ADAPTATION DE LA CIBLE DE PRODUCTION D'ANTIPROTONS

J-C Schnuriger

Résumé

Le rendement de production des antiprotons dépend principalement, pour une matière de cible choisie, de l'adaptation du faisceau de protons frappant la cible et de l'adaptation de la ligne de transfert qui la suit. On examine dans cette note l'influence de la dimension du faisceau de protons et de la fonction betatron de la ligne de transfert "ramenée" dans la cible, sur le rendement de la cible, en tenant compte de l'absorption des protons et des antiprotons dans la cible elle-même ainsi que des autres paramètres physiques ou géométriques. Le calcul du rendement est fait en prenant des distributions normales pour le faisceau de protons et l'angle de production des antiprotons. Des tableaux permettent d'estimer les distances focales des lentilles placées avant et après la cible qui permettraient d'atteindre un gain relatif de rendement de la cible de production d'antiprotons jusqu'à 2 pour l'acceptance de AA.

Introduction

Le facteur 5 qui manque dans le rendement global d'accumulation des antiprotons dans AA est partiellement expliqué par une surestimation de la section efficace différentielle (d'un facteur \approx 2), l'acceptance de AA (84 π 10-⁶ mxrad au lieu de 100 π 10-⁶) et d'autres causes.

L'amélioration de la production est primordiale pour pallier l'accumulation insuffisante et pour cela divers développements sont en cours: la cible conductrice, les lentilles à lithium et à plasma, qui nécessitent des travaux longs et difficiles. Il est intéressant de considérer une amélioration progressive mettant en jeu une ou plusieurs propositions parmi les trois citées ci dessus, en particulier une cible passive accompagnée d'une lentille du côté proton et/ou d'une lentille plus puissante que la corne utilisée actuellement du côté antiproton. Ces sujets ont déjà été traités ailleurs (cf Réf.) avec des techniques de calcul sur ordinateur trés puissantes mais dont les résultats ne sont pas toujours immédiatement transparents. On essaye ici une méthode plus analytique dans l'espoir d'en tirer une compréhension plus claire et de pouvoir l'appliquer au cas de l'adaptation d'une cible conductrice.

Quoique les considérations faites dans cette note s'appliquent généralement à ACOL, elles sont appliquées spécialement à l'acceptance de AA; des vérifications expérimentales y seront ainsi possibles avant la mise en route de ACOL. Le calcul est fait pour une cible cylindrique longue sur laquelle frappe un faisceau centré de protons ayant une distribution normale (qaussienne). L'absorption des protons cause une atténuation de l'intensité du faisceau au long de la cible; parmi les interactions des protons avec les noyaux de la cible une partie seulement (dans le rapport de la section efficace différentielle de production à la section efficace totale d'absorption) fait apparaître des antiprotons. Ceux-ci sont produits avec une divergence angulaire grande par rapport à celle du faisceau de protons initial. Ce fait nécessite l'utilisation d'une lentille spéciale (corne ou lentille à lithium) chargée de collecter les antiprotons. Les calculs sont faits pour la cible seule en fonction de ses paramètres physiques et géomètriques, néanmoins ceux-ci sont faciles à relier aux lentilles "amont" et "aval" gràce à l'utilisation des fonctions betatroniques jusque et même dans la longueur de la cible.

Rendement de production de la cible.

On considère une tranche de cible d'épaisseur dz à la distance z du début (voir Fig.1). La probabilité qu'un proton arrive en z est, à cause de l'atténuation dans la matière de la cible, exp $(-z/\lambda)$ où λ est la longueur d'absorption. La probabilité d'interaction nucléaire (sans la diffusion élastique) dans dz est dz/ λ . La probabilité que cette interaction se produise en x dans dx est exp $(-x^2/2\sigma_x^2) dx/\sigma_x \sqrt{2\pi}$ où σ_x est l'écart quadratique moyen (e.q.m) de la distribution du faisceau de protons en z. Il y a une expression analogue en y. Les écarts quadratiques moyens σ_x et σ_y varient en fonction de z car les fonctions betatron β_x et β_y (du côté proton) varient suivant la loi: $\beta = \beta_{min} + (z - z_0)^2/\beta_{min}$ (1) ou β_{min} est la valeur minimale et z_0 l'abscisse du foyer.

On a, par exemple pour x: $\sigma_{\chi} = \frac{1}{n} \sqrt{\epsilon_{\chi} \beta_{\chi}}$ (2) où n est le nombre de σ_{χ} correspondant à la définition de l'émittance (/ π) du faisceau de protons.

La probabilité que l'antiproton soit produit avec des angles x' et y' dans dx' dy' et dans dp (p= impulsion) est:

$$\left(\frac{d^{3} \Sigma}{dx' dy' dp} / \Sigma \text{ tot}\right) \exp \left[-(x'^{2}/2\sigma_{x'}^{2}+y'^{2}/2\sigma_{y'}^{2})\right] dx' dy' dp$$

où $\frac{d^{3} \Sigma}{dx' dy' dp} = \frac{d^{3} \Sigma}{d\Omega dp}$ est la section efficace différentielle en
(barns/stéradian x GeV/C) et Σ_{tot} est la section efficace totale.
Dans l'expression précédente l'écart quadratique moyen angulaire:
(3) $\sigma_{x'} = (\sigma_{x'}^{2} \text{ prod.} + \sigma_{x'}^{2} \text{ proton} + \sigma_{x'}^{2} \text{ MCS}^{1/2} \text{ et } \sigma_{x'} \text{ prod.}$ est
l'e.q.m. angulaire de la production d'antiprotons,
(4) $\sigma_{x'} \text{ proton} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{\epsilon}{x} (1+\beta'^{2}/4)/\beta}_{X} \text{ et } \sigma_{x'MCS} \text{ est l' e.q.m. angulaire}$
(5) de l'effet Coulomb multiple $\sigma_{x'MCS} = \frac{14.1}{p(MeV/c)} \sqrt{\frac{h(x,y,x',y',z)}{L rad}}_{X} \left[1 + \frac{1}{9} \log_{10} \frac{h(x,y,x',y',z)}{L rad}\right]$

L'expression pour σ_{y} ne diffère de σ_{x} que par β et β' . La distance h(x,y,x',y',z) parcourue par un antiproton dans la cible avant d'en sortir dépend de l'endroit de l'interaction, des angles suivant lesquels il est produit, de l'abscisse de la tranche ainsi que de la longueur L: (6) $h(x,y,x',y',z) = \left[\sqrt{\frac{R_c^2(x'^2+y'^2) - (xy'-yx')^2}{(xy'+yy')^2}} \right] / (x'^2+y'^2)$ (6') h(x,y,x',y',z) < L-z.

Enfin la probabilité pour un antiproton déjà créé de sortir de la cible est diminuée par le facteur exp $[-h(x,y,x',y',z)/\overline{\lambda}]$ avec $\overline{\lambda}$ lonqueur d'absorption des antiprotons dans la matière de la cible.

La probabilité pour qu'un antiproton soit produit en z, en x et y, avec des angles x', y' dans un élément dz dx dy dx' dy' dp est donc, en regroupant tous les termes:

qui est la probabilité de production d'un antiproton produit en z dans dz, en x,y dans dx dy, en x' et y' dans dx' dy'.

Rendement de capture dans l'acceptance:

On doit maintenant calculer si x et x' sont à l'intérieur de l'acceptance betatron du côté antiproton ramenée à l'abscisse z de la tranche:

C'est une ellipse de surface πA_x . Pour x donné on a:

$$(10) - \frac{\alpha_{X}}{\beta_{X}} - \sqrt{\frac{A_{X}}{\beta_{X}} - \frac{x^{2}}{\beta_{X}^{2}}} \leq x' \leq -\frac{\alpha_{X}}{\beta_{X}} + \sqrt{\frac{A_{X}}{\beta_{X}} - \frac{x^{2}}{\beta_{X}^{2}}} \quad \text{avec} \left(\alpha_{X} = -\frac{\beta_{X}'}{2}\right)$$

et x est limité à:

(11)
$$-\sqrt{A\beta} < x < \sqrt{A\beta} \\ x x \qquad x x$$

(12) Ou:
$$-\sqrt{R_c^2 - y^2} < x < \sqrt{R_c^2 - y^2}$$
 (R_c = rayon de la cible)

Les fonctions β_x et α_x dépendent de z suivant une loi analogue à celle du côté proton mais évidemment avec un β_{\min} et une position du foyer différents. Il y a des équations identiques pour y. On choisit y, y' dans l'acceptance A_y puis x suivant (11) ou (12) et on calcule les valeurs limites (10). L'équation (9) donne dP. On fait de même pour tous les couples (x,x')(y,y') acceptés. La probabilité totale P pour la cible

est alors
$$P = \int_{0}^{L} \frac{dP}{dz} dz$$
.

Si A et A sont reliés, on peut en tenir compte dans les équations x y

précédentes.

Résultats:

Un programme a été écrit pour un ordinateur (HP-85) avec les hypothèses simplificatrices suivantes:

 $\sigma_{x} = \sigma_{y} = \sigma_{0}$

C'est-à-dire on suppose le faisceau rond, centré et constant sur la longueur de la cible ce qui est justifié par la valeur β à la cible: 0,4 m. De plus $\sigma_{x'} = \sigma_{y'} = \sigma'_0$ c'est-à-dire on tient compte de la divergence du faisceau de proton et de la diffusion Coulomb multiple en augmentant la divergence à la production d'une valeur constante (≈10 mrad)

Les résultats sont présentés sous forme de tableaux des gains relatifs par rapport à un cas de référence correspondant aux conditions habituelles de AA: $2\sigma = 1,5$ mm et $\bar{\beta}_{min} = 4$ cm pour lesquels on trouve un rendement de cible P= 2,16%. On remarque que ces rendements varient peu avec la longueur de la cible autour de 11 cm ± 2 cm, ainsi qu'avec la position du foyer antiproton si celui-ci est entre le milieu et le ler quart de la cible. Ces rendements de cible varient par contre beaucoup avec la dimension du faisceau de protons 2σ et la fonction betatron $\bar{\beta}$ minimale au foyer du côté antiproton. On présente donc les résultats en fonction de ces deux paramètres:

Gains relatifs pour des cibles de 3mm

- Rayon de la cible $R_{C} = 1,5 \text{ mm}$
- Longueur de la cible L = 11 cm
- Foyer à 3 cm du début de la cible (\bar{p})
- Acceptance de A A/ π : A = 84 10⁻⁶ mxrad

TABLEAU 1

Pour le Cuivre

- Longueur d'absorption (p) λ = 15,7 cm

- Longueur d'absorption (\bar{p}) $\bar{\lambda}$ = 13,1 cm

$\begin{array}{c} Rayon & \overline{\beta} (cm) \\ du faiscoal & min \sqrt{\Delta \theta} \end{array}$	4 cm	3	2	1	0,5
de protons (2 σ)(mm) (mm)	1,83mm	1,58	1,29	0,92	0,65
	0.70			0.01	
2 mm	0,/9	0,88	0,92	0,81	
1,5	1,00	1,12	1,20	1,12	
1	1,14	1,29	1,46	1,48	1,28
0,75	1,16	1,32	1,54	1,64	1,64
					1

TABLEAU 2

Pour le tungstène

 λ = 9,8 cm.

 $\bar{\lambda}$ = 8,7 cm.

β̄ (cm) Rayon min	4 cm	3	2	1	0,5
du faisceau /Āβ de protons (2σ)(mm) (mm)	1,83mm	1,58	1,29	0,92	0,65
2 mm	0,80	0,90	0,94	0,85	
1,5	1,00	1,13	1,23	1,17	
1	1,13	1,28	1,48	1,54	1,37
0,75	1,15	1,31	1,56	1,71	1,74

Gains relatifs pour des cibles de 2mm

- Rayon de la cible $R_c = 1 mm$
- Longueur de la cible L = 11 cm
- Foyer à 3 cm du début de la cible (\bar{p})
- Acceptance/ π de A A : A = 84 10-6 radm.

TABLEAU 3

Pour le Cuivre

- Longueur d'absorption (p)
$$\lambda = 15,7$$
 cm

- Longueur d'absorption (\bar{p}) $\bar{\lambda}$ = 13,1 cm

β (cm)	4 cm	3	2	1	0,5	0,25
faisceau \overline{AB} protons (2 σ)(mm) (mm)	1,83mm	1,58	1,29	0,92	0,65	0,46
2 mm	0,55	0,60	0,69	0,71		
1,5	0,81	0,88	1,02	1,07	0,88	
1	1,14	1,25	1,47	1,58	1,46	
0,75	1,25	1,38	1,64	1,82	1,85	1,57

TABLEAU 4

Pour le tungstène

- Longueur d'absorption (p)
$$\lambda$$
 = 9,8 cm

- Longueur d'absorption (\bar{p}) $\bar{\lambda}$ = 8,7 cm

$\bar{\beta}$ (cm) Rayon min	4 cm	3	2	1	0,5	0,25
protons (2σ)(mm) (mm)	1,83mm	1,58	1,29	0,92	0,65	0,46
2 mm	0,58	0,63	0,74	0,78		
1,5	0,85	0,93	1,10	1,17	0,97	
1	1,19	1,31	1,57	1,73	1,61	
0,75	1,30	1,44	1,74	1,98	2,04	1,75

NB: Les cas de référence sont les mêmes que pour $R_c = 1,5$ mm.

On remarque que pour un rayon (protons) 2σ fixé, il y a une valeur optimale de β ramené au foyer; pour ces valeurs optimales de β on a approximativement $2\sigma \approx A\overline{\beta}$ c'est-à-dire qu'au foyer antiproton le faisceau d'antiprotons a le même rayon que le faisceau de protons. La cible de 2 mm de diamètre n'apporte presque rien tant que $2\sigma < 1,5$ mm avec $\beta < 2$ cm ce qui amène à la condition $2\sigma < R_c$. Les gains relatifs sont meilleurs pour le tungstène que pour le cuivre pour les faibles valeurs de 2σ , et donc de β d'après ce qui précède.

Pour trouver à quoi correspondent pratiquement les différentes valeurs de 2σ et $\bar{\beta}$, on peut consulter les tableaux suivants qui donnent les focales des lentilles nécessaires du côté proton et du côté antiproton, on utilise pour cela la relation entre les fonctions β_{max} à l'extrémité de la lentille où l'on suppose le faisceau parallèle et β_{min} au foyer correspondant $f^2 = \beta_{max} \beta_{min}$:

Distance focale de la lentille (côté p): en m. pour une ouverture de lentille Ø 20 mm:

E	mittance				
Rayon faisceau protons (2ơ)(m	x10 ⁻⁶ (mxrad)) m) (p)	2	3	4	5
2 m	m	10m	6,7	4	4
1,5		7,5	5	3,75	3
1		5	3,3	2,5	2
0,7	5	3,75	2,5	1,87	1,5

TABLEAU 5

TABLEAU 6

Fonction $\overline{\beta}_{max}$ à la sortie de la lentille antiproton:

β (c min	m) 4 cm	3	2	1	0,5	0,25
Focale $\overline{A\beta}$ (m antiprotons(m)	m) 1,83mm	1,58	1,29	0,92	0,65	0,46
0,45 m	5,06m	6,75	10,12	20,2	40,5	81
0,3	2,25	3	4,5	.9	18	36
0,15	0,56	0,75	1,12	2,25	4,5	9
0,10	0,25	0,33	0,50	1	2	4

TABLEAU 7

	β (cm) min	4 cm	3	2	1	0,5	0,25
	$\overline{\overline{a}}$ $\overline{\overline{\beta}}$ (mm)						
max	max (m)	1,83mm	1,58	1,29	0,92	0,65	0,46
20,5mm	5 m	0,45	0,39	0,32	0,22	0,16	0,11
14,5	2,5	0,32	0,27	0,22	0,16	0,11	0,08
9,2	1	0,20	0,17	0,14	0,10	0,07	0,05
6,5	0,5	0,14	0,12	0,10	0,07	0,05	0,04
	1						

Distance focale de la lentille antiproton : en m.

$$(\sqrt{A}\beta_{max} = \frac{1}{2}$$
 ouverture de la lentille)

Exemples:

- 1°) Pour une cible en cuivre de rayon 1,5mm, si $2\sigma = 1,5$ mm on doit prendre $\overline{\beta}_{min} = 2$ cm (tableau 1). Pour cela il faut d'après le tableau 6 une focale de 0,3 m de côté antiproton et la fonction $\overline{\beta}_{max}$ à la sortie de la lentille est environ ce qu'elle est actuellement: 4,5 m. La corne décrite dans la note PS/AA/AC-21 donne une focale de 0,3 m constante jusqu'à 65 mrad. Le gain serait alors de 20%.
- 2°) Pour une cible en cuivre de rayon 1 mm. Si $2\sigma = 1$ mm et $\bar{\beta}_{min} = 1$ cm, le gain serait de 58%. Il faut pour cela une focale du côté proton (tableau 5) de 3,3 m, si l'émittance du faisceau de protons est 3 x 10-⁶ π mxrad. La focale antiproton doit être de 10 cm pour une fonction $\bar{\beta}_{max}$ de 1 m. (cf Appendice).
- 30) Pour une cible de tungstène de rayon 1mm et si $2\sigma = 0,75$ mm et $\beta = \min_{min} 1$ (ou 0,5cm) le gain relatif atteindrait ≈ 2 . Pour cela il faut une focale (p) de 2,5m pour l'émittance de $3\pi \ 10^{-6}$ mxrad. et une focale (\bar{p}) inférieure à 0,1m ainsi qu'un $\bar{\beta}_{max}$ inférieur à 1m. On atteint des valeurs de 2σ telles que la densité d'énergie dans la cible est probablement la limitation (explosion ou ablation de la cible).

Les focales (p) sont également tellement faibles que la lentille deviendra excessivement difficile à faire et à faire durer (cf Appendice).

Conclusion:

La méthode exposée dans cette note permet d'adapter les lignes de transfert de part et d'autre de la cible de production en considérant les fonctions betatron jusque dans la cible. Les calculs numériques effectués permettent d'établir que les faisceaux de protons et d'antiprotons, ainsi que la cible doivent avoir approximativement le même rayon au foyer antiproton. Les gains relatifs du rendement de la cible par rapport à la production actuelle pourraient atteindre un facteur 2 pour des optiques "proton" et "antiproton" parfaitement adaptées, si les lentilles correspondantes à très courte focale peuvent être réalisées et si la cible elle-même résiste aux plus grandes densités d'énergie nécessaires.

Remerciements:

Je remercie mes collègues du groupe AA, ainsi que ceux du SPS et du Laboratoire Fermilab pour les discussions fructueuses et intéressantes que nous avons eues sur ce sujet.

Références

- S. Van der Meer. in CERN PS/AA-78-3, 27.1.1978, Design Study of a Proton-antiproton Colliding Beam Facility.
- S. Van der Meer. CERN PS/AA-80-12 17.6 1980, Improved collection of Secondaries from a long, narrow target by a horn doublet.
- E. Jones, T. Sherwood, J-C. Schnuriger, P. Sievers. AA Long Term Note N^o 26 - Summary of the Antiproton Collection Study. 13-14,12,1982. Session I.6, Antiproton Collection.
- C. Hojvat, A. Van Ginneken. Fermilab-Pub-81/82 8055.00. Calculation of Antiproton Yields for the Fermilab Antiproton Source.
 July 1, 1982.

APPENDICE

Paramètres principaux d'une lentille à Lithium (antiprotons): (Fig.2). Dans l'exemple 2 on trouve f = 10 cm pour β_{max} = 1m. Il faut de plus que la distance d'entre foyer et lentille soit plus grande que la moitié de la cible soit 5cm d'où K = (f²-d²)-¹ = 133 (m-²).

```
On a aussi:

R = \sqrt{A\beta_{max}} = 0,92cm
I = Arc \sin (f\sqrt{K}) - 1/\sqrt{K} = 9,07cm
\Theta_{max} = R/f = 92 mrad
Gradient: G = K (Bp) = 15,9 T/cm

Champ max: B = GR = 14,6 T

Densité de courant: J = G/2\Pi 10-<sup>7</sup> = 2,52 kA/mm<sup>2</sup>

Courant crête: I = 672 kA.
```

Si on augmente f à 14 cm, il faut $\bar{\beta}_{max}$ = 1,96m.

```
On a alors:
```

```
K = 58,48 (m-<sup>2</sup>)

R = 1,28cm

l = 15,7cm

\Theta_{max} = 91 mrad

G = 6,97 T/cm

B_{max} = 8,92 T

J = 1,1 kA/mm<sup>2</sup>

I = 571 kA
```

La longueur plus grande et $\bar{\beta}_{max}$ plus grand aggravent l'effet nocif de la diffusion Coulomb multiple de la lentille. Dans ce qui précède on suppose la géomètrie de la lentille non fixée d'avance et on déduit de l'adaptation de la cible et de sa longueur le coefficient K d'où résultent le diamètre et la longueur de la lentille. On peut au contraire fixer la géomètrie de la lentille; par exemple l = 15cm, R = 1cm et calculer les performances:

К	30	40	50	60	m ²
d	16,98	11,3	7,91	5,59	CM
f	24,9	19,4	16,2	14	CM
θ max	40,1	51,4	61,7	71	mrad
r	2,1	1,63	1,36	1,18	mm
G	3,57	4,77	5,96	7,15	T/cm
B	3,57	4,77	5,96	7,15	Т
J	0,57	0,76	0,95	1,13	kA/mm²
I	179	238	298	358	kA
I 1200	207	275	344	413	kA
β cible	5,22	3,17	2,2	1,66	СМ

Une telle lentille est limitée à 14cm de focale et à β_{cible} de 1,66cm sinon la distance foyer à lentille devient trop faible.



Fig. 1. Système de coordonnées pour la cible.



Fig. 2. Eléments cardinaux de la lentille.