

MESURE PAR COURBURE DE L'ENERGIE DES ELECTRONS

DANS LES CHAMBRES A LIQUIDES LOURDS

par

L. Behr et P. Mittner
(Ecole Polytechnique - Paris)

INTRODUCTION

Si les chambres à liquides lourds permettent une reconnaissance aisée des électrons et la matérialisation de nombreux photons, la mesure des événements ainsi révélés pose un problème délicat: en effet, puisque des pertes d'énergie radiatives importantes ont fait spiraler les trajectoires des électrons, une mesure par courbure dans un champ magnétique suppose l'apport de certaines corrections et l'estimation de l'incertitude sur la détermination du moment, une fois la correction effectuée.

La méthode que nous exposons ici est utilisée au Laboratoire de l'Ecole Polytechnique depuis plus d'un an et a donné des résultats très satisfaisants.

1. CALCULS ET NOTATIONS

Nos résultats ont été atteints de deux manières:

- une méthode de Monte-Carlo qui consistait à reconstituer, par tirage au sort des pertes d'énergie radiatives, des familles de trajectoires électroniques, sur lesquelles étaient calculés tous les paramètres utiles.

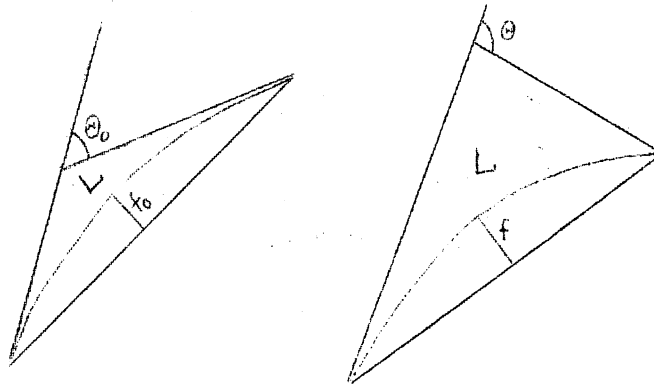
- un calcul analytique qui a donné des formules faciles à introduire dans un programme de reconstitution géométrique.

Ces deux façons de procéder sont étroitement liées: la construction par Monte-Carlo d'un nombre limité de trajectoires a montré que les approximations faites dans le calcul étaient justifiées; dès lors on peut penser que, dans certaines limites que nous précisons, les expressions analytiques de la correction et de l'incertitude sont correctes.

Position simplifiée du problème

Nous supposons l'impulsion initiale perpendiculaire au champ magnétique, et que la trajectoire est suffisamment peu déformée par le scattering multiple pour rester plane. En outre nous négligeons les pertes d'énergie par ionisation.

Copiant en cela les calculs effectués pour le scattering multiple nous avons raisonné sur la flèche f de la trajectoire.



En fait, il est intéressant de faire intervenir $\frac{f}{f_0}$ où f_0 est la flèche sur la même longueur L de trajectoire du cercle que décrivait un électron ne perdant pas d'énergie. Le

calcul de $\frac{f}{f_0}$ n'étant pas facile nous avons trouvé l'approximation

$$\frac{f}{f_0} \approx \frac{\Theta}{\Theta_0}$$

Θ et Θ_0 étant les angles de rotation des deux trajectoires précédentes. Le Monte-Carlo a montré que cette approximation est justifiée si les angles de rotation ne sont pas trop grands, et si les variations de courbure ne sont pas trop importantes. $\frac{\Theta}{\Theta_0}$ peut s'exprimer facilement:

$$\frac{\Theta}{\Theta_0} = \frac{\int_0^L \frac{dl}{R(l)}}{\frac{L}{R_0}} \quad \text{avec} \quad R(l) = p(l)/3B$$

(R en cm, p en MeV/c, B en Tesla)

soit
$$\frac{\Theta}{\Theta_0} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{p_0}{p(l)} dl$$

donc indépendant de B.

Un résultat classique de la théorie du bremsstrahlung est que $\frac{p(l)}{p_0}$ est une fonction aléatoire de l , indépendante de p_0 en première approximation.

Donc notre paramètre est indépendant de B et du moment initial. Il s'écrit avec les notations de Heitler

$$\frac{f}{f_0} \approx \frac{\Theta}{\Theta_0} = \frac{1}{L} \int_0^L e^{-y(l)} dl$$

$y(l)$ étant une variable aléatoire, dont on connaît la répartition.

$$P(y(l)) = e^{-y(l)} y(l)^{\frac{l}{x_0 \log 2} - 1} dy(l) / \Gamma\left(\frac{l}{x_0 \log 2}\right)$$

où Γ est la fonction Eulerienne de première espèce.

2. NECESSITE D'UNE COUPURE

Si nous essayons de calculer la valeur moyenne de $\frac{f}{f_0} \frac{\Theta}{\Theta_0}$ nous trouvons qu'elle n'a pas de valeur finie. Evidemment $\frac{f}{f_0} \frac{\Theta}{\Theta_0}$ se comporte différemment puisque les flèches gardent des valeurs finies. Cependant le Monte-Carlo donne pour des longueurs raisonnables de mesure des incertitudes relatives sur les flèches de l'ordre de plusieurs unités (200 à 300 %). Nous avons alors introduit une coupure qui limite les pertes d'énergie admissibles le long d'une trajectoire. Nous ne mesurons un électron sur une longueur L (encore indéterminée) qu'à la condition que pour toute longueur $l < L$

$$p(l + dl) > p(l) \cdot e^{-\gamma_0}$$

Cette coupure présente les avantages suivants:

- réduire d'une façon appréciable les incertitudes de mesure
- faire que l'approximation $\frac{f}{f_0} \approx \frac{\Theta}{\Theta_0}$ est valable puisque les variations de courbure ne sont pas trop importantes
- permettre de donner des expressions analytiques de la correction et de l'incertitude.

On peut donc calculer (et le résultat est assez bien confirmé par le Monte-Carlo en calculant $\frac{p_0}{p}$ au lieu de $\frac{f}{f_0}$, où p_0 est le moment initial, et p le moment correspondant au cercle adapté par les points d'abscisses curvilignes $0, \frac{L}{2}$ et L)

$$\left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle = \frac{A_1(y_0) bL}{A_1(y_0) bL}$$

$$\sigma^2 (\text{radiation}) = \left\langle \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle^2 \approx \frac{A_2(y_0) - 2A_1(y_0)}{3} bL$$

(approximation linéaire)

ou: $b = (X_0 \text{ Log } 2)^{-1}$

A_1 et A_2 sont deux fonctions de y_0 :

$$A_1(y_0) \equiv \text{Log } \gamma + \text{Log } y_0 - E_i(-y_0)$$

$$A_2(y_0) \equiv \bar{E}_i(y_0) - E_i(-y_0)$$

(E_i and \bar{E}_i sont les fonctions exponentielles intégrales.)

Si y_0 n'est pas trop grand ($y_0 < 1$), de même que bL on peut donner les approximations:

$$\left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle \simeq 1 + \frac{y_0 bL}{2}$$

$$\sigma^2 \text{ (radiation)} \simeq \frac{1}{6} y_0^2 bL$$

En introduisant maintenant le scattering multiple on a:

$$\left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle \simeq 1 + \frac{y_0 bL}{2} \quad (\text{inchangée})$$

$$\sigma^2 \text{ (total)} = \frac{K}{LX_0} + \frac{1}{6} y_0^2 bL$$

ou K est une constante dépendant du champ magnétique.

L'incertitude de mesure est minimum pour une longueur que nous appellerons la longueur optimum. (Voir figure 1 et figure 2. Sur chaque courbe est indiquée la valeur de e^{-y_0} , soit le pourcentage maximum admissible de perte d'énergie.)

On voit que si la coupure n'est pas trop large, le minimum est assez plat pour que la longueur de mesure ne soit pas critique.

Le graphique n° 3 donne en fonction de la longueur de

trajectoire et de la coupure le nombre d'électrons qui satisfont à cette coupure. Il est évident que si la longueur optimum est L_0 , la fraction d'électrons qui ne satisfait pas à la coupure sur cette longueur n'est pas à rejeter définitivement: on peut soit mesurer sur une longueur plus courte en conservant la même valeur de la coupure, dans la limite où l'incertitude due au scattering multiple ne devient pas trop importante, soit choisir une valeur plus élevée de la coupure.

Ajoutons que le Monte-Carlo nous a permis de constater que la distribution des flèches déformées par scattering et bremsstrahlung est quasi-gaussienne au voisinage de la longueur optimum (Figure n° 4).

Choix de la coupure

Les valeurs de la correction et de l'incertitude étant assez sensibles à la coupure il est avantageux de la choisir la plus faible possible. On est en fait limité par le scattering multiple qui fixe une valeur minimum aux pertes d'énergie pouvant être appréciées le long d'une trajectoire: plus faible sera la longueur de radiation, plus élevée sera la valeur minimum de la coupure. (Notons cependant que si la disposition géométrique le permet, la matérialisation des photons émis permettra, dans le cas de très faibles longueurs de radiation, d'éviter le choix de coupures très élevées.)

Jusqu'ici nos tentatives de détermination théorique de la coupure minimum dans un milieu déterminé n'ont pas donné de résultats satisfaisants. Par contre la coupure que nous avons estimée raisonnable pour $X_0 = 22$ cm, et qui était de 50% en perte relative d'énergie, nous a permis d'obtenir une bonne mesure de la masse du π^0 * (nous avons trouvé un résultat voisin

* réf: L. Behr, P. Mittner and P. Musset - Physics Letters
Volume 4, - number 1 - page 22.

de 137 MeV, avec des corrections de 15% en moyenne, c'est-à-dire que le résultat sans corrections eût été de 120 MeV environ).

En outre la largeur obtenue expérimentalement est en assez bon accord avec les erreurs calculées.

3. PROCEDE PRATIQUE DE MESURE

Donc, une fois la valeur de la coupure fixée, il faudra pour chaque électron faire l'opération suivante:

- vérifier qu'avant la longueur optimum de mesure il satisfait à la coupure et dans ce cas le mesurer sur la longueur optimum.
- Sinon le mesurer sur la plus grande longueur satisfaisant à la coupure.

Le résultat de la mesure de courbure en 3 points est à multiplier par le facteur de correction correspondant à la longueur utilisée.

Tous les résultats précédents négligeaient les pertes d'énergie par ionisation: en réalité, le Monte-Carlo montre qu'il suffit d'effectuer la correction due au bremsstrahlung et à apporter ensuite la correction de perte d'énergie par ionisation.

Dans le cas de traces dipées, on peut voir que la longueur optimum projetée reste inchangée; le facteur correctif est celui qui correspond à la longueur réelle, et les incertitudes sont multipliées par $(\cos \varphi)^{-1/2}$.

DISCUSSION ON THE TALK OF L. BEHR

Rousset:

Je voudrais parler au nom des gens qui travaillent dans le fréon dont la longueur de radiation est de 11 cm dans une grande chambre: ils voient les γ de bremsstrahlung un peu plus loin, donc peut-être pourra-t-on donner une coupure qui soit au moins égale à 50%, du moins nous l'espérons.

Werbrouck:

What is the lowest momentum measured with this programme?

Behr:

Finalement, on l'a appliqué à tous les électrons (évidemment c'est faux puisque la longueur de radiation devient plus grande aux basses énergies). J'ai oublié de dire que l'introduction des pertes d'énergie par ionisation ne change rien à la valeur de l'erreur. En faisant séparément la correction $\frac{f}{f_0}$ de bremsstrahlung et celle de perte par ionisation, on obtient le bon résultat.

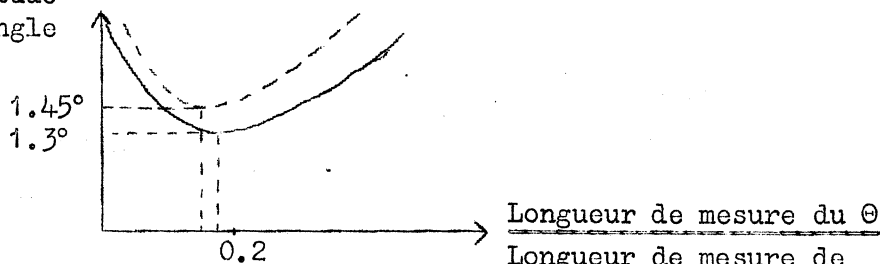
Nikolić:

Est-ce que vous avez considéré l'influence de bremsstrahlung sur les erreurs sur les angles?

Behr:

Effectivement, j'ai fait ce calcul. Une fois que l'on a fait la correction moyenne sur le moment de l'électron, il n'y a plus de correction à apporter sur l'angle. Si on cherche la longueur optimum de mesure des angles, on peut voir qu'elle n'est très différente de celle des autres traces: pour un π de $p\beta c = 150$ MeV on a la courbe en trait plein, pour un electron de $p\beta c = 150$ MeV la courbe pointillée:

Incertitude
sur l'angle



En outre, l'erreur n'est pratiquement pas modifiée. cour-
bure

Rousset:

N'est-ce pas seulement valable pour des longueurs de radiation grandes, de l'ordre de 20 cm?

Behr:

Ce qu'on peut dire, c'est que pour 20 cm l'effet est faible; je pense que cela ne doit pas changer grand-chose pour 10 cm, par exemple.

(Englishman ?);

Two questions about the electron which you reject. First, have you considered measuring after a scattering which would happen near the origin of the pair? Second, have you any thought about getting the energy from range, if there are too many scatters?

Behr:

Si le scattering est trop près de l'origine, on rejette l'électron. Quant à la mesure par parcours, un article de Wilson*, qui avait fait les calculs par Monte-Carlo, donne des incertitudes de l'ordre de 50% au mieux. Je pense préférable de mesurer par la courbure; nous avons ainsi 35%, pour une longueur de radiation d'environ 20 cm.

* Robert R. Wilson, Phys. Rev. 84, 100 (1951)