RIETI Discussion Paper Series 14-J-040

法人税減税の政策効果
―小国開放経済型DSGEモデルによるシミュレーション分析

蓮見 亮
日本経済研究センター

Research Institute of Economy, Trade & Industry, IAA
独立行政法人経済産業研究所
http://www.rieti.go.jp/jp/

RIETI Discussion Paper Series 14-J-040
2014 年 8 月

法人税減税の政策効果
―小国開放経済型 DSGE モデルによるシミュレーション分析*

蓮見　亮（日本経済研究センター）

要　　旨

本稿では、小国開放経済型モデルで、かつトレンドを内生化した動学的・確率的一般均衡（DSGE）モデルを用いて、税制の変更が日本のマクロ経済に与える短期的および長期的な影響の分析を行った。パラメータは、1980 年～2010 年までの日本の四半期のマクロ統計データを用いてベイズ推定を行った。
モデルとデータに基づくパラメータを用いて、GDP 比 1％相当の法人税減税と同規模の消費税増税を組み合わせた財政中立的な税制変更のシミュレーション分析を行った。実質 GDP は 2 年目までに約 1.1％、消費者物価（消費税の影響を除く）は 0.2％程度上昇する。この結果は、このような税制変更には、短期的な成長率と物価の上昇という政策効果があることを示唆する。

キーワード：DSGE モデル、法人税、所得税、消費税、ベイズ推定
JEL classification: C11, D58, E13

*本稿は、独立行政法人経済産業研究所におけるプロジェクト「財政再建策のコストとベネフィット」の成果の一部である。本稿の作成･公表にあたって、藤田昌久所長、森川正之副所長、深尾光洋慶應義塾大学教授をはじめとする RIETI DP 検討会の参加者、および飯星博邦首都大学東京教授から多くの有用な助言を賜った。ここに記して深い感謝の意を表したい。残る誤りは全て著者に帰するものである。

1　はじめに

マクロ経済モデルには様々な役割があるが，そのうちの 1 つに消費税，法人税などの税制を変更した際，一国経済や財政がどのような影響を受けるかの分析がある．これに対してどのようなマクロ経済モデルを用いるべきかは，いうまでもなく，どのような目的に重点を置いて分析するかにより変わってくる．例えば，税制の変更が財政に与える影響の客観的・機械的試算が目的であれば経済が外生の部分均衡モデル，世代別・所得階層別の影響の試算が目的であれば世代重複モデル，などである．一方で，特定の目的に限定せず経済・財政に対する影響を総合的に見るという目的には，マクロ計量モデルが用いられてきた．

従来からあるマクロ計量モデルは，データ相互間の時系列的な相関関係に基づき実証性，現実の再現可能性を確保していたが，長期均衡（定常状態）がないか，あるいはあっても方程式・変数ごと別個の長期均衡のみを持つこと，およびモデルをバックワードに解くため，期待をうまくモデルに取り込めないといった課題があった．特に，税制の変更を考える場合，定常状態の変化それ自体が政策的に極めて重要であるとともに，それに至るまでの経済のパスを描く上で，経済主体の持つ期待の役割も無視できない．税制の変更の際に将来に対する期待，もしくは予見が大きな経済変動をもたらす例として，消費税増税時の駆け込み消費がある．それらの課題を解決するためのマクロ経済モデルとして，動学的・確率的一般均衡モデル（DSGE モデル）と呼ばれるモデルが知られている．特に，Smets and Wouters [2003] によってベイズ統計学の手法を用いてモデルのパラメータ全体をデータから整合的に推定する方法が確立されて以来，理論的一貫性のみならず，実証的な裏づけをも備えた DSGE モデルを用いた分析が広く行われるようになった．

本稿は，税制の変更が日本のマクロ経済に与える短期的および長期的な影響を分析することを目的とする DSGE モデルを構築し，シミュレーション分析を行う．そのためには，現実のデータをある程度説明することのできる中規模モデルが必要となる．そこで，第 1 に，GDP は消費，投資，政府支出，輸出入といった要素から構成されており，それに対応したモデルを用意すべきという観点から，Adolfson et al. [2007] の主要部分を取り入れた小国開放経済モデルを採用する．小国開放化により，貿易・サービス収支，経常収支，為替レートを内生化できる．第 2 に，先行研究に多い Hodrick-Prescott フィルタに頼った推定は，多くの問題を抱えているため，それを避けるために技術進歩トレンドを内生化する．また，日本でも諸外国でも，投資財の価格は，他の財の価格よりも下落幅が大きい．そういった要素を考慮するため，他の財とのトレンドの違いを吸収する投資特殊技術進歩を導入する[*1]．パラメータ推定に用いる DSGE モデルの財政支出ルールには，Corsetti et al. [2012] の spending reversal ルールを採用した．

日本のマクロ経済を対象とした中規模の DSGE モデルの例として，日本銀行の M-JEM（Fueki et al. [2010], Fueki et al. [2011] など）や Iwata [2011]，Iwata [2013] がある．M-JEM は二部門の閉鎖経済モデルであり，純輸出は投資生産部門と併せて高成長セクター（技術進歩率が高い部門という意味），その他の内需生産部門は低成長セクターとして，デフレータの跛行性を内生化している．問題意識はやや異なるが，Iwata [2013] のモデル構造は，小国開放経済モデルでかつ投資特

[*1] 投資特殊技術進歩の DSGE モデルへの導入方法については，Christiano et al. [2011a] が詳しい．

殊技術トレンドを内生化しているというという点から本稿のモデルと多くの点で類似している．

本文の構成は以下のとおりである．2 節では本稿のモデルの詳細について説明し，3 節ではパラメータの推定方法と結果について詳述する．4 節では本稿のモデルを用いて税制変更シミュレーションを行い，5 節では応用例として財政中立的な法人税減税のシミュレーションを行った．6 節は結語である．

4 節，5 節における主要な分析結果は以下のとおりである．増税幅をそろえた場合の法人税，労働所得税，消費税の税率変更ケースを比較すると，実質 GDP に対しては法人税，労働所得税，消費税の順でマイナスの影響が大きい．アナウンス期間も含めた 10 %の消費税増税シミュレーションを行うと，実際の税率引き上げ前に投資が大きく落ち込み（最大で 28 %），消費には駆け込み需要が生じる．増税の前後で定常状態での GDP の水準は 4 %程度下落するが，生産への負の影響は増税のアナウンス直後から生じる．GDP 比 1 %相当の法人税減税と同規模の消費税増税を組み合わせた財政中立的な税制変更のシミュレーションによると，実質 GDP は 2 年目までに約 1.1 %，消費者物価（消費税の影響を除く）は 0.2 %程度上昇する．

2　モデル

2.1　モデルの概要

本稿のモデルの主要部分は，図 1 に示すとおりである．変数については，原則として価格変数のみを示した．特徴として，第 1 に，海外部門を考慮することで，輸出財，輸入財の動きを分析することができる点，第 2 に，投資特殊技術進歩を導入することで，投資財と消費財の動きを分けて捉えることができる点が挙げられる．ただし，簡素化のため，投資財は国内財のみで構成されるとする．小売企業は，労働や資本を利用するわけではなく，中間財を最終財としてバンドリングするだけの主体である．実際に生産活動を行っているのは中間財生産企業で，家計から資本と労働の提供を受けて生産活動を行い，利潤を家計に返す．

2.2　モデルの詳細

変数，パラメータの説明については適宜省略するので，直接表 1，2 および表 4～6 を参照していただきたい．表 1，2 に内生変数，表 4，5 にパラメータ，表 6 に外生変数（構造ショック）の説明を記載している．

生産関数（中間財生産企業）

中間財生産企業 $i \in [0,1]$ は，以下のような生産関数

$$Y_{i,t}^m = \epsilon_t K_{i,t-1}^{\alpha}(z_t L_{i,t})^{1-\alpha} \tag{1}$$

をもつと仮定する．費用最小化行動は，以下のような最適化問題

$$\min \quad (W_t L_{i,t} + R_t^k K_{i,t-1})/P_t^d + \varphi_t \left[Y_{i,t} - \epsilon_t K_{i,t-1}^{\alpha}(z_t L_{i,t})^{1-\alpha}\right] \tag{2}$$

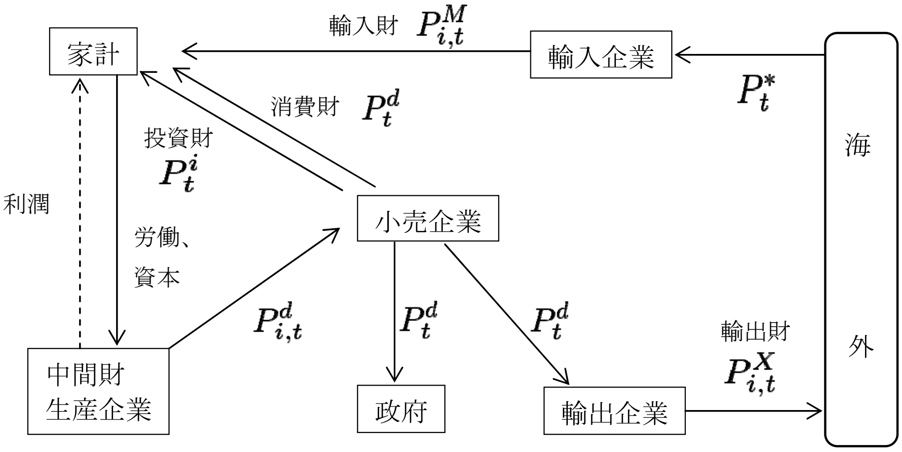

図 1　モデル概念図

として定式化でき，一階の条件は

$$\frac{R_t^k}{P_t^d} = \alpha\epsilon_t\varphi_t K_{i,t-1}{}^{\alpha-1}\left(z_t L_{i,t}\right)^{1-\alpha} \tag{3}$$

$$\frac{W_t}{P_t^d} = (1-\alpha)\,\epsilon_t\varphi_t K_{i,t-1}{}^{\alpha} z_t^{1-\alpha} L_{i,t}^{-\alpha} \tag{4}$$

である．ラグランジュ乗数 φ_t は限界費用を表すが，このように内生化しておくのは，本稿で採用する Calvo 型価格設定モデルで用いるからである．

家計の効用関数，輸入財

家計は，以下のような効用関数をもつと仮定する．

$$U_t = \sum_{i=t}^{\infty}\beta^{i-t}\left[\zeta_i^c \log(C_i) - \zeta_i^l A_L \frac{L_i^{1+\mu}}{1+\mu}\right] \tag{5}$$

$$C_t = \left[(1-\omega_c)^{\frac{1}{\eta_c}}\left(C_t^d\right)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}} + \omega_c^{\frac{1}{\eta_c}}\left(M_t\right)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}}\right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c-1}}. \tag{6}$$

実際の家計が消費するのは集積化した国内消費財 C_t^d と輸入財 M_t であり，それらを CES 型関数で合成した C_t が効用のレベルを決める．ω_c は輸入のシェア（表 4 参照）であり，比率 $1-\omega_c$ は消費財の国内生産シェアと解釈できる．η_c は消費財の価格弾力性（表 5 参照）である．国内デフレータを P_t^d，消費デフレータを P_t^c とすると，家計の予算制約

$$P_t^d C_t^d + P_t^M M_t = P_t^c C_t \tag{7}$$

と (6) 式を用いた一階の条件から

$$C_t^d = (1-\omega_c)\left(\frac{P_t^d}{P_t^c}\right)^{-\eta_c} C_t \tag{8}$$

$$M_t = \omega_c \left(\frac{P_t^M}{P_t^c}\right)^{-\eta_c} C_t \tag{9}$$

$$P_t^c = \left[(1-\omega_c)\left(P_t^d\right)^{1-\eta_c} + \omega_c \left(P_t^M\right)^{1-\eta_c}\right]^{\frac{1}{1-\eta_c}} \tag{10}$$

という関係が得られる．

家計の消費する集積化した輸入財 M_t は，個別輸入財 $M_{i,t}$ から以下のような関数

$$M_t = \left[\int_0^1 (M_{i,t})^{\frac{1}{\lambda^M}} di\right]^{\lambda^M} \tag{11}$$

により合成されるとする．このような建て付けにするのは輸入デフレータ P_t^M を内生化するためである．家計の費用最小化条件から，個別輸入財の需要関数と輸入デフレータの決定式

$$M_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}^M}{P_t^M}\right)^{-\frac{\lambda^M}{\lambda^M-1}} M_t \tag{12}$$

$$P_t^M = \left[\int_0^1 \left(P_{i,t}^M\right)^{\frac{1}{1-\lambda^M}} di\right]^{1-\lambda^M} \tag{13}$$

が得られる．輸入業者 $i \in [0,1]$ は，海外業者から国内価格建てで $S_t P_t^*$ の限界費用で中間財を購入し，マージンを乗せて価格 $P_{i,t}^M$ で販売するものとする．P_t^* は外国物価であり，アスタリスクは外国の変数であることを表す．

小売業者，輸出業者

小売業者 $j \in [0,1]$ の生産関数は

$$Y_{j,t}^d = \left[\int_0^1 \left(Y_{i,j,t}^m\right)^{\frac{1}{\lambda^d}} di\right]^{\lambda^d} \tag{14}$$

とする．プライステーカーであり，彼らにとって生産価格 P_t^d と投入価格 $P_{i,t}^d$ は所与とする．国内総生産は

$$Y_t^d = \int_0^1 Y_{j,t}^d dj = \left[\int_0^1 \left(Y_{i,t}^m\right)^{\frac{1}{\lambda^d}} di\right]^{\lambda^d} \tag{15}$$

で与えられ，小売業者の費用最小化条件から中間財 $Y_{i,t}^m$ の需要関数と国内財デフレータの決定式

$$Y_{i,t}^m = \left(\frac{P_{i,t}^d}{P_t^d}\right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}} Y_t^d \tag{16}$$

$$P_t^d = \left[\int_0^1 \left(P_{i,t}^d\right)^{\frac{1}{1-\lambda^d}} di\right]^{1-\lambda^d} \tag{17}$$

が得られる．

輸入財の場合と対称に，輸出財，個別輸出財の需要関数をそれぞれ

$$X_t = \left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)^{-\eta^X} \epsilon_t^* Y_t^* \tag{18}$$

$$X_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}^X}{P_t^X}\right)^{-\frac{\lambda^X}{\lambda^X - 1}} X_t \tag{19}$$

と仮定する．Y_t^* は外国の GDP である．輸出業者 $i \in [0, 1]$ は，国内財の小売業者から外国価格建てで $\frac{P_t^d}{S_t}$ の限界費用で中間財を購入し，マージンを乗せて価格 $P_{i,t}^X$ で販売するものとする．輸出物価は

$$P_t^X = \left[\int_0^1 \left(P_{i,t}^X\right)^{\frac{1}{1-\lambda^X}} di\right]^{1-\lambda^X} \tag{20}$$

で与えられ，個別輸出財の合計は

$$X_t^d = \int_0^1 X_{i,t} di \tag{21}$$

で与えられる．

財の価格付け

中間財 $Y_{i,t}^m$，個別輸出財 $X_{i,t}$，個別輸入財 $M_{i,t}$ の価格付けには，Calvo 型価格設定モデル（Calvo [1983]）を採用する．それぞれの，限界費用（名目），需要関数 などは下表のとおりである．

財	最適価格	限界費用（名目）	需要関数
$Y_{i,t}^m$	$P_t^{d,opt}$	$P_t^d \varphi_t$	$Y_{i,t}^m = \left(\frac{P_{i,t}^d}{P_t^d}\right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}} Y_t^d$
$X_{i,t}$	$P_t^{X,opt}$	$\frac{P_t^d}{S_t}$	$X_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}^X}{P_t^X}\right)^{-\frac{\lambda^X}{\lambda^X-1}} X_t$
$M_{i,t}$	$P_t^{M,opt}$	$S_t P_t^*$	$M_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}^M}{P_t^M}\right)^{-\frac{\lambda^M}{\lambda^M-1}} M_t$

中間財生産企業 i は，独占的競争下に置かれており，他者と異なる財を生産するため価格を自由に決定できるが，毎期価格改定できるわけではなく，ある一定の確率 $1 - \xi_d$ で t 期に利潤の割引現在価値を最大にするように最適な価格に価格改定できるものとする[*2]．最適な価格に価格改定でき

[*2] 本稿のように単純な形で独占的競争モデルを導入すると，定常状態で企業に利潤が生じる．その場合，理論的には企業の参入が起こり，ゼロ利潤となるはずであり，そのような論理的帰結との整合性を取るため中間財生産企業の生産関数 (1) 式に固定費を導入し，定常状態でゼロ利潤となるようにする場合が多い．ただし，そのような変更がモデルの動学的性質に与える影響は軽微であるため，本稿のモデルでは固定費を捨象した．

なかった場合には，

$$\tilde{P}^d_{i,t+s} = \left(\prod_{j=1}^{s} \pi^d_{t-1+j} \right)^{\kappa_d} P^d_{i,t} \tag{22}$$

というルールで価格を設定するものとする（$\pi^d_t = P^d_t / P^d_{t-1}$）．このとき，中間財生産企業は，以下のような目的関数

$$\max_{P^d_{i,t}} \quad \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi_d)^s (1-\tau^k_{t+s})}{\prod_{j=1}^{s} R_{t-1+j}} \left[\tilde{P}^d_{i,t+s} - P^d_{t+s} \varphi_{t+s} \right] Y^m_{i,t+s} \tag{23}$$

を最大にするように最適価格 $P^{d,opt}_t$ を決定する．ただし，τ^k_t は資本収益税率（法人税率）である．最適化の一階の条件は，途中 (16) 式と (22) 式を用いて

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi_d)^s (1-\tau^k_{t+s})}{\prod_{j=1}^{s} R_{t-1+j}} \left[\frac{-1}{\lambda^d - 1} \left(\prod_{j=1}^{s} \pi^d_{t-1+j} \right)^{\kappa_d} + \frac{\lambda^d}{\lambda^d - 1} \frac{P^d_{t+s}}{P^{d,opt}_t} \varphi_{t+s} \right] \left(\frac{\tilde{P}^d_{i,t+s}}{P^d_{t+s}} \right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d - 1}} Y^d_t = 0 \tag{24}$$

で与えられ，国内物価は

$$P^d_t = \left[(1-\xi_d) \left(P^{d,opt}_t \right)^{\frac{1}{1-\lambda^d}} + \xi_d \left\{ \left(\pi^d_{t-1} \right)^{\kappa_d} P^d_{t-1} \right\}^{\frac{1}{1-\lambda^d}} \right]^{1-\lambda^d} \tag{25}$$

という式で決定される．中間財生産企業に残る利潤は，

$$V_t = P^d_t Y^m_t - P^d_t \varphi_t Y^m_t \tag{26}$$

である．

需要関数 (16) 式の両辺を積分すると，

$$Y^m_t = \int_0^1 Y^m_{i,t} di = Y^d_t \int_0^1 \left(\frac{P^d_{i,t}}{P^d_t} \right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d - 1}} di = Y^d_t D^d_t \tag{27}$$

と書けるが，この D^d_t（いわゆる price dispersion）の過程は

$$\frac{P^{d,opt}_t}{P^d_t} = \left[\frac{1 - \xi_d \left\{ \left(\pi^d_{t-1} \right)^{\kappa_d} \left(\pi^d_t \right)^{-1} \right\}^{\frac{1}{1-\lambda^d}}}{1-\xi_d} \right]^{1-\lambda^d} \tag{28}$$

を用いると，

$$\begin{aligned} D^d_t &= \int_0^1 \left(\frac{P^d_{i,t}}{P^d_t} \right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d - 1}} di \\ &= (1-\xi_d) \int_0^1 \left(\frac{P^{d,opt}_t}{P^d_t} \right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d - 1}} di + \xi_d \int_0^1 \left\{ \frac{\left(\pi^d_{t-1} \right)^{\kappa_d} P^d_{i,t-1}}{P^d_t} \right\}^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d - 1}} di \\ &= (1-\xi_d) \left[\frac{1 - \xi_d \left\{ \left(\pi^d_{t-1} \right)^{\kappa_d} \left(\pi^d_t \right)^{-1} \right\}^{\frac{1}{1-\lambda^d}}}{1-\xi_d} \right]^{\lambda^d} + \xi_d \left(\pi^d_{t-1} \right)^{\frac{-\kappa_d \lambda^d}{\lambda^d - 1}} \left(\pi^d_t \right)^{\frac{\lambda^d}{\lambda^d - 1}} D^d_{t-1} \end{aligned} \tag{29}$$

で与えられる．ただし，この D_t^d は一次近似すると 1 となるため，以下では $D_t^d \approx 1$，すなわち $Y_t^m \approx Y_t^d = Y_t$ として議論する．輸出，輸入についても同様とする．

同様に，輸出企業についても価格改定確率を $1-\xi_X$，価格改定できなかった場合の価格付けルールを

$$\tilde{P}_{i,t+s}^X = \left(\prod_{j=1}^{s} \pi_{t-1+j}^X\right)^{\kappa_X} P_{i,t}^X \tag{30}$$

とすると，目的関数は，

$$\max_{P_{i,t}^X} \quad \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi_X)^s(1-\tau_{t+s}^k)}{\prod_{j=1}^{s} R_{t-1+j}} \left[\tilde{P}_{i,t+s}^X - \frac{P_{t+s}^d}{S_{t+s}}\right] X_{i,t+s} \tag{31}$$

であり，最適化の一階の条件は，途中 (19) 式と (30) 式を用いて

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi_X)^s(1-\tau_{t+s}^k)}{\prod_{j=1}^{s} R_{t-1+j}} \left[\frac{-1}{\lambda^X-1}\left(\prod_{j=1}^{s} \pi_{t-1+j}^X\right)^{\kappa_X} + \frac{\lambda^X}{\lambda^X-1}\frac{P_{t+s}^d}{P_t^{X,opt} S_{t+s}}\right] \left(\frac{\tilde{P}_{i,t+s}^X}{P_{t+s}^X}\right)^{-\frac{\lambda^X}{\lambda^X-1}} X_t = 0 \tag{32}$$

である．輸出物価は

$$P_t^X = \left[(1-\xi_X)\left(P_t^{X,opt}\right)^{\frac{1}{1-\lambda^X}} + \xi_X\left\{\left(\pi_{t-1}^X\right)^{\kappa_d} P_{t-1}^X\right\}^{\frac{1}{1-\lambda^X}}\right]^{1-\lambda^X} \tag{33}$$

という式で決定される．輸出企業に残る利潤は，

$$V_t^X = S_t\left(P_t^X X_t - \frac{P_t^d}{S_t} X_t\right) \tag{34}$$

である．

輸入企業についても同様に考える．価格改定確率を $1-\xi_M$，価格改定できなかった場合の価格付けルールを

$$\tilde{P}_{i,t+s}^M = \left(\prod_{j=1}^{s} \pi_{t-1+j}^M\right)^{\kappa_M} P_{i,t}^M \tag{35}$$

とすると，目的関数は，

$$\max_{P_{i,t}^M} \quad \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi_M)^s(1-\tau_{t+s}^k)}{\prod_{j=1}^{s} R_{t-1+j}} \left[\tilde{P}_{i,t+s}^M - S_{t+s} P_{t+s}^*\right] M_{i,t+s} \tag{36}$$

であり，最適化の一階の条件は，途中 (12) 式と (35) 式を用いて

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi_M)^s(1-\tau_{t+s}^k)}{\prod_{j=1}^{s} R_{t-1+j}} \left[\frac{-1}{\lambda^M-1}\left(\prod_{j=1}^{s} \pi_{t-1+j}^M\right)^{\kappa_M} + \frac{\lambda^M}{\lambda^M-1}\frac{S_{t+s} P_{t+s}^*}{P_t^{M,opt}}\right] \left(\frac{\tilde{P}_{i,t+s}^M}{P_{t+s}^M}\right)^{-\frac{\lambda^M}{\lambda^M-1}} M_t = 0 \tag{37}$$

である．輸入物価は

$$P_t^M = \left[(1-\xi_M) \left(P_t^{M,opt} \right)^{\frac{1}{1-\lambda^M}} + \xi_M \left\{ \left(\pi_{t-1}^M \right)^{\kappa_M} P_{t-1}^M \right\}^{\frac{1}{1-\lambda^M}} \right]^{1-\lambda^M} \tag{38}$$

という式で決定される．輸入企業に残る利潤は，

$$V_t^M = P_t^M M_t - S_t P_t^* M_t \tag{39}$$

である．

トレンド，財市場の均衡，経常収支

このモデルでは，労働効率化技術 z_t と投資特殊技術 Ψ_t の 2 種類のトレンドを仮定する．すなわち，投資財の価格は国内財価格と異なるトレンドをもち，$P_t^i = \frac{P_t^d}{\Psi_t}$ という関係にあるとする．一国全体の総需要は，

$$Y_t^d = C_t^d + \frac{I_t}{\Psi_t} + G_t + X_t^d \tag{40}$$

で与えられ，このとき，総生産 Y_t は以下のようなトレンド

$$z_t^+ = \Psi_t^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} z_t \tag{41}$$

を持つ．実際，生産関数 (1) 式の両辺を z_t^+ で割ると

$$\frac{Y_{i,t}^m}{z_t^+} = \epsilon_t \left(\frac{K_{i,t-1}}{\Psi_t z_t^+} \right)^\alpha (L_{i,t})^{1-\alpha} \tag{42}$$

で，i についてゼロから 1 まで積分したあと $y_t^m = \frac{Y_t^m}{z_t^+}$，$k'_{i,t-1} = \frac{K_{t-1}}{\Psi_t z_t^+}$ と変数を定義しなおすと，

$$y_t^m = \epsilon_t {k'_{t-1}}^\alpha L_t^{1-\alpha} \tag{43}$$

と書き換えられる[*3]．トレンドの変化率 $\mu_{z^+,t} = z_t^+/z_{t-1}^+$，$\mu_{\Psi,t} = \Psi_t/\Psi_{t-1}$ はそれぞれ以下のような過程に従うとする

$$\mu_{z^+,t} - \mu_{z^+} = \rho_{\mu_{z^+}} (\mu_{z^+,t-1} - \mu_{z^+}) + \varepsilon_{\mu_{z^+}} \tag{44}$$

$$\mu_{\Psi,t} - \mu_\Psi = \rho_{\mu_\Psi} (\mu_{\Psi,t-1} - \mu_\Psi) + \varepsilon_{\mu_\Psi}. \tag{45}$$

国内需要は

$$\begin{aligned} & Y_t^d = C_t^d + \frac{I_t}{\Psi_t} + G_t + X_t \\ \Leftrightarrow\ & P_t^d Y_t^d = (P_t^d C_t^d + P_t^M M_t) + P_t^i I_t + P_t^d (G_t^c + G_t^i) + P_t^d X_t - P_t^M M_t \\ \Leftrightarrow\ & P_t^d Y_t^d + V_t^X + P_t^d G_t^d + \tau_t^c P_t^c C_t = (1+\tau_t^c) P_t^c C_t + P_t^i I_t + P_t^d (G_t^c + G_t^d + G_t^i) \\ & \qquad + (S_t P_t^X X_t - P_t^M M_t) \end{aligned} \tag{46}$$

[*3] ただし，モデル内ではノーテーションを揃えるため $k_{i,t} = \frac{K_t}{\Psi_t z_t^+}$ と定義するので，実際には

$$y_t^m = \epsilon_t \left(\frac{k_{t-1}}{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t}} \right)^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

という式を用いている．

と書き換えられ，(46) 式の左辺が名目 GDP，$(S_t P_t^X X_t - P_t^M M_t)$ が国内価格建ての貿易・サービス収支である．ただし，τ_t^c は消費税率である．B_t^* を対外純資産，トレンドを抜いたものを $a_t = \frac{S_t B_t^*}{z_t^+ P_t^d}$ とする．$\Phi(a_t, \phi_t) = \exp\left[-\phi_a(a_t - \bar{a}) + \phi_t\right]$ をリスクプレミアム，対外純資産残高に対するリターンを $\Phi(a_t, \phi_t) R_t^*$ とし，対外純資産は

$$B_t^* = \Phi(a_{t-1}, \phi_{t-1}) R_{t-1}^* B_{t-1}^* + P_t^X X_t - \frac{P_t^M}{S_t} M_t + \tilde{e}_{a,t} \tag{47}$$

という過程に従うものとする．ただし，上式の右辺第 1 項は所得収支，第 2 項と第 3 項は貿易・サービス収支，第 4 項は対外純資産の外生ショック（表 6 参照）である．

家計の予算制約と効用最大化

家計の予算制約は，

$$\begin{aligned}&(1+\tau_t^c) P_t^c C_t + P_t^i I_t + B_t + S_t B_t^* = \\ &\quad (1-\tau_t^l) W_t L_t + (1-\tau_t^k)(R_t^k K_{t-1} + V_t) + V_t^X + \tau_t^s P_t^d Y_t^d + R_{t-1} B_{t-1} + \Phi(a_{t-1}) R_{t-1}^* S_t B_{t-1}^*\end{aligned} \tag{48}$$

で与えられる．ただし，$\tau_t^s P_t^d Y_t^d$ は政府から家計への移転である．また，τ_t^l は労働所得税率である．資本の遷移式は，$S(\cdot)$ を調整費用関数として，

$$K_t = (1-\delta) K_{t-1} + \zeta_t^i \left[1 - \mathrm{S}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right] I_t \tag{49}$$

で与えられるものとする[*4]．

ラグランジアンを

$$\begin{aligned}\Theta = \sum_{i=t}^{\infty} \beta^{i-t} \Bigg[&\zeta_i^c \log(C_i) - \zeta_i^l A_L \frac{L_i^{1+\mu}}{1+\mu} + \psi_i \Bigg\{ -(1+\tau_i^c) P_i^c C_i - P_i^i I_i - B_i - S_i B_i^* + \\ &(1-\tau_i^l) W_i L_i + (1-\tau_i^k)(R_i^k K_{i-1} + V_i) + V_i^X + \tau_i^s P_i^d Y_i^d + R_{i-1} B_{i-1} + \Phi(a_{i-1}) R_{i-1}^* S_i B_{i-1}^* \Bigg\} \\ &+ q_i \Bigg\{ -K_i + (1-\delta) K_{i-1} + \zeta_i^i \left(1 - \mathrm{S}\left(\frac{I_i}{I_{i-1}}\right)\right) I_i \Bigg\} \Bigg]\end{aligned} \tag{52}$$

[*4] $S(\cdot)$ の具体的な関数形は，

$$\mathrm{S}(x) = 0.5\left\{\exp\left[\chi^{-0.5}(x - \mu_{z^+}\mu_\Psi)\right] + \exp\left[-\chi^{-0.5}(x - \mu_{z^+}\mu_\Psi)\right] - 2\right\} \tag{50}$$

$$\mathrm{S}'(x) = 0.5\chi^{-0.5}\left\{\exp\left[\chi^{-0.5}(x - \mu_{z^+}\mu_\Psi)\right] - \exp\left[-\chi^{-0.5}(x - \mu_{z^+}\mu_\Psi)\right]\right\} \tag{51}$$

とする

と定義し，C_t, L_t, I_t, K_t, B_t, B_t^* で偏微分して等号で結ぶと

$$\frac{\zeta_t^c}{C_t} - P_t^c\left(1+\tau_t^c\right)\psi_t = 0 \tag{53}$$

$$\left(1-\tau_t^l\right)W_t\psi_t - \zeta_t^l A_L L_t^{\mu} = 0 \tag{54}$$

$$\beta q_{t+1}\zeta_{t+1}^i\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)^2 \mathrm{S}'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right) + q_t\zeta_t^i\left[1-\mathrm{S}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) - \frac{I_t}{I_{t-1}}\mathrm{S}'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right] - P_t^i\psi_t = 0 \tag{55}$$

$$\beta\left(1-\tau_{t+1}^k\right)R_{t+1}^k\psi_{t+1} + \beta\left(1-\delta\right)q_{t+1} - q_t = 0 \tag{56}$$

$$\beta R_t\psi_{t+1} - \psi_t = 0 \tag{57}$$

$$\beta\Phi(a_t)R_t^* S_{t+1}\psi_{t+1} - S_t\psi_t = 0 \tag{58}$$

が一階の条件である．ただし，ψ_t と q_t はラグランジュ乗数であり，それぞれ家計の限界効用と資本の限界費用（トービンの q）を意味する．

政府，中央銀行，海外

財政支出は政府消費 G_t^c と政府投資 G_t^i の 2 種類に分類し，$g_t^c = \frac{G_t^c}{z_t^+}$, $g_t^i = \frac{G_t^i}{z_t^+}$, $b_t = \frac{B_t}{z_t^+ P_t^d}$ と定義したとき，spending reversal ルール，すなわち

$$\ln\left(\frac{g_t^c}{g_{ss}^c}\right) = \rho_{g^c}\ln\left(\frac{g_{t-1}^c}{g_{ss}^c}\right) - (1-\rho_{g^c})\phi_{g^c}\ln\left(\frac{b_{t-1}}{\bar{b}}\right) + e_{g^c,t} \tag{59}$$

$$\ln\left(\frac{g_t^i}{g_{ss}^i}\right) = \rho_{g^i}\ln\left(\frac{g_{t-1}^i}{g_{ss}^i}\right) - (1-\rho_{g^i})\phi_{g^i}\ln\left(\frac{b_{t-1}}{\bar{b}}\right) + e_{g^i,t} \tag{60}$$

という過程で決まるものとする[*5]．上記 2 式の最後の項は，それぞれ財政支出の外生ショックである．公的資本，減耗，政府債務の過程はそれぞれ

$$K_t^g = K_{t-1}^g + G_t^i - G_t^d \tag{61}$$

$$G_t^d = \delta^g K_{t-1}^g + \tilde{e}_{g^d,t} \tag{62}$$

$$B_t = R_{t-1}B_{t-1} + P_t^d G_t^c + P_t^d G_t^i + \tau_t^s P_t^d Y_t^d - \tau_t^c P_t^d C_t^d - \tau_t^l W_t L_t - \tau_t^k(R_t^k K_{t-1} + V_t) + \tilde{e}_{b,t} \tag{63}$$

で与えられる．(62) 式の最後の項は，公的資本減耗の外生ショックである．

中央銀行の金融政策ルールは以下のようなテイラールール

$$R_t = \frac{\mu_{z^+}}{\beta} + \phi_\pi\ln(\pi_t^d) + \phi_y\ln\left(\frac{y_t^d}{y_{ss}^d}\right) + e_{R,t} \tag{64}$$

に従うものとする．ただし，上式の最後の項は金融政策ショックである．

海外の変数 Y_t^*, R_t^*, π_t^* について，先行研究では別個の VAR 過程に従うものとすることが多いが，このモデルでは外生変数扱いとする．

[*5] 本モデルへの政府消費・政府投資の導入は，用いるデータとの整合性を取る（GDP の構成項目に両者が含まれている）ためであり，それ以上の意味は持たせていない．政府消費の効用への影響（データ上の政府消費には例えば教育費や医療費公費負担分が含まれる）や政府投資の生産力効果のモデルへの導入方法については，例えば Iwata [2013] が詳しい．

2.3　トレンドの除去，物価の再定義

このモデルはトレンドが内生化されているため，それぞれトレンドを除去しなおした変数をモデル変数とする．すなわち，

$$
\begin{aligned}
& y_t = \frac{Y_t}{z_t^+},\ c_t = \frac{C_t}{z_t^+},\ c_t^d = \frac{C_t^d}{z_t^+},\ i_t = \frac{I_t}{z_t^+\Psi_t},\ g_t^c = \frac{G_t^c}{z_t^+} \\
& g_t^i = \frac{G_t^i}{z_t^+},\ g_t^g = \frac{G_t^g}{z_t^+},\ m_t = \frac{M_t}{z_t^+},\ x_t = \frac{X_t}{z_t^+},\ k_t = \frac{K_t}{z_t^+\Psi_t} \\
& k_t^g = \frac{K_t^g}{z_t^+},\ a_t = \frac{S_t B_t^*}{z_t^+ P_t^d},\ a_t^y = \frac{a_t}{y_t},\ b_t = \frac{B_t}{z_t^+ P_t^d},\ w_t = \frac{W_t}{z_t^+ P_t^d} \\
& v_t = \frac{V_t}{z_t^+ P_t^d},\ v_t^X = \frac{V_t^X}{z_t^+ P_t^d},\ v_t^M = \frac{V_t^M}{z_t^+ P_t^d},\ r_t^k = \frac{\Psi_t R_t^k}{P_t^d},\ \tilde{q}_t = z_t^+ \Psi_t q_t \\
& \tilde{\psi}_t = z_t^+ P_t^c \psi_t
\end{aligned}
$$

のように変数を定義しなおす．

物価，名目為替相場については，一部繰返しになるが，

$$
\begin{aligned}
& \pi_t^d = \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d},\ \pi_t^c = \frac{P_t^c}{P_{t-1}^c},\ \pi_t^M = \frac{P_t^M}{P_{t-1}^M},\ \pi_t^X = \frac{P_t^X}{P_{t-1}^X},\ \tilde{\pi}_t^X = \frac{P_t^{X,opt}}{P_{t-1}^X} \\
& \tilde{\pi}_t^X = \frac{P_t^{X,opt}}{P_{t-1}^X},\ \tilde{\pi}_t^M = \frac{P_t^{M,opt}}{P_{t-1}^M},\ s_t = \frac{S_t}{S_{t-1}},\ \pi_t^* = \frac{P_t^*}{P_{t-1}^*}
\end{aligned}
$$

と再定義する．さらに，相対価格を

$$
\gamma_t^{c,d} = \frac{P_t^c}{P_t^d},\ \gamma_t^{M,d} = \frac{P_t^M}{P_t^d},\ \gamma_t^{X,*} = \frac{P_t^X}{P_t^*}
$$

と定義し，実質為替レートを外国物価分の国内物価として

$$
\gamma_t^f = \frac{P_t^d}{S^t P_t^*}
$$

と定義する．

2.4　物価関連式の展開

オイラー方程式 $\frac{1}{R_t} = \beta \frac{\psi_{t+1}}{\psi_t} \Leftrightarrow \prod_{j=1}^{s} \frac{1}{R_{t-1+j}} = \beta^s \frac{\psi_{t+s}}{\psi_t}$，および確率的割引因子 $\Lambda_{t,t+s} = \frac{\psi_{t+s}}{\psi_t}$ を用いると，一階の条件 (24) 式は，

$$
\begin{aligned}
& \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi_d)^s (1-\tau_{t+s}^k) \Lambda_{t,t+s} \left(\prod_{j=1}^{s} \pi_{t-1+j}^d \right)^{\kappa_d} \left(\frac{\tilde{P}_{i,t+s}^d}{P_{t+s}^d} \right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}} = \\
& \qquad \frac{\lambda^d}{P_t^{d,opt}} \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi_d)^s (1-\tau_{t+s}^k) \Lambda_{t,t+s} P_{t+s}^d \varphi_{t+s} \left(\frac{\tilde{P}_{i,t+s}^d}{P_{t+s}^d} \right)^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}}
\end{aligned} \tag{65}
$$

と書き換えられる．$P_{t+s}^d/P_t^d = \prod_{j=1}^{s} \pi_{t+j}^d$ であることを用い，かつ $\tilde{\pi}_t^d = P_t^{d,opt}/P_{t-1}^d$ と定義すると，(65) 式は，以下のような F_t^d, Z_t^d

$$F_t^d = \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi_d)^s (1-\tau_{t+s}^k)\Lambda_{t,t+s} \frac{P_{t+s}^d}{P_t^d}\varphi_{t+s} \left[\frac{\left(\prod_{j=1}^{s}\pi_{t-1+j}^d\right)^{\kappa_d}}{P_{t+s}^d/P_t^d}\right]^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}} Y_{t+s}^d \tag{66}$$

$$= (1-\tau_t^k)\varphi_t Y_t^d + \beta\xi_d\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^d)^{1+\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}}(\pi_t^d)^{-\frac{\kappa_d\lambda^d}{\lambda^d-1}} F_{t+1}^d$$

$$Z_t^d = \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi_d)^s (1-\tau_{t+s}^k)\Lambda_{t,t+s} \left(\prod_{j=1}^{s}\pi_{t-1+j}^d\right)^{\kappa_d} \left[\frac{\left(\prod_{j=1}^{s}\pi_{t-1+j}^d\right)^{\kappa_d}}{P_{t+s}^d/P_t^d}\right]^{-\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}} Y_{t+s}^d \tag{67}$$

$$= (1-\tau_t^k) Y_t^d + \beta\xi_d\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^d)^{\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}}(\pi_t^d)^{\kappa_d-\frac{\kappa_d\lambda^d}{\lambda^d-1}} Z_{t+1}^d$$

を用いて

$$\frac{\tilde{\pi}_t^d}{\pi_t^d} = \lambda^d \frac{F_t^d}{Z_t^d} \tag{68}$$

と書き直される．λ^d は消費財のマークアップであり，消費財の価格弾性値を規定する．

同様に，輸出物価について，$\frac{P_t^d}{S_t} = \frac{\gamma_t^f P_t^X}{\gamma_t^{X,*}}$，$\gamma_t^{X,*} = \frac{P_t^X}{P_t^*}$，$\gamma_t^f = \frac{P_t^d}{S^t P_t^*}$ より，

$$F_t^X = (1-\tau_t^k)\frac{\gamma_t^f}{\gamma_t^{X,*}} Y_t^* + \beta\xi_X\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^X)^{1+\frac{\lambda^X}{\lambda^X-1}}(\pi_t^X)^{-\frac{\kappa_X\lambda^X}{\lambda^X-1}} F_{t+1}^X \tag{69}$$

$$Z_t^X = (1-\tau_t^k) Y_t^* + \beta\xi_X\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^X)^{\frac{\lambda^X}{\lambda^X-1}}(\pi_t^X)^{\kappa_X-\frac{\kappa_X\lambda^X}{\lambda^X-1}} Z_{t+1}^X \tag{70}$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t^X}{\pi_t^X} = \lambda^X \frac{F_t^X}{Z_t^X} \tag{71}$$

という式が得られ，輸入物価について，$S_t P_t^* = \frac{P_t^M}{\gamma_t^f \gamma_t^{M,d}}, \gamma_t^{M,d} = \frac{P_t^M}{P_t^d}$ より，

$$F_t^M = (1-\tau_t^k)\frac{1}{\gamma_t^f\gamma_t^{M,d}} M_t + \beta\xi_M\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^M)^{1+\frac{\lambda^M}{\lambda^M-1}}(\pi_t^M)^{-\frac{\kappa_M\lambda^M}{\lambda^M-1}} F_{t+1}^M \tag{72}$$

$$Z_t^M = (1-\tau_t^k) M_t + \beta\xi_M\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^M)^{\frac{\lambda^M}{\lambda^M-1}}(\pi_t^M)^{\kappa_M-\frac{\kappa_M\lambda^M}{\lambda^M-1}} Z_{t+1}^M \tag{73}$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t^M}{\pi_t^M} = \lambda^M \frac{F_t^M}{Z_t^M} \tag{74}$$

という式が得られる．λ^X，λ^M はそれぞれ輸出財，輸入財のマークアップであり，各々の需要関数の価格弾性値を規定する．

モデル方程式一覧については Appendix A.，定常状態の求め方については Appendix B. を参照していただきたい．

変数名	定義	
y_t	$y_t = \frac{Y_t}{z_t^+}$	国内総生産
c_t	$c_t = \frac{C_t}{z_t^+}$	消費
c_t^d	$c_t^d = \frac{C_t^d}{z_t^+}$	国内消費財需要
i_t	$i_t = \frac{I_t}{z_t^+ \Psi_t}$	投資
g_t^c	$g_t^c = \frac{G_t^c}{z_t^+}$	政府消費
g_t^i	$g_t^i = \frac{G_t^i}{z_t^+}$	公的投資
g_t^g	$g_t^g = \frac{G_t^g}{z_t^+}$	公的資本減耗
m_t	$m_t = \frac{M_t}{z_t^+}$	輸入
x_t	$x_t = \frac{X_t}{z_t^+}$	輸出
k_t	$k_t = \frac{K_t}{z_t^+ \Psi_t}$	資本ストック
k_t^g	$k_t^g = \frac{K_t^g}{z_t^+}$	公的資本ストック
a_t	$a_t = \frac{S_t B_t^*}{z_t^+ P_t^d}$	対外純資産残高
a_t^y	$a_t^y = \frac{a_t}{y_t}$	対外純資産残高（GDP 比）
b_t	$b_t = \frac{B_t}{z_t^+ P_t^d}$	政府債務残高
w_t	$w_t = \frac{W_t}{z_t^+ P_t^d}$	賃金
v_t	$v_t = \frac{V_t}{z_t^+ P_t^d}$	利潤（中間財生産者）
v_t^X	$v_t^X = \frac{V_t^X}{z_t^+ P_t^d}$	利潤（輸出業者）
v_t^M	$v_t^M = \frac{V_t^M}{z_t^+ P_t^d}$	利潤（輸入業者）
r_t^k	$r_t^k = \frac{\Psi_t R_t^k}{P_t^d}$	資本収益率
$\tilde{q}_t$	$\tilde{q}_t = z_t^+ \Psi_t q_t$	ラグランジュ乗数（投資）
$\tilde{\psi}_t$	$\tilde{\psi}_t = z_t^+ P_t^c \psi_t$	ラグランジュ乗数（消費）
φ_t	–	限界費用（中間財）
$\Lambda_{t,t+1}$	$\Lambda_{t,t+s} = \frac{\psi_{t+s}}{\psi_t}$	Stochastic discount factor
$\mu_{z^+,t}$	$\mu_{z^+,t} = \frac{z_t^+}{z_{t-1}^+}$	技術進歩率
$\mu_{\Psi,t}$	$\mu_{\Psi,t} = \frac{\Psi_t}{\Psi_{t-1}}$	投資特殊技術進歩率
s_t	$s_t = \frac{S_t}{S_{t-1}}$	名目為替レート（前期比）
L_t	–	労働投入
R_t	–	1+ 名目金利

表 1　内生変数一覧（1）

変数名	定義	
π_t^d	$\pi_t^d = \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d}$	物価上昇率（国内財）
$\tilde{\pi}_t^d$	$\tilde{\pi}_t^d = \frac{P_t^{d,opt}}{P_{t-1}^d}$	最適価格（国内財）
f_t^d	$f_t^d = \frac{F_t^d}{z_t^+}$	–
z_t^d	$z_t^d = \frac{Z_t^d}{z_t^+}$	–
π_t^X	$\pi_t^X = \frac{P_t^c}{P_{t-1}^X}$	物価上昇率（輸出）
$\tilde{\pi}_t^X$	$\tilde{\pi}_t^X = \frac{P_t^{X,opt}}{P_{t-1}^X}$	最適価格（輸出）
f_t^X	$f_t^X = \frac{F_t^X}{z_t^+}$	–
z_t^X	$z_t^X = \frac{Z_t^X}{z_t^+}$	–
π_t^M	$\pi_t^M = \frac{P_t^M}{P_{t-1}^M}$	物価上昇率（輸入）
$\tilde{\pi}_t^M$	$\tilde{\pi}_t^M = \frac{P_t^{M,opt}}{P_{t-1}^M}$	最適価格（輸入）
f_t^M	$f_t^M = \frac{F_t^M}{z_t^+}$	–
z_t^M	$z_t^M = \frac{Z_t^M}{z_t^+}$	–
π_t^c	$\pi_t^c = \frac{P_t^c}{P_{t-1}^c}$	物価上昇率（消費）
$\gamma_t^{c,d}$	$\gamma_t^{c,d} = \frac{P_t^c}{P_t^d}$	相対価格（消費財／国内財）
$\gamma_t^{M,d}$	$\gamma_t^{M,d} = \frac{P_t^M}{P_t^d}$	相対価格（輸入財／国内財）
$\gamma_t^{X,*}$	$\gamma_t^{X,*} = \frac{P_t^X}{P_t^*}$	相対価格（輸出財／外国財）
γ_t^f	$\gamma_t^f = \frac{P_t^d}{S^t P_t^*}$	実質為替レート
τ_t^c	–	消費税率
τ_t^k	–	資本収益税率
τ_t^l	–	労働所得税率
τ_t^s	–	社会保障現金給付率
ϕ_t	–	リスクプレミアム・ショック
ϵ_t	–	生産性
ϵ_t^*	–	生産性（外国）
ζ_t^c	–	選好ショック
ζ_t^l	–	労働供給ショック
y_t^*	$y_t^* = \frac{Y_t^*}{z_t^+}$	外国 GDP
R_t^*	–	1+ 外国名目利子率
π_t^*	$\pi_t^* = \frac{P_t^*}{P_{t-1}^*}$	外国物価上昇率

表 2　内生変数一覧（2）

3 パラメータの推定

3.1 推定方法：状態空間表現と M-H アルゴリズムの適用

上記の DSGE モデルのパラメータの分布を以下の手順でベイズ推定する．まずモデルの内生変数を対数変換することによって書き換えたモデル方程式を準備し，定常均衡値の周りで一次のテイラー展開を行う．この一次近似したモデルは $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t$ を定常均衡値からの乖離で定義しなおしたモデルの内生変数とすると，

$$A\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t+1} = B\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t + C\boldsymbol{\eta}_{t+1} + D\boldsymbol{v}_{t+1} \tag{75}$$

と表現できる．ただし，$\boldsymbol{\eta}_{t+1}$ は外生変数（ショック項），$\boldsymbol{v_{t+1}}$ はフォワードルッキング項（左辺に含まれる項）の予測誤差である[*6]．このように書き換えたモデルは，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を所与として Sims [2002] のアルゴリズムにより

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t+1} = \Theta(\boldsymbol{\theta})\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t + \Omega(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\eta}_{t+1} \tag{76}$$

という VAR 表現に書き換えられる．

$Y_T^{act} = \{\boldsymbol{y}_t^{act}\}_{t=1}^T$ をデータとして，以下のような状態空間表現

$$\boldsymbol{y}_t^{act} = \boldsymbol{d} + Z\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t \\ \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}\end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \tag{77}$$

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t+1} \\ \hat{\boldsymbol{\alpha}}_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\Theta(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{0} \\ I & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t \\ \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Omega(\boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_{t+1} \tag{78}$$

を推定モデルとして用いる．$\boldsymbol{d}$ は定数項に対応するベクトル，Z はデータとモデルの内生変数との関係を与える行列であり，観測誤差 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ のゼロでない項の分散 Σ_ε は未知とする（後述の (80) 式も参照）．$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{y}_t^{act} - \boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{\alpha}_t = [\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t\ \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}]^\top$ とおくと，

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{y}_t = Z\boldsymbol{\alpha}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \mathcal{MN}_m(\mathbf{0}, H(\boldsymbol{\theta})) \\
&\boldsymbol{\alpha}_{t+1} = T(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\alpha}_t + R(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\eta}_{t+1}, \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim \mathcal{MN}_r(\mathbf{0}, Q(\boldsymbol{\theta})) \\
&\boldsymbol{\alpha}_1 \sim \mathcal{MN}_r(\boldsymbol{a}_1, P_1)
\end{aligned} \tag{79}$$

という一般的な状態空間表現が得られ，DSGE モデルのパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ が与えられればカルマン・フィルタの漸化式を用いて尤度の評価ができる．したがって，M-H アルゴリズムを応用した以下の手順により未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布から擬似乱数がサンプリングできる．

[*6] $\boldsymbol{v_t}$ はこの式だけに登場する．

サンプリング・アルゴリズム

初期化：$\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ を設定，$i=1$ とセット

repeat

1. $\Sigma_{\varepsilon}^{(i)}$ をサンプリング
2. $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \leftarrow \mathcal{MN}(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)}, \tilde{\Sigma}_{\theta})$
3. 定常均衡値 $\boldsymbol{\alpha}_{ss}$ を求め，(75) 式の A, B, C の数値行列を求める
4. Sims [2002] のアルゴリズムによって $\Theta(\boldsymbol{\theta})$，$\Omega(\theta)$ および $T(\boldsymbol{\theta})$，$R(\boldsymbol{\theta})$ を求める
5. カルマン・フィルタの公式により尤度 $l(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)},\ \Sigma_{\varepsilon}^{(i)}; Y_T^{act}), l(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \Sigma_{\varepsilon}^{(i)}; Y_T^{act})$ を計算
6. 事前確率 $p_{\theta}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ と採択確率 $p = \min\left[\frac{l(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \Sigma_{\varepsilon}^{(i)}; Y_T^{act}) p_{\theta}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})}{l(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)}, \Sigma_{\varepsilon}^{(i)}; Y_T^{act}) p_{\theta}(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)})}, 1\right]$ を計算
7. 確率 p で $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ を採択して，$\boldsymbol{\theta}^{(i)} = \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ とおく
   それ以外は $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ を棄却して，$\boldsymbol{\theta}^{(i)} = \boldsymbol{\theta}^{(i-1)}$ とおく．
8. $i \leftarrow i+1$

until $i > n_{sim}$

2. の $\tilde{\Sigma}_{\theta}$ は，事後密度関数のモード周りのヘッセ行列の逆行列の定数倍とし，その定数については M-H アルゴリズムでの採択確率が適切となるように調整する．

3.2　データ，事前分布と事後分布

パラメータは，1980 年～2010 年までの日本の四半期のマクロ統計データを用いて推定する．推定期間をゼロ金利期間を含む直近の 2010 年までとしたことから，1980 年～1998 年までのデータでディープ・パラメータ（後述）を推定し，それを固定した上で 2010 年までの全データで他のパラメータを推定した．

データについては表 3 のとおりである．四半期季節調整値を基本としているが，年次データしかないもの，実質系列がないもの，季節調整値がないものに関しては，適宜四半期分割，実質化，季節調整を行っている．このうち，税率については Mendoza et al. [1994] の方法で作成した（図 2 参照）．消費税率は，個別消費税（たばこ税，酒税など）も考慮しているため直近約 8 ％と高めになっている．また，労働所得税には，社会保険料も含めている．資本所得税は，計算式の分母に営業余剰を用いているため，高めになっている[*7]．

[*7] 法人税の課税ベースは黒字企業の営業余剰だが，マクロの営業余剰は黒字企業のそれと赤字企業のそれをネットアウトした後の営業余剰であるため，それを分母とした場合の実効法人税率は，実際の（黒字）企業の直面する実効法人税率から大幅に乖離する場合がある．

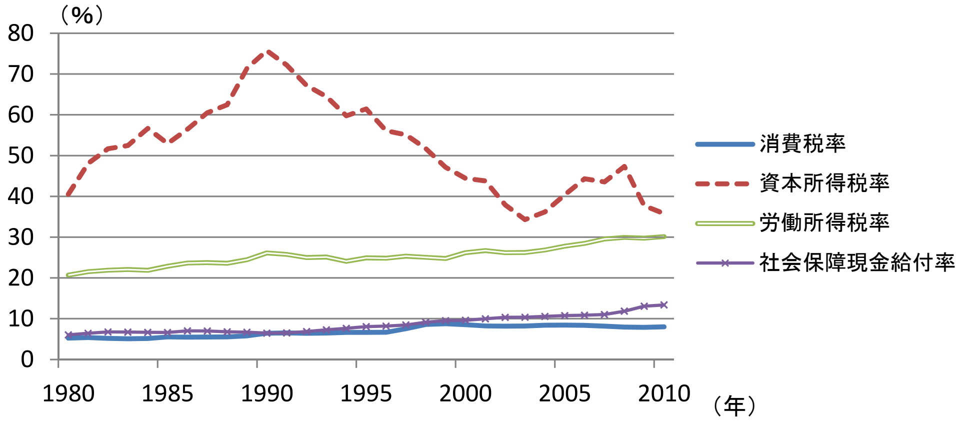

図 2　税率等の実績値

(77) 式の観測方程式は，以下のように定義した．

$$
\underbrace{\begin{bmatrix}
\Delta\log(Y_t^{d,act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(C_t^{act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(I_t^{act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(G_t^{c,act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(G_t^{i,act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(G_t^{d,act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(M_t^{act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(X_t^{act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(K_t^{g,act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(B_t^{act}/N_t^{act}) \\
\Delta\log(W_t^{act}) \\
\Delta\log(L_t^{act}/N_t^{act}) \\
R_t^{act}/400 \\
A_t^{y,act} \\
\Delta\log(S_t^{act}) \\
\Delta\log(P_t^{d,act}) \\
\Delta\log(P_t^{X,act}) \\
\Delta\log(P_t^{M,act}) \\
\Delta\log(P_t^{c,act}) \\
\Delta\log(P_t^{i,act}) \\
\Delta\log(Y_t^{*,act}) \\
R_t^{*,act}/400 \\
\Delta\log(P_t^{*,act}) \\
\log(\tau_t^{c,act}) \\
\log(\tau_t^{k,act}) \\
\log(\tau_t^{l,act}) \\
\log(\tau_t^{s,act})
\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{y}_t^{act}}
=
\underbrace{\begin{bmatrix}
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}\mu_\Psi) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\bar{l} \\
\log(\mu_{z+}/\beta) \\
\bar{a}^y \\
-\log(\bar{\pi}^*) \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
-\log(\mu_\Psi) \\
\log(\mu_{z+}) \\
\log(\mu_{z+}\bar{\pi}^*/\beta) \\
\log(\bar{\pi}^*) \\
\log(\tau^c) \\
\log(\tau^k) \\
\log(\tau^l) \\
\log(\tau^s)
\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{d}}
+
\underbrace{\begin{bmatrix}
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{y}_t^d - \hat{y}_{t-1}^d \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{c}_t - \hat{c}_{t-1} \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{\mu}_{\Psi,t} + \hat{i}_t - \hat{i}_{t-1} \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{g}_t^c - \hat{g}_{t-1}^c \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{g}_t^i - \hat{g}_{t-1}^i \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{g}_t^d - \hat{g}_{t-1}^d \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{m}_t - \hat{m}_{t-1} \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{x}_t - \hat{x}_{t-1} \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{k}_t^g - \hat{k}_{t-1}^g + \hat{\pi}_t^d \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{b}_t - \hat{b}_{t-1} + \hat{\pi}_t^d \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{w}_t - \hat{w}_{t-1} + \hat{\pi}_t^d \\
\hat{l}_t - \hat{l}_{t-1} \\
\hat{R}_t \\
\hat{a}_t^y \\
\hat{s}_t \\
\hat{\pi}_t^d \\
\hat{\pi}_t^X \\
\hat{\pi}_t^M \\
\hat{\pi}_t^c \\
\hat{\pi}_t^d - \hat{\mu}_{\Psi,t} \\
\hat{\mu}_{z+,t} + \hat{y}_t^* - \hat{y}_{t-1}^* \\
\hat{R}_t^* \\
\hat{\pi}_t^* \\
\hat{\tau}_t^c \\
\hat{\tau}_t^k \\
\hat{\tau}_t^l \\
\hat{\tau}_t^s
\end{bmatrix}}_{Z[\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t' \ \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}']'}
+
\underbrace{\begin{bmatrix}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\
\varepsilon_{w,t} \\
0 \\ 0 \\ 0 \\
\varepsilon_{s,t} \\
\varepsilon_{\pi^d,t} \\
\varepsilon_{\pi^X,t} \\
\varepsilon_{\pi^M,t} \\
\varepsilon_{\pi^c,t} \\
\varepsilon_{\pi^i,t} \\
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\varepsilon}_t}
. \qquad (80)
$$

固定したパラメータについては表 4 のとおりである．固定したパラメータについて，割引因子 β，マークアップ $\lambda^d, \lambda^X, \lambda^M$，労働不効用の相対ウエイト A_L 以外については，データの平均値等

から計算した値を用いている．また，$v_{y^*,t}$，$v_{R^*,t}$，$v_{\pi^*,t}$ の分散については，データから計算した値を用いて $\sigma^2_{v_{y^*,t}} = 0.000060$, $\sigma^2_{v_{R^*,t}} = 0.000088$, $\sigma^2_{v_{\pi^*,t}} = 0.000335$ とおいた．

事前分布は，参考文献（Iwata [2013] など）を参考に，表 5 のとおり想定した．この表に載せていない観測誤差の分散 $\sigma^2_{\varepsilon_{w,t}}$，$\sigma^2_{\varepsilon_{s,t}}$，$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^d,t}}$，$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^X,t}}$，$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^M,t}}$，$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^c,t}}$，$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^i,t}}$ の事前分布は，その逆数（つまり $1/\sigma^2_{\varepsilon_{w,t}}$，$1/\sigma^2_{\varepsilon_{s,t}}$，$1/\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^d,t}}$，$1/\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^X,t}}$，$1/\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^M,t}}$，$1/\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^c,t}}$，$1/\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^i,t}}$）がそれぞれ独立に平均 1，分散 200 のガンマ分布に従うものとした．

まず，1998 年までのデータで事後分布の平均を求め，ディープ・パラメータとみなす一部のパラメータをその値に固定した上で，2010 年までのデータを用いてディープ・パラメータ以外のパラメータの事後分布をシミュレートした．ディープ・パラメータとみなしたのは，μ，η_c，η_X，χ，ξ_d，ξ_X，ξ_M，κ_d，κ_X，κ_M，ϕ_π，ϕ_y である*8．

パラメータの事後分布は，表 7 および表 8 のとおりである．$\hat{R}$ は Gelman and Rubin [1992] の収束判定統計量である*9．チェインの本数は 4，サンプリング回数は各チェイン 125,000 で，うち最初の 25,000 は事後分布への分布収束に至る前（burn-in の前）の移行過程とみなして捨てた．したがって，実際に作表等には 400,000 サンプルを用いている．M-H アルゴリズムでの採択確率はそれぞれ，0.342，0.383 であった．

次節では，表 7 の事後平均の一部および表 8 の結果を用いてシミュレーションを行う．

---

*8 状態変数の初期値は，$\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{P}_1 = 0.01 \times \boldsymbol{I}$ を原則とするが，以下の状態変数についてはゼロでない初期値を与え，対応する分散をゼロとした．

$$\hat{k}_0 = \hat{k}_1 = \log(K^{act}_{1980}/Y^{d,act}_{1980}) - \log(k_{ss}/y^d_{ss})$$
$$\hat{k}^g_0 = \hat{k}^g_1 = \log(K^{g,act}_{1980}/Y^{d,act}_{1980}) - \log(\bar{k}^g/y^d_{ss})$$
$$\hat{a}_0 = \hat{a}_1 = A^{y,act}_{1980} y^d_{ss} - \bar{a}$$
$$\hat{a}^y_0 = \hat{a}^y_1 = A^{y,act}_{1980} - \bar{a}^y$$
$$\hat{b}_0 = \hat{b}_1 = \log(B^{act}_{1980}/Y^{d,act}_{1980}) - \log(\bar{b}/y^d_{ss})$$
$$\hat{\tau}^c_0 = \hat{\tau}^c_1 = \log(\tau^{c,act}_{1980}) - \log(\tau^c)$$
$$\hat{\tau}^k_0 = \hat{\tau}^k_1 = \log(\tau^{k,act}_{1980}) - \log(\tau^k)$$
$$\hat{\tau}^l_0 = \hat{\tau}^l_1 = \log(\tau^{l,act}_{1980}) - \log(\tau^l)$$
$$\hat{\tau}^s_0 = \hat{\tau}^s_1 = \log(\tau^{s,act}_{1980}) - \log(\tau^s).$$

ただし，K^{act}_{1980} は 1980 年の法人部門の固定資産，その他の変数も加工前の年データを用いた．

*9 1 に近いほど望ましく，1.2 以下が収束の目安とされる．

変数名	定義	単位	出所
$Y_t^{d,act}$	実質 GDP	10 億円	SNA, 総務省
C_t^{act}	実質民間消費・住宅投資	10 億円	SNA, 総務省
I_t^{act}	実質設備投資（公的企業含む）	10 億円	SNA, 総務省
$G_t^{c,act}$	実質政府消費（減耗以外）	10 億円	SNA, 総務省
$G_t^{i,act}$	実質政府投資	10 億円	SNA, 総務省
$G_t^{d,act}$	実質政府消費（減耗）	10 億円	SNA, 総務省
M_t^{act}	実質輸入	10 億円	SNA, 総務省
X_t^{act}	実質輸出	10 億円	SNA, 総務省
$K_t^{g,act}$	固定資産（一般政府）	10 億円	SNA, 総務省
B_t^{act}	一般政府純債務	10 億円	日銀, 総務省
W_t^{act}	雇用者報酬／雇用者数	10 億円／千人	SNA, 総務省
L_t^{act}	就業者数×労働時間	時間（月平均）	総務省
R_t^{act}	TIBOR3 ヶ月物金利	%	全銀協
$A_t^{y,act}$	対外純資産（GDP 比）	比率	SNA
S_t^{act}	名目実効為替レート（逆数）	10 年=100	日銀
$P_t^{d,act}$	GDP デフレーター	05 年=100	SNA
$P_t^{X,act}$	輸出デフレーター	05 年=100	SNA
$P_t^{M,act}$	輸入デフレーター	05 年=100	SNA
$P_t^{c,act}$	民間消費支出デフレーター	05 年=100	SNA
$P_t^{i,act}$	設備投資デフレーター	05 年=100	SNA
$Y_t^{*,act}$	米国 GDP ／ 15 歳以上人口	10 億ドル／人	米国商務省, OECD
$R_t^{*,act}$	米国 FF レート	%	FRB
$P_t^{*,act}$	米国生産者物価指数	1982 年=100	米国商務省
$\tau_t^{c,act}$	消費税率	割合	独自
$\tau_t^{k,act}$	資本所得税率	割合	独自
$\tau_t^{l,act}$	労働所得税率	割合	独自
$\tau_t^{s,act}$	社会保障現金給付率	割合	独自
N_t^{act}	15 歳以上人口	千人	総務省

表 3　データ

変数名	値	
α	0.474348	労働分配率
β	0.9975	割引因子
δ	0.022535121	減耗率（民間資本ストック）
δ^g	0.007915691	減耗率（公的資本ストック）
ω_c	0.190420	輸入のシェア
λ^d	1.2	マークアップ（国内財）
λ^X	1.2	マークアップ（輸出財）
λ^M	1.2	マークアップ（輸入財）
A_L	1	労働不効用の相対ウエイト
$\bar{k}^g$	$2.800242486 \times y_{ss}^d$	定常均衡値（公的資本ストック）
$\bar{a}^y$	0.919852821	定常均衡値（対外純資産残高（GDP 比））
$\bar{a}$	$\bar{a}^y y_{ss}^d$	定常均衡値（対外純資産残高）
$\bar{b}$	$1.842159162 \times y_{ss}^d$	定常均衡値（政府債務残高）
$\bar{\pi}^*$	1.006331321	定常均衡値（外国物価上昇率）
τ^c	0.069173	定常均衡値（消費税率）
τ^k	0.519231	定常均衡値（資本収益税率）
τ^l	0.253299	定常均衡値（労働所得税率）
τ^s	0.086040	定常均衡値（社会保障現金給付率）
$\bar{l}$	-0.002117531	労働投入のトレンド
$v_{y^*,t}$	$\sigma^2_{v_{y^*,t}} = 0.000060$	海外景気ショック（平均はゼロ）
$v_{R^*,t}$	$\sigma^2_{v_{R^*,t}} = 0.000088$	海外金利ショック（平均はゼロ）
$v_{\pi^*,t}$	$\sigma^2_{v_{R^*,t}} = 0.000335$	海外物価ショック（平均はゼロ）

表 4　固定したパラメータ

変数名	分布の種類	平均	標準偏差	
μ_{z^+}	$\log(\mu_{z^+}) \sim$ normal	0.00351	0.001	トレンド（技術進歩率）
μ_{Ψ}	$\log(\mu_{\Psi}) \sim$ normal	0.00233	0.001	トレンド（投資特殊技術進歩）
μ	gamma	2	0.75	労働供給の弾力性
η_c	inv.gamma	1.5	0.25	価格弾性値（消費）
η_X	inv.gamma	1.5	0.25	価格弾性値（輸出財）
χ	gamma	0.2	0.1	投資の調整コスト
ξ_d	beta	0.6	0.1	価格非改定確率（国内財）
ξ_X	beta	0.6	0.1	価格非改定確率（輸出財）
ξ_M	beta	0.6	0.1	価格非改定確率（輸入財）
κ_d	beta	0.4	0.15	価格インデックス（国内財）
κ_X	beta	0.4	0.15	価格インデックス（輸出財）
κ_M	beta	0.4	0.15	価格インデックス（輸入財）
ϕ_a	gamma	0.2	0.1	リスクプレミアム
ϕ_{g^c}	gamma	0.2	0.1	財政ルール（政府消費）
ϕ_{g^i}	gamma	0.2	0.1	財政ルール（政府投資）
ϕ_{π}	gamma	2	0.5	テイラールールの係数（物価）
ϕ_y	gamma	0.125	0.05	テイラールールの係数（需給ギャップ）
ρ_{g^c}	beta	0.8	0.1	AR(1) 項（政府消費の財政ルール）
ρ_{g^i}	beta	0.8	0.1	AR(1) 項（政府投資の財政ルール）
ρ_{z^+}	beta	0.6	0.1	AR(1) 項（技術進歩）
ρ_{Ψ}	beta	0.6	0.1	AR(1) 項（投資特殊技術進歩）
ρ_{τ^c}	beta	0.5	0.1	AR(1) 項（消費税率）
ρ_{τ^k}	beta	0.5	0.1	AR(1) 項（資本収益税率）
ρ_{τ^l}	beta	0.5	0.1	AR(1) 項（労働所得税率）
ρ_{τ^s}	beta	0.5	0.1	AR(1) 項（社会保障現金給付率）
ρ_{ϕ}	beta	0.6	0.1	AR(1) 項（リスクプレミアム）
ρ_{ϵ}	beta	0.8	0.01	AR(1) 項（外国景気）
ρ_{ϵ^*}	beta	0.6	0.1	AR(1) 項（定常技術ショック）
ρ_{ζ^c}	beta	0.8	0.05	AR(1) 項（選好ショック）
ρ_{ζ^l}	beta	0.8	0.05	AR(1) 項（労働供給ショック）

表 5　パラメータの事前分布（１）

変数名	分布の種類	平均	標準偏差	
$e_{a,t}$	$\sigma^2_{e_{a,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	対外純資産ショック
$e_{b,t}$	$\sigma^2_{e_{b,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	政府債務ショック
$e_{g^c,t}$	$\sigma^2_{e_{g^c,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	政府消費ショック
$e_{g^i,t}$	$\sigma^2_{e_{g^i,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	政府投資ショック
$e_{g^d,t}$	$\sigma^2_{e_{g^d,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	政府減耗ショック
$e_{R,t}$	$\sigma^2_{e_{R,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	金融政策ショック
$e_{\mu_{z+},t}$	$\sigma^2_{e_{\mu_{z+},t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	技術進歩ショック
$e_{\mu_\Psi,t}$	$\sigma^2_{e_{\mu_\Psi,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	投資特殊技術進歩ショック
$e_{\tau^c,t}$	$\sigma^2_{e_{\tau^c,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	消費税率ショック
$e_{\tau^k,t}$	$\sigma^2_{e_{\tau^k,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	資本収益税率ショック
$e_{\tau^l,t}$	$\sigma^2_{e_{\tau^l,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	労働所得税率ショック
$e_{\tau^s,t}$	$\sigma^2_{e_{\tau^s,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	社会保障現金給付率ショック
$e_{\phi,t}$	$\sigma^2_{e_{\phi,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	リスクプレミアム・ショック
$e_{\epsilon,t}$	$\sigma^2_{e_{\epsilon,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	定常技術ショック
$e_{\epsilon^*,t}$	$\sigma^2_{e_{\epsilon^*,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	輸出ショック
$e_{\zeta^c,t}$	$\sigma^2_{e_{\zeta^c,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	選好ショック（iid）
$e_{\zeta^l,t}$	$\sigma^2_{e_{\zeta^l,t}} \sim$ inv. gamma	0.1	1.0	労働供給ショック（iid）

表 6　パラメータの事前分布（2）: 外生変数の分散

変数名	平均	標準偏差	$\hat{R}$
μ_{z+}	0.00513	0.00061	1.001
μ_{Ψ}	0.00028	0.00087	1.003
μ	1.20564	0.23215	1.000
η_c	2.67897	0.32630	1.002
η_X	1.46395	0.22380	1.005
χ	0.73882	0.15982	1.001
ξ_d	0.97127	0.00306	1.002
ξ_X	0.76620	0.05647	1.000
ξ_M	0.48955	0.04922	1.004
κ_d	0.41904	0.08282	1.001
κ_X	0.43120	0.14491	1.007
κ_M	0.20121	0.09797	1.005
ϕ_a	0.20675	0.02357	1.005
ϕ_{g^c}	0.09172	0.05310	1.005
ϕ_{g^i}	0.13273	0.06877	1.009
ϕ_{π}	1.80397	0.28521	1.001
ϕ_y	0.58282	0.13507	1.003
ρ_{g^c}	0.97273	0.01671	1.006
ρ_{g^i}	0.92205	0.03700	1.003
ρ_{z+}	0.69500	0.04314	1.003
ρ_{Ψ}	0.15184	0.03674	1.006
ρ_{τ^c}	0.51039	0.09481	1.006
ρ_{τ^k}	0.75196	0.04712	1.002
ρ_{τ^l}	0.56382	0.09369	1.005
ρ_{τ^s}	0.54557	0.09402	1.002
ρ_{ϕ}	0.97101	0.00537	1.001
ρ_{ϵ}	0.81354	0.00980	1.000
ρ_{ϵ^*}	0.90291	0.03362	1.006
ρ_{ζ^c}	0.96688	0.00681	1.001
ρ_{ζ^l}	0.97127	0.00803	1.003

変数名	平均	標準偏差	$\hat{R}$
$\sigma^2_{e_{a,t}}$	0.05652	0.01232	1.001
$\sigma^2_{e_{b,t}}$	0.06080	0.01144	1.001
$\sigma^2_{e_{g^c,t}}$	0.00299	0.00051	1.006
$\sigma^2_{e_{g^i,t}}$	0.00513	0.00085	1.002
$\sigma^2_{e_{g^d,t}}$	0.00291	0.00050	1.003
$\sigma^2_{e_{R,t}}$	0.00290	0.00048	1.002
$\sigma^2_{e_{\mu_{z+},t}}$	0.00296	0.00049	1.003
$\sigma^2_{e_{\mu_\Psi,t}}$	0.00419	0.00073	1.005
$\sigma^2_{e_{\tau^c,t}}$	0.00287	0.00051	1.002
$\sigma^2_{e_{\tau^k,t}}$	0.00349	0.00067	1.001
$\sigma^2_{e_{\tau^l,t}}$	0.00290	0.00048	1.000
$\sigma^2_{e_{\tau^s,t}}$	0.00288	0.00049	1.006
$\sigma^2_{e_{\phi,t}}$	0.00450	0.00086	1.006
$\sigma^2_{e_{\epsilon,t}}$	0.00381	0.00069	1.002
$\sigma^2_{e_{\epsilon^*,t}}$	0.00393	0.00072	1.018
$\sigma^2_{e_{\zeta^c,t}}$	0.00786	0.00160	1.002
$\sigma^2_{e_{\zeta^l,t}}$	0.01072	0.00244	1.005
$\sigma^2_{\varepsilon_{w,t}}$	0.00846	0.00183	1.001
$\sigma^2_{\varepsilon_{s,t}}$	0.00397	0.00076	1.001
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^d,t}}$	0.00018	0.00003	1.001
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^X,t}}$	0.00063	0.00011	1.000
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^M,t}}$	0.00216	0.00038	1.001
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^c,t}}$	0.00017	0.00003	1.000
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^i,t}}$	0.00153	0.00026	1.001

表 7　パラメータの事後分布（ゼロ金利期間前）

変数名	平均	標準偏差	$\hat{R}$
μ_{z+}	0.00568	0.00047	1.001
μ_{Ψ}	0.00017	0.00086	1.002
ϕ_a	0.19352	0.01961	1.000
ϕ_{g^c}	0.09276	0.04837	1.000
ϕ_{g^i}	0.21958	0.09885	1.001
ρ_{g^c}	0.98815	0.00742	1.003
ρ_{g^i}	0.97064	0.01225	1.003
ρ_{z+}	0.67216	0.03684	1.002
ρ_{Ψ}	0.10939	0.02623	1.002
ρ_{τ^c}	0.52548	0.09183	1.001
ρ_{τ^k}	0.86220	0.02535	1.004
ρ_{τ^l}	0.64291	0.08111	1.006
ρ_{τ^s}	0.60769	0.08569	1.001
ρ_{ϕ}	0.99330	0.00204	1.001
ρ_{ϵ}	0.81562	0.00984	1.002
ρ_{ϵ^*}	0.96109	0.00987	1.006
ρ_{ζ^c}	0.96995	0.00607	1.002
ρ_{ζ^l}	0.98334	0.00220	1.001

変数名	平均	標準偏差	$\hat{R}$
$\sigma^2_{e_{a,t}}$	0.12006	0.01912	1.002
$\sigma^2_{e_{b,t}}$	0.13859	0.01994	1.002
$\sigma^2_{e_{g^c,t}}$	0.00185	0.00024	1.004
$\sigma^2_{e_{g^i,t}}$	0.00406	0.00053	1.000
$\sigma^2_{e_{g^d,t}}$	0.00185	0.00024	1.003
$\sigma^2_{e_{R,t}}$	0.00189	0.00025	1.003
$\sigma^2_{e_{\mu_{z+},t}}$	0.00180	0.00023	1.007
$\sigma^2_{e_{\mu_{\Psi},t}}$	0.00311	0.00041	1.008
$\sigma^2_{e_{\tau^c,t}}$	0.00172	0.00022	1.006
$\sigma^2_{e_{\tau^k,t}}$	0.00214	0.00029	1.002
$\sigma^2_{e_{\tau^l,t}}$	0.00176	0.00023	1.002
$\sigma^2_{e_{\tau^s,t}}$	0.00175	0.00023	1.004
$\sigma^2_{e_{\phi,t}}$	0.00463	0.00076	1.003
$\sigma^2_{e_{\epsilon,t}}$	0.00201	0.00027	1.003
$\sigma^2_{e_{\epsilon^*,t}}$	0.00431	0.00062	1.004
$\sigma^2_{e_{\zeta^c,t}}$	0.00561	0.00094	1.000
$\sigma^2_{e_{\zeta^l,t}}$	0.00626	0.00109	1.001
$\sigma^2_{\varepsilon_{w,t}}$	0.00665	0.00097	1.001
$\sigma^2_{\varepsilon_{s,t}}$	0.00438	0.00058	1.000
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^d,t}}$	0.00015	0.00002	1.000
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^X,t}}$	0.00066	0.00009	1.000
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^M,t}}$	0.00235	0.00031	1.000
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^c,t}}$	0.00014	0.00002	1.001
$\sigma^2_{\varepsilon_{\pi^i,t}}$	0.00150	0.00020	1.001

表 8　パラメータの事後分布（全期間）

4　シミュレーション

4.1　乗数のテスト

増税に対する乗数をみるために，以下の 3 ケースについてパラメータの事後平均を用いたシミュレーションを行った．1 期を四半期として想定している．

ケース I　法人税（資本所得税）を GDP の 1 %相当継続的に増税
ケース II　労働所得税を GDP の 1 %相当継続的に増税
ケース III　消費税率を 2 %ポイント継続的に引き上げ

ただし，モデルを変更して歳出一定を仮定する．具体的には，直近データから政府消費（減耗を除く）の対 GDP 比を 0.164，政府投資の対 GDP 比を 0.029 とおいた．政府債務残高の初期値は対 GDP 比 1.5，対外純資産の初期値は対 GDP 比 0.5 としている．その他も税率を一定にしているため，その影響が政府部門収支にフローとして反映され，そこからストックの政府債務残高に波及する．税率の初期値は直近データ（2010 年）と同一，具体的には消費税率が 8.0 %，労働所得税率が 30.1 %，資本所得税率が 35.8 %を仮定している．

シミュレーションの結果は，表 9 に示すとおりである．ケース I〜III の間で規模感を比較すると，どの税を選んだとしても，政府債務残高に与える影響は大差ないが，実物経済と物価に与える影響の大きさは異なる．実質 GDP，消費者物価のいずれに対しても，法人税の引き上げが最も大きな負の影響を及ぼす．GDP の 1 %相当の法人税増税に対して，実質 GDP は 1.3〜1.8 %減少し，物価上昇率は 0.3〜0.1 %ポイント下落する．次に影響が大きいのが労働所得税であり，GDP の 1 %相当の増税に対して実質 GDP は 1.1〜1.3 %減少するが，物価上昇率は 0.09〜0.03 %ポイントの下落と影響は小さい．一方で，消費税増税の影響は最も小さく，GDP の 1 %強の増税に対して 0.6〜0.7 %の実質 GDP の減少，および 0.05 %ポイント弱の物価上昇率の下落が生じる．

DSGE モデルではないが比較可能なマクロ経済モデルである「経済財政モデル」（内閣府計量分析室 [2010]）の乗数と比較すると，定性的な方向感は概ね似通っている．例えば，GDP や物価に対するマイナスの影響や，法人税，所得税，消費税の順で GDP への影響が大きいことなどである．パラメータを変えて計算すると分かるが，税率変更が経済に与える効果の大きさは，主として労働の弾力性のパラメータとテイラールールのパラメータによって決まっており，特に前者は大きな影響を与える．資本に対する課税が経済全体に相対的に大きな負の影響を与えるという傾向は，本モデルに固有の特性ではなく，通時的な最適化行動をモデル化した動学的一般均衡モデルに共通してみられるが，本稿の意義は，その程度をデータを用いたパラメータ推定を通じて客観的に示したことにある．

ケース I のシミュレーション結果の輸入についてはさらなる考察が必要であろう．というのも，法人税の増税により輸入が増加するのは，一般的なモデルの挙動とは異なる．その原因は，輸入に関するモデル構造にあり，具体的には消費財のみ輸入されるという仮定に起因する．法人税を増税すると投資が減少するが，財の供給が過剰となるため，物価下落を通じて消費の需要が増加する．投資財も輸入されるというモデルであれば，投資が減少した分輸入も減少するはずだが，このモデ

ルにはその経路がない．したがって，消費の需要が直接輸入を増加させてしまう．

Ⅰ 法人税をGDPの1%相当継続的に増税 （政府支出一定）

		1年目	2年目	3年目	4年目	5年目
実質GDP	%	−1.33	−1.73	−1.82	−1.83	−1.81
輸出(実質)	%	0.07	0.26	0.23	0.07	−0.09
輸入(実質)	%	0.18	−0.03	−0.16	−0.19	−0.19
消費者物価(税抜き)	%	−0.29	−0.28	−0.21	−0.15	−0.11
税収(GDP比)	%PT	1.01	1.05	1.02	0.97	0.94
政府部門収支(一般政府,GDP比)	%PT	0.16	1.53	1.78	1.70	1.58
政府債務残高(GDP比)	%PT	2.22	0.98	−0.75	−2.48	−4.09

Ⅱ 個人所得税をGDPの1%相当継続的に増税 （政府支出一定）

		1年目	2年目	3年目	4年目	5年目
実質GDP	%	−1.10	−1.26	−1.29	−1.29	−1.28
輸出(実質)	%	−0.21	−0.35	−0.40	−0.45	−0.51
輸入(実質)	%	−0.26	−0.14	−0.19	−0.20	−0.21
消費者物価(税抜き)	%	−0.09	−0.09	−0.06	−0.05	−0.03
税収(GDP比)	%PT	0.99	1.02	1.01	1.00	0.99
政府部門収支(一般政府,GDP比)	%PT	0.56	1.13	1.26	1.27	1.26
政府債務残高(GDP比)	%PT	1.24	0.21	−1.05	−2.33	−3.62

Ⅲ 消費税率を2%ポイント継続的に引き上げ （政府支出一定）

		1年目	2年目	3年目	4年目	5年目
実質GDP	%	−0.59	−0.67	−0.69	−0.69	−0.69
輸出(実質)	%	−0.11	−0.18	−0.21	−0.24	−0.27
輸入(実質)	%	−0.14	−0.08	−0.10	−0.11	−0.11
消費者物価(税抜き)	%	−0.05	−0.05	−0.03	−0.02	−0.02
税収(GDP比)	%PT	1.09	1.11	1.10	1.10	1.09
政府部門収支(一般政府,GDP比)	%PT	0.87	1.19	1.29	1.32	1.34
政府債務残高(GDP比)	%PT	0.09	−1.06	−2.36	−3.69	−5.05

表 9　モデルの乗数：乗数表（標準解と各ケースに示されたインパクトを与えた場合の解との乖離）

4.2　事前アナウンス期間を含む消費税増税シミュレーション

将来に対する期待が作用する事例として，駆け込み期間を含む消費税増税の影響を検証する．消費税率の引き上げ幅は 10 %とする．前節と同じく期を四半期として想定し，$t = 0$ で初期定常状態（消費税率 8 %），$t = 10$ に消費税率を 18 %に変更することを $t = 1$ で事前アナウンスするとする．したがって，$t = 1 \sim 9$ 期には消費税率引き上げ前のいわゆる駆け込みの効果が現れる．4.1 節と同じく，歳出は一定としている．

結果を示したものが，図 3，4 である．縦軸は，初期定常状態からの乖離を表している[*10]．まず指摘できるのは，実際の税率引き上げ前に投資が大きく落ち込み（最大で 28 %），消費には駆け込み需要が生じていることである．税率変更後の定常状態に対応した資本ストック量の調整と，消費財への需要シフトが同時に起こっている．国内総生産は，投資の減少による資本ストックの減少の効果により，消費税率の引き上げのアナウンスの直後から下落する．消費税増税により労働限界不効用が増加するため，新たな定常状態での生産は初期定常状態の水準よりも低くなるが，その影響がラグなく発現する．

[*10] 政府債務のみ，初期定常状態が続いた場合からの乖離を図示している．歳出は一定としているのでこの系列のみ非定常だが，他の変数への波及経路がないためシミュレーション上は問題ない．

実質金利（資本収益率）は，生産の落ち込みにより一時的に低下するが，駆け込み需要のピーク時には需給バランスがタイトになるため元の水準よりも高くなる．賃金，労働投入は，要素代替があるため実質金利に連動した動きをする．労働投入は，消費税率引き上げ後の定常状態では，初期定常状態と比較して約 4 %下落する．下落率は GDP の減少率と近い水準であり，調整に時間がかかるが，定常状態同士を比較した資本ストックの減少率もほぼ同じである．物価（税抜き）は短期的には下落するが，消費税率引き上げ後に上昇に転じる．財政の改善ペースは，4.1 節のシナリオの場合とほぼ同じである．

為替レートに目を向けると，名目為替レート（水準を図示，グラフでは上方向が減価で実質為替レートとは上下が逆となる）は長期的には金利平価，購買力平価レートに収束するため変化率はゼロになるが，短期的には他の要因にも影響を受ける．消費税率引き上げによって，短期では輸入増と名目金利上昇が起こるが，どちらかというと前者の効果が強く，$t = 10$ までのアナウンス期間では名目為替レートは減価する．国内物価／外国物価で定義される実質為替レートは，短期的には名目為替レートに引きづられて減価するが，増税後の物価上昇を反映して，増価に転じる．すなわち，国内財は増税の前後で外国財に比べて割高になる．輸出量は実質為替レートにより決まるので増税により減少し，減少幅は約 2 %である．経常収支は，税率引き上げに伴って駆け込み需要が生じ，不均衡状態になるが，すぐに 0 へ収束する．

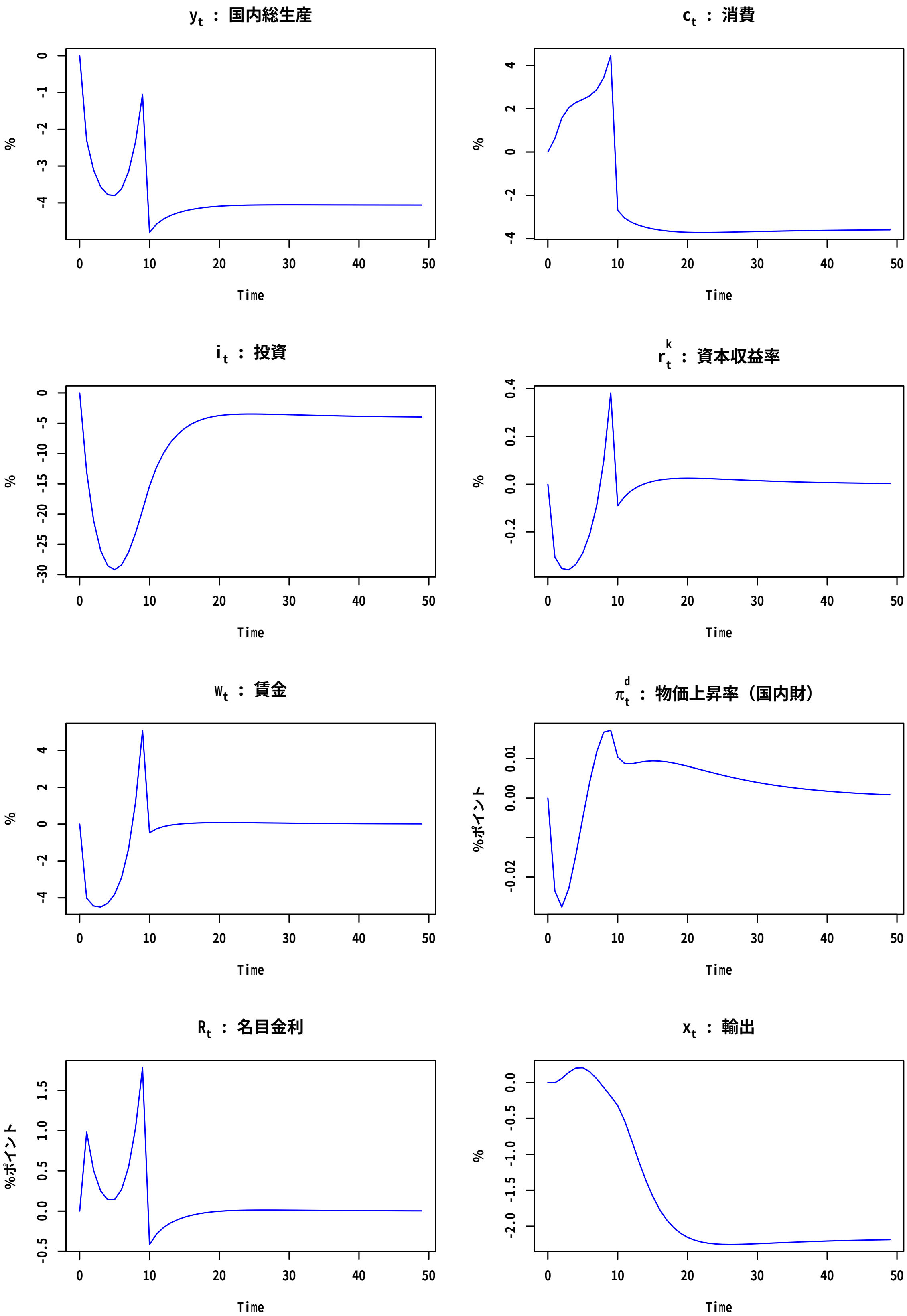

図３　消費税増税シミュレーション（１）

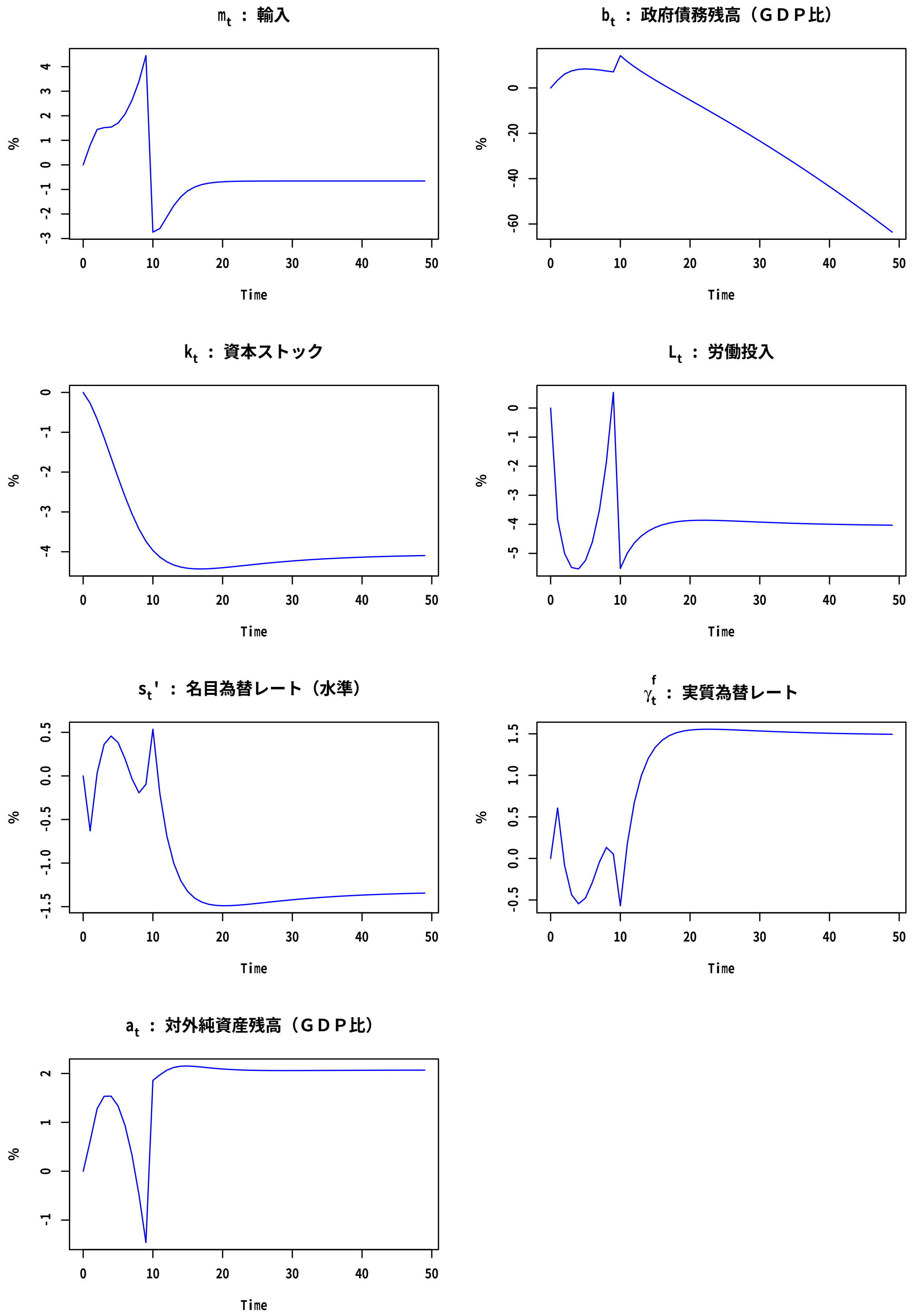

図４　消費税増税シミュレーション（２）

5　応用：法人税減税の政策効果

4.1 節では，法人税，労働所得税，消費税それぞれの税制変更の経済への影響をみた．モデルの乗数を確認する際には，比較のためすべて GDP 比 1 %程度の増税に揃えたが，モデルには線型性があるため，減税とした場合はほぼ対称な結果となると考えてよい．

本節では，その応用として，法人税減税と同規模の消費税増税を組み合わせた財政中立的な税制変更のシミュレーション分析を行う．具体的には，GDP 比 1 %相当の法人税減税と，それに見合う消費税増税を行った場合のモデル・シミュレーションを行った．その結果を 4.1 節と同様の形式で要約したものが表 10 であり，さらに図 5，6 に標準解からの乖離を詳細に示した．

法人税減税＋消費税増税　(政府支出一定)

		1年目	2年目	3年目	4年目	5年目
実質GDP	%	0.81	1.17	1.24	1.24	1.23
輸出(実質)	%	−0.17	−0.43	−0.43	−0.29	−0.14
輸入(実質)	%	−0.32	−0.04	0.08	0.09	0.10
消費者物価(税抜き)	%	0.22	0.22	0.16	0.12	0.09
税収(GDP比)	%PT	−0.09	−0.13	−0.11	−0.07	−0.05
政府部門収支(一般政府,GDP比)	%PT	0.66	−0.49	−0.72	−0.62	−0.49
政府債務残高(GDP比)	%PT	−2.20	−2.00	−1.34	−0.72	−0.23

表 10　法人税減税と消費税増税：乗数表（標準解との乖離）

消費は消費税率増税のため一時的に下落するが，最終的にはベースライン比で 0.4 %増加する．投資は，法人税減税のため直ちに増加し，長期的にもベースライン比で 4 %増加する．資本ストックが積み上がる結果，資本収益率は下落するが，賃金は上昇する．投資財に対する需要増加分が消費財に対する需要減少分を上回るため，インフレ率は短期には最大年率換算で 0.25 %程度上昇する．

GDP が増加するのは，法人税減税に伴う正の効果が，消費税増税に伴う負の効果を上回るためである．消費税増税により労働供給を追加的に増加させることによって得られる消費財の量が減少するため，家計の労働供給は減少し，GDP にとってはマイナス要因となる．一方で，法人税減税により家計が直面する資本収益率が上昇するため貯蓄率が高まり，資本ストックの量が相対的に増加する．その正の効果は，消費税増税のもたらす労働供給減少という負の効果を上回る．実質為替レートの動きを見ても分かるように，自国物価が割高になるため，輸出は減少する．輸入は，このモデルでは消費財の需要によって決まるため，短期には減少するが長期には増加する．名目為替レートは金融政策の影響を強く受けるが，このような税制変更により徐々に円安に向かうとの結果になった．

この分析は，以下のような政策インプリケーションを有している．いわゆるアベノミクス「３本の矢」と呼ばれる政府の経済政策の第３に「民間投資を喚起する成長戦略」が掲げられているが，その中の１つに法人税減税がある．シミュレーション結果は，法人税減税と消費税増税を組み合わせた税制変更には，短期的な成長率と物価の上昇という政策効果があることを示唆している．もっとも，シミュレーション結果からも分かるように，税制変更には GDP の長期的な水準をシフトさせる効果はあるが，長期的な成長率はシフトしない．このモデルの長期的な成長率を決定するの

は，労働効率化技術 z_t と投資特殊技術 Ψ_t の定常状態での変化率 μ_{z+}，μ_{Ψ} である．これらに影響を与えるのは，技術革新や市場の効率化を促す他の成長戦略である．その具体的な中身に欠けるところがあるため，本稿ではシミュレーションを行わなかったが，長期的な成長のパスを考える上でそれらは依然として重要である．

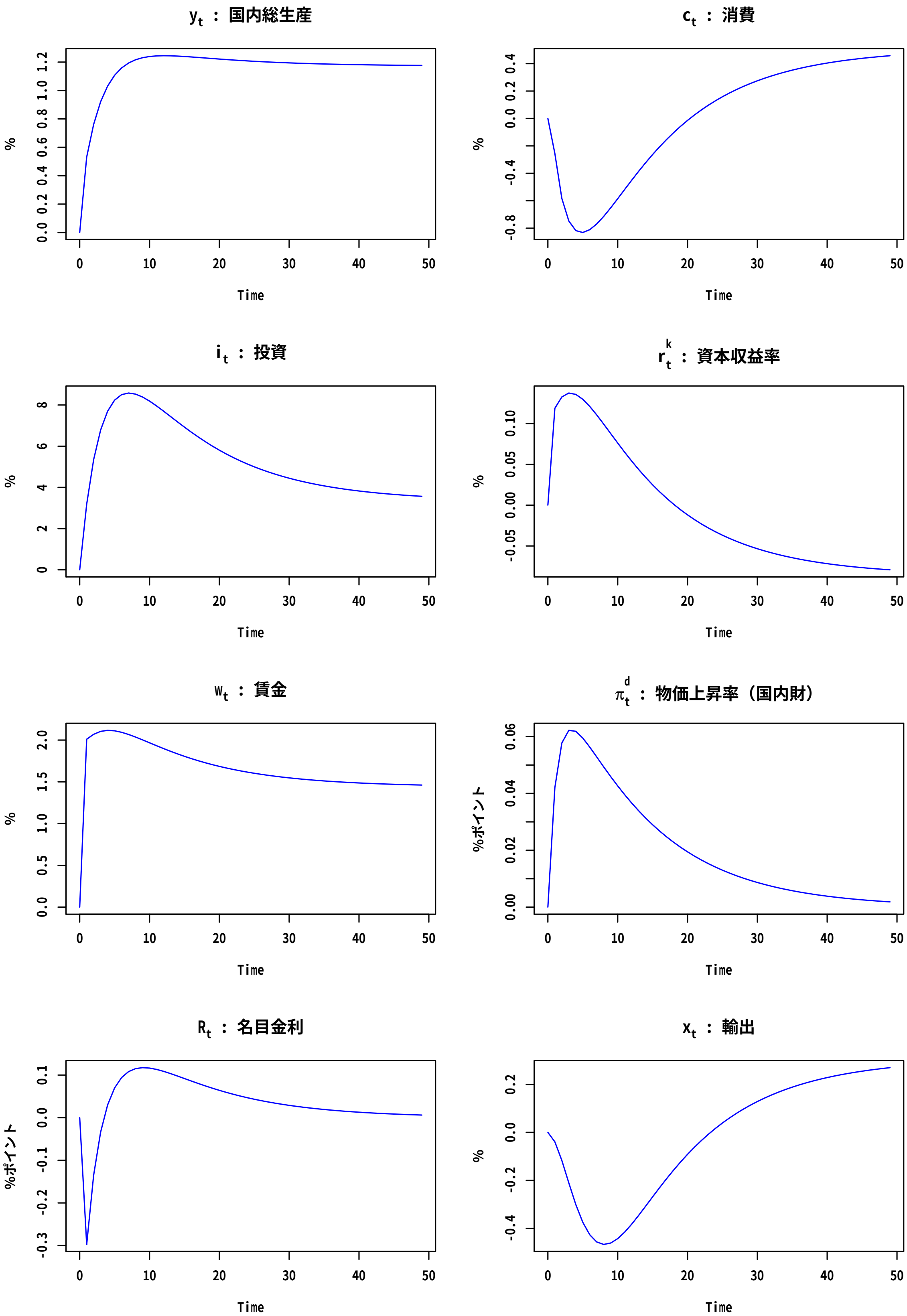

図５　法人税減税と消費税増税：グラフ（１）

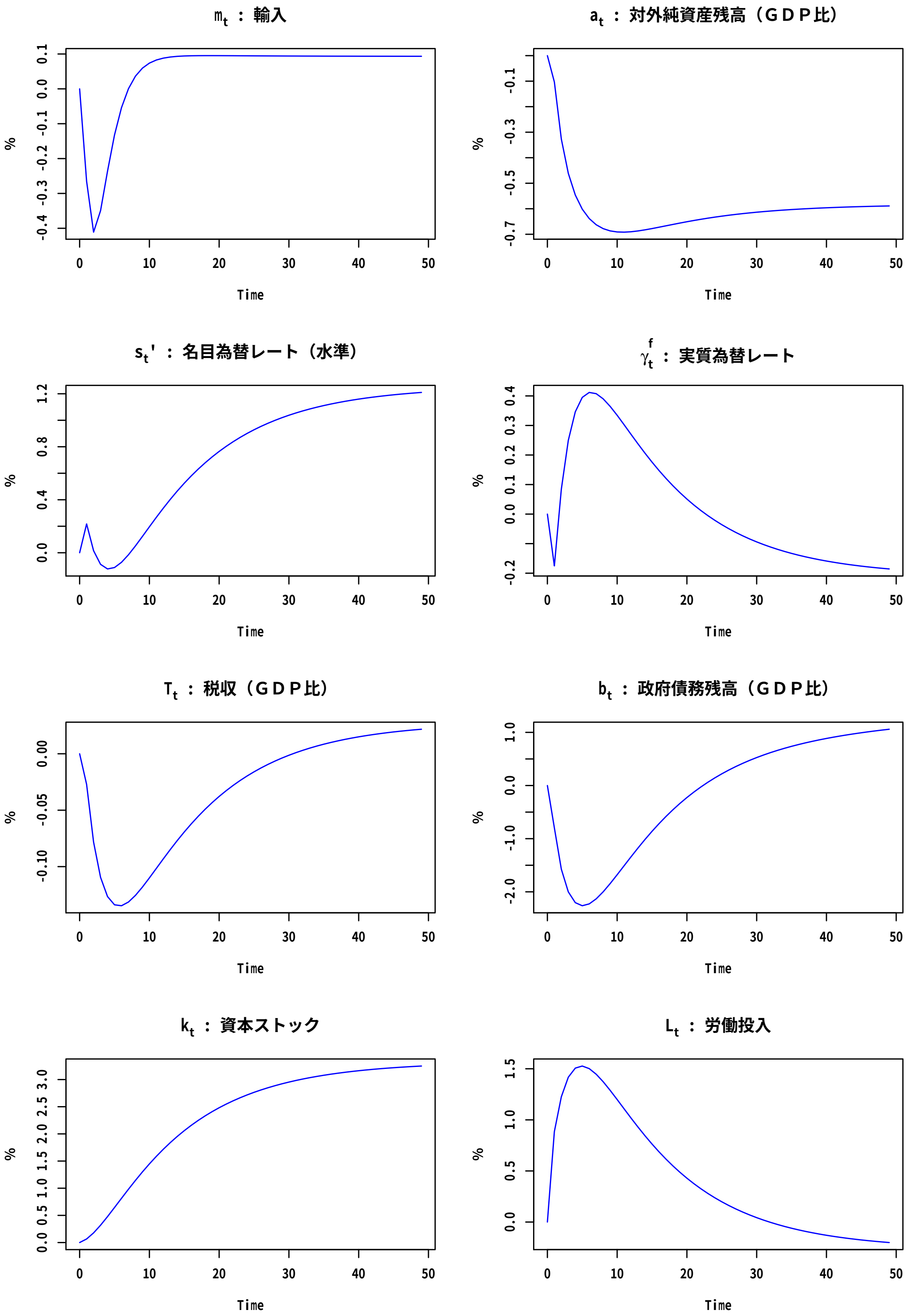

図６　法人税減税と消費税増税：グラフ（１）

6 おわりに

本稿では，小国開放経済型モデルで，かつトレンドを内生化した動学的・確率的一般均衡モデル（DSGE モデル）を用いて，税制の変更が日本のマクロ経済に与える短期的および長期的な影響の分析を行った．パラメータは，Hodrick-Prescott フィルタなどによるトレンド除去をしていない 1980 年〜2010 年までの日本のマクロ統計データを用いてベイズ推定を行った．

4.1 節では，乗数テストとして税制変更シミュレーションを行い，データから推定したパラメータを用いてモデルのパフォーマンスを検証した．増税幅をそろえた場合の法人税（資本所得税），労働所得税，消費税の税率変更ケースそれぞれを比較すると，政府債務残高に与える影響は大差ないが，実物経済と物価に与える影響の大きさは異なり，実質 GDP に対しては法人税，労働所得税，消費税の順でマイナスの影響が大きい．

4.2 節では，消費税増税ケースについて，アナウンス期間も含めたシミュレーションを行った．この場合には，実際の税率引き上げ前に投資が大きく落ち込み（最大で 28 %），消費には駆け込み需要が生じる．国内総生産は，消費税増税により労働限界不効用が増加するため，新たな定常状態での生産は初期定常状態の水準よりも低くなるが，投資の減少による資本ストックの減少の効果により，消費税増税のアナウンスの直後から下落する．

5 節では，GDP 比 1 %相当の法人税減税と同規模の消費税増税を組み合わせた財政中立的な税制変更のシミュレーション分析を行った．実質 GDP は 2 年目までに約 1.1 %，消費者物価（消費税の影響を除く）は 0.2 %程度上昇する．この結果は，このような税制変更には，短期的な成長率と物価の上昇という政策効果があることを示唆する．

最後に，本稿に残る課題について述べる．本稿のモデルでは，家計の効用関数や中央銀行の金融政策ルールにはシンプルな式を用いているが，先行研究では様々な関数型が提案されており，どのような定式化が適切なのか検討の余地がある．また，4.1 節で述べたような法人税増税シミュレーションの際の輸入の挙動も，さらなる検討が必要な課題である．実用上の課題として，本稿のモデルは公共事業などにより政府支出を増加させた場合のシミュレーションに対応していない．このままで，仮にそのようなシミュレーションを行ったとしても，単に資源の無駄遣いになるだけであり，短期的な生産の増加などは起こらない．ややアドホックな対応だが流動性制約下にある家計が一定数いると仮定することや，生産関数の投入要素に公的資本ストックを加えるなどの工夫が必要になる．失業が内生化されていないことも，重要な課題である．サーチ・マッチングモデルの導入など，最近の先行研究の成果（例えば Christiano et al. [2011b]）の応用が必要である．

DSGE モデルそれ自体が抱える課題も多い．税制に関して違うタイプのモデルを用いた分析例として Krusell et al. [1996]，Nishiyama and Smetters [2005] などがある．Krusell et al. [1996] は新古典派成長理論モデル，Nishiyama and Smetters [2005] は世代重複モデルを用いた分析により，政府が移転により所得再配分を行う場合には，消費税と所得税ではより歪みのある所得税を利用したほうが厚生が改善する可能性があることを指摘した．異なる目的に対しては異なるモデルを用いるべきだが，家計や企業の多様性をより現実に近い形でモデルに取り込むという試みは意義ある課題だろう．

参考文献

Adolfson, M., S. Laséen, J. Lindé, and M. Villani (2007) "Bayesian Estimation of an Open Economy DSGE Model with Incomplete Pass-through," *Journal of International Economics*, Vol. 72, No. 2, pp. 481–511.

Calvo, G.A. (1983) "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 12, No. 3, pp. 383–398.

Christiano, L.J., M. Trabandt, and K. Walentin (2011a) "DSGE Models for Monetary Policy Analysis," *Handbook of Monetary Economics*, Vol. 3A, pp. 285–365.

——— (2011b) "Introducing Financial Frictions and Unemployment into a Small Open Economy Model," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 35, pp. 1999–2041.

Corsetti, G., A. Meier, and G.J. Müller (2012) "Fiscal Stimulus with Spending Reversals," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 94, No. 4, pp. 878–895.

Fueki, T., I. Fukunaga, H. Ichiue, and T. Shirota (2010) "Measuring Potential Growth with an Estimated DSGE Model of Japan's Economy," Bank of Japan Working Paper Series.

Fueki, T., I. Fukunaga, and M. Saito (2011) "Assessing the Effects of Fiscal Policy in Japan with Estimated and Calibrated DSGE Models," Bank of Japan Working Paper Series.

Gelman, A. and D.B. Rubin (1992) "Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences," *Statistical Science*, Vol. 7, No. 4, pp. 457–472.

Iwata, Y. (2011) "The Government Spending Multiplier and Fiscal Financing: Insights from Japan," *International Finance*, Vol. 14, No. 2, pp. 231–264.

——— (2013) "Two Fiscal Policy Puzzles Revisited: New Evidence and an Explanation," *Journal of International Money and Finance*, Vol. 33, pp. 188–207.

Krusell, P., V. Quadrini, and J.V. Rios-Rull (1996) "Are Consumption Taxes Really Better than Income Taxes?" *Journal of Monetary Economics*, Vol. 37, No. 3, pp. 475–503.

Mendoza, E.G., A. Razin, and L.L. Tesar (1994) "Effective Tax Rates in Macroeconomics: Cross-country Estimates of Tax Rates on Factor Incomes and Consumption," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 34, No. 3, pp. 297–323.

Nishiyama, S. and K. Smetters (2005) "Consumption Taxes and Economic Efficiency with Idiosyncratic Wage Shocks," *Journal of Political Economy*, Vol. 113, No. 5, pp. 1088–1115.

Sims, C.A. (2002) "Solving Linear Rational Expectations Models," *Computational Economics*, Vol. 20, No. 1-2, pp. 1-20.

Smets, F. and R. Wouters (2003) "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area," *Journal of the European Economic Association*, Vol. 1, No. 5, pp. 1123–1175.

内閣府計量分析室 (2010) 「経済財政モデル（2010 年度版）概要・乗数」, available at http://www5.cao.go.jp/keizai3/econome.html.

Appendix

A. 方程式一覧

方程式数は 57，内生変数一覧は本文表 1，2 である．

$$y_t = \epsilon_t \left(\frac{k_{t-1}}{\mu_{z^+,t}\mu_{\Psi,t}}\right)^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \tag{81}$$

$$r_t^k = \alpha\epsilon_t\varphi_t \left(\frac{k_{t-1}}{\mu_{z^+,t}\mu_{\Psi,t}}\right)^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \tag{82}$$

$$w_t = (1-\alpha)\epsilon_t\varphi_t \left(\frac{k_{t-1}}{\mu_{z^+,t}\mu_{\Psi,t}}\right)^{\alpha} L_t^{-\alpha} \tag{83}$$

$$\gamma_t^{c,d} = \left[(1-\omega_c) + \omega_c \left(\gamma_t^{M,d}\right)^{1-\eta_c}\right]^{\frac{1}{1-\eta_c}} \tag{84}$$

$$c_t^d = (1-\omega_c)\left(\gamma_t^{c,d}\right)^{\eta_c} c_t \tag{85}$$

$$m_t = \omega_c \left(\frac{\gamma_t^{c,d}}{\gamma_t^{M,d}}\right)^{\eta_c} c_t \tag{86}$$

$$y_t = c_t^d + i_t + g_t^c + g_t^i + x_t \tag{87}$$

$$x_t = (\gamma_t^{X,*})^{-\eta_X} \epsilon_t^* y_t^* \tag{88}$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t^d}{\pi_t^d} = \lambda^d \frac{f_t^d}{z_t^d} \tag{89}$$

$$\pi_t^d = \left[(1-\xi_d)\left(\tilde{\pi}_t^d\right)^{\frac{1}{1-\lambda^d}} + \xi_d \left\{\left(\pi_{t-1}^d\right)^{\kappa_d}\right\}^{\frac{1}{1-\lambda^d}}\right]^{1-\lambda^d} \tag{90}$$

$$f_t^d = (1-\tau_t^k)\varphi_t y_t + \beta\xi_d\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^d)^{1+\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}}(\pi_t^d)^{-\frac{\kappa_d\lambda^d}{\lambda^d-1}}\mu_{z^+,t+1}f_{t+1}^d \tag{91}$$

$$z_t^d = (1-\tau_t^k)y_t + \beta\xi_d\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^d)^{\frac{\lambda^d}{\lambda^d-1}}(\pi_t^d)^{\kappa_d-\frac{\kappa_d\lambda^d}{\lambda^d-1}}\mu_{z^+,t+1}z_{t+1}^d \tag{92}$$

$$v_t = y_t - \varphi_t y_t \tag{93}$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t^X}{\pi_t^X} = \lambda^X \frac{f_t^X}{z_t^X} \tag{94}$$

$$\pi_t^X = \left[(1-\xi_X)\left(\tilde{\pi}_t^X\right)^{\frac{1}{1-\lambda^X}} + \xi_X \left\{\left(\pi_{t-1}^X\right)^{\kappa_X}\right\}^{\frac{1}{1-\lambda^X}}\right]^{1-\lambda^X} \tag{95}$$

$$f_t^X = (1-\tau_t^k)\frac{\gamma_t^f}{\gamma_t^{X,*}}x_t + \beta\xi_X\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^X)^{1+\frac{\lambda^X}{\lambda^X-1}}(\pi_t^X)^{-\frac{\kappa_X\lambda^X}{\lambda^X-1}}\mu_{z^+,t+1}f_{t+1}^X \tag{96}$$

$$z_t^X = (1-\tau_t^k)x_t + \beta\xi_X\Lambda_{t,t+1}(\pi_{t+1}^X)^{\frac{\lambda^X}{\lambda^X-1}}(\pi_t^X)^{\kappa_X-\frac{\kappa_X\lambda^X}{\lambda^X-1}}\mu_{z^+,t+1}z_{t+1}^X \tag{97}$$

$$v_t^X = \left(\frac{\gamma_t^{X,*}}{\gamma_t^f} - 1 \right) x_t \tag{98}$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t^M}{\pi_t^M} = \lambda^M \frac{f_t^M}{z_t^M} \tag{99}$$

$$\pi_t^M = \left[(1 - \xi_M) \left(\tilde{\pi}_t^M \right)^{\frac{1}{1-\lambda^M}} + \xi_M \left\{ \left(\pi_{t-1}^M \right)^{\kappa_M} \right\}^{\frac{1}{1-\lambda^M}} \right]^{1-\lambda^M} \tag{100}$$

$$f_t^M = (1 - \tau_t^k) \frac{1}{\gamma_t^f \gamma_t^{M,d}} m_t + \beta \xi_M \Lambda_{t,t+1} (\pi_{t+1}^M)^{1+\frac{\lambda^M}{\lambda^M - 1}} (\pi_t^M)^{-\frac{\kappa_M \lambda^M}{\lambda^M - 1}} \mu_{z^+,t+1} f_{t+1}^M \tag{101}$$

$$z_t^M = (1 - \tau_t^k) m_t + \beta \xi_M \Lambda_{t,t+1} (\pi_{t+1}^M)^{\frac{\lambda^M}{\lambda^M - 1}} (\pi_t^M)^{\kappa_M - \frac{\kappa_M \lambda^M}{\lambda^M - 1}} \mu_{z^+,t+1} z_{t+1}^M \tag{102}$$

$$v_t^M = \left(\gamma_t^{M,d} - \frac{1}{\gamma_t^f} \right) m_t \tag{103}$$

$$a_t = \frac{\Phi(a_{t-1}, \phi_{t-1}) R_{t-1}^* s_t a_{t-1}}{\mu_{z^+,t} \pi_t^d} + \frac{\gamma_t^{X,*}}{\gamma_t^f} x_t - \gamma_t^{M,d} m_t + e_{a,t} \tag{104}$$

$$a_t^y = \frac{a_t}{y_t} \tag{105}$$

$$k_t = (1 - \delta) \frac{k_{t-1}}{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t}} + \zeta_t^i \left[1 - \mathrm{S} \left(\frac{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t} i_t}{i_{t-1}} \right) \right] i_t \tag{106}$$

$$\frac{\zeta_t^c}{c_t} - (1 + \tau_t^c) \tilde{\psi}_t = 0 \tag{107}$$

$$(1 - \tau_t^l) \frac{w_t \tilde{\psi}_t}{\gamma_t^{c,d}} - \zeta_t^l A_L L_t^\mu = 0 \tag{108}$$

$$\begin{split} \beta \frac{\tilde{q}_{t+1} \zeta_{t+1}^i}{\mu_{z^+,t+1} \mu_{\Psi,t+1}} \left(\frac{\mu_{z^+,t+1} \mu_{\Psi,t+1} i_{t+1}}{i_t} \right)^2 \mathrm{S}' \left(\frac{\mu_{z^+,t+1} \mu_{\Psi,t+1} i_{t+1}}{i_t} \right) + \\ \tilde{q}_t \zeta_t^i \left[1 - \mathrm{S} \left(\frac{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t} i_t}{i_{t-1}} \right) - \left(\frac{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t} i_t}{i_{t-1}} \right) \mathrm{S}' \left(\frac{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t} i_t}{i_{t-1}} \right) \right] - \frac{\tilde{\psi}_t}{\gamma_t^{c,d}} = 0 \end{split} \tag{109}$$

$$\beta (1 - \tau_{t+1}^k) \frac{r_{t+1}^k \tilde{\psi}_{t+1}}{\mu_{z^+,t+1} \mu_{\Psi,t+1} \gamma_{t+1}^{c,d}} + \beta (1 - \delta) \frac{\tilde{q}_{t+1}}{\mu_{z^+,t+1} \mu_{\Psi,t+1}} - \tilde{q}_t = 0 \tag{110}$$

$$\Lambda_{t,t+1} = \frac{1}{\beta R_t} \tag{111}$$

$$\Lambda_{t,t+1} = \frac{1}{\beta \Phi(a_t, \phi_t) R_t^* s_{t+1}} \tag{112}$$

$$\Lambda_{t,t+1} = \frac{\tilde{\psi}_{t+1}}{\pi_{t+1}^c \mu_{z^+,t+1} \tilde{\psi}_t} \tag{113}$$

$$\ln \left(\frac{g_t^c}{g_{ss}^c} \right) = \rho_{g^c} \ln \left(\frac{g_{t-1}^c}{g_{ss}^c} \right) - (1 - \rho_{g^c}) \phi_{g^c} \ln \left(\frac{b_{t-1}}{\bar{b}} \right) + e_{g^c,t} \tag{114}$$

$$\ln\left(\frac{g_t^i}{g_{ss}^i}\right) = \rho_{g^i}\ln\left(\frac{g_{t-1}^i}{g_{ss}^i}\right) - (1-\rho_{g^i})\phi_{g^i}\ln\left(\frac{b_{t-1}}{\bar{b}}\right) + e_{g^i,t} \tag{115}$$

$$k_t^g = \frac{k_{t-1}^g}{\mu_{z^+,t}} + g_t^i - g_t^d \tag{116}$$

$$g_t^d = \frac{\delta^g k_{t-1}^g}{\mu_{z^+,t}} + e_{g^d,t} \tag{117}$$

$$b_t = \frac{R_{t-1}b_{t-1}}{\mu_{z^+,t}\pi_t^d} + g_t^c + g_t^i + \tau_t^s y_t - \tau_t^c\gamma_t^{c,d}c_t - \tau_t^l w_t L_t - \tau_t^k\left(\frac{r_t^k k_{t-1}}{\mu_{z^+,t}\mu_{\Psi,t}}\right) - \tau_t^k(v_t + v_t^X + v_t^M) + e_{b,t} \tag{118}$$

$$R_t = \frac{\mu_{z^+}}{\beta} + \phi_\pi\ln(\pi_t^d) + \phi_y\ln\left(\frac{y_t}{y_{ss}^d}\right) + e_{R,t} \tag{119}$$

$$\gamma_t^{c,d} = \frac{\pi_t^c}{\pi_t^d}\gamma_{t-1}^{c,d} \tag{120}$$

$$\gamma_t^{M,d} = \frac{\pi_t^M}{\pi_t^d}\gamma_{t-1}^{M,d} \tag{121}$$

$$\gamma_t^{X,*} = \frac{\pi_t^X}{\pi_t^*}\gamma_{t-1}^{X,*} \tag{122}$$

$$\gamma_t^f = \frac{\pi_t^d}{s^t\pi_t^*}\gamma_{t-1}^f \tag{123}$$

$$\mu_{z^+,t} - \mu_{z^+} = \rho_{\mu_{z^+}}(\mu_{z^+,t-1} - \mu_{z^+}) + e_{\mu_{z^+},t} \tag{124}$$

$$\mu_{\Psi,t} - \mu_\Psi = \rho_{\mu_\Psi}(\mu_{\Psi,t-1} - \mu_\Psi) + e_{\mu_\Psi,t} \tag{125}$$

$$\tau_t^c - \tau^c = \rho_{\tau^c}(\tau_{t-1}^c - \tau^c) + e_{\tau^c,t} \tag{126}$$

$$\tau_t^k - \tau^k = \rho_{\tau^k}(\tau_{t-1}^k - \tau^k) + e_{\tau^k,t} \tag{127}$$

$$\tau_t^l - \tau^l = \rho_{\tau^l}(\tau_{t-1}^l - \tau^l) + e_{\tau^l,t} \tag{128}$$

$$\tau_t^s - \tau^s = \rho_{\tau^s}(\tau_{t-1}^s - \tau^s) + e_{\tau^s,t} \tag{129}$$

$$\phi_t = \rho_\phi\phi_{t-1} + e_{\phi,t} \tag{130}$$

$$\log(\epsilon_t) = \rho_\epsilon\log(\epsilon_{t-1}) + e_{\epsilon,t} \tag{131}$$

$$\log(\epsilon_t^*) = \rho_{\epsilon^*}\log(\epsilon_{t-1}^*) + e_{\epsilon^*,t} \tag{132}$$

$$\log(\zeta_t^c) = \rho_{\zeta^c}\log(\zeta_{t-1}^c) + e_{\zeta^c,t} \tag{133}$$

$$\log(\zeta_t^l) = \rho_{\zeta^l}\log(\zeta_{t-1}^l) + e_{\zeta^l,t} \tag{134}$$

$$\log(y_t^*) = \log(y_{t-1}^*) + v_{y^*,t} \tag{135}$$

$$\log(R_t^*) = \log(R_{t-1}^*) + v_{R^*,t} \tag{136}$$

$$\log(\pi_t^*) = \log(\pi_{t-1}^*) + v_{y^*,t} \tag{137}$$

B. 定常状態の求め方

$\tilde{q}_{ss} = \frac{\tilde{\psi}_{ss}}{\gamma_{ss}^{c,d}}$ より

$$r_{ss}^k = \frac{[\mu_{z^+}\mu_\Psi - \beta(1-\delta)]\,\tilde{q}_{ss}\gamma_{ss}^{c,d}}{\beta(1-\tau^k)\tilde{\psi}_{ss}} = \frac{[\mu_{z^+}\mu_\Psi - \beta(1-\delta)]}{\beta(1-\tau^k)}. \tag{138}$$

$k'_{ss} = \left(\frac{k_{ss}}{\mu_{z^+}\mu_\Psi}\right)$ と定義すると，$r_{ss}^k = \alpha\varphi_{ss}\left(\frac{k'_{ss}}{L_{ss}}\right)^{\alpha-1}$ より

$$\frac{k'_{ss}}{L_{ss}} = \left(\frac{r_{ss}^k}{\alpha\varphi_{ss}}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \tag{139}$$

$$\frac{w_{ss}}{r_{ss}^k} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{k'_{ss}}{L_{ss}} \tag{140}$$

$$\frac{i_{ss}}{L_{ss}} = \frac{k'_{ss}}{L_{ss}}\left(\mu_{z^+}\mu_\Psi - 1 + \delta\right) \tag{141}$$

$$\frac{y_{ss}}{L_{ss}} = \left(\frac{k'_{ss}}{L_{ss}}\right)^\alpha \tag{142}$$

$$g_{ss}^g = \frac{\delta^g \bar{k}^g}{\mu_{z^+}} \tag{143}$$

$$g_{ss}^i = \frac{\bar{k}^g(\mu_{z^+} - 1 + \delta^g)}{\mu_{z^+}}. \tag{144}$$

$\gamma_{ss}^f \equiv 1$ のケース

(96) 式と (101) 式より，

$$\gamma_{ss}^{X,*} = \lambda^X \gamma_{ss}^f = \lambda^X \tag{145}$$

$$\gamma_{ss}^{M,d} = \frac{\lambda^M}{\gamma_{ss}^f} = \lambda^M. \tag{146}$$

よって

$$\gamma_{ss}^{c,d} = \left[(1-\omega_c) + \omega_c\left(\lambda^M\right)^{1-\eta_c}\right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}. \tag{147}$$

$c_{ss}^d = \gamma_{ss}^{c,d}c_{ss} - \lambda^M m_{ss}$, $x_{ss} = \bar{a}\left(\frac{\beta-1}{\lambda^X\beta}\right) + \frac{\lambda^M}{\lambda^X}m_{ss}$ より

$$y_{ss} = c_{ss}^d + i_{ss} + g_{ss}^c + g_{ss}^i + x_{ss} = \gamma_{ss}^{c,d}c_{ss} + i_{ss} + g_{ss}^c + g_{ss}^i + \left(\frac{\lambda^M}{\lambda^X} - \lambda^M\right)m_{ss} + \bar{a}\left(\frac{\beta-1}{\lambda^X\beta}\right). \tag{148}$$

$m_{ss} = \omega_c\left(\frac{\gamma_{ss}^{c,d}}{\lambda^M}\right)^{\eta_c} c_{ss}$ を代入すると，

$$y_{ss} = \left[\gamma_{ss}^{c,d} + \left(\frac{\lambda^M}{\lambda^X} - \lambda^M\right)\omega_c\left(\frac{\gamma_{ss}^{c,d}}{\lambda^M}\right)^{\eta_c}\right]c_{ss} + i_{ss} + g_{ss}^c + g_{ss}^i + \bar{a}\left(\frac{\beta-1}{\lambda^X\beta}\right)$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{c_{ss}}{L_{ss}} = \left[\frac{y_{ss}}{L_{ss}} - \frac{i_{ss}}{L_{ss}} - \frac{g_{ss}^c}{L_{ss}} - \frac{g_{ss}^i}{L_{ss}} - \frac{\bar{a}}{L_{ss}}\left(\frac{\beta-1}{\lambda^X\beta}\right)\right]\left[\gamma_{ss}^{c,d} + \left(\frac{\lambda^M}{\lambda^X} - \lambda^M\right)\omega_c\left(\frac{\gamma_{ss}^{c,d}}{\lambda^M}\right)^{\eta_c}\right]^{-1}.$$

$$ \tag{149} $$

$\tilde{\psi}_{ss} = \frac{1}{c_{ss}(1+\tau^c)}$ より

$$ L_{ss} = \left[\frac{(1-\tau^l) w_{ss} \tilde{\psi}_{ss}}{A_L \gamma_{ss}^{c,d}} \right]^{\frac{1}{\mu}} = \left[\frac{(1-\tau^l) w_{ss}}{A_L \gamma_{ss}^{c,d} c_{ss}(1+\tau^c)} \right]^{\frac{1}{\mu}}. \tag{150} $$

$\frac{g_{ss}^c}{L_{ss}}$，$\frac{\bar{a}}{L_{ss}}$ を所与とし，$\frac{c_{ss}}{L_{ss}} = \Gamma$ とおくと，

$$ L_{ss}^{1+\frac{1}{\mu}} = \left[\frac{(1-\tau^l) w_{ss}}{A_L \gamma_{ss}^{c,d} \Gamma (1+\tau^c)} \right]^{\frac{1}{\mu}} \ \Leftrightarrow \ L_{ss} = \left[\frac{(1-\tau^l) w_{ss}}{A_L \gamma_{ss}^{c,d} \Gamma (1+\tau^c)} \right]^{\frac{1}{1+\mu}}. \tag{151} $$

$v_{ss} = \left(1 - \frac{1}{\lambda^d}\right) y_{ss}$ より

$$ \begin{aligned} g_{ss}^c &= b_{ss} - \frac{b_{ss}}{\beta} - g_{ss}^i - \tau^s y_{ss} + \tau^c \gamma_{ss}^{c,d} c_{ss} + \tau^l w_{ss} L_{ss} \\ &\quad + \tau^k \left(\frac{r_{ss}^k k_{ss}}{\mu_{z^+} \mu_\Psi} \right) + \tau^k \left(1 - \frac{1}{\lambda^d}\right) y_{ss} + \tau^k \left(\lambda^X - 1\right) x_{ss} + \tau^k \left(\lambda^M - 1\right) m_{ss} \end{aligned} \tag{152} $$

$$ \bar{y}_{ss}^* = y_{ss}^* = x_{ss}^* (\lambda^X)^{\eta_X}. \tag{153} $$

$y_{ss}^* \equiv \bar{y}_{ss}^*$ のケース

γ_{ss}^f を所与とすると

$$ \gamma_{ss}^{c,d} = \left[(1-\omega_c) + \omega_c \left(\frac{\lambda^M}{\gamma_{ss}^f} \right)^{1-\eta_c} \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}. \tag{154} $$

$c_{ss}^d = (1-\omega_c) \left(\gamma_{ss}^{c,d}\right)^{\eta_c} c_{ss}$，$x_{ss} = x_{ss} = (\lambda^X \gamma_{ss}^f)^{-\eta_X} \bar{y}_{ss}^*$ より

$$ \begin{aligned} & y_{ss} = (1-\omega_c) \left(\gamma_{ss}^{c,d}\right)^{\eta_c} c_{ss} + i_{ss} + g_{ss}^c + g_{ss}^i + x_{ss} \\ \Leftrightarrow \ & \frac{c_{ss}}{L_{ss}} = \left[\frac{y_{ss}}{L_{ss}} - \frac{i_{ss}}{L_{ss}} - \frac{g_{ss}^c}{L_{ss}} - \frac{g_{ss}^i}{L_{ss}} - \frac{x_{ss}}{L_{ss}} \right] \left[(1-\omega_c) \left(\gamma_{ss}^{c,d}\right)^{\eta_c} \right]^{-1}. \end{aligned} \tag{155} $$

$\frac{g_{ss}^c}{L_{ss}}$ を所与とし，$\frac{c_{ss}}{L_{ss}} = \Gamma$ とおくと，

$$ L_{ss} = \left[\frac{(1-\tau^l) w_{ss}}{A_L \gamma_{ss}^{c,d} \Gamma (1+\tau^c)} \right]^{\frac{1}{1+\mu}}. \tag{156} $$

ここで

$$ m_{ss} = \omega_c \left(\frac{\gamma_{ss}^{c,d}}{\gamma_{ss}^{M,d}} \right)^{\eta_c} c_{ss} = \omega_c \left(\frac{\gamma_{ss}^{c,d} \gamma_{ss}^f}{\lambda^M} \right)^{\eta_c} c_{ss} \tag{157} $$

および

$$ m_{ss} = \left(\frac{1}{\gamma_{ss}^{M,d}} \right) \left(\frac{\gamma_{ss}^{X,*}}{\gamma_{ss}^f} x_{ss}^* + \bar{a} \frac{1-\beta}{\beta} \right) = \frac{\gamma_{ss}^f}{\lambda^M} \left(\lambda^X x_{ss} + \bar{a} \frac{1-\beta}{\beta} \right) \tag{158} $$

より

$$\gamma_{ss}^{f} = \left[\omega_c \left(\frac{\gamma_{ss}^{c,d}}{\lambda^M}\right)^{\eta_c} c_{ss}\lambda^M \left(\lambda^X x_{ss} + \bar{a}\frac{1-\beta}{\beta}\right)^{-1}\right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}. \tag{159}$$