

SOMMAIRE

PRÉFACE	V
---------------	---

CHAPITRE I : L'ALGÈBRE ET LE COMMENCEMENT DE L'ANALYSE DIOPHANTIENNE RATIONNELLE

1. Analyse de Diophante et analyse diophantienne	1
2. Abū Kāmil : l'analyse diophantienne comme chapitre de l'algèbre	2
2.1. Équations et systèmes d'équations du second degré	5
2.2. Analyse diophantienne rationnelle du premier degré	29
2.3. Analyse diophantienne entière du premier degré	33
2.4. Conclusion	35
3. Al-Karajī : une nouvelle organisation de l'analyse diophantienne rationnelle	36
3.1. Équations indéterminées du second degré	40
3.2. Systèmes d'équations indéterminées du second degré	58
4. L'analyse diophantienne rationnelle après al-Karajī : al-Samaw'al	75

CHAPITRE II : L'ANALYSE DIOPHANTIENNE ENTIÈRE DU SECOND DEGRÉ

Introduction	79
1. Al-Khāzin : Les triangles rectangles numériques et les nombres congruents	85
2. Al-Sijzī et Abū al-Jūd (X ^e siècle)	97
2.1. Al-Sijzī : géométrie des entiers et induction complète finie	98
2.2. Abū al-Jūd ibn al-Layth	102
3. Fibonacci : Le <i>Liber Quadratorum</i>	110
4. Les congruences : Ibn al-Haytham, al-Khilātī et al-Yazdī	119
4.1. Ibn al-Haytham et le théorème de Wilson	119
4.2. Al-Yazdi et la solution de l'équation $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = x^2$	125

CHAPITRE III : LES PROBLÈMES IMPOSSIBLES EN NOMBRES RATIONNELS ET LES PROBLÈMES INACCESSEABLES

1. La découverte des problèmes impossibles	131
2. Problèmes impossibles et problèmes inaccessibles :	
la collection d'Ibn al-Khawwām	137
3. Analyse diophantienne et analyse logico-philosophique	157

CHAPITRE IV: L'ANALYSE DIOPHANTIENNE, DE BOMBELLI À FERMAT

I. L'ANALYSE DE DIOPHANTE : DE BOMBELLI À BACHET	163
1.1. Diophante retrouvé : Bombelli, Gosselin, Stevin	165
1.1.1. Rafael Bombelli	165
1.1.2. Guillaume Gosselin de Caen	167
1.1.3. Simon Stevin	171
1.2. François Viète : une nouvelle orientation de l'analyse de Diophante	174

1.3. Bachet de Méziriac : réactivation de l'analyse indéterminée	205
II. FERMAT	
2.1. La formation d'un projet : les traditions croisées	218
2.1.1. L'année 1636	221
2.1.2. Les recherches en théorie des nombres à partir des années 1636-1640	225
2.2. L'analyse diophantienne rationnelle	240
2.2.1. Les doubles équations	241
2.2.2. La triple équation	250
2.2.3. Équations indéterminées du troisième et quatrième degré	253
2.3. Les recherches en analyse diophantienne entière et en théorie des nombres : 1640-1659	261
2.3.1. La descente infinie	263
2.3.2. Les extensions de la méthode de la descente	273
2.3.3. Le théorème de [Pell]-Fermat	290
2.3.4. Le projet achevé	303
NOTES COMPLÉMENTAIRES	
1. Deux problèmes inaccessibles	311
I. Équation $x^4 + a = y^2$, a entier, d'al-Karajī	311
II. Équation $y^3 = ax^2 + bx$ d'al-Samaw'al	317
2. Frenicle : méthode de la descente infinie	321
APPENDICE: Ibn al-Khawwām, <i>Faṣl fi dhikr al-masā'il allatī lā yumkin an yu'tā bi-jawāb wāhiḍa minhā</i>	323
INDEX DES NOMS PROPRES	327
INDEX DES CONCEPTS	330
INDEX DES TRAITÉS	335
INDEX DES MANUSCRITS	338
OUVRAGES CITÉS	339