



**Математическое моделирование и качественная оценка воздействия заряженных частиц  
или электромагнитного излучения на однородные полупроводниковые материалы**

М.А. Степович<sup>1</sup>, Д.В. Туртин<sup>2</sup>, В.В. Калманович<sup>1</sup>, М.Н. Филиппов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, г. Калуга

<sup>2</sup> Ивановский государственный университет, г. Иваново

<sup>3</sup> Институт общей и неорганической химии им. Н.С. Курнакова РАН, г. Москва

Рассмотрены математические модели диффузии неравновесных неосновных носителей заряда (ННЗ), генерированных широким пучком киловольтных электронов или электромагнитным излучением в однородных полупроводниковых мишенях и влияние условий проведения эксперимента на распределение неравновесных ННЗ в результате их диффузии в полупроводниках.

**Математическая модель коллективной диффузии ННЗ.**

Классическая математическая модель одномерной коллективной диффузии неравновесных ННЗ, генерируемых широким электронным пучком в однородной полубесконечной полупроводниковой мишени, имеет вид:

$$D \frac{d^2 \Delta p(z)}{dz^2} - \frac{\Delta p(z)}{\tau} = -\rho(z), \quad (1)$$

$$D \left. \frac{d \Delta p(z)}{dz} \right|_{z=0} = \nu_s \Delta p(0), \quad \Delta p(\infty) = 0. \quad (2)$$

Здесь функция  $\Delta p(z)$  описывает искомое распределение ННЗ по глубине в мишени в результате их диффузии;  $z$  – координата, отсчитываемая от плоской поверхности вглубь полупроводника.  $\rho(z)$  – концентрация генерированных ННЗ на глубине  $z$  до их диффузии, а  $D$ ,  $\tau$ ,  $\nu_s$  – коэффициент диффузии, время жизни и скорость поверхностной рекомбинации ННЗ соответственно.

Для мишени конечной толщины граничные условия имеют вид:

$$D \left. \frac{d \Delta p(z)}{dz} \right|_{z=0} = \nu_{s_1} \Delta p(0), \quad D \left. \frac{d \Delta p(z)}{dz} \right|_{z=l} = \nu_{s_2} \Delta p(l).$$

При различных случайных внешних воздействиях на изучаемый полупроводник для математической модели диффузии будем иметь различные функции  $\rho(z)$  в правой части дифференциального уравнения (1) и, соответственно, два различных его решения.

Пусть

$$|\rho_2(z) - \rho_1(z)| \leq \varepsilon. \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  – произвольная неотрицательная постоянная.

Тогда для соответствующих решений уравнения (1)

$\Delta p_1(z)$  и  $\Delta p_2(z)$  получим

$$|\Delta p_2(z) - \Delta p_1(z)| \leq c \varepsilon. \quad (4)$$

Здесь  $c$  – константа, зависящая от  $D$  и корней характеристического уравнения (1). Оценка этой константы проведена для задачи (1), (2) и для мишени конечной толщины. Для мишени конечной толщины  $l$  постоянная

$$c = \left[ \operatorname{ch}(l\sqrt{\sigma}) - 1 \right] / D\sigma, \quad \sigma = 1/D\tau.$$

**Математическая модель независимых источников.** Для этой модели распределение по глубине ННЗ, генерированных плоским бесконечно тонким источником, находящимся на глубине  $z_0$ ,  $\Delta p(z, z_0)$ , находится как решение дифференциального уравнения [1]

$$D \frac{d^2 \Delta p(z, z_0)}{dz^2} - \frac{\Delta p(z, z_0)}{\tau} = -\rho(z) \delta(z - z_0)$$

с граничными условиями

$$D \left. \frac{d \Delta p(z, z_0)}{dz} \right|_{z=0} = \nu_s \Delta p(0, z_0), \quad \Delta p(\infty, z_0) = 0.$$

Аналогично модели коллективной диффузии, для оценки случайных воздействий на распределение ННЗ, получим:

$$|\Delta p_2(z, z_0) - \Delta p_1(z, z_0)| \leq \frac{\varepsilon \tau}{L}.$$

А поскольку искомое распределение  $\Delta p(z)$  может быть найдено как

$$\Delta p(z) = \int_0^\infty \Delta p(z, z_0) dz_0,$$

то окончательно имеем оценку

$$|\Delta p_2(z) - \Delta p_1(z)| \leq \varepsilon \tau.$$

Для этих моделей доказаны существование и единственность решения рассмотренных задач – см. [2] и список литературы там же.

Однако возможен и иной метод оценки, без использования вышеуказанных соотношений. Для этого проведены расчёты для различных правых частей дифференциального уравнений (1) и оценено влияние этого на распределение  $\Delta p(z)$  и информативный сигнал катодолюминесценции (КЛ). В настоящей работе компьютерное моделирование проведено для параметров, характерных для GaN и по характеру изменения сигнала КЛ получена оценка разброса в значениях  $\rho(z)$  и  $\Delta p(z)$ .

Поскольку при моделировании вид функции  $\rho(z)$  в правой части дифференциального уравнения диффузии не конкретизируется, полученные результаты справедливы для расчёта распределений генерированных ННЗ после их диффузии в полупроводнике как для широкого потока заряженных частиц, так и для широкого потока квантов электромагнитного излучения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-03-00271.

1. Степович М.А., Туртин Д.В., Калманович В.В. О моделировании и качественном анализе процессов диффузии, обусловленной широкими электронными пучками в однородных полупроводниковых мишенях // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2022. № 10. С. 88-92. DOI: 10.31857/S1028096022080179.

2. Туртин Д.В., Калманович В.В., Степович М.А. О корректности одной модельной задачи тепломассопереноса в однородных полупроводниковых мишенях // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2022. Т. 206. С. 133-137. DOI: <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2022-206-133-137>.

