

**Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление»
Российской академии наук**

**Модели и методы анализа и расчета
показателей эффективности
беспроводных гетерогенных сетей**

**Ю.В. Гайдамака, Э.С. Сопин, И.А. Гудкова,
С.Д. Андреев, С.Я. Шоргин, К.Е. Самуйлов**



2018

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ»
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА И РАСЧЕТА
ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ
ГЕТЕРОГЕННЫХ СЕТЕЙ**

Ю.В. Гайдамака, Э.С. Сопин, И.А. Гудкова,
С.Д. Андреев, С.Я. Шоргин, К.Е. Самуйлов

Москва
ФИЦ ИУ РАН
2018

Модели и методы анализа и расчета показателей эффективности беспроводных гетерогенных сетей: Монография / Ю.В. Гайдамака, Э.С. Сопин, И.А. Гудкова, С.Д. Андреев С.Я. Шоргин, К.Е. Самуйлов. – М.: ФИЦ ИУ РАН, 2018. – 71 с.: ил. – ISBN 978-5-91993-077-8.

Монография посвящена результатам исследований по построению и анализу стохастических моделей, предназначенных для оценки показателей эффективности беспроводных гетерогенных сетей. Исследования проведены коллективом авторов при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ) в рамках проекта № 16-11-10227 РНФ.

Для научных работников, специалистов в области анализа показателей эффективности функционирования систем и сетей телекоммуникаций, преподавателей профильных кафедр, аспирантов и студентов старших курсов.

Рецензент: профессор, д.ф.-м.н. В.Г.Ушаков

ISBN 978-5-91993-077-8

© ФИЦ ИУ РАН, 2018 (издание)

© Ю.В. Гайдамака, И.А. Гудкова, Э.С. Сопин,
С.Д. Андреев, С.Я. Шоргин, К.Е. Самуйлов, 2018

Введение

Международными организациями по стандартизации (ITU, 3GPP) объявлено о принятии к 2020 году стандартов на технологии беспроводных сетей пятого поколения (5G). Наряду с этим будут реализованы концепции Интернета вещей (ИВ), межмашинных коммуникаций (M2M), облачных вычислений (cloud computing) и программно-конфигурируемых сетей (SDN). Проблема состоит в том, что в результате сверхинтенсивного развития инфокоммуникаций и экспоненциального роста числа пользователей и их требований к ресурсам беспроводной сети может быть достигнута граница пропускной способности сети, будут исчерпаны ограниченные радиоресурсы сети, и возникнут проблемы с защитой сети от несанкционированных воздействий. Тем не менее, проблема может быть решена, поскольку современные технологии беспроводных сетей позволяют гибко применять методы и алгоритмы управления доступом и распределения радиоресурсов. В том числе, новая концепция предполагает уплотнение инфраструктуры беспроводных сетей (сетей LTE) пико- и фемтосотами с небольшой зоной покрытия, использующими нелицензируемые диапазоны частот. Фемтосоты, работающие, к примеру, на основе стандартов беспроводной связи IEEE 802.11 (WiFi), могут обеспечить высокие скорости передачи данных, оставляя общее управление распределением радиоресурсов за базовой станцией макросоты LTE. Таким образом, появляется возможность повысить эффективность механизмов распределения радиоресурсов путем создания новых моделей управления доступом, а также механизмов защиты информационных потоков. Следует отметить, что разделение ресурсов непосредственно связано с управлением информационными потоками в беспроводных сетях.

Гетерогенность беспроводных сетей новых поколений затрудняет их масштабирование и управление ими, снижает их надежность. Доминируют проприетарные решения, представляющие для приложений «черные ящики», а совместимость решений разных поставщиков обеспечивается в лучшем случае на уровне интерфейсов. Например, одним из решений по унификации сети является перевод в «облако» отдельных элементов сети радиодоступа, на котором, по оценкам экспертов, операторы мобильной связи смогут существенно сократить свои капитальные затраты. Тем не менее, беспроводные сети новых 4G/5G поколений обладают рядом преимуществ, которые позволяют решать проблемы за счет разработки новых методов и алгоритмов управления доступом к ресурсам беспроводной сети. Для разработки этих методов и алгоритмов требуется создание новых моделей и методов анализа эффективности гетерогенных широкополосных беспроводных сетей. Решение проблемы сдерживается пробелами в теоретических основах, в том числе, в теории массового обслуживания ввиду отсутствия адекватных моделей обслуживания и методов их анализа. Таким образом, актуальной является проблема разработки моделей массового обслуживания и создания на их основе новых методов анализа вероятностно-временных характеристик беспроводных сетей пятого поколения. Более того, анализ литературных источников, стандартов и рекомендаций лидирующих международных организаций выявил необходимость в создании ком-

плекса моделей, адекватно описывающих особенности методов управления доступом и механизмов управления радиоресурсами сетей 5G.

Научная компонента рассматриваемой проблемы в данной книге исследована по трем основным направлениям: 1) методы моделирования характеристик интерференции при прямом взаимодействии устройств на основе стохастической геометрии; 2) модель разделения радиоресурсов на базе системы обслуживания с ограниченными ресурсами и требованиями случайного объема; 3) модель схемы совместного использования ресурсов беспроводной сети с использованием системы массового обслуживания с ненадежными приборами.

Книга не содержит детального литературного обзора, хотя его и можно отследить по статьям из имеющегося списка литературы, составленного для каждой из четырех глав книги. Но первая глава книги содержит детальное обоснование актуальности задач, решаемых в остальных трех главах, что на современном этапе авторы считают наиболее существенной частью исследований. На первый взгляд, решаемые в книге задачи могут исследоваться независимо друг от друга, но при внимательном анализе видно, что проблема эффективности гетерогенных беспроводных сетей будущих поколений является комплексной, не может быть решена эклектично и требует усилий коллектива исследователей, способных вести междисциплинарные исследования на стыке нескольких областей знаний. За «кадром» остались, по мнению авторов, другие ключевые задачи, составляющие эту комплексную проблему. В том числе, это модели и методы анализа показателей эффективности радиоканала случайного доступа и систем на крайне высоких частотах, как существенных составляющих сетей 5G.

Глава 1 подготовлена С.Д. Андреевым, глава 2 написана Ю.В. Гайдамака, глава 3 – Э.С. Сопиным, глава 4 – И.А. Гудковой, общая постановка проблем и редакция книги выполнены С.Я. Шоргиным и К.Е. Самуйловым. Материалы глав опираются на результаты, полученные авторами в процессе исследований по гранту № 16-11-10227 Российского научного фонда.

1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ И ЗАДАЧИ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Современное общество находится на пороге того, что многие называют следующей индустриальной революцией, которая предвещает значительное экономическое и социальное развитие, связанное с повсеместным подключением разнообразных объектов, локаций и процессов. основополагающая технология, предназначенная для взаимного соединения окружающих нас физических существ (часто называемых «вещами»), снабжения их возможностями для обнаружения и адресации, а также интеграции в состав будущей инфраструктуры Интернет общеизвестна под термином Интернет Вещей (ИВ). Находящийся на пересечении сенсорных, коммуникационных и сетевых технологий, а также технологий хранения данных и обработки информации, феномен ИВ накопил значительный потенциал для создания новой волны технологической инновации, которая обещает беспрецедентный экономический рост уже к 2020 году.

Феномен ИВ глубинным образом связан с основополагающей парадигмой межмашинного взаимодействия (machine-to-machine, M2M), которая позволяет автоматизированным и автономным устройствам (таким как сенсоры, управляющие приводы, интеллектуальные измерители и роботы) взаимодействовать друг с другом, а также подключаться к сети Интернет при минимальном содействии человека (или же его полном отсутствии) [1.1]. В то время как доходность традиционных услуг голосовой связи продолжает неуклонно снижаться, операторы мобильной связи становятся все более заинтересованы в развитии и поддержке приложений, основанных на беспроводных технологиях M2M, для повышения прибыльности своего бизнеса. В таких приложениях M2M позволяет устройству обнаруживать некоторое событие и передавать его в сеть или же другому устройству, а далее – целевому приложению, которое, в свою очередь, интерпретирует данное событие определенным образом, а также, возможно, осуществляет некоторые действия на его основе [1.2].

Ранние формы технологии M2M восходят к промышленным системам диспетчерского управления и сбора данных (supervisory control and data acquisition, SCADA), которые в 1980-х годах представляли собой в значительной степени специализированные и изолированные друг от друга подключенные «острова». На пути своего бурного развития технологии M2M поглотили предшествующие решения для радиочастотной идентификации (radio frequency identification, RFID) [1980-...], а также технологии беспроводных сенсорных сетей (wireless sensor and actuator network) [1990-...]. Более доступная связь с улучшенными возможностями для масштабирования и управления устройствами на основе облачных технологий, а также растущее разнообразие устройств, имеющих различную стоимость, производительность и энергетическое потребление, в значительной степени катализировали развитие ИВ в последующие годы [2009-...]. Будущие решения ИВ будут основаны на гетерогенных беспроводных сетях, в том числе, новейшего (пятого) поколения, называемых также 5G.

1.1. Технологическая фрагментация систем связи

В настоящее время многообразие M2M-приложений исключительно широко, от носимых мониторов активности до подключенных к сети автомобилей, и включает в себя решения для транспорта, жилищно-коммунальных услуг, потребительской электроники, здравоохранения, и т.д. Тем не менее, мы только начинаем наблюдать поистине взрывной рост ИВ, где 10 миллиардов M2M устройств уже подключены и от 15 до 40 миллиардов новых подключений ожидается в течение следующих 5 лет. Таким образом, в ближайшее десятилетие можно ожидать, что наше повседневное окружение, включая мебель, пищевые контейнеры и даже бумажные документы, будут взаимодействовать с сетью Интернет. В связи с текущей трансформацией ИВ возникают новые понятия, такие как Интернет Всего (Internet of Everything, Cisco), который объединит людей, процессы, данные и вещи, а также Индустриальный Интернет (Industrial Internet, General Electric et al.) [1.3], который упростит критически важные приложения в сфере промышленного управления и индустриального контроля качества.

Однако исторически сложившаяся фрагментация на различных рынках ИВ, которая усугубляется длительной практикой создания изолированных решений, препятствует гибкому и универсальному менеджменту, замедляет прогресс, а также усложняет процесс контроля стоимости. Как следствие, на сегодняшний день ИВ представляет собой исключительно сложную и потенциально уязвимую гетерогенную экосистему, которая включает в себя разнообразные решения радиосвязи и всевозможные сетевые технологии, такие как ZigBee, WirelessHART, 6LoWPAN, традиционные уже WiFi и Bluetooth, ISA100.11a, MiWi, BACnet, Z-Wave и др. Все возрастающая необходимость создания универсальной инфраструктуры для соединения устройств может потребовать радикальных изменений в процессах создания, развертывания, обслуживания и эксплуатации беспроводных систем M2M уже в скором будущем [1.4].

В то время как описанное разнообразие проводных и беспроводных технологий было действительно полезно для плодотворного развития ранних решений ИВ, вскоре стало понятно, что многие из них практически неработоспособны в реальности. Недавний подтверждающий пример связан с использованием оборудования ZigBee, построенного по стандарту IEEE 802.15.4, включая технические поправки, принятые IEEE и IETF. Низкая мощность передатчиков ZigBee приводит к ограничениям в эффективной зоне обслуживания и, как следствие, требует реализации сложных многошаговых сетевых топологий для поддержки M2M-приложений с широким географическим охватом. Такие сети должны неизбежно включать в себя большое число повторителей и шлюзов, что приводит к дополнительному расходу электроэнергии (как для сетевого оборудования, так и для конечных устройств), снижению надежности связи и повышению вероятности отказа, а также к существенному росту затрат на обслуживание такой сети.

Недавние усилия групп IEEE 802.15.4e, IETF RoLL и 6TiSCH в некоторой степени улучшили многошаговое функционирование соответствующих техно-

логий путем установления более точной синхронизации в рамках сети в целом с незначительными энергетическими затратами, тем самым снижая скорость разряда батареи устройств [1.5]. Тем не менее ограничение, связанное с невысоким радиусом действия, не было снято и, как следствие, проблемы снижения надежности и повышения вероятности возникновения продолжительных отказов в работе по-прежнему стоят очень остро. По всей видимости, технология ZigBee будет использоваться на практике еще какое-то время, особенно ввиду того что значительные усилия были приложены для применения ее основных рабочих принципов в промышленных решениях WirelessHART, ISA100.11a и т.д. Однако все чаще ей на замену начинают рассматриваться более современные решения на основе сотовых систем беспроводной связи.

1.2. Эволюция беспроводных сетей и их приложений

Сеть Интернет какой она существует сегодня претерпела ряд фундаментальных изменений на протяжении последних десятилетий [1.6]. В начале 1990-х годов она представляла собой фиксированную сеть компьютеров, позволившую первому миллиону пользователей взаимодействовать удаленно, например, при помощи электронной почты. Точки доступа к Интернет, размещенные в жилых помещениях и общественных заведениях по сути представляли собой подключенные *места*, ограниченное число которых сдерживало естественным образом растущую потребность в получении удаленных сетевых услуг.

Под влиянием стремительного распространения мобильных телефонов и планшетов, это обстоятельство изменилось к началу 2000-х годов, что позволило дополнительно подключить к Интернет несколько миллиардов беспроводных пользователей. Имея богатый выбор мобильных приложений и социальных сетей, такие подключенные *люди* более не испытывали ограничения, связанного с недостатком стационарных точек доступа. В этот момент началась интеграция с инфраструктурой сети Интернет всевозможных машин, объектов и устройств. Такой феномен, ставший широко известным как ИВ, обещал объединить десятки миллиардов подключенных *вещей* уже к 2020 году и далее.

Применяя огромное многообразие технологий беспроводных сетей доступа [1.3], миллиарды взаимодействующих вещей (таких как сенсоры, силовые приводы, промышленные роботы, интеллектуальные измерители и т.д.) проникают повсеместно и интегрируются в качестве важной составляющей повседневной жизни людей. Однако такой процесс представляется лишь началом истинного сближения между мирами людей и машин. В перспективе ожидается возникновение новой волны прогресса в данном направлении, которая изменит структуру современного общества и откроет следующую эру в развитии сети Интернет.

Подключенные машины, имеющиеся на теле человека, или т.н. *носимые устройства* уже сегодня предоставляют своим владельцам бесчисленное множество возможностей по улучшению их качества жизни, здоровья, благосостояния и безопасности. Бурное развитие рынка носимых устройств демонстрирует глобальный сбыт на уровне 20 миллионов единиц в квартал по сведениям

International Data Corporation (IDC), что приводит к наличию большого числа персональных устройств с новыми возможностями и функционалом, которые могут быть надеты на человека. По мере того как рынок носимых устройств расцветает, цивилизация оказывается на пороге очередного фундаментального преобразования глобальной сети – от Интернета вещей к Интернету носимых вещей (Internet of Wearable Things (IoWT)) [1.7].

Несмотря на то, что носимые устройства первого поколения имеют достаточно ограниченный набор возможностей, перспективное оборудование IoWT обещает предоставить своим пользователям поистине индивидуальный опыт восприятия, используя для этого разнообразную контекстуальную информацию [1.8]. Дополняя современные умные часы, устройства для фитнеса, браслеты, нательные камеры и различные очки, будущие носимые устройства включают в себя «умную» ткань и одежду, устройства дополненной и виртуальной реальности, а также носимое оборудование для предприятий.

1.3. Трансформация показателей эффективности беспроводных сетей

Ожидается, что число подключенных к сетевой инфраструктуре автоматических и автономных устройств (машин) к 2021 году достигнет отметки в 28 миллиардов, что в разы превышает количество соединений, требующихся человеку. Совокупность таких подключенных машин принято называть ИВ, который находит применение в различных сферах жизнедеятельности, от автоматизации промышленного производства и здравоохранения до автомобилестроения и общественной безопасности. Разнообразие современных приложений ИВ можно условно разделить по их техническим показателям на два класса: (1) «массовые» ИВ-системы и (2) «критические» ИВ-системы.

«Массовые» приложения ИВ отличаются большими объемами подключенных устройств, таких как интеллектуальные сенсоры и измерители, а также прочее оборудование мониторинга низкой стоимости. С другой стороны, «критические» системы ИВ (промышленные роботы, небольшие беспилотные летательные аппараты, подключенные и автономные автомобили и др.) имеют более высокую стоимость и, как следствие, более строгие требования к показателям надежности, доступности и задержки соответствующих сетевых соединений [1.4]. Современные беспроводные технологии так называемого пятого поколения (5G) направлены на удовлетворение разнородных требований, характерных обоим классам систем ИВ.

Ожидается, что разнообразные ИВ-устройства будут использовать весь спектр современных и перспективных беспроводных технологий, включая текущие микроволновые телекоммуникационные стандарты (3GPP LTE, IEEE 802.11 и т.д.), а также новейшие системы связи на крайне высоких частотах (использующие миллиметровые волны) [1.9]. При этом увеличивается разрыв между потребительским и промышленным сегментами ИВ, который приводит к формированию соответствующих типовых решений беспроводной связи. В то время как потребительские ИВ-приложения (такие как средства автоматизации домашнего хозяйства) присутствуют на рынке уже более десятилетия, индуст-

стриальные ИВ-системы только начинают проникать в различные сферы «бизнес для бизнеса».

На сегодняшний день, использование традиционных средств беспроводной связи для новейших индустриальных ИВ-приложений, называемых также Индустриальным Интернетом (ИИ), крайне затруднено тем фактом, что они в силу своего исторического развития ориентировались на удовлетворение требований, характерных соединениям от пользователей-людей. В свою очередь, подключенные к сети машины более чувствительны к показателям задержки передачи информации (вплоть до значения 1 мс), доступности, а также надежности (порядка 99.999%) беспроводного соединения [1.10]. Удовлетворение данных критериев требует разработки принципиально новых решений беспроводной связи, которые отличаются от известных более широкой полосой пропускания (и, как правило, более высокочастотной направленной передачей), более надежными средствами помехоустойчивого кодирования, а также более гибкими и динамичными протоколами канального уровня.

Необходимость скорейшей разработки перспективных технологий для бурно развивающихся приложений ИИ, особенно обостряющаяся в связи с переходом к цифровой экономике, признана по всему миру и в настоящее время активно ведется в рамках таких инновационных программ как «Industrie 4.0» (финансируемая правительством Германии), «Made in China 2025» (инициированная в Китае) и многих других. В России проектирование и внедрение беспроводных решений ИИ еще не получило должного внимания и необходимо оперативное проведение опережающих исследований в целях предотвращения возможного отставания от ведущих международных инициатив в данной области.

1.4. Подходы к анализу показателей эффективности гетерогенных беспроводных сетей

На сегодняшний день многообразие различных потребительских и индустриальных приложений и услуг ИВ чрезвычайно широко и включает в себя от носимых устройств для фитнеса и здоровья до подключенной бытовой техники и автомобилей [1.11]. Наивысшую сложность представляет здесь организация беспроводного доступа в городских сценариях, связанных с высокой плотностью размещения подобного оборудования и, возможно, сопряженных с ненадежным сетевым покрытием. Кроме того, в среде с высокоскоростной и непредсказуемой мобильностью узлов, показатели доступности и надежности беспроводного соединения важны сами по себе в целях удовлетворения строгих гарантий операторского соглашения об уровне обслуживания [1.12]. Для оценки эффективности гетерогенной беспроводной системы связи 5G в таких условиях необходимо всестороннее исследование характеристик движения ее пользователей, а также построение реалистичных моделей их перемещения. Последние связаны с целевыми показателями доступности и надежности соединения даже в случае неполного покрытия сетью, которые рассматриваются в рамках типовых сценариев гетерогенных беспроводных сетей для критических

приложений ИВ.

Промышленная автоматизация. При помощи различных технологий 5G фабрики и заводы будущего смогут взаимодействовать более тесно [1.13]. В настоящее время наблюдается неуклонная тенденция к подключению их в качестве составной части расширенной промышленной экосистемы. Соответственно, представляется важным рассмотрение типовых характеристик мобильности, имеющих отношение к процессам в цепи поставок как внутри помещений завода или фабрики, так и на прилегающей территории. Предмет особого интереса составляют критические приложения и услуги связи при управлении оборудованием и грузами в секторах непосредственного производства и материально-технического обеспечения. Изучение подобных сценариев важно для организации надежного контроля цепи поставок с целью предотвращения ее отказов, а также повышения эффективности процессов промышленной автоматизации.

Подключенные автомобили. Сетевое взаимодействие в различных сценариях с участием подключенных транспортных средств [1.14] предполагает необходимость обмена данными между автомобилем и (1) другим автомобилем (т.е., V2V); (2) элементами дорожной инфраструктуры (т.е., V2I); (3) абонентским терминалом пешехода вблизи транспортных средств (т.е., V2P). В этом контексте передаваемая информация может представлять собой периодические сообщения (например, измерение скорости, местоположения и времени для обеспечения безопасности дорожного движения и поддержания работы развлекательных услуг), а также данные, требуемые для организации эффективного и комфортного вождения. В частности, использование технологии прямого взаимодействия устройств и применение подвижных точек доступа, размещенных на небольших беспилотных летательных аппаратах (дронах), может представлять особый интерес для рассмотрения в целях повышения надежности связи и доступности беспроводного соединения.

Городская связь. Сценарии данного типа покрывают широкое множество практических ситуаций, в которых очень большое число мобильных пользователей, потенциально имеющих на себе несколько носимых устройств, собирается в таких местах как спортивные стадионы, торговые центры, площадки для проведения фестивалей на открытом воздухе и других массовых мероприятий [1.15]. Сетевая инфраструктура должна в таких случаях обеспечить высокие плотности размещения подключенных абонентских терминалов, производящих значительный суммарный трафик. Соответственно, основной сложностью при поддержке подобных сценариев становится предоставление достаточно надежного и качественного беспроводного доступа, который позволяет обслужить пользователей, перемещающихся с различными скоростями и, возможно, пересекающих области с только лишь частичным покрытием сотовой сетью связи.

1.5. Выводы и структура последующего изложения

Введенные выше сценарии подчеркивают роль мобильности при обеспечении надежной работы критических приложений ИВ, которое требует соот-

ветствующего изучения гетерогенной беспроводной сети в целом. В этой связи целесообразно рассмотрение принципов такого изучения, перспективных технологий радиодоступа и результатов их работы в каждом из трех типовых сценариев.

Для целей последующего исследования базовая сотовая система 3GPP LTE, в которой пользователи обслуживаются при помощи инфраструктурных сотовых соединений, принимается в качестве отправной точки при соответствующем сравнении перспективных технологий 5G. Кроме того, рассматриваются преимущества при организации беспроводного доступа, предоставляемые прямыми соединениями между близко расположенными устройствами, а также точками доступа, размещенными на дронах и призванными улучшить сетевое покрытие в областях с его недостаточным качеством. Подобный набор технологий, который можно коллективно назвать решениями LTE с поддержкой функции ProSe, использует прямые соединения во всех целесообразных случаях, например, когда потенциальные участники взаимодействия оказываются поблизости.

Можно заключить, что работа некоторого критического приложения ИВ оказывается ненадежной в ситуациях, когда (1) подключенное устройство оказывается за пределами качественного покрытия сотовой сетью LTE, и при этом (2) у данного устройства нет возможности установить прямое соединение с подходящим партнером, а также (3) это устройство не может быть обслужено размещенной по соседству подвижной малой сотой. Для изучения надежного функционирования различных приложений и услуг ИВ в гетерогенных беспроводных сетях целесообразно проводить исследования на системном уровне, например, в типовых сценариях, рассмотренных выше. При этом, взаимодействующие устройства могут перемещаться согласно различным моделям мобильности, а каждому из трех введенных здесь сценариев можно поставить в соответствие некоторую смесь различных способов перемещения узлов, задающих их «гетерогенную» мобильность.

Структура последующего изложения выстроена следующим образом. Основываясь на принципах построения гетерогенных беспроводных сетей и задачах анализа показателей их эффективности, рассмотренных в рамках данной главы, **вторая** глава предлагает методы моделирования характеристик интерференции при прямом взаимодействии устройств. Далее **третья** глава описывает систему массового обслуживания с ограниченными ресурсами для анализа показателей эффективности беспроводных сетей, а **четвертая** глава приводит модель схемы совместного использования ресурсов беспроводной сети. Также дается соответствующая литература.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ПРИ ПРЯМОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ БЕСПРОВОДНЫХ УСТРОЙСТВ

2.1. Особенности построения моделей

Рассмотрим особенности технологии прямого взаимодействия устройств D2D в беспроводных сетях LTE, которая позволяет пользовательским устройствам образовывать одноранговую сеть. Эти особенности учтены ниже при построении базовой модели для оценки интерференции при прямом взаимодействии устройств (раздел 2.1), а именно – модели для анализа и расчета показателя *SIR*.

В отличие от эксплуатируемых беспроводных сетей связи поколений 2G и 3G стандартов GSM и UMTS, в беспроводных сетях четвертого 4G и пятого 5G поколений устройства имеют возможность напрямую передавать данные друг другу вне лицензированного спектра частот. При этом D2D-сеть, которую образуют пользовательские устройства, является частично децентрализованной, поскольку для организации управления интерференцией взаимодействующих устройств с помощью оптимальных схем распределения радиоресурсов на этапе, предваряющем передачу данных между одноранговыми устройствами, необходимо участие базовой станции, а именно, планировщика распределения радио ресурсов в беспроводной сети.

Благодаря преимуществам прямого воздействия устройств, технологию D2D станет возможно использовать для предоставления пользователям широкого спектра услуг. Следует отметить, что ее применение играет важнейшую роль в случае возникновения природных катаклизмов или техногенных катастроф, когда сотовая сеть оказывается частично или полностью выведенной строя, в то время как D2D-устройства имеют возможность поддерживать связь в течение периода времени, необходимого для проведения ремонтно-восстановительных работ. Ожидается, что D2D-технология также станет востребованной на перегруженных сегментах беспроводной сети с большим скоплением людей с пользовательскими устройствами, например, на стадионах, площадях, в парках, офисных зданиях или крупных торгово-развлекательных центрах.

Одним из важнейших факторов, влияющих на качество предоставления услуг в сетях беспроводной связи, является интерференция, как один из существенных источников помех при передаче данных, приводящих к снижению скорости передачи данных в канале, и как следствие, к снижению спектральной эффективности и пропускной способности сети. Под интерференцией понимается взаимодействие сигналов, передаваемых разными источниками на одном и том же или на близких радиоканалах. Интерференция вызывает искажение сигнала рассматриваемого источника под воздействием сигналов сторонних источников. Эта характеристика учитывается при оценке отношения сигнала к интерференции и шуму (Signal to Interference plus Noise Ratio, *SINR*) между взаимодействующими устройствами, которое является одним из основных по-

казателей качества функционирования беспроводной сети. Отношение $SINR$ определяется для принимающего устройства и характеризует качество беспроводного канала между передающим и принимающим устройствами $SINR = S / (\sigma^2 + I)$, где S мощность «полезного» сигнала от рассматриваемого передатчика, I мощность интерферирующего сигнала от других передатчиков, σ^2 мощность шума.

Набор услуг, предоставляемых пользователям, и качество обслуживания пользователей определяется максимальной достижимой скоростью C передачи цифровых данных в канале. Согласно теореме Шеннона-Хартли эта скорость в беспроводном канале между передающим и принимающим устройствами зависит от ширины полосы пропускания канала w [Гц] и отношения $SINR$ следующим образом: $C = w \log_2(1 + SINR)$. Отношение скорости передачи цифровых данных в беспроводном канале к ширине используемой полосы частот определяет еще одну ключевую характеристику беспроводных сетей LTE-A - спектральную эффективность системы беспроводной связи, которая показывает скорость передачи, приходящуюся на 1 Гц, и измеряется в [бит/с/Гц]. Спектральная эффективность технологии беспроводного доступа является параметром, от которого зависит количество пользователей, которые будут обеспечены услугами связи. Для оценки $SINR$ на практике применяется электронное измерительное оборудование с логарифмической шкалой в децибелах, где величина 0 дБ означает, что мощность полезного сигнала и помех равны, положительное значение $SINR$ соответствует случаю, когда сигнал сильнее помех, отрицательное – сигнал слабее помех. Для принимающего устройства $SINR$ показывает, насколько уровень полезного сигнала превосходит уровень помех [2.1].

Помехи разделяются на шумы, имеющие естественное (космическая радиация, атмосферные шумы, тепловой шум в цепях приемников и т.д.) и искусственное (шумы от работы двигателей, искрящих контактов, дуговых переключателей и т.д.) происхождение, и на интерференцию – помехи, вызванные неблагоприятным взаимодействием двух или более радиосигналов. В современных беспроводных сетях интерференцию, как одну из разновидностей помех, следует отличать от шума, ввиду отличия методик оценки влияния этих явлений на показатели качества обслуживания. Стоит отметить, что сигналы от передатчиков, мощность которых не превосходит некий порог, относят к шумам ввиду сопоставимой мощности.

Задача состоит в оценке влияния интерференции на качество передачи данных в беспроводном канале, поэтому далее анализ проводим в предположении об отсутствии шума ($\sigma^2 = 0$). В таких условиях исследуется показатель SIR (Signal to Interference Ratio) – отношение сигнал/итерференция, выражение для расчета которого имеет вид

$$SIR = S / I. \quad (2.1)$$

При анализе интерференции следует учитывать особенности современных сетей, которые сегодня, по сути, стали гетерогенными сетями (Heterogeneous Network, HetNet), например, относительно небольшие расстояния между источ-

никами сигнала в беспроводных сетях HetNet по сравнению с расстояниями между мобильными устройствами и базовыми станциями в сетях сотовой подвижной связи. В беспроводных сетях HetNet интерференция от соседних источников сигнала начинает играть определяющую роль при оценке SIR в радиоканале между приемником и передатчиком.

Отношение сигнал/итерференция существенно зависит от расстояний между интерферирующими устройствами, которые определяются расположением мобильных устройств в зоне покрытия. В этом случае расстояние между источниками сигнала становится одним из ограничений при решении задачи эффективного распределения ресурсов сети для обеспечения требуемой скорости передачи данных и поддержания необходимого уровня качества предоставления услуг [2.2]. Принцип повторного использования частот (frequency reuse) в беспроводных сетях связи поколения 4G и 5G позволят назначать одну и ту же единицу ресурса сети (например, один и тот же ресурсный блок LTE) нескольким парам взаимодействующих устройств, если интерференция на каждом приемнике не превосходит определенного стандартами уровня [2.3]. В разделе 2.2 книги построена базовая модель для оценки отношения сигнал к интерференции в беспроводной D2D-сети с двумя парами взаимодействующих устройств, а в разделе 2.3 с ее помощью проведен анализ интерференции в беспроводной D2D-сети с несколькими парами взаимодействующих устройств.

2.2. Базовая модель взаимодействия беспроводных устройств

Как показано выше, для современных беспроводных сетей, построенных на базе технологии LTE, оценка интерференции между взаимодействующими устройствами является одной из основных задач анализа показателей качества их функционирования [2.4, 2.5, 2.6]. При анализе беспроводных взаимодействий устройств обычно рассматриваются несколько передающих устройств, распределенных на плоскости или в пространстве согласно некоторому стационарному изотропному точечному процессу [2.5, 2.7, 2.8]. Упрощение задачи состоит в том, что, рассмотрев одну случайную точку, и оценив характеристики интерференции соответствующего ей устройства, можно предположить, что все основные показатели будут идентичны и для остальных точек. Ниже решается именно такая задача нахождения числовых характеристик интерференции нескольких взаимодействующих устройств в достаточно общих предположениях о распределении исходных случайных величин [2.9, 2.10, 2.11].

Рассмотрим случай, когда несколько принимающих устройств (приемников) и одно передающее устройство (передатчик), образующие т.н. «кластер», расположены на плоскости внутри круга радиуса r_0 , причем передающее устройство расположено в центре круга. Для передачи данных на каждую пару взаимодействующих устройств внутри кластера планировщиком распределения радио ресурсов назначается по одному ресурсному блоку LTE, и тогда сигналы взаимодействующих пар не будут интерферировать друг с другом. Но если в соседней взаимодействующей паре использованы те же ресурсные блоки, то пары из соседних кластеров, использующие один и тот же ресурсный блок, бу-

дуг создавать помехи друг другу. Заметим, что в беспроводной сети, например, в сети LTE, существует ограничение на минимальное расстояние между устройствами, для которых планировщик распределения радио ресурсов может назначить один и тот же ресурсный блок LTE или соседние по частоте блоки (одну и ту же радиочастоту или близкие радиочастоты). В противном случае в ситуации, когда интерферирующий соседний передатчик окажется на более близком расстоянии к приемнику, чем рассматриваемый передатчик, сигнал первого передатчика по мощности превысит сигнал второго, что сделает невозможным прием сигнала от рассматриваемого передатчика. Однако, суммарный сигнал от всех интерферирующих передатчиков из соседних помещений может по мощности превосходить сигнал от рассматриваемого передатчика.

Таким образом, возникает задача оценки интерференции нескольких взаимодействующих устройств в беспроводной сети. Для оценки отношения сигнал/интерференция используется формула $SIR = S/I$. При этом величины S и I определяются соотношениями

$$S = g_0 R_0^{-\alpha_0}, \quad (2.2)$$

$$I = \sum_{k=1}^N g_k D_k^{-\alpha_k}, \quad (2.3)$$

где R_0 и D_k – расстояние от приемника до рассматриваемого передатчика и до k -го интерферирующего передатчика, g_k – базовая мощность сигнала рассматриваемого ($k = 0$) и интерферирующих ($k = 1, \dots, N$) передатчиков, α_k – коэффициент потерь (path loss exponent) рассматриваемого ($k = 0$) и интерферирующих ($k = 1, \dots, N$) передатчиков.

Заметим, что мощности g_k определяют области, в которых мощность «полезного» сигнала выше мощности сигнала от любого интерферирующего передатчика. В однородной среде распространения радиосигнала при отсутствии экранирования вследствие затухания радиосигнала каждую такую область можно считать кругом с центром в точке расположения передатчика и радиусом r_k , зависящим от g_k , $k = 0, \dots, N$. Коэффициент потерь α_k может принимать значение от 2 в условиях прямой видимости до 6 в худшем случае.

Пару взаимодействующих устройств, для которой будем рассчитывать показатели эффективности, назовем целевой, а соответствующую ей пару устройств обозначим $\langle Tx_0, Rx_0 \rangle$, где Tx_0 – передатчик и Rx_0 – приемник. Остальные пары, которые создают помехи целевой паре, обозначим $\langle Tx_k, Rx_k \rangle$ и будем называть их интерферирующими. Расстояние между Rx_k и Tx_k обозначим R_k , $k = 0, \dots, N$, а расстояние между Tx_0 и Tx_k обозначим U_k , $k = 1, \dots, N$, при этом $0 \leq R_k \leq r_k$, $r_0 \leq U_k \leq \infty$. Мощность интерферирующего сигнала от пары $\langle Tx_k, Rx_k \rangle$ является функцией от расстояния между приемником Rx_k из целевой пары и интерферирующим передатчиком Tx_k , таким образом, она зави-

сит от расстояния между Tx_k и Rx_0 , которое обозначим D_k , $r_0 < D_k \leq \infty$.

Введенные обозначения проиллюстрированы на рис. 2.1, где окружность показывает зону покрытия передатчика Tx_0 .

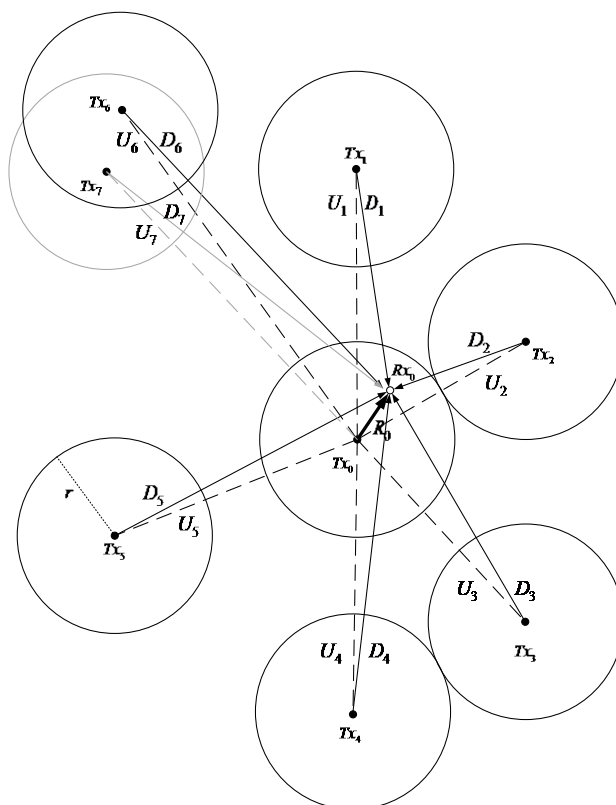


Рис. 2.1. Схема взаимодействия интерферирующих устройств, $N=7$

В общем случае задача состоит в оценке показателя SIR на приемнике при наличии произвольно расположенных интерферирующих передатчиков. Исходными данными для решения задачи являются случайные величины (с.в.) расстояния R_0 от целевого передатчика Tx_0 до соответствующего ему целевого приемника Rx_0 и с.в. расстояний U_k от целевого передатчика Tx_0 до k -го интерферирующего передатчика Tx_k , $k = 1, \dots, N$.

Для моделирования расположения интерферирующих передатчиков в беспроводной сети с учетом ограничения r_0 сверху на расстояние внутри пары приемник-передатчик хорошо подходит стационарный изотропный точечный процесс твердого ядра Матерна (Matern Hardcore Process, МНС) с хардкор параметром r_0 [2.12]. Недостаток использования процессов твердого ядра Матерна состоит в том, что они сложны для анализа, в частности, для этих процессов из литературы не известно аналитическое выражение для распределения с.в. расстояний между точками процесса, поэтому анализ можно проводить либо с помощью имитационного моделирования, либо приближенными методами. В [2.5] предложено заменять точечный процесс твердого ядра Матерна пространственным пуассоновским процессом с интенсивностью, полученной с помощью модели МНС. Результаты исследования [2.13] возможности и точности замены процессов Матерна I или II рода пространственными пуассоновскими процес-

сами с интенсивностью, полученной с помощью модели МНС, показали, что выбор процесса Матерна I или II рода оказывает большое влияние на значение интерференции, в то время как его влияние на SIR значительно меньше. При этом в большинстве случаев МНС II рода дает лучшее приближение, чем МНС I рода, что совпадает с результатами [2.12]. Однако, оценка точности приближения, выполненная с помощью критерия Фишера, показала, что замена процессов твердого ядра Матерна пространственными пуассоновскими процессами приводит к значительной потере точности при анализе расстояний между устройствами, а также отношения SIR . Поэтому в исследованиях [2.10, 2.11, 2.13] для моделирования расположения взаимодействующих устройств использовалось предположение о том, что интерферирующие передатчики расположены согласно пространственному пуассоновскому точечному процессу с заданным параметром λ , кроме того, оценка значения SIR проводилась для заданных распределений расстояний U_k и/или D_k .

Далее в разделе 2.2 разработан метод приближения нормальным законом распределения суммарной интерференции в беспроводной сети с несколькими передающими устройствами. Необходимо отметить, что в исследуемых моделях раздела 2 взаимодействующие устройства рассмотрены в условиях отсутствия экранирования, поэтому при распространении радиосигнала коэффициент потерь α_k один и тот же как для целевого передатчика Tx_0 , так и для интерферирующих передатчиков Tx_k , $k = 0, \dots, N$. Форма (круглый кластер) и радиус зоны покрытия для передатчиков определяется с учетом затухания радиосигнала в однородной среде. В [2.14, 2.15, 2.16, 2.17] метод, разработанный для базовой модели, был применен для модели, в которых форма зоны покрытия (прямоугольный кластер) для передатчиков определяется экранами в виде межкомнатных (стены) или межуровневых (пол/потолок) перегородок. Для этой модели среда распространения радиосигнала неоднородная, что учтено посредством различных значений коэффициента потерь α_k для разных кластеров. Также модель позволила провести анализ отношения сигнал/интерференция для беспроводных систем, работающих в смежных помещениях, разделенных стенами из различных материалов, с учетом потери мощности при прохождении сигнала сквозь различные среды распространения [2.14].

Рассмотрим частный случай задачи - взаимодействие двух пар устройств в двух кластерах, т.е. случай $N = 1$ (рис. 2.2). Назовем такую модель базовой аналитической моделью, поскольку в дальнейшем подход к оценке интерференции и результаты, полученные для этой модели, будут использованы при оценке интерференции для случая нескольких взаимодействующих устройств. Для базовой модели формула для оценки отношения сигнал/интерференция SIR принимает вид

$$SIR = \left(\frac{D_k}{R_0} \right)^\alpha. \quad (2.4)$$

При этом будем считать, что расстояния R_0 , U_k и угол γ_k являются с.в. с

заданными функциями распределения (ф.р.). Для решения задачи оценки числовых характеристик с.в. SIR ниже предлагается метод нахождения совместной плотности распределения с.в. R_0 и D_k [2.18], что позволит вычислять, например, начальные моменты $E[SIR]^n$. Как видно из формулы (2.4), с.в. SIR прямо пропорциональна с.в. D_1 , которая в свою очередь зависит от с.в. R_0 . Таким образом, для нахождения характеристик с.в. SIR необходимо найти совместное распределение с.в. R_0 и D_1 .

Введем обозначения: $\xi_1 := R_0$, $\xi_2 := U_1$, $\xi_3 := \gamma_1$, $\eta_1 := D_1$, тогда $w_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}(x_1, x_2, x_3) := f_{R_0, U_1, \gamma_1}(x_1, x_2, x_3)$ – совместная плотность распределения с.в. R_0 , U_1 , и γ_1 , а $w_{\xi_1, \eta_1}(x_1, y_1) := f_{R_0, D_1}(x_1, y_1)$ – искомое совместное распределение с.в. R_0 и D_1 . По теореме косинусов с.в. η_1 является функцией с.в. ξ_1, ξ_2, ξ_3 :

$$\eta_1 = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 - 2\xi_1\xi_2 \cos(\xi_3)}. \quad (2.5)$$

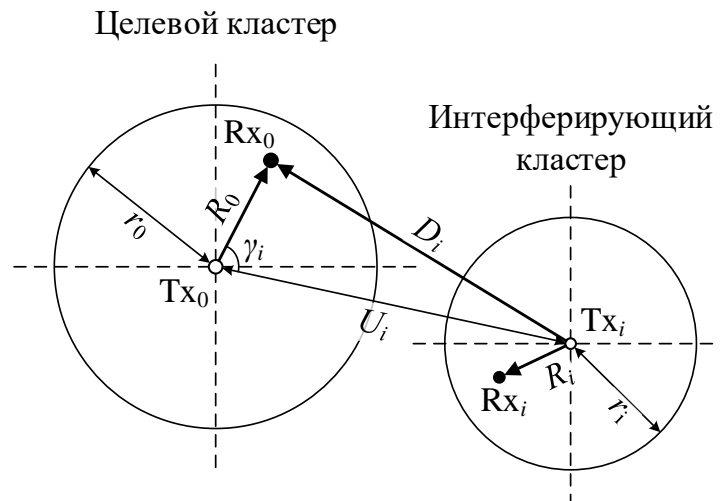


Рис. 2.2. Схема базовой модели взаимодействия устройств

Следуя [2.18], введя вспомогательную переменную $\eta_2 = \xi_3$, искомое распределение можно найти по следующей формуле:

$$W_{\xi_1, \eta_1}(y_1, y_2) = \sum_{i=1}^2 \int_{Y_{3,i}} w_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}(y_1, \varphi_i(y_1, y_2, y_3), y_3) \cdot \left| \frac{\partial \varphi_i(y_1, y_2, y_3)}{\partial y_2} \right| dy_3, \quad (2.6)$$

где φ_i – обратное преобразование правой части:

$$\varphi_1(y_1, y_2, y_3) = y_2 \cos(y_3) + \sqrt{y_1^2 - y_2^2 + y_2^2 \cos^2(y_3)},$$

$$\varphi_2(y_1, y_2, y_3) = y_2 \cos(y_3) - \sqrt{y_1^2 - y_2^2 + y_2^2 \cos^2(y_3)}.$$

В формуле (2.6) области значений $Y_{3,i}$ переменной y_3 для i -ветви обратного преобразования определяются системой неравенств

$$\begin{cases} \varphi_i(y_1, y_2, y_3) \geq 0, \\ y_1 \geq 0, \\ y_2 \geq 0, \\ 0 \leq y_3 \leq 2\pi. \end{cases} \quad (2.7)$$

Решая (2.7) нетрудно убедиться, что для первой ветви обратного преобразования $Y_{3,1} = Y_{3,1}^1 \cup Y_{3,1}^2 \cup Y_{3,1}^3$, где

$$Y_{3,1}^1 = \begin{cases} 0 \leq y_2 \leq y_1, \\ 0 \leq y_3 \leq 2\pi, \end{cases}$$

$$Y_{3,1}^2 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 0 \leq y_3 \leq \frac{1}{2}a \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right), \end{cases}$$

$$Y_{3,1}^3 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 2\pi - \frac{1}{2}a \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right) \leq y_3 \leq 2\pi, \end{cases}$$

а для второй ветви $Y_{3,2} = Y_{3,2}^1 \cup Y_{3,2}^2$, где

$$Y_{3,2}^1 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 0 \leq y_3 \leq \frac{1}{2} \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right). \end{cases}$$

$$Y_{3,2}^2 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 2\pi - \frac{1}{2}a \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right) \leq y_3 \leq 2\pi. \end{cases} \quad (2.8)$$

Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 2.1. Совместное распределение с.в. R_0 и D_1 имеет вид

$$W_{\xi_1, \eta_1}(y_1, y_2) = \sum_{i=1}^2 \int_{Y_{3,i}} \frac{w_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}(y_1, \varphi_i(y_1, y_2, y_3), y_3) \cdot y_2}{\sqrt{y_2^2 - y_1^2 + y_1^2 \cos^2(y_3)}} dy_3, \quad (2.9)$$

где

$$\varphi_i^+(y_1, y_2, y_3) = y_2 \cos(y_3) + \sqrt{y_1^2 - y_2^2 + y_2^2 \cos^2(y_3)},$$

$$\varphi_i^-(y_1, y_2, y_3) = y_2 \cos(y_3) - \sqrt{y_1^2 - y_2^2 + y_2^2 \cos^2(y_3)},$$

а области интегрирования

$$Y_{3,1} = Y_{3,1}^1 \cup Y_{3,1}^2 \cup Y_{3,1}^3 \text{ и } Y_{3,2} = Y_{3,2}^1 \cup Y_{3,2}^2$$

вычисляются по формулам

$$Y_{3,1}^1 = \begin{cases} 0 \leq y_2 \leq y_1, \\ 0 \leq y_3 \leq 2\pi, \end{cases} \quad Y_{3,1}^2 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 0 \leq y_3 \leq \frac{1}{2}a \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right), \end{cases}$$

$$Y_{3,1}^3 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 2\pi - \frac{1}{2}a \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right) \leq y_3 \leq 2\pi, \end{cases}$$

$$Y_{3,2}^1 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 0 \leq y_3 \leq \frac{1}{2}a \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right), \end{cases}$$

$$Y_{3,2}^2 = \begin{cases} y_2 \geq y_1, \\ 2\pi - \frac{1}{2}a \cos\left(\frac{-2y_1^2 + y_2^2}{y_2^2}\right) \leq y_3 \leq 2\pi. \end{cases} +$$

Далее рассмотрен пример численного анализа для случая равномерно распределенных с.в. R_0 , U_1 и γ_1 . В рассматриваемом примере полученный выше метод использован для расчета математического ожидания отношения сигнал/интерференция, которое определяется формулой:

$$E[SIR] = \int_{0 \leq y_1 \leq r_0} \int_{y_2 \geq 0} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^\alpha W_{\xi_1, \eta_1}(y_1, y_2) dy_2 dy_1. \quad (2.10)$$

Рассматривается случай [2.9], когда целевой приемник Rx_0 находится внутри круга единичного радиуса ($r_0 = 1$), в центре которого расположен передатчик Tx_0 , а интерферирующий передатчик Tx_1 – в кольце вокруг передатчика Tx_0 внутренним радиусом r_0 и внешним радиусом h_0 , как показано на рис. 2.5. Тогда с.в. R_0 расстояния от целевого передатчика Tx_0 до соответствующего ему приемника и с.в. U_1 расстояния от целевого передатчика Tx_0 до интерферирующего передатчика Tx_1 имеют распределения с плотностями

$$f_{R_0}(x) = \frac{2x}{r_0^2} = 2x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$f_{U_1}(u) = \frac{2u}{h_0^2 - r_0^2} = \frac{2u}{h_0^2 - 1}, \quad 1 \leq u \leq h_0. \quad (2.11)$$

Будем считать, что с.в. угла γ_1 равномерно распределена на отрезке $[0, 2\pi]$, а коэффициент потерь принимает значение $\alpha = 2$. Приняты условные единицы измерения, например, расстояние между взаимодействующими устройствами может измеряться в метрах, а величина SIR в децибелах.

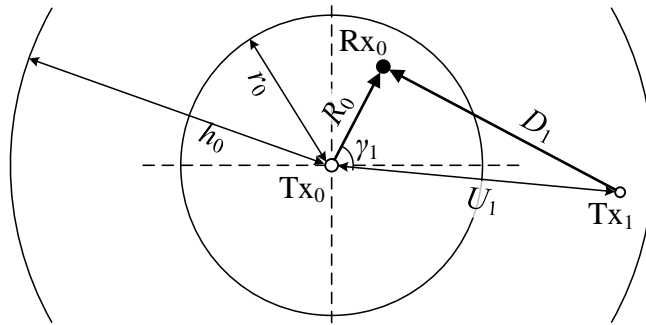


Рис. 2.4. Пример взаимодействия двух устройств

По предложенному выше методу были рассчитаны математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение отношения сигнал/интерференция, показанные на рис. 2.5 в зависимости от математического ожидания $E[U_1]$ расстояния между целевым передатчиком Tx_0 и интерферирующим передатчиком Tx_1 .

Из графика видно, что с ростом расстояния между целевым и интерферирующим передатчиками обе числовые характеристики отношения сигнал/интерференция растут, поскольку мощность интерферирующего сигнала убывает. Вычисления проводились с использованием вычислительной среды Wolfram|Alpha¹.

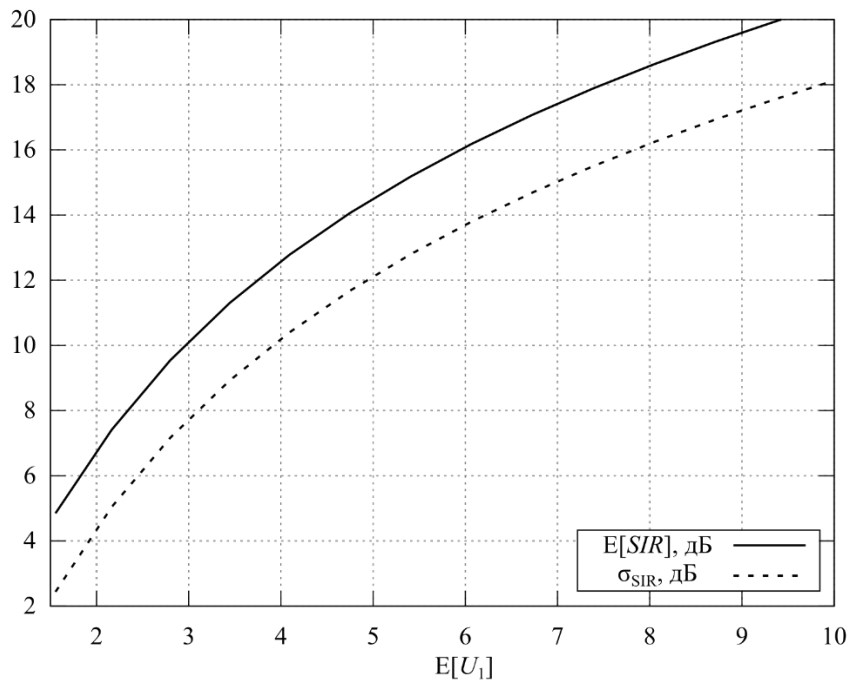


Рис. 2.5. Числовые характеристики SIR, вычисленные по базовой модели

¹ Программное средство, база знаний и набор вычислительных алгоритмов Wolfram|Alpha. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.wolframalpha.com> (дата обращения: 08.11.2016).

2.3. Приближенный метод оценки интерференции в сети с несколькими передающими устройствами

Обобщением базовой аналитической модели, построенной в разделе 2.1, является случай, изображенный на рис. 2.6. Для простоты предполагается, что мощности всех передатчиков равны между собой, следовательно, радиусы r_k также равны между собой, т.е. $r_k = r_0$, $k = 0, \dots, N$.

Модель, изображенная на рис. 2.6, выбрана для анализа из геометрических соображений, поскольку наибольший вклад в интерференцию вносят слагаемые, соответствующие ближайшим устройствам. Следовательно, модель с несколькими парами взаимодействующих устройств целесообразно исследовать для наихудшего случая, когда интерферирующие устройства расположены в максимальной близости от целевой пары с учетом ограничения на расстояние между передатчиками.

Для анализа изображенной на рис. 2.6 модели можно использовать метод, разработанный для базовой модели с двумя кластерами. В этом случае расстояния U_k между центром Tx_0 нулевого и Tx_k k -го кластеров являются константой и равны $2r_0$ для всех $k = 1, \dots, 6$. Угол γ_1 является с.в., равномерно распределенной на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$. Плотность распределения с.в. γ_1 имеет вид

$f_{\gamma_1}(x_2) = \frac{3}{\pi}$. Остальные углы γ_k ($k = 2, \dots, 6$) также являются с.в. и зависят от с.в. γ_1 . Точка Rx_0 равномерно распределена в круге с радиусом r_0 . Плотность распределения с.в. R_0 имеет вид $f_{R_0}(x) = \frac{2x}{r_0^2}$. От этих с.в. зависит с.в. D_k расстояния от передатчика Tx_k до приемника Rx_0 , $k = 1, \dots, 6$.

Заметим, что с.в. SIR прямо пропорциональна сумме с.в. D_k расстояний от передатчика Tx_k до приемника Rx_0 , $k = 1, \dots, 6$, каждое слагаемое которой в свою очередь зависит от с.в. R_0 , и с.в. γ_1 . Таким образом, для нахождения характеристик с.в. SIR необходимо найти совместное распределение с.в. R_0 , D_k и γ_k , $k = 1, \dots, 6$.

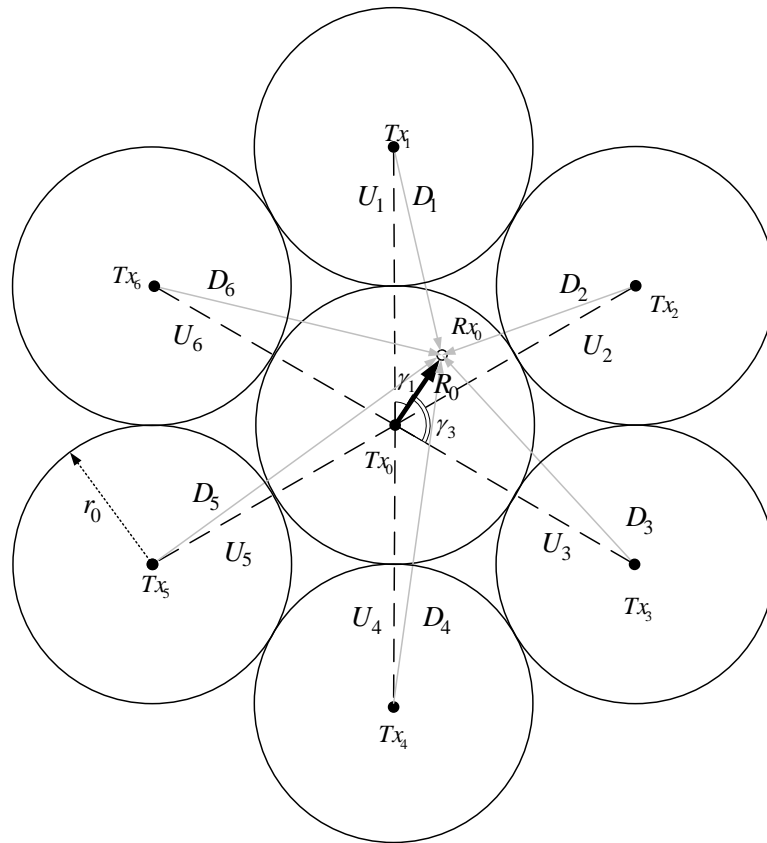


Рис. 2.6. Модель с шестью интерферирующими передатчиками

Зависимость величин D_k от заданных с.в. можно найти из теоремы косинусов

$$D_k = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 - 4R_0r_0 \cos(\gamma_k)}. \quad (2.12)$$

Тогда выражение для искомого отношения сигнал/интерференция запишется в виде

$$SIR = \frac{R_0^{-\alpha_0}}{\sum_{k=1}^6 D_k^{-\alpha_k}}, \quad (2.13)$$

где

$$D_1 = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 - 4r_0R_0 \cos(\gamma_1)},$$

$$D_2 = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 - 4r_0R_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \gamma_1\right)},$$

$$D_3 = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 + 4r_0R_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_1\right)},$$

$$D_4 = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 + 4r_0R_0 \cos(\gamma_1)},$$

$$D_5 = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 + 4r_0R_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \gamma_1\right)},$$

$$D_6 = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 - 4r_0R_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_1\right)}.$$

Для исследуемой модели не удастся получить распределение с.в. SIR в аналитическом виде даже в случае равномерного распределения с.в. R_0 и γ_1 . Поэтому ниже для коэффициента потерь $\alpha_k=2$, $k=1, \dots, 6$, предложены два приближенных метода, позволяющие построить функцию распределения SIR [2.10].

В первом методе используется предположение о том, что расстояния от приемника Rx_0 до передатчиков Tx_k , $k=1, \dots, 6$, равны друг другу. В этом случае формула (2.13) принимает вид

$$SIR = \frac{1}{6} \left(\frac{D}{R_0} \right)^2, \quad (2.14)$$

где $D = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 - 4R_0r_0 \cos(\gamma_1)}$, а с.в. угла γ_1 имеет равномерное распределение на отрезке $[0; \pi]$.

Следуя разработанному для базовой модели методу вычисления совместной плотности с.в. R_0 и D , получаем [2.10] формулу для плотности распределения $W_{\eta_1}(y_1)$ с.в. $\eta_1 = SIR$ в виде

$$W_{\eta_1}(y_1) = \begin{cases} \frac{24(1+6y_1)}{\pi(1-6y_1)^3} \left(\arctan\left(\frac{\sqrt{(6y_1-9)(1-6y_1)}}{3+6y_1}\right) - \arccos\left(\frac{5-6y_1}{4}\right) \right) - \\ - \frac{6\sqrt{(6y_1-9)(1-6y_1)}}{\pi(1-6y_1)^2}, y_1 \in \left(\frac{1}{6}; \frac{3}{2}\right], \\ \frac{24(1+6y_1)}{(6y_1-1)^3}, y_1 \in \left[\frac{3}{2}; \infty\right). \end{cases}$$

Во втором методе используется предположение о том, что углы γ_k являются независимыми с.в., имеющими равномерное распределение на отрезке $[0; \pi]$. Тогда формула (2.13) принимает вид

$$SIR = \frac{R_0^{-2}}{\sum_{k=1}^6 D_k^{-2}}, \quad (2.15)$$

где $D_k = \sqrt{R_0^2 + 4r_0^2 - 4r_0R_0 \cos(\gamma_k)}$, $k=1, \dots, 6$.

В этом случае сначала следует найти приближение знаменателя формулы (2.15) с помощью усеченного нормального распределения, а затем получить формулу для плотности распределения с.в. SIR . Для этого на первом этапе находим плотность распределения с.в. D_k^{-2} , используя метод базовой модели. Полученная [2.10] в итоге формула для плотности распределения $W_{\eta_1}(y_1)$ с.в. $\eta_1 = D_k^{-2}$ имеет вид

$$WD_{\eta_1}(y_1) = \begin{cases} 1/r_0^2 y_1^2 - Z_1 - Z_2, & y_1 \in [1/9r_0^2; 1/3r_0^2], \\ Z_2 - Z_1, & y_1 \in [1/3r_0^2; 1/r_0^2], \end{cases} \quad (2.16)$$

где

$$Z_1 = \arccos\left(\frac{(5r_0^2 y_1 - 1)/4r_0^2 y_1}{\pi r_0^2 y_1^2}\right),$$

$$Z_2 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{(1 - r_0^2 y_1)(9r_0^2 y_1 - 1)}/2r_0\sqrt{y_1}}{\pi r_0^2 y_1^2}\right).$$

На втором этапе необходимо построить приближение распределения с.в. D_k^{-2} с помощью нормального распределения $N(\mu(D_k^{-2}), \sigma(D_k^{-2}))$. Для этого по формуле (2.16) определяются параметры распределения

$$\mu(D_i^{-2}) = 0.2877r_0^{-2}, \quad \sigma(D_i^{-2}) = 0.1684r_0^{-2}, \quad (2.17)$$

а затем математическое ожидание μ_θ и среднеквадратическое отклонение σ_θ

с.в. $\theta = \sum_{k=1}^6 D_k^{-2}$ в виде

$$\mu_\theta = 1.7262r_0^{-2}, \quad \sigma_\theta = 1.0104r_0^{-2}. \quad (2.18)$$

На третьем этапе строим приближение плотности с.в. θ с помощью усеченного нормального распределения $N(\mu_\theta, \sigma_\theta)$. С учетом того, что значения с.в. θ принадлежат интервалу $[2/3r_0^2; 6/r_0^2]$, плотность распределения с.в. θ имеет следующий вид:

$$W_\theta(x) = 0.463r_0^2 \cdot e^{-\frac{(x r_0^2 - 1.7262)^2}{2.0418}}. \quad (2.19)$$

Наконец, на четвертом этапе мы получаем выражение для плотности распределения $W_{\psi_1}(y_1)$ с.в. $\psi_1 = R_0^{-2}/\theta$. Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 2.2. Если с.в. $\theta = \sum_{k=1}^6 D_k^{-2}$ распределена по нормальному закону со значениями параметров $\mu_\theta = 1.7262r_0^{-2}$ и $\sigma_\theta = 1.0104r_0^{-2}$, тогда плотность с.в. $\psi_1 = R_0^{-2}/\theta$ имеет вид

$$W_{\psi_1}(y_1) = \begin{cases} \frac{0.463}{y_1^2} \int_{1/y_1}^6 \frac{e^{-(t-1.7262)^2/2.0418}}{t} dt, & y_1 \in [1/6; 3/2], \\ \frac{0.5717}{y_1^2}, & y_1 \in [3/2; \infty). \end{cases} \quad (2.20)$$

Точность обоих приближенных методов проверена с помощью имитационного моделирования методом Монте-Карло с.в. γ_1 . Заметим, что при $\alpha_k=2$, $k=1, \dots, 6$, распределение с.в. SIR не зависит от расстояния R_0 между целевыми приемником Rx_0 и передатчиком Tx_0 . На рис. 2.7 рассчитанная по первому приближенному методу ($D_k = D$, $k=1, \dots, 6$) и по второму приближенному методу ($\sum_{k=1}^6 D_k^{-2} \square N(\mu_\theta, \sigma_\theta)$) плотность сравнивается с полученной имитационным моделированием плотностью распределения с.в. SIR (D_k зависят от с.в. γ_1).

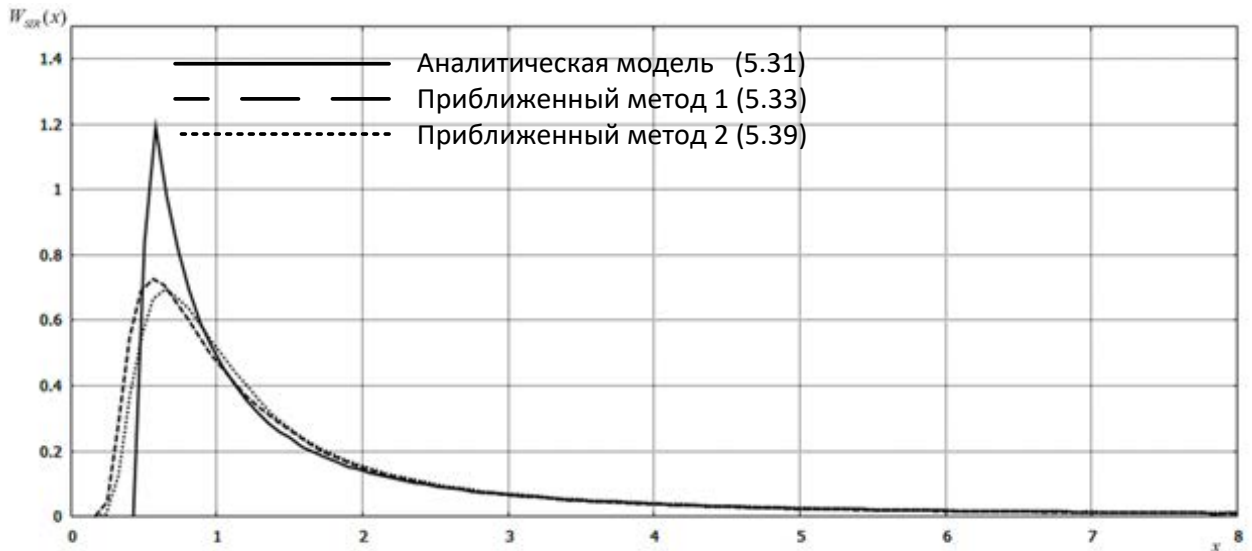


Рис. 2.7. Сравнительный анализ приближенных методов расчета плотности SIR [2.10]

Дальнейшие исследования характеристик интерференции при прямом взаимодействии устройств в гетерогенной беспроводной сети пятого поколения проведены в предположении о пеермещении абонентов сети. При этом модель перемещения взаимодействующих устройств построена с помощью кинетиче-

ского уравнения с учетом скорости перемещения устройств, их пространственной плотности и максимального допустимого радиуса взаимодействия [2.19]. Характеристики интерференции, в т.ч. отношение сигнал/интерференция (SIR), исследованы в виде непрерывного во времени случайного процесса, задача расчета этих характеристик решена методом имитационного моделирования. Подобный анализ дал возможность исследовать вероятностные характеристики взаимодействия устройств такие, как вероятность обрыва связи и длительности периодов наличия и отсутствия связи между устройствами.

3. СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ

В данной главе рассматриваются системы массового обслуживания с ограниченными ресурсами, которые позволяют учитывать особенности функционирования современных беспроводных сетей.

Узким местом современных беспроводных сетей связи является, как правило, система наземного радиодоступа, при этом наиболее дефицитным является частотно-временной ресурс. Объем выделяемого пользователем сессиям частотно-временного ресурса зависит от требуемой скорости передачи данных и соотношения принимаемого сигнала к интерференции и шуму, которое, в свою очередь, определяется массой факторов, таких как усиление передающей антенны, расстояние от мобильного устройства до базовой станции, наличие препятствий между ними и их состав и т.д.

Таким образом, системы массового обслуживания, в которых заявки занимают не только прибор, но и некоторый случайный объем ресурсов в соответствии с некоторой функцией распределения, позволяют с высокой степенью точности моделировать функционирование современных беспроводных сетей. При этом все особенности работы планировщика частотных ресурсов и особенности зоны покрытия базовой станции закладываются в функцию распределения требований к ресурсам, что позволяет описать общую методологию расчета показателей эффективности беспроводных сетей для любых типов планировщиков и особенностей зоны покрытия. Следует отметить, что вывод ФР требований к ресурсам для реального сценария функционирования беспроводной сети является довольно сложной задачей, в [2.3] изложен один из подходов.

3.1. Однопоточная система с ограниченными ресурсами

Рассматривается многолинейная СМО с $N \leq \infty$ приборами и $M \leq \infty$ типами ресурсов. На систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ . Времена обслуживания не зависят друг от друга, независимы от процесса поступления и распределены по экспоненциальному закону с параметром μ (рисунок 3.1).

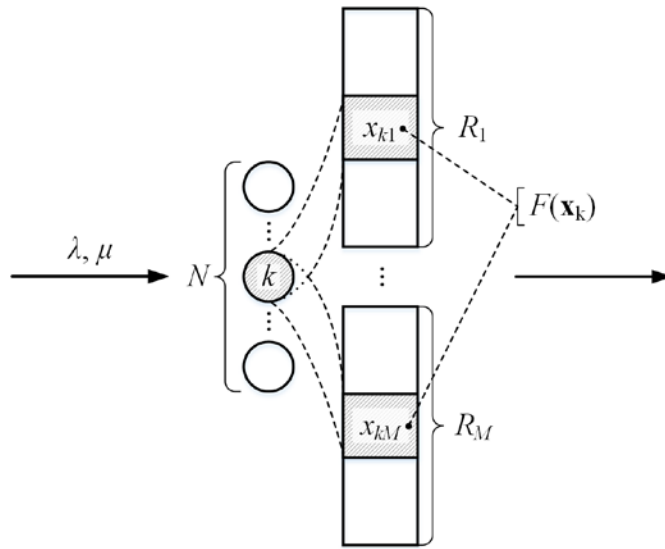


Рис. 3.1. Многолинейная СМО с потерями и вектором доступных ресурсов R .

Впервые такая система была исследована в [3.8, 3.9], в работах [3.2, 3.6] исследования были продолжены, удалось получить как новые аналитические результаты, так и эффективные вычислительные алгоритмы.

Система работает в соответствии со следующими правилами:

1. Каждой заявке требуется некоторый объем ресурсов нескольких типов.
2. Если свободных ресурсов системы недостаточно для удовлетворения требований вновь поступившей заявки, то она теряется.
3. Объем занятого ресурса системы увеличивается на величину требований заявки в момент начала ее обслуживания.
4. В момент окончания обслуживания весь объем занятого ранее заявкой ресурса освобождается.

Обозначим $\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_M)$ - общий объем ресурсов системы и \mathbf{r}_j - объем ресурсов, требуемых заявкой j . Будем считать, что векторы \mathbf{r}_j независимы от процессов поступления и обслуживания, независимы в совокупности и одинаково распределены с ФР $F(\mathbf{x})$.

Состояние системы в момент времени t описывается полумарковским процессом $X(t) = (\xi(t), \gamma(t))$, где $\xi(t)$ - число заявок в системе, а $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t), \dots, \gamma_{\xi(t)}(t))$, где $\gamma_i(t)$ - объем ресурса, занятого i -й заявкой. Заявки нумеруются в порядке убывания остаточного времени обслуживания, в момент поступления заявки перенумеровываются.

Процесс $X(t)$ является скачкообразным со скачками в моменты t_i поступления или окончания обслуживания. Рассмотрим интервал (t_i, t_{i+1}) , в котором система находится в состоянии $X(t) = (k, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_k)$. Длина этого интервала имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda + k\mu$. По окончании интервала поступает новая заявка с вероятностью $\frac{\lambda}{\lambda + k\mu}$, либо одна заявка поки-

дает систему с вероятностью $\frac{k\mu}{\lambda + k\mu}$. Таким образом, если t_i - момент окончания обслуживания, то случайный процесс $X(t)$ переходит из состояния $(k, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_k)$ в состояние $(k-1, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{k-1})$.

Если же t_i - момент поступления заявки, то процесс может перейти в одно из нескольких состояний. Обозначим \mathbf{c} - объем ресурсов, требуемых заявкой, поступившей в момент t_i и \mathbf{d} - суммарный объем занятых ресурсов, т.е. $\mathbf{d} = \mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2 + \dots + \mathbf{c}_k$. Если в момент поступления в системе менее N заявок, и $\mathbf{c} + \mathbf{d} \leq \mathbf{R}$, то заявка принимается на обслуживание и $X(t)$ равновероятно переходит из состояния $(k, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_k)$ в одно из состояний $(k+1, \mathbf{c}, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_k)$, $(k+1, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_k)$, ..., $(k+1, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_k, \mathbf{c})$. В противном случае состояние системы в момент t_i не меняется.

Рассмотрим стационарное распределение вероятностей процесса $X(t)$,

$$p_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = 0\}, \quad (3.1)$$

$$P_k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k; \gamma_1(t) \leq \mathbf{x}_1, \dots, \gamma_k(t) \leq \mathbf{x}_k\}. \quad (3.2)$$

Описанные выше переходы однозначно определяют переходное ядро процесса $X(t)$ и приводят к следующей системе уравнений:

$$\lambda F(\mathbf{R}) p_0 = \mu P_1(\mathbf{R}); \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} & \lambda \int_{\mathbf{0} \leq \mathbf{y}_1 \leq \mathbf{x}_1} F(\mathbf{R} - \mathbf{y}_1) P_1(d\mathbf{y}_1) + \mu P_1(\mathbf{x}_1) = \lambda F(\mathbf{x}_1) p_0 + \\ & + 2\mu \int_{\substack{\mathbf{0} \leq \mathbf{y}_1 \leq \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{0} \leq \mathbf{y}_2 \leq \mathbf{R} - \mathbf{y}_1}} P_2(d\mathbf{y}_1, d\mathbf{y}_2), \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{R}; \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} & \lambda \int_{\substack{\mathbf{0} \leq \mathbf{y}_i \leq \mathbf{x}_i, i=1,2,\dots,k \\ \mathbf{y}_1 + \dots + \mathbf{y}_k \leq \mathbf{R}}} F(\mathbf{R} - \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2 - \dots - \mathbf{y}_k) P_k(d\mathbf{y}_1, d\mathbf{y}_2, \dots, d\mathbf{y}_k) + \\ & + k\mu P_k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k) = \frac{\lambda}{k} \sum_{i=1}^k P_{k-1}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_{i+1}, \dots, \mathbf{x}_k) F(\mathbf{x}_i) + \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$+ (k+1)\mu \int_{\substack{\mathbf{0} \leq \mathbf{y}_i \leq \mathbf{x}_i, i=1,2,\dots,k \\ \mathbf{0} \leq \mathbf{y}_{k+1} \leq \mathbf{R} - \mathbf{y}_1 - \dots - \mathbf{y}_k}} P_{k+1}(d\mathbf{y}_1, \dots, d\mathbf{y}_k, d\mathbf{y}_{k+1}),$$

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k \geq \mathbf{0}, \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \leq \mathbf{R}, 1 < k < N;$$

$$N\mu P_N(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N) = \frac{\lambda}{N} \sum_{i=1}^N P_{N-1}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_{i+1}, \dots, \mathbf{x}_N) F(\mathbf{x}_i),$$

$$N\mu P_N(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N) = \frac{\lambda}{N} \sum_{i=1}^N P_{N-1}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_{i+1}, \dots, \mathbf{x}_N) F(\mathbf{x}_i), \quad (3.6)$$

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N \geq \mathbf{0}, \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i \leq \mathbf{R}.$$

Подстановкой легко убедиться, что решением системы уравнений (3.3) – (3.6) при выполнении условия нормировки

$$p_0 + \sum_{k=1}^N \int_{\substack{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{x}_k \leq \mathbf{R}}} P_k(d\mathbf{x}_1, d\mathbf{x}_2, \dots, d\mathbf{x}_k) = 1,$$

являются выражения

$$p_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^N F^{(k)}(\mathbf{R}) \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}, \quad (3.7)$$

$$P_k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k) = p_0 F(\mathbf{x}_1) F(\mathbf{x}_2) \dots F(\mathbf{x}_k) \frac{\rho^k}{k!}, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k \geq \mathbf{0}, \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \leq \mathbf{R}, 1 \leq k \leq N.$$

Здесь $\rho = \lambda / \mu$, и * обозначает операцию свертки, тогда как $F^{(k)}(\mathbf{x})$ есть k -кратная свертка ФР $F(\mathbf{x})$.

Обозначим $\delta(t) = \sum_{i=1}^{\xi(t)} \gamma_i(t)$ общий объем занятого ресурса в момент t . Из уравнения (3.8) следует выражение для стационарных вероятностей случайного процесса $Y(t) = (\xi(t); \delta(t))$,

$$Q_k(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k; \delta(t) \leq \mathbf{x}\} = p_0 F^{(k)}(\mathbf{x}) \frac{\rho^k}{k!}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}, 1 \leq k \leq N.$$

Вероятность блокировки вычисляется по формуле

$$B = 1 - p_0 \sum_{k=0}^{N-1} F^{(k+1)}(\mathbf{R}) \frac{\rho^k}{k!}, \quad (3.10)$$

а вектор среднего объема занятого ресурса –

$$\mathbf{b} = p_0 \sum_{k=1}^N \mathbf{b}_k \frac{\rho^k}{k!}, \quad \mathbf{b}_k = \int_{\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}} \mathbf{x} F^{(k)}(d\mathbf{x}). \quad (3.11)$$

Отметим два важных частных случая, непрерывный и дискретный. Если ФР $F(\mathbf{x})$ имеет плотность $f(\mathbf{x})$, то и ФР $F^{(k)}(\mathbf{x})$ тоже имеет плотность $f^{(k)}(\mathbf{x})$, и тогда существуют плотности $p_k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k)$ и $q_k(\mathbf{x})$ стационарных распределений $P_k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k)$ и $Q_k(\mathbf{x})$.

Если требования заявок к ресурсам дискретны и имеют распределение вероятностей $\pi(\mathbf{x})$ на множестве векторов $Z = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_K\}$, т.е.

$$\pi(\mathbf{x}) = \begin{cases} \pi_i, & \mathbf{x} = \mathbf{z}_i, \\ 0, & \mathbf{x} \notin Z. \end{cases} \quad (3.12)$$

Тогда k -кратная свертка $\pi(\mathbf{x})$ выражается формулой

$$\pi^{(k)}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{n_1, \dots, n_K \in N \\ n_1 + \dots + n_K = k \\ n_1 \mathbf{z}_1 + \dots + n_K \mathbf{z}_K = \mathbf{x}}} \prod_{i=1}^K \pi_i^{n_i}, \quad (3.13)$$

где N - множество целых неотрицательных чисел.

Упрощенная СМО с ограниченными ресурсами

Вообще говоря, процесс $Y(t) = (\xi(t), \delta(t))$ не является марковским, поскольку объем ресурсов, освобождаемых по завершении обслуживания, точно равен объему ресурсов, занятых заявкой в момент поступления. Упрощенная система идентична исходной во всем, кроме правила 4. Объем ресурсов, освобождаемых в момент окончания обслуживания определяется следующим правилом:

4*. В момент окончания обслуживания t_i , объем занятых ресурсов уменьшается на вектор \mathbf{v}_i . Если в системе было k заявок и занято суммарно \mathbf{y} ресурсов, случайная величина \mathbf{v}_i не зависит от прошлого и имеет ФР $F_k(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = P(\mathbf{r}_k \leq \mathbf{x} | \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \dots + \mathbf{r}_k = \mathbf{y})$, где \mathbf{r}_i , $i = 1, 2, \dots$ независимые в совокупности случайные вектора с ФР $F(\mathbf{x})$.

Отметим, что в случае фиксированных требований к ресурсам, т.е. $\mathbf{r}_i = \mathbf{c}$ для всех $i = 1, 2, \dots$, упрощенная система идентична исходной. Впервые такой упрощающий подход был использован в работе [3.1].

Заметим также, что $F_1(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ есть функция распределения постоянного вектора равного \mathbf{y} , а для $k > 1$ условная вероятность $F_k(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ является решением

уравнения, в котором левая и правая части равны вероятности $P\{\mathbf{r}_1 + \dots + \mathbf{r}_{k-1} \leq \mathbf{x}, \mathbf{r}_1 + \dots + \mathbf{r}_k \leq \mathbf{R}\}$:

$$\int_{\substack{0 \leq z \leq y \leq \mathbf{R} \\ y-z \leq \mathbf{x}}} F_k(d\mathbf{z} | \mathbf{y}) F^{(k)}(d\mathbf{y}) = \int_{0 \leq y \leq \mathbf{x}} F(\mathbf{R} - \mathbf{y}) F^{(k-1)}(d\mathbf{y}), \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}. \quad (3.14)$$

Пусть $\xi^*(t)$ – число заявок и $\delta^*(t)$ – вектор объема занятого ресурса в упрощенной системе. Процесс $Y^*(t) = (\xi^*(t), \delta^*(t))$ является полумарковским, и его стационарное распределение

$$q_0^* = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi^*(t) = 0\}, \quad Q_k^*(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi^*(t) = k; \delta^*(t) \leq \mathbf{x}\}, \quad 1 \leq k \leq N$$

удовлетворяет следующей системе уравнений:

$$\lambda F(\mathbf{R}) q_0^* = \mu Q_1^*(\mathbf{R}); \quad (3.15)$$

$$\lambda \int_{0 \leq y \leq \mathbf{x}} F(\mathbf{R} - \mathbf{y}) Q_1^*(d\mathbf{y}) + \mu Q_1^*(\mathbf{x}) = \lambda F(\mathbf{x}) q_0^* +$$

$$+ 2\mu \int_{\substack{0 \leq z \leq y \leq \mathbf{R} \\ y-z \leq \mathbf{x}}} (F_2(d\mathbf{z} | \mathbf{y}) Q_2^*(d\mathbf{y})), \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}; \quad (3.16)$$

$$\lambda \int_{0 \leq y \leq \mathbf{x}} F(\mathbf{R} - \mathbf{y}) Q_k^*(d\mathbf{y}) + k \mu Q_k^*(\mathbf{x}) = \lambda \int_{0 \leq y \leq \mathbf{x}} F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) Q_{k-1}^*(d\mathbf{y}) +$$

$$+ (k+1) \mu \int_{\substack{0 \leq z \leq y \leq \mathbf{R} \\ y-z \leq \mathbf{x}}} F_{k+1}(d\mathbf{z} | \mathbf{y}) Q_{k+1}^*(d\mathbf{y}), \quad (3.17)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}, 1 < k < N;$$

$$\lambda \int_{0 \leq y \leq \mathbf{x}} F(\mathbf{R} - \mathbf{y}) Q_N^*(d\mathbf{y}) = \lambda \int_{0 \leq y \leq \mathbf{x}} F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) Q_{N-1}^*(d\mathbf{y}), \quad (3.18)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}.$$

Подставляя вместо q_0^* и $Q_k^*(\mathbf{x})$ выражения (3.7) и (3.9) и используя равенство (3.14), легко убедиться, что p_0 и $Q_k(\mathbf{x})$ являются решением системы (3.15) - (3.18). Другими словами, стационарное распределение суммарного объема занятого ресурса в исходной и упрощенной модели одинаково.

Свойство инвариантности относительно вида функции распределения времени обслуживания

Рассмотрим теперь упрощенную СМО, в которой времена обслуживания распределены не экспоненциально, а с ФР $B(x)$ с конечным средним и покажем, что формулы (3.7) и (3.9) верны и для этого случая.

Поведение системы описывается марковским процессом $(\xi(t), \delta(t), \beta(t))$, где $\beta(t) = (\beta_1(t), \beta_2(t), \dots, \beta_{\xi(t)}(t))$ - вектор прошедшего времени обслуживания заявок. Пусть P_t - вероятностное распределение в момент t и P_0 - начальное распределение в момент $t = 0$. Будем считать, что P_0 симметрично на подмножестве $\{\xi(t) = k, \delta(t) \leq \mathbf{x}\}$ относительно переменных x_1, x_2, \dots, x_k , тогда P_t тоже симметрично на $\{\xi(t) = k, \delta(t) \leq \mathbf{x}\}$.

Лемма 3.1. Для любого распределения P_0 , распределение вероятностей P_t имеет k -мерную плотность $Q_k(\mathbf{x}, y_1, \dots, y_k; t)$ на $(\xi(t) = k, \delta(t) < \mathbf{x}, y_1, y_2, \dots, y_k; t)$, если $t > \max(y_1, y_2, \dots, y_k)$, и справедливо неравенство

$$Q_k(\mathbf{x}, y_1, y_2, \dots, y_k; t) \leq \lambda^k F^{(k)}(\mathbf{x}) \prod_{i=1}^k [1 - B(y_i)], \quad 1 \leq k \leq N. \quad (3.19)$$

Доказательство. Следующие неравенства выполняются,

$$\begin{aligned} P\{\xi(t) = k, \delta(t) < \mathbf{x}, y_i < \beta_i(t) < y_i + \Delta_i, \quad 1 \leq i \leq k\} &= P(A) \leq \\ &\leq F^{(k)}(\mathbf{x}) \prod_{i=1}^k [1 - B(y_i)] [1 - e^{-\lambda \Delta_i}] \leq \lambda^k F^{(k)}(\mathbf{x}) \prod_{i=1}^k [1 - B(y_i)] \Delta_i, \end{aligned}$$

т.к. $1 - e^{-\lambda \Delta_i} \leq \lambda \Delta_i$, и для наступления события A заявки должны поступать в интервалах $(t - (y_i + \Delta_i), t - y_i)$, $i = 1, 2, \dots, k$, с временем обслуживания не менее чем y_i , $i = 1, 2, \dots, k$, а общий объем занятых ресурсов не должен превышать \mathbf{x} . Таким образом, доказываем существование плотности и неравенство (3.19). ■

Вероятности переходов за интервал времени Δt имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} Q_0(\mathbf{0}; t + \Delta t) &= Q_0(\mathbf{0}; t)(1 - \lambda F(\mathbf{R})\Delta t) + \\ &\int_0^{\mathbf{R}} \int_0^{\infty} Q_1(d\mathbf{x}, y_1; t) \frac{B(y_1 + \Delta t) - B(y_1)}{1 - B(y_1)} dy_1 + o(\Delta t); \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} Q_k(\mathbf{x}, y_1, \dots, y_k; t + \Delta t) &= \\ &\int_{0 \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x}} Q_k(d\mathbf{y}, y_1 - \Delta t, \dots, y_k - \Delta t; t) (1 - \lambda F(\mathbf{R} - \mathbf{y})\Delta t) \prod_{1 \leq j \leq k} \frac{1 - B(y_j)}{1 - B(y_j - \Delta t)} + \\ &+ (k + 1) \int_{\mathbf{x} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{R}} (1 - F_k(\mathbf{y} - \mathbf{x} | \mathbf{y})) \int_0^{\infty} [Q_{k+1}(d\mathbf{y}, y_1 - \Delta t, \dots, y_k - \Delta t, y_{k+1}; t) \cdot \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\left. \frac{B(y_{k+1} + \Delta t) - B(y_{k+1})}{1 - B(y_{k+1})} \right] dy_{k+1} \cdot \prod_{1 \leq j \leq k} \frac{1 - B(y_j)}{1 - B(y_j - \Delta t)};$$

$$Q_N(\mathbf{x}, y_1, \dots, y_k; t + \Delta t) =$$

$$Q_N(\mathbf{x}, y_1 - \Delta t, \dots, y_k - \Delta t; t) \prod_{1 \leq j \leq N} \frac{1 - B(y_j)}{1 - B(y_j - \Delta t)}. \quad (3.22)$$

Введем обозначение

$$Q_k^*(\mathbf{x}, y_1, y_2, \dots, y_k; t) = \frac{Q_k(\mathbf{x}, y_1, y_2, \dots, y_k; t)}{[1 - B(y_1)][1 - B(y_2)] \dots [1 - B(y_k)]}.$$

Будем предполагать существование частных производных $\frac{\partial Q_k^*}{\partial t}, \frac{\partial Q_k^*}{\partial y_i}, 1 \leq i \leq k, 0 \leq k \leq N$, тогда из системы (3.20) – (3.22) получаем систему интегро-дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial Q_0^*(\mathbf{0})}{\partial t} + \lambda Q_0^*(\mathbf{0}) F(\mathbf{R}) = \int_{\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}} \int_0^\infty Q_1^*(d\mathbf{x}, y_1; t) dB(y_1), \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial Q_k^*(\mathbf{x})}{\partial t} + \frac{\partial Q_k^*(\mathbf{x})}{\partial y_1} + \dots + \frac{\partial Q_k^*(\mathbf{x})}{\partial y_k} +$$

$$\lambda \int_{\mathbf{0} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x}} Q_k^*(d\mathbf{y}, y_1, \dots, y_k; t) F(\mathbf{R} - \mathbf{y}) = \quad (3.24)$$

$$= (k+1) \int_{\mathbf{x} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{R}} (1 - F_k(\mathbf{y} - \mathbf{x} | \mathbf{y})) \int_0^\infty Q_{k+1}^*(d\mathbf{y}, y_1, \dots, y_{k+1}; t) dB(y_{k+1}),$$

$$\frac{\partial Q_N^*(\mathbf{x})}{\partial t} + \frac{\partial Q_N^*(\mathbf{x})}{\partial y_1} + \dots + \frac{\partial Q_N^*(\mathbf{x})}{\partial y_k} = 0, \quad (3.25)$$

с граничными условиями

$$\lambda \int_{\mathbf{0} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x}} F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) Q_k^*(d\mathbf{y}, y_1, y_2, \dots, y_k; t) = \quad (3.26)$$

$$(k+1) Q_{k+1}^*(\mathbf{x}, y_1, \dots, y_k, 0; t), \quad 0 \leq k \leq N-1.$$

При помощи подстановки можно убедиться, что решением системы (3.23) - (3.25) с граничными условиями (3.26) являются выражения

$$Q_k^*(\mathbf{x}, y_1, y_2, \dots, y_k) = Q_0^*(\mathbf{0}) \frac{\lambda^k}{k!} F^{(k)}(\mathbf{x}), \quad (3.27)$$

$$Q_0^*(\mathbf{0}) = \left(1 + \sum_{k=1}^N \frac{\lambda^k}{k!} F^{(k)}(\mathbf{R}) \right)^{-1}. \quad (3.28)$$

Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 3.1. Если распределение времени обслуживания с ФР $B(x)$ имеет конечное математическое ожидание $b > 0$, то стационарное распределение вероятностей процесса $(\xi(t), \delta(t), \beta(t))$ задается выражениями

$$\begin{aligned} Q_k(\mathbf{x}, y_1, y_2, \dots, y_k) &= \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k; \delta(t) \leq \mathbf{x}; \beta_1(t) < y_1, \dots, \beta_k(t) < y_k\} = \\ &= q_0 F^{(k)}(\mathbf{x}) \frac{\rho^k}{k!} [1 - B(y_1)] \dots [1 - B(y_k)], \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}, \quad 0 < k \leq N, \end{aligned} \quad (3.29)$$

где $\rho = \lambda b$, а q_0 задается формулой (3.7). ■

В частности, данный результат означает, что стационарные вероятности процесса $(\xi(t), \delta(t))$ в случае неэкспоненциального распределения времени обслуживания также задаются формулами (3.7) и (3.9). Таким образом, стационарные вероятности определяются математическим ожиданием времени обслуживания и не зависят от вида ФР $B(x)$.

Рекуррентный алгоритм для вычисления вероятностных характеристик в случае дискретных требований к ресурсам

Вычисление вероятности блокировки и среднего объема занятых ресурсов по формулам (3.10) и (3.11) предполагает довольно сложные вычисления в связи с необходимостью расчета многократных сверток ФР $F(x)$. Поэтому в [6] предложен рекуррентный алгоритм расчета данных характеристик в случае дискретных требований к ресурсам. Для непрерывных требований к ресурсам предлагается использовать метод дискретизации ФР $F(x)$.

Пусть $f_{\mathbf{r}}$ - вероятность того, что поступающая заявка требует \mathbf{r} ресурсов, тогда стационарные вероятности системы можно переписать в виде

$$q_0 = P\{\xi(t) = 0, \delta(t) = \mathbf{0}\} = \left(1 + \sum_{n=1}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{r}}^{(n)} \right)^{-1}, \quad (3.30)$$

$$q_n(\mathbf{r}) = P\{\xi(t) = n, \delta(t) = \mathbf{r}\} = q_0 \frac{\rho^n}{n!} f_{\mathbf{r}}^{(n)}, \quad 1 \leq n \leq N. \quad (3.31)$$

где $f_{\mathbf{r}}^{(n)}$ - n -кратная свертка распределения $f_{\mathbf{r}}$, которую можно интерпретировать как вероятность того, что n заявок требуют суммарно \mathbf{r} ресурсов. Здесь

считаем, что $f_{\mathbf{0}}^{(0)} = 1$ и $f_{\mathbf{r}}^{(0)} = 0$, $\mathbf{r} > \mathbf{0}$. Обозначим $G(n, \mathbf{r}) = \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{j}}^{(k)}$ и

$H(n, \mathbf{r}) = G(n, \mathbf{r}) - G(n-1, \mathbf{r})$, тогда утверждения 3.1 – 3.4 задают рекуррентный алгоритм расчета стационарных характеристик. Заметим, что, согласно определению функций $G(n, \mathbf{r})$, $G(N, \mathbf{R}) = q_0^{-1}$ и $G(0, \mathbf{r}) = 1$ для всех $\mathbf{r} \geq \mathbf{0}$.

Утверждение 3.1. Функции $H(n, \mathbf{r})$ удовлетворяют следующим рекуррентным соотношениям:

$$H(n, \mathbf{r}) = \frac{\rho}{n} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{j}} H(n-1, \mathbf{r} - \mathbf{j}), \quad 2 \leq n \leq N, \quad (3.32)$$

с начальными условиями

$$H(1, \mathbf{r}) = \rho \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{j}}, \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}. \quad (3.33)$$

Доказательство. Запишем $H(n, \mathbf{r})$ как разность функций $G(n, \mathbf{r})$ и $G(n-1, \mathbf{r})$ и применим рекуррентное соотношение для n -кратных сверток. В результате серии преобразований получаем:

$$\begin{aligned} H(n, \mathbf{r}) &= G(n, \mathbf{r}) - G(n-1, \mathbf{r}) = \\ &= \sum_{k=0}^n \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} \frac{\rho^k}{k!} f_{\mathbf{j}}^{(k)} - \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} \frac{\rho^k}{k!} f_{\mathbf{j}}^{(k)} = \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{j}}^{(n)} = \\ &= \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{j}} f_{\mathbf{i}} f_{\mathbf{j}-\mathbf{i}}^{(n-1)} = \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{i}} \sum_{\mathbf{i} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{j}-\mathbf{i}}^{(n-1)} = \\ &= \frac{\rho}{n} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{i}} \left(\frac{\rho^{n-1}}{(n-1)!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}-\mathbf{i}} f_{\mathbf{j}}^{(n-1)} \right) = \\ &= \frac{\rho}{n} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{i}} (G(n-1, \mathbf{r} - \mathbf{i}) - G(n-2, \mathbf{r} - \mathbf{i})) = \frac{\rho}{n} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{i}} H(n-1, \mathbf{r} - \mathbf{i}). \blacksquare \end{aligned}$$

Утверждение 3.2. Функции $G(n, \mathbf{r})$ вычисляются через $H(n, \mathbf{r})$ следующим образом:

$$G(n, \mathbf{r}) = H(n, \mathbf{r}) + G(n-1, \mathbf{r}), \quad 2 \leq n \leq N, \quad (3.34)$$

с начальными условиями

$$G(1, \mathbf{r}) = 1 + H(1, \mathbf{r}), \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}. \quad (3.35)$$

Доказательство. Доказательство напрямую следует из определения функций $H(n, \mathbf{r})$ и $G(n, \mathbf{r})$. ■

Утверждение 3.3. Вероятность блокировки B определяется выражением:

$$B = 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{j}} G(N-1, \mathbf{R} - \mathbf{j}). \quad (3.36)$$

Доказательство. Применяя рекуррентное соотношение для n -кратных сверток, после серии преобразований получим требуемую формулу.

$$\begin{aligned} B &= 1 - q_0 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{j}}^{(n+1)} = \\ &= 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{j}} f_{\mathbf{i}} f_{\mathbf{j}-\mathbf{i}}^{(n)} = \\ &= 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{i}} \sum_{\mathbf{i} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{j}-\mathbf{i}}^{(n)} = \\ &= 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{i} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{i}} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}-\mathbf{i}} f_{\mathbf{j}}^{(n)} = \\ &= 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{j}} G(N-1, \mathbf{R} - \mathbf{j}) \blacksquare \end{aligned}$$

Утверждение 3.4. Средний объем занятого ресурса $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_M)$ вычисляется по формуле

$$\mathbf{b} = \mathbf{R} - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{r=1}^{R_m} G(N, \mathbf{R} - r\mathbf{e}_m), \quad (3.37)$$

где \mathbf{e}_m - вектор из нулей с одной единицей на m -й позиции.

Доказательство. Обозначим $\bar{\mathbf{b}}$ - средний объем свободного ресурса. Тогда

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{b}} &= \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} (\mathbf{R} - \mathbf{j}) \sum_{n=0}^N q_0 \frac{\rho^n}{n!} f_{\mathbf{j}}^{(n)} = G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} (\mathbf{R} - \mathbf{j}) f_{\mathbf{j}}^{(n)} = \\ &= G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m (R_m - j_m) f_{\mathbf{j}}^{(n)} = \\ &= G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{i=1}^{R_m - j_m} f_{\mathbf{j}}^{(n)} = \\ &= G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{i=1}^{R_m} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R} - i\mathbf{e}_m} f_{\mathbf{j}}^{(n)} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{i=1}^{R_m} \sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R} - i\mathbf{e}_m} f_{\mathbf{j}}^{(n)} = \\
&= G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{i=1}^{R_m} G(N, \mathbf{R} - i\mathbf{e}_m).
\end{aligned}$$

Средний объем занятого ресурса связан со средним объемом свободного ресурса соотношением $\mathbf{b} = \mathbf{R} - \bar{\mathbf{b}}$, и тогда окончательно

$$\mathbf{b} = \mathbf{R} - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{r=1}^{R_m} G(N, \mathbf{R} - r\mathbf{e}_m) \blacksquare$$

3.2. Система с входящим МАР-поток

Предположения о пуассоновском входящем потоке пользовательских сессий в современных беспроводных сетях нередко приводят к существенным погрешностям. В работах [3.4, 3.7] представлены результаты анализа ресурсной СМО в условиях входящего МАР-потока заявок. В этом случае не удалось получить аналитические выражения в мультипликативном виде для стационарных вероятностей, однако был предложен метод расчета характеристик на основе матричных методов для случая дискретных требований к ресурсам. Для краткости в данном разделе изложены результаты для систем с одним типом ресурса.

Рассматривается многолинейная СМО с N приборами и R ресурсами. На систему поступает МАР-поток заявок, который управляется марковским процессом с M состояниями. Процесс поступления заявок характеризуется матрицами \mathbf{A}_0 и \mathbf{A}_1 , $\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}$, где \mathbf{A} - инфинитезимальная матрица управляющего марковского процесса. Будем считать, что матрица \mathbf{A} неразложима и обозначим θ - вектор стационарного распределения вероятностей управляющего марковского процесса. Тогда интенсивность поступления заявок задается формулой $\lambda = \theta \mathbf{a}$, где $\mathbf{a} = \mathbf{A} \mathbf{1}$ и $\mathbf{1}$ - вектор из единиц соответствующей длины.

Заявке требуется один прибор и j ресурсов с вероятностью f_j , $j \geq 0$. Правила приема заявок на обслуживание и блокировки остаются такими же, как и в предыдущем разделе. Времена обслуживания распределены по экспоненциальному закону с параметром μ .

Как и в разделе 3.1, рассматривается упрощенная система, в которой отслеживается только суммарный объем занятого ресурса. При этом количество ресурса, которое освобождает заявка при завершении обслуживания, определяется по формуле Байеса. Если в системе k заявок, и суммарно они занимают r ресурсов, то по завершении обслуживания некоторой заявки она освобождает j

ресурсов с вероятностью $\frac{f_{r-j}^{(k-1)} f_j}{f_r^{(k)}}$, где $f_r^{(k)}$, как и прежде, является k -кратной

сверткой распределения вероятностей $\{f_j\}$, $j \geq 0$.

Поведение системы описывается марковским процессом $X(t) = \{\xi(t), \delta(t), \eta(t)\}$, где $\xi(t)$ означает число заявок в системе в момент времени t , $\delta(t)$ – суммарное число занятого ресурса и $\eta(t)$ определяет состояние управляющего марковского процесса. Множество состояний $X = \bigcup_{k=0}^N X_k$ разбивается на непересекающиеся подмножества $X_0 = \{(k, m) : 0 \leq k \leq N, 1 \leq m \leq M\}$, и N подмножеств $X_k = \{(k, r, m) : 0 \leq k \leq N, 0 \leq r \leq R, f_r^{(k)} > 0, 1 \leq m \leq M\}$, $1 \leq k \leq N$. Пусть s_k – количество ненулевых вероятностей в k -кратной свертке $f_r^{(k)}$, $0 \leq r \leq R$. Тогда число состояний в подмножестве X_0 равно M , а подмножества X_k содержат $s_k M$ состояний. Кроме того, обозначим $I(k, r)$ порядковый номер $f_r^{(k)}$ в ряду ненулевых вероятностей k -кратной свертки $\{f_j^{(k)}\}$, $j \geq 0$.

Введем стационарные вероятности

$$q_0(m) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = 0, \eta(t) = m\}, \quad 1 \leq m \leq M, \quad (3.38)$$

$$q_k(r, m) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k, \delta(t) = r, \eta(t) = m\}, \quad (k, r, m) \in X_k. \quad (3.39)$$

Тогда векторы $\mathbf{q}_k = (\mathbf{q}_k(r_1), \dots, \mathbf{q}_k(r_{s_k}))$, $1 \leq k \leq N$, где $\mathbf{q}_k(r_i) = (q_k(r_i, 1), \dots, q_k(r_i, M))$, $(k, r_i, m) \in X_k$, и $\mathbf{q}_0 = (q_0(1), q_0(2), \dots, q_0(M))$ удовлетворяют системе уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_0 \mathbf{D}_0 + \mathbf{q}_1 \mathbf{M}_1 &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{q}_{k-1} \mathbf{\Lambda}_{k-1} + \mathbf{q}_k \mathbf{D}_k + \mathbf{q}_{k+1} \mathbf{M}_{k+1} &= \mathbf{0}, \quad 1 \leq k \leq N-1, \\ \mathbf{q}_{N-1} \mathbf{\Lambda}_{N-1} + \mathbf{q}_N \mathbf{D}_N &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Матрица \mathbf{D}_0 задается формулой

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{A} - \left(\sum_{j=0}^R f_j \right) \mathbf{A}_1, \quad (3.41)$$

а матрицы \mathbf{D}_k , $1 \leq k \leq N$ имеют блочный диагональный вид. Матрицы \mathbf{D}_k , $1 \leq k \leq N$ имеют размерность $s_k M \times s_k M$, а размер каждого блока – $M \times M$. Диагональные блоки $\mathbf{d}_k(j, j)$, $1 \leq j \leq s_k$ матрицы \mathbf{D}_k , $1 \leq k \leq N-1$ определяются уравнением:

$$\mathbf{d}_k(I(k, r), I(k, r)) = \mathbf{A} - k\mu\mathbf{I} - \left(\sum_{j=0}^{R-r} f_j \right) \mathbf{A}_1, \quad 0 \leq r \leq R, f_r^{(k)} > 0, \quad (3.42)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица. Диагональные блоки матрицы \mathbf{D}_N вычисляются следующим образом:

$$\mathbf{d}_N(I(N, r), I(N, r)) = \mathbf{A} - N\mu\mathbf{I}. \quad (3.43)$$

Матрица Λ_0 представляет собой вектор-строку из блоков размерности $M \times M$, блоки матрицы $\lambda_0(i), 1 \leq i \leq s_1$ имеют вид

$$\lambda_0(I(1, r)) = p_r \mathbf{A}_1, \quad 0 \leq r \leq R, p_r > 0. \quad (3.44)$$

Матрицы $\Lambda_k, 1 \leq k \leq N-1$ имеют размерность $s_k M \times s_{k+1} M$, блоки $\lambda_k(i, j), 1 \leq i \leq s_k, 1 \leq j \leq s_{k+1}$ имеют вид

$$\lambda_k(I(k, r), I(k+1, s)) = p_{s-r} \mathbf{A}_1, \quad 0 \leq r \leq s \leq R, p_r^{(k)} > 0, p_s^{(k+1)} > 0. \quad (3.45)$$

Матрица \mathbf{M}_1 имеет вид вектора-столбца из блоков размера $M \times M$, ее блоки $\mathbf{m}_1(i), 1 \leq i \leq s_1$ задаются формулой

$$\mathbf{m}_1(I(1, r)) = \mu\mathbf{I}, \quad 0 \leq r \leq R, p_r > 0. \quad (3.46)$$

Матрицы $\mathbf{M}_k, 2 \leq k \leq N$ имеют размерность $s_k M \times s_{k-1} M$, блоки $\mathbf{m}_k(i, j), 1 \leq i \leq s_k, 1 \leq j \leq s_{k-1}$ имеют вид

$$\mathbf{m}_k(I(k, r), I(k-1, s)) = \frac{p_{r-s} p_s^{(k-1)}}{p_r^{(k)}} k \mu \mathbf{I}, \quad 0 \leq s \leq r \leq R, p_r^{(k)} > 0, p_s^{(k-1)} > 0. \quad (3.47)$$

Таким образом, решая систему (3.40), получаем стационарное распределение вероятностей (3.38) и (3.39).

Имея стационарное распределение, среднее число b_1 и дисперсия занятого ресурса \bar{b}_2 вычисляются по формулам

$$b_1 = \sum_{(k, r, m) \in X_k} r q_k(r, m), \quad (3.48)$$

$$\bar{b}_2 = \sum_{(k, r, m) \in X_k} r^2 q_k(r, m) - b. \quad (3.49)$$

Учитывая свойства МАР-потока, вероятность блокировки π имеет вид

$$\pi = 1 - \lambda^{-1} \left(\sum_{\substack{k, r: 0 \leq k \leq N-1 \\ 0 \leq r \leq R, f_r^{(k)} > 0}} \mathbf{q}_k(r) \sum_{j=0}^{R-r} p_j \right) \mathbf{a}. \quad (3.50)$$

3.3. Система с ограниченными ресурсами и потоком сигналов

В данном разделе рассматривается система с потоком сигналов, при поступлении которых некоторая заявка освобождает занятый ранее объем ресурсов и разыгрывает новый объем требований с той же функцией распределения. Поток сигналов позволяет моделировать перемещение пользователей внутри соты, в результате которого меняются соотношения сигнала к шуму и интерференции, а значит, и необходимый пользовательской сессии объем частотно-временных ресурсов [3.5]. Отметим, что рассматриваются только дискретные требования заявок к ресурсам. Как и в разделе 3.2, для простоты изложения считаем, что система располагает только одним типом ресурса.

Рассматривается СМО с $N < \infty$ приборами, обладающая некоторым объемом ресурсов $R < \infty$. Введем основные предположения:

1. в систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ , время обслуживания заявок имеет экспоненциальное распределение с параметром μ ;
2. для обслуживания i -й поступающей заявки требуется r_i ресурса, $r_i \geq 0$, с вероятностью f_i ;
3. если в момент поступления i -й заявки в системе находится $k < N$ заявок, занимающих $r_\bullet = r_1 + \dots + r_k$ ресурсов, и $r_i \leq R - r_\bullet$, то заявка будет принята к обслуживанию, в противном случае заявка будет потеряна;
4. каждая заявка, находящаяся на обслуживании, порождает пуассоновский поток сигналов с интенсивностью γ , при поступлении которого она освобождает весь занимаемый ею ресурс, чтобы занять новый объем ресурса. Если при этом новый объем требуемого ресурса больше объема свободного ресурса, то заявка теряется.

Пусть в некоторый момент времени $t > 0$ в системе находится $\xi(t)$ заявок, которые занимают $\eta_1(t), \dots, \eta_{\xi(t)}(t)$ ресурсов. Функционирование системы описывает случайный процесс $X(t) = (\xi(t), \eta_1(t), \dots, \eta_{\xi(t)}(t))$, однако для дальнейшего анализа модели удобно воспользоваться упрощением, предложенным в разделе 3.1, позволяющим снизить размер пространства состояний системы за счет отслеживания только суммарного объема ресурсов $\delta(t) = \eta_1(t) + \dots + \eta_{\xi(t)}(t)$. В дальнейшем будем исследовать СП $\tilde{X}(t) = (\xi(t), \delta(t))$.

Рассмотрим подробнее возможные переходы между состояниями системы. Пусть в некоторый момент времени система находится в состоянии (k, r) . С вероятностью f_j в поступающая в систему заявка займет j единиц ресурса, если $j \leq R - r$. Из-за того, что неизвестно число занимаемых ресурсов каждой заявкой, невозможно точно определить объем высвобождаемых ресурсов при завершении обслуживания. Поэтому, как и в разделе 3.2 будем вычислять соот-

ветствующие вероятности по формуле Байеса, т.е. вероятность того, что заявка освобождает i единиц ресурса при уходе из системы равна $\frac{f_i f_{r-i}^{(k-1)}}{f_r^{(k)}}$.

В момент поступления сигнала одна из заявок системы сначала освобождает занимаемые ею i единиц ресурса с вероятностью $\frac{f_i f_{r-i}^{(k-1)}}{f_r^{(k)}}$ и занимает j единиц ресурса с вероятностью f_j .

Пространство состояний системы описывается множеством $\tilde{X} = \bigcup_{k=0}^N \tilde{X}_k$,

где $\tilde{X}_k = \{(k, r) : 0 \leq r \leq R, f_r^{(k)} > 0\}$. Упорядочив состояния в множествах $\tilde{X}_k, 0 \leq k \leq N$ по возрастанию числа ресурсов, введем функции $I(k, r)$, значения которых равны порядковому номеру состояния (k, r) в множестве \tilde{X}_k .

Матрица интенсивностей переходов СП $\tilde{X}(t)$ $\mathbf{A} = [a((i, j), (k, r))]$ является блочной трехдиагональной матрицей с диагональными блоками $\Psi_0, \Psi_1, \dots, \Psi_N$, наддиагональными блоками $\Lambda_1, \dots, \Lambda_N$ и поддиагональными блоками $\mathbf{M}_0, \dots, \mathbf{M}_{N-1}$, где $\Psi_0 = -\lambda \sum_{j=0}^R f_j$, $\Lambda_1 = (\lambda f_0, \dots, \lambda f_R)$, $\mathbf{M}_0 = (\mu, \dots, \mu)^T$, а остальные матрицы $\{\Psi_n\}_{1 \leq n \leq N}$, $\{\Lambda_n\}_{2 \leq n \leq N}$, $\{\mathbf{M}_n\}_{1 \leq n \leq N-1}$ имеют следующие элементы:

$$\psi_n(I(n, i), I(n, j)) = \begin{cases} n\gamma \sum_{s=0}^i \frac{f_s f_{i-s}^{(n-1)}}{f_i^{(n)}} f_{j-i+s}, & i < j; \\ - \left[\lambda \sum_{k=0}^{R-i} f_k + n\mu + n\gamma \left(1 - \sum_{s=0}^i \frac{f_s f_{i-s}^{(n-1)}}{f_i^{(n)}} f_s \right) \right], & i = j; \\ n\gamma \sum_{s=i-j}^i \frac{f_s f_{i-s}^{(n-1)}}{f_i^{(n)}} f_{j-i+s}, & i > j; \end{cases}$$

$$(n, i), (n, j) \in \tilde{X}_n, n = \overline{1, N-1}; \quad (3.51)$$

$$\lambda_n(I(n-1, i), I(n, j)) = \begin{cases} \lambda f_{j-i}, & i \leq j \leq R; \\ 0, & j < i; \end{cases} \quad (3.52)$$

$$(n-1, i) \in \tilde{X}_{n-1}, (n, j) \in \tilde{X}_n, n = \overline{2, N}$$

$$\mu_n(I(n+1, i), I(n, j)) = \begin{cases} (n+1)\mu \frac{f_{i-j} f_j^{(n)}}{f_i^{(n+1)}}, & j \leq i \leq R; \\ 0, & j > i; \end{cases} \quad (3.53)$$

$$(n+1, i) \in \tilde{X}_{n+1}, (n, j) \in \tilde{X}_n, n = \overline{1, N-1},$$

$$\psi_N(I(N, i), I(N, j)) = \begin{cases} N\gamma \sum_{s=0}^i \frac{f_s f_{i-s}^{(N-1)}}{f_i^{(N)}} f_{j-i+s}, & i < j; \\ \left[N\mu + N\gamma \left(1 - \sum_{s=0}^i \frac{f_s f_{i-s}^{(N-1)}}{f_i^{(N)}} f_s \right) \right], & i = j; \\ N\gamma \sum_{s=i-j}^i \frac{f_s f_{i-s}^{(N-1)}}{f_i^{(N)}} f_{j-i+s}, & i > j; \end{cases}$$

$$(N, i), (N, j) \in \tilde{X}_N. \quad (3.54)$$

Стационарные вероятности

$$q_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = 0\}, \quad (3.55)$$

$$q_k(r) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k, \delta(t) = r\}, (k, r) \in \tilde{X}_k, \quad (3.56)$$

являются единственным решением системы уравнений равновесия

$$\lambda q_0 \sum_{j=0}^R f_j = \mu \sum_{j: (1, j) \in \tilde{X}_1} q_1(j); \quad (3.57)$$

$$\left(\lambda \sum_{j=0}^{R-r} f_j + k\mu + k\gamma \right) q_k(r) = \lambda \sum_{j \geq 0, (k-1, r-j) \in \tilde{X}_{k-1}} q_{k-1}(r-j) f_j +$$

$$+ (k+1)\mu \sum_{j \geq 0, (k+1, r+j) \in \tilde{X}_{k+1}} q_{k+1}(r+j) \frac{f_j f_r^{(k)}}{f_{j+r}^{(k+1)}} +$$

$$+ k\gamma \sum_{j: (k, j) \in \tilde{X}_k} q_k(j) \sum_{i=\max(0, j-r)}^j \frac{f_i f_{j-i}^{(k-1)}}{f_j^{(k)}} f_{r-j+i},$$

$$1 \leq k \leq N-1, (k, r) \in \tilde{X}_k; \quad (3.58)$$

$$(N\mu + k\gamma) q_N(r) = \lambda \sum_{j \geq 0, (N-1, r-j) \in \tilde{X}_{N-1}} q_{N-1}(r-j) f_j + \quad (3.59)$$

$$+N\gamma \sum_{j:(N,j) \in \tilde{X}_N} q_N(j) \sum_{i=\max(0,j-r)}^j \frac{f_i f_{j-i}^{(N-1)}}{f_j^{(N)}} f_{r-j+i}, (N,r) \in \tilde{X}_N.$$

Стационарные вероятности (3.55), (3.56) могут быть найдены численно методом *UL*-разложения СУР (3.57) - (3.59) в матричном виде $\mathbf{q}^T \mathbf{A} = \mathbf{0}^T$, $\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{1} = 1$. Обозначим подвекторы стационарных вероятностей $\mathbf{q}_0 = \{q_0\}$ и $\mathbf{q}_k = \{q_k(r)\}_{(k,r) \in \tilde{X}_k}$ для всех $1 \leq k \leq N$, тогда СУР в матричном виде с учетом блочного трехдиагонального вида матрицы интенсивностей переходов \mathbf{A} примет вид

$$\mathbf{q}_0 \Psi_0 + \mathbf{q}_1 \mathbf{M}_0 = \mathbf{0}, \quad (3.60)$$

$$\mathbf{q}_i \Psi_i + \mathbf{q}_{i+1} \mathbf{M}_i + \mathbf{q}_{i-1} \Lambda_i = \mathbf{0}, 1 \leq i \leq N-1, \quad (3.61)$$

$$\mathbf{q}_N \Psi_N + \mathbf{q}_{N-1} \Lambda_N = \mathbf{0}. \quad (3.62)$$

В рассматриваемой системе блокировки могут возникать как при поступлении новых заявок, так и при поступлении сигналов. Вероятность блокировки вновь поступившей заявки B_1 , вероятность блокировки заявки при поступлении сигнала B_2 и среднее число занятого ресурса b вычисляются по формулам:

$$B_1 = 1 - \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{r:(k,r) \in \tilde{X}_k} q_k(r) \sum_{j=0}^{R-r} p_j, \quad (3.63)$$

$$B_2 = \sum_{k=1}^N \sum_{r:(k,r) \in \tilde{X}_k} q_k(r) \sum_{j=0}^r \frac{p_j p_{r-j}^{(k-1)}}{p_r^{(k)}} \left(1 - \sum_{i=0}^{R-r+j} p_i \right), \quad (3.64)$$

$$b = \sum_{k=0}^N \sum_{r:(k,r) \in \tilde{X}_k} r q_k(r). \quad (3.65)$$

4. МОДЕЛЬ СХЕМЫ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ

4.1. Система совместного использования ресурсов беспроводной сети

Система совместного использования радиочастот (Licensed Shared Access, LSA) позволяет осуществлять более эффективное управление распределением спектра между ограниченным числом сторон в соответствии с четкими заранее определенными правилами.

Разработки по данной системе начались в 2011 году в Европе. По поручению Европейской комиссии (European Commission, EC), Группа по политике в области использования спектра (Radio Spectrum Policy Group, RSPG) впервые высказала свое мнение об LSA в документе RSPG 13-538 в ноябре 2013 года. В результате этого, в начале 2014 года Европейской комиссией был выпущен мандат на стандартизацию мобильных/фиксированных сетей (Mobile/Fixed Communications Networks, MFCN) на частотах 2.3 – 2.4 ГГц. В настоящее время совместное использование спектра LSA поддерживается Европейской конференцией администраций почтовых служб и служб связи (European Conference of Postal and Telecommunications Administrations, CEPT). С другой стороны, Европейский институт стандартизации в области телекоммуникации (European Telecommunications Standards Institute, ETSI) получил мандат M/512 на стандартизацию LSA. К настоящему времени были выпущены спецификации ETSI TR 103 113, ETSI TS 103 154, ETSI TS 103 235, ETSI TS 103 379 [4.1-4.4].

LSA представляет собой официально утвержденное совместное использование одной и той же полосы частот по крайней мере двумя сторонами – владельцем (имеющим права на полосу частот) и арендатором (временным пользователем полосы частот) – согласно заранее утвержденному соглашению. Другими словами, LSA гарантирует, что владелец сохраняет право использования полосы частот везде и всегда без потери качества, а арендатор не использует данную полосу, если она понадобилась владельцу (или, по крайней мере, использует ее, не создавая интерференции с сигналом владельца). В роли владельца может выступать, например, международная координирующая организация, государство, оператор. В роли арендатора может выступать, например, оператор [4.5-4.7]. В настоящее время в различных странах выделен диапазон частот для использования LSA. В Европе, Австралии, Китае, Индии для LSA используются частоты 2.3–2.4 ГГц, в Корее, Малайзии и Гонконге – 2.3–2.39 ГГц, в Новой Зеландии и Вьетнаме – 2.3–2.395 ГГц.

На рис. 4.1 представлена архитектура LSA, и показаны задействованные ключевые участники: владелец LSA полосы (Incumbent), регулятор (National Regulatory Authority, NRA) и арендатор LSA полосы (LSA Licensee). Владелец сдает LSA полосы в аренду и получает дополнительную экономическую выгоду. Регулятор согласовывает права использования LSA полосы между владельцем и арендатором. Арендатор получает доступ к LSA полосе в соответствии с правилами договора аренды.

Для реализации системы LSA необходимо наличие двух элементов архитектуры: базы данных (БД) LSA и контроллера LSA. БД LSA содержит текущие данные об использовании LSA полосы владельцем (на какой территории, в какие промежутки времени и на каких частотах), а также информацию о доступности LSA полосы и об условиях ее использования арендатором, полученную от регулятора. Управление БД LSA может осуществлять регулятор, владелец или третье лицо. Контроллер LSA, учитывая полученную из БД LSA информацию, управляет доступом арендатора к LSA полосе. Контроллером LSA может управлять регулятор, арендатор или третье лицо.

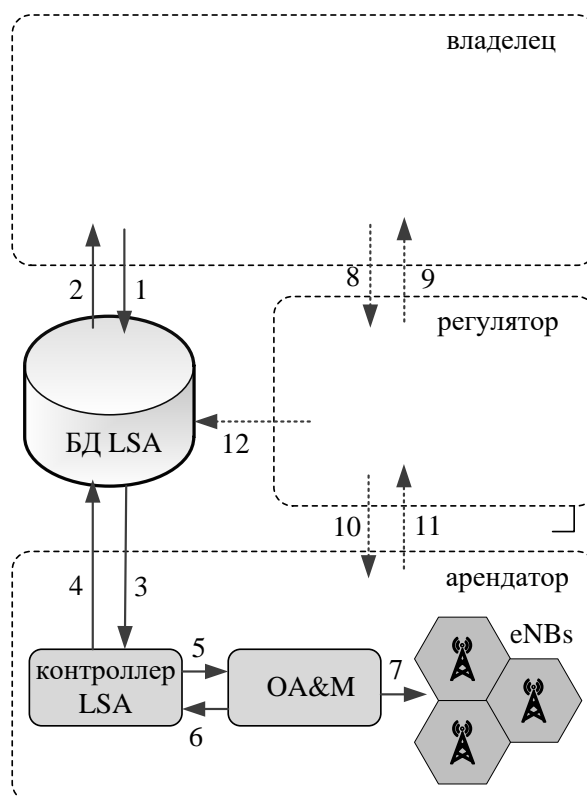


Рис. 4.1. Архитектура системы совместного использования лицензированного спектра LSA

На стороне оператора управление как базовыми, так и доступными арендатору LSA полосами осуществляет объект OA&M (Operations, Administration and Maintenance). После получения информации от контроллера LSA объект OA&M взаимодействует с БС оператора, которые затем либо продолжают обеспечивать передачу пользователями данных на LSA частотах, либо перенаправляют пользователей на базовую (индивидуальную для арендатора) полосу, либо уменьшают мощность передаваемого сигнала от пользователей для того, чтобы не создавать помех владельцу.

На рис. 4.1 стрелками обозначено взаимодействие элементов архитектуры. Опишем это взаимодействие более подробно. Владелец сообщает регулятору о наличии свободных LSA полос и условиях их аренды (8). Регулятор согласовывает с арендатором и владельцем выдвинутые последним условия аренды, утверждает эти условия, составляет коммерческое соглашение и выдает аренда-

тору временную лицензию на использовании LSA полосы (8), (9), (10), (11), а также сообщает БД LSA информацию об условиях аренды LSA полос и об их изменениях (12). Владелец сообщает БД LSA информацию о доступности LSA полос (на какой территории, в какие промежутки времени и на каких частотах) (1). При этом владелец получает из БД LSA информацию о том, что LSA полосы были ему возвращены (например, по истечении договора аренды) (2). LSA контроллер получает из БД LSA информацию о доступности LSA полос и правилах их использования (3), сообщает БД LSA информацию об аренде или возврате полос (4), а объекту OA&M – информацию о доступности LSA полос, необходимости их освобождения или ограничения мощности в пределах LSA полос (5). Объект OA&M после этого осуществляет конфигурацию сети (задействие выделенных LSA полос, ограничение мощности сигнала БС и абонентских устройств, освобождение LSA полос) (7), а затем сообщает LSA контроллеру об освобождении LSA полос, либо об ограничении мощности в их пределах (6).

4.2. Модель с прерыванием обслуживания

Описать систему с совместным использованием ресурсов с точки зрения арендатора можно в виде системы массового обслуживания с ненадежными приборами. При этом входящий поток заявок будет описывать активность пользователей мобильного оператора, а отказы и восстановления – активность владельца [4.8-4.10]. Применение гибкой политики управления мощностью реализуется в виде динамического управления числом приборов, занимаемых заявкой [4.11-4.13]. Дальнейшее развитие моделей – это учет удаленности устройств от базовой станции в виде системы массового обслуживания с входящим потоком, определяемым не только случайной (СВ) длительности интервалов между поступлениями соседних заявок, но и второй СВ, характеризующей данное расстояние [4.14-4.16]. Еще один класс моделей с нестационарными нагрузочными параметрами системы [4.17] актуален, в частности для анализа влияния суточного профиля трафика на качество предоставления услуг пользователям мобильной сети.

На систему, состоящую из S ненадежных приборов и очереди длины r , поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ . Предполагается, что находящиеся на приборах заявки сохраняют за собой место в очереди. При этом приборы могут одновременно отказывать с интенсивностью α , а затем восстанавливаться через некоторое время с интенсивностью β . Отказ и восстановление приборов распределены по экспоненциальному закону. Если в момент поступления заявки в системе есть свободные приборы, то заявка поступает на обслуживание, занимает один прибор и обслуживается на нем в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром μ . Если же в момент поступления заявки в системе нет свободных приборов для ее обслуживания, то заявка помещается в очередь. В случае если очередь полна, поступившая заявка теряется.

Заявка будет обслуживаться без прерывания, если за время ее обслужива-

ния не произойдет отказ приборов. Если же за время обслуживания заявки приборы откажут, то возникнет задержка в обслуживании до момента их восстановления, далее заявка будет обслуживаться с того момента, на котором была прервана. Таким образом, данную систему можно описать в виде многолинейной СМО с ненадежными приборами.

Введем упрощающее предположение, которое заключается в том, что приборы могут отказывать, когда система не пуста. Это можно объяснить тем, что ситуация, при которой в зоне покрытия мобильного оператора не будет ни одного активного пользователя, может возникнуть крайне редко, и, следовательно, ей можно пренебречь. Поэтому рассматривается случай, когда хотя бы одному пользователю предоставляется услуга мобильного оператора во время изъятия полосы частот совместного использования.

Поскольку для оператора, имеющего доступ к полосе частот совместного использования, наибольший интерес представляют показатели прерывания обслуживания пользователей, а в рамках данной модели таким показателем является среднее число прерванных пользователей, ожидающих возобновления обслуживания, введем СП наиболее очевидным способом для расчета данной характеристики.

Пусть $M_1(t)$ – число заявок в очереди, ожидающих начала обслуживания в момент t , $M_2(t)$ – число заявок в очереди с прерванным обслуживанием в момент t , а $N(t)$ – число заявок на ненадежных приборах в момент t . Тогда функционирование системы можно описать составным марковским СП $\{(N(t), M_1(t), M_2(t)), t \geq 0\}$ над пространством состояний:

$$X := \left\{ \begin{array}{l} (n, m_1, m_2) : (n, 0, 0), n = 0, 1, \dots, C; (C, m_1, 0), \\ m_1 = 1, \dots, r - C; \\ (0, m_1, m_2), m_1 \geq 0, 1 \leq m_2 \leq C, m_1 + m_2 \leq r \end{array} \right\}. \quad (4.1)$$

Рассмотрим режимы работы ненадежных приборов более подробно. Предположим, что происходит обслуживание $n = 0, \dots, C$ заявок. Тогда в случае отказа приборов все n заявок перейдут в очередь и будут там находиться до момента восстановления приборов. При этом в очереди приоритетные места займут те заявки, обслуживание которых было прервано. С другой стороны, пусть n заявок находятся в очереди непосредственно перед восстановлением приборов. Если $n = 0, \dots, C$, то после восстановления приборов n заявок продолжат обслуживание и очередь останется пуста. Если же $n = C, \dots, r$, то все приборы окажутся заняты, а $n - C$ заявок останутся в очереди ожидать начала обслуживания.

Составим диаграмму интенсивностей переходов с учетом трех групп состояний: приборы исправны, приборы неисправны и число заявок в очереди $1 \leq m_1 + m_2 \leq C$, приборы неисправны и число заявок в очереди $C + 1 \leq m_1 + m_2 \leq r$ (см. рис. 4.2).

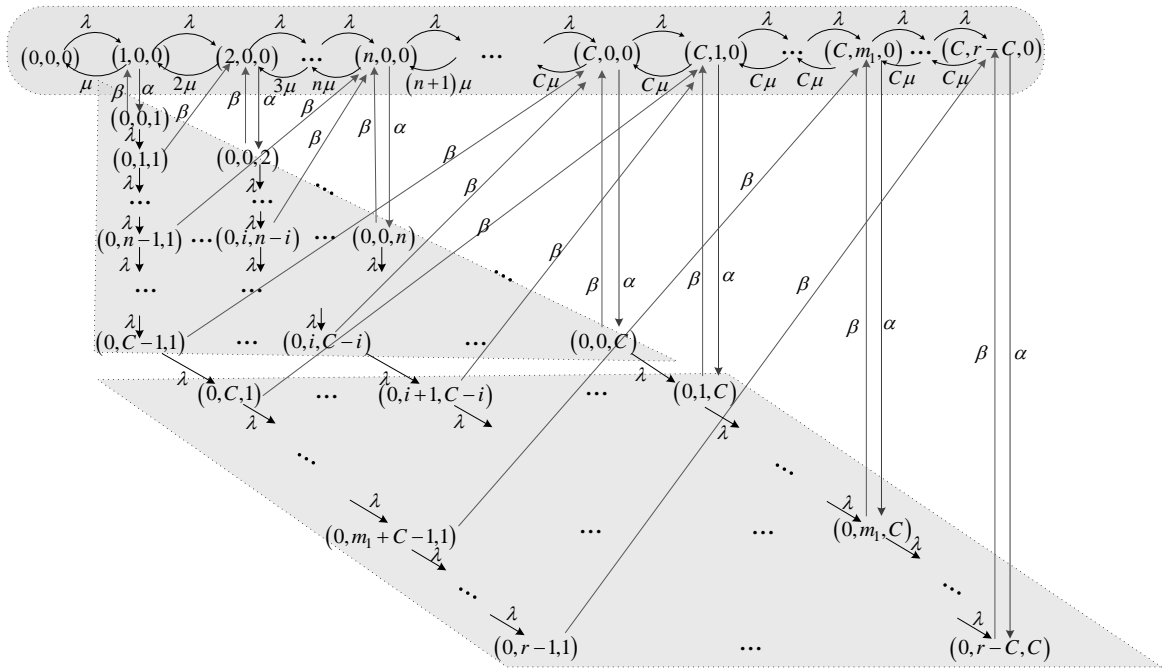


Рис. 4.2. Диаграмма интенсивностей переходов марковского процесса $(N(t), M_1(t), M_2(t))$

Из диаграммы на рис. 4.2 видно, что СП $\{(N(t), M_1(t), M_2(t)), t \geq 0\}$ не является обратимым. Из этого следует, что стационарное распределение $p(n, m_1, m_2)$ не представимо в мультипликативном виде и может быть найдено с помощью численного решения системы уравнений глобального баланса (СУГБ), например, при помощи матрично-геометрического метода [4.18].

Вычислив распределение $p(n, m_1, m_2)$, можно рассчитать основные вероятностно-временные характеристики (ВВХ) модели:

- вероятность блокировки заявки

$$B = p(C, r - C, 0) + \sum_{m_2=1}^C p(0, r - m_2, m_2), \quad (4.2)$$

- вероятность того, что приборы неисправны

$$P\{s = 0\} = \sum_{m_2=1}^C \sum_{m_1=0}^{r-m_2} p(0, m_1, m_2), \quad (4.3)$$

- среднее число заявок в очереди

$$Q = \sum_{m_1=1}^{r-C} m_1 p(C, m_1, 0) + \sum_{m_2=1}^C \sum_{m_1=0}^{r-m_2} m_1 p(0, m_1, m_2) + \sum_{m_2=1}^C \sum_{m_1=0}^{r-m_2} m_2 \cdot p(0, m_1, m_2), \quad (4.4)$$

- среднее число заявок, ожидающих начала обслуживания

$$Q_1 = \sum_{m_1=1}^{r-C} m_1 p(C, m_1, 0) + \sum_{m_2=1}^C \sum_{m_1=0}^{r-m_2} m_1 p(0, m_1, m_2), \quad (4.5)$$

– среднее число заявок в очереди с прерванным обслуживанием

$$Q_2 = \sum_{m_2=1}^C \sum_{m_1=0}^{r-m_2} m_2 \cdot p(0, m_1, m_2). \quad (4.6)$$

Как можно заметить, введенный СП позволяет получить формулу расчета среднего числа прерванных пользователей, ожидающих возобновления обслуживания (среднего числа заявок в очереди с прерванным обслуживанием). Однако расчет по данной формуле имеет большую вычислительную сложность. Для того, чтобы значительно сократить сложность расчета и анализа данной характеристики, введем новый СП путем объединения типов заявок в очереди, т.е. $m = m_1 + m_2$. Тогда функционирование системы можно описать двумерным марковским СП $\{(N(t), M(t)), t \geq 0\}$ над пространством состояний:

$$Y = \left\{ \begin{array}{l} (n, m) : (n, 0), n = 0, \dots, C; (C, m), \\ m = 1, \dots, r - C; (0, m), m = 1, \dots, r \end{array} \right\}, \quad (4.7)$$

где n – число заявок на ненадежных приборах, а $m = m_1 + m_2$ – число заявок в очереди.

Составим диаграмму интенсивностей переходов (рис. 4.3) с учетом трех групп состояний: приборы исправны и очередь пуста, приборы исправны и очередь не пуста, приборы неисправны. Данный СП также необратим, в связи с чем решение $p(n, m)$ может быть получено с помощью численного решения СУГБ. Тем не менее, для снижения сложности вычислений может быть разработан рекуррентный алгоритм для расчета стационарного распределения вероятностей. Обозначим $q(n, m)$ «ненормированную вероятность» того, что число заявок на ненадежных приборах n , число заявок в очереди m . Тогда справедлива лемма 4.1.

Лемма 4.1. Ненормированные вероятности $q(n, m)$ вычисляются по рекуррентным соотношениям

$$1) q(0, 0) = 1, \quad (4.8)$$

$$q(1, 0) = \frac{\lambda}{\mu}, \quad (4.9)$$

$$q(0, 1) = \frac{\alpha \lambda}{(\lambda + \beta) \mu}, \quad (4.10)$$

$$2) q(n,0) = \left(\frac{\lambda + \alpha}{n\mu} + \frac{n-1}{n} \right) q(n-1,0) - \frac{\lambda}{n\mu} q(n-2,0) - \frac{\beta}{n\mu} q(0,n-1), \quad n = 2, \dots, C, \quad (4.11)$$

$$q(0,n) = \frac{\alpha}{\beta + \lambda} q(n,0) + \frac{\lambda}{\beta + \lambda} q(0,n-1), \quad n = 2, \dots, C, \quad (4.12)$$

$$3) q(C,1) = \left(\frac{\lambda + \alpha}{C\mu} + 1 \right) q(C,0) - \frac{\lambda}{C\mu} q(C-1,0) - \frac{\beta}{C\mu} q(0,C) \quad (4.13)$$

$$q(0,C+1) = \frac{\alpha}{\beta + \lambda} q(C,1) + \frac{\lambda}{\beta + \lambda} q(0,C), \quad (4.14)$$

$$4) q(C,n) = \left(\frac{\lambda + \alpha}{C\mu} + 1 \right) q(C,n-1) - \frac{\lambda}{C\mu} q(C,n-2) - \frac{\beta}{C\mu} q(0,n-1+C), \quad (4.15)$$

$n = 2, \dots, r - C,$

$$q(0,n+C) = \frac{\alpha}{\beta + \lambda} q(C,n) + \frac{\lambda}{\beta + \lambda} q(0,n-1+C), \quad n = 2, \dots, r - C - 1, \quad (4.16)$$

$$5) q(0,r) = \frac{\alpha}{\beta} q(C,r-C) + \frac{\lambda}{\beta} q(0,r-1). \quad (4.17)$$

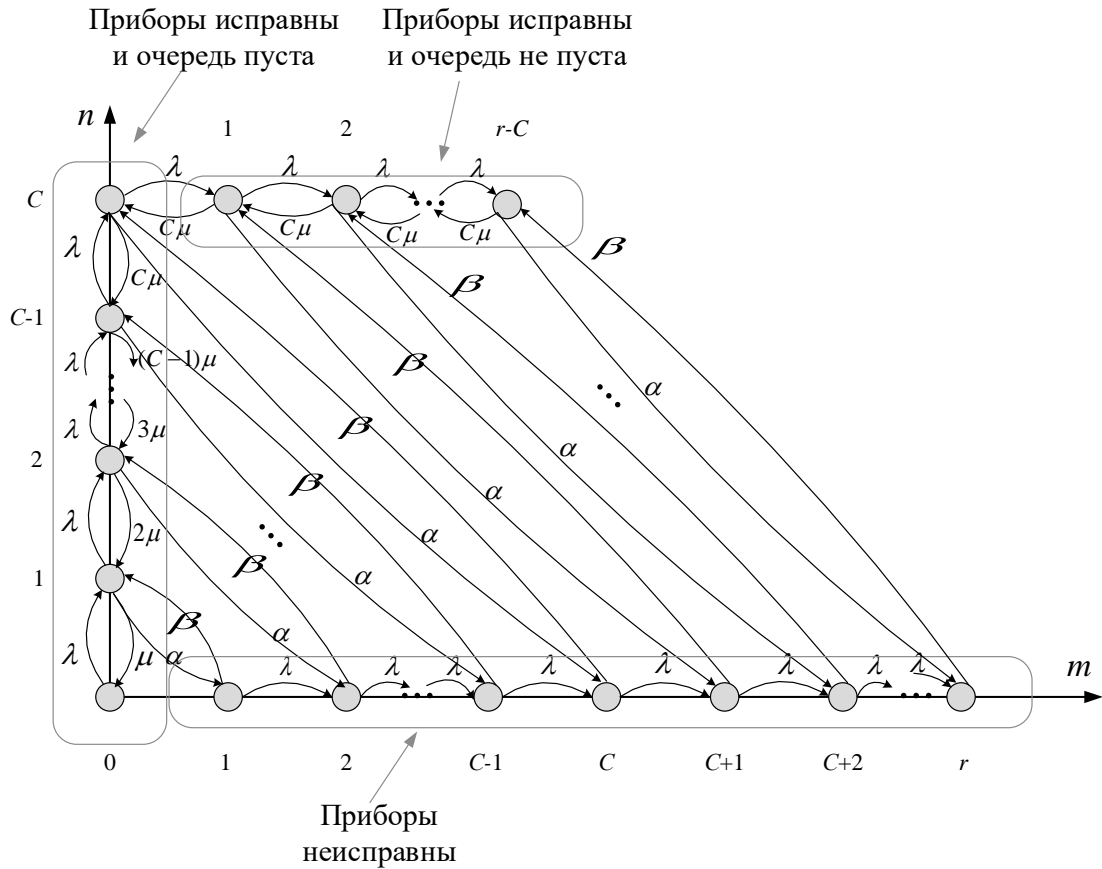


Рис. 4.3. Диаграмма интенсивностей переходов марковского процесса $(N(t), M(t))$

Заметим, что стационарное распределение вероятностей состояний модели вычисляется по формуле

$$p(n, m) = \frac{q(n, m)}{\sum_{(i, j) \in Y} q(i, j)}, \quad (n, m) \in Y. \quad (4.18)$$

Тогда вероятность блокировки заявки имеет вид

$$B = p(C, r - C) + p(0, r), \quad (4.19)$$

вероятность того, что приборы неисправны имеет вид

$$P\{s = 0\} = \sum_{m=1}^r p(0, m), \quad (4.20)$$

а среднее число заявок в очереди рассчитывается по формуле

$$Q = \sum_{m=1}^{r-C} mp(C, m) + \sum_{m=1}^r mp(0, m). \quad (4.21)$$

Формулы для расчета среднего числа Q_1 заявок, ожидающих начала обслуживания, и среднего числа Q_2 заявок в очереди с прерванным обслужива-

нием, не могут быть найдены из распределения вероятностей состояний модели. Для их расчета ниже будет предложен рекуррентный алгоритм, основанный на свойствах СВ, являющейся минимумом других независимых экспоненциально распределенных СВ [4.19].

Среднее число заявок в очереди, рассчитывающееся по формуле (4.21), состоит из среднего числа Q_1 заявок, ожидающих начала обслуживания, и среднего числа Q_2 заявок в очереди с прерванным обслуживанием

$$Q = Q_1 + Q_2 = \sum_{k=1}^{r-1} k \cdot P\{m_1 = k\} + \sum_{k=1}^C k \cdot P\{m_2 = k\}, \quad (4.22)$$

где $P\{m_1 = k\}$ – вероятность того, что k заявок ожидают начала обслуживания и $P\{m_2 = k\}$ – вероятность того, что обслуживание k заявок было прервано.

Однако формулы для расчета Q_1 и Q_2 не могут быть получены в явном виде из формул, поскольку для каждого состояния (n, m) невозможно определить, какое количество из m заявок в очереди составляют заявки, ожидающие начала обслуживания, и заявки с прерванным обслуживанием.

Найти Q_1 и Q_2 позволяет вероятностный подход, основанный на свойствах СВ, являющейся минимумом других независимых экспоненциально распределенных СВ. Для нахождения вероятностей $P\{m_1 = k\}$ будем использовать формулу полной вероятности

$$P\{m_1 = k\} = \sum_{(n,m) \in Y} p(n, m) A_k(n, m), \quad k = 0, \dots, r-1, \quad (4.23)$$

где $A_k(n, m)$ – вероятность того, что k заявок ожидают начала обслуживания в состоянии (n, m) .

Введем вспомогательные вероятности $P_\alpha(m)$, $P_\lambda(m)$ и $R_j(m)$:

- $P_\alpha(m)$ – вероятность того, что СП перешел в состояние $(0, m)$ по причине отказа ненадежных приборов;
- $P_\lambda(m)$ – вероятность того, что СП перешел в состояние $(0, m)$ по причине поступления заявки;
- $R_j(m)$ – вероятность того, что СП перешел в состояние $(0, m)$ по причине отказа ненадежных приборов, оказавшись в состоянии $(0, j)$, и последующего поступления $(m - j)$ заявок.

Утверждение 4.1. Вероятности $P_\alpha(m)$, $P_\lambda(m)$ и $R_j(m)$ вычисляются по формулам

$$P_\alpha(m) = \begin{cases} 1, & m = 1, \\ \frac{\alpha p(m,0)}{\alpha p(m,0) + \lambda p(0,m-1)}, & m = 2, \dots, C, \\ \frac{\alpha p(C, m-C)}{\alpha p(C, m-C) + \lambda p(0, m-1)}, & m = C+1, \dots, r, \end{cases} \quad (4.24)$$

$$P_\lambda(m) = \begin{cases} 0, & m = 1, \\ \frac{\lambda p(0, m-1)}{\alpha p(m,0) + \lambda p(0, m-1)}, & m = 2, \dots, C, \\ \frac{\lambda p(0, m-1)}{\alpha p(C, m-C) + \lambda p(0, m-1)}, & m = C+1, \dots, r. \end{cases} \quad (4.25)$$

$$R_j(m) = P_\alpha(j) \prod_{i=j+1}^m P_\lambda(i), \quad j=1, \dots, m, \quad m=1, \dots, r, \quad (4.26)$$

Утверждение 4.2. Вероятности $A_k(n, m)$ рассчитываются по формулам:

$$A_k(n, m) = \begin{cases} 1, & k = 0, \\ 0, & k = 1, \dots, r-1, \end{cases} \quad (n, m) \in Y(1), \quad (4.27)$$

$$A_k(n, m) = \begin{cases} 1, & k = m, \\ 0, & k = 0, \dots, m-1, \\ & k = m+1, \dots, r-1, \end{cases} \quad (n, m) \in Y(2), \quad (4.28)$$

$$A_k(n, m) = \begin{cases} R_{m-k}(m), & k = 0, \dots, m-1, \\ 0, & k = m, \dots, r-1, \end{cases} \quad (n, m) \in Y(3), \quad (4.29)$$

$$A_k(n, m) = \begin{cases} \sum_{i=C}^m R_i(m), & k = m-C, \\ R_{m-k}(m), & k = m-C+1, \dots, m-1, \\ 0, & k = 0, \dots, m-C-1, \\ & k = m, \dots, r-1. \end{cases} \quad (4.30)$$

$$(n, m) \in Y(4),$$

Лемма 4.2. Распределение вероятностей $P\{m_1 = k\}$ вычисляется по формулам:

$$P\{m_1 = 0\} = \sum_{n=0}^C p(n,0) + p(0,1) + \sum_{m=2}^C p(0,m) R_m(m), \quad (4.31)$$

$$P\{m_1 = k\} = p(C, k) + \sum_{m=k+1}^{k+C-1} p(0, m) R_{m-k}(m) +$$

$$+ p(0, k+C) \sum_{i=C}^{k+C} R_i(k+C), \quad k=1, \dots, r-C, \quad (4.32)$$

$$P\{m_1 = k\} = \sum_{m=k+1}^r p(0, m) R_{m-k}(m), \quad k=r-C+1, \dots, r-1. \quad (4.33)$$

Окончательно имеем, что среднее число заявок в очереди, ожидающих начала обслуживания, и среднее число заявок в очереди с прерванным обслуживанием вычисляются по формулам

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{r-1} k \cdot P\{m_1 = k\}, \quad (4.34)$$

$$Q_2 = \sum_{m=1}^{r-C} mp(C, m) + \sum_{m=1}^r mp(0, m) - \sum_{k=1}^{r-1} k \cdot P\{m_1 = k\}. \quad (4.35)$$

4.3. Модель с надежными и ненадежными приборами

Рассмотрим систему, состоящую из C_1 надежных приборов и C ненадежных приборов, а также очереди размера r , с входящим пуассоновским потоком заявок интенсивности λ . Заявки занимают сначала надежные приборы. В случае отсутствия свободных надежных приборов, заявки занимают ненадежные приборы. Предполагается, что находящиеся на ненадежных приборах заявки сохраняют за собой место в очереди, а ненадежные приборы могут одновременно отказывать с интенсивностью α , а затем восстанавливаться через некоторое время с интенсивностью β . Предполагается, что время пребывания в состояниях отказа и восстановления распределено по экспоненциальному закону. Если в момент поступления заявки в системе есть свободные приборы, то заявка занимает один прибор и обслуживается на нем в течение случайного времени, имеющего экспоненциальное распределение с параметром μ . Если же в момент поступления заявки в системе нет свободных приборов для ее обслуживания, то заявка помещается в очередь. В случае если очередь полна, поступившая заявка теряется. Если ненадежные приборы отказывают, то обслуживающиеся на них заявки немедленно занимают свободные надежные приборы и на них дообслуживаются. В случае отсутствия свободных мест на надежных приборах заявки переходят в очередь для ожидания. После восстановления ненадежных приборов, либо появления свободных мест на надежных приборах прерванные заявки продолжают обслуживаться с того места, на котором были прерваны.

Пусть $N_1(t)$ – число заявок на надежных приборах в момент t , $N(t)$ – число заявок на ненадежных приборах в момент t , $M(t)$ – число заявок в очереди в момент t , $S(t)$ – состояние ненадежных приборов в момент t : $S(t) = 1$, если все приборы исправны в момент t , $S(t) = 0$, если все приборы неисправны в момент t . Тогда функционирование системы описывает марковский СП $\{(N_1(t), N(t), M(t), S(t)), t \geq 0\}$, а в некоторый момент времени состояние системы описывается вектором (n_1, n, m, s) .

Приведем подробное описание функционирования системы с учетом четырех типов событий, которые могут произойти: поступление заявки, обслуживание заявки, отказ ненадежных приборов, восстановление ненадежных приборов. Первые два типа событий опишем, учитывая два случая: когда ненадежные приборы исправны и ненадежные приборы неисправны.

При поступлении заявки, когда ненадежные приборы исправны, возможны три случая.

- Заявка будет обслуживаться на ненадежном приборе. Данный случай возможен, когда нет свободных надежных приборов, при этом есть хотя бы один свободный ненадежный прибор, т.е. при $n_1 = C_1$, $n < C$, $s = 1$.
- Заявка будет ожидать в очереди. Данный случай возможен, когда нет свободных надежных и ненадежных приборов, при этом есть хотя бы одно свободное место в очереди, т.е. при $n_1 = C_1$, $n = C$, $m < r - C$, $s = 1$.
- Заявка будет заблокирована, не влияя на интенсивность породившего его пуассоновского потока. Данный случай возможен, когда нет свободных надежных и ненадежных приборов, а также нет свободных мест в очереди, т.е. при $n_1 = C_1$, $n = C$, $m = r - C$, $s = 1$.

При поступлении заявки, когда ненадежные приборы неисправны, возможны два случая.

- Заявка будет ожидать в очереди. Данный случай возможен, когда нет свободных надежных приборов, при этом есть хотя бы одно свободное место в очереди, т.е. при $n_1 = C_1$, $m < r$, $s = 0$.
- Заявка будет заблокирована, не влияя на интенсивность породившего его пуассоновского потока. Данный случай возможен, когда нет свободных надежных, а также нет свободных мест в очереди, т.е. при $n_1 = C_1$, $m = r$, $s = 0$.

При поступлении заявки вне зависимости от состояния ненадежных приборов возможен один случай.

- Заявка будет обслуживаться на надежном приборе. Случай возможен, когда есть хотя бы один свободный надежный прибор, т.е. при $n_1 < C_1$.

При завершении обслуживания заявки и ее ухода из системы, когда ненадежные приборы исправны, возможны четыре случая.

- Заявка завершит обслуживание на надежном приборе, ненадежные при-

боры при этом свободны. Данный случай возможен, когда хотя бы один надежный прибор занят, при этом все надежные приборы свободны, т.е. при $n_1 > 0$, $n = 0$, $s = 1$.

- Заявка завершит обслуживание на ненадежном приборе, надежные приборы при этом свободны, а очередь пуста. Данный случай возможен, когда хотя бы один ненадежный прибор занят, при этом все надежные приборы свободны, т.е. при $n_1 = 0$, $n > 0$, $s = 1$.
- Заявка завершит обслуживание либо на надежном приборе, либо на ненадежном приборе, очередь при этом пуста. Данный случай возможен, когда хотя бы один надежный и ненадежный прибор занят, при этом очередь пуста, т.е. при $n_1 > 0$, $n > 0$, $m = 0$, $s = 1$.
- Заявка завершит обслуживание либо на надежном приборе, либо на ненадежном приборе, очередь при этом не пуста. Данный случай возможен, когда хотя бы один надежный и ненадежный прибор занят, при этом очередь не пуста, т.е. при $n_1 = C_1$, $n = C$, $m > 0$, $s = 1$.

При завершении обслуживания заявки и ее ухода из системы, когда ненадежные приборы неисправны, возможны два случая.

- Заявка завершит обслуживание на надежном приборе, очередь при этом пуста. Данный случай возможен, когда хотя бы один надежный прибор занят, при этом нет заявок в очереди, т.е. при $n_1 > 0$, $m = 0$, $s = 0$.
- Заявка завершит обслуживание на надежном приборе, очередь при этом не пуста. Данный случай возможен, когда хотя бы один надежный прибор занят, при этом есть хотя бы одна заявка в очереди, т.е. при $n_1 = C_1$, $m > 0$, $s = 0$.

При отказе ненадежных приборов возможны четыре случая.

- Перемещение заявок с ненадежных приборов не произойдет. Данный случай возможен, когда ненадежные приборы исправны, но при этом свободны, т.е. при $n = 0$, $s = 1$.
- Заявки, обслуживаемые на ненадежных приборах, перейдут на обслуживание на надежные приборы. Данный случай возможен, когда ненадежные приборы исправны, хотя бы один ненадежный прибор занят, при этом достаточно надежных приборов для принятия заявок с ненадежных приборов, т.е. при $n_1 \leq C_1 - n$, $n > 0$, $s = 1$.
- Часть заявок, обслуживаемых на ненадежных приборах, перейдет на обслуживание на надежные приборы, остальные перейдут в очередь. Данный случай возможен, когда ненадежные приборы исправны, хотя бы два ненадежных прибора заняты, при этом есть хотя бы один свободный надежный прибор, т.е. при $C_1 - n < n_1 < C_1$, $n > 1$, $s = 1$.
- Заявки, обслуживаемые на ненадежных приборах, перейдут в очередь. Данный случай возможен, когда ненадежные приборы исправны, хотя бы один ненадежный прибор занят, при этом все надежные приборы заняты, т.е. при $n_1 = C_1$, $n > 0$, $s = 1$.

При восстановлении ненадежных приборов возможны три случая.

- Перемещение заявок на ненадежные приборы не произойдет. Данный случай возможен, когда ненадежные приборы неисправны, а очередь при этом пуста, т.е. при $m = 0, s = 0$.
- Все заявки из очереди перейдут на обслуживание на ненадежные приборы. Данный случай возможен, когда ненадежные приборы неисправны, при этом в очереди находится не более, чем C заявок, т.е. при $0 < m \leq C, s = 0$.
- C заявок из очереди перейдут на обслуживание на ненадежные приборы, остальные $m - C$ заявок останутся в очереди. Данный случай возможен, когда ненадежные приборы неисправны, при этом в очереди находится более, чем C заявок, т.е. при $C < m \leq r, s = 0$.

Данное описание возможных событий системы будем использовать далее для формирования матрицы A интенсивностей переходов СП $\{(N_1(t), N(t), M(t), S(t)), t \geq 0\}$. Пространство состояний модели удовлетворяет соотношению

$$\begin{aligned} Z = \{ & n_1 = 0, \dots, C_1, n = 0, \dots, C, m = 0, s = 1; n_1 = C_1, \\ & n = C, m = 1, \dots, r - C, s = 1; n_1 = 0, \dots, C_1, n = 0, m = 0, \\ & s = 0; n_1 = C_1, n = 0, m = 1, \dots, r, s = 0 \}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

На рис. 4.4 показана структура пространства состояний модели с учетом четырех групп состояний.

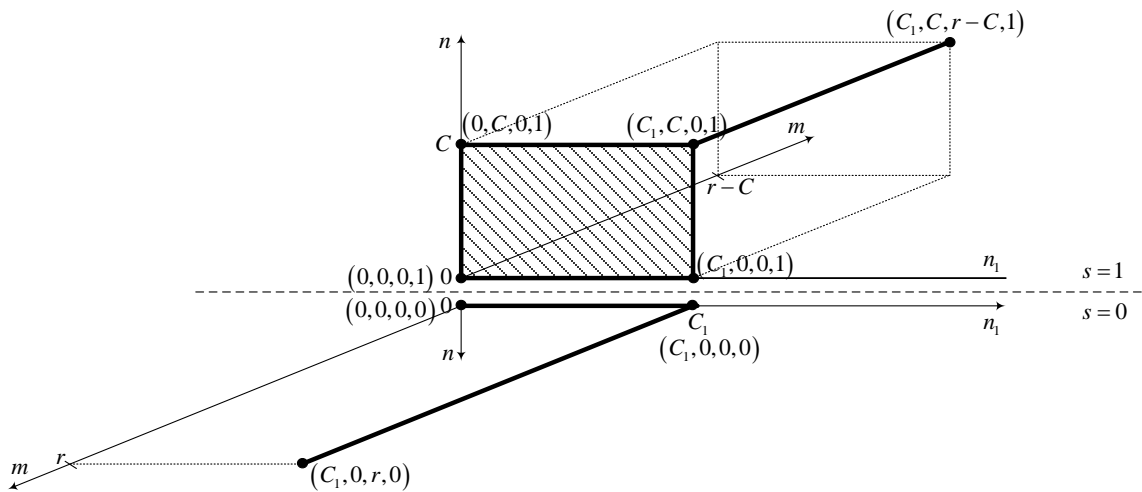


Рис. 4.4. Структура пространства состояний марковского процесса $(N_1(t), N(t), M(t), S(t))$

Лемма. 4.3. Если на множестве Z состояний системы введен лексикографический порядок

$$(n'_1, n', m', s') > (n_1, n, m, s) \Leftrightarrow n'_1 + n' + m' > n_1 + n + m$$

или $n'_1 + n' + m' = n_1 + n + m$ и

$(s' > s$ или $s' = s$ и $n'_1 < n_1)$,

$$(4.37)$$

тогда

1. Матрица интенсивностей переходов СП $(N_1(t), N(t), M(t), S(t))$ представима в блочном трехдиагональном виде

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_0 & \mathbf{\Lambda}_0 & & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_1 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \mathbf{\Lambda}_{C_1+r-1} \\ \mathbf{0} & & \mathbf{M}_{C_1+r} & \mathbf{N}_{C_1+r} \end{bmatrix}.$$

2. Размерности блоков матрицы \mathbf{A} определяются формулами

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_k &: \dim Z_k \times \dim Z_k, \quad k = 0, \dots, C_1 + r, \\ \mathbf{M}_k &: \dim Z_k \times \dim Z_{k-1}, \quad k = 1, \dots, C_1 + r, \\ \mathbf{\Lambda}_k &: \dim Z_k \times \dim Z_{k+1}, \quad k = 0, \dots, C_1 + r - 1, \end{aligned} \quad (4.38)$$

где

$$\dim Z_k = \begin{cases} k + 2, & k = 0, \dots, C, \\ C + 2, & k = C + 1, \dots, C_1, \\ C_1 + C + 2 - k, & k = C_1 + 1, \dots, C_1 + C, \\ 2, & k = C_1 + C + 1, \dots, C_1 + r. \end{cases} \quad (4.39)$$

3. Ненулевые элементы $\mathbf{\Lambda}_k$, \mathbf{M}_k , \mathbf{N}_k матрицы \mathbf{A} вычисляются по формулам

$$\mathbf{\Lambda}_k \left((n_1, n, m, s), (n'_1, n', m', s') \right) = \begin{cases} \lambda, & n'_1 = n_1 + 1, & n' = n, \\ & m' = m, & s' = s & \text{или} \\ & n'_1 = n_1 = C_1, & n' = n + 1, \\ & m' = m, & s' = s = 1 & \text{или} \\ & n'_1 = n_1 = C_1, & n' = n, \\ & m' = m + 1, & s' = s, \end{cases}$$

$$\mathbf{N}_k((n_1, n, m, s), (n'_1, n', m', s')) = \left\{ \begin{array}{l} \alpha, \quad n'_1 = n_1, \quad n' = n = 0, \\ \quad m' = m = 0, \quad s' = s - 1 \quad \text{или} \\ \quad n'_1 = n_1 + n, \quad n' = 0, \\ \quad m' = m = 0, \quad s' = s - 1 \quad \text{или} \\ \quad n'_1 = C_1, \quad n' = 0, \\ \quad m' = m + n - C_1 + n_1, \quad s' = s - 1, \\ \beta, \quad n'_1 = n_1, \quad n' = n = 0, \\ \quad m' = m = 0, \quad s' = s + 1 \quad \text{или} \\ \quad n'_1 = n_1 = C_1, \quad n' = n + m, \\ \quad m' = 0, \quad s' = s + 1 \quad \text{или} \\ \quad n'_1 = n_1 = C_1, \quad n' = C, \\ \quad m' = m - C, \quad s' = s + 1, \\ *) , \quad n'_1 = n_1, \quad n' = n, \\ \quad m' = m, \quad s' = s, \end{array} \right.$$

$$*) - (\lambda \cdot 1\{n_1 + n + m < C_1 + r\} + (n_1 + n)\mu + \alpha s + \beta(1 - s)).$$

Вычислив распределение $p(n_1, n, m, s)$, можно рассчитать основные ВВХ модели:

- вероятность E_1 ($E = \text{evacuation}$) успешной «эвакуации» всех заявок с ненадежных приборов при их отказе, т.е. вероятность того, что обслуживание ни одной заявки на ненадежных приборах не будет прервано при отказе ненадежных приборов;
- вероятность E_2 успешной «эвакуации» конкретной заявки при отказе ненадежных приборов, т.е. вероятность того, что обслуживание конкретной заявки на ненадежном приборе не будет прервано при отказе ненадежных приборов;
- вероятность I_1 ($I = \text{interruption}$) того, что обслуживание хотя бы одной заявки на ненадежных приборах будет прервано;
- вероятность I_2 того, что обслуживание конкретной заявки на ненадежном приборе будет прервано;
- вероятность B блокировки заявки;
- вероятность $P\{s = 0\}$ того, что ненадежные приборы неисправны;
- среднее число Q заявок в очереди.

Окончательно получаем, что вероятности E_1 и E_2 успешной «эвакуации», вероятности I_1 и I_2 прерывания обслуживания, вероятность B блокировки, вероятность $P\{s = 0\}$ неисправности ненадежных приборов, среднее

число Q заявок в очереди рассчитываются по формулам:

$$E_1 = \sum_{n=0}^C \sum_{n_1=0}^{C_1-n} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1), \quad (4.40)$$

$$E_2 = \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=0}^{C_1-n} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1) + \\ + \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=C_1-n+1}^{C_1-1} \frac{C_1-n_1}{n} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1), \quad (4.41)$$

$$I_1 = \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=C_1-n+1}^{C_1} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1) + \\ + \sum_{m=1}^{r-C-1} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (C + C_1)\mu} p(C_1, C, m, 1) \\ + \frac{\alpha}{\alpha + (C + C_1)\mu} p(C_1, C, r - C, 1), \quad (4.42)$$

$$I_2 = \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=C_1-n+1}^{C_1-1} \frac{n - C_1 + n_1}{n} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1) + \\ + \sum_{n=1}^C \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + C_1)\mu} p(C_1, n, 0, 1) + \\ + \sum_{m=1}^{r-C-1} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (C + C_1)\mu} p(C_1, C, m, 1) + \\ + \frac{\alpha}{\alpha + (C + C_1)\mu} p(C_1, C, r - C, 1), \quad (4.43)$$

$$B = p(C_1, 0, r, 0) + p(C_1, C, r - C, 1), \quad (4.44)$$

$$P\{s=0\} = \sum_{n_1=0}^{C_1} p(n_1, 0, 0, 0) + \sum_{m=1}^r p(C_1, 0, m, 0), \quad (4.45)$$

$$Q = \sum_{m=1}^r mp(C_1, 0, m, 0) + \sum_{m=1}^{r-C} mp(C_1, C, m, 1). \quad (4.46)$$

Таким образом, в главе 4 были рассмотрены две модели системы совместного использования ресурсов в беспроводной сети. Первая из них описывает случай, когда мобильный оператор имеет доступ только к одному типу ресурсов – полосе радиочастот, совместно используемой с ее владельцем и передава-

емой последнему в полном объеме по требованию. Вторая модель расширяет первую добавлением второго типа ресурсов – полосы радиочастот, доступ к которой имеет только оператор. Для двух систем проанализирован случай пользовательского трафика, терпимого к возникающим задержкам, в том числе по причине возникновения у владельца потребности в полосе совместного использования, описываемой отказами приборов. Для построенных систем массового обслуживания с ненадежными приборами и очередью получены формулы для расчета основных характеристик, актуальных для оператора – вероятности блокировки и прерывания обслуживания. Для первой модели расчет предлагается проводить по разработанному алгоритму, полученному исходя из вероятностных свойств экспоненциально распределенных случайных величин. Для второй модели – при помощи матрично-аналитических методов решения системы уравнения равновесия с инфинитезимальной матрицей, полученной в блочном трехдиагональном виде.

Литература

Глава 1

- 1.1. *Sachs J., Beijar N., Elmdahl P., Melen J., Militano F., and Salmela P.* Capillary Networks – A Smart Way to Get Things Connected // Ericsson Review, 2014. — Vol. 8. — Pp. 1–8.
- 1.2. *Shariatmadari H., Ratasuk R., Iraj S., Laya A., Taleb T., Jäntti R., and Ghosh A.* Machine-Type Communications: Current Status and Future Perspectives toward 5G Systems // IEEE Communications Magazine, 2015. — Vol. 53, no. 9. — Pp. 10–17.
- 1.3. *Andreev S., Galinina O., Pyattaev A., Gerasimenko M., Tirronen T., Torsner J., Sachs J., Dohler M., and Koucheryavy Y.* Understanding the IoT Connectivity Landscape: A Contemporary M2M Radio Technology Roadmap // IEEE Communications Magazine, 2015. — Vol. 53, no. 9. — Pp. 32–40.
- 1.4. *Palattella M.R., Dohler M., Grieco L.A., Rizzo G., Torsner J., Engel T., and Ladid L.* Internet of Things in the 5G Era: Enablers, Architecture, and Business Models // IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016. — Vol. 34, no. 3. — Pp. 510–527.
- 1.5. *Gazis V.* A Survey of Standards for Machine-to-Machine and the Internet of Things // IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2017. — Vol. 19, no. 1. — Pp. 482–511.
- 1.6. *Ометов А., Кучерявый Е. и Андреев С.* О роли беспроводных технологий связи в развитии «Интернета вещей», Информационные технологии и телекоммуникации (3) (2014) 31–40.
- 1.7. *Ometov A., Bezzateev S., Kannisto J., Harju J., Andreev S., Koucheryavy Y.* Facilitating the Delegation of Use for Private Devices in the Era of the Internet of Wearable Things, IEEE Internet of Things Journal 4 (4) (2017) 843–854.
- 1.8. *Zhou J., Cao Z., Dong X., Xiong N., Vasilakos A.V.* 4S: A secure and privacy-preserving key management scheme for cloud-assisted wireless body area network in m-healthcare social networks, Information Sciences 314 (2015) 255–276.
- 1.9. *Orsino A., Ometov A., Fodor G., Moltchanov D., Militano L., Andreev S., Yilmaz O., Tirronen T., Torsner J., Araniti G., Iera A., Dohler M., Koucheryavy Y.* Effects of Heterogeneous Mobility on D2D- and Drone-Assisted Mission-Critical MTC in 5G. IEEE Communications Magazine 55(2): 79-87 (2017)
- 1.10. *Li J.-Q., Yu F., Deng G., Luo C., Ming Z., Yan Q.* Industrial Internet: A Survey on the Enabling Technologies, Applications, and Challenges. IEEE Communications Surveys & Tutorials 19(3): 1504-1526 (2017)

- 1.11. *Militano L., Araniti G., Condoluci M., Farris I., Iera A.* Device-to-device communications for 5G Internet of Things, *EAI Endorsed Transactions on Internet of Things* 15 (1) (2015) 1–15.
- 1.12. *Orsino A., Guo W., Araniti G.* 5G Multiscale Mobility: A Look at Current and Upcoming Models in the Next Technology Era, *IEEE Vehicular Technology Magazine* 13 (1) (2018) 120–129.
- 1.13. *Leitao P., Colombo A.W., Karnouskos S.* Industrial automation based on cyber-physical systems technologies: Prototype implementations and challenges, *Computers in Industry* 81 (2016) 11–25.
- 1.14. *Seo H., Lee K.-D., Yasukawa S., Peng Y., Sartori P.* LTE evolution for vehicle-to-everything services, *IEEE Communications Magazine* 54 (6) (2016) 22–28.
- 1.15. *Orlov Y., Kirina-Lilinskaya E., Samouylov A., Ometov A., Moltchanov D., Gaimamaka Y., Andreev S., Samouylov K.* Time-dependent SIR analysis in shopping malls using fractal-based mobility models, in: *International Conference on Wired/Wireless Internet Communication (WWIC)*, Springer, 2017, pp. 16–25.

Глава 2

- 2.1. *Omm Г.* Методы подавления шумов и помех в электронных системах. – М.: Мир, 1979. – 318 с.
- 2.2. *Basharin G.P., Gaidamaka Yu.V., Samouylov K.E.* Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks. // *Automatic Control and Computer Sciences*. – 2013. – 47:2. – Pp. 62-69.
- 2.3. *Kim M., Han Y., Yoon Y., Chong Y., Lee H.* Modeling of adjacent channel interference in heterogeneous wireless networks. // *IEEE Communications Letters*. – 2013. – Vol. 17 – Issue 9. – Pp. 1774-1777.
- 2.4. *Andrews J.G., Claussen H., Dohler M., Rangan S., Reed M.C.* Femtocells: Past, Present, and Future // *IEEE JSAC, Special Issue on Femtocell Networks*. – 2012. – Vol. 30. – Issue 3. – Pp. 497-508.
- 2.5. *Baccelli F., Blaszczyszyn B.* Stochastic Geometry and Wireless Networks. – 2010. – Vol. 3, No. 3-4. Pp. 249–449; Vol. 4, No. 1-2. Pp. 1–312.
- 2.6. *Dohler M., Li Y.* Wireless Relay Channel in Cooperative Communications: Hardware, Channel & Physics. – John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 2010. – 464 p.
- 2.7. *Haenggi M.* Stochastic Geometry for Wireless Networks – Cambridge University Press, 2012. – 298 p.
- 2.8. *Stoyan D., Kendall W., Mecke J.* Stochastic geometry and its applications. – Wiley, 2nd ed., 1996. – 582 p.

- 2.9. *Гайдамака Ю.В., Самуилов А.К.* Метод расчета характеристик интерференции двух взаимодействующих устройств в беспроводной гетерогенной сети // Информатика и ее применения. – 2015. – Т. 9. – Вып. 1. – С. 9–14.
- 2.10. *Etezov Sh., Gaidamaka Yu., Samuylov K., Moltchanov D., Samuylov A., Andreev S., Koucheryavy E.* On Distribution of SIR in Dense D2D Deployments // 22nd European Wireless conference (EW'2016), May 18-20, 2016, Oulu, Finland. – Pp. 333-337.
- 2.11. *Samuylov A., Gaidamaka Yu., Moltchanov D., Andreev S., Koucheryavy Y.* Random Triangle: A Baseline Model for Interference Analysis in Heterogeneous Networks // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2015. – Vol. 65. – Issue 8. – Pp. 6778-6782.
- 2.12. *Ye Q., Al Shalash M., Caramanis C., Andrews J. G.* Device-to-Device Modeling and Analysis with a Modified Matern Hardcore BS Location Model // IEEE Communication Theory Symposium. – 2013. – Pp. 1825-1830.
- 2.13. *Абаев П.О., Бесчастный В.А., Гайдамака Ю.В.* О применении пространственных точечных процессов в решении оптимизационных задач для беспроводных сетей с установлением прямых соединений // Современные информационные технологии и ИТ-образование. - 2015. - Т. 2. - № 11. - С. 160-165.
- 2.14. *Гайдамака Ю.В., Андреев С.Д., Сопин Э.С., Самуилов К.Е., Шоргин С.Я.* Анализ характеристик интерференции в модели взаимодействия устройств с учетом среды распространения сигнала // Информатика и ее применения – 2016. – Т. 10. – Вып. 4. – С. 2-10.
- 2.15. *Begishev V., Kovalchukov R., Samuylov A., Ometov A., Moltchanov D., Gaidamaka Yu., Andreev S.* An Analytical Approach to SINR Estimation in Adjacent Rectangular Cells // S. Balandin et al. (Eds.): NEW2AN/ruSMART 2015. – Lecture Notes in Computer Science. – Germany, Heidelberg: Springer. – 2015. – Vol. 9247. – Pp. 446–458.
- 2.16. *Samuylov A., Moltchanov D., Gaidamaka Yu., Begishev V., Kovalchukov R., Abaev P., Shorgin S.* SIR analysis in square-shaped indoor premises // Proc. 30th European Conf. on Modelling and Simulation (ECMS-2016). – Germany, Digitaldruck Pirrot GmbH. – Pp. 692–697.
- 2.17. *Samuylov A., Ometov A., Begishev V., Kovalchukov R., Moltchanov D., Gaidamaka Yu., Samouylov K., Andreev S., Koucheryavy Y.* Analytical Performance Estimation of Network-Assisted D2D Communications in Urban Scenarios with Rectangular Cells // Transactions on Emerging Telecommunications Technologies, 12 Nov 2015. – Pp. 1–14.
- 2.18. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
- 2.19. *Гайдамака Ю.В., Самуилов К.Е., Шоргин С.Я.* Метод моделирования характеристик интерференции при прямом взаимодействии перемещающихся

устройств в гетерогенной беспроводной сети пятого поколения // Информатика и ее применения. Т. 11. Вып. 4. С. 2-9.

Глава 3

3.1. *Naumov V., Samouylov K., Sopin E., Andreev S.* Two approaches to analyzing dynamic cellular networks with limited resources // Proc. of 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT-2014), 2014. 585 – 588.

3.2. *Samouylov K., Gaidamaka Yu, Sopin E.* Simplified Analysis of Queueing Systems with Random Requirements // Statistics and Simulation. - 2018.- Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2018. J. Pilz et al. (eds.), Statistics and Simulation, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 231, https://doi.org/10.1007/978-3-319-76035-3_27

3.3. *Sopin E., Samouylov K., Vikhrova O., Kovalchukov R., Moltchanov D., Samouylov A.* Evaluating a case of downlink uplink decoupling using queuing system with random requirements // Lecture Notes in Computer Science, 9870. – 2016. 440 – 450.

3.4. *Sopin E., Samouylov K.* On the analysis of the limited resources queuing system under MAP arrivals // ITM Web Conf. Vol. 16, 2018, AMCSE 2017 - International Conference on Applied Mathematics, Computational Science and Systems Engineering, no. 01008.

3.5. *Самуйлов К.Е., Сопин Э.С., Шоргин С.Я.* Система массового обслуживания с ограниченными ресурсами и сигналами для анализа показателей эффективности беспроводных сетей // Информатика и ее применения, 2017. 11(3), 99-105.

3.6. *Сопин Э.С., Самуйлов К.Е.* Рекуррентный алгоритм вычисления вероятностных характеристик для СМО с ограниченными ресурсами и случайными требованиями // Всеросс. конф. Информационно-телекоммуникационные технологии и матмоделирование, 2017. 52-54.

3.7. *Сопин Э.С.* К анализу системы массового обслуживания с ограниченными ресурсами для одного частного случая МАР-потока заявок // Межд. конф. Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь, 2017. 609-612.

3.8. *Тихоненко О.М., Климович К.Г.* Анализ систем обслуживания требований случайной длины при ограниченном суммарном объеме // Проблемы передачи информации, 2001, 37(1). 78-88.

3.9. *Тихоненко О.М.* Обобщенная задача Эрланга для систем обслуживания с ограниченным суммарным объемом // Проблемы передачи информации, 2005, 41(3). 64–75.

Глава 4

- 4.1. ETSI TR 103 113 System Reference Document on “Mobile broadband services in the 2300 MHz -2400 MHz frequency band under LSA regime”
- 4.2. ETSI TS 103 154 “System requirements for operation of Mobile Broadband Systems in the 2300 MHz -2400 MHz band under LSA” (STAGE 1)
- 4.3. ETSI TS 103 235 “System Architecture and High Level Procedures for operation of LSA in the 2300 MHz-2400 MHz band (STAGE 2)
- 4.4. ETSI TS 103 379 „Information elements and protocols for the interface between LSA Controller (LC) and LSA Repository (LR) for operation of Licensed Shared Access (LSA) in the 2300 MHz-2400 MHz band” (STAGE 3)
- 4.5. *Masek, P., Mokrov, E., Pyattaev, A., Zeman, K., Ponomarenko-Timofeev, A., Samouylov, A., Sopin, E., Hosek, J., Gudkova, I.A., Andreev, S., Novotny, V., Koucheryavy, Y., Samouylov, K.* Experimental evaluation of dynamic licensed shared access operation in live 3GPP LTE system // (2016) 2016 IEEE Global Communications Conference, GLOBECOM 2016 - Proceedings, art. no. 7841826, .
- 4.6. *Sadreddini, Z., Masek, P., Cavdar, T., Ometov, A., Hosek, J., Gudkova, I., Andreev, S.* Dynamic Resource Sharing in 5G with LSA: Criteria-Based Management Framework // (2018) Wireless Communications and Mobile Computing, 2018, art. no. 7302025.
- 4.7. *Mokrov, E., Ponomarenko-Timofeev, A., Gudkova, I., Masek, P., Hosek, J., Andreev, S., Koucheryavy, Y., Gaidamaka, Y.* Modeling Transmit Power Reduction for a Typical Cell with Licensed Shared Access Capabilities // (2018) IEEE Transactions on Vehicular Technology, 67 (6), pp. 5505-5509.
- 4.8. *Borodakiy, V.Y., Samouylov, K.E., Gudkova, I.A., Ostriкова, D.Y., Ponomarenko-Timofeev, A.A., Turlikov, A.M., Andreev, S.D.* Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // (2015) International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 2015-January (January), art. no. 7002133, pp. 390-396.
- 4.9. *Gudkova, I., Samouylov, K., Ostriкова, D., Mokrov, E., Ponomarenko-Timofeev, A., Andreev, S., Koucheryavy, Y.* Service failure and interruption probability analysis for Licensed Shared Access regulatory framework // (2016) International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 2016-January, art. no. 7382416, pp. 123-131.
- 4.10. *Markova, E., Poluektov, D., Ostriкова, D., Gudkova, I., Dzantiev, I., Samouylov, K., Shorgin, V.* Analysis of admission control schemes models for wireless network under licensed shared access framework // (2017) Lecture Notes in Computer Science, 10531 LNCS, pp. 536-549.

- 4.11. *Samouylov, K., Gudkova, I., Markova, E., Yarkina, N.* Queuing model with unreliable servers for limit power policy within licensed shared access framework // (2016) Lecture Notes in Computer Science, 9870 LNCS, pp. 404-413.
- 4.12. *Gudkova, I., Markova, E., Masek, P., Andreev, S., Hosek, J., Yarkina, N., Samouylov, K., Koucheryavy, Y.* Modeling the utilization of a multi-tenant band in 3GPP LTE system with Licensed Shared Access // (2016) International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 2016-December, art. no. 7765343, pp. 119-123.
- 4.13. *Ivanova, D., Karnauhova, E., Markova, E., Gudkova, I.* Analyzing of licensed shared access scheme model with service bit rate degradation in 3GPP network // (2017) Communications in Computer and Information Science, 800, pp. 231-242.
- 4.14. *Gudkova, I.A., Shorgin, S.Ya.* Probability model for analyzing licensed shared access with adaptive power control in a wireless network // (2017) Informatika i ee Primeneniya, 11 (3), pp. 90-98.
- 4.15. *Markova, E., Dzantiev, I., Gudkova, I., Shorgin, S.* Analyzing impact of path loss models on probability characteristics of wireless network with licensed shared access framework // (2018) International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 2017-November, pp. 20-25.
- 4.16. *Markova, E., Gudkova, I., Ometov, A., Dzantiev, I., Andreev, S., Koucheryavy, Y., Samouylov, K.* Flexible Spectrum Management in a Smart City Within Licensed Shared Access Framework // (2017) IEEE Access, 5, art. no. 8055552, pp. 22252-22261.
- 4.17. *Gudkova, I., Korotysheva, A., Zeifman, A., Shilova, G., Korolev, V., Shorgin, S., Razumchik, R.* Modeling and analyzing licensed shared access operation for 5G network as an inhomogeneous queue with catastrophes // (2016) International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 2016-December, art. no. 7765372, pp. 282-287.
- 4.18. *Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Гайдамака Ю.В.* Мультипликативные решения конечных цепей Маркова: монография. М.: Изд-во РУДН, 2015.
- 4.19. *Бочаров П.П., Печинкин А.В.* Теория массового обслуживания. 1995.

Оглавление

Введение	3
1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ И ЗАДАЧИ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ.....	5
1.1. Технологическая фрагментация систем связи	6
1.2. Эволюция беспроводных сетей и их приложений.....	7
1.3. Трансформация показателей эффективности беспроводных сетей.....	8
1.4. Подходы к анализу показателей эффективности гетерогенных беспроводных сетей	9
1.5. Выводы и структура последующего изложения	10
2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ПРИ ПРЯМОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ БЕСПРОВОДНЫХ УСТРОЙСТВ	12
2.1. Особенности построения моделей.....	12
2.2. Базовая модель взаимодействия беспроводных устройств.....	14
2.3. Приближенный метод оценки интерференции в сети с несколькими передающими устройствами	22
3. СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ.....	28
3.1. Однопоточковая система с ограниченными ресурсами	28
3.2. Система с входящим MАР-потокм.....	39
3.3. Система с ограниченными ресурсами и потоком сигналов.....	42
4. МОДЕЛЬ СХЕМЫ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ	46
4.1. Система совместного использования ресурсов беспроводной сети.....	46
4.2. Модель с прерыванием обслуживания.....	48
4.3. Модель с надежными и ненадежными приборами	56
Литература	64

**Монография подготовлена при финансовой поддержке
Российского научного фонда (РНФ)
в рамках проекта № 16-11-10227 РНФ.**

Научное издание

**Модели и методы анализа и расчета показателей эф-
фективности беспроводных гетерогенных сетей**

**Ю.В. Гайдамака, Э.С. Сопин, И.А. Гудкова,
С.Д. Андреев, С.Я. Шоргин, К.Е. Самуйлов
(ФИЦ ИУ РАН)**

Оригинал-макет подготовлен авторским коллективом

Подписано в печать 05.09.2018

Тираж 30 экз.

Заказ 18-03

Издано ФИЦ ИУ РАН



ФИЦ ИУ РАН

ISBN 978-5-91993-077-8