

QUELQUES RELATIONS APPROXIMATIVES CONCERNANT LA SEPARATION DE PARTICULES DE MEME

QUANTITE DE MOUVEMENT MAIS DE MASSE DIFFERENTE AU MOYEN DE CHAMPS

DE HAUTE FREQUENCE

1. Introduction.

Les séparateurs de particules employés jusqu'à maintenant ont généralement été du type électrostatique. Pourtant l'emploi de champs H.F. qui permet une discrimination des particules suivant leur temps de transit a déjà été proposé depuis longtemps; des essais satisfaisants ont même été effectués par W. Panofsky et un autre appareil est en cours de réalisation à Dubna sur le synchrophasotron russe.

On se propose d'établir ici quelques relations simples permettant de fixer les ordres de grandeur des séparations que l'on est susceptible d'atteindre avec les deux types d'appareil (électrostatique et H.F.) de manière à fixer leur domaine d'application respectif.

On aura en particulier à l'esprit dans ces estimations le problème de la séparation des particules à vie courte.

Soient W_{o1} et W_{o2} les énergies au repos des deux particules que l'on se propose de séparer et p leur quantité de mouvement commune.

On posera

$$\eta = \frac{2 p c}{W_{o1} + W_{o2}} \quad (1)$$

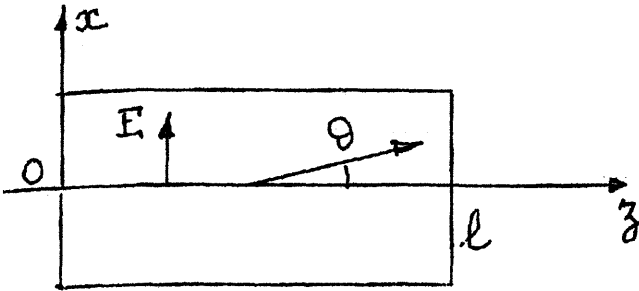
$$\frac{\Delta m}{m} = 2 \frac{W_{o1} - W_{o2}}{W_{o1} + W_{o2}} \quad (2)$$

Pour fixer les idées et simplifier les calculs on supposera

$$\frac{\Delta m}{m} \ll 1$$

Mais on pourrait se rendre compte aisément sur des exemples concrets que, même si cette approximation n'est pas réalisée les calculs qui vont suivre fournissent un ordre de grandeur très satisfaisant.

2. Dispositif considéré. Hypothèses.



Nous considérerons un espace de longueur l où les particules, se déplacent initialement suivant l'axe O_z et sont soumises à l'action d'un champ transversal qui leur fait subir une déviation angulaire θ ou linéaire x .

Ce champ transversal peut être soit électrique, soit magnétique. S'il est haute fréquence, les particules, le long de l'espace l verront sa phase tourner d'un certain angle τ , phase de transit. On supposera dans ce cas que les ondes H.F. qui possèdent ces composantes de champ déviatrices (1) se propagent en même temps que les particules à une vitesse arbitraire, de telle sorte qu'il n'y a aucune relation entre la fréquence des champs H.F. ou leur longueur d'onde dans l'espace libre λ_0 , τ et la longueur l .^(1')

En fait, pour les deux catégories de particules la phase de transit τ sera différente: soient τ_1 et τ_2 les deux phases.

On posera

$$\tau_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$
$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$$

Les déviations x ou θ seront différentes pour les deux types de particules; on s'intéressera spécialement à leurs différences.

$$\Delta x \quad \text{et} \quad \Delta \theta$$

(1) On suppose que l'on peut avoir indépendamment soit un champ électrique, soit un champ magnétique et non pas une onde classique T.E. ou T.M. (voir PS/Int. AR/60-2).

(1') En cela le présent calcul diffère de celui effectué par M. Geiger (voir PS/Int. AR/60-13).

On n'introduira dans le calcul aucun dispositif de focalisation. Un tel dispositif serait nécessaire pour ~~tenir~~ tenir parti des séparations précédentes. Mais on admet que, suivant les paramètres ℓ , τ_0 , λ_0 adoptés on pourra choisir un système de focalisation qui exploite les propriétés de séparation en conservant au moins leur ordre de grandeur ⁽²⁾. On supposera aussi en général que le champ déviateur est appliqué sur toute la longueur ℓ de manière, à priori, à obtenir un effet de séparation maximum. Il n'est pas inconcevable que des distributions de champ irrégulières puissent produire de meilleurs résultats, mais il est douteux que l'on obtienne un ordre de grandeur différent.

3. Calcul des Déviations et des Séparations.

a) Déviations.

Il est aisé, dans le cas où l'on aurait $\frac{\Delta_m}{m} = 0$, d'établir les relations (v , vitesse de la particule - c , vitesse de la lumière):

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{\eta}{1 + \eta^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{1 - \beta^2} = 1 + \eta^2 \quad (4)$$

Si l'on désigne par T_0 la durée de vie de la particule, dans son référentiel, la distance L parcourue par cette particule dans le système du laboratoire est

$$L = \frac{v T_0}{1 - \beta^2} = \eta \cdot c T_0 \quad (5)$$

Par ailleurs l'équation de la dynamique, à la traversée du dispositif,

(2) Pour confirmer ce point de vue voir "Resonant Method of Mass Separation for High Energy Particles" par L. Marshall, BNL 4017 et "Mass Separation of High Energy Particles in Quadrupole Lens Focusing Systems" par E.D. Courant et L. Marshall. Review of Scientific Instruments, Février 1960, p. 193.

s'écrit:

$$\frac{d(\vec{m} \cdot \vec{v})}{dt} = e E$$

d'où l'on déduit

$$m d \left(\frac{dx}{dt} \right) = e E \frac{dz}{v}$$

ou encore

$$d\theta = \frac{e E dz}{p c \beta}$$

$$d\theta = \frac{e E dz}{W_0} \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\eta^2} \quad (6)$$

On posera

$$\theta_0 = 2 \frac{e E l}{W_{01} + W_{02}} \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\eta^2} \quad (7)$$

Dans le cas où la déflexion serait produite par un champ magnétique d'induction B , on aurait eu

$$d\theta = \frac{e c B}{p c} dz$$

et on poserait

$$\theta_0 = 2 \frac{e c B l}{W_{01} + W_{02}} \frac{1}{\eta} \quad (8)$$

Les déviations x se calculent alors aisément

$$\frac{dx}{dz} = \theta \quad (9)$$

On posera

$$x_0 = \frac{\theta l}{2} \quad (10)$$

Ces déviations θ_0 et x_0 correspondent au cas où $\tau_0 = 0$ c'est à dire soit au cas électrostatique, soit au cas où l'onde du champ défecteur se déplace exactement à la vitesse des particules.

Dans le cas où $\tau_0 \neq 0$ ces déviations sont multipliées par un facteur correctif de temps de transit: θ et x oscillent à la fréquence du champ et leur amplitude (que l'on obtient par intégration des équations (6) et (9) où le second membre est une fonction périodique en z , peut s'exprimer sous la forme (3)

$$\hat{\theta} = \theta_0 \frac{\sin \tau_0/2}{\tau_0/2} \quad (11)$$

$$\hat{x} = x_0 \frac{2 \sqrt{(\tau_0 - \sin \tau_0)^2 + (1 + \cos \tau_0)^2}}{\tau_0^2} \quad (12)$$

b) Séparations.

Si l'on considère maintenant deux classes de particules et que $\frac{\Delta m}{m} \neq 0$, les déviations seront différentes pour chacune d'elles.

S'il s'agit de déviations magnétiques, la seule différence proviendra de la différence d'angle de transit $\Delta \tau$.

Mais s'il s'agit de déviations électriques il s'y ajoutera (4, voir en bas de la page suivante) une différence $\Delta \theta_0$, précisément celle qui est utilisée dans les dispositifs électrostatiques.

On a

$$\begin{aligned} \Delta \tau &= 2 n \frac{\ell}{\lambda_0} \Delta \left(\frac{1}{\beta} \right) \\ \Delta \tau &= 2 n \frac{\ell}{\lambda_0} \frac{\Delta(m/m)}{\eta \sqrt{1 + \eta^2}} \end{aligned} \quad (13)$$

(3) Ces expressions peuvent aussi se déduire de la représentation dans l'espace des phases de l'effet défecteur d'un champ H.F. proposée par B.W. Montague (PS/Int. AR/60-...)

Et, en se rappelant que $p c$ est le même pour les deux classes de particules

$$\Delta \theta_0 = \theta_0 \frac{\Delta m/m}{1 + \eta^2} \quad (5) \quad (14)$$

Les séparations correspondantes sont alors:

pour la contribution du type électrostatique:

$$\begin{cases} \Delta \hat{\theta}_{el} = \Delta \theta_0 \frac{\sin \tau_0/2}{\tau_0/2} \\ \Delta \hat{x}_{el} = \frac{\Delta \theta_0 \ell}{2} \frac{2 \sqrt{(\tau_0 - \sin \tau_0)^2 + (1 - \cos \tau_0)^2}}{\tau_0^2} \end{cases} \quad (15)$$

pour la contribution due au temps de transit:

$$\begin{cases} \Delta \hat{\theta}_{HF} = \theta_0 \frac{d}{d\tau_0} \left(\frac{\sin \tau_0/2}{\tau_0/2} \right) \\ \Delta \hat{x}_{HF} = x_0 \frac{d}{d\tau_0} \frac{2 \sqrt{(\tau_0 - \sin \tau_0)^2 + (1 - \cos \tau_0)^2}}{\tau_0^2} \end{cases} \quad (16)$$

Pour les expressions (15), le maximum en τ_0 a lieu pour $\tau_0 = 0$, et on a

4) Comme on le verra ces deux effets ne sont pas maxima pour la même valeur de τ_0 . De plus pour un angle de transit τ_0 fixé, l'amplitude H.F. maximum n'est pas forcément atteinte pour la même phase d'entrée φ_0 . Le mode de superposition des deux effets n'est donc pas nécessairement une simple addition: Voir à ce sujet les calculs de S. van der Meer (PS/Int. AR/PSep/Min. 18) et de M. Geiger (PS/Int. AR/60-13). Cependant si l'un des effets est prépondérant, l'effet global n'en diffère que peu.

5) On peut remarquer que

$$\Delta \theta_0 = \theta_0 \frac{\Delta m}{m} (1 - \beta^2)$$

Cette séparation est de même grandeur que la déviation résiduelle produite par une onde du type TM (voir PS/Int. AR/60-2) d'où l'intérêt d'employer une telle onde pour exploiter ce type de séparation. Une proposition du même genre a déjà été faite par S. van der Meer (PS/Int. EA/59-13)

$$\begin{cases} \Delta \hat{\theta}_{\max \text{ el}} = \Delta \theta_0 \\ \Delta \hat{x}_{\max \text{ el}} = \Delta \theta_0 \frac{\ell}{2} \end{cases} \quad (17)$$

Un calcul numérique des dérivées figurant en (16) montre que leur maximum a lieu au contraire au voisinage de $\tau_0 = 3\pi/2$ et vaut approximativement $1/2$ pour la première et $1/2\pi$ pour la deuxième.

On pourra donc écrire, approximativement.

$$\begin{cases} \Delta \hat{\theta}_{\max \text{ HF}} \neq \theta_0 \frac{\Delta \tau}{2} \\ \Delta \hat{x}_{\max \text{ HF}} \neq \frac{\theta_0 \ell}{2} \frac{\Delta \tau}{2\pi} \end{cases} \quad (18)$$

On voit que la comparaison des deux effets électrostatique et haute fréquence

$$\begin{cases} \frac{\Delta \hat{\theta}_{\max \text{ el}}}{\Delta \hat{\theta}_{\max \text{ HF}}} = \frac{\Delta \theta_0}{\theta_0 \Delta \tau} \times 2 \\ \frac{\Delta \hat{x}_{\max \text{ el}}}{\Delta \hat{x}_{\max \text{ HF}}} = \frac{\Delta \theta_0}{\theta_0 \Delta \tau} \times 2\pi \end{cases}$$

font toutes deux apparaître le facteur

$$\frac{\Delta \theta_0}{\theta_0 \Delta \tau} = \frac{\lambda_0}{2\pi \ell} \frac{\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} \quad (19)$$

Cette expression permet de discuter les mérites respectifs des deux types de séparation suivant les valeurs relatives de la longueur du système et de la longueur d'onde employée et la quantité de mouvement des particules considérées, caractérisée par le paramètre η .

4. Discussion.

a) Le facteur (19) montre clairement la supériorité des champs HF pour la séparation des particules, dès que la longueur du dispositif devient longue en comparaison de la longueur d'onde employée.

D'où l'intérêt, pour obtenir une séparation efficace, d'allonger l'appareil et d'adopter une fréquence aussi élevée que possible. A ce dernier point de vue $\lambda_0 = 10$ cm semble devoir procurer à la fois fréquence élevée, puissance disponible élevée et acceptation (ouverture possible des cavités ou lignes HF) suffisante.

On a dans ce cas

$$\Delta x_{\max \text{ HF}} \neq \frac{2 e E \ell}{W_{o1} + W_{o2}} \frac{\ell}{\lambda_0} \frac{\ell}{2} \frac{\Delta_{m/m}}{\eta^3} \quad (20)$$

Bien entendu la déflexion pourrait aussi être produite par un champ magnétique; mais il est essentiel que l'effet de déflexion soit aussi intense que possible et il faut éviter toute compensation des effets des champs électrique et magnétique.

Si l'on adopte pour ℓ la longueur L définie au paragraphe 3, correspondant à la distance parcourue pendant une durée de vie T_0 , on obtient

$$\Delta x_{\max \text{ HF}} \neq \frac{2 e E c T_0}{W_{o1} + W_{o2}} \frac{c T_0}{\lambda_0} \frac{c T_0}{2} \frac{\Delta_m}{m} \quad (21)$$

Il est intéressant de noter que cette séparation est indépendante de l'énergie des particules (indépendante du paramètre de quantité de mouvement η). Cependant l'acceptation décroîtra probablement de façon inversement proportionnelle à ℓ , c'est à dire à η .

b) Si le séparateur doit être court, en particulier dans le cas de durées de vie très brèves, le gain fourni par le terme ℓ/λ_0 dans (19) peut ne plus être très considérable. L'efficacité des dispositifs électrostatiques et HF peut devenir voisine.

On a alors

$$\Delta x_{\max \text{ el}} = \frac{2 e E \ell}{W_{o1} + W_{o2}} \frac{\ell}{2} \frac{\Delta_{m/m}}{\eta^2 \sqrt{1 + \eta^2}} \quad (22)$$

Où, pour un dispositif de longueur L :

$$\Delta x_{\max \text{ el}} = \frac{2 e E c T_0}{W_{01} + W_{02}} \frac{c T_0}{2} \frac{\Delta m/m}{\sqrt{1 + \eta^2}} \quad (23)$$

Cette fois, la séparation dépend de l'énergie et il n'y aura pas intérêt, pour atteindre une efficacité maximum à aller bien au delà de $\eta = 1$.

Il faut remarquer que ce dispositif peut être un dispositif électrostatique mais il peut aussi être un dispositif HF dans lequel les ondes sont exactement synchrones avec les particules ($\tau_0 = 0$). Un tel dispositif aurait une efficacité indépendante de la fréquence; il présenterait cependant sur un dispositif électrostatique l'avantage de permettre l'emploi de champs probablement plus élevés.

Dans ce cas, il y aurait tout intérêt à employer une onde électromagnétique où les effets des champs électrique et magnétique se compensent presque totalement. (comme dans le cas d'une onde TM). De cette façon seraient réalisés simultanément les champs croisés habituellement utilisés dans les séparateurs électrostatiques. Et ces champs étant physiquement reliés le problème de leur stabilisation relative serait automatiquement résolu (5).

Il faut cependant noter que les valeurs numériques fournies par (23) ne laissent pas d'espoir de séparer des particules de durée de vie inférieure à quelques nanosecondes. Le gain que l'on peut attendre d'un dispositif HF n'est alors pas négligeable si l'on adopte une longueur d'onde $\lambda_0 = 10 \text{ cm}$, si bien que, dans ce cas, les séparateurs HF pourraient encore s'imposer.

Plus précisément, pour un temps de transit dans le séparateur de $3 \cdot 10^{-10} \text{ sec}$ et $\eta \leq 1$ les deux séparations pourraient être sensiblement égales l'une et l'autre à 0,05 mm en utilisant un champ de 500 kV/cm, pour séparer des \mathcal{I} de p. C'est là évidemment, une valeur trop faible pour être utilisée. Dans un dispositif du type électrostatique la séparation croît comme le carré de la durée de transit (et varie en $1/\sqrt{1 + \eta^2}$) et dans un dispositif HF comme le cube de la durée de transit (et est indépendante de η). On voit donc qu'on peut atteindre des séparations utilisables plus vite avec les derniers dispositifs qu'avec les premiers.

P. Lapostolle.

Distribution: (Open)

Accelerator Research Group
Parameter Committee Members
P.S. Library.

/kt

PS/1628