

7.2.1962

ETUDE DE L'ACCELERATION A FREQUENCE FIXE EN FIN  
DE CYCLE D'ACCELERATION

Au cours du cycle d'accélération, la fréquence de l'onde accélératrice varie en fonction de l'énergie des particules suivant une loi bien déterminée illustrée par la courbe de la figure 1. Cependant, nous voyons sur cette figure qu'aux grandes énergies, la fréquence varie peu, nous nous sommes donc demandés quel est le comportement du faisceau lorsqu'à partir d'une énergie donnée proche de l'énergie maximum, on maintient constante la fréquence de l'onde accélératrice au lieu de lui laisser suivre son programme théorique, nous avons montré que le comportement du faisceau est alors décrit par une loi très simple mettant en évidence un phénomène de spirilage du faisceau vers l'extérieur de la chambre à vide.

En fait, ce problème n'est qu'un cas particulier du problème plus général de l'étude de l'influence de modification adiabatique de la fréquence de l'onde accélératrice sur le comportement du faisceau. Les modifications donnent lieu, elles aussi, à un phénomène de spirilage du faisceau soit vers l'intérieur, soit vers l'extérieur de la chambre à vide. Les résultats qualitatifs et quantitatifs conduisent à envisager la possibilité d'introduire intentionnellement de telles perturbations en vue d'obtenir un spirilage contrôlé du faisceau permettant un guidage de ce dernier en un point déterminé de la chambre à vide.

Ce principe peut en particulier trouver des applications lors de l'utilisation des cibles et dans les problèmes d'éjection du faisceau.

Cependant l'utilisation de ces méthodes excluant le système de contrôle du faisceau, les perturbations aléatoires reprennent toute leur importance et en limitent l'application à la partie du cycle d'accélération située au dessus d'une dizaine de GeV, partie du cycle où d'une part la fréquence d'accélération varie lentement et où d'autre part l'effet des perturbations aléatoires est relativement faible.

I. ETUDE THEORIQUE DU PROBLEME DE L'ACCELERATION A FREQUENCE FIXE

1. Equation des oscillations de phase lors de l'accélération à fréquence fixe

Quand les particules atteignent l'énergie  $E_1$ , on bloque la fréquence de l'onde RF à sa valeur théorique correspondant à  $E_1$  et on continue l'accélération avec cette fréquence constante  $f_1$ . Ce procédé revient à introduire sur la fréquence théorique de l'onde RF, et ce, à partir de l'énergie  $E_1$ , une perturbation évidemment définie par : ( $E_0$  étant l'énergie synchrone)

$$\Delta f_1 = f_1 - f_{\text{théorique}}(E_0) = [\beta_1 - \beta(E_0)] f_\infty \quad (1)$$

soit en fonction de  $\gamma = E_0/E_{\text{tr}}$  ( $\alpha$  facteur de convergence du synchrotron)

$$\Delta f_1 = \left\{ \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\gamma_1^2}} - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\gamma^2}} \right\} f_\infty \quad (2)$$

L'équation des oscillations de phase s'écrit alors ( $A$  étant une constante dépendant des paramètres de l'accélérateur et qui dans le cas du C.P.S. est égale à  $146.10^5$  rad/sec/sec) :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\gamma^3}{\gamma^2 - 1} (\dot{\Psi} - 2\pi \Delta f_1) \right\} = A (\cos \Psi - \cos \Psi_0) \quad (3)$$

2. Approximations

Le fait que nous envisagions d'appliquer cette méthode en fin de cycle conduit à ne pas tenir compte de l'amortissement adiabatique très faible dans cette région, c'est à dire à considérer que le terme  $\gamma^3(\gamma^2-1)^{-1}$  est constant. Ceci est bien vérifié si nous nous bornons à des intervalles d'énergie raisonnables, nous avons en effet

$$\Delta \frac{\left( \frac{\gamma^3}{\gamma^2-1} \right)}{\gamma^3} \left\langle 4 \text{ } ^\circ\text{/o par GeV dès que } E \geq 20 \text{ GeV} \right.$$

$$\frac{\gamma^3}{\gamma^2-1}$$

D'autre part  $\Delta f_1$  est pratiquement fonction linéaire de  $E$  (donc du temps pour des énergies supérieures à 20 GeV et dans des intervalles d'énergie raisonnables, nous pouvons écrire :

$$\Delta f_1 = Nt$$

En tenant compte des approximations ci-dessus l'équation (3) s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\gamma^3}{\gamma^2-1} (\dot{\varphi} - 2\pi Nt) \right\} = A (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \quad (4)$$

ou encore :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\gamma^3}{\gamma^2-1} \dot{\varphi} \right\} = A \left\{ \cos \varphi - \cos \varphi_0 + \frac{2\pi N \gamma^3}{A(\gamma^2-1)} \right\} \quad (5)$$

### 3. Solution théorique du problème

Dans un synchrotron à protons à gradient alterné, et pour des énergies assez grandes (supérieures à l'énergie de transition) nous avons toujours :

$$\left| \cos \varphi_0 - \frac{2\pi N \gamma^3}{A(\gamma^2-1)} \right| < 1$$

ce qui permet de définir l'angle  $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta\varphi_1$  par la relation

$$\cos \varphi_0 - \frac{2\pi N\gamma^3}{A(\gamma^2-1)} = \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi_1) \quad (6)$$

L'équation (5) s'écrit alors :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\gamma^3}{\gamma^2-1} \dot{\varphi} \right\} = A [\cos \varphi - \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi_1)] \quad (7)$$

Le fait de bloquer la fréquence RF revient donc à changer l'angle de phase stable. Ceci s'explique très bien, le changement d'angle de phase stable est destiné à assurer aux particules un gain d'énergie tel que celles-ci restent en synchronisme avec la fréquence  $f_1$ . Nous avons  $f_1 < f$  théorique, les particules devront donc pour rester en synchronisme avec  $f_1$  décrire une trajectoire de rayon supérieur à celui de l'orbite synchrone (en effet pour  $E > E_{tr}$ , l'effet de rayon l'emporte sur l'effet de vitesse), comme le programme magnétique n'a pas changé, les particules devront recevoir un gain moyen d'énergie par tour supérieur au gain de la particule synchrone d'où le changement de l'angle de phase stable destiné à assurer ce gain d'énergie supplémentaire ( $\Delta\varphi_1 < 0$ ).

Le programme magnétique n'ayant pas changé et les particules recevant en moyenne plus d'énergie que lors de l'accélération normale le faisceau va spiraler vers l'extérieur.

Nous avons évidemment :

$$\frac{\Delta E \text{ réel}}{\Delta E \text{ théorique}} = \frac{\cos (\varphi_0 + \Delta\varphi_1)}{\cos \varphi_0} \quad (8)$$

d'où

$$\Delta E = \Delta E \text{ réel} - \Delta E \text{ théorique} = \frac{\cos (\varphi_0 + \Delta\varphi_1) - \cos \varphi_0}{\cos \varphi_0} \Delta E \text{ théorique} \quad (9)$$

4. Application numérique au cas du CPS

Nous maintiendrons la fréquence constante à partir de  $E_1 = 23$  GeV  
( $E_{\text{cjec}} = 25$  GeV). Dans ces conditions, nous avons approximativement

$$-2\pi \Delta f_1 = + 2 \cdot 10^5 t$$

d'où  $\cos(\varphi_0 + \Delta\varphi_1) = 0.56$

soit  $\Delta\varphi_1 = -4^\circ$

et  $\Delta E = 120 \text{ MeV} / \text{par GeV}$

5. Autre méthode

Dans un AG synchrotron nous avons les relations suivantes<sup>+) :</sup>

$$\frac{\Delta f}{f_0} = - \left\{ 1 - \frac{1}{\alpha} \frac{(m_0 c^2)^2}{E_0^2} \right\} \frac{\Delta R}{R_0} = - \left\{ 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right\} \frac{\Delta R}{R_0} \quad (10)$$

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{\alpha E_0^2}{E_0^2 - (m_0 c^2)^2} \quad \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{\alpha \gamma^2}{\gamma^2 - \alpha} \frac{\Delta E}{E_0} \quad (11)$$

Lorsque  $\gamma^2 \gg 1$  (pour 25 GeV,  $\gamma^2 > 16$ ) nous avons :

$$\frac{\Delta R}{R_0} = - \frac{\Delta f}{f_0} = \alpha \frac{\Delta E}{E_0} \quad (12)$$

<sup>+) voir bibliographie</sup>

et l'application numérique à notre cas donne :

$$\begin{aligned}\Delta R &= 1,3 \text{ cm/GeV} \\ \Delta E &= 120 \text{ MeV/GeV}\end{aligned}$$

résultats tout à fait en accord avec ceux obtenus par la première méthode.

## II. ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ACCELERATION A FREQUENCE FIXE

### 1. Remarques

Pour l'analogie électronique que nous avons utilisé<sup>+)</sup>, les équations (4) et (7) ont des significations physiques tout à fait différentes, car, en effet, l'analogie sous-entend que le programme magnétique est conforme à l'angle de phase stable explicitement mis dans l'équation.

Résoudre (4) avec l'analogie, c'est résoudre le problème physique de l'accélération des particules avec l'angle de phase stable  $\varphi_0$  et les programmes magnétique et de fréquence correspondant à  $\varphi_0$ , la fréquence de l'onde accélératrice étant entachée de la perturbation  $\Delta f_1$ . Au contraire, résoudre (7) avec l'analogie, c'est résoudre le problème de l'accélération des particules avec l'angle de phase stable  $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta \varphi_1$ , les programmes magnétique et de fréquence correspondant à  $\varphi_1$  et la fréquence de l'onde RF n'étant entachée d'aucune perturbation.

Les figures 2 et 3 donnent le schéma de principe de l'analogie pour chacun des deux problèmes. La solution de notre problème sera donnée par l'analogie câblé selon le schéma de principe de la figure 2 résolvant l'équation (4).

Nous avons aussi établi un programme pour la calculatrice digitale Mercury qui nous donne la solution de notre problème directement en coordonnées  $\Delta E, \varphi$  de manière à faire apparaître le spirallage des particules.

### 2. Résultats obtenus

Les résultats donnés par l'analogie et par la Mercury sont en parfait accord. Nous reproduisons les courbes obtenues avec la Mercury sur

---

<sup>+) voir bibliographie</sup>

la figure 4.

La courbe 1 représente une demi oscillation synchrotronique dans les conditions normales d'accélération. La courbe 2 donne cette demi oscillation pour une accélération normale avec l'angle de phase stable  $\varphi_0 + \Delta\varphi_1$ .

La courbe 3 représente les oscillations synchrotroniques d'une particule accélérée pendant 50 milli-secondes à fréquence fixe. Cette particule gagne en moyenne plus d'énergie que la particule synchrone et spirale vers l'extérieur. Le gain d'énergie supplémentaire de 157 MeV en 50 m sec. correspond bien au gain de 120 MeV par GeV calculé précédemment.

### III. GENERALISATION

On peut généraliser les résultats précédents aux cas où l'on introduit une perturbation adiabatique  $\Delta f(t)$  sur la fréquence de l'onde accélératrice. Les particules par des gains d'énergie appropriés se synchronisent automatiquement sur la fréquence réelle d'accélération et les relations (6), (9) et (11) s'écrivent le plus généralement possible (nous tenons compte du fait que les particules sont accélérés):

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_0 - \frac{2\pi}{\Lambda} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\gamma^3}{\gamma^2 - 1} \Delta f(t) \right\} \quad (13)$$

$$\Delta E(t) = \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0}{\cos \varphi_0} \Delta E_{\text{normal}} \quad (14)$$

$$\Delta R(t) = \frac{\alpha \gamma^2}{\gamma^2 - \alpha} \frac{R_0}{E_0} \Delta E(t) \quad (15)$$

Une première condition est évidemment que  $|\cos \varphi_1| < 1$ , on fait pour ne pas trop déformer la zone stable (fonction de  $\varphi_1$ ) nous devons nous limiter à de petits  $\Delta\varphi_1$  (10 ou 15 degrés maximum).

Une seconde condition est que  $\Delta R(t)$  n'excède jamais les dimensions de la chambre à vide.

Nous avons ainsi une méthode de déplacer le faisceau en introduisant une perturbation sur la fréquence d'accélération. Si nous voulons imposer au faisceau un déplacement décrit par la fonction

$$R(t) = R_0 + \Delta R(t)$$

et ce, à partir de l'énergie  $E_i$ , les trois relations précédentes conduisent à la perturbation :

$$\Delta f(t) = - \frac{A \cos \varphi_0}{2\pi R_0} \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^3} \int_{t(E_i)}^{t(E_0)} \frac{E_i + \Delta E_{\text{normal}}}{\Delta E_{\text{normal}}} \frac{\gamma^2 - \alpha}{\alpha \gamma^2} \Delta R(t) dt \quad (16)$$

Cette dernière formule est applicable pendant tout le cycle d'accélération. En fait, comme une telle expérience ne se fait en principe qu'aux grandes énergies, nous pouvons assimiler  $\gamma^2 - \alpha$  et  $\gamma^2 - 1$  à  $\gamma^2$  et nous obtenons la perturbation recherchée sous la forme simple :

$$\Delta f(E_0) \approx - \frac{A \cos \varphi_0}{2\pi \alpha R_0} \frac{E_{\text{tr}}}{E_0 E_0} \int_{E_i}^{E_0} \frac{E_0}{E_0 - E_i} \Delta R(E_0) dE_0 \quad (17)$$

Une autre expression approchée encore beaucoup plus simple est obtenue à partir de la formule 12

$$\Delta f(E_0) = - \frac{f_0(E_0)}{R_0} \Delta R(E_0) \quad (18)$$

#### IV. ETUDE DES PERTURBATIONS

L'application de ces méthodes exclut la présence du système de contrôle du faisceau et par suite l'influence du bruit sera prépondérante. Nous savons que nous ne pouvons pas accélérer les particules sans contrôle du faisceau au moins jusqu'à 10 GeV car jusqu'à cette énergie l'influence du bruit est trop grande. On ne peut donc envisager le système d'accélération à fréquence fixe qu'au dessus d'une dizaine de GeV environ.

Le moyen le plus simple d'accélérer les particules à fréquence fixe est de substituer au programme de fréquence une fréquence fixe très stable délivrée par un générateur approprié. Mais au moment de cette substitution on introduira presque inévitablement un certain déphasage entre les deux fréquences, ce déphasage va se traduire par une dispersion des particules du bunch.

Nous devons donc déterminer quel bruit  $\Delta f$  et quel déphasage initial  $\Delta \varphi_0$  on peut tolérer pour ne pas perdre de particules lors de l'accélération à fréquence fixe.

##### 1. Effet du bruit

Nous avons vérifié (enregistrement de la figure 5) que la figure de diffusion des particules sous l'effet du bruit reste la même (abstraction faite du phénomène de spirilage) pour les deux modes d'accélération (programme ou fréquence fixe). Nous pouvons donc appliquer les résultats connus de l'étude du bruit <sup>+)</sup> . Les courbes de la figure 6 donne le pourcentage de particules perdues en fonction de  $\frac{\Delta f}{f}$ , lorsque les particules sont accélérées à fréquence fixe à partir de 23 GeV jusqu'à 25 GeV. Les résultats indiqués par cette courbe supposent un remplissage uniforme de la zone stable alors qu'en fait à 23 GeV, les particules n'en occupent qu'une faible portion, nous avons donc une estimation très pessimiste du pourcentage de particules perdues.

On voit que l'on peut tolérer un bruit entre  $10^{-5}$  et  $10^{-6}$  sur la fréquence constante d'accélération. Quant aux tolérances sur  $\dot{B}$  et sur  $V$ , elles sont assez larges et il n'y a pas de problème de ce côté là. <sup>+)</sup>

---

<sup>+)</sup>  voir bibliographie

## 2. Effet de $\Delta\vartheta_0$ .

A 25 GeV l'ouverture angulaire du bunch est d'environ  $35^\circ$  +)  
Lors de la mise en place de la fréquence fixe, on introduit presque inévitablement un déphasage initial  $\Delta\vartheta_0$  entre l'onde accélératrice normale et l'onde de fréquence fixe. Ce déphasage va se traduire par une dispersion du bunch que nous avons essayé de déterminer.

Nous avons fait cette étude en faisant abstraction du spirilage du faisceau, l'enregistrement de la figure 7 illustre l'effet de dispersion du paquet de particules en présence du déphasage initial  $\Delta\vartheta_0$  et sur la figure 8 nous avons représenté les courbes  $\Delta\vartheta_f / \Delta\vartheta_i$  et  $\Delta E_f / \Delta E_i$  en fonction de  $\Delta\vartheta_0$ .

On peut tolérer un  $\vartheta_0$  d'environ  $10$  à  $20^\circ$ , et la mise en place de l'onde accélératrice de fréquence fixe doit être réalisable avec cette précision.

## 3. Remarques

Dans le cas d'une distorsion intentionnelle de  $f_0$  pouvant en principe s'effectuer à n'importe quel instant du cycle d'accélération, l'influence du bruit s'exercera pendant un temps pouvant être assez long, on devra donc réduire au maximum le niveau de bruit, en fait on ne peut guère songer à appliquer ces méthodes avant que les particules aient atteint une dizaine de GeV, car on ne peut que difficilement descendre le niveau de bruit au dessous de  $10^{-5}$  ou  $10^{-6}$  à 10 GeV, le bunch ayant pratiquement déjà atteint ses dimensions définitives, la limite de 10 ou 20 degrés pour  $\Delta\vartheta_0$  est encore valable.

### Remerciements

Nous tenons à exprimer notre gratitude à Monsieur H. Fischer qui nous a confié ce travail et qui l'a dirigé avec beaucoup de gentillesse. Nous devons beaucoup à ses nombreux conseils.

A. Chabert

### +) Bibliographie

A. Chabert : Thèse présentée à l'Institut de Physique Nucléaire de l'Université de Lyon. 1961.

Distribution : (ouverte)

Personnel scientifique de la Div. MPS  
Groupe RF

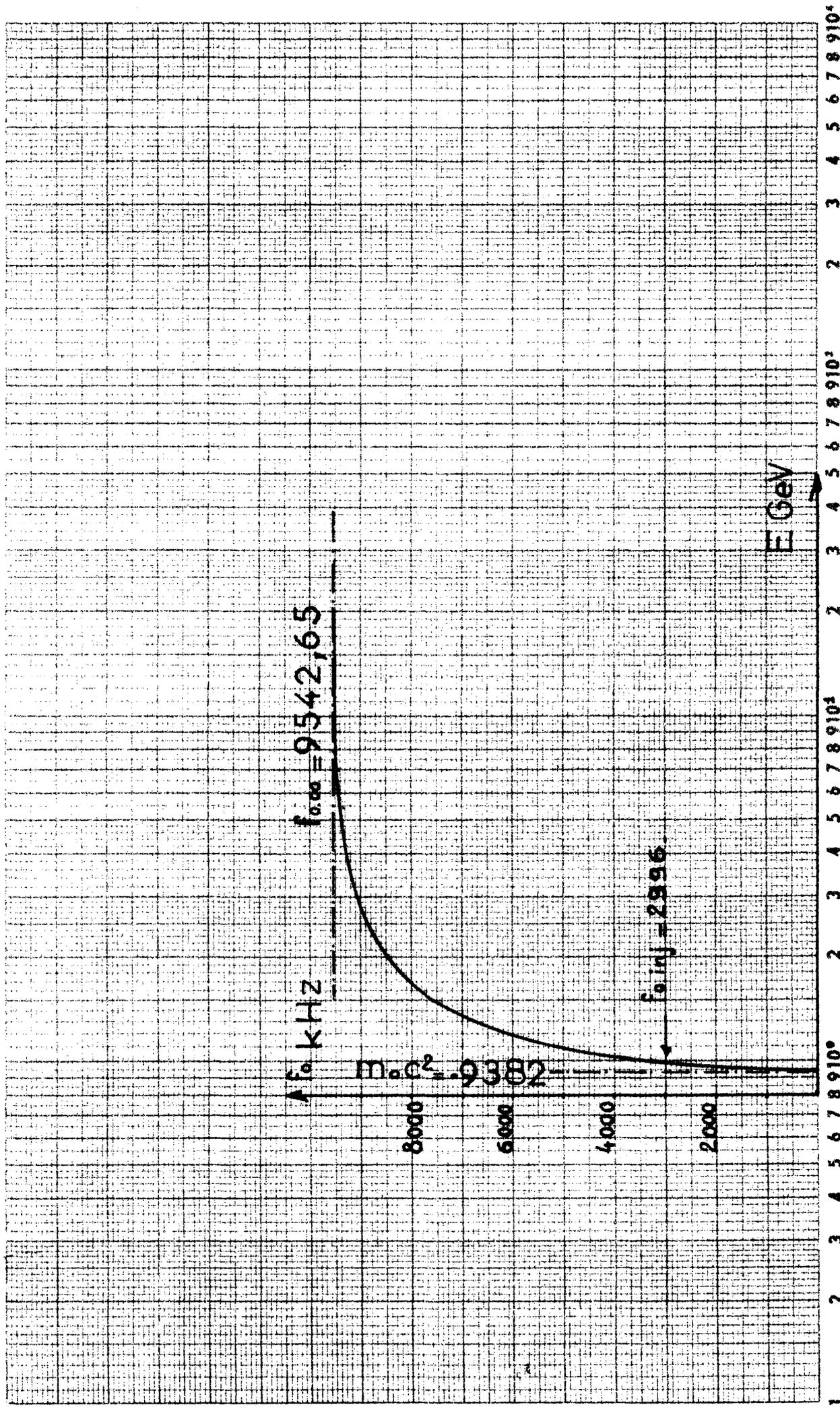


Figure 1

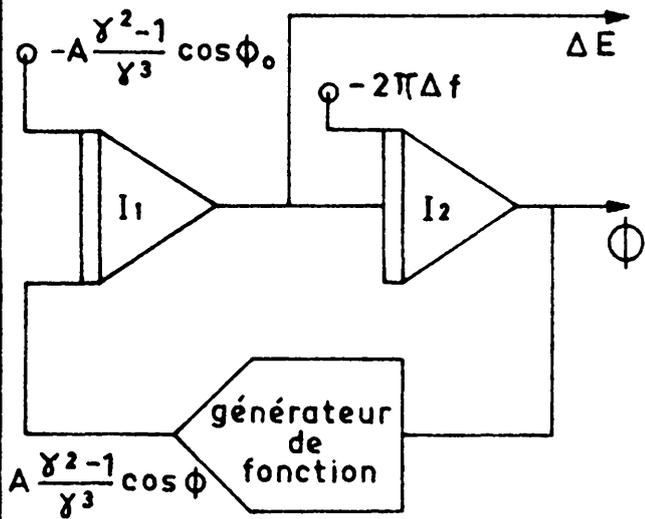


Figure 2

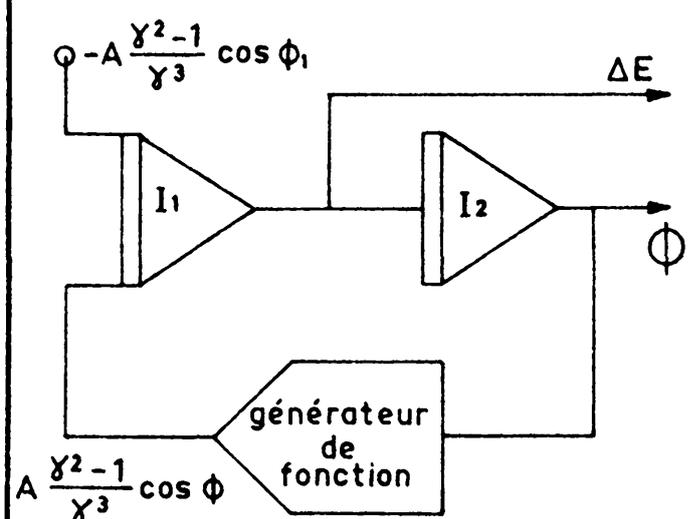


Figure 3

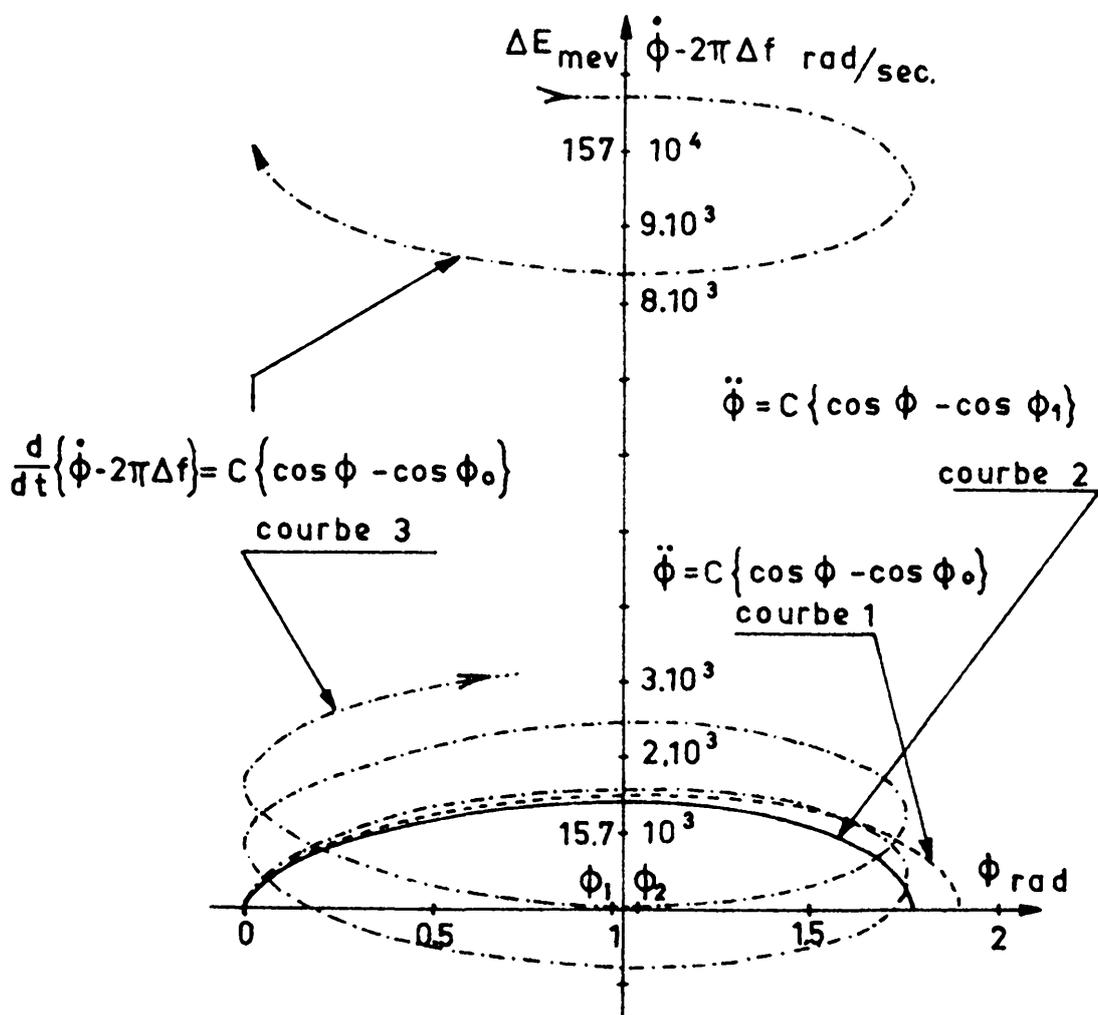


Figure 4

Figure de diffusion du même paquet de particules accélérées de 25 à 25,5 GeV au moyen d'une tension de fréquence constante perturbée par le bruit  $\Delta f/f = 2 \cdot 10^{-6}$

Exemples de deux particules

Oscillation de phase en prenant une fréquence d'accélération constante

$\phi$

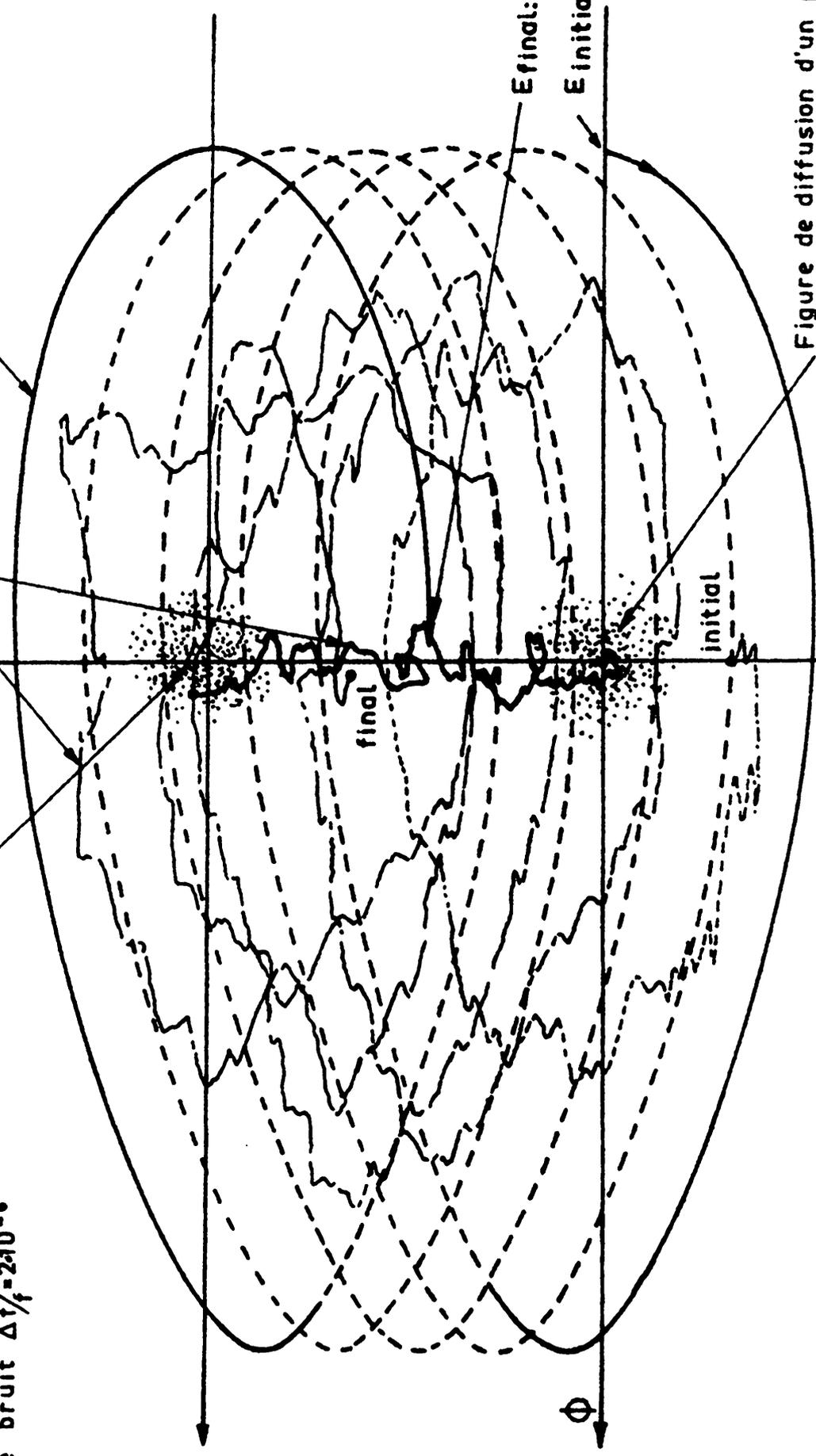


Figure de diffusion d'un paquet de particules accélérées de 25 à 25,5 GeV au moyen d'une tension à fréquence programmée perturbée par le bruit  $\Delta f/f = 2 \cdot 10^{-6}$

Figure 5

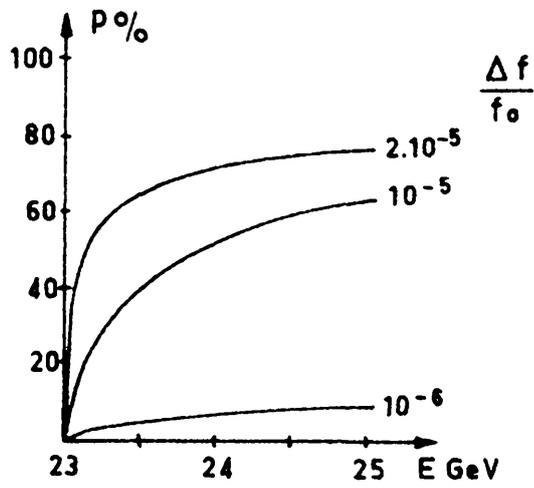


Figure 6

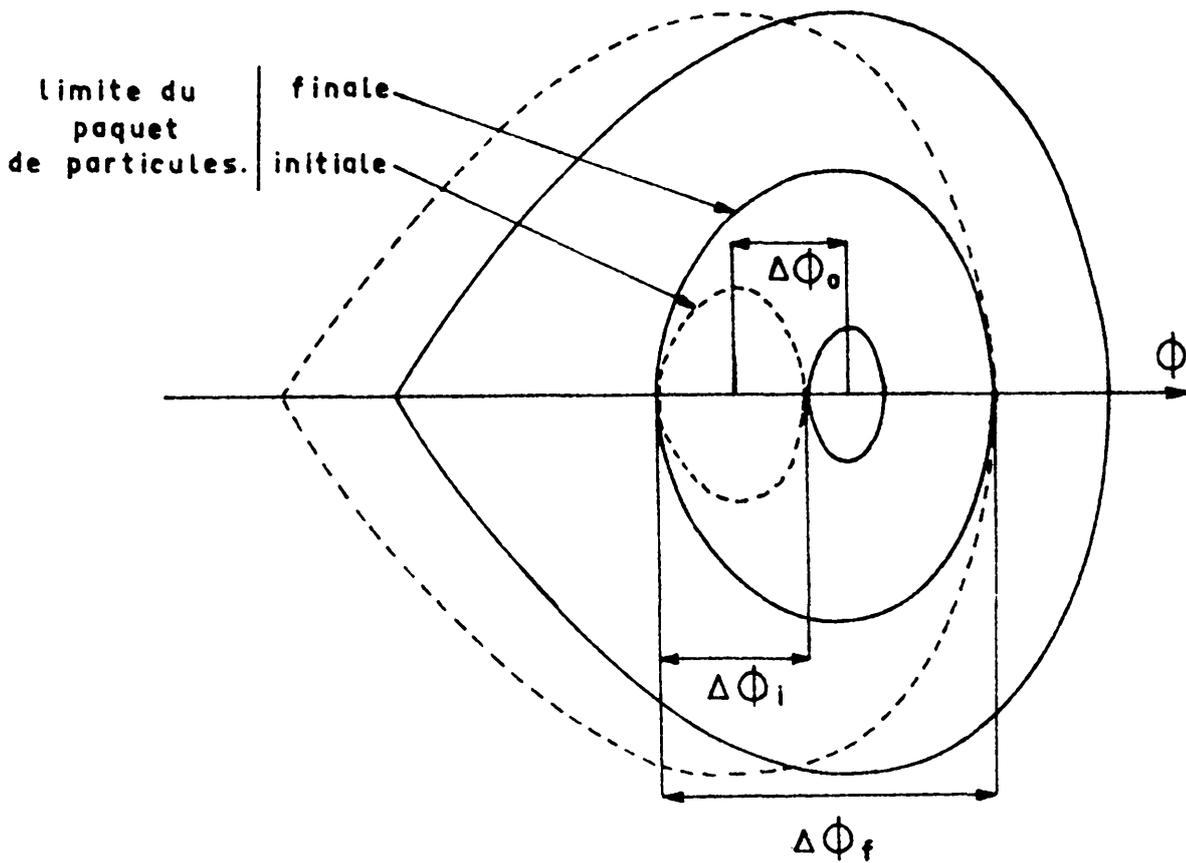


Figure 7

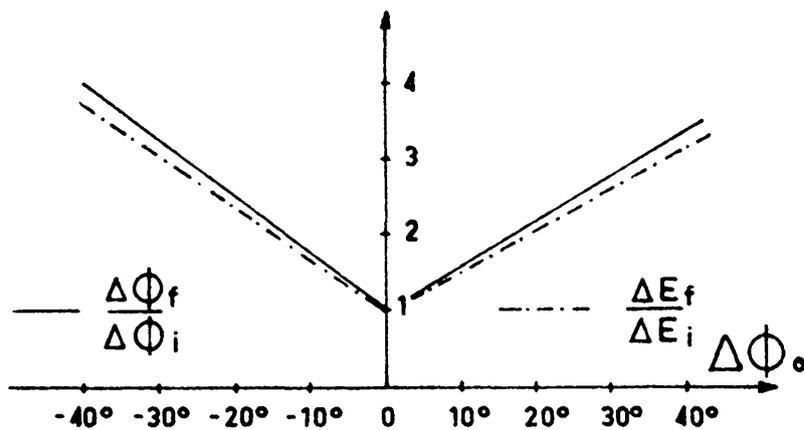


Figure 8