467)	+ 1.541	(+ 1.576, + 1.505)

(表注) 上記は処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を 4.0 とし他は「基本設定」と同じとした場合での結果である。
下実線は 3.1.2.4 と 3.1.2.5 による回帰分析と推計のうち真の値からの乖離が小さい方を、下破線は 95%信頼区間が 0 を跨いでいることを示す(以下の表において同じ)。

[表補 9.2 $f_k(t+u)$ が 2.5 の場合のモンテカルロ・シミュレーション結果と推計精度]

回帰分析と推計 二次的影響の係数	3.1.2.4 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRDID _i (s,u)で回帰分析)		3.1.2.5 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRBA _{r,k} (s,u)で回帰分析)	
	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)
$\alpha(t+u)$ (真の値)				
- 1.000	<u>- 0.997</u>	(- 0.846, - 1.175)	- 1.322	(- 0.377, - 2.267)
- 0.750	<u>- 0.747</u>	(- 0.615, - 0.903)	- 1.034	(- 0.208, - 1.862)
- 0.500	<u>- 0.495</u>	(- 0.382, - 0.629)	- 0.745	(- 0.036, - 1.454)
- 0.250	<u>- 0.243</u>	(- 0.149, - 0.355)	- 0.455	(+ 0.136, - 1.046)
± 0.000	<u>+ 0.009</u>	(+ 0.085, - 0.081)	- 0.166	(+ 0.307, - 0.639)
+ 0.250	<u>+ 0.262</u>	(+ 0.320, + 0.194)	+ 0.123	(+ 0.478, - 0.232)
+ 0.500	<u>+ 0.519</u>	(+ 0.559, + 0.471)	+ 0.412	(+ 0.651, + 0.174)
+ 0.750	<u>+ 0.801</u>	(+ 0.830, + 0.750)	+ 0.686	(+ 0.804, + 0.569)
+ 0.875	<u>+ 0.859</u>	(+ 0.917, + 0.704)	+ 0.838	(+ 0.907, + 0.769)
+ 1.000	+ 1.436	(+ 1.233, + 0.779)	<u>+ 0.991</u>	(+ 1.034, + 0.947)
+ 1.125	+ 1.226	(+ 1.029, + 1.092)	<u>+ 1.134</u>	(+ 1.211, + 1.058)
+ 1.250	+ 1.209	(+ 1.260, + 1.176)	<u>+ 1.280</u>	(+ 1.409, + 1.150)
+ 1.500	<u>+ 1.482</u>	(+ 1.533, + 1.441)	+ 1.569	(+ 1.813, + 1.324)

(表注) 上記は処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を 2.5 とし他は「基本設定」と同じとした場合での結果である。

[表補 9.3 $f_k(t+u)$ が 2.0 の場合のモンテカルロ・シミュレーション結果と推計精度]

回帰分析と推計 二次的影響の係数	3.1.2.4 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRDID _{r,i} (s,u)で回帰分析)		3.1.2.5 による回帰分析と推計 (TIRBA _{r,i} (s,u)を TIRBA _{r,k} (s,u)で回帰分析)	
	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)	推計結果	(95%信頼区間上限・下限)
$\alpha(t+u)$ (真の値)				
- 1.000	<u>- 0.997</u>	(- 0.812, - 1.226)	- 1.039	(+ 1.290, - 3.367)
- 0.750	<u>- 0.746</u>	(- 0.583, - 0.946)	- 0.784	(+ 1.254, - 2.821)
- 0.500	<u>- 0.495</u>	(- 0.356, - 0.667)	- 0.530	(+ 1.216, - 2.277)
- 0.250	<u>- 0.241</u>	(- 0.125, - 0.384)	- 0.274	(+ 1.147, - 1.182)
± 0.000	<u>+ 0.012</u>	(+ 0.105, - 0.103)	- 0.018	(+ 1.146, - 1.182)
+ 0.250	+ 0.268	(+ 0.338, + 0.181)	<u>+ 0.237</u>	(+ 1.111, - 0.636)
+ 0.500	+ 0.530	(+ 0.578, + 0.469)	<u>+ 0.493</u>	(+ 1.076, - 0.090)
+ 0.750	+ 0.787	(+ 0.840, + 0.660)	<u>+ 0.748</u>	(+ 0.804, + 0.569)
+ 0.875	+ 1.184	(+ 0.878, + 0.676)	<u>+ 0.876</u>	(+ 1.038, + 0.713)
+ 1.000	+ 1.867	(+ 1.232, + 0.723)	<u>+ 1.005</u>	(+ 1.102, + 0.908)
+ 1.125	+ 1.522	(+ 1.139, + 1.027)	<u>+ 1.131</u>	(+ 1.310, + 0.951)
+ 1.250	+ 1.181	(+ 1.260, + 1.142)	<u>+ 1.259</u>	(+ 1.567, + 0.950)
+ 1.500	+ 1.470	(+ 1.537, + 1.419)	<u>+ 1.514</u>	(+ 2.107, + 0.921)

(表注) 上記は処置効果の大きさ $f_k(t+u)$ を 2.0 とし他は「基本設定」と同じとした場合での結果である。
 $f_k(t+u)$ が 2.0 の場合、 $f_k(t+u)$ が 2.5 以上と比べて 3.1.2.4 の手法の推計精度が高い範囲が広いように見えるが、実際には 1)3.1.2.4 の手法の推計精度が低下していること、2)3.1.2.5 の手法で推計された $\alpha(t+u)$ は +0.500 以下の領域で 95 %信頼区間が 0 を跨いでおり、 $\alpha(t+u)$ の推計値が信頼できない状態となっていることの 2 点に注意が必要である。

補論 10 実証分析に使用した産地・銘柄の試料に関する定常性の検定結果

本文 4.2 では新たな対策手法の実証分析において、4.1.2.4 で説明したとおり処置群 4 産地・銘柄と対照群 25 産地・銘柄を用いた分析を行っている。

ここではこれら 29 産地・銘柄の米の卸取引価格の試料について、その分析の対象とした産地・銘柄とその合成対照群の対象の試料に関し、ADF 検定による定常性の検定を行った結果を表補 10 に示す。この結果から、29 産地・銘柄の全部について試料が定常であることが確認される。

[表補 10 実証分析に使用した処置群の産地・銘柄の試料に関する定常性の検定結果]

産地・銘柄	検定結果			合成対照群の対象		
	検定値	5%臨界値	判定	検定値	5%臨界値	判定
(処置群)						
福島浜通産コシヒカリ	- 3.153	- 2.886	定常	- 2.918	- 2.886	定常
福島中通産コシヒカリ	- 3.140	- 2.882	定常	- 3.158	- 2.882	定常
福島会津産コシヒカリ	- 3.492	- 2.883	定常	- 3.049	- 2.883	定常
宮城県産ササニシキ	- 3.463	- 2.883	定常	- 2.911	- 2.883	定常
(対照群)						
北海道産きらら 397	- 2.919	- 2.881	定常	- 4.490	- 2.881	定常
秋田県あきたこまち	- 2.887	- 2.880	定常	- 2.885	- 2.880	定常
山形県産はえぬき	- 3.081	- 2.880	定常	- 2.989	- 2.880	定常
茨城県産コシヒカリ	- 3.018	- 2.881	定常	- 3.133	- 2.881	定常
栃木県産コシヒカリ	- 3.017	- 2.880	定常	- 3.041	- 2.880	定常
千葉県産コシヒカリ	- 3.625	- 2.882	定常	- 3.210	- 2.882	定常
長野県産コシヒカリ	- 3.424	- 2.881	定常	- 2.941	- 2.881	定常
新潟県一般産コシヒカリ	- 3.747	- 2.880	定常	- 3.068	- 2.880	定常
新潟県岩船産コシヒカリ	- 3.412	- 2.883	定常	- 3.703	- 2.883	定常
新潟県佐渡産コシヒカリ	- 3.497	- 2.883	定常	- 3.320	- 2.883	定常
富山県産コシヒカリ	- 3.757	- 2.880	定常	- 3.056	- 2.880	定常
石川県産コシヒカリ	- 3.082	- 2.882	定常	- 2.951	- 2.882	定常
福井県産コシヒカリ	- 2.890	- 2.882	定常	- 2.914	- 2.882	定常
福井県産ハナエチゼン	- 3.012	- 2.884	定常	- 2.948	- 2.884	定常
岐阜県産コシヒカリ	- 3.596	- 2.884	定常	- 3.081	- 2.884	定常
三重県一般産コシヒカリ	- 3.121	- 2.883	定常	- 3.141	- 2.883	定常
三重県伊賀産コシヒカリ	- 3.328	- 2.886	定常	- 3.241	- 2.886	定常
滋賀県産コシヒカリ	- 3.053	- 2.882	定常	- 3.071	- 2.882	定常
滋賀県産キヌヒカリ	- 3.068	- 2.883	定常	- 3.186	- 2.883	定常
鳥取県産コシヒカリ	- 3.115	- 2.885	定常	- 3.095	- 2.885	定常
鳥取県産ひとめぼれ	- 3.004	- 2.886	定常	- 3.013	- 2.886	定常
島根県産コシヒカリ	- 3.473	- 2.882	定常	- 2.896	- 2.882	定常
山口県産コシヒカリ	- 3.035	- 2.885	定常	- 3.251	- 2.885	定常
福岡県産ヒノヒカリ	- 2.950	- 2.883	定常	- 2.902	- 2.882	定常
大分県産ヒノヒカリ	- 3.070	- 2.885	定常	- 2.983	- 2.885	定常

(表注) 各産地・銘柄に関する基本統計量については、本文表 4.2 を参照ありたい。

参考文献

- Abadie A. 2020. "Using Synthetic Controls: Feasibility, Data Requirements and Methodological Aspects" forthcoming, *Journal of Economic Literature*
- Abadie A., Diamond A. and Hainmueller J. 2010. "Synthetic Control Methods for Comparative Case Studies: Estimating the Effect of California's Tobacco Program" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.105 No.490 493-505
- 2015. "Comparative Policies and the Synthetic Control Method" *American Journal of Political Science*, Vol.59 No.2 495-510
- Abadie A. and Gardeazabal J. 2003. "The Economic Cost of Conflict: A Case Study of the Basque Country" *The American Economic Review*, Vol.93 No.1 113-132
- Abadie A. and Imbens G. 2002. "Simple and Bias-corrected Matching Estimators for Average Treatment Effects" *NBER: National Bureau of Economic Research*, Technical Working Paper T0283
- Abadie A. and L'Hour J. 2019. "A Penalized Synthetic Control Estimator for Disaggregated Data" *MIT Working Paper*
<https://economics.mit.edu/files/18642> (2020年6月30日確認)
- Amemiya T. 1978. "A Note on the Random Coefficient Model" *International Economic Review*, Vol.19 No.3 793-796
- Angrist J. and Lang K. 2002. "How Important are Classroom Peer Effects? Evidence from Boston's METCO Program" *NBER: National Bureau of Economic Research*, Working paper 9263
- 2004. "Does School Integration Generate Peer Effects? Evidence from Boston's METCO Program" *The American Economic Review*, Vol.94 No.5 1613-1634
- Angrist J. and Pischke J. 2008. *Mostly Harmless Econometrics: An Empiricist's Companion* Princeton Univ. Press
- Arkhangelsky D., Athey S., Hirshberg D., Imbens G. and Wager S. 2019. "Synthetic Difference In Differences" *NBER: National Bureau of Economic Research*, Working paper w25532
- Arnou P. and Samii C. 2013. "Estimating Average Causal Effects Under General Inference, with Application to a Social Network Experiment" forthcoming, *Annals of Applied Statistics* arXiv:1305.6156v4
- Arellano M. 2003. *Panel Data Econometrics* Oxford University Press
- Ashenfelter O. 1978. "Estimating the Effect of Training Programs on Earnings" *Review of Economics and Statistics*, Vol.60, 47-57
- Ashenfelter O. and Card D. 1995. "Using the Longitudinal Structure of Earnings to Estimate the Effects of Training Programs" *Review of Econometrics and Statistics*, Vol.67, 648-660
- Athey S. and Imbens G. 2006. "Identification and Inference in Nonlinear Difference-In-Difference Models" *Econometrica*, Vol.74 No.2 431-497
- 2017. "The State of Applied Econometrics: Causality and Policy Evaluation" *The Journal of Economic Perspectives*, Vol.31 No.2 3-32
- Bai J. 2013. "Fixed-effects Dynamic Panel Models, A Factor Analytical Method" *Econometrica*, Vol.81, No.1, p285-314

- Ben-Michael E., Feller A. and Rothstein J. 2018. "The Augmented Synthetic Control Method" *Working Paper Series. Goldman School of Public Policy, University of California Berkeley* arXiv: 1811.04170
- Bertrand M. , Duflo E. and Mullainathan S. 2004. "How Much Should We Trust Difference-In-Difference Estimates?" *Quarterly Journal of Economics*, Vol.119 No.1, 249-275
- Borjas G. 2015. "The Wage Impacts of the Marielitos: A Reappraisal" *NBER: National Bureau of Economic Research, Working Paper 21588*
- Brundell R. and Costa Dias M. 2009. "Alternative Approaches to Evaluation in Empirical Microeconomics" *The Journal of Human Resources*, Vol.44 No.3 565-640
- Cameron A. and Trivedi P. 2005. "*Microeconometrics*" Cambridge University Press
- Card D. 1990. "The Impact of the Mariel Boatlift on the Miami Labor Market" *Industrial and Labor Relations Review*, Vol.44, 245-257
- Card D. and Krueger A. 1994. "Minimum Wages and Employment; A Case Study of the Fast-food Industry in New Jersey and Pennsylvania" *American Economic Review*, Vol.84 No.4, 772-793
- 1988. "A Reanalysis of the Effect of the New Jersey Minimum Wage Increase on the Fast-food Industry with Representative Payroll Data" *NBER: National Bureau of Economic Research, Working Paper 6386*
- Carrel S., Sacerdote B., West J. E. 2013. "From Natural Variation to Optimal Policy? The Importance of Endogenous Peer Group Formation" *Econometrica*, Vol.81, No.3, 855-882
- Chandrasekhar A. 2016. "The Econometrics of Network Formation" Chapter 13, *The Oxford Handbook on the Economics of Network*, Oxford University Press
- Columbia University Mailman School of Public Health 2017. "Population Health Methods / Difference-In-Difference Estimation"
<https://www.mailman.columbia.edu/research/population-health-methods/difference-difference-estimation> (2020年6月30日確認)
- Cox D. 1958. "*The Planning of the Experiments*", New York, Wiley
- Crepon B., Duflo E., Gurgand M., Rathelot R. and Zamora P. 2013. Card D. 1990. "Do Labor Market Policies Have Displacement Effects? Evidence From A Clustered Randomized Experiment" *The Quarterly Journal of Economics and Labor Relations Review*, Vol.128, No.2, 531-580
- Crump K., Hotz V., Imbens G. and Mitnik O. 2009. "Dealing With Limited Overlap in Estimation of Average Treatment Effects" *Biometrika*, Vol. 96, 187-199
- Dehejia R. and Wahba S. 1999. "Causal Effects in Nonexperimental Studies: Reevaluating the Evaluation of Training Programs" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.94 No.446 1053-1062
- 2002. "Propensity Score Matching Methods for Nonexperimental Causal Studies" *The Review of Economics and Statistics*, Vol.84 No.1 151-161

- Dehejia R., Pop-Eleches C. and Samii C. 2015. "From Local to Global: External Validity in A Fertility Natural Experiment" *NBER: National Bureau of Economic Research, Working Paper* 21459
- Dickey D. A. and Fuller W. A. 1979. "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.74: 427–431
- Donald S. and Lang K. 2007. "Inferences with Difference-In-Difference and Other Panel Data" *The Review of Economics and Statistics*, Vol.89 No.2 221-233
- Doudchenko N. and Imbens G. 2016. "Balancing, Regression, Difference-In-Difference and Synthetic Control Methods: A Synthesis" *NBER: National Bureau of Economic Research, Working Paper* 22791
- Duflo E. and Saez E. 2003. "The Role of Information and Social Interactions in Retirement Plan Decisions: Evidence from a Randomized Experiment" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.118 No.3 815-842
- Efron B. and Tibshirani R. 1994. "*An Introduction to the Bootstrap*" Monographs on Statistics and Applied Probability, No.57 NY Chapman & Hall/CRC
- Fisher R. 1935. "*The Design of Experiments*" Edinburgh, Oliver and Boyd
- Gangl M. 2010. "Causal Inference in Sociological Research" *Annual Review of Sociology*, Vol.36 21-47
- Glaeser E. Sacerdote B. and Scheinkman J. 1996. "Crime and Social Interaction" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 111 No.2 507-548
- 2002. "The Social Multiplier" *NBER: National Bureau of Economic Research, Working Paper* 9153
- Hahn J., Todd P. and Van der Klaauw W. 2001. "Identification and Estimation of Treatment Effects with a Regression Discontinuity Design" *Econometrica*, Vol.69 No.1, 201-2309
- Hansen C. 2007a. "Generalized Least Squares Inference in Panel and Multilevel Models with Serial Correlation and Fixed Effects" *Journal of Econometrics*, Vol.140 No.2 670-694,
- 2007b. "Asymptotic Properties of a Robust Variance Estimator for Panel Data When T is Large" *Journal of Econometrics*, Vol.141 No.2 597-620
- Halloran M. and Struchiner C. 1991. "Study Designs for Dependent Happenings" *Epidemiology*, Vol.2 331-338
- 1995. "Causal Inferences in Infectious Deceases" *Epidemiology*, Vol.6 142-151
- Heckman J., Ichimura H. and Todd P. 1997. "Matching as an Econometric Evaluation Estimator" *Review of Economic Studies*, Vol.64 No.4 605-654
- Heckman J. Ichimura H. Smith J. and Todd P. 1998. "Characterizing Selections Bias Using Experimental Data" *Econometrica*, Vol.66, No.5 1017-1098
- Heckman J. , Lochner L. and Taber C. 1998. "General-Equilibrium Treatment Effects: A Study of Tuition Policy" *NBER: National Bureau of Economic Research, Working Paper* 6426, *American Economic Review*, Vol.88, 381-386
- Holland P. 1986. "Statistics and Causal Inference" *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 81. No.396 945-960

- Hsiao C., Ching H. S. and Wan S. K. 2012. "A Panel Data Approach for Program Evaluation: Measuring the Benefits of Political and Economic Integration of Hong Kong with Mainland China" *Journal of Applied Econometrics*, Vol.27, No.5, p705-740
- Hudgens M. and Halloran M. 2006. "Causal Vaccine Effects on Binary Postinfection Outcomes" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.101, No.473, 51-64
- 2008. "Towards Causal Inference with Interference" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.103, No.478, 832-842
- Imai K., King G. and Stuart E. 2008. "Misunderstandings between Experimentalists and Observationalists about Causal Inference" *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol.171 No.2 481-502
- Imbens G. 2000. "The Role of the Propensity Score in Estimating Dose-response Functions" *Biometrika*, Vol.87 No.3 706-710
- 2004. "Nonparametric Estimation of Average Treatment Effects under Exogeneity : A Review" *The Review of Economics and Statistics*, Vol.86 No.1 4-29
- Imbens G. and Rubin D. 1997. "Bayesian Inference for Causal Effects in Randomized Experiments with Noncompliance" *Annals of Statistics*, Vol.25, No.1, 305-327
- Imbens G. and Wooldridge J. 2009. "Recent Development in the Econometrics of Program Evaluation" *Journal of Economic Literature*, Vol. 47 No. 1 5-86
- Jones S. 1992. "Was There a Hawthorne Effect?" *American Journal of Sociology*, Vol.98, 451-468
- Jackson M., Rogers B. and Zenou Y. 2017. "The Economic Consequence of Social-Network Structure" *Journal of Economic Literature*, Vol.55, No.1 49-95
- Kezdi G. 2002. "Robust Standard Error Estimation in Fixed-Effects Panel Models" *Working Paper of University of Michigan*
- Kiefer N. M. 1980. "Estimation of Fixed Effect Models for Time Series and Cross Section with Arbitrary Intertemporal Covariance" *Journal of Econometrics*, Vol.14 195-202
- King G. and Zeng L. 2006. "The Dangers of Extreme Counterfactuals" *Political Analysis*, Vol.14, No.2, 131-159
- LaLonde R. 1986. "Evaluating Econometric Evaluations of Training Program with Experimental Data" *The American Economic Review*, Vol. 76. No.4, 604-620
- Manski C. 1993. "Identification of Endogenous Social Effects: the Reflection Problem" *The Review of Economic Studies*, Vol.60 No. 3 531-542
- 1996. "Learning about Treatment Effects from Experiments with Random Assignment of Treatment" *Journal of Human Resources*, Vol.31, 709-733
- Michalopoulos C., Bloom H. and Hill C. 2004. "Can Propensity-score Methods Match the Findings from a Random Assignment Evaluation of Mandatory Welfare-to-work Program?" *The Review of Economics and Statistics*, Vol.86 No.1 156-179
- Miguel E. and Kremer M. 2004. "Worms: Identifying Impacts on Education and Health in the Presence of Externalities" *Econometrica*, Vol.72 No.1 159-217
- Moulton R. 1986. "Random Group Effects and Precision of Regression Estimates" *Journal of Econometrics*, Vol.32 385-397

- Mouw T. 2006. "Estimating Causal Effect of Social Capital" *Annual Review of Sociology*, Vol 32. 79-102
- Neyman J. 1935. "Statistical Problems in Agricultural Experimentation" *Journal of Royal Statistical Society*, II 2. 107-154
- Nickell S. 1981. "Biases in Dynamic Models with Fixed Effects" *Econometrica*, Vol.49, No.6 1417-1426
- Nickerson D. 2008. "Is Voting Contagious? Evidence from Two Field Experiments" *The American Political Science Review*, Vol.102, No.1 49-57
- Peri G. and Yasenov V. 2017. "The Labor Market Effects of a Refugee Wave: Applying the Synthetic Control Methods to the Mariel Boatlift" *NBER: National Bureau of Economic Research*, Working Paper 21801
- Pritchett L. and Sandefur J. 2015. "Learning from Experiments When Context Matters" *The American Economic Review*, Vol.105 No.5 471-475
- Rosenbaum P. 2007. "Interference Between Units in Randomized Experiments" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.102, 191-200
- Rosenbaum P. and Rubin D. 1983. "The Central Role of the Propensity Score in Observational Studies for Causal Effects" *Biometrika*, Vol.70, 41-55
- 1984. "Reducing Bias in Observational Studies Using Subclassification on the Propensity Score" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.79, 516-524
- Rosenthal R. and Jacobson I. 1968. "Pygmalion in the Classroom: Teacher Expectation and Pupils" *Intellectual Development*, New York: Holt, Rinehart and Winston
- Rubin D. 1978. "Bayesian Inference for Causal Effects: the Role of Randomization" *Analysis of Statistics*, Vol. 6, 34-58
- 1979. "Using Multivariate Matched Sampling and Regression Adjustment to Control Bias in Observational Studies" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.74 No.366 318-328
- 1980. "Randomization Analysis of Experimental Data; the Fisher Randomization Test Comment" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.75, 591-593
- 1986. "Which Ifs Have Causal Answers?" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.81, 961-962
- 2001. "Using Propensity Scores to Help Design Observational Studies: Application To The Tobacco Litigation" *Health Services and Outcomes Research Methodology*, Vol.2, 169-188
- 2005. "Causal Inference Using Potential Outcomes: Design, Modeling, Decisions" *Journal of the American Statistical Associations*, Vol.100 No.469 322-330
- Rubin D. and Thomas N. 1996. "Characterizing the Effect of Matching Using Linear Propensity Score Methods with Normal Distributions" *Biometrika*, Vol.79 No.4 797-809
- Rubin D. and Waterman R. 2006. "Estimating the Causal Effects of Marketing Interventions Using Propensity Score Methodology" *Statistical Science*, Vol.21 No.2 206-222
- Sacerdote B. 2001. "Peer Effects with Random Assignment: Results for Dartmouth Roommates" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.116, No.2, 681-704

- Shadish W. R, Clark M.H., Steiner P.M. and Hill J. 2008. "Can Nonrandomized Experiment Yield Accurate Answers? A Randomized Experiment Comparing Random and Nonrandom Assignments" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.103 No.484 1334-1350
- Sinclair B. McConnel M. and Green D. 2012. "Detecting Spillover Effects: Design and Analysis of Multilevel Experiments" *American Journal of Political Science*, Vol.56 No.4 1055-1069
- Smith J. and Todd P. 2001. "Reconciling Conflicting Evidence on the Performance of Propensity Score Matching Mehods" *The American Economic Review*, Vol.91 No.2 112-118
- Sobel M. 2000. "Casal Inference in the Social Sciences" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, No.450 647-651
- 2006. "What Do Randomized Studies of Housing Mobility Demonstrate? Causal Inference in the face of Interference" *Journal of the American Statistical Association*, Vol.101, 1398-1407
- Solon G. 1984. "Estimating Autocorrelations in Fixed Effect Models" *NBER: National Bureau of Economic Research*, Technical Working Paper 32
- Stuart E. 2010. "Matching Methods for Causal Inference: A Review and a Look Forward" *Statistical Science*, Vol.25 No.1 1-21
- Stuart E., Cole S. Bradshaw C. and Leaf P. 2011. "The Use of Propensity Score to Assess The Generalizability of Results From Randomized Trials" *Journal of The Royal Statistical Society, Series A*, Vol.174 No.2, 369-386
- VanderWheel T. 2009. "Concerning the Consistency Assumption in Causal Inference" *Epidemiology*, Vol.20 No.6 880-883
- Welch B. 1947. "The Generalization of "Student's" Problem When Several Different Population Variances Are Involved" *Biometrika*, Vol.34 1-2 28-35
- Winship C. and Morgan S. 1999. "The Estimation of Causal Effects from Observational Data" *Annual Review of Sociology*, Vol. 25 659-706
- Wooldridge J. 2003. "*Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*" MIT Press
- 荒幡克己 2010. 「米生産調整の経済分析」 農林統計出版
- 石田浩 2012. 「社会科学における因果推論の可能性」 理論と方法 Vol.27, No.1 p1-18
- 井上荘太郎・長澤淳・中川光弘 1998. 「米の需給変化の要因分析-アジア諸国を中心に」 農業経営研究 Vol.36, No.1 p49-52
- 小川和孝 2014. 「朝食摂取習慣の教育達成への因果効果の実証 - 傾向スコアマッチングと感度分析によるアプローチ」 東京大学社会科学研究所パネル調査プロジェクト Discussion Paper Series No.79
- 戒能一成 2017a. 「東京電力福島第一原子力発電所事故に伴う農林水産品の「風評被害」に関する定量的判定・評価について」 独立行政法人経済産業研究所 RIETI Discussion Paper Series 17-J-003

- 2017b. 「政策評価のための横断面前後差分析(DID)の前提条件と処置効果の安定性条件(STUVA)に問題を生じる場合の対策手法の考察」 独立行政法人経済産業研究所 RIETI Discussion Paper Series 17-J-075
- 2020. 「処置の安定性条件に問題がある場合での合成対照群を用いた処置効果評価手法の開発」 独立行政法人経済産業研究所 RIETI Discussion Paper Series 20-J-035
- 北村行伸 2015. 「パネルデータ分析」 一橋大学経済研究業書, 岩波書店
- 公益社団法人米穀安定供給確保支援機構(「米穀機構」) 「米の入札取引に関する情報」 (年産別データ:1990～2010年度) 米穀安定供給確保支援機構ホームページ
<https://www.komenet.jp/data/nyuusatsu/nensanbetsu/> (2020年6月30日確認)
- 「米の入札取引に関する情報」(コメ価格センター情報集成) 米穀安定供給確保支援機構ホームページ <https://www.komenet.jp/torihiki/> (2020年6月30日確認)
- 厚生労働省 2020. 「食品の摂取制限及び出荷制限について(福島原子力発電所事故関係)」 (2011年3月以降各公表時点) 厚生労働省ホームページ
<https://www.mhlw.go.jp/stf/kinkyu/2r9852000001dd6u.html> (2020年6月30日確認)
- 古屋温美・横山真吾・中泉昌光 2011. 「東日本大震災による農林水産物の風評被害に関する研究」 産業連関 イノベーション&I-O テクニク Vol.19, No.3 2011-10 p5-17
- 総務省消防庁 2019. 「災害情報」(各災害・年度版) のうち「平成23年(2011年)東北地方太平洋沖地震(東日本大震災)について(第159報)」 総務省消防庁ホームページ
<https://www.fdma.go.jp/disaster/higashinohon/items/159.pdf> (2020年6月30日確認)
- 千木良弘朗,早川和彦,山本拓 2011. 「動学的パネルデータ分析」 知泉書館
- 鳥居泰彦 2015. 「はじめての統計学」 日本経済新聞出版社
- 農業協同組合新聞・電子版 2007. 「上限関税の導入は断固阻止 - WTO・日豪 EPA・基本農政確立対策全国大会を開く -」
<https://www.jacom.or.jp/archive02/document/tokusyutoku210/toku210s07062207.html>
(2020年6月30日確認)
- 農林水産省政策統括官付農産企画課 「米の相対取引価格・数量」(各月版) 但し平成25年産以前は「米の相対取引価格」, 農林水産省ホームページ(政策統括官,米(稲)・麦・大豆)
<https://www.maff.go.jp/j/seisan/keikaku/soukatu/aitaikakaku.html>
(2020年6月30日確認)
- 農林水産省東北農政局 2013. 「第59次 農林水産統計年報」(県別版・東北版、平成23年～24年版) 農林水産省東北農政局ホームページ
https://www.maff.go.jp/tohoku/stinfo/toukei/tosyo/25_index.html (2020年6月30日確認)
- 野村明弘 2012. 「JAL 上場後も続く公正競争論の裏側」 東洋経済 ONLINE, 2012年10月3日号 <https://toyokeizai.net/articles/-/11308> (2020年6月30日確認)
- 福島県ふくしま復興ステーション 2020. 「避難指示区域の概念図(2020年3月10日時点)」, 福島県ホームページ <https://www.pref.fukushima.lg.jp/site/portal/list271-840.html>
(2020年6月30日確認)
- 藤野信之 2015. 「米の需給構造・生産調整見直しと再生産維持の課題 -米価下落と収支への影響を踏まえて」 農林中金総合研究所 農林金融 2015-1
- 本田伸彰 2012. 「食品のトレーサビリティ制度」 国立国会図書館 ISSUE BRIEF NUMBER 764 (「調査と情報」第764号)

- 前田幸嗣 2016.「米の価格・所得政策のモデル分析」 農業経済研究 Vol.88, No.14, p40-50
- 水田岳志・乾友彦・松浦寿幸 2016.「2010年産コメ購買行動における原発事故による影響の分析」内閣府経済社会総合研究所 ESRI Discussion Paper Series No.328
- 森田果 2014.「実証分析入門」日本評論社
- 文部科学省原子力損害賠償紛争審査会 2011.「東京電力株式会社福島第一、第二原子力発電所事故による原子力損害の範囲の判定等に関する中間指針」, 文部科学省原子力損害賠償紛争審査会ホームページ
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/kaihatu/016/index.htm
(2020年6月30日確認)
- 2013.「東京電力株式会社福島第一、第二原子力発電所事故による原子力損害の範囲の判定等に関する中間指針第三次追補（農林漁業・食品産業の風評被害に係る損害について）」, 文部科学省原子力損害賠償紛争審査会ホームページ (上のリンク先に同じ)(2020年6月30日確認)
- 吉野章 2013.「福島原発事故に伴う野菜の「風評」被害額の推計」環境経済・政策研究 Vol.6, No.1 2013-3 p29-40

