PS/BD Note 91-1
26.6.1991

ESTIMATION DE LA PHASE D'UN SIGNAL EN PRESENCE DE BRUIT ADDITIF

Application à la boucle d'asservissement en phase du Synchrotron Booster

Eugenio J. Tacconi*, Carlos F. Christiansen*

*) Université Nationale de La Plata, Argentine.
Conseil National de la Recherche Scientifique (CONICET).

INTRODUCTION

Le problème d'estimation du temps d'arrivée d'un signal de durée finie est lié à celui de la phase d'un signal périodique. Pour cette raison les méthodes classiques de détection des signaux et d'estimation du temps d'arrivée sont analisées en premier. Si le signal est périodique, les méthodes précédentes donnent deux implémentations possibles pour l'estimation de la phase d'un signal. Finalement l'application de la méthode pour estimer la phase du faisceau du synchrotron Booster et commander sa boucle de phase est analysée.

Localisation d'un signal dans le domaine du temps

Un problème classique de détection des signaux est la détermination, à partir d'une observation r(t) contaminée par bruit additif, de la présence ou de l'absence du signal s(t) :

$$r(t) = A\, s(t,\tau) + b(t) \tag{1}$$

où b(t) représente le bruit additif. Dans de nombreux cas pratiques (Radar, Sonar, problèmes de physique expérimentale) où la forme du signal à détecter , appelé signal de référence s(t), est connue, on ne doit détecter que sa présence et estimer l'amplitude et le temps d'arrivée.

Nous nous sommes intéressés au problème d'estimer le temps d'arrivée soumis aux hypothèses suivantes :

- le signal s(t) est de durée, t_d, finie,
- la période d'observation T est supérieure à la durée du signal,
- le bruit additif est blanc et gaussien.

Dans ces conditions, l'estimation optimale du maximum de vraisemblance du temps d'arrivée est non linéaire. Il est donc donné par la valeur τ' qui rend maximale la fonction suivante [1] :

$$I = 2\int_o^T r(t)\, s(t,\tau')dt - \int_o^T s^2(t,\tau')dt \tag{2}$$

Mais si on contraint le domaine de variation de la variable T de façon à satisfaire la deuxième hypothèse, la dernière intégrale (expression 2) est constante et indépendante de τ'.

C'est-à-dire que le problème revient à obtenir la valeur τ' qui maximise l'intégrale $y(T, \tau')$ (Exp. (3)).

$$y(T,\tau') = 2\int_o^T r(t)s(t,\tau')dt \tag{3}$$

L'expression (3), employée classiquement pour estimer l'amplitude du signal, représente l'intégrale de corrélation entre l'observation et le signal de référence, mais ici, le problème n'est pas le même. En effet, des équations (1) et (3), il résulte :

$$y(T,\tau') = A\int_o^T s(t,\tau)\, s(t,\tau')dt + \int_o^T b(t)\, s(t,\tau')dt \tag{4}$$

Comme le bruit est supposé blanc et de moyenne nulle, la moyenne temporelle ou espérance mathématique de l'expression (4) donne :

$$E\left[y(T,\tau')\right] = A\int_o^T s(t,\tau)\, s(t,\tau')dt \tag{5}$$

L'équation (5) nous permet de séparer les problèmes d'estimation de l'amplitude et du temps d'arrivée.

Dans le cas d'estimation de l'amplitude, le temps d'arrivée est connu : on choisit $\tau' = \tau$ et $y(T, \tau)$ donne directement l'estimation proportionnelle à l'amplitude A.

Par contre pour estimer le temps d'arrivée du signal on doit trouver la valeur τ' qui maximise l'intégrale (3) ou (5). Il s'agit donc d'un problème d'estimation non linéaire [1].

Si on dispose d'un registre de l'observation il est possible d'employer une méthode classique d'optimisation. Pour des raisons de vitesse on est amené à chercher seulement des solutions analogiques et en temps réel.

Il est important de remarquer qu'il faut attendre que l'observation soit complète pour avoir une mesure de l'intégrale (3).

Il y a deux méthodes différentes pour résoudre cette intégrale : le récepteur de corrélation et le filtre adapté.

Récepteur de corrélation

Dans ce cas-là on dispose de façon explicite du signal de référence $s(t, \tau')$, et on fait d'abord le produit et après l'intégration (Fig. 1).

Filtre adapté

La variable $y(T, \tau')$ (Equ. 3) peut être considérée comme la sortie d'un filtre excité par le signal d'observation $r(t)$ (Fig. 2).

Si h(t,τ) représente la réponse impulsive ou fonction de pondération du filtre, la sortie y(T, τ') est donnée par l'intégrale de convolution (6) :

$$y(T,\tau') = \int_o^T r(t)\, h(T-t,\tau')dt \tag{6}$$

Des équations (3) et (6), le lien entre la réponse impulsive du filtre adapté et le signal de référence est donné par :

$$h(T) = s[(T-t),\tau'] \tag{7}$$

Dans la figure 3 il est représenté, comme exemple, un signal de référence s(t, τ) et la réponse impulsive du filtre adapté.

La différence, la plus importante, entre les deux méthodes est que, dans le cas du récepteur de corrélation, pour modifier la valeur de τ on doit simplement changer le signal de référence. Avec la deuxième méthode, par contre, on ne dispose pas du signal de référence de façon explicite et le filtre adapté est développé pour un signal de référence et un τ' donné.

Dans le cas d'estimation du temps d'arrivée, en temps réel, le filtre adapté peut présenter des avantages, car la valeur maximale à la sortie du filtre adapté, excité par l'observation, donne directement une estimation du temps d'arrivée. Le temps de retard d'estimation est minimal si on développe le filtre adapté pour τ = 0 et T égal à la durée du signal, td. Le délai d'estimation est égal, dans ce cas, à la durée du signal.

Cas des signaux périodiques

S'il s'agit de signaux périodiques, le temps d'intégration T doit être choisi égal à un multiple entier de la période du signal. De cette façon, la deuxième intégrale de l'équation (2) est constante et indépendante de τ' et l'étude précédente est encore valable.

Dans ce cas-là le temps d'arrivée représente le décalage entre l'observation et le signal de référence. Il est proportionnel à la différence de phase entre ces composantes harmoniques, étant suffisant pour estimer la phase de la composante fondamentale.

La variance des estimateurs (amplitude ou phase) diminue si on augmente le temps d'intégration, mais elle augmente en même temps le délai d'estimation.

En plus, le paramètre à estimer est normalement variable au cours du temps. C'est-à-dire que le temps d'intégration doit être grand pour avoir une bonne précision, et en même temps petit par rapport à la constante de temps de variation du paramètre à estimer.

Si le signal à détecter est sinusoïdal, l'observation peut être décrite par :

$$r(t) = A\sin(\omega_o + \phi) + b(t) \tag{8}$$

et le signal de référence est :

$$s(t,\phi) = \sin(\omega_o t + \phi) \tag{9}$$

Dans ce cas l'équation (3) devient :

$$y(T,\phi) = \int_o^T r(t)\sin(\omega_o t + \phi')dt \tag{10}$$

Détecteur sensible à la phase

Si on dispose du signal de référence, il est possible de construire un détecteur de corrélation et si l'action intégrale est remplacée par un filtre passe-bas on obtient un détecteur sensible à la phase (Fig. 4).

La valeur moyenne ou espérance mathématique de la sortie du détecteur est proportionnelle à $A\cos(\phi - \phi')$ Augmenter la constante de temps du filtre est équivalent à augmenter le temps d'intégration, et le rapport signal-bruit à la sortie est amélioré.

Si le bruit additif est blanc, le bruit résiduel à la sortie ne dépend que de la puissance du bruit à l'entrée et de la caractéristique du filtre. Le bruit à la sortie est donc indépendant de la fréquence du signal.

Le détecteur sensible à la phase, due à cette caractéristique, est très employé lorsqu'on dispose du signal de référence, spécialement s'il s'agit des signaux de basse fréquence.

Si la phase du signal est connue, on choisit $\phi' = \phi$, et la sortie du détecteur est directement proportionnelle à l'amplitude A.

S'il s'agit d'un signal d'amplitude constante dont il est nécessaire d'estimer la phase, la sortie du détecteur est proportionnelle au cosinus de la différence de phase entre les signaux d'entrée et de référence.

Cependant, la sortie est aussi sensible à l'amplitude du signal de référence, et pour cette raison, quelquefois une onde carrée de la même fréquence et d'amplitude fixe est employée comme signal de référence. Dans ce cas, le détecteur essaie de détecter une onde carrée et il va être sensible aux harmoniques impaires du signal.

Filtre passe-bande

Dans le cas des signaux sinusoïdaux l'implémentation de l'expression (10) par la méthode du filtre adapté, donne un filtre passe-bande.

En effet si le signal de référence est un cosinus de phase nulle (11), la réponse impulsive du filtre adapté est donnée par l'équation 12 :

$$s(t) = \cos(\omega_0 t) \qquad 0 \le t \le T \tag{11}$$

$$h(t) = \cos[\omega_0 (T - \tau)] = \cos(\omega_0 \tau) \qquad 0 \le t \le T \tag{12}$$

car on a imposé pour les signaux périodiques que le temps d'intégration devait être un multiple de la période du signal.

La fonction de transfert du filtre adapté est donnée par :

$$H(\omega) = A \exp(j\omega_0 T / 2) \left\{ \frac{\sin(\omega - \omega_0)T / 2}{(\omega - \omega_0)} + \frac{\sin(\omega - \omega_0)T / 2}{(\omega - \omega_0)} \right\} \tag{13}$$

Comme la réponse impulsive du filtre est un signal cosinus avec une fenêtre temporelle carrée de durée T, sa fonction de transfert (Equ. 13) est représentée par un sinus cardinal centré à la fréquence ω_0 avec un retard de la moitié de la durée T (Fig. 5). L'écart de fréquence correspondant au premier zéro est égal à $\Delta\omega = 2\pi/T$.

Le filtre adapté à un signal sinusoïdal est un filtre passe-bande centré à la fréquence du signal avec une largeur de bande inversement proportionnelle à la durée de sa réponse impulsive T.

Si au lieu d'employer une fenêtre temporelle carrée de durée T, on emploie une autre classe de fenêtre de durée équivalente T_{eq}, la fonction de transfert du filtre va aussi changer, mais il sera toujours un filtre passe-bande centré à la fréquence ω_0 . En outre, le produit entre la durée équivalente de la réponse impulsive, T_{eq} , et la largeur de bande équivalente, $\Delta\omega_{eq}$, est supérieure ou égale à un demi [2].

$$T_{eq}\, \Delta\omega_{eq} \ge 1/2 \tag{14}$$

Si on emploie une fenêtre temporelle gaussienne, la fonction de transfert est aussi gaussienne, et sa largeur de bande prend la valeur minimale $\Delta\omega_{eq} = 1/(2T_{eq})$.

Si le filtre passe-bande est excité par un signal d'observation sinusoïdal, le signal à la sortie va être aussi sinusoïdal, et la phase de la fréquence fondamentale va être conservée. La sortie n'est pas continue comme dans le cas précédent et pour estimer ses paramètres il faudra une deuxième détection. Si on doit mesurer la différence de phase un signal de référence est nécessaire et un détecteur sensible à la phase doit être employé.

Application à la boucle d'asservissement en phase du Synchrotron Booster

Le Synchrotron Booster est employé au CERN pour accélérer des paquets de particules. Pendant la période d'accélération le champ magnétique est augmenté d'une façon linéaire et une boucle radiale commande la fréquence d'excitation de la cavité pour maintenir la courbure du faisceau constante.

Cependant, pour éviter des oscillations longitudinales du faisceau autour de sa phase stable, une boucle de phase doit commander la phase du signal d'excitation pour maintenir entre le champ électromagnétique dans la cavité accélératrice et les paquets des particules un décalage toujours égal à la phase stable*).

La fréquence du signal change de 3 à 8 MHz et l'amplitude du signal peut être très variable selon le nombre et la nature des particules accélérées [3].

La boucle de phase (figure 6) obtient l'information nécessaire à partir de cinq électrodes de phase (PU) symétriquement disposées autour de l'anneau avec un déphasage de 360^{o} électriques entre PUs successives, qui permettent de détecter le passage des paquets de particules.

L'emploi d'un nombre d'électrodes égal au nombre harmonique h (rapport entre la fréquence accélératrice et la fréquence de révolution des paquets autour de la machine) réduit sensiblement les modulations du signal somme, dues à des inégalités entre paquets, ou même à l'absence d'un ou plusieurs paquets (par exemple dans le cas de remplissage des anneaux à l'injection avec une durée inférieure à un tour de la machine). Bien que moins grande, cette réduction est importante même dans le cas de h = 10 avec 5 électrodes (c'est le cas du fonctionnement avec ions oxygène pendant la première partie du cycle d'accélération).

Les signaux des PUs doivent être additionnés et amplifiés. Pour localiser le centre longitudinal des paquets, la composante fondamentale doit être comparée en phase (DISC) avec le signal de référence du "GAP" (la région d'interaction entre particules et cavité accélératrice).

La sortie du détecteur sensible à la phase (DISC) donne une mesure des variations de la phase instantanée entre les paquets et la tension accélératrice, et doit corriger la phase du générateur de la RF pour minimiser ces variations.

Le problème à analyser est l'estimation du centre longitudinal des paquets. C'est-à-dire, obtenir un signal continu proportionnel à la différence de phase et indépendante des variations de l'amplitude et de la fréquence du signal.

*\)*La phase stable est fonction de différents paramètres (dérivée du champ magnétique par rapport au temps, amplitude du champ accélérateur, nature des particules) et peut varier en cours d'accélération.*

Détecteur sensible à la phase

Pour mesurer la différence de phase, il n'est pas possible d'employer directement le détecteur de la figure 4 car l'amplitude du signal est variable. En plus le rapport entre la sortie y(t, ϕ')et la différence de phase (ϕ - ϕ') n'est pas linéaire.

Une solution possible pour obtenir un signal proportionnel à la différence de phase (ϕ - ϕ') est indiquée dans la figure 7. Le système est composé d'un déphaseur (ϕ') piloté par tension, un multiplicateur et un intégrateur idéal de mémoire infinie.

Dans ces conditions la sortie y(t) est donnée par

$$y(t) = \int_{\infty}^{t} r(t)\sin(\omega_o t + \phi')dt \qquad (15)$$

avec r(t) = A sin (ω_o t + ϕ) + b(t).

Comme le temps d'intégration est infini pour que la valeur moyenne de la sortie y(t) soit constante, le signal d'erreur e(t) doit être nul. C'est-à-dire que la phase estimée doit être $\phi' = \phi + \pi/2$, indépendante de l'amplitude A et de la fréquence ω_o.

Le déphaseur piloté par tension peut être réalisé en employant un pont de capaciteurs Vari-cap. Une autre solution possible que nous avons vérifiée expérimentalement est montrée dans la figure 8.

Un comparateur de phase digital donne une sortie proportionnelle à la différence de phase entre s(t) et s'(t). La boucle de phase est composée aussi d'un intégrateur idéal et un oscillateur piloté par tension.

Pour l'application envisagée, le schéma proposé (figures 7 et 8) présente quelques difficultés. Comme la fréquence ω_o est variable dans un rapport d'environ trois, le circuit de la figure 8 doit être soigneusement réglé.

L'observation r(t) présente une variation d'amplitude plus grande que celle permise par le schéma de la figure 7.

Dans cette figure il y a une boucle fermée que détermine la bande passante du système et le rapport signal-bruit en sortie. Comme on emploie un multiplicateur, le gain de la boucle est directement proportionnel à l'amplitude de r(t).

Si le système possède une seule constante de temps donnée par l'intégrateur, il va être stable quelle que soit l'amplitude de r(t), mais les variations de vitesse et le rapport signal-bruit seront très grandes.

Filtre passe-bande

Le schéma de la figure 8 est quelque fois employé, avec $\phi' = 0^o$ comme filtre passe-bande; cependant il ne peut pas admettre de très grandes variations d'amplitude du signal d'entrée.

La réalisation d'un filtre qui puisse suivre les variations de fréquence de 3 à 8,5 MHz, sans introduire des rotations de phase, et avec une largeur de bande constante, n'est pas simple.

La méthode de détection sensible à la phase est très intéressante car elle permet d'employer l'information de la fréquence donnée par le signal de référence.

La solution adoptée (figure 9) est une combinaison des deux méthodes précédentes [3]. Un schéma semblable à celui de la figure 8 est employé dans l'oscillateur local (OL), pour décaler d'une quantité fixe (fréquence intermédiaire FI) la fréquence du signal de référence [4].

La nouvelle référence (f_{ol}) est employée pour convertir l'observation et l'ancienne référence (f_{rf}) à une fréquence fixe F_{fi}.

Deux chaînes identiques (AFI), avec filtres passe-bande et amplification, conditionnent l'observation et la référence pour être comparées finalement en phase dans le détecteur sensible à la phase (DISC).

REFERENCES

[1] H.L. Van Trees, John Whiley Detection, Estimation and Modulation Theory, Part. 1 (1967).

[2] I.S. Gonorovski, Mir, Senales y Circuitos Radiotecnicos, Moscu 1972.

[3] G. Gelato, E. Tacconi, Nouvelle boucle de phase pour l'accélération de ions oxygène 08^+ dans le PSB, CERN PS/BR/Note85-1 (1985).

[4] E. Tacconi, Oscillateur local pour le système de contrôle du faisceau PSB. CERN PS/BR/Note 85-2 (1985).