

## AMELIORATIONS DU SYSTEME DE REFROIDISSEMENT STOCHASTIQUE TRANSVERSAL DE LEAR

M. Chanel

### 1. GENERALITES

Pour une meilleure efficacité du refroidissement stochastique une analyse détaillée du processus de refroidissement est nécessaire, en particulier en ce qui concerne les conséquences découlant de la théorie, même simplifiée, sur les gains du système.

En suivant l'analyse de la référence 1, nous obtenons la formulation suivante pour la constante de temps de refroidissement  $\tau$ [s]:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{f_{rev}}{2N} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left[ 2T_l g_l - (T_l g_l)^2 (M_l + U_l) \right]$$

avec

$$T_l = \frac{1}{1 + (g_l M_l / 2)}$$

$\tau$  est défini par

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{x_{rms}^2} \frac{d(x_{rms}^2)}{dt} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\varepsilon_{rms}} \frac{d(\varepsilon_{rms})}{dt}$$

avec  $x_{rms}^2$  la moyenne du carré des amplitudes des particules qui correspond à l'émittance moyenne  $\varepsilon_{rms}$  du faisceau.

$\tau$  : constante de temps de refroidissement [s],

$f_{rev}$  : fréquence de révolution des particules [Hz],

$N$  : nombre de particules dans le faisceau,

$l$  : nombre harmonique tel que la fréquence bêatronique  $f_\beta = (l \pm q) f_{rev}$ ,

$M_l$  : coefficient de mélange ("mixing factor"). Celui-ci représente le nombre de tours moyens avec lesquels les particules présentes dans un échantillon du faisceau et circulant à la fréquence  $f_{rev}$  vont se déplacer dans d'autres échantillons voisins. Pour une distribution des particules en fréquence bêatronique  $nf_\beta$ , ce coefficient s'écrit :

$$M_l = \begin{cases} \frac{f_{rev}}{2N} n(f_\beta) & \text{si les bandes sont séparées } (\Delta f_\beta < f_{rev}/2) \\ 1 & \text{si les bandes se recouvrent complètement } (\Delta f_\beta > f_{rev}/2) \end{cases}$$

Dans le cas d'une distribution uniforme des particules sur une bande  $\Delta f_\beta$ , on obtient :

$$n(f_\beta) = \frac{N}{\Delta f_\beta}, \text{ ou } n(f_\beta) = \frac{N}{l \Delta f_{rev}}$$

en utilisant la dispersion en fréquence  $\Delta f_{rev}$  à la fréquence de révolution. Celle-ci est liée à la dispersion en quantité de mouvement  $\Delta p/p$  par la relation :

$$\frac{\Delta f_{rev}}{f_{rev}} = \eta \frac{\Delta p}{p},$$

où  $\eta$  est le "momentum compaction factor" défini par

$$\eta = \left| \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma_{tr}^2} \right|,$$

avec le coefficient relativiste de Lorenz pour les particules de la machine et  $\gamma_{tr}$  le coefficient relativiste définissant l'énergie de transition de la machine.

$U_l$  est le rapport du bruit blanc observé au signal. Il est défini dans la littérature [1] par  $U_l = \Phi_{a,l}/\Phi_{0,l}$ , avec la densité spectrale de bruit blanc  $\Phi_{a,l}$  et la densité spectrale du signal réduit  $\Phi_{0,l}$ . Celui-ci est défini par  $\Phi_{sc,l} = \Phi_{0,l} M_l$ ,  $\Phi_{sc,l}$  étant la densité spectrale du bruit Schottky. Donc  $\Phi_{0,l}$  est la densité spectrale moyenne de bruit Schottky sur une bande de largeur  $f_{rev}/2$ . Il peut être vu comme le rapport bruit sur signal lorsque l'observation est faite aux fréquences où il y a mixing complet ( $M_l = 1$ ), si la pick-up a un couplage au faisceau indépendant de la fréquence.

En mesurant  $\Phi_{sc,l}$  et  $\Phi_{a,l}$  avec un analyseur de spectre à  $l_m = 0.371 l_{pu}$  où le signal est maximum, et puisque  $\Phi_{a,l}$  est constante sur toute la bande passante du système (c'est-à-dire indépendant de  $l$ ), et en prenant le couplage du faisceau à la pick-up (voir Annexe A, à transformer en puissance), on obtient :

$$U_l = \frac{U_0}{\sin^2(\pi l/l_{pu})}, \text{ avec } U_0 = \frac{0.845 \Phi_{a,l_m} \Delta f_{rev}}{\Phi_{sc,l_m} f_{rev}}$$

Il faut noter que ce rapport est défini en puissance spectrale de bruit. La densité spectrale est proportionnelle à l'émittance moyenne du faisceau  $\epsilon_{rms}$  et au nombre de particules (pour une distribution donnée), donc  $U_0 \propto k/\epsilon_{rms}/N$ .

$g_l$  représente le gain réduit du système. Si l'avance de phase de la pick-up au kicker est  $\pi/2$  (modulo  $\pi$ ) et si les paramètres (délai, phase électronique) sont corrects sur toute la bande passante, il peut être écrit de la façon suivante:

$$g_l = \frac{NG_l}{2\pi Q_0 f_{rev}^2}$$

Dans cette formule,  $G_l = H_{pu,l} H_l H_{kik,l}$  est le produit du couplage  $H_{pu,l}$  du faisceau à la pick-up, du gain électronique  $H_l$  du système et de la transmission  $H_{kik,l}$  du kicker au faisceau,  $Q_0$  est le point de fonctionnement de la machine. Le couplage de la pick-up est de la forme (Annexe A, réf. 2) :

$$H_{pu,l} \propto \sin\left(\pi \frac{l}{l_{pu}}\right),$$

$l_{pu}$  étant la première harmonique où il n'y a pas de couplage du faisceau à la pick-up ;

La transmission du kicker est de la forme

$$H_{kik,l} \propto \frac{\sin(\pi l/l_{kik})}{l},$$

$l_{kik}$  étant la première harmonique où il n'y a pas de couplage de la pick-up au faisceau.

Le coefficient  $T_l$  représente l'effet de boucle ou "shielding factor". L'observation de l'atténuation du signal lorsque le système de refroidissement est enclenché permet de choisir le gain optimal du système, mais aussi d'ajuster finement le délai du système vers les hautes fréquences. Cet effet de boucle peut aussi être déduit de la mesure de la fonction de transfert du faisceau réalisée à l'aide de l'analyseur de réseau, en mesurant harmonique par harmonique. Dans ce dernier cas, la réponse du faisceau est :

$$S_l = \frac{g_l M_l}{2}$$

## 2. CONDITIONS DE REFROIDISSEMENT OPTIMAL

En analysant le résultat précédent, on peut déterminer, pour chaque bande bétatronique, un optimum du gain réduit. Après quelques lignes de calcul on obtient :

$$g_l = \frac{1}{M_l/2 + U_l},$$

$$T_l = \frac{1}{1 + M_l(M_l/2 + U_l)}$$

et, finalement,

$$\frac{1}{\tau} = \frac{f_{rev}}{2N} \sum_l \frac{1}{M_l + U_l}$$

### 3. ANALYSE DES CAS EXTRÊMES

Deux cas très spécifiques doivent être étudiés pour appréhender la signification physique de ces équations:

- 1) Le premier cas est obtenu lorsque le bruit est négligeable par rapport au signal de Shottky ( $U_l \rightarrow 0$ ). Les formules précédentes se réduisent à :

$$g_l \rightarrow \frac{2}{M_l}, \quad T_l \rightarrow \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{\tau} \rightarrow \frac{f_{rev}}{2N} \sum_l \frac{1}{M_l}$$

Donc, en cas de bruit blanc négligeable par rapport au signal, le refroidissement optimal est obtenu lorsque le gain apparent du système est réduit d'un facteur 2 (6 dB) pour toutes les bandes concernées, donc à l'intérieur de la bande passante du système. Cette atténuation correspond à une réduction de la densité spectrale d'un facteur 4 dans le cas d'une distribution bétatronique uniforme du faisceau. Les résultats deviennent :

$$g_l \rightarrow \frac{4\Delta f_{rev}}{f_{rev}} l \quad \text{et} \quad \frac{1}{\tau} \rightarrow \frac{\Delta f_{rev}}{N} \sum_l l$$

Le gain réduit doit croître linéairement avec la fréquence (6 dB/octave, 20 dB/décade). Les bandes bétatroniques de la partie supérieure de la bande passante du système participent fortement à la vitesse de refroidissement. En supposant que la bande passante du système correspond à  $2k$  bandes bétatroniques, il est facile de démontrer que les bandes  $(1... k)$  ont 3 fois moins d'effet que les bandes  $(k+1... 2k)$ . Le gain de la partie électronique est ainsi de la forme (voir aussi Figure 1) :

$$G_l \propto \frac{l^2}{\sin(\pi l/l_{pu}) \sin(\pi l/l_{kik})}$$

Cette formule indique que le gain électronique doit croître de 40 dB/décade sans tenir compte des variations dues aux couplages faisceau-pickup et kicker-faisceau.

- 2) Le deuxième cas est obtenu lorsque le bruit devient prépondérant par rapport au signal. Ceci est particulièrement utile pour l'analyse des émittances minimales qu'il est possible d'obtenir. Lorsque les émittances diminuent par le refroidissement, le signal fait de même. Donc le rapport  $U_0$  devient grand, particulièrement à certaines fréquences où les caractéristiques de la pick-up ne sont pas favorables ( $l \approx 1$  et  $l \approx l_{pu}$ ). Dans ce cas les formules deviennent :

$$g_l \rightarrow \frac{1}{U_l}, \quad T_l \rightarrow 1, \quad \frac{1}{\tau} \rightarrow \frac{f_{rev}}{2N} \sum_l \frac{1}{U_l}$$

Il n'y a presque plus d'atténuation du signal par effet de boucle. Le gain réduit est fortement diminué. Toujours avec la distribution uniforme, mais aussi avec le couplage de la pick-up on obtient :

$$g_l \rightarrow \frac{\sin^2(\pi l/l_{pu})}{U_0} \quad \text{et} \quad G_l \propto \frac{l \sin(\pi l/l_{pu})}{\sin(\pi l/l_{kik})}$$

Dans le cas particulier où  $l_{pu} = l_{kik}$  (généralement vrai dans un système de refroidissement homogène), le gain électronique doit croître de 20 dB/décade (Fig. 1).

#### 4. L'EVOLUTION DES EMITTANCES

En tenant compte des résultats ci-dessus et en considérant que le gain réduit n'évolue pas avec le temps (c'est-à-dire  $g_l(t) = g_l \forall t$ ), donc que l'atténuation reste constante ( $U_l$  est le rapport bruit sur signal à  $t = 0$ ), en utilisant un système dont la bande passante s'étend de  $l_{\min}$  à  $l_{\max}$  et en considérant que deux bandes latérales successives ( $\pm q$ ) participent de la même façon au refroidissement, nous obtenons après quelques mathématiques :

$$\frac{1}{\varepsilon_{rms}} \frac{d(\varepsilon_{rms})}{dt} = \frac{f_{rev}}{N} \sum_{l=l_{\min}}^{l_{\max}} \left[ 2T_l g_l - (T_l g_l)^2 \left( M_l \frac{U_l}{\varepsilon_{rms}} \right) \right]$$

dont la solution est

$$\frac{\varepsilon_{rms}}{\varepsilon_0} = \frac{B}{A} + \left( 1 - \frac{B}{A} \right) \exp(-At)$$

avec

$$A = \frac{2f_{rev}}{N} \sum_{l=l_{\min}}^{l_{\max}} T_l^2 g_l$$

et

$$B = \frac{f_{rev}}{N} \sum_{l=l_{\min}}^{l_{\max}} (T_l g_l)^2 U_l$$

La constante de temps de refroidissement est  $(1/A)$  et la limite de l'émittance obtenue est  $(B/A)$ . Cette limite peut être abaissée en diminuant le gain du système, si elle n'est pas induite par l'équilibre entre les forces de refroidissement et les forces de frottement interne du faisceau (par exemple).

Dans le cas extrême n° 1, la constante de temps de refroidissement devient :

$$\frac{1}{A} \equiv \frac{N}{\Delta f_{rev} (x^2 - 1) l_{\min}^2}, \quad \text{avec} \quad l_{\max} = x l_{\min}$$

démontrant l'importance de la bande passante du système et d'une large dispersion en fréquence ce qui correspond à un large  $\Delta p/p$ .

Dans le cas extrême n° 2, la constante de temps de refroidissement devient :

$$\frac{1}{A} \equiv \frac{U_0 N}{\Delta f_{rev} (l_{\max} - l_{\min})}$$

démontrant l'importance de la bande passante et de la diminution du rapport bruit sur signal (cela peut d'ailleurs être obtenu en diminuant la dispersion en fréquence ou en rapprochant les électrodes des pick-ups plus près du faisceau comme dans AC). Dans ce cas, la limite du refroidissement est

$$\frac{\varepsilon_{rms}}{\varepsilon_0} \rightarrow \frac{B}{A} = 0.5$$

Avec le gain du système, ajusté de façon optimale dans une condition donnée de rapport bruit sur signal grand, il n'est pas possible de réduire les émittances de plus d'un facteur 2, sans de nouveau changer le gain du système ou le rapport bruit sur signal.

## 5. CAS DE LEAR : LES MESURES ET LEUR COMPARAISON AVEC LA THEORIE.

L'analyse des mesures prises à 609 MeV/c avec  $12 \times 10^9$  protons circulant a donné les résultats suivants:

- a)  $l_{pu} = 300$  dans le plan horizontal, en retrait de 10% par rapport à la valeur théorique (330) déduite de la longueur mécanique;  $l_{pu} = 330$  dans le plan vertical, en retrait de 25% par rapport à la valeur théorique (420) déduite de la longueur mécanique (Fig. 1). La demi-hauteur entre les électrodes non négligeable par rapport à la longueur des pick-ups (15 mm/150 mm = 10% pour la pick-up horizontale et 30 mm/120 mm = 25% dans le plan vertical... le hasard !) est probablement responsable de cet écart.

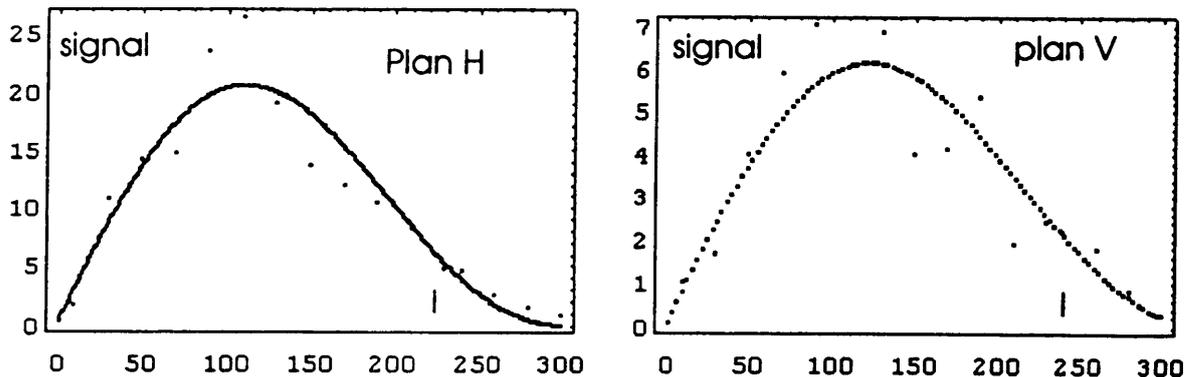


Fig. 1 - Densité spectrale issue de la pick-up (H ou V) en fonction de l'harmonique  $l$  de la fréquence de révolution (points) et lissage par la réponse théorique (trait plein) en choisissant  $l_{pu}(H) = 300$ ,  $l_{pu}(V) = 330$ . Mesures prises à 609 MeV/c à la densité spectrale maximale.

- b) Les mesures ont été réalisées lorsque le processus de refroidissement était à l'équilibre avec les forces contraires comme le frottement interne du faisceau. Dans ces conditions le rapport signal sur bruit ( $1/U_{lm}$ ) était d'environ 20 en horizontal et 6 en vertical à  $l_m =$

$0.371l_{pu}$ . Ce rapport est probablement un peu optimiste car mesuré sur le sommet de la distribution gaussienne d'une bande latérale. En supposant que la réduction d'émittance, donc du signal, est environ d'un facteur 10 pendant le processus de refroidissement, on calcule à l'aide des formules précédentes la forme du gain du système électronique en fonction de la fréquence (la valeur absolue est indicative) et pour différents rapports  $U_{lm}$ . Nous constatons qu'une croissance du gain de 25 dB/décade est un bon compromis entre l'obtention d'une vitesse de refroidissement rapide au début du processus, lorsque les émittances sont grandes, et des valeurs d'émittances raisonnablement petites en fin de processus, lorsque le signal est noyé dans le bruit. Il faut noter que le mode commun n'a pas été intégré dans le bruit électronique, donc que les valeurs de  $U_{lm}$  sont optimistes. La bosse observée sur la courbe du gain optimal provient du non couplage du kicker au faisceau à l'harmonique  $l = 300$ . Il est bien évident que pour le système de refroidissement à LEAR il est impossible de réaliser cette bosse pour toutes les énergies de fonctionnement de LEAR. D'autre part, cette bosse s'atténue lorsque le rapport  $U_{lm}$  augmente, c'est-à-dire en fin de processus et, comme on privilégiera cette situation, il n'est pas opportun de la créer.

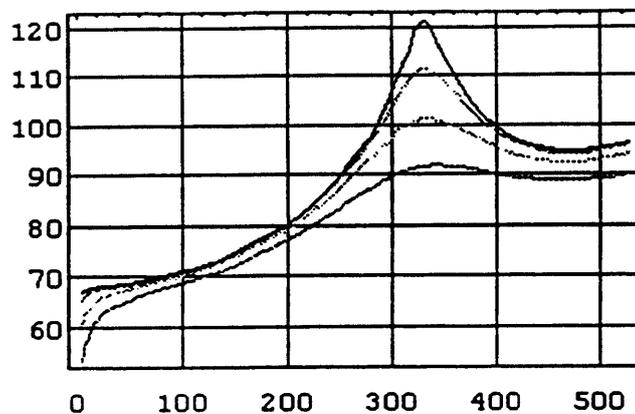


Fig. 2 - Forme du gain du système électronique en fonction du nombre harmonique 1 à 609 MeV/c pour différents rapport bruit sur signal (du haut vers le bas  $U_{lm} = 0.005, 0.015, 0.05, 0.15$ ). Ce dernier correspond à la mesure dans le plan vertical lorsque le faisceau était déjà refroidi (voir §b). Il faut remarquer que la croissance du gain est d'environ 25 dB/décade entre  $l = 50$  (100 MHz) et  $l = 500$  (1 GHz).

- c) Les atténuations mesurées du signal par effet de boucle fermée ou les mesures par fonction de transfert du faisceau nous indiquent que le gain du système en basse fréquence (100... 400 MHz) est trop fort de 6 dB mais qu'il manque environ 10 dB vers 600 MHz. La mesure du gain électronique montre une croissance de celui-ci de 6 à 8 dB/décade au lieu des 25 dB préconisés par le résultat précédent (il y a donc une concordance étonnante entre tous ces résultats).

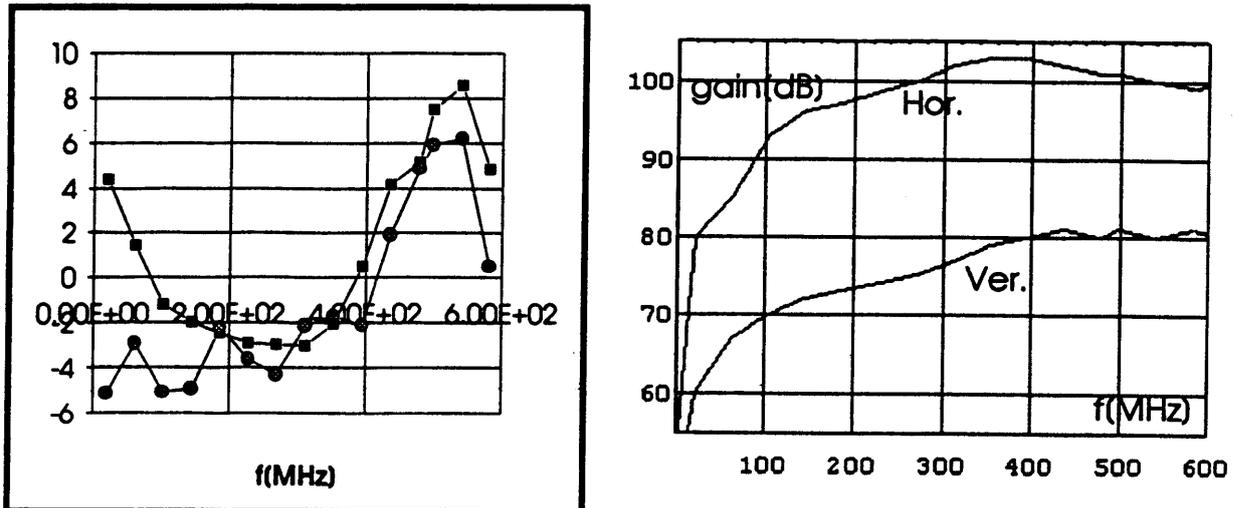


Fig. 3 - A gauche, gain manquant [dB] trouvé par la mesure d'atténuation dû à l'effet boucle (■ : système horizontal, • = système vertical). A droite, gain des systèmes H et V en fonction de la fréquence où nous constatons un manque de gain vers les hautes fréquences. Cette croissance devrait être de 6 dB/décade. Il faut noter la différence de gain entre les systèmes H et V (10 à 15 dB). Ceci est dû à un meilleur couplage du kicker avec le faisceau.

- d) Les mesures d'atténuation provenant de la fonction de transfert et de l'atténuation du signal (toutes deux prises sur le sommet de la distribution gaussienne) semblent bien coïncider. Elles indiquent une atténuation de 6dB alors que les mesures prises en moyennant le signal sur toute la bande latérale indiquent plutôt 4 dB. Il faut remarquer que la théorie basée sur une distribution uniforme indique 6 dB. La mesure faite par intégration sur une bande latérale est étudiée en Annexe B. Elle montre que le rapport obtenu entre les différentes mesures est respecté.

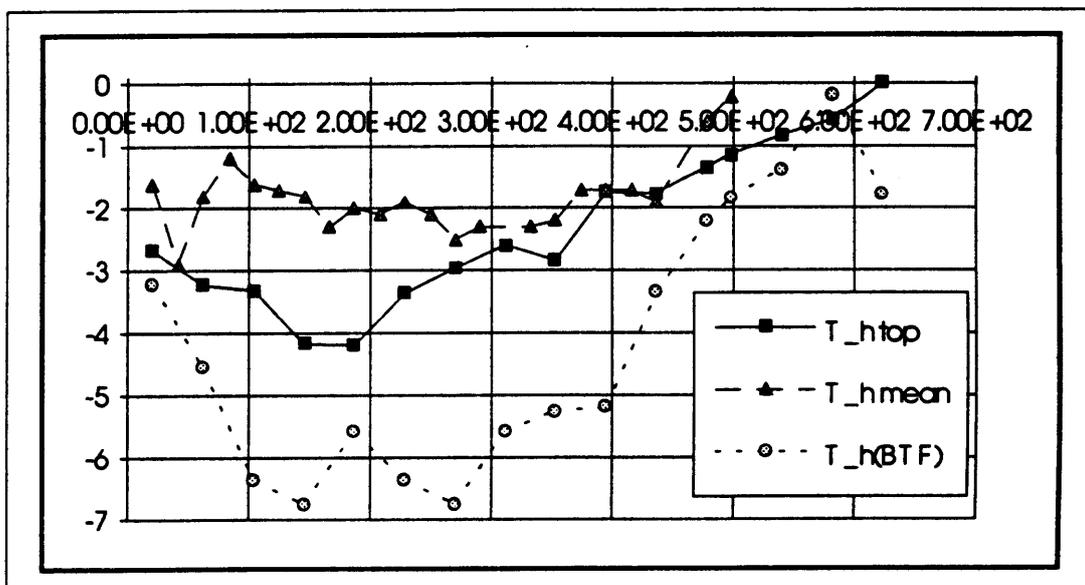


Fig.4 - Les différentes façons de mesurer l'atténuation du signal Schottky lorsque le système de refroidissement est enclenché donnent des résultats assez concordants.  $T_{h\ top}$  est la mesure sur le maximum de la distribution,  $T_{h\ mean}$  est celle réalisée en intégrant sur toute la bande de Schottky,  $T_{h\ (BTF)}$  est celle déduite de la mesure BTF.

## 6. LES AMELIORATIONS SUR LE SYSTEME DE REFROIDISSEMENT DE LEAR

- le système doit être homogène, c'est-à-dire que les pick-ups et kickers doivent avoir la même longueur équivalente, ce qui n'est pas le cas actuellement. En effet, la géométrie des pick-ups et kickers est différente de par leur emplacement dans des chambres à vide de dimensions différentes. Nous avons bien construit des éléments ayant une impédance caractéristique de  $50 \Omega$  mais nous n'avons pas tenu compte de l'influence de la demi-distance entre électrodes dans le calcul de la longueur équivalente des pick-ups et des kickers. Les mesures précédentes et l'augmentation de la bande passante du système au-delà de la fréquence de non-couplage avec le faisceau impliquent cette modification sur certains kickers verticaux.
- le système électronique doit être adapté aux conditions de refroidissement optimales tant en ce qui concerne le gain optimal que les variations de phases le long de la bande passante, particulièrement vers les hautes fréquences (maximum 1 GHz). Nous considérerons que la forme du gain optimal est celle obtenue lorsque le rapport signal sur bruit est faible (croissance d'environ 20 dB/décade). Toutes les distorsions de phases doivent être compensées, qu'elles proviennent des câbles, des nombreux relais utilisés, des défauts des amplificateurs, particulièrement ceux de puissance, ceci surtout vers les hautes fréquences où le refroidissement est le plus efficace.
- l'idéal ou l'utopie serait de créer un système qui s'adapte aussi bien en gain moyen, en forme du gain en fonction de la fréquence et en correction de phase, dépendant à la fois de l'énergie des particules et du rapport signal sur bruit instantané.... et ceci sur une bande passante de 10 à 1000 MHz !!!!
- **Notes importantes :** Lors de la construction de LEAR, le système prévu devait fonctionner avec des faisceaux à large dispersion en quantité de mouvement. Cela impliquait des bandes passantes relativement faibles et de grandes sensibilités, d'autant plus que le nombre de particules prévues n'excédait pas  $10^9$ . La diminution de la dispersion en fréquence (transfert depuis des stacks de grande densité dans le AA, utilisation du refroidissement par électrons à basse énergie), la nécessité de refroidir des faisceaux contenant  $10^{10}$  particules (voire  $5 \times 10^{10}$  pour Jetset) avec des émittances très faibles nous obligent à augmenter la bande passante. Les zéros de sensibilité se trouvent parfois au milieu de cette bande passante, ce qui fait perdre en vitesse de refroidissement. Si des expériences futures plus exigeantes en caractéristiques de faisceau sont approuvées, il serait très avantageux de changer l'ensemble des pick-ups et des kickers.

## 7. QUEL GAIN DE VITESSE DE REFROIDISSEMENT AVEC LES AMELIORATIONS PREVUES ?

Le système le plus critique en 1993 était le système vertical. Les mesures ont montré que le système n'était pas homogène car les kickers étaient trop longs, et que le gain était trop faible

vers les hautes fréquences. Les calculs théoriques (Figs. 5, 6, 7) montrent que les modifications apportées pendant l'arrêt devraient améliorer la vitesse de refroidissement d'un facteur 2 au moins à 609 MeV/c. Il est aussi évident que le système deviendra plus sensible aux mauvais ajustements du délai commun, principalement à cause de la phase des amplificateurs qui varie brutalement vers 900 MHz.

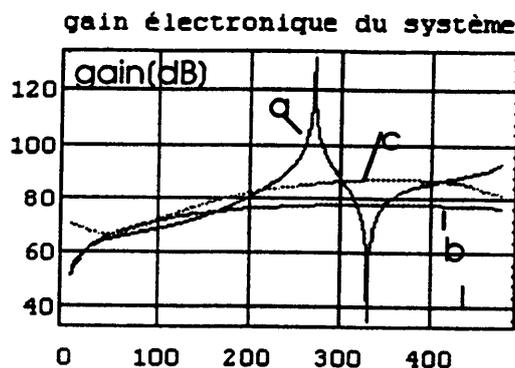


Fig. 5 - Le gain électronique du système pour un rapport signal sur bruit de 6 en fonction de l'harmonique  $l$  dans 3 cas: a) gain optimal avec les caractéristiques des pick-ups et kickers 93, b) gain en 93, c) après ajustement du gain et changement des kickers en 1994.

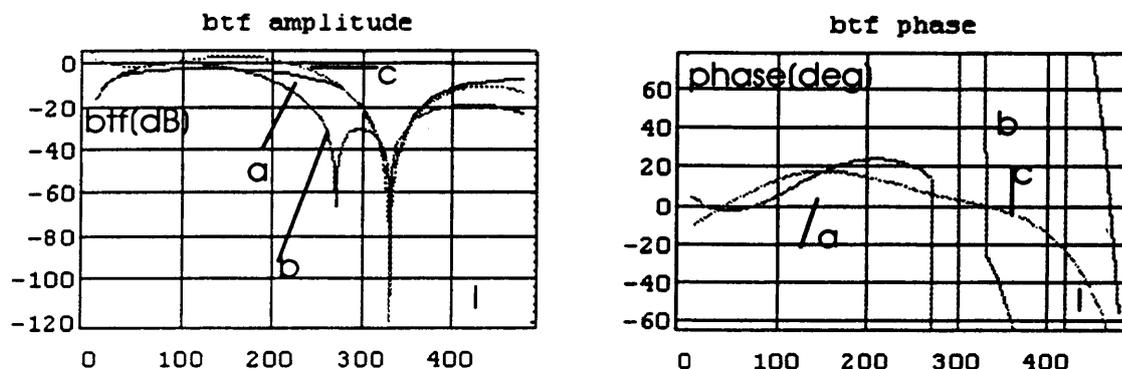


Fig. 6 - Amplitude et phase de la BTF en fonction de l'harmonique  $l$  pour les 3 cas: a) gain et phase optimaux, b) gain, phase et kicker 1993, c) gain, phase et kicker 1994.

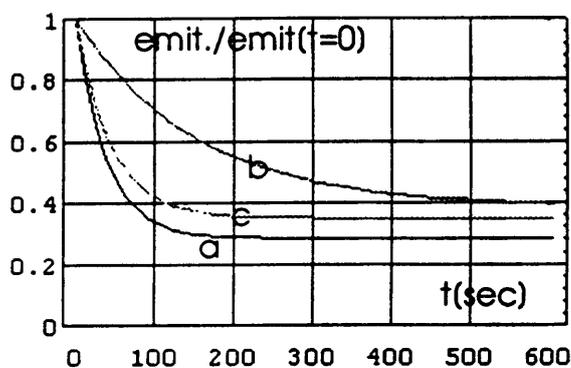


Fig. 7 - Evolution de l'émittance en fonction du temps pour les 3 cas précités dans la Fig. 6. Nous constatons que la vitesse refroidissement est presque optimale pour le cas c (très proche du cas a). L'émittance limite ne change presque pas. L'équilibre avec les forces contraires se fera à plus basse émittance car la vitesse de refroidissement est plus grande. Le temps n'est qu'indicatif.

## **9. CONCLUSIONS**

Il est possible d'améliorer, sans coût important, le refroidissement de LEAR pour 1994. Toute requête concernant des dimensions de faisceau plus petites ou de plus grands nombres de particules circulant implique un changement important de la bande passante du système, donc des pick-ups, des kickers et du système électronique. Quant au système longitudinal, les mêmes améliorations lui seront apportées pour la forme du gain.

## **10. REMERCIEMENTS**

Je remercie D.Möhl pour les nombreuses discussions que nous avons eues sur la théorie et Jean-Claude Perrier pour la constance dont il fait preuve pour améliorer sans cesse le système.

## **11. REFERENCES**

1. D. Möhl, CAS Oxford, CERN 87-03, vol. II, p. 453-527
2. G. Lambertson, "Dynamic Devices - Pickups and Kickers", U.S. Particle Accelerator School, SLAC, July 1985 and FERMILAB, August 1984, pp.1413-1442.

## Annexe A

### Pick-ups et kickers

#### Les pick-ups

Pour une pick-up transversale, le couplage est défini par  $V(t) = I_s S_p x/h$  où  $I_s$  est le signal somme reçu du faisceau,  $x$  est la position transversale de la particule par rapport au centre de la pick-up,  $h$  est la demi-ouverture de la pick-up,  $S_p$  est un facteur géométrique (forme de la pick-up) tenant compte de la réponse fréquentielle de la pick-up. Dans le cas d'un "loop coupler" à géométrie rectangulaire, ce coefficient s'écrit :

$$S_p = R_0 \tan h \left( \frac{\pi w}{2h} \right) \left| \sin \left( \frac{\pi f}{f_c} \right) \right|$$

Pour une pick-up à symétrie circulaire, le terme tangente hyperbolique est à remplacer par  $\theta/2\pi$  où  $\theta$  est l'angle sous lequel l'électrode est vue depuis le centre de la pick-up.

$R_0$  est la résistance de terminaison de la pick-up, en général 50.

$w$  est la largeur de l'électrode.

$f_c$  est la fréquence où la pick-up ne couple pas avec le faisceau (en fait, les deux impulsions reçues à chaque extrémité de la pick-up s'annulent). Cette fréquence dépend du point d'observation du signal, soit côté entrée du faisceau dans la pick-up (signe plus), soit côté sortie (signe moins). Si la vitesse de l'onde dans la pick-up est celle de la lumière ( $c$ ) et si la vitesse du faisceau est  $c\beta$  une pick-up de longueur  $l$  présentera un couplage zéro à toutes les harmoniques de :

$$f_c = \frac{c}{l|1 \pm (1/\beta)|}$$

et un couplage maximum à  $f_c/2$ ,  $3f_c/2$ , etc.

Pour une vitesse des particules égale à la vitesse d'onde dans la pick-up, le signal observé côté sortie du faisceau devient nul, donc ce coupleur est directionnel.

Plusieurs pick-ups ( $M$ ) peuvent être combinées avec des sommateurs et des délais. Les signaux de chaque pick-up s'additionnent en puissance et la sensibilité de l'ensemble devient :  $S_t = S_p \sqrt{M}$ . Si le signal d'une pick-up est injecté dans la pick-up suivante avec un délai correspondant au temps de transit du faisceau entre les deux pick-ups, et ainsi de suite avec  $M$  pick-ups, la sensibilité de l'ensemble devient  $S_t = S_p M$ , les signaux s'additionnant en courant (c'est le cas des pick-ups 105 et 61.2 MeV/c de LEAR).

Les pick-ups H et V de LEAR ont le type de réponse des Figures 8 à 10 pour différentes quantités de mouvement du faisceau circulant.

Si nous tenons compte du signal Schottky du faisceau, la densité de puissance spectrale du signal obtenu pour une pick-up sera, pour une bande latérale :

$$R_0 \frac{dI_{sc}^2}{df} = \frac{1}{2R_0} \left( S_p e f_{rev} \frac{x_{rms}}{h} \right)^2 \frac{dN}{df}$$

avec  $\beta_{pu} x_{rms}^2 = \epsilon_{rms}$ ,  $\beta_{pu}$  étant la valeur du paramètre de Twiss à la pick-up.

### Les kickers

Nous définirons l'effet d'un kicker sur le faisceau par

$$\Delta x = \frac{\beta_k S_k U_k}{E}$$

$\beta_k$  étant le paramètre de Twiss au kicker,  $U_k$  la tension appliquée sur chacune des électrodes du kicker,  $S_k$  un paramètre dépendant de la forme du kicker et  $E$  [eV] l'énergie totale de la particule.

Pour un "loop coupler",  $S_k$  s'écrit :

$$S_k = \frac{\beta c}{\pi h f} \tan h \left( \frac{\pi w}{2h} \right) \left| \sin \left( \frac{\pi f}{f_c} \right) \right|$$

Nous remarquons qu'un kicker a une transmission à basse fréquence et présente des zéros de transmission à toutes les harmoniques de  $f_c$ . Pour un faisceau de 50 MeV, une tension de 0.22 Volt (P ~ 1 mWatt) appliquée sur chaque électrode d'un kicker ( $h = 30$  mm,  $w = 60$  mm,  $l = 130$  mm) placé à  $\beta_k = 14m$  donne une correction d'environ  $0.02 \mu m$  !

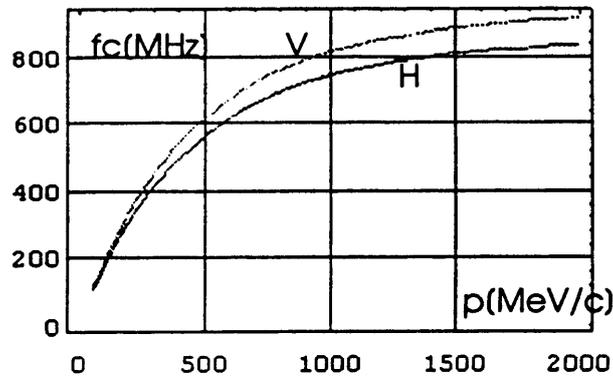


Fig. 8 - Les zéros des pick-ups et kickers de LEAR en fonction de la quantité de mouvement du faisceau circulant. Le signal est récupéré côté entrée du faisceau.

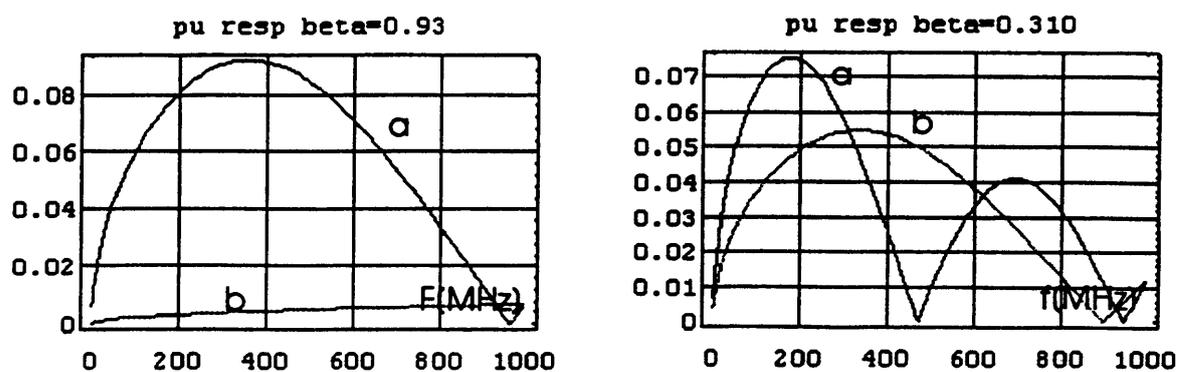


Fig. 9 - Amplitude du Signal Schottky théorique aux bornes d'une pick-up horizontale de LEAR pour deux quantités de mouvement (2000 et 300 MeV/c) lorsque le signal est récupéré coté entrée du faisceau (a) ou côté sortie (b) du faisceau.

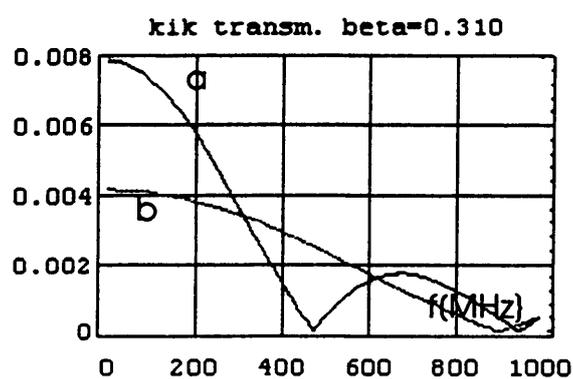


Fig. 10 - Couplage d'un kicker au faisceau à 300 MeV/c lorsque le signal est injecté côté entrée du faisceau (a) ou côté sortie (b) du faisceau.

## Annexe B

### Atténuation au pic et atténuation moyenne

L'atténuation du gain s'écrit

$$T_l = \frac{1}{1 - S_l}$$

avec

$$S_l \approx \frac{N}{2f_\beta} \int \frac{G(f_j)n(f_j)}{f_j - f} df_j$$

En considérant que le gain électronique  $G$  est constant sur la bande latérale examinée et que les phases et délai pick-up-kicker sont parfaits ( $G_l = -i|G(\omega)|$ ), et remarquant que l'intégrale représente la fonction dispersion bien connue dans la mesure de point de fonctionnement par BTF, on obtient :

$$S_l \approx -i \frac{N}{2f_\beta} \left( PV \int \frac{n(f_j)}{f_j - f} df_j - i\pi n(f) \right)$$

L'effet d'atténuation est donné par la partie réelle, donc

$$T_l = \frac{1}{1 + (NG_l \pi n(f) / 2f_\beta)}$$

La partie mélange bruit et signal s'écrit en utilisant les mêmes termes.

Dans le cas où le rapport bruit sur signal est faible par rapport au mixing, cette atténuation doit être égale à 1/2. Dans le cas d'une distribution gaussienne de variance telle que

$$n(f) = \frac{e^{-(f-f_{rev})^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

nous obtenons un refroidissement optimal sur le sommet pour

$$G_l = \frac{2f_\beta}{N\pi n(f_{rev})}$$

L'atténuation moyenne est obtenue en intégrant  $T_l$  sur la largeur de la distribution. Pour la distribution gaussienne celle-ci est 4.2 dB au lieu de 6 dB sur la sommet.

Dans le cas d'une distribution uniforme la valeur moyenne et valeur au sommet sont égales.